

RESUMEN

En este trabajo se puede encontrar un desarrollo histórico-epistemológico del concepto del Momentum Angular y una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de Momentum Angular tomando como base teórica el Movimiento Rotacional y la Ley de conservación del Momentum Angular y como teoría de aprendizaje el Aprendizaje Significativo propuesto por David Ausubel.

PALABRAS CLAVES

Momento de Inercia

Momento de Momentum Lineal

Principio de conservación del Momentum Angular

Aprendizaje Significativo

Giroscopio o Giróscopo

Mapas Conceptuales

Analogías

**LA ENSEÑANZA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL
DESDE UNA PERSPECTIVA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO
EN LA MEDIA VOCACIONAL**

LUZ MARLENY MORALES MIRA

JAVIER IGNACIO SAINEA ORTEGÓN

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

**MEDELLÍN
2002**

**LA ENSEÑANZA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL
DESDE UNA PERSPECTIVA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO
EN LA MEDIA VOCACIONAL**

**LUZ MARLENY MORALES MIRA
JAVIER IGNACIO SAINEA ORTEGÓN**

**MONOGRAFÍA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
ESPECIALISTA EN EDUCACION EN CIENCIAS EXPERIMENTALES
CON ÉNFASIS EN LA ENSEÑANZA DE LA FISICA DESDE UNA PERSPECTIVA
HISTÓRICO - EPISTEMOLÓGICA**

**ASESOR
RODRIGO COVALEDA
PROFESOR DEL INSTITUTO DE FÍSICA
MAGÍSTER EN FISICA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN
2002**

Nota de aceptación

APROBADA

Jurados

Profesora

FANNY ANGULO

DELGADO

**Doctora en Didáctica de las
Ciencias Experimentales**

Profesor

MIGUEL MONSALVE

Matemático

Medellín, Diciembre 11, 2002.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Rodrigo Covaleda, profesor del Instituto de física de la Universidad de Antioquia, por sus valiosos aportes.

A las respectivas familias, por su continuo apoyo, ánimo, estímulo y confianza depositada en la terminación de este trabajo.

A la Universidad de Antioquia, por permitirnos el logro de este postgrado.

“Para un espíritu científico todo conocimiento es una respuesta a una pregunta, si no ha habido pregunta no puede haber conocimiento científico. Nada viene solo, nada es dado. Todo es construido”.

Bachelard, en La formación del Espíritu Científico

TABLA DE CONTENIDO

| | |
|--|-----------|
| CAPITULO I..... | 1 |
| I.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA | 1 |
| I.2. INTRODUCCIÓN | 3 |
| | |
| CAPITULO II..... | 6 |
| | |
| MARCO TEORICO | |
| II.1. ORIGEN Y DESARROLLO DEL CONCEPTO | 6 |
| II.2. LEY DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR | 12 |
| II.3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA..... | 17 |
| II.4. REVISIÓN SOBRE LA ENSEÑANZA ACTUAL | 26 |
| II.5. TEORIA DE APRENDIZAJE: APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO | 31 |
| II.6. IMPORTANCIA (APLICACIÓN) EN LA DISCIPLINA Y OTRAS DISCIPLINAS | 37 |
| | |
| CAPITULO III | 43 |
| | |
| PROPUESTA DIDACTICA | |
| III.1. INTRODUCCIÓN..... | 43 |
| III. 2. OBJETIVO GENERAL..... | 45 |
| III.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 45 |
| III.4. METODOLOGÍA..... | 46 |
| III.5. CICLO DE APRENDIZAJE..... | 49 |

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

| | |
|--------------------|----|
| ANEXO # 1 | 75 |
| ANEXO # 2 | 77 |
| ANEXO # 3 | 80 |
| CONCLUSIONES | 84 |
| BIBLIOGRAFÍA | 89 |

CAPITULO I

I.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al abordar el estudio de la física es fundamental hablar sobre el movimiento, este concepto está relacionado con las ideas de materia, espacio y tiempo, las cuales están ligadas estrechamente a la naturaleza misma del universo y a la naturaleza empírico-experimental del sujeto que conoce.

La mecánica clásica como una disciplina de la ciencia física es la encargada de explicar desde el punto de vista cinemático y dinámico el movimiento. La descripción del movimiento está basada en varios modelos, cada uno de los cuáles se presenta desde una perspectiva particular y en consecuencia la mecánica es desarrollada por varios autores, como por ejemplo la mecánica newtoniana, la mecánica euleriana y la mecánica lagrangiana. En la dirección anterior los autores dan una explicación fenomenológica que difiere en los principios utilizados, en donde el carácter de racionalidad y abstracción son reconocidos y validados como conocimiento científico.

Uno de los temas de la mecánica que es complejo de estudiar, es aquel que se refiere al movimiento de rotación de un cuerpo rígido alrededor de un eje fijo y la explicación de éste tipo de movimiento, que está basada principalmente en el concepto de Momentum Angular. La motivación principal e intención para estudiar éste concepto, se debe a las angustias e incapacidades para asirse a una explicación de “algo” que se presenta como una definición teórica. En las revisiones realizadas de la literatura actual no se percibe un desarrollo conceptual ni una explicación satisfactoria para el concepto de Momentum Angular; se puede preguntar, ¿si no sabemos qué es?, no podemos entender ¿qué es lo que se esta

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

conservando ante la “Ley de conservación del Momentum Angular?” y también que implicaciones debe tener que sea de carácter netamente vectorial.

En éste trabajo se realiza un análisis epistemológico e histórico del concepto de Momentum Angular y sus relaciones con la enseñanza, además el interés de recuperar de forma reflexiva la construcción del concepto, que permita describir correlaciones en diferentes momentos históricos, facilitando la orientación de lo cognoscible en la comprensión del concepto del Momentum Angular. En el ejercicio profesional de la enseñanza es habitual pensar en estrategias que permitan orientar y facilitar el aprendizaje de cualquier temática, desde esta perspectiva se pretende encontrar luces en el desarrollo de una propuesta basada en la teoría del aprendizaje significativo, aplicada a la temática del movimiento de rotación del cuerpo rígido alrededor de un eje fijo.

En la línea del constructivismo, la elaboración del conocimiento en las aulas escolares de enseñanza aprendizaje, es una actividad claramente orientada a compartir significados y sentidos sistemáticamente planificados por los profesores y los estudiantes, que posibilitan, no solo consensuar sobre contenidos escolares, sino emplearlos con respecto a la que el plan de estudios contempla y relacionarlos en la vida y para la vida.

La relevancia de este trabajo radica fundamentalmente, en advertir la necesidad de disponer de un ámbito pedagógico y didáctico que viabilice la construcción de significados y formas de significar y actuar de los estudiantes, teniendo como punto de mira la congruencia significativa entre las elaboraciones de los estudiantes y el discurso de la comunidad científica respectiva. Este proceso implica necesariamente el enseñar a leer y escribir en la disciplina de la física. Aunado a lo anterior, la propuesta se fundamenta en el marco del aprendizaje significativo, cuya premisa fundamental se ha convertido en un principio didáctico: “Para aprender significativamente, el individuo debe relacionar los nuevos conocimientos con los conceptos y las proposiciones relevantes que ya se conocen”. (Moreira, 1996)

1.2. INTRODUCCIÓN

En el estudio de la física en la educación media y en los cursos iniciales de pregrado específicamente en el área de la mecánica, es fundamental poder explicar el cómo y el por qué de los diferentes tipos de movimientos, como por ejemplo el de traslación y el de rotación, de ellos nos interesa especialmente el movimiento de rotación alrededor de un eje fijo y el concepto de momento angular.

En algunos fenómenos naturales se observa un comportamiento rotacional, lo que de alguna manera ha dado lugar a la creación de modelos explicativos e interpretaciones que hace el sujeto de tal movimiento, mediante situaciones de la cotidianidad que evidencian representaciones alternativas que sirven de conexión para la construcción del concepto, caracterizando un cuerpo rígido que describe un movimiento de giro alrededor de un eje fijo.

La caracterización de un fenómeno físico como tal, en función de un movimiento de cualquier objeto debe incluir, junto con el movimiento de su centro de masa, su rotación y otros movimientos internos. En consideración con lo anterior se puede afirmar que el movimiento rotacional se puede estudiar a través del momento de la cantidad de movimiento, que no es más que el Momentum Angular. Lo relevante de estudiar el anterior concepto se debe a que es una magnitud que se conserva, considerada a nivel microscópico como una magnitud física fundamental, como la masa, el tiempo o la longitud.

Existen varias experiencias que ilustran la importante propiedad en las que el Momentum Angular total interno de un sistema de partículas se conserva si no hay momentos de fuerza externos. Algunas situaciones que se analizan cualitativamente son familiares como por ejemplo: El giro a gran velocidad de un patinador sobre hielo, o un gimnasta que encorva su cuerpo después de comenzar un salto hacia delante, o una persona sentada en un taburete que puede girar libremente y lanzándose a dar vueltas lentamente con un par de pesas

sujetas en las manos con los brazos extendidos y encogiéndolos evidenciando diferencias. Con base a lo anterior se tienen varios propósitos que se pueden lograr en la aplicación de la propuesta; uno es, no detenerse en la deducción matemática sino tratar de dar cuenta de las relaciones del fenómeno físico como tal, es decir, la comprensión del movimiento rotacional específicamente el concepto de Momentum Angular, y otro, es tratar de explicar el movimiento rotacional a través del principio de conservación “*el Momentum Angular total de un sistema aislado, o un sistema sobre el que actúa un torque externo total nulo, es constante en magnitud y dirección*” (Alonso y Finn, 1986).

Asumir la enseñanza del concepto del momento angular de la forma usual, no permite una apropiación significativa del fenómeno físico como tal. Generalmente el Momento Angular se introduce como una definición ($\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$); específicamente en la temática que trata de la dinámica rotacional de un cuerpo rígido. La forma de presentar este concepto no clarifica la posibilidad de una comprensión satisfactoria del fenómeno como tal, y puede generar una serie de interrogantes como: ¿Qué le da el carácter vectorial? ¿Por qué la relación de carácter vectorial? ¿El momento angular es una característica del cuerpo ó es solo una consecuencia? ¿El momento angular es una medida de la cantidad de movimiento rotacional? Otro factor que se adiciona, es que el momento angular se asume como un número y no se tiene en cuenta su carácter vectorial, y se concibe que el problema está resuelto al encontrar ese número. Para hacer claridad y tratar de caracterizar de una forma diferente lo anterior, recurrimos al siguiente planteamiento “Lo que vale para el momento angular no es cuán rápido se mueve *desde* el origen, sino cuánto se mueve *alrededor* del origen” (Feynman, 1963). Así se concluye que podemos darle una caracterización física a los valores que se encuentran al medir o calcular el momento angular en algún sistema dado, y su naturaleza vectorial se generaliza aplicando la regla de la mano derecha: cuando los dedos de la mano derecha se orientan en el sentido del movimiento rotacional el dedo pulgar apunta en la dirección del vector Momentum Angular.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

La propuesta se fundamenta en el marco del aprendizaje significativo, cuya premisa fundamental se ha convertido en un principio didáctico: “Para aprender significativamente, el individuo debe relacionar los nuevos conocimientos con los conceptos y las proposiciones relevantes que ya se conocen”. (Moreira, 1996)

CAPITULO II

MARCO TEORICO

II.1. ORIGEN Y DESARROLLO DEL CONCEPTO

Al hacer la revisión en los textos de historia de la ciencia sobre el desarrollo de la misma, se percibe un factor común en la postulación de las teorías; se establecen predicciones que anteceden las consecuencias y permite generar teorías que se ajustan a las observaciones realizadas. Se realizó una búsqueda de las ideas o trabajos científicos que dieron origen y desarrollo del concepto de Momentum Angular, lo cuál permitió inscribirlo en un principio de conservación de la mecánica clásica.

En el área de la mecánica la formulación de un principio físico ha de inferirse de su uso, ya que la aplicación fructuosa siempre ha precedido al enunciado del principio utilizado, por lo cual centramos la búsqueda de la historia de la mecánica en aquellos científicos interesados en estudiar el movimiento de rotación de una partícula, o de un cuerpo rígido alrededor de un eje fijo.

En el campo de la astronomía el estudio de cuerpos que giran alrededor de un eje fijo se remonta a los trabajos presentados por Johannes Kepler (1571-1630) al estudiar el movimiento de los planetas alrededor del sol y postular tres leyes conocidas como “Leyes de Kepler”, de éstas, la segunda ley es la que presenta mayor conexión con la conservación del Momentum Angular, y la cuál profiere: “El área barrida por el radio vector que une un planeta con el Sol es proporcional al tiempo” (Enciclopedia VISUAL, 1993) postulada en 1609.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

En el campo de la mecánica terrestre el primer científico que comenzó a estudiar movimientos de rotación fue Galileo Galilei (1564-1642) en sus estudios sobre el péndulo simple o péndulo matemático. Las contribuciones dadas por él fueron recogidas por Cristian Huygens, (Papp, 1961) científico Holandés que nació en la Haya el 14 de Abril de 1629 y murió en la Haya de 66 años. La principal obra de Huygens, *Horologium Oscillatorium*, París (1673) es una síntesis de sus investigaciones en mecánica. Fue él quien formuló el problema más complicado del péndulo real, el péndulo físico que al estar compuesto, de n partículas se puede estudiar como n péndulos matemáticos, con éste sistema se da origen al estudio del cuerpo rígido. Basado en dos principios fundamentales y en consideraciones de cuerpos en caída libre. Huygens deduce que la distancia (l) entre el punto de oscilación y el punto de suspensión es:

$$l = \frac{\sum mr^2}{\sum mr}$$

Dos magnitudes que hoy llamamos: momento de inercia del péndulo / momento estático de su masa.

La importancia de los dos principios en los cuáles Huygens se basó, radica en afirmar que: La energía mecánica se conserva, y no es menos significativa la introducción de la cantidad $\sum mr^2$; Cantidad que proporciona la clave para el cálculo de todo movimiento rotatorio, llamado por Euler “ momento de inercia”. (Papp, 1961)

El origen del momento angular, como ley independiente de la mecánica y como generalización de la dinámica del principio del equilibrio de momentos en estática, es debido a Jaime Bernoulli (1655-1705) en un tratado presentado en 1686 y corregido en 1703 sobre el estudio del movimiento pendular para encontrar el centro de oscilación de un péndulo, este concepto aunque todavía no es correcto antecede a los postulados de Newton.

La posibilidad ofrecida por el físico, astrónomo y matemático británico Isaac Newton (1642-1727), con la publicación de su magistral libro “Los principia” (1687), forja con el

análisis, un poderoso instrumento de investigaciones mecano físicas, realizada por una serie de matemáticos, entre los cuales se destacan: Euler, D. Bernoulli, Lagrange y D`Alembert. Se infiere de los escritos de Daniel Bernoulli (1700-1782) y de Leonhard Euler (1707-1783) que ambos en el año de 1745 sugirieron una forma del principio del Momentum Angular, en el curso de sus respectivas soluciones del problema de una masa puntual obligada a deslizarse en el interior de un tubo rígido en rotación. Aunque existe similitud en la época y en la formulación del principio del Momentum Angular, existe una gran diferencia en las implicaciones de éste principio en cada uno de ellos. Para D. Bernoulli, el principio de Momentum Angular, sigue el principio de momentum lineal, asumiendo que las acciones mutuas de un sistema los cuerpos no ejercen ningún par resultante (1744), por otro lado Euler, en un trabajo publicado en 1744 fue el primero en aplicar los principios del momentum lineal y del Momentum Angular como leyes mecánicas independientes al plantear las ecuaciones del movimiento de un sistema, ecuaciones que fundamentan la mecánica Euleriana: $\mathbf{F} = d\mathbf{p} / dt$

$$\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L} / dt$$

El principio general del momento de la cantidad de movimiento fue propuesto inicialmente por Euler en 1775. Fueron sus estudios de las cuerdas elásticas los que le llevaron a dicha formulación y la postulación del Momentum Angular se debe a la aplicación de la mecánica a todos los cuerpos, incluyendo materiales elásticos (Trusdell, 1975)

Es de importancia anotar que Euler contribuyó a la mecánica con la asignación de una dirección a la velocidad, por lo cuál la mecánica de Euler se convierte en una mecánica vectorial, llamando el concepto vector una “magnitud geométrica”. Aunque ya la Fuerza estática se conocía como una magnitud con dirección, él descompone las fuerzas aplicadas según direcciones fijas del espacio, también estudia la aceleración como una magnitud cinemática y origina el concepto “partícula puntual” o partícula portadora de toda la masa del cuerpo estudiado y a la cuál se le aplican las fuerzas.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

El papel que juega el trabajo desarrollado por Euler, se evidencia como una contribución fundamental e importante al desarrollo de la Física, basado en las teorías propuestas por Newton, él aclaró y extendió estos conceptos, destacándose como el mejor Físico Teórico del siglo XVIII.

El origen de la idea, que el Momentum Angular es una magnitud que se conserva, estaba esbozado como concepto en la ley de las áreas. En el libro *Mechanique Analytique* de J. L. Lagrange (1736-1813) él escribe sobre la ley de las áreas “parece haber sido descubierta al mismo tiempo por Euler, D. Bernoulli y el Chevalier D’Arcy” Los dos primeros la enuncian así: La suma de los productos de la masa de cada cuerpo por la velocidad de circulación alrededor de su centro y por la distancia que dista del mismo centro es siempre independiente de la acción mutua que los cuerpos puedan ejercer entre sí, y permanece constante en tanto que no exista acción exterior ni obstáculo exterior. D’Arcy la postula así: La suma de los productos de la masa de cada cuerpo por el área que su radio vector barre alrededor de un centro fijo es siempre proporcional al tiempo; éste principio es generalización del teorema de Newton acerca de las áreas descritas con la fuerza centrípeta. Es interesante anotar que aunque él llama a esta ley Conservación de la acción, y se supone que encontró algo importante, creando las bases para la ley de conservación del momento angular, es falsa su suposición ya que él supone que el momento total ejercido por fuerzas externas es cero para cuerpos que “actúan entre sí de cualquier manera”.

La aparición más temprana del enunciado y la demostración de la proposición, de que un sistema de fuerzas centrales, equilibradas dos a dos, no ejerce ningún par resultante, se debe a Simeón-Denis Poisson (1781-1840). La demostración en su libro (1833) menciona “..la ley general de que la acción es siempre igual a la reacción,se satisface siempre en la naturaleza.....siempre hay que notar que $(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \times \mathbf{F}_{jk} = 0$”.

Avanzando considerablemente en el tiempo podemos asegurar que:

Si nos referimos al caso más general de un sistema formado por n partículas, en el cual el centro de masas (cm) se desplaza con una velocidad \mathbf{v}_c , calculamos el Momentum Angular relativo a un eje que pasa por un punto O arbitrario, se obtiene

$$\mathbf{L}_O = \mathbf{r}_i \times (m_i \mathbf{v}_i)$$

donde m_i es la masa de la partícula puntual i con vector de posición \mathbf{r}_i desde O hasta m_i .

Si ahora introducimos posiciones y velocidades respecto al centro de masas

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i' + \mathbf{r}_c \quad \text{y} \quad \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i' + \mathbf{v}_c$$

Esto puede reorganizarse en una suma de $n \times n$ términos, donde algunos se cancelarán a partir de la definición de centro de masa obteniéndose la ecuación:

$$\mathbf{L}_O = \mathbf{L}_c + \mathbf{r}_c \times M\mathbf{v}_c \quad \text{con } M \text{ la masa total del sistema.}$$

Así, el momento angular con respecto al punto O es el momento angular resultante respecto al centro de masas, más el momento angular orbital asociado al movimiento del propio centro de masas.

Se puede notar en particular, que si el centro de masas de un sistema arbitrario de partículas que se mueve está en reposo, entonces el momento angular total tiene el mismo valor, igual a \mathbf{L}_c , respecto a cualquier punto.

Un caso particular que presenta gran interés, es el del movimiento rotacional del sistema. El análisis precedente ha establecido que para cualquier sistema, puede describirse un momento angular intrínseco, referido al cm. Independientemente del movimiento real que lleve el cm, se puede identificar esta propiedad rotacional del sistema.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

En el desarrollo de las modernas teorías de la física (desde la perspectiva microscópica): atómica, molecular y nuclear, se ha encontrado que el Momentum Angular de un sistema es una cantidad fundamental. La palabra *fundamental* significa en este contexto que el Momentum Angular es una propiedad intrínseca de los átomos, las moléculas y sus constituyentes.

En el desarrollo de la teoría cuántica, se planteó que había una unidad natural del Momentum Angular igual a la constante de Planck, h , dividida por 2π .

Unidad básica del momento angular = $h/2\pi = 1.054 \times 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2 / \text{s}^2$.

Aún más fundamentalmente, parece que todas las partículas elementales del Universo tienen un Momentum Angular intrínseco, el cuál es múltiplo (incluyendo el cero) de $h/4\pi$, en particular los nucleones y los electrones, tienen justamente un valor de $h/4\pi$. (French, 1974)

Los estudios sobre las características de los campos electro-magnéticos y su influencia en la materia a permitido proferir lo siguiente: el Momentum Angular, al igual que la energía aparece en formas distintas; una es el Momentum Angular del movimiento y la otra es el Momentum Angular existente en los campos eléctrico y magnético, existe Momentum Angular en el campo que rodea un imán. (Feynman, 1980)

Como conclusión se puede afirmar siguiendo al autor (Arons, 1978): “En éste nivel, la especificación de lo que gira, si hay algo que gira, aún no lo podemos argumentar ni explicar, debemos contentarnos, con el hecho de un momento angular intrínseco, que tiene la importante propiedad de que se conserva en todas las interacciones y reorganizaciones de las partículas del sistema”.

II.2. LEY DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

La conservación del Momentum Angular \mathbf{L} , del momentum lineal \mathbf{p} y de la energía E , son válidas en la física y su cumplimiento se puede relacionar con propiedades básicas de simetría del espacio y del tiempo. El Momentum Angular está en correspondencia con la isotropía del espacio (todas las direcciones del espacio son equivalentes para un sistema físico dado); esto ocurre si las propiedades mecánicas son las mismas en todos los puntos del espacio que equidistan de un punto dado (Pérez, 1998).

A continuación se hace una demostración de la ley de conservación del Momentum Angular sin hacer uso de la formulación Lagrangiana o Hamiltoniana de la mecánica clásica. Se demuestra que respecto a un sistema de referencia inercial (se garantiza que usando este sistema de referencia, el espacio es homogéneo e isótropo y el tiempo fluye uniformemente), el Momentum Angular se conserva como una consecuencia de la isotropía del espacio. Esta demostración puede ser utilizada para la identificación de las relaciones entre las variables, constituyéndose en una herramienta que puede ser utilizada en la enseñanza de éste concepto.

Al respecto se afirma: “Consideremos un sistema de N partículas. La variación en el tiempo del Momentum Angular de la partícula i del sistema es

$$\frac{d\mathbf{L}_i}{dt} = \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_i^{(\text{total})} \quad \text{con} \quad \mathbf{f}_i^{(\text{total})} = \mathbf{f}_i^{(e)} + \sum \mathbf{f}_{ij}; \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad [1]$$

$\mathbf{f}_i^{(\text{total})}$ es la fuerza total que actúa sobre la partícula i debido a interacciones internas como externas. Definiendo el Momentum Angular del sistema mediante $\mathbf{L} = \sum \mathbf{L}_i$, su variación temporal se obtiene sumando [1] sobre todas las partículas del sistema.

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{T}^{(\text{ext})} + \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{ij} \quad ; \quad \mathbf{T}^{(\text{ext})} = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{i(e)} \quad [2]$$

En esta expresión $\mathbf{T}^{(\text{ext})}$ es el torque externo total que actúa sobre el sistema. El último término de la ecuación [2] se puede expresar como

$$\sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{ij} = \sum (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times \mathbf{f}_{ij} \quad [3]$$

donde la sumatoria se extiende sobre los i, j con $j \neq i$

De la expresión [2] se observa que si el torque externo que actúa sobre el sistema es cero, el momento angular de todo el sistema se conserva siempre y cuando la doble suma expresada en la ecuación [3] se anule. Para esto se exige normalmente la validez de la ley de acción-reacción en su forma fuerte [1], es decir que las fuerzas internas entre dos partículas además de ser iguales y opuestas en dirección deben actuar a lo largo de la línea que une las dos partículas. Sin embargo, no es necesario para demostrar la conservación de momento angular de un sistema aislado exigir la validez de la tercera ley de Newton.

Es fácil demostrar que la doble suma indicada en [3] se anula como consecuencia de la isotropía del espacio, es decir, de la equivalencia en todas las direcciones, esto significa, que lo que le sucede al sistema no depende de su orientación, por lo tanto si todos los puntos del sistema tienen un desplazamiento angular arbitrario o debe cambiar el movimiento intrínseco del sistema; por lo cuál la suma $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times \mathbf{f}_{ij}$ da cero, y en consecuencia de la ecuación [2] tenemos que el Momentum Angular de un sistema aislado ($\mathbf{T}^{(\text{ext})} = 0$) se conserva como consecuencia de la isotropía del espacio” (Niño y Herrera, 1997)

Otra forma de demostrar la conservación del Momentum Angular está dada de manera geométrica. Se tienen dos clases de movimientos: una partícula moviéndose con velocidad constante en línea recta y una partícula bajo efectos de una fuerza central.

Comenzando con la primera clase de movimientos, podemos decir: una partícula de masa m se mueve con velocidad uniforme v a lo largo de una línea recta AE . El movimiento se describe a partir del punto arbitrario O , podemos asegurar que los espacios recorridos por la partícula en tiempos iguales tienen el mismo valor, por lo cuál $AB = BC = CD$.

Si hallamos el área de los triángulos OAB , OBC ... sucesivamente encontramos que tienen valores iguales. (ver figura 1)

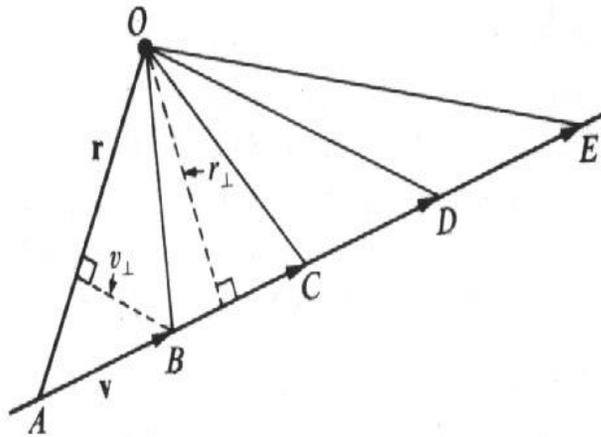


Figura 1 (figura tomada de Arons, 1970, pg.395)

El área de cualquiera de los triángulos puede ser hallada de dos formas:

$$A = \frac{r_{\perp} v}{2} = \frac{r v_{\perp}}{2} \quad [1]$$

De la gráfica vemos que las cantidades r_{\perp} y v son cantidades fijas, mientras que las cantidades r y v_{\perp} varían continuamente. La ecuación [1] muestra que el producto mrv_{\perp} debe ser constante. Si el punto de referencia está sobre la línea AE el producto anterior vale cero.

Ahora si la partícula se mueve bajo la acción de una fuerza central siempre dirigida hacia un punto fijo O , se puede demostrar que existe una magnitud que se conserva. En las líneas siguientes se hace una transcripción literal de una demostración encontrada en el libro de

Arons, se reformó lo menos posible debido a que es una demostración geométrica presentada de una manera rigurosa que permite ver con claridad el principio de conservación del Momentum Angular.

“Se supone que una partícula que se mueve a lo largo de la recta AB (figura 2) recibe en la posición B un fuerte golpe o impulso de duración Δt mucho más pequeño que el tiempo tomado para viajar la distancia AB. Un fuerte golpe causará un cambio brusco en la magnitud y dirección de la velocidad. Supóngase que el golpe en B está dirigido hacia el punto O. El cambio de velocidad debe entonces ser paralelo a BO y la nueva velocidad, que suponemos está dirigida a lo largo de BC' debe estar en el plano ya determinado por la recta AB y el punto O; es decir, en el plano del papel. Una sucesión de golpes subsecuentes, todos dirigidos hacia O, producirá mas cambios en la magnitud y dirección de la velocidad, pero siempre en el plano del papel

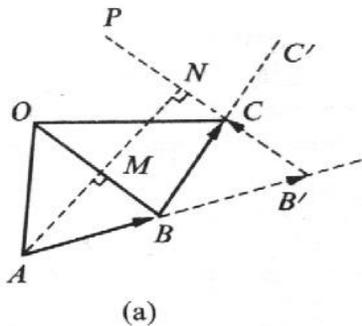


Figura 2

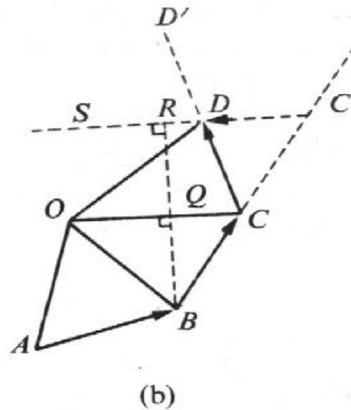


Figura 3

(Figura tomada de Arons, 1970, pg 395)

Como el impulso en B está dirigido a lo largo de BO, la componente de la velocidad perpendicular a BO debe permanecer inalterada. Haciendo que AB represente la velocidad

en B, AM, la componente perpendicular a BO, se construye MN = AM se dibuja PN paralela a BO. La nueva velocidad debe tener la componente MN perpendicular a BO y la partícula, dirigida en la dirección BC', debe moverse a la posición C en el mismo intervalo que aquél en el cual previamente se movió de A a B. Así, BC representa la nueva velocidad después del golpe en el punto O. Tomando, BB' = AB, se tiene BB' + B'C = BC y B'C representa el cambio de velocidad impartido por el impulso súbito dado en B. La figura 3 repite una construcción semejante para el efecto de un golpe dado en C, dirigiendo la velocidad a lo largo de CD'.

En la figura 2 los triángulos OBA y OBC tienen la misma base OB y alturas iguales AM = MN; por tanto, sus áreas son iguales. Los triángulos OBC y OCD tienen la misma base OC e iguales a la altura BQ = QR; sus áreas también son iguales, con impulsos adicionales centralmente dirigidos y suministrados a intervalos uniformes. En la medida que se hace más cortos los intervalos entre los impulsos y la acción aplicada la trayectoria de la partícula se vuelve más aproximadamente una curva continua.

La condición límite es que bajo la acción de una fuerza que actúa continuamente (pero que posiblemente varía), dirigida hacia un solo punto O una partícula se mueve en una trayectoria curva, esta trayectoria se encuentra en un plano y el radio vector \mathbf{r} desde O a la posición instantánea de la partícula barre áreas iguales en tiempos iguales (esto corresponde a la segunda Ley anunciada por Kepler)". (Arons, 1970)

Si se quiere ampliar la demostración geométrica desarrollada por Arons sobre la conservación del momentum bajo la acción de fuerzas centrales ver anexo #1

Con base en lo expuesto anteriormente se evidencia por medio de razonamientos geométricos y analíticos que la cantidad del momento del momentum lineal (\mathbf{L}) se conserva para el movimiento rectilíneo uniforme y para el movimiento bajo la acción de fuerzas centrales.

II.3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Es usual que sea necesario el estudio de fenómenos de la naturaleza y a través de la ciencia se intente dar una respuesta científica y adecuada a tal fenómeno. Es así como el movimiento de rotación de un cuerpo rígido alrededor de un eje fijo emerge como una necesidad fundamental que amerita un estudio riguroso para encontrar explicaciones razonables a sus posibles manifestaciones. En el desarrollo de ésta temática surge el concepto de Momentum Angular como una magnitud física que da cuenta del fenómeno y que a su vez genera una ley de conservación en la naturaleza. Los desarrollos científicos son presentados de generación en generación por medio de los libros que sirven como vía para la transmisión del conocimiento, por esto se hizo una revisión de los textos que se usan actualmente, de la manera como presentan el concepto de Momentum Angular, tema central de ésta monografía. Reconociendo que la enseñanza debe ser coherente con la estructura cognitiva del estudiante y los niveles de profundización, se clasificaron los textos según el nivel de educación.

Según la forma como se hace la presentación de la temática, la información se puede clasificar en tres grupos: unos autores que crean analogías entre conceptos del movimiento lineal con conceptos del movimiento rotacional, otros que comienzan presentando el concepto haciendo uso de la ecuación matemática respectiva y finalmente los que combinan las dos formas.

Existe una caracterización que se inscribe como fundamental de acuerdo al sistema de referencia elegido, que no es descrita en las posturas anteriores, esto es:

Se encontró la formulación de autores que hacen referencia a un solo cuerpo, otros que hacen la formulación de un sistema formado por varios cuerpos. Algo interesante de anotar es el principio de superposición aplicado al Momentum Angular, considerando que el principio de superposición establece que el comportamiento de un sistema formado por

varios cuerpos es similar al presentado por un solo cuerpo que representa las características del sistema.

Otra característica de resaltar en las formas de ver y significar que los autores hacen del comportamiento del movimiento rotacional, lo hacen a través de dos referentes:

Un referente es: el eje alrededor del cual se hace la rotación, pasa por el centro de masa del cuerpo; y el otro, el eje alrededor del cual se hace la rotación, es arbitrario.

Revisión de textos en la educación media

En diversos textos de física que son utilizados como textos guía en la media vocacional tales como: Quiroga (Bedout), Longman (Voluntad) y Grupo Editorial Santillana, no se hace referencia al concepto del Momentum Angular. Sin embargo es de anotar que el movimiento rotacional se presenta desde el punto de vista Cinemático sin referir a las causas del movimiento (aplicación de torque neto).

En el texto de Física de Michel Valero, se hace una definición tradicional sin presentar ningún desarrollo conceptual: “se conoce el momento Angular o momento cinético de una partícula de masa m_i y de velocidad v_i con respecto a un punto O, a la cantidad

$$L_i = m_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{v}_i = m_i r_i v_i \sin \theta_i. ” \quad (\text{Valero, 1998})$$

Aplica el principio de superposición: “si se tienen varias partículas, el momento angular total será la suma vectorial de los momentos angulares individuales. $L = \Sigma L_i$.

En caso de un cuerpo rígido, la velocidad $v_i = \omega r_i$ es siempre perpendicular a r , por lo tanto:

$$L_i = m r_i v_i = m_i r_i \omega r_i = \omega m_i r_i^2$$

(L_i en la dirección del eje de rotación) y el momento angular total es

$$L = \Sigma L_i = \omega \Sigma m_i r_i^2 \quad L = I \omega” \quad (\text{Ibid})$$

Revisión de textos de pregrado usuales en las facultades de ingeniería

Se ha revisado la forma como se presenta y se hacen los desarrollos del concepto de Momentum Angular en textos de uso universitario recomendados como libros guía o como referencia bibliográfica. Se revisó en Sears y Zemansky, 1996; Halliday y Resnick, 1986; Feynman, 1963; Alonso y Finn, 1986; Beer y Johnston Jr., 1990 y Serway, 2002

Se presenta a continuación las interpretaciones realizadas por cada uno de los autores de los diferentes textos:

“Cada cantidad de rotación es el análogo de una cantidad de movimiento de translación. El análogo del momento lineal de una partícula es el momento angular, un vector denotado por \mathbf{L} . Su relación con el momento \mathbf{p} es exactamente la misma que entre el momento de torsión y la fuerza $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ luego $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$.

La razón a la que cambia el momento angular de una partícula es igual al momento de torsión de la fuerza neta que actúa sobre ella $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \boldsymbol{\tau}$. Si el momento de torsión externo neto que actúa sobre un sistema es cero, el momento angular total del sistema es constante (se conserva)” (Sears y Zemansky, 1996)

“El concepto del Momentum Angular l de una partícula con respecto al origen O , se define por: $l = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ ” (Halliday y Resnick, 1986)

Feynman profiere, “Podemos demostrar un Teorema muy notable: de la misma manera que una fuerza externa es la rapidez de variación de una cantidad \mathbf{p} que llamamos momentum total de un conjunto de partículas, así el torque externo es la rapidez en la variación de una cantidad \mathbf{L} que llamamos Momentum Angular del grupo de partículas”

El torque alrededor del eje z es igual a $\tau_z = (x F_y - y F_x)$, la fuerza aplicada y la aceleración adquirida por el sistema de partículas se relacionan de la forma,

$$F_x = m d^2x / dt^2 \quad y \quad F_y = m d^2y / dt^2$$

por lo cual nos posibilita asegurar que $\tau_z = dL_z / dt$ definiendo a L_z como la componente del vector \mathbf{L} alrededor del eje z, tal que,

$$L_z = x m (dy / dt) - y m (dx / dt) = x p_y - y p_x.$$

Llegando a la relación existente entre el momentum lineal y el momentum angular

Lo que vale para el Momentum Angular no es cuán rápido se mueve *desde* el origen, sino cuánto se mueve *alrededor* del origen” (Feynman, 1963).

“El Momentum Angular con respecto a un punto está definido por el producto vectorial $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m \mathbf{r} \times \mathbf{v}$. El Momentum Angular es entonces un vector perpendicular al plano determinado por \mathbf{r} y \mathbf{v} .

Derivando obtenemos $d\mathbf{L}/dt = \boldsymbol{\tau}$ se debe notar que esta ecuación es correcta solamente cuando \mathbf{L} y $\boldsymbol{\tau}$ se evalúan con respecto al mismo punto.

Si el torque aplicado a una partícula es cero ($\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{0}$) debemos tener que \mathbf{L} es un vector constante, esto se satisface si $\mathbf{F} = \mathbf{0}$ es decir si la partícula es libre, o se mueve bajo fuerzas centrales.” (Alonso y Finn, 1986)

En el texto de Beer y Johnston desarrollan el concepto del Momentum Angular identificando el sistema:

“Definimos la cantidad de movimiento angular \mathbf{H}_G del sistema de partículas con respecto al centro de masa G como $\mathbf{H}_G = \sum (\mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i)$ ”. (Beer, F y Johnston, E. R. Jr., 1990)

En esta descripción sobre el concepto que hace Serway, el planteamiento es similar a los efectuados por los otros autores a través de los fenómenos de movimiento de rodamiento, momento angular y momento de torsión, y se enuncia como:

“El momento angular instantáneo \mathbf{L} , de la partícula relativa al origen O se define por medio del producto cruz del vector de posición instantáneo de la partícula \mathbf{r} y su momento lineal instantáneo \mathbf{p} es $\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p}$.

Es importante advertir que tanto la magnitud como la dirección de \mathbf{L} dependen de la elección del origen.

En el movimiento lineal encontramos que la fuerza resultante sobre una partícula es igual a la tasa de cambio de su momento lineal en el tiempo. Demostraremos ahora que el momento de torsión resultante que actúa sobre una partícula es igual a la tasa de cambio en el tiempo de su momento angular $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = d\mathbf{L}/dt$ ". (Serway, 2002)

Revisión de textos usuales en pregrado para estudiantes de ciencias exactas y naturales en la U de A

Se revisó cómo presentan el concepto de Momentum Angular los textos que se sugieren como bibliografía pertinente en el curso de mecánica clásica para estudiantes de pregrado en Física, entre estos está el libro de Goldstein, (1963), como texto guía y el libro de Landau, (1998), como referencia bibliográfica.

En este enfoque el autor asume una postura, introduciendo el concepto de momento angular dando la definición y haciendo énfasis en la relación del carácter vectorial

“El momento angular se define como $\mathbf{L} = \sum m_i (\mathbf{r}_i \times \mathbf{v}_i)$. El vector momento angular y el vector velocidad angular están relacionados mediante una transformación lineal”(Goldstein, 1963)

El desarrollo que hace Landau sobre ésta temática se basa en la mecánica Lagrangiana. No es pertinente presentar este desarrollo porque se encuentra fuera del alcance en la comprensión de las ecuaciones diferenciales utilizadas, debido a que, a la población que se dirige esta propuesta no posee los conceptos previos para la implementación de este trabajo monográfico desde éste enfoque.

Aspectos relevantes de la revisión bibliográfica

La física clásica ha sido desarrollada, como fue explicado en el capítulo I, por numerosos científicos que aportaron a la ciencia a través de la construcción de significados y formas de significar la naturaleza. Los autores de los textos revisados, han realizado su contribución a la ciencia asumiendo la *misión* de transmitir las teorías físicas, presentando las teorías de la manera más fidedigna posible y ninguno presenta algún comentario, o un enfoque crítico del desarrollo histórico del concepto estudiado, a excepción de Richard Feynman que hace desarrollos y contribuciones en la comprensión conceptual de las leyes físicas (Feynman, 1980) y presenta explicación de los conceptos físicos con un lenguaje accesible a todos los lectores (Feynman, 1963) entre otras contribuciones a la ciencia.

Otra conclusión importante, es que analizando el material que se encontró en la revisión de los textos que se utilizan en la actualidad como material de referencia, llama la atención que, sólo para los estudiantes de Física en la Universidad de Antioquia se plantea el estudio del mismo concepto (Momentum Angular) usando dos modelos diferentes; el modelo Newtoniano y el modelo Lagrangiano. Se infiere que hay cierta inclinación o preferencia por el modelo Newtoniano.

Los textos se pueden clasificar en dos grandes grupos con respecto a la presentación de la temática: unos son estrictos en el formalismo matemático y los ejercicios propuestos requieren grandes conocimientos en ésta área como: Goldstein (1963), Finn, (1986) y Landau, (1998), y los otros utilizan un lenguaje familiar, los ejemplos son cotidianos y la temática se presentan con un lenguaje de fácil comprensión como: Valero, (1998) y Serway, (2002)

Ahora, conociendo que los textos sirven como ayudas para la enseñanza de algún cuerpo de conocimientos, se hace necesario especificar cuál o cuáles de ellos facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje, y para poder hacer ésta clasificación debemos tener en cuenta ciertos aspectos:

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

- Un uso adecuado de la didáctica que fundamenta la apropiación de los conceptos debe dar cuenta entre otras características de: la historia y la epistemología crítica, teorías de aprendizaje, articulación de situaciones o fenómenos cotidianos de tal manera que propicie el conocimiento de los conceptos en física.
- Los textos deben presentar continuidad en las temáticas y se deben abordar desde una concepción general de la cual se pueden derivar los conceptos específicos, facilitando la apropiación sustantiva de la información.
- El carácter formal de la ciencia física no debe omitirse, sin embargo es necesario establecer un enlace entre el lenguaje duro de la ciencia y el blando haciendo uso de: problemas cotidianos, un tono cordial, diagramas y dibujos en colores, ya que cautivan la atención del estudiante, facilitando los modelos en la representación de los conceptos que potencializan los niveles de abstracción.

En este orden de ideas se hace pertinente sugerir el texto de Física de Raymond Serway (2002) en la medida que se aproxima en satisfacer las características referenciadas, ésta elección se fundamenta por dos razones; en primera instancia los planteamientos y desarrollos que se hacen desde Serway; no son contradictorios desde la teoría con el aprendizaje significativo y desde el punto de vista de la didáctica. En la forma que el autor hace sus desarrollos del concepto Momentum Angular se evidencia que tiene en cuenta la estructura cognitiva del aprendiz como por ejemplo: Existe un esfuerzo por mejorar las necesidades de los estudiantes, incluye ayudas didácticas, como un paquete de complementos que incluye CD-ROM que sirve como tutorial, además se hace énfasis al logro en la comprensión de los conceptos y principios por medio de la aplicación en el mundo real. En segunda instancia se desarrolla el concepto Momentum Angular desde el principio de conservación, en virtud de lo anterior, se hace pertinente la articulación con nuestro trabajo monográfico como referente y proporciona elementos para el desarrollo de la propuesta didáctica desde la perspectiva del aprendizaje significativo. No obstante esto no quiere decir que las otras fuentes consultadas no ofrezcan referentes, sino que se aproxima al trabajo didáctico que se presenta como una propuesta de innovación con características inherentes de las desarrolladas usualmente.

Pertinencia de las ideas previas del aprendiz en el proceso enseñanza aprendizaje.

El concepto estudiado es abstracto lo cual genera complejidad en su comprensión, sea cualquiera de los textos que se utilice en la enseñanza, requiere de un acompañamiento e intervención constante del profesor.

En primer lugar el Momentum Angular es una definición matemática, se puede encontrar el Momentum Angular de “cualquier partícula” sea en reposo o en movimiento (lineal o rotacional), es un concepto fundamental para el estudio del movimiento. En segunda instancia, es una magnitud que bajo ciertas condiciones se mantiene constante, por lo cuál si se definen las condiciones del sistema se puede asegurar que no cambiará, concluyendo, éste concepto nos permitirá estudiar casos particulares como; el movimiento de rotación de un cuerpo rígido alrededor de un eje fijo y el movimiento de translación de un cuerpo rígido con respecto a un eje fijo.

Para el desarrollo de éste concepto se tiene en cuenta como hilo conductor el principio de conservación, ya que es un concepto inherente en la estructura cognitiva de cualquier persona y según la filosofía de Ausubel, para lograr la diferenciación progresiva existe una suposición que sirve de base. “Para los seres humanos es menos difícil aprender aspectos diferenciados de un todo más amplio ya aprendido, que formularlo a partir de sus componentes diferenciados ya aprendidos” (Ausubel, 1976). De lo anterior se infiere, existe mayor apropiación del concepto si se trabaja desde el punto de vista del principio de conservación. Ésta afirmación se argumenta en la medida que aduce al “principio” como un ente inherente a la estructura cognitiva del aprendiz, que se articula con lo proferido por Alonso y Finn, (1986) “el propósito de la ciencia es buscar aquel conjunto de principios fundamentales a través de los cuales todos los hechos conocidos son comprendidos y por medio de los cuales se predicen nuevos resultados ” Aquí se encuentra con el aprendizaje significativo, recomienda relacionar de forma sustantiva y recíproca la nueva información con los elementos de la estructura cognitiva poseída por los estudiantes. Según Ausubel, la posibilidad del aprendizaje significativo se halla en relación directa con la riqueza de esa

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

estructura cognoscitiva; en sus elementos y relaciones: la comprensión, la funcionalidad del conocimiento y del aprendizaje significativo, se constituyen en vértices de un mismo triángulo. Desde el punto de vista de la teoría del aprendizaje significativo, los conocimientos que dispone el estudiante, le permiten aprender, contribuir al desarrollo de su cultura, y de sí mismo; de ahí que cuando ejerza la enseñanza desde ella, los contenidos adquieran una funcionalidad diferente a la tradicional.

Si la enseñanza se parte desde la definición es necesario contar con estudiantes que posean, conceptos y teorías claras respecto a: Álgebra vectorial, vector posición, vector momento lineal, velocidad instantánea, movimiento circular, principio de conservación entre otros.

La propuesta didáctica presentada es diferente en la forma usual que presentan los textos, porque: tiene en cuenta que los estudiantes deben tener unos conceptos básicos como los mencionados anteriormente, esenciales en la apropiación de la nueva información, además encontrar los nexos que posibilitan, relaciones, como una necesidad emergente en la organización de los conceptos inclusores, planeando situaciones que evidencien desarrollo en la diferenciación progresiva del conocimiento, conducentes a que el aprendiz formalice los conceptos a través de contraejemplos que lo facultan para el razonamiento analítico y la resolución de problemas.

II.4. REVISIÓN SOBRE LA ENSEÑANZA ACTUAL

La revisión sobre la enseñanza del concepto de momento angular en varias instituciones educativas del Valle del Aburrá como por ejemplos el Liceo Kennedy y la universidad EAFIT, en la educación media y pregrado, se infiere que:

En la educación media no se realizó debido a que la temática no es considerada en el plan de estudios y los estudiantes desconocen por completo éste concepto.

En la educación de pregrado, los diferentes profesores asumen la enseñanza de éste concepto basados en un texto o en otro, y como se anotó en la revisión bibliográfica, la temática es presentada en forma de analogías de conceptos del movimiento lineal con conceptos del movimiento rotacional, partiendo de la definición ($\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$) o coexistiendo las dos formas anteriores.

El siguiente cuadro ilustra cómo se presentan éstas analogías. (Fishbane, 1994)

| MOVIMIENTO ROTACIONAL ALREDEDOR DE UN EJE FIJO | MOVIMIENTO LINEAL |
|---|----------------------------------|
| Momento de inercia $I = \sum m_i r_i^2$ | Masa inercial del cuerpo m |
| Velocidad angular $\omega = d\theta / dt$ | Velocidad lineal $v = dx / dt$ |
| Aceleración angular $\alpha = d\omega / dt$ | Aceleración lineal $a = dv / dt$ |
| Momento de torsión $\tau = I \alpha$ | Fuerza $F = m a$ |
| Momento angular $L = I \omega$ | Momento lineal $p = m v$ |
| Momento de torsión $\tau = dL / dt$ | Fuerza $F = dp / dt$ |

La enseñanza basada en analogías

Es usual en el desarrollo de una temática específica hacer uso de analogías entre conceptos o ideas que subyacen en la explicación de los fenómenos, la utilidad en la implementación de ésta estrategia es la oportunidad de establecer conceptos equivalentes a través de sus descripciones que identifican los fenómenos. Sin embargo es necesario tener cuidado con ésta herramienta cuya construcción debe ser rigurosa y planeada, que simplemente citar o crear paralelos entre conceptos parecidos, porque de lo contrario su uso inadecuado, alterará la comprensión de la temática presentada a los estudiantes.

La enseñanza desde el estilo conductista.

La forma tradicional como se trabaja el concepto de momento del momentum lineal es de forma conductista, expositiva donde el profesor es el centro del proceso enseñanza-aprendizaje, y éste juega un papel protagónico dejando en un segundo plano al estudiante. En este tipo de enseñanza transmisionista se asume como un hecho el aprendizaje por recepción, sin tener en cuenta muchas variables que inciden en el aprendizaje como: el lenguaje, las representaciones utilizadas, interpretación, abstracción, estrategias didácticas, recursos, ayudas educativas, bibliografía seleccionada, ritmo de aprendizajes y ambientes, entre otras.

Desde otro punto de vista, en los planes de estudio; la organización, dosificación, desarrollo y evaluación tradicionales, están concebidos y se imparten con base en la estructura de la ciencia, del profesor y de la enseñanza y no siempre se tiene en cuenta los intereses, procesos de aprendizaje y las necesidades del estudiante en su medio.

El quehacer diario; la vida real y concreta de cada día muy poco se tiene en cuenta en el trabajo de aula tradicional. Los programas se elaboran, se imponen y aplican de manera masificada, sin tener en cuenta ni el medio local ni las características personales de cada estudiante. Si bien es cierto establecer singularidades en los intereses y necesidades de los

estudiantes es complejo, se debe negociar sobre este aspecto para equilibrar la imposición de contenidos en el aprendizaje para que los estudiantes se sientan motivados por aprender.

Consideraciones que propician un aprendizaje significativo

Es indudable, tomar conciencia del fenómeno evolutivo del pensamiento en los estudiantes, así como del carácter histórico y también evolutivo de las ciencias; es generar un cambio de enfoque y elaborar explicaciones diferentes a las que antes eran dadas a los fenómenos intelectuales; algo que representa necesariamente un nuevo enfoque en la dirección que se debe dar en el proceso enseñanza aprendizaje. (Gallego, 1994.)

Se ha encontrado que la introducción en los planes curriculares, la historia y la epistemología, constituye una fuerte herramienta para lograr una formación competente de los estudiantes, ya que evita la memorización mecánica de los contenidos de aprendizaje y la dependencia del estudiante en la instrucción y la repetición de conocimientos, que giran alrededor de la enseñanza tradicional, permitiendo un análisis crítico de la evolución de los conceptos, tomando distancia de la reseña histográfica.

Algunas consideraciones que permiten superar dichas dificultades como la memorización, la instrucción en la dependencia y aprendizaje no sustantivo entre otras, son:

- Los programas no son un fin alrededor del cual debe girar el estudiante, sino un instrumento flexible que cumple la función de insumo para el desarrollo integral del estudiante y de su comunidad.
- Los programas deben ser dinamizados y adecuados incorporando a ellos los valores y procesos del aprendizaje, con la vida de la comunidad, sus problemas, necesidades, expectativas y recursos.
- Se hace relevante actuar para que los programas curriculares, en su diseño y desarrollo interpreten e incorporen la historia, la epistemología y la cultura en una forma holística, lo cual debe ser procesado en el trabajo de aula, si se quiere educar en la vida y para la vida.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

- Todo proceso educativo debe hacer que el estudiante se forme la conciencia de que él es el primer educador de sí mismo; en segundo lugar están sus padres y en tercer lugar el centro educativo.
- El papel esencial que juega el educador en todo éste proceso, mas que ser un trasmisor de conocimientos es orientar integralmente, al estudiante para que: *aprenda a educarse*, esto es, aprender implica construir activamente significados.

Por magnífica que sea la enseñanza y excelentes los recursos, si el estudiante no decide aprender, no hay nada que hacer; es indispensable enfocar y desarrollar el proceso educativo en función del aprendizaje entendido como una producción consciente, gratificante y motivadora en y de cada estudiante, antes que en función de una enseñanza teórica, repetitiva y vertical.

En la dirección anterior se hace urgente y necesario diseñar estrategias que favorezcan el aprendizaje del concepto Momentum Angular, que es el eje fundamental de ésta propuesta. Las estrategias facilitan la apropiación y el desarrollo en cada uno de los niveles de complejidad de los conceptos inherentes, cuya intención es optimizar el mejor esfuerzo en la organización, relación e integración de las ideas nuevas que forman un tejido permitiendo la construcción de significados.

La resignificación de la nueva información, con los conceptos ya existentes, se convierte así en una dinámica constante, evidenciando mejorar las condiciones de la comprensión y la capacidad crítica; factor determinante para la reflexión que favorece la construcción del conocimiento científico. Desde ésta perspectiva se pretende entonces que la enseñanza del concepto de momento del momentum lineal apunte a que, al finalizar, la formación media haya servido como medio para mejorar la capacidad de comprensión y se haya adquirido un mejor nivel de abstracción, con una mirada particular, coherente entre la forma de pensar, la representación y la realidad.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Es de importancia primordial, mejorar los desempeños de los estudiantes, esto puede inspirarse en la práctica educativa a través del aprendizaje significativo, donde el estudiante es protagonista central de éste, en la medida que participa teniendo claro que ningún aprendizaje se puede mejorar sin estar involucrado en él. El aprendizaje se optimiza en la medida que el estudiante se involucra reflexivamente en él, existiendo una retroalimentación, por parte de él mismo o de otros, y de la oportunidad de pensar cómo se está actuando y cómo se puede actuar mejor. En consecuencia con lo anterior se evidencia una cristalización en el aprendizaje desde sus concepciones y la interacción con la nueva información, a través del aprendizaje significativo.

II.5 TEORIA DE APRENDIZAJE: APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Existen principios y tendencias para mejorar el desarrollo cognitivo, y una estrecha relación con la educación en la producción de conocimiento, es decir una preocupación constante en la forma significativa de aprender.

En la dirección anterior la optimización del proceso educativo, el aprendizaje se articula desde tres referentes: cognitivo, afectivo y psicomotor que se interrelacionan para una formación integral. El proceso cognitivo hace referencia al aprendizaje de conceptos y proposiciones, el proceso afectivo tiene en cuenta los sentimientos almacenados en el individuo con respecto a la información que se requiere aprender y el psicomotor estimula el aprendizaje de habilidades. Con base en lo anterior y conociendo que existe una amplia gama de teorías de aprendizaje, se centra nuestra atención, en la teoría del aprendizaje significativo, teoría que hace énfasis en lo cognitivo sin dejar de lado lo afectivo y que argumenta la validez de ésta propuesta.

“David Ausubel presentó por primera vez su teoría del aprendizaje significativo en 1962, con el título de Una teoría de la inclusión del aprendizaje y la retención significativos. En 1963, publicó *The Psychology of Verbal Learning*. Por último, en 1968, se publicó una versión más amplia de sus ideas en *Educational Psychology: A Cognitive View*”. (Novak, 1998)

En el aprendizaje significativo, la estructura cognitiva del aprendiz es fundamental para la adquisición de los nuevos conocimientos, ya que ésta teoría tiene como premisa “averígüese que existe en la estructura cognitiva del aprendiz y actúese en consecuencia”

(Moreira, 1996), la teoría propuesta por Ausubel, tiene en cuenta que la mente del estudiante no es un recipiente vacío donde se almacena la información, él tiene en cuenta que el aprendiz al momento de ingresar en un proceso de formación posee una estructura cognitiva formada por conceptos, ideas, proposiciones, símbolos, imágenes y demás. Todo éste conocimiento está organizado a través del pensamiento, con una jerarquía conceptual,

donde algunas de las ideas o conceptos son más abarcativos que otros. Esta acumulación de conocimientos, que son inherentes del pensamiento del estudiante, es parte del cuerpo de las ideas previas que se poseen sobre un tema determinado.

La idea central del aprendizaje significativo es: tratar de establecer una relación entre las ideas previas que ya se poseen y los conceptos o ideas de la nueva temática, así, la anterior información, se convierte en puntos de anclajes para la nueva información y son llamados subsumidores o inclusores, si se hace esto el aprendizaje se logrará de manera no arbitraria, no literal y no memorística, es decir, sustantiva.

La teoría del aprendizaje significativo ha sido estudiada por numerosos autores entre los cuáles nosotros estudiamos a Moreira, (1996) y Novak, (1998). Según Novak el aprendizaje significativo posee seis principios básicos: Inclusión, Inclusión Obliterativa, Diferenciación progresiva, Reconciliación integradora, Aprendizaje supraordenado y Organizadores previos.

A continuación se explica cada uno de éstos principios:

La inclusión y la inclusión obliterativa.

La inclusión se da cuando la nueva información se va incorporando a la estructura cognitiva del aprendiz creando relaciones con la información que subyace o subsumidores. La nueva información se incorpora de varias formas, la primera de ellas cuando las nuevas ideas o conceptos son más generales e inclusivos y así la información que se tiene, se convierte en conceptos más específicos, otra forma o manera de incorporar la nueva información es a la inversa, cuando la información nueva representa conceptos o proposiciones que forman parte de alguna teoría más amplia y por último se puede dar el caso de que exista información con igualdad de importancia que la nueva.

Si se presenta el caso en el cuál la nueva información no se puede relacionar con ninguna idea previa se da la inclusión obliterativa o aprendizaje memorístico de los conceptos o proposiciones necesarios para continuar el proceso de aprendizaje.

Organizadores previos:

Dada la situación en la cuál en la estructura cognitiva del aprendiz, no se encuentren los subsumidores adecuados y necesarios para lograr la asimilación, es pertinente crear un material potencialmente significativo que supla esta falencia, dicho material (sea texto, películas, conferencia etc.) que va a servir de puente entre lo que ya se conoce y lo que se debería saber, debe ser más abstracto y más elaborado del tema a enseñar y no debe confundirse con una lectura o resumen sobre la temática.

Diferenciación Progresiva:

A medida que la nueva información se asimila y se incorpora a la estructura cognitiva del aprendiz, se va originando un afinamiento de los significados de los conceptos para precisarlos y hacerlos más específicos, concretando la diferenciación progresiva. Es importante resaltar que el desarrollo conceptual es más eficaz si se presentan primero los conceptos más generales e inclusivos y se van diferenciando de forma progresiva en cuanto a detalle y especificidad.

Reconciliación integradora:

Éste principio se refiere a otra clase de diferenciación cognitiva que puede tener lugar, cuando se observan nuevas interrelaciones entre conceptos de la estructura cognitiva, por ejemplo, si se observa que un concepto es similar a otro y diferentes a la vez, (particularmente la translación y la rotación), en la reconciliación integradora se da una mejora y una diferenciación progresiva de la estructura cognitiva del aprendiz.

Aprendizaje Supraordenado:

La estructura cognitiva del aprendiz se ve alterada desde el mismo momento en que comienza el proceso de aprendizaje, los subsumidores y la nueva información van

cambiando progresivamente, al darse una mejor significación a los conceptos. Se origina un aprendizaje supraordenado, en el momento que los conceptos presentes en la estructura cognitiva sufren una modificación que altere el orden jerárquico existente, cuando el aprendiz es capaz de determinar los conceptos más abarcativos, más generales e inclusivos de un cuerpo de conocimiento y a su vez diferenciar los conceptos más específicos o subordinados de dicho cuerpo.

La teoría propuesta por Ausubel, presenta varias etapas de diferenciación a medida que se va originando el aprendizaje, según Moreira, primero se encuentra una asimilación, cuando se da el proceso de la inclusión de la nueva información, a continuación se presenta la acomodación, en la reorganización de la estructura cognitiva y por último se debe presentar la transferencia, que es el punto en el cuál el aprendiz debe ser capaz de aplicar lo aprendido en otros contextos, como indica Novak; “Piénsese en cualquier campo de conocimiento en que se pueda relacionar lo que se sabe con el modo en que dicho conocimiento opera para dar sentido a la experiencia en este campo, y se tendrá un ejemplo de un conocimiento aprendido de forma significativa”, por lo cuál se puede asegurar que el aprendizaje significativo es capacitador, ya que los conocimientos que se han aprendido de forma significativa, que se han construido a partir de la acción, el sentimiento y el pensamiento concientes, son conocimientos que se controlan. (Novak, 1998.)

Realizando una síntesis de lo expuesto anteriormente, se identifican los siguientes hilos conductores fundantes de la teoría del aprendizaje significativo:

Para que se dé el aprendizaje significativo, (Novak, 1998), se deben satisfacer tres requisitos:

- Deben existir unos conocimientos previos relevantes, es decir, el aprendiz debe conocer información que se relacione de forma no trivial con la nueva información que hay que aprender.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

- Debe existir un material significativo, es decir, los conocimientos que hay que aprender deben ser relevantes para otros conocimientos y contener conceptos y proposiciones importantes, y
- El aprendiz debe decidir aprender de modo significativo, es decir, debe decidir de forma consciente y deliberada establecer una relación no trivial entre los nuevos conocimientos y los que ya conoce.

Novak, describe de forma argumentativa, las ventajas, beneficios y pertinencia del aprendizaje significativo, a través de los siguientes preceptos:

“Al establecer una comparación entre el aprendizaje significativo y el aprendizaje memorístico, se encuentran cuatro ventajas importantes:

La primera ventaja es que el conocimiento que adquiere se retiene durante mucho más tiempo. La segunda ventaja es que la información incluida produce una diferenciación progresiva de los inclusores, con lo cuál se incrementa la capacidad para aprender después con mayor facilidad otros conocimientos relacionados. La tercera es que la información que se olvida después de que se haya presentado la inclusión obliterativa, deja secuelas en el concepto subsumidor y por ende en el marco conceptual completo, facilitando de esta manera el aprendizaje de nuevos conocimientos relacionados, aún después de que se haya producido el olvido de un elemento subordinado específico. La cuarta, y posiblemente la más importante, es que la información aprendida de modo significativo es aplicable a una amplia variedad de problemas o contextos nuevos; los conocimientos poseen una elevada capacidad de transferencia, que es la requiere el pensamiento creativo” (Novak, 1998)

Para la implementación en el proceso enseñanza aprendizaje con base en la teoría del aprendizaje significativo, en virtud de lograr un aprendizaje sustancial, se necesita que se cumplan varias condiciones: la nueva información que se presenta al estudiante debe ser lógica, con cohesión y coherencia. Esto implica diseñarla como material **potencialmente significativo**, a su vez, éste material, debe poseer ideas o conceptos que puedan encontrar conexión con la estructura cognitiva del estudiante, y por último, debe existir la

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

disponibilidad del estudiante para aprender constructivamente y no mecánicamente o memorizar, sino de aprender sustantivamente los nuevos contenidos para transferirlos en otras situaciones ó en otras áreas.(Moreira, 1996).

II.6. IMPORTANCIA (APLICACIÓN) EN LA DISCIPLINA Y OTRAS DISCIPLINAS

Siguiendo el pensamiento de Feynman “piensa primero por qué quieres que los estudiantes aprendan el tema y qué quieres que sepan y el método surgirá más o menos por sentido común”, nos vemos abocados a presentar los diferentes estadios donde este concepto tiene aplicación. La conservación del Momentum Angular se aplica de manera considerable en varios tópicos. Lo tenemos en primera instancia en las prácticas deportivas, también como ayuda en la navegación (aérea, acuática) usando los giroscopios, en la agricultura en sistemas de riego, a nivel cuántico es utilizado en el estudio molecular y en otras disciplinas.

A continuación se dará una breve explicación de la aplicación del Momentum Angular en diversas áreas.

El Momentum Angular en los deportes

Nada más interesante que leer como se presenta éste concepto para un público que no tiene relación directa con el estudio de la física: los deportistas.

“El momento angular es el producto de la inercia de rotación por la velocidad angular. Si uno de los dos componentes (la inercia de rotación, por ejemplo) disminuye el otro (la velocidad angular) tiene que aumentar proporcionalmente, y viceversa, para que el producto de ambos factores no varíe.

Este principio constituye una común e importante consideración en una gran variedad de demostraciones deportivas. Las aplicaciones de la ley de conservación del momento angular se observa con frecuencia en las actividades deportivas y se pone de manifiesto en todos los casos en que hay rotación sobre un eje, torsión, salto mortal u oscilación pendular.

El principio puede explicarse, no técnicamente, describiendo dos habilidades cuya ejecución depende crucialmente de él:

El patinador artístico, con los brazos extendidos hacia los costados, entra en una serie de piruetas manteniéndose equilibrado en la punta de un patín. El momento angular fue obtenido empujando lateralmente con el otro patín y haciendo describir a los brazos un círculo horizontal contra esta resistencia. Si conserva los brazos extendidos, la inercia originaria, es decir la tendencia del cuerpo de mantener su movimiento, mantiene la rotación del patinador hasta que el rozamiento desacelera gradualmente su cuerpo y pierde el equilibrio. Sin embargo, si durante la rotación acerca los brazos y los cruza sobre el pecho, la velocidad de rotación

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

(velocidad angular) aumenta considerablemente y el patinador gira como una sombra borrosa frente al espectador.

Cuando el patinador desea suspender esta rotación rápida, vuelve a extender los brazos hacia fuera, con lo cual su velocidad angular disminuye considerablemente.

El nadador que al zambullirse hace un salto mortal y medio hacia delante, adquiere su rotación inicial inclinándose hacia adelante al despegar del trampolín. La velocidad de ésta rotación inicial es moderada, pero apenas el nadador está en el aire, lleva los brazos y piernas hacia el centro del cuerpo (posición encogida) y la velocidad de su rotación hacia adelante aumenta considerablemente. Después de describir una vuelta completa, el nadador abandona la posición encogida y extiende los brazos, las piernas y el tronco hasta la posición de despegue, con lo cual su velocidad angular disminuye mucho.

El mismo principio rige cuando un gimnasta hace un salto mortal hacia adelante.

Cuando el zaguero de rugby gira sobre sí mismo para lanzar la pelota, reduce el radio de giro llevando una pierna, los brazos y la pelota más cerca de su eje de rotación vertical, para aumentar así su rotación. El jugador de baloncesto o rugby, que parte de una posición de base amplia, con radio relativamente grande con respecto al pie que sirve de pivote, puede girar o fingir con mayor rapidez si atrae los brazos y el pie libre hacia el eje de rotación vertical sobre el pie que sirve de pivote.

El saltador, zambullidor o trampolinista que hace un salto mortal desviado, emplea el principio de la conservación del momento angular sobre los ejes distintos de rotación simultáneamente. En primer término, su salto mortal puede comprender cierto acortamiento del radio en torno al eje que pasa por las caderas, en forma similar a lo descrito previamente para la zambullida. En segundo término, la desviación, que es una rotación en torno a un eje longitudinal que va desde la cabeza hasta los pies, comprende una oscilación inicial del brazo, como la del patinador artístico, seguida por atracción de los brazos hacia el pecho, lo cual aumenta la velocidad de la torsión. Al finalizar el salto mortal desviado, ambos radios vuelven a alargarse, retardando ambas rotaciones para conseguir un aterrizaje regulado.

El lanzador de béisbol inicia el lanzamiento con un brazo extendido, rotando en torno al eje del hombro con un radio grande. Al ser llevado el brazo hacia adelante, los movimientos de las articulaciones del codo y hombro acercan la pelota al hombro, aumentando considerablemente la velocidad de la pelota exactamente antes de soltarla". (Rasch y Burke, 1980)

El momento angular en mecánica cuántica

La cuantización del momento angular del electrón fue un hecho conocido desde 1913, cuando Niels Bohr presentó su modelo. Con la cuantización del espacio, introducida por Sommerfeld, el momento angular podía adquirir varias orientaciones, en las cuales también resultaban cuantizadas. La magnitud del momento angular dependía del número cuántico k de Sommerfeld, y su componente en z , del número m . Estas relaciones no permitían explicar la presencia de multipletes en los espectros atómicos, ni su desconcertante desdoblamiento en presencia de un campo magnético externo. Tratando de ajustarse a estos resultados experimentales, Landé propuso ecuaciones empíricas para el momento angular en el hidrógeno y los metales alcalinos (primer grupo IA), y Sommerfeld modificó estos resultados teóricos introduciendo un nuevo número cuántico azimutal, l , y nuevas ecuaciones para los momentos angulares, aún así sólo podía predecirse los desdoblamientos normales de Zeeman y no los anormales.

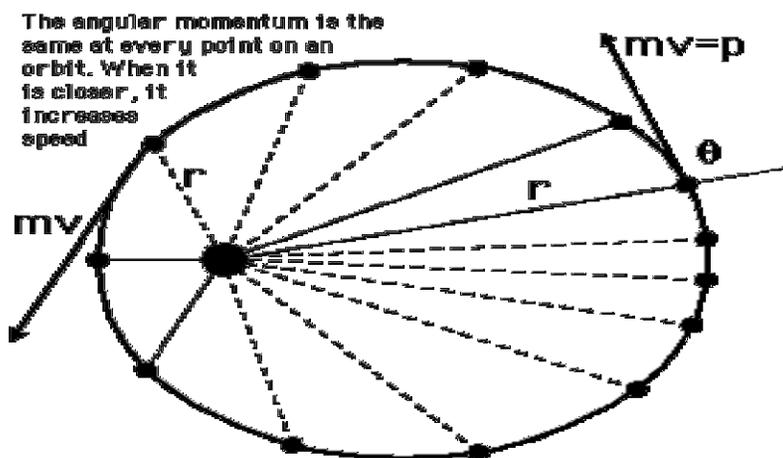
Para mostrar cómo la mecánica cuántica dio solución definitiva a todos esos vacíos y problemas, se presenta el desarrollo del momento angular para los números cuánticos n , l y m , que aparecen en forma natural en la solución para el átomo de hidrógeno. En primera instancia se obtiene la relación entre los números cuánticos y el momento angular del electrón. En una segunda instancia, se establece que ya que el spin no aparece al resolver la ecuación de Schrödinger, ésta muestra la forma como se pueden deducir estos números cuánticos. La evidencia de dos momentos angulares en el átomo, da lugar a la interacción spin-orbital, la cuál permite una explicación del efecto normal de Zeeman en espectroscopia. (Garritz y Chamizo, 1991)

El momento angular en Astronomía

Todo objeto celeste puede presentar dos movimientos simultáneos, la rotación sobre su propio eje o simplemente spin, o un movimiento orbital alrededor de un eje. Para cuantificar la cantidad de spin o de movimiento orbital de algún objeto celeste, se puede realizar aplicando el principio de conservación del Momentum Angular que está implícito en éste movimiento.

La segunda Ley de Kepler del movimiento orbital

El movimiento orbital es aquel movimiento que posee un cuerpo sólido cuando se traslada alrededor de un eje (ya sea un eje fijo o un eje móvil). El área que barre la línea que conecta el objeto que gira y el punto central (el radio vector) es el mismo en dos períodos iguales de tiempo. La proporción de cambio del área con el tiempo es constante. La línea de acción de la gravedad es así paralela al radio vector y no hay ningún torque que perturbe el movimiento angular, y por consiguiente la velocidad angular adquirida se conserva. La componente de la velocidad orbital perpendicular al radio vector (r) es v_T . La velocidad del cambio de área es $\frac{1}{2} (r \times v_T)$. La cantidad del Momentum Angular orbital = masa $\times v_T \times r =$ masa $\times 2 \times$ velocidad del cambio de área = constante. Así, si r aumenta, la velocidad orbital (y v_T) debe disminuir. ¡Esto es lo que Kepler observó para los planetas!
(www.phy.ntnu.edu.tw)



El sistema Tierra-Luna

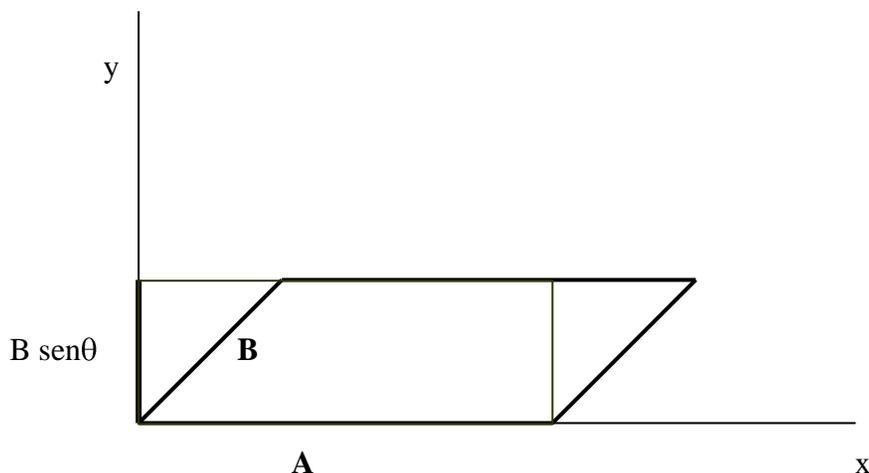
El Momentum Angular total = Momentum Angular de spin + Momentum Angular orbital = constante. Para encontrar el Momentum Angular, subdivida el objeto en pequeños pedazos de masa y encuentre el Momentum Angular de cada masa y luego sume todas las contribuciones. La velocidad de spin de la tierra está disminuyendo así que su Momentum Angular de spin está disminuyendo, así, el Momentum Angular orbital de la Luna debe compensar aumentando. Esto lo hace aumentando la distancia Tierra-Luna. (www.phy.ntnu.edu.tw)

El Momentum Angular desde una visión geométrica

Se da primero un breve repaso a la multiplicación entre vectores.

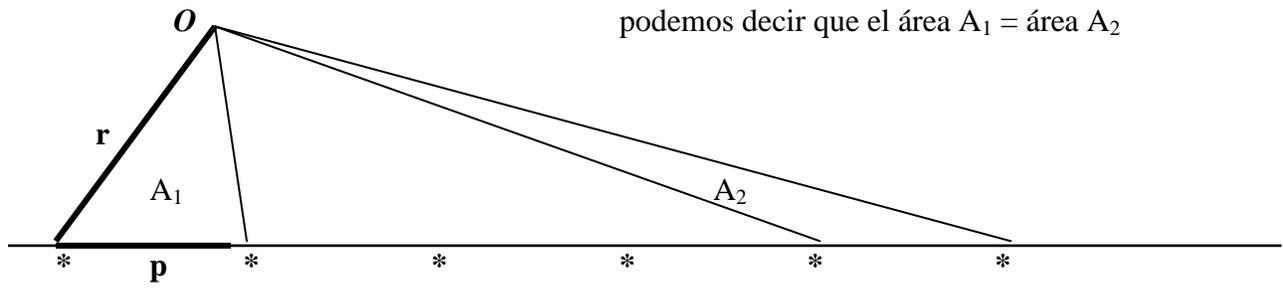
El producto vectorial tiene una interpretación geométrica importante. En el paralelogramo definido por \mathbf{A} y \mathbf{B} , $B \sin\theta$ es la altura cuando A se considera como la longitud de la base.

Entonces $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = A B \sin\theta$ es el área del paralelogramo. Como vector, $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ es el área del paralelogramo definido por \mathbf{A} y \mathbf{B} , con el vector de área, normal al plano del paralelogramo. (Arfken, G., 1981).



Con base a lo anterior, se puede decir que si se tiene el producto vectorial $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, \mathbf{L} es el área del paralelogramo definido por los vectores \mathbf{r} y \mathbf{p} . Si una partícula se mueve con \mathbf{p} constante recorre espacios iguales en tiempos iguales y el área del paralelogramo será constante.

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA



CAPITULO I I I

PROPUESTA DIDÁCTICA

III.1. INTRODUCCIÓN

En el estudio de la física en la educación media y en los cursos iniciales de pregrado específicamente en el área de la mecánica, es fundamental poder explicar el cómo y el por qué de los diferentes tipos de movimientos por ejemplo el de traslación y el de rotación, de ellos nos interesa especialmente el movimiento de rotación alrededor de un eje fijo y el concepto de momento angular.

Asumir la enseñanza del concepto del momento angular de la forma usual, no da lugar a una apropiación significativa del fenómeno físico como tal. Generalmente el momento angular se introduce como una definición ($\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$); específicamente en la temática que trata de la dinámica rotacional de un cuerpo rígido. La forma de presentar este concepto no posibilita una comprensión satisfactoria del fenómeno como tal, y puede generar una serie de interrogantes como: ¿Qué le da el carácter vectorial? ¿Por qué la relación de carácter vectorial? ¿El momento angular es una característica del cuerpo o es sólo una consecuencia? ¿El momento angular es una medida de la cantidad de movimiento rotacional? Otro factor que se adiciona, es que el momento angular se asume como un número y no se tiene en cuenta su carácter vectorial, y se concibe que el problema está resuelto al encontrar ese número. Para hacer claridad y tratar de caracterizar de una forma diferente lo anterior, recurrimos al planteamiento proferido por Feynman (1963): “Lo que vale para el momento angular no es cuán rápido se mueve *desde* el origen, sino cuánto se mueve *alrededor* del origen”. Así se concluye que podemos darle una caracterización física

a los valores que se encuentran al medir o calcular el momento angular en algún sistema dado y que su naturaleza vectorial se generaliza aplicando la regla de la mano derecha: cuando los dedos de la mano derecha se desplazan en el sentido del movimiento rotacional el dedo pulgar apunta en la dirección del vector Momentum Angular.

En algunos fenómenos naturales se observa un comportamiento rotacional, lo que de alguna manera ha dado lugar a la creación de modelos explicativos e interpretaciones que hace el sujeto de tal movimiento, mediante situaciones de la cotidianidad que evidencian representaciones alternativas que sirven de conexión para la construcción del concepto, caracterizando un cuerpo rígido que describe un movimiento de giro alrededor de un eje fijo.

La caracterización del movimiento de cualquier objeto debe incluir: el movimiento de su centro de masas, su rotación y otros movimientos internos. En consideración con lo anterior, se puede afirmar que, el movimiento rotacional se puede estudiar a través del momento de la cantidad de movimiento, que no es más que el Momentum Angular. Lo relevante de estudiar el anterior concepto se debe a que es una magnitud que se conserva, considerada a nivel microscópico como una magnitud física fundamental como, la masa, el tiempo o la longitud.

Se tienen varios propósitos que se pueden lograr en la aplicación de la propuesta; uno es no detenerse en la deducción matemática sino tratar de dar cuenta de las relaciones del fenómeno físico como tal, es decir, la comprensión del movimiento rotacional específicamente el momento angular, y otro, es tratar de explicar el movimiento rotacional a través del principio de conservación “*el Momentum Angular total de un sistema aislado, o un sistema sobre el que actúa un torque externo total nulo, es constante en magnitud y dirección*” (Alonso y Finn, 1986).

La propuesta se fundamenta en el marco del aprendizaje significativo, cuya premisa fundamental se ha convertido en un principio didáctico: “Para aprender significativamente, el individuo debe relacionar los nuevos conocimientos con los conceptos y las proposiciones relevantes que ya se conocen”. (Moreira, 1996).

III. 2. OBJETIVO GENERAL

Diseñar una propuesta didáctica aplicable en los cursos de la media vocacional, con el fin de posibilitar la comprensión del movimiento de rotación de una partícula o de un cuerpo rígido alrededor de un eje fijo, de una manera no arbitraria y sustancial, fundamentada en la ley de la conservación del Momentum Angular.

III.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Propiciar en los estudiantes la capacidad de caracterizar por sí mismos el movimiento de rotación de un cuerpo alrededor de un eje fijo.

Identificar las diferencias y relaciones entre las variables que intervienen en un sistema en rotación.

Propender para que los estudiantes comprendan el principio de *conservación* de una magnitud física que describe el movimiento estudiado.

Cuantificar experimentalmente la magnitud del Momentum Angular, midiéndola indirectamente, a través de sus variables (momento de inercia, velocidad angular, momento lineal, etc.) y comprobar la ley de conservación del Momentum Angular.

III.4. METODOLOGÍA

El desarrollo de la propuesta didáctica se inscribe en una teoría cognitiva de orientación constructivista: El Aprendizaje Significativo propuesto por David Ausubel (1976). El Aprendizaje Significativo tiene como premisa fundamental, que la información nueva que llega al aprendiz sea asimilada de manera no arbitraria y no literal. Para poder lograr esto, es necesario que dicha información presente un proceso de interacción con los conceptos más relevantes e inclusivos del material cognitivo del aprendiz. La existencia de estos conceptos en la estructura cognitiva del sujeto sirve de anclajes para el nuevo material (subsumidores). Al interaccionar la nueva información con la anterior se puede dar tres procesos: La nueva información puede comprenderse como un todo; reuniendo varios conceptos o ideas que están aisladas. En un segundo proceso, la información nueva, puede ser asimilada como ejemplo, contraejemplo o ampliación de hipótesis que subyacen en su estructura cognitiva. Y por último la nueva información puede incorporarse de una forma fragmentada.

Para que el aprendizaje sea significativo es necesario que se cumplan tres requisitos fundamentales: deben existir conocimientos previos relevantes en la estructura cognitiva del aprendiz que se puedan relacionar de forma no trivial con la nueva información, en segundo lugar, el material debe ser potencialmente significativo, de tal manera que tenga conceptos y proposiciones que luego puedan ser relevantes para relacionarse con otros conocimientos y en tercera instancia, el aprendiz debe decidir de forma consciente y voluntaria aprender significativamente, es decir, no hacer un aprendizaje memorístico, no arbitrario ni literal.

La metodología, en síntesis, puede enunciarse a través del siguiente orden progresivo y tiene como finalidad obtener un aprendizaje significativo.

Diagnóstico: Estado de conocimiento

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

El primer paso consiste en un proceso de indagación; donde dado un objeto de estudio, se establece el estado de conocimiento de los alumnos sobre él. David Ausubel escribió acerca del papel que poseen las ideas previas en el aprendizaje “si tuviese que reducir toda la psicología educacional a un solo principio, diría lo siguiente: el factor aislado más importante que influencia el aprendizaje, es aquello que el aprendiz ya sabe. Averíguese esto y enséñese de acuerdo a ello” (Moreira, 1996). Los niños, los jóvenes y aún los adultos se forman una imagen (representaciones internas) y un conocimiento del mundo exterior a partir de sus interacciones, por tanto es un conocimiento construido desde la observación y la experiencia.

Ambientes de Aprendizaje: Disposición de Recursos, Materiales, Herramientas, Medios Didácticos:

Luego de conocer las ideas previas respecto al objeto de estudio, el paso a seguir es el diseño de material potencialmente significativo, el cuál está constituido por varias herramientas de trabajo entre las cuáles se cuentan:

Actividades experimentales o hipotéticas, que permite elaborar, desarrollar y construir los conceptos mediante las relaciones entre las variables que intervienen en el fenómeno.

Lecturas referentes al objeto de estudio; estas lecturas deben ser cuidadosamente seleccionadas ya que su objetivo consiste en crear subsumidores, si éstos no se encuentran presentes en la estructura cognitiva del aprendiz.

Estudio de situaciones problema, donde existirá confrontación entre las ideas nuevas y las existentes, se pretende crear desequilibrios cognitivos.

Facilitar los medios para hacer que el estudiante haga predicciones de problemas abiertos que contribuyen a la comprensión del fenómeno de una forma racional.

La intervención dirigida del profesor con una participación activa de los estudiantes, a través de discusiones, formulación de hipótesis, preguntas abiertas, entre otras.

Aplicación de los conocimientos adquiridos

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Por último, en cada una de las etapas señaladas anteriormente, se hará una evaluación que de cuenta de la estructura cognitiva del estudiante y que posibilite establecer un balance en la apropiación de los conceptos. Los mapas conceptuales son un medio que puede ser utilizado como instrumento de evaluación, según los planteamientos de (Novak, 1978). “Los conceptos siempre se están aprendiendo, modificando o haciendo más explícitos e inclusivos a medida que se van diferenciando progresivamente”. (anexo #2)

Se requiere de otras estrategias además de los mapas conceptuales, que pongan de manifiesto la evolución de los conceptos. Utilizaremos alguna(as) de la(s) siguiente(s)

Estrategias de valoración:

Mapas conceptuales

Rejilla de evaluación

Diseño de montajes de laboratorio

Elaboración de textos argumentativos

Explicación de situaciones problema

Elaboración de un proyecto

III.5 CICLO DE APRENDIZAJE

A continuación se presenta la puesta en práctica de la propuesta didáctica basada en la Teoría del Aprendizaje Significativo para enseñar el Concepto de Momentum Angular y el principio de Conservación del Momentum Angular inscrito en el movimiento rotacional, con el objetivo en mente de lograr que los estudiantes asimilen la temática y realicen un aprendizaje sustancial.

Nota: Para la adquisición del carácter formal de la temática a estudiar, es necesario que los estudiantes estén familiarizados con algunos procedimientos matemáticos como saber resolver una ecuación lineal con una incógnita y el álgebra vectorial, principalmente el producto vectorial o producto cruz entre dos vectores. De existir ésta falencia se debe suplir antes de comenzar la temática en cuestión.

El orden secuencial del ciclo de aprendizaje se orienta para la consecución de cada una de las fases circunscritas en el Aprendizaje Significativo.

La primera fase consiste en el proceso de indagación

Actividad #1

Objetivo:

Limitar el campo del conocimiento a la temática de interés

Conocer las ideas previas que predominan en la estructura cognitiva de los estudiantes

Identificar el estado de conocimiento de los estudiantes sobre la temática a desarrollar

Se pide al estudiantado construir un mapa conceptual sobre el tema: “El Movimiento Rotacional”.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

A los mapas realizados se les hace un estudio estadístico, el cual sirve para diagnosticar los subsumidores y los conceptos erróneos que posea la media estudiantil.

El mismo día y después de recoger los mapas conceptuales se realiza la siguiente actividad:

Actividad #2

Objetivos:

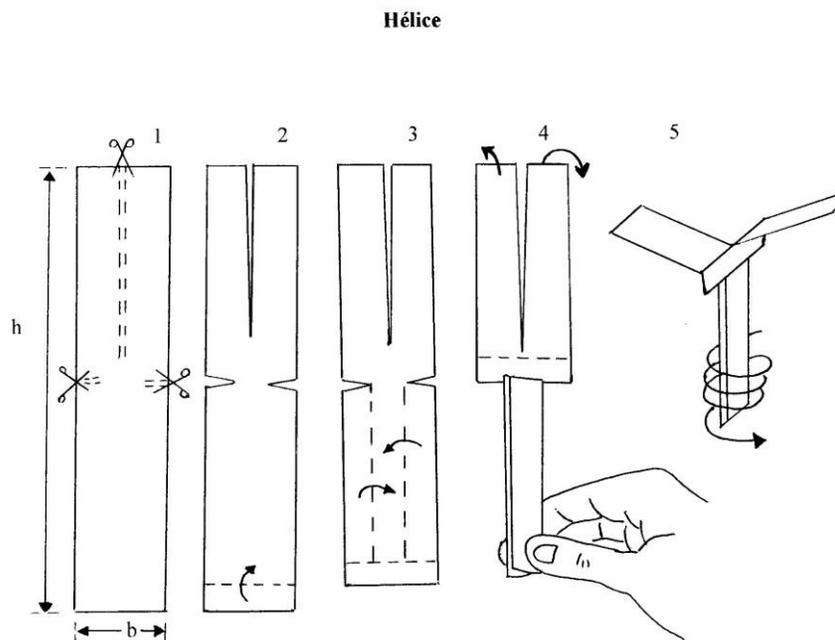
Facilitar la representación de las formas de ver y significar del movimiento de translación y del movimiento de rotación mediante la construcción de una hélice.

Diagnosticar la capacidad de los estudiantes en la comprensión lectora y su desarrollo en la psicomotricidad fina a través del diseño y construcción de una hélice.

Consensuar sobre las ideas pertinentes del tema.

Construcción de una Hélice

Siguiendo las indicaciones dadas en el dibujo, cortar un pedazo de papel bond base 16, de 6 cm de ancho por 15 cm de alto.



Se recomienda $h = 12$ cm y $b = 3$ cm

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Se distribuyen los alumnos en grupos de 3, se les pide resolver las siguientes preguntas y luego se socializan. Mediante una plenaria.

Dejar caer la hélice recién construida desde una altura aproximada de 2 metros.

¿Después de soltar su hélice, que ocurrió?

¿Si hubo una rotación, en que sentido se presenta? (horaria o antihoraria).

¿Al invertir el sentido de las astas de la hélice, el movimiento se altera o permanece?

Explique

¿Que variables de estado se necesitan para explicar completamente el movimiento de la hélice durante su recorrido?

¿Si usted llevara su hélice a la Luna, efectuaría el mismo movimiento de rotación?

¿Si la hélice se dejara caer en el vacío, permanece o cambia en su movimiento?

¿Que hipótesis podría usted plantear que dé cuenta de la situación observada?

Se finaliza la primera sesión académica. La información obtenida posibilita el conocimiento de las ideas previas de los estudiantes, se conoce si existen los conceptos relevantes necesarios para anclar la nueva información y por último, sirve para elaborar el diseño del material potencialmente significativo.

Expectativas:

En ésta fase, se espera que los siguientes conceptos relevantes estén en la estructura cognitiva del estudiante: conservación, velocidad lineal, velocidad angular, aceleración lineal, aceleración angular, eje de giro, ángulo y desplazamiento.

Ahora se prosigue con la creación de ambientes de aprendizaje: disposición de recursos, materiales, herramientas, medios didácticos.

Es necesario tener en cuenta que existe la posibilidad que ninguno de nuestros estudiantes esté relacionado con la palabra Momentum Angular, y que el movimiento de rotación con el cuál la mayoría de ellos está familiarizado es aquel descrito por un objeto plano alrededor

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

de un eje de simetría (como por ejemplo un disco compacto o una rueda de bicicleta), por eso es pertinente proponer un material potencialmente significativo que además de poseer sentido lógico permita encontrar algún enlace con la estructura cognitiva del aprendiz.

La actividad presentada a continuación tiene como objetivo principal propiciar los ambientes de aprendizaje, motivar al estudiante a “pensar” en el movimiento de rotación, encontrar relaciones existentes en las variables que describen el movimiento y correlacionar la teoría presentada en clase con la participación activa del estudiante, para que pueda expresar sus modos de ver y significar el concepto de Momentum Angular.

En la siguiente sesión académica se propone una lectura que presenta todo el concepto y que posee un alto grado de complejidad. Esta lectura será uno de los materiales potencialmente significativos. Lectura tomada de www.nbaa.org

Al aula de clase se llevarán varios giroscopios y trompos que serán manipulados por los estudiantes.

Actividad #3

Objetivo:

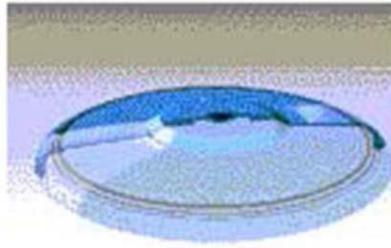
Crear un material potencialmente significativo que posibilite la creación de subsumidores en caso de no existir.

Relacionar el lenguaje blando del conocimiento común (Lineamientos Curriculares de Ciencias Naturales de Educación Ambiental, 1998) de los estudiantes con el concepto: Momentum Angular como una idea asociada al movimiento de rotación.

Comenzar la construcción del aprendizaje subordinado creando relación entre las ideas nuevas y las ya existentes.

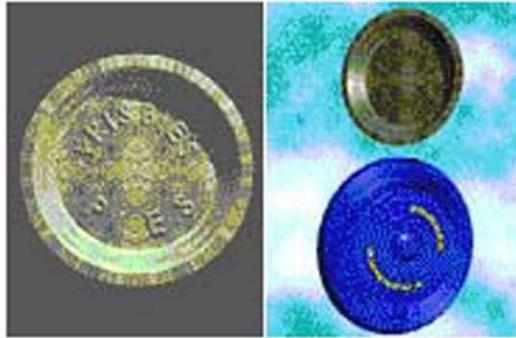
Propiciar la tangibilidad de conceptos abstractos y crear la idea más abarcativa de una magnitud (Momentum Angular) que da cuenta de todo el movimiento rotacional

EL FRISBEE



Si alguna vez has estado en el parque o la playa, seguramente has visto uno de estos discos de plástico volando por el aire. No nos estamos refiriendo a un OVNI; nos referimos al disco volador, también conocido como frisbee (en inglés). Ya hace tiempo que se inventó el disco volador, y ha llegado a ser tan común para nosotros como una pelota de béisbol o de fútbol. Con el disco volador, incluso, se han desarrollado nuevos deportes. Algunos juegos en los que se usa el disco volador, como el golf con disco (Folf) y el béisbol con disco, imitan (copian) otros deportes ya existentes. Pero el propio disco volador ha servido de inspiración para que se inventen otros juegos, tales como los conocidos en Estados Unidos como Ultimate Frisbee y Guts. ¡El atrapar el disco volador se ha convertido, incluso, en un deporte popular para los perros! ¿Por qué nos fascina (interesa) tanto el vuelo de este disco volador de plástico? Quizás estemos sorprendidos con el hecho que un objeto tan simple pueda deslizarse sin gran esfuerzo a través del aire. Tal vez nos relaje su elegante vuelo, o quizás sea que lanzar un disco volador es simplemente divertido. Echémosle un vistazo más detenido al juguete volador que se ha hecho tan popular en la sociedad de hoy.

Historia



Los discos voladores han conservado la misma forma y las mismas medidas a través de los años. Los discos voladores originales eran en realidad platos de pastelillos, a finales del siglo pasado. En esos días, los estudiantes universitarios se lanzaban los platos de los pastelillos del uno al otro. En ese entonces, era común que las compañías de pastelillos tuvieran su nombre en cada uno de los platos de los pastelillos. Una de estas compañías, la Compañía de Pastelillos Frisbie (Frisbie Pie Company), cuyo propietario era William Frisbie, producía un tipo de plato de pastelillo se hizo muy popular entre los estudiantes de la Universidad de Yale. Los estudiantes de Yale comenzaron a utilizar el nombre que estaba escrito en los platos de los pastelillos para referirse a estos platos voladores. Desde entonces, el nombre de Frisbie (ahora conocido como Frisbee) se convirtió en un término popular para referirse a uno de los juguetes voladores más conocido de hoy.

Dinámica

¿Qué hace que un disco volador vuele? La forma del disco juega un papel muy importante en la habilidad que tiene un disco de volar, de la misma manera que la forma de las alas afecta el vuelo de los pájaros y los aviones. El diseño del disco volador en realidad no ha cambiado mucho de sus inicios como plato de pastelillos. Sigue siendo ligero, circular, más bien plano, y con los bordes doblados o redondeados.

Si miramos un disco volador de canto (de lado) podremos notar que los bordes redondeados del disco se asemejan al borde de ataque de un ala de avión. Sabemos que la superficie

superior curvada del ala es lo que genera (produce) la sustentación. El mismo principio es aplicable al disco volador. El aire aumenta su velocidad conforme pasa sobre la superficie superior curvada del disco volador, creando una región de presión baja encima del disco. En la parte de abajo del disco volador, el aire pasa más lentamente, creando una región de alta presión. La diferencia de presión que existe entre la superficie superior y la parte inferior del disco es lo que produce la sustentación del disco volador.



La forma del disco volador ayuda a generar sustentación, pero se necesita más que eso para volar. Lanza un disco volador sin que gire. Nota cómo se bambolea y cae tambaleado. Puede ser que la forma del disco volador genere sustentación, pero el disco es inestable. No puede permanecer derecho y eventualmente cae. Todas las cosas que vuelan deben tener algo que las estabilice durante el vuelo. Los aviones y los pájaros tienen colas; los cohetes tienen aletas. En cuanto al disco volador se refiere, es el movimiento giratorio que se genera al lanzar el disco lo que lo mantiene estable mientras vuela.

¿Por qué el movimiento giratorio del disco volador lo estabiliza al volar? Todas las cosas que giran poseen "momento angular" también conocido como "Momentum Angular". El momento angular tiene dos características: magnitud y dirección. Se puede decir que la magnitud es la fuerza generada por el movimiento giratorio, y está relacionada con la velocidad a la que gira un cuerpo y con la masa de ese objeto. Esta fuerza es superior a la resistencia del aire, hasta que el objeto disminuye la velocidad a la que gira, se detiene, o se enfrenta a una fuerza más poderosa, tal como la fuerza producida por un viento fuerte (la cual causa torsión) o la que se genera si el objeto golpea la tierra. La dirección del momento

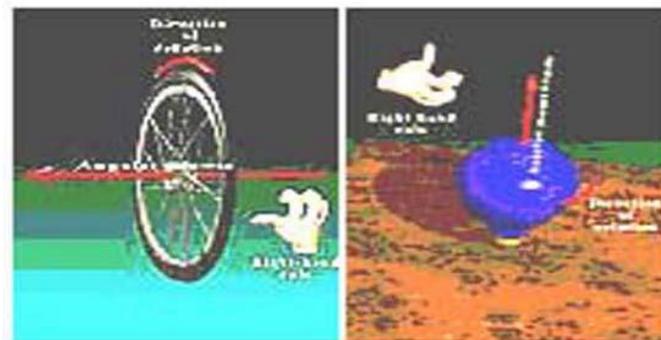
**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

angular depende de si el disco gira en sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario.



Considera el giroscopio, por ejemplo. Haz que un giroscopio comience a girar. Toma entonces los extremos del giroscopio con tus manos. Ahora intenta darle vuelta al revés. Notarás que cuesta trabajo hacer esto. Este es el momento angular en la acción. Y esto es lo que hace que un disco volador se mantenga estable a través del aire.

Los efectos estabilizadores del movimiento giratorio también se pueden observar en otras cosas. Toma, por ejemplo, el trompo. Un trompo que no gira, siempre se caerá hacia los lados. Solamente cuando da vueltas el trompo es él capaz de permanecer bailando sin caerse. Las bicicletas también se benefician del momento angular. En un alto es muy difícil para un ciclista mantener el equilibrio de su vehículo de dos ruedas. Sin embargo, cuando el ciclista comienza a mover los pedales de la bicicleta, haciendo que las ruedas giren, el momento angular que producen las ruedas hace que sea mucho más fácil mantener el equilibrio de la bicicleta.



Se plantean una serie de preguntas para resolver en la casa por cada uno de los estudiantes.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

El objetivo principal al dar solución al siguiente cuestionario es generar en cada estudiante el proceso de asimilación de las nuevas ideas dando inicio a la jerarquización de los conceptos en la estructura cognitiva.

CONTESTAR LAS SIGUIENTES PREGUNTAS DE UNA MANERA ADECUADA

¿Qué se entiende por movimiento rotacional?

¿Qué variables físicas puede identificar en un movimiento rotacional?

¿Qué fenómenos físicos de la cotidianidad tienen características rotacionales?

¿Conoce un giroscopio? ¿Sabe cómo funciona?

¿Qué clases de movimientos presenta el planeta Tierra en el sistema solar?

Un disco al girar sobre su eje, ¿se puede decir que es cuerpo sólido con movimiento rotacional?

¿Qué principios, leyes o teorías puede evidenciar en el movimiento rotacional como por ejemplo, el movimiento de los planetas alrededor del sol?

En la siguiente sesión de clase se socializan las respuestas al cuestionario propuesto prestando especial atención a la pregunta 7 y dado el caso, orientando la discusión hacia el concepto de conservación formulando contraejemplos. Recordar que el profesor sólo cumple el papel de moderador y toda la socialización y puesta en común debe ser realizada por los estudiantes, como también que los estudiantes puedan predecir y deducir hipótesis razonables.

Expectativas:

Se espera con estas actividades crear la expectativa, la motivación y familiarización necesarias en el estudiantado para que tengan confianza en la formulación de hipótesis que de cuenta de los movimientos observados.

Actividad #4

Según lo señalado en la actividad anterior, referente a que los estudiantes formulen hipótesis razonables, y en caso de no presentarse las hipótesis adecuadas, será necesario recurrir al principio de conservación que subyace en la estructura cognitiva de los estudiantes, jerarquizando y organizando sus representaciones.

Éste principio por ser una idea más general y abarcativa, la nueva información se anclará en ella en forma supraordenada

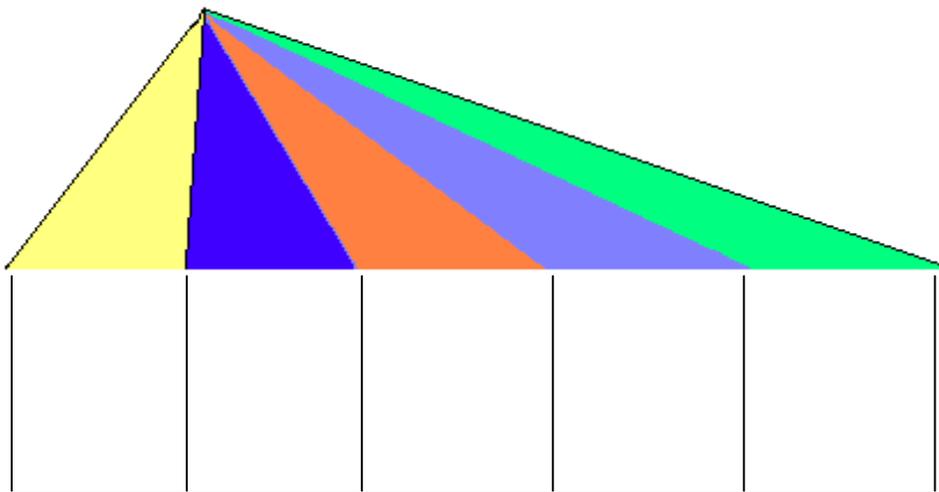
Diseño experimental

Objetivo:

Hacer uso del principio de conservación que se encuentra jerarquizado en la estructura cognitiva de los estudiantes.

Mostrar mediante un ejemplo claro cómo se puede predecir lo que se conserva.

Observe cuidadosamente la siguiente representación:



Se hacen los siguientes planteamientos después de haber interpretado adecuadamente la representación:

El área de cada uno de cada los triángulos se utiliza para llenar los recipientes respectivos.

Con la anterior información señale la opción correcta: a) Todas las áreas son iguales, b) Las

áreas se pueden ordenar de mayor a menor y c) Las áreas se pueden organizar de menor a mayor.

Plantee un principio que explique la simulación anterior.

Nota: Con la anterior actividad se trata de inducir a los estudiantes en la segunda ley de Kepler, en caso de no darse la anterior situación, se hace una intervención expositiva de la evidencia del principio de conservación mediante esta ley.

Se presenta de la siguiente manera:

La segunda Ley de Kepler se basa en este principio y dice:

En un mismo intervalo de tiempo, el radio vector trazado desde el sol al planeta barre áreas iguales (el planeta describe un movimiento circular).

Expectativas: En esta fase se asume que se ha identificado el principio de conservación como un concepto general, coherente con la organización cognitiva del estudiante, que le permite la asimilación de la nueva información. Por lo anterior se propone la siguiente actividad demostrativa que contribuye a la asimilación.

Actividad #5

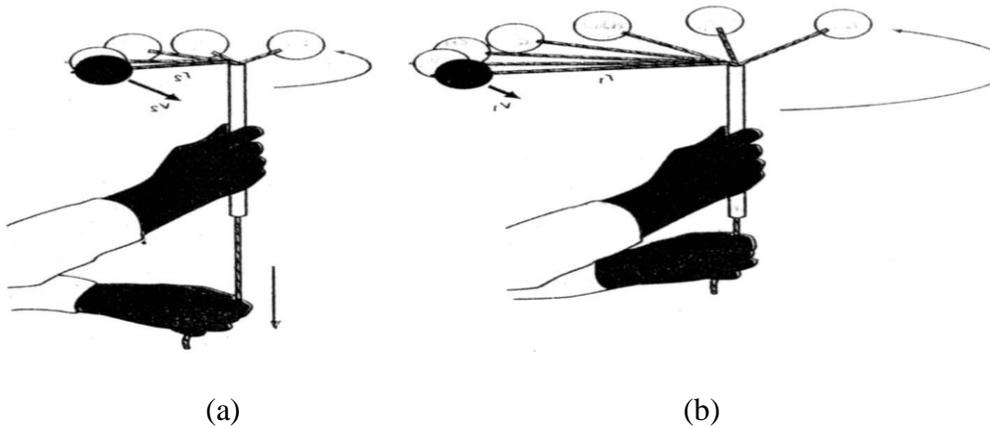
Objetivos:

Evidenciar la conservación de una magnitud física.

Propiciar la creación del concepto del momento de inercia del sistema de estudio.

Se plantea la siguiente situación: en un primer momento, se hace girar uniformemente en un círculo una pelota atada al extremo de una cuerda que pasa a través de un tubo (ver diagrama (a)) y en un segundo momento se hala suave y constantemente de la cuerda a través del tubo como indica el diagrama (b).

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**



Con base en el montaje anterior resuelva los siguientes interrogantes:

¿Cuáles son las variables que intervienen en el movimiento presentado?

Mientras el profesor está halando de la cuerda, existen magnitudes físicas que cambian y otras que no, y cuando cambian pueden aumentar o disminuir.

Señalar SI o NO en la tabla siguiente

| Magnitud | Tensión en la cuerda | Masa | Velocidad angular (velocidad de rotación) | Distancia de la pelota al eje de giro |
|-----------------|----------------------|------|---|---------------------------------------|
| Permanece igual | | | | |
| ¿Aumenta? | | | | |
| ¿Disminuye? | | | | |

Justifique las clasificaciones dadas en la tabla anterior.

Mientras la pelota está en rotación con velocidad constante, identificar que fuerzas intervienen en el sistema.

¿De las anteriores fuerzas cuál ejerce torque (momento de fuerza) sobre la pelota?

¿Existe algún principio de conservación en el movimiento de la pelota?

Todas las cosas que giran poseen "momento angular" también conocido como "Momentum Angular". El momento angular tiene dos características: magnitud y dirección. Se puede

decir que la magnitud es la fuerza generada por el movimiento giratorio, y está relacionada con la velocidad a la que gira un cuerpo y con la masa de ese objeto.

¿Este fragmento sacado del texto (Frisbee), tiene alguna relación con la actividad demostrada?. Justifique su respuesta

Terminada la demostración y resuelto el cuestionario, se hace la socialización. Se propone una práctica experimental para introducir un concepto relevante (momento de inercia). Este concepto según la teoría del aprendizaje significativo se inscribe en el nivel de aprendizaje combinatorio (hace referencia al nivel de jerarquía de dos conceptos relevantes cuya relación no es fácil de inferir).

Actividad #6

Situación experimental. Momento de Inercia

Objetivos:

Identificar la relación que existe entre: la distribución de la masa del cuerpo con respecto al eje de rotación y la forma del cuerpo, e inferir el orden de llegada de los cuerpos cuando ruedan por un plano inclinado.

Enfatizar que lo que importa en el movimiento de rotación no es la masa del cuerpo que permanece constante sino la distribución (o posición) de la masa del objeto con respecto al eje de rotación.

Materiales:

Objetos diversos: Esferas de diferente masa y radio, 2 cilindros (macizo y hueco), tapa de gaseosa y una moneda de \$500 o \$200. Cronómetro. Balanza.

Es necesario indicar que las masas y los radios de los cuerpos no son exactos, asumir que cuando se dice masas iguales se hace referencia a valores aproximados, igualmente para los radios.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Procedimiento:

Dejar rodar sin deslizar diferentes cuerpos rígidos de diferentes masas y formas por un plano inclinado y utilizando el tiempo que demoran en llegar a la base del plano, hacer un análisis que permita describir el fenómeno observado.

Para cada una de las pruebas, antes de soltar los cuerpos, prediga el orden de llegada a la base del plano, compare con los resultados experimentales.

Los cuerpos dados se pueden caracterizar por la forma (esferas, cilindros, etc.), la masa o el radio. Tomando el tiempo (si es necesario) que demoran los cuerpos en llegar a la base del plano, realice como mínimo 5 pruebas tomando dos cuerpos que por lo menos posean una característica semejante. Por ejemplo: la moneda y el cilindro hueco (igual masa). Por favor anotar que cuerpos se utilizan y que variable se mantiene constante (realizando una tabla de datos).

Cuestionamientos:

Utilizando los resultados de su experiencia, ¿cuál es la caracterización más importante que pueda explicar la diferencia en los tiempos de llegada? Y cómo interpreta los resultados.

Relacione las variables involucradas de una manera cualitativa.

Expectativas:

En la fase anterior se asume que los estudiantes han asimilado la nueva información de forma sustantiva. Se propone como actividad de retroalimentación de los conceptos estudiados, la intervención del profesor sobre los razonamientos hipotéticos que los estudiantes han proferido en los desarrollados de las plenarias y talleres, para clarificar o validar su acertividad a través de una exposición magistral.

Actividad # 8 Presentación de material potencialmente significativo

Objetivos:

Establecer los significados de los siguientes conceptos: Magnitudes lineales y angulares (velocidad, aceleración), Momento de Inercia y Torque o momento de torsión.

Formalizar el concepto del Momentum Angular.

Proponer el modelo que estudia el movimiento rotacional desde la perspectiva del Momentum Angular.

Para ésta actividad se tiene planeada la intervención del profesor como facilitador en la comprensión del concepto Momentum Angular. El profesor debe partir de la organización externa que se ha elaborado de los conceptos, requisito fundamental para que sea coherente con la organización cognitiva del estudiante; contextualizando cada una de las relaciones que se trabajaron en las actividades anteriores. El aprendizaje significativo refiere que la comprensión se facilita si se parte de lo global, en esta dirección se presenta la temática desde el principio de conservación que los estudiantes han consensuado en sus formas de ver y significar razonablemente con la comunidad científica, a través de los siguientes hilos conductores:

Retroalimentación:

En esta etapa el profesor requiere de los resultados proferidos en cada una de las actividades desarrolladas. En esta intervención se refina la significación, se hace el amarre de las hipótesis de los estudiantes que son adecuadas. Además es una oportunidad para clarificar las representaciones erróneas.

La superación y el éxito de esta intervención preparan el terreno para la formalización

Formalización:

En esta etapa se evidencia como condición que el estudiante posea un alto grado de abstracción que facilita la comprensión, además de los conocimientos matemáticos enunciados anteriormente, de lo contrario es urgente programar actividades de intervención-nivelación (construcción de significados, resolución de problemas donde se aplique álgebra vectorial, razonamientos hipotéticos adecuados, entre otras) para superar estos vacíos cognitivos.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Se hace una introducción histórica – epistemológica del concepto de Momentum Angular dando sentido al carácter vectorial de éste; las ideas principales que se exponen en esta parte de la intervención del profesor hacen parte del capítulo I del marco teórico del presente trabajo.

La definición de la magnitud física que nos interesa se hará con carácter netamente matemático partiendo de la ecuación $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$.

Después se realizan varios ejemplos demostrativos para la aplicación de la ecuación, como son: hallar el momento angular de un avión, o hallar el momento angular de la Tierra en su translación, o hallar el momento angular de un automóvil y otros.

Luego se plantea el desarrollo matemático del caso particular de un cuerpo de masa m que se desplaza con un movimiento circular uniforme y se generaliza con el movimiento de rotación de un cuerpo sólido alrededor de un eje fijo, acá se hace necesario la inclusión del concepto de momento de inercia para simplificar la relación matemática, en ésta etapa se debe recordar continuamente el carácter vectorial de éste concepto.

Y por último, se enuncia el principio de conservación del concepto en cuestión y bajo qué condiciones se cumple o no.

Valoración significativa:

Esta etapa evidencia la apropiación de la temática presentada, se requiere de estrategias que de cuenta de la evolución del aprendizaje de los estudiantes.

La estrategia a utilizar en esta fase es la construcción de un mapa conceptual sobre la temática “Momentum Angular” y la confrontación con el mapa conceptual construido sobre el tema “Movimiento Rotacional”.

Ahora siguiendo la secuencia definida por el aprendizaje significativo, viene la fase **final de la Aplicación de los conocimientos adquiridos**

Expectativas:

A este nivel del aprendizaje del concepto, se espera que los estudiantes hayan realizado las inclusiones de la nueva información, de una forma sustancial, no arbitraria y que cada

estudiante haya modificado sus subsumidores, organizado la jerarquía externa de los conceptos y por último que el estudiante sea capaz de transferir la información a situaciones cotidianas explicándolas bajo éste concepto.

Actividad # 9

Objetivo:

Transferir los conocimientos teóricos en la explicación de una situación cotidiana.

Dar una explicación clara y coherente con las ideas científicas, de las siguientes situaciones:

Un joven patinador artístico se desliza sobre el hielo y efectúa una serie de figuras. Usted observa como gira y al levantar sus brazos lentamente sobre su cabeza, su rotación se hace mayor. ¿Porqué ocurre esto?

Todos los helicópteros tienen dos rotores; algunos tienen ambos sobre el eje vertical pero rotando en direcciones opuestas, y otros tienen uno sobre un eje vertical y otro sobre el eje horizontal perpendicular al cuerpo del helicóptero. ¿Porqué nunca se usa uno sólo?

ACTIVIDADES SUPLEMENTARIAS

Se presenta un pequeño banco de actividades que pueden ser utilizados en cada una de las fases que plantea la teoría de aprendizaje significativo.

Actividades para el proceso de indagación:

Además del mapa conceptual se pueden usar

- Encuestas
- Entrevistas

Actividad para inducir las representaciones de los estudiantes sobre el principio de conservación

Actividades de lecturas o ejercicios que pueden servir como material potencialmente significativo para crear los subsumidores

El movimiento de rotación es inherente a la naturaleza del hombre, sin embargo, existe la posibilidad que algún estudiante no se haya detenido en la observación y descripción de éste tipo de movimiento. Con las siguientes lecturas se pretende crear las ideas del movimiento de rotación en la estructura cognitiva del estudiante aclarando que la lectura propuesta debe ser más exigente (mayor nivel de comprensión) que cualquier lectura informativa.

LECTURA No. 1

Desde 1750 el hombre ha venido estudiando el comportamiento de trompos, anillos, volantes y todos los cuerpos en rotación. Los primeros experimentos mas que todos clásicos no tuvieron ninguna aplicación práctica.

A comienzos del siglo XX, se han construido y patentado varios aparatos de uso en la ingeniería, cuyos principios se basan en la teoría de los giróscopos.

El giroscopio es un instrumento denominado abreviadamente giro que conserva una dirección angular determinada en virtud del rápido movimiento de rotación de una masa. se emplea en los aviones en vuelo para “recordar” la situación del horizonte y la dirección del norte. Mediante giróscopos se mide el movimiento que debe darse al aparato de puntería para corregir el tiro. El giro-compás es una forma especial del giróscopo que marca el norte y se ha perfeccionado en alto grado para su uso a bordo de embarcaciones.

Los giróscopos se emplean en proyectiles dirigidos, aviones, buques, torpedos y es elemento básico en los sistemas de navegación automática.

En muchos fenómenos naturales se halla un comportamiento giroscópico, desde los movimientos de los átomos hasta la presesión de los planetas (GASTÓN 1970).

Con base en la anterior lectura cada estudiante debe presentar un escrito argumentativo sobre la temática y consultar qué otras aplicaciones pueden relacionarse, diferentes a las expuestas en el texto.

LECTURA No. 2

Cartilla: Diálogo reflexivo entre Pedro y su profesor sobre el Momentum Angular de un Electrón.

El Momento Angular de un Electrón



Creo que puedo ver cómo la idea de Bohr, de diferentes niveles de energía, se relaciona con la fórmula de Balmer, pero no entiendo cómo entra el momento angular.

Bohr sabía que la energía de un fotón era igual a la constante de



Planck multiplicada por su frecuencia (esta fórmula fue descubierta por Einstein durante sus trabajos sobre el efecto fotoeléctrico). Si el modelo de Bohr estaba correcto, también sabía que la energía de un fotón emitido era igual a la diferencia entre los niveles superior e inferior de energía involucrados en el proceso. Así que tenía una relación entre niveles de energía y las frecuencias de los fotones...



Pero la fórmula de Balmer especificaba la longitud de onda y no la frecuencia.



¡Ah!, pero no olvide que las dos están relacionadas. La velocidad de la onda es igual al producto de su longitud de onda por su frecuencia, como le explicaba a Kyla anteriormente. Un fotón, o emisión de radiación electromagnética, viaja a la velocidad de la luz, c .



Ah, si.

$$f = c / \lambda \quad (1)$$



Exactamente,-- y puesto que sabemos que

$$E_{superior} - E_{inferior} = hf \quad (2)$$

se deduce que

$$\frac{1}{hc}(E_{superior} - E_{inferior}) = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3)$$

a partir de la fórmula de Balmer. Ahora, podemos describir los niveles de energía en términos de la energía cinética y potencial de los electrones.

$$\Delta E = m (v_{\text{superior}}^2 - v_{\text{inferior}}^2) - ke^2 (1/r_{\text{sup}} - 1/r_{\text{inf}}) \quad (4)$$

Donde m es la masa del electrón, y v y r son su velocidad y su el radio orbital en los niveles superior e inferior.

Estoy comenzando a ver dónde puede entrar el momento angular en esta ecuación. Si el electrón está en una órbita circular, entonces



$$L = mvr \quad (5)$$

Lo cual significa que

$$v = L / mr \quad (6)$$

¿Corecto?

Al finalizar ésta lectura se pide a los estudiantes la construcción de un mapa conceptual sobre ésta y luego se socializa para elegir por consenso un mapa que describa y de cuenta del texto de manera clara y precisa.

Actividades experimentales para crear el concepto de momento de inercia

Práctica No. 1 Momento de Inercia

Objetivo:

Enfatizar que lo que importa en el movimiento de rotación no es la masa del cuerpo que permanece constante sino la distribución (o posición) de la masa del objeto con respecto al eje de rotación.

Medir el tiempo de oscilación de un péndulo físico que posee una masa constante.

Materiales:

Una regla graduada, una nuez, cronómetro.

Procedimiento:

Coloque la nuez sobre la regla a una distancia de 10 cm del eje de rotación. Desplace la regla unos 20° de la vertical y suéltela. Mida el período de rotación. Repita 4 veces

colocando la nuez a distancias diferentes del eje de rotación. Anote sus resultados y observaciones.

Cuestionamientos:

El período del péndulo físico depende de la masa de éste, o de la distribución de su masa.

Explique como es su dependencia.

Relacione las variables involucradas de una manera cualitativa.

Práctica No. 2 Momento de Inercia

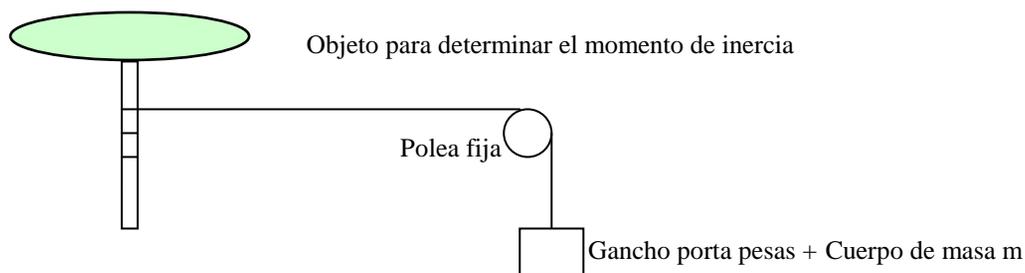
Objetivo:

Determinar experimentalmente el momento de inercia (I) de un cuerpo alrededor de un eje, y comparar éste valor con el valor teórico obtenido de la masa y las dimensiones del cuerpo.

Materiales:

Calibrador, objeto a determinar el momento de inercia (disco, masa irregular, etc.), gancho porta pesas, masas de pesos distintos, cuerda de 4 m, cronómetro.

Procedimiento: Ver figura abajo



Con el calibrador (vernier) mida el diámetro y obtenga el radio r , del cilindro donde se enrolla la cuerda, determine la masa y las dimensiones lineales del objeto al cuál se le desee determinar su momento de inercia. Tome un pedazo de cuerda de 4 m de longitud, ajuste el sistema hasta que se disponga de una altura de caída entre 1 y 2 metros.

Ponga el instrumento a girar mediante la acción de la caída del porta pesas y agregue o reste el peso suficiente a fin de conseguir que el instrumento rote con velocidad constante.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Ate ahora una masa adicional m al porta pesas, ésta masa es el cuerpo cuyo peso nos produce el momento de giro. Mida cuidadosamente el tiempo de caída de m la altura h anteriormente seleccionada, repita 3 o 4 veces y promedie el tiempo.

Calcule el valor del momento de inercia usando la ecuación $I = m r^2 [(gt^2/2h) - 1]$

Busque el valor teórico del momento de inercia del objeto utilizado.

Obtenga el porcentaje de error

$$\% \text{ error} = \frac{\text{Valor teórico} - \text{Valor experimental}}{\text{Valor teórico}} \times 100$$

Situaciones que pueden servir para aplicar la transferencia del conocimiento

Las siguientes situaciones problema serán propuestas a los estudiantes después de la intervención del profesor. La temática del movimiento rotacional a este nivel ya debe ser tratada con formalidad dependiendo del nivel educativo y se desarrollarán en forma de taller con la debida discusión y socialización

1) Preguntas abiertas:

Cuando una partícula se mueve en línea recta, ¿existen puntos respecto a los cuales su momento angular es cero?. Explicar su respuesta.

Cuando una partícula describe un movimiento circular uniforme, ¿es constante el módulo y la dirección de su momento angular respecto al centro de su movimiento? Si el módulo de la velocidad varía conforme la partícula se mueve en círculo, ¿es constante el módulo y la dirección de su momento angular respecto al centro?.

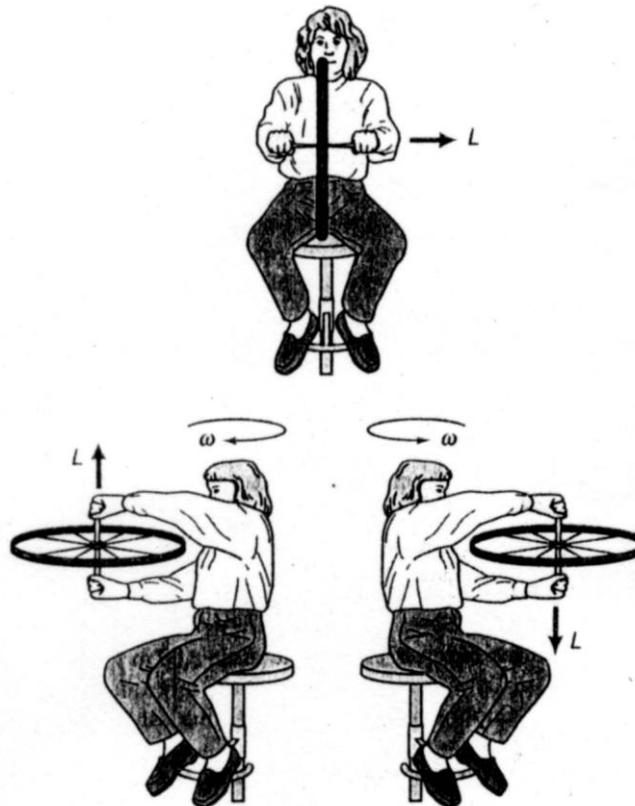
Una rueda de bicicleta o una moneda no presenta tendencia a caerse mientras está en rodamiento. ¿Porqué la rueda o la moneda se caer cuando cesa el movimiento?

Use las características del momento angular para explicar la ventaja de lanzar un balón de basketball con un pequeño giro alrededor de su dirección de movimiento.

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA

Usted coloca un giróscopo de aviación en una maleta, avanza en línea recta sujetando la maleta y trata de dar vuelta en una esquina, la maleta gira sobre la manija un ángulo inesperado, torciéndole la muñeca ¿cuáles son las causas de éste hecho?.

2) A continuación se presenta una ilustración en varios eventos como indica el diagrama:



Con base en éstas ilustraciones contestar las siguientes preguntas:

Describe que tipo de movimiento se está efectuando en la ilustración presentada.

Identifique las variables que intervienen en éste movimiento.

Explique las diferencias que se presentan en cada una de las posiciones y argumente.

Explique si identifica algún principio en el fenómeno representado por la figura.

En la representación de la figura podría afirmarse que la cantidad de movimiento angular se conserva.

Montajes Experimentales

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Se proponen diversos montajes experimentales, que permiten la utilización de materiales físicos como ruedas, cuerdas etc., que permitan mediante su manipulación la confrontación de la teoría. La realización de las prácticas será útil en la medida que puedan dar cuenta de las representaciones de la teoría, según decía Leonardo D'Vince, “el conocimiento debería basarse en la observación, examinar las observaciones mediante la matemática y terminar con un experimento concluyente para probar sus conclusiones finales” (Jeans, 1948).

Práctica No. 1.

Conservación del Momentum Angular

Objetivo:

Demostrar la conservación del Momentum Angular.

Materiales:

Una silla giratoria, masas de diferente peso y una rueda de bicicleta.

Se realiza cualquiera o los dos de los siguientes procedimientos

Primer Procedimiento:

Siéntese en la silla con pesas en sus manos y con sus brazos extendidos hacia fuera a cada lado. Empiece el movimiento, girando despacio. Entonces flexione los brazos trayendo las pesas hacia su pecho. Extienda y flexione de nuevo los brazos. Repita la acción varias veces. Anote sus observaciones y dé una explicación a lo observado.

Segundo Procedimiento:

Siéntese sobre la silla giratoria, sostenga la rueda de la bicicleta rodando con el eje de rotación horizontal. Ruede el eje de la rueda 90° sobre un eje horizontal. Vuelva a la posición de original, y entonces 90° en la otra dirección. Repita varias veces, anote lo observado y dé una posible explicación de lo ocurrido.

Práctica No. 2

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

La siguiente es una práctica de modo creativa (estableciendo predicciones y consecuencias del fenómeno), es una situación problema donde se ilustran leyes importantes de la Física y aproximan al estudiante a adoptar una actitud similar a la del científico enfrentado a un problema: formular hipótesis, recurrir a teorías, diseñar estrategias y procedimientos experimentales, etc. Todo esto con el acompañamiento del profesor.

Nota: Para la realización de ésta práctica es recomendable que los estudiantes ya estén familiarizados con la teoría del giróscopo.

Los fines principales que se tienen al proponer ésta práctica son: Que se adquiriera información de primera mano de los misterios del movimiento giroscópico, revisar las relaciones existentes entre las diferentes magnitudes que intervienen y evaluar los conocimientos que el estudiante tiene sobre la propagación de errores.

Medida de la velocidad de una rueda de bicicleta

Objetivo:

Determinar la velocidad angular de una rueda de bicicleta haciendo uso de la velocidad de precesión de la misma.

Materiales:

Una rueda de bicicleta, una cuerda, un flexómetro, un cronómetro.

Procedimiento:

Coloque la rueda suspendida del eje, mediante una cuerda, del techo del laboratorio.

El arreglo experimental que usted tiene no es más que el de un giróscopo de fabricación casera. Usted, que ya conoce la teoría del giróscopo podrá relacionar la velocidad con que precesará la rueda al hacerla girar, con la velocidad de rotación de la rueda.

Anote todos los datos que necesite (dimensiones lineales de la rueda, tiempos de rotación, etc.) con el respectivo error del instrumento de medida.

ANEXO # 1

En general el momento angular $mr\mathbf{v}_\perp$ de una partícula puede variar, dependiendo de las fuerzas a las cuáles está sujeta la partícula. En el caso especial de movimiento bajo la influencia de una fuerza centralmente dirigida (o bajo una fuerza nula), el análisis conduce a la conclusión de que el momento angular debe conservarse.

Esto sugiere la conjetura de que el Momentum Angular de la partícula puede ser alterado solamente si la fuerza aplicada tiene una componente instantánea, F_\perp , perpendicular al radio vector instantáneo \mathbf{r} .

Se examina más detenidamente este problema construyendo una representación analítica del Momentum Angular en un sistema de coordenadas cartesianas.

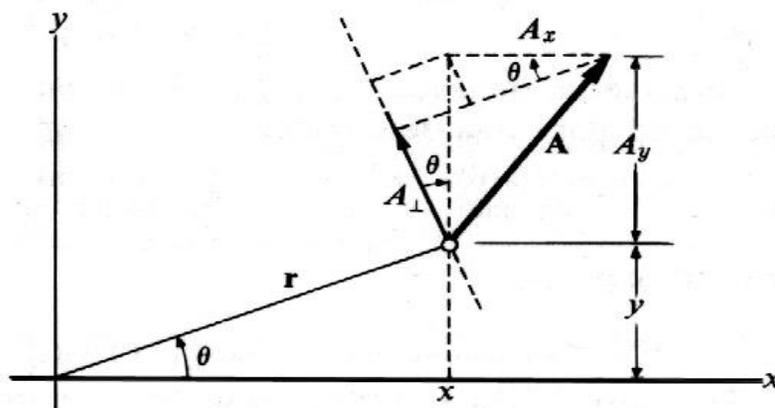


Figura tomada de Arons, 170 pg 398

De la figura, se tiene un vector general \mathbf{A} con componentes perpendicular \mathbf{A}_\perp y paralela \mathbf{A}_\parallel al radio vector \mathbf{r} y se demuestra que

$$r \mathbf{A}_\perp = x \mathbf{A}_\parallel - y \mathbf{A}_x$$

Si se hace que \mathbf{A} corresponda a la velocidad \mathbf{v} y se denota, el momento angular por el símbolo convencional \mathbf{L} , se tiene con la ayuda de la anterior ecuación que:

$$\mathbf{L} = mrv_\perp = m (x v_y - y v_x)$$

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

De este cálculo en coordenadas cartesianas, L tendrá un signo algebraico: positivo si el movimiento es en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj y negativo en sentido contrario, y se interpretan los signos de acuerdo con esto.

Derivando la anterior ecuación con respecto al tiempo

$$\frac{dL}{dt} = m \left(x \frac{dv_y}{dt} + v_y \frac{dx}{dt} - y \frac{dv_x}{dt} + v_x \frac{dy}{dt} \right)$$

$$\frac{dL}{dt} = m (x a_y + v_y v_x - y a_x + v_x v_y) = m (x a_y - y a_x) = m r a_{\perp}$$

Para un caso de movimiento bidimensional en el cual el Momentum Angular L respecto a un punto O es constante ($dL/dt = 0$).

De la ecuación anterior tenemos que: $(x a_y - y a_x) = 0$, $a_y / a_x = y/x$.

Como $y/x = \tan \theta$, es la pendiente del radio vector instantáneo \mathbf{r} , ver figura el vector de aceleración instantánea debe ser paralelo a \mathbf{r} y la fuerza aplicada a la partícula debe ser paralela a \mathbf{r} si el Momentum Angular permanece constante.

ANEXO # 2

MAPAS CONCEPTUALES

Es una estrategia desarrollada por los profesores Novak, J. y Gowin. D. (1984) y la cual definen como: “Un recurso esquemático para representar gráficamente un conjunto de significados conceptuales, incluidos en una estructura de proposiciones”

Los componentes básicos de un mapa conceptual son:

- **LOS CONCEPTOS** o imágenes mentales de imágenes sensoriales que representan eventos a los que designamos regularmente con palabras. Los conceptos se enmarcan preferiblemente dentro de elipses u óvalos y se escriben con mayúsculas.
- **LAS PALABRAS ENLACE.** Son verbos, artículos, preposiciones, conjunciones que vinculan los conceptos. Se escriben sobre las líneas conectoras y con minúsculas.
- **LA PROPOSICIÓN** resultante de relacionar los conceptos, formando un significado nuevo (unidad semántica con valor de verdad)

En un mapa pueden aparecer relaciones cruzadas entre conceptos no contiguos, ni en jerarquía de inclusión, debido a distintas posibilidades de asimilación por combinación. Los nombres propios como ejemplos de conceptos no deben enmarcarse; se escriben debajo del concepto.

Un mapa conceptual debe reunir tres condiciones:

- ***Jerarquización*** o nivel de generalidad o inclusión entre los conceptos.
- ***Selección***, o síntesis para captar lo más significativo de un texto o tema. Deben elegirse los conceptos más relevantes.
- ***Impacto Visual***, deben mostrarse claramente las relaciones existentes entre los conceptos (horizontal, vertical, cruzada). Puede recurrirse al empleo de colores, imágenes o iconos para mejor ilustración, como en el caso de la elaboración de mapas con niños en etapa de prelectura y preescritura.

Aunque hay similitudes, los mapas conceptuales difieren estructuralmente de otras formas de representación gráfica como: Epitomes, esquemas simples, redes conceptuales y semánticas, diagramas de flujo, organigramas, mapas mentales y cognitivos, Árboles descriptivos, etc.

Cómo construir un mapa conceptual

Sea que se trate de desarrollar una composición escrita (texto, conferencia, etc.) o de diseñar instrucción, la conformación de un mapa conceptual (M.C.) sigue estos pasos:

- Elegir el tema o texto cuyo contenido se va a representar (mapear).
- Escribir en una columna los conceptos básicos del contenido que va a mapear (términos conceptuales o palabras clave). Se recomienda considerar entre 6 y 10.
- Ordene los conceptos poniendo el (los) más general(es), más inclusivo(s), en el tope del mapa y gradualmente va colocando los demás hasta completar el mapa según el modelo de la diferenciación progresiva. Algunas veces es difícil identificar los conceptos más generales, más inclusivos; en ese caso, es útil analizar el contexto en el cual los conceptos están siendo considerados o tener una idea de la situación para la cual esos conceptos deben ser ordenados.

Si el mapa se refiere, por ejemplo, a un párrafo de un texto, el número de conceptos está limitado por el propio párrafo. Si el mapa se refiere a su conocimiento además del texto, conceptos más específicos pueden ser incorporados al mapa.

- Conecte los conceptos con líneas y rotule las líneas con una o más palabras que servirán como conectores que definirán la relación entre los conceptos. Los conceptos y los conectores deben formar una proposición explicitando el significado de la relación.

No existe una única manera de trazar un mapa conceptual. A medida que cambia su comprensión de las relaciones entre los conceptos, el mapa también cambia.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

Un mapa conceptual es dinámico, refleja la comprensión conceptual de quién hace el mapa en el momento en que lo hace.

ANEXO # 3

ANALOGÍAS

Con base en la revisión efectuada en la enseñanza del concepto del Momentum Angular arroja como resultado que los diferentes profesores entrevistados aseguran enseñar de acuerdo con el texto seguido y luego aclaran: yo enseñé haciendo una analogía entre el movimiento lineal y el rotacional. Se hace urgente y necesario un conocimiento riguroso de la metodología en la enseñanza de las ciencias basado en el uso de analogías, conociendo sus alcances y limitaciones. A continuación se presenta las condiciones que debe satisfacer la estructuración de las analogías para el uso adecuados de éstas.

Las analogías son símiles entre dominios de conocimientos que mantienen cierta relación de semejanzas entre sí. Herramienta frecuente en el pensamiento ordinario de las personas y ocupan un lugar prioritario en el ámbito de la enseñanza. Y específicamente en la enseñanza de la Física.

Desde esa perspectiva educativa, sirve para ayudar a entender una determinada noción o fenómeno que se denomina objeto, problema o evento, a través de las relaciones que establece un fenómeno análogo, al que también se denomina ancla, base o fuente y que resulta para el estudiante más conocido y familiar. (DAGHER, Z.R. Review of studies on the effectiveness of instructional analogies in science education. Science Education, 79(3) pgs 295-312). Sin embargo el uso inadecuado de las analogías puede ocasionar problemas y dificultades en la comprensión de los conceptos, estos obstáculos pueden enunciarse como:

En algunas situaciones el análogo no es suficientemente familiar e incluso en ocasiones resulta más complejo que el problema. Puede ocurrir también que los estudiantes no tengan actitudes positivas con el análogo empleado o que no vean su aplicación. Así mismo puede presentarse que se comparen situaciones que no parecen que sean semejantes para los estudiantes, de ahí que no encuentren los puntos de similitud que profiere el profesor; lo

anterior contribuye a un rechazo de la analogía y a una asimilación deficiente. (Brown, 1994)

Normalmente la analogía se presenta como una situación ya terminada que debe resultar evidente y convincente para los estudiantes. Suele reducirse a un proceso de transmisión o recepción en que el estudiante juega un papel pasivo (Aragón et al, 1998) Se presenta sin oportunidades para evaluar y regular la interpretación que de ella hacen los estudiantes. Mas escasas aún, son las ocasiones en las que se tiene en cuenta que el estudiante puede tener concepciones alternativas que interfieren en su proceso de asimilación. Todo ello contribuye a que los estudiantes acondicionen la analogía a sus concepciones alternativas profiriendo o retomando falsas asociaciones entre dominios. Como consecuencia de ello, las analogías pueden ser una fuente de concepciones alternativas.(Brown, 1992; Duit, 1991).

El aprendizaje de la analogía se concibe como un fin en sí mismo, omitiendo que sólo es un instrumento para la construcción de un modelo. En ese sentido no se exhiben cuáles son sus debilidades ni cuáles son los límites o alcances de su aplicabilidad (Rodney y Treagust, 1995). De otra manera, la analogía se introduce como hecho puntual y aislado, por ello presenta dificultad en evidenciar, cuáles son los aspectos del problema que se pretende ilustrar con ella, además se puede correr el riesgo que la analogía se interprete de una forma literal, conducente a un razonamiento de tipo rígido derivando en fijaciones funcionales y a dificultades de aprendizaje. En consecuencia, los estudiantes difícilmente obtendrán la estructura profunda de la analogía, por consiguiente se quedarán con la apariencia, sin trascender a relaciones más elaboradas. (Stavy y Tirosh, 1993).

Con base en lo expuesto anteriormente, se evidencia las dificultades más recurrentes en el uso inapropiado de las analogías, y se profiere en las siguientes enunciaciones, condiciones necesarias que satisfagan la estructura en el uso adecuado de analogías, es interesante señalar las relaciones que deben elegirse en cada caso para que sirvan como anclajes o

análogos, determinando las pautas o condiciones que deben satisfacer las analogías para ser trabajadas en el aula, éstas son:

1) El análogo debe ser más accesible que el objeto, en el sentido de que debe hacer referencia a una situación más cotidiana y, por tanto, con las que los alumnos se encuentren más familiarizados (Duit, 1991; A. Aragón et al. , 1999).

2) La analogía debe ser concreta y, en consecuencia, debe ser susceptible de presentarse a través de una imagen o de algo que sea tangible. El uso de representaciones visuales puede ser importante en la representación de la analogía, donde la imagen juega un papel fundamental en el proceso de abstracción. (Dupin y Joshua, 1990; Duit, 1991).

3) El análogo empleado debe simplificarse en lo posible. No se trata de representar mediante un mismo análogo todos y cada uno de los rasgos del objeto, ya que ello conduciría a una situación tanto o más compleja que la situación que se quiere aclarar. Se trata de definir las características más importantes del objeto y buscarles un análogo apropiado. (Dupin y Joshua, 1990; Dagher, 1995b). Las limitaciones y lagunas que presentan algunas analogías pueden ser utilizadas como una forma de propiciar en los estudiantes, la reflexión y el desarrollo del espíritu crítico, en la medida que se logre la transformación de la analogía. (Heywood y Parker, 1997).

4) La semejanza entre los fenómenos que se comparan no debe ser ni demasiado grande ni demasiado pequeña. Si la semejanza es muy pequeña, o sea el objeto y su analogía son muy diferentes, ésto no será estimulante para el estudiante y no servirá de nada, por el contrario si la semejanza es muy grande, ésta analogía no presenta utilidad, ya que se hace evidente y el trabajo de diferenciación carece de sentido. (Duit, 1991; Ogborn y Martins, 1996).

La calidad de la analogía en sí, no depende de la naturaleza del análogo que se elige sino del papel que juega el estudiante en el proceso de la construcción de analogías que permite

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

el desarrollo de sus capacidades metacognitivas, en ese sentido se debe tener en cuenta que los estudiantes tengan el mismo nivel de interpretación o entendimiento que se pretende, siendo una condición básica para la obtención del éxito. Desde ésta perspectiva se muestra como utilizar ésta estrategia en la enseñanza de las ciencias.

Ahora, teniendo como referente la estructura que debe satisfacer una analogía para que sea adecuada en la enseñanza de las ciencias, se toma distancia en la forma usual que se asume la analogía en los textos guía de pregrado, ya que no satisfacen las condiciones anteriormente expuestas, y se pretende hacer uso de las analogías con una sustitución de palabras y/o símbolos.

Otra dificultad presente en la sustitución de palabras anteriormente descrito, se basa en que si el primer concepto no fue aprehendido o interiorizado, el segundo concepto no hallará anclaje y no facilita la comprensión del fenómeno estudiado. (Oliva, Aragón, Mateo y Bonat, 2001)

CONCLUSIONES

- Al realizar la búsqueda del origen del concepto de momentum angular, se encontró que no es un desarrollo físico, sino se sume como una definición matemática, que se explica a través de relaciones matemáticas.
- El momentum angular, se presenta como una magnitud fundamental, esto genera confusiones ante una dicotomía emergente, por un lado ¿la palabra *fundamental* se debe entender como algo propio del sistema?, o se debe entender como ¿una magnitud que se autodetermina?. Se dejan abiertos estos interrogantes para lectores interesados en la temática. En el contexto microscópico se puede afirmar que esta magnitud se asume como una magnitud fundamental, se considera como una variable de estado, de carácter intensivo y cuantizada.
- El concepto de momentum angular en ésta propuesta se explica con base en el principio de conservación de las áreas y puede utilizarse para el estudio del movimiento rectilíneo uniforme o del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, sin hacer uso de los conceptos de velocidad o aceleración.
- La construcción de diseños experimentales para determinar el Momentum Angular es compleja en la medida que, la fenomenología dificulta la descripción del movimiento al establecer patrones de cuantificación, lo cual implica la construcción del significado y la medición del momento de inercia.
- El momentum angular se circunscribe usualmente al movimiento rotacional omitiéndose el momentum angular que posee una partícula en toda clase de movimiento

(lineal, circular, parabólico) limitando éste concepto de otros posibles desarrollos en la ciencia.

- El principio de superposición el cuál se puede aplicar en el concepto de Momentum Angular, permite evidenciar una jerarquización entre diferentes formas de estudiar la naturaleza, ya que éste principio también es aplicable a la mecánica Newtoniana, a los campos eléctricos, a los campos magnéticos y a las ondas electromagnéticas.
- Es de interés notar que en la 2^{da} ley de Kepler está implícito la conservación del momentum angular, aunque la fuerza gravitacional $F = Gm_1m_2/r^2$ entre los planetas y el sol, cambia de magnitud y dirección en cada momento, implicando una variación en el momentum lineal. Ésta ley nos sirve como aprendizaje supraordinado en la aplicación de la propuesta.
- La denominación del concepto de Momentum Angular presenta varios sinónimos: momento angular, cantidad de movimiento angular, momento del momento lineal, dado que, la diversidad en la designación del concepto dificulta la significación y comprensión. En la propuesta se eligió Momentum Angular para omitir esta ambigüedad. La razón por la cual se elige esta denominación es que: generalmente, el término *momento* relaciona un producto vectorial, entre el vector de posición y el vector equis; como por ejemplo: momento de una fuerza = $\mathbf{r} \times \mathbf{F}$.
- La construcción del concepto del momento de inercia a través de situaciones experimentales, confronta los modelos ideales que se presentan en la teoría con caracterizaciones absolutas y determinista que se asumen en la ciencia. De esta forma el profesor juega un papel indispensable, ya que a través de su intervención clarifica que el conocimiento no es dado sino construido. Además la construcción de éste concepto posibilita el aprendizaje combinatorio en la propuesta.

- Las experiencias mentales o hipotéticas permiten crear cierta duda o conflicto cognitivo en los estudiantes que los conduce a evaluar sus significaciones y representaciones mentales sobre la construcción del momentum angular, y a formular una nueva idea, si sus representaciones no son racionales, esto implica una reorganización de los saberes existentes. Las anteriores situaciones se emplean en la propuesta como material potencialmente significativo, además el material, es propicio para inferir información organizada y coherente con la estructura cognitiva del sujeto.
- La propuesta didáctica desarrollada es diferente en la forma usual como se presenta el concepto del Momentum Angular, porque se hace una construcción de éste, desde el principio de conservación y la segunda ley Kepler. Donde se asocia la cuantificación de ésta magnitud con el área cubierta por el radio vector.
Ahora, el carácter vectorial del Momentum Angular se expone desde dos puntos de vista distintos: en primera instancia, la cuantificación del vector resultante entre el producto vectorial de dos vectores es igual al área que cubren los dos vectores, por lo cual, se infiere que el momentum angular proviene de un producto vectorial. En segunda instancia, la descripción del movimiento de rotación no debe cambiar ante la reflexión (en un espejo) por lo cuál se le asocia una dirección perpendicular al plano del movimiento.
- En la educación de pregrado, los diferentes profesores asumen la enseñanza de éste concepto basados en un texto o en otro, en donde la temática es presentada en forma de analogías del movimiento lineal con el movimiento rotacional o partiendo de la definición ($\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$), otros profesores combinan las dos formas anteriores. La propuesta didáctica presentada difiere de las posturas señaladas anteriormente en la medida que se desarrolla desde la teoría del aprendizaje significativo en donde el estudiante aprende a aprender.

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

- En la revisión bibliográfica efectuada se encontró que, la enseñanza del Momentum Angular se realiza por medio de analogías, sin embargo, esta presentación no es adecuada en la medida que no hay un planteamiento riguroso del trabajo por analogías y el tratamiento es sutil reduciéndose a una simple comparación.
- La potencialización en la construcción de modelos adecuados con la comunidad científica, operatorios con relación a un campo de problemas dados, y que estén relacionados con las concepciones previas, se constituye como un principio fundamental, en la propuesta didáctica desarrollada, para la significación del concepto Momentum Angular.
- En el desarrollo de esta propuesta didáctica, el papel que juega el profesor es fundamental en la interacción con los estudiantes en la medida que es el facilitador a través de materiales potencialmente significativos relacionadas con situaciones vividas del que aprende, condición necesaria para que el enseñante formalice la construcción de significados de acuerdo con la comunidad científica.
- Se quiere precisar a priori que no se tiene nada en contra de las enseñanzas de tipo conductista. De hecho se utiliza en el desarrollo de esta propuesta como material potencialmente significativo, en la incorporación de la nueva información en un tiempo mínimo. Para ello son condiciones necesarias: el transmisor y el receptor estén en la “misma frecuencia”, es decir, que se planteen el mismo tipo de preguntas (o que el primero haya conseguido previamente transmitir al segundo su problemática), marco de referencia y la misma red semántica. En la dirección anterior se plantea esta propuesta para facilitar esas condiciones mínimas de aprendizaje.
- El Aprendizaje y la pertinencia de esta propuesta, se evidencian, en el hecho de relacionar la nueva información con las ideas ya establecidas en la estructura cognitiva

**ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA**

del que aprende, posibilitando la construcción de aprendizajes: supraordinado, combinatorio y de transferencia, conducentes a un aprendizaje significativo.

- La rigidez desde la enseñanza tradicional de la física y la formación dirigida que subyace en estudiantes y profesores, no es fácil de cambiar. Cuando se rompe este enfoque, genera problemas de inseguridad y ansiedad en estudiantes y profesores, sin embargo las expectativas en los logros que se pueden alcanzar son muy grandes, si se piensa desde la perspectiva de educar individuos críticos y autónomos.

BIBLIOGRAFÍA

ALONSO, M. y FINN, E. J. 1986. *Física Vol I.Mecánica*. Wilmington, Delaware, E.U.A., Addison Wesley Iberoamericana, pags. 8, 183

GASTÓN, A. 1970. *El Giróscopo*. Medellín, Anales del cuarto congreso Nacional de Física. Sociedad Colombiana de Física, Universidad de Antioquia, 538-583

ARCA, M.; GUIDONI, P. y MAZZOLI, P. 1990. *Enseñar ciencia*. Barcelona, Paidós Educator, 186-187

ARFKEN, G. 1981. *Métodos matemáticos para Físicos*. México D. F., Editorial Diana, 39

ARONS, A. 1970. *Evolución de los Conceptos de la Física*. México D. F., Trillas, 395-402

AUSUBEL, D. P. 1976. *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México D. F., Trillas, 183

BENLLOCH, M. 1994. *Por un aprendizaje constructivista de las ciencias*. Madrid, Visor Distribuciones S. A., 14-15

BEER, F. y JOHNSTON, E. R. JR. 1990. *Mecánica Vectorial para Ingenieros*. México, MacGraw-Hill, 563

CAJAMARCA, C. E. 1995. *Aprender a educarse ser y obrar*. Santa Fé de Bogotá, Géminis Ltda., 75

CHALMERS, A. 1991. *¿Qué es esa cosa llamada ciencia?* Buenos Aires, Siglo XXI, 47

DUGAS, R. 1988. *History of Mechanics*. New York, Dover Publications, Inc., 341

Enciclopedia VISUAL. 1993. México D.F., ENCAS, 697

FEYNMAN, R. 1980. *El carácter de la Ley Física*. Barcelona, Antonio Bosch, 63-66

FEYNMAN, R. 1963. *Lecturas sobre Física*. Wilmington, Delaware, E.U.A., Addison Wesley Iberoamericana, pag. 18 - 8

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA

- FISHBANE, P.M. 1994. *Física para Ciencias e Ingeniería*. Prentice Hall, 321
- FRENCH, A. P. 1974. *Mecánica Newtoniana. Curso de Física de Mit.* Barcelona, Reverté, 677
- GALLEGO, B. R. 1994. *Corrientes Constructivistas*. Santa Fé de Bogotá, D.C. Cooperativa Editorial Magisterio, 124
- GAMOW, G. 1964. *Biography of Physics*. Estados Unidos, Harper Torchbooks, 243
- GARRITZ, D. y CHAMIZO, J. A. 1991. *Estructura atómica un enfoque químico*. Wilmington, Delaware, EUA., Addison Wesley Iberoamericana, 543-544
- GETTYS, E. 1992. *Física Clásica y Moderna*. España, McGraw-Hill Interamericana, 312
- GOLDSTEIN, H. 1963. *Mecánica Clásica*. Madrid, Aguilar, 173
- HALLIDAY, D. y RESNICK, R. 1974. *Fundamentals of Physics*. New York, Jhon Wiley & Sons., 183-205
- JEANS, J. 1948. *Historia de la Física*. New York, The Macmillan Co., 148
- KAUFMAN, M y FUMAGALLY, L. 1999. *Enseñar Ciencias Naturales*. Barcelona, Paidós, 34-35.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. 1998. *Lineamientos Curriculares de Ciencias naturales y de Educación ambiental*. Santa Fé de Bogotá, Libros y Libros, 85
- LANDAU, L. D. 1998. *Curso de Física Teórica. Mecánica*. Reverté, 21-24
- MORANI, O. 1923. *Tratado de Física*. Barcelona, Gustavo Gili
- MOREIRA, M.A. 1996. *Aprendizaje Significativo: Fundamentación Teórica y Estrategias Facilitadoras*, Porto Alegre. Universidade da Porto Alegre, 2
- NIÑO, V. y HERRERA, W. 1997. *Leyes de Conservación del momentum lineal, del momentum angular y de la energía en los cursos de física general*. Revista Colombiana de Física, 29 (2). Santa Fé de Bogotá. Publicado por la Sociedad Colombiana de Física, 363-366.

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES CON ÉNFASIS EN LA
ENSEÑANZA DE LA FÍSICA DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICA

NOVACK, J. y GOWIN, D. 1984. *Aprendiendo a Aprender*. Barcelona, Martinez Roca, 57

NOVACK, J. 1998. *Conocimiento y aprendizaje*. Madrid, Alianza Editorial, 39

OLIVA, J. M.; ARAGÓN, M. M.; MATEO, J. y BONAT, M. 2001. *Una propuesta didáctica basada en la investigación para el uso de analogías en la enseñanza de las ciencias*. Enseñanza de las ciencias, 19 (3), 453-470

PAPP, D. 1961. *Historia de la Física desde la antigüedad hasta los umbrales del siglo XX*. Madrid, Espasa Calpe S.A., 115 – 118

PÉREZ ROJAS, H. 1998. *Conceptos de Física Contemporánea. Desde las leyes de Kepler hasta los campos cuánticos*. Medellín, Universidad Pontificia Bolivariana. 29

RASCH, P. y BURKE, R. 1980. *Kinesiología y anatomía aplicada*. Barcelona, El Ateneo, 133

SEBASTIA, J. M. 1985. *Las clases de Laboratorio de Física: una propuesta para su mejora*. Revista Enseñanza de las ciencias, 42-45

SERWAY, R. 2002. *Física. I*. México, McGraw-Hill, 297

TRUESDELL, C. 1975. *Historia de la Física*. Madrid, Tecnos, pags. 94, 116, 130, 223, 227, 231

VALERO, M. 1998. *Física Fundamental*. Santa Fé de Bogotá, Norma, 155

WILSON, J. D. 1996. *Física*. México, Prentice Hall, pags. 279, 289, 290

WEISSMANN, H. 1995. *Didáctica de las ciencias naturales*. Barcelona, Paidós, 37-65