



Revista Latinoamericana de Etnomatemática
ISSN: 2011-5474
revista@etnomatematica.org
Universidad de Nariño
Colombia

Procesos de objetivación relacionados con la razón y la relación parte-todo mediante la medición: un estudio con niños de séptimo grado

Cisneros, Jose-Wilde; Castro, Walter F.

Procesos de objetivación relacionados con la razón y la relación parte-todo mediante la medición: un estudio con niños de séptimo grado

Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 10, núm. 1, 2017

Universidad de Nariño

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274048277003>

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional.

Procesos de objetivación relacionados con la razón y la relación parte-todo mediante la medición: un estudio con niños de séptimo grado

Objectification processes related to rate and whole-part using the measure: a case study with seven graders

REDALYC: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274048277003>

Jose-Wilde Cisneros [1]
Universidad de Antioquia, Colombia
jose.cisneros@udea.edu.co

Recepción: 07 Junio 2016
Aprobación: 16 Diciembre 2016

Walter F. Castro [2]
Universidad de Antioquia, Colombia
walter.castro@udea.edu.co

RESUMEN:

El propósito de este artículo es investigar procesos de objetivación relacionados con dos acepciones del número racional, a partir de la medición. El enfoque investigativo es cualitativo y considera el estudio de un caso, el cual se focaliza en la interacción social y en la mediación instrumental. Las actividades diseñadas favorecieron procesos de objetivación en el seno de prácticas sociales orientadas hacia la solución de una tarea matemática sobre medición. La mediación como un punto de partida permitió establecer un vínculo con la producción cultural histórica de los artefactos que usan los niños no únicamente para producir y reproducir conocimiento sino también para apropiarse de significados culturales.

PALABRAS CLAVE: Objetivación, Número Racional, Medición, Mediación, Aprendizaje.

ABSTRACT:

The objective of this paper is to research objectification processes related to the rational number as a ratio and as a whole number through measuring tasks. The research approach is qualitative and considers a case study which focuses not only on the social interaction but also on the instrumental mediation. The tasks were designed to promote the objectification processes of the rational number as a ratio and as a whole number within the social practice which fosters the mathematics task solution. Mediation as a starting point promoted linking the cultural production of artifacts used by kids not only to produce and reproduce knowledge but also to take over cultural meanings.

KEYWORDS: Objectification, Rational Number, Measurement, Mediation, Learning.

1. INTRODUCCIÓN

A pesar de la importancia concedida al número racional en el currículo y de los avances logrados durante años de investigación, aún persisten dificultades tanto en su enseñanza, como en su aprendizaje. Algunos investigadores (Escolano, 2001; Lamon, 2012) sugieren realizar esfuerzos que permitan brindar herramientas a los maestros de matemáticas que los ayuden en la enseñanza de las diversas acepciones del número racional.

El problema que motivó el estudio se planteó con base, en primer lugar, en algunas investigaciones (Behr, Harel, Post & Lesh, 1993; Cedillo, 2006; Escolano, 2001; Lamon, 2012) que resaltan las dificultades en el aprendizaje del número racional; en segundo lugar, a partir de investigaciones realizadas en Colombia (Castaño-Arbeláez & García-Castro, 2014; Hincapié-Morales, 2011), las cuales informan sobre las

NOTAS DE AUTOR

[1] Magister en Educación por la Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: jose.cisneros@udea.edu.co

[2] Doctor en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Granada, España. Profesor de la Facultad de Educación. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: walter.castro@udea.edu.co

jose.cisneros@udea.edu.co

dificultades reveladas por los niños durante el aprendizaje de dicho objeto matemático y finalmente, a partir de la experiencia del primer autor, obtenida durante su ejercicio docente con alumnos del grado séptimo de la Institución Educativa Andrés Bello (IEAB), localizada en el municipio de Bello, departamento de Antioquia, Colombia.

Algunos investigadores (Behr et al., 1993) consideran que las fracciones están vinculadas con cinco constructos: razón, operador, cociente, medida y la relación parte-todo. Si bien los anteriores constructos consideran diversas situaciones vinculadas con la fracción, no se considera un especial énfasis en situaciones de medida, en tanto que "...tanto los procesos de medición como la geometría favorece que los niños hagan conexiones con el entorno cotidiano. Ambos ambientes ofrecen herramientas matemáticas... para estructurar el mundo físico..." (Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2008; p. 10).

La representación del número racional como una relación parte-todo, en la cual el denominador representa el número de partes en que se divide la totalidad suele ocasionar que el niño desconozca la fracción como una unidad fundamental de análisis. Muchos niños parecen comprender las fracciones como dos números no relacionados. En esta interpretación $\frac{a}{b}$ denota una relación entre dos números, por ejemplo $\frac{3}{7}$ significa tres de cada siete (Gould, Outhred & Mitchelmore, 2000). Algunos investigadores (Escolano, 2001; Lamon, 2012) informan sobre 'saltos conceptuales' percibidos en las tareas propuestas a los niños y que contribuyen a incrementar la dificultad del aprendizaje.

La enseñanza del número racional generalmente se centra en las fracciones y desde esta perspectiva se distancia de los procesos de medición. Similarmente, las aplicaciones suelen focalizarse en el procedimiento 'regla de tres' donde la razón no es el centro de atención.

En algunos libros de texto de Colombia (Puerta, 2012) se presenta el número racional de la forma: $Q = \left\{ \frac{x}{y}, x, y \in Z, y \neq 0 \right\}$ y posterior a tal presentación formal proponen 'aplicaciones' que involucran soluciones de ecuaciones.

Existen dificultades y obstáculos relacionados con la naturaleza del objeto de estudio y el lenguaje usado para referirse a situaciones en las que está implicada la razón (Moreno, de la Barrera, Mantilla & Carreño, 2003). La enseñanza del número racional se ha centrado tradicionalmente en el estudio de una única interpretación para los números racionales, que es la relación parte-todo como comparación entre dos enteros. Se considera que debe proporcionarse a los niños oportunidades de acceso a otras formas de interpretación para $\frac{a}{b}$: como razón, como medida, como cociente y como una relación (Gould et al., 2000; Moreno et al., 2003; Lamon, 2012).

La postura sociocultural (Vygotsky, 1982) vincula la actividad matemática con el entorno social y cultural de los niños; es decir, el conocimiento es producido y reproducido por los niños en sus interrelaciones con el mundo en entornos culturales y sociales específicos, los cuales permiten la 'instanciación' del saber (acepciones del número racional). Se considera que los procesos de medición pueden ser apropiados para motivar el uso de la razón y por tanto podrían ser un camino de entrada hacia la construcción del concepto de número racional. El Consejo Norteamericano de profesores de Matemáticas (NTCM, 2000) señala la importancia de la comprensión de los números enteros para entender y representar fracciones utilizadas en diferentes contextos, esto resalta la importancia del paso del número natural al número racional en situaciones cercanas a la experiencia de los niños, en este caso, a partir de actividades de medición.

La objetivación y su relación con los instrumentos^[1] favorecen la generación de nuevas posibilidades de conocimiento para el niño. Los instrumentos por sí solos no se constituyen en mediadores, se requiere del docente y del uso del lenguaje. Así debe ofrecerse a los niños oportunidades de aprendizaje sobre la razón, de forma que a partir de actividades o situaciones mediadas por instrumentos psicológicos^[2] y artefactos, puedan objetivar acepciones del número racional a partir de actividades de medición.

En los siguientes apartados se presenta el marco teórico, la metodología y posteriormente se presenta la actividad matemática desarrollada por los niños, finalmente se presentan las conclusiones.

2. MARCO TEÓRICO

Se consideran tres ejes fundamentales: el enfoque sociocultural de Vygotsky (1982), la teoría de la actividad de Leontiev (1978), la teoría de la objetivación de Radford (2006; 2011; 2013) la cual está basada en las teorías sociocultural y de la actividad, además, el saber matemático que subyace a la objetivación del número racional.

El enfoque sociocultural (Vygotsky, 1982) asume al sujeto como un ser social y al conocimiento como una producción social que fundamenta el desarrollo del pensamiento de los niños. Enfatiza el carácter sociocultural de la cognición y propone la existencia de las funciones psicológicas naturales y culturales. Las funciones naturales se manifiestan en las funciones cognitivas del niño durante el transcurso de su desarrollo y en su madurez. La civilización humana interviene [funciones cognitivas] transformando las funciones naturales en culturales, transformación que se produce bajo la influencia de instrumentos materiales y simbólicos y por medio de formas de comunicación interpersonal (Kozulin, 1998).

Ahora bien, se considera la actividad como un proceso social vinculado con formas de comunicación interpersonal, como proceso de interacción del hombre con el mundo externo y de solución de problemas (Leontiev, 1978), la actividad genera la motivación que impulsa acciones orientadas a la objetivación del objeto, en particular cuando el aprendizaje se orienta a la satisfacción de una necesidad, en nuestro caso la objetivación del número racional en sus acepciones de razón y de relación parte-todo.

El aprendizaje es una actividad y se concibe como un proceso de objetivación que es un proceso social a través del cual los estudiantes comprenden la lógica cultural con la cual los objetos de conocimiento han sido dotados y convertidos históricamente en formas de acción y pensamiento (Radford, 2010). Es decir, la actividad está en relación al conjunto de acciones organizadas, estructuradas, orientadas y dirigidas socialmente para alcanzar un fin.

La teoría de la objetivación propone una forma de reflexionar sobre los procesos de aprendizaje de conceptos matemáticos (Radford, 2006), se fundamenta en las investigaciones de carácter sociocultural desarrolladas por Vygotsky (1978). Radford (2008) sugiere que los objetos matemáticos se generan históricamente durante el curso de la actividad matemática de los individuos, y agrega que “... *los objetos matemáticos son patrones fijos de la actividad humana reflexiva incrustados en el mundo siempre cambiante de la práctica social mediada por artefactos*” (p. 222) ^[3].

Durante el proceso de objetivación, los estudiantes utilizan signos y artefactos (símbolos matemáticos, gráficos, palabras, gestos, calculadoras, etc.), en la construcción social de significados con el fin de lograr una forma estable de conciencia, hacer evidentes sus intenciones y desplegar acciones para alcanzar el objetivo de sus actividades (Radford, 2006).

El conocimiento matemático que subyace a la objetivación, es la cuantificación de la razón, la cual se considera como un número racional cuando la comparación de dos magnitudes es conmensurable. Si bien se mencionan los tres enfoques, el que orienta el trabajo de investigación es el proceso de objetivación. A partir de la razón es posible generar las fracciones no como dos números, sino como formas de notación particular para los números racionales; una fracción es generada a partir del proceso de medición de un segmento, esto es: $\overline{AB} = \frac{m}{n} \overline{CD}$, lo cual tiene sentido cuando se mide el segmento \overline{AB} a partir del segmento \overline{CD} , m y n

enteros. A partir de este proceso de medición diseñamos las tareas para motivar la discusión entre los niños. Es necesario aclarar que de la Teoría de la Objetivación se retoma el papel que se da a los artefactos, y su relación con el entorno sociocultural, sin embargo, no se toman otros planteamientos de la Teoría de la Objetivación en este trabajo.

El objetivo de estudio es investigar procesos de objetivación relacionados con el número racional cuando se proponen actividades relacionadas con la medición. Específicamente se presta atención a los procesos de objetivación asociados a dos acepciones del número racional, como razón y como relación parte todo.

3. METODOLOGÍA

En este apartado se describen los sujetos que participaron en el estudio, el contexto y los instrumentos empleados para la recolección y análisis de los datos. Se hizo un estudio para recoger datos que permitieran responder a la pregunta ¿Cómo se promueven procesos de objetivación, con base en mediciones, del número racional en sus acepciones de razón y de relación parte-todo?

Para la recolección y el análisis de datos se eligió la metodología de análisis cualitativo, la cual supone una aproximación interpretativa a la comprensión, manifestada por los niños, sobre los objetos matemáticos estudiados (Denzin & Lincoln, 2005) y se respalda en el estudio de caso, el cual se focaliza en la interacción social de los niños. En este sentido se identifican algunas concepciones que poseen los niños sobre la razón y sobre la relación parte-todo.

3.1 Sujetos

El estudio se realizó en el ambiente natural escolar de grado séptimo de la Institución Educativa Andrés Bello, municipio de Bello, departamento de Antioquia, Colombia, si bien el grupo estaba formado por 35 niños, cuyas edades oscilan entre 11 y 12 años. Se escogió un grupo conformado por seis niños debido a que éste mostró independencia y dedicación al trabajo durante la clase. Los niños previamente habían tomado un curso en el cual realizaban operaciones aritméticas entre fracciones. Se promovió que los estudiantes trabajaran en grupos conformados a su elección, esto favoreció su participación en las actividades. Es menester indicar que en la institución educativa es usual que los niños trabajen proyectos en grupos.

3.2 Análisis de Datos

A partir de los datos recogidos: soluciones escritas por los niños, instrumentos usados por ellos, entrevistas, y videos, se efectúa un análisis de los episodios, de la producción de significados relacionados con la razón y la relación parte-todo como acepciones del número racional. Los videos y audios se transcribieron tan pronto fueron realizados, y posteriormente se escucharon, lo cual dio origen a preguntas y a tareas que fueron propuestas a los niños. Los dos autores revisaron los audios y señalaron aspectos y segmentos codificados de acuerdo con la propuesta de Knipping (2008) de acuerdo el participante, el tema, la sincronía argumentativa, el protagonismo o antagonismo en la argumentación (Clark & Sampson, 2008) que luego fueron discutidos hasta llegar a un consenso. Se realiza el análisis de la mediación, el conteo y la medición como emergentes de las actividades realizadas por los niños las cuales contribuyeron a la objetivación de dos acepciones del número racional, a partir de las interacciones sujeto-objeto.

Se aborda este apartado considerando que las funciones mentales superiores están mediadas por herramientas psicológicas, materiales y por sistemas de signos, entre los que se encuentra el lenguaje natural (Vygotsky, 1982). De igual forma se considera que a partir de los procesos de conteo y de medición que generan la razón ($\frac{x}{y}$) se favorece la objetivación del número racional en sus dos acepciones como razón y como relación parte-todo. Las hipótesis anteriores serán motivo de validación a partir de los análisis de los episodios.

La tarea propuesta suscita necesidades, motivos, acciones y operaciones matemáticas por parte de los niños. En tanto que el saber se concibe como 'potencialidad cultural' y está constituido por sistemas de acción y de reflexión que están inmersos en la cultura, es así como las tareas propuestas a los niños promueven la acción y la reflexión que favorecen no solo la interacción sujeto-objeto (donde el objeto puede ser un artefacto u otro sujeto) sino la atribución de significados a objetos matemáticos construidos cultural e históricamente. Es a través de estos procesos intersubjetivos mediante los cuales los niños se reconocen y son reconocidos como miembros de una comunidad sociocultural (Radford, 2011). Los siguientes episodios ofrecen evidencia sobre la atribución de significados, por parte de los niños, a los signos y a los símbolos mediante palabras que componen aspectos subjetivos como partes constituyentes del proceso de objetivación, para ello utilizan la mediación semiótica y la mediación instrumental ^[4], la cual se asume en este trabajo como los artefactos adaptados por el sujeto para cumplir un objetivo.

En lo que sigue se presenta una tarea realizada por los niños. El objetivo de la tarea es la búsqueda de la estatura de Darwin, quien es un niño de pre-escolar que posee vínculos familiares con uno de los integrantes del grupo de seis niños. Cuando el profesor pidió medir a un niño, los integrantes de este grupo pidieron invitar a Darwin y determinar su estatura. Durante el desarrollo de la tarea los niños realizan actividades orientadas hacia la atribución de significados vinculados con la medición como comparación entre dos magnitudes que favorece promover un proceso de objetivación en torno al número racional.

4. ACTIVIDAD

El enunciado de esta tarea es: A un niño pequeño se le desea medir su estatura con una cinta de color azul. A otro niño de mayor estatura se le realiza el proceso de medición con una cinta de color rojo. ¿Cuántas cintas de cada color son necesarias para medir las estaturas de los niños?

Esta actividad se planeó con el propósito de determinar si los niños lograban realizar, naturalmente, el proceso de partición de una unidad en subunidades. Las cintas que se les dan no tienen medidas asignadas, si bien las medidas son conocidas por el profesor no lo son por los niños. La medida de las cintas se da a los niños en caso que pregunten por ella. Las cintas se dan sin las medidas para que los niños usen la comparación y para que afronten el problema de medir partes sobrantes. El motivo que impulsa a los niños a desarrollar la tarea es la búsqueda de la estatura de Darwin. Inicialmente los niños toman la cinta de mayor longitud como unidad de medida; sin embargo, para satisfacer la necesidad de medir, los niños ejecutan acciones que no están relacionadas directamente con la obtención de la medida, por ejemplo, apoyar a Darwin contra la pared (Figura 1) y pedirle que se apoye por completo sobre ella, desde los pies hasta la cabeza. Se aprecia que los niños ponen una cinta justo después de la otra sin dejar espacios entre ellas. Tales acciones no fueron motivo de instrucción por parte del profesor.



FIGURA 1.
Midiendo a Darwin
Fuente: Producción propia

La búsqueda de la estatura de Darwin promueve que los niños usen una acepción de la medida -como comparación entre dos magnitudes- y a partir de este uso se promueve el proceso de objetivación.

El siguiente episodio muestra que los niños usan las cintas para comparar dos magnitudes en forma natural. La N refiere a niño, y el número refiere al niño que interviene, la P refiere al profesor.

N4: Como solo tenemos dos cintas, vamos a poner una debajo de la otra y a medida que vamos bajando vamos contando para saber cuántas cintas son requeridas.

P: ¿Y por qué están colocando al niño en la pared?

N6: Porque sería más fácil para tener algo en que apoyarnos.

P: Bueno y las cintas ¿tienen la misma longitud?

N2: Si profe cada cinta mide 20 cm.

Los niños continúan con el proceso de poner una cinta a continuación de la otra, hasta que finalmente terminan de medir la estatura de Darwin, pero les sobra cierta cantidad de cinta.

P: ¿Que les pasó? ahí que veo...

N6: Sobra.

P: y ¿cuánto sobró?

N2: Una pequeña parte.

La actividad indaga por la determinación de la estatura del niño y las acciones emprendidas involucran la toma de decisiones: ubicar al niño de espaldas contra la pared, poner las cintas una justo a continuación de la otra, contar el número de cintas usadas hasta que terminan de medir la estatura, percatarse que les ha 'sobrado' un pedazo de la cinta, comparar la estatura del niño con el número de cintas, multiplicar la longitud de cada cinta por su medida y efectuar una correspondencia aproximada de la estatura de Darwin. La actividad humana no existe más que en forma de acción o cadena de acciones (Leontiev, 1978) que son los medios usados para dar respuesta a la pregunta que motiva la actividad. La tarea promueve que los niños aprecien la medición como comparación entre dos magnitudes.

Los niños decidieron encontrar la estatura de Manuela (Figura 2), una niña de mayor estatura del grado séptimo, y utilizan un procedimiento similar al usado para encontrar la estatura de Darwin.

N1: Entonces vamos a medir ya que hicimos la figura de la compañera, vamos a medir con esta cinta roja para ver cuánto mide.

P: ¿Bueno jóvenes cuánto les dió?

N1: 33.

P: ¿33 y qué?

Un medio... (En coro).
N1: No, 33 y un poquito.



FIGURA 2.
Medición de Manuela [5].

Fuente: Producción propia

Se aprecia en la Figura 2 que los niños utilizan el recurso de dibujar el perfil de la niña en papel para mejorar el proceso de medición. Este recurso tampoco fue sugerido por el profesor.

En el siguiente episodio los niños dan cuenta de la generación de la relación parte-todo (Figura 3) para ello dividen la unidad en subunidades.

P: ¿Y cómo van a hacer para medir ese pedacito?

N1: Lo divido.

N1: Cogemos una regla y medimos.

P: No tengo regla en este momento, no hay regla ¿Cómo hago para medirlo?

Silencio.

N2: Por eso hay que dividir la cinta.

P: ¿Y cómo la divido?, ya tienen la cinta, muy bien, ¿Cómo la divido?

N1: Doblamos el pedacito aquí que quedó.

Para obtener la estatura de Manuela, los niños ejecutan otras operaciones para obtener la estatura buscada: dividir la unidad de medida en unidades más pequeñas con dobleces sucesivos (Figura 3).

Se aprecia cierto refinamiento en el proceso de medición de la estatura de Manuela. El uso de expresiones tales como “la cinta mide 20 cm, sobra una pequeña parte, 33 y un poquito, lo divido, hay que dividir la cinta, doblamos el pedacito...”, permite a los niños comprender e interpretar la tarea. Esta forma lingüística de transformación de signos gráficos en signos verbales mediante un rico conjunto de modos lingüísticos (“un medio”, “pedacito”, “divido”, “doblamos”) expresa un acercamiento a la forma de objetivar la razón y la relación parte-todo. De esta forma, el lenguaje se convierte en el principal instrumento de transmisión cultural y de mediación semiótica en la interacción adulto-niño (Vygotsky, 1981).

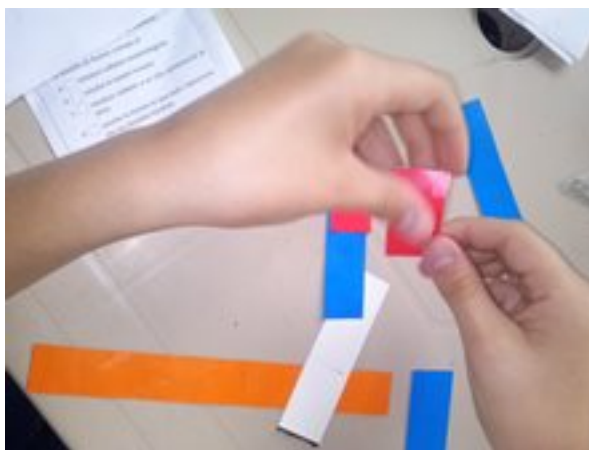


FIGURA 3.
Subdivisión de la unidad en sub-unidades

Fuente: Producción propia

Se percibe que los niños progresivamente revisan y refinan sus posturas teóricas para lograr la solución de la tarea propuesta.

En la actividad realizada para obtener la estatura de los dos niños, el grupo usa artefactos -varias cintas, la pared- y realiza acciones -comparar^[6] las longitudes correspondientes a las estaturas de los dos niños midiéndolos con diferentes cintas-, además se comunican entre sí. La comunicación entre ellos y los énfasis argumentativos se aprecian en el siguiente episodio.

N4: Como sólo tenemos dos cintas, vamos a poner una debajo de la otra y a medida que vamos bajando vamos contando para saber cuántas cintas son requeridas.

N6: Mirar cuántas cintas azules son necesarias para medir a Darwin.

N1: Vamos a medir a la compañera Manuela con unas cintas rojas.

P. Después que midan a Manuela entonces ¿Qué van a hacer?

N1: Vamos a hacer la comparación con Darwin y Manuela^[7].

Es interesante que N4 afirme que las cintas se ubican “una debajo de la otra”. Esta es una característica matemática de los procesos de medida -la aditividad de longitudes- (Aleksandrov, 1976) que los niños han usado naturalmente y que no ha sido motivo de instrucción por parte del profesor. Esta acción tiene su origen en las prácticas culturales en las que los niños están inmersos. Si bien no se sabe cómo ha llegado a ser parte de su arsenal cultural, es claro que la usan de manera natural. La adquisición de instrumentos psicológicos debe tener el carácter de una acción deliberada.

El episodio evidencia la interacción social de los niños en dos configuraciones: docente- alumno y alumno- alumno, para dar respuesta a la pregunta planteada. El maestro deja a los niños solos para que continúen con su actividad.

La Figura 4 muestra una hoja de trabajo de uno de los estudiantes, en donde consignan un resumen del trabajo de medición realizado. Se resalta la expresión ‘1/4 de Darwin es Manuela’. Tanto la medición como el trabajo conjunto con los compañeros parece haber favorecido la producción de ‘cultura material’ representada en signos y artefactos. Se aprecia el uso de dos tipos de artefactos para medir y para registrar las mediciones: el papel craft y una tabla donde consignan de manera sistemática sus hallazgos.

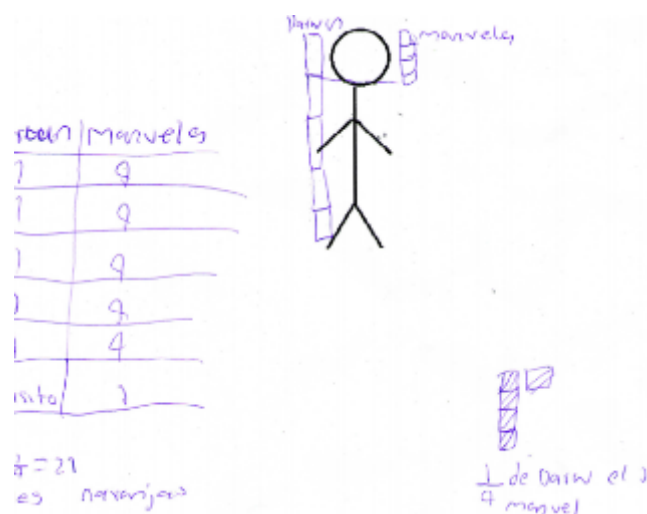


FIGURA 4.
Producción de signos por parte de los niños
Fuente: Producción propia

Se aprecia que el proceso de objetivación es una actividad colectiva y, en la perspectiva sociocultural, el aprendizaje es un fenómeno social, que sucede y se desarrolla mediante las relaciones mediadas por intercambios simbólicos que se establecen entre los niños. El entorno social es la fuente en la que se basa el desarrollo conceptual del alumno.

Un instrumento sólo desempeña su papel si es adquirido como un instrumento generalizado, capaz de organizar los procesos cognitivos y de aprendizaje del individuo en contextos y tareas diferentes (Kozulin, 1998). Los niños vinculan el dibujo y la expresión matemática escrita, y atribuyen un significado matemático útil para resolver la actividad.

Los niños realizan operaciones matemáticas para obtener la estatura de Darwin expresada en cintas de color rojo.

El siguiente episodio muestra la interacción entre los niños. La expresión “niño grande” refiere a Manuela.

N4: Yo voy a empezar haciendo un cuadro midiendo por cada cinta larga cuántas cortas hay para ver cuántas...largas azules caben ¿cuántas cortas?

N2: La larga mide 20 cm ¿sí o no?

N6: Y la corta mide 5 cm.

N2: O sea que caben 4 cintas cortas, entonces serían 33 cintas pequeñas.

N4: Serían 21 cintas cortas porque yo pienso que... por que 4 cintas cortas caben en cada larga de 20 cm., entonces 4×5 es 20 y un pedacito que sobró de cinta que también era de 5 cm de cinta son 21.
silencio largo.

En la Figura 4 se aprecian cambios significativos relacionados con la proporcionalidad y la forma de realizar la comparación entre la fracción y la medida de las cintas, obsérvese cómo los niños usan tablas y dibujos de comparación entre las magnitudes de las cintas y la forma de escribir tales comparaciones. Se evidencia, de esta forma, un proceso de transición evocado experimentalmente desde un tipo de memoria natural a otro cultural (Kozulin, 1994). Si bien no se indagó sobre cómo los niños lograron registrar la información contenida en la Figura 4 se puede afirmar que han puesto en acto sus conocimientos culturales y las prácticas que, eventualmente, han usado en otros contextos. Se sabe que es usual que los profesores pidan a los niños registrar su actividad en el cuaderno de notas. En el caso que nos ocupa, el profesor no solicitó tal registro.

Para expresar la solución a la tarea, los niños utilizan instrumentos materiales y psicológicos (medios semióticos de objetivación, artefactos tecnológicos) y cuando realizan acciones sobre ellos abandonan formas simples del uso de la memoria para favorecer el uso estructural y funcional del pensamiento que les

proporciona formas mentales superiores, por ejemplo, para la abstracción de características (*proporcionalidad*) que les faculta simbolizar $\frac{1}{4}$ como resultado del proceso de medición con las dos cintas. El razonamiento *proporcional* es un indicador que los estudiantes han tomado conciencia de las acepciones de la razón y de la relación parte-todo.

En el proceso de *medición* los niños comparan por medio del fraccionamiento para comprobar la medida de las cintas, dividen la cinta larga en cuatro partes y la relacionan con la tira pequeña indicando que ésta es $\frac{1}{4}$ de la cinta larga. Con esta relación obtienen la medida de la estatura del niño de preescolar. Los niños llegan a establecer relaciones entre las dos magnitudes, logrando configurar un proceso de objetivación relacionado con la acepción parte-todo, lo que favorece comparar entre sí dos magnitudes de un mismo sistema a través de su cociente determinando la medida relativa de una con respecto a la otra.

Los siguientes diálogos ofrecen evidencia de la configuración del proceso de objetivación para la razón y para la relación parte-todo.

P: ¿Por qué acostaron al niño en ese papel Craft?

N6: Profé para verificar si la medida que tomamos en la pared es la misma que podamos obtener en esta misma medida con el papel Craft.

Se aprecia que los niños han usado el recurso del papel craft con un propósito ajustado a la tarea, el de verificación de la medida, se aprecia la preocupación por la validez de los datos obtenidos. Los niños realizan una silueta para Darwin (Figura 5), acuestan al niño y luego realizan la medición nuevamente, posiblemente debido a que han encontrado alguna dificultad en la medición inicial; para ello utilizan otro instrumento, el papel Craft, el cual es comúnmente usado por los niños en sus actividades escolares. Se aprecia que los niños combinan los instrumentos dados por el docente (cintas) con otros que son conocidos por ellos en su ámbito cultural (el papel Craft). El uso del papel Craft es un recurso para verificar la medida tomada inicialmente, con el fin de precisar la medida encontrada para cada uno de los niños.



FIGURA 5.

Uso de papel Craft para la silueta de Darwin

Fuente: Producción propia

Al respecto Radford (2006) señala que los artefactos y los signos son portadores de convenciones y formas culturales de significación que hacen a la semiótica un campo bien situado para entender las relaciones entre los signos a través de los cuales piensan los individuos en el contexto cultural.

El diálogo entre los niños se ilustra en el siguiente episodio:

P: Bueno ¿Cuál es el objetivo de la medida de la silueta del niño?

N6: Mirar cuántas cintas azules son necesarias para medir a Darwin.

P: ¿Tú estás de acuerdo?

N2: Sí.

P: ¿Y entonces cómo lo van a hacer?

P: ¿Que les pasó? ahí que veo, ...

N6: Sobra.

P: y ¿Cuánto sobró?

N2: Una pequeña parte.

Al parecer la verificación de la estatura de Darwin por medio de la silueta, consiste en obtener una cantidad exacta de cintas, pero la parte sobrante (lo sobrante parece ser indicio de producción del objeto matemático) es la que induce a objetivar la relación parte-todo.

P: ¿Y cómo van a hacer para medir ese pedacito?

N6: Utilizando...

N6: Medidas, ¡pues!

P: Bueno, vamos a mirar ¿Cuántas cintas les dio?

N2: Cinco y sobró una pequeña parte.

P: Y con la parte que sobra ¿Qué van a hacer?

N6: La vamos a dividir en partes más pequeñas

P: ¿En cuántas partes la dividieron?

Nos dio 4 (contestan al unísono)

Los niños realizan la acción de dividir una magnitud en magnitudes más pequeñas, a esta operación ya la han dotado de sentido y le han dado significado. La acción de división es en sí un acto de objetivación del número racional de la acepción relación parte-todo a partir del proceso de medición asociado con la acción de comparación de dos magnitudes. Se obtiene la acepción del número racional como cuantificación de la razón.

En el siguiente episodio, el docente investigador crea las condiciones para que los niños perciban una estructura general subyacente a las acepciones de razón y relación parte-todo.

P: Y si las cintas no son exactas, ¿Entonces qué pasa?

N6: Si las cintas no son exactas entonces...

N4: Que ese pedacito sería... sería $\frac{1}{5}$ o $\frac{1}{4}$... de cinta, por ejemplo cinco cintas y $\frac{1}{4}$ (ver escritura en Figura 6)

P: ¿Cuánto mide la cinta?

N6: 20 cm.

P: Y entonces ¿Cuánto sería el cuarto de cinta? Si mide 20 cm la cinta ¿Cuánto sería $\frac{1}{4}$ de 20 cm?

N4: 5 cm.

P: Entonces ¿Cuánto mediría el niño?

Mediría cinco y $\frac{1}{5}$.

P: De $\frac{1}{4}$ pasaste a $\frac{1}{5}$ no entiendo.

N4: $\frac{1}{4}$.

P: Bueno entonces ¿Cuánto daría la medida del niño?

N4: Cinco cintas y $\frac{1}{4}$.

La intervención del docente investigador en la discusión, tiene el propósito de ayudar a dotar de sentido a la relación entre las magnitudes.

Los niños finalmente logran verificar la estatura de Darwin por medio de la acción de medir, que contribuye a la realización de diferentes actividades. Uno de los niños realiza el siguiente análisis (Figura 6).

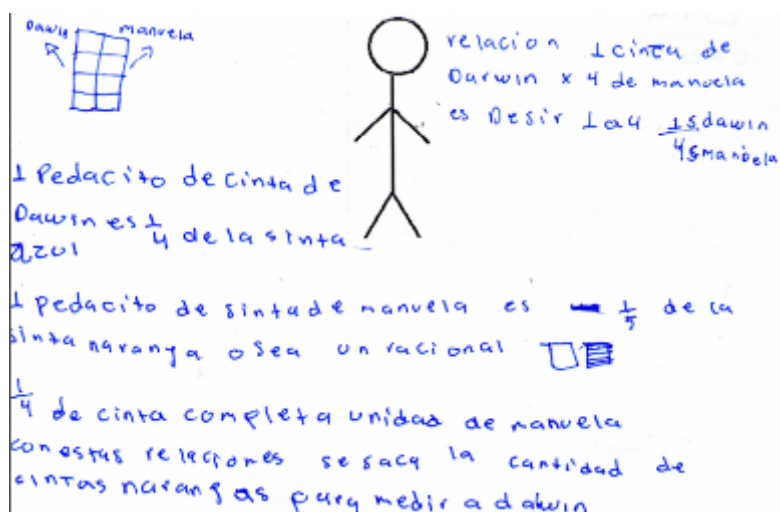


FIGURA 6.
Análisis de uno de los niños
Fuente: Producción propia

En la Figura 6 se aprecia cómo los estudiantes han relacionado formas de saber históricamente constituidas a cerca del racional, lo que inicialmente era una mera posibilidad (generar la razón), se va cristalizando en un proceso de actualización del saber el cual se logra cuando los niños ya no perciben la relación a/b como dos números enteros aislados, sino que la interpretan como una relación parte-todo. Los niños actualizan una forma cultural de acción y reflexión (posibilidad) que se materializa durante la actividad sobre lo que se requiere para generar una acepción del número racional, es decir, niños reflexionaron sobre las magnitudes y sobre las formas en que se relacionan entre sí para objetivar la relación parte-todo.

En la Figura 6 se aprecia cómo la mediación semiótica, durante la actividad, fomenta la producción natural de signos, relacionados con el uso del artefacto, por parte de los niños.

Se observa que el niño expresa la relación “una cinta de Darwin por cuatro de Manuela”, la cual es fácilmente representada y objetivada, esto se evidencia cuando escribe “1 a 4” o realiza la simbolización

$\frac{1 \text{ cinta de Darwin}}{4 \text{ cintas de Manuela}}$. Se aprecia la potencialidad del saber, en tanto que emerge de algo que estaba en potencia,

podríamos decir que se ha ‘actualizado’ un saber que yace en el seno de las actividades discursivas y sociales desarrolladas por los estudiantes.

Además, se advierte (Figura 6) cómo los niños han logrado formalizar la interpretación de $\frac{a}{b}$ mediante diferentes sentencias: “1 pedacito de cinta de Darwin es $\frac{1}{4}$ de la cinta azul”; “1 pedacito de la cinta de manuela es $\frac{1}{5}$ de la cinta roja o sea un racional”. Los niños ya no perciben la relación $\frac{a}{b}$ como dos números enteros aislados, sino que la interpretan como una expresión de una razón o de una relación parte-todo, los niños refinan así sus posturas teóricas.

La razón es entonces una *cantidad numérica* que expresa la relación de multiplicidad entre ambas cantidades. Otro de los niños realiza el análisis mostrado en la Figura 7.

En los análisis se revela que los niños han tomado conciencia de la relación $\frac{a}{b}$ con base en el proceso de medición, además, a partir de este proceso han logrado dar sentido y significado a la *razón* y a la relación *parte-todo*. Se aprecia que los niños no solo interpretan el resultado de la comparación de las medidas, sino que lo articulan con la forma de producción de los significados que configuran a los objetos matemáticos.

Los niños reflexionaron sobre las magnitudes y sobre las formas en que se relacionan entre sí para objetivar la relación parte-todo.

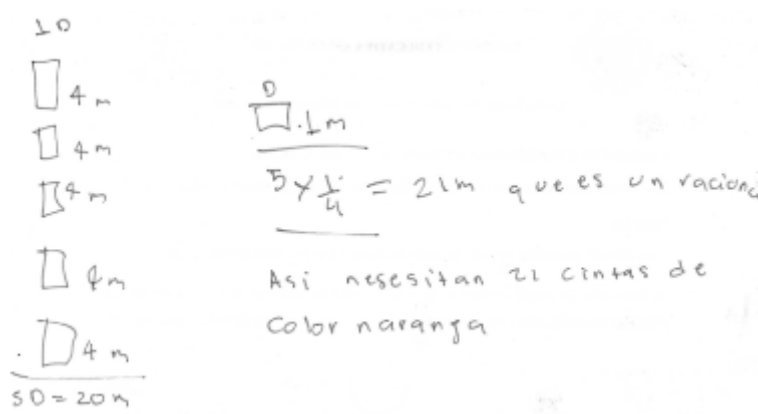


FIGURA 7.
Análisis medidas realizado por otro niño

Fuente: Producción propia

Una vez que se establece la toma de conciencia del objeto matemático el significado y la naturaleza del objeto se determinan, por lo que la dinámica específica de pensamiento se manifiesta, por ejemplo, en la expresión oral de la relación “1 cinta de Darwin por 4 de Manuela”. El concepto de razón “1 a 4” queda determinado por la relación entre la representación simbólica y el saber hacer corresponder $\frac{1}{4}$ con un número racional.

Estas acciones llevadas a cabo en interacción social son particularidades del proceso de objetivación. La acción de comparar, como un medio para efectuar operaciones matemáticas (Figura 3) y obtener la estatura de Darwin en cintas de color rojo, favorece dar sentido y significar.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este artículo se realizó un análisis de la actividad y de las formas de interacción social que, a través del uso de artefactos permitió que el saber, se convirtiera en saber para sí mismo. La transformación de ese saber requirió del proceso de objetivación relacionado con el proceso de medición. Se estudió el proceso de objetivación del número racional, a partir de dos de sus acepciones (razón, relación parte-todo), que dieron cuenta del uso e interpretación durante el proceso de medición como posibilidad de pensar el número racional a través de la labor conjunta, mediante una postura epistemológica, según la cual el sujeto y el contexto sociocultural se constituyen mutuamente.

Los artefactos culturales utilizados por los niños fueron parte constituyente de la actividad desarrollada, que favoreció la producción de sentidos y significados que son importantes para el proceso de objetivación del número racional.

Consideramos que el diseño y orientación apropiada de la actividad que integra al niño, al docente, al conocimiento y al motivo común, enmarcadas en la teoría de la Objetivación podría ser una alternativa para la discusión y enseñanza-aprendizaje de ciertos temas incluidos en el currículo escolar. Se aprecia en este trabajo que algunos procedimientos matemáticos, enmarcados en la cultura son usados naturalmente por los niños para dar respuesta a tareas específicas. Tales tareas actúan como ‘motivos’ que se comparten socialmente y que favorecen el uso de conocimientos escolares, así como de conocimientos culturales orientados hacia la discusión y solución de tareas matemáticas. Si bien el estudio reportado se ha dado en un ambiente natural

de aula de clase, los niños han puesto en juego conocimientos matemáticos previos y han logrado atribuir sentidos y significados en el marco de las discusiones motivadas por la tarea y por el motivo propuesto.

Es necesario, sin embargo, que el docente tenga una actitud abierta para promover la discusión entre los niños y que controle sus intervenciones para ‘explicar’ de forma tal que los niños adquieran la facultad de desarrollar su pensamiento vía la mediación de instrumentos simbólicos. La cultura forma parte de los conocimientos históricamente acumulados en interacciones sociales, por ello la objetivación como proceso interactivo social da cuenta de la forma en que el sujeto alcanza y se apropia del saber cultural al transformar los objetos con los que actúan los sujetos, con la toma de conciencia de nuevos conocimientos y experiencias que originan cambios en el desarrollo cognitivo.

Este estudio aporta tanto a la comprensión de formas de objetivación que se ponen en juego en el aula de clase como a la posibilidad de su inclusión en ambientes regulares de clase. El estudio se ha desarrollado alrededor de procesos de objetivación relacionados con el número racional, donde las magnitudes continuas y discretas son una vía a considerar para la generación del concepto de razón. Se recomendó a la IEAB reformar el currículo institucional en el sentido de incluir en el plan de área del grado séptimo el número racional como eje transversal articulado a la razón y a la relación parte-todo.

La actividad ha favorecido que los niños representen el objeto matemático de diferentes formas. Las acciones realizadas tales como la cuantificación de la razón y la proposición de una magnitud como unidad de medida, les han permitido lograr el resultado deseado. A través de las interacciones sociales, los niños han dotado de significado al objeto matemático en función de sus características personales, sus motivaciones y conocimientos.

Se observa que la tarea propuesta a los niños promueve la acción comunicativa recíproca entre los niños y favorece compartir significados sobre el objeto de conocimiento. Las tareas generan condiciones para dar sentido y significación a los conocimientos matemáticos en un espacio educativo particular.

Los niños consideraron la razón y la proporción como objetos de mediación semiótica para pensar dos acepciones del número racional como signo de una actividad de acción y reflexión que ha quedado incrustada en la cultura occidental.

Para los educadores matemáticos, se aconseja incluir tareas, en el currículo matemático escolar, sobre las acepciones del número racional, como razón y como relación parte-todo, mediante procesos de medición, para atender los dictámenes de los Estándares Básicos de Competencias de Colombia. Sin embargo, la participación del profesor debe estar informada sobre la importancia que las formas de colaboración tienen en la producción de saber y al mismo tiempo de la complejidad de esa producción y de su estímulo por parte del profesor.

REFERENCIAS

- [1] Aleksandrov, A. (1976). Visión General de la Matemática. En A. D. Aleksandrov, A. N. Kolmogorov & M. A. Laurentiev (Edits.), *La matemática: su contenido, método y significado* (pp.17-89). Madrid: Alianza Editorial S.A.
- [2] Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational numbers: Toward a semantic analysis-emphasis on the operator construct. In T. Carpenter, E. Fennema, & T. Romberg, (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 13-47). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [3] Castaño–Arbeláez, N. M., & García-Castro, L. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Magistro* , 8(16), 123-158.
- [4] Cedillo, E. (2006). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Los sistemas algebraicos computarizados. *Revista Mexicana de Investigación Educativa* , 11(28), 129-153.
- [5] Clark, D., & Sampson, V. (2008). Assessing dialogic argumentation in online environments to relate structure, grounds, and conceptual quality. *Journal of Research in Science Teaching* , 45(3), 293-321.

- [6] Denzin, N., & Lincoln, Y. (2005). *The sage handbook of qualitative research*. Londres: Sag.
- [7] Escolano, R. (2001). *Enseñanza del número racional positivo en educación primaria: un estudio desde el modelo cociente*. Quinto simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática, (pp 151-158). Almería: España
- [8] Gould, P., Outhred, L., & Mitchelmore, M. (2000). *One Third is Three-Quarters of One-Half*. Recuperado el 10 de agosto de 2012 de: www.merga.net.au/documents
- [9] Hincapié-Morales, C. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota* (Trabajo final como requisito parcial para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. Recuperado de <http://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/index.php/record/view/579647>.
- [10] Kozulin, A. (1994). *La psicología de Vygostky: Biografía de unas ideas*. Barcelona: Editorial Alianza.
- [11] Kozulin, A. (1998). *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- [12] Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. *ZDM*, 40(3), 427-441.
- [13] Lamon, S. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. New York: Routledge.
- [14] Leontiev, A. (1978). *Actividad, conciencia, personalidad*. Argentina: Ediciones Ciencias del Hombre.
- [15] Moreno, A., De La Barrera, A., Mantilla, M., & Carreño, N. (2003). Una oportunidad para profundizar en aspectos relativos a la enseñanza de la razón como tópico matemático. In: P. Perry, E. Guacaneme, L. Andrade, & F. Fernández (Eds.), *Transformar la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela: Un hueso duro de roer* (pp. 95-112). Bogotá: Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A.
- [16] National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: Association Drive.
- [17] Puerta, F. (2012). *Un recorrido geométrico por los diferentes conjuntos numéricos*. Escuela de Matemáticas. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia. Envigado: Gobernación de Antioquia.
- [18] Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 7-21 y 103-129.
- [19] Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learn. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers
- [20] Radford, L. (2010). Elementary forms of algebraic thinking in young students. In M. F. Pinto, & T. F. Kawasaki, (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4° ed. (pp. 73-80). Belo Horizonte, Brazil: PME.
- [21] Radford, L. (2011). Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. In B. Ubuz, (Ed.), *Proceeding of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education*, 4° ed, (pp. 17-24). Ankara, Turkey: PME.
- [22] Radford, L. (2013). Three key concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- [23] Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (Eds.). (2008). *Young children learn measurement and geometry*. Rotterdam: Sense Publishers.
- [24] Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA, E.U.: Harvard University Press.
- [25] Vygotsky, L. (1981). The instrumental method in psychology. En J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 135-143). Armonk, New York: Sharpe.

- [26] Vygotsky, L. (1982). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Paidós.

NOTAS

- [1] Los instrumentos y los materiales también son considerados artefactos.
- [2] Los instrumentos psicológicos son entendidos como recursos de origen social para dominar los procesos mentales entre los que se encuentra el lenguaje.
- [3] Traducción libre.
- [4] Se refiere al rol que desempeñan los artefactos en la realización de la actividad (Radford, 2006)
- [5] Es un papel grueso que los niños utilizan en la Institución para hacer pasacalles y carteleras.
- [6] El docente les pidió verbalmente que efectuaran la comparación.
- [7] Los padres de familia fueron informados que las fotos de sus hijos podrían ser publicadas en artículos de investigación, y ellos autorizaron publicar las fotos.