UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
TESIS DE MAESTRÍA

MARCOS JULIO SOLANO FLOREZ
CC 82331693

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE COMBINATORIA EN UNA WIKI

Trabajo presentado para optar el título de Magíster en Educación

Directores de tesis
PhD. Octavio Henao Álvarez
Dra. Doris Adriana Ramírez Salazar

Medellín, Colombia
2012

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
TESIS DE MAESTRÍA

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE COMBINATORIA EN UNA WIKI

MARCOS JULIO SOLANO FLOREZ

Asesores: Octavio Henao Álvarez y Doris Adriana Ramírez Salazar

Nota de aceptación

____

____

____

____

____

____
Firma del presidente del jurado

____
Firma del jurado

____
Firma del jurado

Medellín, Colombia
2012

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Octavio Henao Álvarez y a la profesora Doris Adriana Ramírez Salazar de la Universidad de Antioquia, directores de la tesis, quienes han impulsado con su sabiduría y experiencia el desarrollo de este trabajo.

Al maestro de maestros, Gustavo Gallego por su asesoría, sabiduría y experiencia.

A los estudiantes de la Institución Educativa José Eusebio Caro de Medellín, por su compromiso, dedicación y esfuerzo.

A todos los docentes que nos guiaron en el conocimiento, cada uno desde su saber y particular forma de orientar.

A la línea de investigación Didáctica y Nuevas Tecnologías de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, porque allí empecé este reto.

GRACIAS

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CUADROS

RESUMEN

El propósito de esta investigación es contribuir al avance de la didáctica de las matemáticas en la resolución de problemas de combinatoria, usando la Wiki como un medio de trabajo colaborativo. En su aplicación, se analiza el proceso de resolución de problemas de combinatoria por parte de los estudiantes, se identifican los heurísticos que ellos usan, se describen y caracterizan las dinámicas de interacción y colaboración, y se determina el nivel de motivación cuando resuelven los problemas de combinatoria en la Wiki. El diseño de la investigación es de tipo mixto, para obtener información cualitativa sobre los heurísticos empleados y la interacción colaborativa mediante TIC, con el análisis de casos de 15 estudiantes por triangulación de datos, y cuantitativa sobre el nivel de motivación en la resolución de problemas en la Wiki.

Palabras claves: Resolución de problemas, combinatoria, aprendizaje colaborativo, trabajo colaborativo, wiki, heurísticos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

La matemática es una ciencia vigente en diversos aspectos de millones de personas, y a través de los tiempos ha presentado dificultades en su enseñanza y aprendizaje, en especial, en la resolución de problemas por parte de los estudiantes, esto es, aplicar los conocimientos, conceptos y procedimientos, en diversas situaciones y contextos. La resolución de problemas matemáticos le permite a los estudiantes evidenciar la necesidad y utilidad de la matemática en el mundo que les rodea (Alonso y Martínez, 2003)

De acuerdo con Schoenfeld (1985), la resolución de problemas se define como el uso de situaciones o proyectos difíciles, por medio de los cuales los estudiantes aprenden a pensar matemáticamente. En este sentido el calificativo de "difícil" es entendido como una dificultad intelectual para la persona que resuelve, es decir, como una situación ante la cual el estudiante no conoce un algoritmo que lo lleve directamente a la solución. Por ello podría afirmarse que la dificultad para resolver un problema sea relativa, ya que depende de los conocimientos y habilidades que posee la persona que resuelve, en este caso, los estudiantes que tienen la tarea de resolver un determinado problema (Alonso y Martínez, 2003)

Interesa en esta investigación describir y caracterizar las dinámicas de interacción y colaboración que ocurren entre los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria utilizando la herramienta de interacción social Wiki. La investigación se centra en la resolución de problemas de combinatoria, el cual es un tema que se evalúa en las pruebas de estado como las del ICFES SABER 11º, en pruebas censales internacionales y en exámenes de admisión de diferentes universidades. Fischbein, en el Prefacio del texto "*Razonamiento Combinatorio*" de Batanero, Godino, y Navarro-Pelayo, (1994) asegura que el análisis combinatorio es "un prerrequisito estructural importante para la dinámica y potencia creativa del razonamiento lógico en general" (Prefacio del texto)

En Colombia, en los estándares básicos de competencias en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (2003), se plantea que el estudiante de grado octavo a noveno deberá usar conceptos básicos de probabilidad y podrá calcular la probabilidad de eventos simples usando métodos diversos, como por ejemplo, listados, diagramas de árbol y técnicas de conteo. Sin embargo, no se propone dar orientaciones preliminares de razonamiento combinatorio, ni un trabajo didáctico que permita la apropiación y uso de este tema tan necesario para lograr niveles efectivos de asimilación de conteo y probabilidad. Navarro-Pelayo, Batanero y Godino (1996, p. 26), citando a Piaget e Inhelder (1951), resaltan que "si el sujeto no posee capacidad combinatoria, no es capaz de usar la idea de Probabilidad salvo en casos de experimentos aleatorios muy elementales". Además, Roa y Navarro (1996, p.8) afirman que "la probabilidad se basa en gran medida en la combinatoria (...) ello plantea la duda de si muchas de las dificultades que observamos en relación a la probabilidad, se deben a un razonamiento combinatorio deficiente."

En los grados décimo a undécimo los estudiantes deben interpretar conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos, resolver y formular problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazamiento).

Es preciso mencionar la baja intensidad horaria del área de matemáticas en la educación básica secundaria para la cantidad de temas que deben ser abordados, lo que hace que se privilegien unos temas sobre otros en el plan de estudio. En esencia, no se le concede la importancia suficiente al análisis combinatorio, como un instrumento para la resolución de problemas, y un modo de pensamiento (Fischbein, en el Prefacio de Batanero, Godino, y Navarro-Pelayo, 1994). No obstante, en los estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos, N.C.T.M., (1989), se hace referencia al razonamiento combinatorio como una herramienta útil, puesto que es la base de la Matemática discreta.

En los lineamientos curriculares para el área de matemáticas del MEN (1998) determinan que una tendencia actual en los currículos de matemáticas debe “favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio” (p. 47) y en este pensamiento se encuentra la estadística, las combinaciones, las permutaciones y la probabilidad, entre otros.

El desarrollo del pensamiento aleatorio implica resolución de problemas, ya que se construyen modelos de fenómenos físicos y se desarrollan estrategias de simulación de experimentos y de conteos, se comparan y evalúan las formas de aproximación a los problemas para monitorear concepciones y representaciones que pueden ser vagas (MEN, 1998).

Para Kapur (1970) algunas razones a favor de la enseñanza de la combinatoria son: los estudiantes pueden realizar actividades características de la matematización: hacer conjeturas, generalización, indagar la existencia de soluciones, entre otras; se pueden proponer varios campos de aplicación internos y externos a la matemática como física, química, biología, diseño de experimentos, probabilidad, topología, entre otras; desarrollo del pensamiento sistemático, y otras (citado en Batanero, Godino, y Navarro-Pelayo, 1994)

En cuanto al análisis combinatorio y la resolución de problemas de combinatoria, Fischbein y Gazit (1988) descubrieron que, incluso niños de 10 años, pueden aprender algunas ideas combinatorias con la ayuda de estrategias como el diagrama en árbol. En el estudio analizaron la dificultad relativa de los problemas combinatorios, en función de la naturaleza y el número de elementos que debían ser combinados, identificando algunos errores típicos en la resolución de problemas combinatorios simples (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996)

Para abordar las dificultades se presentan estrategias de solución como planes organizados para realizar o conseguir la soluución, y es importante presentar estrategias de trabajo en grupo o trabajo colaborativo como parte del proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática, que posibiliten compartir preguntas, dudas, soluciones y resultados de problemas que involucren la combinatoria, generando espacios en los cuales los estudiantes puedan comprender y manejar esos temas con propiedad.

Verschaffel y Decorte (1996), plantean frentes sobre los que se debe fundamentar la actividad del aprendizaje de la matemática. Uno de estos frentes es el aprendizaje a través de la interacción social y la cooperación, la cual es considerada esencial por la importancia que tiene el intercambio de ideas, el diálogo sobre las estrategias de solución y las discusiones con argumentos, para el aprendizaje y para el quehacer matemático. La interacción y la colaboración movilizan la reflexión, la cual es considerada como el mecanismo básico para acceder a los niveles superiores de abstracción e incorporación interna.

Por tanto, es necesario propiciar la interacción social no solo dentro del aula, sino también en los entornos virtuales que posibilitan las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), por ejemplo, la Wiki, que permite la participación colectiva en la solución de problemas de forma sincrónica o asincrónica.

La Wiki posibilita interacción entre las personas para construir colaborativamente y es una oportunidad para evidenciar el proceso de la resolución de problemas de combinatoria. La dinámica que se da en el aula permite dialogar en el momento de la clase, mientras que en la Wiki los estudiantes participan de la construcción de conocimiento y retroalimentación en un mismo espacio, en los tiempos que cada uno estime conveniente, según su disponibilidad de acceso a internet. Este acceso pueden hacerlo en las escuelas, en sus casas o sitios de acceso pagos. La Wiki facilita que el estudiante participe en la construcción de conocimientos sin importar condiciones de espacios o tiempos. Además, "En la Web, los estudiantes pueden fácil e independientemente investigar cuestiones que son significativas para ellos, las cuales activan su motivación y estimulan sus actividades de aprendizaje" (Kuiper y Volman, 2008, p. 244) y la Wiki es una herramienta que permite la interacción y la colaboración virtual, y a su vez permitirá evidenciar el proceso de los estudiantes para resolver problemas de combinatoria.

Los resultados de este trabajo pueden hacer un aporte significativo, en cuanto se podrá documentar el valor didáctico de este recurso en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además, uno de los propósitos de la utilización pedagógica de la Wiki es formar a los estudiantes en la posibilidad de expresar sus ideas con precisión y claridad en la lengua nativa haciendo uso de estos recursos.

Las actividades y acciones del trabajo colaborativo, que se aborda en esta investigación con los aportes e interacciones que hacen los estudiantes en la Wiki, se relacionan con facilidad con las del enfoque de formulación y resolución de problemas, debido a que en éste enfoque, las actividades y acciones acercan a los estudiantes a situaciones que los retan y cuestionan, sobre las cuales pueden actuar en búsqueda de comprensión; para ello, ponen en juego saberes de distinta naturaleza que le permiten, entre otros, acercarse, establecer caminos posibles (aunque no todos sean pertinentes) y tomar decisiones (Barón, Rojas, y Salazar, 2003, p. 23)

Numerosas investigaciones se han centrado en la búsqueda de estrategias que permitan enseñar de una forma adecuada y con éxito los conceptos y las habilidades para resolver problemas. Hasta el momento no hay estudios sobre cómo los estudiantes resuelven problemas colaborativamente en el entorno de una Wiki. Esta investigación busca explorar las interacciones de los estudiantes para la resolución de problemas de combinatoria que se puedan desarrollar y evidenciar en la Wiki. El objeto de investigación es indagar cómo resuelven los estudiantes, colaborativamente, los problemas de combinatoria en la Wiki.

La intención de esta investigación es contribuir al avance de la didáctica de las matemáticas, mediante un estudio sistemático de los registros que almacena la Wiki cuando estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa José Eusebio Caro resuelven colaborativamente problemas de combinatoria en la misma.

El análisis se realiza a partir de evidenciar, en los registros de la Wiki, los heurísticos que usan los estudiantes para resolver los problemas de combinatoria. Estos registros se comparan (Triangulación de datos) con las entrevistas semiestructuradas que se hacen a algunos de los estudiantes al finalizar la intervención y con la teoría respecto a la resolución de problemas, el aprendizaje colaborativo y la Wiki. También se analizan los resultados de una escala Likert para observar el nivel de motivación por la resolución de problemas de combinatoria en la Wiki.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

¿Qué procedimientos adopta el estudiante de grado décimo para resolver problemas de combinatoria en una Wiki?

¿Cuál es el nivel de motivación de los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en una Wiki?

¿Qué dinámicas de interacción y colaboración se dan entre los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en una Wiki?

OBJETIVO GENERAL

Contribuir al avance de la didáctica de las matemáticas en la resolución de problemas de combinatoria, usando la Wiki como un medio de trabajo colaborativo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analizar el proceso de resolución de problemas de combinatoria en el espacio de una Wiki, que hacen estudiantes de grado décimo de la institución educativa José Eusebio Caro de la ciudad de Medellín.

- Identificar los principales heurísticos que utilizan los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en la Wiki.

- Describir y caracterizar las dinámicas de interacción y colaboración que ocurren entre los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en una Wiki.

- Determinar el nivel de motivación de los estudiantes por la resolución de problemas de combinatoria en una Wiki.

MARCO TEÓRICO

Las preguntas de investigación se abordan desde los aportes que la incorporación de Tecnologías de la Información y la Comunicación han hecho a los procesos de enseñanza. Este estudio también incluye los aportes de autores que han relacionado la Web 2.0, especialmente la Wiki, con las actuales dinámicas de construcción de conocimientos. También se abordan como parte del marco teórico las concepciones de la resolución de problemas, heurísticos y análisis combinatorio.

CAPÍTULO 1: WEB 2.0 Y SOCIEDAD CONTEMPORÁNEA

El ser humano es un ser sociable por naturaleza, por lo que establece lazos con distintas personas por diversas conveniencias. La tecnología ha posibilitado mayor acceso a la información, de ahí que se haya evolucionado y formado la llamada Sociedad de la información, que no es más que el enlace entre individuos, organismo o instituciones con una perspectiva o intereses en común.

La Web 2.0 es definida como una revolución social más que tecnológica, que hace un énfasis especial en el intercambio abierto de conocimiento (Cobo, 2006). También puede ser concebida como una segunda generación de servicios web con principal énfasis en la colaboración, la interactividad y la posibilidad de compartir contenidos entre usuarios. La Web 2.0 es la web de las personas.

El hecho de que cualquier persona pueda agregar o editar la información sin necesitar conocimientos complejos sobre programación de páginas Web, permite que una persona asuma un rol activo en una comunidad virtual o en la red. Adicionalmente, puede expresarse como lo desee y en formas que quizás no se pueda o no sea capaz de manifestarse en lo cotidiano.

La Web 2.0 se fundamenta en siete principios: La Web como plataforma; el aprovechamiento de la inteligencia colectiva; los datos son el nuevo “Intel Inside”; el fin del ciclo de las actualizaciones de versiones de software; modelos de programación livianos; software no limitado a un solo dispositivo y experiencias de usuario enriquecidas, que hacen de la misma, una plataforma robusta, ágil, rápida, personalizable para la comunicación de los intereses particulares y empresariales.

A su vez, estimula la interacción, edición y trabajo conjunto o colaborativo. La facilidad con la cual se pueden usar las herramientas de la Web 2.0 posibilita extender sus usos al campo de la educación. Además, actualmente, los estudiantes conocen una comunidad o red social como Facebook, Twitter o Myspace, o tienen un blog personal o usan cualquier otro servicio o herramienta de esta tendencia.

1.1 COMUNIDADES VIRTUALES DE APRENDIZAJE

Un elemento que está muy presente en los recursos de la Web 2.0 es el componente social. Los desarrollos digitales ofrecen una amplia gama de alternativas para que exista intercambio y comunicación multimedia (audio, texto y video) entre las personas. Esta cualidad favorece significativamente la conformación de comunidades virtuales y redes de colaboración entre pares. (Cobo, y Pardo, 2007).

Un ejemplo de los adelantos tecnológicos son las redes telemáticas en general, e Internet sobre todo, las que han transformado de modo radical nuestras vidas. En internet las plataformas y los entornos virtuales, nos ofrecen amplias vías de socialización y de relación interpersonal, de un modo que hasta hace pocos años apenas podíamos siquiera sospechar. Se debe considerar el rol de las comunidades de aprendizaje en la medida que nos ofrecen una inmejorable oportunidad de compartir conocimientos, experiencia, problemas o dudas (Murua, 2007).

Una de las bases de internet ha sido la idea de comunidad, puesto que en la red se pueden alcanzar altos niveles de interacción entre personas de modo que se den las oportunidades para conformar grupos humanos, comunidades cuya vinculación procede de compartir intereses y objetivos comunes (Murua, 2007).

También se habla de *comunidades en entornos virtuales* y son definidas como comunidades de personas que se organizan por los intereses, afinidades y valores personales, discuten, contrastan pareceres y puntos de vista o intercambian información a través de Internet, en forma relativamente continuada y con unas reglas (Murua, 2007). García (2003), citado en Murua (2007), considera que las comunidades virtuales permiten a sus miembros acceder, compartir, cogenerar y construir conocimientos basados en la relación y los intercambios comunicativos y, de hecho, “configuran una oportunidad ideal para la construcción de aprendizajes colaborativos” (p. 2).

En Murua (2007) se definen las *comunidades en entornos virtuales* como “grupos de personas, con algunos intereses similares, que se comunican a través de Internet (disponen de un entorno comunicativo online, forman una red personal telemática) y comparten información y recursos (aportan y esperan recibir)” (p. 3). Adicionalmente señala, en cuanto a las Comunidades Virtuales de Aprendizaje, que estas buscan la construcción de determinados conocimientos mediante las interacciones entre sus integrantes que colaboran para el logro de este objetivo.

Las Comunidades Virtuales de Aprendizaje configuran un aprendizaje focalizado en el grupo y con otras personas. Estas se caracterizan por constituir un dominio de interés compartido, donde los miembros interactúan y aprenden conjuntamente y desarrollan un repertorio de recursos comunes (Murua, 2007)

1.2 WIKIS

Una herramienta tecnológica, específicamente de internet, que se inscribe dentro de una corriente llamada Web 2.0, es la Wiki, la cual permite espacios de interacción social. Una Wiki es un sitio Web o conjunto de páginas Web que pueden ser modificadas por una o varias personas registradas, con acceso a Internet, en distintos momentos y en distintos lugares. Una Wiki es una herramienta que permite a varios autores escribir y editar un texto común colaborativamente en la red en los momentos en que cada uno lo desee (Fountain, 2005). Todos los cambios quedan registrados y se pueden comparar las diferentes versiones/borradores.

La presentación de los temas de consulta y los trabajos realizados por un grupo de estudiantes en una Wiki, permite retomar los textos en el momento que cada integrante estime conveniente para hacer modificaciones y/o aportes a la producción propia o a los trabajos de los otros compañeros, sin supeditarlos a que ingresen a trabajar sólo en la jornada escolar.

La Wiki, como entorno de interacción y construcción colaborativa, permite evidenciar el trabajo en grupo y aprendizaje colaborativo, que son prácticas de la vida cotidiana, en un ambiente rico en imágenes, sonidos, videos y todo aquello que el estudiante requiera para presentar sus indagaciones y resultados, y aprender acerca de la resolución de problemas de combinatoria. La Wiki posibilita la construcción de conocimiento y Kuiper y Volman (2008) expresan uno de los usos de la Web para ayudar a construir conocimiento así:

> La construcción de conocimiento es vista como una actividad social; la colaboración con estudiantes puede realzar la construcción de conocimiento, ya que desafía a los estudiantes a asumir un rol activo y explicar sus soluciones a otros estudiantes, comparar sus ideas con las de otros (p. 244)

La Wiki posibilita interacción entre las personas para construir colaborativamente y es una oportunidad para explorar la colaboración en la resolución de problemas de combinatoria. La dinámica que se da en el aula permite dialogar en el momento de la clase, mientras que en la Wiki los estudiantes participan de la construcción de conocimiento y retroalimentación en un mismo espacio y en los tiempos que cada uno estime conveniente, según su disponibilidad y el acceso a la red, el cual pueden hacer en las escuelas, en sus casas o en otros sitios de acceso a internet.

La Wiki posibilita que el estudiante participe en la construcción de conocimientos sin importar condiciones de espacios o tiempos. Además, "En la Web, los estudiantes pueden fácil e independientemente investigar cuestiones que son significativas para ellos, las cuales activan su motivación y estimulan sus actividades de aprendizaje" (Kuiper y Volman, 2008, p. 244) y la Wiki hace posible este espacio virtual de interacción, participación y colaboración.

El sitio web http://www.profetic.org/dossiers/spip.php?article968 de Renée Fountain dedicado a diseñar y promover la experimentación pedagógica con las Wikis, se destaca que:

> Las Wikis han sido usadas satisfactoriamente en educación (Collaborative Software Lab, 2000; Guzdial, 1999). La investigación ha mostrado que los profesores y estudiantes pueden ser muy creativos y desarrollar actividades innovadoras y útiles para el aprendizaje (Synteta, 2002). Para algunos, las Wikis vienen a hacer objetos para pensar (James, 2004b), para otros, las Wikis pueden ayudar a construir una comprensión de un conocimiento compartido de la comunidad (Fountain, R. 2005)

En el sitio web también se menciona que las Wikis pueden funcionar mejor para:

1. La construcción de conocimiento "en el tiempo" (a través de versiones y grupos);

2. La progresiva resolución de problemas (en particular problemas abiertos, por ejemplo, Brereton, et al, 2003) e incluso la redefinición de problema (Scardamalia, y Bereiter, 1994). Por ejemplo, las Wikis podrían funcionar bien para la CDP (comunidades de práctica), cuyo objetivo es desarrollar soluciones a problemas comunes a través del tiempo con el fin de mejorar la práctica (Godwin-Jones, 2003);
3. Explicar las ideas cada vez más diversas y contrarias, así como examinar la relación de las ideas de diversos contextos (Scardamalia, y Bereiter, 1994);
4. Combinar, sintetizar y evaluar las definiciones y la terminología a través de disciplinas (Fountain, 2005; Scardamalia, y Bereiter, 1994; Brereton et al., 2003);
5. Cuestionar las causas subyacentes y los principios;
6. La lectura crítica, y responder de una manera constructiva y pública, al trabajo de otros;
7. Aprender a añadir tanto los matices y la complejidad de los conceptos en un campo determinado, mediante un compromiso sistemático y el análisis con el trabajo producido por los alumnos más avanzados, especialistas y expertos (Fuente, 2005c; Brereton et al., 2003);
8. Aprender a observar profundamente, menos estereotipo, y evitar el juicio prematuro (Brereton et al., 2003).

Las TIC tienen amplio campo de acción en la educación y las investigaciones seguirán mostrando el potencial que la Wiki puede presentar en distintas áreas del conocimiento y en el trabajo colaborativo.

1.2.1 La Wiki como instrumento

Un potencial de la Wiki es que puede ser considerada un instrumento desde la teoría de la actividad instrumentada que proponen Verillon y Rabardel (1995), citados en Ballestero (2007). Para estos autores el artefacto puede verse como un objeto material hecho por el hombre, y el instrumento es considerado como un constructo psicológico. Verillon y Rabardel (1995) afirman:

> “El punto es que el instrumento no existe en sí mismo. Una máquina o un sistema técnico no constituyen inmediatamente una herramienta para el sujeto. Así, un instrumento resulta desde el establecimiento, por el sujeto, de una relación instrumental con un artefacto, ya sea material o no, producido por otros o por sí mismo” (p.130).

En este caso, la Wiki por si sola es un artefacto, pero dadas las relaciones que pueden establecer los estudiantes para construir conocimiento, interactuar con los compañeros, puede constituirse en un instrumento para que cada estudiante interactúe en ella.

Sobre la diferencia entre artefacto e instrumento, Artigue (2002), citado también en Ballestero (2007), agrega:

> “El instrumento es diferenciado desde el objeto, material o simbólico, sobre el cual está fundamentado y para lo cual es usado el término “artefacto”. Así, el instrumento es una entidad mixta, parte artefacto, parte esquemas cognitivos los cuales lo hacen un instrumento” (p.131).

Para que el artefacto se transforme en instrumento existe un proceso denominado Génesis Instrumental, que involucra la construcción de esquemas personales o la apropiación de los esquemas sociales preexistentes. Este proceso se da en dos direcciones: la instrumentalización y la instrumentación.

En la instrumentalización, dirigido al artefacto en sí, el individuo conoce las bondades del artefacto, las potencialidades y eventualmente puede transformar las potencialidades hacia usos específicos. Es importante que el individuo conozca el artefacto para garantizar un buen nivel de logro en la instrumentación.

La instrumentación está orientada más hacia lo interno de los procesos del individuo, a la apropiación de los esquemas de la acción instrumentada para tomar forma de técnica y ser efectivo a la hora las tareas.

Los computadores son considerados instrumentos técnicos, herramientas del intelecto y éstas desarrollan la inteligencia humana. Pea (1985), citado por Ballesteros (2007), las denomina Tecnologías cognitivas. Estas tecnologías cognitivas son provistas por algún medio como la memoria, en actividades de pensamiento, aprendizaje y resolución de problemas que son funciones sicológicas superiores. Por tanto las tecnologías cognitivas son acreditadas como instrumentos.

El computador en general y la Wiki específicamente, como espacios para guardar y dinamizar el uso de símbolos, reúnen todas las condiciones para ser considerados como tecnología cognitiva y por ende un instrumento.

1.3 TRABAJO COLABORATIVO – APRENDIZAJE COLABORATIVO

El Consorcio de Habilidades para el Siglo XXI definió los logros indispensables para los estudiantes del Siglo XXI, aquellos referidos a las habilidades, conocimientos y competencias, que deben desarrollar los estudiantes para tener éxito en su vida personal y laboral, en el presente Siglo. Entre estos logros se destaca la Conciencia Global, que entre otras, se refiere a "trabajar colaborativamente para alcanzar una meta común, con personas que representan diversas culturas, religiones y estilos de vida; lo anterior, dentro de un espíritu de respeto mutuo y diálogo abierto, en contextos personales, de trabajo y comunitarios" (21stcenturyskills, 2004, citado en www.eduteka.org)

Un método educativo ampliamente utilizado por docentes de muchas áreas es permitir que los estudiantes trabajen en grupo, interactúen entre sí para lograr los aprendizajes. Según Unigarro (2001), los estudiantes trabajan colaborativamente cuando cada uno de los integrantes de un grupo se encarga de efectuar una tarea específica y luego se articulan todos los esfuerzos en un proyecto o presentación final. A diferencia, se dice que un trabajo es Cooperativo cuando todos los integrantes del grupo realizan en común todas las tareas requeridas.

La colaboración es entendida como una filosofía de la interacción y un estilo de vida personal en el cual los individuos son responsables de sus acciones, incluyendo el aprendizaje y el respeto de las capacidades y las contribuciones de sus compañeros (Panitz, 2001). En el aprendizaje colaborativo hay una autoridad compartida y aceptada por los miembros del grupo sobre las acciones del grupo. Este aprendizaje está basado en consensos construidos a través de la cooperación entre los miembros del grupo en contraste con la competencia en la cual los individuos quieren ser mejores que los otros miembros del grupo. El aprendizaje colaborativo con la incorporación de la tecnología, consiste en que dos o más personas compartan la responsabilidad de la construcción del aprendizaje, basándose en la interacción y la toma de decisiones, utilizando los recursos tecnológicos como mediadores de este proceso.

Los trabajos en grupo permiten a los estudiantes estar enfocados o concentrados en su actividad académica y les exigen mayor esfuerzo para mejorar la calidad de sus tareas, ya que estas harán parte del trabajo conjunto con otras personas. Osorio (2000, citada en http://www.eduteka.org/ProyectosColaborativos.php), dice que el aprendizaje en ambientes colaborativos y cooperativos busca favorecer el desarrollo de habilidades individuales y grupales, a través de la discusión entre estudiantes cuando exploran nuevos conceptos, siendo cada quien responsable tanto de su propio aprendizaje, como del de los demás miembros del grupo. Esto proporciona a los estudiantes oportunidades para aprender y enseñarse unos a otros bajo condiciones del mundo real.

Según Goleman (1998), por los años noventas, el trabajo en equipo se convirtió en la competencia administrativa más apreciada en los estudios organizacionales alrededor del mundo. Al brindarle al estudiante estas valiosas posibilidades de trabajar junto con sus pares para crear productos y resolver problemas, se les está preparando para ingresar en el mundo laboral.

Unigarro (2001) y Escamilla (1999), citados en http://www.eduteka.org/ProyectosColaborativos.php, mencionan que los ambientes de aprendizaje colaborativos y cooperativos preparan al estudiante para:

- Participar activamente en la construcción colectiva.
- Asumir y cumplir compromisos grupales.
- Dar ayuda a los demás y pedirla cuando se requiera.
- Poner al servicio de los demás sus fortalezas individuales.
- Aceptar los puntos de vista de otros
- Comprender las necesidades de los demás.
- Descubrir soluciones que beneficien a todos.
- Establecer contacto significativo con comunidades que poseen culturas diferentes.
- Contrastar sus actividades y creencias con las de los demás.
- Establecer metas, tareas, recursos, roles, entre otras.
- Escuchar crítica y respetuosamente a sus interlocutores.
- Exponer sus ideas y planteamientos en forma argumentada.
- Aceptar la crítica razonada de parte de otras personas.
- Ceder ante evidencia o argumentación de peso.
- Reconocer los créditos ajenos.
- Desarrollar habilidades interpersonales.
- Familiarizarse con procesos democráticos.

Según Kagan (1997), las investigaciones han mostrado que la estructura cooperativa (incluyendo la colaborativa) supera académica y socialmente a las estructuras competitivas e individualistas, independientemente del contenido o nivel escolar. Con frecuencia, los estudiantes ven la escuela como una empresa competitiva, donde intentan aventajar a sus compañeros de clase. Los estudiantes se muestran más positivos respecto a la escuela, las asignaturas y hacia los docentes, cuando se les provee una estructura para trabajar en grupo (Johnson y Johnson, 1998).

CAPÍTULO 2: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, TECNOLOGÍAS Y MATEMÁTICA

Tradicionalmente en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática se ha privilegiado la memorización de algoritmos y procedimientos para resolver ejercicios y problemas. Actualmente, los fines de la educación que promueven las instituciones gubernamentales en Colombia, encargadas de las políticas educativas, plantean que:

> La formación matemática no debe restringirse a la memorización de definiciones y a la ejecución de procedimientos, o dominios de destrezas de cálculo, sino que ella debe aportar elementos para que el estudiante construya colectivamente interpretaciones, representaciones y explicaciones de su mundo natural y social (Barón, Rojas y Salazar, 2003, p. 13)

Actualmente la didáctica de la matemática hace uso de nuevos métodos, procedimientos, procesos y actividades con el fin de que los estudiantes accedan de una forma más eficaz y significativa al conocimiento. Muchos de estos métodos son pensados desde los avances tecnológicos y su incidencia en los procesos de enseñanza aprendizaje.

La tecnología ha dispuesto herramientas para la ejecución rápida y precisa de los cálculos, ahorrando así el gasto cognitivo y de tiempo en estos procesos para que puedan ser invertidos por los estudiantes en el "desarrollo de un razonamiento cuantitativo más general para encontrar caminos en la resolución de un problema, valorar la pertinencia de las estrategias de cálculo a emplear, discutir la coherencia de las respuestas obtenidas, e incluso comprender cómo se han desarrollado y cómo funcionan las herramientas de cálculo" (Barón, Rojas, y Salazar, 2003, p. 12) Además, "cuando los estudiantes disponen de herramientas tecnológicas, se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas" (NCTM, 2000, p. 24)

Se ha detectado que hay una relación directa entre el uso apropiado de la tecnología y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes (Dunham y Dick 1994; Sheets 1993; Boears.van Oosterum 1990; Rojano 1996; Groves 1994 citados en http://www.eduteka.org/PrincipiosMath.php). Esto se debe a que las herramientas tecnológicas posibilitan el acceso a modelos visuales que son poderosos, la ejecución de cálculos instantáneos, realización de procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa, visualización de las ideas matemáticas desde diferentes perspectivas y modelamiento de situaciones abstractas. Todo esto les libera tiempo para elaborar conceptos y modelos matemáticos (Barón, Rojas, y Salazar, 2003) y se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas (http://www.eduteka.org/PrincipiosMath.php)

Aún con los adelantos que se han dado en la didáctica de la matemática, esta ciencia presenta serias dificultades en su enseñanza y aprendizaje y una de las principales es el abordaje y resolución de problemas, el cual es considerado de gran importancia, ya que mediante este los estudiantes experimentan las potencialidades y la utilidad de la Matemática en el mundo que les rodea (Alonso y Martínez, 2003).

El enfoque de resolución de problemas para el trabajo en clase de matemáticas favorece los procesos, razonamientos y dinámicas en las que tienen que involucrarse los estudiantes cuando resuelven y formulan problemas. Esto es comparable con “acciones que a través de la historia se han realizado para la construcción de conocimiento matemático: formulación de hipótesis, exploración de estrategias de verificación o refutación, realización de inducciones y generalizaciones e incluso valoración del trabajo producto de concepciones erróneas” (Barón, Rojas y Salazar, 2003, p. 20)

La resolución de problemas permite a los estudiantes involucrarse en procesos cognoscitivos superiores como visualización, asociación, abstracción, comprensión, razonamiento, análisis, síntesis y generalización. Además:

> La reflexión realizada por el estudiante sobre sus propias acciones en el proceso de resolver problemas posibilita la modificación de sus estructuras cognoscitivas y desarrolla habilidades para comunicarse matemáticamente, además de posibilitarle generar procesos de investigación alrededor de conceptos y procedimientos matemáticos, y explorar diversas estrategias de solución (Barón, Rojas y Salazar, 2003, p. 21)

Schoenfeld (1985), define la resolución de problemas como el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuáles los alumnos aprenden a pensar matemáticamente. Se entiende la calificación de “difícil” como una dificultad intelectual para la persona que resuelve, es decir, como una situación para la cual no se conoce un algoritmo que le permita solucionar el problema. En este sentido la dificultad de un problema es relativa, ya que depende de los conocimientos y habilidades que posea la persona que resuelva, es decir en este caso, los estudiantes que tienen la tarea de resolver un determinado problema (Alonso y Martínez, 2003)

Parra (1990) establece que "un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata" (p. 22). Según García (1996), un problema es una cuestión en la que hay que averiguar o que provoca preocupación. Para García, desde la matemática, un problema es un asunto que debe resolverse a partir de algunos datos y cuya respuesta no es inmediata pero sí es posible.

García (1996), también enuncia que en un problema deben distinguirse tres componentes: Los datos, la incógnita y la condición. Los datos están conformados por aquella parte del problema que es dada o conocida, la incógnita la conforma la parte del problema que debe determinarse, lo que hay que averiguar; finalmente, la condición establece la manera en que se relacionan los datos y la incógnita siendo la parte esencial del problema.

Usualmente pensar matemáticamente se ha entendido como “la práctica de habilidades para formar categorías coherentes, usar procesos de cuantificación y manejo de formas, para construir representaciones simbólicas del entorno y desarrollar las competencias para resolver problemas cotidianos, que aunque sean de naturaleza variada, puedan verse bajo un mismo enfoque de contenidos o metodologías" (Cruz, 1995, p. 23)

La resolución de un problema se plantea según García (1998) como los procedimientos y actividades cognitivas que realiza el individuo, y van desde el reconocimiento del problema hasta la solución del mismo, considerando este último como el procedimiento cognitivo.

La diferencia entre solucionar y resolucionar un problema radica principalmente en dos procesos que muestran la orientación del paso a seguir; es decir, cuando el sujeto se enfrenta a un problema puede aplicar: Un procedimiento rutinario (solucionar) que lo lleva a una respuesta inmediata, descifrando el algoritmo que implícitamente pide el problema (Luria y Tsvetkova, 1981; García, 1998, Mesa, 1998); o un procedimiento en el cual el sujeto hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser posible que ejecute pasos originales que no había ensayado para dar la respuesta (Polya, 1945; Luria y Tsvetkova, 1981).

Un enfoque de la enseñanza de la matemática y de la resolución de problemas, es la resolución de problemas presentada a través de todo el año lectivo como un arte dónde hay lugar para discutir una variedad de problemas, exponer ideas, hacer conjeturas, usar ejemplos y contraejemplos y proponer diversos métodos para resolver los problemas.

En este sentido Kilpatric (1998), caracteriza el uso de la resolución de problemas como vía para enseñar la Matemática en tres direcciones:

- Análisis de problemas como vehículo para lograr algunas metas curriculares. Metas que pueden incluir aspectos relacionados con la motivación, recreación, justificación o práctica (resolución de problemas como contexto).
- Resolución de problemas considerada como una de las tantas habilidades que se debe enseñar en el currículo.
- Resolución de problemas vista como un arte en el sentido de simular la actividad matemática dentro del aula. Lo que Schoenfeld (1985) identifica como el desarrollo de un "microcosmo matemático" en el aula. (Alonso y Martínez, 2003)

El National Council of Teachers of Mathematics (citado por Baroody, 1988) aboga por una enseñanza de las matemáticas centrada en el desarrollo de la capacidad para resolver problemas. Por su parte Brousseau (1983) afirma que un estudiante no hace matemáticas si no se plantea y resuelve problemas. Además, la resolución de problemas debe constituirse en el eje fundamental de la actividad escolar, debido a que la resolución de problemas enfatiza tanto en los procesos de pensamiento (cognitivos y metacognitivos), como en estimular en el estudiante un comportamiento como matemático (González, 1994).

Polya (1945), con su obra "How to solve it", dio un impulso importante al tema de la resolución de problemas al plantear su método heurístico. Para Polya la resolución de problemas es un proceso que consta de cuatro fases: Comprensión del problema, Planificación, Ejecución del plan y Supervisión. Se plantea, incluso, que en la fase de la comprensión del problema se realicen representaciones gráficas del mismo como ayuda para su entendimiento.

Estas fases que plantea Polya, para la resolución de problemas matemáticos, han sido aplicadas en las aulas por muchos docentes y permiten que estudiantes disciplinados obtengan buenos resultados al aplicarlas. Pero ¿qué sucede con estudiantes que necesitan diversas formas de representación, diversos formatos para acercarse a la información? Como parte de ese proceso de aprendizaje de la matemática, Verschaffel y Decorte (1996), presentan cinco grandes frentes sobre los que se debe fundamentar la actividad del aprendizaje de la matemática. Uno de estos frentes es el aprendizaje a través de la interacción social y la cooperación, del cual dicen:

> La interacción social es considerada esencial debido a la importancia que tiene el intercambio de ideas, la comparación de estrategias de solución y las discusiones con argumentos, para el aprendizaje y para el quehacer matemático. De especial significado es el hecho que la interacción y la colaboración movilizan la reflexión, la cual es considerada como el mecanismo básico para acceder a los niveles superiores de abstracción e internalización. (Verschaffel y Decorte, 1996, p. 103)

Es necesario propiciar estos espacios de interacción social no sólo dentro del aula sino también en los entornos virtuales que posibilitan las Tecnologías de la Información y la Comunicación, TIC. Además de posibilitar espacios para la interacción social, las tecnologías tienen un impacto…

> …de carácter intrínsecamente cognitivo ya que la tecnología se convierte en un nuevo ambiente para trabajar representaciones formales de objetos y relaciones matemáticas… El recurso tecnológico proporciona de manera inmediata, una retroalimentación de las acciones de un estudiante en el mismo sistema de representación en el que está trabajando permitiéndole su mirada como un fenómeno matemático, y facilitando de esta manera, una amplia y "directa" experiencia matemática (Ministerio de Educación Nacional, MEN, 1999, p. 29)

Villarreal (2005), señala que los profesores tienen una alta valoración por el uso de la estrategia de resolución de problemas y las TIC, sin embargo esta valoración no se ve reflejada en el uso que hacen de ella, como apoyo al trabajo de las temáticas en el aula. Este autor también encontró que los estudiantes tienen un escaso uso de estrategias de resolución de problemas, junto a un uso principalmente instrumental de las TIC. Igualmente anota que trabajar con una estrategia de resolución de problemas y hacer uso de las TIC, aporta a los estudiantes y al aprendizaje de la matemática.

2.1 MÉTODOS Y TÉCNICAS DE SOLUCIÓN HEURÍSTICA

Heurística significa "servir para describir". También se identifica con el arte o la ciencia del descubrimiento. Para Polya (citado en Aliseda, 2000) la base de la heurística está en la experiencia de resolver problemas y en ver cómo otros lo hacen. La popularización del concepto se debe al matemático George Pólya, con su libro *Cómo resolverlo* (*How to solve it*). Polya estudiaba pruebas matemáticas desde su juventud y quería saber cómo los matemáticos llegan a ellas. El libro contiene las recetas heurísticas que trataba de enseñar a sus alumnos de matemáticas. Cuatro ejemplos extraídos de él ilustran el concepto:

- Si no consigues entender un problema, dibuja un esquema.
- Si no encuentras la solución, haz como si ya la tuvieras y mira qué puedes deducir de ella *(razonando a la inversa)*.
- Si el problema es abstracto, prueba a examinar un ejemplo concreto.
- Intenta abordar primero un problema más general (es la "paradoja del inventor": el propósito más ambicioso es el que tiene más posibilidades de éxito).

En general, una heurística puede considerarse como un atajo a los procesos mentales activos y, por lo tanto, es una medida que ahorra o conserva recursos mentales.

Newel (1983), explica el método general de Polya para la resolución de problemas:

Entiende el problema. ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es posible satisfacer la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria? Dibuja un esquema y representa en él, los datos y la incógnita separados.

Haz un plan. ¿Has visto este problema antes? ¿En forma diferente? ¿Conoces algún problema relacionado? ¿Un teorema que pudiera servir? ¿Conoces algún problema similar con la misma incógnita? ¿Con una incógnita similar?

Dado un problema relacionado ya resuelto, ve si puedes usar su resultado. ¿Tal vez su método? ¿Podría ayudar algún elemento auxiliar?

Replantea el problema. Replantéalo aún más diferente. Regresa a las definiciones.

Resuelve primero algún problema similar. ¿Es más accesible? ¿Más general? ¿Especial? ¿Análogo? ¿Resuelve alguna parte del problema? ¿Guarda parte de la condición? ¿Qué otros datos pueden determinar la incógnita? ¿Cambia la incógnita? ¿Los datos? ¿Los dos?

Acerca los dos problemas lo más posible. ¿Usaste todos los datos? ¿Toda la condición? ¿Todas las nociones esenciales?

Lleva a cabo el plan. Revisa cada paso. ¿Lo ves claro? ¿Lo puedes probar?

Analiza la solución. ¿Puedes comprobar el resultado? ¿Puedes comprobar el razonamiento? ¿Puedes demostrar el resultado de forma diferente, por ejemplo, a la inversa? ¿Puedes verlo de primer vistazo?

¿Puedes usar el resultado, o el método, en algún otro problema?

Según Contreras (1987) “la heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la resolución de problemas, en particular, las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso" (citado en García, 1998, p. 117). Comprender esas operaciones puede favorecer el uso adecuado de métodos de enseñanza.

2.1.1 Heurísticos

Un heurístico se puede describir como un procedimiento que ofrece una probabilidad razonable de solución o de acercamiento a una solución (Nickerson, Perkins, y Smith, 1990, citados en García, 1998), por lo que conocer heurísticos y posibilitar su comprensión y uso por parte de los estudiantes facilita el trabajo de la enseñanza de resolución de problemas. De acuerdo con García (1998) "el uso de heurísticos generales promueve el mejoramiento de las habilidades para resolver problemas" (p. 117)

Este mismo autor, plantea que los heurísticos se deben enseñar de forma explícita por varias razones: los estudiantes desconocen heurísticos para enfrentar la solución de problemas, los estudiantes no aprenden heurísticos de modo abierto o con ejemplos y porque conocer y saber aplicar los heurísticos ayuda a resolver más eficazmente los problemas.

En cuanto a la estructura de los heurísticos, García (1998) anota que un heurístico está conformado por un grupo de procesos problémicos y que estos son "procesos de carácter secuencial en los que se llevan a cabo mecanismos cognoscitivos específicos, y a través de los cuales se construye progresivamente el conocimiento, cuando se acomete la resolución de una situación problémica" (p. 118). Cada uno de los procesos problémicos lleva consigo el uso de diferentes herramientas heurísticas para mejorar la eficacia al momento de ejecutarlos. Una herramienta heurística es concebida como “un instrumento técnico que facilita la resolución del problema propuesto, a través de las transformaciones de sus entidades en otras” (García, 1998, p. 118)

García aborda heurísticos para la resolución de problemas cualitativos y abiertos, y heurísticos para la resolución de problemas de tipo numérico. Los problemas de tipo numérico son los que interesan en este estudio pero también interesan algunos heurísticos para la resolución de problemas cualitativos para observar cómo los estudiantes se enfrentan a la resolución de problemas.

Para este estudio interesan los siguientes heurísticos para la resolución de problemas cualitativos y abiertos: Formación del interés cognoscitivo, Reconocimiento de patrones propios de resolución, Reconocimiento del problema y el Planteamiento cualitativo y representación del problema.

Formación del interés cognoscitivo: los individuos sólo resuelven con agrado los problemas que necesitan, que quieren o están interesados en resolver, es decir, problemas que capturan su atención; el individuo resuelve un problema cuando tiene un motivo de aprendizaje (García, 1998)

Reconocimiento de patrones propios de resolución: tomar conciencia de lo que habitualmente hace el individuo para resolver un problema le permiten saber cuáles son los procedimientos que utiliza para representar un problema, como formular y aplicar estrategias de resolución y regular estos procesos. También le permite saber de las carencias de estos procedimientos y los errores cuando los utiliza, además de poder utilizarlos en nuevas situaciones.

Reconocimiento del problema: Tomar conciencia de lo que debe ser hallado permite reconocer el problema y ésta es una actividad fundamental en la ciencia que permite obtener conocimiento nuevo de los fenómenos o situaciones.

Planteamiento cualitativo y representación del problema: Desenvolver el problema y hacer una representación del mismo para asimilar los datos y comprender el problema y así tener conciencia de lo que se desconoce.

Para la resolución de problemas de tipo numérico interesan los siguientes heurísticos: Procedimientos de la fase de representación y replanteamiento del problema, Procedimientos de la fase de presolución, Procedimientos de la fase de resolución, Procedimientos e indicaciones para la fase de cálculo, Procedimientos para la revisión de fracasos en la resolución, Procedimientos para la revisión de procesos y resultados calificados inicialmente como acertados. A continuación se presentan los procedimientos heurísticos que propone García (1998) y sus herramientas heurísticas.

Procedimientos de la fase de representación y replanteamiento del problema: El estudiante elabora un modelo del problema y traduce la información en un sistema de operaciones para obtener la resolución del problema. Algunas herramientas heurísticas que se proponen en este procedimiento son: leer el problema minuciosamente, construir esquemas y gráficas, definir el objetivo del problema, obtener datos conocidos, plantear los datos desconocidos en términos de incógnitas, buscar relaciones entre las incógnitas y los datos, escribir las relaciones claves en forma cualitativa.

Procedimientos de la fase de presolución: Consiste en reunir y evaluar la información necesaria para la resolución del problema, considerar el procedimiento a seguir y tantear posibles resultados. Algunas herramientas heurísticas propuestas son: seleccionar y escribir la información relevante, considerar las relaciones matemáticas entre los datos del problema, argumentar la estrategia de resolución propuesta, estimar la respuesta de la solución, dividir el problema en subproblemas si es necesario.

Procedimientos de la fase de resolución: Se hacen las operaciones junto con los cálculos pertinentes para obtener las respuestas requeridas. Algunas herramientas heurísticas propuestas son: expresar las relaciones claves en condiciones, es decir relacionar cada incógnita con un dato o con otra incógnita, a igual número de incógnitas igual número de condiciones, traducir las condiciones al lenguaje algebraico, obtener las ecuaciones, hacer los cálculos.

Procedimientos e indicaciones para la fase de cálculo: Algunas herramientas heurísticas propuestas son: el uso correcto de unidades, escribir las transformaciones realizadas sin omitir ninguna.

Procedimientos para la revisión de fracasos en la resolución: Esta fase se da cuando la respuesta es conocida y no se ha llegado a la misma en el proceso de resolución. Algunos interrogantes que se pueden formular son: ¿qué datos no funcionan?, ¿hay cantidades aún desconocidas? ¿Los datos son suficientes, son los necesarios, todos se han tenido en cuenta?, ¿las ecuaciones planteadas son las correctas?, ¿podría proponerse la resolución de otra manera?, ¿todas las relaciones son válidas?

Procedimientos para la revisión de procesos y resultados calificados inicialmente como acertados. Algunas herramientas heurísticas para esta fase son: organizar las operaciones y las respuestas para una revisión precisa, verificar si las respuestas son razonables, verificar si las respuestas son las pedidas en el enunciado del problema, si cumplen con el objetivo del mismo, si tienen o no sentido, comprobar la respuesta obtenida, establecer la posibilidad de existencia de otras formas de resolución.

2.1.2 Proceso heurístico para la resolución de problemas de combinatoria

Si se tiene presente lo planteado por García (1998), para enfrentar de manera adecuada un problema, es necesario retomar la Formación del interés cognoscitivo (la motivación y el interés por la resolución de problemas de combinatoria), el Reconocimiento de patrones propios de resolución (la toma de conciencia del estudiante de la forma como resuelve un problema, le permite saber cuáles son los procedimientos que utiliza para representar un problema, para formular y aplicar estrategias de resolución y regular estos procesos) y el Reconocimiento del problema (la toma de conciencia de lo que debe ser hallado).

El proceso heurístico propuesto para este estudio es: Leer y entender bien el problema, verificar la estructura a la que pertenece, aplicar el algoritmo y verificar que la solución tenga sentido.

a) Leer y entender bien el problema. Es el proceso para esclarecer la información que posibilita captar el sentido global del mensaje o enunciado del problema matemático y permite desglosar los elementos fundamentales, como son: los datos, la condición, tomar conciencia de lo que debe ser hallado. Es necesario también plantear interrogantes acerca de la situación, construir esquemas y gráficas, plantear los datos desconocidos en términos de incógnitas, buscar relaciones entre las incógnitas y los datos, escribir las relaciones claves en forma cualitativa, elaborar anticipaciones acerca de lo que sucedería si se mantienen o se cambian las condiciones o magnitudes que intervienen en una situación.

b) Verificar a que estructura pertenece: Es necesario que el estudiante verifique si el problema pertenece a una combinación, permutación o variación y si es con o sin repetición. En los enunciados de los problemas se encuentran algunas palabras claves que permiten identificar si importa o no el orden en que los elementos son tomados para esclarecer la estructura a la que se hace referencia en el problema.

Las Variaciones son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que: influye el orden en que se colocan y que si permitimos que se repitan los elementos, podemos hacerlo hasta tantas veces como elementos tenga la agrupación.

Las permutaciones, también llamadas ordenaciones, son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que influye el orden en que se colocan, se toman todos los elementos de que se dispone.

Serán Permutaciones sin repetición cuando todos los elementos de que se dispone son distintos. Serán permutaciones con repetición si se dispone de elementos repetidos (esto es el número de veces que se repite el elemento en cuestión).

Las combinaciones son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que no influye el orden en que se colocan, y si permitimos que se repitan los elementos, podemos hacerlo hasta tantas veces como elementos tenga la agrupación. En todos los casos de las estructuras se pueden presentar ejercicios en los que se distingue si se repiten o no los elementos.

La verificación de la estructura a la cual pertenece un enunciado es crucial para el desarrollo exitoso de la resolución de un problema. De acuerdo con Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, (1994), en una encuesta aplicada a profesores sobre lo que piensan de la enseñanza de la combinatoria en bachillerato, los profesores califican la combinatoria como el tema más difícil del programa oficial en bachillerato. Además, califican como el aspecto de mayor dificultad para resolver problemas, la identificación de las operaciones combinatorias a partir de un enunciado verbal de un problema.

c) Aplicar el algoritmo: De acuerdo con Nickerson, Perkins y Smith (1990), citados por García (1998), un algoritmo se entiende como “una prescripción efectuada paso a paso para alcanzar un objetivo particular que garantiza la consecución de aquello que se trata de conseguir” (p. 142). Para la resolución de los problemas numéricos, el algoritmo es una regla para calcular que puede seguirse paso a paso, más o menos automáticamente, incluso por programas de computador. Para cada estructura combinatoria hay un algoritmo de cálculo de la respuesta, por lo que luego de identificar la estructura y condiciones del problema (repetición o no) se aplica ese algoritmo para llegar a la solución.

d) Verificar que la solución tiene sentido: Es necesario comprobar el resultado, verificar si las respuestas son razonables, si son las pedidas en el enunciado del problema, si cumplen con el objetivo del mismo, si tienen o no sentido. Además de comprobar la respuesta obtenida, se puede establecer la posibilidad de existencia de otras formas de resolución.

2.2 ANÁLISIS COMBINATORIO

La Combinatoria es un componente esencial de la Matemática discreta (encargada del estudio de los conjuntos discretos: finitos o infinitos numerables). La matemática discreta surgió al final de los años 60 como un área de estudio por la necesidad de comprender mejor las bases combinatorias de las matemáticas que se usan en el desarrollo de algoritmos de computación eficientes, problemas de investigación operativa y el estudio de heurísticas relacionadas con la aproximación a estos problemas (Batanero, Godino, y Navarro-Pelayo, 1994)

Kapur (1970) para justificar la enseñanza de la Combinatoria en la escuela, presentó las siguientes razones, que aún son válidas:

1. Puesto que no depende del Cálculo, permite plantear problemas apropiados para diferentes niveles; pueden discutirse con los alumnos problemas aún

no resueltos, de modo que descubran la necesidad de crear nuevas matemáticas.

2. Puede emplearse para entrenar a los alumnos en la enumeración, la realización de conjeturas, la generalización, la optimización y el pensamiento sistemático.
3. Puede ayudar a desarrollar muchos conceptos, como los de aplicación, relaciones de orden y equivalencia, función, muestra, conjunto, subconjunto, producto cartesiano, etc.
4. Pueden presentarse muchas aplicaciones en diferentes campos, como: Química, Biología, Física, Comunicación, Probabilidad, Teoría de números, Grafos, etc. (Kapur, 1970, citado en Navarro-Pelayo, Batanero y Godino, 1996 p. 26)

La capacidad combinatoria es un componente fundamental del pensamiento formal. Además, Fischbein (en el prefacio de Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1994) asegura que “El análisis combinatorio expresa un esquema operacional, ¡un prerrequisito estructural importante para la dinámica y potencia creativa del razonamiento lógico en general!” (Prefacio del texto).

La combinatoria es la ciencia que estudia el número de diferentes combinaciones, de grupos de números. La combinatoria es a menudo parte del estudio de Probabilidad y Estadística. James Bernoulli en su Ars Conjectandi, menciona que la combinatoria es un arte que “… nos enseña a enumerar todos los modos posibles en que un número dado de objetos puede mezclarse y combinarse de manera que estemos seguros de que no hemos omitido ninguno de los posibles…” (Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1994, p. 17).

La combinatoria es la rama de las Matemáticas que nos permite realizar recuentos, complicados de llevar a cabo, de un modo sencillo. Son nuevas técnicas para contar y calcular posibilidades de agrupamientos o de distribuciones de elementos en cajas, colores, formas, entre otras. Para ello, es preciso aprender técnicas de ordenación, colocación, elección, entre otras, de objetos.

2.2.1 Principio de la multiplicación

Si en el proceso de formación de muestras se necesitan k-etapas, cada una de las cuales se puede realizar de $n_1, n_2, \cdots n_k$ maneras distintas, respectivamente, entonces el número total de muestras se obtiene del producto de los números $n_1 \cdot n_2 \cdots\cdots n_k$.

Una muestra es una colección de elementos de un conjunto dado. Puede estar constituida por parte de los elementos dados o por todo el conjunto. Puede ser ordenada o no, según influya el orden de los elementos en la formación de la muestra o no.

Tres atletas, Pedro, Ana y Luis pueden llegar a la meta de modos distintos, ya que el primero será el ganador (oro) y los otros dos se deberán contentar con la plata y el bronce. Luego el orden sí es importante en este caso, pero si se tratase de participar en distintas competiciones y solo se presentan estos competidores, el orden para acudir a las mismas no importa, siempre serán los mismos tres.

Un ejemplo para ilustrar el principio de la multiplicación es el siguiente: ¿Cuántas banderas de 3 bandas horizontales pueden formarse con 3 colores distintos (supóngase negro, gris y blanco) si se utilizan los tres?

Si la banda superior es pintada de negro (A), para pintar la banda central quedan sólo el gris (B) y el blanco (C); en el supuesto de que ésta se pinte con gris, la inferior tendrá que pintarse, necesariamente, de blanco. Esto es, para pintar la banda superior se puede escoger entre los tres colores disponibles, para la central de dos y la inferior, toda vez que se han pintado las otras, se pinta con el color restante: 3 · 2 · 1 banderas pueden pintarse entonces.

Un diagrama de árbol es una representación gráfica de un experimento que consta de *r* pasos, donde cada uno de los pasos tiene un número finito de maneras de ser llevado a cabo. Para la construcción de un diagrama en árbol se partirá poniendo una rama para cada una de las posibilidades. En el final de cada rama parcial se constituye a su vez, un nudo del cual parten nuevas ramas, según las posibilidades del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento (nudo final).

El ejercicio anterior se puede representar mediante un diagrama de árbol, así:

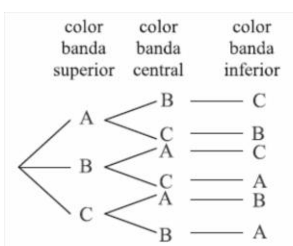


Diagrama en forma de árbol

2.2.2 Principio de la suma

Si una situación puede ocurrir de m maneras diferentes y otra de k maneras diferentes, incompatibles las unas con las otras, entonces existen m + k maneras en las cuales puede ocurrir la primera o la segunda, mas no ambas.

Un ejemplo es el siguiente: Para ir de un punto a otro de una ciudad se puede ir en un vehículo o haciendo ejercicio. Si el vehículo puede ser un carro, un taxi, una moto taxi o una moto y las formas de desplazarse haciendo ejercicio a pie, corriendo o en bicicleta, entonces el número de formas en que una persona puede ir de un lugar a otro son siete 4 (motorizado) + 3 (haciendo ejercicio).

2.2.3 Modelo combinatorio simple

Se toma en este apartado las contribuciones de Navarro-Pelayo, Batanero y Godino (1996), de su texto "Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria"; de Wilhelmi, M. R. (2004) y su texto Combinatoria y probabilidad y otros autores, por cuanto han investigado y escrito sobre el tema de combinatoria.

Según Dubois (1984), se pueden "clasificar las configuraciones combinatorias simples en tres modelos diferentes: *Selección,* que enfatiza la idea de muestreo; *colocación,* relacionado con el concepto de aplicación y *partición* o división de un conjunto en subconjuntos" (citado en Navarro-Pelayo, Batanero y Godino, 1996, p. 4)

En el modelo de *selección* se considera un conjunto de *m* objetos (generalmente distintos), de los cuales se extrae una muestra de *n* elementos. La palabra clave "elegir", incluida en el enunciado de un problema, sugiere al alumno la idea de extraer bolas de una caja. Si sustituimos las bolas por personas, podríamos interpretar otros problemas. Otros verbos claves que generalmente se refieren a la idea de muestreo son "seleccionar", "coger", "extraer", "sacar", "tomar", entre otros.

Tabla 1: Diferentes posibilidades en el modelo de selección

	Muestra ordenada	Muestra no ordenada
Reemplazamiento	$VR_{m, n}$	$CR_{m, n}$
No hay reemplazamiento	$V_{m, n}$	$C_{m,n}$

Cuando se selecciona una muestra, a veces se puede repetir uno o más elementos, y otras veces no es posible. Según esta característica, y de acuerdo con el orden en el que es extraída la muestra, se obtienen las cuatro operaciones combinatorias básicas, que se muestran en la Tabla 1 (las permutaciones son un caso particular de las variaciones). En esta tabla se usa la siguiente notación: $VR_{m.n}$ para las variaciones con repetición de m elementos tomados de n en n, $V_{m.n}$ para las variaciones sin repetición, $CR_{m.n}$ para las combinaciones con repetición y $C_{m,n}$ para las combinaciones ordinarias.

Otro tipo de problemas se refiere a la *colocación* de una serie de n objetos en m celdas. Otros verbos claves que pueden considerarse en este modelo son: "colocar", "aparcar", "introducir", "asignar", "guardar", entre otros. Hay muchas posibilidades diferentes en este modelo, dependiendo de las siguientes características:

1. Si los objetos a colocar son idénticos o no.
2. Si las celdas son idénticas o no.
3. Si se ordenan los objetos colocados dentro de las celdas.
4. Las condiciones que se añadan a la colocación, tales como el máximo número de objetos en cada celda, o la posibilidad de tener celdas vacías, entre otras.

No hay una operación combinatoria distinta para cada diferente posible colocación, y más aún, se puede obtener la misma operación combinatoria con diferentes problemas de colocación. Por ejemplo, se pueden definir las variaciones como el número de formas de colocar n objetos diferentes en m celdas distintas (es irrelevante si la colocación es ordenada o no). En el caso de objetos indistinguibles, se obtienen las combinaciones. Pero se pueden también obtener algunos tipos de colocaciones que no pueden expresarse con una operación combinatoria básica. Por ejemplo, si se consideran las colocaciones no ordenadas de n objetos diferentes en m celdas idénticas, se obtiene otra operación matemática. En consecuencia, no es posible traducir cada problema de colocación en un problema de muestreo.

Asignar los n objetos a las m celdas es, desde un punto de vista matemático, equivalente a establecer una aplicación desde el conjunto de los n objetos al conjunto de las m celdas. Para las aplicaciones inyectivas se obtienen las variaciones ordinarias; en caso de una biyección se obtienen las permutaciones. Sin embargo, no hay definición directa para las combinaciones ordinarias usando la idea de aplicación. Más aún, si se considera una aplicación no inyectiva se podría obtener un problema para el cual la solución no es una de las operaciones combinatorias básicas.

Finalmente, se puede dividir un conjunto de *n* objetos en *m* subconjuntos, es decir, efectuar una *partición* de un conjunto. Se puede visualizar la colocación de *n* objetos en *m* celdas como la partición de un conjunto de *n* elementos en *m* subconjuntos (las celdas). Por tanto, hay una correspondencia biyectiva entre los modelos de partición y colocación, aunque para el estudiante esto podría no ser tan evidente. Otros verbos claves asociados con la partición son: "dividir", "partir", "descomponer", "separar", entre otros. Consecuentemente, no se puede suponer que los tres tipos de problemas descritos (selección, colocación y partición) sean equivalentes en dificultad, incluso aunque puedan corresponder a la misma operación combinatoria.

2.2.4 Permutaciones

Según el diccionario de la lengua española, permutar es: “variar la disposición u orden en que estaban dos o más cosas”. Es necesario precisar si estas cosas son o no indistinguibles, para asegurar que la nueva configuración sea en esencia distinta a la antigua.

2.2.4.1 Permutaciones ordinarias o sin repetición

El número de ordenaciones posibles que se pueden obtener con n (n ≥ 2) objetos distintos es el producto de los n primeros términos. Este producto se denota por n!, que se lee: “factorial de n”. Se define:

Factorial de un número entero no negativo n, y se denota n!, es igual a:

$$n! = \begin{cases} n \cdot (n-1)! & si \quad n > 0 \\ 1 & si \quad n = 0 \end{cases}$$

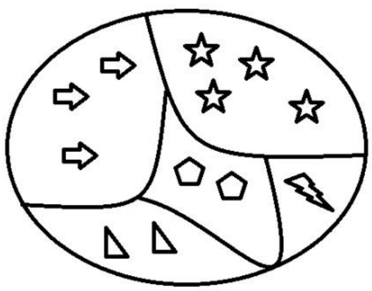
La definición dada es recursiva: a partir de 0! = 1, se obtienen los factoriales de los números enteros positivos multiplicando el número n-ésimo por el factorial de (n − 1), esto es:

1! = 1 · 0! = 1 · 1 = 1	2! = 2 · 1! = 2 · 1 = 2
3! = 3 · 2! = 3 · 2 = 6	4! = 4 · 3! = 4 · 6 = 24
5! = 5 · 4! = 5 · 24 = 120	6! = 6 · 5! = 6 · 120 = 720
.	.
.	.
.	.

Se llaman permutaciones ordinarias o sin repetición de n elementos, se denota P_n, a los distintos grupos que se pueden formar, de tal manera que en cada grupo entren los *n* elementos y que un grupo se diferencie de los demás en el orden de colocación de los elementos. Además se tiene que: $P_n = n!$.

2.2.4.2 Permutaciones con repetición

¿Cuántas ordenaciones en esencia distintas pueden obtenerse con *n* elementos si hay *k* grupos cuyos objetos son indistinguibles entre sí y cada grupo contiene $a_1, \ldots, a_k$ elementos, respectivamente? Por ejemplo, en la figura siguiente se puede ver la representación de 12 elementos distribuidos en 5 grupos de elementos indistinguibles. Si se colocan “en fila”, uno detrás de otro, se tiene una configuración. Si se intercambian entre sí dos objetos indistinguibles la nueva configuración es equivalente a la anterior. ¿Cuántas configuraciones esencialmente distintas se pueden disponer?



En el caso propuesto en la figura, las posibles permutaciones de 12 elementos son 12!, de las cuales 4! son iguales porque se han obtenido por permutaciones de las estrellas (☆); 3! son iguales porque se han obtenido por permutaciones de las flechas (⇨); otras 2! son iguales porque se han obtenido por permutaciones de los pentágonos (⬠); otras 2! son iguales porque se han obtenido por permutaciones de los triángulos (◺). Por lo tanto, se tienen: $\frac{12!}{4!3!2!2!} = 3603600$ disposiciones distintas.

El método puede generalizarse para calcular el número de ordenaciones distintas que se pueden obtener con *n* elementos si hay *k* grupos cuyos objetos son indistinguibles entre sí y cada grupo contiene $a_1, \ . \ . \ . \ , a_k$ elementos, respectivamente, de tal forma que $a_1 + . . . + a_k = n$:

1. Cálculo de las permutaciones de n elementos: $P_n = n!$.

2. Reagrupamiento de las permutaciones iguales (se han obtenido por intercambio de posiciones de elementos indistinguibles de un grupo):

   $a_1! \cdot a_2! \cdot \ . \ . \ . \ \cdot a_{k-1}! \cdot a_k!$

3. Cálculo de las permutaciones (con repetición) distintas:

$$PR_n^{a_1,a_2,\ldots,a_{k-1},a_k} = \frac{n!}{a_1! \cdot a_2! \cdot \ldots \cdot a_{k-1}! \cdot a_k!}$$

Se llaman permutaciones con repetición de *n* elementos, distribuidos en *k* grupos de a_1, a_2,. . . , a_{k-1}, a_k elementos indistinguibles, respectivamente, de tal forma que $a_1 + a_2 + \ldots + a_{k-1} + a_k = n$, a las distintas configuraciones que se pueden formar con los *n* elementos, de tal forma que cada una de ellas se diferencie de las demás en el orden de colocación de sus elementos, excluyendo las reordenaciones de elementos indistinguibles (esto es, que pertenecen a un mismo grupo). Si se denota por $PR_n^{a_1,a_2,\ldots,a_{k-1},a_k}$ a este número, se tiene que: $PR_n^{a_1,a_2,\ldots,a_{k-1},a_k} = \frac{n!}{a_1! \cdot a_2! \cdot \ldots \cdot a_{k-1}! \cdot a_k!}$

2.2.4.3 Permutaciones circulares

En las permutaciones circulares los elementos se consideran distribuidos sobre una circunferencia.

Las permutaciones circulares pueden identificarse si el análisis de la situación o problema planteado conlleva a la confección de una curva cerrada, fijando uno de los *n* elementos y permutando los *n-1* restantes, tal y como se hace en las permutaciones sin repetición. Para formar las permutaciones circulares de *n* elementos, basta fijar uno de ellos y elegir uno de los dos sentidos posibles en la curva, permutando de todas las formas posibles los *n-1* elementos.

El número de permutaciones circulares de *n* elementos se calcula mediante la fórmula: $PC_n = (n-1)!$ donde *n* es un número natural mayor o igual que 1.

2.2.5 Variaciones

Según el diccionario de la lengua española, variación significa: “cada uno de los subconjuntos del mismo número de elementos de un conjunto dado, que difieren entre sí por algún elemento o por el orden de estos”. En matemáticas, se precisa brevemente que una variación de una familia de elementos es una modificación de alguno de sus elementos o del orden en que se presentan.

2.2.5.1 Variaciones ordinarias o sin repetición

Se desea formar un comité de aula para la organización de un evento cultural en un colegio. Dicho comité está formado por tres alumnos que harán las veces de fiscal, tesorero y vocal. La clase está formada por 40 estudiantes. Se debe resolver la siguiente cuestión: ¿de cuántas formas puede constituirse el comité si una persona no puede ocupar más que un cargo?

Como un estudiante no puede tener más que un cargo, el fiscal podrá ser elegido entre los 40 alumnos de la clase; una vez que éste ha sido elegido, el cargo de tesorero podrá ser tomado por uno de los 39 estudiantes restantes; por último, el cargo de vocal puede ser tomado por uno de los 38 estudiantes restantes. Es decir, existen 40x39x38 formas de constituir el comité. El método descrito puede ser extendido para determinar el número de comités de *m* estudiantes que se pueden formar en un aula de *n* estudiantes ($n \geq m$)

Se llaman variaciones ordinarias o sin repetición de *n* elementos, tomados de *m* en *m*, se denota $V_{n,m}$, a los distintos grupos que se pueden formar con los *n* elementos, de tal forma que en cada grupo entren *m* elementos distintos y que un grupo se diferencie de los demás, bien en alguno de sus elementos, bien en su orden de colocación. Se tiene: $V_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)!}$

Otro ejemplo es formar todos los números de 2 cifras diferentes con los dígitos 1,2, 3, 4:

12	21	31	41
13	23	32	42
14	24	34	43

Las muestras 12 y 21 son diferentes; pues el orden de los elementos tomados es esencial (evidentemente los números 12 y 21 son diferentes). Si seleccionamos las muestras 12 y 14 la diferencia radica en un elemento (2 y 4) y las muestras 12 y 43 difieren en todos sus elementos.

Si los parámetros m y n son iguales, es decir, cuando el número de elementos distintos en un grupo sea igual al número total de elementos, se consideran las permutaciones, como un caso especial de las variaciones.

2.2.5.2 Variaciones con repetición

Si se supone ahora que una misma persona puede ocupar más de un cargo, esto es, una persona puede ser a la vez fiscal y tesorero, por ejemplo. Se trata entonces de resolver la siguiente cuestión: si en un aula hay *n* estudiantes, ¿de cuántas formas puede constituirse un comité de *m* estudiantes si una persona puede ocupar más de un cargo?

Antes de resolver el problema general planteado, se observa el caso particular: 3 cargos deben ser ocupados por alguno de los 40 estudiantes que conforman un aula. Como un estudiante sí puede tener más de un cargo, el fiscal podrá ser elegido entre los 40 alumnos de la clase; una vez que éste ha sido elegido, el cargo de tesorero podrá ser tomado por uno cualquiera de los estudiantes, incluido el fiscal electo; por último, el cargo de vocal puede ser tomado igualmente por cualquiera de los 40 estudiantes. Es decir, existen 40x40x40 formas de constituir el comité.

Al igual que en la anterior situación, el método descrito puede ser extendido para determinar el número de comités de *m* estudiantes que se pueden formar en un aula de n estudiantes (n ≥ m), pudiendo un alumno tener más de un cargo: $n \cdot \overset{(m\ veces)}{\cdots\cdots} \cdot n = n^m$ comités diferentes.

Se llaman variaciones con repetición de *n* elementos, tomados de *m* en *m*, denotadas, $VR_{n,m}$, a los distintos grupos que se pueden formar con los n elementos, de tal manera que en cada grupo entren *m* elementos iguales o distintos y que un grupo se diferencie de los demás, bien en algún elemento, bien en su orden de colocación. Se tiene: $VR_{n,m} = n^m$

Las características de las muestras de variaciones con repetición son:

1. Las muestras difieren en el orden.

2. Los elementos pueden repetirse en las muestras.

La primera característica representa el concepto genérico (variaciones); la segunda, la diferencia que caracteriza el género (repetición).

2.2.6 Combinaciones

Según el diccionario de la lengua española combinar es: "unir cosas diversas, de manera que formen un compuesto o agregado" y combinación es: "Cada uno de los subconjuntos de un número determinado de elementos de un conjunto finito dado, que difieren al menos en un elemento". Al igual que las variaciones y las permutaciones, el concepto de combinación tiene un significado muy concreto en matemáticas: número de conjuntos de un determinado número de elementos que se pueden formar con un universo de objetos, sin importar el orden de selección, sino qué elementos se toman.

2.2.6.1 Combinaciones ordinarias o sin repetición

En el problema de la formación de los comités de aula, el orden de elección de los estudiantes es relevante, puesto que los cargos de fiscal, tesorero y vocal no son semejantes. Sin embargo, si el comité está formado por tres personas que desempeñarán cargos similares, entonces no es relevante que un estudiante sea elegido en primer, segundo o tercer lugar, sino el hecho mismo de haber sido elegido. Como se ha visto, si el orden de elección es importante (y un alumno no puede tener sino un cargo), existen 40x39x38 formas de constituir los comités, pero si el orden no importa, hay que dividir esta cantidad por 6, puesto que dados 3 estudiantes, podemos organizarlos de 6 formas distintas (P_3). Así, existen

(40x39x38/6) formas de organizar los comités si los tres integrantes van a desempeñar labores similares.

En general, el razonamiento es válido si es preciso escoger, sin importar el orden, *m* estudiantes de entre *n* ($n \geq m$), así, el número de comités que se pueden formar es: $\frac{V_{n,m}}{P_m} = \frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$ De esta forma, las combinaciones se determinan en función de las variaciones y del agrupamiento de éstas en clases. Por ejemplo, si se tiene un conjunto formado por los elementos a, b, c y d y se quieren formar todas las combinaciones sin repetición de seleccionando de 3 en 3 se observa que:

Combinaciones	Variaciones $V_{4,3}$
abc	abc, acb, bac, bca, cab, cba
abd	abd, adb, bad, bda, dab, dba
acd	acd, adc, cad, cda, dac, dca
bcd	bcd, bdc, cbd, cdb, dbc, dcb

Se llaman combinaciones ordinarias o sin repetición de *n* elementos, tomados de *m* en *m*, denotadas $C_{n,m}$, a los diferentes conjuntos de *m* elementos distintos, esto es, un conjunto se diferencie de los demás en, al menos, un elemento (no importa el orden de colocación o selección). Se tiene:

$$C_{n,m} = \frac{V_{n,m}}{P_m} = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

2.2.6.2 Combinaciones con repetición

“En una dulcería se venden 4 tipos de pasteles diferentes. ¿De cuántas formas se pueden comprar 3 pasteles?”

Este problema tiene otra estructura que los tratados más arriba. No se trata de una variación porque el orden en que se dispongan los pasteles en una caja es indiferente. Por esta razón la naturaleza del problema se halla más cerca de las combinaciones que de las variaciones, sin embargo en las muestras de este experimento los elementos pueden aparecer repetidos. Este es un caso especial de las combinaciones conocido como combinaciones con repetición.

Para una mejor comprensión del problema se considera una vez más el conteo.

Se forman para ello las muestras que componen este experimento, considerando al conjunto formado por las letras a, b, c, d como los tipos de pasteles.

Formando todas las muestras de tres pasteles, se obtiene el siguiente resultado:

aaa, aab, aac, aad, abb, abc, abd, acc, acd, add, bbb, bbc, bbd, bcc, bcd, bdd, ccc, ccd, cdd, ddd.

Mediante conteo se puede ver que hay 20 muestras diferentes.

En este experimento la diferencia entre las muestras no está en el orden sino por lo menos en un elemento. Es preciso observar que los elementos pueden repetirse en una muestra.

Se llaman combinaciones con repetición de M_1,M_2,..M_n conjuntos de elementos de diferentes tipos, a todas las selecciones de *m* elementos pertenecientes a los M_n conjuntos en los cuales se admite la repetición.

Las características que destacan los rasgos de este concepto son:

1. Las muestras no difieren en el orden entre sus elementos.
2. Los elementos se pueden repetir en las muestras.

Para designar a las combinaciones con repetición de n elementos tomados de *m* en *m* se usa la siguiente notación: $CR_{n,m}=\frac{(n+m-1)!}{m!\cdot(n-1)!}$ con n ≥ m

Se observa un ejemplo para analizar las combinaciones con repetición: ¿De cuántas formas se pueden escoger dos bolas de un conjunto de seis, entre las que hay tres rojas y tres azules?

Si se usa el muestreo de las particiones del conjunto en subconjuntos de dos bolas, podemos obtener algunas muestras del experimento. Supóngase que las tres bolas rojas son R1, R2 y R3 y que las tres bolas azules son A1, A2, A3

1. Las muestras no difieren en el orden entre sus elementos (muestras 3 y 4)
2. Los elementos se pueden repetir en las muestras (muestras 1 y 2)

Se trata de un experimento sobre combinaciones con repetición: n=6 m= 2

$CR_{6,2} = \frac{(6+2-1)!}{2!\cdot(6-1)!} = \frac{7!}{2!\cdot 5!} = 21$ Formas de escoger 2 bolas.

La vía usada para la solución puede validarse a través del conteo, pues el número de muestras del experimento no es elevado.

{R1,R1} {R1,R2} {R1,R3} {R1,A1} {R1,A2} {R1,A3} {R2,R2} {R2,R3} {R2,A1} {R2,A2} {R2,A3} {R3,R3} {R3,A1} {R3,A2} {R3,A3} {A1,A1} {A1,A2} {A1,A3} {A2,A2} {A2,A3} {A3,A3}

Cuando el número de muestras del experimento combinatorio sea elevado, se puede usar para la validación la siguiente relación:

El número de combinaciones con repetición de n+1 elementos de diferentes tipos, tomados de m maneras es igual al número de combinaciones sin repetición de *n* + *m* elementos tomados *m* a *m*.

Es decir: $CR_{n+1,m} = C_{n+m,m}$

Los ejercicios y problemas de combinaciones con repetición pueden reducirse al uso de esta fórmula.

2.2.7 Tipos de problemas combinatorios

Muchos autores han planteado diversas clasificaciones de los problemas de combinatoria. A continuación se presenta una descripción y clasificación de los principales tipos de problemas que aborda la combinatoria desde la visión de Batanero, Godino, y Navarro-Pelayo (1994):

> “1. Problemas de existencia. En estos se plantea probar la existencia o no existencia de un determinado tipo de estructura discreta.
>
> 2. Problemas de enumeración. En ocasiones puede interesar enumerar o hacer una lista de los elementos que poseen estas propiedades. No es preciso escribir todas las soluciones, pero si dar un algoritmo para su construcción.
>
> 3. Problemas de recuento. Se trata de determinar el número de elementos de un conjunto finito que posee una propiedad o una colección de propiedades.
>
> 4. Problemas de clasificación. Cuando el recuento da números demasiado elevados se renuncia a esta enumeración para realizar solamente una clasificación mediante relaciones apropiadas. Este problema típicamente combinatorio se traduce en la búsqueda y contenido del número de tales subconjuntos que definen la clasificación.
>
> 5. Problemas de optimización. En ocasiones, el conjunto de soluciones es tal que se les puede asignar una función de valor, la cual induce en el conjunto un orden total, y considerar entonces las nociones de máximo y mínimo” (pp. 24-27)

Cuando los estudiantes se enfrentan al tema de combinatoria se presentan algunos errores típicos en la resolución de problemas simples de combinatoria. Navarro-Pelayo, Batanero y Godino (1996), identificaron en su investigación

Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria, los siguientes errores que presentan los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria:

Errores comunes a los diferentes modelos de selección, colocación y partición

E1: Cambiar el tipo de modelo matemático en el enunciado del problema: Por ejemplo, cambiar un problema de selección por un problema de partición.

E2: Error de orden: Este tipo de error, descrito por Fischbein y Gazit (1988), consiste en confundir los criterios de combinaciones y variaciones; es decir, considerar el orden de los elementos cuando es irrelevante o, por el contrario, no considerar el orden cuando es esencial.

E3: Error de repetición: El alumno no considera la posibilidad de repetir los elementos cuando esto es posible o repite los elementos cuando no es posible hacerlo.

E4: Confundir el tipo de objetos: Considerar objetos idénticos cuando son distinguibles, o que objetos diferentes son indistinguibles.

E5: Enumeración no sistemática: Este tipo de error fue descrito por Fischbein y Gazit (1988), y consiste en resolver el problema por enumeración, mediante ensayo y error, sin un procedimiento recursivo que lleve a la formación de todas las posibilidades.

E6: Respuesta intuitiva errónea: Los estudiantes sólo dan una solución numérica errónea, sin justificar la respuesta.

E7: No recordar la fórmula correcta de la operación combinatoria que ha sido identificada correctamente.

E8: No recordar el significado de los valores de los parámetros en la fórmula combinatoria.

E9: Interpretación errónea del diagrama en árbol.

Errores adicionales, específicos de los problemas de colocación y partición.

E10: Confusión en el tipo de celdas (tipo de subconjuntos): Es decir, creer que podríamos distinguir celdas (subconjuntos) idénticas o que no es posible diferenciar las celdas (subconjuntos) distinguibles.

E11: Error en las particiones formadas. Esto puede ocurrir en los dos siguientes casos.

1. La unión de todos los subconjuntos en una partición no contiene a todos los elementos del conjunto total.

2. Olvidar algunos tipos posibles de partición.

CAPÍTULO 3: ESTADO DEL ARTE

El estado del arte de este trabajo aborda principalmente dos tópicos relacionados con la temática del proyecto: la Resolución de problemas, el uso de las wikis. Además incluye una síntesis de investigaciones realizadas en el área de la matemática con apoyo de TIC.

3.1 CONCEPTO DE PROBLEMA, SOLUCIÓN Y RESOLUCIÓN.

PROBLEMA

Según García (1998), en el lenguaje común, problema es una cuestión en la que hay que averiguar o que provoca preocupación. Para la matemática es un asunto matemático que debe resolverse a partir de ciertos datos y que no consiste en dar respuestas inmediatas, sino respuestas, reflexionadas, que solucionen el problema. Este mismo autor enuncia que en un problema deben distinguirse tres componentes: Los datos, la incógnita y la condición. Los datos están conformados por aquella parte del problema que es dada o conocida, la incógnita la conforma la parte del problema que debe determinarse, es decir, lo que hay que averiguar; la condición establece la manera en que se relacionan los datos y la incógnita podría afirmarse que es la parte esencial del problema.

Desde el punto de vista de García (1998), el concepto de problema es definido como una situación que presenta una oportunidad de poner en juego los esquemas de conocimiento, que exige una solución que aún no se tiene, y en la cual se deben hallar interrelaciones expresas y tácitas entre un grupo de factores y variables, esta búsqueda implica la reflexión cualitativa, el cuestionamiento de ideas propias, la construcción de nuevas relaciones, esquemas y modelos mentales; es decir, la elaboración de nuevas explicaciones que constituyen la solución del problema.

Para Polya (1984), padre de las estrategias para la solución de problemas, el problema es encontrar un camino, allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados.

Desde la neuropsicología, Aleksandre Romanovich Luria, eminente investigador Soviético, en estrecha colaboración con Tsvetkova en 1945, aborda la definición de problema en su obra "La resolución de problemas y sus trastornos" en la cual se desarrolla la implicación de los procesos mentales dentro de la resolución de problemas aritméticos simples. Este autor determina el problema como una actividad intelectual de modo organizado que se apoya en un programa lógico de operaciones relacionadas entre sí, donde dichas operaciones están determinadas por un cierto objetivo, una cierta pregunta a la que es imposible dar una respuesta inmediata. Incluye el análisis de la información obtenida, cuando de pone de manifiesto los datos esenciales (ya conocidos o desconocidos) y su confrontación; además, implica la aparición de un esquema general (o estrategia) de la resolución, poniendo de manifiesto unas operaciones (o tácticas) que conducirán con la máxima fidelidad del objetivo buscado, la resolución de un problema.

Luria (1981) expone que un problema consiste siempre en una meta (establecer un problema en forma de pregunta, para la que no hay una respuesta ya hecha que sea válida), y las condiciones a partir de las cuales puede prepararse un esquema para la solución, de esta manera puede formularse una estrategia que conduzca a la solución requerida.

Este mismo autor plantea también que es de vital importancia mencionar que el enunciado de un problema tiene siempre una estructura psicológica típica: apartando una serie de datos concretos que constituyen el contenido “material” del enunciado, un problema termina siempre con cierta pregunta; ésta, constituye el eslabón predicativo del problema, establece ciertas relaciones entre los datos del enunciado, forma un todo con éstos, da un sentido al problema.

De Guzmán (1996), expresa que se tiene un verdadero problema cuando se encuentra en una situación, desde la que se quiere llegar a otra, unas veces bien conocida, otras un tanto confusamente perfiladas, y no se conoce el camino que puede llevar de una a otra.

De acuerdo con este autor, un problema es una situación que cumple con ciertas condiciones para diferenciarse de un ejercicio; en el problema una de las condiciones es que, quien se enfrenta a él no conoce el camino, ni los medios para llegar a su resolución, a la cual se llegaría a través de un proceso que inicia con la motivación, y posteriormente con la reflexión, la creación de estrategias posibles, la aplicación y la verificación. De Guzmán no profundiza en el concepto de problema, pero esta definición influencia claramente los fundamentos básicos del método de enseñanza a través de la resolución de problemas que el autor desarrolla ampliamente en algunos de sus textos. El autor afirma que este método pone en práctica el principio de aprendizaje activo, y es muy eficaz ya que el estudiante a través de su actividad y con la orientación del profesor, logra apropiarse de los objetos matemáticos.

Analizando las similitudes y diferencias en las definiciones de problema anteriormente expuestas, se pueden agrupar y clasificar en tres clases. En la primera clase se encuentran los problemas cuya estructura siempre va a ser la misma y la solución está condicionada por los datos del problemas, y para la cual sólo se necesita la aplicación de un algoritmo; la segunda clase de problemas corresponde a aquellos que varían en su estructura en tanto ésta resulta de la puesta en juego de la creatividad para plantear el problema, y los datos del problema son necesarios para hallar la solución, más no condicionan la respuesta, la cual no sólo necesita de la aplicación de un algoritmo, sino de un pensamiento mucho más eficaz que posibilite buenas alternativas para solucionar el problema; y la tercera clase de problemas serían aquellos que definitivamente sólo pueden ser usados para causar la curiosidad en el estudiante, ya que no son susceptibles de ser solucionados, y esto puede causar efectos negativos en la motivación de los estudiantes al tratar de encontrar alguna solución a los problemas.

SOLUCIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Polya (1945), citado por el MEN en los Lineamientos curriculares de matemáticas, dice que el proceso de resolución es encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados.

Luria y Tsvetkova (1981) hacen un análisis detallado a partir del cual se pueden diferenciar los procesos de solución y resolución de problemas. En cuanto a la solución de un problema el individuo debe tener en cuenta la estructura gramatical del enunciado, de cuyo análisis correcto depende la obtención de la información acerca de las relaciones lógicas existentes en éste y, en segundo lugar acerca de los vínculos existentes entre estas relaciones y las operaciones matemáticas; este proceso culmina con la comparación entre el método usado y los resultados obtenidos de una parte, la pregunta y las condiciones del problema por otra parte.

Respecto al proceso de resolución de problemas se debe empezar por analizar el modo como el sujeto repite los datos del problema; aquí precisamente es donde parece posible verificar si retiene los eslabones esenciales del problema poniendo de manifiesto las correspondencias necesarias, o bien si sólo percibe fragmentos aislados del problema sin ordenarlos en un sistema único. Esta verificación de la respuesta obtenida o la confrontación de los resultados obtenidos con los datos iniciales del problema representan siempre una etapa esencial de la actividad intelectual.

La resolución de un problema se plantea, según Garret (1989), como el rango total de procedimientos y actividades cognitivas que realiza el individuo, desde el reconocimiento del problema hasta la solución del mismo, siendo la solución del problema el último acto de esta serie de procedimientos cognitivos.

Mesa (1998), dice que resolver un problema es abordar la situación con un cierto número de esquemas de respuestas que se intentan aplicar, pero que muestran no ser eficaces y deben ser modificados o reemplazados por otros que el sujeto inventa.

Para García (1998) la solución a un problema significa reorganización cognitiva, involucramiento personal con una situación problémica y desarrollo de nuevos conceptos y relaciones, es decir, construcción significativa de conocimientos, desarrollo actitudinal positivo y desarrollo de las capacidades creativas.

Guzmán (2006), plantea la importancia de la resolución de problemas en dos vertientes que tienen que ver directamente con los implicados en el proceso de aprendizaje, el estudiante y el maestro. El niño o joven queda en capacidad de resolver sus propios problemas, si tiene confianza en su capacidad de enfrentarse con problemas, así no le angustiará la toma de decisiones que continuamente debe practicar.

Teniendo en cuenta las diferencias establecidas por los anteriores autores sobre los procesos para solucionar y resolucionar problemas, se puede afirmar que tal diferencia radica principalmente en dos procesos que muestran la orientación del paso a seguir; es decir, cuando el sujeto se enfrenta a un problema puede aplicar:

Un procedimiento rutinario que lo lleva a una respuesta inmediata, descifrando el algoritmo que implícitamente pide el problema; y otro en el cual el sujeto hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado para dar la respuesta.

Para llegar al punto en que se ejecuten pasos originales, se debe tener ciertas características en el momento de enfrentarse al problema. Abdo (2008), plantea que para afrontar la resolución de problemas se debe tener en cuenta:

1. Existencia de un interés. Lo que significa enfrentar problemas con un cierto interés.

2. La no existencia de un camino inmediato.

3. Tener deseos de resolver el problema. Significa estar dispuestos a aceptar el reto.

3.1.1 Estrategias metodológicas para la resolución de problemas

Polya (1984) plantea su estrategia en cuatro pasos, los cuales en general son:

1. Entender el problema: ¿entiende todo lo que dice?, ¿Puede replantear el problema con sus propias palabras?, ¿Distingue cuáles son los datos?, ¿Sabe a qué quiere llegar?, ¿Hay suficiente información?, ¿Hay información extraña?, ¿Es este problema similar a alguno que haya resuelto antes?
2. Configurar un plan: Ensayo error (conjeturar y probar la conjetura), usar una variable, buscar un patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más

simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamientos directos, usar razonamientos indirectos, usar las propiedades de los números, resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, usar casos, resolver una ecuación, buscar una fórmula, usar un modelo, usar análisis dimensional, identificar sub-metas, usar coordenadas, usar simetría.

3. Ejecutar el plan: Implementar la ó las estrategias que se escogieron hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo curso.
4. Mirar hacia atrás: consiste en interrogarse ¿Es la solución correcta?, ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?, ¿Advierte una solución más sencilla?, ¿Puedes ver como extender tu solución a un caso general?

La estrategia utilizada por García (1998) muestra una secuencia de pasos a seguir en la resolución de un problema:

1. Representación y replanteamiento del problema: En esta etapa el individuo elabora un modelo del problema, traduce la información escrita del problema a un sistema sobre el cual se pueda operar, a través de las siguientes herramientas:

    Leer minuciosamente el problema.

    Construir un esquema a manera de gráfica para crear una imagen clara de la situación física a la cual corresponde el problema.

Tratar de definir cuál es el objetivo del problema, preguntando ¿qué es lo que el problema pide?

Hacer una lista de los datos y de las incógnitas que presenta el problema.

Colocar los datos en el esquema y debajo de cada uno colocar sus respectivos símbolos y unidades.

Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos, tratando de relacionar las cantidades conocidas con los valores desconocidos.

Escribir en el lenguaje propio las relaciones claves que se hallen.

2. Presolución: Consiste en allegar la información necesaria para la resolución del problema y hacer una estimación del procedimiento a seguir y de los posibles resultados, las estrategias que se utilizan son:

Seleccionar y escribir la información que considere importante para la resolución del problema.

Enumerar los principios físicos y las ecuaciones relacionadas con las cantidades que se relacionan en el problema.

Hacer una estimación de la respuesta, ordenando las magnitudes y usando las ecuaciones probables, y asignarle valores aproximados con el fin de obtener un número aproximado como respuesta.

Si el problema es muy complicado o demasiado largo, dividirlo en sub-problemas más pequeños, para luego solucionarlo por partes.

3. Resolución: En esta fase se llevan a cabo los procesos de transformación de los datos y de las incógnitas, además incluye la ejecución de cálculos pertinentes para obtener las respuestas requeridas, y se puede utilizar la siguiente acción:

   Una vez que se han transformado los datos y se han obtenido las relaciones completas expresadas en lenguaje algebraico, se procede a utilizar las fórmulas y ecuaciones que permitan establecer el valor de las incógnitas y efectuar los cálculos necesarios.

4. Fase de revisión: En esta fase se comprueba la validez o invalidez del procedimiento y la respuesta obtenida en el problema, los pasos a seguir para efectuar dicha revisión son:

   Escribir en forma ordenada cada una de las operaciones que se efectuaron, las respuestas que se obtuvieron y luego se revisan una a una.

   Verificar si las respuestas son razonables y corresponden a las magnitudes y medidas esperadas.

   Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema.

Determinar si el valor de la respuesta es razonable o posible, es decir si tiene o no tiene sentido.

Preguntar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta.

Tratar de comprobar si la respuesta obtenida puede tener aplicación en otra situación problema.

Cuando un estudiante se enfrenta ante una situación problema, éste puede utilizar diversas estrategias o caminos con las cuales le sea más fácil llegar a la solución de dicho problema. García (1998) da una serie de pasos a seguir en el proceso de solución de un problema.

1. Interrogación gnoseológica: Consiste en preguntarse cuestiones referidas al estado inicial del problema. ¿Qué condiciones presenta el problema?, ¿Qué información se posee del problema?, ¿Qué nueva información se necesita?, ¿Cómo se puede encontrar lo que se necesita acerca de?, ¿Cómo se puede saber cuándo se ha resuelto el problema?, ¿Qué objetos pueden utilizarse?, ¿Qué otra cosa en el experimento puede asegurar el resultado y las condiciones óptimas?
2. Planteamiento ejecutivo a partir de sistemas cualitativos: Consiste en la elaboración de un plan de decisiones principales a partir de la representación y descripción en términos cualitativos de los aspectos claves del problema.

3. Generación acrítica de ideas: Hace referencia a la emisión por parte del individuo de una gran cantidad de ideas, sin que sean sometidas inicialmente a la crítica racional con el fin de seleccionar de este grupo las más adecuadas.

4. Búsqueda de patrones análogos: Consiste en la búsqueda de problemas que presenten similaridades, analogías o equivalencias con el problema a resolver, tratando de encontrar patrones afines con este, para transferirlos a la nueva situación.
5. Reformulación: Consiste en plantear el problema encontrado de una manera totalmente distinta, es decir a partir de la elaboración de contradicciones y contraejemplos.
6. Establecimiento de sub-objetivos: Permite resolver el problema de forma parcial para luego obtener una solución completa, esto requiere de la capacidad para fraccionar el problema.
7. Simplificación: Hace referencia a la reducción de problemas complejos, eliminando algunas de sus variables, o sustituyendo el problema por una versión más simplificada que contiene sólo las características centrales.
8. Caminando hacia atrás: Consiste en razonar a la inversa, es decir desde lo que se busca a lo dado.
9. Modificación del problema: Consiste en modificar, adicionar o sustraer la información presente en el enunciado del problema, reemplazando las condiciones o las variables del problema por otras equivalentes.

10. Subir la cuesta: Es derivada de la teoría del procesamiento de la información y se basa en la suposición de que resolver problemas es acercar progresivamente el estado inicial del problema al estado final.

Para Mesa (1997) es de gran importancia la necesidad de transformación del lenguaje del enunciado de un problema a un lenguaje matemático adecuado, al cual se le puedan aplicar fácilmente las diferentes estrategias y algoritmos matemáticos, al momento en que el estudiante se enfrenta a una determinada situación problema. La utilización inadecuada del lenguaje matemático conduce a errores y confusiones.

De acuerdo con Mesa (1997), existen unos pasos a seguir:

1. Decodificación del lenguaje lógico – gramatical:

   Se considera el primer momento de este proceso, porque permite comprender la esencia del problema y distinguir sus elementos principales como el sentido y la enunciación, esta última establece la palabra con su carácter representativo como elemento fundamental para la significación del lenguaje.

2. Recodificación del lenguaje lógico – gramatical en lenguaje lógico matemático:

En este paso se debe hacer una traducción del lenguaje gramatical al lenguaje matemático, teniendo en cuenta:

La sustitución acertada de cantidades concretas por su correspondiente numérico.

Reemplazo adecuado de las acciones y relaciones por signo.

Manejar vocabulario matemático.

Enfrentar y comprender los enunciados que poseen estructuras gramaticales con diferentes grados de complejidad.

3. Ejecución de los algoritmos exigidos en el problema para llegar a la respuesta: Al igual que los anteriores este componente es un elemento decisivo para encontrar una solución acertada al problema, pues esta solución está asociada al desarrollo adecuado de los algoritmos.

4. Verificación de la respuesta:

Es el momento final del proceso, el cual permite asegurar que los medios empleados para la resolución del problema fueron los más propicios.

3.2 WIKI

Una Wiki-wiki Web o simplemente Wiki es un término, proveniente del lenguaje hawaiano, que significa rápido y se usa para nombrar a una colección de páginas web enlazadas entre sí, cada una de las cuales puede ser visitada y editada por cualquier persona y que se caracteriza como una base de datos en red muy simple.

Una Wiki es una forma de sitio Web en donde los usuarios pueden, además de crear nuevas páginas, consultar, editar y ampliar individualmente o de manera colectiva los contenidos ya existentes. Es decir, responde a la necesidad de compartir en línea un documento abierto a las modificaciones y sugerencias de un grupo de colaboradores. La Wiki recuerda todas las versiones de cada página, tal y como las dejó cada usuario después de editarlas. Ello permite revertir cambios e incluso valorar la aportación de cada usuario. Los sistemas Wikis más avanzados permiten incluso que dos usuarios editen la misma página simultáneamente y luego fusionan los cambios y proponen una forma de resolver los posibles conflictos automáticamente.

La información aquí puede elaborarse sin apenas dificultad a partir de un simple lenguaje de marcas propio llamado WML y un programa asociado que convierte automáticamente el lenguaje de marcas Wiki, en las páginas web que publica. Por lo que la Wiki permite reducir drásticamente la anterior barrera técnica de tener que programar y utilizar códigos HTLM para crear una publicación web que cumpla con todos los requerimientos técnicos establecidos. Realmente, la única dificultad verdadera consiste en conocer algo de alguna materia y tener el deseo de compartirlo con la comunidad de personas. Algunas de las características más importantes de esta herramienta son:

1. Es una colección de páginas Web que pueden ser editadas fácilmente por cualquier persona que navegue por la red.
2. Las páginas están, por defecto, abiertas pero se pueden configurar para proporcionar un acceso selectivo, o bien pueden estar totalmente cerradas.
3. Las Wikis utilizan para publicar un lenguaje de marcas propio muy sencillo que solo requiere de un pequeño entrenamiento. Actualmente la mayoría de ellos ofrecen además un editor visual para facilitar la edición.

4. Es una sencilla base de datos en línea, donde cada página es editada fácilmente por cualquier usuario sólo con su navegador Web, no se necesita de un software especial ni de un administrador para crear el contenido.
5. Es un almacén compartido de conocimiento que está creciendo continuamente y que se enriquece con nuevas aportaciones.
6. Se puede ver la historia a partir de las diferentes versiones de cada página, lo que permite observar la evolución de los procesos de pensamiento cuando los usuarios interactúan con el contenido.

El origen de las Wikis está en la comunidad de patrones de diseño, cuyos integrantes los utilizaron para escribir y discutir patrones de programación. El primer WikiWikiWeb fue creado por Ward Cunningham, quien inventó y dio nombre al concepto Wiki, y produjo la primera implementación de un servidor WikiWiki para el repositorio de patrones de Portland (Portland Pattern Repository) en 1995.

Seis años más tarde, en enero de 2001, tuvo lugar el nacimiento de una de las Wikis más conocidas actualmente: Wikipedia. Los fundadores del proyecto de enciclopedia Nupedia, Jimbo Wales y Larry Sanger, decidieron utilizar una Wiki como base para el proyecto de enciclopedia Wikipedia. A pesar de que originalmente se usó el software UseMod, más tarde crearon un software propio, MediaWiki, que ha sido adoptado después por muchas otras Wikis.

Wikipedia fue fundada en 2001 y cuenta ya con más de 1.800.000 artículos, 13.000 editores y está disponible en 100 idiomas. Las Wikis ajenas a Wikipedia son mucho más pequeñas y con menor participación de usuarios, generalmente debido al hecho de ser mucho más especializadas. Es muy frecuente, por ejemplo, la creación de Wikis para proveer de documentación a programas informáticos, especialmente los desarrollados en software libre.

Una característica particular del modelo wiki es que cualquier usuario registrado puede publicar sin ser necesaria la revisión del contenido, de esta forma se pueden establecer sitios colaborativos, con baja inversión en gestión y facilidad en creación y actualización de contenidos.

Bordignon (2007), en su texto Wikis: Hacía un modelo comunitario de preservación y socialización del conocimiento, destaca el uso de las wikis para preservar conocimientos. Además, menciona que el uso de las wikis no está difundido en las bibliotecas. Sobre el uso de las wikis en diferentes ámbitos plantea:

> Tales plataformas son utilizadas con distintas finalidades, por ejemplo como herramienta de auxilio al aprendizaje colaborativo (planetmath.org), para construir bases de datos geográficas de libre acceso y distribución (wiki.openstreetmap.org), para ayudar a la comunicación y documentación en proyectos de construcción de software (wiki.ubuntu.com, c2.com/cgi/wiki), como espacio de construcción colectiva y preservación de conocimiento (www.wikipedia.org, www.wiktionary.org, wikisource.org, species.wikimedia.org), como fuente de recursos de entretenimiento (wikitravel.org) entre otros usos. (Bordignon, F. 2007, p.1)

Las áreas en que está muy extendido el uso de wikis son la generación de software y su documentación y las relacionadas con la educación o el conocimiento (como WikiEducator o Wikilengua)

En cuanto al trabajo colaborativo para el aprendizaje y el uso de las wikis, se encuentran reportes de trabajos e investigaciones en educación secundaria y universitaria. Algunos ejemplos son: Uso de wikis para la realización de trabajos colaborativos en el aula, de González, A., Calderón, S., Galache, T., Torrico, A. (2006); Una experiencia de uso de entorno virtual en la Universidad de Vigo, de Rodriguez (2008); La competencia "El trabajo colaborativo": una oportunidad para incorporar las TIC en la didáctica universitaria. Descripción de la experiencia con la plataforma ACME (UdG) de Echazarreta, C., Prados, F., Poch, J. y Soler, J. (2009); Los Wiki: estrategia de aprendizaje colaborativo en el proceso de investigación, de Cardozo, A. (2008); Evaluación de la wiki como herramienta de trabajo colaborativo en la docencia universitaria, Montenegro, M. y Pujol, J. (2009).

Son varias las revistas que escriben sobre el uso de la wiki en los procesos de enseñanza aprendizaje en universidades. Una de estas revistas es la publicación en línea RED Revista de Educación a Distancia de España, la cual dedicó dos números al uso de la Wiki en la educación superior. Los artículos de estos dos números se encuentran en las direcciones: http://www.um.es/ead/red/M11/ y http://www.um.es/ead/red/M12/

En los últimos tiempos, con la introducción de editores visuales muy intuitivos para las wikis, se ha facilitado mucho su uso. Esto ha permitido explotar cada vez más su valor añadido característico de la posibilidad de mantener páginas web de manera colaborativa entre diferentes usuarios.

3.3 USO DE TIC Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Existen numerosas investigaciones sobre las aplicaciones de las TIC en la educación matemática. En el trabajo titulado "Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas", se realiza una síntesis de las conclusiones de otras investigaciones, del cual se retoma el siguiente párrafo: *En el 'Research Forum' del PME 25, Lagrange, Artigue, Laborde y Trouche (2001) presentaron los resultados de un meta-análisis de más de 600 publicaciones de los últimos diez años con informes de investigaciones y experiencias de innovación sobre el uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en la educación matemática. Otros trabajos como el de Ruthven y Hennessy, (2002) han constatado el bajo nivel de integración de las TIC en las clases de matemáticas y la diversidad de factores a tener en cuenta, tanto para la evaluación de sus efectos como de las condiciones de implementación. Se evidencia una tensión entre las altas expectativas del uso de las TIC para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y la baja integración en las clases. Parece necesario abordar el tema desde nuevas perspectivas que ayuden a comprender este fenómeno.*

CAPÍTULO 4: METODOLOGÍA

4.1 DISEÑO

En este estudio se explora cómo los estudiantes resuelven problemas de combinatoria en una Wiki, la motivación que tienen frente a la resolución de problemas al trabajar en la Wiki y las dinámicas de interacción que se dan en esa resolución. Para hacer esta investigación se realiza un estudio de tipo mixto, por cuanto se recogen datos cuantitativos a través de la escala Likert y datos cualitativos a través de entrevistas semiestructuradas y registros que genera la Wiki. La información cualitativa se analiza a través de la triangulación de datos con los registros de la Wiki, las respuestas de las entrevistas y la teoría al respecto de la resolución de problemas, trabajo colaborativo y Wikis.

Se entiende por investigación de método mixto la que "incluye la recolección y análisis de datos tanto cualitativos, como cuantitativos en un solo estudio en el cual los datos se recogen concurrente o secuencialmente, se dan según cierta prioridad o dominancia. Incluye, asimismo, la integración de los datos en una o más etapas del proceso de investigación" (Creswell, 2003. En Campos Arenas, 2009, p. 34).

Los estudiantes resuelven problemas de combinatoria al interaccionar en el espacio de la Wiki. Los registros de la Wiki son observados para analizar cómo los estudiantes usan heurísticos en la resolución de problemas.

La investigación se inscribe en el paradigma constructivista – interpretativo – cualitativo, en el cual "existe un foco o centro de exploración de la dinámica de las interacciones con énfasis en el mundo, como una realidad socialmente construida que involucra diferentes perspectivas". En este paradigma, "las percepciones y valores de todos los participantes son necesarias para explorar las posibles interpretaciones. La teoría emerge de los datos" (Campos Arenas, 2009, p. 12)

4.2 MUESTRA

Participan en este estudio 37 estudiantes de un grupo de grado décimo pertenecientes a una institución educativa ubicada en la zona nororiental de la ciudad de Medellín, en la cual se atienden 1300 estudiantes de condiciones socioeconómicas de estratos 1, 2 y 3. La elección se realiza teniendo en cuenta que los estudiantes asistan a la institución en la misma jornada escolar, y muestren interés en trabajar con la propuesta.

La institución educativa donde se realiza el estudio cuenta con dos salas de sistemas, cada una con 21 computadores y acceso a internet. Se utiliza una de las dos salas para formar a los estudiantes en el manejo de la Wiki y para que tengan las competencias necesarias para la resolución de problemas de combinatoria. Sin embargo, los estudiantes podían ingresar a la Wiki desde sus casas o sitios diferentes a la institución.

4.3 PROCEDIMIENTOS

Para resolver las preguntas de investigación se diseñó una propuesta de trabajo, la cual se realizó con el apoyo de una Wiki.

Se hizo una solicitud a los padres de los estudiantes que participaron en la investigación para que diesen el consentimiento que sus acudidos trabajasen en el ambiente virtual de una Wiki e internet, tuvieran correo electrónico y que luego pudieran ser publicados los aportes de los estudiantes en los resultados de la investigación.

La propuesta se desarrolló en dos fases. En la primera fase, el propósito fue preparar a los estudiantes para la apropiación y manipulación de la información de combinatoria (técnicas de conteo, diagramas en árbol, combinaciones, permutaciones y variaciones, datos repetidos) y el manejo de la Wiki para garantizar el buen uso y participación en la misma (registro, ingreso, edición de texto, edición de páginas, manejo de imágenes, inserción de ecuaciones, participación a través de comentarios, chats, entre otras). Se efectuó en un periodo de clases de seis semanas, teniendo ocho encuentros o clases.

En la segunda fase, el propósito fue la resolución de problemas de combinatoria por parte de los estudiantes en la Wiki. Esta fase constó de 13 encuentros de trabajo colaborativo en la Wiki para la resolución de problemas. En esta fase quedaron consignados los procedimientos empleados por los estudiantes para resolver los problemas y las interacciones que hicieron con los compañeros de clase a través de la Wiki.

Durante la primera fase de trabajo, que incluyó 8 encuentros, el trabajo se organizó de la siguiente manera: un encuentro para el tema de conteo; dos encuentros para trabajar el tema de combinaciones; dos encuentros para el de permutaciones; dos para el tema de variaciones; y un encuentro para presentar la propuesta al grupo de estudiantes y para mostrar el manejo de la Wiki, registro, ingreso, participación en foros, chat, edición y corrección de textos, subir archivos, insertar expresiones matemáticas o ecuaciones.

En la segunda fase de la propuesta se tuvieron 13 encuentros, donde los estudiantes resolvieron problemas de combinatoria en la Wiki. Los estudiantes argumentaron por escrito en la Wiki las estrategias que utilizaron y el por qué de cada paso realizado en la resolución de los problemas. Los estudiantes participaron también desde sus casas. Se hicieron registros en fotos y en video de algunas de las sesiones presenciales para tener evidencias y como soporte para el análisis.

En el cuadro siguiente se describe los temas abordados en la primera fase y los problemas resueltos en la segunda fase

Cuadro 1. Temas de cada sesión

Sesión	Primera fase
1	Conteo
2	Variaciones
3	Variaciones con repetición
4	Permutaciones
5	Permutaciones con repetición

6	Combinaciones
7	Combinaciones con repetición
8	Presentación de la propuesta a estudiantes
	Segunda fase - Resolución de problemas
1	Permutaciones con repetición
2	Combinaciones - Conteo
3	Combinaciones
4	Variaciones con repetición
5	Permutaciones
6	Variaciones con repetición
7	Permutaciones con repetición
8	Variaciones
9	Combinaciones
10	Variaciones con repetición
11	Variaciones y permutaciones con repetición
12	Permutaciones con repetición
13	Combinaciones

Se realizaron entrevistas semi-estructuradas al final de la segunda fase, a 15 estudiantes, quienes fueron escogidos de forma aleatoria entre los 37 participantes. Las entrevistas fueron grabadas en formato audiovisual para obtener información detallada del proceso de resolución de problemas en la Wiki y la interacción colaborativa y en general las opiniones manifestadas por los estudiantes acerca de la propuesta. También se realizó una encuesta tipo Likert para determinar el nivel de motivación por la resolución de problemas en la Wiki.

Los estudiantes emplearon la Wiki (http://combinatoria.pbworks.com) para detallar los pasos realizados en la resolución de cada problema de combinatoria propuesto y en la interacción con sus pares. El docente, administrador de la Wiki, creó un usuario y contraseña para cada estudiante. Cada uno, tenía una página personal con su nombre completo en la Wiki. Cuando un estudiante ingresaba a la Wiki, se identificaba con su usuario y contraseña, y en la página de inicio o principal encontraba los enlaces a cada uno de los problemas planteados. Cuando se ingresa a una página con el respectivo planteamiento del problema, el estudiante copiaba el planteamiento del problema, buscaba su página personal y en ésta pegaba el planteamiento y describía los pasos usados para resolver el problema. En cada página personal los estudiantes podían hacer comentarios y todos tenían la opción de comentar las páginas de sus compañeros.

Los problemas planteados en la Wiki tenían grados de dificultad para observar y analizar la interacción colectiva de los estudiantes. En la Wiki se encuentran enlaces a recursos como: chat, foros, páginas para consultar teorías e hipervínculos a lecciones sobre el tema para que accediesen a ellos en el momento en que lo requerían.

Se utilizaron las páginas personales de los estudiantes en la Wiki para analizar los argumentos que dieron los estudiantes para resolver problemas de combinatoria. Estas páginas evidencian, en fecha y hora, todas las actividades que realizaba el estudiante/usuario como edición de textos, creación, edición o eliminación de páginas entre otras. Estos reportes de la Wiki se ordenaron por estudiantes y por las resoluciones a cada uno de los problemas, y se comentaron para observar y analizar el proceso sobre resolución de problemas de combinatoria teniendo en cuenta los argumentos planteados por los estudiantes cuando los resuelven.

Como el conocimiento obtenido en este trabajo es de naturaleza inobservable, la caracterización de la forma en que los estudiantes resolvían problemas de combinatoria, se realizó a través de un proceso de inferencia, de deducción, a partir de las respuestas observables de los estudiantes a los problemas planteados. La Wiki posibilitó el acceso a esas respuestas observables por los reportes que genera.

El profesor en este proceso asumió el rol de un facilitador del aprendizaje que guía, orienta procesos, resuelve inquietudes y encamina hacia alternativas y búsquedas.

4.4 INSTRUMENTOS

Los instrumentos para la recolección de la información utilizados en este proyecto fueron la escala Likert para evaluar la motivación, la entrevista semiestructurada y los reportes o páginas personales en la Wiki.

4.4.1 Escala Likert para evaluar la motivación

Para medir la motivación de los estudiantes frente a la resolución de problemas de combinatoria en la Wiki, se utiliza una escala Likert de 5 puntos donde (1) Totalmente en desacuerdo, (2) En desacuerdo, (3) Ni de acuerdo ni en desacuerdo, (4) De acuerdo, (5) Totalmente de acuerdo. Los ítems fueron evaluados así: (3) indica motivación alta, (2) indica motivación indiferente y (1) indica motivación escasa.

Esta escala se aplicó al final de la fase de resolución de problemas con el fin de recolectar información para resolver la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el nivel de motivación de los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en una Wiki i?

La escala Likert fue validada por dos expertos. A los expertos se les proporcionó unos ítems para evaluar cada aspecto de la escala. Los expertos evaluaron en qué medida cada aspecto de la escala respondía a motivación frente a la resolución de problemas de combinatoria utilizando la Wiki. Los expertos validaron el instrumento, y sólo uno, hizo la sugerencia de modificar el ítem 5, el investigador acató su recomendación, y realizó las modificaciones pertinentes.

Ver Anexo 1

4.4.2 Entrevista semi estructurada

La entrevista es una conversación entre dos personas por lo menos, en la cual uno es el entrevistador y otro u otros son los entrevistados; estas personas dialogan de acuerdo a ciertos esquemas o pautas acerca de un problema o cuestión determinada, teniendo un propósito profesional.

La entrevista asegura la validez de las respuestas mediante aclaraciones, replanteamiento de las preguntas, entre otras. La importancia de la entrevista radica en que las percepciones, las actitudes y las opiniones, que no pueden inferirse de la observación, son accesibles para la entrevista (Galeano, 2001).

La entrevista semi-estructurada combina la entrevista formal que cuenta con un formulario previamente preparado, y la entrevista informal que puede no tener una estructura rígida de preguntas. Este tipo de entrevista posibilita al entrevistador realizar preguntas diferentes a las establecidas con antelación, según el orden natural en el que discurra el diálogo.

Estas entrevistas se realizaron al final de la segunda fase para responder a las preguntas ¿Qué procedimientos adopta el estudiante de grado décimo para resolver problemas de combinatoria en una Wiki? y ¿Qué dinámicas de interacción y colaboración se dan entre los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en una Wiki?, es decir, indagar por los heurísticos empleados y la interacción colaborativa mediante TIC.

Las entrevistas se transcriben y estos resultados se analizan de acuerdo a las categorías de la Resolución adecuada de problemas de combinatoria y la Interacción colaborativa mediante TIC. En la Resolución adecuada de problemas de combinatoria se indaga por los procesos y heurísticos empleados por los estudiantes para resolver los problemas planteados en la Wiki. En cuanto a la interacción colaborativa mediante TIC, se indaga por las actividades de compartir, preguntar, modificar, sugerir a los compañeros en la Wiki.

Ver Anexo 2

4.4.3 Reportes o historia de la wiki (Historial, historial de páginas, Actividad del sitio)

Un acercamiento a la comprensión del término reporte o historia de la Wiki permite evidenciar su función, la cual se centra en el examen de las versiones previas de las páginas, monitorear la actividad que se da en las mismas al discriminar por fecha y hora, usuario y el tipo de actividad: creación o edición. En algunos sitios, permite saber las palabras agregadas y las eliminadas. Además se pueden restaurar las versiones anteriores de las páginas en caso de ser necesario. Estos reportes o historiales se toman en la fase de resolución de problemas cuando los estudiantes resuelven colaborativamente problemas de combinatoria en la Wiki. Esto con el objetivo de explorar y analizar los procedimientos que adopta el estudiante de grado décimo para resolver problemas de combinatoria en una Wiki.

Los reportes de la Wiki dan cuenta de cómo los estudiantes resuelven problemas de combinatoria, de los usos de los instrumentos, si usan heurísticos, si discuten entre ellos los planteamientos y estrategias, si comparten información, si argumentan los procesos de resolución, si se copian las soluciones y si plantean nuevos problemas e interrogantes.

Los reportes de la Wiki son tomados en la segunda fase cuando los estudiantes argumentan los pasos y estrategias utilizadas para resolver los problemas planteados en la misma Wiki. Los reportes son organizados por cada estudiante, sus resoluciones a los problemas y los comentarios, luego son categorizados y analizados.

CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El análisis de la información recolectada se realiza desde dos perspectivas: cuantitativa, en la cual se presentan los resultados de la encuesta Likert para medir el nivel de motivación de los estudiantes; y cualitativa, para explorar, en la Wiki y en las entrevistas, las resoluciones que hacen los estudiantes de los problemas planteados y la interacción colaborativa que hacen mediante las TIC. Además se realiza un análisis de la tendencia de los 15 casos en las categorías de resolución adecuada de problemas de combinatoria e interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki y en las entrevistas.

5.1 ANÁLISIS CUANTITATIVO

Uno de los objetivos de esta investigación buscaba determinar el nivel de motivación de los estudiantes para la resolución de problemas de combinatoria en una Wiki. Para determinar el nivel de motivación se aplicó a cada estudiante una prueba tipo Likert al finalizar la experimentación (Ver anexo 1). La escala Likert fue previamente diseñada por el investigador, y contó con la validación de tres profesores licenciados en matemáticas, quienes tenían conocimientos y experiencia en el área en educación básica primaria.

La escala Likert presenta cinco opciones de respuesta: (1) totalmente en desacuerdo, (2) en desacuerdo, (3) ni de acuerdo ni en desacuerdo, (4) de acuerdo, (5) totalmente de acuerdo.

La escala incluye dos tipos de preguntas. Las preguntas tipo I, corresponden a los ítems 1, 3, 4, 6, 13, 20, 21 y 23; en estos ítems las preguntas están formuladas de forma que el indicador de "motivación alta" se evidencia a través de las opciones de respuesta 1 (totalmente en desacuerdo) y 2 (en desacuerdo), el nivel de motivación indiferente se evidencia a través la opción de respuesta 3 (ni de acuerdo ni en desacuerdo) y el nivel de motivación escasa se evidencia a través de la opción de respuesta 4 (de acuerdo) y 5 (totalmente de acuerdo). Un ejemplo de este tipo de preguntas es el ítem 1: “Prefiero resolver problemas en el cuaderno que en la Wiki.”

Las preguntas tipo II, corresponden a los ítems 2, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 22. En estos ítems las preguntas están formuladas de forma que el indicador de "motivación alta" se evidencia a través de las opciones de respuesta 4 (de acuerdo) y 5 (totalmente de acuerdo), el nivel de motivación indiferente se evidencia a través la opción de respuesta 3 (ni de acuerdo ni en desacuerdo) y el nivel de motivación escasa se evidencia a través de la opción de respuesta 1 (totalmente en desacuerdo) y 2 (en desacuerdo). Un ejemplo de este tipo de pregunta es el ítem 9: “Si me evalúan la capacidad para resolver problemas de combinatoria, me va mejor en la Wiki que en el cuaderno”

La motivación escasa se representa con la opción de respuesta 1, la motivación indiferente se representa con la opción 2, y la motivación alta con la opción 3. El cuadro 1 muestra como se relacionan las opciones de respuesta de cada tipo de preguntas con el nivel de motivación.

Cuadro 2. Tipos de pregunta y niveles de motivación

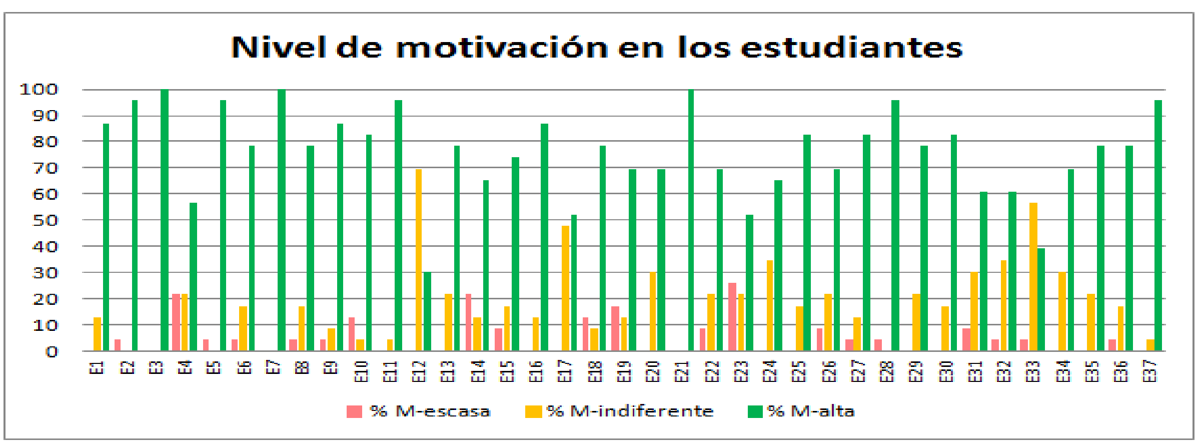
Preguntas Tipo I	
1	Totalmente de acuerdo
2	De acuerdo
3	Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4	En desacuerdo
5	Totalmente en desacuerdo

Motivación	
1	Motivación escasa
2	Motivación indiferente
3	Motivación alta

Preguntas Tipo II	
1	Totalmente en desacuerdo
2	En desacuerdo
3	Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4	De acuerdo
5	Totalmente de acuerdo

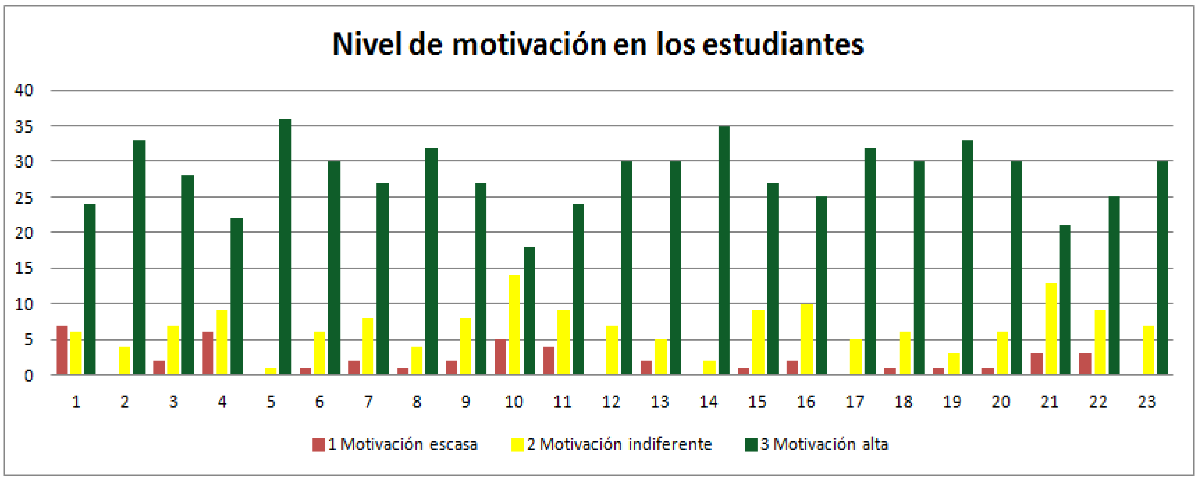
En la gráfica 1 se presenta el reporte de los puntajes obtenidos por los estudiantes en la variable motivación. En la gráfica se reporta que 35 de los 37 estudiantes evaluados manifiestan alta motivación por el trabajo en la Wiki, ubicándose por encima de un 50% de aceptación, a diferencia de dos estudiantes que muestran baja motivación por la resolución de problemas en la Wiki.

Gráfica 1. Porcentaje de motivación en cada estudiante



A continuación se muestra el gráfico con las valoraciones de los estudiantes en los niveles de motivación escasa, indiferente y alta.

Gráfica 2: nivel de motivación por ítem para resolver problemas de combinatoria utilizando la Wiki.



En la gráfica es posible identificar algunos asuntos puntuales en la valoración que dan los estudiantes, los cuales reflejan la alta motivación, por ejemplo:

El ítem 5, referido a la Wiki como espacio eficaz para resolver problemas de combinatoria es valorado por 36 estudiantes con el puntaje máximo.

El ítem 14, referido a que la resolución de problemas en la Wiki hace más dinámica la clase, fue valorado en motivación alta por 35 estudiantes.

El ítem 2, referido a la Wiki como medio rápido y eficaz para obtener información sobre la resolución de problemas y el ítem 19 referido a la creencia que resolver problemas es un buen ejercicio para la mente, y así aprender a pensar, fueron valorados en motivación alta por 33 estudiantes.

El ítem 8, referido a la posibilidad de resolver mejor problemas de combinatoria en la Wiki que en la clase, el ítem 17, referido a que resolver problemas de combinatoria en la Wiki es divertido, fueron valorados en motivación alta por 32 estudiantes.

El ítem 6, referido a la preferencia de utilizar una Wiki en el trabajo, el ítem 12, referido al uso de la Wiki para favorecer el interés por la resolución de problemas, el ítem 13, referido a que la resolución de problemas en la Wiki genera satisfacción, el ítem 18, referido que el aprender a resolver problemas puede ayudar en la vida diaria y en un futuro, el ítem 20, referido a la resolución de problemas en la Wiki como una actividad que no genera nervios y el ítem 23, referido a que resolver problemas de combinatoria en la Wiki es una actividad que no cansa, son valorados en motivación alta por 30 estudiantes.

5.2 ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA RESOLUCIÓN ADECUADA DE PROBLEMAS DE COMBINATORIA Y LA INTERACCIÓN COLABORATIVA MEDIANTE TIC

Otro de los objetivos de esta investigación buscaba explorar el proceso de resolución de problemas de combinatoria en el espacio de una Wiki que hacen estudiantes de grado décimo de la institución educativa José Eusebio Caro de la ciudad de Medellín. Adicionalmente, en la investigación se planteó otro objetivo que buscaba identificar los principales heurísticos que utilizan los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en la Wiki. Estos dos objetivos son evaluados en la categoría de resolución adecuada de problemas de combinatoria. Finalmente, en este estudio también se pretende describir y caracterizar las dinámicas de interacción y colaboración que ocurren entre los estudiantes para resolver esos problemas en una Wiki. Este objetivo se analiza en la categoría interacción colaborativa mediante TIC.

La exploración de los procesos de resolución de problemas de combinatoria en una Wiki, los heurísticos que utilizaban y las dinámicas de interacción y colaboración que se dan en los estudiantes son analizados, por triangulación de datos, a través del historial o registro que almacena la Wiki, las entrevistas y la teoría sobre resolución de problemas y trabajo colaborativo y cooperativo.

La triangulación es "una estrategia de investigación mediante la cual un mismo objeto de estudio pedagógico es abordado desde diferentes perspectivas de contraste o momentos temporales, donde la triangulación se pone en juego al comparar datos… de forma diacrónica o sincrónica en el tiempo" (Rodríguez, Pozo y Gutiérrez, 2006, p. 289, citados por Campos Arenas, 2009, p. 13). Con la triangulación se puede establecer en los resultados: convergencia, inconsistencia y contradicción.

La triangulación de datos hace referencia al uso de fuentes e informantes. En la triangulación de los datos se confrontan los siguientes tipos de información:

1. Los datos de las entrevistas semiestructuradas realizadas cuando se finaliza la fase de resolución de problemas.

2. Los reportes de la Wiki cuando se finaliza la fase de resolución. Estos reportes son organizados por estudiantes, las resoluciones de los problemas y los comentarios en las páginas propias o de los compañeros.

3. La teoría sobre resolución de problemas y trabajo colaborativo y cooperativo.

Para este estudio se tienen unas categorías preestablecidas y las posibles emergentes que pueden surgir en el transcurso del análisis. Las categorías predeterminadas para este estudio son: Motivación, Resolución adecuada de problemas de combinatoria e Interacción colaborativa mediante TIC.

La Motivación, entendida como la manifestación de interés, de actitud y disposición acertada hacia la resolución de problemas de combinatoria con la utilización de la Wiki.

La Resolución adecuada de problemas de combinatoria se refiere al uso sistemático de estrategias heurísticas que encaminen el proceso de resolución a la solución acertada del problema. Para este estudio, la Resolución adecuada de problemas de combinatoria se ve afectada por el correcto uso de heurísticos propuestos para este tema.

La Interacción colaborativa mediante TIC hace referencia a las interrelaciones que se dan entre los estudiantes, usando recursos como chat y foros cuando se enfrentan a la resolución de problemas de combinatoria en una Wiki.

Para el análisis de la información, se utilizó el método de casos. Se eligieron de manera aleatoria 15 estudiantes de los 37 que integraban la muestra:

Se usó el programa Microsoft Office Excel 2007. En la columna A, a partir de la celda A3 hasta la celda A39 se escribieron los números del 1 al 37. En la columna B, a partir de la celda B3 hasta la B39 se escribieron los nombres de los estudiantes. Se utilizó la función 'Aleatorio entre' la cual devuelve un número aleatorio del conjunto de los números que se especifiquen. Esta función se usó en la celda D3 y se escribió así =ALEATORIO.ENTRE(1;37). La función se actualizó 15 veces con la tecla F9 para obtener los números correspondientes a los estudiantes que hacen parte del estudio de casos.

La estructura de análisis de los estudios de caso es la siguiente:

1. identificación del estudiante;
2. hallazgos de la Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki y luego en la entrevista;
3. hallazgos de la interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki y luego en la entrevista.
4. Presentación de la tendencia en las dos categorías de análisis de los 15 estudiantes.

Categoría de resolución adecuada de problemas de combinatoria: se tienen en cuenta los procesos, es decir, las formas como los estudiantes resuelven los problemas. Se caracterizan cuatro formas con las cuales los estudiantes empiezan las resoluciones:

- Descripción de los datos,
- Identificación de la operación,
- Algoritmo matemático y
- Resultado.

La ***descripción de los datos*** se refiere al análisis que realiza el estudiante de los datos del problema, a las variables, a lo que necesita hallar, la comparación de éstos con las características de las operaciones, y a la aplicación de un algoritmo para llegar a un resultado.

La ***identificación de la operación*** consiste en nombrar la operación antes de comenzar la resolución del problema. Luego el estudiante sigue con la descripción de los datos, la realización del algoritmo (estos dos pasos se alternan en las resoluciones de los estudiantes) y el resultado o solución.

El ***algoritmo matemático*** consiste en el desarrollo o secuencia de las operaciones necesarias para llegar a un resultado. Algunas resoluciones de los estudiantes comienzan con este proceso.

El ***resultado*** consiste en presentar la solución numérica del problema antes de cualquier otro paso.

Categoría de interacción colaborativa mediante TIC se tiene en cuenta la participación de cada estudiante a través de los comentarios en las páginas de la Wiki. Estos comentarios se tipifican según sean para colaborarle a un compañero, para solicitar ayuda o para motivar o felicitar.

5.2.1 ESTUDIO DE CASOS

Para la presentación de los casos se utilizan cuatro estrategias:

1. Utilizando los registros de la Wiki se identifica la forma como los estudiantes inician la resolución de los problemas.

2. Se recurre a los resultados de la entrevista para evidenciar las respuestas de los estudiantes frente a las preguntas por los recursos, la forma de iniciar la resolución de un problema, y la descripción del proceso.

3. Utilizando los registros de la Wiki, se evidencia que tipo de interacción establece cada estudiante con sus compañeros a través de la herramienta, durante todo el proceso de resolución del problema.

4. En la entrevista se constatan las percepciones de los estudiantes frente a la interacción en la Wiki durante la resolución de los problemas.

En el siguiente cuadro se muestran los planteamientos de los problemas

Cuadro 3. Planteamiento de los problemas

PROBLEMA Nº	PLANTEAMIENTOS
P1	En una caja hay cuatro fichas de colores: dos azules, una blanca y una roja. Se toma una ficha al azar y se anota su color. Sin devolver la ficha a la caja, se toma una segunda ficha, y se anota su color. Se continúa de esta forma hasta que se han seleccionado, una detrás de otra, las cuatro fichas. ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer la selección de las fichas? Ejemplo: se pueden seleccionar en el siguiente orden, Blanca, Azul, Roja y Azul.
P2	Un producto, para su elaboración debe pasar por 4 tipos de máquinas, a,b,c,d, si

	hay 5 máquinas de tipo a, 6 maquinas de tipo b, 3 tipo c y 6 tipo d ¿de cuántas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las máquinas indistintamente?
P3	Disponemos de tres cartas iguales. Deseamos colocarlas en cuatro sobres de diferentes colores: amarillo, blanco, crema y dorado. Si cada sobre sólo puede contener, a lo sumo, una carta. ¿De cuántas formas podemos colocar las tres cartas en los cuatro sobres diferentes? Ejemplo: podemos colocar una carta en el sobre amarillo, otra en el blanco y otra en el crema.
P4	Un niño tiene cuatro coches de colores diferentes (azul, blanco, verde y rojo) y decide regalárselos a sus hermanos Fernando, Luis y Teresa. ¿De cuántas formas diferentes puede regalar los coches a sus hermanos? Ejemplo: podría dar los cuatro coches a su hermano Luis.
P5	En una urna hay tres bolas numeradas con los dígitos 2, 4 y 7. Extraemos una bola de la urna y anotamos su número. Sin devolver la bola extraída, se elige una segunda bola y se anota su número; y sin devolverla, se saca una tercera bola y se anota su número. ¿Cuántos números de tres cifras diferentes podemos obtener? Ejemplo: el número 724.
P6	Cuatro niños Alicia, Berta, Carlos y Diana, van a pasar la noche a casa de su abuela. Ésta tiene dos habitaciones diferentes (salón y buhardilla) donde poder colocar los niños para dormir. ¿De cuántas formas diferentes puede la abuela colocar los cuatro niños en las dos habitaciones? (puede quedar alguna habitación vacía). Ejemplo: Alicia, Berta y Carlos pueden dormir en el salón y Diana en la buhardilla.
P7	Un grupo de cuatro amigos, Andrés, Benito, Clara y Daniel, tienen que realizar dos trabajos diferentes: uno de Matemáticas y otro de Lengua. Para realizarlo deciden dividirse en dos grupos de dos chicos cada uno. ¿De cuántas formas pueden dividirse para realizar los trabajos? Ejemplo: Andrés-Benito pueden hacer el trabajo de Matemáticas y Clara-Daniel el trabajo de Lengua.
P8	El garaje de Ángel tiene cinco plazas. Como la casa es nueva, hasta ahora sólo hay tres coches; el de Ángel, Beatriz y Carmen que pueden colocar cada día el coche en el lugar que prefieran, si no está ocupado. Éste es el esquema de la cochera: \1\2\3\4\5\ Por ejemplo, Ángel puede aparcar su coche en el aparcamiento número 1, Beatriz en el número 2 y Carmen en el número 4. ¿De cuántas formas posibles pueden Ángel, Beatriz y Carmen aparcar sus coches en la cochera?
P9	María y Carmen tienen cuatro cromos numerados de 1 a 4. Deciden repartírselos entre las dos (dos cromos para cada una). ¿De cuántas formas se pueden repartir los cromos? Ejemplo: María puede quedarse con los cromos 1 y 2, y Carmen con los cromos 3 y 4.
P10	En un bombo hay cuatro bolas numeradas con los dígitos 2, 4, 7 y 9. Elegimos una bola del bombo y anotamos su número. La bola extraída se introduce en el bombo. Se elige una segunda bola y se anota su número. La bola extraída se vuelve a introducir en el bombo. Finalmente se elige una tercera bola y se anota

	su número. ¿Cuántos números de tres cifras podemos obtener? Ejemplo: se puede obtener el número 222.
P11	En lo alto de una montaña del campeonato mundial de ciclismo intervienen 12 corredores finalistas: 4 italianos, 3 franceses, 2 colombianos, 2 alemanes y 1 español. Si los ciclistas llegan a la meta de uno en uno, determinar: A. El número de maneras como pueden obtener las medallas de oro, plata y bronce. B. El número posible de clasificaciones por nacionalidad.
P12	Disponemos de cinco cartas, cada una de ellas tiene grabada una letra: A, B, C, C y C. ¿De cuántas formas diferentes se pueden colocar en la mesa las cinco cartas, una al lado de la otra formando una hilera? Ejemplo: pueden estar colocadas de la siguiente forma ACBCC.
P13	Una maestra tiene que elegir tres estudiantes para borrar la pizarra. Para ello dispone de cinco voluntarios: Elisa, Fernando, Germán, Jorge y María. ¿De cuántas formas puede elegir tres de estos alumnos? Ejemplo: Elisa, Fernando y María.

Las resoluciones de los estudiantes son copiadas de la Wiki y los cambios que se les hace es de formato: se unifica el tipo de fuente, el tamaño y el color. La forma de escribir, los símbolos, emoticones se dejan como los han usado los estudiantes.

5.2.1.1 Estudio de caso Nº 1

Identificación del estudiante: Brayan

4. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 4. Estudio de caso Nº 1: Brayan. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	El numero de fichas de colores es 4, son dos fichas de color azul, una de color rojo, y una de color blanco; son permutaciones pero como son dos fichas de color azul se convierten en permutaciones con repeticion. 4!/2!*1!*1!= 12

P2	COMBINACIONES. Entran todos los elementos, no importa el orden y se pueden repetir. Ver imagen ⇓ Combinación.bmp El producto debe pasar sólo una vez por cada máquina, por lo tanto se escribe el número de máquinasy se toma la vez que el producto pasará por alguna de ellas, o sea 1.¿de cuantas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las máquinas indistintamente?R: de 540 maneras
P3	R/↓ $C\ 4,3 = \frac{4!}{3!\,(4-3)!} = \frac{4!}{3!\quad 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!\quad 1!} = \frac{4!}{1!} = 4$ ↑ Se cancela R/ Tenemos cuatro sobres y disponemos de tres cartas iguales no importa el orden en que coloquemos porque son iguales por lo tanto son combinaciones de 4 tomadas de a 3, son combinaciones porque no importa el orden en que se coloque los sobres.
P4	R/ Tenemos cuatro coches de colores diferentes los cuales podemos repartir entre tres personas. se debe tener en cuenta que los cuatro coches se le podrían dar a una sola persona, importa el orden porque no es lo mismo un coche blanco o verde que uno azul o rojo y el ejercicio se soluciona con una variación porque importa el orden y como los elementos se pueden repetir seria entonces una variación con repetición. R/ VR 34 = 3 X 3 X 3 X 3 = 81
P5	Se puede decir que son permutaciones normales porque entran todos los elementos y no se repite ninguno al estar las 3 bolas en una urna R/ 3! = 6
P6	R/ VR24 = 2 X 2 X 2 X 2 = 16 Son variaciones repetidas por no importa como se pueden organizar los niños en las habitaciones pero si el orden en que sean repartidos en cada habitación
P7	R/ PR: 4! / 2! X 2! = 24 / 4 = 6 Es una permutacion repetida por que entran todos los elementos del conjunto, importa el orden y se pueden repetir, por que importa cuando se toman los dos chicos que realizaron el trabajo de matematicas, pasarlos a hacer el trabajo de lengua, esto cuenta por que hacen actividades diferentes y siendo los mismos niños del primer trabajo.
P8	R/ V5,3 = 5!/ (5-3)! = 5!/2! = 60 Son variaciones por que no entran todos los elemtos, si importa el orden y no se repiten los elemento, por que al darle un garaje por ejemplo a: angel, un segundo a carmen y un cualquier de los 3 que quedan a beatriz, asi se daria el orden con cualquier de las tres personas y no entran todos porque no se ocupan todos los garajes
P9	R/ C4,2 = 4!/2!(4-2)! = 4*3*2!/2!*2! = 12/2 = 6 Es una combinación, porque no entran todos los elementos y al no darle a una de las dos todos los cromos, no se repiten por que cada cromo esta enumerado del 1 al 4 y las dos siempre tendran diferentes y no importa el orden, por que carmen al tener las cartas 3 y 4 es lo mismo si las tiene 1 y 2 al igual con maria.
P10	R/ VR43= 4 X 4 X 4 = 64 Son variaciones con repeticion por que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una bola de las cuatro al azar con tres posibilidades de escojer, se repiten por que se vuelve y se mete la

	bola que se saca con la posiilidad de volverla a cojer y si importa el orden por que no es lo mismo tener 312 a 356 o 999 que 988.
P11	R/ A.es una variación, importa el orden por que solo uno ocupa el oro, la plata y el bronce, no se repiten porque 2 ciclistas no pueden obtener la misma posición, y no entran todos los elementos por que solo 3 de 12ciclistas obtienen las medallas. este es el proceso: V12,3 = 12!/(12-3)! = 12*11*10*9!/9! = 12*11*10 = 1320 R/ B.es una permutación repetida importa el orden por como lleguen los corredores de el mismo pais, entran todos los elementos por que se toman todas la naciones y sus participantes y estos se repiten esta es la solución: R/ PR = 12!/4!*3!*2!*2!*1! = 12*11*10*9*8*7*6*5*4!/4!*3!*2*2 = 19'958.400/12 = 1'663.200
P12	R/ Es una permutacion repetida por que entran todos los elementos en este caso cartas, importa el orden al ponerse de formas diferentes, y se pueden repetir; esta es la solución: R/ PR = 5!/1!1!3! = 5*4*3!/3! = 20 las cartas en la mesa se pueden colocar de 20 formas
P13	R/ Es una combinacion por que no entran todos los elementos en este caso los alumnos, todos no pueden borrar la pizarra, no importa el orden y no se repiten al no tomar a algun alumno como preferido o favorito de la maestra; este es la solución: R/ C5,3=5!/3!(5-3)!=5*4*3!/3!2=20/2=10

En la resolución de los problemas 1 y 4 el estudiante comienza con la descripción de los datos para entender bien el problema y luego llega a la operación adecuada cuando expresa: *“son permutaciones pero como son dos fichas de color azul se convierten en permutaciones con repeticion”* y *“el ejercicio se soluciona con una variación porque importa el orden y como los elementos se pueden repetir seria entonces una variación con repetición”* para los problemas 1 y 4 respectivamente. Luego, desarrolla el algoritmo para dar la solución.

En otras resoluciones el estudiante empieza indicando cual es la operación con la cual se resuelve el problema. Esto lo hace para los problemas 2, 5, 11, 12 y 13, por ejemplo: *“Se puede decir que son permutaciones normales”*, *“es una permutación repetida”*, *“Es una combinacion por que...”* Luego, el estudiante hace la respectiva explicación de por qué cree que es esa operación y, en el problema 2 y en el 5 da el resultado sin presentar el algoritmo de la operación. En los problemas 11, 12 y 13 hace el proceso matemático y da la solución.

En la resolución de los problemas 3, 6, 7, 8, 9 y 10, el estudiante comienza indicando la notación de la operación y luego el proceso matemático para llegar a la solución. Luego da el nombre de la operación y la explicación respectiva del por qué de esa operación con los datos del problema. En la resolución del problema 13 expresa: *“se repiten por que se vuelve y se mete la bola que se saca con la posiilidad de volverla a cojer”.*

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1, 4	2, 5, 11, 12, 13	3, 6,7, 8, 9, 10	0
Total	2	5	6	0

El estudiante presenta diferentes formas de iniciar la resolución de problemas, alternando con el proceso matemático, la explicación de la operación, el nombre de la operación y la descripción de los datos del problema para entenderlo. El estudiante hace uso de un proceso o heurístico, aunque sin llevar siempre un orden: Lee y entiende el problema, verifica a que estructura/operación pertenece, aplica el algoritmo y en algunos casos verifica que la solución tenga sentido. El estudiante hace uso de heurísticos como los planteados por García (1998)

5. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

A la pregunta por el uso de recursos que le ayudaron a comprender el problema planteado, el estudiante manifiesta: "*Pues… esquemas a veces uno con los dibujos también llega a hacer una solución muy práctica del problema*". No era un uso corriente en todos los problemas pero llegó a utilizar los esquemas.

A la pregunta por la forma como identificaba la operación con la cual se resolvía un problema, responde: "*Pues uno leía el problema y leía lo que la teoría decía y ya iba sacando uno como esas dudas de este no es, este sí, hasta que ya que era una permutación, una combinación…*" A partir de la lectura para comprender el problema y lo que es cada operación, el estudiante deducía cual era la operación adecuada para resolver el problema: *"Uno iba leyendo entonces ya como pedacitos que concordaban uno los iba ubicando".*

En cuanto al proceso que seguía el estudiante para resolver los problemas, expresa: *"Primero que todo leer bien el problema y entenderlo, para poder así empezar con la solución, ya después uno con las notas en el cuaderno, hacer como una síntesis del problema, llegar como a todo lo más pequeño, más pequeño, hasta que ya pues… no sé.. los si.. hasta que uno ya llegaba a los pasos más pequeños, ya ahí si le daba el problema, fluye todo lo que, las ideas que uno se armaba".*

Para este estudiante la prioridad es entender el problema y hallar la operación adecuada en el proceso de resolución del problema. En la entrevista el estudiante da cuenta del proceso que sigue para resolver el problema.

6. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

Algunos comentarios estaban enfocados a felicitar a otros compañeros como: *“kuka de pagina cheo!! ”*, *“hetor bna pagina y tenes bnas explikaciones!”* en otros comentarios hacía interacción para solicitar explicaciones de las resoluciones de los compañeros: *“si posso explika un poko mas el 13 ke esta komo un poko konfuso el problema”* y *“francico explike mas los procesos de algunos ejercicios”*. El estudiante no tuvo mucha interacción con los compañeros a través de los comentarios de la Wiki. El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir-Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	2		2

7. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

El estudiante expresa la comodidad que siente al trabajar en la casa pero que hay más ayuda al trabajar en el colegio con los compañeros: *“Pues hablando de comodidad, en mi casa, pero acá uno se sentía como con la ayuda de los demás, entonces era bueno”.*

La interacción de Brayan con los compañeros se da más desde lo presencial, en la sala de sistemas. Esto se confirma cuando dice durante la entrevista: *“Pues nosotros, pues éramos como cuatro y siempre entre los cuatro nos ayudábamos bastante, que alguno hacía un procedimiento, otro lo corregía hasta que dábamos con la solución total”* y es muy poco lo que usa los comentarios o el chat de otras aplicaciones para ayudar o solicitar colaboración: “*Pues uno trataba de hacer los* *comentarios adecuados para que ellos pudieran llegar a una solución correcta y pues a los que no uno en la página no veía que le respondían ya uno personalmente ya uno les decía*”.

Esta poca interacción mediante los comentarios se confirma con la información registrada en la Wiki.

5.2.1.2 Estudio de caso Nº 2

Identificación de la estudiante: Camila

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 5. Estudio de caso Nº 2: Camila. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE LA ESTUDIANTE
P1	entran todos lo elementos y sepueden repetir, por lo tanto es UNA PERMUTACION REPETIDA. 4! / 2!1!1!=4*3*2!/2!=12.Bueno 4 es la cantidad de bolas que hay, se divide por 2! que son las bolas azules. el 1! es de la bola roja y el otro1! es de la bola blanca ..*¿De cuántas formas diferentes se puede hacer la selección de las fichas? R/= de 12 formas diferentes
P2	bueno es una combinación. hay 4 maquinas y pueden ser de distintas maneras, y no se toman todas. como entran todos los elementos, no importa el orden y se pueden repetir es una COMBINACION * C5-1 * C6-1* C3-1 * C6-1= 5!/1! (5-1)! 6!/1! = 5/1* 6/1 = 30 3!/1! (3-1)!* 6!/1! (6-!)! = 3/1 * 6/1= 18 = 540 Utilizando la maquina de distintas maneras se puede utilizar 540 maneras .... el producto solo debe pasar una sola vez por la maquina por eso se escribe el numero de maquinas y la ves que el producto pasara por ellas ..... ¿de cuantas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las maquinas indistintamente? R/=se pueden elaborar de 540 maneras
P3	Hay cuatro cartas iguales pero solo se pueden tomar tres sobres como no importa el orden se puede tomar como una COMBINACIÓN C 4,3:4!/3! (4-3)!=4! 3!

	1!=4/1=4 como cada sobre solo puede contener una carta es una Combinacion de 4 tomadas de 3 ¿De cuántas formas podemos colocar las tres cartas en los cuatro sobres diferentes? R/=4formas se pueden ordenar
P4	R/ hay cuatro coches de colores diferentes, y hay tres hermanos fernando luis y teresa y se puede repetir en alguno los cuatro coches * como importa el orden es una variacion SE DAN VARIACIONES REPETIDAS * VR3,4 3.3.3.3=81 como hay un niño que le pueden tocar los cuatro carros o siempre hay uno que queda con los dos carros entonces son variaciones repetidas entonces se toma el numero de niños que son3 elevado al los carros que son 4 Y ES LA RESPUESTA RAZONABLE.
P5	hay tres bolas enumerados con tres digitos,pueden salir en distintos ordenes.como inporta el orden en que se colocan y se toman todos los elementos es una permutaciòn.3!=6 EL 3! son el numero de las bolas que hay dentro de la bolsa 472,274,247,742,427,724 y se pueden organizar de esta forma
P6	son cuatro niños se pueden organizar en dos habitaciones diferentes, si importa el orden y se pueden organizan de diferentes maneras. son VARIACIONES REPETIDAS Vr= 24= 2.2.2.2=16 El dos es por el numero de habitaciones que hay (salón y buhardilla) y se elevan al numero de niños que hay en la casa de la abuela ¿De cuántas formas diferentes puede la abuela colocar los cuatro niños en las dos habitaciones? R/= De 16 formas diferentes
P7	como importa el orden como se reparten los trabajos y que por cada trabajo hay dos opciones es una PERMUTACION CON REPETICIÓN PR:4!/2!.2!=24/4=6 el 4! es el numero de amigos se dividepor el 2! que es el numeros de trabajosque es igual a 24 y se divide por cuatro que es el numero de amigos y es igual a 6 ¿De cuántas formas pueden dividirse para realizar los trabajos? R/=de 6 formas.
P8	como solo hay 5 garajes y 3 carros solose pueden repartir en 3 lugares y como no importa el orden en que se coloquen los carros es una VARIACION V=5-3= 5!/(5-3)=5!/2! = 60
P9	hay 4 cromos y estan numeradosde 1 a 4, no se repiten y solo se reparten de ha dos y importa el orden,por lo tanto es una variacion V4,2=4!/(4-2)!=4!/2!=12
P10	se pueden repetir los elementos e importa el orden. pero de los 4 solo toman 3 es una VARIACION CON REPETICION Vr=43 4*4*4=64 se toman los 4 digitos elevados a las 3 cifras ¿Cuántos números de tres cifras podemos obtener? R/=se pueden obtener 64 numeros de 3 cifras.
P11	b)este ejercicio se resuelve con una con una COMBINACIÓN porque no importa el orden en que lleguen los competidores C=12-3=12!/3!(12-3)!=12!/3! *3!=12.11.1

	____=220 3! B)como importa el orden y la nacionalidad se puede resolver con una VARIACION CON REPETICION VR=5,3=53 5*5*5=125
P12	como entran todos los elementos se repiten , importa el orden ES UNA PERMUTACION CON REPITICION PR=5!/1!1!3!=5.4.3!/3!=20 De cuántas formas diferentes se pueden colocar en la mesa las cinco cartas, una al lado de la otra formando una hilera? R/=se pueden colocar en la mesa de 20 formas diferentes
P13	como no todos pueden borrar la pizarra y no importa el orden y no se repite es una COMBINACION C=5,3=5/3(5-3)!5.4.3!/3!2!=10 ¿De cuántas formas puede elegir tres de estos alumnos? R/=los alumnos se pueden elegir de 10 formas

La estudiante empieza las resoluciones de los problemas, a excepción de las resoluciones de los problemas 2 y 11, con la descripción de los datos dados, desglosando cada parte para entender lo que se pide en el problema. Luego indica la operación con la cual se resuelve el problema, realiza el algoritmo matemático, da la solución y describe el proceso matemático explicando esa solución. En algunos casos escribe nuevamente la pregunta del problema y da el resultado. Un ejemplo de esto es la resolución del problema 7: "*como importa el orden como se reparten los trabajos y que por cada trabajo hay dos opciones es una PERMUTACION CON REPETICIÓN*

PR:4!/2!.2!=24/4=6 el 4! es el numero de amigos se divide por el 2! que es el número de trabajos que es igual a 24 y se divide por cuatro que es el numero de amigos y es igual a 6 ¿De cuántas formas pueden dividirse para realizar los trabajos? R/=de 6 formas."

En los problemas 2 y 11 la estudiante empieza las resoluciones indicando la operación con la cual se resuelve el problema, luego analiza los datos que se dan, escribe el proceso matemático y da la solución al problema. En el problema 2 describe el proceso matemático con los datos del problema explicando esa solución y escribe nuevamente la pregunta del problema y da el resultado.

En el problema 2 indica que se pueden repetir los elementos y el planteamiento del problema no da cuenta de esa característica. En el problema 8 da la solución correcta al problema pero indica una característica que no corresponde a la operación variación con la cual se resuelve el problema: *"como no importa el orden en que se coloquen los carros es una VARIACION".* En la variación se tiene en cuenta el orden y en este problema la estudiante presenta una confusión. Estos dos errores, de orden y de repetición, son también descritos por las investigaciones de Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino (1996)

En algunos problemas describe la operación que no corresponde a la adecuada para resolver el problema, como en el caso del problema 9 y el 11. El problema 9 se resuelve con una combinación y la estudiante describe el proceso y resuelve el problema con una variación. El problema 11, en la parte (a), se resuelve con una variación y la estudiante describe el proceso y soluciona con una combinación. En estos dos problemas la estudiante presentó confusión con las operaciones de combinación y variación. Este error de cambiar el tipo de modelo matemático, también es hallado en las investigaciones de Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino (1996). En los otros problemas la solución fue acertada y las descripciones se correspondían con las operaciones planteadas por la estudiante.

La estudiante presenta diferentes formas de iniciar la resolución de problemas, alternando con el nombre de la operación y la descripción de los datos del problema para entenderlo. La estudiante hace uso de un proceso o heurístico, aunque sin llevar siempre un orden: Lee y entiende el problema, verifica a que estructura/operación pertenece, aplica el algoritmo y en algunos casos verifica que la solución tenga sentido.

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13	2, 11	0	0
Total	11	2	0	0

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

La estudiante utiliza dibujos para entender los problemas. Ella manifiesta que: *"Pues, por ejemplo, que hubieran, … como dibujos y esas cosas así pa poderlo entender"* Para la estudiante, hace parte también de ese entendimiento del problema el identificar la operación correcta y para ésto se vale de la copia impresa del heurístico brindado por el investigador al inicio de la segunda clase: *"Porque lo leía bien de una hoja que usted nos dio una vez, pues que la sacamos, entonces ya uno de eso y pues viendo los dos entonces ya entendía, ya uno más o menos sabía".* La estudiante se valía de algunos recursos que le facilitaran comprender el problema y buscarle una solución.

La estudiante verificaba la solución del problema preguntando a los compañeros: *“Pues la verdad preguntaba, preguntaba a ver si sí era verdad”.*

La estudiante trataba de aplicar la misma forma de proceder en las resoluciones iniciando con la descripción de los datos, tal como se evidenció en el apartado anterior. En la entrevista la estudiante da cuenta del proceso que sigue para resolver problemas en la Wiki.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

La estudiante no participó mucho a través de los comentarios en la Wiki para aclarar dudas o ayudarle a los compañeros. Los comentarios que hace son para molestar o responder por las charlas de los compañeros acerca de que ella y su compañera hayan copiado los procesos de resolución de otros compañeros: *“Ahh Zapoz”*, *“Como Que A Quien Ze Laz Copiamoz A Nadiie Mijoo Ezo No Va Con Nozotroz NoZootraz Zoliitas Lo azemoozz”.* Otros comentarios para animar a los compañeros o decirles algo sobre sus resoluciones: *“& Loz Otroz Que”*, *“A eZE Pozo Zii Le Alluda Mucho Pero Bnn”*, *“no entiendo muy bien unos pero esta bien”*, *“Muii Boniita”, “No Que Floripundiio Pero Va Biien Vamoz Pz”, “esos procedimientos no los entiendo”, “solo copiar y pegar ajajajjajaaa*”, y *“que quiere??”*, *“Aaaaaa Pz Pere Yo Le Explicoo!!”* para responderle a un compañero.

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar-Sugerir-Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	1	0	4

4. **Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista**

La estudiante no tiene mucha interacción con los compañeros ni presencial ni a través de la Wiki. A la pregunta por la colaboración con los compañeros, la estudiante manifiesta: *"No pues es que, que le ayuden a uno, nadie le ayuda a uno, pero yo le preguntaba a alguien que si sí daba eso y me decían que si".* A pesar de la negatividad a la ayuda de los pares, ella buscaba ayuda presencial en alguien y la obtenía. La estudiante preguntaba pero le gusta entender eso que le dicen, ella lo manifiesta así: *"pues yo soy una que a veces me gusta copiar pero que yo entienda, entonces no me decían porque daba eso, entonces mejor le preguntaba a alguien que si me supiera explicar".*

La poca participación con los comentarios que manifiesta en la entrevista se evidencia en la Wiki y se describe en el apartado anterior.

5.2.1.3 Estudio de caso Nº 3

Identificación del estudiante: Carlos

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 6. Estudio de caso Nº 3: Carlos. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	R/ El numero de fichas de colores es 4, son dos fichas de color azul, una de color rojo, y una de color blanco; son permutaciones pero como son dos fichas de color azul se convierten en permutaciones con repeticion. 4!/2!*1!*1!= 12

P2	COMBINACIONES Entran todos los elementos, no importa el orden y se pueden repetir. Ver imagen ⇓ Combinación.bmp El producto debe pasar sólo una vez por cada máquina, por lo tanto se escribe el número de máquinas y se toma la vez que el producto pasará por alguna de ellas, o sea 1. ¿de cuantas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las máquinas indistintamente? R: de 540 maneras
P3	COMBINACIONES Entran todos los elementos, no importa el orden y se pueden repetir. Se cancela $c\ 4,3 = \frac{4!}{3!\,(4-3)!} = \frac{4!}{3!\quad 1!} = \frac{4 \times 3!}{3!\quad 1!} \quad \begin{matrix}4!\\=\\1!\end{matrix} \quad \text{---------} \quad = 4$ Se cancela
P4	Variación con repetición Variaciones con repetición de n elementos tomados de m en m (de orden m) son los distintos grupos de m elementos iguales o distintos que se pueden hacer con los n elementos que tenemos, de forma que dos grupos se diferencian en algún elemento o en el orden de colocación. Se representa por VRn,m. VR 34 = 3 X 3 X 3 X 3 = 81 siempre a alguno de los niños les tocará de a dos carros, pero existe la posibilidad que uno de ellos tenga todos los carros, entonces tomamos el número de niños (3) elevado al número de carros (4)
P5	3! = 6 tan simple como 3 factorial, este 3 factorial podría ser el número de bolas o los dígitos 2, 4 y 7 teniendo en cuenta que las bolas están enumeradas sólo con los dígitos 2, 4 y 7, es razonable que solo se puedan formar 6 números con estos dígitos
P6	VR24 = 2 X 2 X 2 X 2 = 16 Son Variaciones repetidas porque todos los niños pueden rotar, no hay preferencias
P7	PR: 4! / 2! X 2! = 24 / 4 = 6 Es Permutacion repetida porque todos los elementos entran, no importa el orden y todos se pueden repetir
P8	no se toman todos los garajes y los autos se reparten en solo 3 puestos. importa el orden en como se tomen los tres garajes ya q no es lo mismo q angel guarde su coche en el puesto 5 q en el 1.

	el ejercicio se resuleve con una variacion. V5,3 = 5!/ (5-3)! = 5!/2! = 60 creo q el ejercicio esta bien desarrollado y el resultado esta acorde con el numero de garajes y de coches
P9	V4,2 = $\frac{4*3*2!}{2}$ = 4*3 = 12 Es muy sencillo: primero que todo es una variacion y es solo tomar 4 cromos y repartirlos entre 2 personas y listo!.
P10	VR43= 4 X 4 X 4 = 64 Son variaciones repetidas porque no entran todos los elementos, si importa el orden y se pueden repetir
P11	Solucion A.es una variación, importa el orden por que solo uno ocupa el oro, la plata y el bronce, no se repiten por que 2 no pueden obtener la misma posición, y no entran todos los elementos por que solo 3 de 12 obtiene medallas. este es el proceso : v12,3 = 12!/(12-3)! = 12*11*10*9!/9! = 12*11*10 = 1320 B.es una permutación repetida importa el orden por como lleguen los corredores de el mismo pais, entran todos los elementos por que se toman todas la naciones y sus participantes y estos se repiten esta es la operacion : pr = 12!/4!*3!*2!*2!*1! = 12*11*10*9*8*7*6*5*4!/4!*3!*2*2 = 19'958.400/12 = 1'663.200
P12	Solucion y Explicacion Es una permutacion repetida por que entran todos lo elementos, importa el orden al ponerse de formas diferentes, y se repiten. esta es la operacion: pr = 5!/1!1!3! = 5*4*3!/3! = 20 las cartas en la mesa se pueden colocar de 20 formas
P13	Es una combinacion por que no entran todos los elementos osea los alumnos todos no pueden borrar la pizarra, no importa el orden y no se repiten al no tomar a algun alumno como preferido o favorito. este es el proceso: C5,3=5!/3!(5-3)!=5*4*3!/3!2=20/2=10

En las resoluciones de los problemas 1 y 8 el estudiante hace la descripción de los datos del problema, determina la operación con la cual resuelve y hace el proceso matemático para dar la solución: “*El número de fichas de colores es 4, son dos fichas de color azul, una de color rojo, y una de color blanco; son permutaciones* *pero como son dos fichas de color azul se convierten en permutaciones con repetición*. 4!/2!*1!*1!= 12" y "*no se toman todos los garajes y los autos se reparten en solo 3 puestos. Importa el orden en cómo se tomen los tres garajes ya que no es lo mismo que Ángel guarde su coche en el puesto 5 q en el 1. El ejercicio se resuelve con una variación. V5,3 = 5!/ (5-3)! = 5!/2! = 60*" son dos ejemplos de las resoluciones de los problemas 1 y 8 respectivamente.

En las resoluciones de los problemas 2, 3, 4, 11, 12 y 13 el estudiante da el nombre de la operación y luego describe el por qué de esa operación para resolver el problema. En el problema 13 resuelve así: "*Es una combinación por que no entran todos los elementos o sea los alumnos todos no pueden borrar la pizarra, no importa el orden y no se repiten al no tomar a algún alumno como preferido o favorito*". Luego de la descripción de la operación el estudiante simboliza la operación y da el proceso matemático. En las resoluciones de los problemas 2 y 4 el estudiante presenta una justificación del proceso y de los resultados obtenidos. En las resoluciones de los problemas 2 y 3 el estudiante indica que se pueden repetir elementos cuando así no lo presenta el problema. Este error de repetición concuerda con los descritos por Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino (1996)

En las resoluciones de los problemas 5, 6, 7, 9 y 10 el estudiante presenta la simbolización de las operaciones, el proceso matemático y luego la descripción de la operación con el problema. Un ejemplo en el problema 10: "*VR43= 4 X 4 X 4 = 64 Son variaciones repetidas porque no entran todos los elementos, si importa el orden y se pueden repetir*"

El estudiante se equivoca en la resolución del problema 9 al indicar que es una variación. El problema se resuelve con una combinación. Error al cambiar el tipo de modelo matemático (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996)

El estudiante empieza las resoluciones de variadas formas, pero teniendo un proceso que incluye la descripción de los datos, la identificación de las operaciones y el algoritmo matemático.

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1, 8	2, 3, 4, 11, 12, 13	5, 6, 7, 9, 10	0
Total	2	6	5	0

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

Al preguntarle al estudiante por los recursos que usaba para entender y resolver los problemas, responde: "*para resolverlos no tanto, de pronto para explicárselos a los demás, pero para resolverlos con la simple fórmula*" No hay uso de recursos como esquemas, dibujo, diagramas en árbol o conteo.

En cuanto a la forma en que identificaba las diferentes operaciones para dar solución a los problemas, el estudiante manifiesta: "*según el enunciado y según las características... y se analizaban en el enunciado, más que todo, pues, las* *características, si, sii no me acordaba de ellas, de una al cuaderno, pues, no hubo mayor problema*" El estudiante buscaba características en el enunciado que le permitiesen dar con la operación correcta.

El estudiante verificaba si la solución obtenida era correcta al indagar a sus compañeros: "*pues aa ¿este ejercicio si está bueno? Y ya se hacía simplemente la comparación*"

Al cuestionarle si seguía un conjunto de pasos para dar con la solución de los problemas, el estudiante responde que trataba de seguir el heurístico propuesto, es decir, entender el problema, determinar la operación correcta, resolver y dar la solución: "*leerlo detenidamente, eee buscarle pues como el lado, por donde va pues el problema y ya luego acabarlo y pues, y explicarlo y terminarlo*".

Lo manifestado en la entrevista es coherente con los hallazgos en la Wiki en cuanto a los procesos empleados y la identificación de las operaciones con las cuales resolver.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

Las intervenciones de Carlos a través de los comentarios en la Wiki son para aclarar las preguntas que le hacen en la página personal. Un compañero le pregunta por qué el problema 13 es una combinación y Carlos responde: "*pork todos los elementos no entran y no importa el orden*" otro compañero le dice que le falta explicar un poco mejor las conclusiones y el proceso y Carlos responde: "*ps parce un pokito, yo hago lo de euristico pero a la hora de dar una explicacion* *yo me kedo un pokito korto de palabras, se hace el mejor exfuerzo parce :/*" a otra compañera le responde: "*esk me kedo un pokito corto de palabras :/*"

En la página de inicio de la Wiki, el estudiante comenta: "*necesitamos es la forma de plantear el ejercicio no solo la respuesta! Por favor, una explikacion!!! :)*" tratando de direccionar las intervenciones de los compañeros en los comentarios hacia un diálogo por las descripciones de las resoluciones y los procedimientos.

En la misma página de inicio, el estudiante plantea una inquietud para el docente en cuanto al problema 2: "*tengo una pequeña duda, en el último ejercicio quizás nosotros usamos las combinaciones para resolver y explikar el ejercicio pero yo al principio trate de realizarlo con permutaciones, porque a la hora de hacer permutaciones me da tan extensa la respuesta?*" El estudiante usa los comentarios para interactuar también con el docente.

El estudiante también interviene en la página del compañero Mauricio Posso haciéndole preguntas: "*¿mister posso ya empezó a hacer el ejercicio? es combinación o cómo es?*", para agradecer por los aportes que le hacen y para felicitar por la página y la realización de un dibujo con el procedimiento al compañero "*Mostroooo!!! Que Poder De Innovación Con El Dibujo* ^_^"

El estudiante hace uso de la colaboración a través de las TIC y en forma presencial respetando las capacidades y las contribuciones de los compañeros, tal como lo menciona Panitz (2001)

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	7	3	1

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

Carlos hacia interacción con los compañeros para resolver los problemas planteados. Al preguntarle por la forma en que ayudaba o le ayudaban los compañeros, responde: "*uuuy, pues yo tenía una pareja que se llama Brayan Restrepo pues que estábamos en el mismo computador, pero Mauricio Posso y Jefri, nos poníamos, entre los cuatros hacíamos los ejercicios y nos mirábamos pues los errores y ya, yy pues, encontrábamos las respuestas entre todos y no sólo de a uno, porque luego de a uno salen muchos más problemas y es como más complicado*" y al preguntarle cómo le colaboraba a los compañeros que tenían algo mal en la resolución expresa: "*haciéndolo primero y luego comparando, ya después, ahí si se miraba que era lo que se hacía... , yo, normalmente pues, no me decían a mi sino que a veces ya después yo miraba, que es esto y volvía, o el suyo está malo o el mío está malo, y entonces hacíamos la comparación y la prueba y resultaba era que el mío o de él estaba malo*"

Carlos expresa que la forma en que le preguntaba a los compañeros cuando le surgían dudas era yendo donde los compañeros y ya ellos le colaboraban. También expresa que no usó tanto los comentarios: "*fue más que todo pues con, más en vivo y en directo ya para para luego publicar*" pero en el apartado anterior se puede notar que hizo muchas intervenciones a través de los comentarios. Usó los comentarios para opinar, buscar colaboración y ayudar. Panitz (2001), afirma que el aprendizaje colaborativo está basado en consensos construidos a través de la cooperación entre los miembros del grupo.

5.2.1.4 Estudio de caso Nº 4

Identificación del estudiante: Diver

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 7. Estudio de caso Nº 4: Diver. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	hay 4 bolas, debemos ver de cuantas formas diferentes se pueden seleccionar, si importa el orden, hacemos los siguiente 4! / (2!*1!*1!) = 4*3*2*1/(2*1*1) = 12 PR42,1,1 = 12 por que es permutacion: por que tomamos todos los elementos del conjunto y le cambiamos su selecciòn.
P2	COMBINACIONES No Entran todos los elementos, no importa el orden y se pueden repetir. el producto (sea cual sea) debe pasar por cada maquina una sola vez, entonces copiamos el numero de maquinas y tomamos el numero de veces que pasa por una de estas maquina, pasaria 1 vez por maquina. Combinación.bmp<<<------------------------en este enlace esta el prosedimiento esta imagen es de carlos andres puerta y hernan posso (no lo sabia). ¿de cuantas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las maquinas indistintamente? R//= 540
P3	Tenemos 3 cartas iguales y nuestro proposito es colocarlas en 4 sobres los cuales tienen un color diferente: amarillo, blanco, crema y dorado. veamos, si cada sobre puede tener en su interior solo una carta ¿de cuantas maneras podremos meter 3 las tres cartas en los 4 sobres de los que disponemos?. seria una carta en el sobre blanco una en el amarillo y otras en el dorado, o el crema por el dorado por ejemplo. Procedimiento: 4!/3!(4-3)! = 4 x 3!/3!x1! = 4 Lo que usamos fue una conbinacion ya que no entran todos los elementos y el

	orden no importa.
P4	este ejercicio lo resolvemos con variacion ya que el orden si importa y se puede repetir, entonces esta seria una variacion con repeticion. Disponeoms de cuatro carros, estos hay que repartirlos entre tres personas, teniendo en cuenta que a una sola persona le pueden tocar los cuatro carros o una de estas puede quedar sin nada. No seria lomismo si a una le toque el carro azul o el carro blanco, eso nos dice que importa el orden. Vr3 ELEVADO A LA 4 = 3*3*3*3 = 81
P5	disponemos de 3 bolas para coger, estas pueden salir con un orden diferente. si sacamos una bola nos quedarian solo 2 bolas para escoger y si sacamos otro ya nos quedaria solo 1 bola. El siguiente ejercicio se resuelve con una permutacion: 3! = 6 247,274,724,742.472,427.<<<<<<--------------------------Estas son las formas de sacar las bolas.
P6	Podemos poner los niños de varias maneras por ejemplo todos en el salon o todos en la buhardilla o dos en uno y dos en el otro etc. lo cual nos dice que es una variacion con repeticion. procedimiento: vr/ 2,4 : 24 = 2*2*2*2= 16 El prosedimiento que hice fue una varicion con repeticion, enel cual se toman las dos habitaciones y los 4 niños, en esta se hace una multiplicacion 2*2*2*2 el cual da como resultado 16, estas son las veces que la abuela puede colocar a los niños en los cuartos.
P7	En este ejercicio es importante el orden de como son repartidos los muchachos para hacer los trabajos, por cada trabajo hay dos opciones, entonces este ejercicio es una permutacion con repeticion ya que los cuatro jovenes pueden rotar para escoger las parejas y estas parejas tambien pueden rotar. Un ejemplo seria: Andres y benito el de matematicas, clara y daniel el de lengua pero estos tambien pueden cambiar y quedar parejas diferentes como andres y daniel y clara y benito o clara y andres, y benito y daniel. PR = 4! / 2! * 2! = 24 / 4 = 6 Este es el resultado correcto a mi parecer por que son 4 personas y pienso que el numero no deberia ser tan elevado o muy bajo.
P8	En este ejercicio encontramos variaciones con repeticion ya que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una de las 4 bolas a la suerte son 3 las posibilidades de escojer, estas se repite ya que se vuelve a meter la bola que sacamos y queda la posibilidad de volverla a sacar, el orden importa ya que no es lo mismo tener 262 a 226. VR 4,3 = 4^3 = 4X4X4 = 64

	Obtenemos 64 numeros de 3 cifras.
P9	Es combinacion ya que no entran todos los elementos al no darle a una de las dos (maria y carmen) todos los cromos, estos no se repiten ya que cada cromo esta enumerado y las dos tendran diferentes y el orden no importa, por que si carmen tiene los cromos 1 y 4 es lo mismo si los tiene 4 y 1 y vendria a ser lo mismo con maria. C 4,2 = 4!/2!(4-2)! = 4x3x2!/2!x2! = 12/2 = 6 6 formas diferentes son las formas de repartir los cromos.
P10	En este ejercicio encontramos variaciones con repeticion ya que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una de las 4 bolas a la suerte son 3 las posibilidades de escojer, estas se repite ya que se vuelve a meter la bola que sacamos y queda la posibilidad de volverla a sacar, el orden importa ya que no es lo mismo tener 262 a 226. VR 4,3 = 4^3 = 4X4X4 = 64 Obtenemos 64 numeros de 3 cifras.
P11	Solucion A: Esta es una variacion ya que una sola concursante ocuparia las medallas de oro, plata y bronce estas no se pueden repetir ya que dos concursantes no alcanzaran la misma posicion. V123 = 12 ! / (12-3)! = 12x11x10x9 = 12x11x10 = 1320 1320 son las maneras que pueden obtener las medallas de oro plata y bronce. Solucion B: En esta encontramos permutacion con repeticion ya que el orden en que lleguen todos los concursantes de los paises si importa. 12!/4!x3!x2!x2!x1! = 12x11x10x9x8x7x6x5x4!/4!x3x2x2 = 1995846/12 = 1'663.200 1'663.200 son las posibilidades de clasificacion por pais.
P12	Solucion A: Esta es una variacion ya que una sola concursante ocuparia las medallas de oro, plata y bronce estas no se pueden repetir ya que dos concursantes no alcanzaran la misma posicion. V123 = 12 ! / (12-3)! = 12x11x10x9 = 12x11x10 = 1320 1320 son las maneras que pueden obtener las medallas de oro plata y bronce. Solucion B: En esta encontramos permutacion con repeticion ya que el orden en que lleguen todos los concursantes de los paises si importa.

	12!/4!x3!x2!x2!x1! = 12x11x10x9x8x7x6x5x4!/4!x3x2x2 = 1995846/12 = 1'663.200 1'663.200 son las posibilidades de clasificacion por pais.
P13	Es una combinacion ya que no entran todos los elementos, por que todos los alumnos no pueden borrar el tablero, el orden no importa ya que la maestra no toma a algun alumno preferido para ella. Procedimiento: C5,3 5!/3!(5-3)! =5X4X3!/3!2 = 20/2 = 10 La maestra puede elegir de 10 maneras diferentes 3 alumnos para borrar el tablero.

El estudiante hace descripción de los datos de los problemas para entenderlos, determina la operación, desarrolla el proceso matemático, obtiene la solución y en algunos casos describe como llegó a ese resultado. El siguiente es un ejemplo de lo que hace el estudiante en la resolución del problema 6: “*Podemos poner los niños de varias maneras por ejemplo todos en el salon o todos en la buhardilla o dos en uno y dos en el otro etc. lo cual nos dice que es una variacion con repeticion. procedimiento:*

*vr/ 2,4 : 24 = 2*2*2*2= 16 El prosedimiento que hice fue una varicion con repeticion, enel cual se toman las dos habitaciones y los 4 niños, en esta se hace una multiplicacion 2*2*2*2 el cual da como resultado 16, estas son las veces que la abuela puede colocar a los niños en los cuartos*” Este tipo de procedimiento lo efectúa para la resolución de los problemas 1, 3, 5, 6 y 7.

En la resolución de los problemas 2, 4, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 el estudiante empieza indicando el nombre de la operación con la cual se resuelve el problema y explica con los datos del problema el por qué es determinada operación con sus características. Analiza los datos que presenta el problema y luego hace el procedimiento, simboliza la operación y resuelve para llegar al resultado. Un ejemplo de esta forma de proceder está en la resolución del problema 9: "*Es combinacion ya que no entran todos los elementos al no darle a una de las dos (maria y carmen) todos los cromos, estos no se repiten ya que cada cromo esta enumerado y las dos tendran diferentes y el orden no importa, por que si carmen tiene los cromos 1 y 4 es lo mismo si los tiene 4 y 1 y vendria a ser lo mismo con maria. C 4,2 = 4!/2!(4-2)! = 4x3x2!/2!x2! = 12/2 = 6*

6 formas diferentes son las formas de repartir los cromos."

El estudiante utiliza un proceso heurístico para resolver cada problema, sin que haya un orden en los pasos empleados: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. La verificación de la solución lo expresa en la Wiki en la resolución de los problemas 5 y 6.

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1, 3, 5, 6, 7	2, 4, 8, 9, 10, 11, 12, 13	0	0
Total	5	8	0	0

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

Al preguntar al estudiante por la forma como identificaba la operación con la cual se resolvía el problema, éste expresa: "*Es que depende si el elemento se podía repetir o algo así, uno ponía los datos de si eran variaciones con repetición o variaciones solas y si se podían repetir los elementos*" la identificación de la operación está sujeta a la repitencia o no de elementos y no a otras características de cada operación. Para el estudiante es prioritario identificar la operación y así lo expresa: "*Primero había que identificar el tipo de operación que era para poder hacer el problema*".

El estudiante hacía uso de la calculadora y ésta era útil en el proceso de sus resoluciones: "*Primero usaba la calculadora, después explicaba los pasos de cómo los hacía, si era multiplicándose o dividiéndose*" Para verificar las soluciones también usaba la calculadora: "*Yo cogía mi calculadora y hacia la operación bien y si me daba el número exacto, pues pienso yo que ese era*".

El estudiante inicia las resoluciones en la Wiki con la identificación de las operaciones en 8 de 13 problemas y en la entrevista señala la forma como hacia la identificación. Hay corroboración de lo expresado en la entrevista con los heurísticos empleados en la Wiki. Para este estudiante la prioridad es entender el problema y hallar la operación adecuada en el proceso de resolución del problema.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

El estudiante interactúa con los comentarios en la Wiki para responder por las inquietudes que le formulan los compañeros. Un compañero le pregunta por la forma como hace para saber que un problema se resuelve por una combinación y Diver responde: "*Ahi mismo lo dice, por que no entran todos los elementos y el orden no importa.*"

El estudiante usa los comentarios para felicitar a los compañeros o alentarles: "*bien parce!!*", "*mero ordenado este man hasta con imagenes y todo, jaja bn.*", "*sizas esta bien...........bien jefry*", entre otros.

También usa los comentarios para preguntar por un resultado: "*ese numero si da tan elevado?*" y para pedir moderación en los comentarios inapropiados: "*hey parce posso, ojo con esos insultos, donde lo pille [el profesor], no solo se jode usted tambien nos puede joder a todos ojo*"

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	1	2	3

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

El estudiante manifiesta que trabajaba con los compañeros para resolver los problemas en el colegio, pues esto es más cómodo para él: "*Si porque uno podía, pues, responderse las dudas que uno tenía con los compañeros y ayudarse con ellos así*." El estudiante solicitaba la ayuda de los compañeros: "*Si yo me* *complicaba en algo, en una parte del proceso, yo preguntaba para ver si ellos me pueden ayudar o complementar mejor mis explicaciones.*" y preguntaba también por aquellos problemas en los que tuvo dificultad de entender "*Pues sí, había unos muy complicados, pero al final pregunté y los pude resolver*" y lo hacía a través de los comentarios en la Wiki: "*No pues por el comentario porque uno a mucha, pues soy como tímido para hablar con otros que no tengo mucha confianza, entonces les mandaba el comentario*" y le colaboraba a los compañeros: "*Pues, ahí en la página uno les ponía, lo que tenían ellos malos uno les mandaba un mensaje para que lo corrigieran*" Para este estudiante se hace evidente lo expresado por Panitz (2001) acerca del aprendizaje colaborativo con la incorporación de la tecnología, el cual consiste en que dos o más personas compartan la responsabilidad de la construcción del aprendizaje, basándose en la interacción y la toma de decisiones, utilizando los recursos tecnológicos como mediadores de este proceso.

El estudiante da su opinión valorando la importancia del uso de herramientas de interacción como los comentarios: "*Esas herramientas sirven bastante porque ahí uno puede, pueden ayudarle a uno, puede uno poner las dudas que tiene ahí y otros le manden los comentarios a uno de cómo resolver eso*"

Se percibe que expresa haber tenido una mayor interacción a través de los comentarios en la Wiki, pero sus participaciones fueron pocas.

5.2.1.5 Estudio de caso Nº 5

Identificación del estudiante: Douglas

1. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.

Cuadro 8. Estudio de caso Nº 5: Douglas. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROB LEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	R=/ *es una permutacion de repeticion ya que disponemos de elementos reptidos . *como tenemos cuatro fichas en las cuales tenemos 2 azules 1blanca y 1 roja y para esto tenemos q hecer el siguiente ejercisio 4!(2!*1!*1!)=(4!*3!*2!)=12! ______ 2! *al cancelar el dos multiplico el restante el cual me da 12!
P2	R=/ ES UNA COMBINACION:ya que si permitimos que se repitan los lementos ,podemos hacerlo tantas veces como los elemtos se repitan solocion del problema C5!_C6!_C3!_C6! = 540 como el producto pasa una vez por cada maquina se hace lo siguiente. 1(5-1)! . 1(6-1)! . 1(3-1)! . 1(6-1)! =1 1 1 1 *DA 540 YA QUE EL PRODUCTO PASO UNA VEZ POR CADA UNA DE LA MAQUINA DEL 5A ,6B ,3C ,Y 6D PARA SU ELABORACION. *ES UNA COMBINACION YA Q SON AQUELLAS FORMAS DE AGRUPAR LOS ELEMENTOS DE UN CONJUNTO TENIENDO EN CUENTA QUE NO INFLUYE EL ORDEN EN Q SE COLOCAN
P3	R=/ procedimiento: C4,3=4!/3! (4-3)!=_4!_ = 4*_3*_2*_1! 3! 1! 3! 1! _4*_3*_2!_ = _24__ = 4 6 6 use una combnacion ya q no importa el ordenen en que cojamos las cartas e

	incluso podemos hacer lo mismo cuantas veces los elementos tengan la agrupacion.
P4	R=/ *pues tenemos q ver q son 4 carros para tre niños ,pues aqui si tenemos en cuenta el orden ya q le pueden tocar todos los carros a uno de ellos o puede que sea justo y le de dos a uno y de a uno para los sobrantes. *hcemos una variacion con repeticion ya q eneste caso el orden influye mucho. V3,4=3*3*3*3=81 *SE MULTIPLICA CUATRO VECES EL TRES LO CUAL DA 81
P5	R=/ *hacemos una permutacion ya que al agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que si influye el oreden en que se colocan . *P3!=3*2*1=6 Creo que es el resultado Correcto, Porque estas son las posibilidades echas manualmente : 247, 274, 724, 742, 472, 427. Estas Son las Formas de sacar las Bolas.
P6	R=/ es una variacion con repeticion ya que : a)no entran todos los elementos b)si importa el orden c)se repiten los elementos - Importa en Como los niños son repartidos en la habitacion. - Pueden Estar por ejemplo 3 de los Niños En una Sola Piesa y uno solo en la Otra, Dejar una piesa con todos los 4 niños y la otra sin ninguno niño. Por esta razòn el ejercicio es una Variacion con Repeticion que se repiten los niños en las habitaciones y no al contrario. VR2,4 = ^4 = 2*2*2*2= 16 Creo que esta bien echo, por es un resultado acorde con la cantidad de niños y de habitaciones. Lo que cambia la forma de ordenarlos es como seran repartidos en las dos habitaciones.
P7	R=/Devido a que si importa el orden en como los jovenes hagan los trabajos, y por cada uno de los trabajos hay 2 formas de hacerlo. El Ejercicio es una Permutacion con Repeticion porque : - Entre los cuatro jovenes se pueden rotar para escojer las parejas. - Las parejas tambien pueden rotar.

	Para saber como se ordenan, por ejemplo: Andres y Benito el de matematicas. Clara y Daniel el de lengua. Pero en si Todos Pueden cambiar de orden y quedar de distinta forma. PR= 4!/ 2!*2! = 24 Creo que esta bien el Resultado, porque si hicieramos un conteo manualmente no daria ni un numero tan grande ni tan bajo.
P8	R=/ Los Autos se reparten en 3 puestos. Importa el orden. El ejercicio se resuleve con una variacion. Porq no es lo mismo que Beatriz guarde el coche en elo garaje 1 que en el 4 o en el 5. V5,3 = 5!/ (5-3)! = 5!/2! = 60 Esta bien, porque Haciendolo manual mente en una hoja me dio el mismo resultado.
P9	Cada Uno Le tocan de a 2 Cromos, No se Repiten los Cromos, cada uno puede tener 2 cromos. Ejemplo: Maria Puede Tener el 1-2 y Carmen el 3-4 O Maria Tiene el 3-1 y Carmen el 2-4 El ejercicio es una Variacion. V4,2= 4!/(4-2)! = 4!/2! = 12 Ya que cada una puede tomar de a 2 a eleccion, y no toman los mismos.
P10	R/= Se pueden repetir los elementos, si importa el orden, porque no es lo mismo tener uno de los numeros al principio que al final. Es Una Variacion con Repeticion: VR= 4^3 = 4*4*4 =64 Creo que esta bien resuelto porque de los 4 numeros solo tomo 3
P11	R/= A)ES UNA VARIACION POR QUE IMPORTA EL ORDEN EN QUE LLEGUEN LOS CICLISTAS Y EL OBJETIVO SON EL PRIMERO EL SEGUNDO Y EL TERCERO LOS CUALES CONTINEN LA MEDALLA DE ORO PLATA Y BRONCE Y TABIEN ´POR QUE NO ENTRAN TODOS LOS ELEMENTOS Y NO SE PUEDE REPETIR POR QUE EL OBJETIVO PRICIPAL ES LA MEDALLA DE ORO. v12,3=12!/(12-3)!= 12*11*10*9!/9!=12*11*10=1320

	B)ES UNA PERMUTACION REPETIDA YA QUE ESTA VES SI ENTRAN TODOS LOS ELEMENTOS QUE VENDRIAN SIENDO LAS 12 NACIONES PARTICIPANTES PR=12!/4!*3!*2!*2!*1!=12*11*10*9*8*7*6*5*4!/*4!*3!*2*2=19´958.400/12=1´663.200
P12	R/=es una permutacion con repeticion: ya que si importa el orden y por que entran todos los elementos e incluso tabn es importante tener en cuenta las formas en que se repiten y se organizan las cartas. 5!/1!1!3!=5*4*3!/3!=20 las formas en las que las cartas se pueden colocar son 20 veces sobre la mesa.
P13	R/=es una combinacion :por que no entran todos los elementos ya que todos los alumnos no pueden borar la pizarra,no importa el orden en el que se borre el pizarronni mucho menos se repite. c5!,3!(5-3)!=5*4*3!/3!2=20/2=10

En la resolución de los problemas 4, 7, 8, 9 y 10 el estudiante inicia con la descripción de los datos para entender el problema, luego indica la operación con la cual se resuelve, realiza el algoritmo matemático y luego da su apreciación del resultado obtenido. Un ejemplo es la resolución del problema 10: “*R/= Se pueden repetir los elementos, si importa el orden, porque no es lo mismo tener uno de los numeros al principio que al final. Es Una Variacion con Repeticion: VR= 43 = 4*4*4 =64 Creo que esta bien resuelto porque de los 4 numeros solo tomo 3*”

En la resolución de los problemas 1, 2, 5, 6, 11, 12 y 13 el estudiante empieza indicando la operación con la cual se resuelve el problema analizando los datos del problema con las características de la operación, realiza el algoritmo matemático y luego da su apreciación del resultado obtenido. En el problema 5 muestra, además, los resultados de la solución: “*R=/ *hacemos una permutacion* *ya que al agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que si influye el oreden en que se colocan. *P3!=3*2*1=6 Creo que es el resultado Correcto, Porque estas son las posibilidades echas manualmente : 247, 274, 724, 742, 472, 427. Estas Son las Formas de sacar las Bolas.*" En la resolución del problema 2 hace una apreciación del problema que no corresponde con la operación: "*ya que si permitimos que se repitan los lementos ,podemos hacerlo tantas veces como los elemtos se repitan*"

En la resolución del problema 3 el estudiante comienza con la simbolización de la operación y el algoritmo matemático, luego explica por qué uso la operación: "*use una combnacion ya q no importa el ordenen en que cojamos las cartas e incluso podemos hacer lo mismo cuantas veces los elementos tengan la agrupacion.*"

El estudiante emplea unos pasos para resolver aunque no los usa en el mismo orden para todos los problemas: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	4, 7, 8, 9, 10	1, 2, 5, 6, 11, 12, 13	3	0
Total	5	7	1	0

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

A la pregunta por la forma en que identificaba la operación con la cual resolvía un problema, el estudiante dice: "*Basándome en la copia que usted nos dió que ahí decía lo que significaba combinaciones, variaciones, y uno leía eso varias veces y lo juntaba con lo del problema y uno ya le encontraba más fácil la solución*" El estudiante comparaba las características de cada operación con los datos del problema para escoger la operación correcta. También observaba la repitencia o no de datos o elementos: "*varias veces se repetía el mismo número, entonces eso significaba variación con repetición y era más fácil usted llegar ahí, apuntar y ya ahí usted la pasa a la operación*".

El estudiante verificaba la solución que él había encontrado con la de los compañeros: "*No pues, yo llegaba yyyy me veía otra solución de otro compañero y yo ahí mismito veía si sí estaba más…eee ¿cómo es que se dice? Buena y si la veía mala entonces yo llegaba y volvía otra vez y borraba y la volvía a hacer*".

A la pregunta por los pasos que emplea para resolver los problemas, el estudiante expresa: "*Primero, queee el problemaaa… Si es una combinación o una variación y después el proceso yyy explicar paso por paso que se hizo mediante el ejercicio, ya después se hacia el… el ejercicio matemático y ya por fin… y ya al final se ponía el resultado final*".

El estudiante manifiesta el uso de heurísticos en la resolución de los problemas al describir los datos y dilucidar la operación con la cual solucionar y esto se evidencia en los reportes de la Wiki. Hay coherencia con lo dicho en la entrevista.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

El estudiante hace uso de los comentarios en la Wiki para solicitar colaboración de los compañeros: “*PS LO Q ME FALTE EN EL EJERCISIO DE LAS MAQUINAS AGANMELO SABER PARA PODERLO CORREGIR*”, También para colaborarle o sugerirle a los compañeros; “*ps le falta argumentar mas en unos cuantos ejercisios ojo pues*”, “*cucho en algunos ejercicos le falta explicar mas para poder entender su solucion*”, “*Yo pienso que esta bien*”, “*cucho esta muy bn echas todas tus operaciones*” Para agradecer por los aportes que le hacen, por ejemplo: “*sisas graxias ya pille el error =)*” También los utiliza para preguntar: “*bno si colocamos las tres cartas en sus respectivos colores como el amarillo el blanco y el crema q hacemos con el sobre dorado si sontres cartas q hay*.”

Hace uso de los comentarios para solicitar ayuda, para colaborarle a los compañeros y agradecer. El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	4	2	0

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

El estudiante emplea el contacto por facebook con los compañeros para apoyarse en las resoluciones. A la pregunta por la forma en se colaboraba con los compañeros expresa: “*Eeee psss por medio del facebook, ellos le decían a uno y entonces uno más o menos le entendía lo que les querían explicar a uno*”. También hacia interacción por medio de los comentarios. Expresa: “*yo ponía ahí* *ennn de los comentarios uno ponía lo que necesitaba y lo que le hacía falta*" y para solicitar ayuda: "*Pss que ponía allá si algún error o ee o lo que me haga falta en el ejercicio que me digan en el salón o me lo hagan saber por medio de la Wiki o en el facebook o algo así*".

El estudiante se expresa positivamente acerca de la interacción con los compañeros por medio de recursos como facebook, messenger y los comentarios de la Wiki: "*No pues qué, que eso nos facilitó más, o sea, nos ayudó a que si algún, si alguno de nosotros estábamos perdidos o nos hacía falta varios puntos, nosotros mismos ahí en las redes sociales ahí mismo llegábamos y nos comunicábamos y era más fácil*" El estudiante se muestran más positivos respecto al colegio y la asignatura y al trabajo con los compañeros al proveerle una estructura para trabajar en grupo (Johnson y Johnson, 1998).

Las participaciones se dieron también en otros espacios virtuales, diferentes a los comentarios en la Wiki, los cuales no se registraron, pero el tipo de participación que manifiesta en la entrevista se refleja en los pocos aportes de la Wiki.

5.2.1.6 Estudio de caso Nº 6

Identificación del estudiante: Edwin

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 9. Estudio de caso Nº 6: Edwin. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	hay 4 bolas, debemos ver de cuantas formas diferentes se pueden seleccionar, si importa el orden, hacemos los siguiente 4! / (2!*1!*1!) = 4*3*2*1/(2*1*1) = 12 PR42,1,1 = 12 por que es permutacion: por que tomamos todos los elementos del conjunto y le cambiamos su selecciòn
P2	No Entran todos los elementos, no importa el orden y se pueden repetir. Combinación.bmp <-------------- aqui esta el procedimiento el producto (sea cual sea) debe pasar por cada maquina una sola vez, entonces copiamos el numero de maquinas y tomamos el numero de veces que pasa por una de estas maquina, pasaria 1 vez por maquina. ¿de cuantas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las maquinas indistintamente? R//= 540
P3	Procedimiento: 4!/3!(4-3)! = 4 x 3!/3!x1! = 4 Lo que usamos fue una combinacion ya que no entran todos los elementos y el orden no importa.
P4	Disponeoms de cuatro carros, estos hay que repartirlos entre tres personas, teniendo en cuenta que a una sola persona le pueden tocar los cuatro carros o una de estas puede quedar sin nada. No seria lomismo si a una le toque el carro azul o el carro blanco, eso nos dice que importa el orden. Vr3 ELEVADO A LA 4 = 3*3*3*3 = 81
P5	disponemos de 3 bolas para coger, estas pueden salir con un orden diferente. si sacamos una bola nos quedarian solo 2 bolas para escoger y si sacamos otro ya nos quedaria solo 1 bola. El siguiente ejercicio se resuelve con una permutacion: 3! = 6 247,274,724,742.472,427.<<<<<<-------------------------Estas son las formas de sacar las bolas.
P6	Podemos poner los niños de varias maneras por ejemplo todos en el salon o todos en la buhardilla o dos en uno y dos en el otro etc. lo cual nos dice que es una variacion con repeticion.

	procedimiento: vr/ 2,4 : 24 = 2*2*2*2= 16 El prosedimiento que hice fue una varicion con repeticion, enel cual se toman las dos habitaciones y los 4 niños, en esta se hace una multiplicacion 2*2*2*2 el cual da como resultado 16, estas son las veces que la abuela puede colocar a los niños en los cuartos.
P7	En este ejercicio es importante el orden de como son repartidos los muchachos para hacer los trabajos, por cada trabajo hay dos opciones, entonces este ejercicio es una permutacion con repeticion ya que los cuatro jovenes pueden rotar para escoger las parejas y estas parejas tambien pueden rotar. Un ejemplo seria: Andres y benito el de matematicas, clara y daniel el de lengua pero estos tambien pueden cambiar y quedar parejas diferentes como andres y daniel y clara y benito o clara y andres, y benito y daniel. PR = 4! / 2! * 2! = 24 / 4 = 6 Este es el resultado correcto a mi parecer por que son 4 personas y pienso que el numero no deberia ser tan elevado o muy bajo.
P8	
P9	Es combinacion ya que no entran todos los elementos al no darle a una de las dos (maria y carmen) todos los cromos, estos no se repiten ya que cada cromo esta enumerado y las dos tendran diferentes y el orden no importa, por que si carmen tiene los cromos 1 y 4 es lo mismo si los tiene 4 y 1 y vendria a ser lo mismo con maria. C 4,2 = 4!/2!(4-2)! = 4x3x2!/2!x2! = 12/2 = 6 6 formas diferentes son las formas de repartir los cromos.
P10	En este ejercicio encontramos variaciones con repeticion ya que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una de las 4 bolas a la suerte son 3 las posibilidades de escojer, estas se repite ya que se vuelve a meter la bola que sacamos y queda la posibilidad de volverla a sacar, el orden importa ya que no es lo mismo tener 262 a 226. VR 4,3 = 4^3 = 4X4X4 = 64 Obtenemos 64 numeros de 3 cifras.
P11	Solucion A: Es una variacion ya que el orden si importa por que uno solo ocupa la medalla de oro, las medallas de plata y bronce no se repiten ya que dos ciclistas no pueden ocupar la misma posicion, y por ultimo, no entran todos los elementos ya que solo entran 3 de 12 ciclistas por las medallas.

	Procedimiento: V 12,3 = 12!/(12-3)! = 12x11x10x9!/9! = 12x11x10 = 1320 Solucion B: Esta es una permutacion con repeticion ya que importa el orden de como los ciclistas del mismo pais lleguen, todos los elementos entran ya que tomamos todos los paises y los respectivos ciclistas de estos y estos se repiten. Procedimiento: PR = 12!/4!x3!x2!x2!x1! = 12x11x10x9x8x7x6x5x4!/4!x3!x2x2 = 19'958.400/12 = 1'663.200
P12	
P13	

El estudiante presenta una descripción de los datos de los problemas 1, 5, 6 y 7 para entenderlos, determina la operación, desarrolla el proceso matemático, obtiene la solución y en algunos casos describe como llego a ese resultado. El siguiente es un ejemplo de lo que hace el estudiante en la resolución del problema 5: "*disponemos de 3 bolas para coger, estas pueden salir con un orden diferente. si sacamos una bola nos quedarian solo 2 bolas para escoger y si sacamos otro ya nos quedaria solo 1 bola. El siguiente ejercicio se resuelve con una permutacion: 3! = 6 247,274,724,742.472,427. Estas son las formas de sacar las bolas*".

En la resolución de los problemas 2, 4, 9, 10 y 11el estudiante empieza indicando el nombre de la operación con la cual se resuelve el problema y explica con los datos del problema el por qué es determinada operación con sus características.

Analiza los datos que presenta el problema y luego hace el procedimiento, simboliza la operación y resuelve para llegar al resultado. Un ejemplo de esta forma de proceder está en la resolución del problema 10: "*En este ejercicio encontramos variaciones con repeticion ya que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una de las 4 bolas a la suerte son 3 las posibilidades de escojer, estas se repite ya que se vuelve a meter la bola que sacamos y queda la posibilidad de volverla a sacar, el orden importa ya que no es lo mismo tener 262 a 226. VR 4,3 = 4^3 = 4X4X4 = 64 Obtenemos 64 numeros de 3 cifras.*"

La resolución del problema 3 empieza con el procedimiento o algoritmo matemático, el resultado y luego explica la elección de la operación: "*Procedimiento: 4!/3!(4-3)! = 4 x 3!/3!x1! = 4 Lo que usamos fue una combinacion ya que no entran todos los elementos y el orden no importa*"

El estudiante utiliza un proceso heurístico para resolver cada problema, sin que haya un orden en los pasos empleados: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. La verificación de la solución lo expresa en la Wiki en la resolución de los problemas 5 y 6.

El estudiante trabajó en compañía con el estudiante Diver. Difieren un poco en la resolución del problema 11. El estudiante Edwin no resolvió los problemas 8, 12 y 13.

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1, 5, 6, 7	2, 4, 9, 10, 11	3	0
Total	4	5	1	0

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

Al preguntarle por la forma en que identificaba la operación para resolver un problema, expresa que lo hacía: "*Analizando bien el texto. Dependiendo de cómo estuviera escrito el texto uno ya sabía más o menos a que parte pertenecía*" y que además "*miraba los puntos que nos habían puesto, entonces*" refiriéndose a los ejemplos de las clases.

El estudiante expresa que verificaba las soluciones: "*Le preguntaba algún compañero y si miraba que el común denominador era la respuesta que yo tenía ya seguro iba a ser esa*"

Los procesos o formas de resolver que manifiesta en la entrevista se encuentran en las resoluciones de la Wiki. Hay relación con los heurísticos que manifiesta emplear para resolver.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

El estudiante expresó en la entrevista que hacia interacción con los compañeros a través de los comentarios en la Wiki, pero en la Wiki no hay registro de sus aportes, ni en su propia página, ni en la de los compañeros.

4. **Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista**

El estudiante manifiesta haber tenido colaboración con los compañeros en la resolución de los problemas. Al indagarle por la forma en que se daba la colaboración, responde: "*Pues primero que todo porque estábamos en la sala todos juntos, o sea que había más, más reunión entre ellos y por la misma parte de poder comentarle a los otros los problemas*"

Para ayudarle a los compañeros manifiesta que lo hacía "*Con algún comentario, les dejaba un comentario diciéndoles porque*" y que esto era "*Pues la mayoría de las veces en la Wiki*" Para solicitar ayuda dice que "*ahí si era de manera personal"*

El estudiante manifiesta la importancia que tienen los recursos como comentarios y chat para establecer colaboración con los compañeros: "*Pues si la veo porque ya el chat es un medio muy común o sea que ya de manera, pues con esa manera ya es más fácil comunicarse con ellos*" y manifiesta que el chat que usaba era "*Messenger, sólo Messenger*" por lo tanto no quedó evidencia de esta interacción en los reportes de la Wiki.

5.2.1.7 Estudio de caso Nº 7

Identificación de la estudiante: Elizabeth

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 10. Estudio de caso Nº 7: Elizabeth. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROB LEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE LA ESTUDIANTE
P1	en la caja son 4 bolas, 2 azules 1 blanca 1roja,entran todos los elementos, importa el orden y se pueden repetir las azules porlo tanto son permutaciones repetidas. 4! / 2!1!1!=4*3*2!=!2 bueno 4 es la cantidad de bolas que hay, se divide por 2! que son las bolas azules el 1! es la bola roja y el otro 1! es la bola blanca R/=de 12 formas diferentes se puede hacer la selección de las fichas.
P2	Bueno, es una combinación Hay 4 maquinas y pueden ser de distintas maneras,entran todos los elementos no importa el orden pero tambien hay q tener en cuenta que el producto debe pasar solo una vez por cada maquina. * C5-1 * C6-1* C3-1 * C6-1= 5!/1! (5-1)! 6!/1! = 5/1* 6/1 = 30 3!/1! (3-1)!* 6!/1! (6-1)! = 3/1 * 6/1= 18 = 540 R/=Utilizando la maquina indistintamente se puede utilizar 540 maneras ....
P3	Hay cuatro cartas iguales pero solo se pueden tomar tres sobres y como no importa el orden y entran todos los elementos. se puede tomar como una combinacion. es una combinacion de 4 tomadas de 3 C 4,3:4!/3! (4-3)!=4! 3! 1!=4/1=4
P4	Hay cuatro coches de colores diferentes, y hay tres hermanos fernando luis y teresa y se puede repetir en alguno los cuatro coches * como importa el orden es una variacion pero tambien hay que tener en cuenta que ha un niño le pueden tocar los cuatro carros, entonces se toma el numero de niños que son 3 elevado a los carros que son 4. SE DAN VARIACIONES REPETIDAS * VR3,4 3.3.3.3=81
P5	hay tres bolas enumerados con tres digitos,pueden salir en distintos ordenes. como importa el orden en que se colocan y se toman todos los elementos es una permutaciòn. 3!=6 el 3! son el numero de las bolas que hay dentro de las bolsas

	472,274,247,742,427,724 y se pueden organizar de esta forma
P6	son cuatro niños se pueden organizar en dos habitaciones diferentes, si importa el orden y se pueden organizan de diferentes maneras. son variaciones repetidas Vr=2'4= 2.2.2.2=16 el 2 es el numero de habitaciones que hay y se elevan al numero de niños que hay en la casa. R/= de 16 formas diferentes la abuelas puede colocar alos niños
P7	como importa el orden como se reparten los trabajos y que por cada trabajo hay dos opciones es una permunacion con repeticion pr:4!/2!.2!=24/4=6
P8	como solo hay 5 garajes y 3 carros solose pueden repartir en 3 lugares y como no importa el orden en que se coloquen los carros es una variacion V=5-3= 5!/(5-3)=5!/2! = 60
P9	hay 4 cromos y estan numeradosde 1 a 4, no se repiten y solo se reparten de ha dos y importa el orden,por lo tanto es una variacion V4,2=4!/(4-2)!=4!/2!=12
P10	se pueden repetir los elementos y importa el orden. pero de los 4 solo toman 3 es una variacion con repeticion Vr=43 4*4*4=64
P11	A)este ejercicio se resuelve con una con una COMBINACIÓN porque no importa el orden en que lleguen los competidores C=12-3=12!/3!(12-3)!=12!/3! *3!=12.11.1 ____=220 3! B)como importa el orden y la nacionalidad se puede resolver con una VARIACION CON REPETICION VR=5,3=53 5*5*5=125
P12	ES UNA PERMUTACION REPETIDA YA QUE ENTRAN TODOS LOS ELEMENTOS,IMPORTA EL ORDEN AL PONERSE EN FORMAS DIFERENTES Y SE PUEDE REPETIR PR=5!/1!*1!*3!=20
P13	como solo se necesitan 3 de los 5 estudiantes, no importa el orden y no se

	repite, es una combinacion C5,3=5!3!(5-3)!=5!/3!*2!=10 se pueden elegir de 10 formas los alumnos.

La estudiante empieza la resolución de los problemas 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 13 analizando los datos y describiéndolos, luego indica la operación con la cual se resuelve el problema y da la solución. La resolución del problema 13 es un ejemplo de este proceder: "*como solo se necesitan 3 de los 5 estudiantes, no importa el orden y no se repite, es una combinacion C5,3=5!3!(5-3)!=5!/3!*2!=10 se pueden elegir de 10 formas los alumnos*"

Las resoluciones de los problemas 2, 11 y 12 las empieza indicando la operación con la cual se resuelve, luego da la explicación de esa elección, realiza el algoritmo matemático y da la solución. Un ejemplo es la resolución del problema 12 "*ES UNA PERMUTACION REPETIDA YA QUE ENTRAN TODOS LOS ELEMENTOS, IMPORTA EL ORDEN AL PONERSE EN FORMAS DIFERENTES Y SE PUEDE REPETIR PR=5!/1!*1!*3!=20*"

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13	2, 11, 12	0	0
Total	10	3	0	0

En la resolución del problema 3 presenta una imprecisión al analizar los datos cuando menciona "*entran todos los elementos*". Indica la operación correcta y hace bien el algoritmo matemático, pero esa característica no corresponde ni al problema ni a las combinaciones sin repetición. Esto es considerado por Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino (1996) como error al cambiar el tipo de modelo matemático.

En la resolución del problema 9 analiza el problema desde la variación y éste se resuelve es con una combinación. Esto es considerado un error de orden (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996)

En el problema 11 la resolución de la parte A la realiza con una combinación y la forma correcta es con una variación porque importa el orden y la resolución de la parte B la hace con una variación con repetición y la forma correcta es con una permutación con repetición. Error al confundir el tipo de objetos (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996), dado que son distinguibles y entran todos los elementos del conjunto, para el caso del problema, los ciclistas.

La estudiante utiliza unos pasos para resolver cada problema, sin que haya un orden en los mismos: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. La descripción de los datos es pobre en palabras, pero dan cuenta del análisis que hace para resolver los problemas.

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

La estudiante manifiesta que había problemas en los cuales se confundía y la razón era "*porque uno se confundía, a ver si era una combinación, un ejemplo, entonces como se parecía mucho, un ejemplo, uno ahh pero tienes posibilidades de unos y de otros*"

La estudiante hacía uso de dibujos para entender los problemas y resolver: "*uno va dibujando así, entonces por ejemplo con los carros, entonces uno ya iba diciendo, entonces ya uno va… pues mentalizando así y es más fácil*"

La estudiante verificaba la solución obtenida por lo que escuchaba de los demás: "*uno no sabía que si estaba correcta del todo, pero ya, un ejemplo, ya le iban comentando, le iban diciendo que no, que eso no es así, entonces ya uno lo corregía, uno le prestaba atención, entonces ya uno ah si no es así, entonces da de otra manera que uno pensaba*" La estudiante hace evidente algunas de las habilidades que son potenciadas por los ambientes de aprendizaje colaborativo y cooperativo mencionados por Unigarro (2001) y Escamilla (1999): solicitar ayuda cuando se requiera, aceptar los puntos de vista de otros, escuchar crítica y respetuosamente a sus interlocutores, ceder ante evidencia o argumentación de peso, reconocer los créditos ajenos, entre otras.

La estudiante hacía las resoluciones tratando de entender los datos y lo solicitado en el problema, y esto lo manifiesta en la entrevista y se verifica en los escritos de la Wiki con 10 de 13 resoluciones iniciadas de esta forma.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

La estudiante hace interacción con los compañeros en la Wiki a través de los comentarios para responder los cuestionamientos de algunos compañeros frente a sus resoluciones: “*zi migo nosotras con nuestro esfuerzos y q si lo del procedimiento lo boy a tener en cuenta*”, “*igual que el de eliza zi ez que zomoz parejaaa*” También usa los comentarios para motivar a los compañeros y comentarles su resoluciones: “*No Te FAlta Maz Dedicacion De bna¡¡ Vaz Ma zAtrazado Q El Titi♥*”, “*Huy NO zi Moral q te falta mucho*”, “*Huy Titi Bn Bn¡¡ Se Be Que Te Esforsaste♥*”, “*no solo atrazado si no q estan muy pobres los procedimientos*”, “*Bn ECHO Ese Bozo si trabaja muy bn*”, “*Arias¡¡ exelente¡*”

La estudiante participa con los comentarios opinando en las resoluciones de los compañeros.

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	3	0	5

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

La estudiante solicitaba ayuda a los compañeros, cuando así lo requería, para resolver los problemas. Es especifica en cuanto al compañero a quien le preguntaba: “*Un ejemplo con boso [compañero Héctor Osorio], uno le decía: -venga pero ¿esto qué es? ¿Combinación o variación?- entonces él decía: -no,* *esto va por esto porque vea que importa el orden- entonces ya le iba ayudando a uno*” Manifiesta que esa ayuda era “*desde acá en el colegio*” y no en los comentarios sino “*directamente*”

Con relación al uso de los recursos como comentarios manifiesta que le fueron útiles por cuanto “*Pues que ellos iban comentando y ahí, un ejemplo le decían que no, que eso iba malo, que mire o que el proceso estaba muy simple, entonces ya uno lo iba organizando*” y lo que usaba era “*los comentarios solamente*”

La estudiante aprovechó las opiniones que le hicieron los compañeros en la Wiki para corregir sus resoluciones, pero los aportes de ella fueron pocos y la mayoría eran para felicitar o motivar. Lo que expresa en la entrevista es corroborado con los pocos comentarios realizados en la Wiki.

5.2.1.8 Estudio de caso Nº 8

Identificación del estudiante: Héctor

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 11. Estudio de caso Nº 8: Héctor. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	R:la respuesta es 12, porque: -hay dos azules, una roja y una blanca, como hay dos azules se pueden repetir,entonces es una permutacion con repeticion y el proceso es este:

	4!/(2!*1!*1!)= 4!/2!=12
P2	R: puesto que hay 4 tipos de maquina y de cada tipo un numero de maquinas y se pueden tomar indistintamente, el problema se resuelve con una combinacion dentro de cada tipo de maquina puesto que no se toman todas dentro de cada tipo y no importa el orden se resuleve con una combinacion. C5,1 * C6,1 * C3,1 * C6,1= 5!/1!(5-1) * 6!/1!(6-1) * 3!/1!(3-1) * 6!/1!(6-1) = 5!/4! * 6!/5! * 3!/2! * 6!/5!= 5*6*3*5= 540 me parece acertado el resultado puesto que hay un gran numero de maquinas y de estas se puede tomar cualquiera y por cada cambio de manera que se haga ya es una forma distinta de elaborar el producto.
P3	tenemos 4 sobres,pero solo tomamos 3 cartas que son iguales y no importa el orden en que las tomemos, por eso se resuelve con una combinacion ya que es lo mismo tener bcd que cbd, por eso no importa el orden C4,3= 4!/3!(4-3)! = 4!/3!1!= 4/1 =4
P4	PASOS 1- tenemos cuatro carros, los cuales hay que repartirlos entre tres personas,debemos tener en cuenta que a una sola persona le pueden tocar los cuatro carros o una sola puede quedar sin nada. No es los mismo que a una le toque el carro azul o el carro blanco.......entonces importa el orden. 2- el problema se resuleve con variacion porque importa el orden y como se pueden repetir seria entonces una variacion con repeticion. 3- VR3,4 = 3*3*3*3 = 81 4- el resultado me parece acertado ya que al importar el orden cualquier cambio ya es una organisacion distinta...
P5	solo tenemos 3 bolas para cojer,estas bolas pueden salir en distintos ordenes. Al sacar una bola ya solo quedarian 2 para cojer y al sacar otra ya solo quedaria una. este ejercicio se resuelve con una permutacion 3! = 6 me parece un resultado perfecto: 247

	274 724 742 472 427 estas son todas las formas de sacar las bolas
P6	no importa el orden en q entren los niños a la habitacion pero si el orden en q sean repartidos por cada habitacion. puede estar carlos y diana en una y berta y alicia en otra o estar los cuatro en una y dejar la otra vacia. por este motivo el ejercicio es una variacion con repeticion ya q se pueden repetir los cuatro niños en una sola habitacion. VRn,m = 24 = 2*2*2*2= 16 creo q es un resultado acertado ya q solo son 4 chicos y 2 habitacion y la forma en como entren a una de ellas no influye. lo q cambia la forma de ordenarlos es como seran repartidos en las dos habitaciones.
P7	dado q importa el orden en como se repartan los muchachos para hacer los trabajos y q por cada trabajo hay dos opciones el ejercicio es una permutacion con repeticion ya q entre los cuato pueden rotar para escojer las parejas y las parejas tambien pueden rotar para saber como se ordenan ej: andres y benito el de matematicas; clara y daniel el de lengua pero daniel puede cambiar con benito y quedar andres y daniel en el de matematicas y clara y benito en el de lengua. PR= 4!/ 2!*2! = 24 me parece un resultado adecuado ya q sin hacemos todas las combinaciones posibles no nos daria un numero tan elevado pero tampoco tan pequeño..
P8	no se toman todos los garajes y los autos se reparten en solo 3 puestos. importa el orden en como se tomen los tres garajes ya q no es lo mismo q angel guarde su coche en el puesto 5 q en el 1. el ejercicio se resuleve con una variacion. V5,3 = 5!/ (5-3)! = 5!/2! = 60 creo q el ejercicio esta bien desarrollado y el resultado esta acorde con el numero de garajes y de coches.
P9	los cromos no se estan reptiendo, y no se estan tomando todos ya q para una persona solo van 2 de 4 cromos. cada persona tiene q quedar con 2 cromos e importa el orden porq no seria lo mismo tener el 2 y el 4 que el 1 y el 4. el ejercicio se resuelve con una variacion.

	V4,2= 4!/(4-2)! = 4!/2! = 12 el resultado es acertado= maria= 1 y 4 2 y 1 3 y 1 4 y 1 1 y 3 2 y 3 3 y 2 4 y 2 1 y 2 2 y 4 3 y 4 4 y 3
P10	se pueden repetir los elementos, pero de los 4 solo se estan tomando 3 e importa el orden porq no seria lo mismo tener el 4 al principio, al final o a la mitad.... no es lo mismo 999 q 942 o 492 claramente si importa el orden. el problema se resuelve con una variacion con repeticion: VR= 4^3 = 4*4*4 =64 el resultado es acertado ya q solo son tres dijitos y de estos 4 numeros vamos a tomar solo 3 sin imporat si se repite o no.
P11	SOLUCION: A). teniendo en cuenta de que no nos estan pidiendo la nacionalidad, sino la manera en como pueden quedar repartidas las 3 medallas entre los 12 competidores sin importar la nacionalidad, esto tambien nos indica de que no importa el orden en como llegen los corredores asi sea aleman, colombiano o español. el problema se resuelve con una combinacion: C12,3 = 12!/3!(12-3)! = 12!/3!*9! = 12*11*10/3! = 220 como no importa el orden ni la nacionalidad el ejercicio considero esta bien hecho. B).en este caso si importa el orden y la nacionalidad ya que no es lo mismo que quede un colombiano o un aleman de primero pero nos estan pidiendo solo la nacionalidad, mas no cual competidor queda en esa posicion, pero dado que por cada nacionalidad ((excepto el españo l)) hay varios concursantes, entonces se puede repetir ya sean los 3 franceses o los 3 italianos. el ejercicio es una variacion con repeticion: VR5,3 = 5^3 = 125 me parece acertado puesto q solo hay 5 nacionalidades para 3 puestos distintos y de esta forma se puede repetir las nacionalidades.
P12	dado que en el ejercicio se toman todos los elementos no es combinacion o variacion, y dado tambien que hay 3 cartas repetidas es una permutacion con repeticion porque se ordenan todas las cartas y hay cartas repetidas.

	PR= 5!/ 1!*1!*3!= 20 el ejercicio esta bien hecho en el proceso y el resultado es acertado ya q las 3 cartas con las c pueden estar juntas.
P13	hay 5 estudiantes pero solo necesita 3, no importa el orden porque no importa si sale primero german o jorge y luego maria, el caso es que salgan los 3, tampoco se repiten los estudiantes todo esto nos indica que es una combinacion. C5,3 = 5!/3!(5-3)! = 5!/3!*2!= 10 creo q el proceso esta bien hecho ya que no se toman todos los estudiantes y tampoco importa el orden en como salgan, el resultado esta correcto.

En la resolución de los problemas 2 al 13 el estudiante analiza los datos y los describe para entender lo solicitado en cada uno de ellos, luego determina la operación con la cual se resuelven, aplica el algoritmo matemático, da la solución y presenta su apreciación acerca del resultado hallado a excepción de la resolución del problema 3. Un ejemplo de esta forma de proceder es la resolución del problema 10: "*se pueden repetir los elementos, pero de los 4 solo se estan tomando 3 e importa el orden porq no seria lo mismo tener el 4 al principio, al final o a la mitad.... no es lo mismo 999 q 942 o 492 claramente si importa el orden. el problema se resuelve con una variacion con repeticion: VR=* 4^3 *= 4*4*4 =64 el resultado es acertado ya q solo son tres dijitos y de estos 4 numeros vamos a tomar solo 3 sin imporat si se repite o no.*"

En la resolución del problema 1 el estudiante comienza dando el resultado, luego explica analizando los datos, determina la operación y realiza el algoritmo matemático: "*R:la respuesta es 12, porque: -hay dos azules, una roja y una* *blanca, como hay dos azules se pueden repetir,entonces es una permutacion con repeticion y el proceso es este: 4!/(2!*1!*1!)= 4!/2!=12*"

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	2 al 13	0	0	1
Total	12	0	0	1

En la resolución del problema 9 el estudiante analiza la información y determina que importa el orden y escoge la operación variación. En el problema no importa el orden en que se reparten los cromos, es lo mismo tener el cromo 1 y el 4 que tener el 4 y el 1. En esta resolución se presenta un error de orden por parte del estudiante (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996)

En la resolución del problema 11, en la parte A, el estudiante determina que no importa el orden para obtener las medallas de oro, plata y bronce y en consecuencia escoge la operación de combinación. La operación correcta es la variación al importar el orden de llegada. En la parte B escoge una variación con repetición y no tiene en cuenta que entran todos los ciclistas y por tanto la operación correcta es una permutación con repetición. El estudiante presenta error de orden y error al confundir el tipo de objetos respectivamente (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996)

El estudiante utiliza unos pasos para resolver cada problema, teniendo un orden en los mismos, a excepción de la resolución del problema 1: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. El estudiante se preocupaba por hacer muy bien los análisis y defender sus posturas frente a los otros compañeros en las discusiones que tenían en el salón y en la sala de sistemas. Algunas de las habilidades potenciadas en el estudiante, que son mencionadas por Unigarro (2001) y Escamilla (1999), son: dar ayuda a los demás y pedirla cuando se requiera, participar activamente en la construcción colectiva, poner al servicio de los demás sus fortalezas individuales, aceptar los puntos de vista de otros, escuchar crítica y respetuosamente a sus interlocutores, exponer sus ideas y planteamientos en forma argumentada, aceptar la crítica razonada de parte de otras personas, entre otras.

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

Con relación a los recursos usados por el estudiante para ayudarse a entender los problemas, manifiesta: "*De pronto conteos pero de resto no utilizaba nada más*"

Para determinar la operación con la cual resolvía los problemas manifiesta que observaba las palabras claves y buscaba ejemplos: "*Bueno, primero miraba las palabras claves que hay en el problema, por ejemplo si son formas diferentes, formas iguales, si se puede repetir tal cosa y comparaba después con algún otro problema del cuaderno o con lo que decía cada, cada, pues, cada cosito… entonces combinación…*"

Al indagarle por la forma en que identificaba la variación y la combinación expresa que no se toman todos los elementos, importa el orden pero no está seguro en cuál de las dos operaciones, pero con respecto a la permutación "*lo que si estoy seguro es que en la permutación se toman todos y cuando hay variación no se toman todos*".

La forma en que verificaba las soluciones es la siguiente: "*si el resultado era un número relativamente pequeño, intentaba pues hacer la, por ejemplo si eran numeritos para combinar, si eran muy altos los dejaba así no le hacía pruebas a ese…*" Hay un deseo de verificar los resultados tratando de obtener las ordenaciones o combinaciones solicitadas en el problema.

Los pasos que seguía el estudiante, en sus palabras: "*primero leía, lo leía hasta que lo entendía, después miraba a que de los, a cuál de los cosos pertenecía, si era combinación, variación o permutación, después procedía a hacer el, la formula pues, el proceso y ya*" y esto se corresponde con lo que hacía en las resoluciones de la Wiki, pues 12 de 13 resoluciones son iniciadas con la descripción de los datos.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

La participación del estudiante con los comentarios en la Wiki fue bastante notoria. Hizo aportes en la mayoría de páginas de los compañeros. Sus aportes incluyen: ayuda y respuesta a las preguntas de los compañeros "*por eso..solo hay una roja y una blanca (1!*1!) y dos azules (2")*", "*porq los azules se repiten....((creo))*", "*yo tambien,,,, metase a my pagina, lo mira,,,y lo comenta*", "*parce el resultado esta* *bien....pero se hace es con variacion...porque en una combinacion no importa el orden,,,y en una variacion si,,,,y en ese ejercicio importa el orden en como se tomen las maquinas.....por ejemplo si tomas de las del tipo A la primera maquina,,,,y luego del mismo tipo tomas la segunda ya es otra manera de elaborar el producto ;)*", "*sanches en el ejercicio 12 dices q es permutacion y en el proceso hay un "pr" lo cual es permutacion con repeticion*", "*nop...nop esta malo...si lo leen bien se daran cuenta q esta bueno ;)*"

También hacía aportes para corregir sus resoluciones por los aportes de los compañeros: "*sisas,esta vuelta esta mala pero ya la reparo!! ;)*"

Aportes para solicitar nuevos problemas: "*el otro camello ((trabajo)) cuando lo pones??*"

En varias páginas de otros compañeros reclamaba por qué esas resoluciones eran iguales o parecidas a las de él: "*ey douglas,,,,esos ejercicios porq se pareceran tanto a los mios??????*", "*parce ese "ejemplo manual" del punto 9 es el mismo q yo tengo...y hasta donde yo se ,,no estamos en el mismo grupo y es igualito!!*"

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	15	4	7

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

La forma en que el estudiante interactuaba con los compañeros para resolver los problemas lo expresa así: "*leyéndolos entre todos y así podíamos resolver mejor los problemas, o sea entre todos intentando entender el problema*" y "*verbalmente, pero acá en el colegio pues*"

El estudiante tuvo mucha interacción con los compañeros y les colaboraba por medio de los comentarios en la Wiki y así lo expresa: "*Si yo lo tenía bueno y yo creía que como yo lo hice estaba bueno, yo les ponía ahí en el comentario que el proceso estaba malo, en tal parte estaba mal y ellos veían si los resolvían o no, si lo dejaban como lo tenían*"

El estudiante manifiesta que nunca le preguntó a los compañeros y lo que hacía era: "*Si estábamos en el colegio le preguntaba a usted y en la casa no, en la casa si tenía dudas intentaba dejarlas así o miraba otras wikis a ver si estaban parecidas, distintas*" La forma era entonces analizar las otras páginas de la Wiki para ver sus procesos y hacer el propio.

Con respecto a los comentarios de la Wiki, el estudiante ve su utilidad y al respecto comenta: "*Nop los comentarios si, le ayudan a uno claro, uno más o menos puede mirar de pronto hay otro tiene más razón, hizo mejor el proceso*"

Lo expresado en la entrevista en torno a las interacciones del estudiante es corroborado por los aportes que hizo en comentarios de las páginas de los compañeros. El estudiante hace visible la concepción de colaboración de Panitz (2001): La colaboración es entendida como una filosofía de la interacción y un estilo de vida personal en el cual los individuos son responsables de sus acciones, incluyendo el aprendizaje y el respeto de las capacidades y las contribuciones de sus compañeros.

5.2.1.9 Estudio de caso Nº 9

Identificación del estudiante: Jefry

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 12. Estudio de caso Nº 9: Jefry. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	PERMUTACIONES CON REPETICIÓN 4! -------------- = 12 2! x 1! x 1! DESCRIPCIÓN: El 4! es el número de bolas en total, éste se divide por 2! que son las dos bolas azules, por 1! que es la bola blanca, y por 1! que es la bola roja; nos da como resultado 12 permutaciones. ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer la selección de las fichas? R: De 12 formas diferentes
P2	No Entran todos los elementos, no importa el orden y se pueden repetición. Procedimiento: C5,1 , C6,1 , C6,1 , C3,1 =5!/1!(5-1) * 6!/1!(6-1) * 3!/1!(3-1) * 5 x 4/1! 4! * 6 x 5/1! 5! * 6 x 5/1! 5! * 3 x 2/1! 2! =5 x 6 x 6 x 3=540. Ya que hay varios tipos de máquinas y se puede tomar indistintamente el producto, Es una Combinación y su resultado es 540. R/: Puede pasar indistintamente de 540 maneras.
P3	Planteamiento: C4,3=4!/3!(4-3) = 4!/3!.1!= 4*3/3! . 1! =4!/1! = 4 Ya que disponemos de 3 cartas iguales y 4 sobres y no importa el orden, el

	ejercicio fue resuelto por combinación ;Tomando 4,3 y su resultado fue 4. ¿De cuántas formas podemos colocar las cartas en los 4 sobres? R/=Se pueden colocar de 4 formas en los 4 sobres.
P4	VR3,4= 3 x 3 x 3 x 3 = 81 Disponemos de 4 Carros , para repartir en 3 personas, se debe tener en cuenta que a sòlo un niño podrìa adquirir un carro o sòlo una persona no adquiere carro.No serìa igual que una persona adquiera el carro azul que el carro verde, o sea que el ejercicio puede ser resuelto por variaciones con repeticiòn. Se tomaron 3 de a 4 ¿De cuántas formas diferentes puede regalar los coches a sus hermanos? R/= Les puede entregar los coches de 81 formas diferentes.
P5	3!=6 Tenemos 3 bolas, se pueden tomar en distintos ordenes , al tomar una sólo quedarían 2 de 3 y al tomar dos sólo quedaría una de 3 , el ejercicio fue resuelto por permutación.
P6	VR24 = 2 X 2 X 2 X 2 = 16 El orden no importa para que entren los niños al cuarto, pero sí el orden en el que sean distribuidos. Puede ser Carlos ,Diana,Berta y Alicia o los 4 en una y dejar una vacía. Por lo tanto el ejercicio fue resuelto por Variaciones con repetición, ya que se pueden repetir los 4 niños.
P7	PR=4!/2! x 2! = 24 Importa el orden en que se distribuyen los jóvenes para trabajar y por cada trabajo hay dos opciones. El ejercicio es Permutación con repetición ya que los 4 se pueden rotar y escoger su compañero de trabajo , Por ejemplo : Benito y Clara Matemáticas Daniel y Andrés Lengua , O Benito y Clara Lengua, Daniel Y andrés Matemáticas.
P8	V53 =5! / (5-3) = 5! / 2! = 60. No se utilizan todos los garajes y los coches se distribuyen en sólo 3 lugares , importa el orden. Por que no es igual que ángel guarde su coche en el puesto 5 que en el puesto 3 y por lo tanto fue resuelto por Variación.
P9	V4,2= 4 x 3 x 2! / 2! =4 x 3 = 12 Fue resuelto por variaciones por que no importa el orden en el que sean repartidos los cromos y se tomaron 4 de 2 y su resultado fue 12.
P10	VR=43=4 x 4 x 4= 64

	Se pueden repetir los elementos , pero de todos sólo se están tomando 3,importaría el orden por que no es lo mismo que 3 esté al inicio que en la mitad;Por ello importa el orden y se resuelve por variaciones con repetición.
P11	Proceso: A.Importa el orden por que sólo uno se puede quedar con el oro , plata o bronce,no se repiten por que dos no pueden adquirir el mismo puesto y no entran todos los elementos por que hay 3 medallas y 12 participantes de 12 sólo 3 toman los lugares . Por lo tanto es una variación. V12, 3=12! / (12-3)! =12 x 11 x 10 x 9! /9!=12 x 11 x 10 = 1320. B.Importa el orden de cómo llegue cada participante del país correspondiente ,entran todos los elementos por que en el proceso se toma cada nacionalidad , por ello se resuelve por permutaciones repetidas. Pr=12! / 4! x 3! x 2! x 2 ! x 1! = 12 x 11 x 10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4! / 4! x 3! x 2 x 2 =19'958 . 400/ 12 = 1'663.200.
P12	En el ejercicio se toman todos los elementos , no es una variación ni una permutación y también nos dan tres cartas repetidas, por ello el ejercicio se resuelve por una permutación con repetición (PR),ya que se organizan las cartas y éstas son repetidas. Proceso: PR=5! / 1! x 1! x 3! = 20.
P13	COMBINACIONES No entran todos los elementos, no importa el orden y no se repiten los elementos. $C\ 5,3 = \dfrac{5!}{3!\ (5-3)!} = \dfrac{5 \times 4 \times 3!}{3! \quad 2!} = 10$ no entran todos los elementos, ya que la maestra solo elegirá a 3 de 5, no importa el orden porque todos son estudiantes y puede elegir a cualquiera, no se repiten los elementos porque un estudiante no puede ocupar dos lugares. El 5 factorial es el número de voluntarios para salir a la pizarra, y el 3 factorial es el número de estudiantes que se elegirá

El estudiante comienza haciendo un análisis descriptivo de los datos de los problemas 2, 11 y 12. En la resolución del problema 2 realiza el algoritmo matemático, da la solución y explica el resultado hallado: "*No Entran todos los* *elementos, no importa el orden y se pueden repetición. Procedimiento: C5,1 , C6,1 , C6,1 , C3,1 =5!/1!(5-1) * 6!/1!(6-1) * 3!/1!(3-1) * 5 x 4/1! 4! * 6 x 5/1! 5! * 6 x 5/1! 5! * 3 x 2/1! 2! = 5 x 6 x 6 x 3=540. Ya que hay varios tipos de máquinas y se puede tomar indistintamente el producto, Es una Combinación y su resultado es 540.*

R/: Puede pasar indistintamente de 540 maneras". En la resolución de los problemas 11 y 12 continua indicando la operación y luego realiza el algoritmo matemático: "*En el ejercicio se toman todos los elementos , no es una variación ni una permutación y también nos dan tres cartas repetidas, por ello el ejercicio se resuelve por una permutación con repetición (PR),ya que se organizan las cartas y éstas son repetidas.*

Proceso: PR=5! / 1! x 1! x 3! = 20".

En la resolución de los problemas 1 y 13 el estudiante comienza indicando el nombre de la operación con la cual resuelve el problema. En la resolución del problema 1, el estudiante sigue con el algoritmo matemático y el resultado y en la resolución del problema 13 hace el análisis de los datos, el algoritmo matemático y el resultado. En ambas resoluciones, luego del resultado, hace un análisis de los datos y la solución.

En la resolución de los problemas 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10, el estudiante empieza con la simbolización de la operación, el algoritmo matemático y el resultado. Luego analiza los datos del problema e indica la operación: "*V53 =5! / (5-3) = 5! / 2! = 60. No se utilizan todos los garajes y los coches se distribuyen en sólo 3 lugares ,* *importa el orden. Por que no es igual que ángel guarde su coche en el puesto 5 que en el puesto 3 y por lo tanto fue resuelto por Variación*".

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	2, 11, 12	1, 13	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10,	0
Total	3	2	8	0

En la resolución del problema 9 el estudiante analiza la información y determina que importa el orden y escoge la operación variación. En el problema no importa el orden en que se reparten los cromos, es lo mismo tener el cromo 1 y el 4 que tener el 4 y el 1. En esta resolución se presenta un error de orden (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996).

El estudiante utiliza unos pasos para resolver cada problema, sin tener un orden en los mismos: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución.

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

De acuerdo con el estudiante, la forma que identificaba la operación con la cual se resolvía un problema era: "*leyendo el heurístico*" y "*también leyendo la teoría que teníamos apuntada del periodo pasado*"

El estudiante se valía del recurso en internet youtube para entender la temática de combinatoria: “*buscaba el canal de un profesor que se llama julioprofe. Ahí hay varias explicaciones sobre temas de matemáticas, entonces yo veía los videos una y otra vez hasta que me quedaba la idea y en el cuaderno hacia unos apuntes y le iba y le preguntaba a un profesor de matemáticas de enseguida: ah mira yo tengo esta duda, entonces el ahí mismo me ayudaba*” El estudiante buscaba recursos físicos y humanos para hacer bien sus resoluciones, incluso para verificar las soluciones: “*con la calculadora y con algún profesor de por la casa, yo a mira, ¿esto si esta bueno? entonces él lo hacía y si*”.

El interés del estudiante por resolver bien los problemas se evidencia en los recursos de los cuales se vale y esto da sus frutos en los escritos de la Wiki, en los cuales, aunque haya algunas inconsistencias, si dan cuenta de su interés y del uso de procesos y análisis para determinar la operación y su algoritmo para resolver.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

El estudiante usa los comentarios en la Wiki para responder las preguntas y colaboraciones de los compañeros: “*Perdón , Es permutación por que entran todos los elementos Ya mismo corrijo*”, “*Ya lo hice xD ..:Ya borré lo que decía M.C.M :P*”, “*Ya lo hice bien ¬¬*”, “*Carlos ! ..Los tenes buenos (iguales a los míos) entonces demás que están buenos :P xD xD xD*”, “*Hern! Está bueno home... ¿Hizo la imagane en paint?*”, “*¡Procedimiento! ... Eso es lo que vale de el trabajo*”, “*Jajajaja , Mazo , por qué en el cuarto puso "Vr 3 3 elveado a la 4" xD xD en vez* *de haber puesto eso como es ..Pero no hay nada más para hacer esto demás que ya está calificado xD*" Su participación fue notoria y en varias páginas.

También hace comentarios en donde muestra su motivación: "*Gracias caballeros!*", "*D: Ya se acabó todo xD …*", "*Hey gracias por comentar en mi página ¬¬ xD xD Ésto fue todo por ahora , espero volver a trabajar por acá :D*"

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	10	1	6

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

El estudiante manifiesta que interactuaba con los compañeros para resolver los problemas y que se sentía mejor trabajando en el colegio: "*estaba acá el apoyo de ustedes, de los compañeros, entonces uno tenía alguna duda, Marcos o algún compañero que tuviera ya todo completo*". La forma de participación era a través de los comentarios: "*Por los comentarios, le hacia alguna corrección a alguno o alguno me la hacía a mí y ahí mismo me ponía al tanto, yo ah tengo que corregir esto, lo corregía ahí mismo, y le decía a algún compañero: ve vos tenés esto malo metete a mi página y mirá que yo lo tengo así o los dos llegábamos a un acuerdo a ver como hizo.. Eso hacía con Mauricio*".

La forma en que le colaboraba a los compañeros era la siguiente: "*Pues les decía que entraran a mi página, no lo copiaran al pie de la letra pero que si se tomaran* *algunas ideas. Yo le decía a alguno ah entra a mi pagina y mire a ver como lo tengo y ya usted toma sus conclusiones*" y que la forma en que preguntaba a los compañeros era "*por facebook*".

La apreciación del estudiante del uso de comentarios y servicios de chat es la siguiente: "*Facilitaron mucho porque por ejemplo Héctor, Héctor me sirvió mucho de ayuda porque pues él sabe mucho sobre ese tema, entonces yo por el comentario le preguntaba también a él y él me ayudaba mucho y que siempre que necesitara alguna ayuda lo buscara por ahí*".

Se evidencia su participación en la Wiki con los comentarios, corroborando lo que expresa en la entrevista. Villarreal (2005) dice que trabajar con una estrategia de resolución de problemas y hacer uso de las TIC, aporta a los estudiantes y al aprendizaje de la matemática y en el estudiante estos dos aspectos fueron motivadores.

5.2.1.10 Estudio de caso Nº 10

Identificación del estudiante: Jorge

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 13. Estudio de caso Nº 10: Jorge. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE

P1	R:la respuesta es 12, porque: -hay dos azules, una roja y una blanca, como hay dos azules se pueden repetir,entonces es una permutacion con repeticion y el proceso es este: 4!/(2!*1!*1!)= 4!/2!=12
P2	R: puesto que hay 4 tipos de maquina y de cada tipo un numero de maquinas y se pueden tomar indistintamente, el problema se resuelve con una combinacion dentro de cada tipo de maquina puesto que no se toman todas dentro de cada tipo y no importa el orden se resuleve con una combinacion. C5,1 * C6,1 * C3,1 * C6,1= 5!/1!(5-1) * 6!/1!(6-1) * 3!/1!(3-1) * 6!/1!(6-1) = 5!/4! * 6!/5! * 3!/2! * 6!/5!= 5*6*3*5= 540 me parece acertado el resultado puesto que hay un gran numero de maquinas y de estas se puede tomar cualquiera y por cada cambio de manera que se haga ya es una forma distinta de elaborar el producto.
P3	tenemos 4 sobres,pero solo tomamos 3 cartas que son iguales y no importa el orden en que las tomemos, por eso se resuelve con una combinacion ya que es lo mismo tener bcd que cbd, por eso no importa el orden C4,3= 4!/3!(4-3)! = 4!/3!1!= 4/1 =4
P4	PASOS 1- tenemos cuatro carros, los cuales hay que repartirlos entre tres personas,debemos tener en cuenta que a una sola persona le pueden tocar los cuatro carros o una sola puede quedar sin nada. No es los mismo que a una le toque el carro azul o el carro blanco.......entonces importa el orden. 2- el problema se resuleve con variacion porque importa el orden y como se pueden repetir seria entonces una variacion con repeticion. 3- VR3,4 = 3*3*3*3 = 81 4- el resultado me parece acertado ya que al importar el orden cualquier cambio ya es una organisacion distinta...
P5	solo tenemos 3 bolas para cojer,estas bolas pueden salir en distintos ordenes. Al sacar una bola ya solo quedarian 2 para cojer y al sacar otra ya solo quedaria una. este ejercicio se resuelve con una permutacion

	3! = 6 me parece un resultado perfecto: 247 274 724 742 472 427 estas son todas las formas de sacar las bolas
P6	no importa el orden en q entren los niños a la habitacion pero si el orden en q sean repartidos por cada habitacion. puede estar carlos y diana en una y berta y alicia en otra o estar los cuatro en una y dejar la otra vacia. por este motivo el ejercicio es una variacion con repeticion ya q se pueden repetir los cuatro niños en una sola habitacion. VRn,m = ^4 = 2*2*2*2= 16 creo q es un resultado acertado ya q solo son 4 chicos y 2 habitacion y la forma en como entren a una de ellas no influye. lo q cambia la forma de ordenarlos es como seran repartidos en las dos habitaciones.
P7	dado q importa el orden en como se repartan los muchachos para hacer los trabajos y q por cada trabajo hay dos opciones el ejercicio es una permutacion con repeticion ya q entre los cuato pueden rotar para escojer las parejas y las parejas tambien pueden rotar para saber como se ordenan ej: andres y benito el de matematicas; clara y daniel el de lengua pero daniel puede cambiar con benito y quedar andres y daniel en el de matematicas y clara y benito en el de lengua. PR= 4!/ 2!*2! = 24 me parece un resultado adecuado ya q sin hacemos todas las combinaciones posibles no nos daria un numero tan elevado pero tampoco tan pequeño..
P8	no se toman todos los garajes y los autos se reparten en solo 3 puestos. importa el orden en como se tomen los tres garajes ya q no es lo mismo q angel guarde su coche en el puesto 5 q en el 1. el ejercicio se resuleve con una variacion. V5,3 = 5!/ (5-3)! = 5!/2! = 60 creo q el ejercicio esta bien desarrollado y el resultado esta acorde con el numero de garajes y de coches.

P9	los cromos no se estan reptiendo, y no se estan tomando todos ya q para una persona solo van 2 de 4 cromos. cada persona tiene q quedar con 2 cromos e importa el orden porq no seria lo mismo tener el 2 y el 4 que el 1 y el 4. el ejercicio se resuelve con una variacion. V4,2= 4!/(4-2)! = 4!/2! = 12 el resultado es acertado= maria= 1 y 4 2 y 1 3 y 1 4 y 1 1 y 3 2 y 3 3 y 2 4 y 2 1 y 2 2 y 4 3 y 4 4 y 3
P10	se pueden repetir los elementos, pero de los 4 solo se estan tomando 3 e importa el orden porq no seria lo mismo tener el 4 al principio, al final o a la mitad.... no es lo mismo 999 q 942 o 492 claramente si importa el orden. el problema se resuelve con una variacion con repeticion: VR= 43 = 4*4*4 =64 el resultado es acertado ya q solo son tres dijitos y de estos 4 numeros vamos a tomar solo 3 sin imporat si se repite o no.
P11	solucion A) el problema es una combinacion porque no importa el orden, pues nos estan pidiendo la forma de como llegan los competidores a la meta y no nos esta diciendo que primero llega el aleman, luego el colombiano, etc. el problema se hace de la siguiente manera: C12,3=12!/3!(12-3)!=12!/3!*9!=12*11*10/3!=220 me parece bien pues en la combinacion no importa el orden y en el ejercicio no importa el orden de como lleguen los competidores a la meta. B) en este ejercicio si importa el orden pues no es lo mismo que gane el aleman a que gane el colombiano y se pueden repetir los de una misma nacion, excepto el español, pueden quedar los de una misma nacion en en los primeros puestos. VR=5,3=53 = 125 me parece bien pues se pueden repetir en los primeros puestos los corredores de una misma nacion
P12	dado que en el ejercicio se toman todos los elementos no es combinacion o variacion, y dado tambien que hay 3 cartas repetidas es una permutacion con

	repeticion porque se ordenan todas las cartas y hay cartas repetidas. PR= 5!/ 1!*1!*3!= 20 el ejercicio esta bien hecho en el proceso y el resultado es acertado ya q las 3 cartas con las c pueden estar juntas.
P13	hay 5 estudiantes pero solo necesita 3, no importa el orden porque no importa si sale primero german o jorge y luego maria, el caso es que salgan los 3, tampoco se repiten los estudiantes todo esto nos indica que es una combinacion. C5,3 = 5!/3!(5-3)! = 5!/3!*2!= 10 creo q el proceso esta bien hecho ya que no se toman todos los estudiantes y tampoco importa el orden en como salgan, el resultado esta correcto.

El estudiante trabajó conjuntamente con el compañero Héctor, estudio de caso Nº 8, analizado anteriormente. Las resoluciones de los problemas son las mismas. Hay una diferencia en la redacción de la resolución del problema 11, pero tienen el mismo error al resolver con combinaciones y variaciones con repetición en la parte A y B respectivamente y las operaciones correctas son variaciones y permutaciones con repetición respectivamente. Errores de orden y confundir el tipo de objetos respectivamente (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996)

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	2, 11, 12	1, 13	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10,	0
Total	3	2	8	0

2. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista**

Para resolver los problemas el estudiante manifiesta que lo hacía "*Leyendo el problema y tratándolo de entender, […] Pues miraba las características a ver con cual se relacionaba más*" Esto se evidencia en los escritos de la Wiki.

3. **Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki**

El estudiante tiene una participación escasa a través de los cometarios. Estos son: "*duglas el 11 es una combinatoria porque no importa el orden*", "*juancho hay unos problemas parecidos a los mios*" y "*cheo ya tenemos la materia asegurada,,,,,*"

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	2	0	1

4. **Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista**

El estudiante manifiesta que interactuaba con los compañeros para resolver los problemas: "*Les preguntaba, aaa quee, por ejemplo un problema, aaa que por qué te dio esto a mi me este, aa entonces ya le explicaban a uno porque, pues uno interactuaba*" La interacción para con los compañeros que tenían algún error en las resoluciones era personalmente: "*Pues, algunos que de pronto miraba que estaban malos, no copiaba nada pero pues, pero así hablando si les decía que de pronto daba tal cosa, que hay veía cual punto tenia malo y que tenía que dar otro número o así*" Esto es coherente con los pocos comentarios que hizo en la Wiki.

Con respecto a los comentarios en la Wiki, dice que son útiles y expresa: "*pues pienso que de pronto porque si uno montaba un comentario muchos le podían responder y darle una más fácil solución al problema*"

5.2.1.11 Estudio de caso Nº 11

Identificación del estudiante: Felipe

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 14. Estudio de caso Nº 11: Felipe. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	este ejercicio es una permutacion con repeticion, por que hay 2 azules, una blanca y una roja y es necesario que se saquen las 2 azules el proceso es 4!/2! 1! 1!= 4*3*2!/2!= 12 se cancela 2! con 2! y se multiplica 4*3
P2	el producto debe pasar una vez por cada maquina entonces se copia el numero de maquinas y 1, ya que como dije antes solo pasa una vez el producto entonces al hacer esto nos damos cuenta que es una variacion que quedaria asi C5,1 * C6,1 * C3,1 * C6,1 ustedes se preguntaran por que repeti la variacion C6,1, por que en el problema dice que hay 6 maquinas tipo B y 6 maquinas tipo D por eso se pone 2 veces la misma combinacion, el proceso es este 5!/1!(5-1) * 6!/1!(6-1) * 3!/1!(3-1) * 6!/1!(6-1) = 5!/4! * 6!/5! * 3!/2! * 6!/5!= 5*6*3*5= 540 aqui esta la respuesta al problema ¿de cuantas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las maquinas indistintamente? R/540 formas de elaboracion del producto

P3	este es el procedimiento : c 4,3 __4!____ = __4_*_3!_ = 4 3!(4-3)! = 3! * 1! usamos una combinacion por que no entran todos los elementos y por que no importa el orden
P4	el problema dice que a una sola persona le pueden tocar los cuatro coches que al mismo tiempo da a entender que otra puede quedar sin nada entonces creo yo que es una variacion con repeticion por que importa el orden en que se repartan aqui esta el proceso VR3,4 = 3*3*3*3 = 81
P5	el problema dice que se saca una bola y sin devolverla se saca otra y asi sucesivamente entonces podemos decir que es una permutacion 3!=6
P6	VR 2,4 :2^4 : 2*2*2*2: 16 es una variacion con repeticion por que no importa el orden y se repiten los elementos del conjunto por qu siempre alguna persona se va a encontrar con las demas en x o y habitacion en este caso por ej alicia puede pasar la noche en el salon pero puede que en ella se encuentre a berta o a carlos y en la buhardilla a diana
P7	PR= 4!/ 2!*2! = 24 es una permutacion con repeticion por que entran todos los elementos de conjunto no importa el orden ya que los mismos que hacen el trabajo de lengua pueden hacer el trabajo de matematicas ej andres le toka en un trabajo o en otro con los otros 3 y asi sucesivamente
P8	son variaciones por que no entran todos, no se repiten y importa el orden por que al darle el primer garaje a carmen el seguendo a angel y untercero a batriz nunka se van a ocupar todos los garajes ea aqui el proceso V5,3 = 5!/(5-3)! = 5!/2! = 5*4*3 = 60 pueden aparcar su coches de 60 formas diferentes
P9	es una combinacion por que no entran todos los elemento y no se le dan todos los cromos a una sola de ellas nno se repiten por ke cada cromo esta enumerado y no importa el orden por que maria puede tener los cromos 2 y 3 es lo mismo si los tiene 3 y 2 igual con carmen acontinuacion el proceso C4,2 = 4!/2!(4-2)! = 4*3*2!/2!*2! = 12/2 = 6 se pueden repatir de 6 formas diferentes

P10	son variaciones con repeticion por que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una bola de las cuatro al azar con tres posibilidades de escojer, se repiten por que se vuelve y se mete la bola que se saca con la posiilidad de volverla a cojer y si importa el orden por que no es lo mismo tener 262 a 226. esta es la operacion V4,3 = 4^3 = 4*4*4 = 64 podemos obtener 64 numeros de tres cifras.
P11	a.es una variación, importa el orden por que solo uno ocupa el oro, la plata y el bronce, no se repiten por que 2 no pueden obtener la misma posición, y no entran todos los elementos por que solo 3 de 12 obtiene medallas. este es el proceso : v12,3 = 12!/(12-3)! = 12*11*10*9!/9! = 12*11*10 = 1320 b.es una permutación repetida importa el orden por como lleguen los corredores de el mismo pais, entran todos los elementos por que se toman todas la naciones y sus participantes y estos se repiten esta es la operacion : pr = 12!/4!*3!*2!*2!*1! = 12*11*10*9*8*7*6*5*4!/4!*3!*2*2 = 19'958.400/12 = 1'663.200
P12	R// Aquí se toman todos los elementos y hay repetición en 3 de las cartas porque tienen la misma letra grabada, puede ser una PR. PR 5!/ 1!*1!*3!= 20
P13	R// Como solo se necesitan 3 de lo 5 estudiantes, no importa el orden y no hay repetición, pues debe ser una Combinación. C5,3 = 5!/3!(5-3)! = 5!/3!*2!=10

En la resolución de los problemas 2, 4, 5, 12 y 13 el estudiante comienza haciendo un análisis de los datos para comprender y entender el problema y lo que se pide e indica la operación. En la resolución del problema 2, luego de indicar la operación, hace la simbolización de la operación, analiza la simbolización y la formula y hace el algoritmo matemático y da la solución. En la resolución de los problemas 4, 5, 12 y 13 luego de indicar la operación realiza el algoritmo matemático y obtiene el resultado.

En la resolución de los problemas 1, 8, 9, 10 y 11 el estudiante empieza indicando el nombre de la operación con la cual resuelve, explica y analiza los datos del problema, realiza el algoritmo matemático, obtiene el resultado y da la solución. Un ejemplo es la resolución del problema 10: "*son variaciones con repeticion por que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una bola de las cuatro al azar con tres posibilidades de escojer, se repiten por que se vuelve y se mete la bola que se saca con la posiilidad de volverla a cojer y si importa el orden por que no es lo mismo tener 262 a 226. esta es la operacion V4,3 = 4^3 = 4*4*4 = 64 podemos obtener 64 numeros de tres cifras*".

En la resolución de los problemas 3, 6 y 7 el estudiante simboliza la operación, realiza el algoritmo matemático y obtiene el resultado. En la resolución del problema 3 expresa porque usó la operación de combinación. En la resolución de los problemas 6 y 7, además de explicar la elección de la operación, describe y analiza los datos para comprender el problema. Ejemplo de la resolución del problema 7: "*PR= 4!/ 2!*2! = 24 es una permutacion con repeticion por que entran todos los elementos de conjunto no importa el orden ya que los mismos que hacen el trabajo de lengua pueden hacer el trabajo de matematicas ej andres le toka en un trabajo o en otro con los otros 3 y asi sucesivamente*".

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	2, 4, 5, 12, 13	1, 8, 9, 10, 11	3, 6, 7	0
Total	5	5	3	0

En la resolución del problema 2 el estudiante indica que la operación es una variación y resuelve con una combinación. En la resolución de los problemas 6 y 7 el estudiante indica que la operación adecuada para resolver es una variación y una permutación con repetición respectivamente. En ambas operaciones importa el orden de las agrupaciones u ordenaciones y el estudiante indica en su resolución que no importa el orden. Hay una dificultad en identificar las características de las operaciones en estos dos problemas, en el resto de las resoluciones la identificación de las características es correcta.

El estudiante utiliza unos pasos para resolver cada problema, sin tener un orden en los mismos: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y obtiene un resultado sin evidenciar que verifique la solución.

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

El estudiante manifiesta que leía el problema varias veces para entenderlo "*solo era leerlo varias veces,*[...] *leerlo leerlo, hasta que uno lo entendiera*" La forma en que el estudiante identificaba la operación tenía que ver con el orden de los elementos y observando un heurístico trabajado en clase: "*Dependía del orden,* *pues, ¿si me entiende? Y también murando lo de heurísticos, eso le ayudaba a uno*".

Al preguntarle por la forma en que identificaba si un problema se resolvía con combinación responde: "*Sí, creo que era porque importaba el orden y entraban todos los elementos*" lo cual muestra un error en las características de lo que es una combinación. De la variación expresa: "*La variación… No importaba el orden y no entraban todos los elementos*". En la concepción del orden hay error y acierta en que no entran todos los elementos, pues sería una permutación. De esta última se expresa así: "*En la permutación entraban todos los elementos, no se repetían*" lo cual es correcto. Por estas confusiones presentó apreciaciones erróneas de los análisis de los problemas 2, 6 y 7 expuestos en el apartado anterior.

La forma en que verificaba las soluciones era por comparación: "*Pues yo iba mirando los de los compañeros y si, por ejemplo, si la repuesta era más acertada pues esa dejaba yo, ¿si me entiende? La que me daba a mí*" "*Miraba los dos procesos y la ensayaba*".

Para este estudiante la prioridad es entender el problema y hallar la operación adecuada en el proceso de resolución del problema. En la entrevista el estudiante da cuenta del proceso que sigue para resolver el problema.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

El estudiante usa los comentarios para replicar los aportes de los compañeros: "*pz llege al resultado y aca lo que importa es lo que uno haga no copiar y pegar lo de* *los demas pz eso creo yo*” el compañero le replica nuevamente y responde: “*a cucho entonces espere yo lo corrigo*”. En otra página opina: “*ey josue yo creo que hiciste el proceso que no era es una variacion*” y en otra página: “*ey boso pero nada mas se repite el azul mas no todos entonces hay cambia eso*”

Fueron muy pocos aportes a través de los comentarios en la Wiki, aunque si los hizo como lo manifiesta en la entrevista.

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	5	0	0

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

El estudiante expresa que interactúa con los compañeros en la sala de sistemas, pero más desde su hogar o el de los compañeros para resolver los problemas: “*Los hacíamos primero acá en el salón, ¿si me entiende? Y después los socializábamos, por ejemplo yo iba a la casa de Josué, como él vive cerca de mi casa, de la casa de Santiago y los hacíamos entre los tres*” y además “*hay veces algún comentario*”

La forma de colaborarle a los compañeros era a través de los comentarios: “*les ponía el comentario, que me explicaran bien el procedimiento para ver si, si quedaba bueno pues*” La forma en que le preguntaba a los compañeros era “*personalmente, le preguntaba, entonces ya él me decía y yo con la información* *que él me daba me basaba pa hacerlo*" Fueron muy pocos los comentarios que el estudiante hizo en la Wiki.

El estudiante veía útil los comentarios en la Wiki "*Porque en los comentarios uno sabe si le quedó bueno o malo, eh, los, los mismos compañeros ven y le dicen a uno que, que le muestre le proceso a ver que concuerden*" En los comentarios varios compañeros le colaboraban y él atendía a estos aportes. Osorio (2000), dice que el aprendizaje en ambientes colaborativos y cooperativos proporciona a los estudiantes oportunidades para aprender y enseñarse unos a otros bajo condiciones del mundo real como en el caso de las interacciones del estudiante con sus compañeros.

5.2.1.12 Estudio de caso Nº 12

Identificación del estudiante: Juan

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 15. Estudio de caso Nº 12: Juan. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	R/= - Es una permutacion con repeticion ya que disponemos de elementos repetidos. - Como tenemos cuatro fichas en las cuales tenemos azules(2),blanca(1) y roja(1) para esto tenemos que hecer el siguiente ejercicio. 4!(2!*1!*1!)=(4!*3!*2!)=12!

	________ 2! - Al cancelar el 2 multiplico el restante el cual me da 12!
P2	R/= Es una combinacion: Ya que si permitimos que se repitan los lementos, podemos hacerlo tantas veces como los elemetos se repitan. Solocion del problema: C5!_C6!_C3!_C6! = 540 como el producto pasa una vez por cada maquina se hace lo siguiente. 1(5-1)! . 1(6-1)! . 1(3-1)! . 1(6-1)! =1 1 1 1 - Da 540 Ya que el Producto Paso Una Vez por Cada Una de las Mauinas Del 5A, 6B, 3C, y 6D Para su Elaboracion: - Es una combinacion ya que son formas de Agrupar Los Elementos de Un Conjunto Teniendo en Cuenta Que no Influye el Orden en que se Colocan.
P3	R/= Usamos una combinacion, ya que no importa el ordenen en que cojamos las cartas e incluso podemos hacer lo mismo cuantas veces los elementos tengan la agrupacion. C4,3 = 4! / 3!(4-3)! = 4! / 3!1! = 4/1 = 4 Aparte, Solo queremos poner 3 cartas en 4 sobres de cualquier color.
P4	R/= Pues tenemos que ver que son 4 carros para tre niños ,pues aqui si tenemos en cuenta el orden ya q le pueden tocar todos los carros a uno de ellos o puede que sea justo y le de dos a uno y de a uno para los sobrantes. - Hacemos una variacion con repeticion ya que en este caso el orden influye mucho. V3,4=3*3*3*3=81 - Se Multiplia 4 Veces el 3 y El Resultado es = 81
P5	R/= Hacemos una permutacion ya que al agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que si influye el oreden en que se colocan . *P3!=3*2*1=6 Creo que es el resultado Correcto, Porque estas son las posibilidades echas manualmente : 247, 274, 724, 742, 472, 427. Estas Son las Formas de sacar las Bolas.

P6	R/= - Importa en Como los niños son repartidos en la habitacion. - Pueden Estar por ejemplo 3 de los Niños En una Sola Piesa y uno solo en la Otra, Dejar una piesa con todos los 4 niños y la otra sin ninguno niño. Por esta razòn el ejercicio es una Variacion con Repeticion que se repiten los niños en las habitaciones y no al contrario. VR2,4 = ^4 = 2*2*2*2= 16 Creo que esta bien echo, por es un resultado acorde con la cantidad de niños y de habitaciones. Lo que cambia la forma de ordenarlos es como seran repartidos en las dos habitaciones
P7	R/= Devido a que si importa el orden en como los jovenes hagan los trabajos, y por cada uno de los trabajos hay 2 formas de hacerlo. El Ejercicio es una Permutacion con Repeticion porque : - Entre los cuatro jovenes se pueden rotar para escojer las parejas. - Las parejas tambien pueden rotar. Para saber como se ordenan, por ejemplo: Andres y Benito el de matematicas. Clara y Daniel el de lengua. Pero en si Todos Pueden cambiar de orden y quedar de distinta forma. PR= 4!/ 2!*2! = 24 Creo que esta bien el Resultado, porque si hicieramos un conteo manualmente no daria ni un numero tan grande ni tan bajo.
P8	R/= Los Autos se reparten en 3 puestos. Importa el orden. El ejercicio se resuleve con una variacion. Porq no es lo mismo que Beatriz guarde el coche en elo garaje 1 que en el 4 o en el 5. V5,3 = 5!/ (5-3)! = 5!/2! = 60 Esta bien, porque Haciendolo manual mente en una hoja me dio el mismo resultado.
P9	R/= A Cada Uno Le tocan de a 2 Cromos, No se Repiten los Cromos, cada uno puede tener 2 cromos. Ejemplo: Maria Puede Tener el 1-2 y Carmen el 3-4 O Maria Tiene el 3-1 y Carmen el 2-4

	El ejercicio es una Variacion. V4,2= 4!/(4-2)! = 4!/2! = 12 Ya que cada una puede tomar de a 2 a eleccion, y no toman los mismos.
P10	R/= Se pueden repetir los elementos, si importa el orden, porque no es lo mismo tener uno de los numeros al principio que al final. Es Una Variacion con Repeticion : VR= 43 = 4*4*4 =64 Creo que esta bien resuelto porque de los 4 numeros solo tomo 3 XD
P11	R/= A) es una variación por que importa el orden en que lleguen los ciclistas y el objetivo son el primero el segundo y el tercero los cuales contienen la medalla de oro plata y bronce y también ´por que no entran todos los elementos y no se puede repetir por que el objetivo principal es la medalla de oro. V12,3 = 12!/(12-3)!= 12*11*10*9!/9!=12*11*10=1320 B) Es una permutacion repetida ya que esta ves si entran todos los elementos que vendrian siendo las 12 naciones participantes. PR = 12!/4!*3!*2!*2!*1!=12*11*10*9*8*7*6*5*4!/*4!*3!*2*2=19´958.400/12=1´663.200
P12	R/= Es una permutacion con repeticion, ya que si importa el orden y por que entran todos los elementos e incluso tabn es importante tener en cuenta las formas en que se repiten y se organizan las cartas. 5!/1!1!3!=5*4*3!/3!=20 Las formas en las que las cartas se pueden colocar son 20 veces sobre la mesa.
P13	R/= Es una combinacion, por que no entran todos los elementos ya que todos los alumnos no pueden borar la pizarra,no importa el orden en el que se borre el pizarronni mucho menos se repite. c5!,3!(5-3)!=5*4*3!/3!2=20/2=10 Haciendo en una hoja la solucion dio resultado exacto . :D

El estudiante trabajó conjuntamente con el compañero Douglas. Las resoluciones de los problemas 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 son las mismas. La diferencia en la resolución del problema 3 con respecto a la que realiza el compañero Douglas, radica en el orden en que presentan los datos: Juan presenta primero el análisis y descripción de los datos para comprenderlo, luego el algoritmo matemático, la solución y además agrega "*Aparte, Solo queremos poner 3 cartas en 4 sobres de cualquier color*" y Douglas primero presenta el algoritmo matemático, la solución y luego el análisis y descripción de los datos.

En la resolución del problema 6 la diferencia está en que Douglas, al principio tiene lo siguiente: "*R=/ es una variacion con repeticion ya que :*

a)no entran todos los elementos

b)si importa el orden

c)se repiten los elementos"

Lo siguiente que presenta en la resolución es igual a la presentada por Juan.

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	4, 6, 7, 8, 9, 10	1, 2, 3, 5, 11, 12, 13	0	0
Total	6	7	0	0

El estudiante emplea unos pasos para resolver aunque no los usa en el mismo orden para todos los problemas: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución.

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

Para ayudarse en la resolución de los problemas el estudiante usaba algunos recursos: "*Graficas si y dibujitos también*".

La forma en que identificaba la operación con la cual resolver los problemas era por comparación con los ejemplos y teorías consignadas en su cuaderno: "*Si no que con el cuaderno yo tenía copiado todo eso, por ejemplo si los elementos entran y yo iba buscando uno, paso por paso y el que se me asemejara más o el que tuviera todos los pasos completos pues de esa forma lo hacía*". Por ejemplo, para determinar si era una combinación, expresa: "*Pues por ejemplo, mi cuaderno decía… había varios pasos, por ejemplo si un elemento entraba o si no entraban los elementos entonces yo miraba, en este problema no entran o si entran y ahí si miraba todos los pasos de combinación y si me daba por ejemplo todos los pasos que estaban ahí, pues lo hacía de la forma de combinación*".

El estudiante verificaba sus soluciones comparando con las de los compañeros: "*comparaba mis problemas y mis soluciones con la de los demás y si eran parecidas, pues las dejaba así si era, si veía que yo tenía muchos errores o que todos tenían diferente a mí las cambiaba*".

Acerca de los pasos que seguía para resolver los problemas, manifiesta: "*yo simplemente volvía a reescribir el problema de una forma más sencilla, luego ponía la solución y luego ponía un por qué de la solución y ya, era todo*". Esto es coherente con las formas de resolución que tiene en la Wiki: lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. Para el estudiante la resolución de un problema es un procedimiento en el cual hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser posible que ejecute pasos originales que no había ensayado para dar la respuesta (Polya, 1945; Luria y Tsvetkova, 1981).

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

El estudiante interactúa por medio de los comentarios en la Wiki para dar respuesta a las apreciaciones de los compañeros: "*aaa Pai Yo no He Entendido Bien, Le Voy a Decir a Marcos q me Explique*", "*Haha Sizas .. Habia Copiado Algunos Pasos … Pero Ya Los Arregle y Lo Cambie, Si Quiere Revise que ya Ninguno Esta Igual ;)*" En la página del compañero implicado en el comentario anterior le expresa: "*Arias Yo me Guie En als Explicaciones !! Espero no le Moleste Eso … Esq No se Explicar Bien*", "*Bien Arias ! Ya Cambie las Explicaciones que tenia Suyas .._ Asi que ya no Hay ningun Problema ;)*" A otro compañero le expresa: "*Hector Ya Arregle Las que Teniamos Iguales ;) Revise y me Avisa :D*", "*Hector, Esque Douglas y Yo lo Resolvimos, Pero Como no Sabiamos Explicar Bien … Leiamos el Suyo, Bueno yo Leia el De Arias y Sacabamos las Ideas :D*" y a este mismo compañero le expresa: "*Creo que la 11 Esta Mala ;) Revisa Bien el Ejercicio o Pa Saber si la Tengo Mala Yo ..*".

Hace una intervención para solicitar las apreciaciones de los compañeros a las resoluciones que él hace: "*Hola … Comentenme, Para saber si Tengo algun Error y asi Poderlo Solucionar … o Si Los Ejercicios Estan Bien ..*".

Hace revisiones en las páginas y resoluciones de los compañeros y les aporta: "*Explica el Proceso ..*", "*Creo q Esta Bien Echo :P*", "*Faltan Varios !! Moral ps*", "*No Entendi Muy Bien Esta Forma de Hacer la Solucion, Podrias Explicar Los Pasos Desde el Inicio Del Problema.*", "*Ey Si, Falta el 8, 12 Y 13*", "*Vero Falto el 13 !*"; "*Intente Explicar Los Problemas ....*", "*Ponga el Proceso.*", "*Eso Titi, Aunke la Cosa no era Tanto de Imagenes, Sino de Argumentar y Explicar :D*", "*Eso mijo ASI Es !*"

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	18	2	2

Es uno de los estudiantes que más páginas de la Wiki recorrió y que más páginas comentó. Como es mencionado en http://www.eduteka.org/ProyectosColaborativos.php los trabajos en grupo permiten a los estudiantes estar enfocados o concentrados en su actividad académica y les exigen mayor esfuerzo para mejorar la calidad de sus tareas, ya que estas harán parte del trabajo conjunto con otras personas y esto se evidenció en las distintas actividades desarrolladas por Juan.

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

El estudiante hacia pareja de trabajo con el compañero Douglas, estudio de caso Nº 5. Resolvían en el cuaderno y luego transcribían a la Wiki: "*Pues mi compañero era Douglas Sarrazola y entre él y yo resolvíamos los problemas en un cuaderno y ya luego pensábamos como pasarlo a la página*". Cuando le colaboraba a otro compañero era "*con comentarios, lo máximo comentarios*" y para aclarar dudas con los compañeros lo hacía "*cara a cara, yo al que le preguntaba era a Jorge Arias o a Héctor Osorio porque ellos saben un poco de eso, entonces les preguntaba de frente así aquí en el colegio*". En la Wiki se evidencia que también les preguntaba por los comentarios.

El estudiante valora los comentarios en la Wiki como recurso apropiado para comunicarse e interactuar con los compañeros: "*La verdad fue más que todo con comentarios, porque no usaba mucho el chat y el otro. Con los comentarios uno miraba cuales problemas estaban bien o los compañeros que le corregían a uno, entonces uno revisaba otra vez el ejercicio y así solucionaba más fácil*". El uso de los comentarios es visto como recurso que posibilita la comunicación para ver, preguntar, modificar, corregir entre varios compañeros las resoluciones. Lo manifestado es corroborado con los aportes que hace en las páginas de los compañeros a través de los comentarios.

Valora positivamente el trabajar en compañía pues al indagarle por las dificultades que tuvo para solucionar algún problema expresa: "*La verdad no, como yo estaba con un compañero lo hacíamos más fácil*". Para este estudiante se aplica la concepción de colaboración expresada por Panitz (2001), entendida como una filosofía de la interacción y un estilo de vida personal en el cual los individuos son responsables de sus acciones, incluyendo el aprendizaje y el respeto de las capacidades y las contribuciones de sus compañeros.

5.2.1.13 Estudio de caso Nº 13

Identificación de la estudiante: Marlly

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 16. Estudio de caso Nº 13: Marlly. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE LA ESTUDIANTE
P1	se hizo cuenta de las cuatro fichas, hay 2 azules 1 roja y una blanca, las azules se repiten,con esto llegamos a la conclusion de que se toman todoslos elementos del conjunto y es una permutacion repetida. este es el procedimiento = 4! / 2! 1! 1! = 4*3*2! / 2! = 12 se cancelo 2! con 2!
P2	R// C5,1. C6,1. C3,1. C6,1 5!/1!(5,1)!. 6!/1!(6-1)!= 5/1. 6/1 = 30 3!/1!(3-1)!. 6!/1!(6-!)! = 3/1. 6/1= 18 = 540 S E PUEDE ELABORAR DE 540 MANERAS EL PRODUCTO PASA UNA VEZ POR CADA TIPO DE MAQUINA, PASO POR LAS 5 MAQUINAS DE LA A, POR LAS 6 DE LA B, POR 3 DE LA C Y 6 DE LA D. SE USARON LAS COMBINACIONES,PORQUE NOSE TOMAN TODOS LOS ELEMENTOS Y PORQUE NO IMPORTA EL ORDEN.
P3	este es el procedimiento : c 4,3 __4!____ = __4_*_3!_ = 4 3!(4-3)!= 3! * 1! usamos una combinacion por que no entran todos los elementos y por que no

	importa el orden :D
P4	se puede afirmar que son variaciones repetidas por la forma en que se pueden repartir los coches de maneras iguales a fernando, luis y teresa y se toma en cuenta el orden por que siempre va a ver una preferencia a alguno, un ejemplo a fernando se le dan 2 coches, a luis 1 y a teresa 1, la preferencia es para fernando y se puede repetir en este caso con cualquiera de los 3 como darle 2 coches a teresa y 1 y 1 a fernando y a luis, lo mismo se puede hacer con luis y muchos otros mas. este es el procedimiento: VR 3^4 = 3*3*3*3= 81 esta solucion es coherente por que al repartice los coches se da en muchas variaciones, como se pudene dar en formas repetidas el resultado da mas alto, ;)
P5	se puede afirmar que son permutaciones normales por que entran todos los elementos al tomarse todas las bolas de la urna , no importa el orden y no se repiten. P 3! = 3*2*1 = 6 el resultado es correcto por que en la primera opcion tenemos 3 posibilidades, la segunda bola 2 y a la tercera 1 y un ejemplo si en la urna hubiesen 6 elementos seria una permutacion asi : 6! 6*5*4*3*2*1
P6	VR 2,4 :2^4 : 2*2*2*2: 16 son variaciones repetidas por como se pueden organizar los niños en las habitaciones ya sea dejando a berta enel salon y a alicia, carlos y diana en la buhardilla, lo mismo se haria dejando a diana en el salon y a los otros tres en la buhardilla este se repetiria con los otros, e importaria el orden por que se podra poner a alguno en una habitacion y dejando los tres aparte de el en otra habitacion se tendria una preferencia por alguno .
P7	PR: 4! / 2! * 2! = 24 / 4 = 6 es una permutacion repetida por que entran todos los elementos del conjunto, importa el orden y se pueden repetir, por que importa cuando se toman los dos chicos que realizaron el trabajo de matematicas, pasarlos a hacer el trabajo de lengua, esto cuenta por que hacen actividades diferentes y siendo los mismos
P8	son variaciones por que no entran todos los elemtos, si importa el orden y no se repiten los elemento, por que al darle un garaje por ejemplo a: angel, un segundo a carmen y un cualquier de los 3 que quedan a beatriz, asi se daria el orden con cualquier de las tres personas y no entran todos porque no se ocupan todos los garajes, esta es la solucion: R/ = V5,3 = 5!/(5-3)! = 5!/2! = 5*4*3 = 60

	pueden aparcar su coches de 60 formas diferentes
P9	es una combinacion, por que no entran todos los elementos al no darle a una de las dos todos los cromos, no se repiten por que cada cromo esta enumerado y las dos siempre tendran diferentes y no importa el orden, por que carmen al tener las cartas 1 y 4 es lo mismo si las tiene 4 y 1 al igual con maria. C4,2 = 4!/2!(4-2)! = 4*3*2!/2!*2! = 12/2 = 6 se pueden repartir los cromos de 6 formas.
P10	son variaciones con repeticion por que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una bola de las cuatro al azar con tres posibilidades de escojer, se repiten por que se vuelve y se mete la bola que se saca con la posiilidad de volverla a cojer y si importa el orden por que no es lo mismo tener 262 a 226. esta es la operacion V4,3 = 4^3 = 4*4*4 = 64 podemos obtener 64 numeros de tres cifras.
P11	solucion a.es una variación, importa el orden por que solo uno ocupa el oro, la plata y el bronce, no se repiten por que 2 no pueden obtener la misma posición, y no entran todos los elementos por que solo 3 de 12 obtiene medallas. este es el proceso : v12,3 = 12!/(12-3)! = 12*11*10*9!/9! = 12*11*10 = 1320 b.es una permutación repetida importa el orden por como lleguen los corredores de el mismo pais, entran todos los elementos por que se toman todas la naciones y sus participantes y estos se repiten esta es la operacion : pr = 12!/4!*3!*2!*2!*1! = 12*11*10*9*8*7*6*5*4!/4!*3!*2*2 = 19'958.400/12 = 1'663.200
P12	es una permutacion repetida por que entran todos lo elementos, importa el orden al ponerse de formas diferentes, y se repiten. esta es la operacion: pr = 5!/1!1!3! = 5*4*3!/3! = 20 las cartas en la mesa se pueden colocar de 20 formas
P13	es una combinacion por que no entran todos los elementos osea los alumnos todos no pueden borrar la pizarra, no importa el orden y no se repiten al no tomar a algun alumno como preferido o favorito. este es el proceso: c5,3=5!/3!(5-3)!=5*4*3!/3!2=20/2=10 se pueden elegir de 10 formas los alumnos.

En la resolución del problema 1 la estudiante hace un análisis de los datos y los describe para entender lo pedido, determina la operación, realiza el algoritmo matemático y da la solución.

En la resolución de los problemas 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 la estudiante comienza indicando la operación con la cual se resuelve el problema, las características de la misma y los datos del problema, luego realiza el algoritmo matemático, da la solución y expresa su opinión de la solución encontrada en las resoluciones de los problemas 4 y 5, en las otras resoluciones solamente da la solución.

En la resolución de los problemas 2, 3, 6 y 7 la estudiante empieza indicando el algoritmo matemático y da el resultado; en la resolución del problema 2 analiza y describe los datos, en la resolución del problema 3 explica porque escogió la operación y en la resolución de los problemas 6 y 7 explica la operación, analiza sus características y describe los datos del problema.

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1	4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13	2, 3, 6, 7	
Total	1	8	4	0

La estudiante emplea unos pasos para resolver aunque no los usa en el mismo orden para todos los problemas: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución.

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

La estudiante hace uso de dibujos para comprender mejor los problemas: "*un dibujo para saber cómo podía salir el resultado, [...] utilizábamos el cuaderno para hacer dibujitos, para saber cómo se podía distribuir y todo eso*".

La estudiante identificaba el tipo de operación con la cual resolvía los problemas con las notas personales y preguntando a los compañeros: "*Leyendo lo que teníamos suministrado en el cuaderno, porque ahí decía, ahh si por ejemplo es una combinatoria, se hace tal proceso y así sale ¿cierto? y también le preguntaba a Cheo: ah Cheo ¿qué tal esto? y ya él me explicaba*". Cuando leía en el cuaderno, comparaba los problemas y las resoluciones que allí tenía y así buscaba características comunes con el nuevo problema: "*porque uno también hay veces se enreda, entonces como casi era el mismo procedimiento entonces ya uno iba al cuaderno, miraba, entonces es permutación, entonces veía los símbolos y todo eso y ya más o menos entendía*".

La forma en que la estudiante verificaba la solución era rehacer el procedimiento y preguntarle a los compañeros: "*Más que todo con la calculadora, porque uno volvía a hacer el problema y también, por lo que pues por lo que uno le preguntaba ah Cheo, entonces tal cosa, entonces ya él le explicaba, - ah da esto y esta bueno-*".

Lo expresado por la estudiante en la entrevista concuerda con sus resoluciones en la Wiki. Hay uso de un heurístico, aunque sus pasos no se den en el mismo orden para todos los problemas.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

La estudiante hace poco uso de los comentarios en la Wiki. Los comentarios que realiza son para animar a los compañeros: "*BIEN MAZO VAMOS PROGRESANDO XD*", "*este mazo si es mero texo jajajajajjajajajjaja*" para comentar las resoluciones de los compañeros: "*vero pero no copie y pegue jajjajaja la kiero muxoooo julcar forever*" y "*cheo y haber el otro :D*"

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	1	1	2

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

La estudiante manifiesta tener más interés al trabajar en la sala de sistemas porque: "*uno se interesa más ahí con todos los del salón y pues, todo eso*" y en esa interacción "*Pues, me explicaban todo lo que yo no entendía, y todo eso*". Además, la colaboración que le daban era presencial "*el que más me explicaba era Cheo, que yo le decía ah Cheo no entiendo esto, y ya el me explicaba todo eso*", "*ah Cheo, es que no entiendo tal cosa, para ver si me explica y ya el me explicaba.*"

Al preguntarle si utilizaba los comentarios en la Wiki, expresa: "*Si, unos más que todo, más que todo los que le hacía Cheo a Héctor y todo eso, que le decía, ¡a no eso esta malo! por tal cosa y que todo eso*" y la forma en que los usaba era: "*Pues, uno preguntaba, cierto? y ellos ahí mismo, -- mira de tal forma-- que yo no sé qué--, entonces ya los otros, ¡a eso era lo que me faltaba! y todo eso*". La estudiante le vio utilidad a los comentarios, aunque ella los usó muy poco, para observar y ayudarse con las resoluciones de los problemas realizadas por los compañeros.

5.2.1.14 Estudio de caso Nº 14

Identificación del estudiante: Sergio

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 17. Estudio de caso Nº 14: Sergio. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	se hizo cuenta de las cuatro fichas, hay 2 azules 1 roja y una blanca, las azules se repiten,con esto llegamos a la conclusion de que se toman todoslos elementos del conjunto y es una permutacion repetida. este es el procedimiento = 4! / 2! 1! 1! = 4*3*2! / 2! = 12 se cancelo 2! con 2!
P2	este es el procedimiento : c5,1 ° c6,1 ° c3,1 ° c6,1 5!/1!(5-1)! º 6!/1!(6-1)! º 3!/1!(3-1)! º 6!/1!(6-1)! = 5/1 º 6/1 º 3/1 º 6/1 = 540 se puede elaborar de 540 maneras, el producto pasa una vez por cada tipo de maquina, paso por las 5 maquinas de la A, por las 6 de la B, por las 3 de la C y por las 6 de la D, se uso la combinacion, por que no se toman todos los

	elementos y por que no importa el orden.
P3	este es el procedimiento : c 4,3 __4!____ = __4_*_3!_ = 4 3!(4-3)!= 3! * 1! usamos una combinacion por que no entran todos los elementos y por que no importa el orden :D
P4	se puede afirmar que son variaciones repetidas por la forma en que se pueden repartir los coches de maneras iguales a fernando, luis y teresa y se toma en cuenta el orden por que siempre va a ver una preferencia a alguno, un ejemplo a fernando se le dan 2 coches, a luis 1 y a teresa 1, la preferencia es para fernando y se puede repetir en este caso con cualquiera de los 3 como darle 2 coches a teresa y 1 y 1 a fernando y a luis, lo mismo se puede hacer con luis y muchos otros mas. este es el procedimiento: VR 3^4 = 3*3*3*3= 81 esta solucion es coherente por que al repartice los coches se da en muchas variaciones, como se pudene dar en formas repetidas el resultado da mas alto, ;)
P5	se puede afirmar que son permutaciones normales por que entran todos los elementos al tomarse todas las bolas de la urna , no importa el orden y no se repiten. P 3! = 3*2*1 = 6 el resultado es correcto por que en la primera opcion tenemos 3 posibilidades, la segunda bola 2 y a la tercera 1 y un ejemplo si en la urna hubiesen 6 elementos seria una permutacion asi : 6! 6*5*4*3*2*1 . ;)
P6	VR 2,4 :2^4 : 2*2*2*2: 16 son variaciones repetidas por como se pueden organizar los niños en las habitaciones ya sea dejando a berta en el salon y a alicia, carlos y diana en la buhardilla, lo mismo se haria dejando a diana en el salon y a los otros tres en la buhardilla este se repetiria con los otros, e importaria el orden por que se podra poner a alguno en una habitacion y dejando los tres aparte de el en otra habitacion se tendria una preferencia por alguno .
P7	PR: 4! / 2! * 2! = 24 / 4 = 6 es una permutacion repetida por que entran todos los elementos del conjunto, importa el orden y se pueden repetir, por que importa cuando se toman los dos chicos que realizaron el trabajo de matematicas, pasarlos a hacer el trabajo de lengua, esto cuenta por que hacen actividades diferentes y siendo los mismos

P8	son variaciones por que no entran todos los elemtos, si importa el orden y no se repiten los elemento, por que al darle un garaje por ejemplo a: angel, un segundo a carmen y un cualquier de los 3 que quedan a beatriz, asi se daria el orden con cualquier de las tres personas y no entran todos porque no se ocupan todos los garajes, esta es la solucion: R/ = V5,3 = 5!/(5-3)! = 5!/2! = 5*4*3 = 60 pueden aparcar su coches de 60 formas diferentes
P9	es una combinacion, por que no entran todos los elementos al no darle a una de las dos todos los cromos, no se repiten por que cada cromo esta enumerado y las dos siempre tendran diferentes y no importa el orden, por que carmen al tener las cartas 1 y 4 es lo mismo si las tiene 4 y 1 al igual con maria. C4,2 = 4!/2!(4-2)! = 4*3*2!/2!*2! = 12/2 = 6 se pueden repartir los cromos de 6 formas.
P10	son variaciones con repeticion por que no entran todos los elementos al meterlos en el bombo y escojer una bola de las cuatro al azar con tres posibilidades de escojer, se repiten por que se vuelve y se mete la bola que se saca con la posiilidad de volverla a cojer y si importa el orden por que no es lo mismo tener 262 a 226. esta es la operacion V4,3 = 4^3 = 4*4*4 = 64 podemos obtener 64 numeros de tres cifras.
P11	solucion a.es una variación, importa el orden por que solo uno ocupa el oro, la plata y el bronce, no se repiten por que 2 no pueden obtener la misma posición, y no entran todos los elementos por que solo 3 de 12 obtiene medallas. este es el proceso : v12,3 = 12!/(12-3)! = 12*11*10*9!/9! = 12*11*10 = 1320 b.es una permutación repetida importa el orden por como lleguen los corredores de el mismo pais, entran todos los elementos por que se toman todas la naciones y sus participantes y estos se repiten esta es la operacion : pr = 12!/4!*3!*2!*2!*1! = 12*11*10*9*8*7*6*5*4!/4!*3!*2*2 = 19'958.400/12 = 1'663.200
P12	es una permutacion repetida por que entran todos lo elementos, importa el orden al ponerse de formas diferentes, y se repiten. esta es la operacion: pr = 5!/1!1!3! = 5*4*3!/3! = 20 las cartas en la mesa se pueden colocar de 20 formas
P13	es una combinacion por que no entran todos los elementos osea los alumnos todos no pueden borrar la pizarra, no importa el orden y no se repiten al no

	tomar a algun alumno como preferido o favorito. este es el proceso: c5,3=5!/3!(5-3)!=5*4*3!/3!2=20/2=10 se pueden elegir de 10 formas los alumnos.

El estudiante Sergio trabajó conjuntamente con la estudiante Marlly, estudio de caso Nº 13, en el mismo computador cuando estaban en la sala de sistemas. Las resoluciones de la estudiante Marlly son las realizadas por Sergio. En la sala de sistemas se notaba el trabajo de Sergio y luego la estudiante Marlly copiaba las resoluciones de Sergio en su página personal. Todas las resoluciones de Marlly y Sergio son iguales.

En la resolución del problema 1 el estudiante hace un análisis de los datos y los describe para entender lo pedido, determina la operación, realiza el algoritmo matemático y da la solución.

En la resolución de los problemas 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 el estudiante comienza indicando la operación con la cual se resuelve el problema, las características de la misma y los datos del problema, luego realiza el algoritmo matemático, da la solución y expresa su opinión de la solución encontrada en las resoluciones de los problemas 4 y 5, en las otras resoluciones solamente da la solución.

En la resolución de los problemas 2, 3, 6 y 7 el estudiante empieza indicando el algoritmo matemático y da el resultado; en la resolución del problema 2 analiza y describe los datos, en la resolución del problema 3 explica porque escogió la operación y en la resolución de los problemas 6 y 7 explica la operación, analiza sus características y describe los datos del problema.

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	1	4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13	2, 3, 6, 7	0
Total	1	8	4	0

El estudiante emplea unos pasos para resolver aunque no los usa en el mismo orden para todos los problemas: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. Se destaca en la página de Sergio el uso de imágenes para contextualizar los problemas y sus resoluciones. El estudiante busca imágenes acorde a los datos de cada problema y de esta forma ilustra sus resoluciones. De este estudiante se puede afirmar que la resolución de un problema es un procedimiento en el cual hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser posible que ejecute pasos originales que no había ensayado para dar la respuesta (Polya, 1945; Luria y Tsvetkova, 1981).

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

El estudiante comenta que las dificultades para entender los problemas radicaba en la no atención y en la distracción: "*Pues uno no lo entendía porque… la única forma de que uno no entienda es sino paraba bolas, si le da pereza. Porque a* *otros era por buscar… pues los distraía Internet*". Comenta que internet era un distractor: "*Pues, a mi no, yo primero era los ejercicios de la wiki*". No usó recursos como esquemas, dibujos o diagramas: "*No porque eran sencillos, pues, no necesité hacerlo*".

Al preguntarle por la forma en que identificaba la operación con la cual resolver el problema, el estudiante expresa que es según las características del problema: "*Como se formulaba el problema, pues por… por cómo se colocaban o en un objeto o en una persona y a lo que se repartía, o el objeto que se le repartía a la persona, se pueden decir que eran repetidas o que entraban todos los elementos del conjunto*". A la pregunta por la forma en que identificaba una permutación, dice: "*Entraban todos los elementos*" en la variación: "*No entran todos los elementos... importa el orden en las dos*" y en la combinación: "*porque no importa el orden, no se repiten y no entran todos los elementos del conjunto*". Se nota una buena conceptualización de las operaciones lo que le permite resolver con mayor precisión los problemas.

La forma en que verificaba la solución era por comparación: "*pues, me basaba en cada una de los, de los ejercicios, pues en cada una de las combinaciones o permutaciones o variaciones y era especifico, pues como se hacía cada una era especifico. Yo miraba a cada ejercicio de como se hacía, a cada variación y solo me daba una, y ya… de esa forma la captaba*". Al preguntarle si seguía pasos para resolver los problemas, dice: "*si, primero que todo eso… pues la forma más común como una la hace es así. Pues en desorden uno se complica más*". Lo expresado en la entrevista es coherente con los procesos de resolución en la Wiki.

3. Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki

El estudiante tuvo participación activa a través de los comentarios en la Wiki. Sus aportes son para responder a las preguntas de los compañeros: "*por que entran todos los elemtos del conjunto y estos se repiten !*", "*viejo lasmismapalabra lodice y uno porlogica saca la conclusion al leer el problema, no importa el orden por que varia la combinacion de colores !*", "*viejo que pregunta tan .... ledigo que en la vr importa el orden y se repiten los elemtos = no es poner duplicar a diana , no se por que ust dijo eso((loco)) ; es por que como sepuede dejar a diana en un salon, se puede dejar a carlos o a berta y en cualquier caso los otros 3 en otro*" a la pregunta de un compañero en la página de otro estudiante, Sergio responde: "*no es una variacion es una combinacion ! yo lo hice y me quedo bn no lo he pasado a mi pagin apor que marlly me tiene el cuaderno ! :D*" y seguidamente dice: "*y hector su respuesta de por que es una permutacion esta incompleta*".

También usa los comentarios en la Wiki para preguntarle a los compañeros: "*y por que se le llama permutacion repetida ?*", "*si es combinacion por que y que es una combinacion?? jaja*".

Usa los comentarios para corregirle a los compañeros las resoluciones: "*no es permutacion el 2 es combinacion y el resultado de el ultimo esta malo corrija !*", "*malo ! el ultimo corrijalo todo eso nunca da 4*", "*se tiene que plantear mejor el ejercicio, douglaz esta mala la respuesta ! y ademas por que es una permutacion?*".

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	15	2	0

4. Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista

El estudiante tuvo interacción con sus compañeros, fuese presencialmente o a través de los comentarios. Manifiesta que desde la casa y desde la sala de sistemas tenía interés por trabajar en la Wiki: "*Porque desde la casa, pues, me sentía más tranquilo porque no estaban los otros amigos que me distrajeran así al lado. Y en el colegio porque tenía más posibilidades de… pues de interactuar con los compañeros y posibilidad de…, pues de, de generar polémica con las respuestas*". Las discusiones, las polémicas eran constantes en la mayoría de problemas propuestos al proponer una solución y debatir con los compañeros que opinaban diferente.

Al preguntarle por el lugar en donde se sentía mejor trabajando, manifiesta: "*desde el colegio porque es mejor, pues, uno coge las preguntas que uno tenga, las incógnitas que uno tenga, al profesor se las dice o a los compañeros también. Las debatimos*".

El estudiante colaboró con las resoluciones de los compañeros y se apoyó de la de ellos y sobre todo los debates eran con el compañero Hector, estudio de caso Nº. 8, analizado anteriormente: "*pues con…, Por ejemplo con el compañero Hector que él me… yo le preguntaba, yo le decía ¿usted cómo la hizo? Y yo, pues, yo lo miraba a él, y yo miraba lo que él hizo, y después él y yo empezábamos a alegar* *entre nosotros de cómo era y después llegábamos a la conclusión, y ya, si yo a veces tenía malo y él a veces tenía malo y yo sacaba de mi parte y él de la parte… entonces aprendíamos de los dos así*” de estos debates muchos otros compañeros se beneficiaban.

La forma de colaborarle a los compañeros que le preguntaban era: “*Explicándoles el procedimiento de los ejercicios: de las combinaciones, variaciones, permutaciones, pues como se hacía todo desde el principio*”.

Las dudas que tenía el estudiante eran por el procedimiento y por la pregunta de cada problema y para entender esto recurría a la colaboración de los compañeros, así lo manifiesta: “*pues la mayoría de dudas era… por el procedimiento pues porque las respuesta no me… la respuesta uno la da muy fácil, pues el procedimiento era lo más difícil cierto? y pues, como se formulaba la pregunta también porque a veces no entendía partes de la pregunta, pero después cuando me decían como era ya uno entendía muy fácil*”. Las preguntas a los compañeros eran de forma presencial: “*verbalmente pues por el chat casi no lo usaba*”.

Acerca de los comentarios en la Wiki, expresa: “*pues no sé si lo tomarán como medio para resolver los problemas... mas fácil por charla porque los comentarios que habían ahí era por joder*” y además que “*si todos vamos cogiendo conciencia de la página, pues, demás que ya si la tomemos en serio. Así como toda la página Web*”.

El estudiante hace uso de los comentarios en la Wiki e interactúa con los compañeros como lo manifiesta en la entrevista. Su página era una de las más vistas y el estudiante recorrió las páginas de los compañeros y les aportó en sus soluciones. Para este estudiante la colaboración es entendida como una filosofía de la interacción y un estilo de vida personal en el cual los individuos son responsables de sus acciones, incluyendo el aprendizaje y el respeto de las capacidades y las contribuciones de sus compañeros (Panitz, 2001).

5.2.1.15 Estudio de caso Nº 15

Identificación del estudiante: Mauricio

1. **Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la Wiki.**

Cuadro 18. Estudio de caso Nº 15: Mauricio. Resolución adecuada de problemas de combinatoria

PROBLEMA	DESCRIPCIÓN DE LA RESOLUCIÓN QUE HACE EL ESTUDIANTE
P1	PERMUTACIONES CON REPETICIÓN Entran todos los elementos, importa el orden y se pueden repetir. $PM = \dfrac{4!}{2! \times 1! \times 1!} = 12$ DESCRIPCIÓN: El 4! es el número de bolas en total, éste se divide por 2! que son las dos bolas azules, por 1! que es la bola blanca, y por 1! que es la bola roja; nos da como resultado 12 permutaciones. ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer la selección de las fichas? R: De 12 formas distintas
P2	COMBINACIONES No entran todos los elementos, no importa el orden y no se pueden repetir. Ver imagen ⇓ Combinación.bmp El producto debe pasar sólo una vez por cada máquina, por lo tanto se escribe

	el número de máquinas y se toma la vez que el producto pasará por alguna de ellas, o sea 1. ¿de cuantas maneras puede ser elaborado el producto si se utilizan las máquinas indistintamente? R: de 540 maneras
P3	COMBINACIONES No entran todos los elementos, no importa el orden y no se repiten los elementos. Se cancela $c\ 4,3 = \frac{4!}{3!\,(4-3)!} = \frac{4!}{3!\ 1!} = \frac{4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}\ 1!} = \frac{4!}{1!} = 4$ Se cancela cada sobre sólo puede contener a lo sumo, una carta, por lo tanto son combinaciones de 4 tomadas de a 3, siempre habrá un sobre que estará sin carta, o sea, que no se toman todos los elementos.
P4	Variación con repetición no entran todos los elementos, si importa el orden y se repiten los elementos. VR 34 = 3 X 3 X 3 X 3 = 81 siempre a alguno de los niños les tocará de a dos carros, pero existe la posibilidad que uno de ellos tenga todos los carros, entonces tomamos el número de niños (3) elevado al número de carros (4)
P5	3! = 6 tan simple como 3 factorial, este 3 factorial podría ser el número de bolas o los dígitos 2, 4 y 7 teniendo en cuenta que las bolas están enumeradas sólo con los dígitos 2, 4 y 7, es razonable que solo se puedan formar 6 números con estos dígitos
P6	Variación con repetición no entran todos los elementos, si importa el orden y se repiten los elementos. VR24 = 2 X 2 X 2 X 2 = 16 el 2 son el número de habitaciones, y se eleva al número de niños por que los que son los niños para las habitaciones, no las habitaciones para los niños, las habitaciones siempre están quietas, mientras que los niños pueden variar
P7	Permutación con repetición Es una permutación porque influye el orden en que se colocan los elementos, se toman todos y se dispone de elementos repetidos $PR: \frac{4!}{2! \times 2!} = 24 / 4 = 6$ el 4! es el número de amigos que se tiene, y el 2! es el número de trabajos que hay que realizar, luego le sacamos cuarta a 24, y esto nos da 6, en cuanto a

	resultado, tiene mucho sentido que este sea 6, ya que son pocos jóvenes y solo 2 trabajos por realizar.
P8	Variación no entran todos los elementos, si importa el orden y no se repiten los elementos. $V5,3= \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 X 4 X 3 = 60$ tenemos 5 plazas, y solo tres coches, no entran todos los elementos porque dos plazas necesariamente tienen que quedar vacías diariamente. el 5! es el número de plazas, y el 3 es el número de coches, por ende, variación de 5, tomados de a 3. El resultado de esta operación fue 60, resultado lógico y razonable teniendo en cuenta que hay 5 espacios para solo 3 coches.
P9	Variación no entran todos los elementos, si importa el orden y no se repiten los elementos. $V4,2= \frac{4!}{(4-2)!} = 4 X 3 = 12$ Fue resuelto por variaciones por que no entran todos los elementos, ya que a cada niña le tocan de a 2 cromos y no de a 4, si importa el orden ya que los cromos están enumerados y no se repiten los elementos. El 4 es el número de cromos y el 2 es el número de personas para las que van dirigidos los cromos.
P10	Variación con repetición No entran todos los elementos, si importa el orden y se repiten los elementos. VR43= 4 X 4 X 4 = 64 decimos que es variación con repetición porque cada bola puede ser elegida hasta 3 veces, importa el orden porque las bolas están enumeradas y no entran todos los elementos porque siempre hay una bola que no sale del bombo.
P11	A- COMBINACIONES No entran todos los elementos, no importa el orden y no se repiten los elementos. $C12,3= \frac{12!}{3!\,(12-3)!} = \frac{12!}{3!\,9!} = \frac{12 X 11 X 10}{3!} = 220$ no entran todos los elementos, ya que solo 3 personas, de los 12 que hay, estarán en el oro, plata y bronce; no importa el orden y ninguno puede estar en oro y plata al mismo tiempo, o sea, no se repiten los elementos. El 12 es el número de ciclistas, y el 3 es el número de medallas.

	B- Variación con repetición no entran todos los elementos, si importa el orden y se repiten los elementos. V5,3= 53 = 5 X 5 X 5 = 125 no entran todos los elementos, ya que solo es una persona por nacionalidad, si importa el orden ya que todos son de nacionalidades distintas y se pueden repetir los elementos. El 5 son las nacionalidades distintas, y el 3 es el número de medallas.
P12	permutación con repetición - Es una permutación repetida ya que entran todos lo elementos, importa el orden, y se pueden repetir $PR= \frac{5!}{3!\ 1!\ 1!} = \frac{5 X 4 X 3!}{31\ \ 1!\ \ 1!} = 20$ Entran todos los elementos porque se pondrán todas las cartas sobre la mesa, importa el orden porque todas están enumeradas, y se pueden repetir porque hay varias cartas C. el 5! es el número de cartas, divido 3! que es el número de cartas C, 1! la carta A, y 1! la carta B
P13	COMBINACIONES No entran todos los elementos, no importa el orden y no se repiten los elementos. $C\ 5,3 = \frac{5!}{3!\ (5-3)!} = \frac{5 X 4 X 3!}{3!\ \ 2!} = 10$ no entran todos los elementos, ya que la maestra solo elegirá a 3 de 5, no importa el orden porque todos son estudiantes y puede elegir a cualquiera, no se repiten los elementos porque un estudiante no puede ocupar dos lugares. El 5 factorial es el número de voluntarios para salir a la pizarra, y el 3 factorial es el número de estudiantes que se elegirá Y estos fueron todos los ejercicios, espero que los hayan entendido... Éxitos!!

El estudiante Mauricio trabajó conjuntamente con el compañero Jefry, estudio de caso Nº. 9. Las resoluciones de los problemas 1 y 13 son idénticas. Las demás resoluciones son diferentes.

Las resoluciones del estudiante Mauricio, a excepción de la resolución del problema 5, empiezan con el nombre de la operación con la cual resuelve y las características de la operación aplicadas al problema. Luego realiza el algoritmo, da el resultado y describe los datos del problema y la solución encontrada. En algunos casos menciona nuevamente la operación y justifica esa elección para resolver el problema. Un ejemplo es la resolución del problema 10: "*Variación con repetición No entran todos los elementos, si importa el orden y se repiten los elementos. VR43= 4 X 4 X 4 = 64 decimos que es variación con repetición porque cada bola puede ser elegida hasta 3 veces, importa el orden porque las bolas están enumeradas y no entran todos los elementos porque siempre hay una bola que no sale del bombo*".

La resolución del problema 5 empieza con el algoritmo y el resultado, luego analiza los datos y la solución encontrada: "3*! = 6 tan simple como 3 factorial, este 3 factorial podría ser el número de bolas o los dígitos 2, 4 y 7 teniendo en cuenta que las bolas están enumeradas sólo con los dígitos 2, 4 y 7, es razonable que solo se puedan formar 6 números con estos dígitos".*

En la siguiente tabla se relacionan los problemas y las formas de iniciar las resoluciones.

Forma de iniciar las resoluciones	Descripción de datos	Operación	Algoritmo	Resultado
Problemas	0	1 al 4 y del 6 al 13	5	0
Total	0	12	1	0

En la resolución del problema 11, en la parte A, el estudiante determina que no importa el orden para obtener las medallas de oro, plata y bronce y en consecuencia escoge la operación de combinación. La operación correcta es la variación al importar el orden de llegada. En la parte B escoge una variación con repetición y no tiene en cuenta que entran todos los ciclistas y por tanto la operación correcta es una permutación con repetición. Error al confundir el tipo de objetos (Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, 1996), dado que son distinguibles y entran todos los elementos del conjunto, para el caso del problema, los ciclistas.

En el estudiante es reiterado el uso de unos pasos para resolver 14 problemas y en la resolución del otro problema invierte esos mismos pasos: Lee y entiende el problema, determina la operación o estructura a la que pertenece y verifica la solución. En la resolución del problema 2 el estudiante realizó un dibujo donde plasma el algoritmo matemático para llegar a la solución del problema. Muchos compañeros le copiaron el dibujo y lo llevaron a sus páginas personales. El estudiante no siguió haciendo los dibujos para evitar se le copiaran.

2. Resolución adecuada de problemas de combinatoria en la entrevista

El estudiante se valía de varios recursos para comprender los planteamientos de los problemas: "*Usaba preguntas al profesor, a los compañero, los apuntes del cuaderno y fuera de que en la wiki también había un escrito que se llamaba teoría, estaba… permutaciones, variaciones y daban las descripciones de todas estas, entonces era fácil mirar cual era el caso*" Es uno de los pocos estudiantes que manifiesta el uso de la teoría presente en la Wiki para comparar las características y determinar las operaciones adecuadas para resolver los problemas.

El estudiante se valía de gráficas para comprender los planteamientos de los problemas: "*Si eran como graficas que se trabajaban en clase... usaba en paint, cosas así*".

Para identificar la operación con la cual resolver un problema, el estudiante manifiesta: "*Pues eso ya dependía del problema comparando en las descripciones que aparecían de variaciones, combinaciones, permutaciones en la página, en el cuaderno y comparando ya con el ejercicio, aa que no entran todos los elementos, que si entran, etcétera*". El estudiante comparaba los datos de los problemas con las características de cada operación.

La forma en que verificaba los resultados encontrados era por comparación: "*comparaba con otros…otras páginas… con otros resultados de otros compañeros*".

El estudiante seguía pasos estrictos para resolver los problemas: "*igual la actividad era, basada más que todo en el proceso que se hacía, entonces era muy estricto en el proceso, en la descripción, que si estuviera pues como entendible y ya*" Para el estudiante la prioridad es hallar la operación adecuada en el proceso de resolución del problema y entender el problema. En la entrevista el estudiante da cuenta del proceso que sigue para resolver el problema lo cual se evidencia en las resoluciones que hace en la Wiki.

3. **Interacción colaborativa mediante TIC en la Wiki**

El estudiante hace participación a través de los comentarios en su página personal y en la de los compañeros. Hace uso de los comentarios para responder los aportes de los compañeros: "*son permutaciones repetidas rostrete DA 12*", "*24, no?*", "*combinaciones de 4, tomadas de a 1*", "*a si ve mostro que me quedó toda linda :D*" Muchos compañeros le preguntan por las descripciones y responde: "*aún en proceso, no he terminado de he editar*", "*relajense home tortas que aún estoy editando*", "*relajelo relajelo que apenas acabo de terminar de editar*" Escribe a los compañeros para motivarles: "*Huy Titi Bn Bn¡¡ Se Be Que Te Esforsaste♥*", "*eso boso!!*" o hacerles sugerencias: "*cheo, tenía que dejar el anterior ejercicio*".

Hace comentarios para hacer correcciones del lenguaje: "*Cheo aprendé a escribir ! jajajajaja es así*", "*entonces es con C atarban*".

El resumen de los aportes está en la siguiente tabla.

	Colaborar Sugerir Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	16	4	2

4. **Interacción colaborativa mediante TIC según la entrevista**

El estudiante expresa que sentía interés por trabajar en la Wiki desde el colegio y desde su casa, pero con una tendencia a sentirse mejor en las clases: "*Desde el colegio había gran interés porque… porque era un espacio estrictamente para trabajar este, estos problemas, mientras que en la casa era más… como más* *personal, en el que uno también podría gastar el tiempo en otras cosas, o sea estar en varias, en varias tareas al mismo tiempo, pero… si pienso que en clase se trabajaba mejor esos problemas por el espacio*". En cuanto a la comodidad que sentía, manifiesta: "*pues en las dos me sentía muy cómodo, primero en el colegio porque se daba un espacio nada más para eso, pero debido al mal estado de las máquinas era mucho más cómodo en la casa*".

En cuanto a la forma en que se colaboraba con los compañeros manifiesta que era más de forma presencial: "*pues, la verdad es que los problemas los resolvimos… como… en el sector en el que estábamos, o sea yo estaba en un computador y con los del lado nos ayudábamos pues en los problemas, que aa este que es, este no es, y yaa nos ayudábamos de esa manera*" y a los compañeros que tenían errores: "*a los poquitos que les vi que les faltaba procesos o cosas así pues les ponía comentarios*".

Las dudas que le surgían eran acerca de la operación a utilizar para resolver un problema y buscaba en el cuaderno y con los compañeros: "*pues, yo casi siempre miraba era del cuaderno… y las dudas que me surgían eran casi siempre, si es variación, si es permutación y pues eso lo solucionábamos dentro del mismo salón*".

El estudiante manifiesta que no usó mucho los recursos de chat o comentarios, lo que más hizo fue interacción presencial: "*pues el recurso que mas usé fue… dialogar pues en el mismo salón*" pero el estudiante si hace uso de los comentarios en la Wiki e interactúa con los compañeros como lo manifiesta en la entrevista. Su página también era una de las más vistas y el estudiante recorrió las páginas de los compañeros y les aportó en sus soluciones. Se evidencia en este estudiante el concepto de colaboración expresado por Panitz (2001): La colaboración es entendida como una filosofía de la interacción y un estilo de vida personal en el cual los individuos son responsables de sus acciones, incluyendo el aprendizaje y el respeto de las capacidades y las contribuciones de sus compañeros.

5.2.2 TENDENCIA DE LOS 15 CASOS

En la resolución de los problemas, fue posible identificar tres tendencias en el proceso:

1. Una tendencia de los estudiantes al empezar la resolución de problemas consistió en la descripción y análisis de los datos del problema, luego, indicaban la operación con la cual resolvían el problema, seguido del algoritmo matemático, el resultado y en algunos casos la verificación o explicación de la solución.
2. Otra tendencia para empezar las resoluciones consistió en indicar la operación con la cual resolvían el problema, luego hacían un análisis de los datos del problema con las características de cada operación, seguían con el algoritmo matemático, el resultado, y en muchos casos la verificación o explicación de la solución.
3. En la tercera tendencia, fue posible identificar que la resolución, iniciaba con el algoritmo matemático, luego la descripción y análisis de los datos, la operación

y el resultado. Sólo dos estudiantes comenzaron las resoluciones con el resultado o solución del problema.

A manera de resumen en el cuadro 19, se sintetizan las diversas formas que utilizaron los 15 estudiantes para iniciar la resolución de los problemas. Se observa por ejemplo, que la descripción y análisis de los datos y la identificación de la operación son las formas como la mayoría de resoluciones son iniciadas.

Para identificar la operación con la cual se resuelve un problema, se debe hacer un análisis de los datos y comparar las características de las operaciones para identificar cual es la opción correcta para resolver. Los estudiantes que inician las resoluciones con la operación o con el resultado, han debido realizar antes un proceso de análisis, aunque no lo indiquen de manera escrita, para determinar la operación y hallar el resultado. Las resoluciones de los problemas son iniciadas con la descripción y análisis de los datos y la comparación de las características de las operaciones, que permiten la selección de la opción adecuada para resolver un problema.

Cuadro 19. Formas de empezar las resoluciones por cada problema.

PROBLEMAS	DESCRIPCIÓN DATOS	OPERACIÓN	ALGORITMO	RESULTADO	BUENA SOLUCIÓN
P1	8	5	0	2	15
P2	4	9	2	0	15
P3	5	3	7	0	15
P4	8	6	1	0	15

P5	7	5	3	0	15
P6	7	2	6	0	15
P7	8	1	6	0	15
P8	7	5	2	0	14
P9	6	6	3	0	7
P10	6	6	3	0	15
P11	3	12	0	0	10
P12	5	9	0	0	13
P13	5	9	0	0	14
Totales	79	78	33	2	178

El Cuadro 20 muestra el conteo de la forma como cada estudiante inicia la resolución de los problemas. De 192 resoluciones (el estudiante E6 no resolvió tres problemas, el P8, el P12 y el P13), se encuentra que 79 son empezadas con la descripción de los datos, 78 son iniciadas con el nombre de la operación con la cual resolver, 33 inician con el algoritmo matemático y 2 con el resultado o solución del problema. Se puede observar como la descripción de los datos y la identificación de la operación son las dos formas preferidas para iniciar las resoluciones. Se muestra también la cantidad de problemas con buen resultado por cada estudiante.

Se hace evidente que los estudiantes se pudieron concentrar en “encontrar caminos para la resolución de un problema, valorar la pertinencia de las estrategias de cálculo a emplear, discutir la coherencia de las respuestas obtenidas” (Barón, Rojas, y Salazar, 2003, p. 12) Además, “cuando los estudiantes disponen de herramientas tecnológicas, se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas” (NCTM, 2000, p. 24)

El enfoque de resolución de problemas para el trabajo en clase de matemáticas favoreció los procesos, razonamientos y dinámicas en las que se involucraron los estudiantes cuando resolvían problemas. Los estudiantes se vieron inmersos en “acciones que a través de la historia se han realizado para la construcción de conocimiento matemático: formulación de hipótesis, exploración de estrategias de verificación o refutación, realización de inducciones y generalizaciones e incluso valoración del trabajo producto de concepciones erróneas” (Barón, Rojas y Salazar, 2003, p. 20)

Cuadro 20. Estudiantes y su forma de empezar las resoluciones

ESTUDIANTES	**FORMA DE EMPEZAR LAS RESOLUCIONES**				**BUENA SOLUCIÓN**
	Descripción datos	Operación	Algoritmo	Resultado	
E1	2	5	6	0	13
E2	11	2	0	0	11
E3	2	6	5	0	12
E4	5	8	0	0	12
E5	5	7	1	0	12
E6	4	5	1	0	10
E7	10	3	0	0	11
E8	12	0	0	1	11
E9	3	2	8	0	12

E10	12	0	0	1	11
E11	5	5	3	0	11
E12	6	7	0	0	12
E13	1	8	4	0	13
E14	1	8	4	0	13
E15	0	12	1	0	12
Total	79	78	33	2	176

De la interacción de los estudiantes en la Wiki, fue posible identificar tres tendencias en el uso de los comentarios:

1. Comentarios para colaborar, sugerir o responder a los compañeros.
2. Comentarios para solicitar colaboración a los compañeros.
3. Comentarios para motivar o felicitar a los compañeros.

Cuadro 21. Estudiantes y su forma de empezar las resoluciones

	Colaborar, Sugerir, Responder	Solicitar	Motivar/Felicitar
Comentarios	90	21	35

En la Wiki los aportes se hicieron a través de los comentarios y se evidencia que los estudiantes los usaron primeramente para colaborar, sugerir o responder a los compañeros con 90 participaciones; el segundo uso de los comentarios fue para felicitar y motivar a los compañeros con 35 participaciones y el tercer uso de los comentarios fue para solicitar colaboración a los compañeros con 21 participaciones. Los estudiantes no hicieron uso del servicio de chat habilitado en la Wiki. Algunos estudiantes manifiestan que se comunicaron por medio de otros servicios de mensajería instantánea para colaborarse con la resolución de los problemas. Sin embargo, este aspecto no se puede corroborar.

La interacción que tuvieron los estudiantes fue esencial debido a la importancia que tiene el intercambio de ideas, la comparación de estrategias de solución y las discusiones con argumentos, para el aprendizaje y para el quehacer matemático. La interacción y la colaboración movilizaron la reflexión, la cual es considerada como el mecanismo básico para acceder a los niveles superiores de abstracción e internalización como lo plantean Verschaffel y Decorte, (1996)

En las resoluciones de problemas en la Wiki, los estudiantes vivieron la colaboración como una filosofía de la interacción y un estilo de vida personal en el cual cada uno de ellos es responsable de sus acciones, incluyendo el aprendizaje y el respeto de las capacidades y las contribuciones de sus compañeros (Panitz, 2001). Los estudiantes estaban enfocados o concentrados en su actividad académica y se exigían mayor esfuerzo para mejorar la calidad de sus resoluciones, ya que éstas hacían parte del trabajo conjunto con sus pares en la Wiki.

Cada uno de los estudiantes, en mayor o menor medida, se vio afectado por el ambiente de trabajo colaborativo y tiene preparación, según lo planteado por Unigarro (2001) y Escamilla (1999), citados en http://www.eduteka.org/ProyectosColaborativos.php, para:

Participar activamente en la construcción colectiva.

Asumir y cumplir compromisos grupales.

Dar ayuda a los demás y pedirla cuando se requiera.

Poner al servicio de los demás sus fortalezas individuales.

Aceptar los puntos de vista de otros

Comprender las necesidades de los demás.

Descubrir soluciones que beneficien a todos.

Establecer contacto significativo con comunidades que poseen culturas diferentes.

Contrastar sus actividades y creencias con las de los demás.

Establecer metas, tareas, recursos, roles, entre otras.

Escuchar crítica y respetuosamente a sus interlocutores.

Exponer sus ideas y planteamientos en forma argumentada.

Aceptar la crítica razonada de parte de otras personas.

Ceder ante evidencia o argumentación de peso.

Reconocer los créditos ajenos.

Desarrollar habilidades interpersonales.

Familiarizarse con procesos democráticos.

CONCLUSIONES

Esta investigación ofrece nuevas perspectivas a la educación para observar y analizar las producciones colaborativas y la interacción de los estudiantes cuando resuelven problemas de combinatoria en ambientes virtuales, en este caso en una Wiki. Como valor agregado, se puede ampliar a otros espacios virtuales de interacción y colaboración, y no sólo desde las matemáticas sino desde cualquier otra área del conocimiento. La Wiki es un espacio para explorar las construcciones colaborativas de los estudiantes y caracterizar las interacciones entre ellos.

En la exploración de las resoluciones de problemas de combinatoria, que hacen los estudiantes en una Wiki, se obtiene información que puede usarse para describir las formas y los procesos de resolución que hacen los estudiantes e identificar sus características, entre otros aspectos, para futuras investigaciones. En el análisis de los registros de los estudiantes en la Wiki, se encuentran formas de abordar las descripciones de las resoluciones las cuales se tipificaron en: Descripción de los datos, identificación de la operación con la cual resolver, realización del algoritmo y presentación del resultado o solución. Se hace evidente el uso generalizado de estos pasos, aunque no se presenten en el mismo orden, para cada estudiante o en todas las resoluciones. Esto indica que los estudiantes se pueden apropiar de procesos heurísticos para llevar a cabo la resolución de problemas en el espacio colaborativo de una Wiki.

La Wiki permite observar las participaciones de los estudiantes a través de los comentarios en sus diferentes páginas. Los aportes que hacían a través de los comentarios eran para colaborarle a un compañero, para solicitar ayuda o para motivar o felicitar. Esto evidencia la utilidad de la Wiki como espacio de interacción y colaboración entre los estudiantes para compartir conocimiento, y para ayudarse en la realización de tareas.

Sin embargo, es evidente, que aún a los estudiantes les cuesta trabajar de manera colaborativa, situación que podría atribuirse a la dinámica que promueve la escuela, en la que se privilegia el trabajo individual, es importante entonces, empezar a explorar nuevas formas de interacción en la escuela, que promuevan la construcción colaborativa del conocimiento.

Aunque se creó una página con un servicio de chat y en cada página, con los planteamientos de los problemas, se incitaba a participar a través de este servicio, los estudiantes no utilizaron el recurso del chat y prefirieron hacer sus aportes a través del servicio de comentarios incluido en cada página de la Wiki. Esto sugiere que los estudiantes, a la hora de realizar tareas conjuntamente, prefieren hacer los aportes en la página del compañero con el que quieren colaborar o de quien quieren recibir colaboración.

Podría atribuirse este hallazgo, a la inseguridad que les genera a los estudiantes hacer públicos sus comentarios, y defenderlos en un grupo. La escuela debe empezar a promover, la posibilidad de que los estudiantes expongan y asuman sus diversos puntos de vista dentro de un colectivo, esa es una habilidad, no sólo importante para el aprendizaje, sino también para ejercer la ciudadanía.

En cuanto a la motivación para resolver problemas en la Wiki, 35 estudiantes, de los 37 de la muestra del estudio, presentan niveles de motivación mayores del 50%. De los 35 estudiantes, 23 presentan un nivel de motivación superior al 70%, 8 estudiantes presentan nivel de motivación mayor de 90% y tres estudiantes presentan un nivel de motivación de 100%. Esto evidencia que la Wiki podría convertirse en un recurso o herramienta importante en el aula para apoyar el trabajo en el área de matemáticas, y las demás áreas curriculares.

La Wiki permite almacenar información que puede utilizarse para diversas investigaciones en las cuales se quiera observar las elaboraciones o construcciones de los estudiantes de forma individual o colectiva. De igual forma, es posible evidenciar los cambios que sufre el texto de un estudiante desde las modificaciones propias o de los compañeros. Esta característica, puede ofrecer a los docentes, nuevas estrategias para realizar el seguimiento de la apropiación conceptual que realizan los estudiantes en las diversas áreas curriculares.

Los estudiantes pueden visualizar el trabajo de los compañeros o compartir el propio, desde la sala de sistemas o desde cualquier otro lugar y en cualquier momento, lo que privilegia la Wiki, como herramienta que permite permear el espacio y el tiempo en el proceso educativo. Estas bondades de las Wikis, permiten que el aprendizaje, no esté circunscrito única y exclusivamente al ámbito del aula, por el contrario, la Wiki y otros recursos que ofrecen las TIC, amplían los escenarios para aprender, promueven el autoaprendizaje, y el aprendizaje colaborativo, y redimensionan la función del maestro, como mediador, y no como simple poseedor del conocimiento.

RECOMENDACIONES

Al concluir este trabajo de investigación es posible evidenciar algunas líneas de trabajo para investigaciones futuras, tales como:

Se pueden desarrollar estudios que permitan analizar la incidencia de la Wiki, como espacio de trabajo colaborativo, en el aprendizaje de un área específica del conocimiento en estudiantes de la básica primaria, secundaria, media y superior.

También, es posible desarrollar estudios para determinar la incidencia del uso de la Wiki en el aprendizaje colaborativo.

Otra alternativa, sería realizar investigaciones que analicen el uso de estrategias en la Wiki que reduzcan la incidencia de los errores comunes en la resolución de problemas de combinatoria.

LIMITACIONES

Algunos asuntos se convirtieron en obstáculos para el desarrollo de esta investigación, los cuales se señalan a continuación como limitaciones, que cualquier investigador debe tener en cuenta, al momento de pensar en un estudio que utilice las wikis como herramienta de trabajo.

Como la inserción de símbolos matemáticos en la wiki es limitada, en el estudio no se abordaron procedimientos que los incluyeran.

Los computadores en la sala de sistemas de la institución eran de muy poca capacidad de procesamiento. Aunque para el desarrollo del estudio se presentaron inconvenientes de lentitud, se lograron subsanar con la posibilidad que tenían los estudiantes de trabajar desde sus casas.

El cumplimiento de la agenda se veía afectado en ocasiones por la programación interna de la institución de actos cívicos o salidas pedagógicas de los estudiantes. Por ello, es importante asegurarse que todos los estudiantes tengan acceso a internet, en espacios distintos a la escuela.

REFERENCIAS

21stcenturyskills. (2004). Logros indispensables para los estudiantes del siglo XXI. Traducción realizada por Eduteka. Recuperado el 25 de febrero de 2010 de http://www.eduteka.org/SeisElementos.php

Abdo (2008). Experiencia en un ambiente de resolución de problemas. Trabajo presentado en el III Congreso Internacional de educación. Construcciones y perspectivas. Miradas desde y hacia América Latina, realizado en Argentina del 5 al 9 de agosto de 2009. Publicada en http://www.unam.edu.ar/2008/educacion/trabajos/Eje%205/476%20-abdo.pdf

Aliseda, A. (2000). Heurística, hipótesis y demostración en matemáticas. México: Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 28 de febrero de 2010 de http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/atocha.htm

Alonso, I., Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagogía Universitaria*, 8(3), 81-88 Recuperado el 10 de junio de 2009, de http://revistas.mes.edu.cu/Pedagogia-Universitaria/articulos/2003/3/189403307.pdf

Baroody, A. J. (1988). El pensamiento matemático de los niños. Madrid: Aprendizaje Visor

Ballestero, E. (2007). Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 3(4), 125-137 Recuperado el 9 de julio de 2011 de http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/view/34/35

Batanero, M.C.; Godino, J.D. y Navarro-Pelayo, V. (1994). Razonamiento combinatorio. Madrid: Síntesis.

Boaler, J. (1999). Mathematics for the moment, or the millennium? *Education Week*. Recuperado el 1 de noviembre de http://www.edweek.org/ew/articles/1999/03/31/29boaler.h18.html

Bordignon, F. (2007) Wikis: Hacía un Modelo Comunitario de Preservación y Socialización del Conocimiento. Simbiosis E-Journal 4(1). Recuperado el 20 de octubre de 2011 de http://eprints.rclis.org/bitstream/10760/9420/1/Wikis-y-bibliotecas-v5-final.pdf

Bransford, J., Brown, A., y Cocking, R. (2000). How people learn: Brain, mind, experience, and school. Washington, DC: National Academy Press.

Brereton, M., Donovan, J., y Viller, Stephen. (2003). Talking about watching: using the video card game and wiki-web technology to engage IT students in developing observational skills. En ACE, Greening, T., y Lister, R. (Eds). Fifth Australasian Computing Education Conference (ACE 2003), Adelaide, Australia, 4-7 Febrero

2003,197-205. (Versión electrónica). Recuperado el 20 de octubre de 2009, de http://crpit.com/confpapers/CRPITV20Brereton.pdf

Campos, A. (2009). Métodos mixtos de investigación. Integración de la investigación cuantitativa y la investigación cualitativa. Bogotá: Editorial Magisterio.

Cardozo, A. (2010). Los Wiki: estrategia de aprendizaje colaborativo en el proceso de investigación. Recuperado el 13 de noviembre de 2011 de http://hdl.handle.net/123456789/1597

Cobo, C., Pardo, H. (2007). Planeta Web 2.0. Inteligencia colectiva o medios fast food. Grup de Recerca d'Interaccions Digitals, Universitat de Vic. Flacso México. Barcelona / México DF. Disponible en www.planetaweb2.net

Cobo, J. (2006). *Learning 2.0.* Global Leapfrog Education Journal (Global Leapfrog Institute). University Of Minnesota. Disponible en http://www.educationfutures.com/wp-content/uploads/2007/08/volume-1-number-1-cobo.pdf

Cruz, C. (1995). El uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de la Matemática. IX Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Santiago de Chile.

D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno*. Barcelona, España. 35, 90-106.

DE Guzmán, M. y Gil, D. (1993). Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones. Madrid: Editorial Popular, S.A.

De Guzmán, M., (2006). Para pensar mejor. Madrid: Piramide

Eduteka. (2007). Reseña: Proyectos colaborativos y cooperativos en internet. Recuperado el 28 de febrero de 2010 de http://www.eduteka.org/ProyectosColaborativos.php

Fountain, R. (2005). Pedagogía de la Wiki. Dossiers technopédagogiques. Recuperado el 25 de julio de 2009, de http://www.profetic.org/dossiers/spip.php?rubrique110

Galeano, M. (2001). Registro y sistematización de información cualitativa. En GRUPO INVESTIGACIÓN CALIDAD DE VIDA Interacciones y pensamientos. Explotación sexual infantil y juvenil: construcción de comunidad académica y avances investigativos. Medellín: Fundación Universitaria Luis Amigó. Recuperado el 5 de marzo de 2010, de http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/file.php/178/Documentos_curso_III/Documentos_sugeridos_3/Registro_y_sistematizaci_n_de_informaci_n_cualitativa.doc

García, J.J., (1998). Didáctica de las ciencias, Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad. Colciencias: Universidad de Antioquia

Goleman, D. (1998). What makes a leader? *Harvard Business Review*. November-December, pp. 93-102. Recuperado el 28 de febrero de 2010 de http://hbr.org/2004/01/what-makes-a-leader/ar/1

González, O. (1994) Currículo: Diseño, Práctica y Evaluación. CEPES, Universidad de la Habana, Cuba.

Guzdial, M. (1999). What is a Wiki? (Versión electrónica). Recuperado el 10 de junio de 2009, de http://tecfa.unige.ch/guides/tie/html/wikis/wikis-2.html

Intel Educación. Diseño de proyectos efectivos. Recuperado el 5 de agosto de 2009, de http://educate.intel.com/cr/ProjectDesign/Design/

Johnson, D. y Johnson, R. (1998). Cooperative learning and social interdependence theory: Cooperative learning. http://www.co-operation.org/?page_id=65

Kagan, L., Kagan, M., y Kagan., S. (1997). Cooperative learning structures for teambuilding. San Clemente, CA: Kagan Cooperative Learning.

Kapur, J.N. (1970). Combinatorial analysis and school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 3(1), pp. 111-127. Recuperado el 20 de febrero de 2010 de http://repository.ias.ac.in/28837/

Kilpatrick, J. (1998). A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. En E. A. Silver (pp.1-15). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives.* Hillsdale, NJ: LEA.

Kuiper, E. y Volman, M. (2008). The Web as a source of information for students in K-12 education. En Coiro, J., Knobel, M., Lankshear, C. y Leu, D. (Eds). *Handbook of research on new literacies* (pp. 241-266). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Luria, A. R. y Tsvetkova I. S. (1981). La resolución de problemas y sus trastornos. Barcelona: Fontanella

Mesa, O. (1997). Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas. MEN, Serie Publicaciones para maestros. Bogotá: Impreandes.

Mesa, O. (1998). Contexto para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Medellín: Grupo Impresor, MAR

Ministerio de Educación Nacional, [MEN]. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas. Serie Lineamientos curriculares. Bogotá

MEN. (1999). Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio

MEN. (1999). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá. Disponible en http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Murua, I. (2007). Comunidades virtuales de aprendizaje: entre las posibilidades y las dudas. IV Congreso Internacional Educared. “Educar en comunidad”. Recuperado el 4 de abril de 2010, de http://www.educared.net/congresoiv/docs/COMUNICACIONES/Comunidades%20virtuales_Aprendizaje/CVA_Comunicacion.pdf

National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston VA: The Council.

NCTM. (1990). Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática. España: Ed. S. A. M. THALES.

Navarro-Pelayo, V., Batanero, C. y Godino, J.D. (1996). Razonamiento Combinatorio en alumnos de secundaria. *Educación Matemática*, 8(1), 26-39

Northwest Regional Educational Laboratory. (2002). Project-Based Instruction: Creating Excitement for Learning. Recuperado el 2 de octubre de 2009, de http://educationnorthwest.org/webfm_send/460 Traducción tomada de http://www.eduteka.org/AprendizajePorProyectos.php

Panitz, T. (2001). Collaborative Versus Cooperative Learning: Comparing the Two Definitions Helps Understand the nature of Interactive learning. Cooperative Learning and College Teaching, V8, Nº. 2. Recuperado el 16 de febrero de 2011 en http://home.capecod.net/~tpanitz/tedsarticles/coopdefinition.htm

Parra, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas. *Revista Educación Matemática*, 2(3), 22-31

Pólya, G. (1945). How to Solve It. Princeton University Press

Polya, G. (1984). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Roa, R; Navarro, V (1996) Razonamiento Combinatorio e Implicaciones para la Enseñanza de la Probabilidad. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. España.

Rodríguez (2008). Una experiencia de uso de entorno virtual en la Universidad de Vigo. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*. 1(2), 37-48Recuperado el 10 de noviembre de 2011 de http://webs.uvigo.es/refiedu/Refiedu/Vol1_2/entorno_amparo.pdf

Scardamalia, M., y Bereiter, C. (1994). Computer support for knowledge-building communities. (Versión electrónica). *Journal of the Learning Sciences*, 3(3), 265-283. Recuperado el10 de junio de 2009, de http://carbon.ucdenver.edu/~bwilson/building.html

Schoenfeld, A. (1985). Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. En Separata del libro “La enseñanza de la matemática a debate”. 13-47. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.

Thomas, (2000). A review of research on project-based learning. Recuperado el 2 de octubre de 2009, de http://www.bobpearlman.org/BestPractices/PBL_Research.pdf

Unigarro (2001). Educación Virtual: Encuentro Formativo en el Ciberespacio. Bucaramanga, Colombia: Editorial UNAB

Verschaffel y Decorte. (1996). Number and Arithmetic. En Bishop, A. J. et al (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 99-138). Netherlands: Kluwer Academic Publishers

Villarreal (2005). La Resolución de Problemas en Matemáticas y el uso de las TIC: Resultados de un estudio en Colegios de Chile. *Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa,* 19(2). Recuperado el 16 de noviembre de 2010, de http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec19/Villarreal.htm

Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática*. Revista EMA,* 4(1), 16-31

Wilhelmi, M. R. (2004). Combinatoria y probabilidad. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/libros/librowhilhelmi.pdf

ANEXO 1

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
LÍNEA ENSEÑANZA DE LA LECTURA Y LA ESCRITURA APOYADA EN LAS TIC
SEXTA COHORTE

Nombre: ______________________________________

Fecha: ________________

Escala Likert para evaluar la motivación de los estudiantes frente a la resolución de problemas de combinatoria al usar la Wiki.

INSTRUCCIONES

Esto no es un examen. No hay respuestas correctas ni incorrectas; cualquiera de las frases que vas a leer a continuación puede tener diferentes respuestas. Asegúrate de que tus respuestas muestran lo que realmente piensas.

Por favor, no hables acerca de tus respuestas con los demás. Tus respuestas serán mantenidas en secreto y no se contaran a nadie.

Cuando estés preparado para empezar, lee cada una de las frases y elige la respuesta que te parezca más correcta. Por favor indica tu grado de conformidad frente a cada enunciado. Ten en cuenta que (1) Totalmente en desacuerdo, (2) En desacuerdo, (3) Ni de acuerdo ni en desacuerdo, (4) De acuerdo, (5) Totalmente de acuerdo.

Después de leer cada frase, debes elegir una de esas opciones marcando una X en una de las casillas que aparecen al lado de la frase, la que crees que más se adecua a lo que tú piensas. Marca sólo una casilla en cada frase, y no dejes ninguna casilla sin contestar.

	Ítem	Valoración				
		1	2	3	4	5
1	Prefiero resolver problemas en el cuaderno que en la Wiki.					
2	La Wiki es un medio rápido y eficaz para obtener información sobre la resolución de problemas.					
3	Resuelvo mejor problemas de libros que de la Wiki.					
4	Resuelvo mejor problemas de combinatoria en el cuaderno que en la Wiki.					
5	La Wiki es un espacio eficaz para resolver problemas de combinatoria.					
6	Preferiría no tener que utilizar una Wiki en mi trabajo.					
7	En la Wiki entiendo mejor la resolución de problemas de combinatoria.					
8	Resuelvo mejor problemas de combinatoria en la Wiki que en la clase.					
9	Si me evalúan la capacidad para resolver problemas de combinatoria, me va mejor en la Wiki que en el cuaderno.					
10	Cuando el profesor explica un problema de combinatoria, en la					

	Wiki lo entiendo mejor que si lo explica en el tablero.					
11	Prefiero explicarle a un amigo problemas de combinatoria en la Wiki que en el tablero.					
12	El uso de la Wiki favorece mi interés por la resolución de problemas.					
13	La resolución de problemas en la wiki me genera insatisfacción.					
14	La resolución de problemas en la wiki hace más dinámica la clase.					
15	Trabajo con un problema sin importarme el tiempo hasta que lo resuelvo.					
16	Cuando tengo la solución siempre compruebo las operaciones por si me he equivocado.					
17	Resolver problemas de combinatoria en la Wiki es divertido.					
18	Aprender a resolver problemas puede ayudarme en la vida diaria y en un futuro.					
19	Creo que resolver problemas es un buen ejercicio para nuestra mente, así aprendemos a pensar.					
20	Resolver problemas en la Wiki es una actividad que me pone nervioso/a.					
21	Me cuesta concentrarme sobre lo que me pide el texto de un problema.					
22	A pesar de los distractores en internet, me concentro en la resolución de los problemas en la Wiki.					
23	Resolver problemas de combinatoria en la Wiki es una actividad que me cansa.					

ANEXO 2
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN - SEXTA COHORTE
LINEA: ENSEÑANZA DE LA LECTURA Y LA ESCRITURA APOYADA EN LAS TIC
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE COMBINATORIA EN UNA WIKI

2010

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

FECHA: ___________________________________

Instrucciones para el entrevistador:

Formule al estudiante, una a una las siguientes preguntas. Usted puede adicionar nuevas preguntas que ayuden a sustentar las respuestas cuando éstas no sean directas, pero en ningún caso puede inducir respuestas o darlas por hecho.
Un estudiante de Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia viene adelantando una investigación en torno a la resolución de problemas de combinatoria en una Wiki. Sus opiniones son valiosas para este estudio.

PREGUNTAS

Construcción colaborativa mediante TIC

1. ¿Sentías que trabajabas más, que había mayor participación e interés por trabajar en la Wiki, cuando ingresabas desde el colegio o desde la casa? ¿Por qué?
2. ¿Te sentías mejor trabajando en la Wiki, desde el colegio o desde la casa? ¿Por qué?
3. ¿De qué manera tus compañeros te ayudaban o les ayudabas a resolver problemas en la Wiki?
4. ¿Cómo le colaborabas a los compañeros que tenían problemas mal resueltos?
5. Cuando te surgían dudas, ¿cómo le preguntabas a tus compañeros?
6. ¿De qué manera, los recursos como foros, comentarios y chat facilitaron la comunicación con los compañeros para resolver problemas de combinatoria en la Wiki?

Resolución adecuada de problemas de combinatoria

7. ¿Qué recursos (como diccionario o glosario, páginas con la teoría sobre combinatoria, tus notas personales, preguntas al profesor, preguntas a tus compañeros u otras) utilizabas para comprender adecuadamente los planteamientos de los problemas?

8. ¿Tuviste dificultad para entender algún problema? Explique ¿por qué?
9. ¿Usabas algún recurso como esquemas, dibujos, bosquejos, conteo, diagramas o diagramas en árbol para resolver los problemas?
10. ¿De qué forma identificabas el tipo de problema, es decir, si era una combinación, permutación o variación con o sin repetición? (Indagar por cada una de las tres) (mirabas los ejemplos similares) (mirabas el orden) (explorabas palabras claves)
11. ¿Cuáles páginas de internet, entre las recomendadas u otras, te sirvieron para la resolución de los problemas planteados?
12. ¿Cómo verificabas que la solución a los problemas era la correcta?