

AJUSTE DE TASAS Y DE PROPORCIONES(1)

Por: Juan Luis Londoño F.*

Se presenta en forma didáctica el procedimiento que se sigue en el ajuste de índices dentro del contexto de la Metodología de la Investigación Científica. Su aplicación es de suprema utilidad en el análisis de datos propios del campo de la salud y, en particular, en análisis de tipo epidemiológico y/o demográfico.

PROBLEMA

Al comparar las tasas o las proporciones de una determinada variable (v.gr. mortalidad) entre varios conjuntos (v.gr.: población A vs. población B), es frecuente encontrar que tales conjuntos no se encuentran en "igualdad de condiciones" con respecto a un cierto factor (v.gr.: edad) que afecta el comportamiento de la variable que estamos midiendo y comparando y cuyo efecto deseamos eliminar en la comparación.

SOLUCION

Lo más indicado en tal situación sería entonces hacer la comparación entre las tasas o las proporciones de los conjuntos comparados *como si éstos estuvieran* en igualdad de condiciones con respecto al factor que dificulta la comparación.

En términos técnicos decimos que debemos *controlar* el efecto de una variable extraña o, simplemente, que debemos *ajustar* por tal variable.

EJEMPLO

Se trata de comparar la proporción de mortalidad entre dos poblaciones A y B y de las cuales tenemos los siguientes datos:

TABLA No. 1

POBLACION A			
EDAD	No. de personas (n)	o/o de personas	proporción de mortalidad x 10000 (p)
15 - 24	27000	30.0	7.4
25 - 44	36000	40.0	11.1
45 - 74	27000	30.0	25.9
TOTAL	90000	100.0	

POBLACION B			
EDAD	No. de personas (n)	o/o de personas	proporción de mortalidad x 10000 (p)
15 - 24	50000	50.0	7.4
25 - 44	40000	40.0	12.0
45 - 74	10000	10.0	26.0
TOTAL	100000	100.0	

(1) Es conveniente designar con la palabra proporción a los datos que denotan parte de un conjunto (v.gr.: número de muertes/1000 habitantes), y reservar el término tasa para los datos que expresan el número de eventos ocurridos en un cierto período de tiempo (v.gr.: número de muertes/año).

* Profesor. Escuela Nacional de Salud Pública.

Recuerde que, básicamente, tratamos de comparar la proporción de mortalidad en A con la proporción de

mortalidad en B y cuyos valores reales se obtendrán de acuerdo al siguiente procedimiento:

$$P_A = \frac{\text{No. total de muertes en pobl. A}}{\text{No. total de personas en pobl. A}}$$

$$= \frac{\text{No. muertes en el grupo 15 - 24 en A} + \dots + \text{No. de muertes en el grupo 45 - 74 en A}}{\text{No. de personas en el grupo 15 - 24 en A} + \dots + \text{No. de pers. en el grupo 45 - 74 en A}}$$

$$P_B = \frac{\text{No. total de muertes en pobl. B}}{\text{No. total de personas en pobl. B}}$$

$$= \frac{\text{No. muertes en el grupo 15 - 24 en B} + \dots + \text{No. de muert. en el grupo 45-74 en B.}}{\text{No. de pers. en el grupo 15 - 24 en B} + \dots + \text{No. personas en el grupo 45 - 74 en B.}}$$

Note que el número de muertes en un determinado grupo es igual al número de personas en el grupo X la proporción de mortalidad propia de ese grupo (pro-

porción específica). Es decir, No. de muertes en el grupo $i = n_i p_i$.

Así:

$$P_A = \frac{\text{No. total de muertes en pobl. A}}{\text{No. total de personas en pobl. A}} = \frac{\sum n_i p_i}{\sum n_i}$$

$$= \frac{(27000 \times .00074) + (36000 \times .00111) + (27000 \times .00259)}{27000 + 36000 + 27000} = .00144$$

o sea 14.4 muertes por cada 10000 habitantes.

De modo similar:

$$= \frac{P_B (50000 \times .00074) + (40000 \times .00120) + (10000 \times .00260)}{50000 + 40000 + 10000} = .00111 \text{ muertes}$$

o sea 11.1 muertes por cada 10000 habitantes.

P_A y P_B así calculadas son las proporciones de mortalidad que realmente se dan en A y en B. Tales proporciones se refieren a la totalidad de la población y no han sufrido modificaciones en el proceso de cálculo. A los índices que gozan de tales características se les conoce con el nombre de índices globales brutos.

No obstante, si observamos las proporciones del total de la población A que se encuentran en los distintos grupos de edad (distribución etárea) - 30, 40 y 30% - y las comparamos con las respectivas proporciones de la población B-50, 40 y 10%-nos damos cuenta de que no es "justo" comparar las proporciones globales brutas de mortalidad de A y B puesto que la población A es más vieja. Es decir, dado que la edad

afecta la mortalidad, es apenas natural que la diferencia entre las proporciones globales brutas de mortalidad sea debida, en parte, a las diferencias existentes en la estructura etárea de las dos poblaciones.

Mucho más interesante sería analizar las proporciones de mortalidad de A y B *como si estuvieran en iguales condiciones con respecto a la edad*. Así podríamos concluir que las diferencias encontradas después de aplicar tal procedimiento *no se deben a las diferencias con respecto a la edad*, sino que, por ejemplo, pudieran explicarse en términos de diferencias existentes en las facilidades de atención para la salud entre las dos poblaciones (o a otros factores). Cuando en una comparación se elimina el efecto de un factor extraño a la comparación se dice entonces que se ajusta por ese factor.

Otro ejemplo que ilustra una situación que indicaría la conveniencia de realizar un ajuste es el que presenta la comparación de los índices globales de natalidad entre dos poblaciones cuando se quiere estudiar el efecto que tiene el nivel educacional sobre la natalidad y se conoce de antemano que el ingreso familiar también afecta la natalidad. Si se advierte que las dos comunidades se encuentran en situaciones diferentes con respecto al ingreso, a fin de eliminar el efecto de esta variable, es necesario realizar la comparación sobre índices ajustados.

LA MANERA DE AJUSTAR INDICES

Existen dos métodos ampliamente conocidos que permiten controlar el efecto de factores extraños en la comparación de dos tasas o proporciones: 1) Método Directo y 2) Método Indirecto.

1.) El Método Directo

En esencia, el Método Directo utiliza una población o grupo *único* (población estándar) como modelo (con lo cual se evita el problema de las *diferencias con respecto a un factor extraño*) al cual se aplican las tasas o proporciones específicas de aquellas poblaciones cuyos índices globales se pretenden ajustar.

Para ilustrar mejor el procedimiento, veamos que sucede en el ejemplo que nos ocupa una vez hemos decidido eliminar por el Método Directo en la comparación de los índices de mortalidad de A y B las diferencias que existen en la estructura etárea. Supóngase, además, que hemos de-

cidido utilizar como población estándar (P_s) la resultante de la suma de las dos poblaciones comparadas. Así, tenemos los siguientes datos:

TABLA No. 2

EDAD	Pobl.A Proporción de mortali- dad x 10000 (p)	Pobl.B Proporción de mortali- dad x 10000 (p)	Pobl. Estánd. No. de per- sonas n_s ($n_A + n_B$)
15 - 24	7.4	7.4	77000
25 - 44	11.1	12.0	76000
45 - 74	25.9	26.0	37000
TOTAL			$N_s = 190000$

Ahora sólo nos falta conocer el número de personas que se morirían (número esperado de muertes) en A y en B si tuvieran las proporciones específicas propias y la estructura etárea (única) de la población estándar. Es claro, por ejemplo, que si la población A tuviera la estructura de la población estándar, en el grupo de 15 - 24 años se morirían $(.00074 \times 77000 = 57$ personas) que es el número esperado de muertes en tal categoría. Al sumar el número esperado de muertes de todas las categorías de la población obtenemos el número total de muertes *esperado* de esa población. Al dividir tal número por el total de la población estándar (N_s) obtenemos un índice global *ajustado* para la población.

En resumen, la proporción global ajustada por el Método Directo (PD) es igual a $\frac{\sum n_{is} p_i}{N_s}$, en

donde P_i denota las proporciones específicas propias de aquella población cuya proporción global se trata de ajustar y n_{is} es el número de individuos de la población estándar que se encuentran en la categoría i .

En nuestro ejemplo, para calcular las proporciones ajustadas de A y B obtenemos los valores esperados así:

	Población A	Población B.
EDAD	No. esperado de muertes: n_{Sp}	No. esperado de muertes: n_{Sp}
15 - 24	$77000 \times 0.00074 = 57.0$	$77000 \times 0.00074 = 57.0$
25 - 44	$76000 \times 0.00111 = 84.4$	$76000 \times 0.0012 = 91.2$
45 - 74	$37000 \times 0.00259 = 95.8$	$37000 \times 0.0026 = 96.2$
TOTAL	237.2	244.4

Finalmente,

$$PD(A) = \frac{\sum n_{is} p_i}{N_s} = \frac{237.2}{190000} = 12.5 \times 10^{-4}$$

$$PD(B) = \frac{\sum n_{is} p_i}{N_s} = \frac{244.4}{190000} = 12.9 \times 10^{-4}$$

Es interesante notar que una proporción o tasa global es el resultado de la ponderación de los índices específicos correspondientes. Así la expresión $\frac{\sum n_{is} p_i}{N_s}$,

que da como resultado una proporción global ajustada por el método Directo, es equivalente a $\sum w_i P_i$ en donde cada factor de ponderación, w_i , es igual a la proporción de la población estándar que se encuentra en la categoría i . En cambio, en la expresión $\frac{\sum n_i P_i}{N}$

utilizada en el cálculo de la proporción global bruta de una población, los factores de ponderación son las proporciones de la población que se encuentran en las distintas categorías.

2. El Método Indirecto.

Básicamente, un índice ajustado por el Método Indirecto se obtiene al multiplicar el índice global propio de la población estándar elegida (P_s) por una razón que tiene por numerador el número de eventos ocurridos en la población cuya

tasa o proporción se quiere ajustar (número observado de eventos -O) y por denominador el número de eventos que se darían en esta población si ella tuviera las tasas o proporciones específicas propias de la población estándar (número esperado de eventos -E). A la razón así establecida O/E se le conoce con el nombre de Razón Estandarizada (REM si se trata de mortalidad) y su valor varía alrededor de la 1 según lo observado sea mayor o menor que lo esperado.

De acuerdo con lo expuesto arriba y tratándose de proporciones de mortalidad:

$$O = \sum n_i p_i$$

$$E = \sum n_i p_{is}$$

$$P_s = \frac{\sum n_{is} p_{is}}{N_s}$$

y la proporción ajustada por el Método Indirecto,

$$PI = P_s \times (REM) = P_s \times \frac{O}{E} = \frac{\sum n_{is} p_{is}}{N_s} \times \frac{\sum n_i p_i}{\sum n_i p_{is}}$$

Note que al comparar varios índices ajustados por el Método Indirecto se elimina el efecto extraño al multiplicar una misma cantidad P_s por razones estandarizadas cuyo valor depende en cada población de la relación entre lo observado y lo esperado.

EJEMPLO:

Con los mismos datos del caso ya propuesto como ejemplo obtengamos las proporciones ajustadas por el Método Indirecto para las poblaciones A y B.

Utilizando como población estándar la combinación de las poblaciones A y B, calculemos primero las proporciones específicas propias de la población estándar y luego la proporción global P_s .

EDAD	Población Estándar $n_A + n_B$	Proporciones específicas de la Pobl. Estándar (x 10000)
15 - 24	77000	$[(7.4/10000)(27000) + (7.4/10000)(50000)] \div 77000 = 7.4$
25 - 44	76000	$[(11.1/10000)(36000) + (12.0/10000)(40000)] \div 76000 = 11.6$
45 - 74	37000	$[(25.9/10000)(27000) + (26.0/10000)(10000)] \div 37.000 = 25.9$
TOTAL	190000	

$$P_s = \frac{\sum n_{js} p_{js}}{N_s} = \frac{10^{-4}}{190000} (77000 \times 7.4 + 76000 \times 11.6 + 37000 \times 25.9) = 12.7 \times 10^{-4}$$

Obtengamos ahora los valores observados y esperados en las dos poblaciones a través de los valores respectivos en cada grupo etáreo:

EDAD	POBLACION A		POBLACION B	
	No. observado n p	No. esperado n p _s	No. observado n p	No. esperado n p _s
15 - 24	20	20.0	37	37.0
25 - 44	40	41.8	48	46.4
45 - 74	70	69.9	26	25.9
TOTAL	O= 130	E=131,7	O=111	E=109.3

$$REM_A = 130.0/131.7 = .987$$

$$REM_B = 111.0/109.3 = 1.015$$

$$PI_A = P_s \times REM_A = .00127 \times .987 = 12.53 \times 10^{-4}$$

$$PI_B = P_s \times REM_B = .00127 \times 1.015 = 12.89 \times 10^{-4}$$

OBSERVACIONES GENERALES

Note que un índice ajustado refleja una situación hipotética que se presentaría si se eliminara un cierto efecto (v.gr. si la población tuviera la estructura etárea de la población estándar y no la que realmente tiene). El valor de una medida de tal naturaleza reside en el aspecto comparativo que ella ofrece por cuanto elimina efectos que deseamos excluir de la comparación. Así, no importa mucho cuál sea el valor mismo de un índice ajustado sino su valor *con respecto* a otro índice que se ha ajustado utilizando la misma población estándar.

Por otra parte, un índice global ajustado es una medida que refleja un hecho que ocurre en un conjunto total. Por tanto, al establecer una comparación entre dos índices globales ajustados no se tienen en cuenta diferencias importantes que eventualmente pudieran

existir entre las tasas o proporciones específicas de las poblaciones comparadas. Así por ejemplo, la comparación entre las proporciones ajustadas de mortalidad de dos poblaciones cuyas proporciones específicas por grupos de edad no difieren en el mismo sentido (algunas proporciones específicas son más altas en una población y otras proporciones específicas son más altas en la otra población), más que aclarar las diferencias tiende a oscurecer la situación. En tal caso el análisis debe centrar su atención sobre las diferencias de las proporciones específicas y no sobre los índices globales.

LA ELECCION DE LA POBLACION ESTANDAR

Como principio general, debe seleccionarse una población estándar que sea lo mas parecida posible a las poblaciones cuyos índices se ajustan en términos del factor por el cual se realiza el ajuste. Esta es la razón

por la cual en muchas ocasiones se elige como población estándar la combinación (suma) de las poblaciones comparadas.

¿METODO DIRECTO O METODO INDIRECTO?

La respuesta a tal interrogante se encuentra en las circunstancias propias de cada caso y, en particular, en la disponibilidad de datos que se tenga. Note, por ejemplo, que al ajustar una proporción de mortalidad no se puede utilizar el Método Directo si no se tiene el dato del número de muertes observadas en cada categoría de edad y sus correspondientes poblaciones específicas. Así mismo, si el número de personas en un grupo etéreo es relativamente pequeño la proporción específica correspondiente está expuesta a una variación considerable, circunstancia que hace aconsejable el uso del Método Directo. El Método Indirecto, por su parte, requiere que se conozcan las proporciones o tasas específicas propias de la población estándar.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

ARMITAGE, P., *Statistical Methods in Medical Research*. Oxford, 1971.

BARCLAY, George W., *Techniques of Population Analysis*. New York, John Wiley, 1958.

BRADFORD HILL, Austin, *Principios de Estadística Médica*, Buenos Aires, El Ateneo, 1965.

MAUSNER, Judith and BAHN, Anita, *Epidemiology*. London, Saunders, 1974.

En general, se puede afirmar que en una situación determinada tanto el Método Directo como el Indirecto llevan a la misma conclusión con respecto al sentido y a la magnitud relativa de las diferencias entre los índices globales.

EL NUMERO DE FACTORES CONTROLADOS

Teóricamente el número de factores por los cuales se puede realizar un ajuste es ilimitado. En la práctica, tal posibilidad se reduce en la medida en que se incrementa el número de factores considerado puesto que el número de individuos perteneciente a cada categoría (una determinada combinación de factores, v.gr. hombres, entre 20 y 30 años, solteros) disminuye y las correspondientes proporciones o tasas específicas se hacen más inestables.

— MC MAHAN, C.A., *Rudiments of Biometry*. Ana Arbor, Edwards, 1967.

— MUELLER, John H., SCHUESSLER, Karl F., and COSTNER, Herbert L. *Statistical Reasoning in Sociology*. Boston, Houghton Mifflin, 1961.

— REMINGTON, Richard and SCHORK, Antony, *Statistics With Applications to the Biological and Health Sciences*. New Jersey, Prentice Hall, 1970.