



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

i

Facultad de Educación

**Tareas auténticas en la articulación entre agricultura y matemática escolar: una
experiencia con modelación**

Jaime Alberto Arango Pino

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Universidad de Antioquia

Departamento de Educación Avanzada

Maestría en Educación

Antioquia- Colombia

2018

**Tareas auténticas en la articulación entre agricultura y matemática escolar: una
experiencia con modelación**

Jaime Alberto Arango Pino

Juan Fernando Molina-Toro

Asesor

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de Educación Avanzada

Maestría en Educación

Medellín

2018



Dedicatoria

A mi hijo Gabriel

*De quien quiero ser, su mayor orgullo
y motivación.*



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Agradecimientos

Si bien esta tesis de maestría ha requerido esfuerzo y entrega de mi parte, su finalización no hubiera sido posible sin la colaboración productiva de mi asesor Juan Fernando Molina Toro, quien con sus aportes, paciencia y comprensión en este camino supo guiarme de un modo eficaz.

Un agradecimiento especial al Doctor Jhony Alexander Villa Ochoa y la Doctora Paula Andrea Rendón Mesa, quienes con su experiencia, paciencia y motivación me permitieron seguir adelante en tan importante proyecto, brindándome algo tan importante como su tiempo.

A los integrantes del grupo de investigación MATHEMA-FIEM y a los participantes de los seminarios brindados en el transcurso de mi proceso formativo, les extiendo mis agradecimientos, porque gracias a sus comentarios y apreciaciones reevalúe y refine esta investigación permitiéndome crecer de modo profesional y personal.

Finalmente, quiero agradecer a mi esposa e hijo por estar presente en los momentos difíciles y por su comprensión en mis largos momentos de ausencia, su cariño y compañía permitieron que este camino fuese más grato.

A todos y cada uno de ustedes, gracias infinitas.

Tareas auténticas en la articulación entre agricultura y matemática escolar: una experiencia con modelación

Resumen

Este proyecto se realizó en el marco del programa de maestría en educación matemática de la Universidad de Antioquia. La investigación tuvo como temática central la articulación entre las áreas de agricultura y de matemáticas, y la vinculación del contexto en un proceso formativo. A partir del análisis de la literatura asociada a la temática, las condiciones del contexto real asumido desde el enfoque de Martínez (2003) y la experiencia del docente investigador, se refinó el problema de investigación y se delimitó a través de la siguiente pregunta: *¿Cómo se articulan las áreas de agricultura y matemáticas a través de tareas auténticas en una institución educativa rural?*

El proceso comenzó con la revisión de referentes teóricos sobre aprendizaje auténtico y modelación en educación matemática. En consecuencia, se conceptualizó cómo a través de tareas auténticas se articulaban las áreas de agricultura y de matemáticas en la formación de estudiantes de una institución rural. Este proceso permitió diseñar y desarrollar el trabajo de campo descrito en esta investigación. Por tal razón, se eligió el método de estudio de caso para describir los elementos que intervienen en las tareas auténticas con el fin de articular dichas áreas.

En esta investigación participaron cinco estudiantes de la Institución Educativa Rural Agrícola de San Jerónimo. Los resultados muestran que las tareas auténticas diseñadas para ser aplicadas en el proceso de producción de hortalizas articulan la agricultura y la matemática, además, los estudiantes analizan gráficamente el proceso de optimización a través del software GeoGebra. De esta manera, en coherencia con Borba y Villarreal (2005), el uso de esta herramienta tecnológica favoreció la interpretación de procesos de producción. De esta forma, los

estudiantes construyeron conocimiento a través del diálogo con sus compañeros y profesores, lo que propició un aprendizaje auténtico.

Palabras clave: modelación, aprendizaje auténtico, tareas auténticas, agricultura,
GeoGebra



**Authentic Tasks in the Articulation between Agriculture and School Mathematics: a
Modelling Experience**

Abstract

This project was carried out within the framework of the Master's Program in Mathematics Education at the Universidad de Antioquia. The main theme was the articulation between the areas of agriculture and mathematics, and the articulation of the context in a training process. Based on the analysis of literature, conditions of a real context according to the approach by Martínez (2003), and researcher's experience as teacher, the research problem was refined and delimited through the question: *How are the areas of agriculture and mathematics articulated through authentic tasks in a rural educational institution?*

The process began with a literature review about authentic learning and modelling in mathematics education. Some concepts emerged on how, through authentic tasks, the areas of agriculture and mathematics were articulated in the training of students at a rural institution. This process allowed to design and to develop the field work described here. For this reason, the case study method was chosen to describe elements involved in authentic tasks in order to articulate the mentioned areas.

Five students from the Institución Educativa Rural Agrícola at San Jerónimo participated in this research. The results show that the authentic tasks designed to be applied in crop production articulated agriculture and mathematics. In addition, students graphically analyze the optimization process through GeoGebra software. In agreement with Borba & Villarreal (2005), the use of this technological tool helped the interpretation of production processes. In this way, students built knowledge through the dialogue with peers and teachers which led to authentic learning.

Keywords: Modelling, Authentic Learning, Authentic Tasks, Agriculture, GeoGebra.



Tarefas autênticas na articulação entre agricultura e matemática escolar

Resumo

Este projeto foi realizado no âmbito do programa de mestrado em educação matemática da Universidade de Antioquia. O tema central da pesquisa foi a articulação entre as áreas de agricultura e matemática e a vinculação do contexto num processo formativo. O problema de pesquisa foi estruturado a partir da análise da literatura sob o tema, das condições do contexto e da experiência profissional do pesquisador. A pergunta da pesquisa foi *¿cómo se articulan as áreas de agricultura e matemática através de tarefas autênticas numa instituição educacional rural?*

O processo começou com a revisão de referências teóricas sobre aprendizagem autêntica e modelagem em educação matemática. Depois, aprofundou-se conceitualmente sobre o papel das tarefas autênticas na articulação das áreas de agricultura e matemática no treinamento de estudantes na instituição rural. Este processo permitiu desenhar e desenvolver o trabalho de campo descrito nesta investigação. Por esse motivo, o método de estudo de caso foi escolhido para descrever os elementos que intervêm em tarefas autênticas para articular essas áreas.

A pesquisa teve a participação de cinco alunos da Instituição Agrícola Rural de San Jerónimo.

Os resultados mostram que através das tarefas autênticas articulam-se as áreas de agricultura e matemática, no contexto específico da produção de vegetais. Além disso, os estudantes analisam graficamente o processo de otimização através do software GeoGebra. Assim, em coerência com Borba e Villarreal (2005), o uso dessa ferramenta tecnológica favoreceu a interpretação dos processos de produção. Desta forma, os alunos construíram um conhecimento através do diálogo com seus pares e professores, o que levou a uma aprendizagem autêntica.



Palavras-chave: modelagem, aprendizagem autêntica, tarefas autênticas, agricultura, GeoGebra



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Contenido

Dedicatoria	iii
Agradecimientos.....	iv
Resumen	v
Abstract.....	vii
Resumo	ix
Lista de Figuras	xiv
Lista de Tablas.....	xv
Lista de Ilustraciones	xvi
Antecedentes.....	2
Necesidad de articular las áreas de matemáticas y de agricultura en un contexto educativo rural.....	2
Contextualizaciones en el proceso formativo.....	5
Investigaciones que reportan articulación entre matemáticas y agricultura.....	9
Problema de investigación.....	10
Pregunta, objetivo y objeto de la investigación.....	14
Referente Teórico	16
Generalidades del Aprendizaje Auténtico.....	16
Elementos de las tareas auténticas.....	27
Contextos auténticos.....	29



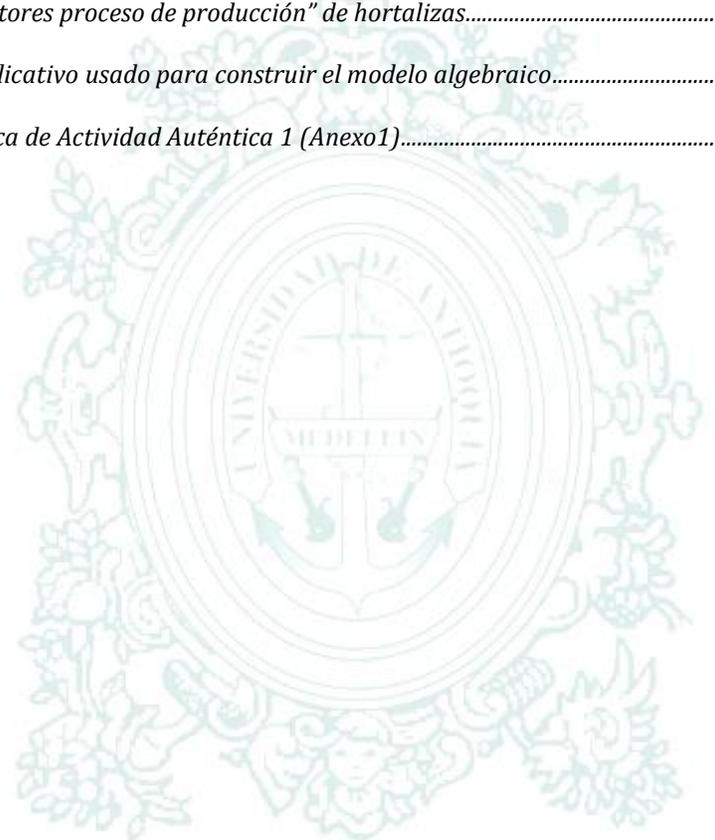
La tecnología y el aprendizaje auténtico.	30
Proceso de modelación matemática. Aportes al desarrollo de tareas auténticas.....	32
La optimización en el sector agrícola.....	36
GeoGebra.....	38
Diseño Metodológico	41
Estudio de caso como método de investigación	42
El contexto y los participantes.....	43
Las tareas contextualizadas como herramienta investigativa.....	45
Descripción de tarea auténtica 1: Aplicación de situación en contexto 1.	45
Descripción de tarea auténtica 2: Aplicación de situación en contexto 2.	46
Descripción de tarea auténtica 3: Optimización de situación en contexto.	46
Instrumentos para el registro y obtención de información	47
La entrevista.	47
La observación-participante.	48
Documentos.	48
Fases del desarrollo de la investigación	49
Fase de inmersión.....	49
Fase de desarrollo.....	50
Proceso de análisis.....	51
Análisis de la información.....	52



Validez y limitaciones de los resultados.	53
Vinculación de las áreas de agricultura y de matemáticas por medio de tareas auténticas	56
Proceso desarrollado por los estudiantes	57
La optimización como una manifestación de la “autenticidad personal” en un proceso de modelación	68
Manifestaciones de la vinculación entre las áreas de Matemáticas y de Agricultura	76
Conclusiones.....	84
Referencias	94
Anexos.....	104
Anexo 1: Actividad Auténtica 1	104
Anexo 2: Actividad Auténtica 2.....	105
Anexo 3: Divulgaciones	106

Lista de Figuras

<i>Figura 1: Caminos hacia el significado en el aprendizaje auténtico. Hill y Smith (2005)</i>	<i>23</i>
<i>Figura 2: Adaptación del ciclo de modelación matemática propuesto por Perrenet y Zwaneveld, (2012).</i>	<i>35</i>
<i>Figura 3: Proceso desarrollado por los estudiantes.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 4: Categoría “factores proceso de producción” de hortalizas.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 5: Imagen del aplicativo usado para construir el modelo algebraico.....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 6: Solución gráfica de Actividad Auténtica 1 (Anexo1).....</i>	<i>64</i>



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Lista de Tablas

Tabla 1 <i>Características de los estudiantes en un aprendizaje auténtico. Villarini (1998)</i> _____	25
Tabla 2 <i>Diferencias clave entre tareas auténticas y tareas de aula. Lebow y Wager (1994)</i> _____	27
Tabla 3 <i>Diálogo sobre las restricciones del proyecto</i> _____	67
Tabla 4 <i>Análisis de factores aplicados en las actividades auténticas</i> _____	71





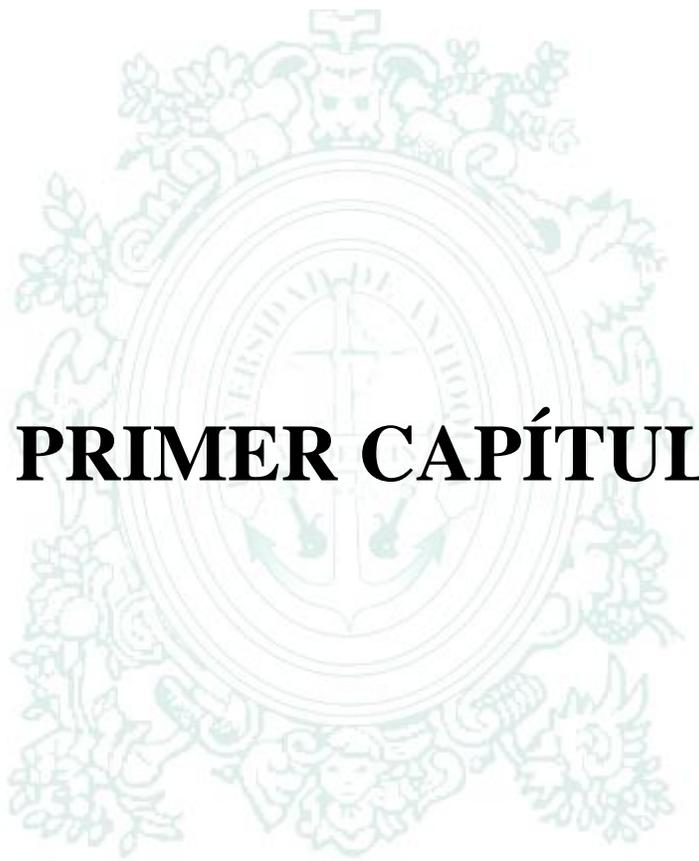
Lista de Ilustraciones

Ilustración 1: Personificación en el proceso de producción de hortalizas 68

Ilustración 2: Esquemas de la era a sembrar hechas por Diego (Derecha), Víctor (Izquierda)..... 73

Ilustración 3: Proceso de personificación del aprendizaje..... 74





PRIMER CAPÍTULO

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Antecedentes

En este capítulo se relacionan los antecedentes del problema de investigación. En primer lugar, se analizan las condiciones que propiciaron la necesidad de articular las áreas¹ de agricultura y matemáticas que hacen parte del plan académico de la media técnica² en agropecuaria de la Institución Educativa Rural Agrícola de San Jerónimo; estas áreas brindaron herramientas y técnicas a los estudiantes para realizar procesos agrícolas. En segundo lugar, se analiza el contexto y se muestra como un elemento de apoyo en el proceso formativo rural. En tercer lugar, se describen situaciones que reportan una articulación entre matemáticas y agricultura en los procesos productivos. Todos estos elementos permitieron delimitar el problema de investigación a través de la pregunta *¿Cómo se articulan las áreas de agricultura y matemáticas a través de tareas auténticas en una institución educativa rural?* Entendemos el término articulación como una herramienta que permite abordar el proceso de enseñanza y aprendizaje de forma interdisciplinaria entre las áreas de matemáticas y agricultura (Villa-Ochoa, 2011)

Necesidad de articular las áreas de matemáticas y de agricultura en un contexto educativo rural

En esta investigación se presentan las condiciones en las que se imparten conocimientos de agricultura en la Institución Educativa Rural Agrícola de San Jerónimo y cómo los estudiantes desarrollan un proceso de producción de hortalizas. La institución educativa está ubicada en la

¹ Se usa el término área para referirse a áreas de conocimiento y de formación en el contexto educativo colombiano. Art 23 de la Ley 115 de 1994.

² La educación media técnica en el contexto Colombia permite prepara a los estudiantes para el desempeño laboral. Art 32 de la Ley 115 de 1994

vereda El Rincón, cuenta con cinco sedes en las cuales se distribuyen aproximadamente 900 estudiantes y tiene los ciclos de formación en Educación Básica Primaria, Educación Básica Secundaria y Media Técnica en agropecuaria. La media técnica se desarrolla en un ciclo propedéutico con el SENA, en su sede de Caldas-Antioquia, para la tecnología en agropecuaria.

Esta institución educativa propone el área de agricultura como eje fundamental para el desarrollo de procedimientos agrícolas en la preparación del terreno, siembra, mantenimiento y recolección, de manera que el vínculo de los estudiantes con el trabajo en el campo les permita establecer una relación con los conceptos de área que estén estudiando. Además, las prácticas culturales de los estudiantes alrededor de la agricultura permiten identificar la personificación³ de las actividades y el contexto como elementos para aplicar los conocimientos adquiridos en el aula de clase.

El área de agricultura hace parte del plan de estudios del nivel educativo Media Técnica en agropecuaria que imparte la institución educativa. A través de esta área se espera que los estudiantes reconozcan las condiciones en que se lleva a cabo la producción agropecuaria y asuman herramientas prácticas que les permitan desempeñarse en procesos futuros y potenciar la agricultura para fortalecer, entre otros factores, el arraigo por los procesos del sector rural de la región.

La propuesta curricular del área busca que los estudiantes adquieran conceptos que les permitan vincular la agricultura como alternativa laboral. Sin embargo, el reconocimiento que los estudiantes le daban al área en el año 2016 no evidenciaba acciones que permitieran tomar el proceso de producción de hortalizas como una actividad económica, sino que se presentaba una

³ Este término se emplea cuando se atribuye vida a una actividad, para el caso de esta investigación se referirá a la producción de hortalizas.

actividad del proceso académico sin ninguna otra implicación. En otras palabras, las actividades agrícolas que se desarrollaban no tenían una estrategia de producción sostenible. Estas condiciones permitieron identificar posteriormente que la institución usa un contexto para desarrollar un proceso académico con los estudiantes, sin la intención de establecer un vínculo con sus realidades o las de la región.

Aunado a lo anterior, a nivel institucional se busca que los proyectos desarrollados por los estudiantes en su proceso formativo de la media técnica, tengan incidencias en las actividades económicas agrícolas de la región. Los proyectos de agricultura que los estudiantes desarrollan hasta el momento se dan de forma aislada de las demás áreas, dejando un vacío en conceptos económicos o de mejoramiento que se pueden evidenciar con la interpretación de datos matemáticos. El análisis de elementos matemáticos que se puede dar al desarrollar los procesos agrícolas puede brindar al estudiante, por ejemplo, la posibilidad de analizar cambios en las variables utilizadas, la toma de decisiones sobre el proceso. De acá la necesidad de analizar cómo se pueden vincular las áreas de agricultura y de matemáticas.

De acuerdo con las ideas expuestas por Biembengut y Hein (2004), el proceso productivo en el sector agrícola puede vincularse con elementos matemáticos como modelación, optimización⁴ y la vinculación del contexto como un factor para interpretar las condiciones en que se desarrollan las actividades.

Lo anterior permite identificar algunos puntos en los cuales se evidencia la necesidad de investigar cómo los estudiantes de la media técnica en agropecuaria, haciendo uso de sus conocimientos previos en agricultura y su formación en el área de matemáticas, pueden vincular

⁴ En la línea de Caballero y Grossmann (2007) y Molnár (2016), la optimización es la estrategia de hacer que un procedimiento sea lo más perfecto, funcional o efectivo posible.

la agricultura a un proceso productivo que involucra elementos matemáticos (ecuaciones, datos, enunciados, entre otros). De esta forma se brindan condiciones que evidencien la intención curricular del área de agricultura y la vinculen con el área de matemáticas.

Para Biembengut y Hein (2004) la aplicación de modelos matemáticos apropiados a situaciones contextualizadas en la formación escolar propicia un mejor desempeño de los estudiantes. Este aspecto permite analizar de un modo eficaz el papel de la contextualización en el proceso formativo. En esta dirección, investigadores como Bassanezi (2002), Blanco-Álvarez, Higueta, y Oliveras (2014) y Villa-Ochoa y Berrio (2015), presentan trabajos de investigación que abordan situaciones “reales” contextualizadas en el proceso de enseñanza de las matemáticas.

Contextualizaciones en el proceso formativo

En el proceso de formación se debe vincular el contexto como elemento representativo para el estudiante, ya que permite crear “lazos” de aprendizaje con la situación problema que se está trabajando (Diniz y Ferreira, 2015). No obstante, en muchos casos se desarrollan procesos prácticos con la única intención de obtener un producto, desconociendo el potencial del contexto en la formación académica de los estudiantes.

Diversos investigadores resaltan la importancia de involucrar el contexto de los estudiantes en su formación académica entre otras razones, para vincular sus realidades a los procesos de aprendizaje. En consecuencia, acceden a situaciones donde tiene lugar un concepto o procesamiento matemático, favoreciendo su comprensión (Diniz y Ferreira, 2015; Martínez, 2003; Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa, 2014; Parra, 2013; Ramos y Font, 2006; Valero, 2002; Villa-Ochoa, Jaramillo y Berrio, 2015). Además, los investigadores confluyen en que el contexto mejora la interpretación, comprensión, ejecución y análisis de una situación

problema, favoreciendo el aprendizaje. A continuación, se presentan varias visiones sobre contexto en investigación en Educación Matemática.

Una primera visión se relaciona con el “contexto auténtico”. Autores como Muñoz, Londoño, Jaramillo, y Villa-Ochoa (2014), argumentan que el contexto auténtico permite a los estudiantes vincular sus realidades y hacerlos participes directos del proceso. Por su parte, Lombardi (2007) sostiene que este tipo de contexto potencializa las habilidades en la toma de decisiones, al tiempo que se reconocen múltiples perspectivas que se dan en la situación que es objeto de análisis.

Otra visión presentada por Valero (2002), como contexto de interacción, sugiere que para entender el proceso de enseñanza y aprendizaje que tienen los estudiantes en el aula de clase, se debe vincular la cooperación entre los participantes y el profesor. La vinculación de actividades reales permite que los estudiantes tengan argumentos y mayor propiedad sobre el tema, al favorecer escenarios donde puedan aportar con mayor propiedad en los diálogos grupales.

Por su parte, Martínez (2003) presenta un enfoque de contexto “real” y lo define como la convergencia entre elementos matemáticos y una situación real donde se desarrollan las situaciones prácticas con los estudiantes: Algunas consideraciones como el entorno sociocultural donde tiene lugar la práctica en un contexto real, son asumidas por el Centro de Investigación y Desarrollo Ocupacional de Estados Unidos CORD (2003), Martínez (2003) y Muñoz et al. (2014) y se adaptan a las condiciones en que se asume el contexto en esta investigación, porque permite vincular las situaciones importantes para los estudiantes y sean analizadas según las condiciones específicas de su contexto.

De acuerdo con las características y condiciones de esta investigación, se asumirá el enfoque de Martínez (2003), quien además sostiene que los contenidos matemáticos que se puedan conectar con el mundo real sirven como puntos de partida para el proceso de enseñanza

de la educación matemática. El MEN (1998, 2006) sugiere que dentro del proceso de enseñanza se aborde el contexto “real” como un elemento que apoya la enseñanza de las matemáticas, para favorecer la interpretación de los conceptos matemáticos.

Otros contextos como el evocado y el simulado presentados por Valero (2002), no permiten tener los detalles que se presentan en un contexto real. Aquellos dejan de lado información importante de la situación y la vinculación práctica por parte de los estudiantes está en la aplicación de un algoritmo matemático. Estas condiciones según lo expuesto por Hill y Smith (1998), no favorecen elementos del aprendizaje auténtico como la personificación.

La importancia del contexto para esta investigación radica en la manera como se vincula al desarrollo de las actividades y propicia la relación de las condiciones con que cuenta la situación problema, lo anterior se relaciona con lo presentado por Heuvel-Panhuizen (2003) en el sentido del vínculo real y representativo que debe existir entre las actividades y el entorno socio-cultural. Estos planteamientos se relacionan con los expuestos por Diniz y Ferreira (2015) cuando se presenta el aprendizaje de los estudiantes como una actividad que involucra múltiples factores (culturales, expectativa, conocimientos previos, etc.). En este sentido, se identificó el contexto real como un factor importante ya que permite hacer hincapié en problemas que motivan al estudiante a involucrarse e investigar ideas que aporten a situaciones problemáticas de su realidad.

En esta misma línea, investigadores como Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa (2014), presentan el contexto como un factor relevante en el proceso de investigación en Educación Matemática por su importancia en las fases del aprendizaje de las matemáticas (exploración; aplicación, desarrollo y conceptualización), presentando el contexto como el espacio donde el estudiante se vincula de modo activo. Valero (2002) y Parra (2013) coinciden en

la misma posición y apoyan la idea de que el contexto es el espacio donde se logra crear un conocimiento asociado a la realidad del estudiante.

En el caso particular de los estudiantes de la media técnica en agropecuaria es importante tanto el componente teórico-práctico del proceso productivo, como los procesos matemáticos (optimización y modelación) que apoyan la solución de las situaciones problema que se presentan en su entorno, de modo puntual en esta investigación se aborda el mejoramiento del proceso en la producción de hortalizas. Estos componentes son importantes porque la vinculación entre ellos permite entender desde unos aspectos matemáticos, el proceso productivo de hortalizas.

La vinculación del contexto a la formación de los estudiantes en un proceso productivo potencializa la relación entre las matemáticas y el contexto en que se desarrolla la situación problema. Esta vinculación responde a la demanda que tiene la comunidad de la conexión entre la enseñanza en las instituciones educativas y el entorno del estudiante. Parra (2013) enfatiza que el docente tiene un papel protagónico en el proceso de manejo del contexto en el desarrollo de la formación de los estudiantes pues es éste quien conoce el objeto matemático a trabajar, ha identificado las características de los estudiantes y posee la capacidad de buscar información para asociarla al contexto y al área de matemáticas.

Así mismo, autores como Blanco-Álvarez et al. (2014), argumentan que el aprendizaje de las matemáticas no sólo depende del método de enseñanza, sino, en gran medida, de la relación que se tiene con el contexto donde se enseña, en el caso particular de esta investigación, el contexto rural.

Otros estudios reflexionan acerca de la necesidad de que la información no se dé fraccionada sino de forma contextualizada, lo que permite afrontar los desafíos de una sociedad exigente, y resaltan que es necesario introducir y relacionar los conceptos con elementos matemáticos de un modo natural, espontáneo y bajo las necesidades del entorno (Bassanezi,

2002; Diniz y Ferreira, 2015). Así mismo, Lave y Chaiklin (2006) afirman que las prácticas de las enseñanzas de las matemáticas deben estudiarse en el contexto real en el cual las personas se desenvuelven, ya que no se puede desligar del mundo donde se desarrolla la actividad ni de las personas que actúan en él. Esto permite a los estudiantes debatir e interpretar sus propias ideas para la búsqueda de nuevas y mejores soluciones, apoyados en sus conocimientos previos.

Por lo tanto, es necesario abordar los procesos de formación académica a través de las realidades de los estudiantes, que para el caso particular de esta investigación se relacionan con la producción de hortalizas en un sector rural.

Investigaciones que reportan articulación entre matemáticas y agricultura

En los apartados anteriores se presentó la importancia que tiene la articulación entre contenidos de las áreas de agricultura y de matemática vinculadas a un contexto que tenga sentido para el estudiante. Al respecto, se encontró que la optimización, en palabras de Caballero y Grossmann (2007) y Molnár (2016), es un proceso que permite hacer que un procedimiento sea completo, funcional y efectivo. En esta misma línea Duarte, Pantrigo y Gallego (2007) lo definen como el proceso que intenta encontrar la mejor solución a un problema. En los procesos productivos, la finalidad es mejorar los recursos con los que se cuenta, idea de optimización que se vincula de modo acertado a las condiciones agrícolas en las que se desarrolla esta investigación. En la institución educativa que es objeto de indagación de este estudio, se identificaron recursos (locativos, culturales, sociales, etc.) que permiten considerar la optimización de procesos productivos como una alternativa para vincular los contenidos matemáticos, el contexto y los procesos productivos de siembra.

Investigadores como Alvarado (2011); Lora-Freyre y Pellicer-Durán (2012); Romero (1986); Salles, Plà, y Gomes (2008), presentan evidencias exitosas de la vinculación entre la

agricultura y las matemáticas a través de estrategias de optimización de procesos productivos, haciéndolos más rentables, haciendo uso de algoritmos matemáticos definidos (Programación lineal o simulación). Este tipo de procesos están relacionados con la siembra de caña de azúcar, la producción de café o el mejoramiento del uso del suelo. Solo se pudo evidenciar propuestas para las grandes y medianas agroindustrias, dejando de lado la optimización de procesos agrícolas en niveles menores (pequeñas y micro agroindustrias).

Kapur (2006) argumenta que el uso de la optimización como proceso matemático puede aplicarse a distintas áreas del conocimiento ya sea en estadística, economía, investigación de operaciones, ciencia y tecnología o matemáticas, siempre y cuando se tenga claridad sobre el contexto en que se aplica. Lo que deja ver que la posibilidad de aplicar procesos como la optimización para hacer vínculos entre las áreas de matemáticas y de agricultura, que permitan favorecer al gremio de los pequeños agricultores.

Problema de investigación

En los apartados anteriores se observa la importancia de vincular el contexto y las matemáticas en el desarrollo de procesos productivos. Si bien los estudiantes hacen sus prácticas en la granja de la institución, en ésta no se evidenció que los estudiantes articularan elementos matemáticos durante la producción de hortalizas de la Institución Educativa Rural Agrícola de San Jerónimo. Como una manera de suplir la necesidad de mejorar dicha producción, esta investigación presenta el contexto “real” como un enfoque de formación para los estudiantes.

En el momento que se desarrolló la investigación en la institución educativa, la formación de los estudiantes en las distintas áreas, entre ellas matemáticas y agricultura, no evidencia articulación que permita hacer uso de los contenidos con fines prácticos y de impacto en su contexto cercano, que consiga en los estudiantes identificar el potencial de las matemáticas

aplicadas en actividades tan importante para ellos como la agricultura. Se da un acercamiento haciendo uso de operaciones aritméticas, en la medición del suelo para identificar su área o perímetro.

Esta desarticulación entre elementos matemáticos (costos, presupuesto, gastos, ingresos, optimización, simulación) motivó la investigación, si se considera que la prioridad en los procesos de producción de hortalizas en la región se centra en encontrar la mejor alternativa de siembra, en el mejoramiento de los recursos, el manejo de elementos como la inversiones en el cultivo, el uso del suelo, egresos e ingresos, lo que permite a los agricultores tener un manejo financiero que posibilita mejorar sus posibles inversiones en el sector agrícola. Es importante asociar contenidos académicos del área de matemáticas con los de agricultura, creando un “vinculo” que amplíe la relación entre lo que hasta el momento fueran dos “islas” de conocimiento para favorecer la formación de los estudiantes en el contexto que se desenvuelven.

En la actualidad es importante la articulación de conocimientos de las distintas áreas con la intención de brindarle sentido a los procesos que en la cotidianidad hacen los estudiantes. Ghic (2012) expone que dar sentido a los conceptos teóricos, propicia funcionalidad y permite encontrar relaciones cercanas entre los distintos conocimientos que permita dar solución a una situación determinada. En la misma línea, Bassanezi (2002) propone la necesidad de acudir a un modelo educativo más comprometido con la sociedad, que propicie articulaciones entre diferentes áreas y permita aplicar los conocimientos de forma frecuente en la resolución de problemas asociados a situaciones de la vida real.

La optimización agrícola posibilita articular áreas de conocimiento como matemáticas y agricultura, la cual se viene implementando en las últimas décadas (Candelaria et al., 2011). Su importancia refiere la necesidad de ser más eficientes en el uso de los recursos en un sector tan representativo como el rural.

Según Caballero y Grossmann (2007), el proceso de optimización “es una práctica habitual en las ciencias, la ingeniería y los negocios” (p.1). En contraste, en el campo de la agricultura se presentan acercamientos a la optimización con la intención de mejorar los procesos de producción, recolección, siembra y manejo de insumos, entre otros factores (Alvarado, 2011; Lora-Freyre y Pellicer-Durán, 2012; Salles, Plà, y Gomes, 2008; Sirotenko y Romanenkov, 2009).

Sin embargo, la exploración de este tipo de procesos de optimización en el área de la agricultura no se ha desarrollado de modo eficiente (Candelaria et al., 2011). En la revisión de la literatura se halló poca información que permita vincular los procesos de optimización y producción en las prácticas agrícolas, si bien tenían elementos que evidencian vinculación entre la agricultura y las matemáticas por medio de la optimización, no se encontró trabajos en los cuales se vincule por ese medio las áreas a las prácticas agrícolas en huertas escolares, educación secundaria o dirigidos a micro agricultores; todos apuntan a grandes procesos industriales. En este sentido, se cree oportuna la posibilidad de presentar la optimización a los estudiantes como estrategia para la toma de decisiones en el proceso de siembra de hortalizas.

Se analizó los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares Colombianos (MEN, 1998), para identificar elementos que orientaran la formación de los estudiantes en el sector rural y contextualizar la investigación. Sin embargo, no se encontraron elementos que diferencien los procesos académicos a desarrollar con estudiantes del sector rural o del sector urbano. Lo anterior sugiere la intervención del docente para poner en contexto los contenidos académicos, más aún si se tiene en cuenta que los intereses y necesidades de los estudiantes son diferentes según el contexto.

El MEN (2006), en sus Estándares Básicos de Competencia en matemáticas, enfatiza en involucrar el entorno social con el proceso de aprendizaje, expresando la necesidad de crear una

conexión entre los contenidos analíticos del área de las matemáticas y el contexto en el que interactúan los estudiantes. En otras palabras, la formación en matemáticas debe responder a la solicitud de la sociedad en sus diversos contextos y a la de la Institución Educativa Rural Agrícola de San Jerónimo.

De acuerdo con las condiciones anteriores, se identifica que una de las dificultades en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en la institución educativa rural agrícola de San Jerónimo es la descontextualización del área de las matemáticas frente a las realidades de los estudiantes.

La posibilidad de tener un modelo de Educación en Matemáticas que responda a las necesidades del contexto rural sugiere mayor compromiso con las realidades de los individuos y la sociedad, establecer mejores relaciones entre el área de las matemáticas y las demás áreas del conocimiento, evitar la reproducción de modos de pensar fraccionados, en una sociedad que presenta desafíos cada vez más complejos (Bassanezi, 2002; Blanco-Álvarez et al. (2014).

Además, es importante identificar, analizar y procurar hacer vínculos entre el sector agrícola y las matemáticas de tal forma que permita tomar decisiones con el análisis de los datos suministrados en los procesos productivos, donde los estudiantes interpreten y debatan sus ideas para buscar mejores soluciones a una problemática, teniendo presente sus conocimientos previos (Orey y Rosa, 2015).

Las condiciones del municipio de San Jerónimo, donde menos del cinco por ciento (5%) de la extensión geográfica es urbana (Gobernación de Antioquia, 2014), demanda un trabajo conjunto entre los entes municipales para trabajar en beneficio de la ruralidad. Uno de estos entes es el educativo, que está llamado a potencializar las condiciones de ruralidad del municipio, brindando una formación acorde a las necesidades de la comunidad.

Las condiciones actuales en que los estudiantes se vinculan con el área de agricultura limita el potencial que tienen las tareas agrícolas, restringiendo el proceso al desarrollo repetitivo bajo orientaciones sistemáticas. Es importante desarrollar un análisis de las tareas agrícolas desarrolladas por los estudiantes y hacer una estructuración para que denoten elementos tales como la autenticidad que permitan analizar la vinculación de las áreas de agricultura y de matemáticas en el proceso de producción e identificar las condiciones de los estudiantes y su contexto, para posibilitar la apropiación de las actividades agrícolas y su arraigo como actividad económica de la región.

Teniendo presente las condiciones expuestas, este trabajo de investigación aborda la siguiente pregunta y objetivo de investigación.

Pregunta, objetivo y objeto de la investigación

Se propone la siguiente pregunta de investigación: *¿Cómo se articulan las áreas de agricultura y matemáticas a través de tareas auténticas en una institución educativa rural?*

A continuación, se expone el objetivo de investigación para dar respuesta a la pregunta de planteada.

Analizar cómo se da la articulación de las áreas de agricultura y matemáticas a través de tareas auténticas en un entorno rural.

De forma adicional se presenta el siguiente objeto de estudio: *Uso de las tareas auténticas en la articulación de las áreas de matemáticas y agricultura, para la optimización en la producción de hortalizas en la Institución Educativa Rural de San Jerónimo Antioquia*



SEGUNDO CAPÍTULO

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Referente Teórico

Generalidades del Aprendizaje Auténtico

Como se presentó en el capítulo anterior, el problema del que se ocupa esta investigación se enmarca en la articulación entre las áreas de matemáticas y de agricultura en un proceso de siembra de hortalizas. El objetivo de la investigación es establecer elementos que permitan entender cómo las tareas auténticas permiten desarrollar un proceso de vinculación entre las áreas de agricultura y de matemáticas, y favorecer en los estudiantes un proceso de aprendizaje auténtico. Las tareas auténticas para esta investigación se asumen como actividades que los estudiantes hacen para lograr un aprendizaje auténtico, más adelante se desarrollan con más detalle.

Este capítulo presenta dos orientaciones teóricas. La primera es acerca de las generalidades del aprendizaje auténtico, donde se describen las tareas y contextos que propician este enfoque. Se retoman los aportes de investigadores como Fremerey y Bogner (2015); Herrington (1997, 2006); Herrington y Herrington (2006); Herrington, Reeves, y Oliver (2010); Hill y Smith (1998, 2005); Laur (2013) y Lombardi (2007) y Villarini, 1997). Se presentan algunas de sus contribuciones teóricas, que se describirán más adelante y que buscan apoyar al aprendizaje de los estudiantes haciéndolos partícipes de situaciones que tengan sentido desde sus deseos, sus experiencias, sus conocimientos y sus realidades.

La segunda orientación describe cómo interacciona la modelación con la educación matemática, y su relación en la educación rural agrícola. Investigadores como Bassanezi (2002); Gaisman (2009); Heuvel-Panhuizen (2009); Molina (2013) y Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio, y Ocampo (2008), convergen en la importancia que tiene la modelación en el desarrollo de procesos de aprendizaje, de modo particular en la educación matemática, vinculando

experiencias donde los estudiantes interactúen con el contexto. Estas dos orientaciones permitieron centrar la mirada en el potencial que tiene el aprendizaje de los estudiantes cuando se vincula a tareas auténticas.

Durante las últimas décadas varios investigadores a nivel internacional han contribuido a fortalecer la orientación teórica del aprendizaje auténtico y mostrar sus aplicaciones y limitaciones. Villarini (1997) Habla sobre algunas diferencias entre el aprendizaje auténtico y lo que el autor llama el “pseudo-aprendizaje”, que define como la formación magistral y señala algunas características que los estudiantes deben abordar en este aprendizaje; Lombardi (2007) y Perrenet y Zwaneveld (2012) coinciden en la vinculación de las realidades de los estudiantes al proceso de aprendizaje, mientras Herrington (1997, 2006); Herrington y Herrington (2006) y Herrington, Reeves, y Oliver (2010) se enfocan en presentar las condiciones en las cuales el aprendizaje auténtico se desarrolla.

Hill y Smith (1998, 2005) hacen una revisión a diversas investigaciones y plantean un esquema que permite analizar cuándo se presenta un aprendizaje auténtico, que en concordancia con Brophy y Alleman (1991), argumentan la necesidad de llevar los problemas de la vida real al aula y tratarlos de acuerdo al contexto de los estudiantes, para potencializar este aprendizaje.

Villarini (1998) y Herrington y Herrington (2006) presentan el Aprendizaje Auténtico como una perspectiva que se articula a las actividades cotidianas, de modo que las soluciones generadas en el proceso de aprendizaje se relacionen con el contexto de los estudiantes, los investigadores resaltan la importancia en primer lugar del perfil del estudiante y en segundo lugar el del profesor. El primero es descrito en ésta perspectiva teórica como responsable, crítico y con iniciativas, mientras el segundo es descrito como un facilitador de los procesos de aprendizaje en vez de un transmisor de conocimientos descontextualizados.

El papel de los profesores en el proceso del aprendizaje auténtico es importante en la medida que precisan el contenido relevante para enseñar a los estudiantes, según el contexto donde se desarrolle el proceso de enseñanza (Maina, 2004). Además, Hill y Smith (2005) plantean que los profesores deben tener unas condiciones para concebir un aprendizaje auténtico, éstas se relacionan con la motivación dirigida a mejorar el aprendizaje, personalidad, el uso del humor y el interés por parte de los estudiantes.

Otros aspectos relevantes en relación con el aprendizaje auténtico se relacionan con las habilidades que un estudiante desarrolla. En correspondencia, Lombardi (2007); Maina (2004) y Rule (2006), convergen en que dichas habilidades favorecen el proceso de aprendizaje. A continuación, se hace una descripción de las habilidades en las cuales se encuentran conciencias entre los autores.

- **Juicio:** Para distinguir información fiable y representativa de aquella que no lo es, y tomar solo la información pertinente que le permita analizar de modo adecuado la situación problema.
- **Síntesis:** Para reconocer los elementos relevantes en el análisis que se hace a las situaciones problema que se abordan.
- **Interdisciplinario:** La flexibilidad para trabajar a través de fronteras disciplinarias y culturales para generar soluciones, que potencializa las habilidades de cada estudiante al interactuar y compartir con los demás compañeros, potencializando habilidades de comunicación.
- **Relevancia:** Las actividades que los estudiantes trabajan están asociadas a la realidad y contextualizadas, relacionadas a temas representativos para ellos.

- **Personificación:** Los estudiantes se vinculan de modo directo al desarrollo de las actividades, haciendo uso de los medios disponibles para encarnar en la medida de lo posible las situaciones problemas.

Estas habilidades permiten a los estudiantes afrontar con claridad las diferentes situaciones problemas que se den en los escenarios donde se desenvuelven, favoreciendo las condiciones para el análisis, de manera que se fortalezca su formación académica y personal.

Fremerey y Bogner (2015) sostienen que las situaciones reales brindan a los estudiantes información esencial ayudándoles a comprender mejor la conceptualización de un tema. En esta misma línea argumental, Lombardi (2007) y Villarini (1997) presentan al aprendizaje auténtico como una salida para reducir de modo significativo los procesos de aprendizaje mecánicos, memorísticos, irreflexivos. Estos elementos se relacionan de forma directa con el contexto agrícola de esta investigación.

Los investigadores Herrington (2006) y Lombardi (2007) convergen que el desarrollo de un aprendizaje auténtico debe darse bajo algunas características que permiten que todo proceso fluya, éstas se pueden clasificar en: Un contexto que se vincule a la situación problema y facilite que los conceptos sean adquiridos por los estudiantes; actividades que favorezcan el desarrollo y propicien el entendimiento de los conceptos y una evaluación significativa que sea formativa.

Aunado a los planteamientos anteriores, Hill y Smith (1998) presentan factores esenciales dentro del proceso de aprendizaje auténtico como lo son: La contextualización, el trabajo en equipo, la personificación de la actividad y su mediación. Estos factores, articulados a las actividades escolares, permiten que los estudiantes desarrollen destrezas y que potencialicen su desempeño. De forma adicional se presentan dos elementos que son denominados elementos de apoyo (motivación e inteligencias múltiples).

Posteriormente, Hill y Smith (2005) identificaron tanto los factores centrales como los elementos de apoyo expuestos en su investigación de 1998 y 4 factores adicionales (identidad, planificación de la carrera, relaciones humanas y atributos del profesor); estos 10 factores crean la unidad hermenéutica de la teoría presentada por estos investigadores. A continuación, se explica cada uno de estos factores y su relación con esta investigación.

La mediación es como se presenta la información para lograr el aprendizaje. Se relaciona con elementos culturales, como el lenguaje y creencia, o elementos mediadores de comunicación como los libros, audios, lápiz y papel, al igual que herramientas de aplicación del conocimiento como son las tecnologías de la información y la comunicación. Esta investigación hará uso de las tecnologías de la información y la comunicación y de herramientas agrícolas (Azadón, machete recatón, entre otros), para permitir personificar y abordar las situaciones problemas de forma contextualizada.

La Personificación representa el *aprendizaje* e involucra el cuerpo y sobre todo la emoción que implica los sentidos. Esta actividad permite al estudiante tener vínculos más cercanos con el conocimiento. Se pretende que el estudiante encarne la labor agrícola al desarrollar todo el ciclo de producción de las hortalizas, favoreciendo su entendimiento de la situación problema.

La distribución o trabajo en conjunto se enfoca en que el conocimiento no se limita a una sola persona, por el contrario, es una construcción conjunta que exige el aporte de diferentes visiones para complementarse. De modo particular, en los procesos agrícolas es pertinente el trabajo en equipo, pues hay condiciones que son impredecibles en el proceso productivo y una característica del trabajo en equipo es potencializar los buenos resultados en actividades complejas, mediante la socialización y confrontación de las distintas posturas.

La contextualización, como se presentó en capítulos anteriores, permite que tanto profesores como estudiantes se sitúen para saber cuáles son las particularidades en el proceso de enseñanza, y logren vincularlas de forma explícita en la problemática a trabajar. La posibilidad de que en este proyecto los estudiantes estén inmersos en el contexto, ya sea por su formación en la media técnica de la institución o por su experiencia en sus hogares, favorece la apropiación de la temática a trabajar.

Las inteligencias múltiples no definen el aprendizaje de modo lineal y enfocado a una sola forma de aprendizaje, por el contrario, la forma como los estudiantes logran entender un determinado tema pueden ser diversas (Gardner, 2001). El aprendizaje auténtico promueve la aplicación de dichas inteligencias múltiples para darle solución a las actividades que se planteen.

La motivación es la intervención al proceso de aprendizaje por algún motivo, como se presentará más adelante en esta investigación, se relaciona con el deseo de aprender una alternativa para el proceso de producción de hortalizas, lo cual posibilita el aprendizaje de las matemáticas. En este sentido, Gil, Guerrero, y Lorenzo (2006), presentan elementos que aclaran cómo la motivación se vincula con un aprendizaje afectivo en las matemáticas, donde los estudiantes visualizan su participación por un deseo personal o vinculado a un objetivo conjunto.

La identidad es el crecimiento personal y el desarrollo de la identidad (quién es uno) y un sentido del yo vinculado al aprendizaje auténtico, así, apoyando este factor, Gil et al. (2006) describen la identidad como un nivel afectivo-emocional (auto concepto), lo que determinará la motivación del estudiante para la realización de las actividades matemáticas o agrícolas en el caso de la investigación que se plantea.

La planificación de la carrera, la motivación e identidad van de la mano con factores como este ya que implica referencias a futuros cursos, programas, carreras, aprendizajes u otra

educación postsecundaria. En este sentido, la autenticidad del proceso de enseñanza está ligada a los deseos futuros.

Las relaciones humanas son expresiones, positivas o negativas, acerca de estar con los demás, especialmente con sus compañeros y profesores, esta condición está ligada de modo simétrico con el factor distribución ya que un elemento esencial en el trabajo en equipo son las relaciones humanas.

Los atributos del maestro son cualidades o habilidades del profesor o supervisor, para aplicar un aprendizaje, donde se incluye la personalidad, el uso del humor y el interés en los estudiantes. Estos atributos potencializan la afectividad que los estudiantes pueden tener con la asignatura de matemática. Autores como Gil et al. (2006) sostienen que los profesores que se integran en el proceso de formación favorecen la relación entre profesor-estudiante generando afectividad con las asignaturas matemáticas y agricultura.

Esta investigación se sustenta, en los elementos expuestos en las investigaciones de Hill y Smith (1998, 2005) que se relacionan con el aprendizaje auténtico; la razón radica en la relevancia y pertinencia que tienen los diversos factores en el desarrollo de la pregunta planteada.

A continuación, en la figura 1 se presenta un diagrama producto de la investigación que permite configurar las relaciones entre los factores que permiten relacionar las asignaturas de agricultura y matemáticas en esta investigación.

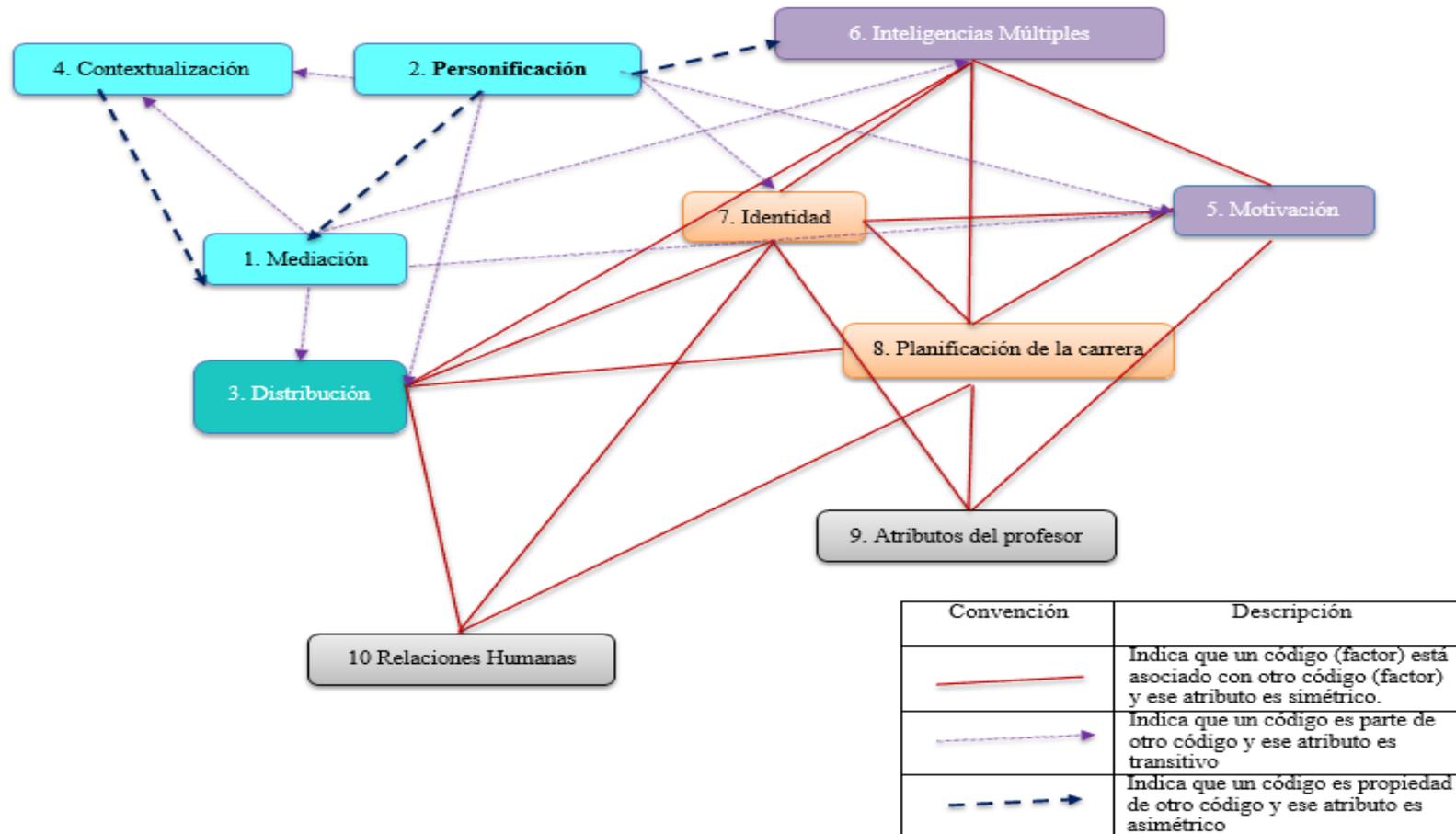


Figura 1: Caminos hacia el significado en el aprendizaje auténtico. Hill y Smith (2005)

En la figura anterior se presenta una serie de relaciones (simétricas, asimétricas o transitivas) que tienen los factores del aprendizaje auténtico entre ellos. A continuación, se presentará una explicación que permite su comprensión.

La línea roja sólida representa una relación simétrica entre los factores, ésta puede explicarse como la intervención de un factor siempre y cuando el otro esté presente dentro del proceso de aprendizaje; en otras palabras, un factor está asociado con otro y su relación es correspondiente, a modo de ejemplo, la distribución está asociada con identidad, inteligencias múltiples, planificación de la carrera y relaciones humanas. La motivación se asocia con la identidad, atributos del profesor, inteligencias múltiples y la planificación de la carrera.

La línea morada punteada indica que un código hace parte de otro (se evidencia en él). Esta propiedad es transitiva, a modo de ejemplo, la mediación es parte de la distribución, motivación, inteligencias múltiples y la contextualización; la personificación es parte de distribución, identidad, motivación y contextualización. Se puede afirmar que cuando se da un proceso de contextualización, está presente el factor de la personificación, del mismo modo debería identificarse cuando se da la distribución o el trabajo en equipo en una tarea auténtica.

La línea azul punteada indica cuando un factor es propiedad de otro factor y esto crea una relación asimétrica, a modo de ejemplo, la personificación es propiedad tanto de la mediación como de las inteligencias múltiples; la contextualización es parte de la distribución. Lo anterior permite entender que para personificar una tarea deben estar presentes los factores de las inteligencias múltiples y la mediación para poder hablar de proceso de aprendizaje auténtico.

Adicional a los factores expuestos, los cuales aparecen en el desarrollo de un aprendizaje auténtico, es importante definir qué características presenta un estudiante que participe en este enfoque de aprendizaje. Villarini (1998) expone algunas de ellas y su descripción, estas se presentan en la tabla 1.

Tabla 1

Características de los estudiantes en un aprendizaje auténtico. Villarini (1998)

Características	Descripción
Significativo	✓ Relaciona el estudio con sus necesidades e intereses
	✓ Establece propósitos y se involucra afectivamente
	✓ Trabaja a un nivel apropiado para su desarrollo y estilos de aprendizaje
Activo	✓ Lleva a cabo acciones en situaciones reales o realizables
	✓ Desarrolla medios o maneja instrumentos
	✓ Diseña o produce algo
Reflexivo	✓ Ejercita sus destrezas de pensamiento
	✓ Planifica y supervisa su proceso de estudio y aprendizaje
	✓ Autoevalúa los resultados de su aprendizaje
Colaborativo	✓ Desarrolla competencia social
	✓ Da, recibe e incorpora la comunicación
	✓ Coordina sus metas y acciones con las de los otros/as.
Empoderado	✓ Desarrolla competencias o habilidades
	✓ Supera la pasividad frente a la realidad
	✓ Transforma o domina un aspecto de la realidad

Tareas Auténticas. Se asumen como actividades que los estudiantes llevan a cabo para implementar los conceptos vistos en clase que, siguiendo la línea de Villalobos (2006), involucren necesidades del entorno de la comunidad académica. Para Brophy y Alleman (1991), las tareas se definen como: "Todo lo que se espera que hagan los estudiantes, más que obtener aportes a través de la lectura o la escucha, para aprender, practicar, aplicar, evaluar o responder de cualquier otra forma al contenido curricular" (p.9).

No obstante, una actividad puede ser mucho más que una oportunidad para que los estudiantes practiquen y apliquen su aprendizaje. En esta investigación, en la misma línea de Herrington, Reeves, Oliver, y Woo (2004), se propone presentar elementos que hacen que una tarea tenga una connotación de autenticidad y proporcionen significado y relevancia a contenidos complejos que posibiliten la resolución de problemas reales de forma colaborativa, de donde se desprendan productos bien hechos y una evaluación integral de los logros.

Aunado a lo anterior, los investigadores sostienen que dentro del proceso escolar se puede hacer que una tarea auténtica sea la organizadora central de todo un curso. Para este caso, las tareas auténticas que se usan proporcionan acciones con las cuales se vinculan las áreas de matemáticas y de agricultura en el contexto de los estudiantes. Además, éstas mejoran la motivación de los estudiantes, sin embargo, requieren mucho tiempo de reflexión por parte del profesor y esfuerzo al desarrollar la actividad para vincular todos los elementos necesarios que reflejen las condiciones del entorno, lo que conduce a una mayor participación de los estudiantes y a un aprendizaje auténtico.

Las tareas auténticas se estructuran haciendo uso de contextos sociales, culturales y significativos, con un propósito y un destinatario auténtico. Estas tareas solo tendrán éxitos si se incluyen contenidos necesarios y relevantes para los estudiantes (Villalobos, 2006).

Algunas de las características de las tareas auténticas son la de favorecer las habilidades críticas y analíticas de los estudiantes, ser procedentes con sus realidades y objeto de estudio (Herrington, 1997, Herrington y Herrington, 2006). La creación de estas tareas debe reflejar situaciones reales o realizables (Herrington, 2006), donde los estudiantes asumen un rol que los vincula de modo activo en la situación. En esta investigación, los estudiantes se vinculan a una actividad agrícola donde, por sus características y contexto rural, aportan a la solución para mejorar el proceso productivo de las hortalizas, que está vinculado a una situación problema de su comunidad.

Lebow y Wager (1994) exponen que la educación tiene la finalidad de formar estudiantes que “entiendan” cómo hacer algo, pero no se evidencia claridad al hacerles entender cómo deben aplicar sus conocimientos cuando se enfrentan con problemas reales. Además observan diferencias entre tareas auténticas y lo que llamaremos “tareas de aula”, refiriéndonos a las tareas de libros de textos, que carecen de contexto para los estudiantes y que en la mayoría están ligadas

a un procedimiento estándar y a una única respuesta. A continuación, se presentarán 5 diferencias notables (Tabla 2) definidas por los autores en su proceso de investigación.

Tabla 2

Diferencias clave entre tareas auténticas y tareas de aula. Lebow y Wager (1994)

Tareas Auténticas	Tareas de aula
Poseen elementos que permiten que el estudiante pueda buscar alternativas de solución, desligándose de la estructura de un algoritmo.	Incluye ejemplos de "libros de texto" y condiciones bien estructuradas,
Los problemas están integrados en un contexto específico y significativo	Los problemas son en gran parte abstractos y descontextualizados
Los problemas tienen profundidad, complejidad y duración	Los problemas carecen de profundidad, complejidad y duración
Implica relaciones de cooperación y consecuencias compartidas	Implica relaciones de competencia e individuales, evaluación
Los problemas se perciben como reales y vale la pena resolverlos	Los problemas suelen parecer artificiales con baja relevancia para los estudiantes

Se ha escrito mucho acerca de las diferencias entre los tipos de actividades y los problemas que se enfrentan en situaciones de la vida real y aquellos típicamente diseñados en cursos de estudio; la tabla anterior es un ejemplo de estas diferencias. Las tareas auténticas se caracterizan según los elementos que se describen en el siguiente apartado y que le dan el adjetivo de auténticas.

Elementos de las tareas auténticas.

Varios investigadores sugieren criterios específicos para la identificación de las tareas auténticas que, si se implementan bien, pueden mejorar el aprendizaje de los estudiantes a medida que participan en ellas, ya que reflejan características genuinas de su entorno real.

Al reflexionar sobre las características de las tareas auténticas que los investigadores describen, se asumieron algunas que, según Herrington (2006) y Herrington et al. (2004),

permiten que sean auténticas, enmarcándose en nuestro enfoque de aprendizaje. A continuación, se hace una descripción de cada una de ellas:

- Están abiertas a múltiples interrogantes, no es propio de este tipo de aprendizaje que las actividades estén bien definidas y que su solución se haga por medio de algoritmos existentes; por el contrario, permite que el estudiante defina las tareas que considere pertinentes para completarla.
- Comprenden actividades complejas que deben ser investigadas por los estudiantes durante un período de tiempo sostenido. Estas actividades que se llevan a cabo requiere una inversión de “recursos intelectuales”, y tiempo (días, meses, años en vez de minutos u horas).
- Proporcionan a los estudiantes la oportunidad de examinar la tarea a partir de diferentes perspectivas utilizando diversos recursos, teóricos y prácticos que sean de su dominio; sin limitarlo a imitar una única perspectiva.
- Posibilitan la colaboración entre estudiantes, parte fundamental en el desarrollo de las tareas en la vida real, que buscan la articulación de saberes entre pares.
- Brindan la oportunidad de reflexionar; las actividades propuestas deben permitir al estudiante analizar y reflexionar sobre sus aportes, y el modo como aporta a la solución a un problema planteado.
- Pueden ser integradas y aplicadas a través de diferentes áreas temáticas y liderar más allá de dominios específicos. Las actividades fomentan el trabajo interdisciplinario, donde convergen diversos saberes.
- Se integran perfectamente con la evaluación, la cual se aplica sobre fenómenos reales y logra integrar el contexto, evitando una evaluación artificial descontextualizada de la realidad.

- Crean productos “pulidos”, al terminar la actividad, debe ser completo y permite soluciones competitivas y diversas, más que una sola respuesta obtenida mediante la aplicación de normas y procedimientos.

Si bien los investigadores definen estas características, Myers (1993) presenta tres criterios que miden qué tan auténtica es una tarea:

- La actividad brinda oportunidades para que los estudiantes logren algo que ellos perciben como real o genuino.
- La actividad desafía, inspira y capacita a los estudiantes para tomar riesgos y superar las limitaciones personales.
- La actividad hace una diferencia en las vidas de los estudiantes. (p 72).

Las características anteriores potencializan en los estudiantes la conexión entre el aprendizaje y el mundo real (Hui y Koplín, 2011), lo que propicia autenticidad en su aprendizaje. Las condiciones de las actividades agrícolas que se desarrollan en esta investigación responden en gran medida a las planteadas por Herrington (2006) y Herrington, Reeves, Oliver, y Woo (2004) y se vinculan de modo directo con los factores expuestos por Hill y Smith (2005).

Contextos auténticos.

Entre las consideraciones para propiciar un aprendizaje auténtico está el vincularlo a un contexto que denote autenticidad para los estudiantes, que refleje la forma como el conocimiento sería utilizado en su cotidianidad; esto podría implicar el desarrollo de un escenario que sea capaz de llevar a la práctica todos los conceptos y habilidades asociados al tema que se desea tratar (Herrington y Herrington, 2006). Del mismo modo, en el contexto que se asume no basta con facilitar ejemplos adecuados de las situaciones de la vida real para ilustrar el concepto o tema que

se enseña, necesita abarcar un entorno físico que refleje la forma en que se utilizará el conocimiento.

Del mismo modo, Herrington (1997) presenta el contexto como esencial para el proceso formativo de los estudiantes porque favorece la apropiación de los problemas y vincula todos los elementos que se consideren pertinentes para el desarrollo de la actividad, siendo estos desencadenadores de una mirada crítica, donde se potencializa el análisis de la situación (Muñoz, Londoño, Jaramillo, y Villa-Ochoa, 2014).

Un contexto auténtico proporciona información contextualizada necesaria para que los estudiantes se vinculen a la situación problema y encuentren elementos que les permitan aprender a desarrollar la solución de una situación problema. En su investigación, Herrington & Herrington (2006) sostienen que el contexto proporciona episodios que hacen que el conocimiento perdure en la memoria.

Por otra parte, el aprendizaje auténtico posibilita que las tecnologías se involucren de modo directo, permitiendo a los estudiantes tener un acercamiento simulado a sus realidades y así, desde su entorno académico, analicen y tomen decisiones. En las últimas décadas se ha visto un aumento constante en la presencia de computadoras en el aula de clase, a menudo se ha dejado a la conjetura cuáles son los efectos de tal aprendizaje basado en la computadora (Jaramillo, 2005).

La tecnología y el aprendizaje auténtico.

El uso de los elementos tecnológicos, aplicados de modo adecuado a un proceso de aprendizaje auténtico, favorece el aprendizaje de los estudiantes (Herrington, 2006). Los diseños auténticos de aprendizaje aplicando herramientas tecnológicas tienen el potencial de mejorar la participación de los estudiantes y los resultados educativos.

La relación de la tecnología y el aprendizaje auténtico, según Herrington y Kervin (2007), posibilita que los estudiantes resuelvan problemas complejos y auténticos. Adicional sostienen que el uso de las tecnologías utilizada por los estudiantes en lugar de los profesores y apoyados en elementos teóricos sólidos se convierte en una herramienta cognitiva relevante en el proceso de aprendizaje auténtico. La tecnología digital que esta investigación aplica es el software GeoGebra, se explora su dinamismo y flexibilidad para vincularse con el aprendizaje auténtico en el proceso de producción de hortalizas.

El software GeoGebra posibilita proyectar y analizar escenarios de diversas tareas (simular) que, por sus características y teniendo presente el contexto en el cual se lleva a cabo, se tornan difíciles para esta investigación. Como caso particular algunas limitaciones que se presentan son: El tiempo de producción, el gasto de insumos durante el periodo de la cosecha, recursos físicos y económicos. Herrington et al. (2010) sostienen que el uso de la simulación permite que los estudiantes tomen decisiones sobre qué es relevante y qué no en el proceso, siendo este un ambiente simulado que permite que descubran las consecuencias de sus acciones.

Del mismo modo, Bahr y Rohner (2014) argumentan que la tecnología puede abarcar y presentar elementos que logran encajar en el aprendizaje auténtico debido a la posibilidad de mostrar las actividades reales, proporcionando escenarios que le permita a los estudiantes lograr entender el fenómeno y potencializar su análisis. También argumentan la importancia de vincular un análisis cuidadoso del diseño, realización y evaluación de la situación problema. El empleo eficaz de las nuevas tecnologías, como herramienta de enseñanza, depende de un riguroso desarrollo y análisis.

Las tecnologías digitales juegan un papel importante en la solución de problemas complejos y posibilitan hacer proyecciones. Estas actividades deben estar orientadas y contextualizadas a las realidades de los estudiantes. En esta línea, investigadores como Bahr y

Rohner (2014) reflexionan sobre la importancia de la integralidad de los conocimientos al hacer uso de las tecnologías. El aprendizaje auténtico vinculado a la educación a través del uso de las tecnologías precisa la incorporación de ambientes contextualizados, para que de este modo se vinculen sus experiencias y conocimientos previos. En caso contrario, se corre el riesgo de que los estudiantes no se vinculen a un verdadero aprendizaje auténtico (Herrington, 2017).

El aprendizaje auténtico potencializa la capacidad de interiorización y evitar en lo posible la memorización como proceso, en este sentido la posibilidad de interactuar con una actividad auténtica con la ayuda de la tecnología, favorece el aprendizaje tanto del profesor como del estudiante. En el caso de esta investigación, el uso de la tecnología facilita la aplicación del análisis de sensibilidad, haciendo cambio de los valores de las variables y así poder hacer análisis de forma más eficiente sobre los distintos escenarios que se puedan presentar en el medio.

Un proceso que apoya el aprendizaje auténtico es la modelación matemática, ya que permite interpretar el contexto en el cual los estudiantes desarrollan sus tareas auténticas. A continuación, se presenta aportes que se dan a las tareas auténticas por parte de la modelación en educación matemática.

Proceso de modelación matemática. Aportes al desarrollo de tareas auténticas

En este trabajo de investigación se asumirá la modelación como lo plantea Bassanezi (2002), quien lo define como el método que permite transformar situaciones reales en problemas matemáticos y cuyas soluciones puedan ser interpretadas en situaciones cotidianas.

Aunado a lo anterior, Villa-Ochoa et al. (2008), concuerdan en que la vinculación de la modelación en educación matemática a los procesos de enseñanza extrae las partes esenciales de una situación “real” para representarla en un lenguaje matemático que permita ser interpretado y evaluado para presentar posibles alternativas de solución a la situación.

En los últimos años se han presentado investigaciones sobre la modelación en Educación Matemática vinculadas a contextos reales, donde se desarrollan situaciones culturales propias de los estudiantes en procura de potencializar su formación. Investigadores como Berrío (2011) y Diniz y Ferreira (2015), abordaron situaciones del contexto y cercanas a los estudiantes para desarrollar procesos matemáticos con apoyo de la modelación en el campo de la educación matemática.

La modelación en Educación Matemática en Colombia hace parte de los procesos generales en la enseñanza de las matemáticas, gracias a su vinculación en los Lineamientos Curriculares MEN (1998), donde se expone el potencial y la necesidad en el aula de clase. Trigueros (2009), expone el potencial que tiene la enseñanza aplicando la modelación en educación matemática y la posibilidad de vincularla en el aula de clase, para lograr entender los conceptos que el profesor desea impartir.

La modelación en educación matemática puede abordarse desde diversas perspectivas según Trigueros (2009), se puede dar mediante perspectivas de modelación realistas, modelación educativa o modelación cognitiva. La autora sostiene que difícilmente un proceso que se desee modelar se vincula de forma estricta a una sola de estas perspectivas. Esta investigación, al igual que la de Villa-Ochoa, Rojas, y Cuartas (2010), se enfocará en la perspectiva de modelación realista con mayor interés, dado el vínculo que se tiene con la resolución de problemas consentido práctico y real para los estudiantes, que permite entender con claridad el mundo en que viven, situación que va de la mano con el enfoque de aprendizaje auténtico Herrington, Reeves, y Oliver (2010), en tanto se asocia con las metas de uso o pragmáticas de la Educación Matemática (solución de problemas del mundo real, promoción de competencias...). Los autores observan en esta perspectiva la noción de “realidad” en el contexto de la vida de los estudiantes, el entorno y las demás ciencias que se vinculan a la formación.

De acuerdo con las características de esta investigación que se describieron en el capítulo 1, la intención es abordar problemas reales que estén asociados con los estudiantes y su contexto agrícola, procurando que la resolución tenga sentido práctico para ellos.

En este orden de ideas, Pollak (1969) presenta un enfoque de modelación en Educación Matemática realista, con una estructura de matemáticas aplicadas, donde se pueden encontrar variables y múltiples elementos de las realidades de los estudiantes que no necesariamente aparecen en los libros de texto, donde suele presentarse como ejercicios con variables controladas. Bajo la misma idea, Biembengut y Hein (2004); Freudenthal (1991) y Heuvel-Panhuizen (2009), sostienen que el aprendizaje debe ser desarrollado aplicando conceptos y herramientas matemáticas en situaciones de la vida diaria con sentido para los estudiantes, los cuales además permiten afianzar otras habilidades como leer, interpretar, formular y solucionar problemas cotidianos con apoyo de las matemáticas.

Para hacerlo más explícito, se retoma lo expuesto por Freudenthal (1991), quien explica que el significado de las matemáticas que adquieren los estudiantes, se da con fortaleza al estar relacionadas con su entorno y sus realidades más cercanas, y que a su vez sea representativa para la sociedad. La Educación Matemática realista se apoya en el trabajo conjunto que se hace entre los profesores y los estudiantes y entre los mismos estudiantes (Alsina, 2009).

El uso de la modelación en educación matemática presenta unas etapas definidas (esquema). Los investigadores han presentado algunos prototipos que le brindan al estudiante una guía para desarrollar un problema haciendo uso de la modelación en educación matemática, a modo de ejemplo: Bassanezi (2002), Bassanezi y Biembengut (1997), Blum y Borromeo (2009), MEN (1998), Perrenet y Zwaneveld (2012) y Villa-Ochoa (2007). Del análisis de estas investigaciones emergen tres factores que están presentes (situación problema, matematización, y

solución); estos factores permitieron formular un esquema que se presenta y describe a continuación.

El esquema se presenta en la figura 2 y es una adaptación de la propuesta final desarrollada por Perrenet y Zwaneveld (2012) quienes, luego de haber desarrollado un análisis de diversos esquemas, definen su propio esquema, el cual responde a las características de contexto y problemática que presenta esta investigación.

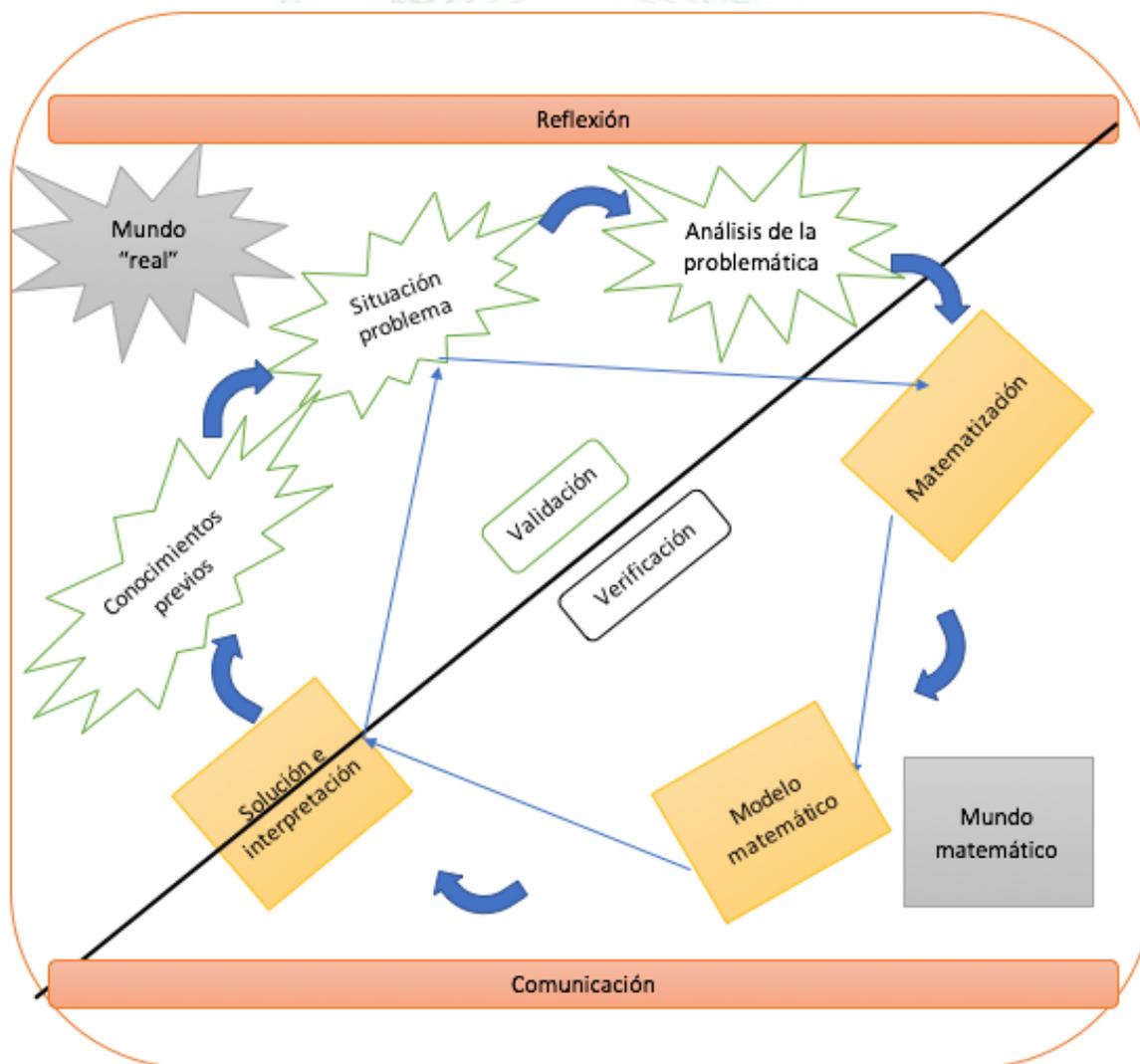


Figura 2: Adaptación del ciclo de modelación matemática propuesto por Perrenet y Zwaneveld, (2012).

El esquema responde según los investigadores a los elementos “básicos” de modelación (*situación problema, matematización y resolución*). Este esquema presenta el mundo “real” como un entorno amorfo, donde las interpretaciones de los fenómenos se definen según las “realidades” en la que intervienen sus actores para luego estructurar un entorno equilibrado (Mundo Matemático).

La modelación en Educación Matemática potencializa en los estudiantes el entendimiento de las matemáticas. Investigadores como Blum y Borromeo (2009); Diniz y Ferreira (2015) convergen en que las relaciones entre los conceptos matemáticos y su entorno “real” se da de modo constante, lo que permite potencializar el análisis de una situación problema.

Así mismo, la modelación es un insumo valioso y necesario para el proceso de optimización, permitiendo analizar los fenómenos. Sin embargo, hay dificultades que se presentan al introducir la modelación en Educación Matemática a las aulas de clase, y esto se debe a lo difícil que podría llegar a ser un modelo matemático, si los profesores no poseen la suficiente formación para orientar el proceso (Trigueros, 2009).

Considerando las condiciones del aprendizaje auténtico para vincular las tareas a las realidades de los estudiantes, la modelación en educación matemática les permite identificar e interpretar información de su contexto y llevarla a un lenguaje donde la puedan operar y analizar, obteniendo una mejor interpretación de la situación, lo que propicia una posible solución más óptima. Algunos elementos importantes para desarrollar el aprendizaje auténtico en el contexto de este trabajo se relacionan a continuación.

La optimización en el sector agrícola

Matemáticamente y apoyando la definición en la línea de Caballero y Grossmann (2007), la optimización es un método para determinar los valores de las variables que intervienen en un

proceso y lograr que el resultado sea óptimo. En la agricultura su uso se centra en lograr eficiencia de los recursos naturales, económicos y humanos con los que se cuenta (Candelaria et al. 2011). Al respecto, en esta investigación se pretende que los estudiantes tomen las mejores decisiones en los procesos de siembra de hortalizas, teniendo en cuenta las restricciones que se presentan.

La idea de explorar la optimización en el sector agrícola por medio de la siembra en huerta escolar, se debe a la preocupación que tanto los estudiantes como profesores tienen sobre cómo adoptar programas que permitan ahorrar recursos para el desarrollo de la agricultura sostenible (Sirotenko y Romanenkov, 2009). Los problemas de optimización en el área de la agricultura se han fortalecido debido a la necesidad de hacer mejor uso de recursos limitados (agua, suelo, materias primas entre otros) y, sacarle el mayor provecho a los elementos que intervienen en la producción agrícola como: la tierra, los fertilizantes, el agua de riego, las instalaciones, el uso de mano de obra, la materia prima, los insumos, etc. (Sirotenko y Romanenkov, 2009)

En el desarrollo de la investigación se propone que los estudiantes diseñen una manera eficiente de producción de hortalizas e identifiquen qué cantidad y bajo qué condiciones se deben sembrar para generar una mayor rentabilidad en el proceso, teniendo presente las limitaciones que este tipo de actividades genera.

Algunos ejemplos de aplicación de procesos de optimización en el sector agrícola y que servirán de guía procedimental para este proyecto, están relacionados con decisiones en la siembra de cañas de azúcar (Salles, Plà, y Gomes, 2008) y la maximización de la producción de café a través de la programación lineal (Lora-Freyre y Pellicer-Durán, 2012) entre otros.

Al respecto, Gormley y Sinclair (2003) afirman que los modelos de optimización en sectores agrícolas apenas se están explorando, por lo que dichos modelos se proyectan como un campo de investigación con potencial.

En el caso Colombiano, el MEN (2006) describe en los estándares básicos de competencias elementos que están presentes en los procesos de optimización, por ejemplo, el contexto y la modelación. Aún así, no se encontró evidencia significativa que permitiera identificar que la optimización sea un proceso curricularizado en la educación secundaria.

GeoGebra

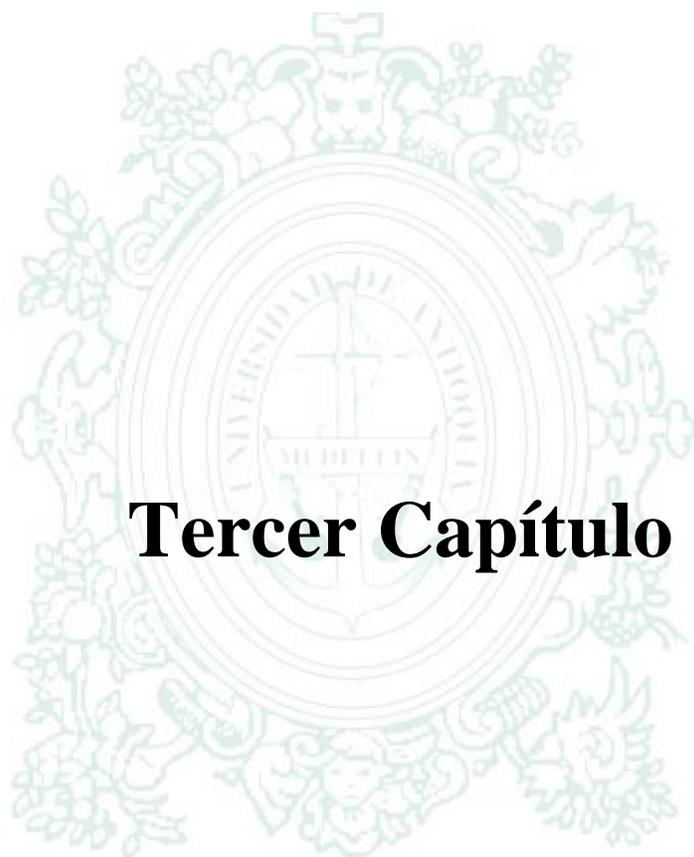
Dentro del proceso de investigación de este proyecto se hará uso del software GeoGebra; programa de carácter libre que se usa a nivel mundial para la enseñanza y aprendizaje de geometría, álgebra y cálculo.

Al respecto, los procesos de enseñanza de las matemáticas deben apoyarse en estrategias didácticas para procurar una eficacia en el aprendizaje. Arbain y Shukor (2015) y Mousoulides (2011) señalan que el uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas permite que los estudiantes tengan una percepción positiva sobre el software en términos de entusiasmo, confianza, y motivación, permitiéndoles desarrollar problemas de un modo eficiente.

El uso de herramientas digitales es una exigencia en la sociedad actual. Los estudiantes necesitan desarrollar habilidades para utilizar estas herramientas en el manejo de problemas, para potencializar el éxito más allá de la escuela (Mousoulides, 2011). Por consiguiente, el uso del software GeoGebra permite al estudiante desarrollar habilidades académicas al relacionar actividades de su contexto, permitiendo una apropiación de sus propias realidades para potencializar su aprendizaje.

Entre las múltiples ventajas que puede tener GeoGebra, se mencionan las que Amado, Sanchez y Pinto (2015) definen en su investigación: el estudiante desarrolla un mayor número de experiencias en relación al método tradicional (lápiz y papel) y un mayor número de conjeturas con ayuda de la observación al hacer cambios en las variables utilizadas; el software facilita la obtención de información de modo flexible. Estas ventajas potencializan los procesos de optimización y análisis de sensibilidad que se presentan luego de que los estudiantes hayan desarrollado su modelación del proceso de siembra.

La flexibilidad en el manejo de los recursos gráficos y la facilidad de crear conexión entre la geometría y el álgebra son elementos importantes que GeoGebra provee para representar funcionalmente los conceptos que se involucran en la optimización.



Tercer Capítulo

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Diseño Metodológico

En este capítulo se describe el diseño metodológico que orientó esta investigación y que permitió identificar el proceso investigativo y sus elementos: Fases, técnicas, métodos, selección de herramientas y procedimientos para la recolección de datos.

El proceso inicio con una exploración de las problemáticas que los estudiantes pueden enfrentar en la producción de hortalizas y permitió que el investigador se aproximara al cómo los estudiantes trabajaban los procesos de siembra, identificando su modo particular de analizar e interactuar con sus compañeros y el contexto. Estas consideraciones se enmarcan en el paradigma cualitativo de Martínez, (2011) y Quecedo y Castaño (2002) dado que la investigación cualitativa busca la comprensión e interpretación humana y social con un interés práctico sin alejarse del contexto. De acuerdo con estas características se procura un trabajo conjunto de los estudiantes para lograr que sus análisis individuales y grupales permitan describir la situación analizada para lograr su interpretación y solución.

Según Hernández, Fernández y Baptista (2010), la investigación cualitativa se enfoca en comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos a partir de las perspectivas de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas) en un ambiente natural y representativo para ellos.

Las condiciones de ruralidad y trabajo con el campo permiten enmarcar esta investigación en el tipo naturalista-interpretativa (Hernández et al., 2010) dado que permite establecer una relación con el ambiente natural y cotidiano para dar sentido a los fenómenos en función de los significados que las personas le otorgan.

Para intervenir un problema de investigación es necesario afrontar interrogantes que exigen la implementación de una metodología que guíe su proceso. Es así como en los siguientes

apartados se presentarán algunas ideas que llevaron a abordar una metodología cualitativa para explicar luego por qué el estudio de caso fue una herramienta útil para alcanzar el objetivo planteado, posteriormente se definirán los elementos que orientaron la elección del contexto y el grupo de estudio. Al final del capítulo metodológico se presentarán las fases que se implementaron, las técnicas de registro de datos y su análisis.

Stake (1999) define el enfoque cualitativo como una herramienta que permite desarrollar una visión particular de un grupo de estudio en un entorno definido y contextualizado. Este paradigma de investigación permite estudiar a fondo las dinámicas y manifestaciones en un trabajo de investigación, postura que va de la mano con el enfoque teórico de esta investigación en el sentido que busca generar un aprendizaje auténtico para la comunidad, donde se vinculen las necesidades y contextos en los que se desenvuelve el grupo.

Esta investigación, al igual que las propuestas presentadas por investigadores como Berrío (2011), Diniz y Ferreira (2015), analizó algunas necesidades de la comunidad, teniendo presente las condiciones sociales y contextuales de la población. La intención fue la de comprender un fenómeno específico que, como se ha mencionado en los apartados anteriores, para esta investigación se refiere a vincular la producción de hortalizas como medio de investigación en una zona rural.

Estudio de caso como método de investigación

El análisis de una situación particular permite al investigador focalizarse en las características que le brindarán los datos para hacer un análisis más detallado. Es decir, el estudio de caso es una oportunidad para mostrar las características, debilidades y potencialidades de un proyecto (Álvarez y San-Fabián, 2012; González, 2009).

Dado que los estudiantes construyen sus propias concepciones al poner en juego las tradiciones o conocimientos que han estado en el proceso productivo en el municipio, esta investigación indagó cómo ellos interpretaron e hicieron el vínculo entre las matemáticas escolares y sus actividades agrícolas cotidianas, con el interés de analizar sus particularidades en la siembra de hortalizas. Yin (2009) sostiene que las preguntas de investigación que se enfoquen en responder el “cómo” y el “por qué” de un fenómeno social es un indicador para elegir el estudio de caso como método de investigación. En consecuencia, esta afirmación apoya la elección del estudio de caso para esta investigación, porque logra hacer un análisis de las particularidades que los estudiantes le dan a cada una de las áreas de matemáticas y de agricultura, y permite pensar el cómo se da la vinculación con las tareas auténticas.

La investigación se enmarca en el estudio de caso instrumental que en palabras de Stake (1998) es definido como aquel que busca investigar una situación de interés. Se enfoca en el caso particular y aporta elementos de análisis interesantes para entender una problemática en conjunto. El estudio de caso para esta investigación está conformado por los cinco estudiantes del grado undécimo de la Institución educativa Rural Agrícola de San Jerónimo.

En el estudio de caso se hizo uso de las tareas auténticas para identificar cómo un grupo de estudiantes con particularidades de ruralidad hacían la vinculación de las áreas de matemáticas y de agricultura bajo un enfoque de aprendizaje auténtico, lo que permitió describir sus interacciones en el proceso, siendo este el caso de interés particular.

A continuación, se presenta el contexto de la investigación, las características y el modo para seleccionar los participantes.

El contexto y los participantes.

Según Hernández et al. (2010), vincular el contexto a una investigación es dar claridad

sobre dónde, cómo y con quién se desarrolló el proyecto de investigación, al hacer una descripción de lo que se hizo en el proceso. A continuación, se presentará una descripción que permite contextualizarse sobre el tema y el papel del contexto en una región donde su segunda economía está relacionada con los procesos agropecuarios.

La población que se tomó para abordar este trabajo, fueron los estudiantes de undécimo grado de la institución educativa (15-18 años de edad), se delimitó un conjunto de cinco de ellos quienes se vincularon de modo voluntario con el deseo de identificar como se da la aplicación de las matemáticas al contexto en el que viven aplicando tareas. El investigador fue profesor de estos estudiantes en el área de tecnología dos años atrás cuando ellos estaban en el grado noveno. También fue profesor de ellos en los grados décimo y undécimo, pero esta vez, en el área de matemáticas.

Esta situación permitió constatar que el desempeño académico de los participantes se acercaba a un promedio institucional y que no todos los integrantes deseaban tener una vinculación directa con la agricultura en un futuro, pero sí era de su interés mirar la aplicabilidad de las matemáticas en el sector agrícola para el proceso de siembra de hortalizas. La granja escolar fue el espacio físico que se utilizó para el trabajo práctico o de personificación de la actividad (Hill y Smith, 2005).

Los estudiantes participaron de modo voluntario que, en palabras de Hernández, Fernández, y Baptista (2010), es un grupo “autoseleccionado”. La vinculación voluntaria se dio por medio de una invitación grupal al grado undécimo de la institución y estuvo motivada por sus deseos de identificar cómo se aplican elementos matemáticos en actividades cotidianas como la producción de hortalizas, esto dada su cercanía a la agricultura, su vínculo con la institución o su experiencia en los procesos de siembra de hortalizas durante su proceso académico.

Las tareas contextualizadas como herramienta investigativa

Las tareas vinculadas al aprendizaje auténtico permiten apoyar el proceso investigativo por sus elementos de contextualización que describen y permiten la apropiación de las realidades por parte de los estudiantes. Estos escenarios realizables permiten identificar reacciones y procedimientos que los estudiantes hacen, y en consecuencia, comprender el problema que se desea trabajar y la forma cómo vinculan sus conocimientos (Hui y Koplin, 2011).

Dichas tareas se relacionaron con la siembra de hortalizas y el mejoramiento de los recursos. Las tareas auténticas fueron el insumo de la investigación. Los contenidos de las áreas de matemáticas y de agricultura permitieron abordar las tareas y proporcionar una solución a las situaciones en contexto⁵ presentadas. A continuación, se hace una descripción del proceso que se llevó en cada una de ellas.

Descripción de tarea auténtica 1: Aplicación de situación en contexto 1.

En este encuentro se presentó una situación en contexto (Anexo 1) que tuvo como finalidad analizar la intervención de los estudiantes en una situación cotidiana en su proceso formativo. La problemática se diseñó con la intención de identificar cómo, a partir de sus conocimientos en agricultura y en matemáticas, lograban identificar la relación entre las dos áreas para llegar a una posible solución. Para este proceso se usó una aplicación desarrollada en el software Excel con el fin de matematizar las características de la situación en contexto. Luego se buscó elementos que permitieran analizar las diferentes interpretaciones e inferencias que los estudiantes hacían al buscar una solución a la situación en contexto.

⁵ Adjetivación que se le da a una tarea que está asociada a las labores que de modo frecuente hace un grupo de personas, en un contexto determinado.

Para analizar la posible solución se aplicó un método gráfico haciendo uso del software GeoGebra. Al finalizar el proceso se analizó la gráfica de donde se obtuvo una conclusión en consenso entre los participantes, posteriormente se desarrollaron cambios en los valores de las variables tanto de las restricciones como de la función objetivo, recreando escenarios que permitieran a los estudiantes simular diversas alternativas según las condiciones de su región, propiciando diversas soluciones que permitieran tener diversos escenarios según el cambio de las variables.

Según Alvarado (2011) los estudiantes hacen un análisis *post-optimal* al cambiar las variables, pero también al analizar las circunstancias en las que se desarrolla el proceso, permitiendo la posibilidad de que los estudiantes experimenten múltiples combinaciones y tomen decisiones teniendo un “abanico” amplio de posibilidades.

Descripción de tarea auténtica 2: Aplicación de situación en contexto 2.

En este encuentro, al igual que en el primero, se buscó identificar cómo los estudiantes asumieron el proceso de optimización en una situación en contexto (Anexo 2) y cómo se evidenció el trabajo en equipo luego de tener una experiencia previa. Este encuentro permitió identificar el grado de apropiación que tenían los estudiantes de los conceptos y elementos discutidos en el encuentro pasado y cómo su análisis vinculó situaciones que fueron o no de siembra de hortalizas, pero en el marco de la agricultura.

Descripción de tarea auténtica 3: Optimización de situación en contexto.

En esta tarea se pidió a los estudiantes que representaran como situación en contexto las actividades que desarrollaron en la huerta escolar, de modo que identificaran cuáles eran sus restricciones y cómo estas afectaban su proceso de producción de hortalizas, cuál era su función

objetivo⁶ y bajo qué criterio lo aplicarían (maximizar o minimizar). Los estudiantes debían analizar los resultados encontrados y proponer, desde su experiencia, qué cambios harían para mejorar los resultados del proceso productivo. Este encuentro buscó visualizar cómo los estudiantes desarrollaron el proceso de modelación y optimización personificando la actividad de la siembra, identificar qué objetos matemáticos se usaron y analizar los diferentes escenarios que surgieron luego de modificar los parámetros hallados.

La ejecución de las tareas se dio de la siguiente manera, la primera y segunda tarea se desarrollaron en cuatro sesiones con los estudiantes durante los meses de febrero y Marzo de 2017, y la tercera tarea se implementó durante los meses de Febrero y Mayo de 2017 con una inversión de 3 horas semanales.

Instrumentos para el registro y obtención de información

A continuación, se describen los distintos instrumentos que apoyaron la obtención de datos y que permitirán dar los resultados a los que se llegó bajo el enfoque cualitativo de esta investigación.

La entrevista.

Es una actividad importante en el estudio de casos. Según Stake (1998), en la entrevista se perciben elementos que apoyan la investigación y de los cuales se debe estar pendiente, asegura que una entrevista está llena de elementos que permiten encontrar puntos de vista de otra persona con respecto a un tema específico. En la investigación se realizaron dos entrevistas semi-estructuradas, una al inicio del proceso de trabajo de campo y otra al final, con la intención de

⁶ Ecuación que será optimizada dadas las restricciones determinadas y con variables que necesitan ser minimizadas o maximizadas.

identificar las apreciaciones de los estudiantes acerca de la optimización en la producción de hortalizas y la vinculación de los contenidos de las áreas abordadas en este trabajo. Las entrevistas se desarrollaron de forma fluida, reconociendo dificultades y aciertos que se dieron en el desarrollo de las actividades.

La observación-participante.

Según Yin (2009), la observación participante favorece la posibilidad de que el investigador pueda vincularse al entorno natural en el que los estudiantes desarrollan sus interpretaciones, al permitir un diálogo directo para identificar las dificultades que se presenten en el desarrollo de una actividad. Esta característica permitió indagar sobre las suposiciones de los estudiantes, al evitar apreciaciones falsas o erradas en el análisis. Para el investigador debe tener sumo cuidado con el registro de las apreciaciones, para desarrollar un registro incuestionable que sirva de insumo para el desarrollo de análisis e informes posteriores.

La responsabilidad que tiene un investigador en un estudio cualitativo es significativa pues tiene la potestad de recopilar los datos. En este caso, la recopilación de datos tuvo presente las condiciones especiales del contexto rural evidenciadas a través de las conductas, escritos y discursos de los estudiantes (Quecedo y Castaño, 2002).

Documentos.

Los documentos, en palabras de Alves-Mazzotti (1999), son cualquier registro escrito que aporte información a la investigación. Estos permiten identificar las relaciones que hacen los estudiantes sobre los distintos temas. En algunos encuentros se solicitó a los estudiantes que sus aportes fueran de modo escrito.

El análisis de documentos evidenció apreciaciones de los estudiantes que corroboraron la información derivada de la observación-participante y la entrevista semi-estructurada. Dichos documentos emergieron de las situaciones en contexto y de la optimización en contexto.

La información de los encuentros se registró en formatos de audio y video; en ellos se evidencia el trabajo del grupo y las diferentes reacciones al manipular diferentes herramientas en este proceso.

Fases del desarrollo de la investigación

El trabajo de campo de la investigación se desarrolló en dos fases. La primera se nombró como fase de inmersión y se llevó a cabo entre enero y marzo del 2017; en ella se reconocieron los estudiantes y se caracterizó su contexto. La segunda fase se llamó fase de desarrollo y se aplicó entre los meses de abril y mayo; en ella se trabajaron varias situaciones en contexto, diálogos colectivos y actividades bajo un enfoque auténtico. De esta última fase se desprendieron los datos para el análisis y conclusiones de la investigación, a continuación, se amplía cada una de estas fases.

Fase de inmersión.

Esta fase consistió en la identificación y análisis del grupo de estudio donde se evidenciaron características que según Hill y Smith (2005), hacen parte de factores que están vinculados al aprendizaje auténtico y son propios de cada grupo de estudio, aquí se resalta la motivación de los estudiantes a desarrollar las actividades agrícolas, y su actitud en las prácticas de campo (personificación).

En el proceso de inmersión se aplicó una entrevista a los estudiantes que permitió evidenciar sus experiencias y relaciones con la agricultura y obtener información demográfica de los participantes que apoyara el análisis posterior. Esta fase finalizó con la aplicación de una

encuesta cuyo fin fue identificar información y actitudes de los estudiantes sobre la manera como vinculaban las áreas de matemáticas y de agricultura en sus procesos de producción.

Fase de desarrollo.

En esta fase se presentaron situaciones en contexto (ver Anexos 1 y 2), que apoyan las tareas auténticas, y se asumieron como una estrategia que planteaba un problema asociado al contexto y realidades de los estudiantes. De esta forma, a partir de diversos procesos (solución algebraica, modelación, interpretación de gráficas, análisis de resultados) se solucionaron las situaciones del área de la producción de hortalizas, en forma específica. El propósito de las situaciones en contexto fue identificar cómo los estudiantes representaban y relacionaban las diferentes variables.

Se desarrollaron varios encuentros donde el estudiante presentó, desde su experiencia y conocimientos previos, su capacidad para mejorar el proceso productivo. Este tipo de análisis de mejoramiento se llevó a cabo haciendo uso de cambio de variables para analizar la forma como se daba la variación de los datos y sus resultados (análisis de sensibilidad) teniendo presente la situación de contexto. Este proceso se desarrolló a través del software GeoGebra.

Por lo tanto, los estudiantes expusieron sus habilidades en optimización mientras llevaban a cabo un trabajo práctico en la granja de la institución; en palabras de Hill y Smith (2005), los estudiantes “personificaron” el papel del agricultor sorteando las diversas variables (Preparación, siembra, mantenimiento, recolección y mercado). Esto permitió fortalecer la relación entre práctica y teoría, al identificar elementos del referente teórico en el desarrollo del trabajo de campo.

Por otra parte, para la solución de las situaciones en contexto se utilizó una aplicación diseñada en Excel (Figura 5). Esta aplicación le permitió al estudiante analizar la situación,

identificar valores, encontrar las ecuaciones que hacía la función objetivo, o la función que deseaba optimizar y las inecuaciones que intervenían en la situación en contexto y reflejaban las restricciones; apoyó a los estudiantes en la matematización de sus datos para lograr desarrollar el análisis en el software seleccionado.

Los estudiantes hicieron uso de la aplicación para encontrar las ecuaciones que hicieron parte del proceso de optimización, dichas ecuaciones se obtienen de modo automático gracias al dinamismo del software, es importante resaltar que los estudiantes hacen el proceso de “alimentar” el aplicativo con la información que se desprende del caso analizado y las experiencias previas que se tiene sobre el proceso de producción de hortalizas. Si bien las ecuaciones aparecen en el aplicativo, y el proceso de matematizar las ecuaciones se hace de modo automático, éste les permite a los estudiantes identificar las variables que se usan.

Luego de intervenir las situaciones en contexto propuestas para la investigación, en las cuales se encontró la región factible por medio del software GeoGebra, se solicitó a los estudiantes simular su propia situación, y razonar sobre las posibles decisiones con respecto a su proceso de producción.

Los dos primeros encuentros buscaron que los estudiantes hicieran un análisis de los resultados y obtuvieran conclusiones. A continuación, se presenta el proceso de análisis de los datos hallados.

Proceso de análisis

Iniciar el proceso de análisis de datos significó que se tomara una postura en la que el investigador se vinculara al proceso desde el primer día que tuvo contacto con los datos. Según Stake (2007), el proceso de análisis e interpretación de datos no tiene un momento específico para iniciarse y su finalidad es darle sentido a las primeras impresiones y a los resúmenes finales.

Bajo esta idea, para inferir los sentidos y representaciones que los estudiantes reconocieron al desarrollar el proceso de optimización en un contexto agrícola, el registro de la información se dio durante varias sesiones con los estudiantes donde se aplicaron tanto la entrevista como las actividades auténticas, para extraer información necesaria para la unidad de análisis teniendo en cuenta la pregunta de investigación y el referente teórico de este estudio. Proceso que permitió que fueran emergiendo unas categorías, las cuales se presentaran en el siguiente capítulo y describen las actividades auténticas planteadas.

Al terminar el proceso de análisis, los estudiantes dieron a conocer su estrategia en un proceso de producción ante la comunidad académica (Estudiantes, profesores y directivos) logrando con ello un proceso de exposición de resultados, que van de la mano con los factores de aprendizaje auténtico que apoyan el referente teórico, y que sirvieron de elemento de análisis dentro del proceso de investigación.

Al igual que en las investigaciones de Berrío (2011); Diniz y Ferreira (2015); Molina, (2013); Villa-Ochoa (2011), este apartado contó con los siguientes momentos.

Análisis de la información.

Toda la información se recopiló por medio de los diferentes instrumentos. Las entrevistas, audios, videos y documentos escritos por los estudiantes fueron sistematizados de modo cronológico y secuencial para facilitar su análisis. De esta manera se logró el procesamiento de la información como se presenta a continuación:

Análisis inicial.

El material obtenido fue revisado y analizado con la intención de detectar las manifestaciones de los estudiantes que permitieran dar cuenta del modo en que intervenían el

proceso de optimización de hortalizas en la huerta escolar, así como los elementos que vinculaban a dicho proceso. El material fue organizado de modo sistemático, de tal forma que cada elemento que se trabajara en las reuniones con los estudiantes pudiera encontrarse y cotejarse con los demás, lo que permitió tener la información organizada facilitando su clasificación. En este punto se realizó el proceso de codificación abierta (San Martín, 2014) y luego se continuó con la fase categorización, como se explica a continuación.

Categorización.

Se construyeron dos categorías teóricas a partir del objetivo de la investigación: “factores que influyen en la producción” y “relación de la matemática y la agricultura”. Se describió el proceso de siembra porque, en el caso de esta investigación, era el contexto concreto para el aprendizaje auténtico. En la categoría “factores que influyen en la producción” se incluyeron los códigos “terreno”, “inversión”, “mano de obra” y “mercado”. A partir de los fragmentos de la información recolectada, estos códigos se asumieron como las “restricciones” que influyen en el proceso de optimización. Por su parte, la categoría “relación de la matemática y la agricultura” se trabajó como una categoría analítica para explorar elementos matemáticos que intervienen en la práctica de la producción de hortalizas.

Validez y limitaciones de los resultados.

Los datos y conclusiones de esta investigación permiten comprender los detalles como los estudiantes vincularon las áreas de agricultura y de matemáticas mediante tareas auténticas en un proceso de siembra de hortalizas, bajo un enfoque de aprendizaje auténtico. El contexto y particularidades trabajados en esta investigación son fundamentales en el estudio de caso y en su validez ya que en ningún momento se pretende generalizar los resultados obtenidos a otros

escenarios, donde los estudiantes se vincularían de modo diferente al proceso de producción de hortalizas (Stake, 2007).

Al finalizar, se discutió la experiencia y resultados con los demás estudiantes que no hicieron parte del grupo de estudio para tener una comprensión más amplia del proceso de aprendizaje. De igual forma, se presentó al grupo de investigación MATHEMA-FIEM para recibir juicio de expertos sobre este proceso y tener una perspectiva más amplia, apoyada en la experiencia de los asistentes.

Algunas limitaciones que se presentaron en la investigación, están relacionadas al tiempo. Por un lado, los ciclos de producción de las hortalizas ya que éstos no son los mismos, por otro lado, los estudiantes no intervenían la huerta en días en los que no había jornada académica, periodo de tiempo en el cual la producción podría sufrir daños. Adicional los escasos recursos con los que contaron los estudiantes para el control de plaga disminuyeron la producción y el rendimiento esperado por los estudiantes. Pero estas limitaciones permitieron que los estudiantes lograran tener claridad sobre las distintas variables que pueden intervenir en el proceso productivo de hortalizas.



Cuarto Capítulo

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Vinculación de las áreas de agricultura y de matemáticas por medio de tareas auténticas

En este capítulo se presentan los resultados del proceso que se realizó con los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa Rural Agrícola del municipio de San Jerónimo. La experiencia vivida con ellos se divide en tres fases; la primera se relaciona con el proceso desarrollado en su trabajo de campo; la segunda define la optimización como una manifestación de la “autenticidad personal” en un proceso de modelación, por último, se presentan las relaciones resultantes entre las áreas de matemáticas y de agricultura.

En el proceso de esta investigación, los estudiantes que participaron desarrollaron un proyecto que reflejó aspectos auténticos de su cotidianidad como la preparación del terreno, el desarrollo de cálculos para la siembra, la recolección, el abono, entre otros. Estos aspectos involucran elementos de las áreas de agricultura y de matemáticas, pero el proyecto fue más allá porque permitió que los estudiantes atendieran a ciertas necesidades del proceso de producción de hortalizas y buscaran alternativas de solución haciendo uso de la matemática y la optimización.

A continuación, se presenta el diagrama (Figura 3) que se deriva del proceso de investigación y representa el proceso desarrollado por los estudiantes a lo largo del trabajo de campo, donde emergieron elementos que permitieron, en primera instancia hacer un análisis individual de cada proceso y posteriormente analizarlo de manera holística.

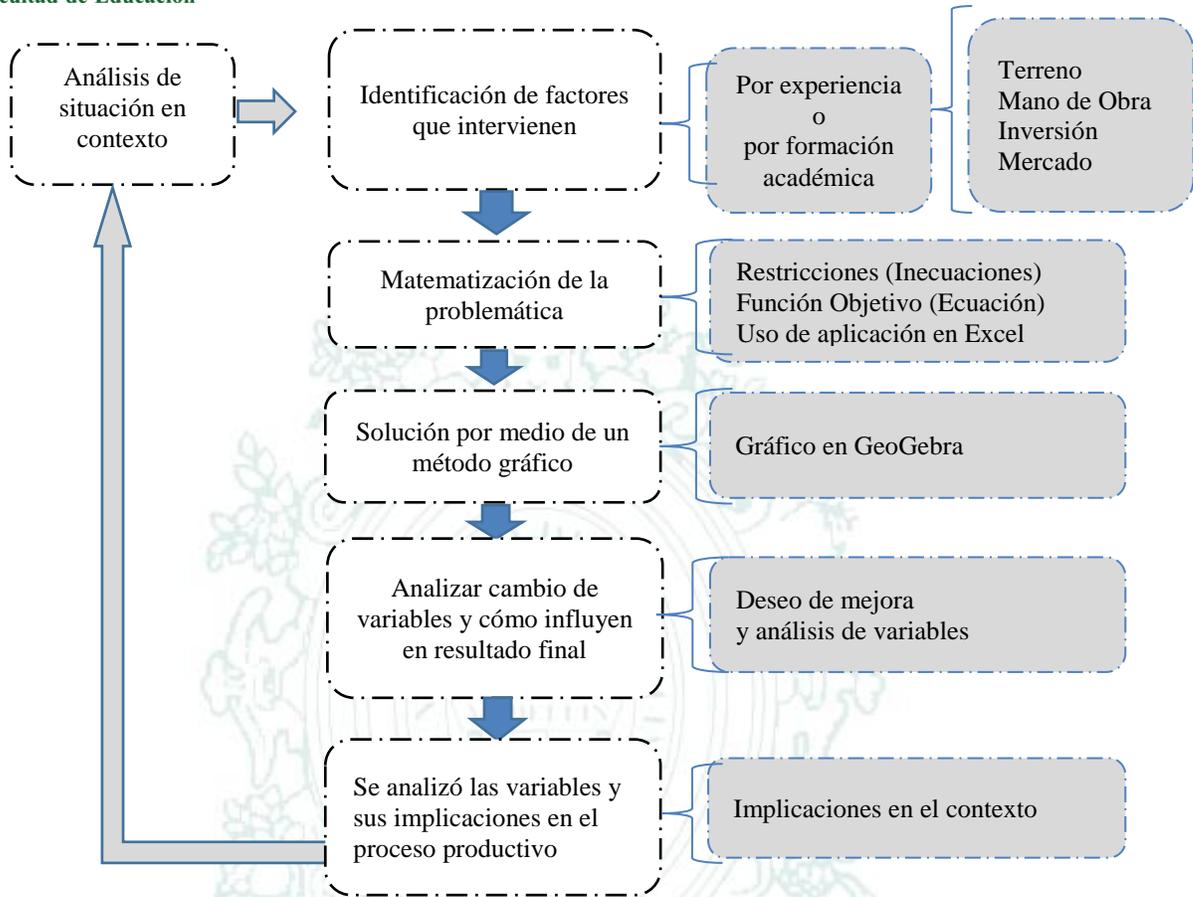


Figura 3: Proceso desarrollado por los estudiantes

En los siguientes apartados se da cuenta del análisis en torno a la vinculación que hicieron los estudiantes entre las áreas de matemáticas y de agricultura en el trabajo de campo. Para identificar los comentarios de los participantes del proyecto de investigación se usaron los seudónimos Gabriel, Víctor, Marta, Daris y Diego.

Proceso desarrollado por los estudiantes

Durante el desarrollo del proyecto de investigación emergieron una serie de situaciones del interés de los participantes que permitieron su análisis y discusión. A continuación, se describen las situaciones que aportaron información valiosa para responder la pregunta de investigación.

Es importante resaltar el análisis individual que se realizó con los estudiantes pues permitió identificar cuál era su conocimiento sobre el proceso y la vinculación de las áreas de matemáticas y de agricultura en la tarea auténtica relacionada con la siembra, cultivo y cosecha de hortalizas en una huerta escolar.

Este análisis individual evidenció los conocimientos previos, capacidad de análisis y habilidades para interpretar datos del área de agricultura y de matemáticas. En el análisis, desde un punto de vista holístico, se evidenció que los estudiantes presentaban una estructura cíclica con una situación problema, una intervención matemática para su solución, un proceso de comunicación y reflexión acerca de los resultados obtenidos, al tiempo que lograron verificar y validar sus respuestas.

La primera situación en contexto que los estudiantes desarrollaron y que aporta elementos para desarrollar las tareas auténticas, se enfocó en mejorar el proceso de producción de las hortalizas en la huerta escolar; las alternativas de análisis surgieron del estudiante en la búsqueda de una eficiencia en la producción. Algunos comentarios de los estudiantes frente al desarrollo de un mejor proceso productivo fueron:

Diego: la mejor forma es teniendo un terreno bien abonado, y estar bien pendientes del mantenimiento.

Gabriel: también es muy importante las semillas y los recursos con los que se cuenta para sembrar, el dinero es importante.

Diego: sí, eso también.... Pero también se necesita saber del tema.

Marta: lo importante es saber del tema porque, cuando uno siembra, debe saber la distancia para sembrar, debe saber de los nutrientes y del riego.

Los estudiantes partieron de la situación particular del cultivo de hortalizas en una era de la granja escolar. Esta realidad partió de confluir dos situaciones: La primera de ellas es la

familiaridad de los estudiantes con los procesos en una huerta escolar debido al curso de agricultura en el que desarrollan competencias para los procesos de siembra de hortalizas y, la tradición familiar al realizar procesos agrícolas de modo frecuente. La segunda surge de la posibilidad de materializar un método de estudio para identificar variables que se puedan aplicar al proceso de producción.

Las particularidades de las condiciones que se presentaron en este trabajo, según Brophy y Alleman (1991), denotan una actividad auténtica ya que los estudiantes involucraron actividades que les permiten trascender la información de una lectura a las actividades de clase en condiciones reales.

Así mismo, Barab, Squire y Dueber (2000) manifiestan que la autenticidad se produce en las relaciones percibidas por los estudiantes entre las prácticas que están llevando a cabo y el valor del uso de éstas, las cuales se vinculan a sus realidades. Por otra parte, factores como la mediación, la personificación y el contexto, expuestos por Hill y Smith (1998, 2005), se evidencian en el trabajo de campo que los estudiantes hacen en la huerta escolar, donde desarrolla el proceso de siembra haciendo uso de las herramientas y sus conocimientos previos, condición que según los autores expresa una connotación de autenticidad en este proceso.

Después de comprender la situación en un contexto real, los estudiantes identificaron y analizaron elementos que intervenían en el proceso de producción de hortalizas: riego, plateo, fertilización, mercado, herramienta, semillas, compostaje, entre otros. Algunos de estos elementos aparecieron de modo emergente cuando los estudiantes evidenciaban su experiencia previa. Respecto a la pregunta: “*Para sembrar, ¿Qué se necesita entonces?*”, refiriéndose a la producción de hortalizas en una era escolar, Gabriel, Marta, Daris y Diego respondieron:

Diego: la semilla.

Diego y Gabriel: tener el terreno organizado.

Facultad de Educación

Marta: abonado (refiriéndose al terreno).

Daris: también hacer el proceso de porteo a las plantas.

Gabriel: abonado, que la cal sí fertilice bien.

Diego: la oferta y la demanda. Entre más hay, más barato lo pagan, y si hay menos, está más escaso, más caro lo pagan.

Por otro lado, Víctor y Daris se centraron en la información recibida en el curso de agricultura en el que participaron el año anterior:

Víctor: también hay abonos químicos profesor, como “triple 15” ... pero de eso se le echa muy poquito.

Daris: tomar las medidas para sembrar.

Según la información que se obtuvo en las reuniones con los estudiantes, y algunos elementos vinculados al referente teórico, apoyado por las generalidades que se dieron en los datos, se usaron cuatro códigos, en el caso de la categoría “factores proceso de producción”. Estos códigos permiten a los estudiantes tener mayor claridad del proceso y lograr darle solución al problema de optimización de producción de hortalizas del cual se ocupa la investigación, éstas son: En primer lugar, la inversión que abarca todos los aspectos económicos que el proceso de producción involucra, por ejemplo, la compra de semillas, herramientas, fertilizantes entre otros. En segundo lugar, está la mano de obra que representa el capital humano para la preparación del terreno, siembra, cosecha y post-cosecha. En tercer lugar, está el terreno como el espacio a intervenir en la siembra. Por último, se halla el mercado que representa aspectos relacionados con la oferta y la demanda.

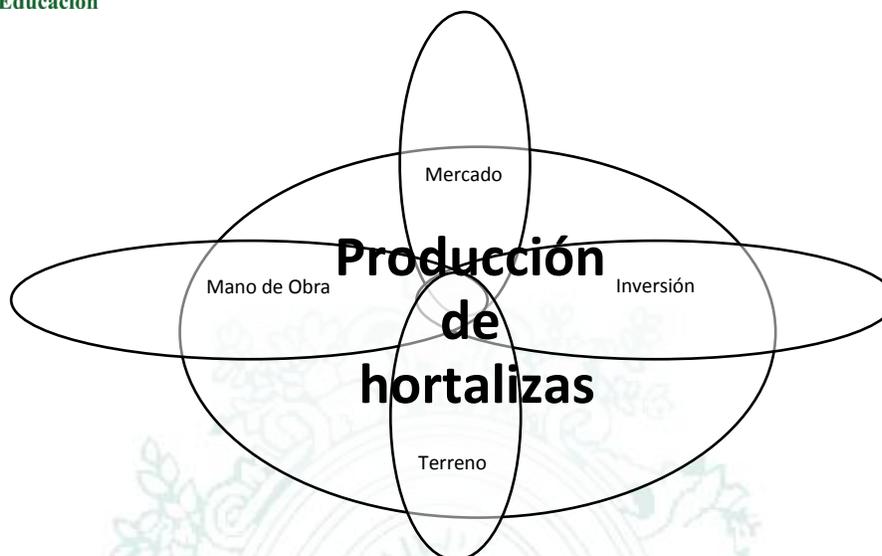


Figura 4: Categoría "factores proceso de producción" de hortalizas

Luego de reconocer las categorías, saber cómo, cuáles y en qué proporciones intervienen en el proceso productivo, se procedió a matematizar la situación problema, logrando su interpretación y la construcción del modelo matemático que represente la situación; sin embargo, los estudiantes no mostraron las capacidades para hacer el proceso de matematización por el método algebraico, teniendo dificultades para plantear las ecuaciones que representaban el problema.

En consecuencia, el docente investigador diseñó y propuso un aplicativo que ayudara a matematizar las características que se tiene sobre el proceso de siembra. El desarrollo del aplicativo estuvo a cargo del docente y los estudiantes participantes del proyecto; esto se logró utilizando el software Excel y los estudiantes identificaron el procesamiento que se lograba con el aplicativo, entendiendo la secuencia de la información que se utilizaba en él. Al respecto, Montenegro, Alfonso, y Zabala (2013) expresan que el uso de herramientas computacionales en el proceso de modelación potencializa los resultados y formas de interpretación. Es importante resaltar que el interés de esta investigación no estuvo centrado en el procedimiento pues solo

correspondió a una fase para identificar la articulación entre las áreas de matemáticas y de agricultura. La interfaz del aplicativo se presenta en la siguiente figura.

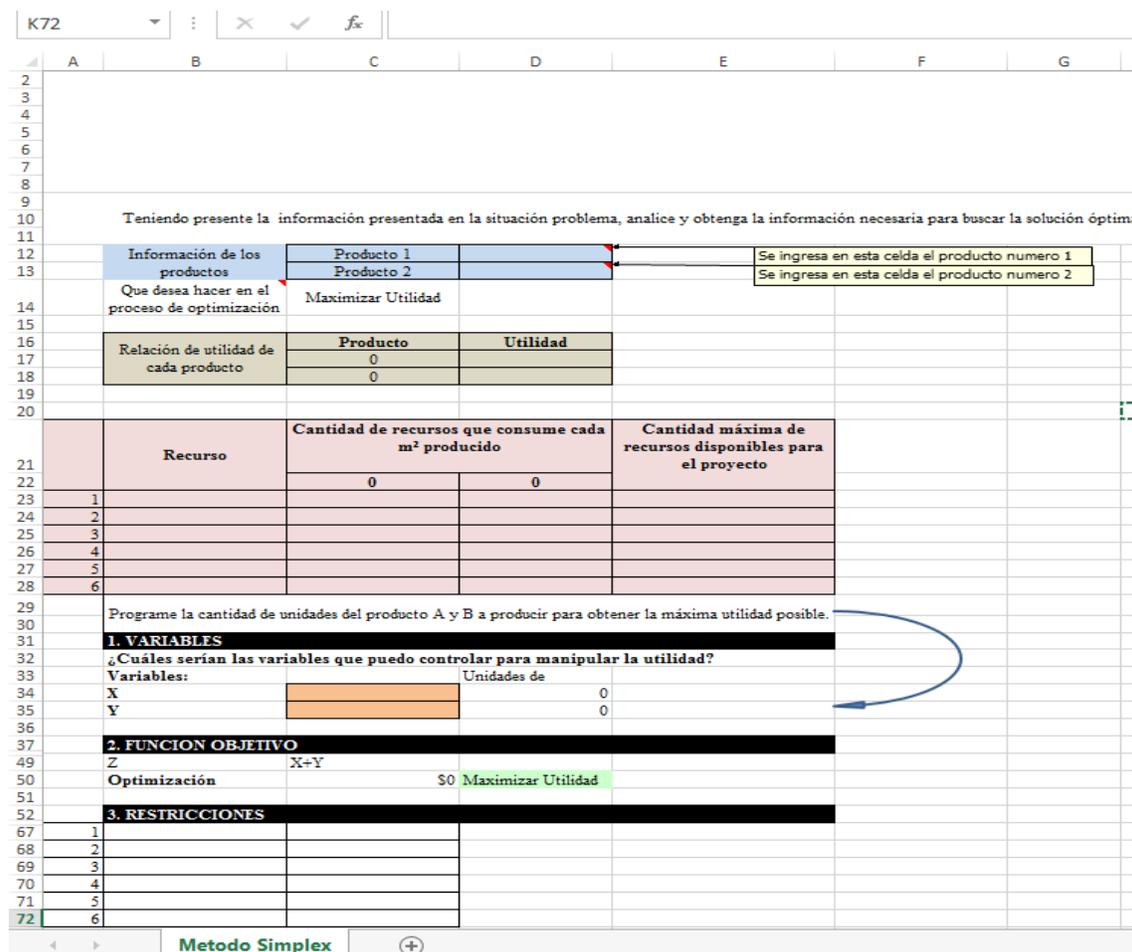


Figura 5: Imagen del aplicativo usado para construir el modelo algebraico

El aplicativo permitió que los estudiantes centraran la atención en el análisis de las variables. Al respecto, la actividad de elaboración de las expresiones algebraicas (ecuaciones) no presentó interés en los estudiantes, sin embargo, en el análisis de la situación problema se presentó una animada participación, cada uno de los estudiantes hizo aportes desde su experiencia. Luego definieron las variables que intervenían en el proceso de producción de

hortalizas, las cuales se vinculaban de modo directo a las categorías que se identificaron. Este proceso se apoya en los conocimientos previos de los estudiantes en el área de agricultura, lo que favoreció el análisis de las expresiones algebraicas que se encontraron, esta facilidad de interpretación manifestó elementos para iniciar su estudio.

Con el proceso descrito en los párrafos anteriores, y los diálogos que se sostuvieron con los estudiantes se encontraron una serie de restricciones en los procesos productivos (extensión del área a cultivar, recursos de inversión, mano de obra disponible, entre otros) las cuales se presentaron en forma de inecuaciones representando los límites que tuvo cada categoría, así como una función objetivo que representó los ingresos según la producción obtenida.

Para solucionar la problemática matematizada, los estudiantes aplicaron varios procesos (solución de sistemas de inecuaciones, y tanteo en el proceso de solución) sin éxito alguno. Por lo tanto, el investigador indagó por la dificultad y halló las siguientes respuestas de modo unificado por parte de los estudiantes: *“no nos acordamos cómo se hace”*, *“esto tienen muchos cálculos y solo nos acordamos de solucionar ecuaciones dos por dos”*, *“yo no sé”*. Estos diálogos evidenciaron las dificultades para desarrollar el proceso de modo efectivo, y en consecuencia, al analizar las dificultades para hallar una solución algebraica, el investigador preguntó sobre el método gráfico para solucionar una ecuación, y recordó el proceso, teniendo presente lo discutido por Arbain y Shukor (2015), las soluciones visuales favorecen la comprensión de elementos abstractos como funciones, inecuaciones, etc.

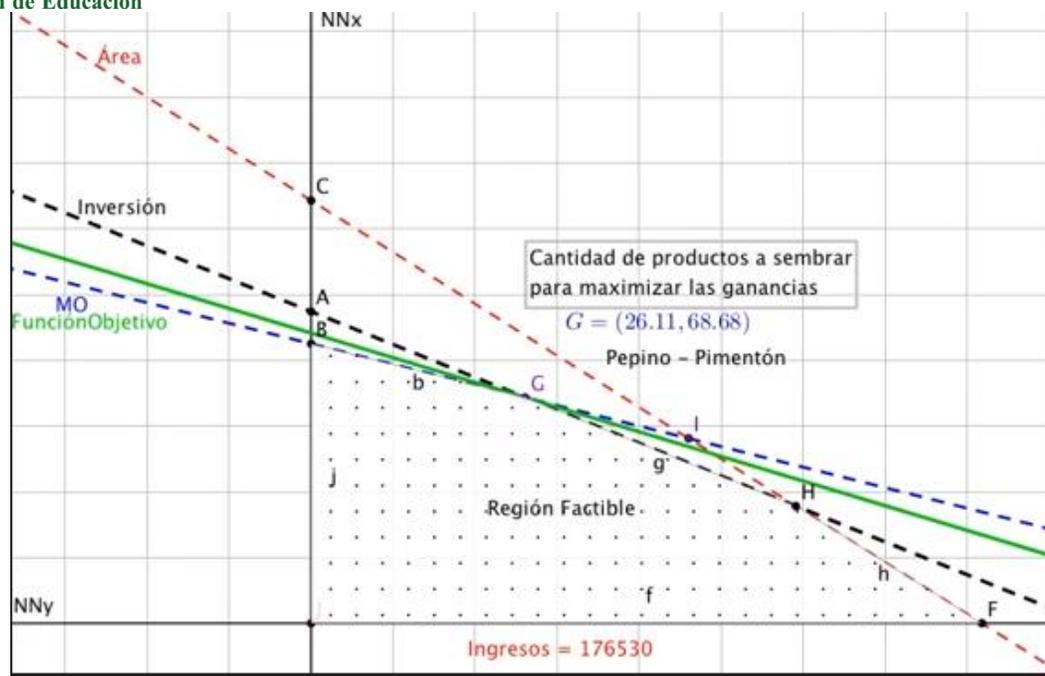


Figura 6: Solución gráfica de Actividad Auténtica 1 (Anexo1)

Cuando los estudiantes encontraron una posible solución a la situación planteada, donde se evidenciaron los productos y las cantidades a producir, se intervino el proceso mediante una “análisis de sensibilidad”. Para ello se tomó el cálculo de los nuevos resultados luego de modificar los valores de las variables que intervinieron en el proceso de siembra. Este análisis permitió identificar el impacto en el problema original, luego de determinadas variaciones en los parámetros, variables o restricciones del modelo, fue posible encontrar alternativas de solución.

Los estudiantes debatieron sobre cuál podría ser la solución óptima, a lo que concluyeron que el contexto en el cual se desarrolla el proceso de producción delimitaba la solución óptima ya que cada caso es particular y tienen sus limitaciones, lo importante es matematizar de modo adecuado la situación en contexto.

De forma adicional, los estudiantes analizaron las implicaciones de este análisis post-óptimo en sus realidades y manifestaron la necesidad de revisar de forma constante las

actividades agrícolas. Así mismo, Alvarado (2011) presenta la necesidad de que en los procesos agrícolas en los cuales se aplica la programación lineal⁷, ésta sea paramétricamente ajustada según las necesidades particulares del contexto para favorecer su desarrollo.

Si bien el investigador intervino en la matematización y en la búsqueda del modelo para solucionar la problemática, el ciclo desarrollado por los estudiantes (Figura. 3) responde a la estructura de un proceso de modelación bajo premisas presentadas por Perrenet y Zwaneveld (2012) ya que presenta los elementos fundamentales que los autores argumentan deben tener todo ciclo de modelación (problema, modelos, solución), adicional a un proceso cíclico que permite retroalimentarse. Los estudiantes desarrollan todo este proceso teniendo presente las condiciones de su contexto, ya que el problema tratado responde a condiciones reales y la solución se ve reflejada en su entorno.

Como se mencionó, los estudiantes hicieron uso tanto del aplicativo desarrollado en Excel como del software (GeoGebra), para lograr que se diera una interpretación e identificación clara y se lograra reproducir de modo eficaz los elementos teóricos en expresiones matemáticas. Esta investigación propuso la modelación matemática como un proceso que permita hacer las veces de “puente” entre la situación en contexto del estudiante (agricultura) y los conceptos matemáticos que se enseñan (Obando y Sánchez, 2014). Teniendo presente las condiciones rurales, este proceso se adjetivó como, “modelación educativa en el contexto de la agricultura”.

La flexibilidad y dinamismo que proporciona un aplicativo como GeoGebra permitió que los estudiantes encontraran relaciones entre las diferentes variables y pudieran conjeturar sobre el

⁷ La **Programación Lineal** corresponde a un algoritmo a través del cual se resuelven situaciones reales en las que se pretende identificar y resolver dificultades para aumentar la productividad respecto a los recursos.

evento que se optimizó. La finalidad de los encuentros no se centró en encontrar dichas relaciones, sino en cómo estas llevaron a dialogar y concluir sobre el proceso de siembra y las relaciones entre los contenidos de las áreas de matemáticas y agricultura.

A continuación, se presenta una tabla donde se describen algunas apreciaciones de los estudiantes acerca de los elementos vinculados a la producción de hortalizas; los apartados seleccionados como ejemplos, emergieron en la entrevista y evidenciaron la apropiación de elementos por parte de los estudiantes, ya sea por su formación en el curso de agricultura o por su arraigo familiar en los procesos agrícolas.

Tabla 3
Diálogo sobre las restricciones del proyecto

Elemento	Descripción	Ejemplo
El mercado	Los deseos de los estudiantes se relacionan con la búsqueda de una mejor alternativa para el proceso de producción y su aprovechamiento.	<p><i>Diego: otro factor muy importante es el mercado.</i></p> <p><i>Investigador: ¿Por qué?</i></p> <p><i>Diego: le voy a decir, porque si hay mucha cebolla su precio va estar bajo, pero si escasea su precio sube.</i></p> <p><i>Diego: si en el terreno que tenemos sembrado, solo tenemos pepinos y el pepino fracasa, tengo todo en pérdida; mientras que, si tengo varias variedades sembradas y una fracasa, puede que me ayude la otra con lo que perdí.</i></p>
El terreno	Surge la necesidad de evitar el desperdicio de espacio y buscar mejores resultados.	<p><i>Gabriel: por eso usted en una finca no solamente siembra plátano, siembra café, usted en un cafetal ve plátano, yuca, banano.</i></p> <p><i>Marta: le meten así por los laditos (refiriéndose a los productos que se siembran para optimizar el terreno y para obtener recursos extra que les permita tener mejores ganancias en el mercado).</i></p>
La mano de obra	Se asume (jornales) como una actividad para evitar incurrir en gastos extras. Se perciben el deseo de vincularse a las actividades agrícolas con la idea de mejorar el proceso.	<p><i>Investigador: bueno ¿quién hace el proceso de siembra?</i></p> <p><i>Daris: ¡ah! Eso lo hace uno, profe, sin pagar nada.</i></p> <p><i>Daris: motivación.</i></p> <p><i>Gabriel: y el ánimo de trabajar (refiriéndose a la aplicación de la mano de obra).</i></p>

La optimización como una manifestación de la “autenticidad personal” en un proceso de modelación

La autenticidad personal para Strobel, Wang, Weber y Dyehouse (2013), se da cuando los estudiantes desarrollan proyectos que están cerca de su realidad (historias de vida, experiencias con su comunidad). A lo largo del proceso descrito en el apartado anterior, los estudiantes manifestaron que tenían la experiencia y conocimientos previos para desarrollar procesos de producción de hortalizas. A continuación, se presentan una serie de imágenes que evidencian las actividades desarrolladas por los estudiantes en su trabajo de campo y su conocimiento práctico.



Ilustración 1: Personificación en el proceso de producción de hortalizas

La primera imagen deja ver el terreno que los estudiantes seleccionaron y la separación que se le dio para las eras. En esta actividad los estudiantes hacen la medición del terreno y proyectan el tiempo que invertirán en el trabajo de campo.

En la segunda imagen los estudiantes alistan el terreno que próximamente será sembrado y al cual se le harán los cuidados pertinentes a lo largo de la cosecha.

En la tercera imagen se muestra el proceso mantenimiento que permitió que un mes después se pudiera hacer el proceso de recolección de la producción. Y por último, la cuarta imagen representa un encuentro en el cual los estudiantes desarrollaban el proceso de optimización haciendo uso de la modelación y el método gráfico para darle una posible solución.

Esta experiencia que los estudiantes vivieron permitió tener contacto con cada uno de los procesos e identificar elementos del contexto que permiten desarrollar conclusiones acerca de sus realidades. Esto permitió evidenciar que los estudiantes personificaron las actividades agrícolas y las vincularon a su proceso de formación, lo que representa un componente relevante de autenticidad personal. Con la misma idea, se indagó si los estudiantes tenían una vinculación con las condiciones de producción agrícola, a lo que los estudiantes respondieron:

Gabriel: claro, nosotros somos montañeros... plátanos yuca, aguacate (refiriéndose a productos que ha sembrado).

Marta: yo también he cultivado yuca, café... plátano.

Diego: Yo también vengo de familia montañera y he sembrado cilandro, papa, yuca...

Estos comentarios muestran la apropiación y arraigo por el sector agrícola. Este aspecto también representa una autenticidad personal o factor de identidad según lo denota Hill y Smith, (2005), que surge de las tradiciones familiares por su relación directa con familias que realizan actividades del campo (mayordomos, agricultores).

Además, se identificaron otros elementos que se enfocan en el mejoramiento

(optimización) y se relacionan con un terreno bien abonado, las condiciones genéticas de las semillas, el proceso de periodicidad en que se debe vincular la mano de obra, entre otros. De esta forma, se evidenció que los estudiantes desarrollaron un proceso de optimización empírica, el cual está permeado por los procesos tradicionales de su entorno.

Sin embargo, en el proceso de producción de hortalizas, los estudiantes manifestaron que no solo se debe producir un producto porque tenga un excelente precio en el mercado, también indicaron que hay factores que influyen de forma directa, como se enuncia a continuación:

Diego: si una familia está acostumbrada a sembrar tomate, no va dejar todo para sembrar café... para empezar de nuevo.

Investigador: pero si con el café se obtienen mayores ganancias.

Diego: pero no siempre es así.

Marta: eso es por etapas (refiriéndose a las ganancias de producción).

Los procesos de optimización estuvieron ligados a las condiciones particulares de los participantes según su formación cultural.

Luego de desarrollar el proceso de producción de hortalizas y analizar cada una de las fases del proceso, se hizo un análisis de cuáles factores y elementos de autenticidad se vincularon en las tareas, de acuerdo con lo presentado por Hill y Smith (2005). La siguiente tabla muestra el análisis de las tareas auténticas en contexto que se aplicaron.

Tabla 4

Análisis de factores aplicados en las actividades auténticas

<i>Diseño de aprendizaje</i>	<i>Factores del aprendizaje auténtico</i>				<i>Cualidades de apoyo</i>		<i>Factores adicionales</i>			
	<i>Mediación</i>	<i>Personificación</i>	<i>Distribución</i>	<i>Contextualización</i>	<i>Motivación</i>	<i>Inteligencias múltiples</i>	<i>Identidad</i>	<i>Planificación de la carrera</i>	<i>Relaciones humanas</i>	<i>Atributos del maestro</i>
Actividad Auténtica 1	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓
Actividad Auténtica 2	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓
Actividad Auténtica 3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

La tabla 4 evidencia con claridad cuáles factores y cualidades se articularon en cada una de las tareas auténticas, estos constituyen la secuencia de actividades seleccionadas para desarrollar el proceso de aprendizaje auténtico en este proyecto. Según Hill y Smith (1998, 2005), todos los procesos de aprendizaje deben cumplir con los primeros cuatro factores (factores de aprendizaje auténtico) que se presentan en la tabla 4, y de modo frecuente, emergen los factores adicionales y demás cualidades de apoyo.

En este orden de ideas, se analizan estos factores de modo general en las tareas auténticas que se presentan a continuación y se identifica la forma cómo se relacionan dichos factores en la secuencia de actividades.

En primer lugar, el factor de mediación se evidenció en cada una de las tareas. Los estudiantes hicieron uso de herramientas que les permitieron vincularse de modo activo a las actividades, por medio de herramientas de campo (Azadones, recatones, machetes, entre otros) o de salón (lapiceros, cuadernos, software, etc.). Hill y Smith (2005) sostienen que la mediación y el aprendizaje auténtico están estrechamente relacionados. Este factor se identificó cuando los integrantes hacían comentarios como: *“uno solo necesita herramienta, un recatón y un azadón, profe”*, *“nosotros tomamos notas en el cuaderno para saber cuánto necesitamos de semillas según el terreno”*, o *“le preguntamos al profesor que él nos ayuda”*, *“no, utilizamos GeoGebra y ya”*. De esta forma se evidenciaron varias formas de mediar el desarrollo del proyecto. También se percibieron elementos culturales como la distancia de siembra, el método de recolección, entre otros, que hicieron parte de la fase de mediación que los estudiantes desarrollaron.

La mediación permitió que los estudiantes comunicaran sus ideas por diversos canales. En la Ilustración 2 se presentan dos esquemas de la planeación del método de siembra de dos estudiantes (imagen izquierda) y cómo se llevó a cabo (imagen derecha); se evidencia el manejo de elementos matemáticos importantes que permiten al lector hacer un análisis de lo sucedido en

la producción de hortalizas. Los estudiantes describieron el modo como se procedió para distribuir el terreno para la siembra, y cuántos productos germinaron según las condiciones correspondientes. A continuación se presenta algunos esquemas presentados por los estudiantes.

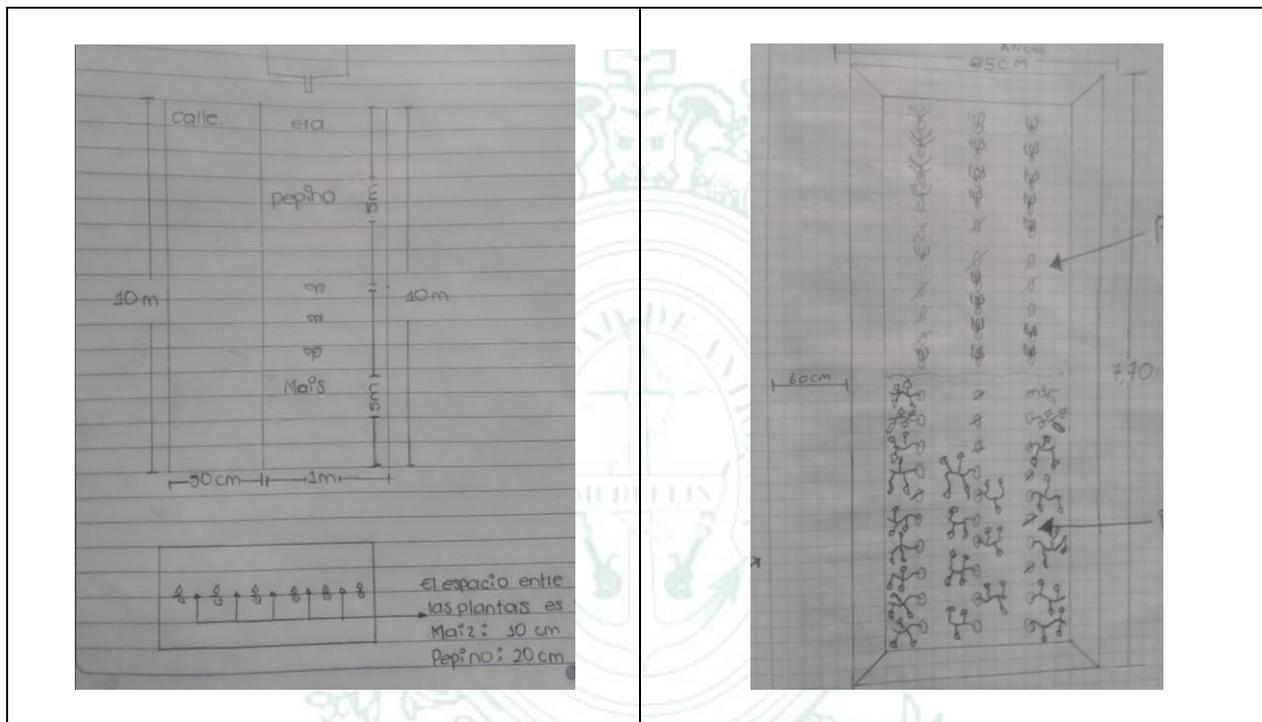


Ilustración 2: Esquemas de la era a sembrar hechas por Diego (Derecha), Víctor (Izquierda)

En segundo lugar, se describe la personificación. En ésta se incorpora la cognición, la percepción y las condiciones sociales. En convergencia, en el aprendizaje auténtico se reconoce el cuerpo y la mente desde las dimensiones cognitivas, emocionales, físicas y sociales (Hill y Smith, 2005). A continuación, se presenta el trabajo de personificación de los estudiantes donde se destacan procesos de siembra, mantenimiento y recolección.



Ilustración 3: Proceso de personificación del aprendizaje

La personificación se evidenció en la tarea auténtica 3 y se dio cuando los estudiantes encarnaron los procesos agrícolas y vivenciaron la producción de hortalizas. La personificación permite conectar los conocimientos con su contexto (Knobloch, 2003), lo que permite que los estudiantes perciban y analicen otros elementos que hacen parte del proceso productivo que en el aula de clase serían más complejos para identificar.

En tercer lugar, se analizó el factor de la distribución o trabajo en equipo a través de conversatorios donde se hacía uso tanto de los conocimientos del área de la agricultura como del área de matemáticas para llevar a cabo las actividades. La complementariedad que lograron los estudiantes evidenció el trabajo en equipo en el cual se fundamenta nuestro enfoque de aprendizaje. Para Herrington et al. (2004), las tareas auténticas reflejan las actividades del mundo real y demandan que los estudiantes usen el trabajo en equipo, las habilidades interpersonales, la tecnología, la toma de decisiones y otras habilidades para completar la tarea con éxito.

Si bien los estudiantes desarrollaron algunos trabajos donde actividades como la adecuación del terreno, la siembra, la recolección, entre otras, demandaron un apoyo de parte de

sus compañeros, el trabajo en grupo para hacer el análisis de los datos se destacó por una excelente participación activa, proponiendo desde su percepción del proceso, logrando encontrar elementos que dan complementariedad para lograr unos resultados eficientes en la producción.

En cuarto lugar, se analizó el factor de contextualización. Este factor predomina en el proceso de aprendizaje auténtico y, por lo tanto, está presente en todas y cada una de las actividades que se implementaron. Ávila, Ibarra, y Grijalva (2010); Herrington y Herrington (2006); Knobloch (2003), argumentan que el contexto es el conjunto de elementos que se presentan durante el periodo de enseñanza y éste se puede ver en los sujetos participantes, en la situación problema y en el método que se utiliza para analizarla y resolverla.

Dado la importancia del contexto en esta investigación, éste se vincula en las tres tareas diseñadas. En las dos primeras tareas se hace una descripción del contexto en que viven los estudiantes reflejando su realidad y, en la tercera, los estudiantes “viven” el contexto al desarrollar la personificación de la tarea.

Por otra parte, como se evidencia en la Ilustración 3, la motivación es una cualidad de apoyo que ha sido motivo de análisis en diferentes estudios para explicar su presencia o su ausencia en la escuela. Al respecto, una forma básica de la motivación se basa en la voluntad (Hill y Smith, 2005). En correspondencia, se menciona que a la pregunta “¿qué se necesita para hacer el proceso de siembra”, los estudiantes dieron respuestas como: “La motivación profe”, “las ganas que usted tenga para hacer el trabajo”. Lo anterior, aunado al interés de los estudiantes por participar en el proyecto lo cual se confirma por el método de selección de los participantes (participantes voluntarios), confirmó la presencia de la motivación en el desarrollo de las tareas auténticas.

Otra cualidad de apoyo que se evidenció en el enfoque teórico se relaciona con las múltiples capacidades de los estudiantes para desarrollar trabajos de siembra y describir procesos

de producción. Además, mostraron interés y habilidades lingüísticas, corporales y naturalistas, para resolver una situación de producción de hortalizas. Este argumento es apoyado en la teoría por investigaciones que han establecido que el ser humano posee una variedad de sistemas de habilidades; en esta dirección, Gardner (2001) ha establecido una categorización de inteligencias. Al respecto, puede afirmarse que los estudiantes evidenciaron su inteligencia lógica-matemática al desarrollar el análisis de datos, o la inteligencia cenestésica-corporal en el trabajo de campo.

Es importante mencionar que las habilidades del profesor frente a estos dos factores favorecen la vinculación de los estudiantes según la manera como presenta las ideas y propuestas y hace uso de sus fortalezas en relación con la problemática.

Entre los factores adicionales observados en las tareas, se halla la identidad que se define como el crecimiento personal (quién es uno) y un sentido de sí mismo; la planificación de la carrera que implica referencias a futuros cursos, programas, carreras, pasantías u otra educación postsecundaria; las relaciones humanas que son expresiones, positivas o negativas, de estar con los demás, en este caso con los compañeros y, por último, los atributos del docente que incluyen la personalidad, el uso del humor y el interés en los estudiantes.

Manifestaciones de la vinculación entre las áreas de Matemáticas y de Agricultura

Las manifestaciones de los estudiantes con respecto a la vinculación de conceptos matemáticos a la agricultura se evidenciaron desde los primeros encuentros a través de actividades de medida y distribución en la siembra. Si bien se presentan de modo empírico, el siguiente diálogo refleja la aplicación de conceptos matemáticos basados en la experiencia.

Investigador: ¿A qué distancia siembran ustedes?

Gabriel: más o menos a una cuarta⁸ de distancia.

Investigador: una cuarta de quién ¿suya, mía, de Daris?, ¿Una cuarta de quién?, no son las mismas.

Gabriel: mía... (Reflexiona) La idea es que todo quede a la misma medida.

Marta: si uno empieza con una cuarta con esa misma debe terminar.

Diego: más o menos unos 20 cm. o 30 cm. hasta terminar la era.

Lo anterior describe la manera como los estudiantes, haciendo uso de estrategias empíricas, desarrollan algunos procedimientos en el proceso de producción de hortalizas mediante el uso de conceptos matemáticos. Por lo tanto, aplicaron elementos matemáticos en el terreno a sembrar, aunque no se vieran aplicados con rigor en el proceso agrícola. Esto no implica que los estudiantes no posean las herramientas conceptuales para aplicar la matemática al hacer una división más rigurosa, sino que poseen tradiciones arraigadas para el proceso de siembra.

En el encuentro donde los estudiantes presentaron la experiencia de la tarea auténtica 3, se evidenciaron factores de mayor rigor, pues tenían claridad sobre los datos encontrados, hicieron una interpretación efectiva de las ecuaciones y gráficas al hacer la variación de los datos que encontraban.

A continuación, se presenta un diálogo que reflejó el proceso de interpretación y análisis de los procesos agrícolas haciendo uso de las matemáticas por medio del software GeoGebra. En él se evidencia la vinculación que los estudiantes hicieron entre la información que se presentaba en la gráfica y lo que se hacía en la práctica agrícola. El proceso de análisis desarrollado por los estudiantes presenta una situación que muestra cómo al implementar un elemento matemático

⁸ Metrología: Longitud variable que equivale a la que hay entre la punta de los dedos pulgar y meñique teniendo la mano extendida.

como la gráfica, se puede hacer la interpretación de una situación que refleja la realidad del entorno.

Investigador: Analicemos lo que Gabriel ha logrado construir en GeoGebra, ¿qué representa para ustedes esta gráfica? (refiriéndose a la construida por Gabriel)

Diego: que debemos sembrar tantos pepinos y tantos pimentones (refiriéndose a un punto de la gráfica)

Investigador: y ¿por qué este punto específico da mayor ganancia?

Marta: porque es el último que toca la línea (refiriéndose a la gráfica de función objetivo)

Gabriel: porque está en la periferia de la región factible

Investigador: y ¿por qué no podemos sembrar esta cantidad? (señalando un punto de la gráfica fuera de la región factible)

Gabriel: ¿porque rompe las restricciones? Por ejemplo, acá (señalando el punto). Ya no tiene terreno, ¿dónde va sembrar?

Daris: es que solo puede sembrar los que están en la región factible

Investigador: ¿Cómo así?

Daris: sí, la región factible es donde están las cantidades a sembrar

Diego: Profe, es que en este espacio (refiriéndose a la región factible) usted puede encontrar posibles alternativas para sembrar y le sirven

Investigador: entonces, si tomamos este punto donde sembramos solo pepinos... ¿Es una alternativa?

Marta: ¡Claro!, solo que como comentaba Diego, usted se arriesga a que le dé una plaga y solo le dé pérdidas (refiriéndose al cultivo).

Este diálogo permite identificar la forma en que los estudiantes hacen algunas relaciones de elementos matemáticos (gráficos, áreas, puntos de corte) con el proceso productivo que se lleva a cabo en la práctica. Así pues, se puede evidenciar atisbos de un vínculo matemático de los elementos expuestos en la gráfica y el proceso de producción de hortalizas.

Si bien los estudiantes analizaron los resultados de un ejercicio, se llevó a cabo una práctica en el cambio del valor de las variables con la intención de visualizar cómo cambian los resultados al hacer una variación de los datos. El siguiente diálogo muestra cómo se desarrolló el análisis de variables de la tarea auténtica 1.

Investigador: Bueno, ¿qué tal si en este ejercicio cambiamos algunos valores como el precio de venta del pepino?, suponga que su precio de venta cambió de \$1.500 a \$1.700, ¿qué cambios hay en el resultado final?

Marta: nada, los puntos no cambian

Víctor: no, si cambian los ingresos, gano más, paso de... a \$181.867

Investigador: de \$176.530 a \$181.867

Investigador: y ¿qué tal si el precio no subiera, sino que bajara \$300?

Cuando el estudiante hizo los cambios en el software, sus compañeros se tomaron un tiempo para analizar lo sucedido y solicitaron que aumentara el tamaño de la imagen. Luego indicaron:

Diego: cambia el punto máximo, ya no es G

Investigador: ¿cuál es?

Diego: es el punto B, para ganar más debe sembrar solo pimentón

Gabriel: profe, pero se debe tener en cuenta lo que habíamos hablado, de lo riesgoso que es sembrar solo un producto.

En este punto los estudiantes analizaron la situación logrando desligar el concepto de optimización del factor económico. Se evidencia una visión más holística ya que se analiza variables del contexto como la probabilidad de que un cultivo sufra plagas que lo dañen.

Investigador: sí, es cierto, bueno y ¿cuánto serían sus ingresos entonces?

Marta: \$170.351 (señalando la barra de desplazamiento que da los ingresos)

Investigador: bueno, ¿qué cambios le gustaría hacer en este ejercicio?

Los estudiantes se quedaron callados por un tiempo, como esperando la primera intervención, y algunos señalan el tablero como intentando cambiar las líneas.

Diego: cualquier cosa podemos cambiar. Profe, por ejemplo, cambiemos el terreno, que sea el doble.

Diego: ¡Ah!

Investigador: ¿qué pasó, diego?

Diego: ¡nada, no sirvió!

Investigador: ¿por qué cree que no sirvió?

Víctor: Profe es que esa restricción estaba por encima del punto G, entonces no lo afectaba.

El proceso visual permitió que los estudiantes identificaran de modo rápido si el rango de solución de una variable estaba en la gráfica.

Diego: entonces, bajé a la mitad el terreno.

Diego: ahí sí, quedó un triángulo

Investigador: ¿qué se puede concluir de esto?

Diego: que los ingresos bajan

Marta: que al mover las variables nos pueden dar diferentes resultados

Investigador: y ustedes ¿qué opinan de este proceso de intervención que le estamos haciendo a la producción de hortalizas?

Diego: por eso le digo, profe, que si los agricultores conocieran este método es mucho el esfuerzo que se ahorran al sembrar, y así saben si van a ganar o no.

Este diálogo evidenció que los estudiantes interpretaron múltiples soluciones de un modo eficiente haciendo uso de ayudas visuales que permiten analizar objetos abstractos de una manera más eficiente (Arbain y Shukor, 2015; Matta, 2014).

En las exteriorizaciones de los estudiantes se identificó la comprensión que tenían acerca de la problemática y sus variaciones. Esta comprensión no se da luego del desarrollo de un modelo algebraico, sino después del análisis visual de las variables del problema. Al respecto, Bressan (2015) sostiene que el apoyo visual que ofrece una gráfica permite mediar la interpretación matemática que los estudiantes realizan de una problemática, que para este caso particular fue la variación de los valores de las ecuaciones que representaban la tarea.

Los estudiantes presentaron con frecuencia comentarios que dejaron ver su deseo de mejorar los ingresos (optimizar) que podrían obtener:

Diego: “no, tenemos que subir el precio”, “invertir menos dinero”

Víctor: “elimine la mano de obra, nosotros hacemos el trabajo”, estas expresiones se relacionaron con la optimización de los recursos para aumentar las ganancias.

Víctor y Diego expresaron comentarios como: “Si en el terreno que tenemos sembramos solo tenemos pepinos y el pepino fracasa, tengo todo en pérdidas” o “por eso usted en una finca no solamente siembra plátano, siembra café... usted en un cafetal ve, plátano, yuca, banano”.

Estos comentarios evidencian que los estudiantes desarrollaron un proceso de optimización empírico al vincular conceptos del área de matemáticas tales como: variables, cantidad, área de producción, entre otros, pero su idea de optimización solo se centra en el

producto final, dejando de lado los insumos y procedimientos que se necesitan para lograr mejor el proceso.

Los apartados que se presentaron dejan ver la secuencia de procesos que se hicieron en la misma línea que el proceso descrito en la figura 3. Esta secuencia describe un ciclo de modelación matemática en el desarrollo de la investigación, los estudiantes aunque no de modo explícito desarrollan un proceso de modelación que se asemejan a los presentados por (Blum y Borromeo, 2009), además de estudiar cómo los estudiantes articularon las áreas de matemáticas y agricultura a través de tres tareas auténticas con la finalidad de obtener la mejor alternativa para el proceso de producción de hortalizas (optimización), teniendo siempre presente las restricciones del proceso productivo o las restricciones externas. A continuación, se presenta el capítulo de conclusiones que muestra la importancia y potencial del tema y sugiere nuevas temáticas para futuras investigaciones.



Quinto Capítulo

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Conclusiones

En el marco de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de Antioquia, la intención de este trabajo de investigación fue la de analizar cómo las tareas auténticas promueven la vinculación de las áreas de agricultura y de matemáticas en un proceso de optimización de producción de hortalizas. Para realizar este análisis se usaron algunos resultados que emergieron del trabajo con los estudiantes, vistos desde la perspectiva del investigador inmerso en el contexto educativo y algunos aspectos de los cinco estudiantes del grado undécimo que se vincularon a la investigación.

En el primer capítulo se presentaron los antecedentes de la investigación donde se identificaron las necesidades de la articulación de las áreas de matemáticas y de agricultura en un contexto educativo rural, adicional de hacer una búsqueda sobre las investigación que han abordado este caso con las particularidades de formación escolar y su vínculo con la optimización, lo anterior aunado a la experiencia en la enseñanza del área de matemáticas donde se evidenció la poca aplicabilidad de conceptos matemáticos que logran tener los estudiantes y las condiciones agrícolas del entorno socio-cultural en el cual interactúan, permitieron preguntarse *¿cómo se articulan las áreas de agricultura y de matemática a través de tareas auténticas en una institución educativa rural?* En este sentido la investigación llevó a definir como objetivo, analizar cómo se da la articulación de las áreas de agricultura y de matemática a través de tareas auténticas en un entorno rural.

Para alcanzar los propósitos descritos en el párrafo anterior, se consideró aplicar tres tareas auténticas que permitirían identificar elementos que intervenían en este proceso de articulación. Estas tareas se describen en el capítulo 3 de este documento, y se presentan en los Anexos 1 y 2.

Los estudiantes del grado undécimo de la institución educativa Rural Agrícola de San Jerónimo que participaron de este proceso, luego de haber personificado una actividad de producción de hortalizas, identificaron elementos que les permitieron tener una idea más general sobre un método de optimización en la producción de hortalizas. Una conclusión a la que llegaron es que este método no es exclusivo del proceso de producción de hortalizas, sino que puede ajustarse a diversos campos. A modo de ejemplo, en la discusión de los estudiantes emergió la avicultura, la ganadería, la cunicultura, entre otros.

En consecuencia, se hicieron conscientes de la importancia, aplicabilidad y relación de las matemáticas con las demás áreas del conocimiento (sociales, economía, política, entre otras), cambiando la percepción inicial que algunos tenían, ya que visualizaban las matemáticas como una “isla” desconectada de sus realidades.

La vinculación de las matemáticas a las realidades de los estudiantes deja ver un resultado de esta investigación, que apunta a responder nuestra pregunta y objetivo de investigación, es el uso del contexto como elemento articulador de las áreas de matemáticas y de agricultura, el cual estuvo mediado por el referente teórico del aprendizaje auténtico, esta articulación se exteriorizó en la comprensión y aplicación de la información que los estudiantes tomaron del contexto, donde se identificó el fenómeno que se va estudiar, sus variables o restricciones, según las necesidades sociales de la región. Aunado a lo anterior el contexto permitió que la articulación que los estudiantes hicieron pusiera a las áreas de matemáticas y de agricultura en niveles iguales, y no se presentaran subordinación de una en el proceso académico.

Por lo tanto, las tareas auténticas enseñaron sobre el vínculo directo entre las matemáticas y el proceso de producción de hortalizas según las condiciones de contexto. Esta vinculación entre ambas áreas se evidenció cuando los estudiantes desarrollaron el análisis post-optimal pues, además de analizar las variaciones de los resultados, definieron elementos como área, punto de

corte, costo, optimización de recursos, entre otros. Los estudiantes lograron hacer el proceso de asociación de las variables de las ecuaciones con su representación en el proceso productivo, gracias a los procesos de análisis que se dieron cuando se alimentaba el aplicativo usado para la matematización de las ecuaciones.

Un pilar en el desarrollo de esta investigación es la apropiación del conocimiento mediante la interacción del estudiante con su contexto, su entorno, compañeros y profesores. Las tareas auténticas dentro del proceso formativo promovieron una participación activa de los estudiantes al asumir el rol de formadores de su propio proceso, y establecer diálogos con sus pares para encontrar errores que los llevaron a reformular sus concepciones. Se propiciaron dinámicas de trabajo en grupo, donde se logró que los estudiantes aportando desde sus experiencias lograran crear discusiones y resultados ordenados, al tomar como premisa el desarrollo de un solo trabajo y no trabajos de forma aislada, algo que se concluye del trabajo en equipo con miembros que tienen interés sobre un tema o conocimientos previos, es la capacidad de propiciar creatividad entre los participantes.

Un ejemplo de esto se presentó cuando los estudiantes, al tomar una decisión sobre la siembra, analizaron matemáticamente las restricciones del proceso y dialogaron con sus compañeros. En la elaboración de estas tareas los estudiantes establecen un vínculo entre sus experiencias en el proceso productivo y elementos matemáticos que les ayudan a analizar situaciones asociadas a un contexto definido, lo que les permitió tomar decisiones sobre la siembra de hortalizas. De este modo se presenta la importancia que representa para un proceso productivo como la siembra de hortalizas, el trabajo conjunto que hacen tanto compañeros y profesores.

Los resultados encontrados presentan exteriorizaciones de los estudiantes que permitieron identificar la apropiación de la estrategia utilizada, y su aplicación en otros procesos donde se

hace uso del contexto y la modelación matemática. En este caso no se refiere de forma necesaria a la modelación como el desarrollo de expresiones algebraicas, sino a las descripciones que los estudiantes hicieron en la medida que interactuaban con sus compañeros, el investigador y el software, estableciendo relaciones con las gráficas de las restricciones y claridad sobre el método gráfico trabajado, su región factible, y la solución a la problemática. Los resultados indican que el proceso de modelación que los estudiantes desarrollaron les permitió tener mayor claridad sobre el proceso desarrollado al interpretar las expresiones y vincularlas a la situación real.

El contexto en el cual se llevaron a cabo las tareas y en el cual se relacionaron los estudiantes, propició intereses particulares donde ellos manifestaron deseos de aplicar sus conocimientos. Por lo tanto, lograron evidenciar la importancia de las matemáticas y la aplicabilidad de las mismas en otros campos, al entender y comprender las variables que intervenían en un proceso de modelación.

Como se ha presentado antes, la modelación matemática se asume como un proceso de enseñanza y de investigación. Sin embargo, no es una estrategia para superar todos los problemas de la práctica escolar, o del contexto, sino un apoyo importante para el desarrollo de la formación de los estudiantes. La modelación matemática permitió que los estudiantes lograran interpretar ecuaciones y darle sentido a unas expresiones que, en muchos casos, solo representaban signos, números y letras, pero no tenían significado claro para ellos

En el proceso se evidenció que los estudiantes desarrollaron algunos procesos matemáticos (medidas, operaciones aritméticas, elementos estadísticos) que habían adquirido en su formación académica, y otros (optimización, modelación) que se fortalecieron durante el desarrollo de la investigación. En dichos procesos hicieron uso de las tareas auténticas y de herramientas informáticas, lo que les permitió tener otra manera de ver la producción de hortalizas, como una alternativa económica y laboral donde se puede desarrollar un proyecto

productivo rentable, y no como un trabajo duro sin beneficios económicos. Esta característica dio a los estudiantes argumentos que muestran elementos de arraigo con los procesos productivos agrícolas.

Si bien, el compromiso de los estudiantes con su realidad agrícola, sus necesidades y tradiciones, estuvo latente en cada una de sus manifestaciones y en el desarrollo de las actividades, para ellos, la agricultura proporciona sostenibilidad económica, pero eso no implica que sus deseos sean los de desarrollar actividades agrícolas como alternativa de vida.

Los resultados indican que los ambientes de modelación matemática favorecen los espacios de formación de los estudiantes, y estos se mejoran en proceso en que se hace presente las herramientas tecnológicas. En los aportes desarrollados por Borba y Villarreal (2005), se expone el constructo teórico de humanos con medios (*Humans with media*), el cual se concibe como una unidad en la que los medios tecnológicos permiten relacionar las experiencias y el conocimiento matemático. En este sentido, gracias a la flexibilidad del software GeoGebra para hacer cambios en los valores de sus variables, reformular los datos e identificar de modo ágil los resultados con ayuda de las gráficas, se logró hacer descripciones a partir de las matemáticas utilizadas. Se considera entonces la optimización por medio de un método gráfico, como un dinamizador que permite acercar a los estudiantes al entendimiento matemático, que se presentó utilizando esta herramienta tecnológica.

Así pues, el uso de un método gráfico a través del software GeoGebra permite relacionar de forma práctica información tanto del área de agricultura como de matemáticas, y desarrollar análisis completos para tomar mejores decisiones en cuanto al proceso de producción de hortalizas.

La utilización que se le dio a las herramientas digitales en la interacción que tuvieron los estudiantes con su profesor y compañeros fue importante, porque permitió evidenciar la

construcción de elementos conceptuales acerca de la optimización de la producción de hortalizas.

Las exteriorizaciones de los estudiantes permitieron identificar procesos de optimización los cuales se dan según las particularidades, necesidades y vivencias de cada uno de los participantes.

En consonancia con varios de los planteamientos hechos por Arbain y Shukor (2015) y Matta (2014), los estudiantes hicieron uso de la interpretación visual en la solución de la tarea auténtica representada por medio de GeoGebra para discutir con sus compañeros y construir elementos matemáticos que les permitieran definir la optimización de los procesos agrícolas. Las observaciones, sus experiencias, las exteriorizaciones, los acuerdos y desacuerdos en el desarrollo del proceso de optimización dan cuenta de una producción de conocimiento en aproximación con el constructo de seres *humanos con medios* (Borba y Villarreal, 2005), ya que ponen en una relación directa a las personas y la tecnología.

Otro elemento relevante en el desarrollo de esta investigación está en línea con lo presentado por Amado, Sánchez, y Pinto (2015); Arbain y Shukor (2015) y Matta (2014) y se refiere a la dinámica que se genera alrededor de la vinculación del software GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas. Se logró fortalecer la motivación en los estudiantes, la cual tiene relación directa con el uso de recursos como el software el cual atrajo la atención de los estudiantes. Para este grupo de estudiantes la inspección visual del proceso productivo en el software GeoGebra facilitó la identificación de fallas, su análisis y las alternativas de corregirlas, logrando la aplicabilidad y apropiación de conceptos matemáticos.

Por otra parte, los estudiantes manifestaron sus deseos de mejorar el proceso de producción disminuyendo la inversión, de adquirir mayor flujo de recursos usando de forma más eficiente área a sembrar, y de invertir en la mano de obra. Estos aspectos denotan que el concepto de optimización, aunque de una forma empírica, está latente en el desarrollo de las experiencias de campo.

La práctica desarrollada por los estudiantes estuvo motivada por la aplicabilidad de los elementos matemáticos en la optimización, lo que permitió simular el proceso de producción de hortalizas. De esta forma, adquirieron conocimientos y desarrollaron actitudes y habilidades que favorecieron la interacción con la sociedad. Evidencia de estos aspectos es la apropiación que los estudiantes tuvieron del tema, lo que los llevó a proponer la idea a nivel departamental por medio del concurso InnovAntioquia 2017, con el fin de que este método para mejorar los recursos de producción de hortalizas fuera de dominio público. De esta forma, la investigación logró un reconocimiento a nivel regional y departamental que provocó una divulgación entre la comunidad académica, y fue una motivación para que los demás compañeros se animaran a realizar proyectos aplicados en interacción con el contexto agrícola para mejorar los procesos que se desarrollan de forma cotidiana en su contexto rural.

De modo adicional, la optimización de la producción de hortalizas fue un escenario que posibilitó la realización de las tareas auténticas. En consecuencia, la percepción de los estudiantes sobre la industria agrícola en su región cambió, generando expectativas para vincular los conocimientos matemáticos de modo práctico a la solución de problemáticas de su contexto.

Si bien la optimización es un proceso para mejorar las condiciones en que se desarrolla una tarea, permite encontrar múltiples alternativas de aplicación dependiendo de las variaciones que se puedan dar, sustentándose en programación lineal aplicada a un software como es GeoGebra, que permite simular las diversas alternativas del problema.

Un aspecto importante de las tareas auténticas que se evidenció fue su capacidad de promover de modo significativo los diálogos y crear un ambiente de argumentación, facilitando la reflexión acerca de temas de importancia para los participantes.

Por otra parte, la entrevista permitió identificar las herramientas y las condiciones sociales de los estudiantes. Este aspecto orientó de un modo más acertado la investigación porque cada

estudiante posee unas particularidades que condicionan el desarrollo de las tareas auténticas y, por ende, el modo en que los factores de aprendizaje auténtico intervienen.

Lo anterior concuerda con varios elementos trabajados por Herrington, Reeves, y Oliver, (2010); Hill y Smith (1998, 2005) y Knobloch (2003), que plantean que el aprendizaje auténtico se relaciona de modo fundamental con el aprendizaje en contexto, el aprender haciendo, el trabajo colaborativo, el aprendizaje a través de proyectos, el aprendizaje usando el conocimiento a través de la solución de problemas y la explicación del conocimiento. Así mismo, en el trabajo de campo se evidenciaron elementos que se relacionan con lo que presentan los investigadores, y se concluye que, cuando los estudiantes trabajan situaciones en las cuales tengan conocimientos previos, vinculan de forma activa y directa elementos matemáticos y la interpretación que tienen de ellos tiende a ser apropiada.

La formación de los estudiantes, aplicando procesos de integración de lo teórico con lo práctico, permitió estructurar un modelo que logró que se apropiaran de la información haciéndola parte de ellos, para solucionar problemáticas planteadas. Knobloch (2003), refiriéndose a los desafíos que tienen los estudiantes y profesores de ir más allá del “hacer” y que el conocimiento sea recordado en un futuro, muestra como su idea de hacer uso de las experiencias de los estudiantes como insumo para lograr dar solución a las problemáticas planteadas, está en concordancia con el proceso desarrollado bajo el enfoque de aprendizaje auténtico.

El trabajo de investigación dejó ver que el factor de mediación expuesto por Hill y Smith (1998, 2005), es el detonante principal para que ocurran los otros tres factores (contextualización, personificación y distribución) vinculados de modo frecuente en un aprendizaje auténtico. Esto permite concluir que la mediación en una tarea auténtica canaliza la actividad ya que promueve, de modo acertado, una personificación y orienta la contextualización del proceso; la mediación se

evidencia en la distribución. Es otras palabras, el desarrollo de una buena mediación permite articular un buen aprendizaje auténtico.

Por otro lado, trabajar con problemas reales contextualizados en las problemáticas socio-culturales, fortalece en los participantes la efectividad en el desarrollo de las tareas, lo cual se pudo ver en el empoderamiento de los estudiantes. Esto se fortalece con el uso de sus experiencias como insumo para desarrollar una estrategia que permita dar solución a las problemáticas.

La socialización del proyecto que los estudiantes hicieron ante la comunidad académica permitió que los docentes se cuestionaran acerca de las posibles prácticas académicas que se pueden dar dentro de la institución educativa y cómo hacer uso de recursos tan importantes como el contexto para impactar la comunidad. La anterior situación evidencia la motivación de los docentes y se espera que se aplique en nuevos proyectos.

A nivel institucional, este proceso de investigación motivó, tanto a docentes como a estudiantes, a desarrollar actividades prácticas que permitieran enfrentar problemas socio-culturales de la región. Se hace un llamado para que en un futuro se inicien transformaciones curriculares que permitan articular de forma directa distintas áreas del conocimiento, y se apliquen al contexto en el cual los estudiantes se desenvuelven o según las necesidades de la región en las que ellos se podrían involucrar. El potencial de la institución educativa en el manejo del contexto permitiría hacer procesos de acompañamiento a los estudiantes, desde educación básica primaria hasta educación básica secundaria.

Las observaciones que los estudiantes presentaron al hacer el análisis de las gráficas, luego de desarrollar la personificación de la tarea auténtica, permitió identificar cómo construyeron conocimiento matemático con una herramienta que les permitió identificar visualmente resultados y variaciones de los parámetros que analizaron.

En el transcurso del proceso de esta investigación se observó el desarrollo de habilidades por parte de los estudiantes, entre ellas está el juicio y la síntesis para hacer cambio de variables en el proceso post-optimal, y reconocer elementos relevantes teniendo en cuenta la particularidad de la situación, adicional se presentaron habilidades como la personificación y trabajo en equipo que permitieron que los estudiantes diseñaran estrategias en el desarrollo de las tareas siempre apoyándose en el grupo de trabajo.

Algunas limitaciones que se presentaron están relacionadas con el número de tareas auténticas que se abordaron en el trabajo y el tiempo de duración de aplicación de las mismas, se sugiere para futuras investigaciones aumentar el tiempo de aplicación y el número de actividades.

Para finalizar, es necesario aclarar que en futuras investigaciones este trabajo puede ampliarse con respecto a temas como la aplicación del aprendizaje auténtico como una estrategia que permita potencializar el arraigo agrícola en la comunidad rural y exhibir la agricultura como una alternativa laboral, haciendo uso de las matemáticas.

Adicional de las condiciones presentadas en esta investigación pueden ser estudiadas en un futuro. La relación del aprendizaje auténtico y las herramientas tecnológicas, o los campos de aplicación del aprendizaje auténtico haciendo uso de las matemáticas.

De igual manera, en el futuro se pueden dar investigaciones que haciendo uso de las tareas auténticas, la optimización o la modelación permitan abordar temas de relevancia para los agricultores como:

- Las tareas auténticas como estrategia de enseñanza de actividades pecuarias.
- La optimización y modelación matemática vinculadas a las tareas auténticas como estrategia de enseñanza para propiciar arraigo agrícola en la comunidad rural.
- Medios tecnológicos como estrategia para orientar los procesos productivos de los micro-agricultores.

Referencias

- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. *Investigación en Educación Matemática*, 13, 119–127.
- Alvarado, J. (2011). El análisis post-optimal en programación lineal aplicada a la agricultura. *Reflexiones*, 90(1), 1021–1209.
- Álvarez, C., & San-Fabián, J. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa. *Gazeta de Antropología*, 28(1), 1–12.
- Alves-Mazzotti, A. J. (1999). O Método nas Ciências Sociais. En *O Método nas Ciências Naturais e Sociais* (2a ed., pp. 107–188). São Paulo: Pioneira Thompson.
- Amado, N., Sanchez, J., & Pinto, J. (2015). A Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. *Boletim de Educação Matemática*, 29(52), 637–657.
- Arbain, N., & Shukor, N. (2015). The Effects of GeoGebra on Students Achievement. *Social and Behavioral Sciences*, 172, 208–2014.
- Ávila, R., Ibarra, E., & Grijalva, A. (2010). Contexto y el significado de los objetos matemáticos. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(4), 337–354.
- Bahr, N., & Rohner, C. (2014). The judicious utilization of new technologies through authentic learning in higher education: A case study. *HERDSA*, 1–16.
- Barab, S., Squire, K., & Dueber, W. (2000). A Co-Evolutionary Model for Supporting the Emergence of Authenticity. *ETR&D*, 48(2), 37–62.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática*. Brasil. Recuperado a partir de https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica

Bassanezi, R. C., & Biembengut, M. S. (1997). Modelación Matemática: Una antigua forma de investigación un nuevo método de enseñanza. *Revista de didácticas de las matemáticas*, (32), 13–25.

Berrío, M. (2011). *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo del café* (Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/5883/1/71277664.2012.pdf>

Biembengut, M., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105–125.

Blanco-Álvarez, H., Higuera, C., & Oliveras, M. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 245–269.

Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.

Borba, M., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking* (Vol. 39). New York: Springer.

Bressan, A. (2015). Representaciones y modelos en la matemática realista, 1–7.

Brophy, J., & Alleman, J. (1991). Activities as Instructional Tools: A Framework for Analysis and Evaluation. *American Educational Research Association*, 20(4), 9–23.

Caballero, J., & Grossmann, I. (2007). Una revisión del estado del arte en optimización, 4(1), 5–23.

Candelaria, B., Ruiz, O., Gallardo, F., Hernández, P. P., Martínez, Á., & Vargas, L. (2011).

Aplicación de modelos de simulación en el estudio y planificación de la agricultura, una revisión. *Tropical and subtropical agroecosystems*, 14(3), 999–1010.

Diniz, L., & Ferreira, L. (2015). Saberes e práticas mediados pela Modelagem Matemática no campo: percepções no contexto da pesca. *Revista Electronica da Matemática*, 1(2), 1–10.

Duarte, A., Pantrigo, J., & Gallego, M. (2007). *Metaheurísticas*. Madrid: Dykinson, S.L.

Fremerey, C., & Bogner, F. (2015). Cognitive learning in authentic environments in relation to green attitude preferences. *Studies in Educational Evaluation*, 44, 9–15.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics Education. China Lectures* (Vol. 9). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gaisman, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas Innovación Educativa, 9(46), 75–87.

Gardner, H. (2001). *Estructuras de la Mente* (3a ed.). Bogotá: FONDO DE CULTURA ECONÓMICA.

Ghic, G. (2012). Case studies - The role of them in mathematics teaching (Vol. 46, pp. 2681–2865). Presentado en 4th World Conference On Educational Sciences, Barcelona, España. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.546>

Gil, N., Guerrero, E., & Lorenzo, B. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 4(8), 47–72.

Gobernación de Antioquia (2014). *Anuario estadístico del sector agropecuario en el departamento de Antioquia 2013* (Anuario) (p. 909). Antioquia: Gobernación de Antioquia. Recuperado a partir de http://antioquia.gov.co/images/pdf/Anuario_2013.pdf

González, L. (2009). Estudio de casos bajo el enfoque transdisciplinar. *Multiciencias*, 9(3), 303–312.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (5a ed.).

Mexico: McGraw-Hill.

Herrington, J. (1997). *Authentic Learning In Interactive Multimedia Environments*. Cowan,

Australia. Recuperado a partir de <http://ro.ecu.edu.au/theses/1478>

Herrington, J. (2006). *Authentic e-learning in higher education: Design principles for authentic*

learning environments and tasks. Conferencia presentado en World Conference on E-

Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education, Chesapeake,

Virginia. Recuperado a partir de

<http://ro.uow.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1029&context=edupapers>

Herrington, J. (2017). A matrix of authentic learning. Recuperado a partir de

<http://authenticlearning.info/AuthenticLearning/Home.html>

Herrington, J., & Herrington, A. (2006). What is an Authentic Learning Environment? En

Authentic Learning Environments in Higher Education (p. 341). Estados Unidos:

Information Science Publishing.

Herrington, J., Reeves, T., & Oliver, R. (2010). *A Guide to Authentic e-Learning*. New York:

Routledge.

Herrington, J., Reeves, T., Oliver, R., & Woo, Y. (2004). Designing Authentic Activities in Web-

Based Courses. *Journal of Computing in Higher Education*, 16(1), 3–29.

Heuvel-Panhuizen, M. (2009). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista:

Ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje. *Correo del maestro*, (160), 36–

44.

Heuvel-Panhuizen, M. van den. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics

education: an example from a longitudinal trajectory on percentege. *Educational Studies*

in Mathematics, 54, 9–35.

- Hill, A., & Smith, H. (1998). Practice Meets Theory in Technological Education: A case of Authentic Learning in the High School Setting. *Journal of Technology Education*, 9(1), 29–41.
- Hill, A., & Smith, H. (2005). Research in Purpose and Value for the Study of Technology in Secondary Schools: A Theory of Authentic Learning. *International Journal of Technology and Design Education*, 15, 19–32.
- Hui, F., & Koplin, M. (2011). The implementation of authentic activities for learning: a case study in finance education, 5(1), 59–72.
- Jaramillo, P. (2005). Uso de tecnologías de información en el aula. ¿qué saben hacer los niños con los computadores y la información? *Revista de Estudios Sociales*, (20), 27–44.
- Knobloch, N. (2003). Is experiential learning authentic? *Journal of Agricultural Education*, 44(4), 22–34.
- Laur, D. (2013). *Authentic Learning Experiences, A Real-World Approach to Project-Based Learning*. New York: Routledge.
- Lave, J., & Chaiklin, S. (2006). *Understanding practice. Perspectives on activity and context*. Estados Unidos: Cambridge University Press.
- Lebow, D., & Wager, W. (1994). Authentic activity as a model for appropriate learning activity: Implications for emerging instructional technologies. *Canadian Journal of Educational Communication*, 23(3), 231–234.
- Lombardi, M. M. (2007). Authentic Learning for the 21st Century: An Overview. *Boulder, CO: EDUCAUSE Learning Initiative*, 1, 1–12.
- Lora-Freyre, R. J., & Pellicer-Durán, R. G. (2012). Maximación de la producción de café a través de la programación lineal. *Anuario Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*, 3, 61–70.

- Maina, F. (2004). Authentic Learning: Perspectives from Contemporary Educators. *The Journal of Authentic Learning*, 1(1), 1–8.
- Martínez, J. (2011). Método de investigación Cualitativa. 8, 1, 1–43.
- Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona., Barcelona, España. Recuperado a partir de <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/4703/mms1de3.pdf;jsessionid=462B1B786FD C938C030DB75559AA56F3?sequence=1>
- Matta, N. javier. (2014). *GeoGebra como herramienta para la enseñanza de Razones Trigonométricas en grado Décimo en la IED Leonardo Posada Pedraza*. Bogota. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/49578/1/01186959.2014.pdf>
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Magisterio. Recuperado a partir de http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias* (p. 186). Bogotá, Colombia: Magisterio. Recuperado a partir de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Molina, J. (2013). *La modelación con tecnología en el estudio de la función seno* (Tesis Maestría). Universidad de Medellín, Medellín.
- Molnár, P. (2016). Solving a linear optimization word problems by using GeoGebra. *ICTE journal*, 5(2), 16–28. <https://doi.org/10.1515/ijicte-2016-0006>
- Montenegro, A., Alfonso, D., & Zabala, S. (2013). Representación computacional y desarrollo de la competencia de modelamiento. En *El modelamiento matemático en la formación del ingeniero* (1a ed., p. 206). Bogota: Ediciones Universidad Central.

- Muñoz, L., Londoño, S., Jaramillo, C., & Villa-Ochoa, J. (2014). Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *42*, 48–67.
- Myers, S. (1993). A Trial for Dmitri Karamazov. *Educational Leadership*, *50*(7), 71–72.
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2015). Modelling the Wall: The Mathematics of the Curves on the Wall of Cole'gio Arquidiocesano in Ouro Preto. En *Modelling the Wall: The Mathematics of the Curves on the Wall of Cole'gio Arquidiocesano in Ouro Preto*. Springer.
- Parra, H. (2013). Claves para la contextualización de la matemática en la acción docente. *Omnia*, *19*(3), 74–85.
- Perrenet, J., & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(6), 3–21.
- Pollak, H. (1969). How Can We Teach Applications of Mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, *2*(2), 393–404.
- Quecedo, R., & Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5–39.
- Ramos, A. B., & Font, V. (2006). Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *La Matematica e la sua didattica*, *4*, 535–556.
- Rule, A. (2006). The Components of Authentic Learning. *Journal of Authentic Learning*, *3*(1), 1–10.
- Salles, M., Plà, L., & Gomes, E. (2008). La optimización del cultivo de variedades de caña de azúcar. *Revista Investigación operacional*, *29*(1), 26–33.
- Sirotenko, O., & Romanenkov, A. (2009). Mathematical Models Of Agricultural Supply. En *Mathematical Models of Agricultural Supply* (Vol. 2, pp. 100–109).
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos* (Cuarta). Madrid: Morata.

- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 75–87.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49–59.
- Villalobos, J. (2006). La implementación de actividades auténticas y la construcción de comunidades de aprendizaje en la educación integral, 147–170.
- Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno-logísticas*, (19), 63–85.
- Villa-Ochoa, J. (2011). *La comprensión de la tasa de variación como una manera de aproximarse al concepto de derivada*. (Tesis). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos (p. 5). Valledupar: Universidad de Antioquia. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/936/1/4Cursos.pdf>
- Villa-Ochoa, J., Jaramillo, C. M., & Berrio, M. (2015). El sentido de realidad en la modelación matemática. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.*
https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_67
- Villarini, A. (1997). El currículo orientado al desarrollo humano integral. *Biblioteca del Pensamiento*, 1–14.
- Villarini, A. (1998). Teoría y pedagogía del Pensamiento sistemático y crítico. Organización para el Fomento del Desarrollo del Pensamiento. Recuperado a partir de <http://generales.uprrp.edu/pddpupr/docs/Teoria%20y%20pedagogia%20del%20pensamiento.PDF>



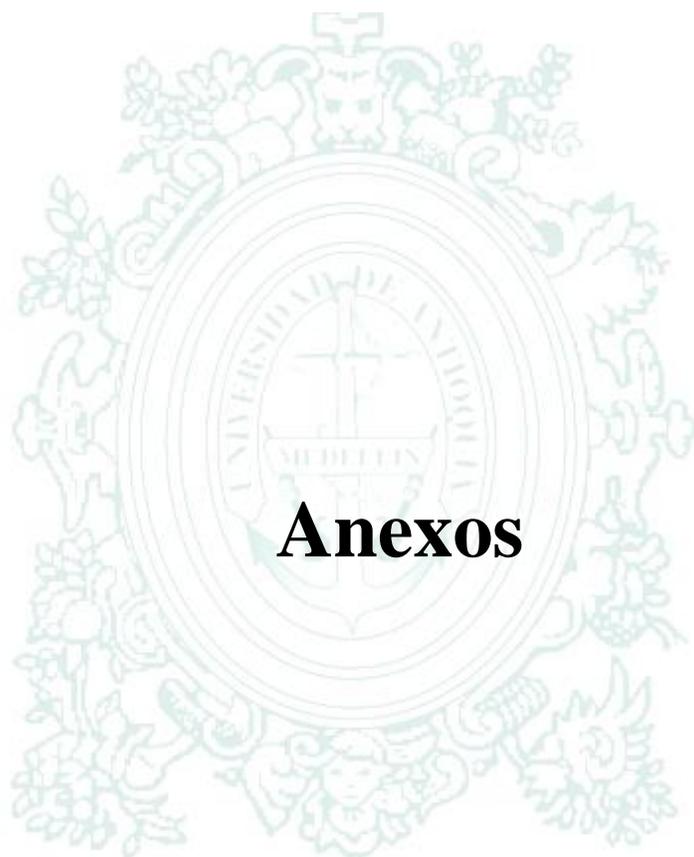
Yin, R. (2009). *Case study research, Design and methods* (Thousand Oaks, Vol. 5). California:

Sage Publications, Inc.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Anexos

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexos
Anexo 1: Actividad Auténtica 1
Objetivo:

Identificar los procedimientos e intervenciones que los estudiantes hacen, al desarrollar una problemática agrícola haciendo uso de optimización matemática.

Los estudiantes de la Institución Educativa Rural Agrícola de San Jerónimo, luego de reflexionar, sobre los productos a sembrar en los 180 m² que se les fue asignado para su actividad de campo, han decidido sembrar una parte de pepino y la otra parte de pimentón, esta decisión se da por diversos factores que se presentan a continuación:

- ✓ El mantenimiento que llevan estas hortalizas es mínimo a comparación del tomate o la lechuga.
- ✓ La oferta de ambas hortalizas está cubierta en un 100% con los consumidores de la región.
- ✓ Las hortalizas soportan las plagas de la región con “facilidad”

A continuación, encontrará los datos de la situación problematizada, analice y plantee *la mejor opción de optimización que usted considere*, con la finalidad de sacar el mayor provecho económico del proceso.

	Producto a sembrar	Producto a sembrar	
Variables	Pepino (Kg)	Pimentón (kg)	Recursos Disponibles
Área de siembra	2.2 m ²	1.4 m ²	180 m ²
Gastos para la siembra (Pesos/Kg)	\$ 480	\$ 480	\$ 45500
Horas de mano de Obra	0.25 HH	0.4 HH	34HH
Precio de venta (Pesos/Kg)	1500	2000	

Anexo 2: Actividad Auténtica 2

Objetivo:

Identificar los procedimientos e intervenciones que los estudiantes hacen, al desarrollar una problemática agrícola haciendo uso de la optimización matemática

La Junta Administradora Local (JAL) de la vereda el Rincón, adquirió un predio de aproximadamente 80 m², donado por el municipio de San Jerónimo. En reunión con la comunidad se acordó desarrollar un proyecto productivo vinculado a la producción de hortalizas.

Luego de un sondeo con los campesinos vinculados a la JAL, se acordó sembrar Zucchini amarillo y maíz dado sus condiciones de producción y su facilidad de comercializarlo. Para este proyecto se cuenta con \$230.000 disponibles, dinero recolectado en el bazar de las fiestas de la vereda.

Les piden su apoyo para saber qué cantidad de cada producto sembrar, teniendo presente que el zucchini amarillo por m² necesita una inversión de \$3.000, que dado a su expansión se consume en promedio 0.5 m² por unidad sembrada y su mano de obra es de 0.5 unidades por m². Para el maíz en cambio por m² necesita una inversión de \$4500, que se consume en promedio 0.2 m² por unidad sembrada y su consumo de mano de obra es de 1 unidades por m², sabiendo que solo se cuentan con 25 horas de mano de obra disponible, todo lo anterior aunado a los precios del mercado los cuales son 13000 y

Recuerde presentar argumentos para que su alternativa de optimización si le brinde a la comunidad una alternativa económica óptima.

Facultad de Educación
Anexo 3: Divulgaciones

