UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

EL JUEGO COMO MEDIADOR PARA EL APRENDIZAJE DE FRACCIONES

Autor

Diana María Palacio-Arroyave

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de educación avanzada

Medellín, Colombia

2020

El juego como mediador para el aprendizaje de fracciones

Diana María Palacio- Arroyave

Trabajo de investigación presentado como requisito para optar al título de:

Magister en Educación

Asesora:

Mg. María Denis Vanegas Vasco

Línea de Investigación:

Educación Matemática

Grupo de Investigación:

MATHEMA-FIEM

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de educación avanzada

Medellín, Colombia

2020

Agradecimientos

A ***Dios***, que no me desampara en todo lo que emprendo, me da fortaleza y fuerza cuando siento no poder más. Sus tiempos son perfectos.

A mi familia, por la paciencia constante cuando de compartir tiempo con ellos se trataba, en especial, *a mis padres Guillermo y Margarita*, porque son mi motor para ser cada día mejor, porque todo el tiempo estuvieron para mí con sus palabras y acciones apoyándome incondicionalmente.

A mi Novio y amigo *Julián*, quien con su amor, dedicación y compañía me ayudó para que este proceso fuera más llevadero.

A mi asesora incansable *María Denis Vanegas Vasco*, gracias infinitas por creer en mí, por la paciencia y dedicación que me brindó para realizar este trabajo; siempre dedicada, atenta, respetuosa, clara en sus lecturas y consideraciones respecto a mi trabajo y a mi vida en general. Compartir, crecer, aprender y trabajar al lado de ella ha sido, sin duda, una experiencia personal y profesionalmente enriquecedora y maravillosa.

Al profesor *John Henry Durango Urrego*, quien estuvo todo el tiempo pendiente de mis avances y compartió con humildad y amor sus conocimientos.

A mis estudiantes *Patricia, Melissa y Sara* por estar todo el tiempo a mi lado buscando la manera de ayudarme, por escucharme y reír con cada cosa que el día a día nos presentaba.

A mi prima, amiga y psicóloga *Yayis* por estar todo el tiempo presente, con sus mensajes, sus buenos deseos, por sacarme de la oscuridad cuando sentía no poder más, por su apoyo incondicional.

A ti… por meterme en esta locura sin imaginar cuanto cambiarían las cosas, sin ese impulso y esas ideas iniciales este proyecto no sería una realidad.

Gracias infinitas a todos los que de alguna u otra forma estuvieron a mi lado, con una palabra o un acto en el momento indicado.

Resumen

El presente trabajo de investigación permitió analizar el papel del juego como mediador para el aprendizaje de las fracciones, retomó algunos de los significados que se le asignan al concepto de fracción y dio a conocer la importancia de comprenderlos para evitar obstáculos en su aprendizaje.

El diseño que se utilizó fue el fenomenológico, desde la teoría histórico- cultural de Vygotsky, puesto que tanto la selección del objeto de estudio, el juego como mediador para el aprendizaje, como el tema específico de fracciones, obedecen a la necesidad de fortalecer las capacidades para resolver situaciones cotidianas y llevan a la construcción del conocimiento a partir de la interacción con otros sujetos. La investigación se realizó con la participación de 6 estudiantes de grado séptimo.

Uno de sus aportes es la reconstrucción y adaptación de tres juegos para la enseñanza de fracciones que se basaron en los intereses, motivaciones e interacciones de los estudiantes y obedecieron a acuerdos que favorecieron el proceso de aprendizaje en aspectos conceptuales (para este caso en el tema de fracciones), y en aspectos sociales (desde las relaciones y necesidades de quien juega para aprender).

Palabras clave: fracciones, mediación, juego, aprendizaje, cultura

Abstract

This research analyzed the role of play as a mediator in learning fractions, it went back to some of the meanings assigned to this concept, and also it unveiled the importance of understanding these meanings to avoid some obstacles while they are learned.

A phenomenological design from historical-cultural theory by Vygotsky was used. This is because both, selection of the object of study -play as mediator in learning- and specific topic -fractions- respond to the need to strengthen abilities in order to solve everyday situations and also, they lead to the construction of knowledge through interaction with other subjects. This research was carried out with six 7th-grade students.

One contribution of this research is the reconstruction and adaptation of three board games for teaching fractions. They were based on interest, encouragement, and interactions of the students. Agreements supported the learning process related to conceptual (in the topic of fractions), and social aspects (from the interests and needs of those who play to learn)

Keywords: Fractions, Mediation, Game, Learning, Culture.

Contenido

Lista de Tablas

Lista de Figuras

Introducción

Esta investigación surge al identificar dificultades de los estudiantes para resolver problemas, sus actitudes de desánimo y desinterés cuando enfrentan tareas que involucran fracciones y algunos vacíos encontrados en los procesos de mediación durante la clase de matemáticas. Además, surge de la revisión de estudios e investigaciones que se relacionan con dichas dificultades. La investigación aborda los siguientes apartados que consolidan el problema de investigación:

- Dificultades que presentan los estudiantes al aprender fracciones
- Mediación en el aprendizaje y la enseñanza de fracciones a través de textos escolares
- El juego como mediador en el aprendizaje de las matemáticas, de manera particular, en el aprendizaje de fracciones.

El objetivo general de la investigación es analizar el juego como mediador para el aprendizaje de fracciones en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa La Paz. Este objetivo responde a la pregunta orientadora ¿cómo el juego puede mediar el aprendizaje de fracciones en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa La Paz?

En correspondencia, se desarrollan tres conceptos que permiten la construcción del marco teórico. El primero, *mediación y aprendizaje*, se construye con tres apartados: mediación a través de los otros y a través de instrumentos, relación entre mediación, actividad e instrumento, y mediación y aprendizaje colaborativo. El segundo concepto, *juego*, se desarrolla a partir de la historia de los juegos en las matemáticas, su uso en el aprendizaje de éstas y como mediadores en el aprendizaje y la enseñanza de fracciones. Y el tercero, *fracciones***,** abarca el punto de vista histórico y de su aprendizaje.

Esta investigación se asume a través de la teoría histórico-cultural de Vygotsky, en la que se explican las relaciones que se establecen entre el aprendizaje y el desarrollo, y se entiende la noción de mediación como línea de reflexión teórica. Tiene un carácter cualitativo y su diseño es el fenomenológico donde se contextualizan las experiencias en términos de su temporalidad, espacio, corporalidad y contexto relacional con posibilidades de generalización.

El trabajo de campo se desarrolla en 3 momentos: *construimos, jugamos* y *explicamos* y para el análisis se organiza la información con base en las dificultades, comportamientos, sentimientos, interacciones y actitudes presentadas por los seis estudiantes con los cuales se realiza el trabajo de campo. Por último, con la lupa en el marco teórico se construyen las conclusiones relativas al cumplimiento del objetivo general en la búsqueda de la respuesta a la pregunta de investigación.

1. Planteamiento del problema investigativo

La investigación sobre el juego como mediador para el aprendizaje de las fracciones, surge al identificar dificultades de los estudiantes para resolver problemas; sus actitudes de desánimo y desinterés cuando enfrentan tareas que involucran fracciones, y de algunos vacíos encontrados en los procesos de mediación durante la clase de matemáticas, en especial cuando se abordan tareas relacionadas con las fracciones. Esto da origen a los siguientes apartados que permiten consolidar el problema de investigación.

1.1. Dificultades que presentan los estudiantes al aprender fracciones

Durante las clases de matemáticas, los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa La Paz (Envigado, Colombia) presentan comportamientos y dificultades cuando enfrentan tareas relacionadas con las fracciones, como: dificultad para comprender y resolver problemas que involucren magnitudes y medidas (Figura 1), dificultad para usar los diferentes significados de las fracciones en varios contextos (Figura2), tendencia a operar las fracciones como si fueran números enteros (Figura 3), y desánimo y desinterés cuando aparecen problemas y ejercicios con fracciones.

Las tareas que se presentan en las siguientes figuras se realizaron en diferentes momentos de las clases de matemáticas, luego de recibir varias explicaciones en forma tradicional y de utilizar únicamente el tablero como mediador, de acuerdo con los tiempos y temas propuestos en la planeación del área y en la malla curricular institucional.

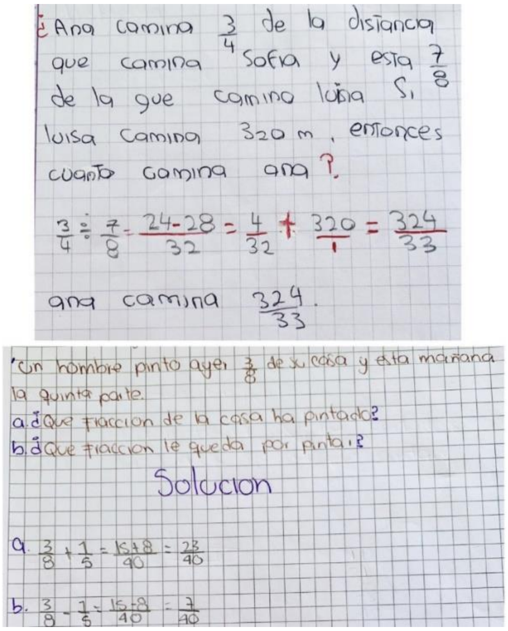


Figura 1: Ejemplo de la solución de problemas que involucran magnitudes y medidas, realizados por estudiantes del grado séptimo.

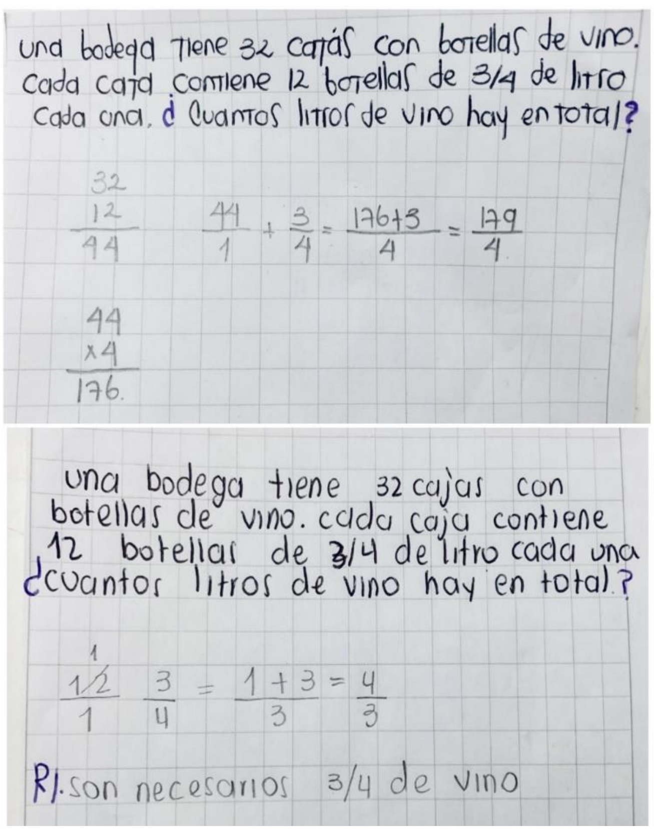


Figura 2: Ejemplo de la solución de problemas con fracciones, realizados por estudiantes del grado séptimo.

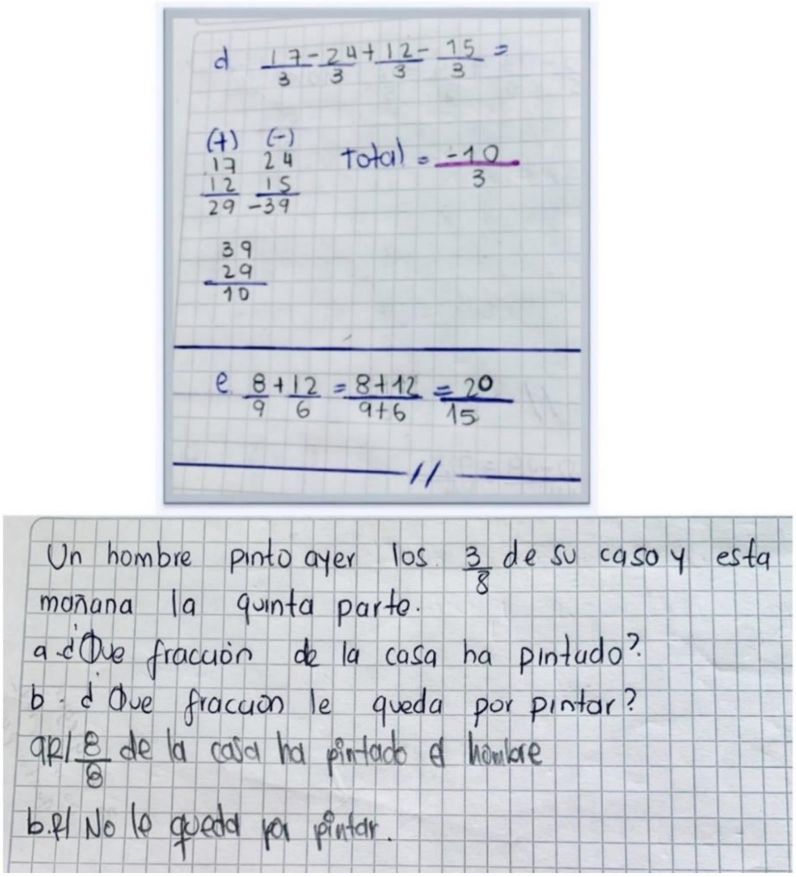


Figura 3: Ejemplo de procedimientos y solución de problemas, realizados por estudiantes del grado séptimo.

Los estudiantes realizaron algunos cálculos para dar el resultado a cada uno de los problemas o ejercicios y enfrentar las tareas propuestas (figuras 1, 2 y 3). Al cuestionarlos sobre el cómo comprendieron el problema y cuáles fueron los razonamientos realizados para llegar a la solución, se les dificulta describirlos y hacer entender el procedimiento que llevaron a cabo. Además, se logra evidenciar que utilizan las fracciones indistintamente del contexto en el que se les plantea, relacionándolas con otros conjuntos numéricos de los que se sienten más apropiados; incluso toman los números que aparecen en el problema sin percatarse de su papel en el mismo y los escriben en el orden en que aparecen en el texto del problema.

Puede observarse que los estudiantes realizan unos procesos que creen son los esperados por el docente, pues se han acostumbrado, de alguna manera, a las reglas u orientaciones de sus maestros para resolver las tareas de fracciones y no se arriesgan a proponer otras alternativas, como lo explica Brousseau (1980) con su idea del contrato didáctico. Mientras el docente esperaba que los estudiantes interpretaran y explicaran los procedimientos utilizados para resolver las tareas, ellos estaban empeñados en representar y aplicar algoritmos que conocían sin interpretar las fracciones que aparecían en cada problema o tarea para atender a los deseos del maestro:

> En una situación de enseñanza, preparada y realizada por un docente, el estudiante tiene como tarea resolver el problema (matemático) que se le presenta, pero el acceso a esta tarea se hace por medio de una interpretación de las preguntas dadas, de las informaciones proporcionadas y de las obligaciones impuestas que son constantes del modo de enseñar del maestro. Estos hábitos específicos del maestro esperados por los estudiantes y los comportamientos del estudiante esperados por el docente constituyen el contrato didáctico. (Brousseau, 1980, p. 127)

De acuerdo con lo anterior se puede ver que, con relación al problema de la distancia recorrida, se refleja falta de comprensión de la situación planteada pues operan de forma indistinta las fracciones que aparecen y la cantidad de magnitud, sin considerar la longitud que está en juego (320m), (figura 1). Además, los estudiantes no reconocen la unidad, en el caso de la superficie total de la casa; aunque suman correctamente las fracciones, no interpretan la segunda parte del problema con relación a la cantidad de área pintada y la que falta por pintar. Al respecto, García y Campuzano (2014) plantean que una de las fuentes de dificultades en el aprendizaje de los estudiantes, de forma específica en el proceso de conceptualización de las fracciones, es que la medición no es el eje central y no hay un tratamiento cuidadoso del tipo de magnitud y del tipo de unidad.

De forma posterior, se observa la dificultad para operar con las fracciones en la solución de problemas que están presentes en contextos diferentes, por ejemplo, cuando se debe analizar la relación parte-todo (Figura 2). Además, se evidencia que los estudiantes tienden a operar las fracciones como si fueran números enteros y expresiones como "la quinta parte", donde el uno está implícito, generan confusión y son asumidas como un número entero, en este caso cinco (Figura 3). En este sentido, Mancera (1992) muestra cómo en las matemáticas en general, y en las fracciones en particular, se confunde con frecuencia los significados (que se refieren al plano conceptual) con los significantes (que se refieren al plano de las representaciones).

Las anteriores dificultades también han sido objeto de estudio para investigadores como Sallán (2013), quien analiza algunas características del conjunto de los números racionales y los obstáculos y dificultades que condicionan el aprendizaje de los mismos; Fandiño-Pinilla (2009), quien reconoce que los estudiantes realizan ciertas operaciones erróneas con las fracciones, no porque creen que esa es la manera correcta, sino porque consideran que esa es la manera como el maestro está esperando se resuelva la tarea, es un acuerdo implícito más por razones didácticas que matemáticas; y Obando, Vasco y Arboleda (2014), quienes presentan algunos aportes relativos a los procesos implicados en la comprensión de los números racionales, entre ellos, las fracciones en relación con las medidas de magnitudes (intensivas o extensivas).

Se resalta que algunas de las limitantes están asociadas a la actitud de desánimo y desinterés que manifiestan los estudiantes al recibir explicaciones sin ningún otro mediador diferente al tablero. La mayoría de los estudiantes de grado séptimo expresan en algunos diálogos y respuestas a preguntas planteadas en clase, que el juego es una de las metodologías que más les gusta para aprender y que al realizar algunos juegos con el tema de las fracciones, éste se hace más entendible (Figura 4).

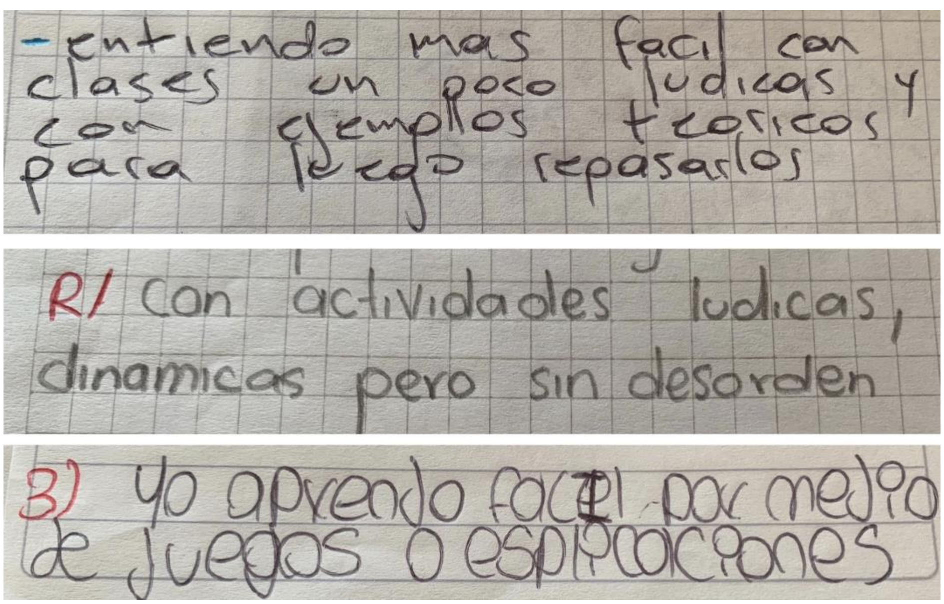


Figura 4: Respuesta de algunos estudiantes cuando se les pregunta por metodologías con las que creen aprenden mejor.

En esta primera aproximación al problema se puede reconocer que a los estudiantes se les dificulta enfrentar problemas relativos a las fracciones. También se observa que los mediadores utilizados en la Institución Educativa la Paz[1] han sido limitados y reducidos, en la mayoría de los casos, al tablero y a la clase magistral, lo cual genera un desánimo que se evidencia en el desarrollo de las clases. Al respecto, Kozulin (2003) refiere que muchos de los procesos mentales dependen de la presencia de agentes mediadores y de su interacción con el entorno. Por tal razón, en el marco de esta investigación y a partir de las ideas de los estudiantes, se construyeron y desarrollaron algunos juegos con la consigna "construir juegos donde pongas en práctica lo que sabes de fracciones". Estos juegos permitieron reconocer las dificultades mencionadas y evidenciar un cambio de actitud, ánimo, interés y gusto por la clase; los estudiantes manifestaron su deseo por continuar aprendiendo por medio de estos y otros juegos (Figura 5)

Figura 5: Ejemplo de juegos construidos por estudiantes de séptimo.

1.2. Mediación en el aprendizaje y la enseñanza de fracciones a través de textos escolares

[1] La investigación cuenta con todos los consentimientos de la Institución Educativa La Paz. (Anexos)

Al revisar la manera de abordar el concepto de fracción y sus diferentes significados, se hace importante resaltar el papel de los libros de texto como recurso que media el aprendizaje. Allí se identifica la variedad de significados utilizados para un concepto y el tratamiento generalizado y no diferenciado, en el cual se habla de número racional y de fracciones.

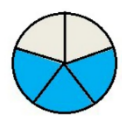
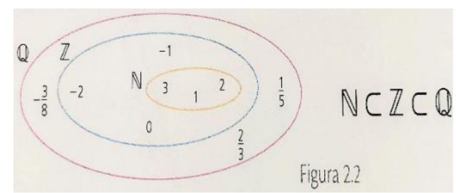
En particular, existen algunos libros de texto que sirven de guía para diversos docentes de matemáticas del grado séptimo de la Institución: Aritmética y Geometría II de Morales, Salgado, Nivia , Acosta y Orjuela (2004), Ingenio Matemático 7 de Gordillo (2006), Hipertexto Matemáticas 7 de Chizner, Romero, Salazar, Joya y Rojas (2010) y Vamos a Aprender Matemáticas 7 del Ministerio de educación nacional (2017).

A continuación, se encuentran algunas de las definiciones dadas en cada uno de los libros anteriores (Tabla 1). Se visualiza que en el primer y el tercer texto (de izquierda a derecha) la definición formal de número racional es la misma y tienen en cuenta el mcm (mínimo común múltiplo), sin embargo, el primero menciona las fracciones de forma generalizada y las relaciona con el número racional sin hacer ninguna descripción de ella y el tercero comienza a utilizarlas sin nombrarlas, se enfocan más en definir los signos que la componen y hacer énfasis en los términos “numerador” y “denominador”, hasta separar las fracciones en dos partes.

En el segundo texto, los autores tratan de abordar de manera más amplia el tema y mencionan algunas formas de representación de los números racionales, entre ellas las fracciones, pero no involucran al estudiante en la consolidación de los conceptos a través de situaciones particulares desde el uso de las fracciones; la manera de introducir el concepto limita a los estudiantes hasta hacerlos ver dos números enteros separados por una línea. En el cuarto texto no construyen una definición formal, solo explican cómo está formado el conjunto de los números racionales sin hacer ninguna caracterización de las fracciones.

Las observaciones anteriores ratifican la idea de Fazio y Siegler (2011), cuando expresan que al ofrecer a los estudiantes un conocimiento superficial de las fracciones, el símbolo de ellas en sí no tiene sentido y los procedimientos utilizados en fracciones aritméticas parecen arbitrarios y resulta fácil confundir unos con otros.

Tabla 1: *Definiciones sobre número racional y fracciones en cuatro libros de texto.*

Aritmética y Geometría II Editorial Santillana (2004)	**Ingenio matemático 7 Editorial voluntad (2006)**	**Hipertexto Matemáticas 7 Editorial Santillana (2010)**	**Vamos a aprender Matemáticas7. Ministerio de educación nacional (2017)**
$Q = \{\frac{a}{b} \,/\, a\,, b \;\in Z, b \neq 0 \; y \; mcd\,(a, b) = 1\}$ En todo número racional se pueden determinar tres términos que son: **Numerador:** es el número entero escrito en la parte superior. **Denominador**: es el número entero escrito en la parte inferior. **El signo**: puede ser positivo o negativo y se escribe antes de la fracción. <u>Estos tres términos permiten observar una relación entre un racional y una fracción.</u> A todo número racional le corresponde una fracción y a toda	Todos los números que se puedan escribir de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros, pertenecen al conjunto de los números racionales. Los números racionales contienen a los enteros, porque todo número entero se puede escribir como el cociente de dos enteros; Las fracciones también son números racionales porque están escritos como el cociente de dos números enteros. Si simbolizamos al conjunto de los números racionales con Q , tendremos: $Q = \{\, a/b\,, donde\; a\,, b \;\in Z\; y \;\; b\; \neq 0\,\}$ Los números racionales no tienen una única interpretación: **Interpretación del racional como fracción** La interpretación más elemental de los números racionales es la de fracción. En el siguiente gráfico el número nos indica que la unidad se ha divido en cinco partes iguales, de las cuales se han coloreado 3.  Las partes en que se divide la unidad se llama denominador y las partes que se toman se llama numerador, así el 5 es el denominador y el 3 es el numerador. Toma 3 de 5 partes iguales.	El conjunto de los números racionales se simboliza Q y se define como el conjunto de cocientes entre dos números enteros, es decir, $Q = \{\frac{a}{b} \,/\, a\,, b \;\in Z, b \;\neq 0 \; y \; mcd\,(a, b) = 1\}$ En todo número racional es posible determinar el signo a partir de los signos del numerador, a, y del denominador, b. Si el numerador y el denominador tienen el mismo signo, el número racional es positivo, pero si, el numerador y el denominador tienen signos distintos, el número es negativo. Por ejemplo $\frac{6}{5}, \frac{-12}{-17}$ son números racionales positivos y $\frac{21}{-13}, \frac{-99}{4}$ son números racionales negativos.	El conjunto de los números racionales Q está formado por los números de la forma $\frac{a}{b}$, en donde a y b son números enteros y b es diferente de 0. Este conjunto contiene a los números enteros que, a su vez, contiene a los naturales, tal como se muestra en la figura  Para determinar el signo de un número racional, basta con observar los signos del numerador y del denominador: si son iguales, el racional es positivo; si no lo son, el racional es negativo.

fracción le corresponde un número racional.	**Interpretación del racional como cociente de dos enteros** Los números racionales también se pueden interpretar como el cociente de dos números enteros. Así si se quiere calcular $3 \div 8$, el resultado o cociente es un número racional. **Interpretación de un número racional como una razón** Además de que un número racional puede ser la interpretación de una fracción también puede interpretar una razón. Así si en un entrenamiento de futbol un jugador por cada 10 lanzamientos desde los doce pasos logra hacer 3 goles, se dice que su efectividad es de 3 a 10 o también $\frac{3}{10}$. **Interpretación del racional como elemento de un sistema numérico** Por último, podemos considerar a cualquier número racional como un elemento de un sistema numérico con ciertas características y propiedades. Los números 4,8; 0,0004 y $\frac{-2}{7}$, son elementos del sistema numérico de los racionales.		

En los anteriores textos se observa cómo la intención de reducir el formalismo matemático a través de definiciones e ilustraciones no solo se queda corta en su propósito, sino que da origen a errores conceptuales que pueden generar obstáculos en el aprendizaje de las fracciones. También se evidencia poca claridad entre lo que representa un número racional, su diferencia con las fracciones y la manera de introducir los conceptos; se aleja de una construcción social que involucre las interacciones entre los estudiantes y el docente con un propósito específico.

En este sentido, los libros de texto de la Institución Educativa la Paz no han permitido una mediación efectiva para el aprendizaje de las fracciones, porque son una guía de ejercicios aislados de su contexto y pocas veces se evalúa el efecto de su implementación. Como lo afirma Obando (2015), los instrumentos son mediadores, al depender de la forma como los individuos se apropian y realizan construcciones sociales a través de ellos.

1.3. El juego como mediador para el aprendizaje de las matemáticas; de manera particular, para el aprendizaje de fracciones.

La inclusión del juego como un mediador en la enseñanza de las matemáticas ha aumentado de forma considerable en los últimos años y se utiliza en distintos niveles educativos. Esto lo ratifican González , Molina y Sánchez (2017) cuando expresan que el juego se ha convertido en tema de interés para educadores e investigadores en educación matemática, puesto que su uso representa una diferencia (positiva o negativa) respecto a la enseñanza tradicional en aspectos actitudinales, en el desarrollo de estrategias y habilidades, y en la consolidación de conocimientos.

Bishop (1998) analiza el papel de los juegos en la educación matemática y afirma:

> Los educadores en matemáticas han descubierto mediante su experiencia, que han apoyado con investigaciones teóricas, que jugar puede ser una parte integrante del aprendizaje. Esto ha hecho del acto de jugar y de la idea del juego una actividad de enseñanza y aprendizaje mucho más extendida de lo que había sido anteriormente. (p. 21)

Haciendo referencia al juego como objeto de estudio de la “teoría de juegos” en Matemática, una de sus características es la interacción que se genera entre los participantes del juego, aspecto que es de importancia en este trabajo.

> La teoría de juegos (o teoría de las decisiones interactivas) es el estudio del comportamiento estratégico cuando dos o más individuos interactúan y cada decisión individual resulta de lo que él (o ella) espera que los otros hagan. Es decir, que debemos esperar que suceda a partir de las interacciones entre individuos. (Monsalve, 2003, p.138)

Otras perspectivas frente al papel del juego en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son las de De Guzmán (1992), Yanguas (2003), Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez (2004), quienes en sus investigaciones ayudan a comprender que los juegos pueden ser atractivos al ser reconocidos por los estudiantes como elementos de su realidad que posibilitan disfrutar el descubrimiento y la reconstrucción o adquisición de nuevos conocimientos.

El juego se entiende como un instrumento mediador en el aprendizaje, en tanto posibilita la construcción de conceptos (Sarlé, 2006), y ayuda a disminuir la brecha existente entre la aplicación de la lúdica en el aula y la adquisición del conocimiento. De manera similar, Yanguas (2003) argumenta que el juego puede convertirse en mediador del aprendizaje y ayuda a superar algunas barreras que se presentan en las clases, utilizándolo en el paso de la contextualización de la temática, al dominio de procesos y operaciones mentales para llegar a un nivel de generalización y abstracción de los conceptos.

Además, Obando (2003), Chamorro (2003), Pinillos (2010), entre otros, han abordado en sus prácticas docentes e investigativas, diversas estrategias y metodologías que ayudan en la adquisición del conocimiento matemático a través del juego, ya sea de forma práctica o teórica, implícita o explícita, hasta alcanzar resultados que permiten entender el aprendizaje de las matemáticas de una manera más amplia e interesante.

Chamorro (2003) afirma que no es posible entender el aprendizaje como aquel en el que no cabe el juego, de ser así, esto representaría una muestra de la ignorancia de lo que es verdaderamente un juego y de cuáles son las mejores condiciones para aprender, y aclara además que no todos los juegos pueden ayudar en la edificación de una clase constructiva o conllevar a la adquisición del conocimiento matemático que se desee.

También se hizo una búsqueda de investigaciones en las cuales se resalta la lúdica y el papel del juego en el aprendizaje de las fracciones, entre ellas están las de Tamayo y Ramírez (2009), Correa (2014) y Yepes (2016), quienes apuestan por unas prácticas de enseñanza y aprendizaje a partir de la realización de actividades recreativas y juegos conocidos popularmente, como el dominó, la lotería y el bingo, todos con el fin de generar interés, motivación y movilización del aprendizaje de fracciones.

Meza y Barrios (2010), en una propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones, realizan una comparación entre el sistema de enseñanza tradicional (magistral) y un método dinámico en cuanto al concepto de fracción. Concluyen que el juego se convierte en una herramienta pedagógica que genera entusiasmo y hace partícipe al estudiante en la construcción de su propio conocimiento.

Complementando lo anterior, Bolívar (2013) agrega que con la adaptación de algunos juegos tradicionales y la creación de otros se permite al estudiante aprender de manera práctica y significativa algunos conceptos relativos a las fracciones.

Otra investigación que se relaciona con el papel del juego en el aprendizaje de las fracciones es la de Riconscente (2013), en ella se plantea la necesidad de buscar nuevos enfoques para la enseñanza de este tema y propone juegos y aplicaciones a través de la utilización del iPad.

La búsqueda de investigaciones relativas al papel del juego en el aprendizaje de fracciones conlleva a concluir que en el campo de la educación el juego en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se aborda de manera general. Además, en el tema específico del juego como mediador en el aprendizaje de fracciones faltan más estudios, aspecto en el cual radica el elemento diferenciador de esta investigación.

Con base en los tres apartados anteriores: *dificultades que presentan los estudiantes al aprender fracciones*, *mediación en el aprendizaje y la enseñanza de fracciones a través de textos* *escolares,* y *el juego como mediador en el aprendizaje de las matemáticas de manera particular, en el aprendizaje de fracciones,* se hace necesario repensar concepciones y prácticas en busca de nuevas metodologías que permitan movilizar los aprendizajes de los estudiantes a partir de sus motivaciones, para generar interrogantes, explorar, investigar, reflexionar, comprender e interesarse por problemas relativos a las fracciones.

Surge la necesidad de revisar la experiencia en el aula y los modos de enseñanza en relación con el conocimiento matemático y didáctico presentes en esta práctica, desde los saberes, intereses, necesidades e interacciones de los estudiantes. Esta revisión se realiza a través de diálogos, preguntas escritas y observaciones en clase (a la práctica de clase y a las actitudes y procesos de los estudiantes). Además, se exploran algunas teorías sobre el conjunto de los números racionales, las fracciones y una gama de investigaciones sobre su proceso de enseñanza y aprendizaje.

A partir de esa búsqueda de posibilidades para favorecer el aprendizaje de fracciones, se propone el juego como un instrumento de mediación en el aula que, además de motivar, como lo plantea Minerva (2002), ayuda a involucrar al estudiante en el mundo del conocimiento, como una de las formas de aprendizaje más adaptada a su edad, sus necesidades, intereses y expectativas.

En consecuencia, es importante entender y explorar lo que saben y desean saber los estudiantes, para entender cómo el juego es mediador en el aprendizaje de fracciones y permite al docente replantear cuestiones relativas a la manera de evaluar, preguntar, construir ejercicios y problemas, interactuar y abordar conceptos.

En este sentido, según Shulman (1986), los profesores deben, además de conocer y comprender el contenido de su disciplina, tener claridad sobre cómo enseñar de manera efectiva. Es decir, deben conocer lo que parece ser más fácil o difícil para los estudiantes, cómo organizar, secuenciar y presentar el contenido para promover el interés y el desarrollo de habilidades. Para ello, es necesario tener un conocimiento pedagógico (de métodos de enseñanza y aprendizaje) adaptado a un contexto, esto es, el conocimiento de la didáctica específica.

A partir de las ideas desarrolladas y al considerar que el objeto de estudio de esta investigación es el juego como mediador para el aprendizaje de fracciones, se propone:

Pregunta de investigación

¿Cómo el juego puede mediar el aprendizaje de fracciones en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa La Paz?

Objetivo

Analizar el juego como mediador para el aprendizaje de fracciones en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa La Paz.

A continuación, se presenta un mapa conceptual que reúne los elementos principales del planteamiento del problema. (Figura 6)

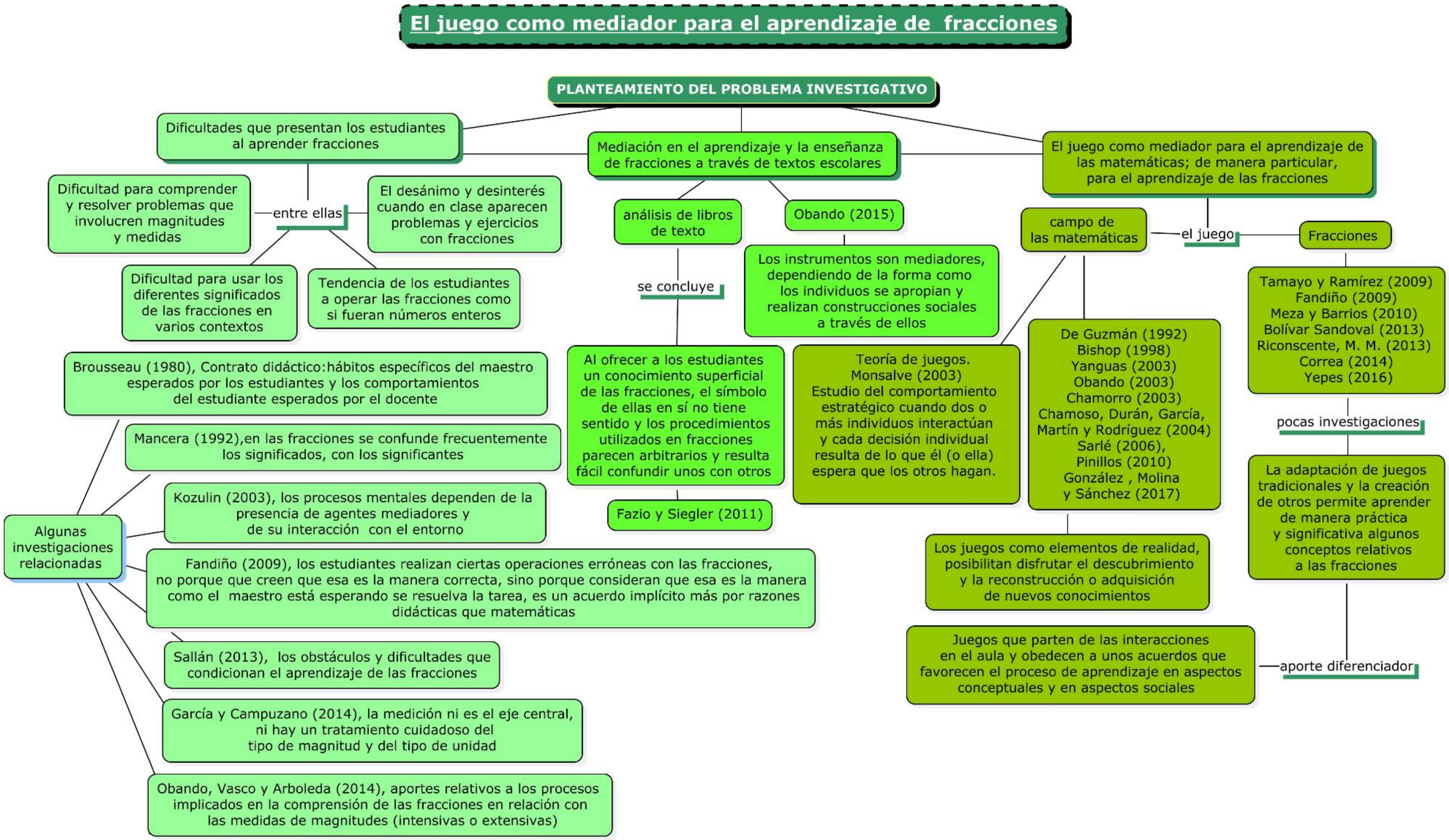


Figura 6: Mapa conceptual: síntesis del planteamiento del problema investigativo. Elaboración propia.

2. Marco teórico

En correspondencia con el objetivo propuesto, se desarrollan tres apartados: mediación y aprendizaje, juego, y fracciones.

2.1. Mediación y aprendizaje

2.1.1. Mediación a través de los otros y a través de instrumentos.

El estudio de la mediación ha cobrado interés en el campo de la educación ya que se le atribuyen múltiples interpretaciones y utilizaciones, como se muestra en las siguientes citas.

Vygotsky relaciona el uso de instrumentos mediadores (herramientas y signos) para entender los procesos sociales. Carrera y Mazzarella (2001) explican:

> La creación y utilización de signos como método auxiliar para resolver un problema psicológico determinado, es un proceso análogo a la creación y utilización de herramientas. La analogía básica entre signos y herramientas descansa en la función mediadora que caracteriza a ambos, mientras que la diferencia esencial entre signos y herramientas se relaciona con los distintos modos en que orientan la actividad humana. (p.42)

Kozulin (2003) resalta el concepto de mediación desde una mirada a la teoría histórico cultural de la cognición humana de Vygotsky y permite entender que muchos de los procesos mentales dependen de la presencia de agentes mediadores y de su interacción con el entorno, además resalta dos tipos de mediación: a través de los otros y a través de instrumentos. Ambas formas de mediación tienen implicaciones profundas en el desarrollo humano y, por ende, en el aprendizaje.

Desde esta misma mirada, Obando (2015) reconoce que la idea de mediación (instrumental) de Vygotsky es la base fundamental para dar cuenta del carácter eminentemente situado (histórico y cultural) de la acción del individuo, donde el conocimiento depende de dos grandes variables: el medio cultural y el sujeto. Según López (1997): “el instrumento mediador está destinado a dirigir la acción del sujeto sobre el objeto de su actividad, es un medio de actividad externa y debe producir algún cambio en dicho objeto" (p.6). Estos aspectos se consideran en esta investigación al utilizar el juego como un instrumento mediador.

Se distinguen dos caras de esta mediación: una a través de instrumentos materiales, orientados al dominio de la naturaleza por parte del hombre, y otra a través de instrumentos simbólicos, orientada hacia sí mismo. La primera suele tratar de responder a la pregunta ¿Qué tipo de participación de los adultos es eficaz para mejorar los aprendizajes de los estudiantes? La segunda plantea ¿Qué cambios en los aprendizajes se pueden lograr mediante la introducción de instrumentos de mediación?

Ambas preguntas permiten una reflexión en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje que se desarrollan en el aula de clase, donde los comportamientos solo pueden entenderse si se estudian sus fases y sus cambios, es decir, su historia. Esto conlleva a la revisión de literatura sobre los conceptos de actividad e instrumento en relación con la mediación.

2.1.2. Relación entre mediación, actividad e instrumento.

Actividad e instrumento son dos conceptos que están ligados con la mediación según la teoría histórico cultural.

El concepto de actividad se entiende a partir de la teoría Vygotskiana y es retomado por Obando (2015): "La actividad se define en relación al conjunto de acciones socialmente dirigidas (orientadas) con el objetivo de alcanzar un fin" (p.45). Gracias a que va orientada hacia un fin y que requiere la construcción continua de relaciones entre personas, permite comprender la cultura y todos los factores que la construyen, es la "actividad humana concreta histórica la que constituye el generador detrás de los fenómenos de la conciencia" (Kozulin, 2003, p. 102).

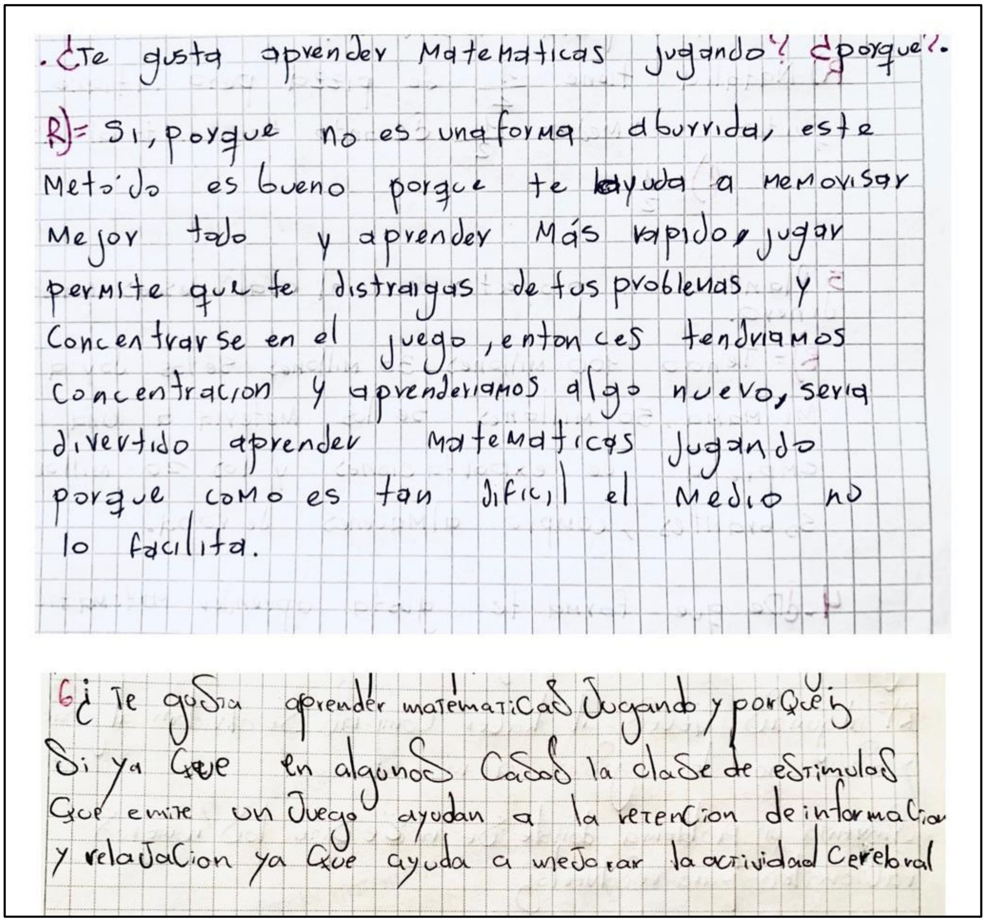
Rivero (2018) complementa la definición anterior y, con base en las investigaciones de Vygotsky, deja ver que la actividad (juego, trabajo, aprendizaje) tiene un carácter colectivo y crea sistemas en los estudiantes, donde no solo se aporta algo nuevo al contenido de la memoria, sino que produce cambios en la conciencia que origina el desarrollo. De esta manera, el hombre va cambiando sus modos de conducta, se crean nuevas formas de interacción en correspondencia con la cultura de cada época y con los instrumentos empleados en la actividad.

Radford (2006) expresa que los medios para alcanzar el objetivo de la actividad son aquellos que mediatizan en un plano material la actividad misma: objetos, instrumentos, signos, entre otros.

Por su lado, Leontiev (1978) y Kozulin (2000) abordan el concepto de instrumento. Para el primero es un conjunto complejo de métodos y operaciones socialmente elaboradas que pueden ser materiales y simbólicas. El segundo retoma a Vygotsky para redefinir la noción de instrumento alrededor de conceptos más amplios como signos, símbolos, textos, entre otros; en sus palabras: “los instrumentos psicológicos son los recursos simbólicos que ayudan a los individuos a dominar sus propias funciones psicológicas "naturales"...” (Kozulin, 2000, p. 15).

Estas dos definiciones permiten afirmar que, a lo largo de la historia, el hombre ha cambiado sus modos de conducta y ha creado nuevas formas de interacción de acuerdo con la cultura de cada época y los instrumentos empleados en la actividad que realiza; es así como los instrumentos están presentes de forma imprescindible e inciden en los cambios sociales progresivos.

En este orden de ideas y, a partir de las manifestaciones de los estudiantes con relación al juego como estrategia para aprender matemáticas (Figura 7), se presenta una de las relaciones que se genera entre mediación, actividad e instrumento y la dependencia entre ellas. La orientación de una actividad en clase, a través de la implementación del juego en el aprendizaje de fracciones, se convertirá en objeto de diferentes formas de mediación, principalmente la instrumental y permitirá configurar la acción en el aula, favorecer el proceso de aprendizaje y la comprensión tanto individual como social y cultural de los estudiantes.



¿Te gusta aprender Matematicas jugando? ¿porque?.
R)= Si, porque no es una forma aburrida, este Metodo es bueno porque te ayuda a memorisar mejor todo y aprender Más rapido, jugar permite que te distraigas de tus problemas y concentrarse en el juego, entonces tendriamos concentracion y aprenderiamos algo nuevo, seria divertido aprender matematicas jugando porque como es tan dificil el medio no lo facilita.

6¿Te gusta aprender matematicas Jugando y porQue?
Si ya Que en algunos Casos la clase de estimulos Que emite un Juego ayudan a la retencion de informacion y relajacion ya Que ayuda a mejorar la actividad Cerebral

Figura 7: Respuesta de algunos estudiantes.

2.1.3. Mediación y aprendizaje colaborativo.

Con base en los aspectos y en las manifestaciones de los estudiantes sobre la actividad, que se presentan en el apartado anterior, se puede ver que el aprendizaje no tiene un carácter individual, por el contrario, es de carácter social (colaborativo), porque el individuo asimila los modos de actividad y los fundamentos del conocimiento científico en condiciones de interacción social. Aprender supone un proceso dialéctico entre sujeto y objeto mediatizado por la cultura, un proceso en el que, a través de su acción, el sujeto se apropia del objeto (Radford, 2006).

> El aprendizaje se concibe como el encuentro consciente y deliberado con formas históricas y culturalmente codificadas de pensamiento y acción. Más precisamente, el aprendizaje se describe como procesos de objetivación. Dichos procesos se definen como procesos de actividad por medio de los cuales el saber "en sí" adquiere una forma

particular desarrollada -la única manera de convertirse en objeto de conciencia, y por lo tanto, en conocimiento para nosotros (saber "para sí"). (Radford, 2017, p.133)

En este sentido, se sitúa como centro de atención al hombre activo, consciente, en su interacción con otros sujetos (compañeros de clase, el profesor, el grupo, padres de familia). No se considera al estudiante como objeto de la acción del profesor, sino la organización de su actividad cognoscitiva conjunta (acción social) y el desarrollo del hombre en su integralidad. (Rivero, 2018).

De esta manera, el aprendizaje de fracciones mediado por el juego es colaborativo. Los estudiantes se unen para implementar los juegos y generar interrelaciones entre sus compañeros. Maenza y Sgreccia (2011) explican que el aprendizaje colaborativo implica una interdependencia de los unos con los otros y determina que cada miembro tiene la necesidad de contactar y participar con los demás para perseguir y lograr un objetivo común. En consecuencia, el aprendizaje colaborativo involucra todo el contexto de la enseñanza, promueve el intercambio y la participación de todos en la construcción de una cognición compartida.

Además, Chamoso y Durán (2003) presentan algunas razones por las cuales se recomienda usar los juegos en el aula. Entre ellas está la posibilidad que ofrecen para fortalecer el desarrollo social de los estudiantes, la colaboración entre iguales, el trabajo en equipo y la construcción de acuerdos. El juego introduce elementos de novedad, azar y variabilidad que generan un ambiente nuevo en el que el papel de los estudiantes permite una construcción más colaborativa.

En el aprendizaje colaborativo se produce un alto nivel de éxito entre los estudiantes por el proceso cognitivo que ocurre durante el aprendizaje, cimentado básicamente por el diálogo, por la expansión de las capacidades conceptuales y por el alto nivel de interacción, que en el caso de esta investigación está mediado por los juegos. Con este aprendizaje se estimula la iniciativa individual, los integrantes del grupo participan con sus habilidades en la toma de decisiones, a la vez que se despierta la motivación de todos favoreciendo una mejor productividad. (Correa, 2003)

A modo de cierre, se presenta un mapa conceptual donde se plasman las ideas principales de la primera parte del marco teórico: mediación y aprendizaje **(**Figura 8).

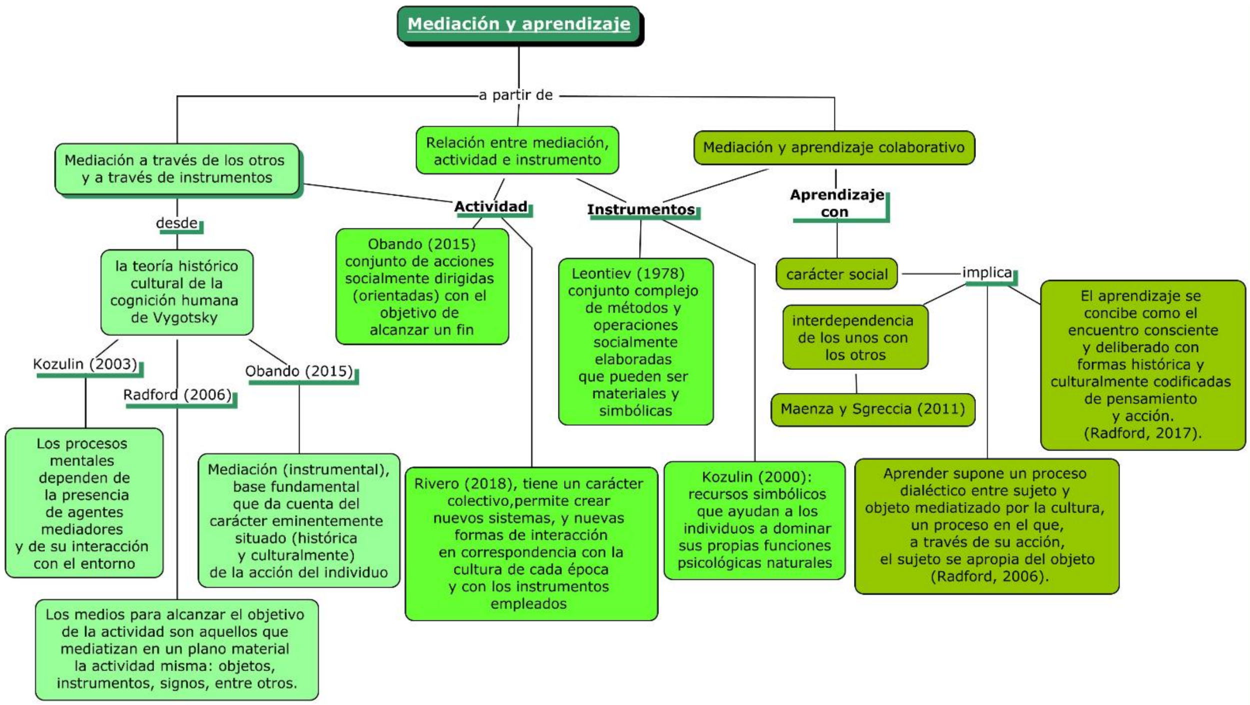


Figura 8: Mapa conceptual: síntesis Mediación y aprendizaje. Elaboración propia.

2.2. Juego

Algunas investigaciones han reconocido la importancia del juego en los procesos educativos y lo han considerado como una actividad de carácter universal, común a todas las razas, en todas las épocas y para todas las condiciones de vida (Minerva, 2002). Así mismo, los juegos están vinculados a diferentes ciencias y campos educativos, entre ellos a las matemáticas.

2.2.1. Historia de los juegos en las matemáticas.

Con la intención de entender y definir los juegos que se proponen en esta investigación, se hizo una revisión teórica sobre el papel del juego en la educación matemática. Por ejemplo, De Guzmán (2007) plantea que al recrear el quehacer interno de las matemáticas y motivar al estudiante con situaciones atractivas y recreativas se logran desarrollar habilidades y destrezas que pueden trascender el aula de clase; esta idea está ligada con el objetivo de esta investigación pues, al analizar el juego como mediador, se pretende recrear el proceso de formación del estudiante.

A continuación, se observa una línea de tiempo (Figura 9) y una síntesis de algunos personajes que utilizaron el juego de manera implícita o explícita como mediador en el desarrollo de teorías y conceptos. Esta línea se basa en De Guzmán (1984), quien de forma breve muestra cómo, a través de la historia, el juego ha estado presente en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas:

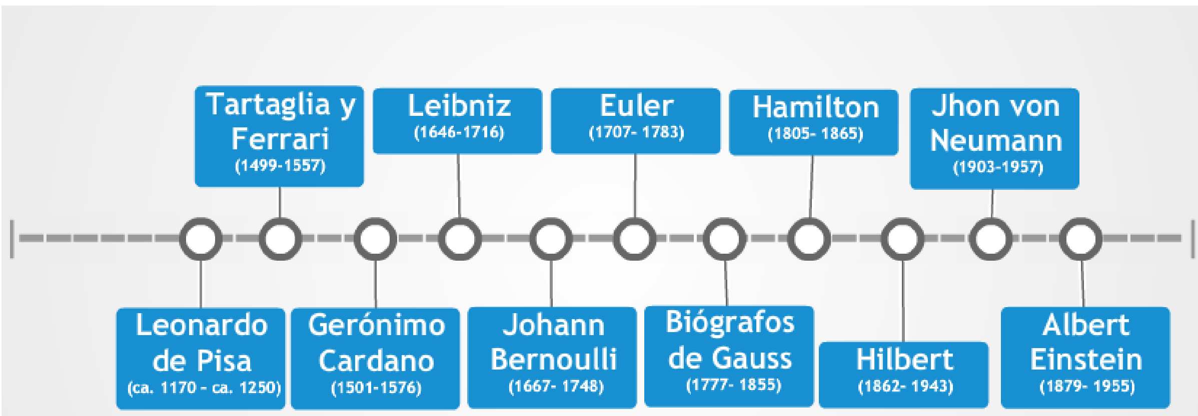


Figura 9: Línea de Tiempo: uso del juego en las matemáticas. Elaboración propia a partir de De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. Actas de las IV JAEM. Tenerife, 49-85.

> En la edad media, Leonardo de Pisa (ca. 1170 – ca. 1250) conocido como Fibonacci, cultivó una matemática numérica con sabor a juego al utilizar técnicas de los árabes, y fue proclamado Stupor Mundí.
>
> En la edad moderna, Gerónimo Cardano (1501-1576) escribió el "Líber de ludo aleae", un libro sobre juegos de azar. Y desde allí famosos como Tartaglia y Ferrari comenzaron a participar en juegos (duelos intelectuales).
>
> Leibniz (1646-1716) fue un promotor de la actividad lúdica intelectual.
>
> Johann Bernoulli (1667- 1748) lanzó el problema de la braquistócrona[2] como un juego (reto) a los mejores matemáticos de su tiempo.

[2] Braquistócrona es la curva entre dos puntos que es recorrida en menor tiempo por un cuerpo que comienza en el punto inicial con velocidad cero, y que debe desplazarse a lo largo de la curva hasta llegar al segundo punto, bajo acción de una fuerza de gravedad constante y suponiendo que no existe fricción.

> Euler (1707- 1783) constituyó el comienzo vigoroso de una nueva rama de la matemática, la teoría de grafos y con ella de la topología general.
>
> Los biógrafos de Gauss (1777- 1855) cuentan que el Princeps Mathematicorum era un gran aficionado a jugar a las cartas y de allí realizaba grandes análisis y construcciones matemáticas.
>
> Hamilton (1805- 1865) realizó una publicación sobre un juego matemático llamado Viaje por el mundo.
>
> Hilbert (1862- 1943) es el responsable de un teorema que tiene que ver con los juegos de disección.
>
> Jhon Von Neumann (1903-1957) escribió con Oskar Morgenstern un libro titulado Teoría de juegos y conducta económica.
>
> Según cuenta Martin Gardner, Albert Einstein (1879- 1955) tenía una estantería de su biblioteca dedicada a libros sobre juegos matemáticos. (p.5)

Bishop (1998) también expresa que los juegos han sido la fuente de las principales ideas matemáticas que actualmente aceptamos como una parte central y que tienen una larga historia en la civilización humana y en las matemáticas. El retoma a Huizinga (1949): “El espíritu de competición en el juego es, como impulso social, más antiguo que la cultura misma y se extiende por todas las etapas de la vida como un fenómeno cultural… (Homo Ludens, p. 173)”

Lo anterior es solo una muestra de personajes que han generado grandes teorías con la utilización del juego en el campo de las matemáticas y de cómo estas dos líneas (matemáticas-juego) se unen con la aparición de observaciones ingeniosas hasta llegar a nuevas formas del pensamiento.

2.2.2. Uso de los juegos para el aprendizaje de las matemáticas.

Considerar el juego como mediador para el aprendizaje de las matemáticas tiene que ver con el análisis de la relación o el paso existente entre la lúdica y el aprendizaje, como lo plantea De Guzmán (1989), quien relaciona el juego y la enseñanza de las matemáticas mediante el siguiente pensamiento:

El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la matemática. Si los matemáticos de todos los tiempos se la han pasado tan bien jugando y han disfrutado tanto contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprender la matemática a través del juego y de la belleza? (p.62)

Cabe aclarar que se entenderá la capacidad lúdica como aquella que le permite al individuo la comunicación y el desarrollo de la creatividad, como la retoma Pinillos (2010) de Landau 1987): "La actitud lúdica es una característica de la personalidad creativa, del pensamiento creativo, es la capacidad de aprender jugando” (p.2).

Todos los juegos tienen un propósito y cuando estos son utilizados en la educación matemática deben estar orientados con claridad para poder proporcionar oportunidades de afianzamiento de conceptos, desarrollo de habilidades y apropiación de conocimientos particulares o de nuevas ideas matemáticas. Russo, Russo y Bragg (2018) expresan que los juegos deben alinearse directamente con los objetivos matemáticos previstos y ser modificables, para que de esta forma puedan ser adaptados a diferentes contextos y así, estimular el razonamiento matemático.

Cada vez se implementan más los juegos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pero no pueden utilizarse de manera aislada en el aula, ni como único mediador; deben diseñarse y adaptarse con base en los intereses de los estudiantes, al hacer observaciones y análisis de sus progresos y dificultades para evitar, al mismo tiempo, que se conviertan en distractores.

En consecuencia, en la perspectiva de Young-Loveridge (2004), los juegos pueden ser eficaces en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas si se utilizan en paralelo con otras pedagogías eficaces y se cuenta con un propósito temático bien definido.

Por su parte, Bishop, (1998) nos proporciona un contexto emocional y afectivo en el que consideramos los juegos y el juego en la educación matemática:

- Voluntario, libre.
- No es un deber, ni habitual, ni real.
- Esencialmente distendido en cuanto a los objetivos, aunque su práctica es seria.

- Ajeno a las satisfacciones inmediatas, pero parte integral de la vida hay una necesidad.
- Repetitivo.
- Estrechamente relacionado con la belleza en muchos aspectos, pero no idéntico.
- Crea un orden y es orden; tiene reglas, ritmo y armonía.
- A menudo está relacionado con el ingenio y el humor, pero no es sinónimo de ellos.
- Tiene elementos de tensión, incertidumbre, riesgo.
- Ajeno a la antítesis entre cordura y locura, verdad o falsedad, bueno o malo, vicio y virtud, no tiene una función moral. (p.22)

Jugar es una forma particular de la actividad social. Actualmente, algunos de los juegos más implementados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son los de cartas, estrategia, azar; los que requieran uso de calculadoras, los digitales, videojuegos y algunos de mesa.

2.2.3. Uso de juegos como mediadores para el aprendizaje y la enseñanza de fracciones.

El uso de juegos para el aprendizaje de las matemáticas es un campo de estudio que cuenta con más aportes que el uso de juegos para el aprendizaje de fracciones, en particular. Sin embargo, al indagar por investigaciones sobre el tema se encontraron los estudios de Tamayo y Ramírez (2009), Correa (2014) y Yepes (2016), quienes resaltan la importancia de actividades recreativas y juegos conocidos popularmente, como el dominó, la lotería y el bingo, todos con el fin de generar interés, motivación y movilizar el aprendizaje de conceptos relativos a fracciones.

La mayoría de las investigaciones que presentan la relación entre juego y fracciones se realizan con estudiantes de básica primaria, como lo hacen Perera y Valdemoros (2007), cuando hacen alusión a la creencia de que jugar es más apropiado en estas edades y causa mayores efectos. En esta investigación se construyeron juegos que surgieron de las interacciones, necesidades y acuerdos entre los estudiantes, apoyados por sus familias y fortalecidos con el trabajo constante en el aula de clase, y se partió de mediciones y comparaciones, uso e interpretación de fracciones en diferentes contextos y problemas.

Estos juegos son adaptaciones de algunos juegos de mesa. Al respecto, Bórquez (2015) indica que la verdadera revolución que traen estos juegos son los múltiples usos que los autores otorgarán a sus componentes y cómo estos serán combinados y darán lugar al desarrollo de mecanismos de juego más sofisticados.

Dar una definición exacta sobre lo que es el juego es una tarea que requiere de una caracterización especifica del contexto en el cual se quiere entender, debido a que este término tiene múltiples acepciones. Según Ferrero (1991), la palabra juego sirve para designar una amplia variedad de actividades humanas de índole lúdica que van desde la actividad física a la actividad intelectual, pasando por otras de índole festiva y entretenimiento; lo que sí se ratifica es que su base teórica se fundamenta en un modelo didáctico conceptual y operativo que, según Yanguas (2003), propicia el desarrollo de procesos cognitivos como la interpretación, el análisis, la argumentación y la activación propositiva de los estudiantes.

De otro lado Chamoso et al. (2004) aclaran que para la selección del juego se debe tener en cuenta que:

> El objetivo fundamental será centrarse en aquellos que obligan al jugador a pensar, a discurrir ante las diversas posibilidades de actuación, a desarrollar razonamientos lógicos para investigar la mejor manera de actuar, a establecer conjeturas y justificarlas para tratar de convencer a los demás. Es decir, aquellos en que prima el desarrollo de capacidades mentales ya sean deductivas, inductivas, experimentadoras, de análisis, síntesis, etc. Pero que se busque el impulso del pensamiento no significa que sea una actividad únicamente mental pues la manipulación de objetos va a ser fundamental para jugar y desarrollar esas cualidades intelectivas. (p.51)

En cuanto a los tipos de juegos que se han estudiado como mediadores para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, se pueden resaltar juegos populares como: cubo mágico, dominó, rompecabezas, sudoku, ajedrez, entre otros. Sin embargo, hace falta realizar más estudios y generar otras posibles opciones de juego en el campo de las fracciones, donde los juegos implementados sean construidos a partir de la teoría histórico cultural y en forma colaborativa.

El contexto de los participantes también posibilita un trabajo colaborativo en el que las familias son agentes activos del proceso de aprendizaje. Es así como la educación en esta investigación se entiende como un campo en el que no existe verdad histórica objetiva, es decir, una historia única y absoluta que encierra todo; por el contrario, está ligada a diferentes contextos (Reséndiz, 2004), y puede ser construida desde unos intereses que surgen en la vida real.

A continuación, se presentan juegos que los estudiantes de séptimo grado construyeron para identificar algunos usos y significados de las fracciones (*figura 10),* además de actitudes frente a esta metodología de clase. Estos juegos cumplen con las características mencionadas y apoyan el proceso de formación y motivación; constituyen un punto de partida para los juegos que se analizaron como mediadores en el aprendizaje de fracciones.

Figura 10: Imagen de los Juegos construidos en clase por estudiantes de grado séptimo.

Para finalizar este apartado, en la Figura 11 se presenta un mapa conceptual donde se consolidan las ideas principales del apartado *Juego,* correspondiente a la segunda parte del marco teórico.

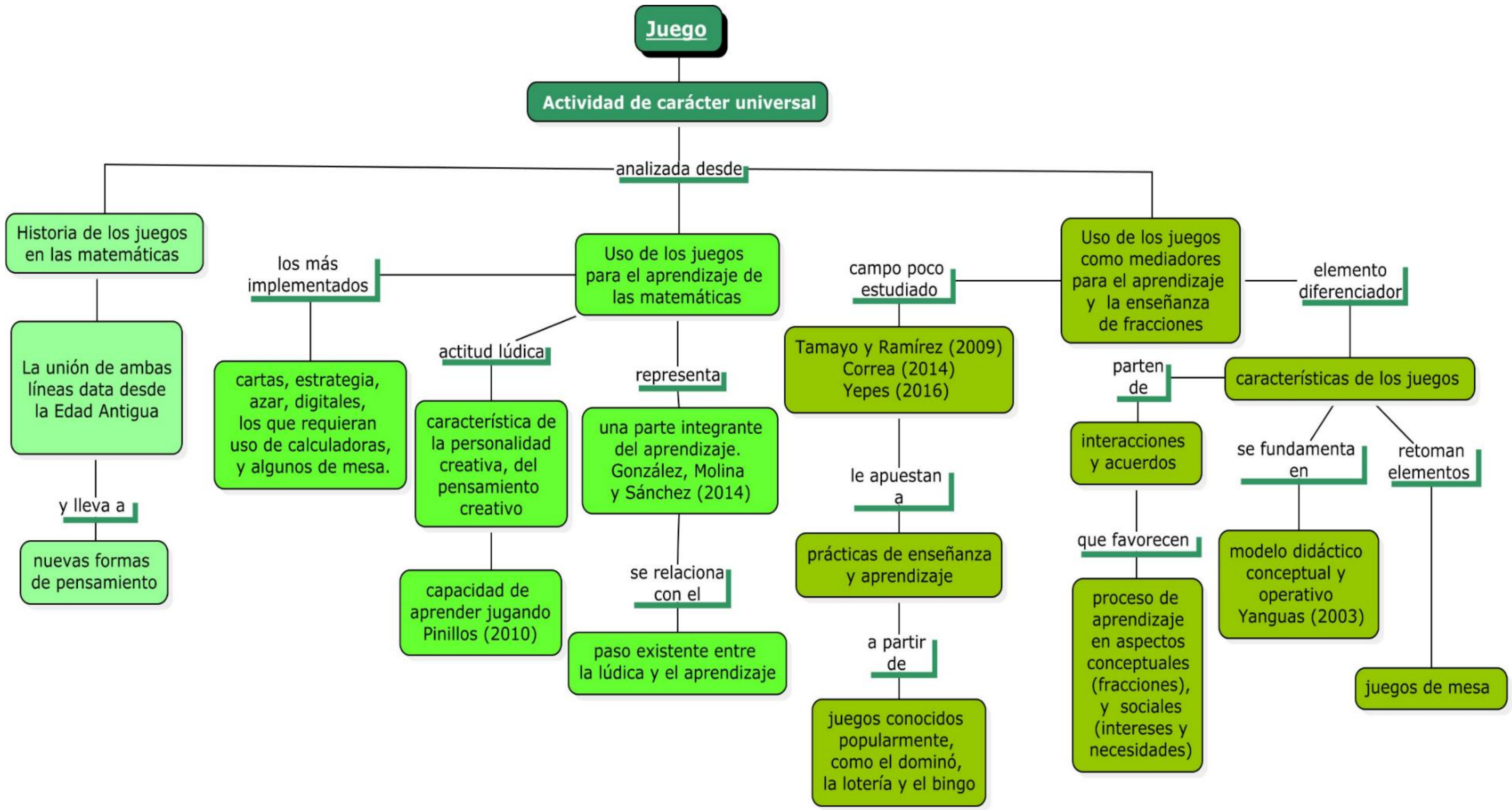


Figura 11: Mapa conceptual: síntesis Juego. Elaboración propia.

2.3. Fracciones

El estudio de fracciones se considera un campo amplio que requiere bases teóricas sólidas, en especial, cuando se desea profundizar sobre la mediación para su aprendizaje. En esta investigación se abordan las fracciones desde el punto de vista histórico y desde su aprendizaje.

2.3.1. Las fracciones desde el punto de vista histórico.

El concepto de fracción fue desarrollado en diferentes épocas y lugares y lo que se conoce hoy en día sobre fracciones, al igual que sobre sus técnicas operatorias, tiene una fuerte influencia de concepciones desarrolladas en las matemáticas del antiguo Egipto, Babilonia, China, India y el mundo islámico (Obando, 2015).

En el papiro de Rhind, documento más antiguo que existe de las matemáticas egipcias, aparecen algunas operaciones aritméticas que incluyen los números racionales como fracciones unitarias en la solución de problemas de medida y de reparto (Mulett y Schmalbach, 2016). Alrededor del año 1000 antes de nuestra era, los babilonios utilizaban fracciones cuyo denominador era una potencia de 60 y los romanos trabajaban con fracciones cuyo denominador era 12. Con el paso del tiempo, la evolución en el campo científico y el estudio profundo que se ha realizado a los números racionales desde diferentes aspectos, surgen dos maneras diferentes para su representación: en forma de fracciones y con notación decimal.

La escritura en forma de fracciones tiene su origen en las relaciones entre la aritmética y la geometría (Aleksandrov, Kolmogorov y Laurentiev 1994), y es la más usual en los libros de texto y en la solución de situaciones de medida. De allí que la mayoría de los problemas en la enseñanza y aprendizaje de los números racionales surja de esta forma de escritura y que el problema sea tan antiguo.

Martínez y Solano (2008) presentan el origen de las fracciones en diversas civilizaciones y permiten ver su utilidad en el desarrollo social.

De la civilización egipcia se ha obtenido información proveniente de los monumentos y papiros acerca del conocimiento relativo a las fracciones y la manera especial de trabajar con ellas. Esta civilización utilizaba las fracciones denominadas unitarias y resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con ellas. Como muestra de esto se menciona el papiro de Ahmes, donde figuran problemas relativos a la distribución de pan, la construcción de pirámides y a medidas agrarias.

De la civilización babilónica se ha obtenido información sobre las fracciones a partir de algunas tablillas encontradas en ciertas excavaciones. De los Sumerios, los babilónicos heredaron una forma abstracta de escritura basada en símbolos con formas de cuña o cuneiformes y también heredaron un rudimentario sistema numérico sexagesimal, es decir de base 60, que perfeccionaron, transformándolo en un sistema posicional, análogo a nuestro sistema decimal. Para hacer los cálculos convertían las fracciones a notación sexagesimal y las usaban fundamentalmente en los textos comerciales para expresar las medidas de las cantidades.

De la civilización griega se sabe que consideraban las fracciones como razón o relación entre dos enteros. Además, que se representaban de manera diferente según se tratara de fracciones unitarias o fracciones ordinarias de la forma $\frac{m}{n}$. La civilización griega es la de los grandes aportes tanto por la vigencia de sus postulados como por la implementación del método deductivo.

> En la esfera de las matemáticas, las razones parecen haber sido primigenias: permitieron expresar, en las antiguas matemáticas griegas, relaciones entre números no múltiplos cuando únicamente los naturales eran reconocidos como números; permitieron dar cuenta, desde entonces, de relaciones entre magnitudes inconmensurables que mucho después se expresaron con números irracionales, por ejemplo, la identificación de que la razón entre el lado de un cuadrado y su diagonal es constante.(Ramírez y Block, 2009,p.66)

De la civilización árabe se sabe que fueron quienes introdujeron el uso de la línea vertical y horizontal para simbolizar fracciones, y realizaron el trabajo inicial con las fracciones decimales.

Finalmente, de la civilización india se conoce que establecieron reglas para efectuar operaciones con fracciones y resolvieron el problema de la notación, escribiendo el numerador sobre el denominador. Los antecedentes más antiguos acerca de la resolución de operaciones con números fraccionarios, datan de Aryabhata, en el siglo VI d.C. y Bramagupta, en e l siglo VII d.C. Posteriormente, Mahavira, en el siglo IX y Bháskara en el siglo XII, sistematizan la operatoria llegando al algoritmo actual.

Las influencias históricas que están detrás de las fracciones y que forman el apartado anterior implican que este concepto cuente con una variedad de atribuciones específicas que responden al sentido mismo del número en relación con la cosmovisión propia de una época y lugar, y que generan el segundo apartado.

> Aquello que conocemos y el modo con el cual llegamos a conocerlo deben enmarcarse no sólo por medio de aquello que hacemos ahora y cómo lo hacemos, sino también por una inteligencia histórica que reposa en prácticas sociales, instituciones, lenguajes, artefactos, libros, monumento, etc. (D'Amore, Radford y Bagni, 2017, p. 170)

Para lograr la comprensión de los conceptos relativos a las fracciones es necesario que se reconozca su historia, aspecto que permite una mayor interpretación de sus significados y representaciones y puede evitar que se generen obstáculos en el aprendizaje. Entendiendo el obstáculo como una situación o hecho que impide el desarrollo de una acción, en particular, los obstáculos epistemológicos representan aquellas situaciones ya aprendidas que interfieren en la adquisición de un nuevo conocimiento. Bachelard (2000) fue el primero en referirse a la noción de obstáculo epistemológico, al respecto afirma: “Los entorpecimientos o confusiones que comete un alumno en sus procedimientos hacia la búsqueda de una construcción de conocimiento real son obstáculos epistemológicos que determinan simplemente lo “incompleto” del conocimiento del alumno, pero no necesariamente ausencia de conocimiento” (p.15).

2.3.2. Las fracciones desde el punto de vista de su aprendizaje.

Una de las particularidades del concepto de fracción es que este presenta a la vez homonimia y sinonimia. Al respecto, Mancera (1992) afirma:

> Uno de los problemas en el aprendizaje de las fracciones es que el símbolo $\frac{x}{y}$ donde $x, y \in Z, y \neq 0$ está asociado a diversos *significados* (homonimia); en efecto, puede representar una razón, un número racional, un operador, etc. En el sentido inverso, el

> concepto de fracción puede representarse como un cociente de enteros o una expresión decimal, un porcentaje (sinonimia). (p. 32)

Es importante aclarar que los símbolos matemáticos juegan un papel importante en la conceptualización. Sin ellos pueden generarse vacíos de sentido. Vergnaud (1990) afirma: “Además, las representaciones simbólicas no tienen sino una función de ayuda en la resolución de problemas complejos; son también medios de identificar más claramente los objetos matemáticos decisivos para la conceptualización. (p.18)

Post, Cramer, Behr, Lesh y Harel (1993), Lamon (2001), Gairín y Sancho (2002), Valdemoros (2004), Dos Santos (2005), y Clarke y Sukenik (2006), citados por Gallardo, González y Quispe (2008) presentan algunas particularidades para la comprensión y el aprendizaje de las fracciones:

> – La comprensión de la fracción exige la identificación y el dominio de sus distintos significados.
>
> – La comprensión de los significados de la fracción genera dificultades intrínsecas de distinta índole si bien algunos de ellos (p. ej., parte–todo) suelen mostrarse más asequibles que otros (p. ej., medida).
>
> – El predominio en el aprendizaje de unos significados determinados llega a interferir u obstaculizar el uso y la comprensión del resto de significados.
>
> – La comprensión de la fracción se ve perjudicada por aquellas propuestas curriculares que priorizan el aprendizaje de ciertos significados (p. ej., parte–todo, cociente) en detrimento de otros (p. ej., medida, razón, operador).
>
> – La valoración y el desarrollo de la comprensión de la fracción demanda que las tareas matemáticas en el aula abarquen la mayor diversidad posible de situaciones y fenómenos diferentes en los que se requiera o tenga sentido el uso de todos los significados de la fracción. (p.8)

Es importante reconocer algunos significados que se le asignan a este concepto y resaltar la importancia de comprenderlos para evitar obstáculos en su aprendizaje. Según Vygotsky, los significados sufren un proceso de transformación, puesto que evolucionan y se desarrollan de acuerdo con las diferentes formas en que funciona el pensamiento y la cultura; y el hombre que madura evolutivamente tiene la capacidad de negociar los significados impuestos en la cultura y contribuir en su transformación. A continuación, se describen estos significados.

Fracción como parte todo: se concibe la fracción como la relación entre dos cantidades, un todo y una parte de él. Carrillo (2012) afirma:

> La concepción parte-todo se da en situaciones en las que un todo es dividido en partes equivalentes (si es continuo) o es dividido en partes iguales de cantidades de objetos (si es discreto). El todo es designado como la unidad y la fracción expresa la relación que existe entre el número de partes que se toma y el número total de partes en que ha sido dividido el todo. (p.36)

Fracción como cociente: Este significado enfatiza la fracción como la operación de dividir, y tiene en cuenta que en algunas ocasiones es indicada y en otras se resuelve. Al respecto, Fandiño-Pinilla (2009) indica:

> La escritura $\frac{a}{b}$ fue propuesta en precedencia en los términos de parte/todo: dada una unidad, dividirla en b partes (iguales, congruentes, que puedan sobreponerse, consideradas en últimas intercambiables) y tomar a; la unidad de partida podía ser continua, y por lo tanto producir pocos problemas; o también podía ser discreta, es decir un conjunto de c elementos, y por lo tanto producir problemas de “compatibilidad” entre b y c. Pero es posible ver la fracción $\frac{a}{b}$ como una división no necesariamente efectuada sino simplemente indicada: $a \div b$; en este caso la interpretación más intuitiva no es la parte/todo, sino la siguiente: tenemos a objetos y los dividimos en b partes. A veces la operación de división indicada $\frac{a}{b}$ es también efectuada. (p.31)

Fracción como medida: al realizar un rastreo sobre este significado se puede entender que la fracción como medida es la asignación de un número a una magnitud. La fracción se entiende como una relación que cuantifica la medida entre la parte y el todo. Gallardo, González y Quispe (2008) expresan al respecto:

> Significado que tiene su origen en medir cantidades de magnitudes que, siendo conmensurables, no se corresponden con un múltiplo entero de la unidad de medida. La

fracción $\frac{a}{b}$ emerge entonces de la necesidad natural de dividir la unidad de medida en *b* subunidades iguales y de tomar *a* de ellas hasta completar la cantidad exacta deseada. (p.362)

Fracción como operador: este es uno de los significados más usados en la escuela. Fandiño-Pinilla (2009) expresa que la fracción como operador, actúa sobre los números puros más que sobre los conjuntos o sobre los objetos; y la considera como una nueva operación que combina división y multiplicación. La fracción $\frac{a}{b}$ empleada como operador es el número que modifica un valor particular *n* multiplicándolo por *a* y dividiéndolo por *b*.

El aprendizaje del concepto de fracción requiere del reconocimiento de sus múltiples significados, de la capacidad de articulación de estos y de la aplicación de cada uno en un contexto determinado, o de las necesidades del problema a resolver.

Teniendo en cuenta lo anterior, para efectos de esta investigación las fracciones serán entendidas como una representación de cantidades numéricas no enteras, que se simbolizan con la notación usual en la forma $\frac{x}{y}$. En palabras de Obando (2015):

> La fracción es una forma de expresar simbólicamente la razón entre dos cantidades, y la razón, más que ser una cantidad numérica es un relator o un operador entre las dos cantidades que la definen. (p. 262)

Las fracciones están estrechamente ligadas al concepto de razón, comprendidas como la relación entre dos cantidades y definidas también por Obando (2015):

> Dadas dos cantidades $x \in A1$ e $y \in A2$ (con $A1$ y $A2$ dos sistemas de cantidades no necesariamente diferentes), la razón entre las dos cantidades x e y nos permite expresar la relación por cociente entre las dos cantidades. Si ambas cantidades son de la misma naturaleza, la razón expresa la medida relativa de una de ellas con respecto a la otra (como por ejemplo en las tareas propuestas para el inicio del estudio de los números racionales), pero en caso de que las cantidades x e y sean de naturaleza distinta, la razón expresa la normalización de una de las cantidades con respecto a la otra (como por ejemplo, en la coordinación de los procesos de conteo en el aprendizaje de la

multiplicación, cuando la razón era interpretada como constante de proporcionalidad) (p. 293).

A partir de la definición asumida, se espera que la razón entre medidas y la idea de medir como corazón de todo proceso sean fundamentales en el aprendizaje de las fracciones, y que la ausencia de prácticas de medición en la escuela evolucione por medio de algunas actividades, juegos y tareas, donde no solo se aborden las relaciones parte-todo, sino también, se generen procesos de medición, atribución de cantidad y comparaciones entre magnitudes.

A continuación, se presenta un mapa conceptual que sintetiza las ideas relativas a las fracciones (Figura 12).

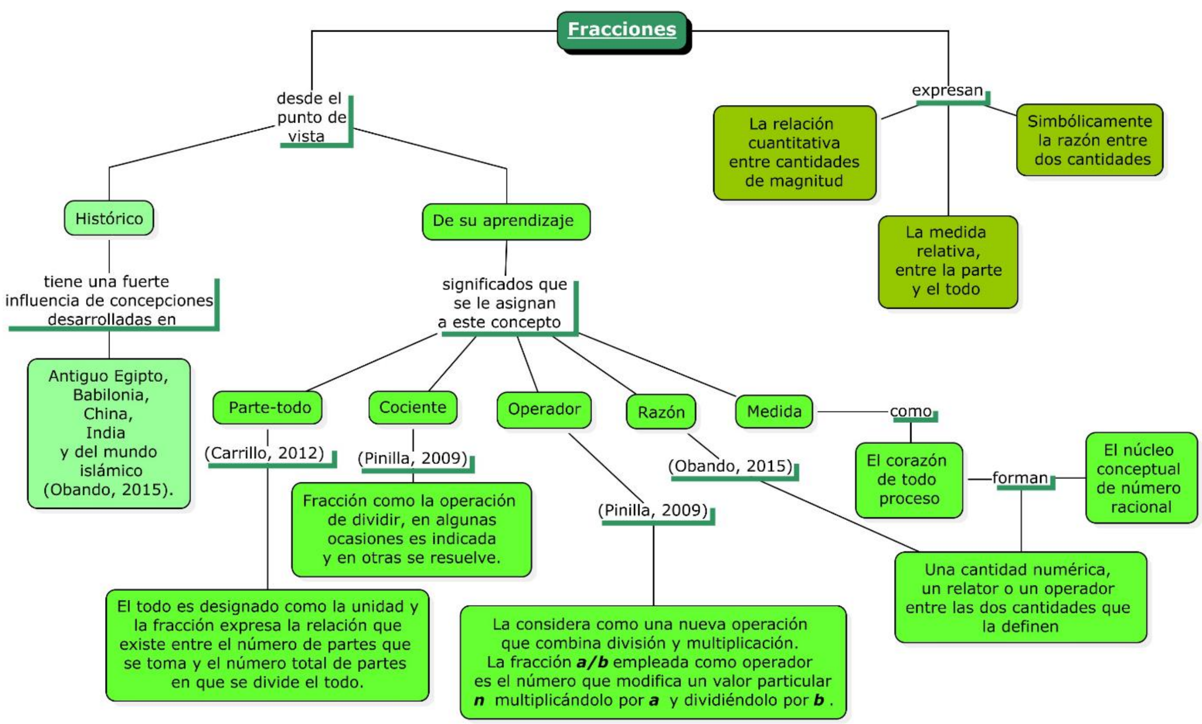


Figura 12: Mapa conceptual: síntesis Fracciones. Elaboración propia.

3. Metodología

La presente investigación se asume desde la teoría histórico-cultural de Vygotsky, puesto que tanto el objeto de estudio, el juego como mediador para el aprendizaje, como el tema específico de fracciones obedecen a la necesidad de fortalecer las capacidades para resolver situaciones cotidianas y llevan a la construcción del conocimiento a partir de la interacción con otros sujetos.

Los fundamentos teóricos y metodológicos del enfoque están basados en algunos de los planteamientos de Vygotsky y Leontiev. Por lo tanto, se enfatiza en el origen social de los fenómenos psicológicos y en la utilización de la acción mediada como unidad de análisis. También, como lo menciona Rodríguez (1999), sobre la base de este enfoque se pretende explicar las relaciones que se establecen entre el aprendizaje y el desarrollo y se entiende la noción de mediación como línea de reflexión teórica.

A continuación, se relacionan algunos elementos y aproximaciones que permiten justificar la selección de la teoría histórica cultural, considerando el interés creciente en la educación matemática por entender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde fenómenos sociales, culturales e históricos.

A lo largo de la historia de la humanidad, el hombre ha cambiado los modos de pensar y de actuar y esto ha obedecido a la cultura en la cual se halla presente. Esta condición lo lleva a crear nuevas formas de interacción en correspondencia con los instrumentos empleados en su proceso de aprendizaje. Rivero (2018) explica que las transformaciones en la cultura y en los instrumentos tienen incidencia en los cambios progresivos, en el desarrollo de la psiquis, y que ésta “más que un resultado de las influencias de leyes naturales del desarrollo, tiene que ser el producto, ante todo, de las leyes del devenir histórico-cultural de la humanidad” (Rivero, 2018, p.5).

Kozulin (2003) apoya la idea de Rivero al resaltar la relación entre la cultura y el aprendizaje y dejar ver en algunos de sus escritos que estos dos elementos han sido inseparables durante siglos, por la sencilla razón de que uno de los objetivos principales del aprendizaje es la transmisión de la cultura de generación en generación.

Otro aspecto para resaltar es la teoría de la objetivación de Radford, la cual tiene como fin la creación de individuos éticos y reflexivos que se posicionan de manera crítica en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente.

> La teoría de la objetivación parte de una posición política-conceptual que le da su propia forma y contenido. Dicha posición política-conceptual reposa en una idea general acerca de la educación. La idea puede expresarse de la siguiente manera: la educación en general y la enseñanza y aprendizaje en particular no tratan de saberes únicamente. La educación en general y la enseñanza y aprendizaje en particular tratan de saberes y de seres. En términos más específicos, en la enseñanza y aprendizaje deben estudiarse tanto los conocimientos en juego (es decir, el conociendo o "knowing" de los alumnos), como la formación del alumno en tanto que sujeto humano (es decir, el volviéndose o "becoming," esto es, la transformación perpetua del sujeto). (Radford, 2014, p.135)

Además, los juegos construidos en esta investigación obedecen a los intereses e interacciones de los estudiantes entre sí y con sus familias. Con base en esto, se considera la idea de Obando (2015), en la cual resalta uno de los propósitos del enfoque histórico cultural:

> Busca una comprensión del desarrollo humano en función de reconocer y estructurar las conexiones íntimas entre la acción humana y el entorno dentro del cual se desarrollan dichas acciones, conexiones que se elaboran sobre la base de la mediación de los artefactos culturales, los cuales son, por naturaleza, institucionalmente situados e históricamente constituidos. (p.41)

De acuerdo con la idea anterior, se puede afirmar que uno de los aportes de esta investigación es la reconstrucción y adaptación de algunos juegos de mesa para la enseñanza de fracciones, y parten de las relaciones que se generan en el aula entre los estudiantes y entre los docentes y los estudiantes; estas relaciones obedecen a acuerdos que favorecen el proceso de aprendizaje en aspectos conceptuales (para este caso en el tema de fracciones), y en aspectos sociales (al tener en cuenta intereses y necesidades de quien juega para aprender).

La investigación tiene un carácter cualitativo. Al respecto, Hernández, Fernández y Baptista (2014) definen algunos aspectos que son relevantes, entre ellos: se guía por áreas o temas significativos de investigación, para este caso, el área es matemáticas y el tema es el aprendizaje de los diversos significados de las fracciones; se hacen preguntas y reflexiones antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos, en este caso, la propuesta surge y se orienta a partir de las necesidades observadas en estudiantes durante la clase de matemáticas y de algunas de sus manifestaciones.

La acción investigativa se mueve de manera dinámica en dos sentidos: entre los hechos y su interpretación. Este es un proceso más bien “circular” en el que la secuencia no siempre es la misma, pues varía con cada estudio; como evidencia se hallan los constantes cambios generados en la construcción de la investigación, desde su redacción hasta su intencionalidad.

Al mismo tiempo, en lugar de iniciar con una teoría y luego “voltear” al mundo empírico para confirmar si ésta es apoyada por los datos y resultados, se espera examinar los hechos y las dificultades relacionados con el aprendizaje de fracciones por falta de mediación efectiva en los estudiantes de grado séptimo y, a partir de allí, analizar lo observado. Esta es una característica propia de las investigaciones cualitativas.

El abordaje general, es decir el diseño que se utiliza es el fenomenológico, el rol de la investigadora fue el de observar, explorar, acompañar, describir y comprender las experiencias de los participantes en el proceso de aprendizaje de fracciones y retomar los elementos en común para analizar el juego como mediador en ese proceso a partir del objetivo y los elementos teóricos que sustentan la investigación.

Hernández Sampieri et al. (2014) muestran algunas características o premisas principales del diseño que están en correspondencia con esta propuesta, como se explica a continuación:

- Se pretende describir y entender los fenómenos relacionados con el aprendizaje de las fracciones en la perspectiva de construcción colectiva.
- Se basa en el análisis de resultados en actividades, expresiones y discursos de clase y en la búsqueda de sus posibles significados.
- Se confiará en la intuición e imaginación de la investigadora y en las estructuras universales para lograr aprender de la experiencia de los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa La Paz.

- Además, se contextualizarán las experiencias en términos de su temporalidad (momento en que suceden), espacio (aula de clase), corporalidad y contexto social.

Se espera una participación activa de los estudiantes donde, con base en sus expresiones, comportamientos, contextos y/o reflexiones en la práctica de aula, se construyan perspectivas grupales de aprendizaje de las fracciones a través del juego.

3.1. Participantes de la investigación

La investigación se realiza en la Institución Educativa la Paz, la cual se encuentra ubicada en el departamento de Antioquia, municipio de Envigado, al sur del Valle de Aburrá, específicamente en el barrio La Paz que pertenece a la zona 7. Esta institución atiende los niveles de preescolar, básica y media y cuenta con 2.192 estudiantes repartidos en tres sedes: una para bachillerato y dos que atienden niños hasta quinto de primaria, la sede John F. Kennedy y la sede Trianón.

La institución implementa la jornada única, desde las seis y media de la mañana hasta las dos y media de la tarde. En su mayoría, los estudiantes viven en familias extensas, es decir, están conformadas no solo por sus padres sino también por otros parientes como tíos, primos y abuelos; esta investigación se realizó con estudiantes de grado séptimo.

La elección de los estudiantes estuvo orientada por las características de la investigación y los propósitos de la investigadora, más que por un criterio estadístico de generalización (Hernández Sampieri et al, 2014). El procedimiento no fue mecánico, se tuvo en cuenta el planteamiento del problema, el diseño de la investigación y la contribución que se espera hacer en el campo de la educación.

Algunos criterios de selección fueron: el acompañamiento familiar que tenían los estudiantes, la actitud participativa que presentaban para realizar diferentes actividades institucionales, el tiempo disponible para este proceso y la habilidad para trabajar en equipo. Estos aspectos ofrecen riqueza para la recolección y el análisis de los datos.

En el Proyecto Educativo institucional (PEI) se pone en evidencia la importancia que se le atribuye al estudiante como parte de un todo social. Por ende, se resalta que para cumplir sus fines educativos se debe considerar las condiciones sociales, económicas y culturales del entorno, en función de los intereses, las necesidades, la problemática y los recursos que la caracterizan, para formular objetivos, metas, programas y proyectos concretos, realizables y evaluables; aspecto que se destaca tanto en la teoría histórico- cultural de Vygotsky, como en la construcción de los juegos.

3.2. Compromiso ético

Esta investigación inició gracias al apoyo de la Secretaria de Educación del municipio de Envigado. Durante todo el proceso se mantuvo una comunicación directa con los directivos de la Institución Educativa La Paz, lugar donde la investigadora labora actualmente. Se informó de cada paso a realizar y se solicitó de manera respetuosa todos los permisos necesarios para alcanzar el objetivo propuesto.

Los padres de familia o acudientes de los estudiantes también estuvieron enterados y participaron en la investigación. Además, brindaron el consentimiento[3] por escrito para la participación de sus hijos en las actividades derivadas de este trabajo, garantizándoles libertad para participar, confidencialidad en la información de los resultados y, al mismo tiempo, el uso de estos con fines educativos. En coherencia, según Galeano (2003):

> La legitimación del conocimiento construido mediante enfoques cualitativos de investigación social, se realiza a través de consensos fundamentados en el diálogo y la intersubjetividad. Estrategias como la triangulación y confrontación (de fuentes, métodos, escenarios, investigadores, teorías) parte del reconocimiento de que la realidad humana es heterogénea, diversa, y que los actores sociales -que en su accionar diario la constituyen interpretan- son portadores de lógicas diversas que es necesario estudiar para comprender la complejidad social. (p.52)

El conocimiento se hizo posible mediante la colaboración e interacción entre la investigadora y los actores sociales (institución, padres de familia y estudiantes), quienes construyeron perspectivas de comprensión del tema de las fracciones a través del juego.

[3] Los formatos de los consentimientos están al final de la investigación como anexos.

3.3. Instrumentos para recolectar la información

En esta investigación se trabaja el enfoque cualitativo con diseño fenomenológico, donde se describe el significado de las experiencias vividas por una persona o grupo de personas acerca de un concepto o fenómeno (Paz, 2003). Por tanto, se implementaron las siguientes técnicas e instrumentos para la producción de registros y datos.

Observaciones: se inició con la caracterización de las condiciones del entorno físico y social, luego se pasó a las descripciones de las interacciones entre estudiantes mientras construyeron, jugaron y explicaron los procesos que desarrollaron. Toda la información fue corroborada a través de entrevistas (Peña, 2006).

El observador tiene un papel activo en la indagación, pero puede asumir diferentes niveles de participación; para este caso particular fue una participación: "participa en la mayoría de las actividades; sin embargo, no se mezcla completamente con los participantes, sigue siendo ante todo un observador" (Hernández Sampieri et al, 2014, p.403). Esta interacción con los estudiantes posibilitó encontrar sentido a las inquietudes que presentaron y disfrutar la experiencia de aprender a su lado, comprender sus dificultades, necesidades y avances.

Entrevistas: entendidas como interacción limitada y especializada, fueron conducidas con el fin específico de verificar si el juego era o no un mediador y se centraron en el tema de las fracciones (Pierre,2004).

Se realizaron entrevistas semiestructuradas basadas en una guía de preguntas, pero todo el tiempo se tuvo la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información. También se hicieron entrevistas abiertas sobre los diferentes juegos construidos, los sentimientos, las emociones despertadas y las actitudes que los participantes asumieron en cada momento del trabajo de campo.

Hernández Sampieri et al, (2014) presentan las características de las entrevistas cualitativas que se tuvieron en cuenta en esta investigación.

1. El principio y el final de la entrevista no se predeterminan ni se definen con claridad, incluso las entrevistas pueden efectuarse en varias etapas. Es flexible.

2. Las preguntas y el orden en que se hacen se adecuan a los participantes.
3. La entrevista cualitativa es en buena medida anecdótica y tiene un carácter más amistoso.
4. El entrevistador comparte con el entrevistado el ritmo y la dirección de la entrevista.
5. El contexto social es considerado y resulta fundamental para la interpretación de significados.
6. El entrevistador ajusta su comunicación a las normas y lenguaje del entrevistado.
7. Las preguntas son abiertas y neutrales, ya que pretenden obtener perspectivas, experiencias y opiniones detalladas de los participantes en su propio lenguaje. (p.404)

En efecto, las entrevistas iniciaban con base en algunos de los cuestionamientos, emociones y expresiones de los participantes, e iban cerrando en la medida en que todos obtenían aprendizajes. Su desarrollo se dio en forma de conversatorio amigable, donde las experiencias narradas por los estudiantes permitieron direccionar el momento.

Descripciones del fenómeno y experiencias compartidas: al considerar que, según Stake (1999), en la investigación cualitativa se intenta establecer una comprensión mediante la descripción, la investigadora realizó diarios de cada encuentro que permitieron un acercamiento a las diferentes comprensiones de los estudiantes en relación con el tema de las fracciones.

A lo largo del trabajo de campo se tomaron fotografías, se utilizaron grabaciones de audio y video y los estudiantes hicieron producciones escritas. Posterior a la implementación de los instrumentos, se hizo una interpretación de ellos y se trianguló la información obtenida (registros), el marco teórico y los fundamentos del problema.

Tabla 2: *Técnicas de recolección de datos*

INSTRUMENTO	PROPÓSITO
Observaciones	Identificar las emociones, interacciones, reacciones y comportamientos de los seis estudiantes en contextos donde el tema de las fracciones estuviera presente.
Descripciones del fenómeno y experiencias compartidas	Registrar las acciones de los estudiantes que me permitieron identificar si el juego era o no un

	instrumento mediador para el aprendizaje de las fracciones.
Entrevista realizada al finalizar cada juego a los estudiantes	Registrar las percepciones que presentaban los estudiantes frente a uno de los significados de las fracciones. Reconocer la utilidad del juego implementado, con relación a sus procesos de aprendizaje.
Entrevista realizada al finalizar todos los juegos construidos	Identificar los avances conceptuales relacionados con el aprendizaje de las fracciones mediado por los juegos.
Entrevista a los padres de familia	Identificar elementos relativos al proceso de aprendizaje de sus hijos, relacionando elementos como los instrumentos utilizados en las clases y temas trabajados con base en el grado de escolaridad.
Trabajo de campo	Analizar si por medio del juego se podía mediar el aprendizaje de las fracciones.

El trabajo de campo se llevó a cabo durante el segundo semestre del año 2019 e inicios del año 2020, en 10 encuentros de dos horas cada uno. El rol de la docente investigadora fue observar, analizar y recolectar información.

3.4. Trabajo de campo

El trabajo de campo se realizó en 3 momentos: *"construimos", "jugamos"* y *"explicamos"*. El primero (3 sesiones) fue la construcción de los juegos, que en su papel de mediadores estuvieron sujetos a la apropiación que los estudiantes hicieron de ellos, es decir obedecieron a sus intereses, necesidades y expectativas, a las de sus familias y las de la maestra investigadora, para mediar el aprendizaje de fracciones.

En este momento los estudiantes tuvieron la posibilidad de comenzar a explorar ideas diferentes al realizar adaptaciones de juegos de mesa donde, con su imaginación, cambiaban normas, ponían y quitaban elementos y, en la interacción con sus compañeros, nombraban los diferentes juegos e introducían sus conocimientos sobre fracciones. Con la ayuda de sus familias construían material, jugaban y exploraban. Poco a poco fueron definiendo unas ideas puntuales que llevaron a la construcción de los juegos que se refinaron y practicaron en el segundo momento.

A continuación, se presentan imágenes *(Figura 13)* sobre algunas de las ideas iniciales y apartados de los juegos *(Figura 14)* que los estudiantes propusieron; nombres como *monopolio matemático, gusanito, ruleta numérica, concéntrese, encuentra la longitud, corriendo con la matemática, midamesta,* entre otros, hicieron parte del proceso.

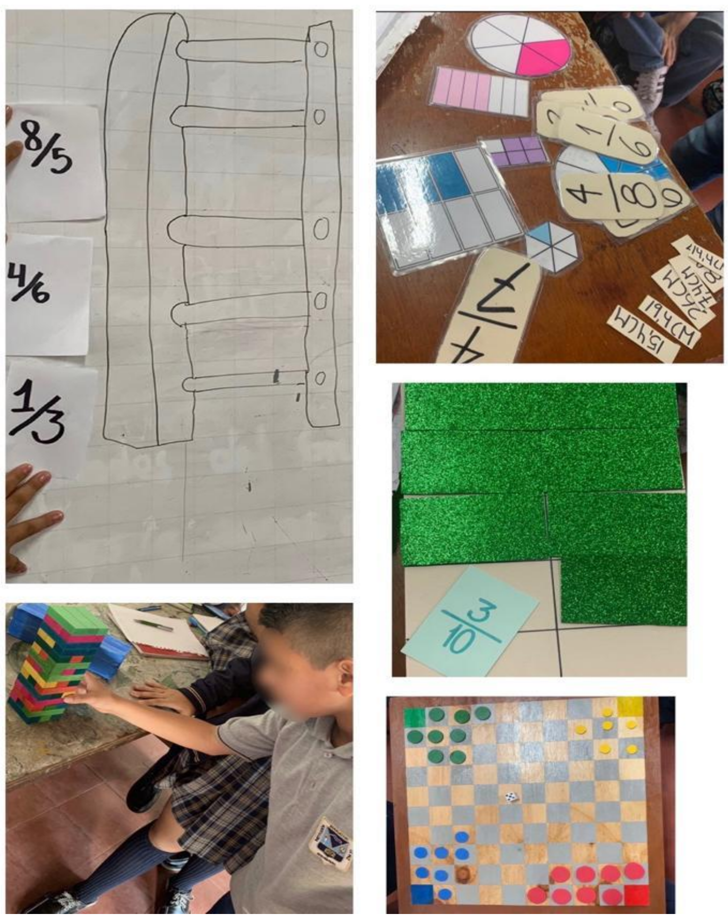
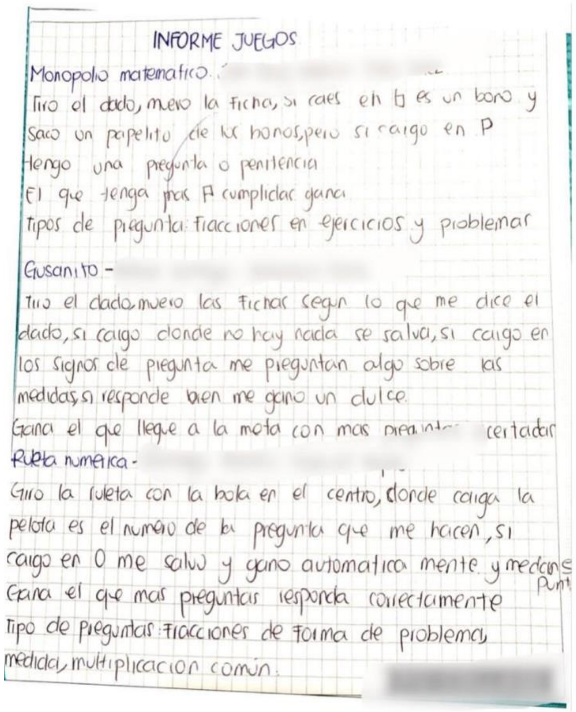
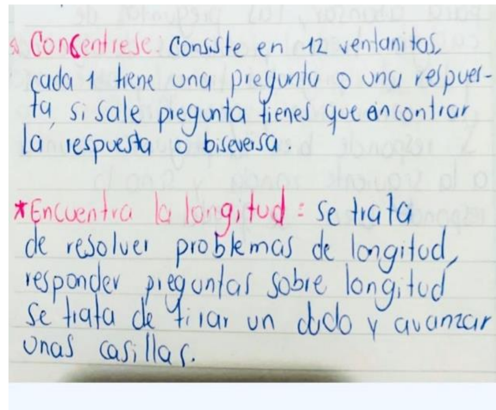


Figura 13: Imagen de los Juegos construidos inicialmente en clase para mediar el aprendizaje de fracciones.

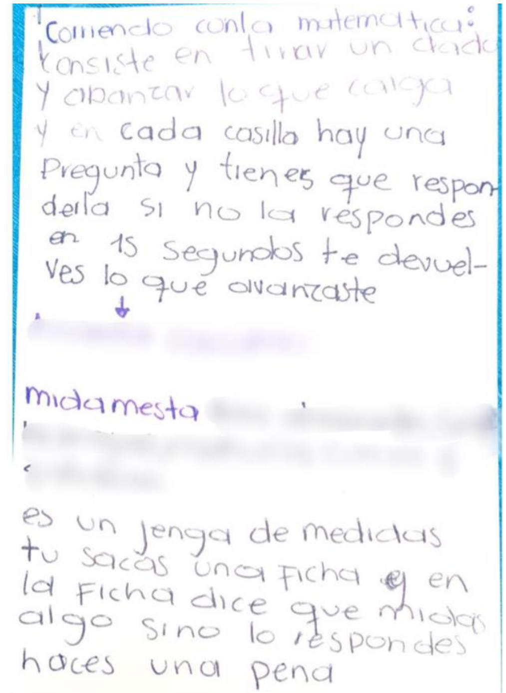

INFORME JUEGOS

Monopolio matematico. [redacted]
Tiro el dado, muevo la ficha, si caes en B es un bono y
saco un papelito de los bonos, pero si caigo en P
tengo una pregunta o penitencia
El que tenga mas P cumplidas gana
Tipos de pregunta: fracciones en ejercicios y problemas

Gusanito - [redacted]
Tiro el dado muevo las fichas segun lo que me dice el
dado, si caigo donde no hay nada se salva, si caigo en
los signos de pregunta me preguntan algo sobre las
medidas si responde bien me gano un dulce.
Gana el que llegue a la meta con mas preguntas certadas
Ruleta numerica - [redacted]
Giro la ruleta con la bola en el centro, donde caiga la
pelota es el numero de la pregunta que me hacen, si
caigo en 0 me salvo y gano automatica mente y medans Punt
Gana el que mas preguntas responda correctamente
Tipo de preguntas fracciones de forma de problemas
medida, multiplicacion común. [redacted]


* Concentrese: Consiste en 12 ventanitas, cada 1 tiene una pregunta o una respuesta, si sale pregunta tienes que encontrar la respuesta o biseversa.

*Encuentra la longitud: Se trata de resolver problemas de longitud, responder preguntas sobre longitud Se trata de tirar un dado y avanzar unas casillas.


Corriendo con la matematica:
Consiste en tirar un dado
y abanzar lo que caiga
y en cada casilla hay una
Pregunta y tienes que respon-
derla si no la respondes
en 15 segundos te devuel-
ves lo que avanzaste

[redacted]

midamesta [redacted]

es un jenga de medidas
tu sacas una ficha y en
la ficha dice que midas
algo si no lo respondes
haces una pena

Figura 14: Imagen de algunas ideas iniciales de juegos propuestos por los estudiantes.

En el segundo momento llamado *jugamos* (5 sesiones), los estudiantes hicieron la rotación en tres juegos y la maestra investigadora estuvo presente todo el tiempo como observadora y realizó los registros necesarios. Además, entre un juego y otro, los estudiantes respondieron preguntas que permitieron reconocer procesos, representaciones, cambios de actitud y evolución en el aprendizaje de fracciones.

En la figura 15 se pueden observar algunos de los materiales que conformaron cada uno de los 3 juegos- Se nombraron así: JUEGO 1, “Tetris Fraccionario Extremo”; JUEGO 2, “Jengaticas”; JUEGO 3, “Retosfrac”.

Figura 15: Materiales utilizados en los 3 juegos del trabajo de campo.

Como se mencionó antes, los estudiantes respondieron unas preguntas que permitieron reconocer los procesos y la evolución en el aprendizaje de fracciones. Por tanto, en la figura 16 se puede ver como en el Juego 1 expresan que el trabajo con las fracciones es fácil, aspecto que no manifestaban antes de iniciar este proceso, e identifican la idea de su representación; en el

Juego 2 se ve mayor empatía con el tema, hacen relaciones y desarrollan ejercicios con fracciones de otras maneras y en menor tiempo, e introducen fracciones mixtas, y en el Juego 3 hacen un acercamiento con diferentes significados de las fracciones, no solo el de división.

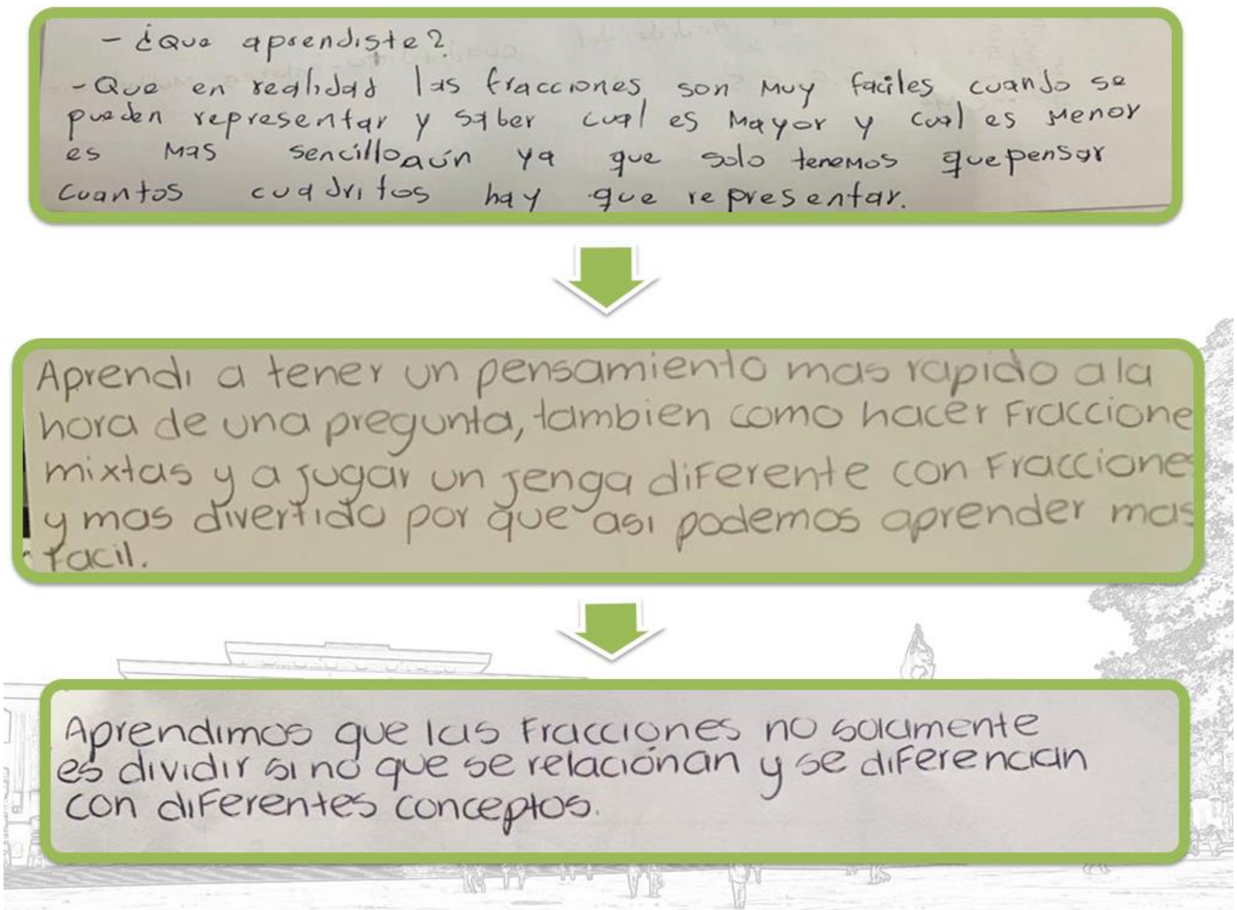


Figura 16: Respuestas de algunos estudiantes al finalizar el trabajo con el juego 1, 2 y 3 respectivamente.

En el tercer momento (2 sesiones) se realizaron entrevistas sobre los procesos y conceptos desarrollados en los dos momentos previos. Los estudiantes contaron cómo fue el proceso de construcción de los juegos, la interacción con las familias y el tiempo de juego con sus compañeros. A continuación, se presenta la tabla 3, en la cual aparecen algunas respuestas dadas por los estudiantes cuando se les preguntó sobre sus aprendizajes y sentires al finalizar el proceso de los tres juegos.

Tabla 3: *Algunas respuestas de los estudiantes en la entrevista al finalizar los momentos 1 y 2 del trabajo de campo.*

	¿CÓMO TE PARECIÓ EL JUEGO?	**¿QUÉ APRENDISTE?**
Juego 1	*"El juego me pareció muy divertido y sobre todo muy entretenedor, siento que es un juego que se podría jugar en todo momento ya que lo podemos jugar con amigos, familia y cualquier persona, debido a que trae un gran aprendizaje por detrás, el juego me pareció súper eficiente y lo bueno de él es que hace que pensemos es como ganar y como ubicar cada ficha."*	*"Aprendí a usar las fracciones de formas muy lúdicas y aprendí que las fracciones son sencillas de manejar y no hay que tenerles pereza Aprendí a calcular bien el área y a hacer figuras con medidas exactas a rellenar un espacio jugando con fracciones"*
Juego 2	*"Me pareció un juego muy divertido que lo podría jugar con amigos familia, en cualquier momento ya que es un juego de tener estrategia, de mucho pensar y con el cual se puede aprender mucho de fracciones, además que me pareció que nos quedó muy bien construido y elaborado."*	*"Aprendí a trabajar un poco más en equipo, también aprendí mucho más sobre fracciones, sus operaciones y las cosas que se pueden hacer con ellas en nuestra vida cotidiana, aprendí también el nombre de la ficha con la que trabajamos (prisma rectangular), también los diferentes juegos que se pueden hacer con fracciones y no me cabe la duda de que se pueden hacer muchos más."*
Juego 3	*"Me pareció un juego muy bueno porque en equipo es más fácil resolver retos, y lo que uno no entiende el otro lo ayuda y aprendemos los dos retando a los compañeros"*	*"Estos retos también nos dejaron como aprendizaje que no siempre tenemos que expresar las cosas tal cual son, sino que podemos relacionarlas con cantidades más reducidas en el caso de las más grandes, lo cual es algo muy bueno ya que, aunque son diferentes formas de expresar las cosas nos quieren indicar de cierta forma lo mismo"*

Los estudiantes fueron participantes activos todo el tiempo y, con base en sus expresiones, comportamientos, contextos y reflexiones en la práctica de aula, generaron y reconocieron perspectivas grupales de aprendizaje de las fracciones a través del juego.

En las siguientes imágenes se presenta ideas y fotos de los tres juegos construidos y aplicados en el aula de clase con la intención de mediar el aprendizaje de las fracciones.

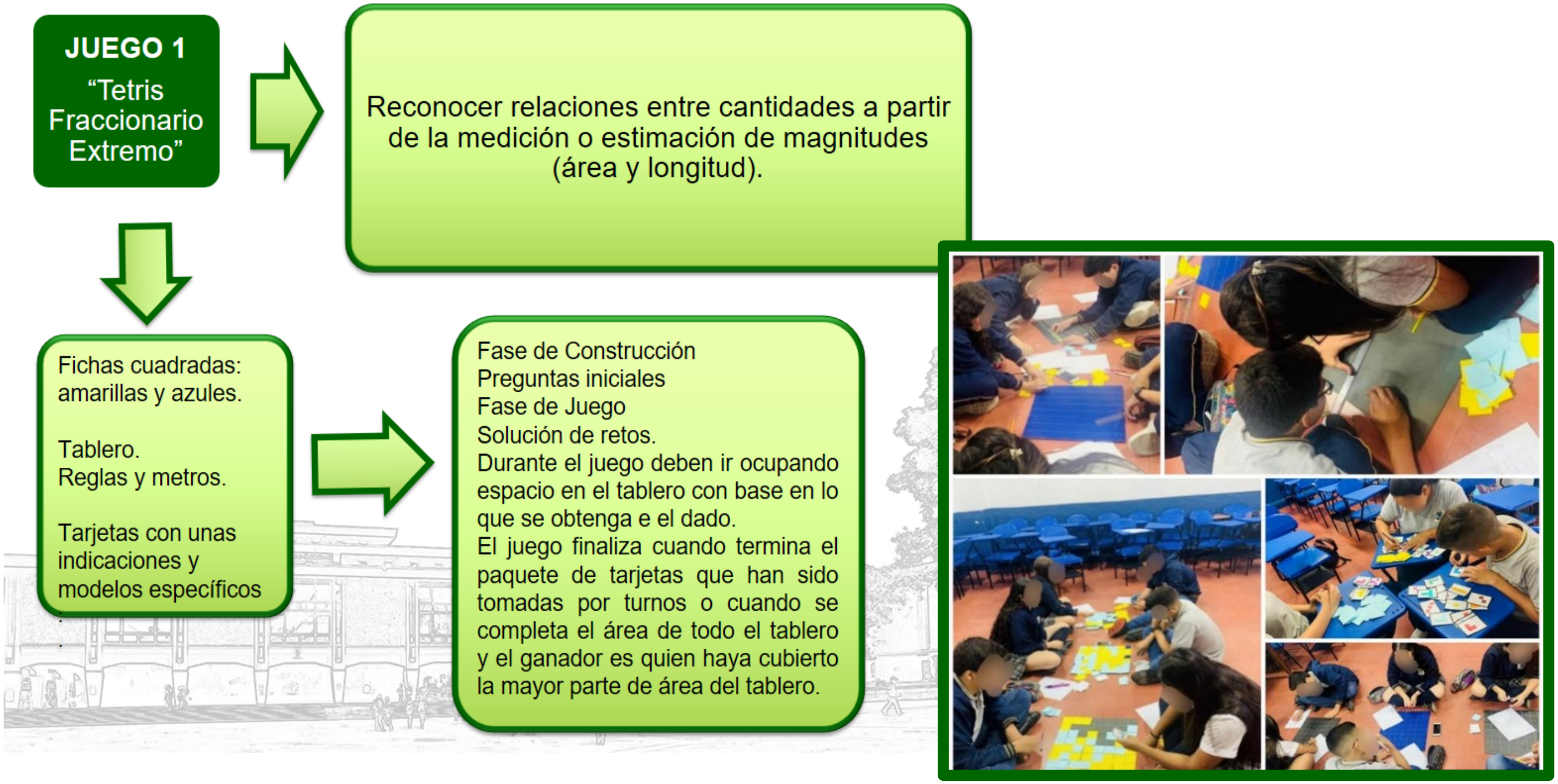


Figura 17: Ideas y fotos de la construcción y ejecución del Juego 1.

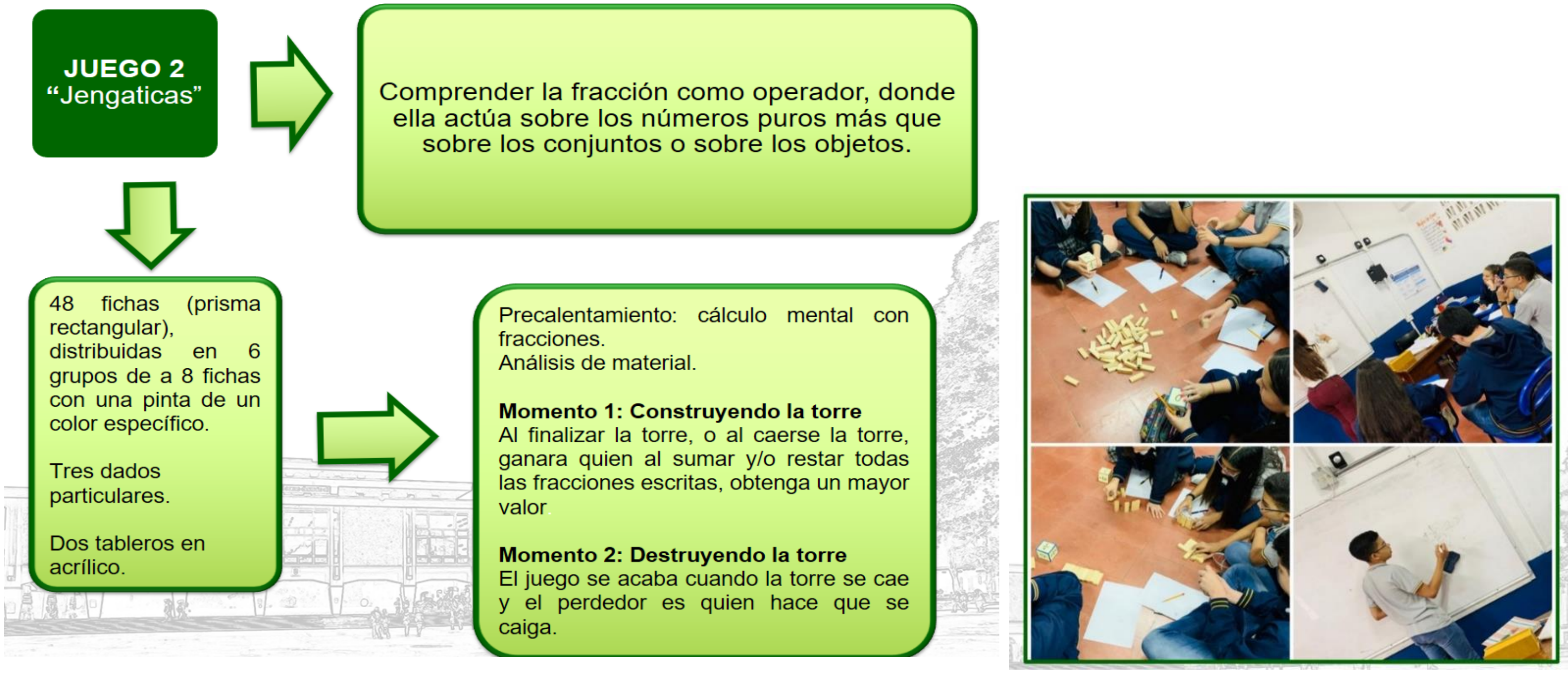


Figura 18: Ideas y fotos de la construcción y ejecución del Juego 2.

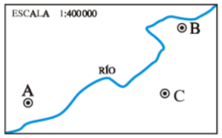
Figura 19: Ideas y fotos de la construcción y ejecución del Juego 3.

En la siguiente tabla se presenta una síntesis de los juegos. Los anexos 4, 5 y 6 contienen las guías completas de cada uno.

Tabla 4: *Síntesis juegos construidos. Elaboración propia.*

SÍNTESIS JUEGOS CONSTRUIDOS			
Juego	**"Tetris Fraccionario Extremo"**	**"Jengaticas",**	**"Retosfrac".**
Objetivo	Reconocer relaciones entre cantidades a partir de la medición o estimación de magnitudes (área y longitud).	Comprender la fracción como operador, donde ella actúa sobre los números puros más que sobre los conjuntos o sobre los objetos.	Construir con los estudiantes la definición de razón como significado de fracción, a partir de conclusiones obtenidas al expresar la medida relativa de una cantidad (magnitudes) con respecto a otra y al generar procesos de medición.
Materiales	50 fichas cuadradas, de 5.5 cm de lado (jugador 1: amarillas y jugador 2: azules). Tablero (44 cm x 44 cm). Reglas y metros. Dado cuyas caras son las fracciones $\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{4}{5},\frac{1}{4},\frac{7}{9},\frac{3}{7}$ Tarjetas, previamente construidas de 8cm x 6cm con unas indicaciones y modelos específicos),30 por pareja.	48 fichas que tienen forma de prisma rectangular y están distribuidas en 6 grupos de a 8 fichas con una pinta de un color específico: amarillo, rojo, verde, azul claro, azul oscuro y naranja Tres dados particulares, uno en el cual las caras tienen los colores antes mencionados, y el dado 2 y 3 llevan unas fracciones específicas: dado 2 : $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{6},\frac{1}{8},0$ dado 3 : $\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{10},0$ Dos tableros en acrílico pequeños con sus respectivos marcadores.	Hojas de block blancas y cuadriculadas. Reglas y lápices. Fichas para el reto # 1. Problemas impresos reto # 2. Cartulina con dibujo reto # 3. Tabla de puntos.
	Fase de Construcción Con base en el material dado se pide a los participantes que respondan: ¿Cuál es área del tablero? (solo se trabaja con una cara del tablero) ¿Cuánto mide el área del tablero al tomar como unidad de medida la ficha cuadrada dada como material al inicio del juego? ¿Cuánto mide el área de la ficha cuadrada al tomar como unidad de medida el tablero?	**Momento previo al juego** Se realiza un precalentamiento. Se resuelven varios cálculos con fracciones como operadores, se hace en forma de conversación y no pueden escribir, deben explicar cómo llegaron a la respuesta en el menor tiempo. Luego de terminar este momento previo y tener los participantes activos frente al tema, se pasa al momento de análisis de materiales:	**Explicación inicial** Este juego es una carrera de tiempo en el que cada pareja debe superar cuatro retos para alcanzar la mayor cantidad de puntos. Cada reto está relacionado con un ejercicio en el que el objetivo principal es comprender la fracción como razón. **Reto # 1. Dibujos a escala** Se entrega a cada pareja una figura, luego se pide que la dibujen de igual forma, pero que dupliquen la longitud a sus lados, que luego la tripliquen y, por último, que la reduzcan a la mitad. Después de repetir la actividad y

	¿Cuánto mide la longitud de los lados del tablero al tomar como unidad de medida la longitud del lado de la ficha cuadrada? ¿Cuánto mide la longitud del lado de la ficha cuadrada al tomar como unidad de medida la longitud del lado del tablero? ¿Cuál es el área de la ficha al tomar como unidad de medida el cm cuadrado? Luego se indica que deben dividir el tablero en la cantidad de cuadrados que encontraron que media. (64) Se pide que observen las tarjetas previamente construidas, y que expresen con relación al área del tablero cuales representan la misma cantidad de área.	Se dispone todo el material en el espacio sin ningún orden especifico y se hacen algunas preguntas, entre ellas: ¿Cuántas fichas observan? ¿Qué forma tienen las fichas observadas? ¿Cuántas fichas tienen pinta de color ____? (se pregusta para cada color) ¿Si sumo las fracciones que representan las fichas con pinta de cada color que forman? Una sola ficha, ¿qué parte representa del total de fichas? ¿De qué formas puedes agrupar las fichas sin que sobre ninguna? ¿Cuántas fichas son $\frac{2}{3}$ del total de las fichas? ¿Cuántas fichas son $\frac{1}{2}$ del total de las fichas rojas? ¿Cuántas fichas son $\frac{1}{6}$ del total de las fichas dadas?	hacer figuras de distintas dimensiones, se solicita que midan los lados y respondan preguntas: ¿Cuánto mide cada lado? ¿Qué ocurre cuando duplicamos, triplicamos o reducimos a la mitad las longitudes de los lados de la figura? ¿Cómo podrías duplicar, triplicar o reducir a la mitad la longitud de los lados de la figura, sin utilizar la regla u otro instrumento de medida? ¿Crees que existe alguna relación entre los lados de esas figuras? Si existe alguna relación, ¿cómo la puedes expresar o representar? El ideal es que los lados que se correspondan en dos figuras deberán conservar la misma razón, para poder introducir este concepto.
En qué consiste el juego	El juego inicia con un tablero dividido en cierta cantidad de cuadrados, cada jugador con 50 fichas de un color específico, y al lado va un paquete de 30 tarjetas que llevan modelos a escala de figuras construidas con cuadrados (tarjetas modelos), o retos que son preguntas (tarjetas retos) relacionados con los significados de fracción. Inicia el jugador que, al lanzar un dado en cuyas caras tienen las fracciones $\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{4}{5},\frac{1}{4},\frac{7}{9},\frac{3}{7}$ obtenga la cara que representa la mayor cantidad con relación a la misma unidad (unidad 1). Cada jugador en su turno voltea una tarjeta del paquete y observa si sale tarjeta modelo o reto:	**Momento 1: Construyendo la torre** Para iniciar este momento se pide a los participantes que a cada color le asignen un valor de 1 a 6. Luego, en orden y de a uno lanzarán el dado de colores, este indicará cuantas fichas y de qué color deben ponerlas para ir armando la torre en formación cruzada, por niveles de 3 bloques juntos hasta conformar una torre de 16 niveles de altura. El valor que obtenga lo debe indicar en fracción en el tablero y considerar la unidad dada, (en el momento 1 es 8), la fracción debe llevar el signo + si las fichas que tiene le alcanzan para poner el valor que le sale, de lo contrario, si no alcanzan las fichas de dicho color, debe poner el signo -. Al finalizar, realiza la suma	**Reto # 2. El problema** A cada pareja se les entrega tres problemas y deben construir en trabajo colaborativo mínimo dos soluciones diferentes y presentarlas a sus compañeros de manera clara y comprensible. Para pintar 2 paredes de la casa de Samuel se emplearon 4 galones de pintura, ¿Cuántos galones de pintura se necesitarán para pintar 8 paredes de la misma casa y con el mismo tamaño? Sami va a realizar un plano de su habitación y necesita tomar una decisión sobre las dimensiones que hará en el papel en relación con las dimensiones reales, para ello, decide representar cada 20cm de la longitud real con 1cm en el dibujo. Si su habitación es cuadrada y tiene 500cm de lado ¿cuánto deberá medir el área del plano que va a dibujar?

	Si es tarjeta modelo debe observar la forma en la que están colocados los cuadrados, contarlos y sacar de sus 50 fichas tantas como le indique el modelo, y replicarlo en el tablero. Y si es tarjeta reto, el jugador debe dar respuesta a la pregunta para poder tomar otra ficha y cubrir área el del tablero. Los retos son: ¿Con cuántas fichas cuadradas se puede cubrir una cuarta parte del área del tablero? ¿Qué parte del área del tablero llevas cubierta? Expresa la razón entre el número de fichas amarillas y el número de fichas azules dispuestas en el tablero. De los modelos que han replicado en el tablero, ¿Cuáles representan fracciones del área del tablero que sean equivalentes? Representa con fracciones la suma de las cantidades de área que se han cubierto a partir de los modelos. Selecciona uno de los modelos representados, e indica que parte del área del tablero cubre al utilizar las fichas. ¿Qué parte representa cada ficha cuadrada del área que está cubierta con tus fichas? También se dispone de dos bonos entre las 69 tarjetas. Quien lo saque podrá utilizarlo en caso de emergencia y consistirá en (preguntar a una pareja amiga o pista de la profe) sobre algún reto del juego.	respectiva e identifica quién tiene más puntos. La torre cada vez estará más alta, pueden poner las fichas y hacer uso de las dos manos y pueden ubicarlas como deseen, para complicar la torre al otro participante. Al finalizar la torre o al caerse, ganará quien al sumar y/o restar todas las fracciones escritas, obtenga un mayor valor. **Momento 2: Destruyendo la torre** En este caso la torre se encuentra armada y los participantes deben sacar las fichas con base en unas indicaciones, sin destruirla y con una sola mano. Para iniciar el momento 2, la unidad será 48, pero ira variando durante el juego y se utilizarán los dados 2 y 3. Cada participante debe lanzar uno de los dados con fracciones y dependiendo de la fracción que obtenga, dejará el registro en el tablero y sacará fichas de la torre que se construyó. El juego se acaba cuando la torre se cae y el perdedor es quien hace que se caiga.	Rafael es un constructor y está preparando la mezcla con la que va a construir la fachada de su casa. Para preparar la mezcla usa dos kilogramos de cemento por cada tres kilogramos de arena. Si Rafael preparó 70 kilogramos de mezcla ¿cuántos kilogramos de cemento uso. (MEN, Todos a aprender,Actividad diagnóstica)  **Reto # 3. Las distancias** A cada pareja se le entrega un plano en cartulina como el que se observa en la imagen. En él están ubicados tres pueblos: Morro Viejo (A), Paso Ancho (B) y Crespo de Ángel (C), simbolizados con las letras A, B, y C, los cuales están cercanos a un río representado con color azul. En la imagen también se observa que el dibujo presenta 1cm por cada 400000cm de la distancia real. Se les pide a los estudiantes que midan sobre el plano las distancias entre los pueblos AB, BC y AC y tengan en cuenta la escala que el plano representa con relación a las medidas reales de longitud, para que calculen las distancias reales entre los pueblos, en el menor tiempo y encontrar una relación entre lo real y el plano dado, respectivamente. **Reto # 4. Midiendo** En este reto, cada pareja debe medir las longitudes de los lados de un celular y dibujarlo con las medidas exactas sobre media hoja de papel tamaño carta. Luego se cambia el tamaño al papel, mitad de la media hoja y luego la hoja completa. Allí deben representarlo y construir relación entre las longitudes de cada lado del celular y el tamaño del papel. Deben organizar la información en relación con las medidas obtenidas en una tabla y responder. ¿Qué proceso realizaron para dibujar el celular en un papel más pequeño? ¿En un papel más grande?

	El juego finaliza cuando termina el paquete de tarjetas que han sido tomadas por turnos o cuando se completa el área de todo el tablero y el ganador es quien haya cubierto la mayor parte de área del tablero.		¿Las medidas de los lados del celular se conservaron? Y si no es así ¿En qué cambiaron? ¿Cómo puedes relacionar las medidas originales del celular con las medidas del celular que se redujo en el papel? ¿Con las medidas del que se amplió? ¿Qué pasa con las medidas del perímetro del celular al modificar sus longitudes?

4. Análisis y resultados

Para Hernández et al. (2014) los propósitos centrales del análisis son explorar los datos, imponerles una estructura, describir las experiencias de los participantes, descubrir los conceptos, categorías, temas y patrones presentes en los datos, comprender en profundidad el contexto que los rodea, reconstruir hechos e historias, vincular los resultados con el conocimiento disponible y generar una teoría fundamentada en dichos hallazgos y análisis.

En la presente investigación se realizaron transcripciones de cada una de las sesiones para identificar acciones y elementos importantes con relación al objetivo y la vinculación de los resultados con el marco teórico.

Para generar las categorías previas de análisis se hizo revisión de todos los datos y se obtuvo un panorama general, organizándolos bajo los siguientes criterios: cronológico (considerando las fechas y tiempos en los que se obtuvo la información), tipo de datos (primero se transcribieron las grabaciones, entrevistas, observaciones y documentos que producían los estudiantes, luego se organizaron las fotografías) y tema (iniciando con la construcción de unas rejillas por cada juego, luego se resaltaron aspectos relativos a las fracciones, actitudes, interacciones y sentimientos). Los criterios se muestran en la siguiente imagen (figura 20).

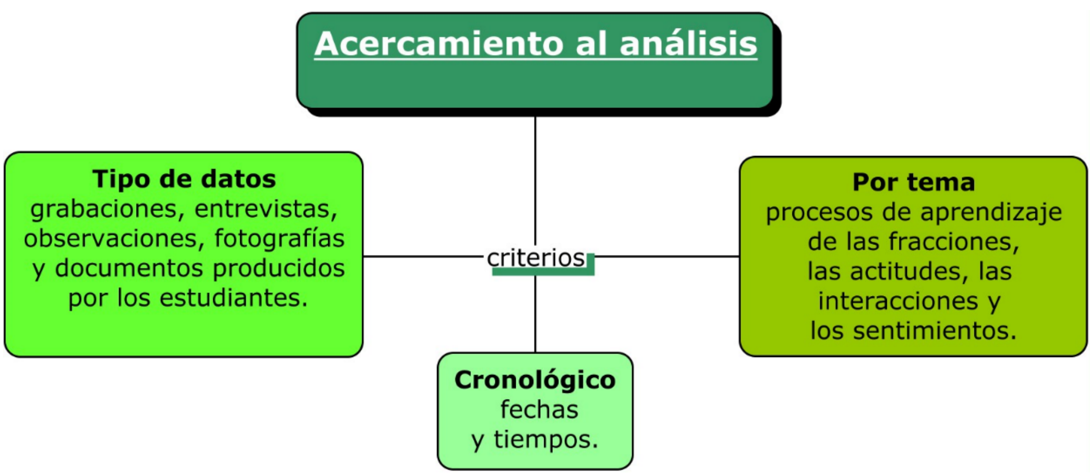


Figura 20: Criterios de análisis. Elaboración propia.

A partir de estas acciones surgieron algunas interpretaciones iniciales centrando la atención en el problema, el marco teórico, la pregunta y el objetivo de la investigación. Se retomaron los diarios, las entrevistas, las encuestas y los materiales escritos por los estudiantes; con diferentes colores se resaltaron como unidades de análisis los elementos relacionados con: la relación entre el aprendizaje colaborativo y la teoría histórico-cultural (color azul); el juego como mediador para el aprendizaje (color verde); y elementos relativos al aprendizaje de fracciones (color amarillo).

Con base en aspectos repetitivos y relevantes que evidenciaron actuaciones, percepciones y reflexiones de los estudiantes, se percibieron relaciones con el marco teórico hasta llegar al descubrimiento de las categorías.

Como ejemplo, se presenta la tabla 5 donde se organizaron las respuestas dadas por los estudiantes luego de construir, jugar y socializar el JUEGO 1.

Tabla 5: *Acercamiento al análisis. Elaboración propia*

Colaborativo- Histórico-cultural

Juego como mediador

Aprendizajes relacionados con fracciones

CONCLUSIONES JUEGO 1.	**¿Cómo les pareció el juego?:**	**¿Creen que sirve para aprender fracciones?**	**¿Qué aprendiste?**
ESTUDIANTE 1	Muy bueno, porque la verdad uno jugando aprende más fácil, porque es más lúdico, fue muy divertido, me gustó mucho la manera en que lo hizo.	Sí, claro que, si sirve, ya que, las fracciones de forma física pues, cuando uno hace las fracciones aprende más, pues si usted empieza a hacer se nota o se evidencia más, y para la familia también, mi tía entendería súper fácil ya que solo tiene que ocupar el espacio, entonces ella podría entender as fácil y se podría divertir	Que en realidad las fracciones son muy fáciles cuando se pueden representar y saber cuál es mayor y cuál es menor es más sencillo aun ya que solo tenemos que pensar cuantos cuadritos hay que representar
ESTUDIANTE 2	Un juego muy entretenido, aprendí mucho	Si, de hecho, de una forma muy lúdica y divertida incluso se puede jugar en familia.	Aprendí a usar las fracciones de formas muy lúdicas y aprendí que las fracciones son sencillas de manejar y no hay que tenerles pereza
ESTUDIANTE 3	Me gustó mucho el juego porque es muy didáctico y activo a la hora de hacer los retos.	Esta es una manera de aprender fracciones muy divertido y aplicado a la vida diaria, sencillo y fácil. Hay diferentes métodos de aprendizajes, pero este es uno muy bacana y no aburridor.	Me dejo el tema de las fracciones equivalentes y no equivalentes muy claro ya que hay muchas maneras de aplicarlo en la vida actual.
ESTUDIANTE 4	Me pareció súper bueno porque es una forma diferente de aprender	Si sirve para aprender porque usted lo tiene físico y podemos enseñarle a las personas a aprender fracciones a estar unido con los demás tiene muchas sorpresas y lo pone a pensar lo pone a recordar cosas que ya aprendimos.	Aprendí a calcular bien el área y a hacer figuras con medidas exactas a rellenar un espacio jugando con fracciones.
ESTUDIANTE 5	El juego me pareció muy divertido y sobre todo muy entretenedor, siento que es un juego que se podría jugar en todo momento ya que lo podemos jugar con amigos, familia y cualquier persona, debido a que trae un gran aprendizaje por detrás, el juego me pareció súper eficiente y lo bueno de él es que hace que pensemos es como ganar y como ubicar cada ficha.	Si por que por medio de las fichitas y el tablero podemos hacer demasiadas fracciones que nos pueden servir en nuestra vida cotidiana, este juego hace que podamos aprender demasiadas fracciones tanto equivalentes, unas más grandes y otras más pequeñas, además que aprendimos como diferenciarlas y como aprovecharlas al máximo.	Aprendí mucho sobre fracciones, aprendí que el trabajo en equipo hace que podamos aprender más en todos los sentidos, aprendí que no importa equivocarse sino aprender de los errores y también que siempre hay que esforzarnos para poder lograr lo que queremos y por último que aprendí a como tomar medidas tanto con fichas como con una regla.
ESTUDIANTE 6	Me gusto mucho el juego ya que es algo muy didáctico, muy divertido que podemos jugarlo en familia ya que así podemos formar fracciones equivalentes o no, y también las podemos formar como fracciones	Si ya que es una manera de muchas formas de aplicar sin tener que hacer un juego y así podemos enseñarles a las demás personas como pueden aprender y hay diferentes formas de hacerlo pero esta forma es mucho más bueno y fácil de aprender.	Lo que aprendí con este juego fue interpretar fracciones con varias fichas y representarlas en un tablero la cual era llenarlas todas pero no podía sobrar ninguna y siempre tener una técnica de juego para así poder

El ejercicio presentado en el ejemplo anterior se desarrolló con cada instrumento, luego se realizó la triangulación de la información con el marco teórico y los fundamentos del problema, a través de un análisis riguroso de los resultados del proceso de intervención durante el trabajo de campo.

4.1. Resultados

Luego de hacer una observación continua de los caminos recorridos durante todo el proceso, del progreso en el aprendizaje sobre fracciones mediado por los juegos construidos, y de la participación, las actitudes, el trabajo colaborativo y el acompañamiento familiar, se clasificaron los datos y surgieron tres categorías de análisis: Interpretaciones iniciales, En el camino, Movilización de significados.

4.1.1. Interpretaciones iniciales.

Se observaron algunos comportamientos generales de los estudiantes cuando, durante el desarrollo de una clase tradicional, se propuso resolver ejercicios o problemas que involucraran el uso de fracciones. Expresiones como: "*ya se complicó todo", "íbamos tan bien", "hasta acá llegue", "con fracciones todo es más difícil", "que pereza ya con esos números",* fueron una constante en los estudiantes y estuvieron presentes durante la construcción de los juegos en el momento 1.

Estas expresiones y actitudes se manifestaron en el aula bajo presencia de la docente y se ratificaron al realizar una encuesta a los padres de familia[4]. Se presentan algunas de las respuestas:

Docente: ¿Cuál considera que ha sido el tema que más dificultad le ha causado a su hij@ en el área de matemáticas durante este año?
P1: Los fraccionarios.
P3: Le ha dificultado operaciones que tienen esas fracciones.
P5: Los fraccionarios.
P6: Operaciones con números racionales.

Docente: ¿Cuál cree es la percepción de su hij@ frente al tema de las fracciones?
P1: Le da mucha dificultad, pero se esfuerza por hacerlo.

[4] Los padres de familia se nombran con la letra P y un número del 1 al 6.

P2: En general buena, pero hay veces se confunde y se dificulta para resolver.
P3: El tema es complicado, pero lo resuelve.
P4: Mi hijo le pone ganas al tema, porque me comenta que es muy interesante y sencillo; también porque le agrada.
P5: Se confunde con la suma, resta, multiplicaciones de fraccionarios y en qué momento debe o puede simplificar.
P6: Es un tema muy complejo porque tiene muchos signos, muchas agrupaciones y muchas operaciones, hay que tener demasiado cuidado.

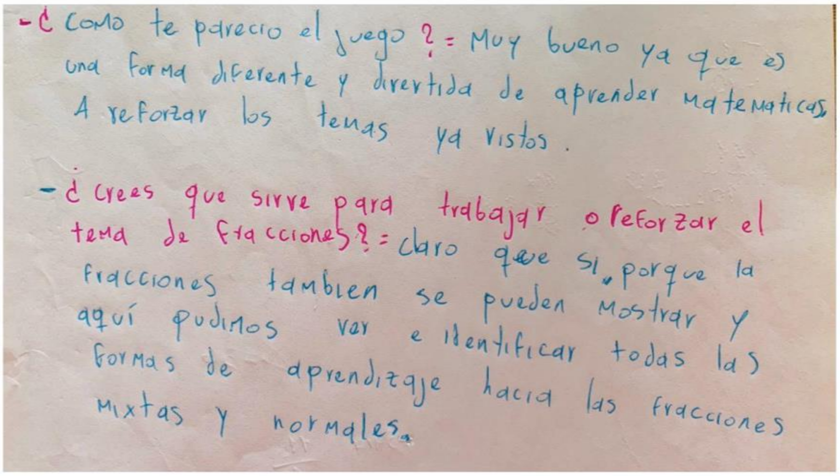
Docente: ¿Cree que su hij@ realiza operaciones y soluciona problemas con fracciones con facilidad? ¿Por qué?
P1: No tiene tanta facilidad, se le dificulta.
P2: Sí, porque tiene la capacidad de entender las operaciones sin ninguna dificultad.
P3: Lo soluciona, pero no con facilidad se enreda en el proceso.
P4: Si lo creo, porque al hacer las operaciones, talleres y tareas, él lo hace con facilidad.
P5: No. A veces confunde las leyes de signos, y simplifica en sumas y restas de fraccionarios los numeradores con denominadores de otro fraccionario.
P6: No, para él es un tema donde se debe colocar demasiado cuidado y por un error de número o un signo se saca todo el ejercicio malo.

Las anteriores expresiones demuestran que a los estudiantes se les dificulta el trabajo con las fracciones, el cual, por lo general está ligado con la solución de ejercicios algorítmicos, mas no con problemas ni con juegos; además comparten esta experiencia con los padres de familia, quienes desde su contexto y posibilidades buscan la manera de mediar el proceso con diferentes instrumentos.

En este primer ejercicio de acercamiento con los estudiantes y los padres de familia se considera que respondieron con base en sus conocimientos previos, y se pone en evidencia el poco acercamiento a las fracciones y los diferentes significados que habían tenido hasta el momento.

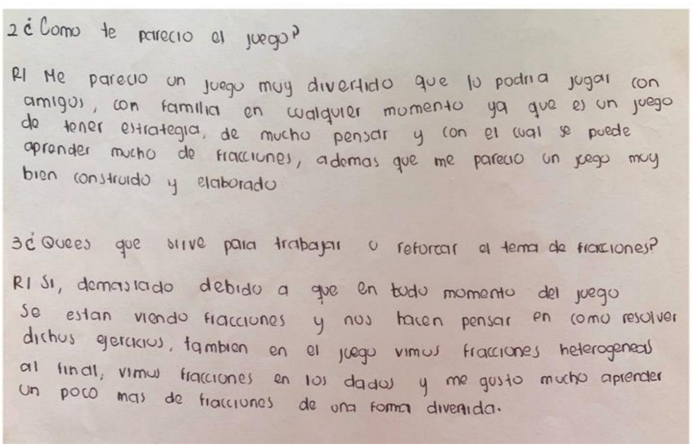
En otros momentos del trabajo de campo, las actitudes y expresiones fueron evolucionando, la utilización de los juegos hizo más fácil esquivar el rechazo de algunos estudiantes hacia las matemáticas y superar bloqueos con temáticas específicas (las fracciones). Con la implementación de los juegos en el aula se espera que la clase sea más participativa, práctica, receptiva y amena. Los juegos constituyen un material de valor excepcional para la enseñanza de la Matemática (Chamoso y Durán, 2003).

A continuación, se presenta la figura 21, donde se leen expresiones muy distintas de los estudiantes en relación con el tema de fracciones luego de finalizar el Juego 2.



- ¿Como te parecio el juego? = Muy bueno ya que es una forma diferente y divertida de aprender matematicas A reforzar los temas ya vistos.

- ¿Crees que sirve para trabajar o reforzar el tema de fracciones? = claro que si, porque la fracciones tambien se pueden mostrar y aquí pudimos ver e identificar todas las formas de aprendizaje hacia las fracciones mixtas y normales.



2 ¿Como te parecio el juego?

R/ Me parecio un juego muy divertido que lo podria jugar con amigos, con familia en cualquier momento ya que es un juego de tener estrategia, de mucho pensar y con el cual se puede aprender mucho de fracciones, ademas que me parecio un juego muy bien construido y elaborado

3 ¿Crees que sirve para trabajar o reforzar el tema de fracciones?

R/ Si, demasiado debido a que en todo momento del juego se estan viendo fracciones y nos hacen pensar en como resolver dichos ejercicios, tambien en el juego vimos fracciones heterogeneas al final, vimos fracciones en los dados y me gusto mucho aprender un poco mas de fracciones de una forma divertida.

Figura 21: Foto de respuestas a preguntas realizadas al finalizar el Juego 2.

Por otra parte, en las descripciones del fenómeno y experiencias compartidas que escribí en el diario de un encuentro, como investigadora, manifesté lo siguiente:

JUEGO 2 FECHA: *MARTES 5 DE OCTUBRE DEL 2019*
HORA INICIO*: 8.30 AM* ***HORA FINAL****: 10.30 AM*
LUGAR: *AULA 170. Institución Educativa la Paz.*
"Hoy los jóvenes llegaron muy puntuales y con muy buena actitud al encuentro, con ganas de aprender y participar, después de un saludo, se les explicó que este instrumento estaría organizado en tres momentos…"
"…La aplicación de este instrumento llegó con risas, angustias, trabajo en equipo, solución de operaciones con fracciones, razonamiento lógico, competencia y mucha creatividad…"

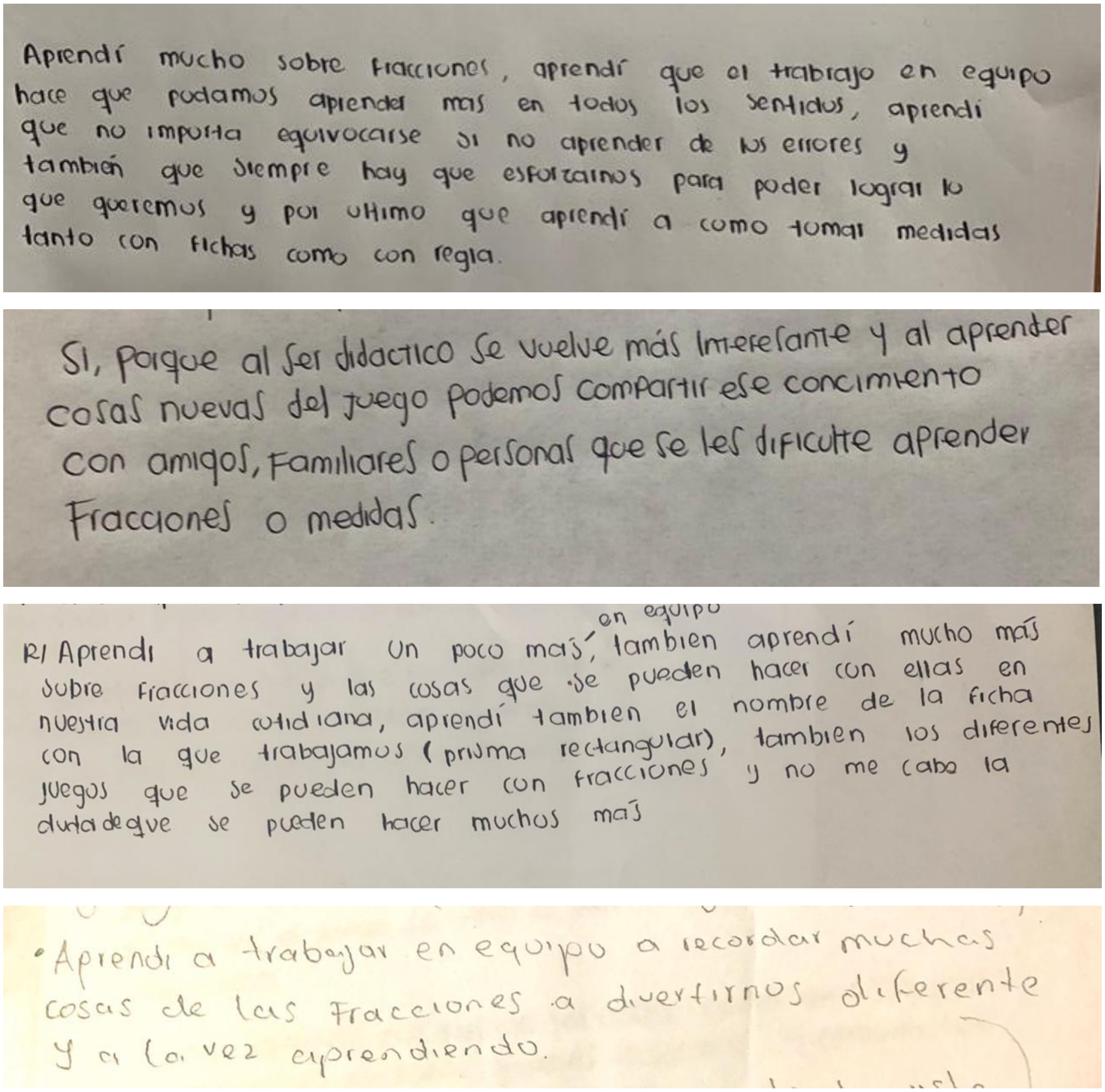
El fragmento evidencia que la construcción y la aplicación de los juegos permitió transformar algunas actitudes en los estudiantes y que el papel del maestro también se modificó para permitir avances en los procesos de aprendizaje. Al respecto, Chamoso, et al. (2004) afirman que cuando se implementan juegos en el aula para enseñar matemáticas:

> El profesor abandona su papel de autoridad, que proporciona información, para ser alguien que facilita el aprendizaje. Se le pide que estimule a los alumnos y alimente su curiosidad, fomente la interacción entre los mismos, diversifique los medios que utiliza (materiales manipulativos, calculadoras, ordenadores...) y la forma de organizar el trabajo (pequeños grupos, actuaciones individuales, exposición ante toda la clase...). El objetivo es conseguir que los estudiantes tengan confianza en sí mismos, desarrollen su capacidad matemática y valoren esta ciencia. (p, 48)

4.1.2. En el camino.

Durante el desarrollo de esta investigación, varios elementos relacionados con el juego como mediador para el aprendizaje de las fracciones estuvieron presentes y fueron cambiando durante el camino; estos se organizaron como se muestra en la tabla 5, considerando diferentes ideas que se fueron cerrando hasta definir tres aspectos (unidades) de análisis: relación entre el aprendizaje colaborativo y la teoría histórico-cultural, el juego como mediador para el aprendizaje y algunos elementos relativos al aprendizaje de fracciones.

Al analizar el primer aspecto, ***relación entre el aprendizaje colaborativo y la teoría histórico-cultural***, desde algunas de las expresiones y respuestas dadas por los estudiantes cuando finalizaron los juegos, se puede afirmar que es cierto que las interacciones sociales y el aporte dos o más individuos que trabajan en función de una meta común tiene como resultado un producto más enriquecido y acabado que la propuesta de uno sólo. La motivación surge de las interacciones, negociaciones y diálogos que dan origen al nuevo conocimiento (Correa, 2003). Las siguientes expresiones se obtuvieron en entrevistas realizadas al finalizar los juegos y afirman esta idea.


Aprendí mucho sobre fracciones, aprendí que el trabajo en equipo hace que podamos aprender mas en todos los sentidos, aprendi que no importa equivocarse si no aprender de los errores y también que siempre hay que esforzarnos para poder lograr lo que queremos y por ultimo que aprendí a como tomar medidas tanto con fichas como con regla.

Si, porque al ser didactico se vuelve más interesante y al aprender cosas nuevas del juego podemos compartir ese concimiento con amigos, familiares o personas que se les dificulte aprender fracciones o medidas.

R/ Aprendi a trabajar un poco más en equipo, tambien aprendí mucho más sobre fracciones y las cosas que se pueden hacer con ellas en nuestra vida cotidiana, aprendí tambien el nombre de la ficha con la que trabajamos (prisma rectangular), tambien los diferentes juegos que se pueden hacer con fracciones y no me cabo la duda de que se pueden hacer muchos más

• Aprendi a trabajar en equipo a recordar muchas cosas de las fracciones a divertirnos diferente y a la vez aprendiendo.

Figura 22: Fotos de respuestas a preguntas realizadas al finalizar los juegos.

Además, algunas expresiones se representan en la figura 23 y permiten ver cómo la actividad, que para esta investigación es el momento de juego, tiene carácter social, pues en ella está presente el vínculo con el otro, aunque no esté físicamente presente. Por ejemplo, cuando juegan para aprender sobre fracciones se acciona un equipo y se establece una relación entre los jugadores; desde el enfoque histórico-cultural, se da un vínculo con toda la cultura que lo antecede, originada por miles de personas. La construcción del conocimiento no existe fuera de las relaciones sociales.

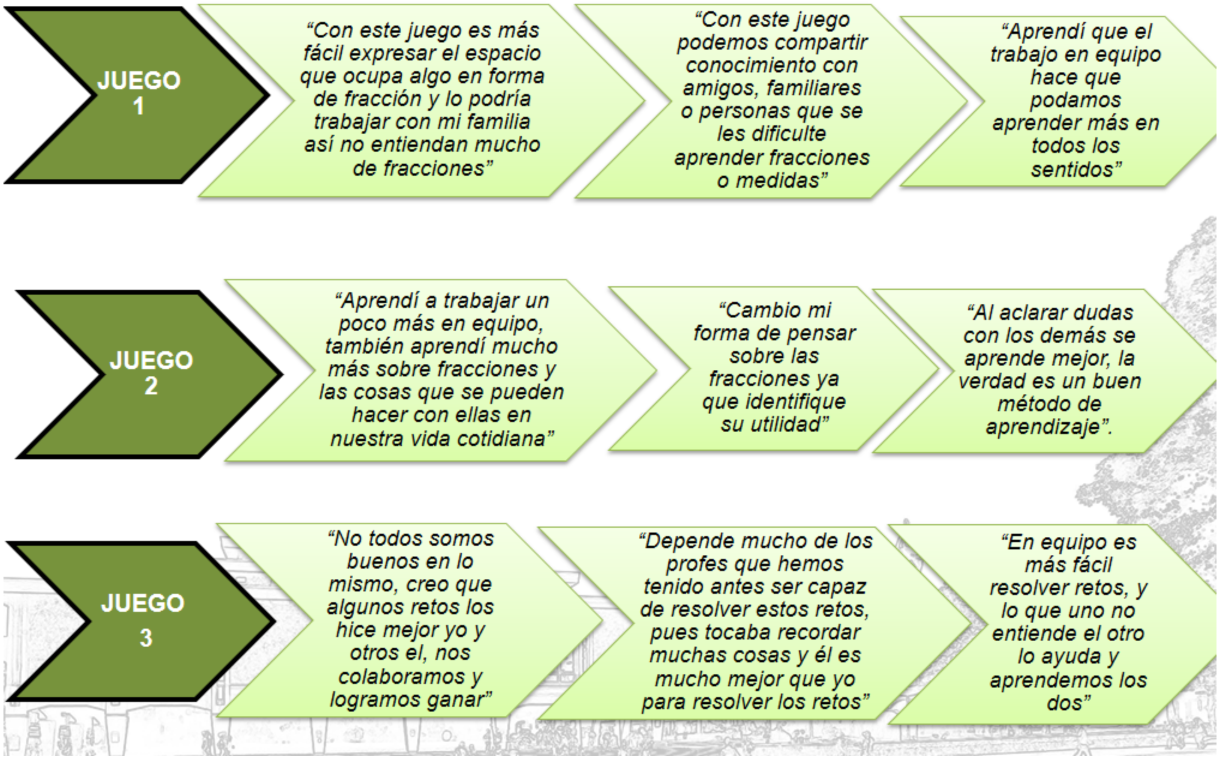


Figura 23: Expresiones de los estudiantes durante el trabajo de campo.

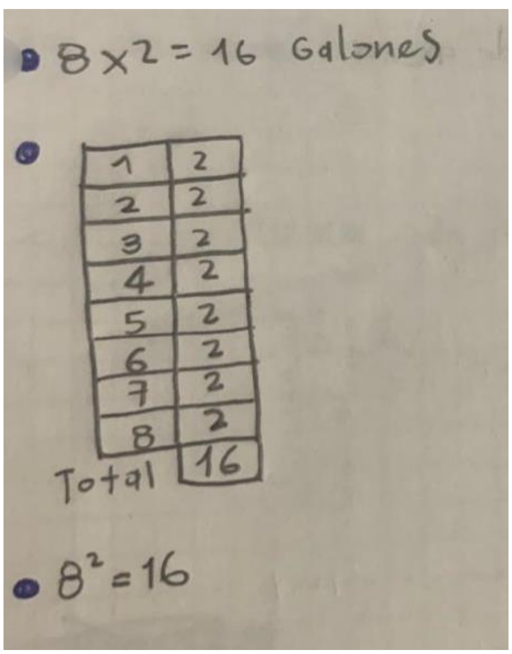
Ese vínculo con la cultura permite retomar la idea del juego como actividad de carácter universal que ha estado presente a través de la historia y ha permitido que se generen grandes teorías y conceptos como la lúdica intelectual de Leibniz, el juego matemático Viaje por el mundo de Hamilton, o el problema de la braquistócrona, realizado por Bernoulli, que fue un juego (reto) para los mejores matemáticos de la época; la unión de varias ideas y el trabajo colaborativo han permitido dejar huella.

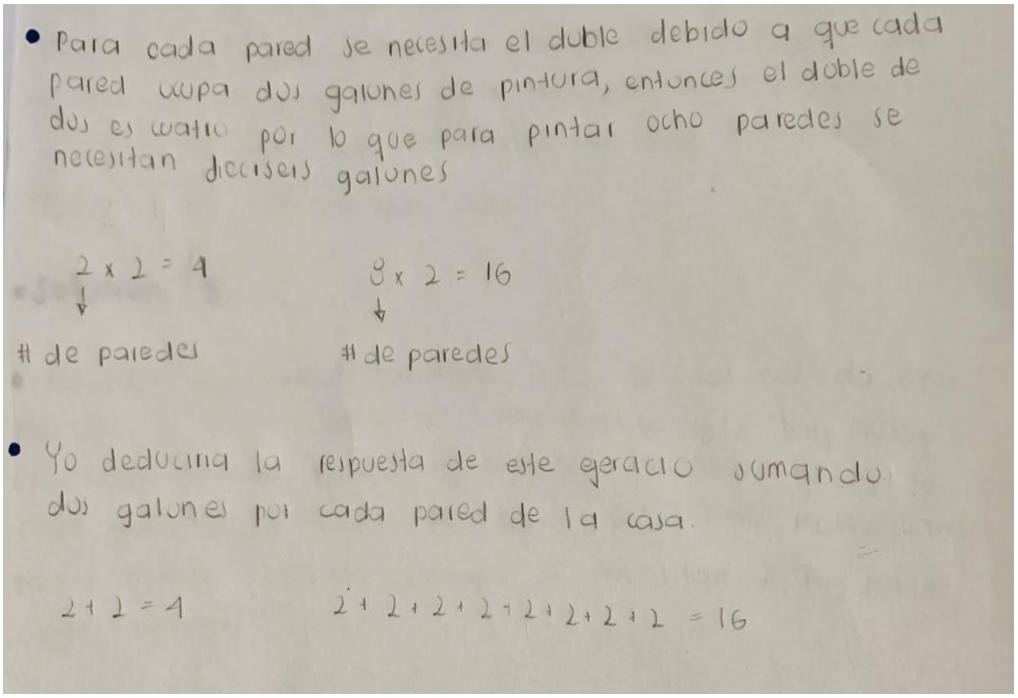
Para Vygotsky (1966), lo que las personas puedan hacer con ayuda de otros resulta más significativo para su desarrollo que si lo que pueden hacer por sí solas. De esta manera, se considera que el aprendizaje estimula y activa una variedad de procesos mentales que afloran en el marco de la interacción con otras personas, interacción que ocurre en diversos contextos y es siempre mediada por el lenguaje (Rivero, 2018).

Al revisar el segundo aspecto, ***el juego como mediador para el aprendizaje***, se observan cambios con relación a las actitudes de los estudiantes cuando se modifica la forma de trabajar el tema de las fracciones. Se identificaron aprendizajes al utilizar el juego como mediador.

El juego permitió una mayor participación de los estudiantes en la construcción del conocimiento al posibilitar que interactuaran más entre compañeros, que desarrollaran y fortalecieran habilidades para encontrar diferentes soluciones a un mismo problema. En relación con Ferrero (1991), los juegos permitieron que los estudiantes aprendieran a dar los primeros pasos en el desarrollo de técnicas intelectuales, ayudaron a desarrollar hábitos y actitudes positivas frente al trabajo en clase; “el juego en el aula desempeña una función instrumental, tiene un alto valor como recurso didáctico, es un medio que hace más fácil la enseñanza” (p.12).

Cuando se les propuso el siguiente problema en el reto 2 del juego 3, se observaron diferentes soluciones para un mismo problema, lo cual está en relación con la idea anterior: Para pintar 2 paredes de la casa de Samuel se emplearon 4 galones de pintura, ¿Cuántos galones de pintura se necesitarán para pintar 8 paredes de la misma casa?





- Para cada pared se necesita el doble debido a que cada pared ocupa dos galones de pintura, entonces el doble de dos es cuatro por lo que para pintar ocho paredes se necesitan dieciseis galones

$2 \times 2 = 4$ → # de paredes

$8 \times 2 = 16$ → # de paredes

- Yo deducina la respuesta de este ejercicio sumando dos galones por cada pared de la casa.

$2 + 2 = 4$

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$

Figura 24: Fotos de la solución de un problema que pertenece al reto 2 del juego 3.

Es importante mencionar que el Juego 3 es una agrupación de retos que activó la participación de los estudiantes, los puso a pensar, los impulsó a construir diferentes respuestas en torno a una misma situación, los llevo a buscar ayuda de sus compañeros, les permitió equivocarse y aprender de los errores.

Dichos aspectos están en sincronía con el planteamiento de Fernández, Moreno, Martínez y Freire (2014) cuando expresan que:

Los juegos proporcionan un entorno altamente interactivo y seguro en el que el jugador tiene que tener la iniciativa para explorar, poder cometer errores y aprender de ellos para finalmente lograr una mayor experiencia que le permita lograr su objetivo. (p.7)

En las figuras 25 y 26 se observan algunas expresiones de los estudiantes cuando se finalizó el proceso de la implementación de los juegos; estas expresiones ratifican la idea de que jugando se puede lograr la adquisición de aprendizajes y a su vez confirman que “hay buenas razones culturales, matemáticas, educacionales y sociopsicológicas para incluir los juegos y el juego en la educación matemática de los niños de hoy en día” (Bishop, 1998, p.28).

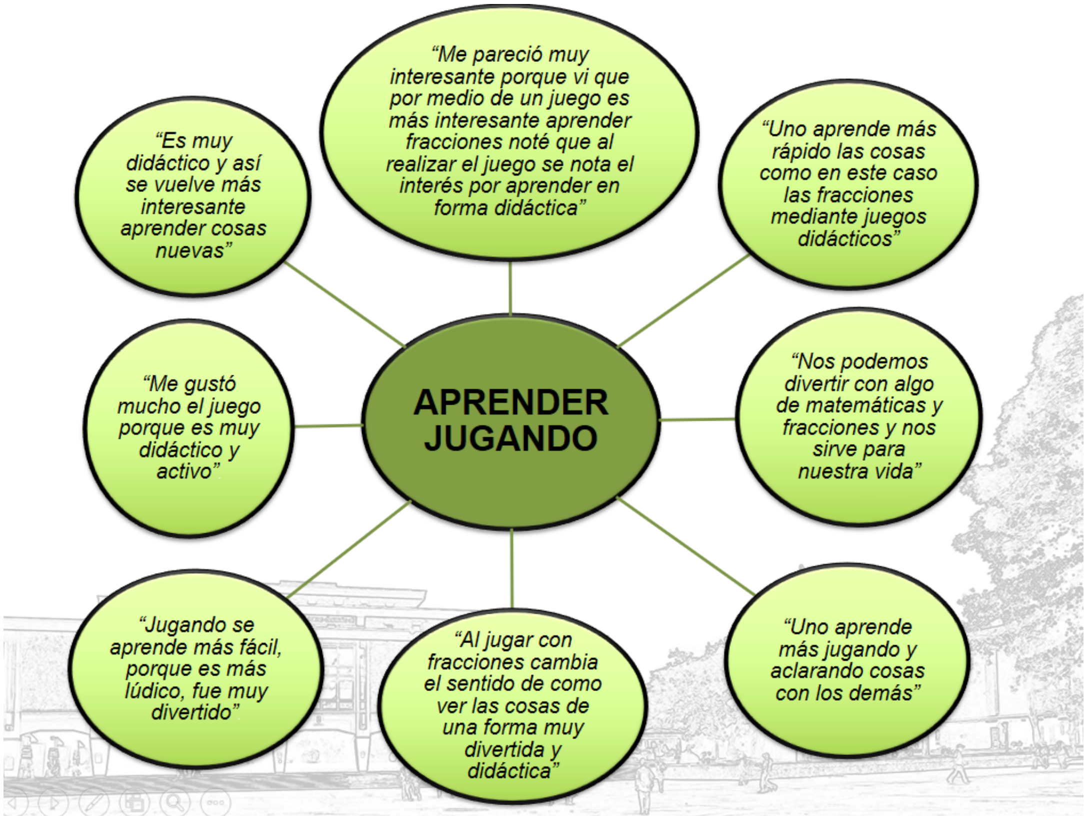


Figura 25: Expresiones de los estudiantes al finalizar el trabajo de campo.

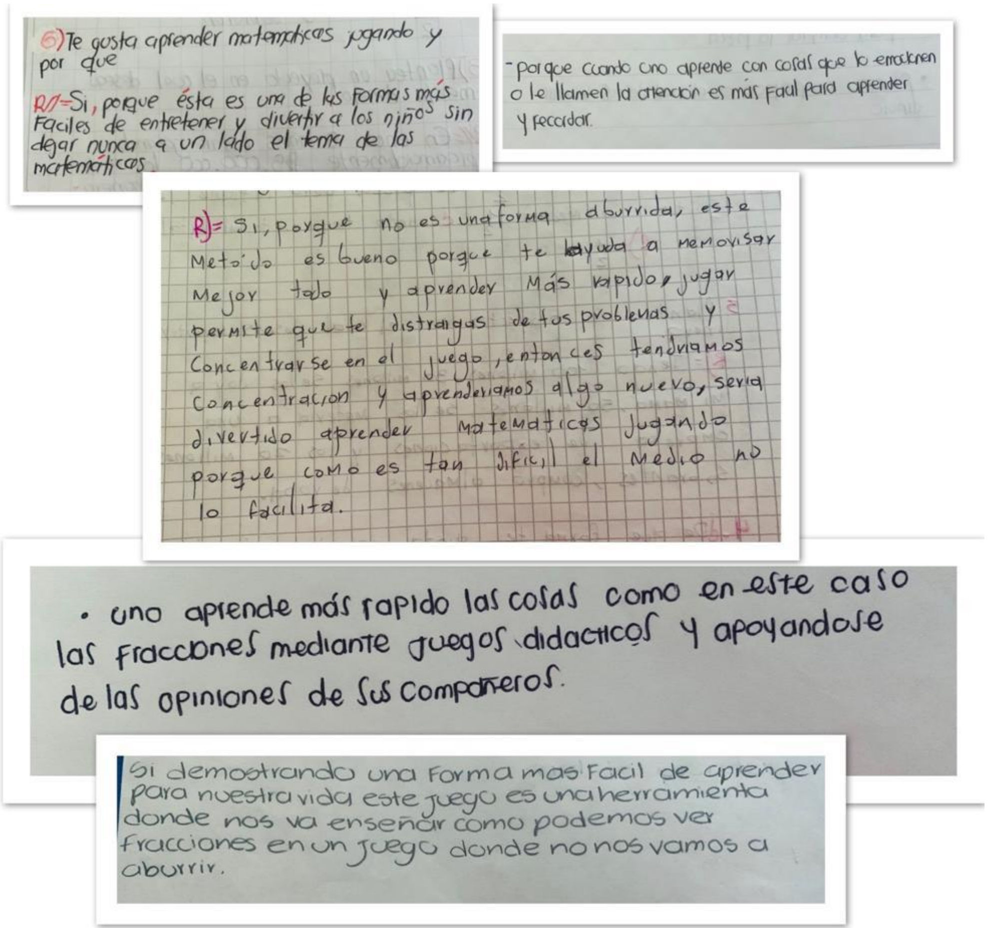


Figura 26: Expresiones de los estudiantes al finalizar el trabajo de campo.

También se ratifica la idea de Ferrero (1991): "Hay tres aspectos que por sí solos justifican sobradamente la incorporación de juego en las aulas; éstos son: el carácter lúdico, el desarrollo de técnicas intelectuales y el fomento de relaciones sociales" (p.12). En los juegos estuvieron presentes estos aspectos. El carácter lúdico se visualiza en que los juegos no fueron un conjunto de actividades sin orden, por el contrario, siempre estuvieron orientados a la consecución de un objetivo educativo y sacaron a flote la personalidad creativa de los estudiantes, se divirtieron, compartieron y aprendieron en todo momento; los juegos permitieron el desarrollo de técnicas intelectuales, ya que estimularon la imaginación y el pensamiento crítico; y por último, los juegos permitieron el fomento de relaciones sociales al estimular diferentes cualidades personales y sociales, entre ellas, la comunicación, el trabajo colaborativo, el reconocimiento de habilidades entre compañeros, entre otras.

En referencia al último aspecto, ***algunos elementos relativos al aprendizaje de fracciones,*** durante los tres momentos del trabajo de campo, los estudiantes realizaron constantemente cambios en términos, expresiones al referirse a las fracciones y procesos para resolver diferentes situaciones donde se invocaban las fracciones. Estas acciones van de la mano con el enfoque histórico cultural, en el cual se plantea que los estudiantes no reciben los contenidos de una manera totalmente acabada, como verdades absolutas, sino que ellos mismos, mediante su actividad, participan en el descubrimiento de la esencia de los fenómenos y se apropian de las invariantes que les permiten la aplicación generalizada de sus conocimientos a fenómenos de diversas características (Rivero, 2018).

En las siguientes figuras se observa cómo los estudiantes utilizan las fracciones para hacer construcciones aumentadas o disminuidas por medio de las relaciones entre los lados; también se leen algunas de sus conclusiones al respecto. Estas imágenes corresponden al Reto # 4 del Juego 3: cada pareja debía medir las longitudes de los lados de un celular al calcarlo sobre media hoja de papel tamaño carta, luego se fue cambiando el tamaño al papel, mitad de la media hoja y luego la hoja completa. Debían representarlo buscando construir una relación entre las longitudes de cada lado del celular, en el dibujo, y el tamaño del papel.

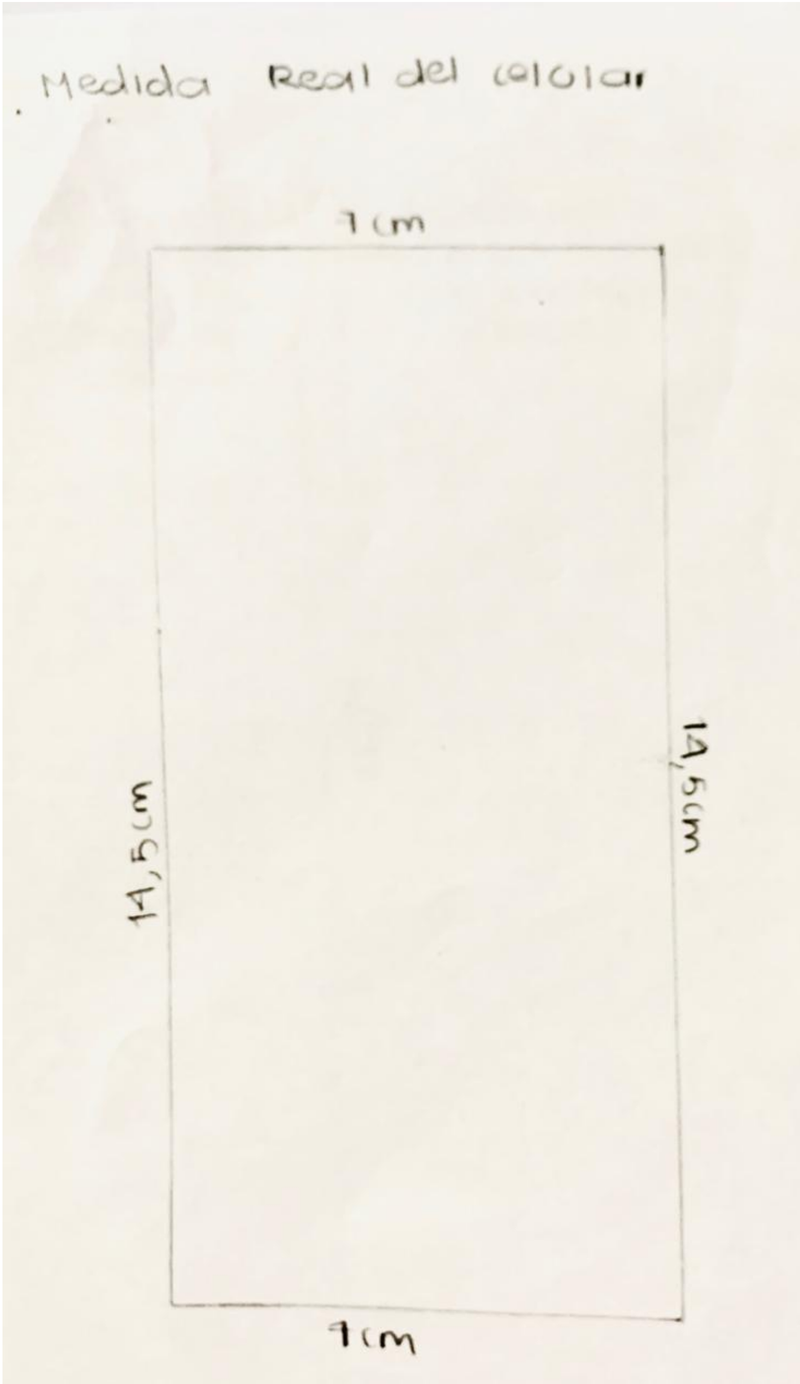
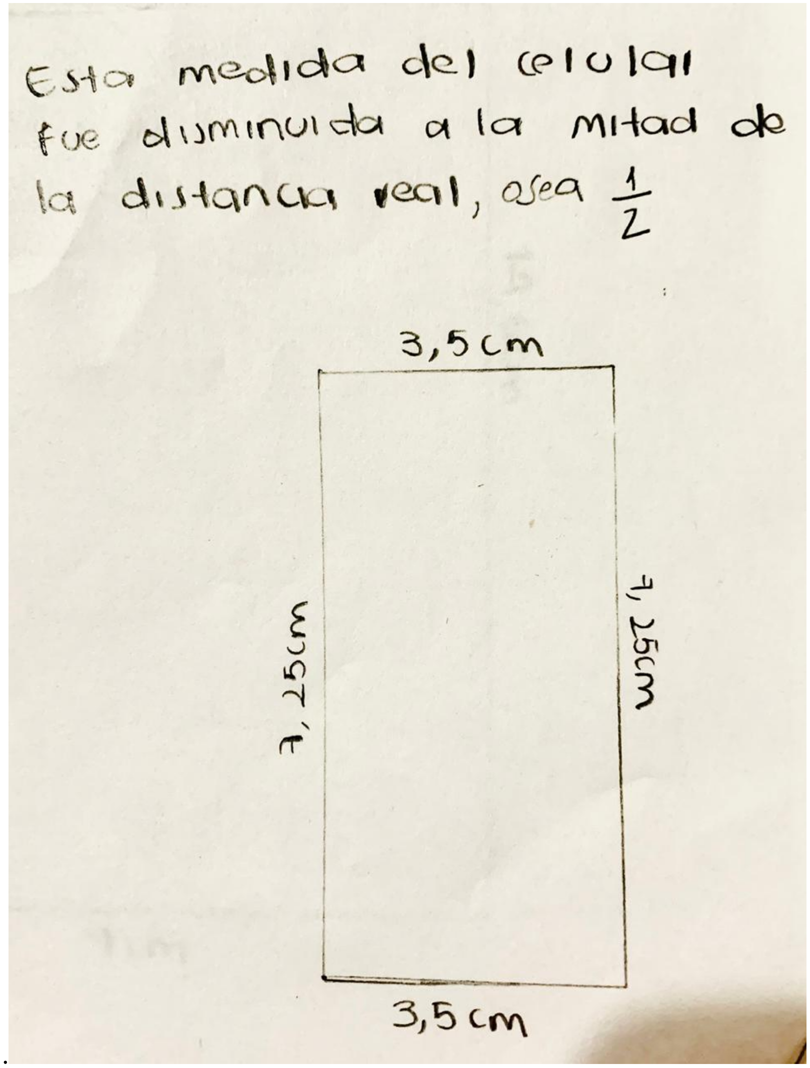


Figura 27: Foto del trazo de un celular en medida real.



.

Figura 28: Foto del trazo de un celular disminuyendo las longitudes de sus lados a la mitad.

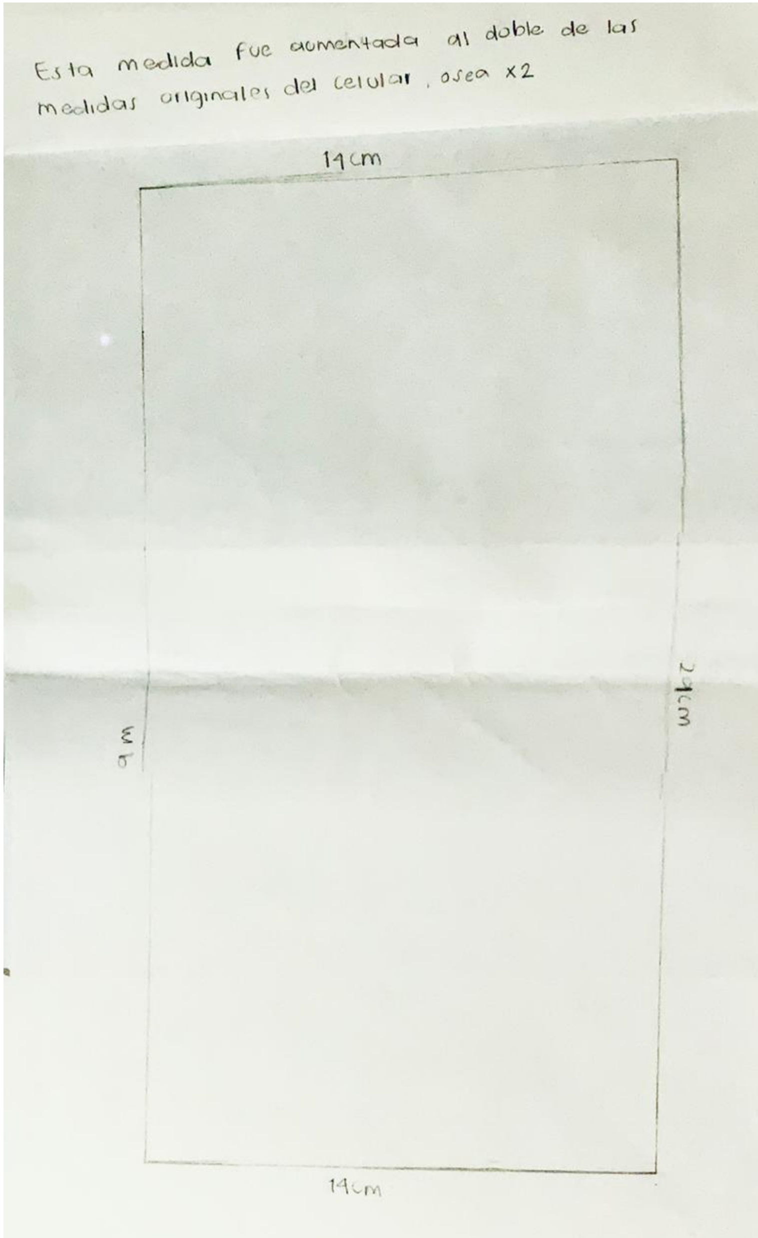


Figura 29: Foto del trazo de un celular ampliando las longitudes de sus lados al doble.

Longitud real de los lados del celular	Longitud de los lados del celular disminuida	Longitud de los lados del celular aumentada	Relación entre la longitud real del celular y las longitudes disminuidas	Relación entre la longitud real del celular y las longitudes aumentadas
LADO				
1: 14.5	7.25	29	$\frac{14,5}{7,25} = 2$	$\frac{14,5}{29} = 0,5$
2: 7	3.5	14	$\frac{7}{3,5} = 2$	$\frac{7}{14} = 0,5$
3: 14.5	7,25	29	$\frac{14,5}{7,25} = 2$	$\frac{14,5}{29} = 0,5$
4: 7	3.5	14.	$\frac{7}{3,5} = 2$	$\frac{7}{14} = 0,5$

Figura 30: Foto de la tabla que completaron los estudiantes con base en las longitudes tomadas en el reto 4 del juego3.

2. Analizamos al realizar las medidas que se puede proyectar diferentes medidas a la original

- La fraccion no solo se utiliza para Procesos Matematicos, si no tambien expresar las longitudes, Periodos. Etc.

3. Con las fracciones podemos hacer ampliaciones de diferentes conceptos para así tener resultados distinto y podemos hacerlos tambien con datos reducidos.

Figura 31: Expresiones de los estudiantes al finalizar el trabajo de campo.

En las imágenes se observa cómo los estudiantes asociaron la reducción de las medidas de las longitudes reales del celular con la división por $\frac{1}{2}$, y cómo generaron unas constantes al establecer relaciones entre las longitudes dibujadas.

En cada uno de los juegos se observó un acercamiento particular al tema de las fracciones, con base en el objetivo de cada uno de ellos. Por ejemplo, en el Juego 1, “Tetris Fraccionario Extremo”, los estudiantes comenzaron a referirse a las fracciones cuando expresaron que debían tapar una porción de algo y las relacionaron con un “todo” que es el tablero y “una parte” que correspondía a las fichas que usaron para tapar; en el Juego 2, “Jengaticas”, apareció este concepto cuando se pidió encontrar la fracción de un número, y la asociaron con operaciones (particularmente con divisiones); en el juego 3, “Retosfrac”, expresaron que se generaba una fracción cuando relacionaron dos números (al hablar del perímetro y el lado de una figura, o al comparar longitudes que aumentaron y disminuyeron).

Figura 32: Fotos de algunos momentos transcurridos durante los juegos realizados en el trabajo de campo.

A continuación, se presentan unas imágenes asociadas a cada juego. En ellas se pueden leer algunas de las palabras expresadas por los estudiantes para hacer alusión a las fracciones. Se identifican diferentes significados que se le atribuyen a este concepto, de acuerdo con el contexto del problema que se les plantea.

Figura 33: Palabras asociadas con las fracciones en el JUEGO 1.

Figura 34: Palabras asociadas con las fracciones en el JUEGO 2.

Figura 35: Palabras asociadas con las fracciones en el JUEGO 3.

Como se evidencia, los estudiantes relacionan las fracciones con diversas acciones y, aunque esas relaciones pueden ser correctas, falta claridad en los significados que a ellas se les pueden atribuir. Según Fazio y Siegler (2011): “Las dificultades de los estudiantes con fracciones usualmente se derivan de una falta de comprensión conceptual. Muchos estudiantes ven a las fracciones como símbolos sin sentido…” (p.7).

Con base en el propósito de cada uno de los juegos, los estudiantes modificaban el significado que comprendían de fracciones y realizaban asociaciones con su contexto y cultura, presentando un avance significativo en su aprendizaje. De este modo, se puede afirmar que los estudiantes adquieren mayor capacidad para resolver problemas de fracciones cuando estos problemas son presentados en contextos significativos del mundo real o de una manera que los motive. “Proporcionar un contexto del mundo real anima a los niños a utilizar su intuición en estrategias para la resolución de problemas, en lugar de confiar en procedimientos memorizados” (Fazio y Siegler,2011,p.18).

4.1.3. Movilización de significados.

Desde que inició la investigación, el objetivo de analizar el juego como mediador para el aprendizaje de fracciones tuvo una carga conceptual existente detrás de ellas. Como se presentó en el marco teórico, a las fracciones se les atribuyen diferentes significados con base en el contexto en el que se utilizan y estos significados sufren un proceso de transformación, puesto que evolucionan y se desarrollan de acuerdo con la capacidad que los estudiantes tengan para negociar y contribuir a su transformación.

Por tanto, en el desarrollo del trabajo de campo, los estudiantes realizaron varios acercamientos con algunos significados de las fracciones por medio de los juegos construidos, y permitieron evidenciar un avance significativo en su aprendizaje; es decir los significados frente al concepto de fracción se fueron movilizando como se muestra a continuación.

En el Juego 1, el concepto de fracción aparece cuando se debe medir algo muy pequeño con una unidad de medida mucho más grande. La fracción se entendió como la razón entre una parte (fichas) y un todo (el tablero), y los estudiantes expresaron su representación como la civilización griega la presentó en algún momento, de la forma $\frac{m}{n}$; es decir, ellos decían y escribían cosas como: *"profe esa ficha representa* $\frac{5}{64}$ *del total del tablero"*.

Además, los estudiantes reconocieron en teste juego la fracción de la misma forma en que fue asumida en la teoría de esta investigación: "La fracción es una forma de expresar simbólicamente la razón entre dos cantidades, y la razón, más que ser una cantidad numérica es un relator o un operador entre las dos cantidades que la definen" (Obando, 2015, p. 262).

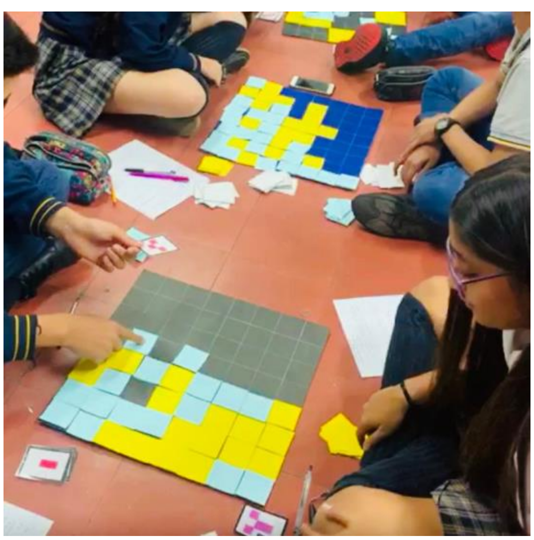


Figura 36: Foto tomada durante el momento de juego con "Tetris Fraccionario Extremo".

Para complementar la idea del párrafo anterior, se presenta un fragmento de una trascripción de audio del día 09 de octubre de 2019. Este fragmento evidencia el proceso de mediación en el aprendizaje de los estudiantes mientras utilizan el juego como instrumento, donde el estudiante no se considera como objeto de la acción del profesor, sino que se convierte en el organizador de su actividad cognoscitiva conjunta (acción social).

> **Profesora:** *voy para una tercera pregunta muchachos, ojo con esta, ¿Cuánto mide el área de la ficha cuadrada tomando como unidad de medida el tablero, si ya sabemos que todo el tablero se llena con 64 fichas cuadradas? ¿Cuánto mide cada cuadradito midiéndolo con el tablero grande?*
> **Estudiante 1[5]:** *¿Habría que utilizar fraccionarios?*
> **Profesora:** ¿Por qué **estudiante 1**?
> **Estudiante 1:** *porque el tablero es demasiado grande para ponerlo en el cuadrito*
> **Profesora:** *¿Entonces cuánto mediría?*
> **Estudiante 1:** *no sé, hay que dividirlo*
> **Profesora:** *¿Dividirlo? Vamos a ver, ¿y qué dividirán?*
> **Estudiante 2:** *la medida del cuadradito sobre la medida del cuadrado*
> **Estudiante 2:** *uno sobre sesenta y cuatro*
> **Profesora:** *¿Cuánto?*
> **Estudiante 1:** *uno sobre sesenta y cuatro*
> **Profesora:** *¿Por qué?*
> **Estudiante 1:** *porque el total de las fichas del área sería 64, pero para cubrir solo un cuadrito sería pues una fichita*

En el juego 2 entendieron la fracción como un operador o una división, como algo difícil de hacer y representar. Para Fandiño-Pinilla (2009), la fracción se puede entender como una operación que combina división y multiplicación. La fracción $\frac{a}{b}$ empleada como operador es el número que modifica un valor particular *n* multiplicándolo por *a* y dividiéndolo por *b*.

Este juego los invitó a repasar algunas operaciones y a reconocer las fracciones como operadores; su primer acercamiento fue en el momento de calentamiento y en el reconocimiento del material, cuando repasaron algunos ejercicios que implicaban fracciones y cuando observaron las fichas del jenga, para organizarlas por subgrupos (Figura 37)

---

[5] Los estudiantes se nombraron con números del 1 al 6.

Figura 37: Foto tomada durante el momento de juego con “Jengaticas”.

A continuación, se presentan unos fragmentos de una transcripción de audio del día 05 de noviembre de 2019. Estos fragmentos permiten leer el acercamiento que los estudiantes tuvieron a las fracciones cuando se les pidió formar subgrupos con las fichas que se les dieron.

<u>Fragmento 1.</u>

Profesora: *bueno muchachos, ya han organizado las fichas del Jenga en diferentes subgrupos ¿de cuántas formas te dio* ***estudiante 1*** *que lo podías agrupar?*
Estudiante 1: *de tres, de ocho, de cuatro y de dos… pues de tres formas, de ocho, de cuatro y de dos formas.*
Estudiante 2: *de doce*
Profesora: *¿y cuántos grupitos de doce te saldrían?*
Estudiante 2: *tres*
Profesora: *¿tres? 12, 12 y 12 ¿Cuánto te da?*
Estudiante 2: *sí, sí da*
Estudiante 1: *no da*
Estudiante 2: *no, no da, no da*
Profesora: *¿por qué?*
Estudiante 2: *porque 12 y 12 es 24 y 24 y 24 son 48, entonces son 4 grupos de a doce.*

<u>Fragmento 2.</u>

Profesora: *¿también les da 6? ¿Habrá otra forma de organizarlas? Ustedes han dicho, de dos, de cuatro, de doce y ya vieron que de seis ¿Habrá otra?*

Estudiante 3: *de diez*
Profesora: *¿de diez?*
Estudiante 4: *no, porque son 48 fichas entonces no*
Estudiante 3: *de 14*
Profesora: *organícenla de 14 a ver si les da*
Estudiante 4: *14 no*
Profesora: *¿por qué no **estudiante 4**?*
Estudiante 4: *14 por cuatro da 56*
Profesora: *¿qué pasaría ahí?*
Estudiante 4: *se sobrepasa el número de fichas*
Profesora: *¿hay alguna otra forma? ¿Qué quiere decir esas formas que ustedes encontraron? Encontraron que con 48 fichas se podía agrupar de a dos, de a cuatro, de a doce, de a seis… Se puede decir que esos números ¿qué hacen con el 48?*
Estudiante 5: *lo reparten… lo dividen*
Estudiante 4: *son los divisores*

Fragmento 3.

Profesora: *muy bien, ahora les voy a pedir a todos que me digan cuánto son dos tercios del total de las fichas.*
Estudiantes: *¿dos tercios?*
Profesora: *sí, dos tercios del total de las fichas.*
¨Murmullos… dos tercios de 48… ¿se divide o se multiplica?
Estudiante 6: *32*
Profesora: *¿por qué?*
Estudiante 6: *porque yo dividí 48 dividido 3, por dos*
Profesora: *¿48 dividido 3 cuánto te da?*
Estudiante 6: *16*
Profesora: *entonces yo hago una pregunta ¿estas fichas no se podían hacer en grupitos de a tres?*
Murmullos… ¿de tres?... sí

Fragmento 4.

Profesora: *¿cómo representaríamos los dos tercios en estas fichas? ¿Qué operación hacen ustedes para sacar los dos tercios de cuarenta y ocho?*
Estudiantes: *se divide y se multiplica, como la fracción de un número.*

Además de presentar en los fragmentos ese acercamiento que los estudiantes tuvieron a las fracciones, también se evidencia que la actividad (en este caso, el momento de análisis de material y calentamiento del Juego 2) fue de carácter colectivo y que no solo se aportó nuevo contenido a la memoria de los estudiantes, sino que se generaron cambios con la utilización del juego como un instrumento que medió esos procesos de aprendizaje. En relación con el marco teórico los estudiantes crearon nuevas formas de interacción en correspondencia con la cultura y con los instrumentos empleados en la actividad.

Por último, en el Juego 3, los estudiantes se acercaron a la fracción expresándola como una relación. Este juego tiene la particularidad de estar formado por diferentes retos. Esta perspectiva está en relación con la idea de Russo, Russo y Bragg (2018), presentada en el apartado ***uso de los juegos para el aprendizaje de las matemáticas,*** del marco teórico; para ellos, los juegos deben alinearse directamente con los objetivos matemáticos previstos y ser modificables, para adaptarlos a diferentes contextos y así, estimular el razonamiento matemático. Cada uno de los retos permitió a los estudiantes ser participantes activos en busca de unos objetivos claros, relacionados con el construir perspectivas de aprendizaje de las fracciones.

Figura 38: Foto tomada durante el momento de juego con "Retosfrac".

El siguiente fragmento es una transcripción de audio del día 24 de febrero de 2020 donde, en uno de los retos, se pide calcar en papeles de diferentes tamaños el celular. Se puede evidenciar la evolución de los estudiantes frente al aprendizaje del concepto de fracción y las relaciones que generan para definirlo. La fracción se entiende como una relación que cuantifica la medida entre dos magnitudes.

> **Profesora:** *bueno y yo les pregunto ¿cómo podríamos duplicar, triplicar o reducir a la mitad la longitud de los lados sin utilizar la regla?*
> **Estudiante 5***: pues tendríamos que darle un tamaño, pero no necesariamente en centímetros, podríamos decir que mide un dedo gordo cada lado de la figura, entonces yo digo, el lado 1 mide un dedo gordo, entonces cuando lo voy a duplicar mide dos, cuando lo voy a triplicar mide tres, cuando lo voy a disminuir mide medio dedo y así.*
> **Profesora:** *es decir ¿utilizarían cómo su cuerpo?*
> **Estudiante 5***: o alguna otra cosa, por ejemplo, podemos utilizar un borrador.*
> **Profesora:** *listo, ¿ustedes creen que existe alguna relación entre los lados del celular dibujado en los diferentes papeles? ¿Cómo plantearon esas relaciones?*
> **Estudiante 5*:*** *pues lo que hicimos es que como que lo volvimos como una fracción, pues los relacionamos, relacionamos esos lados.*
> **Profesora:** ***estudiante 6*** *¿cómo llegaron a esa relación ustedes?*
> **Estudiante 6:** *la relación es porque nosotros ya teníamos todas las respuestas de la disminución al tener la medida original del cel y dividirla por un medio, entonces necesitábamos una forma como para que se juntaran, necesitábamos si, una forma, entonces lo que hicimos fue coger el original y para poder hacer la relación podríamos hacer el original sobre la triplicada, o la disminuida.*
> **Profesora:** *entonces por ejemplo una de las relaciones del lado dos ¿cuál fue?*
> **Estudiante 5:** *el lado dos seria con el triple, seria 3 sobre 9.*
> **Profesora:** *¿por qué 3 sobre 9? ¿cómo me explican ese 3 sobre 9?*
> **Estudiante 6*:*** *ese 3 sobre 9 porque es, el lado original es 3 y está triplicado en 9.*

En las ideas presentadas desde el inicio de este apartado, se ve como los estudiantes movilizaron el concepto de fracción con base en el contexto de cada juego y a la vez dejaron de ver las fracciones como números separados por una raya. Se afirma que dentro del aula de clase “se debe analizar la problemática relativa a la enseñanza de las fracciones incorporando sus diversos significados y ampliando el uso de modelos diversos para su enseñanza” (Mancera, 1992, p.53). En este caso, se hizo por medio de los juegos.

Figura 39: Algunos de los significados de fracción asumidos en cada juego.

A continuación, se presentan algunas expresiones de los estudiantes que permiten identificar la riqueza de la experiencia compartida y del trabajo colaborativo, como esencia del diseño fenomenológico en esta investigación. Gracias a esas interacciones generadas en los juegos, los estudiantes se refieren a las fracciones de una manera diferente a como lo hicieron en un primer momento e identifican algunos de sus significados.

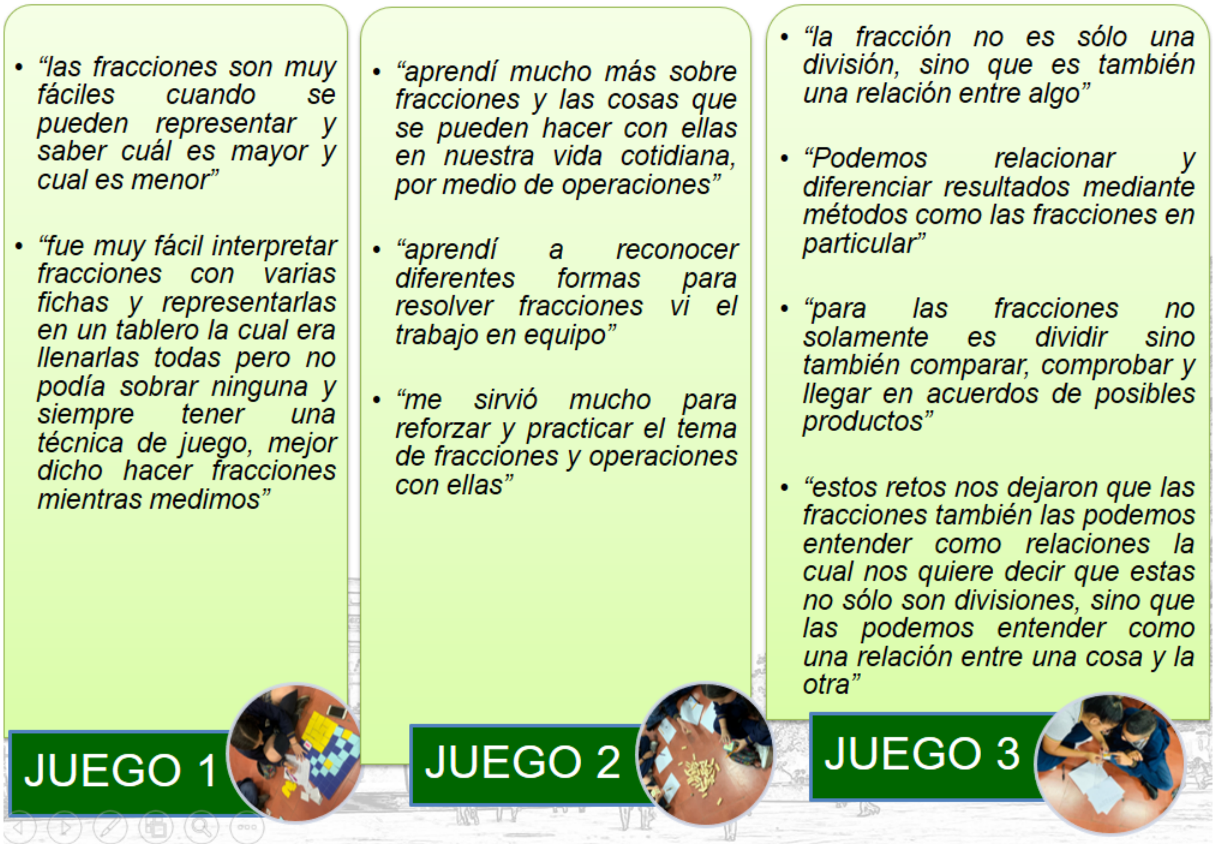


Figura 40: Expresiones de los estudiantes al finalizar el trabajo de campo.

A manera de conclusión, la mecanización de procedimientos por encima de la comprensión de conceptos conlleva a desvirtuar los aspectos y procesos matemáticos que se deben desarrollar con los estudiantes y se convierte en un obstáculo, puesto que impide asumir nuevas perspectivas de enseñanza, donde la construcción de lo conceptual y lo significativo sea el propósito fundamental (Martínez y Solano, 2008). Esta investigación evidencia cómo el juego puede ser una perspectiva de enseñanza que media el aprendizaje y genera cambios conceptuales y apropiación de conocimientos por parte de los estudiantes.

5. Conclusiones y recomendaciones

El aprendizaje de los diferentes usos de la fracción requirió del reconocimiento, por parte de los estudiantes, de sus múltiples significados, de la capacidad de articulación de estos y de la aplicación de cada uno en un contexto determinado, obedeciendo a las necesidades del problema o situación que se presentaba.

Existen diferentes instrumentos mediadores que se pueden utilizar durante las actividades de clase y permiten el acercamiento a aprendizajes específicos, en este caso, la implementación del juego en el proceso de aprendizaje del concepto de fracción permitió, por medio de una interacción social entre estudiantes, estudiantes y familiares y estudiantes con la docente, avanzar con respecto al reconocimiento de los significados del concepto.

La apatía inicial de los estudiantes para comprender las fracciones y reconocer sus significados en las diferentes situaciones que se les presentan, va disminuyendo cuando se utilizan diferentes mediadores en la clase, donde el libro de texto no sea el único instrumento mediador, sino que los estudiantes sean sujetos activos que puedan llevar su cultura y sus gustos como una oportunidad para mediar aprendizajes.

La pregunta de investigación fue ¿Cómo el juego puede mediar el aprendizaje de fracciones en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa La Paz? y el objetivo fue analizar el juego como mediador para el aprendizaje de fracciones en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa La Paz. Al respecto, se concluye que, si el juego que se lleva al aula o se construye en ella tiene una finalidad con relación a un tema, bien definida y estructurada, puede atraer a los estudiantes e involucrarlos al punto de generar aprendizajes aplicables en situaciones de su diario vivir, siempre y cuando no se presente como imposición, sino como un ejercicio de trabajo colaborativo que favorezca sus procesos académicos.

Los juegos deben surgir de las interacciones, necesidades y acuerdos entre los estudiantes, apoyados por sus familias y fortalecidos con el trabajo constante en el aula de clase; deben partir de mediciones y comparaciones, uso e interpretación de fracciones en diferentes contextos y problemas.

La implementación de los juegos en el aula media el proceso de aprendizaje si estos ofrecen múltiples usos, es decir, que los componentes del juego se adapten a diferentes culturas y den lugar al desarrollo de mecanismos de juego diferentes a los ya preestablecidos.

En consecuencia, los juegos se convierten en mediadores para el aprendizaje del concepto de fracción, si la razón entre medidas y la idea de medir como corazón de todo proceso se incluye en los juegos y en las clases, propiciando las prácticas de medición en la escuela y reconociendo no solo la fracción desde las relaciones parte-todo sino, generando procesos de medición, atribución de cantidad y comparaciones entre magnitudes.

Se requiere reflexionar acerca de los procedimientos iniciales que se utilizan tradicionalmente en el aula para abordar el tema de las fracciones, pues las indicaciones del maestro, las motivaciones, los intereses personales, las interacciones sociales se convierten en posibilidades de exploración y construcción de conocimiento.

Llevar el juego al aula no es un ejercicio sencillo pues, en ocasiones, y como lo llegaron a expresar varios estudiantes, puede perder su objetivo de aprendizaje y convertirse en un distractor. Por lo tanto, exige comunicación constante entre docente y estudiantes y, a su vez, exige una apropiación elevada del tema a enseñar por parte del maestro. Para esta investigación fue fundamental conocer y reconocer los diferentes significados de las fracciones y las situaciones en las cuales eran aplicables para poder hablar con propiedad, orientar con sinceridad y permitir mediar su aprendizaje por medio de los juegos.

Además, para lograr que se dé una asimilación de conceptos y que estos trasciendan, es pertinente permitir que los estudiantes generen metodologías e instrumentos por sí solos, con orientaciones adecuadas, pero con responsabilidades definidas. Cuando los estudiantes se sienten comprometidos en acciones que pueden beneficiar o afectar a sus compañeros, van más allá de lo habitual, se exigen más y logran aprender con gusto.

Los juegos construidos con los estudiantes en la institución educativa la Paz lograron introducirlos en la aplicabilidad de fracciones en situaciones de su contexto social y familiar, permitieron que hicieran un reconocimiento de los diferentes significados que tienen las fracciones y desdibujaron algunas ideas tradicionales que traían consigo cuando se pedía realizar una operación o solucionar situaciones que involucraran el manejo de fracciones.

Se realizan las siguientes recomendaciones a partir del proceso y los resultados de esta investigación:

1. Proponer actividades de clase en las que se involucren los intereses de los estudiantes y se generen espacios donde las familias puedan aportar de manera directa a estos procesos.
2. Desarrollar el concepto de fracción por medio de diferentes instrumentos mediadores en el aula, que permitan al estudiante reconocer los significados de las fracciones y algunas de sus aplicaciones.
3. Los maestros deben continuar en formación constante, para poder involucrarse de manera efectiva en el mundo de los estudiantes y, por medio del trabajo colaborativo, interactuar con ellos facilitando aprendizajes que perduren en el tiempo.
4. Utilizar juegos en el aula con objetivos definidos y flexibilizando su uso con base en las temáticas que desea abordar.

Como líneas abiertas de investigación, se sugiere la construcción de otros juegos que estén orientados desde otras perspectivas que permitan mediar el aprendizaje del concepto de fracción. Se deja abierta la discusión sobre el siguiente interrogante ¿Qué otros instrumentos pueden mediar el aprendizaje del concepto de fracción?

6. Referencias

Aleksandrov, A. D., Kolmogorov, A. N., Laurentiev, M. A., y otros. (1994). *La matemática: su contenido, métodos y significado.* España: Alianza Editoral.

Bachelard, G. (1976). *La formación del espíritu científico*. México: *Siglo XXI*.

Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en la educación matemática. *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas, 18*, 9-19.

Bórquez, T. H. (2015). *Breve historia de los juegos de mesa y su desarrollo en las culturas a través de los tiempos.* Recuperado de https://app.box.com/s/11advsmnvbiqnqyx7gr3e46588oc90zh

Bolívar Sandoval, L. E. (2013). *Los juegos didácticos como propuesta metodológica para la enseñanza de los números fraccionarios en el grado quinto de la institución educativa Centro fraternal cristiano.* Recuperado de https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/12016/79321383.2013.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Brousseau, G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de laryngologie othologie rhinologie, 3*(4), 107-131.

Carrera, B., y Mazzarella, C. (2001). Vygotsky: enfoque sociocultural. *Educere, 5*(13), 41-44.

Faz

Carrillo Yalán, M. E. (2012). *Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria.* Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/1547/CARRILLO_YALAN_MILAGROS_ORGANIZACION_MATEMATICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria.* España: Síntesis Educación.

Chamoso, J., y Durán, J. (2003). Algunos juegos para aprender Matemáticas. *Actas VII Seminario Regional Castellano-Leonés de Educación Matemática. Ponferrada*, 163-176.

Chamoso, J., Durán, J., García, F., Martín, J., y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumento para enseñar matemáticas. *Suma, 47,* 47-58.

Chizner, J. A., Romero, J. J., Salazar, F. L., Joya, A. R., y Rojas, V. C. (2010). *Hipertexto matematicas 7.* Bogotá, Colombia: Santillana.

Correa, L. M. Z. (2003). Aprendizaje colaborativo: una nueva forma de Diálogo Interpersonal y en Red. *Contexto Educativo*, *28*, 1-citation_lastpage.

Correa Obando, M. (2014). *El juego en equipo y dirigido como acelerador del aprendizaje* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira).

D'Amore, B., Radford, L., y Bagni, G. T. (2017). *Obstáculos epistemológicos y perspectiva socio-cultural de la matemática.*

De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Actas de las IV JAEM. Tenerife*, 49-85.

De Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. *Suma*, *4*, 61-64.

De Guzmán, M. (1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Olimpíada Matemática Argentina.

De Guzmán, M. (2007). Y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, *43*, 19-58.

Fandiño-Pinilla, M. I. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos.* Bogotá: Magisterio. [Prefacios de Athanasios Gagatsis y, de la edición en idioma español, de Carlos Eduardo Vasco Uribe], 222 p. ISBN: 978-958-20-0970-0.

Fazio, L., y Siegler, R. (2011). *Enseñanza de las fracciones.* Recuperado de http://disde.minedu.gob.pe/bitstream/handle/MINEDU/5156/Ense%c3%b1anza%20de%20las%20fracciones.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Fernández-Manjón, B., Moreno-Ger, P., Martínez-Ortiz, I., y Freire, M. (2014). Retos de los juegos educativos. *Novática*, (230), 7.

Ferrero, L. (1991). *El juego y la matemática*. Editorial La Muralla.

Gallardo, J., González, J. L., y Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración: Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *11*(3), 355-382.

García, L. I., y Campuzano, C. M. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. *Magistro*, *8*(15), 3.

González-Peralta, A. G., Molina Zavaleta, J. G., y Sánchez Aguilar, M. (2017). Identificación de estrategias en un juego bipersonal entre estudiantes universitarios. *Educación matemática*, *29*(2), 187-208.

Gordillo-Ardila, J. A. (2006). *Ingenio Matemático de septimo grado.*Bogotá, Colombia: Voluntad.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). México: McGraw-Hill.

Huizinga, J., y Nachod, H. (1949). *Homo ludens [dt.]*. Akadem. Verlag Anst. Pantheon.

Kozulin, A. (2000). *Instrumentos psicológicos: la educación desde una perspectiva sociocultural*. España: Paidos

Kozulin, A. (2003). Psychological tools and mediated learning. *Vygotsky's educational theory in cultural context*, 15-38.

Leontiev, A. N. (1978). *Actividad, consciencia y personalidad.* Buenos Aires.

López Hurtado, J. (1997). Vigencia de las ideas de Vigotsky. *Curso de Pedagogía. La Habana IPLAC.*

Maenza, R. R., y Sgreccia, N. F. (2011). Aprendizaje colaborativo mediatizado como estrategia para el desarrollo de competencias: una experiencia con residentes del profesorado de matemática. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, *12*(4), 112-132.

Mancera, E. (1992). Significados y significantes relativos a las fracciones. *Educación matemática*, *4*(02), 30-54.

Monsalve, S. (2003). John Nash y la teoría de juegos. *Lecturas matemáticas*, *24*(2), 137-149.

Morales, M.C., Salgado, D. C., Nivia, L. F. , Acosta, M. L., y Orjuela, J. P. (2004). *Aritmética y Geometría II.* Bogotá, Colombia: Santillana.

MEN -Ministerio de Educación nacional- (2017). *Vamos a Aprender Matemáticas: Libro del estudiante 7*. Bogotá, D. C.: Ediciones SM, S.A.

Meza, A., y Barrios, A. (2010). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones.* Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674_Propuesta_Didctica_Asocolme2010.pdf

Minerva-Torres, C. (2002). El juego: una estrategia importante. *Educere*, *6*(19).

Mulett, A. G., y Schmalbach, A. P. (2016). Tres enfoques para la enseñanza de los números racionales. S*aber. Revista Multidisciplinaria del Consejo de Investigación de la Universidad de Oriente*, *28*(4), 819-827.

Landau, E. (1987). *El vivir creativo: teoría y práctica de la creatividad*. Herder.

Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista Ema*, *8*(2), 157-182.

Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las razones, las proporciones y la proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la educación básica* (Doctoral dissertation, Universidad del Valle).

Obando, G., Vasco, C. E., y Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *17*(1), 59-81.

Paz, M. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones. México DF: Editorial Mcgraw Hill.*

Peña, A. Q. (2006). Metodología de investigación científica cualitativa. *Psicología: Tópicos de actualidad*, 47-84.

Perera, P. B., y Valdemoros, M. E. (2007). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria.* Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1254/1/Perera2008Propuesta_SEIEM_209.pdf

Pierre, J. D. (2004). *Investigación cualitativa: guía práctica.* Pereira: Editorial Papiro.

Pinillos, J. M. (2010). Actitud lúdica en el maestro... capacidad ludica en el alumno. *Educación física y deporte*, *18*(1), 81-84.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, *9* (Extraordinario 1), 103-129.

Radford, L. (2006). Semiótica cultural y cognición. *Investigación en Matemática Educativa en Latinoamérica. México*.

Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 132-150.

Radford, L. (2017). Aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de la objetivación.

Ramírez, M., y Block, D. (2009). La razón y la fracción: un vínculo difícil en las matemáticas escolares. *Educación matemática*, *21*(1), 63-90.

Reséndiz, E. (2004). *La variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar* (Doctoral dissertation, Tesis de Doctorado) México; Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

Riconscente, M. M. (2013). Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math. *Games and Culture*, *8*(4), 186-214.

Rivero, B. M. G. (2018). ¿ Por qué el enfoque histórico cultural?. *InterCambios. Dilemas y transiciones de la Educación Superior*, *5*(2), 24-33.

Rodríguez, M. À. M. (1999). El enfoque sociocultural en el estudio del desarrollo y la educación. *REDIE: Revista Electrónica de Investigación Educativa*, *1*(1), 2.

Russo, J., Russo, T., y Bragg, L. A. (2018). Five principles of educationally rich mathematical games. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *23*(3), 30.

Sallán, J. M. G. (2013). Sistemas de representación de números racionales positivos: un estudio con maestros en formación. *Contextos Educativos. Revista de Educación*, (4), 137-159.

Sarlé, P. M. (2006). *Enseñar el juego y jugar la enseñanza*. Buenos Aires: Paidós.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14.

Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos.* Madrid: Ediciones Morata, S.L.

Tamayo, C., y Ramírez, A. (2009). *La enseñanza de los racionales y sus propiedades a través de juegos como el dominó y el bingo.* Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/777/1/laensenanza.pdf

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques*, *10*(2), 3.

Vygotsky, L. S. (1966). Pensamiento y Lenguaje (reedición en espanol). *La Habana: Revolucionaria*. Vygotsky, L. S. (1966). Pensamiento y Lenguaje (reedición en español). *La Habana: Revolucionaria*.

Yanguas, C. B. (2003). Jugando "aprender" también se aprende. *Nodos y Nudos*, *2*(15).

Yepes Herrera, H. D. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica, para la enseñanza de los números racional-porcentuales a través de la lúdica:"Jugando a Aprender"* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín).

Young-Loveridge, J. M. (2004). Effects on early numeracy of a program using number books and games. *Early Childhood Research Quarterly*, *19*(1), 82-98.

Anexos

Anexo 1. Consentimiento informado de la Institución Educativa

Autorización de la Institución Educativa La Paz, para el desarrollo de la investigación de Maestría titulada "El juego como mediador en el aprendizaje de fracciones"

Por este medio, en respuesta a la solicitud de la docente de la Institución Educativa La Paz Diana María Palacio Arroyave, en la que solicita autorización para realizar un trabajo de investigación con algunos estudiantes del colegio, sobre "El juego como mediador en el aprendizaje de fracciones" le comunicamos que cuenta con el aval de la institución, para el desarrollo de la citada investigación. La investigadora debe comprometerse a:

1. Explicar al colegio, con anterioridad al inicio de la investigación, los objetivos y las finalidades que se pretenden alcanzar, así como las características y condiciones de la misma.
2. Informar al colegio el estado o evolución de la investigación, a lo largo de las diferentes etapas del proceso investigativo.
3. Entregar las conclusiones a todos los implicados en la investigación para que puedan servir de mejora y favorezcan la calidad de los procesos educativos del colegio.
4. Solicitar autorización por escrito para el desarrollo de la investigación a los estudiantes y a sus familias.
5. La investigación se llevará a cabo con los estudiantes que con anterioridad hayan manifestado interés en participar.
6. Al final de la investigación se enviará a la rectoría del colegio una memoria de las conclusiones obtenidas.

____

Firma del representante legal
CC.

Anexo 2. Consentimiento informado representante legal del estudiante

Permiso de padres, madres y/o acudientes para la participación de su hijo o hija en la investigación: "El juego como mediador en el aprendizaje de fracciones"

Es probable que el presente formulario de consentimiento contenga palabras o conceptos que usted no entienda. Por favor, pídale al investigador que le explique todas las palabras, conceptos o información que no comprenda con claridad. Igualmente, puede realizar todas las preguntas que considere sean necesarias para tomar la decisión, tómese el tiempo necesario para pensar y, si es del caso, consulte a familiares, amigos o personas allegadas que le ayuden a comprender mejor las razones para aceptar la inclusión de su hijo(a) en la investigación.

Identificación del investigador. Diana María Palacio Arroyave (principal)

Lugar de trabajo. Institución educativa la Paz, sede Bachillerato, Calle 46 S Nro. 42 Envigado – Antioquia. Teléfono: (57+4) 2767797 ext. 106
Universidad de Antioquia, Medellín – Antioquia.
Correo electrónico: dianam.palacio@udea.edu.co

Sitio donde se llevará a cabo el estudio.
El estudio se desarrollará en la Institución educativa la Paz, Sede Bachillerato en las clases de matemáticas.

Entidad que respalda la investigación.
La investigación es ejecutada en el marco de la maestría en educación de la Universidad de Antioquia

Información para el participante.
Por este medio deseo solicitar permiso para que su hijo(a), que también llamaré el estudiante, haga parte de la investigación que se adelanta en la Maestría de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, titulada "*El juego como mediador en el aprendizaje de fracciones".*

En el marco de esta investigación se ha retomado la clase de matemáticas en el colegio para generar un espacio en el cual los estudiantes puedan participar en la construcción y utilización de unos juegos que mediaran su proceso de aprendizaje en el tema de las fracciones, en este espacio se abordaran las matemáticas de manera diferente, retomando los desempeños propuestos por la institución en el plan de área.

No se divulgará ninguna información sobre el estudiante a cualquier persona fuera del proceso de la investigación. Los nombres de los estudiantes serán reemplazados por seudónimos. El personal de investigación mantendrá la información confidencial y no se revelarán nombres en cualquier material o documento. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no hay información incluida que puede revelar la identidad del estudiante de cualquier manera. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

Identificación de los riesgos o molestias y plan para minimizarlos.
Entre los riesgos del proyecto se consideran la participación de los estudiantes del grado octavo, en tanto se hace necesario el cumplimiento de normas relacionadas con la protección de

la identidad (personal e institucional), salvaguardar el buen nombre, y el buen uso de los datos y la información utilizada en el proceso. Para minimizar dicho riesgo, se respeta la identidad e integridad personal contenida en videos y fotografías según lo establecido en la normativa colombiana (p. ej. decreto 1377 de 2013). De igual forma, no se publicará contenido ofensivo y se evitará la identificación directa de la identidad personal.

Beneficios para el participante.

Los estudiantes que participen del estudio, tendrán como principal beneficio el poder relacionar las matemáticas en general y el tema de las fracciones en particular con sus experiencias y su entorno a partir de la práctica, el juego, el desarrollo del espíritu investigativo, la cooperación, la participación y el fomento por el respeto. Además de tener la posibilidad de participar en clases de matemáticas pensadas para responder a la necesidad de retomar al estudiante como protagonista en su aprendizaje, buscando la motivación y el interés constante en torno a procesos en los que es necesario cuestionar las ideas y buscar soluciones a problemáticas. Se trata de constituir un espacio que les permita a los estudiantes indagar, experimentar, reflexionar y discernir sobre el tema de las fracciones, a través de la implementación de juegos.

Procedimientos del estudio.

En consonancia con los que entendemos por mediación en el aprendizaje, se observan y caracterizan las acciones propias de los estudiantes de grado octavo, en la clase de matemáticas. En ese sentido, les solicitamos su colaboración y respaldo en este ejercicio autorizando que su actividad sea registrada a través de los medios que se presentan a continuación, con el fin de que posteriormente sea analizada en función de los objetivos del proyecto:

1. __SI __ NO Audios y Videos que registran cada una de las sesiones de clase de matemáticas
2. __SI __ NO Informe de las acciones realizadas y los contenidos dispuestos en el desarrollo de las clases de matemáticas
3. __SI __ NO Diálogos, documentos y demás recursos que se utilice en las clases de matemáticas.
4. __SI __ NO Audios y videograbaciones de entrevistas.
5. __SI __ NO Fotografías.

Participación en el proyecto.

En la investigación participarán 6 estudiantes, todos de grado octavo de la Institución Educativa La Paz y residentes en el departamento de Antioquia. Los estudiantes deben cumplir con las actividades previstas en la malla curricular, y la participación en la investigación no tendrá efectos sobre la calificación (notas) de los desempeños de los estudiantes en la asignatura, ni tampoco ofrece riesgos para la salud, la integridad física o mental de los participantes.

La participación de los estudiantes en la investigación será valorada y reconocida bajo la óptica del reconocimiento personal, el valor del trabajo socialmente útil y la participación en actividades colectivas de reconocimiento social. Adicionalmente, sobre la participación en el proyecto informamos además que:

1. La participación en el proyecto es voluntaria.
2. Los estudiantes se pueden retirar de la investigación en cualquier momento por medio de notificación verbal, sin que eso represente un perjuicio para ellos.

3. Los estudiantes no tendrán incentivos económicos o algún cobro por su participación en el proyecto.

Uso de las producciones de los estudiantes.

Se preservará la identidad de los participantes en el estudio a través de seudónimos y no se realizará ningún tipo de divulgación de la información recolectada que ponga en evidencia la identidad de los participantes.

La información producida será salvaguardada en medios físicos y electrónicos, y en este proceso, se cumplirá la norma colombiana al respecto (decreto 1377 de 2013). Dichas producciones serán usadas solo con fines académicos e investigativos evitando sesgos y juicios de valor que afecten a los participantes. La información recolectada será archivada en formato digital en los computadores de la investigadora del proyecto, y será utilizada para los fines propuestos en esta investigación. Tampoco será vendida o cedida a terceras personas o entidades.

La información recolectada podrá ser utilizada en otras investigaciones en las que participe la investigadora del presente proyecto. La información será tratada de la misma forma como se utilizará en el presente proyecto, teniendo en cuenta la normativa vigente, y siempre garantizando la protección de los participantes.

Obligaciones del investigador.

La investigadora orientará pedagógicamente la asignatura de matemáticas a partir de los planteamientos descritos en los planes de área y mallas, lo cual brinda todas las garantías posibles para el normal desarrollo y cumplimiento de los contenidos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para este grado de escolaridad.

La información recolectada solo se utilizará para fines académicos. En caso de requerir usar alguna imagen o transcripción para algún informe de investigación se hará guardando la identidad de los participantes. De igual forma, la investigadora se compromete a informar oportunamente cualquier hallazgo que pueda significar problemas o beneficios en la formación de los estudiantes.

Devolución de la información en la investigación.

El desarrollo de este proceso investigativo se difundirá principalmente por medio del trabajo de grado de la Maestría de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, de igual forma se espera que de esta experiencia surja al menos una participación en un evento académico y/o un artículo de difusión con fines académicos. Además de esto, la investigación contempla procesos de difusión e interacción con la comunidad nacional en donde se discutan de manera continua el desarrollo del proyecto. También se realizará una puesta en común de los resultados con los directivos de la institución, los estudiantes y padres de familia, con el fin de mencionar aspectos que deben ser tomados en cuenta para la formación de los estudiantes.

Personas a contactar para información.

Diana María Palacio Arroyave (principal), Institución educativa la Paz, sede Bachillerato, Calle 46 S Nro. 42 Envigado – Antioquia. Teléfono: (57+4) 2767797 ext. 106
Universidad de Antioquia, Medellín – Antioquia.

Correo electrónico: dianam.palacio@udea.edu.co

Aceptación de la participación.

Manifiesto que no he recibido presiones verbales, escritas y/o mímicas para permitir la participación de mi hijo(a)__________________________________del grado 8°____en el estudio; que dicha decisión la tomó en pleno uso de mis facultades mentales, sin encontrarse bajo efectos de medicamentos, drogas o bebidas alcohólicas, consciente y libremente.

He leído y escuchado satisfactoriamente las explicaciones sobre la participación de mi hijo(a) en esta investigación. Manifiesto entender que mi hijo(a) puede elegir el no participar en la investigación incluso después de que haya concedido este permiso. Así mismo, he tenido la oportunidad de hacer preguntas con respecto a la investigación, las cuales se me han respondido satisfactoriamente, por lo que estoy de acuerdo en que mi hijo(a) participe en ella y autorizo el uso de la información obtenida para los propósitos planteados en el apartado introductorio del presente consentimiento.

_______________________________ __________________________

Nombre del padre o del tutor Firma del padre o del tutor

C.C: _________________________ Teléfono de contacto: ____________________

Correo electrónico: _____________________________

Fecha: ______________________________

Anexo 3. Consentimiento informado del estudiante

Permiso de estudiantes para la *participación* en la investigación de Maestría titulada "El juego como mediador en el aprendizaje de fracciones"

Por este medio deseo solicitar tu permiso para que hagas parte de la investigación la cual se adelanta en la Maestría de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, titulada *"El juego como mediador en el aprendizaje de fracciones"*

En el marco de esta investigación se ha retomado la clase de matemáticas en el colegio para generar un espacio en el cual los estudiantes puedan participar en la construcción y utilización de unos juegos que mediaran su proceso de aprendizaje en el tema de las fracciones, en este espacio se abordaran las matemáticas de manera diferente, retomando los desempeños propuestos por la institución en el plan de área.

¿Por qué se realiza esta investigación?

Esta investigación se realiza en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia y entre uno de sus objetivos pretende aanalizar el juego como mediador en el aprendizaje de fracciones en estudiantes de octavo de la Institución Educativa La Paz.

La clase de matemáticas pensada en esta lógica responde a la necesidad de retomar tu papel como protagonista del aprendizaje, buscando la motivación y el interés constante en torno a procesos en los que es necesario cuestionar las ideas y buscar soluciones a problemáticas. Se trata de constituir un espacio en el que puedas indagar, experimentar, reflexionar y discernir en torno a temas de tu interés, relacionados con las matemáticas y en particular con el tema de las fracciones.

¿Existen probables riesgos y/o incomodidades para ti?

Los riesgos para ti en esta investigación son bajos. En la clase de matemáticas se procurará que proporciones tus pensamientos en torno al trabajo que realizas. Te realizaré entrevistas enfocadas en tus percepciones y sentires, te tomaré fotos y realizaré grabaciones de audio y video. Si no deseas participar en alguna de las actividades que se propongan estarás en libertad de hacerlo. Si te sientes incómodo con alguna pregunta durante la entrevista de grupo, no tienes que contestarla.

También, no tienes que preocuparte de decir algo "equivocado". Además, el proceso del grupo será administrado por la investigadora que se entrena para ayudarte y ayudar a los compañeros a escuchar de manera respetuosa cada una de las opiniones. La investigadora escuchará con cuidado y se cerciorará de que te sientas cómodo. Se te invitará también a que hables con el entrevistador en privado si no deseas discutir las experiencias delante de otros estudiantes.

¿Qué pasará con tu privacidad?

No se divulgará ninguna información tuya a cualquier persona fuera del proceso de la investigación. Tu nombre será reemplazado por seudónimo. La investigadora mantendrá la información confidencial y no se revelará en cualquier material o documento. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no hay información incluida que puede revelar tu identidad de cualquier manera. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

¿Puedes retirarte del estudio?

Puedes elegir estar en esta investigación o no. Puedes retirarte en cualquier momento sin consecuencia alguna. Puedes también rechazar contestar cualquier pregunta que no desees contestar y todavía permanecer en la investigación. El retiro de la investigación será dejado en evidencia en un acta, y no afectará tu proceso en el área de matemáticas.

¿A quién pregunto si tengo alguna duda?

Si tienes preguntas que no sean tratadas por esta forma del consentimiento, te puedes comunicar con la Investigadora principal **Diana María Palacio Arroyave**, Licenciada en Matemáticas y Física, Estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. Avalada por el grupo de investigación MATHEMA-FIEM; a través del correo electrónico: dianam.palacio@udea.edu.co La Investigadora estará disponible para discutir cualquier pregunta que desees plantear.

¿Deseas participar de la investigación?

Si deseas participar en la investigación de manera voluntaria y aceptas lo mencionado antes, firma y escribe en letra legible tu nombre en la línea que aparece abajo.

Firma del estudiante. Acuerdo querer participar en esta investigación. Manifiesto entender que puedo elegir el no participar en ella incluso después de que haya concedido este permiso.

_____________________________ _____________________________

Nombre del estudiante Firma del estudiante

D.I.: ___________________________

Fecha: _____________________________

Anexo 4. Guía del JUEGO 1

“Tetris fraccionario extremo”

Objetivo: Reconocer relaciones entre cantidades a partir de la medición o estimación de magnitudes (área y longitud).

Está diseñado para dos jugadores, cada uno inicia con 50 fichas cuadradas, de 5.5 cm de lado (jugador 1: amarillas y jugados 2: azules).

A cada pareja se les entrega un tablero (44 cm x 44 cm) sin divisiones. Ellos no tendrán las medidas escritas en ningún lado, pero dispondrán materiales como reglas y metros por si la necesitan.

Materiales:

- 50 fichas cuadradas, de 5.5 cm de lado (jugador 1: amarillas y jugador 2: azules).
- Tablero (44 cm x 44 cm)
- Reglas y metros.
- Dado cuyas caras son las fracciones $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{1}{4}, \frac{7}{9}, \frac{3}{7}$
- Tarjetas, previamente construidas de 8cm x 6cm con unas indicaciones y modelos específicos),30 por pareja.

Fase de Construcción

Con base en el material dado se les pedirá a los participantes que respondan:

1. ¿Cuál es área del tablero? (solo se trabajará con una cara del tablero)
2. ¿Cuánto mide el área del tablero al tomar como unidad de medida la ficha cuadrada dada como material al inicio del juego?
3. ¿Cuánto mide el área de la ficha cuadrada al tomar como unidad de medida el tablero?
4. ¿Cuánto mide la longitud de los lados del tablero al tomar como unidad de medida la longitud del lado de la ficha cuadrada?

5. ¿Cuánto mide la longitud del lado de la ficha cuadrada al tomar como unidad de medida la longitud del lado del tablero?
6. ¿Cuál es el área de la ficha al tomar como unidad de medida el cm cuadrado?

Posteriormente se indica que deben dividir el tablero en la cantidad de cuadrados que encontraron que media. (64)

Se les entregará a los jugadores unas tarjetas, previamente construidas de 8cm x 6cm con unas indicaciones y modelos específicos (fotos),30 por parejas y se les pedirá que las observen juntos y expresen con relación al área del tablero cuales representan la misma cantidad de área.

Al finalizar la construcción e identificación de todo el material se les indicará en qué consiste el juego y se les pedirá que se proponga un nombre para el juego con base en lo trabajado hasta el momento.

¿En qué consiste el juego?

El juego inicia con un tablero dividido en cierta cantidad de cuadrados, cada jugador con 50 fichas de un color específico, y al lado va un paquete de 30 tarjetas que llevan modelos a escala de figuras construidas con cuadrados (tarjetas modelos), o retos que son preguntas (tarjetas retos) relacionados con los significados de fracción que se asumen en la investigación.

Inicia el jugador que al lanzar un dado en cuyas caras van las fracciones $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{1}{4}, \frac{7}{9}, \frac{3}{7}$ obtenga la cara que representa la mayor cantidad con relación a la misma unidad (unidad 1).

Cada jugador en su turno voltea una tarjeta del paquete y observa si sale tarjeta modelo o reto:

- Si es tarjeta modelo deben observar la forma en la que esta colocados los cuadrados, contarlos y sacar de sus 50 fichas tantas como le indique el modelo, y replicarlo en el tablero.
- Y si es tarjeta reto, el jugador debe dar respuesta a la pregunta para poder tomar otra ficha y cubrir área el del tablero.

Las preguntas reto son:

1. ¿Con cuántas fichas cuadradas se puede cubrir una cuarta parte del tablero? Demuestra en el tablero con 16.
2. ¿Qué parte del área del tablero llevas cubierta?

3. Expresa la razón entre el número de fichas amarillas y el número de fichas azules dispuestas en el tablero.
4. De los modelos que han replicado en el tablero, ¿Cuáles representan fracciones del área del tablero que sean equivalentes?
5. Representa con fracciones la suma de las cantidades de área que se han cubierto a partir de los modelos.
6. Selecciona uno de los modelos representados, e indica que parte del área del tablero cubre al utilizar las fichas.
7. ¿Qué parte representa cada ficha cuadrada del área que está cubierta con tus fichas?

También se dispondrá entre las 69 tarjetas, dos bonos que quien lo saque lo podrá utilizar en caso de emergencia y consistirá en (preguntar a una pareja amiga o pista de la profe) sobre algún reto del juego.

El juego finaliza cuando termina el paquete de tarjetas que han sido tomadas por turnos o cuando se completa el área de todo el tablero y el ganador es quien haya cubierto la mayor parte de área del tablero.

Anexo 5. Guía del JUEGO 2

“Jengaticas”

Este juego es un jenga adaptado al tema de las fracciones, específicamente entendiendo la fracción como operador, donde esta actúa sobre los números puros más que sobre los conjuntos o sobre los objetos; es, de hecho, una operación que combina división y multiplicación.
JENGA es una palabra Swahili que significa construir. Swahili es el lenguaje de un grupo étnico del este de África y es precisamente en África donde el JENGA tiene su origen.
Fue inventado por una mujer británica de nombre Leslie Scott. Leslie nació en el este de África y luego su familia se mudó a Ghana. El juego es una adaptación de un juego o pasatiempo común en esa época en Ghana y que aún se juega: el Takaradi. En el año 1983 Leslie presentó el JENGA en la Feria de Juguetes de Londres. En el 1984 ella vende los derechos del juego para Estados Unidos y Canadá a un empresario de California llamado Robert Grebler. El distribuyó el juego bajo la compañía Prokonobe y en le otorgaron la licencia a Irwing Toys para mercadear en Canadá. Más tarde Miltron Bradley adquiere la compañía. Actualmente el JENGA es mercadeado por Hasbro.

Momento previo al juego

Para iniciar se realizará un precalentamiento con los participantes, donde se resolverán varios cálculos con fracciones como operadores, se hará en forma de conversación donde no podrán escribir y deben explicar cómo llegaron a la respuesta en el menor tiempo.
Algunos de los ejercicios a proponer son:

$\frac{3}{2} de\ 40$ $\frac{2}{7} de\ 35$ $\frac{1}{8} de\ 80$ $\frac{3}{10} de\ 100$ $\frac{2}{3} de\ 90$ $\frac{3}{5} de\ 90$ $\frac{3}{2} de\ 100$

$\frac{1}{3} de\ 16$ $\frac{7}{2} de\ 50$ $\frac{3}{5} de\ 45$ $\frac{3}{5} de\ 28$ $\frac{1}{100} de\ 400$ $\frac{1}{10} de\ 10$

Luego realizaremos una segunda parte, pero en esta se dictarán expresiones como: “dos, un medio tercios de 60” $\frac{2\frac{1}{2}}{3}\ de\ 60$. Y se identificara sus reacciones, como lo plantean y como lo resuelven. Si no logran llegar a la expresión, esta se les dará para confrontar las dificultades presentadas y se les pedirá que lo resuelvan.

Otro ejercicio será $\frac{4\frac{1}{2}}{5}\ de\ 20$.

Luego de terminar este momento previo y tener los participantes activos frente al tema, se pasará al momento de **Análisis de materiales:**

Se les dispondrá todo el material en el espacio sin ningún orden especifico y se les preguntará:

1. ¿Cuántas fichas observan?
2. ¿Qué forma tienen las fichas observadas?
3. ¿Cuantas fichas tienen pinta de color _______? (se pregunta para cada color)
4. ¿Qué parte conforman las fichas con pinta amarilla, del total de fichas dadas? (se pregunta para cada color)
5. ¿Si sumo las fracciones que me representan las fichas con pinta de cada color que forman?
6. Una sola ficha, ¿qué parte representa del total de fichas?
7. ¿De qué formas puedes agrupar las fichas sin que sobre ninguna?
8. ¿Cuantas fichas son $\frac{2}{3}$ del total de las fichas?
9. ¿Cuantas fichas son $\frac{1}{2}$ del total de las fichas rojas?
10. ¿Cuantas fichas son $\frac{1}{6}$ del total de las fichas dadas?

Luego de dialogar lo anterior, se explicará a los participantes el juego y los momentos que tendrá:

Los participantes tendrán 48 fichas en el espacio, las cuales tienen forma de prisma rectangular y estarán distribuidas en 6 grupos de a 8 fichas con una pinta de un color específico: Amarillas, rojo, verde, azul claro, azul oscuro y naranja; y tres dados particulares, uno en el cual las caras tendrá los colores antes mencionados, y el dado 2 y 3 llevaran unas fracciones específicas: dado 2 : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, 0$ dado 3 : $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, 0$

Además, tendrán dos tableros en acrílico pequeños con sus respectivos marcadores, para ir anotando la fracción que deben ubicar en la torre; uno por participante, en ellos encontrarán la siguiente distribución:

<table>
<tr><td colspan="2">Momento 1</td><td colspan="2">Momento 2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Unidad: 8</td><td colspan="2">Unidad: Varia todo durante todo el momento</td></tr>
<tr><td>Fracción obtenida

Total</td><td>Expresiones importantes</td><td>Expresión Matemática</td><td>

Total</td></tr>
</table>

Momento 1: Construyendo la torre

Para iniciar este momento se les pide a los participantes que a cada color le asignen un valor de 1 a 6, luego en orden y de a uno lanzaran el dado de colores, este indicara cuantas fichas y de qué color deben ponerlas para ir armando la torre en formación cruzada por niveles de 3 bloques juntos hasta conformar una torre de 16 niveles de altura.

El valor que obtenga lo debe indicar en fracción en el tablero, considerando la unidad dada, (en el momento 1 es 8), la fracción debe llevar el signo + si las fichas que tiene le alcanzan para poner el valor que le sale, de lo contrario, si no alcanzan las fichas de dicho color, debe poner el signo -; para que al finalizar realicen la suma respectiva e identificar quien tiene más puntos.

Ejemplo : supongamos que al color rojo se le asigna el valor 5, entonces si alguno de los participantes saca rojo, indicará en el tablero la fracción $+\frac{5}{8}$ y colocara 5 fichas con pinta de dicho color en la torre y si al lazar de nuevo el dado, el otro participante saca color rojo, ya solo podría poner 3 fichas, entonces en el tablero pondrá $+\frac{3}{8}$ y también $-\frac{2}{8}$ que representa la cantidad de fichas que no logro ubicar.

La torre cada vez estará más alta, pueden poner las fichas usando las dos manos y pueden ubicarlas como deseen, buscando complicar la torre para el otro participante.
Al finalizar la torre, o al caerse la torre, ganara quien al sumar y/o restar todas las fracciones escritas, obtenga un mayor valor.

Momento 2: Destruyendo la torre

En este caso la torre se encuentra armada y los participantes deben ir sacando las fichas con base en unas indicaciones, sin destruirla y con una sola mano.
Para iniciar el momento la unidad será 48, pero ira variando durante el juego y se utilizaran los dados 2 y 3 antes mencionados.

Cada participante debe lanzar uno de los dados con fracciones y dependiendo de la fracción que obtenga, dejará el registro en el tablero y sacara fichas de la torre previamente construida.
Ejemplo: el participante 1 saca $\frac{1}{3}$ en el dado, debe encontrar a cuanto equivale $\frac{1}{3}$ de la unidad, es decir $\frac{1}{3}$ de 48= 6 y esto indica que sacara 6 fichas. No se pueden coger fichas del último piso de la torre para ponerle dificultad al juego.

El estudiante que sigue ya no considerara como unidad 48, sino que debe restar las fichas que el otro participante ya quito de la torre y ese valor representara la nueva base; para el caso del ejemplo seria 42. y al lanzar el dado la fracción seria $\frac{1}{\#}$ de 42.
El juego se acaba cuando la torre se cae y el perdedor es quien hace que se caiga.

Anexo 6. Guía del JUEGO 3

“Retosfrac”

Objetivo: Construir con los estudiantes la definición de razón como significado de fracción, a partir de conclusiones obtenidas al expresar la medida relativa de una cantidad (magnitudes) con respecto a otra y al generar procesos de medición.

Este juego es una carrera de tiempo en el que cada pareja debe superar cuatro retos para alcanzar la mayor cantidad de puntos, cada reto está relacionado con un ejercicio en el cual comprender la fracción como razón es el objetivo principal.

Cabe aclarar que este juego tiene un carácter colectivo y permite crear ideas en los estudiantes, donde no solo se va a aportar algo nuevo al contenido de su memoria, sino que se espera desarrollar procesos como el de la medición, al generar nuevas formas de interacción con los instrumentos empleados en la actividad.

A cada pareja se le entregarán los siguientes materiales:

- Hojas de block blancas y cuadriculadas
- Reglas y lápices
- Fichas para el reto # 1
- Problemas impresos reto # 2
- Cartulina con dibujo reto # 3

Y se les presentara la siguiente tabla de puntos

TABLA DE PUNTOS				
PAREJA		**1**	**2**	**3**
RETOS	**1**			
	2			
	3			
	4			
Total puntos				

Reto # 1. Dibujos a escala

Se le entregará a cada pareja una figura, luego se les pedirá que la dibujen de igual forma, pero que dupliquen la longitud a sus lados, luego la tripliquen y por último que la reduzcan a la mitad. Después de repetir la actividad haciendo figuras de distintas dimensiones, pero igual forma se les pedirá que midan los lados y respondan algunas preguntas:

- ¿Cuánto mide cada lado? (se propone llenar la siguiente tabla)

Longitud lados de la figura original	**Longitud lados de la figura triplicada**	**Longitud lados de la figura duplicada**	**Longitud lados de la figura reducida a la mitad**	**Relación entre la longitud de cada lado de la figura original y la triplicada**	**Relación entre la longitud de cada lado de la figura original y la duplicada**	**Relación entre la longitud de cada lado de la figura original y la reducida a la mitad**
LADO						
1:						
2:						
3:						
4:						
5:						
6:						

- ¿Qué ocurre cuando duplicamos, triplicamos o reducimos a la mitad las longitudes de los lados de la figura?
- ¿Cómo podrías duplicar, triplicar o reducir a la mitad la longitud de los lados de la figura, sin utilizar la regla u otro instrumento de medida?
- ¿Crees que existe alguna relación entre los lados de esas figuras? Si existe alguna relación, ¿cómo la puedes expresar o representar?

El ideal es que los lados que se correspondan en dos figuras deberán conservar la misma razón, para poder introducir este concepto.

Con este reto se espera que los estudiantes relacionen la idea geométrica de semejanza con el significado de fracción como razón.

Ganará el reto, la pareja que haga la construcción en menor tiempo y que evidencie claridad en el tema frente a sus compañeros al generar fracciones desde la comparación, dando sentido al significado de razón.

Reto # 2. El problema

A cada pareja se le entregarán tres problemas y deben construir en trabajo colaborativo mínimo dos soluciones diferentes y presentarlas a sus compañeros de manera clara y comprensible. El ideal es que se arriesguen a explorar estas situaciones que pueden ocurrir en su contexto, las asocien con sus realidades y generen comparaciones para construir significados en la solución de ellas.

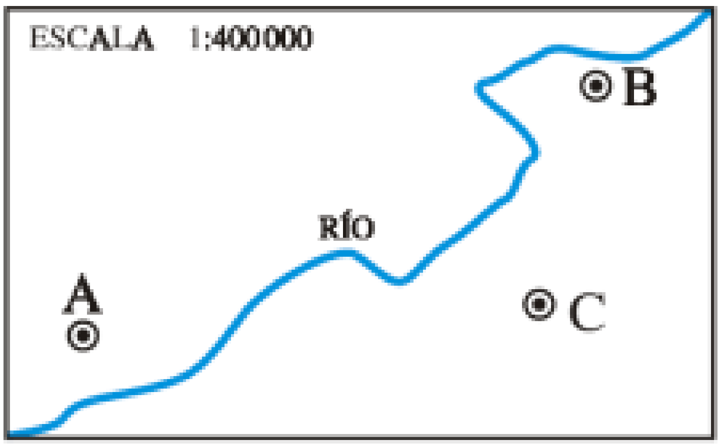
- Para pintar 2 paredes de la casa de Samuel, se emplearon 4 galones de pintura, ¿Cuántos galones de pintura se necesitarán para pintar 8 paredes de la misma casa?
- Sami va a realizar un plano de su habitación y necesita tomar una decisión sobre las dimensiones que hará en el papel con relación con las dimensiones reales, para ello, decide representar cada 20 cm de la longitud real con 1 cm en el dibujo. Si su habitación es cuadrada y tiene 500 cm de largo ¿cuánto deberá medir el plano que va a dibujar?
- Rafael es un constructor y está preparando la mezcla con la que va a construir la fachada de su casa. Para preparar la mezcla usa dos kilogramos de cemento por cada tres kilogramos de arena. Si Rafael preparó 70 kilogramos de mezcla ¿cuántos kilogramos de cemento uso? (MEN, Todos a aprender. Actividad diagnóstica)

Después de las diferentes presentaciones de las parejas, se construirán conclusiones al respecto antes de asignar los puntos y se espera que logren comprender el significado de la fracción desde la razón y construyan el proceso de medición a través de la utilización de escalas.

Reto # 3. Las distancias

A cada pareja se le entregará un plano en cartulina como el que se observa en la imagen, en el cual están ubicados tres pueblos: Morro viejo (A), Paso ancho (B) y Crespo de ángel (C) simbolizados con las letras A, B, y C, los cuales están cercanos a un rio representado con color azul. En la imagen también se observa que el dibujo presenta 1 centímetro por cada 400000 cm de la distancia real.

Se les pedirá a los estudiantes que midan sobre el plano las distancias entre los pueblos AB BC y AC y teniendo en cuenta la escala que el plano representa con relación a las medidas reales, que calculen las distancias reales entre los pueblos, en el menor tiempo y encontrando una relación entre lo real y el plano dado.



Reto # 4. Midiendo

En este reto cada pareja debe medir las longitudes de los lados de un celular y dibujarlo con las medidas exactas sobre media hoja de papel tamaño carta, luego se irá cambiando el tamaño al papel, mitad de la media hoja y luego la hoja completa. Allí deben representarlo buscando construir relación entre las longitudes de cada lado del celular y el tamaño del papel.

Deben organizar la información con relación a las medidas obtenidas en una tabla y de allí responder.

Longitud real de los lados del	Longitud de los lados del	Longitud de los lados del	Relación entre la longitud real del celular y las	Relación entre la longitud real del celular y las

celular (rectángulo)	**celular disminuida**	**celular aumentada**	**longitudes disminuidas**	**longitudes aumentadas**
LADO				
1:				
2:				
3:				
4:				

- ¿Qué proceso realizaron para dibujar el celular en un papel más pequeño? ¿En un papel más grande?
- ¿Las medidas de los lados del celular se conservaron? Y si no es así ¿En que cambiaron?
- ¿Cómo puedes relacionar las medidas originales del celular con las medidas del celular que se redujo en el papel? ¿Con las medidas del que se amplió?
- ¿Qué pasa con las medidas del perímetro del celular al modificar sus longitudes?

Perímetro del celular con las longitudes reales	**Perímetro del celular con las longitudes disminuidas**	**Perímetro del celular con las longitudes aumentadas**	**Relación entre el perímetro del celular con las longitudes reales y el perímetro del celular con las longitudes disminuidas**	**Relación entre el perímetro del celular con las longitudes reales y el perímetro del celular con las longitudes aumentadas**

Anexo 7. Asistencia a eventos académicos

Alcaldía de Envigado

La Secretaría de Educación y Cultura

Certifica que:

DIANA MARÍA PALACIO ARROYAVE
CC 1037589490

Participó en la Socialización Proyectos de Investigación Programas de Maestría ante el Comité Territorial de Formación y Capacitación Docente de Envigado

Proyecto de Investigación:

EL JUEGO COMO MEDIADOR PARA EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES

Con una intensidad de 5 horas

LEANDRO QUICENO CAÑAS
Secretario de Educación y Cultura (E)

vivir mejor
UN COMPROMISO CON **ENVIGADO**

Envigado, 07 de octubre de 2019