



**El razonamiento estadístico en los libros de texto de matemáticas para quinto grado**

Luis Miguel Marrugo Escobar

Tesis de maestría presentada para optar al título de Magíster en Educación

Asesor

Walter Fernando Castro Gordillo, Doctor (PhD)

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Maestría en Educación

Medellín, Antioquia, Colombia

2021



Maestría en Educación, Cohorte XI.

Grupo de Investigación Matemática, Educación y Sociedad (MES).

Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas (CIEP).



Centro de Documentación Educación

**Repositorio Institucional:** <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - [www.udea.edu.co](http://www.udea.edu.co)

**Rector:** John Jairo Arboleda Céspedes

**Decano:** Wilson Bolívar Buriticá

**Jefe departamento:** Juan David Gómez González

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

## **Dedicatoria**

A mis padres, a mis hermanos,  
a mis tíos, a mis primas y a mis asesores,  
por su acompañamiento continuo  
y por ayudarme a crecer como persona  
y como profesional.

A Dios por permitirme estar aquí.

## **Agradecimientos**

Al culminar este proceso investigativo, quiero expresar mis más sinceros agradecimientos al grupo de colegas del Seminario Permanente de la Línea de Investigación en Educación Matemática de la Facultad de Educación, y a las personas e instituciones que apoyaron este trabajo.

A mis asesores, Lucía Zapata C. y Walter Castro G. por motivarme a ir más allá de las fronteras mentales que me creé, y sin cuya ayuda este trabajo no hubiera sido posible.

A la profesora Diana V. Jaramillo Q. por su interés en mi formación.

A mis profesoras y profesores de posgrado que se tomaron el tiempo para leer muchas de las líneas que aquí se exponen y compartir sus valiosos comentarios.

Y a todas aquellas personas que, aunque no las menciono aquí, hicieron posible que yo culminara esta etapa de formación académica. Gratitud por su respaldo moral, académico y económico. ¡A todos, gracias por confiar en mí!

## Contenido

Lista de figuras .....	7
Lista de tablas.....	8
Resumen .....	9
Abstract .....	10
1. Planteamiento del problema.....	11
1.1 Problema.....	11
1.2 Antecedentes .....	12
Investigación sobre el razonamiento estadístico.....	12
La investigación en libros de texto. ....	15
2. Justificación .....	18
3. Objetivo.....	21
Objetivo general .....	21
4. Marco teórico.....	22
¿Qué es estadística escolar? .....	22
¿Qué es el razonamiento estadístico?.....	23
¿Cómo promover el razonamiento estadístico? .....	26
Promoviendo el trabajo con datos reales en un contexto real y hacer uso de los pasos de una investigación estadística.....	26
Desarrollando procesos de comunicación. ....	27
Planteando situaciones con múltiples respuestas.....	28
Usando la tecnología y favoreciendo el uso de software para la exploración de los datos.....	29
5. Metodología.....	31
Los Documentos.....	32
Unidad de Análisis .....	33

Instrumento.....	34
6. Análisis .....	36
7. Resultados .....	37
Estrategia 1. Promover el trabajo con datos reales/Contexto real.....	37
Estrategia 2. Desarrollar procesos de comunicación.....	40
Estrategia 3. Plantear situaciones con múltiples respuestas.....	43
Estrategia 4. Usar la tecnología y favorecer el uso de un software para la exploración de los datos. ....	45
8. Conclusiones .....	50
Referencias .....	53
Anexo .....	62

## Lista de figuras

<b>Figura 1</b> <i>Ejemplo de tarea</i> .....	34
<b>Figura 2</b> <i>Ejemplo de clasificación de una tarea</i> .....	36
<b>Figura 3</b> <i>Contexto para las tareas</i> .....	37
<b>Figura 4</b> <i>Contexto para las tareas por editorial</i> .....	37
<b>Figura 5</b> <i>Ejemplo de clasificación de una tarea: Situación del mundo real</i> .....	39
<b>Figura 6</b> <i>Ejemplo de clasificación de una tarea: Contexto NO real</i> .....	39
<b>Figura 7</b> <i>Tareas según el desarrollo de los procesos de comunicación</i> .....	40
<b>Figura 8</b> <i>Tareas según el desarrollo de los procesos de comunicación por libro de texto</i> .....	41
<b>Figura 9</b> <i>Ejemplo de Tareas que buscan una explicación de los procesos realizados</i> .....	41
<b>Figura 10</b> <i>Ejemplo de Tareas que buscan la argumentación de los resultados</i> .....	42
<b>Figura 11</b> <i>Tareas según el número de soluciones</i> .....	43
<b>Figura 12</b> <i>Tareas según el número de soluciones por libro de texto</i> .....	43
<b>Figura 13</b> <i>Ejemplo de tarea con soluciones múltiples</i> .....	44
<b>Figura 14</b> <i>Ejemplo de tarea con única respuesta</i> .....	44
<b>Figura 15</b> <i>Tareas según el uso de la tecnología</i> .....	46
<b>Figura 16</b> <i>Tareas según el uso de la tecnología por libro de texto</i> .....	46
<b>Figura 17</b> <i>Ejemplo de tarea apoyada en la tecnología /Software</i> .....	47

## Lista de tablas

<b>Tabla 1</b> <i>Libros de textos seleccionados para análisis</i> .....	33
<b>Tabla 2</b> <i>Instrumento para analizar las tareas</i> .....	35



## Resumen

Esta investigación se orientó bajo la pregunta ¿cómo se aborda el razonamiento estadístico en libros de texto colombianos de matemáticas para el quinto grado? con el objetivo de hacer públicas las oportunidades para desarrollar el razonamiento estadístico a partir de materiales curriculares en Colombia. Metodológicamente, el estudio utilizó el análisis de contenido a partir de algunos elementos del objetivismo y el subjetivismo en la investigación en educación. Los documentos de estudio son tratados con la objetividad que caracteriza los procesos de medición, la interpretación está permeada por la subjetividad del investigador. Las unidades de análisis fueron 258 tareas propuestas para el estudiante en el componente estadístico de los libros de texto. La recolección de la información se realizó a partir de un instrumento diseñado siguiendo algunas de las estrategias para el desarrollo del razonamiento estadístico identificadas en la literatura. El análisis exploratorio de los datos se realizó con ayuda del aplicativo TableauPublic 2020.3.

Los resultados revelaron que los libros de texto de matemáticas analizados ofrecen pocas oportunidades para desarrollar el razonamiento estadístico. Las tareas en su mayoría están planteadas en contextos lejanos a la realidad del estudiante; no brindan oportunidades para que este desarrolle procesos comunicativos a partir de la argumentación o la explicación de sus decisiones; no parten de situaciones con múltiples respuestas; y no se apoyan en la tecnología para la automatización de los cálculos y favorecer la exploración de los datos. Los resultados muestran que los elementos del razonamiento estadístico fueron débilmente promovidos en las tareas propuestas.

*Palabras clave:* Educación estadística, estadística escolar, pensamiento aleatorio, educación matemática, matemática escolar.

---

### Abstract

This research was oriented around the question, ¿How is statistical reasoning approached in Colombian mathematics textbooks for the fifth grade? The principal aim was making public the opportunities to develop statistical reasoning from curricular materials in Colombia. Methodologically, the study used content analysis based on some objectivism and subjectivism elements of educational research. The study documents are treated with the objectivity that characterizes the measurement processes; the interpretation is permeated by the researcher subjectivity. The units of analysis were 258 tasks proposed for the student in the statistical component of the textbooks. The information collection was carried out from an instrument designed following some strategies for the development of statistical reasoning identified in the literature. The exploratory analysis of the data was carried out with the help of the *TableauPublic 2020* application. 3.

The results evidenced that the analyzed mathematics textbooks offer few opportunities to develop statistical reasoning. The tasks are mostly posed in contexts far from the reality of the student; these do not provide opportunities for him to develop communication processes based on the argumentation or explanation of his decisions; also, the tasks do not start from situations with multiple answers and do not lean on technology to automate calculations and facilitate data exploration. The results show that the elements of statistical reasoning were weakly promoted in the proposed tasks.

**Keywords:** Statistical education, school statistics, random thinking, mathematics education, school mathematics.

## 1. Planteamiento del problema

### 1.1 Problema

Por mucho tiempo se ha discutido sobre la separación entre lo que se aprende en la escuela y las situaciones que los sujetos viven fuera de ella. En la literatura abundan trabajos que muestran que los estudiantes a lo largo de su formación primaria, secundaria y superior acumulan información y conocimiento que no son capaces de integrar para desempeñarse con éxito en el mundo académico, profesional o cotidiano-como ciudadanos del mundo (Bakker, van Mierlo, y Akkerman, 2012)-. Posiblemente esta dicotomía entre el mundo y la escuela -particularmente en la estadística escolar- tiene sus orígenes en la forma en la que la estadística es discutida en el aula.

Hoy, en plena era de la ‘explosión de información’ la educación estadística tradicional se sigue centrando en el desarrollo del conocimiento, en las habilidades algorítmicas y procedimentales, y en los cálculos matemáticos. Los estudiantes aprenden una gran cantidad de información sobre conceptos y procedimientos estadísticos que no saben utilizar cuando se enfrentan a problemas reales (Zapata-Cardona y Marrugo, 2016; Bakker et al.2012). Este enfoque no ha funcionado y no promueve en los estudiantes el razonar o pensar estadísticamente (Tishkovskaya y Lancaster, 2012; Snee, 1993). La escolarización no puede centrarse en el conocimiento teórico, debe ir más allá del conocimiento matemático y de la comprensión de los conceptos y procedimientos estadísticos. Podría enfocarse en un nivel de razonamiento que promueva que los estudiantes desarrollen estrategias para recopilar datos útiles, métodos para analizar los datos y perspectivas únicas para interpretar el significado de los datos en el contexto del problema. Para lograr este objetivo, algunos autores han argumentado que la enseñanza de la estadística debería fomentarse a partir del desarrollo del Razonamiento Estadístico / Statistical Reasoning (Garfield y Gal, 1999; Wild y Pfannkuch, 1999; Lovett, 2001; Rumsey, 2002; delMas 2002; delMas, 2004; Franklin et al., 2007; Chance, 2013; Zieffler, Garfield, y Fry, 2018), esta investigación se apoya en este argumento. El razonamiento estadístico refiere a la manera en que las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística (Garfield y Gal 1999; Garfield, 2002).

Esta situación, en donde la estadística ha sido abordada en el sistema escolar desprovista de su utilidad como herramienta metodológica para entender y resolver problemas del mundo real a partir de procesos de razonamiento y se ha enfocado en el dominio de conceptos y procedimientos,

representan estancamiento metodológico. Atendiendo a este problema, en esta investigación se pretende estudiar el componente estadístico de los libros de texto - también conocidos como textos escolares, o como libros de texto escolar - de matemáticas de grado quinto de primaria para esclarecer su contribución a este estancamiento. Parece interesante determinar si los libros de texto refuerzan esa concepción de la estadística escolar con dominio en los aspectos conceptuales y procedimentales o si, por el contrario, ellos se orientan hacia el desarrollo de los modos de razonamiento utilizados en el análisis de datos, donde la estadística se concibe como una disciplina que no existe para sí misma sino para ofrecer a otros campos de estudio un conjunto coherente de ideas y herramientas para tratar los datos (Cobb y Moore, 1997).

Tendencias actuales en educación estadística sugieren que los métodos estadísticos se utilizan en casi todas las áreas de conocimiento. La amplia disponibilidad de conjuntos de datos interesantes y complejos, y acceso cada vez más fácil a software de análisis y visualización de fácil uso, significa que cualquiera puede jugar con los datos para plantear y responder preguntas interesantes (Wild, et al, 2017). La educación estadística deberá, entonces, fortalecer la capacidad de los estudiantes para utilizar el razonamiento estadístico a lo largo de su vida para resolver problemas, interpretar e incluso refutar estudios estadísticos relevantes para ellos. Sin embargo, se desconoce si los libros de texto disponibles en el mercado colombiano también conciben esa mirada. La pregunta de investigación que se intenta responder en este estudio es: ¿Cómo se aborda el razonamiento estadístico en libros de texto colombianos de matemáticas para el quinto grado?

El objetivo de investigación es analizar cómo se aborda el razonamiento estadístico en dichos libros de texto con miras a hacer públicas las oportunidades para desarrollar el razonamiento estadístico a partir de materiales curriculares en Colombia.

## **1.2 Antecedentes**

### ***Investigación sobre el razonamiento estadístico***

La investigación sobre el razonamiento estadístico es un campo en auge en los últimos 50 años, debido a la importancia que ha tomado la estadística en las aulas de clases. A continuación, se presentan algunos de los avances más importantes que ha afrontado este campo de investigación.

El trabajo de Lovett (2001) presenta un recorrido histórico de la investigación sobre el razonamiento estadístico en las décadas de los 70's, 80's y 90's. En ese recorrido se resaltan: el carácter teórico de la década de los 70's, el enfoque empírico de la década de los 80's y el trabajo

enfocado en el aula de la década de los 90's. Las preguntas fundamentales planteadas por Lovett (2001) son: ¿Quiénes son los investigadores? ¿Cuál es el objetivo de las investigaciones? ¿Cuál es el contexto de la investigación? y ¿Cómo se aplicó la investigación? A continuación, algunos de los elementos más significativos identificados por Lovett para cada una de las décadas.

El carácter teórico de la década de los 70's, estuvo caracterizado por la supremacía de lo cognitivo y bajo un enfoque positivista, comparando el desempeño humano con los ideales lógicos sin prestar atención al valor general del uso de heurísticas y sesgos. La investigación en esta década siguió un enfoque basado en la teoría para tratar de comprender cómo las personas resuelven (o no resuelven) los problemas de razonamiento estadístico. Se restó atención a las realidades de la resolución de problemas cotidianos, por no hablar del aprendizaje en el aula; sin embargo, se desarrollaron varias ideas y construcciones nuevas (por ejemplo, heurísticas de razonamiento) que luego se podrían aplicar en entornos más prácticos (Lovett, 2001).

El enfoque empírico de la década de los 80's, se caracterizó por las indagaciones sobre cómo los estudiantes, que han trabajado probabilidad y estadística, se desempeñan en pruebas similares de razonamiento estadístico. La investigación realizada durante la década de 1980 continuó con la línea de la naturaleza teórica de los 70's, con una nueva tendencia hacia el estudio del razonamiento estadístico en situaciones más realistas. Los participantes de la investigación fueron estudiantes universitarios que habían tomado un curso de probabilidad o estadística. Lo que sirvió para que los resultados fueran más relevantes para una audiencia aplicada que incluye instructores universitarios y profesores universitarios (Lovett, 2001).

El trabajo enfocado en el aula de la década de los 90's, estuvo caracterizado por la consolidación del movimiento de reforma en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias, en la enseñanza de estadística. Los planes de estudio ahora enfatizaban el razonamiento sobre los datos en lugar de memorizar fórmulas. Hubo un cambio en las técnicas de instrucción: más práctica de laboratorio (uso de paquetes de software estadístico para analizar datos); sobre problemas del mundo real; y obtuvieron acceso a simulaciones por computadora de diversos fenómenos estadísticos (por ejemplo, el teorema del límite central) (Lovett, 2001). El enfoque principal fue estudiar el razonamiento estadístico de los estudiantes (y sus dificultades) en el aula. Este tipo de investigación enfatizó en los productos de aprendizaje y razonamiento en lugar de los procesos, como ocurrió en la década de los 70's y los 80's. No obstante, para mediados y finales de los 90's, el trabajo con el razonamiento estadístico se orientó hacia los procesos y se integraron múltiples

enfoques (por ejemplo, Garfield (1994), Garfield (1995), Schaffner (1997)). Estas investigaciones además de observar las respuestas dadas por los participantes (clasificadas como correctas o incorrectas) se buscaba identificar y analizar los diferentes modos de razonamiento que llevaba a los estudiantes a la respuesta elegida; es decir, tanto los productos como los procesos de resolución de problemas (Lovett, 2001).

El recorrido por estas tres décadas de investigación sobre el razonamiento estadístico permite reconocer su evolución con la ayuda de diferentes agentes investigativos (psicólogos y científicos sociales en la década de los 70's; psicólogos en la década de los 80's; y psicólogos, educadores e instructores en la década de los 90's); pasando del ámbito de lo cognitivo (70's, 80's) al campo de los procesos de resolución problemas (finales 90's). También se puede observar que la investigación en el campo del razonamiento estadístico ha tenido diferentes objetivos, como por ejemplo desarrollar y probar una teoría que postule que las personas usan ciertas heurísticas y sesgos (para los 70's), documentar las habilidades de estudiantes de estadística (en los 80's) y documentar sus dificultades cuando razonan estadísticamente (durante los 90's). Los contextos también fueron diferentes para cada una de estas décadas (El laboratorio de psicología, con versiones limpias de problemas del mundo real en los 70's; trabajar con estudiantes fuera del contexto de la clase de estadística, con problemas imitados del mundo real en los 80's; y el estudio del alumno en el aula en los 90's). Por último, la finalidad del desarrollo de estas investigaciones en cada época también influyó en la comprensión del razonamiento estadístico que se manejaba (investigaciones en miras a desarrollar y probar teorías en los 70's; investigaciones para probar la teoría y también poder aplicarla al diseño instruccional en los 80's; e investigaciones para proporcionar información a instructores de los cursos en los 90's).

Se pasará ahora a analizar las comprensiones e investigaciones sobre razonamiento estadístico de los últimos 19 años (es decir, desde el año 2000 hasta el 2019). Se debe tener en cuenta las reformas educativas realizadas en diversos lugares entre los años 2000 y 2006, como es el caso de la presentada por la National Council of Teachers of Mathematics en el 2000 (NCTM, 2000) y la colombiana en el 2006 (Ministerio de Educación, 2006), las cuales presentaron un cambio en los objetivos de aprendizaje en los cursos introductorios de estadística. Estas reformas implicaron pasar de los cálculos y procedimientos, hacia objetivos para ayudar a los estudiantes a desarrollar conocimientos estadísticos, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico.

El trabajo actual sobre razonamiento estadístico tiene su auge en el desarrollo de investigaciones sobre conceptos individuales de la estadística. En Sabbag (2016) se presentan algunas de estas investigaciones: razonamiento sobre inferencia estadística (por ejemplo, Rossman, 2008; Lane-Getaz, 2013), razonamiento sobre los datos (por ejemplo, Konold, Higgins, Russell y Khalil, 2015; Konold y Higgins, 2003; Heaton y Mickelson, 2002), razonamiento sobre el centro (por ejemplo, Jones, Thornton, Langrall, Mooney, Perry y Putt, 2000; Groth y Bergner, 2006; Bakker y Gravemeijer, 2006), razonamiento sobre modelos estadísticos y modelado, distribución (por ejemplo, Batanero, Tauber y Sánchez, 2004; Pfannkuch y Reading, 2006; Wild, 2006), razonamiento sobre la covariación (Moritz, 2004), razonamiento sobre la variabilidad (Reading y Shaughnessy, 2004; Garfield y Ben-Zvi, 2005; Lehrer y Schauble, 2007), razonamiento sobre la comparación de grupos (Ben-Zvi, 2004; Hammerman y Rubin, 2004), y razonamiento sobre muestras y distribución de muestras (Watson, 2004; Chance, delMas, y Garfield, 2004). Muchas de estas investigaciones han permitido avanzar en la profundización de conceptos estadísticos en niveles de educación superior, pero son pocos los estudios en niveles de enseñanza básica primaria.

### ***La investigación en libros de texto.***

En este trabajo, se entiende el libro de texto como extenso objeto impreso que tiene la intención de guiar al estudiante a lo largo del año escolar en un área de conocimiento específica (Johansson, 2003). Si bien la utilización de los libros de texto dentro y fuera del aula de clases no es nueva, la investigación en este campo sí es relativamente nueva con un alto desarrollo en las últimas décadas (Fan, Zhu, y Miao, 2013), y ha estado motivada por los intereses particulares de los investigadores. Estos intereses van desde el estudio de las características físicas y la diagramación de los libros de texto, pasando por la administración del contenido, su evolución histórica, hasta su papel como portadores del currículo que se lleva a los estudiantes. Así también, se han creado encuentros académicos para educadores matemáticos, investigadores, desarrolladores de libros de texto y diseñadores de las políticas educativas de diferentes partes del mundo, en los que se busca compartir los resultados de sus investigaciones, experiencias de desarrollo e ideas de reforma, y discutir temas y direcciones en materia de investigación y desarrollo de libros de texto de matemáticas (Conferencia Internacional sobre Investigación y Desarrollo de Libros de Texto de Matemáticas [ICMT-2014-2017]). Es importante resaltar que, si bien otros encuentros y revistas académicas sobre investigación en educación matemática a nivel

mundial no han tenido como tema exclusivo el libro de texto, si han estado abiertos a compartir los avances en este campo (por ejemplo, la 13th International Congress on Mathematical Education [ICME-13]). Entre los temas que han motivado la investigación en los últimos años están, por ejemplo:

*Libro de texto de matemáticas como campo de investigación.* Las investigaciones revelaron que se han logrado avances, aunque el mayor logro se ha concentrado en las áreas de análisis de libros de texto (incluida la comparación de libros de texto) y el uso de libros de texto en la enseñanza y el aprendizaje (Fan, Zhu, y Miao, 2013; Howson, 2013; Fan, 2013; Schubring y Fan, 2018; O'Halloran et al., 2018).

*La relación del libro de texto y la política curricular.* Comprendida a partir del papel que juega el libro de texto en el currículo escolar (por ejemplo, Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt y Hoauang, 2002; Johansson, 2003; Herbel-Eisenmann, 2007; Usiskin, 2013; O'Keeffe, 2014; Alacaci, Özalp, Başaran, y Kalender, 2014; Almeida, Teixeira, Domingos, y Matos, 2014)

*Análisis del contenido.* Está dirigido básicamente a analizar cómo es la estructura interna del libro de texto, los contenidos, la forma de desarrollar las temáticas (O'Sullivan, 2014; Borba y Selva, 2013).

*Indagar por una temática específica.* Estas investigaciones buscan rastrear dentro de los libros de texto oportunidades para aprender una determinada habilidad o un contenido matemático (Alafaleq y Fan, 2014; Dietiker y Brakonieck, 2014; van Zanten y van den Heuvel-Panhuizen, 2018; Sun, 2019). En el caso de, por ejemplo, de van Zanten, y van den Heuvel-Panhuizen (2018) la investigación indaga por los libros de texto actuales, en los países bajos, y cómo proporcionan tareas no rutinarias de resolución de problemas. Es decir, aquellas tareas para las cuales los estudiantes no tienen una estrategia de solución particular a su disposición. Los hallazgos permitieron evidenciar que los libros de texto holandeses actuales ofrecen muy pocas oportunidades para aprender a resolver problemas y estas oportunidades se ofrecen principalmente en materiales destinados a estudiantes más avanzados.

*La matemática y el uso de los nuevos avances tecnológicos.* Estas investigaciones indagaban por el uso de herramientas tecnológicas, cada vez más avanzadas y de fácil acceso, en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Este ámbito de investigación está creciendo tanto, que ha hecho necesario que se abran nuevos frentes de investigación (Bokhove y Jones, 2014; Dietiker, 2014; Xu, 2013; Usiskin, 2018; O'Halloran et al. 2018). La necesidad de nuevos estudios sobre



cómo los estudiantes y los maestros aprovechan las nuevas oportunidades que ofrecen los formatos digitales interactivos en relación con la participación, flexibilidad y personalización, toman cada vez más fuerza. En el estudio de O'Halloran, por ejemplo, se utiliza un enfoque multimodal para estudiar la última generación de libros de texto de matemáticas, impresos y en línea, para investigar cómo el diseño, el contenido y las características facilitan la comprensión y uso del conocimiento matemático. Los autores citados concluyen, que los libros de texto de matemáticas digitales en línea permiten que la compleja estructura jerárquica del conocimiento matemático se presente y se conecte de nuevas maneras. Afirman además, que dicha conectividad aumenta la coherencia matemática, lo que aumenta la calidad del libro de texto para la enseñanza y el aprendizaje.

*Comparación internacional.* Este enfoque está dirigido a revisar los materiales propios en función de los avances académicos en otras latitudes. La comparación internacional favorece la adopción de nuevas políticas curriculares en mira a mejorar las prácticas propias (Dindyal, 2014; Domingos, Matos, Almeida y Teixeira, 2014; Hemmi y Krzywacki, 2014; Pepin et al., 2013; Wang y Lu, 2018). La investigación desarrollada por Li y Chang (2014) es prueba de ello. Los investigadores consideran que los libros de texto son herramientas clave para interpretar la política educativa, he indagan sobre los contenidos que se seleccionan y cómo se presenta en una colección de libros de texto de secundaria de China, Francia, Alemania, Japón, Rusia, el Reino Unido y los Estados Unidos según cuatro dominios principales: álgebra, geometría, estadística y probabilidad, y cálculo. Los autores encuentran, que si bien, la colección de libros de texto de matemática utilizados en China hace hincapié en el contenido matemático básico (álgebra, geometría) e incluye contenido que se usa con frecuencia en la vida moderna (estadística y probabilidad, cálculo), la presentación y la cobertura de estos últimos no son tan ricos y bien estructurados como en otros libros de texto (Li y Chang, 2014).

*Uso del libro de texto.* Este enfoque está enmarcado en analizar el libro de texto y su uso dentro y fuera del aula de clase (Edwards, Hyde y Jones, 2014; Rezat, 2013; Usiskin, 2013; Draisma, 2018). En su trabajo Rezat (2013) por ejemplo, presenta un estudio cualitativo sobre cómo los estudiantes utilizan los libros de texto de matemáticas para practicar. Sus hallazgos muestran que los usuarios de los libros de texto son influenciados por la forma en que se presentan las matemáticas en los libros de texto.

## 2. Justificación

El estudio del componente estadístico de los libros de texto de matemáticas para quinto grado a la luz del razonamiento estadístico se justifica en varias razones: la naturaleza de la estadística, el grado quinto como un nivel crucial en la escolaridad para el uso del libro de texto, y la importancia del libro de texto en el sistema escolar.

Estadística, tal como lo define la Asociación Americana de Estadística (ASA), es la disciplina de aprender de los datos, y de medir, controlar y comunicar la incertidumbre. La misión de la educación estadística es proporcionar marcos conceptuales (formas de pensar estructuradas) y habilidades prácticas para equipar mejor a los estudiantes para sus vidas futuras en un mundo que cambia rápidamente y está inundado por datos e incertidumbre (Wild et al., 2017). Debido a que el universo de los datos se está expandiendo y cambiando tan rápido, los procesos educativos necesitan enfocarse más en mirar hacia adelante que mirar hacia atrás. En este sentido, la prioridad de dichos procesos formativos es el desarrollo de la capacidad de los estudiantes o adultos para razonar o pensar sobre las situaciones estadísticas o probabilísticas, actuando de una manera competente. En este sentido, las estadísticas son cada vez más reconocidas como esenciales para el éxito de los estudiantes al tratar con los requisitos de ciudadanía, empleo y educación continua. En consecuencia, el desarrollo del razonamiento estadístico debe ser una gran prioridad para las estadísticas escolares. En ausencia de razonamiento, si bien los estudiantes pueden llevar a cabo los procedimientos correctamente, pueden invocar de manera caprichosa reglas incorrectas o infundadas, como ‘la media aritmética en lugar de la media ponderada’. Cuando la enseñanza de la estadística se basa exclusivamente en considerar los procedimientos como pasos a seguir en los que se dice que hacer, sin desarrollar una comprensión de los procedimientos enraizados en el razonamiento y la creación de sentido, los estudiantes pueden realizarlos correctamente, pero pueden pensar en ellos solo como una lista de ‘trucos’. Como resultado, pueden manifestar dificultades para seleccionar un procedimiento adecuado para usar en un problema dado, o su destreza aparente con tareas simples puede desaparecer en situaciones más complicadas.

Estudiar los libros de texto de quinto de primaria se justifica en la pertinencia del grado, debido a que es un momento intermedio en la escolaridad de los estudiantes colombianos. Los primeros grados del sistema educativo colombiano están dedicados a conseguir la integración de los estudiantes a la vida escolar y aunque hay uso del libro de texto, este se da bajo la orientación cercana de los profesores con un uso esporádico. La literatura ha mostrado que esto es un fenómeno

natural y que a partir de los grados 4° y 5°, la matemática está fundamentada esencialmente en el uso del libro de texto; tanto el contenido de la materia como la organización de la enseñanza, son dirigidos por el texto escolar (Johansson, 2003). Por otra parte, el conocimiento que brinda la literatura sobre la estadística escolar ha estado fundamentado en diseños metodológicos que estudian las poblaciones del ciclo secundario, pero muy pocos estudios se enfocan en la estadística escolar de la escuela primaria, esto puede estar fundamentado en la no inclusión de la estadística escolar en los planes de estudio de los grados escolares iniciales hasta hace poco. Recientemente se han incrementado los esfuerzos en diversas partes del mundo para incluir contenido estadístico en la primaria (Zieffler, Garfield, y Fry, 2018). Por ejemplo, Australia solo hasta el 2013 estableció estándares para el aprendizaje estadístico en todos los años de primaria y secundaria (Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority, 2013). Nueva Zelanda, incluyó estándares para la enseñanza de estadísticas desde el año 1 de la escuela primaria solo hasta el 2007 (Ministry of Education, 2007). En el 2014, Etiopía también amplió la instrucción de estadísticas a lo largo de la experiencia K-12 (Michael y O'Connell, 2014). En los Estados Unidos generalmente no se aborda el contenido estadístico hasta el grado sexto, a pesar de las recomendaciones de la Asociación Americana de Estadística para incluir el contenido estadístico anteriormente en el currículo escolar (Franklin et al., 2007). Solo en mayo del 2017 los Estándares Estatales Básicos Comunes en Matemáticas fueron adoptados por 42 de los 50 estados, incorporarán ideas de datos y mediciones tan pronto como el grado tercero. En Colombia, solo en la reforma educativa del 2003-2006 se presentan orientaciones específicas para el desarrollo de la estadística escolar -pensamiento aleatorio- con los Estándares Básicos de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

El libro de texto, en el contexto educativo mundial, ha jugado un papel muy importante dentro y fuera de las aulas de clase como portador de los contenidos que se discuten con los estudiantes. Todos los actores del proceso educativo - padres, estudiantes, profesores - hacen uso de las líneas de guía curricular de los libros de texto. Incluso, algunos autores los consideran como mediadores entre el currículo intencionado y el currículo implementado (Johansson, 2003). Para Herbel-Eisenmann (2007) los libros de texto pueden afectar qué y cómo los profesores enseñan, de la misma manera que pueden afectar qué y cómo los estudiantes aprenden. Los libros de texto además son una guía para organizar la enseñanza, para vincular a los estudiantes en la actividad de aprendizaje, para asignar tareas por fuera de la clase y para evaluar a los estudiantes (Tarr, Reys, Barker y Billstein, 2006). Hay evidencia empírica que los libros de texto ofrecen cierta seguridad

---

a los profesores no solo con el tema específico que enseñan sino con la forma de organizar la instrucción (Johansson, 2003). Esto es importante si se tiene en cuenta que en Colombia hay profesores que deben enseñar estadística y reconocen que no tienen la formación disciplinar ni didáctica suficiente para asumir con éxito esta labor (Zapata-Cardona y Rocha, 2011). Además, para los estudiantes los libros de texto son un factor importante en las oportunidades de aprendizaje, (Zhu y Fan, 2002; Fan, Chen, Zhu, Qiu, y Hu, 2004; Fan, 2010), dado que los libros de texto pueden ser recursos educativos valiosos, que ayudan a integrar y proveer diversas oportunidades educativas que favorecen promover el desarrollo estudiantil de habilidades (Pepin, Gueudet y Trouche, 2013). Los libros de texto son una herramienta para comunicar mensajes variados, y además, para proporcionar un entorno curricular alentador, que promueve diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje (Fan y Kaeley, 2000).

Hay investigaciones que argumentan que el libro de texto determina el tipo de ciencia que se lleva a clase (Johansson, 2003). Por ejemplo, si un libro de texto está lleno de definiciones y conceptos, ese es el tipo de ciencia que se llevará al aula de clase. Entonces si para los profesores y estudiantes la estadística es lo que hay en el libro de texto por lo menos es necesario estudiar en detalle qué es lo que hay en los libros de textos del sistema educativo colombiano y cómo intentan promover el desarrollo del razonamiento estadístico.

Aunque no puede atribuirse a los libros de texto toda la responsabilidad en el desarrollo del razonamiento estadístico, sí que pueden ser una plataforma para expandir las posibilidades de aprendizaje mediante las tareas que proponen. Se reconoce que el profesor es clave para el fortalecimiento del razonamiento estadístico en el aula de clase, y si los libros de texto plantean tareas que favorezcan el razonar estadísticamente, el profesor tendrá más posibilidades para promover estas habilidades.

### **3. Objetivo**

#### **Objetivo general**

El objetivo de investigación es analizar cómo se aborda el razonamiento estadístico en dichos libros de texto con miras a hacer públicas las oportunidades para desarrollar el razonamiento estadístico a partir de materiales curriculares en Colombia.

#### 4. Marco teórico

Este apartado discute los fundamentos teóricos a partir de los cuales se responde a la pregunta de investigación. Se inicia con una presentación sobre la comprensión de la estadística escolar como eje transversal en esta investigación; se continúa con la definición de razonamiento estadístico y los avances en este campo, y se culmina con la presentación de algunos elementos de la investigación en libros de texto.

##### ¿Qué es estadística escolar?

La estadística escolar se puede asociar con el conjunto de conocimientos estadísticos y probabilísticos básicos llevados a las aulas de clase para ayudar a los estudiantes en el desarrollo de una actitud inquisitiva frente a situaciones de incertidumbre. En dichas situaciones, los estudiantes requieren el desarrollo de razonamientos a partir de datos (evidencia empírica), sin ignorar el contexto de donde son tomados (Watson, 2006).

El objetivo de la estadística escolar *es el desarrollo de una estructura conceptual con la que se pueda dar sentido a la experiencia, para aprender de ella y transferir los conocimientos a otras situaciones durante la solución de problemas reales*. Es decir, la estadística escolar busca el fortalecimiento de los procesos de razonamiento involucrados en la solución de situaciones del mundo real (problemas), haciendo uso de herramientas estadísticas. La estadística escolar favorece que los estudiantes comprendan que la estadística ayuda al proceso de resolución de problemas, es fundamental para la investigación científica y esencial para tomar decisiones acertadas.

La estadística escolar busca, además, promover y desarrollar algunas habilidades de investigación por los estudiantes (Franklin et al, 2007), como lo es la capacidad de identificar preguntas, recopilar evidencia (datos), descubrir y aplicar herramientas para interpretar los datos y comunicar e intercambiar resultados; así como también, que el estudiante comprenda las ideas básicas, términos y lenguaje estadístico, que sea capaz de explicar, decidir, juzgar, evaluar y tomar decisiones sobre la información. Para este conjunto de habilidades favorecidas por la estadística escolar, y deseado para la formación de ciudadanos estadísticamente competentes, se le conoce como ‘razonamiento estadístico’. Esto requiere que el estudiante comprenda tanto *por qué y cómo* se realizan las investigaciones como el papel que juegan las “grandes ideas estocásticas” implícitas en ellas (Tauber, 2010). Algunas grandes ideas incluyen la existencia de variación, la descripción de las poblaciones mediante la recopilación de datos, y la reducción de datos, notando tendencias y características principales a través de resúmenes y presentaciones de los datos.

Se espera que cuando los estudiantes terminen sus encuentros con la estadística escolar, puedan utilizar estrategias estadísticas para tomar decisiones informadas. Es decir, que sean capaces de comprender y tratar la incertidumbre, la variabilidad y la información estadística en su entorno, y puedan participar de manera efectiva en una sociedad con una gran carga de información. Así como también, estén en la capacidad de contribuir o participar en la producción, interpretación y comunicación de datos relacionados con los problemas que encuentran en su vida profesional (Garfield y Gal, 1999).

### ¿Qué es el razonamiento estadístico?

*“La estadística tiene su propia sustancia, sus propios conceptos y modos distintivos de razonamiento. Éstos deberían ser el corazón de la enseñanza de la estadística para principiantes en cualquier nivel...”*  
(Moore, 1992, pág. 14).

El razonamiento, tal como lo proponen Sánchez y Orta (2013), es un proceso mental cuya función es generar ideas (en forma de proposiciones) y apoyar su veracidad. Cuando las ideas que se generan son de tipo estadístico se habla de razonamiento estadístico.

Razonar estadísticamente refiere a la capacidad para cuestionar, comparar y explicar decisiones a partir de la información (Rumsey, 2002). El razonamiento estadístico se ha convertido en un campo de investigación en auge en los últimos años, debido a la importancia que ha tomado la estadística en la formación de los estudiantes. A continuación, se presentan algunas ideas que sobre razonamiento estadístico se encuentran en la literatura y que han sido la base para la construcción operativa de lo que se entenderá como ‘razonamiento estadístico’ en esta investigación.

El razonamiento estadístico se puede definir como la manera en que las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística (Garfield y Gal, 1999; Ben-Zvi y Garfield, 2004). Supone hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos, representaciones gráficas o presentación de resúmenes estadísticos. El razonamiento estadístico combina ideas sobre datos y azar, lo que requiere hacer inferencias e interpretar resultados estadísticos. Tras este razonamiento hay una comprensión conceptual de ideas importantes -grandes ideas-, como *distribución, centro, dispersión, asociación, incertidumbre, aleatoriedad y muestreo*. De acuerdo con estos autores, el desarrollo de habilidades de razonamiento estadístico se puede favorecer

mientras los estudiantes produzcan y comuniquen descripciones razonadas, juicios, inferencias y opiniones sobre los datos. Este tipo de razonamiento supone también comprender y ser capaz de explicar e interpretar cabalmente los procesos y los resultados estadísticos.

Si bien, Garfield y Gal (1999), muestran elementos prácticos para desarrollar la instrucción y la evaluación de las habilidades de razonamiento estadístico de los estudiantes, dichos elementos se pueden convertir en base para diseñar actividades y tareas que busquen, además de evaluar, promover el razonamiento estadístico. Elementos tales como el hecho de desarrollar un enfoque a partir del análisis exploratorio de datos y la resolución de problemas estadísticos con datos reales; favorecer el desarrollo de procesos comunicativos; proponer situaciones con múltiples respuestas; hacer uso de la tecnología y favorecer el uso de un software para la exploración de los datos, son fundamentales.

Para Garfield y Gal (1999) el razonamiento estadístico no solo refiere a trabajar con datos, si no que involucra: 1. La reflexión constante del estudiante sobre el proceso que está realizando, la situación planteada y los datos disponibles para resolverla; 2. La exteriorización de los procesos internos que realiza para lograr una interpretación, conclusión e inferencia, y saber comunicarlos; y 3. La comprensión de la estadística como una herramienta práctica que toma sentido en el mundo real, que *es y se da* para resolver problemas del mundo real. Todo esto debe ser promovido a través de tareas, problemas o actividades para el estudiante.

Para delMas (2002) el razonamiento estadístico se pone en práctica cuando el estudiante debe explicar por qué o cómo obtuvo los resultados. El razonamiento supone explicar, por ejemplo, el proceso que genera una distribución, explicar el sentido de la media como punto de equilibrio, o justificar una conclusión. Se infiere, en la propuesta de delMas, que razonar va más allá de identificar, describir, expresar de otro modo, traducir, interpretar o leer datos, representa un nivel de habilidades más avanzado que refiere a *explicar el proceso*.

Para Herrera y Rodríguez (2011), el razonamiento estadístico involucra la capacidad de explicar procesos estadísticos y de interpretar, de manera global, los resultados estadísticos.

Sabbag (2016) propone que el razonamiento incluye interpretaciones, representaciones y resumen de datos, y está compuesto de etapas y ciclos jerárquicos (Jones, Langrall, Mooney y Thornton, 2004). Resalta, además, que el razonamiento estadístico aparece en la literatura como un objetivo importante de aprendizaje, y la investigación se orienta a la manera particular de razonar estadísticamente. Sabbag (2016) afirma que el razonamiento estadístico está alineado con



objetivos de aprendizaje a través de la comprensión, la aplicación y el análisis de conceptos estadísticos. Cuando se intenta promover el razonamiento estadístico se debe buscar que se hagan conexiones entre los conceptos, desarrollen representaciones mentales de los problemas estadísticos, y den explicaciones sobre las relaciones entre conceptos. Las tareas que ponen en juego el razonamiento estadístico, por lo general, tratan más de un concepto estadístico y requiere hacer conexiones entre ellos (Sabbag, 2016).

Para Oliveria y Henriques (2019) en conexión con lo propuesto por Ben.Zvi y Garfield (2004), el razonamiento estadístico además de definirse como la manera en que las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística, representa una capacidad para sacar conclusiones que se extiende más allá de los datos disponibles.

Apoyados en la revisión de literatura aquí presentada, se define razonamiento estadístico en esta investigación como el nivel de competencias deseado para los estudiantes, se caracteriza por la capacidad de hacer conexiones entre la información, analizar los tipos de relaciones que se establecen en los conjuntos de datos y hacer inferencias a partir de los resultados. Fomentar el razonamiento estadístico por los estudiantes requiere que se involucren en los procesos investigativos estadísticos, que expliquen tanto los procesos como los resultados, además de interpretar, representar o resumir conjuntos de datos; para delMas (2002), razonar estadísticamente es comprender por qué y cómo se produjeron los datos.

Para promover el desarrollo del razonamiento estadístico se acepta que las tareas deben favorecer habilidades procedimentales específicas (como organizar datos, calcular la mediana, el promedio, un intervalo de confianza, o construir y presentar tablas, gráficos, diagramas, ya sea manualmente o asistidos por tecnología), sin embargo estas tareas no permiten revelar las comprensiones de los estudiantes sobre las "grandes ideas" estadísticas (variación, representación visual de datos, centro, dispersión), ni la capacidad de éstos para elegir y aplicar las herramientas estadísticas más adecuadas para dar sentido a los datos en el contexto. Por ejemplo, las tareas que promueven exclusivamente el cálculo del promedio de los datos proporcionados, dicen poco sobre la comprensión del promedio como una manera razonable de resumir la información, y no promueven la exploración de otras herramientas estadísticas más adecuadas para trabajar y describir los datos. Este tipo de tareas se separan con demasiada frecuencia del contexto y se centran en la precisión de los cálculos estadísticos, la aplicación correcta de fórmulas o la corrección de gráficos y tablas.

Por su parte, las preguntas y los formatos de tareas que culminan en respuestas simples ‘correctas o incorrectas’, no reflejan la naturaleza de muchos problemas estadísticos, proporcionan sólo información limitada sobre los procesos de razonamiento estadístico de los estudiantes (Gal y Garfield, 1997). El desarrollo del razonamiento estadístico debe buscar oportunidades para que el estudiante, por ejemplo, explique cómo la media es influenciada por valores extremos en un conjunto de datos, y lo que sucede con la media y la mediana cuando se cambian los valores de los datos. El razonamiento estadístico se ve favorecido en situaciones en las que el estudiante desarrolla su capacidad para construir o interpretar argumentos estadísticos, su comprensión de la lógica detrás del uso de ciertos procedimientos (por ejemplo, muestreo, promedios), o su capacidad para usar de manera correcta la terminología estadística o matemática al discutir su trabajo, o explicar la solución o razonamiento.

Para promover el razonamiento estadístico, Moore (1998) recomienda que los estudiantes experimenten de primera mano el proceso de recolección y exploración de datos. Estas experiencias deben incluir discusiones sobre cómo se producen los datos, cómo y por qué se seleccionan los resúmenes estadísticos apropiados, y cómo se pueden extraer y apoyar conclusiones (delMas, 2002; Garfield y ben-Zvi, 2008).

Tomando como referencia el trabajo de Garfield y Gal (1999), y teniendo en cuenta los diferentes aportes de los autores aquí mencionados, a continuación, se presentan cuatro recomendaciones para ayudar a los estudiantes a desarrollar un razonamiento estadístico adecuado. Es importante aclarar que desde otras perspectivas y enfoques pueden surgir otras y nuevas estrategias para alcanzar dicho objetivo.

### **¿Cómo promover el razonamiento estadístico?**

***Promoviendo el trabajo con datos reales en un contexto real y hacer uso de los pasos de una investigación estadística.*** A partir de la naturaleza de la estadística, la conexión con el mundo real es fundamental (Garfield y Gal, 1999). Las tareas propuestas deben proporcionar a los estudiantes oportunidades para que resuelvan problemas en contextos reales con información interesante, plantearles situaciones que requieran pasar por los pasos de una investigación estadística y cuestionar a los estudiantes sobre cómo se producen los datos, cómo y por qué se seleccionan determinados resúmenes estadísticos. Con esto se pretende que los estudiantes tomen decisiones sobre la recopilación de datos, la codificación y el análisis, y que justifiquen sus decisiones. Al proponer un problema para desarrollar el razonamiento estadístico conviene

considerar el contexto, no como un pretexto para formular un problema, sino como una preocupación genuina de entenderlo y usarlo para dar sentido a los datos y a su análisis (Sánchez y Orta, 2013). En este trabajo las situaciones en contexto real refieren a situaciones que incluyen aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes, enunciados acompañados de un contexto que puede favorecer la interpretación de datos y resultados que se pueden verificar con una fuente externa. A continuación, se presenta un ejemplo de un problema del contexto real, y que además en su solución requiere del uso de los pasos de una investigación estadística. Este ejemplo ha sido adaptado de Franklin et al. (2007) los autores proponen que los estudiantes que completen el Nivel B -de competencias- deben ver el razonamiento estadístico como un proceso de resolución de problemas mediante datos y razonamiento cuantitativo. También deben tomar decisiones acerca de qué variables medir y cómo medirlas para dar respuesta a la pregunta propuesta. Este ejemplo se apoya en el uso de una situación del contexto real.

*Cinco semillas del mismo tipo y tamaño se siembran en una maceta que se ubica en el umbral de la ventana. Cinco semillas del mismo tipo y tamaño se siembran en una maceta que se ubica lejos del umbral de la ventana. Se usan números aleatorios para decidir cuáles plantas van en la ventana. Después de seis semanas, se mide y registra el cambio en la altura de cada planta.*

*Nivel B: ¿las cinco plantas ubicadas cerca de la ventana crecerán más altas que cinco plantas del mismo tipo ubicadas lejos de la ventana?*<sup>1</sup>

*En este experimento, los estudiantes deben interpretar una comparación de un grupo de cinco medidas con otro grupo. Si se nota una diferencia, entonces el estudiante reconoce que es causada probablemente por la diferencia en las condiciones de iluminación.*

***Desarrollando procesos de comunicación.*** Las tareas deben proporcionar a los estudiantes la práctica articulada de su razonamiento, que incluye la comunicación escrita u oral como parte regular de la resolución de problemas estadísticos. Con esto se busca animar a los estudiantes a ir más allá de proporcionar la respuesta, que sean capaces de explicar el proceso y cómo se interpreta el resultado, y que expliquen sus decisiones (Garfield y Gal, 1999). El razonamiento estadístico se pone en práctica al promover que los estudiantes produzcan y comuniquen descripciones razonadas, juicios, inferencias y opiniones sobre los datos (Ben-Zvi y Garfield, 2004). Para el

---

<sup>1</sup> Tomado y adaptado de: Franklin et al. 2007. Versión en español por Zapata-Cardona et al. 2018. <https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/Spanish.pdf>

desarrollo del razonamiento estadístico es fundamental la representación de los procesos internos realizados por el estudiante para proponer a una interpretación, conclusión e inferencia, y poderlos comunicar. La situación que se presenta a continuación busca que el estudiante explique una posible solución lógica a dicha situación.

*Un pequeño objeto fue pesado en la misma balanza por separado por nueve estudiantes en una clase de ciencias. Los pesos (en gramos) registrados por cada estudiante se muestran a continuación.*

6.2 6.0 6.0 15.3 6.1 6.3 6.2 6.15 6.2

*Los estudiantes quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real de este objeto. ¿Cuál método le recomendaría que utilicen y por qué?*

En esta situación se espera que el estudiante reconozca y explique que el valor de un dato, un valor atípico, debe ser debido a un error de medición, porque difiere mucho de las otras mediciones<sup>2</sup>.

***Planteando situaciones con múltiples respuestas.*** Las tareas deben alentar a los estudiantes a tomar conciencia de su pensamiento y de su razonamiento, con lo cual deben discutir las soluciones, comparar sus interpretaciones, suposiciones y explicaciones de forma oral o escrita, adicionalmente deben promover que el estudiante proponga respuestas basadas en datos que varían. El razonamiento estadístico involucra interpretar, de manera global, los resultados estadísticos (Herrera y Rodríguez, 2011). Las situaciones con respuestas deterministas proporcionan sólo información limitada sobre los procesos de razonamiento estadístico de los estudiantes (Gal y Garfield, 1997). La situación que se plantea a continuación busca propiciar que el estudiante se ubique en una situación de riesgo, de manera que se dé cuenta que la elección de un juego u otro, conlleva consecuencias en términos de beneficios-pérdidas.

*En una feria, se invita a los asistentes a participar en uno de dos juegos. Juan puede participar en un juego, pero no en ambos. Para saber por cual decidirse observa, anota y ordena los resultados de dos muestras de 10 personas que han participado en cada juego. Las pérdidas (-) o premios (+) en efectivo que han obtenido las 20 personas se muestran en las siguientes listas:*

---

<sup>2</sup> Tomado y adaptado de Garfield y Gal (1999), Escala 2: Entiende cómo seleccionar un promedio apropiado (pág. 9).

*Juego 1:* 15 -21 -4 50 -2 11 13 -25 16 -4

*Juego 2:* 120 -120 60 -24 -21 133 -81 96 -132 18

*Si tienes la posibilidad de participar en un solo juego ¿Cuál juego elegirías? Explica las razones de tu respuesta<sup>3</sup>.*

### ***Usando la tecnología y favoreciendo el uso de software<sup>4</sup> para la exploración de los datos.***

Los avances tecnológicos han hecho que el cálculo sea más accesible y más preciso, lo que favorece que el tiempo didáctico pueda dedicarse a la comprensión e interpretación de los valores obtenidos por los estudiantes (Zieffler, Garfield, y Fry, 2018). Es necesario que las tareas brinden a los estudiantes oportunidades para utilizar la tecnología para administrar y explorar datos, de modo que pueden centrarse más en el análisis y menos en los cálculos y construcciones (Garfield y Gal, 1999). El uso de software ayuda a los estudiantes a desarrollar activamente el conocimiento ‘haciendo’ y ‘viendo’ estadísticas y a reflexionar sobre los fenómenos observados (Oliveira y Henriques, 2019; Konold y Miller, 2004). Los resultados de predicciones o conjeturas se logran rápidamente y promueve que los estudiantes busquen justificaciones para sus declaraciones (Ben-Zvi 2006; Watson, 2006). El uso de estas herramientas permite observar de manera rápida y veraz, por ejemplo, ¿cómo se puede transformar el proceso de muestreo? y ¿cómo varía cuando se utilizan diferentes variables el tamaño de la muestra o la forma de la población? Otra ventaja del uso de software se aprecia al promover la manipulación de histogramas para determinar la afectación del tamaño y de la posición de la media, la mediana y la moda. La situación que se presenta a continuación busca que el estudiante explore diferentes representaciones de los datos para interpretar los datos y la situación de manera óptima.

*¿Froliger y Kane midieron el pH (una escala en la que un valor de 7 es neutral y los valores por debajo de 7 son ácidos) del agua recolectada de eventos de precipitación en el condado de Allegheny, Pensilvania, entre el 20 de diciembre de 1973 y el 23 de mayo de 1974. (Ver anexo)*

---

<sup>3</sup> Tomado y adaptado de Sánchez y Orta (2013).

<sup>4</sup> Los tipos de tecnología utilizados en la instrucción estadística o de probabilidad se pueden dividir en varias categorías: paquetes de software estadístico, software educativo, hojas de cálculo, applets / aplicaciones independientes, calculadoras gráficas, materiales multimedia y depósitos de datos y materiales. Hay mucha superposición en las capacidades de las herramientas en estas categorías, sin embargo, aparentemente ninguna herramienta cubre todos los posibles usos educativos de la tecnología (Garfield y Ben-Zvi, 2008; Ben-Zvi, 2000; Biehler, 1997).

*Con ayuda de un programa de graficación, construya la distribución de estos valores y describa con palabras y números lo que ve. Explore diferentes gráficos. ¿Cuál de las formas de mostrar la distribución parece funcionar mejor?*

*La base de datos incluye las fechas de los eventos. ¿Ofrecen estas fechas alguna información adicional útil sobre los valores más altos (menos ácidos)? (Sugerencia: es posible que deba consultar un calendario para 1973-4)<sup>5</sup>.*

Aunque estas cuatro estrategias refieren solo a un subconjunto de habilidades y estrategias de razonamiento estadístico, pueden brindar información suficiente sobre el razonamiento de los estudiantes cuando resuelven tareas estadísticas.

---

<sup>5</sup> Tomado y adaptado de:

[https://dasl.datadescription.com/datafile/acid-rain/?\\_sfm\\_methods=Data+Display&\\_sfm\\_cases=4+59943](https://dasl.datadescription.com/datafile/acid-rain/?_sfm_methods=Data+Display&_sfm_cases=4+59943)

## 5. Metodología

Para responder a la pregunta de investigación de este estudio: ¿Cómo se aborda el razonamiento estadístico en libros de texto colombianos de matemáticas para el quinto grado? se deben analizar los elementos del razonamiento estadístico que se proponen en las tareas de dichos libros de texto. La perspectiva epistemológica que orientó esta investigación fue una combinación entre objetivismo y subjetivismo, apoyada en el análisis de contenido. El objetivismo sostiene que los significados y la realidad existen independientes de la consciencia; mientras que el subjetivismo declara que los significados otorgados a los objetos podrían venir de nuestros sueños, experiencias, creencias, de modelos que situamos en la consciencia colectiva, o de una conjunción de varios de estos elementos (Crotty, 1998). Esta perspectiva epistemológica es pertinente puesto que el interés de esta investigación es reconocer las oportunidades para desarrollar el razonamiento estadístico a partir de los libros ofrecidos en el mercado colombiano. Los documentos de estudio son tratados con la objetividad que caracteriza los procesos de medición, pero la interpretación está cargada de la subjetividad del investigador. El análisis de contenido en esta investigación propone develar los elementos del razonamiento estadístico, explícitos y no explícitos, en las tareas del componente estadístico de los libros de texto. Con esta técnica se busca analizar las ideas expresadas en los libros, el significado de las palabras, temas o frases, tareas, lo que se intenta cuantificar (López-Noguero, 2002) y no tanto el estilo del libro. El análisis de contenido es un método útil para estudiar la realidad de una forma sistemática, objetiva y cuantitativa, que ayuda a entender los fenómenos plasmados en los documentos (impresos, icónicos o sonoros) e intenta develar ese mensaje no escrito. Aunque es una técnica usualmente conocida como sistemática, objetiva y cuantitativa, se mueve entre “el rigor de la objetividad y el de la fecundidad de la subjetividad” (López-Noguero, 2002, p. 173), e intenta develar lo oculto, ‘lo no dicho’ de los documentos. En otras palabras, revela la estructura interna de la información contenida en las fuentes de estudio. Es una técnica con prestigio en la observación documental por su rigurosidad, y tiene un alto potencial descriptivo, no obstante, también puede llegar a ser inferencial de acuerdo con la intención del investigador. La pertinencia de esta herramienta para estudiar el razonamiento estadístico que se promueve en los libros de texto está sustentada en que el interés del análisis de contenido no reside sólo en la descripción de los contenidos, sino en lo que éstos, una vez tratados, podrían enseñarnos relativo a “otras cosas” (López-Noguero, 2002, p. 174). Para el caso de esta

investigación, no solo la descripción de las tareas, si no lo relativo al “razonamiento estadístico” en los libros de texto.

### **Los Documentos**

En esta investigación los documentos de interés fueron libros de texto de matemáticas para el grado quinto de la básica primaria, disponibles en el mercado colombiano del libro de texto educativo. El interés se centró en el componente estadístico que usualmente está integrado a todos los contenidos matemáticos, que a su vez están organizados en unidades, capítulos o proyectos independientes. Para la selección de los libros de texto se tuvieron en cuenta los siguientes criterios:

*Primero*, al inicio del año 2019 se revisó el catálogo de libros de texto escolar una de las principales librerías de la ciudad<sup>6</sup>. Se encontraron nueve libros de texto de matemáticas para quinto grado de seis editoriales diferentes con ediciones desde 2017 hasta 2019.

*Segundo*, de estos nueve libros del catálogo, se tuvo en cuenta un único libro de texto por editorial. En el catálogo se encontraron muchos libros de texto de matemáticas para quinto grado, incluso algunos que ya no estaban disponibles en el mercado y de versiones anteriores; por ello, sólo se tuvo en cuenta las editoriales con versión más actualizada y con disponibilidad en el mercado.

*Tercero*, sólo se tuvo en cuenta los libros de texto en español. En el mercado de libros de texto escolar existían libros en inglés para educación bilingüe, que fueron excluidos puesto que el idioma oficial de instrucción en Colombia es el español, además que acceder a los colegios bilingües es muy difícil.

*Cuarto*, se tuvieron en cuenta las editoriales con presencia en el mercado. Esto se contrastó con dos visitas a librerías que confirmaron los libros disponibles en el mercado para el año 2019. Este criterio fue importante porque el catálogo contenía libros de texto que estaban descontinuados en el comercio. La aplicación de estos criterios resultó en una muestra que representa el mercado del libro de texto en Colombia para el año 2019. Los libros seleccionados aparecen en la Tabla 1. El libro de texto se concibe como una estructura objetiva, lo que está escrito en el libro de texto es el centro del análisis, no hay interés en lo que pasa cuando un individuo (profesor o estudiante) interactúa con él.

---

<sup>6</sup> Una de las librerías tiene catálogo disponible en línea. Catálogo consultado el 14 de Enero de 2019 <https://www.panamericana.com.co/libros/textos-escolares/primaria/matemáticas%205?PS=12>



**Tabla 1***Libros de textos seleccionados para análisis*

<b>Nombre del Texto</b>	<b>Editorial</b>
Proyecto Saberes Matemáticas 5 (Joya-Vega, y otros, 2017)	Santillana <sup>7</sup>
Exploradores Matemáticas 5 (Gómez-Gómez, Ramírez-Tarazona, y Zárata-Rincón, 2018)	Norma <sup>8</sup>
Savia Matemáticas 5 (Bogotá-Torres, y otros, 2019)	Ediciones SM <sup>9</sup>
Secuencias en Matemáticas 5 (Centeno-Rojas, 2017)	Libros y Libros <sup>10</sup>

**Unidad de Análisis**

La unidad de análisis refiere a las tareas matemáticas que el libro de texto propone, en total se identificaron 258 tareas en el componente estadístico de los libros de texto. Una tarea matemática (ver Figura 1) se refiere a lo que se le pide al estudiante que haga matemáticamente, bien sea aplicación de algoritmos, manipulación de símbolos, diseño de representaciones, transformación de problemas en expresiones o modelos matemáticos (Shimizu, Kaur, Huang, y Clarke, 2010). A manera de ilustración, en la Figura 1 se presenta un ejemplo de tarea matemática.

El uso de la tarea como unidad de análisis se justifica de acuerdo con el estudio TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) de 1999, que reporta que más del 80 % del tiempo de una clase regular de matemáticas se invierten en la solución de tareas (Hiebert et al., 2003). Sin embargo, también se reconocen las limitaciones de esta decisión metodológica, dado que al trabajar exclusivamente con las tareas propuestas se omiten no solo aspectos de la instrucción sino aspectos de la secuencia de tareas en el libro de texto. No obstante, estas limitaciones no son un obstáculo para cumplir con el objetivo de esta investigación.

<sup>7</sup> Santillana: Grupo editorial originario de España pero con presencia en 22 países hispano parlantes. Ver <http://www.santillana.com.co/www/nosotros.php>

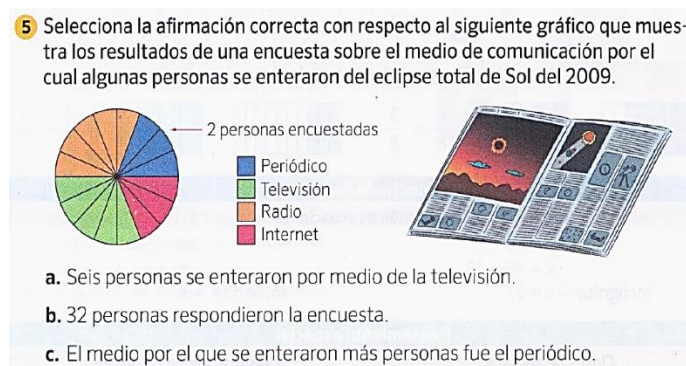
<sup>8</sup> Norma: Grupo editorial creado en Colombia desde 1960 con presencia en 15 países latinoamericanos y España. El Grupo Editorial Norma desaparece en 2011 para hacer parte de Carvajal Educación que es una sección de la empresa internacional Carvajal S.A.

<sup>9</sup> SM: Grupo editorial con presencia en nueve países hispanoparlantes: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, España, México, Perú, Puerto Rico y República Dominicana. Ver <http://www.grupo-sm.com/grupo-sm>

<sup>10</sup> Libros y Libros S.A. Es una editorial colombiana. Con más de 30 años de experiencia en la creación, edición, promoción y comercialización de libros de texto.

**Figura 1**

*Ejemplo de tarea – Tomado del texto Savia Matemáticas (Bogotá-Torres, y otros, 2019, p. 149)*

**Instrumento**

El instrumento se define como un cuestionario, y su diseño consideró algunos elementos presentados en el marco teórico. El Cuestionario adapta las estrategias recomendadas por Garfield y Gal (1999) y algunos avances en investigación en razonamiento estadístico:

1. Favorecer el trabajo con datos reales/Contexto real
2. Desarrollar procesos de comunicación
3. Plantear situaciones con múltiples respuestas
4. Usar la tecnología y favorecer el uso de software
6. Usar el conocimiento previo
7. Proponer conexiones entre los conceptos

Para cada una de las siete estrategias se diseñó, a partir de la teoría, ítems de referencia. Estos ítems representan diferentes aspectos o elementos en los cuales se puede identificar o reconocer la utilización de dicha estrategia en una tarea.

Las estrategias y los ítems rastreados en cada tarea no son mutuamente excluyentes. Esto es necesario ya que puede haber tareas que trabajen más de una de las estrategias, y además identificarse con varios de los ítems definidos para cada ellas. Para estos casos se indican todos aquellos ítems que se cumplen y se registran por separado.

El análisis de las tareas se hizo a partir de la elección de los aspectos que definen lo que es ‘razonar estadísticamente’. La ventaja de usar un instrumento con esta clasificación es que proporciona una base para otorgar matices sobre lo que se está preguntando (Hernández-Sampieri,

Baptista-Lucio y Fernández-Collado, 2010). Con el instrumento se busca no sólo una respuesta afirmativa o negativa, sino que se consigue una amplia gama de situaciones con las cuales las tareas pueden promover razonamiento estadístico por los estudiantes.

Esta clasificación no pretende desarrollar valoraciones numéricas en las tareas, tan solo representan la identificación de diferentes elementos de cada una de las cuatro estrategias en las tareas propuestas. El Instrumento Final, con el cual se recolectó la información para esta investigación, se presenta en la Tabla 2.

**Tabla 2**

*Instrumento para analizar las tareas*

ESTRATEGIA	Ítems	
1. Trabajar con datos reales/situaciones del contexto real.	1. La tarea hace uso de una situación del contexto <i>real</i> . (por ejemplo: kilómetros que puede recorrer un auto con un galón de gasolina).	
	2. La tarea No hace uso de una Situación del contexto <i>real</i> . (por ejemplo: las ventas de una tienda; en qué color es más probable que caiga la ruleta)	
	3. La tarea No hace uso de un contexto (sin contexto) (por ejemplo: calcule la media de los siguientes datos)	
2. Desarrollar procesos de comunicación.	1. La tarea busca que el estudiante explique de forma oral o escrita el proceso que realizó.	
	2. La tarea busca que el estudiante argumente de forma oral o escrita los resultados obtenidos.	
	3. La tarea no favorece la argumentación oral o escrita.	
3. Plantear situaciones con múltiples respuestas.	1. La tarea permite más de una solución.	
	2. La tarea solo permite una solución.	
4. Usar la tecnología y favorecer el uso de un software para la exploración de los datos.	1. La tarea busca que el estudiante administre y explore los datos a través de herramientas tecnológicas o un software.	
	2. La tarea propone que el estudiante use las herramientas tecnológicas para el cálculo de medidas o para graficar datos.	
	3. La tarea no hace uso de las herramientas tecnológicas o un software.	

## 6. Análisis

Una vez construido el instrumento, se aplicó a cada una de las 258 tareas identificadas en el componente estadístico de los libros de texto. La información se organizó en una base de datos y se analizó usando el aplicativo Tableau Public 2020.3<sup>11</sup>. Para ilustrar la aplicación del instrumento en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se presenta una tarea y, a continuación, la forma en la que se clasificó.

### Figura 2

*Ejemplo de clasificación de una tarea. Tomado del texto Savia Matemáticas 5 (Bogotá-Torres, y otros, 2019, p. 71)*

El profesor de Miguel desea saber qué fruta les agrada a sus estudiantes de quinto grado. Para ello, plantea la pregunta “¿qué fruta prefieren?” y obtiene los resultados de la derecha. Determina en qué parte del proceso estadístico va el profesor de Miguel y complétalo, contestando las siguientes preguntas como:

a. ¿Cuántos estudiantes prefieren la pera y el plátano?

b. ¿Cuál es la fruta que gusta a más estudiantes?

c. ¿Cuál es el número total de estudiantes que respondieron la pregunta?

d. Para un compartir saludable, ¿qué frutas sería conveniente ofrecer a los estudiantes? ¿Por qué?

e. ¿Cuál puede ser el objetivo de la pregunta del profesor?

Pera, uva, plátano, fresa, plátano, pera, plátano, manzana, uva, uva, fresa, manzana, uva, fresa, pera, manzana, uva, uva, pera, manzana, uva, manzana, pera, fresa

La situación planteada parte de una situación en un contexto no real. No se observan elementos que permita afirmar que la tarea busca que el estudiante argumente o explique de forma oral o escrita los resultados obtenidos o el proceso que realizó. Esta es una tarea de solución múltiple, en la cual se pueden obtener diversas respuestas por parte de los estudiantes. La tarea no promueve que el estudiante administre o explore los datos, por ejemplo, a través de una herramienta tecnológica o del uso de un software.

<sup>11</sup> Software interactivo para la visualización de datos. Se puede conseguir una versión libre en <http://www.tableau.com>

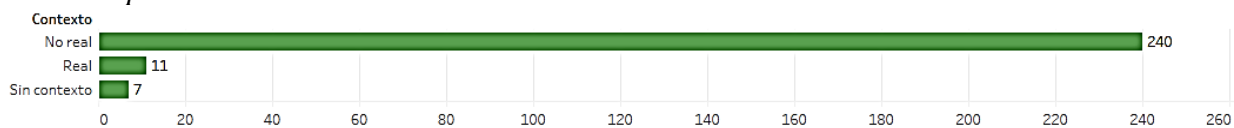
## 7. Resultados

### Estrategia 1. Promover el trabajo con datos reales/Contexto real.

Considerar el contexto es esencial para entender el pensamiento o razonamiento estadístico, y debe estar incorporado en la enseñanza de la estadística (Contreras y Molina-Portillo, 2019). Se encontró que el 93% de las tareas no refieren a una situación del contexto real (ver Figura 3). Solo el 4,4% de las tareas lo hacen; es decir, que once tareas plantean situaciones en las cuales la información puede ser verificada con una fuente externa al libro de texto. Otras siete tareas (2,8%) no poseen un enunciado para analizar, por tal motivo fueron clasificadas como tareas Sin Contexto (por ejemplo: calcule en cada conjunto de datos la media, la media y la moda: a. 2,3,3,3,4,5,4; Ediciones SM, p. 223). Esta proporción se mantiene cuando se analiza por separado cada libro de texto (ver Figura 4).

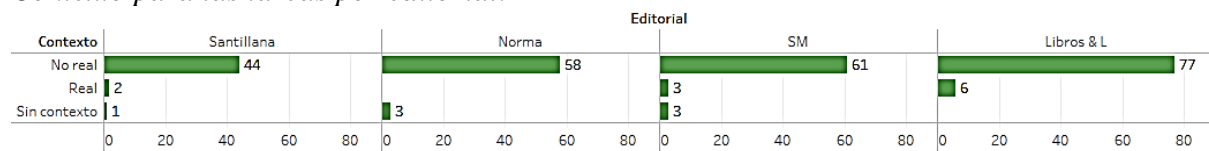
### Figura 3

Contexto para las tareas.



### Figura 4

Contexto para las tareas por editorial.



Esta situación, donde se abandona el uso de tareas con contextos reales, es poco propicia para el desarrollo del razonamiento estadístico y, por ende, para la estadística escolar; ya que la estadística debe asumirse como una herramienta práctica que toma sentido en el mundo real, y se usa para resolver problemas reales (Garfield y Gal, 1999). Una de las grandes ideas tras la promoción del razonamiento estadístico es proporcionar a los estudiantes oportunidades para que resuelvan problemas reales con información interesante. Al analizar y concluir sobre datos reales el estudiante: explora y escribe sobre su comprensión de la realidad; expone su manera de operar con el desorden y con la variabilidad de los datos en un mundo en plena revolución de los datos;

comprende la importancia de verificar las condiciones para determinar si los supuestos son razonables para resolver una situación real a través de la estadística; y posiblemente, desarrolle algún tipo de escepticismo hacia las ‘estadísticas’ que son constantemente presentadas por los medios de comunicación.

La dificultad con las situaciones en contextos no reales o sin contexto (Stillman et al. 2013; Zapata-Cardona y Marrugo, 2019) se reconoce en que, en lugar de ayudar a los estudiantes a comprender el mundo, tales contextos ofrecen una vista extraña de la realidad y una perspectiva limitada de la implementación de las matemáticas escolares, que incluye a la estadística escolar. Por otra parte, favorecer tareas que refieren situaciones no reales puede promover la separación entre el mundo real y la escuela, y los estudiantes podrían asumir que lo que se aprende en la escuela sólo es útil en la escuela y poco útil en el mundo real (Bakker y otros, 2012). El uso de contextos es fundamental en las tareas pues estos surgen, por ejemplo, cuando las personas ven la televisión, leen un periódico, navegan por Internet, participan en actividades políticas o comunicatorias, leen y comparan las tablas nutricionales en el supermercado o escuchan informes en el trabajo. Los contextos representan los momentos en los cuales los ciudadanos se enfrentan a ‘ambientes’ con mucha información (Contreras y Molina-Portillo, 2019).

Las tareas con contextos reales se reconocen en el libro de la editorial Libros y Libros (6 tareas), seguido de Ediciones SM (3 tareas) y Santillana (2 tareas). En el libro de Editorial Norma no se encontraron tareas en contextos reales. Si bien, las tareas en contextos reales están presente en tres de los cuatro libros de texto analizados, este número de tareas es inferior al número de tareas en otros contextos. Aunque las tareas que usan situaciones del mundo real fueron escasas (Figura 3 y Figura 4), aquellas propuestas brindaron oportunidades para reconocer la aplicación de la estadística en situaciones de la vida real.

La mayoría de las tareas que usan contextos del mundo real identificadas en los libros de texto estaban relacionadas con indagaciones sencillas o con prácticas grupales. Un ejemplo de estas tareas se presenta en la Figura 5. Esta tarea promueve recolectar información sobre las personas del entorno, e identificar y comunicar situaciones particulares de su hogar en actividades de tiempo libre. La estadística aparece como una herramienta práctica que toma sentido en el mundo real. Esta tarea busca que los estudiantes comprendan y apliquen procesos estadísticos involucrados en una investigación; además, promueve que elaboren y comuniquen descripciones razonadas, juicios, inferencias y opiniones mientras dan sentido a los datos, interpretan los resultados y concluyen.

**Figura 5**

*Ejemplo de clasificación de una tarea: Situación del mundo real. Tomado del texto Savia Matemáticas 5 (Bogotá-Torres, y otros, 2019 p. 74).*

Utiliza la siguiente estrategia para conocer un poco más a las personas que te rodean.

- Elige uno de los siguientes temas de investigación.  
 Mascota en el hogar   Género musical preferido   Pasatiempo preferido
- Elige el grupo de personas que entrevistarás:  
 Familiares   Compañeros del curso   Vecinos
- Realiza cinco preguntas que se relacionen con el tema de investigación que escogiste.
- Encuesta a las personas y escribe los resultados en tu cuaderno.
- Organiza los resultados en una tabla de frecuencias.
- Escribe una conclusión de acuerdo a los resultados obtenidos.

Por su parte, las tareas basadas en contextos no reales proponen situaciones que no proporcionan información verificable. La mayoría de estas tareas plantean situaciones que los niños realizan cotidianamente. Si bien las situaciones planteadas podrían ser conocidas para los estudiantes, la información presentada no podría ser verificada. En la Figura 6 se presenta un ejemplo de una tarea típica del contexto no real.

**Figura 6**

*Ejemplo de clasificación de una tarea: Contexto NO real. Tomada del libro de texto Proyecto Primaria Saberes Matemáticas 5 (Joya-Vega, y otros, 2017, p. 163)*


**4. Comprender el enunciado. Lee la siguiente situación. Luego, responde.**

En un colegio se quiere estudiar los hábitos de los estudiantes. Para ello se escogen al azar 15 estudiantes y se les pregunta por la cantidad de horas que ven televisión durante la semana.

10 12 15 20 14 11 8 11 12 9 13 0 4 8 9

¿Cuál es el número que representa la mediana?

¿Cuál es el número que representa la media?



Al no brindar oportunidades de trabajar y analizar situaciones reales, es poco probable que los estudiantes reconozcan elementos del razonamiento estadístico. La ventaja de trabajar con

situaciones reales en el razonamiento estadístico refiere a utilizar datos, reconociendo fuentes y niveles de incertidumbre (Wild y Horton, 2018) para comprender ciertas situaciones y tomar decisiones informadas. La propuesta de los libros de texto de presentar la estadística escolar desvinculada de la cotidianidad representa un retroceso frente a las tendencias educativas actuales, que intentan promover que el estudiante analice y resuelva problemas del mundo real. De esta forma se promueve que pongan en juego el razonamiento estadístico en situaciones auténticas que favorecen que los estudiantes analicen conjuntos de datos reales para abordar preguntas científicas y políticas actuales (Lovett, 2001). Ignorar lo anterior representa una pérdida de oportunidades para que los estudiantes experimenten la conexión entre lo que se aprende en la escuela y lo que ocurre en su entorno social y cultural.

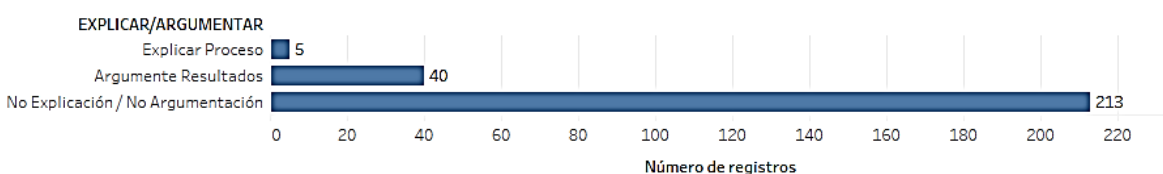
## Estrategia 2. Desarrollar procesos de comunicación.

Partiendo del presupuesto que los estudiantes sean capaces de explicar tanto el proceso realizado como interpretar el resultado: que expliquen sus decisiones (Garfield y Gal, 1999), el razonamiento estadístico se pone en práctica al promover que los estudiantes produzcan y comuniquen descripciones razonadas, juicios, inferencias y opiniones sobre los datos (Ben-Zvi y Garfield, 2004). En la Figura 7

7 y en la Figura 8 se muestran los resultados de los ítems que indagan por esta estrategia. La Figura 7 revela que solo el 17,4% de las tareas requieren algún tipo de reflexión por parte del estudiante, sea argumentar o explicar. Esta situación es compleja pues el desarrollo del razonamiento estadístico se enfoca en que el estudiante *exponga* el por qué y cómo de los procesos que realizó para obtener los resultados (delMas, 2002). La solicitud de explicación de los procesos realizados por el estudiante solo fue identificada en cinco tareas (1,9%). Mientras que la argumentación de los resultados se identificó en 40 tareas (15,5%).

### Figura 7

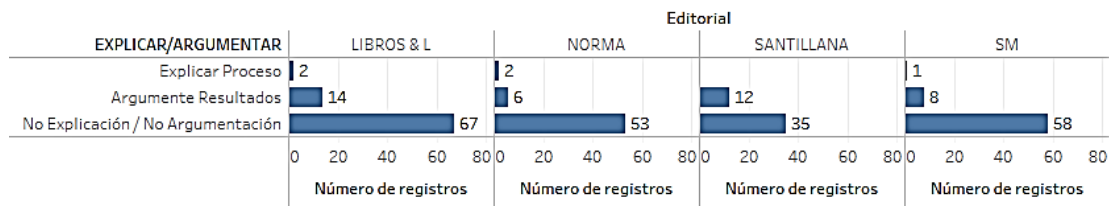
Tareas según el desarrollo de los procesos de comunicación. Explicar o argumentar de forma oral o escrita los procesos o resultados obtenidos.





**Figura 8**

Tareas según el desarrollo de los procesos de comunicación por libro de texto.

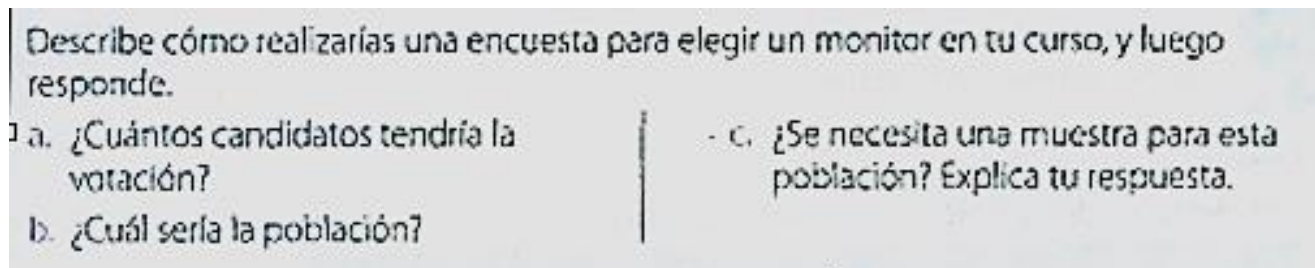


Pese a que en tres libros de texto hay tareas que favorecen la argumentación y la explicación de los procesos (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.8**), estas no representan oportunidades suficientes para que el estudiante ejercite la argumentación o explicación de sus razonamientos. En el libro de texto de Editorial Santillana, por ejemplo, solo hay 12 tareas que pueden ayudar a desarrollar la argumentación, y no se identifican tareas que requieran la explicación oral o escrita del proceso realizado.

En la Figura 9 se encuentra un ejemplo de tarea que busca que el estudiante explique de forma oral o escrita el proceso que realizó. En la Figura 10 se muestra una tarea que busca que el estudiante explique de forma oral o escrita los resultados obtenidos.

**Figura 9**

Ejemplo de Tareas que buscan una explicación de los procesos realizados. Tomado del texto *Savia Matemáticas 5* (Bogotá-Torres, y otros, 2019, p. 179).



**Figura 10**

*Ejemplo de Tareas que buscan la argumentación de los resultados. Tomado del texto Savia Matemáticas 5 (Bogotá-Torres, y otros, 2019, p. 279).*

**1** Lee y resuelve la situación:

En el campeonato de fútbol del colegio, se enfrentaron cinco equipos: Astros (A), Bucaneros (B), Cazadores (C), Dorados (D) y Estrellas (E). Jugaron una vez todos contra todos.

- a. Haz una lista con todos los posibles enfrentamientos. ¿Cuántos partidos se jugaron en total?
- b. Supón que los Astros no están en el campeonato, ¿se juega la misma cantidad de partidos? Justifica tu respuesta.

Para el desarrollar el razonamiento estadístico es fundamental la exteriorización de los procesos realizados por el estudiante al proponer una interpretación, conclusión e inferencia, y saberlos comunicar. Dado que los libros de texto no ofrecen tareas para que los estudiantes interpreten, concluyan, hagan inferencias y las comuniquen, los profesores que utilizan los libros sobre la base de confianza en sus propuestas, encuentran difícil promover el razonamiento estadístico.

Esta situación, en donde las tareas de los libros de texto no se favorecen los procesos comunicativos, promueve el mantenimiento del *status quo*, donde la clase de estadística no estimula la discusión y la comunicación de razonamientos estadísticos. El razonamiento estadístico necesita de la interacción entre estudiantes, que plantean y respondan las preguntas de los colegas, aprendan a cuestionar, así como a defender sus soluciones y argumentos. Las tareas propuestas deben incentivar la puesta en escena de un discurso con argumentos estadísticos que permitan explicar el porqué de la forma, cómo se han organizado los datos, lo que facilita la comprensión del fenómeno que se investiga. Los libros de texto que no proponen procesos comunicativos como parte de la solución y presentación de la misma, no ayudan para que los estudiantes participen en actividades discursivas, que se identifiquen ideas estadísticas significativas, que participen en debates, y, mucho menos, que se fortalezca la argumentación y la negociación de significados.

Las tareas que buscan favorecer el desarrollo del razonamiento estadístico a partir de procesos de comunicación deben (Garfield y Ben Zvi, 2008) permitir la creación de un entorno de aprendizaje en el que se utilice buenas preguntas para que los estudiantes puedan especular y

pensar, sin que la obtención de una respuesta correcta sea el único motivo para promover la actividad estudiantil.

Otro elemento fundamental, es que las tareas pidan a los estudiantes que expliquen su razonamiento y justifiquen sus respuestas, y a continuación, en una actividad grupal en los que se debata con otros estudiantes si están de acuerdo o en desacuerdo y por qué. Cuestionamientos que comienzan con "¿Qué piensas?" O "¿Qué pasaría si...?" puede conducir a buenas discusiones en clase. Las tareas propuestas a los estudiantes, por lo tanto, deben ofrecer oportunidades que animen a los estudiantes a discutir y a compartir su razonamiento, así como a preguntas útiles para ayudar a discutir y a aprender colaborativamente.

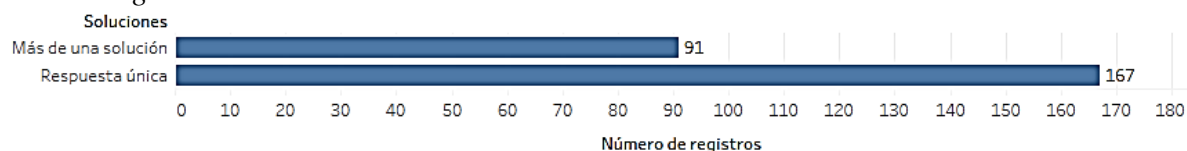
### Estrategia 3. Plantear situaciones con múltiples respuestas.

Las situaciones con respuestas deterministas proporcionan sólo información limitada sobre los procesos de razonamiento estadístico de los estudiantes (Gal y Garfield, 1997). La idea que se debe reforzar es que las tareas deben alentar a los estudiantes a discutir diferentes soluciones para los problemas estadísticos. Esto requiere que los estudiantes comparen sus interpretaciones, suposiciones y explicaciones.

La Figura 11 revela el número alto de tareas con única respuesta (64,7%) sobre aquellas que tienen respuestas abiertas o más de una solución (35,2%) en los libros de texto analizados. Esta tendencia se mantiene al discriminar las tareas por libro de texto (Figura 12), aunque en porcentajes diferentes.

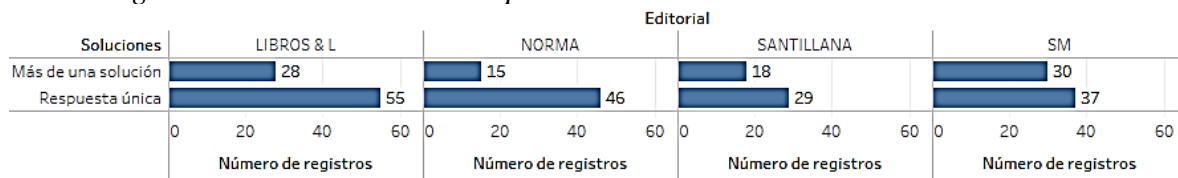
#### Figura 11

*Tareas según el número de soluciones.*



#### Figura 12

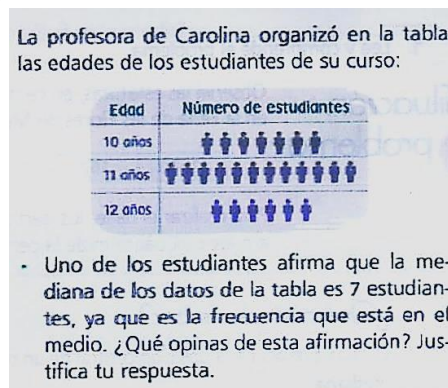
*Tareas según el número de soluciones por libro de texto.*



Esta situación en la que se privilegian las tareas de tipo deterministas o de única respuesta en los libros de texto no es alentadora para el desarrollo del razonamiento estadístico. Las investigaciones en razonamiento estadístico proponen el uso de tareas de solución abierta para que los estudiantes exploren diferentes alternativas de solución (Figura 13). Las tareas de los libros de texto que tiene una única solución están, por ejemplo, relacionadas con la identificación de algunas medidas o con la representación gráfica de un conjunto de datos (Figura 14). En algunos libros de texto esta diferencia no es tan marcada, es el caso del libro de la editorial SM; mientras que en otros si se observa la tendencia a usar tareas con única respuesta, como es el caso del libro de la Editorial Normal y de la editorial Libros y Libros.

### Figura 13

*Ejemplo de tarea con soluciones múltiples. Tomada del Libro de Texto Secuencias Matemáticas (Centeno-Rojas, 2017, p. 200).*



### Figura 14

*Ejemplo de tarea con única respuesta. Tomada de Libro de Texto Saberes Matemáticas 5. (Joya-Vega, y otros, 2017, p. 158)*

Observa las siguientes tablas de frecuencias. Luego, escribe la moda en cada caso.

Deporte favorito	N.º de estudiantes
Fútbol	15
Natación	20
Tenis	31
Patinaje	10

La moda es: \_\_\_\_\_

Instrumento favorito	N.º de estudiantes
Violín	9
Teclado	28
Flauta	17
Guitarra	20

La moda es: \_\_\_\_\_

El trabajo con tareas de única respuesta podría alejar el trabajo de los estudiantes de lo aleatorio a lo determinista. En la estadística, una pregunta puede conducir a diferentes formas de análisis y diferentes soluciones igualmente defendible. Esto requiere razonamiento inductivo, trabajar con aleatoriedad, lidiar con resultados contradictorios, obtener conclusiones inciertas e interpretar resultados (Gattuso y Ottaviani, 2011).

Para Zapata–Cardona y González (2017) las matemáticas escolares, por ejemplo, por su estructura deductiva, opta por respuestas “correctas”, estas respuestas están medianamente determinadas, mientras que, en la estadística, por la naturaleza propia de la variación, las respuestas están en un rango razonable. Por ejemplo, no se espera una distribución muestral sea exactamente igual a otra. Debido a la incertidumbre propia de las conclusiones que se derivan de los datos, la estadística es, de alguna manera, diferente de las matemáticas (Burgess, 2009). Por lo tanto, en una tarea que promueva el rozamiento estadístico no se puede esperar una solución correcta, sino una solución adecuada a los datos disponibles que debe ser interpretada tanto en términos de las herramientas estadísticas, como en función del contexto.

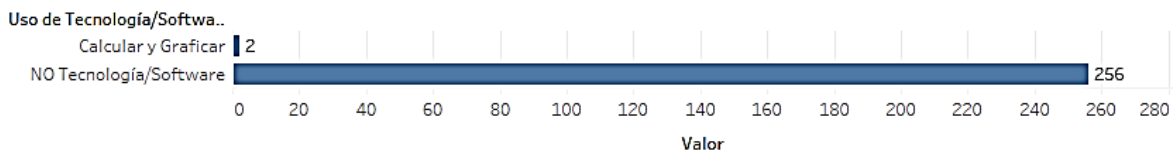
En tanto que las tareas de los libros de texto estén enfocadas a situaciones de tipo determinista con una única respuesta, se puede deducir que la estadística se comprende en términos de las características de la matemática, continua o discreta, y asumir que la estadística es una ‘rama’ de las matemáticas, con lo cual la manera de asumir la solución de situaciones estadísticas replica aquella de la matemática, que incluye una fuerte fundamentación matemática en la cual se privilegia la abstracción, la deducción y el manejo de expresiones simbólicas (Zapata–Cardona y González, 2017). Si bien la matemática y la estadística comparten características, la estadística es una disciplina independiente con sus propios problemas, métodos y modos de razonamiento vinculados con los datos y con el contexto.

#### **Estrategia 4. Usar la tecnología y favorecer el uso de un software para la exploración de los datos.**

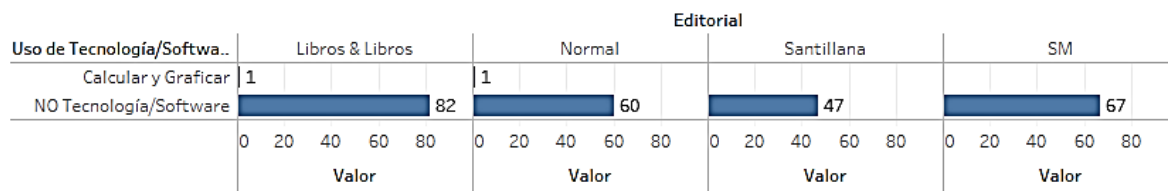
Los avances tecnológicos han hecho que el cálculo sea más accesible y más preciso, lo que favorece que el tiempo de trabajo pueda dedicarse a la comprensión e interpretación de los datos obtenidos por los estudiantes (Zieffler, Garfield y Fry, 2018). El objetivo que está detrás de esta estrategia es que el razonamiento estadístico no solo debe favorecer que el estudiante describa un

conjunto de datos, si no que explore, agregue, elimine valores, manipule la información de tal manera que pueda observar el comportamiento de dichos datos frente a situaciones variadas (por ejemplo, la presencia de datos atípicos) a través del uso de las herramientas tecnológicas. En la figura 15 y en la figura 16 se pueden observar que de las 258 tareas analizadas solo se identificaron dos tareas (0.78%) que hacen uso de herramientas tecnológicas. En dichas tareas el trabajo se limitó a la representación gráfica de un conjunto de datos y a calcular un valor.

**Figura 15**  
*Tareas según el uso de la tecnología.*



**Figura 16**  
*Tareas según el uso de la tecnología por libro de texto*



En la Figura 17 se muestra una de las dos tareas identificadas; donde se indica al estudiante seguir una secuencia procedimental para identificar los múltiplos de un número y luego, se le muestra cómo calcular el valor promedio de dicho conjunto de números. Al final de la tarea se propone otra serie de números para que aplique el mismo procedimiento. Esta tarea, pese a hacer uso de herramientas tecnológicas, dista por mucho, de los procesos de visualización y exploración propuestos para el razonamiento estadístico.

**Figura 17**

*Ejemplo de tarea apoyada en la tecnología /Software. Tomada de Libro de Texto Exploradores Matemáticas 5 (Gómez-Gómez, Ramírez-Tarazona, y Zárate-Rincón, 2018, p. 107)*

Utilizado Excel, puedes obtener un promedio. Por ejemplo, elabora la lista con los 10 primeros múltiplos de 8 y obtén el promedio de estos números.

Los pasos que debes seguir son estos:

1. En un computador, busca y abre el programa Excel.



2. Escoge un número para elaborar la lista de los primeros 10 múltiplos, diferentes de 0; en este caso el número será 8. Escribe el número en la primera celda (A1) y en la celda de abajo (A2), escribe el doble del número, el 16. Luego selecciona los dos números digitados; para hacerlo, debes ubicar el puntero en la primera celda (A1), mantener oprimido el clic izquierdo del mouse y bajar a la segunda celda (A2) y soltar el clic derecho; asegúrate de que se vea como en la imagen.

	A	B	C	D	E
1	8				
2	16				
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

3. Ahora, sin quitar la selección hecha, ubica el puntero en la esquina inferior derecha de la segunda celda (A2) hasta que aparezca una cruz negra. Cuando aparezca la cruz negra, mantén oprimido el clic izquierdo del mouse y arrastra hacia abajo tantas celdas como múltiplos quieras obtener; en este caso hasta la celda número 10, y suelta el clic. Observa entonces los 10 primeros múltiplos del número digitado.

	A	B	C	D	E
1	8				
2	16				
3	24				
4	32				
5	40				
6	48				
7	56				
8	64				
9	72				
10	80				
11					
12					

4. Para obtener el promedio de los 10 primeros múltiplos del número 8, escribe en la celda A11 la siguiente fórmula "=SUMA(A1:A10)/10". Esta expresión sumará todos los valores de la celda A1 hasta la celda A10, y los dividirá entre la cantidad de valores (10), y da Enter para ver el resultado.

	A	B	C	D	E
1	8				
2	16				
3	24				
4	32				
5	40				
6	48				
7	56				
8	64				
9	72				
10	80				
11	44				
12					

**Actividad**

En la columna B de la Hoja Excel halla los 15 primeros múltiplos del número 10 con su respectivo promedio y en columna C, halla los 20 primeros múltiplos del número 12 con su respectivo promedio (no consideres el 0). Por último, piensa y reflexiona: ¿cómo hallarías el promedio de un conjunto como 1 245, 1 460, 1 570 y 1 580?

Esta situación en la que el apoyo en herramientas tecnológicas o el uso de software para la exploración de los datos no son favorecidos representa una pérdida de oportunidades para fomentar el razonamiento estadístico. *Automatizar los cálculos* libera a los estudiantes para que dediquen más tiempo en comprender los conceptos, explorar los datos, interpretar las situaciones o argumentar sus razonamientos. Con la tecnología, los estudiantes pueden realizar cálculos y tareas gráficas en poco tiempo, con precisión y con pocos errores (Chance, Ben-Zvi, Garfield y Medina,

2007). Dedicar la mayor parte del tiempo a los cálculos, puede hacer que se preste menos atención en la interpretación de los mismos. Los estudiantes podrían quedarse únicamente en la manipulación de números en algoritmos y fórmulas o en la solución de ejercicios que utilizan conjuntos de datos pequeños o artificiales. Las tareas que utilicen recursos tecnológicos de cálculo deberán promover tanto el análisis de datos como la justificación de conclusiones.

Por su parte, hacer uso de la tecnología para enfatizar *en la exploración de datos*, es fundamental para promover el razonamiento estadístico, dado que la tecnología favorece producir gráficos variados de forma rápida y sencilla, lo que permite que los estudiantes examinen varios gráficos, exploren distintas representaciones y observen la manera cómo se comportan dichos conjuntos de datos ante determinadas situaciones (Chance, Ben-Zvi, Garfield y Medina, 2007). Las tareas que requieren el uso de la tecnología deben alentar a los estudiantes a explorar los conjuntos de datos, para favorecer que produzcan y comuniquen descripciones razonadas, juicios, inferencias y opiniones sobre los datos.

Otra bondad del uso de la tecnología para promover el razonamiento estadístico refiere a tanto *la visualización de conceptos abstractos* como al *diseño de simulaciones*. La tecnología permite la visualización y la representación de ideas abstractas y complejas, así como la provisión de múltiples ejemplos (Chance, Ben-Zvi, Garfield y Medina, 2007). El razonamiento como proceso mental que se nutre de la generación de proposiciones y apoya su veracidad, con lo cual los estudiantes exploran ‘ven’ ideas estadísticas complejas; es así que la visualización de conceptos, vía uso de software, favorece presentarlos con formas alternativas de representación. Las herramientas tecnológicas, al servicio del razonamiento estadístico, brindan a los estudiantes y los profesores alternativas para formular preguntas del tipo ‘qué pasaría si’. La visualización en algunos casos puede ayudar a observar conexiones entre los conceptos estadísticos, favorecer el desarrollo de representaciones mentales de otros problemas estadísticos, y ofrecer explicaciones sobre las relaciones entre conceptos. Las herramientas tecnológicas permiten responder *¿qué sucede si esto se repite un gran número de veces?* a través de la observación directa.

La tecnología, además, crea oportunidades para *investigar y analizar problemas de la vida real*, ya que favorece discutir problemas del mundo real, trabajar con grandes conjuntos de datos y más interesantes. En dichos casos las tareas pueden centrarse en proporcionar a los estudiantes conjuntos de datos y hacer que completen un análisis por sí mismos, lo que puede incluir primero ‘limpiar’ los datos (Chance, Ben-Zvi, Garfield y Medina, 2007). Estos problemas empoderan a los



estudiantes como usuarios de estadísticas y les permiten comprender mejor y experimentar la práctica del razonamiento estadístico.

El apoyo en la tecnología permite, además, colaborar con otros estudiantes, ya que puede ayudar a mejorar las habilidades de escritura y comunicación necesarias para transmitir sus hallazgos (Chance, Ben-Zvi, Garfield y Medina, 2007). Adicionalmente, favorece que los estudiantes aprendan de manera independiente, mediante el uso de materiales multimedia o basados en la Web. El razonamiento estadístico requiere experimentar de primera mano el proceso de recolección y de exploración de datos, así como durante las discusiones sobre *cómo* se producen los datos, *cómo* y *por qué* se seleccionan los resúmenes estadísticos apropiados, y *cómo* se pueden obtener y respaldar conclusiones (delMas, 2002; Garfield y Ben-Zvi, 2008).

Finalmente, las técnicas comunes de visualización, a menudo estáticas, como gráficos de barras, diagramas de caja o distribuciones para variables individuales, no cumplen con los requisitos de la naturaleza multivariante de los datos, por tanto, los métodos y herramientas de visualización adecuados deben ser multidimensionales y dinámicos, para explorar intuitivamente más facetas del fenómeno investigado detrás de los datos (Andre y Lavicza, 2019).

## 8. Conclusiones

En este trabajo se analizaron las tareas propuestas en la componente de estadística de los libros de texto colombianos de matemáticas para el quinto grado, con el fin de hacer públicas las oportunidades para desarrollar el razonamiento estadístico. El razonamiento estadístico se asume en términos de habilidades promovidas por la estadística escolar para la formación de ciudadanos estadísticamente competentes; el cual se ve favorecido al trabajar con datos reales, a partir de la promoción de proceso de comunicación, durante la solución de tareas con múltiples respuestas, y a partir de procesos exploratorios y de visualización de datos, que puede incluir el uso de herramientas tecnológicas o de software.

Los resultados de este trabajo reportan que pese a que el razonamiento estadístico, como conocimiento e investigación, se ha desarrollado desde hace más de 50 años (Lovett, 2001) y que la investigación en este campo ha influenciado las políticas educativas (NCTM en el 2000 y la reforma educativa colombiana en el 2006) en un reto para pasar del cálculo y procedimientos hacia objetivos para ayudar a los estudiantes a desarrollar conocimientos estadísticos, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico; en los libros de texto colombianos de matemáticas para el quinto grado se encuentran pocas oportunidad para desarrollarlo.

El trabajo con datos reales que considera al contexto como esencial para entender el razonamiento estadístico (Contreras y Molina-Portillo, 2019) no se aprovecha. Son pocas las oportunidades, ofrecidas en los libros de texto analizados, para promover el razonamiento estadístico en situaciones de la vida real; esto inquieta dado que se reafirma la idea de que lo que se aprende en la escuela sirve solo en la escuela. La esencia la estadística como herramienta para resolver problemas de la vida real se diluye, y el razonamiento como proceso de reflexión sobre el trabajo con datos reales es exiguo. Zapata-Cardona y Marrugo (2019) resaltan que la Asociación Americana de Estadística incluye el objetivo de “utilizar nuestra disciplina para mejorar el bienestar humano” (p. 374), interpretando la estadística como una herramienta para ayudar a los ciudadanos a entender y transformar su mundo -real- de una manera que va más allá del simple aprendizaje de conceptos y procedimientos estadísticos. Es decir, en los libros de texto el papel del contexto, ‘dar sentido a los datos’, desaparece.

En referencia al desarrollo de procesos de comunicación -ser capaz de explicar el proceso, interpretar el resultado y explicar las decisiones- los libros de texto presentan un número reducido de tareas que los promuevan. Esta circunstancia desfavorece el desarrollo del razonamiento

estadístico dado que razonar es un proceso mental (Sánchez y Orta, 2013) fundamental que las tareas deben promover para motivar el trabajo de los estudiantes. Dada la ausencia de oportunidades en los libros de texto es muy difícil fortalecer dichos razonamientos.

El trabajo con situaciones con múltiples respuestas tampoco se ve favorecido en las tareas analizadas. Siguen presentes las situaciones con estructura deductiva, que requieren respuestas ‘correctas’ (Zapata–Cardona y González, 2017), con lo cual se desconoce la naturaleza propia de la variación, en las que las respuestas están en un rango razonable. Esta situación se considera crítica para el desarrollo del razonamiento estadístico escolar, pues dichas situaciones solo proporcionan instancias limitadas para poner en juego las competencias que el razonamiento estadístico escolar se propone promover (Gal y Garfield, 1997).

La investigación permite evidenciar en los libros de texto, un sesgo hacia los procedimientos computacionales, sin promover las otras características que diferencian al razonamiento estadístico.

Con respecto al uso de la tecnología y al favorecimiento del uso del software para explorar datos, se evidencia su ausencia. En los libros de texto no se identifican oportunidades para promover los procesos de razonamiento - explorar, analizar, verificar y concluir – apoyados en el uso de herramientas tecnológicas. Diversas investigaciones revisadas sugieren la exploración visual de datos del mundo real, lo cual abre nuevas posibilidades para promover comprensión y uso de la estadística. El uso de las herramientas tecnológicas debe permitir a los estudiantes no solo operar sobre grandes conjuntos de datos reales, sino fomentar la integración de conceptos estadísticos.

En términos generales, son escasas las oportunidades para el desarrollo del razonamiento estadístico en los libros de texto colombianos de matemáticas para el grado quinto. No resaltan los aportes de los libros en el fortalecimiento de habilidades de razonamiento estadístico de los escolares a través de las tareas propuestas.

Este estudio, pese al limitado número de estrategias analizadas, permite conocer sobre el enfoque de los textos para promover el razonamiento estadístico, que enfatiza en los procedimientos. Se evidencia la poca inclusión, en el diseño de tareas, de los resultados de investigaciones en el ámbito de la educación estadística. Se concluye de la necesidad de diseñar libros que promuevan vías de desarrollo del razonamiento estadístico, y de tener en cuenta los resultados de las investigaciones. Creemos que es posible tener en cuenta los lineamientos

curriculares estatales y a la vez, incluir los resultados de investigaciones en el diseño de tareas apropiadas.

Este trabajo sugiere diferentes líneas de investigación futura, tales como:

- Indagar las formas y estrategias docentes para complementar la propuesta curricular de los libros de texto.
- Los niveles de competencia estadística que logran los estudiantes a partir de trabajo con materiales curriculares.
- La comprensión que los profesores tienen sobre el razonamiento estadístico.
- Logros estudiantiles cuando usan ordenadores y software para discutir grandes volúmenes de datos o problema reales.

---

## Referencias

- Alacacı, C., Özalp, G., Başaran, M., y Kalender, İ. (2014). Mathematical knowledge and skills expected by higher education: implications for curriculum design and textbook content. En Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014) (p. 115 - 120).
- Alafaleq, M., y Fan, L. (2014). Problem solving heuristics in middle school mathematics textbooks in Saudi Arabia. En Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014) (p. 121 - 126). Southampton: University of Southampton.
- Almeida, M., Teixeira, P., Domingos, A., y Matos, J. M. (2014). Mathematics textbooks, in Portugal: the unique textbook. En Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014) (p. 135 - 140). Southampton: University of Southampton.
- Andre, M., y Lavicza, Z. (2019). Technology changing statistics education: Defining possibilities, opportunities and obligations. *Electronic Journal of Mathematics y Technology*, 13(3).
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority. (2013). The Australian curriculum, Version 5.0, 20 May 2013. Sydney, NSW: Author.
- Bakker, A. y Gravemeijer, K. (2006). An historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 149–168.
- Bakker, A., van Mierlo, X., y Akkerman, S. (2012). Learn to integrate statistical and labor reasoning. *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematics Education*. Seoul, Corea.
- Batanero, C., Tauber, L. y Sánchez, V. (2004). Students' reasoning about the normal distribution. En D. Ben-Zvi y J.B. Garfield (Eds). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (pp. 257–276). Dordrecht: Kluwer.
- Ben-Zvi, D. (2004). Reasoning about variability in comparing distributions. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 42-63.
- Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. In A. Rossman and B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics (CD-ROM)*, Salvador, Bahia, Brazil, July 2006. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Ben-Zvi, D., y Garfield, J. B. (Eds.). (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-16). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer academic publishers.

- Bokhove, C. y Jones, K. (2014). Mathematics textbook use in England: mining Ofsted reports for views on textbooks. En *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)*. pp. 159–166. Southampton: University of Southampton.
- Borba, R., y Selva, A. (2013). Analysis of the role of the calculator in Brazilian textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 737–750. doi: 10.1007/s11858-013-0517-3
- Burgess, T. (2009). Statistical knowledge for teaching: Exploring it in the classroom. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 18-21.
- Chance, B. (2013). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education* [Online], 10(3): <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>
- Chance, B. L., delMas, R., y Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 295–323). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., y Medina, E. (2007). Technology innovations in statistics education. *Technol. Innov. Stat. Educ*, 1(1).
- Cobb, G. W., y Moore, D. S. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *The American mathematical monthly*, 104(9), 801-823.
- Contreras, J. M., y Molina-Portillo, E. (2019). Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos.
- Crotty, M. (1998) *The Foundation of Social Research: Meaning and Perspective in the Research Process*. London: Sage.
- delMas, R. C. (2002). Statistical literacy, reasoning and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education*, 10(3). <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/10691898.2002.11910679>
- delMas, R. C. (2004). A Comparison of Mathematical and Statistical Reasoning. En: D. Ben-Zvi y J. B. Garfield (Eds). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (pp. 79–96). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer
- Dietiker, L. (2014). Telling New Stories: Reconceptualizing Textbook Reform in Mathematics. En *Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)* (p. 185-190). Southampton: University of Southampton.
- Dietiker, L. C., y Brakoniecki, A. (2014). Reading geometrically: The negotiation of the expected meaning of diagrams in geometry textbooks. En *Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)* (p. 191-196).

- Dindyal, J. (2014). A comparison of two grade 7 mathematics textbooks: one UK, one Singapore. En Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014) (p. 197-202). Southampton: University of Southampton.
- Domingos, A., Matos, J. M., Almeida, M., y Teixeira, P. (2014). Technological resources that come with mathematics textbooks: potentials and constraints. En Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014) (p. 209-214). Southampton: University of Southampton.
- Draisma, J. (2018). Mathematics textbook development for primary grades and its teachers in Mozambique. *ZDM Mathematics Education*, 50 (5) 949–963 doi.org/10.1007/s11858-018-0941-5
- Edwards, J. A., Hyde, R., y Jones, K. (2014). Pre-service teachers' use of textbooks in classrooms in England. En Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014) (p. 221-226). Southampton: University of Southampton.
- Fan, L. (2010). Principle and processes for publishing textbooks and alignment with standards: A case in Singapore. En The APEC Conference on Replicating Exemplary Practices in Mathematics Education. Surat Thani: The International School of Tourism.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM*, 45, 765-777.
- Fan, L., Chen, J., Zhu, Y., Qiu, X., y Hu, Q. (2004). Textbook use within and beyond Chinese mathematics classrooms: A study of 12 secondary schools in Kunming and Fuzhou of China. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, y S. Li (Eds). *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 228–261). Singapore: World Scientific.
- Fan, L., y Kaeley, G. S. (2000). The Influence of Textbooks on Teaching Strategies: An Empirical Study. *Mid-Western Educational Researcher*, 13(4), 2-9.
- Fan, L., Zhu, Y. y Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45, 633-646.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R. y Perry, M. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre–K–12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Freudenthal, H.(1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Kluwer Academia Publishers. Netherlands.
- Gal, I. y Garfield, J. (1997). *Curricular Goals and Assessment Challenges in Statistics* (Eds.). Amsterdam. The Netherlands: The International Statistical Institute, 1–13.

- 
- Garfield, J. (1994). Beyond Testing and Grading: Using Assessment to Improve Student Learning, *Journal of Statistics Education*, 2(1). <http://jse.amstat.org/v2n1/garfield.html>
- Garfield, J. (1995). How Students Learn Statistics. *International Statistical Review*, 63(1), 25–34. <http://www.amstat.org/publications/jse/v2n1/garfield.html>
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Garfield, J. y Gal, I. (1999). Assessment and Statistics Education: Current Challenges and Directions. *International Statistical Review*, 67(1), 1–12.
- Garfield, J., y Ben-Zvi, D. (2005). A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 92-99, <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- Garfield, J., y Ben-Zvi, D. (2008). Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice. Springer Science + Business Media.
- Gattuso, L., y Ottaviani, M. G. (2011). Complementing mathematical thinking and statistical thinking in school mathematics. In *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education* (pp. 121-132). Springer, Dordrecht.
- Groth, R. E., y Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 37–63.
- Hammerman, J. K., y Rubin, A. (2004). Strategies for managing statistical complexity with new software tools. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 17–41. [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3\(2\)HammermanRubin.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(2)HammermanRubin.pdf)
- Heaton, R. M., y Mickelson, W. T. (2002). The learning and teaching of statistical investigation in teaching and teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 35–59.
- Hemmi, K., y Krzywacki, H. (2014). Crossing the boundaries: Swedish teachers' interplay with Finnish curriculum materials. En *Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)*(p. 263 -268). Southampton: University of Southampton.
- Herbel-Eisenmann, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "Voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344–369.
- Hernández-Sampieri, R.; Baptista-Lucio, P. y Fernández-Collado, C. (2010). *Metodología de la investigación* (5ta ed.). México: McGraw Hill.



- Herrera, M. I., y Rodríguez, M. I. (2011). Educación estadística: desarrollo del pensamiento y razonamiento estadístico. XIII CIAEM-IACME.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., y Stigler, J. (2003). Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study. *Education Statistics Quarterly*, 5(1), 7-15.
- Howson, G. (2013). The development of mathematics textbooks: historical reflections from a personal perspective. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 647–658. doi:10.1007/s11858-013-0511-9
- Johansson, M. (2003). Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum. Universidad de Lulea, Suecia: Tesis de maestría no publicada.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., y Thornton, C. A. (2004). Models of development in statistical reasoning. In *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Springer, Dordrecht. pp. 97-117.
- Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., Perry, B., y Putt, I. J. (2000). A framework for characterizing students' statistical thinking. *Mathematics Thinking and Learning*, 2, 269–307.
- Konold, C., Higgins, T., Russell, S. J., y Khalil, K. (2015). Data seen through different lenses. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 305-325.
- Konold, C., y Higgins, T. L. (2003). Reasoning about data. En J. Kilpatrick, W. G. Martin, y D. Schifter (Eds.). *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp.193–215.
- Konold, C., y Miller, C. (2004). *Tinkerplots. Data analysis software for middle school curricula*. San Francisco: Key Curriculum Press.
- Lane-Getaz, S. J. (2013). Development of a reliable measure of students' inferential reasoning ability. *Statistics Education Research Journal*, (12)1, 20–47. Available from: [http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ12\(1\)\\_LaneGetaz.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ12(1)_LaneGetaz.pdf)
- Lehrer, R., y Schauble, L. (2007). Contrasting emerging conceptions of distribution in contexts of error and natural variation. En M. C. Lovett y P. Shah (Eds.), *Thinking with data* (pp. 149–176). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Li, H. C., y Chang, Y. S. (2014). A comparative analysis of national curricula relating to fractions in England and Taiwan. En *Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)* (p. 297 - 302) Southampton: University of Southampton.
- López-Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. XXI, *Revista de Educación*, 4, 167-180

- Lovett, M. (2001). A collaborative convergence on studying reasoning processes: A case study in statistics. Universidad Carnegie Mellon, EE. UU: Tesis de maestría no publicada.
- Michael, K., y O'Connell, A. A. (2014). Statistics education in Ethiopia: successes, challenges and opportunities. *Natural Science*, 179 (31), 17–32.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Santa Fe de Bogotá: Revolución Educativa Colombia Aprende.
- Moore, D. S. (1998). Statistics among the liberal arts. *Journal of the American Statistical Association*, 93(444), 1253–1259.
- Moore, D.S. (1992). Teaching statistics as a respectable subject. In *Statistics Fur rhe Twenty-First Century*, Eds. F.S. Gordon y S. P. Gordon, pp. 14-25. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.
- Moritz, J. B. (2004). Reasoning about covariation. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 227–256). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ministry of Education. (2007). New Zealand Curriculum. Mathematics standards for years 1-13. Wellington, Nueva Zelanda: Learning Media. <https://nzcurriculum.tki.org.nz/Archives/Assessment/Mathematics-standards>
- NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- O'Halloran, K.L., Beezer, R.A. y Farmer, D.W. (2018). A new generation of mathematics textbook research and development. *ZDM Mathematics Education*, 50 (5) 863–. doi.org/10.1007/s11858-018-0959-8
- O'Keeffe, L. (2014, July). Mathematics textbook analysis; supporting the implementation of a new mathematics curriculum. En *Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)* (p. 365-341). Southampton: University of Southampton.
- O'Sullivan, B. (2014). Change comes slowly: Using textbook tasks to measure curriculum implementation in Ireland. En *Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)* (p. 371-376). Southampton: University of Southampton.
- Oliveira, H., y Henriques, A. (2019). Teachers' Perspectives About Statistical Reasoning: Opportunities and Challenges for Its Development. In *Topics and Trends in Current Statistics Education Research* (pp. 309-328). Springer, Cham.

- Pepin, B., Gueudet, G., y Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 685–698. doi:10.1007/s11858-013-0526-2
- Pfannkuch, M., y Reading, C. (2006). Reasoning about distribution: A complex process. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 4–9.
- Reading, C., y Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 201–226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Rezat, S. (2013). The textbook-in-use: students' utilization schemes of mathematics textbooks related to self-regulated practicing. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 659–670. doi:10.1007/s11858-013-0529z
- Rossmann, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5–19.
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 6–13.
- Sabbag, A. (2016). Examining the relationship between statistical literacy and statistical reasoning. Tesis doctoral no publicada. University of Minnesota.
- Sánchez, E. A., y Orta, J. A. (2013). Problemas de mediciones repetidas y de riesgo para desarrollar el razonamiento de estudiantes de secundaria en los temas de media y dispersión. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 65-77.
- Schaffner, A. A. (1997). Tools for the advancement of undergraduate statistics education (pp. 1-235). University of Washington.
- Schubring, G. y Fan, L. (2018). Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview. *ZDM Mathematics Education*, 50 (5) 765–77. doi.org/10.1007/s11858-018-0979-4
- Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R. y Clarke, D. J. C. (2010). The Role of Mathematical Tasks in Different Cultures. Yoshinori, S (Ed.). Berinderjeet, K (Ed.). Rongjin, H (Ed.). Clarke, D (Ed.). *Mathematical Tasks in Classrooms Around the World*, (1), pp.1-14. Sense Publishers.
- Snee, R. (1993). What's missing in statistical education? *The American Statistician*, 47(2), 149–154.
- Stillman, G. A., Brown, J. P., Faragher, R., Geiger, V., y Galbraith, P. (2013). The role of textbooks in developing a socio-critical perspective on mathematical modelling in secondary

- classrooms. In *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 361-371). Springer, Dordrecht.
- Sun, X.H. (2019). Bridging whole numbers and fractions: problem variations in Chinese mathematics textbook examples. *ZDM Mathematics Education*, 51 (1) 109–123. doi.org/10.1007/s11858-018-01013-9
- Tarr, J. E., Reys, B. J., Barker, D. D., y Billstein, R. (2006). Selecting high-quality mathematics textbooks. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(1), 50–54.
- Tauber, L. M. (2010). Análisis de elementos básicos de alfabetización estadística en tareas de interpretación de gráficos y tablas descriptivas. *Ciencias Económicas*, 1(8), 53–74.
- Tishkovskaya, S., y Lancaster, G. A. (2012). Statistical education in the 21st century: A review of challenges, teaching innovations and strategies for reform. *Journal of Statistics Education*, 20 (2). <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/10691898.2012.11889641?needAccess=true>
- Usiskin, Z. (2013). Studying textbooks in an information age—a United States perspective. *ZDM Mathematics Education*, 45, 713–723. doi:10.1007/s11858-013-0514-6
- Usiskin, Z. (2018). Electronic vs. paper textbook presentations of the various aspects of mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 50 (5) 849–861. doi.org/10.1007/s11858-018-0936-2
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., y Houang, R. T. (2002). *According to the book. Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- van Zanten, M. y van den Heuvel-Panhuizen M. (2018). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 50 (5) 827–838. doi.org/10.1007/s11858-018-0973-x
- Wang, J. y Lu, X. (2018). Selection of content in high school mathematics textbooks: an international comparison. *ZDM Mathematics Education*, 50 (5) 813–826. doi.org/10.1007/s11858-018-0977-6
- Watson, J. M. (2004). Developing reasoning about samples. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 277–294). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals* (Studies in mathematical thinking and learning series). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

- 
- Wild, C. J. (2006). The concept of distribution. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 10–26. [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5\(2\) Wild.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ5(2) Wild.pdf)
- Wild, C. J., Utts, J. M., y Horton, N. J. (2018). What is statistics? En *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 5–36). Cham, Switzerland: Springer.
- Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–265.
- Xu, B. (2013). The development of school mathematics textbooks in China since 1950. *ZDM Mathematics Education*, 45, 725–736. doi:10.1007/s11858-013-0538-y
- Zapata-Cardona, L. y Marrugo, L. (2016). *Critical Citizenship in Colombian Statistics Textbooks*. 13 International Congress on Mathematical Education. Hamburg, Germany.
- Zapata-Cardona, L. y Marrugo, L. (2019). Critical citizenship in Colombian statistics textbooks. En G. Burrill y D. Ben-Zvi (Eds.), *Topics and Trends in Current Statistics Education Research. International Perspectives* (pp. 373–389). Switzerland: Springer.
- Zapata-Cardona, L., y Rocha, P. (2011). Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (XIII CIAEM). Recife, Brasil.
- Zapata-Cardona, L., y González, D. (2017). Imágenes de los profesores sobre la estadística y su enseñanza. *Educación matemática*, 29(1), 61-90.
- Zhu, Y., y Fan, L. (2002). Textbook use by Singaporean mathematics teachers at lower secondary level. In D. Edge y Y. B. Har (Eds.), *Mathematics education for a knowledge-based era* (Vol. 2, pp. 194–201). Singapore: AME.
- Zieffler, A., Garfield, J., Fry, E. (2018). What is Statistics Education?. In D. Ben-Zvi, K. Makar, y J. Garfield (Eds.). *The International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 37–70). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.

## Anexo

### Lluvia ácida

**Métodos:** visualización de datos

**Fuente:** Referencia: (JOFroliger y R. Kane, "Precipitation: Its Acidic Nature", Science 189 (8 de agosto de 1975): 455-457).

**Número de casos:** 26

**Historia:** Froliger y Kane midieron el pH (una escala en la que un valor de 7 es neutral y los valores por debajo de 7 son ácidos) del agua recolectada de eventos de precipitación en el condado de Allegheny, Pensilvania, entre el 20 de diciembre de 1973 y el 23 de mayo de 1974.

Muestre la distribución de estos valores y describa con palabras y números lo que ve. ¿Cuál de las formas de mostrar la distribución parece funcionar mejor?

El archivo de datos incluye las fechas de los eventos. ¿Ofrecen estas fechas información adicional útil sobre los valores más altos (menos ácidos)?

(Sugerencia: es posible que deba consultar un calendario para 1973-4).

Fecha	pH
11-12 de mayo	4.63
14 abr	5.51
15-16 de marzo	4.73
16-17 de febrero	4.39
17 de mayo	4.29
18-19 de enero	4.64
20 dic	4.57
21 de enero	4.31
21 mar	4.56
23 de mayo	4.60
23-24 de febrero	4.52
24-25 de febrero	4.26
25-26 abr	4.82
25-26 dic	5.62
26-27 de enero	4.30
28 de febrero-1 de marzo	4.26
28 de enero	4.39
29-31 mar	5.08
3-4 abr	4.41
30 dic-1 ene	4.12
6-7 de febrero	4.45
7-9 abr	4.12
8 mar	4.40
9 de enero	5.29
9 mar	5.78
9-11 de febrero	5.67