

**MODELACIÓN COMPUTACIONAL PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE
DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO**

WILLIAM MESA AGUDELO

MONOGRAFÍA

DIRECTOR:

**RODRIGO COVALEDA
MAGÍSTER EN FÍSICA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
ESPECIALIZACIÓN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXPERIMENTALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN**

2004

TABLA DE CONTENIDO

1. OBJETIVOS GENERALES.....	4
2. JUSTIFICACION Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
3. INTRODUCCION	9
4. FUNDAMENTACION TEORICA	11
4.1 <i>TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO</i>	<i>12</i>
4.1.1 <i>CONDICIONES PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....</i>	<i>14</i>
4.1.2 <i>APRENDIZAJE MECÁNICO Y PRIMEROS SUBSUNSORES.....</i>	<i>15</i>
4.1.3 <i>APRENDIZAJE POR DESCUBRIMIENTO Y POR RECEPCION.....</i>	<i>16</i>
4.1.4 <i>TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....</i>	<i>17</i>
4.1.5 <i>TEORÍA DE LA ASIMILACION PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....</i>	<i>19</i>
4.1.6 <i>DIFERENCIACIÓN PROGRESIVA Y RECONCILIACIÓN INTEGRADORA.....</i>	<i>23</i>
4.1.7 <i>CONCLUSIONES</i>	<i>24</i>
4.2 <i>TEORÍA DE LA MODELACIÓN ESQUEMÁTICA DE HALLOUN.....</i>	<i>25</i>
4.2.1 <i>MODELO CONCEPTUAL CIENTIFICO.....</i>	<i>26</i>
4.2.1.1 <i>DOMINIO.....</i>	<i>27</i>
4.2.1.2 <i>COMPOSICION</i>	<i>28</i>
4.2.1.3 <i>ESTRUCTURA.....</i>	<i>29</i>
4.2.1.4 <i>ORGANIZACIÓN.....</i>	<i>30</i>
4.2.2 <i>EL PROCESO DE MODELACIÓN ESQUEMÁTICA</i>	<i>32</i>
4.2.3 <i>MODELACION ESQUEMÁTICA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARADIGMA. ..</i>	<i>33</i>
4.2.3.2 <i>CONSTRUCCIÓN DEL MODELO.....</i>	<i>35</i>
4.2.3.3 <i>VALIDACIÓN DEL MODELO.....</i>	<i>35</i>
4.2.3.4 <i>ANÁLISIS DEL MODELO.....</i>	<i>36</i>
4.2.3.5 <i>EXPANSIÓN DEL MODELO.....</i>	<i>36</i>
4.3 <i>MODELACIÓN COMPUTACIONAL.....</i>	<i>37</i>
4.4 <i>CONCLUSIONES.....</i>	<i>39</i>
5. LA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL MODELLUS.....	39
5.1 <i>Ventana Modelo.....</i>	<i>41</i>
5.2 <i>Ventana de Tablas</i>	<i>41</i>
5.3 <i>Ventana de Animaciones.....</i>	<i>41</i>
5.4 <i>Ventana Control.....</i>	<i>42</i>
5.5 <i>Ventana de Condiciones Iniciales.....</i>	<i>42</i>
6. PROPUESTA DIDÁCTICA DE MODELACIÓN COMPUTACIONAL	42
6.1 <i>ACTIVIDADES DE MODELACIÓN COMPUTACIONAL</i>	<i>44</i>
6.1.1 <i>GUÍA DE TRABAJO # 1</i>	<i>44</i>
6.1.1.2 <i>Objetivo.....</i>	<i>44</i>
6.1.1.3 <i>Situación Física</i>	<i>44</i>
6.1.1.4 <i>Análisis de la Guía de trabajo # 1</i>	<i>45</i>
6.1.2 <i>GUÍA DE TRABAJO # 2</i>	<i>47</i>
6.1.2.1 <i>Objetivo.....</i>	<i>47</i>
6.1.2.2 <i>Situación Física</i>	<i>47</i>
6.1.2.3 <i>Análisis de la Guía de trabajo # 2</i>	<i>48</i>
6.1.3 <i>GUIA DE TRABAJO # 3</i>	<i>49</i>
6.1.3.1 <i>Objetivo</i>	<i>49</i>
6.1.3.2 <i>Situación Física</i>	<i>49</i>
6.1.3.3 <i>Análisis de la Guía de trabajo # 3</i>	<i>50</i>
6.1.4 <i>GUÍA DE TRABAJO # 4.....</i>	<i>51</i>

6.1.4.1 Objetivo.....	51
6.1.4.2 Situación Física	51
6.1.4.3 Análisis de la Guía de trabajo # 4	52
6.1.5 GUÍA DE TRABAJO # 5	53
6.1.5.1 Objetivo.....	53
6.1.5.2 Situación Física	53
6.1.5.3 Análisis de la Guía de trabajo # 5	54
6.1.6 GUÍA DE TRABAJO # 6	55
6.1.6.1 Objetivo.....	55
6.1.6.2 Situación Física	55
6.1.6.3 Análisis de la Guía de trabajo # 6	57
6.1.7 GUÍA DE TRABAJO # 7	57
6.1.7.1 Objetivo.....	57
6.1.7.2 Situación Física	58
6.1.7.3 Análisis de la Guía de trabajo # 7	59
6.1.8 GUÍA DE TRABAJO # 8	61
6.1.8.1 Objetivo.....	61
6.1.8.2 Situación Problema 1.....	61
6.1.8.3 Situación Problema 2.....	62
6.1.8.4 Situación Problema 3.....	63
6.1.8.5 Análisis de la Guía de trabajo # 8	65
7.1 CONCEPTUALIZACION CIENTÍFICA DEL MOVIMIENTO	66
7.1.1 Descripción Histórico - Epistemológica:.....	66
7.2 EL MOVIMIENTO EN LA NATURALEZA	79
7.2.1 Movimiento en Línea Recta.	83
8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	88

1. OBJETIVOS GENERALES

1. Presentar una estrategia didáctica, que contribuya a mejorar el interés y la motivación hacia el estudio y aprendizaje de la cinemática rectilínea.
2. Propiciar un aprendizaje significativo desde la Simulación y Modelación de fenómenos físicos para el movimiento en línea recta.
3. Desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje que permitan la construcción y caracterización del movimiento rectilíneo de forma autónoma, dinámica y significativa.

2. JUSTIFICACION Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A lo largo de muchas sesiones de análisis y discusión acerca de la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, realizadas dentro de los seminarios correspondientes a la especialización “Educación en Ciencias Experimentales” de la Facultad de Educación adscrita a la Universidad de Antioquia y, que fue llevada a cabo por un amplio grupo de docentes de las áreas de matemática y física, tanto de educación superior como de la básica y media, se ha evidenciado entre otros aspectos la necesidad que tiene el maestro de estar en permanente reflexión acerca del quehacer pedagógico en cada comunidad educativa.

Una de las principales reflexiones que demanda ese quehacer pedagógico y en general todo proceso educativo, está orientada hacia la búsqueda de soluciones encaminadas a resolver problemas de enseñanza y aprendizaje que se presentan continuamente dentro del ámbito escolar, tales como la poca motivación, el desinterés y la animadversión hacia el aprendizaje de las ciencias, concretamente de la matemática y la física que presenta un número bastante alto de estudiantes, lo cual nadie desconoce y que además también se evidenció a lo largo de la especialización a través de conversatorios y discusiones entre los docentes participantes.

Las ideas y conceptos expresados en el anterior párrafo, están corroborados por el grupo de medición y evaluación del ICFES al establecerlo como uno de los referentes teóricos para la realización de las pruebas Saber, aunque estos referentes se consideran para el área de matemáticas, también se pueden extrapolar a la física, pues estas dos disciplinas guardan estrecha relación, en el sentido que la matemática es considerada como una herramienta fundamental que frecuentemente se emplea en la física. A este respecto se afirma que:

No es desconocido que durante muchos años se han identificado dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas [y la física], como: desmotivación hacia el aprendizaje, altas tasas de mortalidad académica, apatía, repitencia, deserción... Además, existe la tendencia, un tanto generalizada, de considerar la matemática [al igual que la física] como algo inalcanzable e incomprensible, limitándose por esto su estudio, muchas veces, a la mecanización y a la memoria y no a la comprensión de sus conceptos¹.

Las prácticas didácticas y/o metodológicas que tradicionalmente se han empleado en el ámbito escolar, tales como el abuso del método expositivo, la desarticulación de los contenidos escolares con la cotidianidad del alumno, la falta de materiales adecuados para que el estudiante construya conocimiento de manera más autónoma y, la poca interacción del alumno con dichos materiales, son un gran caldo de cultivo para esa desmotivación y animadversión hacia la física y la matemática, que data desde muchas décadas atrás.

Un maestro que reflexiona permanentemente sobre su práctica pedagógica, es un maestro inquieto, que indaga, que investiga, que constantemente se actualiza y que no puede desconocer los adelantos tecnológicos en materia educativa. Es menester que el docente procure el uso y desarrollo de estrategias de innovación que permitan, además de reducir el desánimo y el poco gusto entre los alumnos por el estudio y comprensión de la ciencia, propiciar un ambiente favorable y un aprendizaje significativo de esta.

De los planteamientos anteriores y de la reflexión propia encaminada hacia la adopción de modelos pedagógicos que conlleven al gusto y accesibilidad del aprendizaje de la física,

¹ ICFES. Informe Resultados Pruebas Saber. Bogotá, 2001. p. 5

área en la cual trabaja el autor de esta monografía hace más de ocho años, surge un gran problema, el cuál es necesario afrontar:

¿Cómo o qué estrategias adoptar en la escuela, para incentivar y motivar a los alumnos hacia el estudio y aprendizaje de la física? ¿Cómo propiciar un aprendizaje significativo de esta ciencia?

Aunque el cuestionamiento planteado es una problemática a nivel macro para todo el proceso enseñanza y aprendizaje de dicha disciplina, en esta monografía y sin pérdida de generalidad, es abordado para un caso particular como es el movimiento rectilíneo.

Una de las estrategias que sin duda conlleva a enfrentar tal problemática es el uso y empleo en el aula de materiales de trabajo que permitan que el proceso de aprendizaje de la física sea más autónomo, interactivo y dinámico. Para tal efecto, y como lo justifican plenamente investigaciones consultadas al respecto², el desarrollo e incorporación de herramientas tecnológicas e informáticas a nuestros currículos educativos, tales como el Software y la Simulación de fenómenos (bajo una adecuada orientación docente), se convierten en una valiosa ayuda.

Aunque hasta ahora, los procesos de Modelación desarrollados a través del computador y mediante software educativo no son empleados frecuentemente en las aulas, trabajos

² Vease por ejemplo:

* El programa IBERCIMA de la organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura “OEI”, en su artículo: Estudio sobre Tendencias y Experiencias Innovadoras en la Enseñanza de las Ciencias. (<http://www.campus-oei.org/oeivirt/gil01.htm#I4>)

** El artículo: Física no computador: o computador como uma ferramenta no ensino e na aprendizagem das ciências físicas. Revista Brasileña de Enseñanza de la Física. (http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-47442003000300002&lng=en&nrm=iso&tlng=pt).

*** El artículo de Wilson, J. Reingeniería del Curriculum de Pregrado. (<http://www.udec.cl/claustro/contribuciones/omedina3.html>)

investigativos como los ya citados, muestran que ellos son un gran y eficaz medio para motivar y propiciar un alto grado de aprendizaje en todo el entorno escolar, es bastante evidente el gusto, la satisfacción y la buena disposición que los estudiantes presentan al reproducir e interactuar en medios tecnológicos, con fenómenos que ya conocen desde su experiencia cotidiana.

En esta monografía se considera que las herramientas tecnológicas por si solas no resuelven la problemática planteada, por eso se hace indispensable la mediación y orientación del docente (incluyendo adecuadas guías de trabajo), para propiciar además de la reflexión y la discusión, un alto grado de interacción entre el alumno y las situaciones físicas objeto de estudio desarrolladas mediante el uso de este tipo de materiales en el aula escolar.

Además de los trabajos investigativos ya citados, la presente monografía tiene como principal sustento experimental y de apoyo, los resultados obtenidos en una investigación que fue llevada a cabo con estudiantes de Brasil y, en la cuál se desarrolló un estudio **comparativo** entre el rendimiento y aprendizaje significativo de dos grupos de estudiantes, el “Grupo Experimental”, quienes fueron sometidos a ciertos procesos de Modelación Computacional acerca de la interpretación de gráficos de la cinemática y el “Grupo Control”, quienes estudiaron el mismo eje temático solo bajo la metodología de enseñanza tradicional³.

Los aspectos más relevantes que se concluyen de la investigación de Solano son:

1. Se demostró estadísticamente, el mayor grado de aprendizaje significativo y el mejor desempeño referido a la interpretación de gráficos cinemáticos de los estudiantes del grupo Experimental frente a los estudiantes del grupo Control, téngase presente que los estudiantes del grupo Experimental fueron sometidos a

³ * Mayor información, puede consultarse en Solano, 2002: Um Estudo Sobre o Desempenho de alunos de física usuários da ferramenta Computacional *Modellus* na interpretação de gráficos em Cinemática.

actividades de Modelación Computacional complementarias, usando el software MODELLUS, mientras que los del grupo Control no usaron este tipo de herramientas para estudiar el mismo eje temático.

2. Se demostró también un alto grado de motivación y disposición para el estudio y aprendizaje de la temática en cuestión, por parte de los alumnos que fueron sometidos al aprendizaje mediante actividades de Modelación Computacional (los del grupo Experimental).

Se espera con esta propuesta de Modelación Computacional que se va a desarrollar en este trabajo monográfico, contribuir a que el estudiante esté más dispuesto a relacionar las nuevas informaciones con el conjunto de conocimientos que previamente posee y, por tanto otorgarle un alto grado de significación a estas, para lograr así un aprendizaje significativo.

3. INTRODUCCION

El trabajo que se aborda en esta Monografía, es de uso y aplicación directa en el aula de clase, mediante el apoyo en la tecnología y en la utilización de herramientas informáticas, se busca favorecer tanto el proceso de enseñanza como el de aprendizaje del movimiento rectilíneo, este tipo de herramientas se considera que motivarán y propiciarán en el alumno el aprendizaje y, la construcción del conocimiento de una manera más autónoma y significativa.

Las actividades de Modelación Computacional que se plantean durante la presente monografía, se desarrollan mediante la herramienta computacional Modellus y están soportadas por trabajos investigativos (algunos de ellos ya se han citado), los cuales han demostrado su eficacia y gran valor, tanto en la motivación para estudiar física, como en el desempeño y aprendizaje significativo de esta disciplina.

La propuesta didáctica de Modelación Computacional que se desarrollará en el presente trabajo, tiene como fundamento teórico, la teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel y la teoría de Modelación Esquemática de Ibrahim Halloun, ambas encajan perfectamente dentro de los objetivos y lineamientos de la propuesta y, además gozan de gran aceptación entre la comunidad científica.

La teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, toma como planteamiento central la relación sustantiva y no arbitraria que se produce después de la interacción entre las ideas, conceptos, experiencias, creencias, etc., que posee un individuo en su estructura cognitiva y las nuevas informaciones que este recibe durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por su parte, la teoría de Modelación esquemática de Ibrahim Halloun, considera que los Modelos son el factor más fundamental para el conocimiento de una persona, y además

denomina Modelación al proceso de construcción y empleo de tales Modelos durante la enseñanza y aprendizaje de la ciencia.

En la última parte de este trabajo monográfico, se desarrolla propiamente la estrategia didáctica con la cual se pretende propiciar el logro de un aprendizaje significativo de la cinemática. Mediante la Simulación y Modelación de situaciones físicas que tienen que ver con el fenómeno del movimiento rectilíneo, y a través del software “Modellus”, se pretende propiciar un ambiente más interactivo, dinámico y constructivo en la enseñanza y aprendizaje del fenómeno físico en cuestión.

Una actividad indispensable para el desarrollo de esta propuesta de Modelación Computacional y la cual se propone paralela a la Simulación y Modelación del fenómeno, es el análisis y discusión de guías de trabajo que contribuyan a fomentar la discusión, a resolver puntos de discordia y a acercar la construcción del conocimiento de los estudiantes a la conceptualización científica.

4. FUNDAMENTACION TEORICA

De una manera muy general las teorías de aprendizaje se agrupan en tres grandes corrientes filosóficas: **la Conductista, la Cognitivista y la Humanista**, más sin embargo, tal clasificación no siempre es totalmente rígida y es posible en ciertas ocasiones encontrar combinaciones de ellas. A continuación se describirán de manera breve tales corrientes filosóficas.

El **Conductismo** considera que, la enseñanza fundamentalmente debe estar enfatizada sobre los comportamientos observables y medibles en el alumno, esta corriente filosófica no está centrada en los procesos de cómo se aprende, sino en las respuestas y sus consecuencias, en esta vertiente se destacan Skinner, Wolpe, Gagné, entre otros.

El **Humanismo** por su parte adopta que el núcleo central en la enseñanza es el desarrollo personal del sujeto, sus afectos, sentimientos y acciones como persona predominan y, son más importantes que un cuerpo de conocimientos o que un gran desarrollo intelectual. Esta corriente filosófica centra toda la enseñanza en el alumno, sus principales representantes son: Rogers, Schutz, Gordon, etc.

De otro lado, la corriente **Cognitivista** enfatiza sobre el acto de conocer y la forma como conoce el ser humano. Desde esta perspectiva filosófica, lo esencial en la enseñanza son los procesos mentales que realiza el sujeto para aprender, tales como: asignación de significados, comprensión e interpretación, toma de decisiones, procesamiento de la información y la resolución de problemas. Es importante destacar que los procesos mentales descritos anteriormente tienen que ser desarrollados mediante una construcción activa por parte del sujeto (constructivismo)⁴. En esta corriente ubicamos investigadores como, Ausubel, Piaget y Bruner.

⁴ El constructivismo está considerado como una corriente filosófica de carácter Cognitivista, que se interroga acerca de cómo conoce el sujeto y como este, construye su propia estructura cognitiva a través de la actividad de aprendizaje. Se supone que el sujeto que conoce interpreta los fenómenos y objetos del universo.

Dentro del contexto de la corriente filosófica cognitivista y con un enfoque constructivista se encuentra inmersa la teoría del **Aprendizaje Significativo de David Ausubel**, la cual es empleada como marco teórico referencial para el presente trabajo monográfico.

A continuación se describen en forma amplia, dos procesos esenciales en el desarrollo de esta propuesta didáctica, pues ellos sirven de referente teórico para las actividades que se realizan en ella, la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel y la Modelación Esquemática para el aprendizaje significativo de Ibrahim Halloun.

4.1 TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Ausubel considera como factor fundamental para el aprendizaje de un nuevo conocimiento, la estructura cognitiva que posee el individuo. Por estructura cognitiva se entiende el conjunto de ideas, imágenes, proposiciones, conceptos y experiencias que, previamente posee el sujeto y, que son relevantes para él, además de su organización jerárquica, desde lo más general hasta lo más particular (Moreira 1996).

A esas ideas, conceptos, experiencias, etc., presentes en la estructura cognitiva del aprendiz, Ausubel denomina "**Subsunsores**", dichos subsunsores son los encargados de servir de puente cognitivo para que una nueva información (conocimiento) pueda ser asimilada por el sujeto e incorporada a su estructura cognitiva. Como dice Ausubel: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: "El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente". (Ausubel 1980, citado por Moreira 1996, P. 2).

Esta importante frase corrobora las ideas expresadas en los anteriores párrafos, donde se destaca la gran importancia de explorar los conceptos y concepciones relevantes que previamente el alumno posee en su estructura cognitiva y tomarlos como referente para aprender los nuevos contenidos, por eso en ella está la gran síntesis de la teoría de Ausubel.

Un aprendizaje se hace Significativo cuando una nueva información interactúa y se conecta de forma sustantiva y no arbitraria con un concepto relevante ("subsunor") preexistente en la estructura cognitiva del sujeto. Esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras. (Ibíd., p. 4).

Cuando en el anterior párrafo se habla de relación sustantiva y no arbitraria, se debe entender que dichas ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognitiva del alumno, como una imagen, un símbolo, un concepto o una proposición, los cuales son ya significativos para él y, además tales ideas (conocimientos) no se asimilan textualmente, ni al pie de la letra, sino que son reelaboradas e interpretadas.

Vale la pena destacar que los subsunores que posee un individuo en su estructura cognitiva, aunque estén claros, pueden también ser inestables, ellos están en permanente evolución y, a medida que interactúan con nuevas informaciones es posible afianzarlos, volverlos mas inclusivos y modificarlos.

Como ejemplo del empleo de subsunores, se presenta un caso de aplicación para la enseñanza de la física, si los conceptos de movimiento, aceleración y velocidad están presentes en la estructura cognitiva de un individuo, entonces estos servirán de anclaje para el aprendizaje del movimiento uniforme rectilíneo "MUR" y del movimiento uniformemente acelerado "MUA".

Según plantea Ausubel (Ibíd., p.8), existen dos condiciones necesarias e indispensables para que sea posible que ocurra un aprendizaje significativo durante todo proceso de enseñanza y aprendizaje que se realice dentro del entorno escolar.

4.1.1 CONDICIONES PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

1. El alumno debe estar dispuesto de manera consciente a relacionar sustantiva y no arbitrariamente las nuevas informaciones⁵ con otras que él ya posee en su estructura cognitiva
2. Los materiales que se le presentan al aprendiz tienen que ser potencialmente significativos para él, es decir deben poseer tanto un significado lógico como un significado psicológico.

Respecto a la primera condición, si la intención del aprendiz es memorizar las nuevas informaciones, sin escudriñar en su estructura cognitiva para que interactúen con otras que él ya posee y además solo pretende reproducirlas textualmente (al pie de la letra), entonces el aprendizaje no será significativo y fácilmente olvidable, tal como ocurre cuando se aprende solo para presentar un examen o cuando la enseñanza está totalmente descontextualizada del entorno de la vida del individuo.

Cuando en la segunda condición se hace mención a los materiales de trabajo, estos pueden ser: los textos, las exposiciones del docente, las prácticas experimentales, las simulaciones, la organización, secuenciación y presentación de contenidos y, además la modelación de objetos y fenómenos del mundo natural.

Para que un material que se presenta a un alumno tenga significado lógico, debe ser inteligible, sencillo y no confuso en cuanto a su naturaleza y estructura interna. En lo concerniente al significado psicológico, además de la motivación para aprender, se trata de establecer la forma como dicho alumno relaciona los nuevos materiales con lo que él ya sabe y el significado que le otorga a estos.

⁵ En este texto, nuevas informaciones no se refiere simplemente a nuevos datos o hechos aislados, sino a un conjunto de conocimientos que puede incluir además, experiencias, imágenes, proposiciones, conceptos, etc.

4.1.2 APRENDIZAJE MECÁNICO Y PRIMEROS SUBSUNSORES.

Para Ausubel un aprendizaje se denomina mecánico, cuando alguna nueva información o conocimiento es almacenado por el sujeto de forma arbitraria y literal, es decir sin ningún tipo de interacción con los subsunsores preexistentes en su estructura cognitiva, este aprendizaje es memorístico y se olvida fácilmente. Como ejemplo de aprendizaje mecánico tenemos aquel que en la mayoría de ocasiones realizan los estudiantes poco antes de presentar un examen o también la simple memorización de fórmulas de física.

Según la definición, podemos observar que el aprendizaje mecánico es contrario al aprendizaje significativo, más sin embargo Ausubel no plantea que estos sean tajantemente antagónicos. Como lo cita Moreira: “Ausubel no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una dicotomía, sino como un continuo” (Ibíd. p. 6), es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje; Por ejemplo, la simple memorización de fórmulas se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo (aprendizaje mecánico) y, el aprendizaje de relaciones entre conceptos podría ubicarse en el otro extremo (aprendizaje significativo).

Cabe resaltar que un aprendizaje mecánico no ocurre sobre un vacío cognitivo absoluto, generalmente se presentan simples asociaciones con ideas o símbolos poco relevantes en la estructura conceptual del alumno. Además el aprendizaje mecánico, puede convertirse en punto de partida para obtener aprendizaje significativo en ciertos momentos en los cuales el aprendiz se enfrenta a un área de conocimiento totalmente nueva, caso en el cual no existen subsunsores apropiados para hacer de puente cognitivo con esas nuevas informaciones, en estos casos el aprendizaje inicialmente será mecánico.

Para el caso citado en el anterior párrafo, aunque el aprendizaje sea inicialmente mecánico, éste se puede convertir en aprendizaje significativo, dicho proceso de conversión ocurre cuando algunas ideas, conceptos y /o proposiciones relevantes a la nueva información en la misma área del conocimiento, se vayan estableciendo en la estructura cognitiva del aprendiz y puedan servir como subsunsores (aunque poco elaborados). En la medida que el

aprendizaje empieza a tornarse significativo, tales subsunsores se van volviendo cada vez más elaborados e inclusivos, permitiendo de esta forma que el individuo sea capaz de asimilar aquellas nuevas informaciones que en un principio le fueron totalmente nuevas.

Cuando no existen los subsunsores apropiados para lograr un aprendizaje significativo en cierto conocimiento totalmente nuevo para el aprendiz, éstos se construyen como es en el caso de los niños muy pequeños (en edad preescolar), mediante el proceso de formación de conceptos, el cual es un tipo de aprendizaje por descubrimiento de donde a partir de experiencias concretas el niño va obteniendo imágenes, ideas y generalizaciones, por ejemplo de observar e interactuar en su entorno cotidiano con distintos animales, él caracteriza y adquiere los conceptos “perro”, “gato”, etc.

Además del proceso de formación de conceptos (ocurrido en niños de preescolar como ya se dijo), Ausubel plantea en el caso de que no existan subsunsores adecuados para un proceso de enseñanza, (con niños mayores a los anteriores, adolescentes y/o adultos), el uso de **organizadores previos**, tales organizadores previos son considerados como materiales introductorios (expositivos, comparativos, etc.), presentados antes del material a ser aprendido, pero con un nivel más alto de abstracción, inclusividad y generalidad que el propio material de aprendizaje. (Ibíd., Pág. 11 - 12).

Un organizador previo tiene como función principal la de servir de punto de anclaje entre lo que el aprendiz sabe y lo que él necesita saber para poder aprender significativamente los nuevos contenidos que le son presentados. Cuando se emplean dichos organizadores previos durante los procesos de enseñanza, el aprendizaje inicialmente es mecánico, pero se va tornando significativo a medida que se desarrolla tal proceso de enseñanza. Como ejemplos de organizadores previos, pueden ser utilizados un texto escrito, una discusión, una demostración, un video, etc. (Ibíd., Pág. 11).

4.1.3 APRENDIZAJE POR DESCUBRIMIENTO Y POR RECEPCION

En el aprendizaje por **descubrimiento**, lo que va a ser aprendido no se da en su forma final, sino que debe ser “descubierto” por el alumno antes de ser aprendido e incorporado significativamente en su estructura cognitiva. Este tipo de aprendizaje, se construye a partir de experiencias concretas, el sujeto razona analizando casos particulares para llegar a establecer casos más generales. El solo hecho de ser aprendizaje por descubrimiento no implica que sea significativo, esto solo se da en el caso en que dicho proceso cumpla con las dos condiciones establecidas para obtener tal aprendizaje.

Como se mencionó antes, el proceso de formación de conceptos que contribuye a la formación de los primeros subsunores en los niños, es un caso de aprendizaje por descubrimiento, durante este proceso, el interactuar y relacionarse con distintos objetos concretos los conduce a caracterizar y hasta generalizar propiedades, sin necesidad de tener el objeto a la vista (Conceptualización).

El aprendizaje por **recepción** es considerado por Ausubel como aquel en el cual, los contenidos que se requiere sean aprendidos por el sujeto, le son presentados y transmitidos en su forma final. Contrario a lo que generalmente se piensa, Ausubel plantea que este tipo de aprendizaje no es obligatoriamente mecánico y puede ser significativo en la medida en que se cumplan las dos condiciones necesarias para dicho tipo de aprendizaje.

4.1.4 TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

Ausubel clasifica el aprendizaje significativo de tres formas, **Representacional, Proposicional y Conceptual.**

“El aprendizaje significativo **Representacional**, es el más elemental, pero básico de todo conocimiento y del cuál los demás dependen” (Ibíd., p. 13). Se construye en la medida en que el sujeto atribuye el mismo significado tanto a símbolos arbitrarios (palabras, letras) como a sus referentes (objetos, ideas, imágenes.).

Este tipo fundamental de aprendizaje se construye por lo general en la niñez, pero debe advertirse que no se trata de la simple asociación símbolo – referente, sino de una relación “relativamente sustantiva y no arbitraria”, de esta forma él niño establece significados equivalentes entre la palabra (o escritura), con su objeto o imagen correspondiente, tales como: perro, gato, cuerpo, cambio, recta, caída, etc.

El aprendizaje significativo **conceptual** toma como punto de partida la atribución del mismo significado asignado a la relación (sustantiva y no arbitraria) entre el símbolo y su referente, pero con un grado ya muy avanzado de abstracción y generalización en cuanto a determinados atributos criteriosales comunes y que son identificados por la cultura. Por ejemplo en esta etapa el niño ya es capaz de relacionar la palabra “perro”, no solo con su propio referente para el cual fue construido, sino además con todos los referentes que tienen propiedades y atributos criteriosales reconocidos por la cultura.

Según el párrafo anterior, el aprendizaje Conceptual, es un tipo de aprendizaje representacional, solo que en vez de presentarse una equivalencia entre el significado para el símbolo y su referente concreto, tal equivalencia es establecida entre el significado del símbolo y los **atributos criteriosales comunes** a múltiples ejemplos del referente concreto, por ello es que el niño puede distinguir perros grandes, pequeños, bonitos, feos, de una raza o de otra, pero en todo caso reconoce que se trata de un perro.

Los conceptos son adquiridos de dos formas, mediante el proceso de formación de conceptos, ocurrido en niños en edad preescolar (ya fue definido en este trabajo monográfico) y mediante el proceso de asimilación. El aprendizaje de conceptos por asimilación ocurre tanto en niños un poco mayores que los anteriores como en adolescentes y adultos y, se da en la medida en que el niño (y/o adulto), quien ya ha construido conceptos en el proceso de formación de estos (por descubrimiento), se va tornando capaz de asimilar nuevos atributos criteriosales de esos conceptos y que le son presentados en términos de nuevas combinaciones de conceptos y referentes que ya existen en su estructura cognitiva. (Ibíd., Pág. 14)

El aprendizaje significativo **proposicional** ocurre cuando el sujeto que ya debe poseer un cierto aprendizaje representacional, es capaz de atribuir significados no, solo a palabras aisladas o conceptos, sino a ideas expresadas en forma de proposición. Como dice Moreira: “la tarea es aprender el significado que está mas allá de la suma de los significados de las palabras o conceptos que componen la proposición” (Ibíd., Pág. 15).

Por ejemplo, para un estudiante poder aprender significativamente la proposición “los cuerpos caen a la superficie de la tierra bajo la interacción gravitacional”, es necesario que aprenda significativamente los conceptos que al combinarse constituyen dicha proposición, tales como interacción, gravitación, caída, etc.

4.1.5 TEORÍA DE LA ASIMILACION PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

La **Asimilación** se entiende como el proceso mediante el cual, es incorporada a la estructura cognitiva del aprendiz la nueva información, en este proceso el individuo adquiere y retiene significados. La asimilación solo es posible después que se ha producido una **interacción** de esas nuevas informaciones con aspectos relevantes y preexistentes en la estructura cognitiva del individuo (subsunsos). A través de dicha interacción se modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición que sirve de subsunso.

El aspecto más trascendental del proceso de asimilación de conocimientos es el relacionamiento y vinculación, de forma sustantiva y no arbitraria de las ideas relevantes establecidas en la estructura cognitiva del aprendiz con el contenido potencialmente significativo implícito en las nuevas informaciones. La siguiente representación esquematiza de manera general el proceso de asimilación propuesto por Ausubel (Ibíd., p.17).

Una nueva información Potencialmente significativa a	Es Relacionada y asimilada por \longrightarrow	Un subsunor Existente en La estructura Cognitiva A	Produce un producto Interaccional A' a'
---	--	---	--

A continuación se ilustra el proceso de asimilación Ausubeliano, mediante un ejemplo correspondiente al área de física:

Seguramente un alumno adolescente ya posee el concepto general de movimiento en su estructura cognitiva, en el caso en que deba aprender nuevos conceptos como movimiento uniforme rectilíneo “MUR”, y movimiento parabólico, entonces el nuevo aprendizaje específico (“MUR” y Movimiento Parabólico) será asimilado por el concepto más inclusivo preexistente (Movimiento). De este proceso de asimilación, las nuevas informaciones adquieren significado para el joven, pero además el concepto primario de movimiento que él poseía será modificado y se tornará más inclusivo y general, de esta manera su concepto preexistente de movimiento, incluirá ahora movimientos en una dimensión y en dos dimensiones, acelerados y no acelerados, de trayectoria recta y curva.

Según se deduce de lo escrito hasta ahora sobre asimilación, el producto de la interacción entre una nueva información (a) y un subsunor (A) puede modificarse después de un tiempo; por lo tanto la asimilación, no es un proceso que concluye después de un aprendizaje significativo sino, que continua a lo largo del tiempo y puede involucrar tanto nuevos aprendizajes, como la pérdida de la capacidad de reproducción de las ideas subordinadas. (Ibíd., p. 18)

Vale la pena destacar que Ausubel establece dos estadios fundamentales para la asimilación, el primero como ya se dijo, consiste en la adquisición y retención de significados cuyo resultado es el producto A'a', donde el proceso de retención es facilitado por la disociación de dicho producto A'a' en sus factores individuales A' y a', aquí las

nuevas informaciones asimiladas a' son un tanto separables de su puente cognitivo (subsunsor) y esto facilita la retención.

El segundo estadio, al cual Ausubel denomina **asimilación obliteadora**, presenta también una gran importancia para el aprendizaje y consiste en una fase de “olvido”, en la que realmente se olvida es a' como entidad individual, las nuevas informaciones asimiladas (a') paulatinamente se van tornando menos separables de aquel subsunsor que ha servido de ancla hasta que ya no se pueden reproducir como entidades individuales, o sea se llega a un grado de disociabilidad nulo entre ellos. Finalmente el producto A'a' se reduce a tener en la estructura cognitiva A', es decir el subsunsor ancla modificado (no el subsunsor original), teniendo lugar el “olvido”.

Aunque ya se dijo que el aprendizaje significativo es representacional, conceptual y proposicional, a partir de la teoría de la asimilación Ausubeliana, se establecen otras clases de aprendizaje, dependiendo de la forma como las nuevas informaciones interactúan con la estructura cognitiva del aprendiz. El aprendizaje significativo puede ser: **Subordinado, superordinado y combinatorio**.

El aprendizaje significativo **subordinado** se presenta cuando la nueva información es subsumida por la estructura cognitiva preexistente en el sujeto, es decir cuando existe una relación de subordinación entre el nuevo material potencialmente significativo y la estructura cognitiva previa, tal como se han descrito hasta ahora, tanto el aprendizaje conceptual como el representacional hacen parte de este tipo de aprendizaje significativo.

A su vez, el aprendizaje subordinado se clasifica en **derivativo** y **correlativo**, el primero ocurre cuando un nuevo material potencialmente significativo es aprendido como una particularización de un concepto ya existente (ejemplo específico), además confirma o ilustra una proposición general aprendida con anterioridad.

Veamos un ejemplo, para un alumno que posea de forma significativa el concepto velocidad, entonces el aprendizaje de los conceptos velocidad constante y velocidad variable será muy sencillo, pues los deriva directamente y como casos particulares del concepto subsunsor (velocidad).

El aprendizaje subordinado **correlativo**, es una extensión, elaboración, modificación o limitación de conceptos y/ o proposiciones previamente aprendidas, este aprendizaje también está ligado a conceptos o proposiciones significativas preexistentes en la estructura cognitiva del sujeto, pero ya no es asimilado como un ejemplo o caso particular del concepto o proposición subsunsores, sino como una modificación de este.

Como ejemplo de aprendizaje subordinado correlativo, es el dado en esta monografía en la página 17, cuando, se explicó la definición de asimilación referente a la adquisición de los conceptos de movimiento uniforme rectilíneo y movimiento parabólico, estos nuevos aprendizajes modifican, extienden y reelaboran el concepto subsunsores (movimiento).

Una segunda clase de aprendizaje significativo, es el aprendizaje **superordinado**, este aprendizaje ocurre cuando una nueva información potencialmente significativa para el individuo, a pesar de ser anclada a determinados subsunsores preexistentes en la estructura cognitiva de este, resulta ser más inclusiva y general que ellos y los subordina, en otras palabras, el nuevo concepto o proposición es quien asimila a los subsunsores existentes en la estructura cognitiva.

A manera de ejemplo, consideremos un alumno que posee en su estructura cognitiva y de forma clara, los conceptos de periodo, frecuencia y amplitud, cuando él aprende significativamente el concepto de onda, entonces este último es más general que los anteriores y pasa a subordinarlos, o sea que los conceptos subsunsores ya son asimilados como meros casos particulares del nuevo concepto, el cuál es más amplio y general.

Es importante destacar que en un proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollado dentro del entorno escolar y, según como el docente oriente sus materiales de trabajo, es posible la construcción simultánea del aprendizaje subordinado y el superordinado, como sustentación basta que en el ejemplo anterior el concepto **onda** fuese el subsunsores y a partir de este, un alumno fácilmente puede derivar los demás conceptos (amplitud, frecuencia, periodo, etc.).

La tercera clase de aprendizaje significativo es el **combinatorio**, “este ocurre cuando una nueva información no se relaciona de manera específica ni con ideas subordinadas ni superordinadas, y si, de forma general con un amplio contenido relevante, existente en la estructura cognitiva” (Ibíd., p.27). En la mayoría de casos el aprendizaje combinatorio ocurre dentro del aprendizaje de proposiciones, de tal manera que una nueva proposición aprendida, no es capaz de asimilar otras preexistentes en la estructura cognitiva, ni tampoco puede ser asimilada por ellas. Como ejemplo, el propio Ausubel cita el aprendizaje de proposiciones que impliquen el aprendizaje de la equivalencia entre masa y Energía y calor y temperatura (Ibíd., p.24).

4.1.6 DIFERENCIACIÓN PROGRESIVA Y RECONCILIACIÓN INTEGRADORA

Ausubel destaca dos importantes procesos que tienen lugar a medida que se construye el aprendizaje significativo, al primero lo denomina **diferenciación progresiva**, el cuál ocurre durante el aprendizaje subordinado, especialmente en el correlativo. **La diferenciación progresiva** se produce a medida que los subsunores que han servido de ancla para el aprendizaje significativo de una nueva información potencialmente significativa, constantemente van siendo reelaborados y / o modificados en la estructura cognitiva del individuo, de tal forma que van adquiriendo nuevos significados.

Veamos un ejemplo relativo a la cinemática. Cuando se enseña consecuentemente con una propuesta de aprendizaje significativo, es decir de lo general a lo particular, entonces mediante la variación y / o modificación del concepto subsunor más general e inclusivo que posee la estructura cognitiva de un estudiante por ejemplo “aceleración”, es posible lograr por un proceso de diferenciación progresiva de este subsunor, la discriminación o diferenciación de los conceptos aceleración, velocidad, desplazamiento, posición, etc.

El segundo proceso es denominado por Ausubel **reconciliación integradora**, esta es típica tanto del aprendizaje superordinado como del combinatorio. Cuando el individuo aprende significativamente una nueva información, la reconciliación integradora, dice Moreira:

“ocurre en la medida en que ciertos elementos ya existentes en la estructura cognitiva, pueden ser percibidos como relacionados, pueden ser reorganizados y adquirir nuevos significados (Ibíd., p.27).

Como ejemplo consideremos el caso en que, un estudiante aprende significativamente el concepto de movimiento acelerado a partir de ciertos subsunsores preexistentes en su estructura cognitiva, tales como los conceptos de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración, establece relación entre ellos, y cuando son re combinados en la estructura cognitiva, dichos conceptos se reorganizan y quedan subordinados a la nueva información (movimiento acelerado) de tal forma que pasan a adquirir nuevo significado.

4.1.7 CONCLUSIONES:

1. En concordancia con la organización jerárquica de conceptos y proposiciones en la estructura cognitiva del sujeto, cuando se diseña un contenido curricular cuyo objetivo es el aprendizaje significativo, es necesario enseñar de lo general a lo particular, cambiando así el paradigma tradicional de nuestros textos escolares.
2. Para desarrollar con éxito un aprendizaje significativo de las ciencias, es fundamental considerar y valorar el conjunto de conocimientos previos que posee el aprendiz, los cuales servirán de anclaje a los nuevos conocimientos y, que en la mayoría de casos son poco tenidos en cuenta o desvirtuados totalmente dentro del ámbito educativo.
3. Cuando se desarrolla un proceso de enseñanza y aprendizaje, el docente tiene la necesidad de investigar para procurar actividades y materiales de trabajo en el aula que promuevan la interacción de las nuevas informaciones a ser aprendidas con la estructura cognitiva del estudiante, favoreciendo tanto la asimilación de estas como la motivación para aprenderlas.

4. Los aprendizajes por descubrimiento y por recepción son dos tipos de aprendizaje que pueden ser o no significativos, eso depende de que ambas cumplan las dos condiciones establecidas por Ausubel.

Además del aprendizaje significativo de Ausubel como marco teórico para la propuesta didáctica que se está desarrollando en este trabajo monográfico, se toma la Modelación Esquemática para el Aprendizaje Significativo de la Física de Halloun como otro importante referente teórico a utilizar y, el cual se describirá en forma breve, pero precisa.

4.2 TEORÍA DE LA MODELACIÓN ESQUEMÁTICA DE HALLOUN.

Como lo define el propio Halloun, “**la Modelación Esquemática** es una teoría de desarrollo epistemológico basada en la investigación cognitiva, en ella se argumenta que los Modelos son los mayores componentes para el conocimiento de una persona y, que la **Modelación** es el más grande proceso para construir y emplear ese conocimiento en el mundo real” (Halloun, 1996, p.1021). Para la **Modelación esquemática** Halloun establece tres principios fundamentales:

1. “Nosotros construimos modelos mentales que representan aspectos significantes de nuestro mundo físico y social, y manipulamos elementos de estos modelos cuando pensamos, planeamos e intentamos explicar los eventos de este mundo”. (Bower y Morrow 1990, citados por Halloun.).

2. “Nuestra visión del mundo es causalmente dependiente de la manera como es el mundo y de como somos nosotros. Hay un obvio pero importante corolario: Todo nuestro conocimiento del mundo depende de la habilidad para construir modelos de él” (Johnson – Leard, citado por Halloun, 1983).

3. “Los modelos mentales están dentro de las mentes de las personas. Son tácitos, y no pueden ser explorados directamente. Sin embargo, estos pueden ser explorados indirectamente por medio de modelos conceptuales que son los modelos usados por una

persona para comunicarse con otra verbalmente, simbólicamente o de una manera pictórica (Ej. Por medio de modelos físicos, definidos por Halloun como artefactos materiales). Los Modelos conceptuales usados en nuestra comunicación día a día, frecuentemente son subjetivos, idiosincrásicos y no coherentemente estructurados. Con la instrucción apropiada estos modelos pueden volverse objetivos y relativamente coherentemente estructurados...” (Halloun op. cit., p.1021).

Como puede deducirse de estos primeros párrafos, el punto de partida para la Modelación Esquemática propuesta por Halloun son los **Modelos** (su construcción y empleo en el entorno escolar), por tal motivo se hace necesario explicitar acerca de ellos y valorar la gran importancia que poseen para el desarrollo y elaboración de todo proceso de enseñanza y aprendizaje.

Debido a que la teoría de Modelos es bastante amplia y profunda, una descripción detallada de ella escapa de los objetivos de esta monografía, por tal razón el presente trabajo enfatiza sobre los **Modelos Conceptuales (científicos y/o personales)**, que son los que frecuentemente se emplean en la explicación y enseñanza de la ciencia.

4.2.1 MODELO CONCEPTUAL CIENTIFICO

Para facilitar la comprensión y /o predicción de lo que sucede en un sistema físico, es necesario simplificarlo al máximo, por tal razón, los científicos solo estudian las propiedades que consideran primarias o esenciales en la estructura y comportamiento de dicho sistema (las más cercanas al propósito de estudio). Para tal efecto, construyen un **Modelo Conceptual**, por ejemplo un Modelo matemático o uno físico, el cual solo contiene las características más relevantes para su estudio y análisis. A partir del Modelo construido, es posible obtener inferencias y predicciones acerca del comportamiento del sistema que tal Modelo está representando (Ibíd., P.1021- 1022).

En contraste con la idiosincrasia y variedad de los Modelos conceptuales de los no científicos (los que Halloun denomina **Modelos personales**), los Modelos científicos ó al

menos aquellos que comparten la misma disciplina, comparten también el mismo Modelo conceptual para describir, explicar y predecir fenómenos en el mundo natural. Halloun considera que este tipo de Modelos son esquemáticos debido a que:

a). “Usan un número limitado de características básicas casi independientes de las idiosincrasias individuales del científico y, b). Son desarrollados y aplicados siguiendo esquemas genéricos de Modelación” (Ibíd., P.1022).

Para entender y comprender claramente lo que es un Modelo conceptual científico (que de aquí en adelante y para abreviar se llamará simplemente Modelo), la teoría de la Modelación Esquemática plantea la necesidad de estudiarlo teniendo en cuenta cuatro dimensiones fundamentales: **composición, estructura, dominio y organización**. Las dos primeras dimensiones definen y caracterizan el Modelo, mientras que las dos últimas lo sitúa en la teoría a la cual pertenece (Ibíd., P.1022). Por su gran importancia estas dimensiones se describen a continuación.

4.2.1.1 DOMINIO

El dominio de un Modelo está formado por un conjunto de sistemas físicos (también denominados referentes del Modelo), los cuales comparten estructuras comunes y/o características comportamentales que dicho Modelo puede ayudar a describir, explicar y/o predecir en, algunos aspectos y con un cierto grado de precisión. El Modelo puede también, permitirnos controlar esos referentes y designar otros nuevos (Ibíd., P.1022). Como ejemplo consideremos el Modelo de Partícula adoptado por la teoría newtoniana. El **dominio** de dicho Modelo, lo constituyen un número indefinido de objetos físicos tales como un auto, un satélite, una lámpara, una esfera, un bloque de madera, etc. Estos sistemas físicos (cuerpos) comparten estructuras comunes y/o características comportamentales en el sentido en que todos son sistemas idealizados que se comportan bajo el mismo conjunto de enunciados lingüísticos (detalles de estos enunciados lingüísticos mas adelante, pues hacen parte del **contenido** de este modelo), los cuales facilitan a la teoría newtoniana la explicación y predicción de ciertos fenómenos mecánicos.

4.2.1.2 COMPOSICION

Afirma Halloun:

“Cuando se modeliza una situación física, los científicos tienden primero a agrupar los objetos involucrados dentro de sistemas finitos. Cada sistema puede incluir una o más entidades físicas que exhiben propiedades específicas de interés y que interactúan mutuamente. Las entidades físicas dentro y fuera del sistema pueden ser representadas en el modelo correspondiente por entidades conceptuales que pertenecen al contenido y al ambiente del modelo respectivamente, caracterizándose por descriptores apropiados, el contenido el ambiente y los descriptores apropiados constituyen la composición del modelo”. (Halloun, op .cit., p. 1022)

Según se desprende del texto de Halloun, la composición de un Modelo está formada tanto por **objetos y/o conceptos** como por **descriptores**, (los que relacionan los primeros y pueden estar dentro y fuera del sistema limitado). A aquellos objetos y/o conceptos que están dentro del sistema de interés se les denomina **contenido** del Modelo y, a los externos, es decir los objetos y/o conceptos que forman el **ambiente** se les llama **agentes**, vale notar que los agentes solo se tienen en cuenta en caso de que afecten significativamente el fenómeno en estudio. Los descriptores se clasifican en descriptores de **objeto** y descriptores de **interacción**.

Un descriptor de **objeto** es una propiedad conceptual que representa características físicas dentro y/o fuera del sistema en estudio. Este tipo de descriptor se divide a su vez en: a) descriptores de estado (variables), los cuales representan cantidades que **cambian** continuamente dentro del sistema seleccionado y, b) descriptor intrínseco o parámetro, que consiste en cantidades que permanecen constantes dentro del mismo sistema. Por su parte

los **descriptores de interacción**, son cantidades que representan una acción mutua entre algún referente dentro del Modelo y otro fuera de él.

Veamos una situación que ejemplifica la **composición** de un Modelo. Para Modelizar la caída de un cuerpo a la superficie de la Tierra, la mecánica newtoniana adopta el Modelo de partícula, recuérdese que ya se dijo que a aquellos objetos y/o conceptos que están dentro del sistema de interés se les denomina **contenido** del Modelo, pues bien, cualquier objeto, una piedra por ejemplo y un determinado conjunto de entidades lingüísticas, tales como idealizar el objeto hasta un punto geométrico, (masa puntual), aceptar que si actúan fuerzas externas sobre el sistema en estudio, estas son concurrentes a un punto y, además que no existen movimientos al interior de dicho sistema, formarán el **contenido** de este Modelo.

Ciertos agentes “externos” como la Tierra, la Luna y otros cuerpos al rededor del sistema objeto de estudio, conforman el **medio ambiente**, la fuerza de la gravedad constituye en este caso un descriptor de **interacción** y, algunas magnitudes físicas como la posición y la masa hacen parte de los descriptores de **objeto**.

4.2.1.3 ESTRUCTURA

Según Halloun (1996), la estructura de un Modelo está formada por todas las **relaciones** existentes entre los descriptores que representan propiedades físicas de los referentes del Modelo y que se afectan mutuamente. Existen tres tipos de estructuras: **Geométrica**, **Interactiva** y, **Comportamental**.

La primera se refiere a la configuración espacial de los objetos y agentes, por ejemplo la distribución aleatoria de las moléculas de un gas ideal confinado en un recipiente, la segunda tiene que ver con relaciones no temporales expresadas mediante leyes de interacción entre un descriptor de objeto y un descriptor de interacción, por ejemplo la Ley de Newton de la gravitación universal y, la tercera se refiere a las relaciones espacio-temporales que describen y/o explican el comportamiento de objetos individuales que

hacen parte del contenido de un Modelo bajo condiciones específicas. Estas relaciones se expresan en dos tipos de leyes: leyes de estado y leyes causales.

Las leyes de estado expresan la relación entre las propiedades de un cierto objeto y también describen el cambio de estado del mismo, por ejemplo las ecuaciones de movimiento de la mecánica clásica. Por su parte las Leyes causales, expresan la relación entre una propiedad de interacción y una propiedad de estado de un objeto y explican sus cambios de estado, un ejemplo para este caso pueden ser las leyes de Newton de la dinámica.

4.2.1.4 ORGANIZACIÓN

Cuando se estudia una teoría, un solo Modelo sería insuficiente, por tal motivo se hace necesario construir y emplear varios Modelos, los cuales son organizados en grupos y/o subgrupos (o familias) siguiendo criterios convenientes al propósito de estudio. Cada grupo debe incluir una familia especial de Modelos llamados Modelos básicos. Un Modelo básico es definido por Halloun como un Modelo simple, pero comprensible para describir y explicar un fenómeno físico elemental. Estos Modelos son partes indispensables para un aprendizaje significativo tanto de conceptos individuales y principios de una teoría científica como de reglas de Modelación, además son el punto de partida para el desarrollo y empleo de Modelos más complejos (Ibíd., p.1025)

Veamos un ejemplo, dentro de la mecánica clásica se adopta el Modelo de partícula, pero para describir varios tipos de movimiento se hace necesario organizarlo en familias de ese Modelo, tales como el Modelo de partícula libre, el Modelo de partícula uniformemente acelerada y el Modelo de partícula oscilante armónicamente⁶. Los dos primeros tipos de Modelo serán empleados en la propuesta didáctica desarrollada en esta monografía.

⁶ Si se desea precisar acerca de estos modelos, ver: Halloun: Schematic Modelling for meaning learning of Physics, 1996. p 1026.

Además del criterio de clasificación citado, cada teoría contiene leyes de organización y reglas que especifican, como relacionar entre sí Modelos de una familia dada y, como combinar diferentes Modelos para el estudio de situaciones físicas que están fuera de la marca del dominio de entender los Modelos disponibles.

Como ejemplo, cuando en la última parte de esta monografía se Modeliza el movimiento uniforme rectilíneo “MUR” y el movimiento uniformemente acelerado “MUA” se hace necesario relacionar los Modelos de partícula libre y de partícula uniformemente acelerada (entre sí y con algún Modelo matemático subyacente).

Para terminar la explicación de este importante concepto, se definen dos tipos de Modelo particularmente útiles, pues además de ser prototipo de los que acabamos de describir, se usarán constantemente en las actividades de Modelación Computacional en la parte final del presente trabajo monográfico, son ellos el **Modelo Matemático** y el **Modelo Físico**, por la gran importancia que tienen, no solo en esta monografía, sino en cualquier contexto educativo referente a la enseñanza y aprendizaje de las ciencias se hace necesario explicitar acerca de ellos.

En este texto se toma como referencia la definición dada por Aris de Modelo Matemático, él afirma que: “Un Modelo Matemático es algún conjunto completo y consistente de ecuaciones o estructuras matemáticas, las cuales están designadas para corresponder otra entidad o fenómeno de la que son prototipo, dicho prototipo puede ser una entidad física, biológica, social, psicológica o conceptual” (Aris 1987 citado por De Lange, P. 40).

En cuanto al Modelo Físico, se dijo antes que según Halloun, es considerado como un artefacto material (aunque tal vez el citado autor está pensando en un conjunto de enunciados implícitos, un lector no experimentado seguramente los pasará inadvertidos), por tal motivo en este trabajo monográfico se adoptan las dos siguientes definiciones de modelo físico, las cuales no riñen entre sí y, además de estar en la misma línea, se complementan mutuamente.

En primer lugar, Duarte define el concepto de Modelo Físico como una representación simplificada e idealizada de un sistema, la cual además de representar todas las características principales del mismo, permite explicarlo y predecirlo (Duarte 1998, citado por Solano. P. 8). La otra definición es dada por Greca y Moreira, en este sentido afirman: “Cuando los enunciados de la teoría (teoría física) están de acuerdo con un fenómeno o con un sistema físico idealizado y simplificado, la descripción resultante es un Modelo físico” (Greca y Moreira 2001, citados por Solano. p. 29).

4.2.2 EL PROCESO DE MODELACIÓN ESQUEMÁTICA

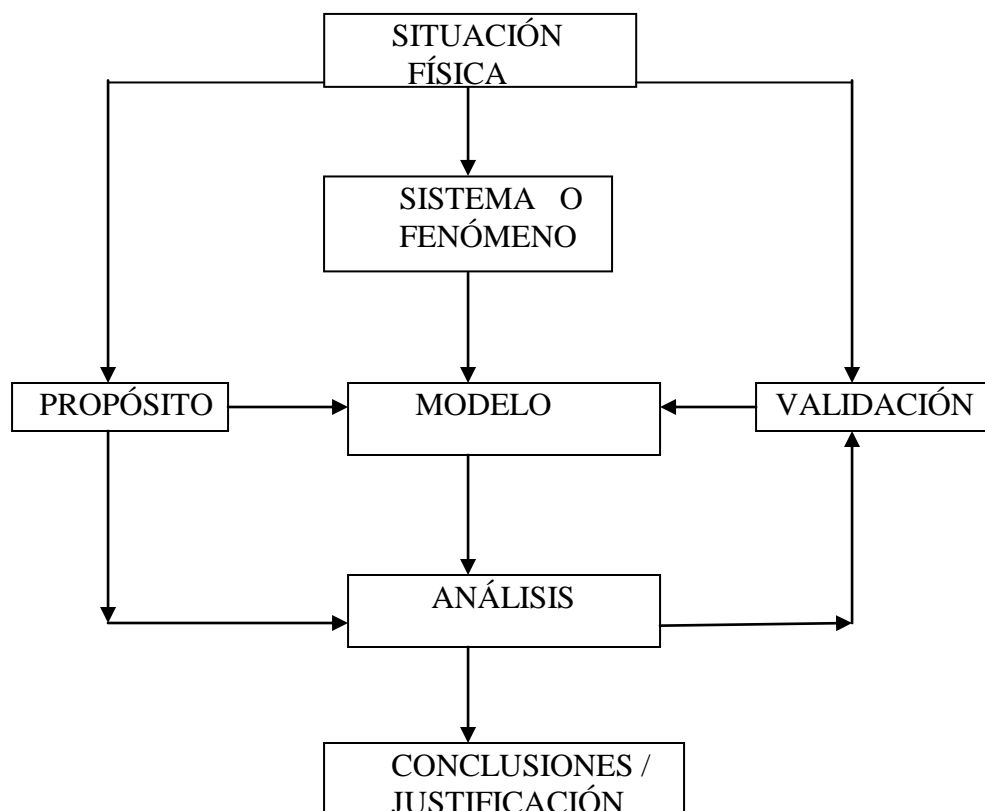
Todo proceso de Modelación comienza con la **selección** de una **situación física**, la cual es objeto de estudio y / o interés. Tal situación física puede pertenecer al mundo real, a un experimento de laboratorio, a un fenómeno simulado o a una situación hipotética planteada en un texto escolar. Para el caso de este trabajo monográfico la situación física más general que se plantea es el fenómeno del movimiento, en cuyo proceso de Modelación se hará uso del programa Modellus.

Una vez considerada la situación física, el siguiente paso en el proceso de Modelación esquemática consiste en **identificar y describir** la **composición** tanto del sistema físico en cuestión como del respectivo fenómeno. A continuación o en forma simultánea al paso anterior, se debe identificar también el **propósito**, por ejemplo el conjunto de objetivos en un texto escolar o en determinadas guías de trabajo y, la **validez** de los resultados esperados (incluyendo el grado de precisión de estos).

Una vez se han seguido estos importantes pasos, Halloun propone **seleccionar** la teoría apropiada en el contexto que la Modelación debe seguir, de esta manera se **selecciona** un **Modelo** apropiado y entonces se construye. Tal Modelo se **procesa** luego y se **analiza**, mientras se **valida** continuamente. Siguiendo este análisis, finalmente se infieren las **conclusiones** apropiadas en el sistema en cuestión y los resultados son **justificados** en

función del propósito de la Modelación y de la validez pedida (Halloun; 1995, Hestenes, 1995 citados por Halloun).

Como ejemplo de este proceso general de Modelación, se consideran todas las situaciones de aprendizaje y actividades propuestas en la parte final de esta monografía, con las cuales se pretende tanto procurar una gran motivación como propiciar un aprendizaje significativo para el movimiento en línea recta. El siguiente esquema ilustra de manera general, el proceso de Modelación Esquemática que se acaba de describir (Ibíd., p. 1027).



4.2.3 MODELACION ESQUEMÁTICA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARADIGMA.

Halloun plantea aprovechar algunos problemas de los textos de física, debido a que los considera excepcionalmente útiles para el aprendizaje y desarrollo de procesos genéricos de Modelación en situaciones no empíricas. A ese tipo de problemas los denomina **problemas**

paradigma, los cuales define como aquellos en cuya solución es posible evitar la aplicación directa de fórmulas y algoritmos numéricos y, que además contienen preguntas abiertas que permiten que los estudiantes reflexionen sobre sus propias concepciones acerca de los sistemas físicos.

La resolución de los problemas paradigma se desarrolla en cinco estadios: **selección, construcción, aprobación, análisis y expansión**. El proceso no es jerárquico y, además los tres estadios del medio se sobreponen. Por otro lado, algunos de esos pasos pueden también manejarse simultáneamente. En cada estadio, los mismos estudiantes se preguntan cuestiones específicas, las cuales intentan responderlas sistemáticamente, se cita por ejemplo dos preguntas que corresponden en forma respectiva a los dos primeros estadios y, que tienen que ver con la solución de un problema paradigma referente al objeto de estudio de esta monografía como es la cinemática rectilínea⁷.

¿Qué sistemas físicos son descritos en el problema?

¿Cuales objetos físicos hacen parte de tales sistemas?

¿Qué conceptos cinemáticos se requieren para describir el movimiento de cada objeto?

¿Como elaborar una representación adecuada para esos conceptos?

Como plantea Halloun, es importante tener en cuenta que los profesores no deben desarrollar este proceso de **Modelación** con una actitud pasiva de los estudiantes frente a él, es necesario guiarlos en el desarrollo gradual de tal proceso a medida que ellos resuelven los problemas paradigma y, además no es necesario seguir dicho proceso al pie de la letra, está permitido eliminar o adicionar ciertos ítems según las necesidades y el objeto de estudio. (Halloun, Op. cit., p.1027).

⁷ * Información completa se encuentra en el apéndice del texto de Halloun: Schematic Modelling for meaning learning of Physics, 1996.

** Vale destacar que en las actividades finales de este trabajo monográfico y en general en todo contexto de enseñanza y aprendizaje, este tipo de preguntas no aparece de forma textual, sino reelaboradas y adaptadas a la situación correspondiente.

Seguidamente se describen cada uno de los cinco estadios de aprendizaje propuestos por Ibrahim Halloun para llevar a cabo la solución de diferentes tipos de problemas paradigma durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de la física, los cuales continuamente se presentan dentro del entorno escolar.

4.2.3.1 SELECCIÓN DEL MODELO

Debido a que frecuentemente la solución de un problema paradigma, involucra a Modelos básicos y/o a Modelos emergentes que son combinaciones de estos Modelos básicos, el proceso de Modelación empieza con la **selección** de Modelos apropiados de un repertorio de Modelos familiares en una teoría específica. Este proceso está guiado por el dominio de cada Modelo y gobernado por el propósito de la Modelación y de la validez requerida. Por ejemplo cuando se tiene un problema paradigma acerca del movimiento rectilíneo uniforme, es conveniente para el propósito de estudio seleccionar entre toda la familia de Modelos de partícula, el Modelo de partícula libre.

4.2.3.2 CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

Durante este estadio, el sujeto que se enfrenta a la solución de un problema paradigma, intenta construir Modelos matemáticos que ayuden a resolver dicho problema. De esta manera los estudiantes construyen, y/o reproducen, la composición y estructura de cada Modelo seleccionado.

En el ejemplo inmediatamente anterior acerca del movimiento uniforme rectilíneo “MUR”, es conveniente después de seleccionar el Modelo físico, establecer un Modelo matemático apropiado, el cual contiene además de sus descriptores correspondientes, un conjunto implícito de estructuras semánticas (Ej. $x = vt$).

4.2.3.3 VALIDACIÓN DEL MODELO.

Este estadio puede ser desarrollado junto a la construcción del Modelo, el estudiante debe tener en cuenta esencialmente la consistencia interna de este, para tal caso se puede plantear preguntas como:

¿El Modelo construido representa todas las propiedades principales del sistema?

¿El Modelo matemático subyacente contiene todos los descriptores apropiados?

4.2.3.4 ANÁLISIS DEL MODELO

El análisis de un Modelo, según plantea Halloun, consiste principalmente en el procesamiento del Modelo matemático, de donde se obtienen respuestas para las cuestiones formuladas en el problema, se interpretan y se justifican. El análisis puede hacerse también en el sentido de verificar que todos los propósitos están siendo contemplados con el Modelo que se está construyendo. En el ejemplo que se viene tratando sobre el MUR, el análisis puede consistir en verificar que la solución encontrada, sí corresponda a los requerimientos del problema y, además que esos resultados sean posible bajo las condiciones establecidas.

4.2.3.5 EXPANSIÓN DEL MODELO

Una vez que el Modelo es analizado y completamente validado, pueden inferirse algunas implicaciones respecto tanto al propósito original como a otros. Esto ayuda al estudiante a desarrollar habilidades de transferencia y abstraer propiedades a otros sistemas de comportamiento análogo. La expansión de Modelos incluye:

a. El uso de un Modelo dado para describir, explicar y/o predecir nuevas situaciones físicas que pertenecen al sistema en estudio.

b. Inferir implicaciones para otros sistemas físicos referentes del Modelo.

c. Extrapolar el Modelo para la construcción de otros nuevos.

La expansión de Modelos también incluye actividades reflexivas, dónde los estudiantes examinan y perfeccionan su conocimiento en términos de la nueva experiencia de Modelación. Como ejemplo del empleo de este estadio, considérese la situación física que se ha planteando para ilustrar las anteriores etapas, en caso de que se presente un nuevo cuerpo bajo condiciones análogas, es decir trasladándose bajo un “MUR”, entonces este sistema se debe corresponder con el mismo Modelo matemático que se ha construido para tales casos ($x = vt$). Recíprocamente, si un móvil se desplaza respondiendo al Modelo matemático $x = vt$, entonces mediante la expansión de este Modelo, no es nada difícil predecir que su movimiento es uniforme rectilíneo “MUR”.

4.3 MODELACIÓN COMPUTACIONAL

Tomando como referencia la teoría de Halloun sobre la Modelación Esquemática, Solano⁸ abstrae un concepto que resulta de vital importancia no solo en la propuesta didáctica que se desarrolla en esta monografía, sino en todo contexto de enseñanza y aprendizaje de las ciencias, “**La Modelación Computacional Aplicada en la Enseñanza de la Física**”, la cual define como el proceso de Modelación propuesto por Halloun, llevado a cabo con ayuda y empleo del computador como una herramienta facilitadora en la ejecución de los estadios no jerárquicos de construcción, aprobación, análisis y expansión del Modelo.

Tal y cómo se mencionó en la justificación (ver, p. 3), la eficacia y el gran valor de las actividades de Modelación Computacional para propiciar el logro de un aprendizaje significativo de conceptos cinemáticos, está demostrada por trabajos de investigación realizados en el área⁹. Este es un importante referente que se ha tenido en cuenta para diseñar la propuesta didáctica que se desarrolla en esta monografía.

⁸ Vease: (Solano, Op. cit., P. 29).

⁹ Detalles completos pueden consultarse en Solano 2002:Um Estudo Sobre o Desempenho de alunos de física usuários da ferramenta Computacional *Modellus* na interpretação de gráficos em Cinemática.

El presente trabajo centra sus mayores esfuerzos en el propósito de incorporar el uso del computador y del software educativo como una valiosa herramienta de última tecnología a nuestros currículos, este tipo de herramientas propician al individuo tanto construir Modelos de la realidad (Modelación) como Simularlos, lo cual posibilita a su vez al aprendiz, un alto grado de interacción con determinados objetos y descriptores pertenecientes a tales Modelos, propiciando de esa forma una mayor comprensión y el logro de un aprendizaje significativo.

La propuesta didáctica contenida en esta monografía, utiliza el software **Modellus**, que como lo definen sus propios creadores, **Víctor Duarte Teodoro, Joao Paulo Duque y Felipe Costa**, es una herramienta orientada a la Modelación y Simulación de sistemas para la enseñanza de las ciencias. “El delineamiento pedagógico de Modellus admite que la computadora es una herramienta cognitiva, pero no sustituye las habilidades humanas de alto orden, en otros términos, se supone que Modellus ayuda en el aprendizaje de la física, pero la inteligencia, la emoción, la cultura, la poesía y el arte residen en el usuario, no en el software” (Duarte, 2002 citado por Solano).

Otro aspecto importante a ser tenido en cuenta, tal como lo demuestra la investigación realizada por Solano, es el de la **motivación** para aprender que proporciona **Modellus** a los estudiantes. Más allá del interés natural despertado por el uso del computador, los resultados sugieren que la aplicación de actividades de Modelación Computacional ejerce una influencia positiva en la predisposición del individuo para aprender Física (Solano, Op. cit., p.50)

Esta influencia (referida en el anterior párrafo), ocurre en la medida en que la relevancia de ciertas relaciones y/o conceptos matemáticos, es percibida por los estudiantes durante el proceso de interacción con los Modelos Conceptuales, permitiendo que los contenidos

vistos previamente por él y, que hasta entonces le eran muy abstractos, pasen a tener un referencial más concreto.

4.4 CONCLUSIONES

1. Contrario a lo que se ha venido haciendo tradicionalmente, es necesario concientizar al alumno de que, la instrucción de la física se desarrolla en base a la construcción y empleo de Modelos, es decir mediante sistemas idealizados y simplificados que facilitan la comprensión y predicción de los fenómenos y /o eventos del mundo natural.
2. Los Modelos Personales no pueden ser totalmente desvirtuados en el ámbito educativo, pues para lograr un Aprendizaje Significativo de conceptos físicos, existe la necesidad de propiciar una interacción entre estos y los Modelos Científicos
3. Los procesos de Modelación se tienen que convertir en materiales de trabajo de uso permanente en el aula escolar, para tal efecto, las herramientas computacionales se convierten en una gran ayuda, pues ellas facilitan la construcción de Modelos acerca de la realidad (Modelación).
4. Para desarrollar un proceso de Modelación en nuestro ámbito educativo, no es necesario seguir al pie de la letra los pasos propuestos por Halloun, es conveniente innovar y adaptar tal proceso a nuestro propio entorno, desde luego conservando las directrices generales contenidas en la propuesta de Modelación Esquemática.
5. Entre las muchas posibilidades de uso de una herramienta computacional, para Modelar situaciones y fenómenos del mundo real, el software Modellus es una de las más poderosas, pues además de su distribución gratuita y que no se requiere estar conectado con Internet, presenta un excelente ambiente, interactivo, amigable y sencillo.

5. LA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL MODELLUS.

Modellus es un software que funciona mediante la interpretación de un Modelo matemático que entra el usuario y a partir del cual se pueden crear representaciones tales como tablas, gráficas, imágenes, videos, etc. Este programa tiene también la gran posibilidad de la construcción de **animaciones** para obtener de esta forma la simulación del fenómeno físico objeto de estudio y así poder reproducir de una manera bastante aproximada el fenómeno real. (<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>).

Otra característica importante provista por el software Modellus, es la multiplicidad y variedad de representaciones con las cuales se puede acceder a un gran número de situaciones de aprendizaje, por ejemplo, el usuario (estudiante) puede crear, ver e interactuar recíprocamente con representaciones analíticas, analógicas y gráficas de los objetos matemáticos (Duarte, 1998, citado por Solano).

Vale la pena destacar que Modellus es un programa de distribución **libre en Internet** para fines educativos y está siendo muy usado en varios países, ha sido traducido a muchos idiomas (por ejemplo: inglés, español, eslovaco, griego y portugués del Brasil), además poco después de su creación el software obtuvo reconocimientos internacionales (ganador del “Concurso del Software de la Computación en Física 1996”, promovido por “la Sociedad Física Americana”; 1er premio de la categoría de Ciencia de Software en el concurso nacional de Microsoft, 1998, en Lisboa, Portugal). Modellus también fue finalista de SPA (Asociación Americana de Publicadores de Software) en 1998, entre muchos otros galardones y reconocimientos.

Como lo sugieren varias investigaciones realizadas, por ejemplo la de Solano (2002) y otras del grupo Modellus¹⁰, un factor trascendental que reconocen los alumnos que han realizado actividades de Modelación a través del uso de este valioso software, es que este tipo de actividades se lleven a cabo después de haber desarrollado los contenidos correspondientes

¹⁰ Además del ya citado trabajo investigativo de Solano, puede consultarse la página principal de Modellus (<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>).

de forma un tanto “tradicional”, **es decir que estas actividades pueden ser complementarias al trabajo realizado en el aula de clase.** Esta línea de trabajo es abordada en la presente guía didáctica y por tal razón se propone desarrollarlas después de que el movimiento rectilíneo haya sido estudiado en el aula escolar.

Para desarrollar actividades propias del proceso de Modelación de fenómenos físicos, que a menudo son objeto de estudio durante la enseñanza y aprendizaje de la ciencia, la herramienta computacional ”Modellus” presenta seis ventanas, las cuales se describen a continuación:

5.1 Ventana Modelo: Es el área donde el usuario escribe el o los Modelos matemáticos subyacentes al fenómeno físico en estudio, los cuales el programa interpreta y sirven de base para todo el procedimiento a desarrollar en la Modelación. Es necesario tener en cuenta que estos modelos siempre correrán en el tiempo para las animaciones respectivas.

5.2 Ventana de Tablas: Con solo hacer clic en el menú nueva tabla, el estudiante puede construir tablas de datos análogas para el Modelo matemático en uso, por medio de estas además de ser posible la interpretación de datos teóricos o experimentales, se pueden obtener conclusiones y predicciones, actividades que hacen parte del proceso de Modelación de Halloun.

5.3 Ventana Gráfica: En esta área se pueden representar mediante gráficos, tanto el Modelo matemático en uso como las tablas obtenidas, de esta forma se facilita el proceso de abstracción y generalización. Se pueden graficar todo tipo de funciones, datos experimentales, etc.

5.3 Ventana de Animaciones: En esta área es donde se realizan las animaciones correspondientes a la simulación del Modelo que representa el fenómeno físico objeto de

estudio, es aquí donde se corre el Modelo para que adquiera movimiento y se obtenga una reproducción bastante analógica con el fenómeno real.

5.4 Ventana control: Es desde aquí que se maneja el Modelo, se corre o se detiene, se controla el tiempo de simulación, etc., interactúa siempre con cualquiera de las otras ventanas principales que estén en uso durante el proceso de Modelación.

5.5 Ventana de condiciones iniciales: El usuario además de poder establecer condiciones iniciales para la situación planteada, puede cambiar estos parámetros varias veces, lo cual facilita la interacción con objetos y el análisis y despliegue de los Modelos.

Modellus además de estas ventanas principales que se han descrito, brinda unas importantes herramientas de medición y que también contribuyen al aprendizaje interactivo, tales como: cronómetro, medidor de pendientes, caja de velocidad, medidor de ángulos, medidor de distancias y muchas otras que complementan aun más el aprendizaje activo y autónomo.

6. PROPUESTA DIDÁCTICA DE MODELACIÓN COMPUTACIONAL

El desarrollo de esta propuesta didáctica está fundamentado en los referentes teóricos que se han descrito detalladamente a lo largo de este trabajo, la Modelación Esquemática y el Aprendizaje Significativo, por tal motivo las guías de trabajo, las cuales orientan este proceso y juegan papel trascendental en ella, utilizan y exploran frecuentemente los Modelos y, además tienen como punto de partida el conocimiento que los estudiantes han adquirido tanto en su entorno cotidiano como en las sesiones de clase un tanto tradicionales.

Como se mencionó antes, estas actividades se proponen como complementación de los contenidos desarrollados en el aula, es decir una vez las temáticas hayan sido estudiadas y

discutidas por estudiantes y profesores. También se recomienda al docente dedicar unas sesiones previas para enseñar el manejo básico del software Modellus¹¹.

Las actividades con el programa Modellus para realizar la Simulación del fenómeno en cuestión y además orientar este proceso de Modelación Computacional, tienen tres componentes fundamentales, la guía del alumno, la discusión y puesta en común acerca de las conclusiones, generalidades y predicciones logradas y el análisis de cada una de esas guías.

Previamente se han seleccionado y ordenado todos los archivos necesarios que contienen tanto Modelos como representaciones y, en base a los cuales gira el desarrollo de las actividades propuestas, aunque cada una de las actividades tiene como objetivo desarrollar el proceso de Modelación mediante el software y las guías de trabajo, este proceso como recomienda el propio Halloun no se desarrolla al pie de la letra (Halloun, Op. cit., p.1027), y además tampoco es necesario nombrar las etapas explícitamente.

En consideración a que la teoría del aprendizaje Significativo de Ausubel, plantea que los subsunsores que posee un sujeto dentro de su estructura cognitiva están organizados jerárquicamente desde los más generales hasta los más particulares, las situaciones de aprendizaje en esta guía didáctica se desarrollarán siguiendo este principio, por tal motivo el estudio del movimiento no se abordará como se hace tradicionalmente de lo particular a lo general, sino recíprocamente, es decir comenzando por el concepto más general de la cinemática como es el de **aceleración**; a partir del cual y por diferenciación progresiva se van estableciendo otros conceptos más particulares como velocidad, desplazamiento, posición, etc.

Como material de apoyo para algún lector o para quien dirija este tipo de actividades, se presenta en el apéndice un texto de conceptualización científica acerca del movimiento, donde se incluye también un abordaje histórico – epistemológico, lo cual puede contribuir a

¹¹ Si algún lector se interesa en aprender el manejo del software Modellus, puede consultar el manual en: <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>

incorporar elementos conceptuales que enriquecen la discusión de las guías propuestas y profundizan el conocimiento del sistema objeto de estudio.

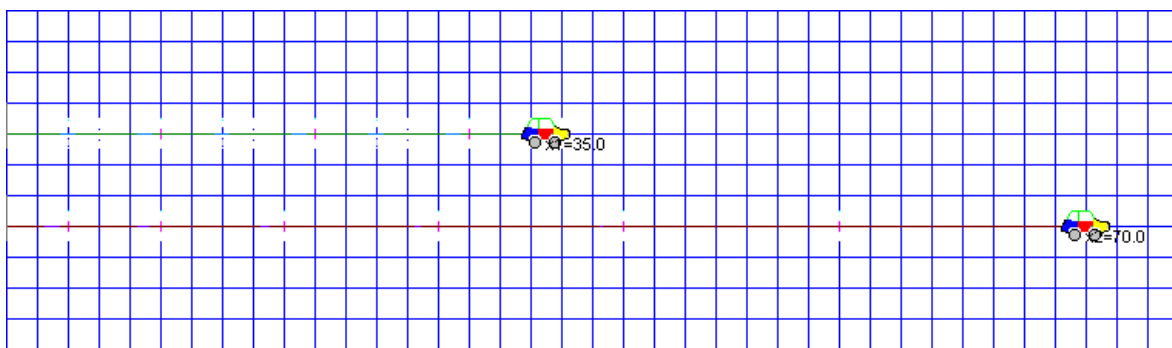
Este trabajo monográfico afronta el análisis y discusión del movimiento rectilíneo desde el punto de vista de la cinemática, consideraciones de tipo dinámicas no son tenidas en cuenta. Por otro lado es importante tener en recalcar que en todas las guías los tiempos están medidos en segundos y las longitudes en unidades de distancia (Una unidad de distancia es equivalente a dos cuadrículas), el estudiante las puede adaptar según sus necesidades a millas, kilómetros, metros, centímetros, etc.

6.1 ACTIVIDADES DE MODELACIÓN COMPUTACIONAL

6.1.1 GUÍA DE TRABAJO # 1

6.1.1.2 Objetivo: Propiciar la conceptualización cinemática de la aceleración.

6.1.1.3 Situación Física: Considere el movimiento de dos autos A y B, los cuales parten en forma simultánea desde un mismo punto y se desplazan durante el mismo intervalo de tiempo.



1. Abra el archivo 1 y ejecute la simulación correspondiente (repite varias veces).
2. Describa en palabras el movimiento de cada auto.

3. ¿Qué concepto de la cinemática es el más importante para diferenciar el movimiento de ambos autos? Justifique ampliamente.
4. Realice un proceso que permita observar que la aceleración tiene carácter vectorial.
5. Observe y analice cuidadosamente la tabla de valores correspondiente a los parámetros, a , v y t de ambos autos. ¿que concluye?
6. ¿Están estas conclusiones en concordancia con la descripción que usted realizó acerca del movimiento de los autos?
7. Cambie el valor del parámetro a , asignándole el valor cero. ¿Que observa al correr de nuevo la simulación?
8. Defina y/o caracterice explícitamente el concepto aceleración.

6.1.1.4 Análisis de la Guía de trabajo # 1

Como lo plantea el objetivo, esta guía pretende propiciar el logro de un aprendizaje significativo del concepto **aceleración**, debe tenerse presente que estas temáticas ya se han trabajado en el aula, pues las actividades propuestas son de complementación. Para tal efecto y como punto de partida, se considera la hipótesis que el estudiante de secundaria ya posee en su estructura cognitiva un cúmulo de experiencias, concepciones y conocimientos adquiridos tanto en su vida cotidiana como en las clases que anteceden a dichas actividades, las cuales sirven de anclaje al nuevo conocimiento.

El concepto aceleración por ser el más general de la cinemática, es el más relevante de todos los conceptos referentes a dicha cuestión que posee un individuo en su estructura cognitiva, por eso se parte de él y, mediante un proceso de diferenciación progresiva, se pretende establecer los demás conceptos cinemáticos como velocidad, desplazamiento, posición etc.

En esta etapa el proceso de Modelación es compartido por los estudiantes y el profesor, los primeros son quienes identifican y describen objetos y conceptos que forman parte del dominio del Modelo considerado, ellos también en forma permanente manipulan constantes

y variables (las que Halloun denomina descriptores de objeto), a si mismo generalizan, obtienen conclusiones y predicen comportamientos análogos.

Por su parte, en esta guía el docente es quien se encarga de la construcción de los Modelos subyacentes, por ejemplo, es él quien entra el Modelo matemático para que sea interpretado por el software, de esta forma la herramienta computacional puede brindar al estudiante un Modelo físico bastante parecido al real y, que puede ser simulado. El Modelo matemático utilizado en esta guía es:

$$x_1 = v_1 t$$

$$v = v_0 + at$$

$$x_2 = v_0 t + (1/2)at^2$$

Donde: v_0 = velocidad inicial del auto 2, v = velocidad final del auto 2,

x_1 y x_2 son las posiciones de cada auto, t = tiempo, a = aceleración

Tal como lo demuestra la ya citada investigación realizada por Solano (2002), el hecho de interactuar con una representación analógica, bastante parecida a la real, facilita la descripción e interpretación del concepto de interés, para el estudiante resulta muy evidente que un móvil se mueve aceleradamente y el otro no, en esta guía didáctica se considera que, una muy buena manera para que el estudiante interprete el concepto aceleración, es mediante la **comparación** con otro movimiento no acelerado, es decir estableciendo un proceso de diferenciación progresiva, esa es la razón de presentar dos autos en el Modelo.

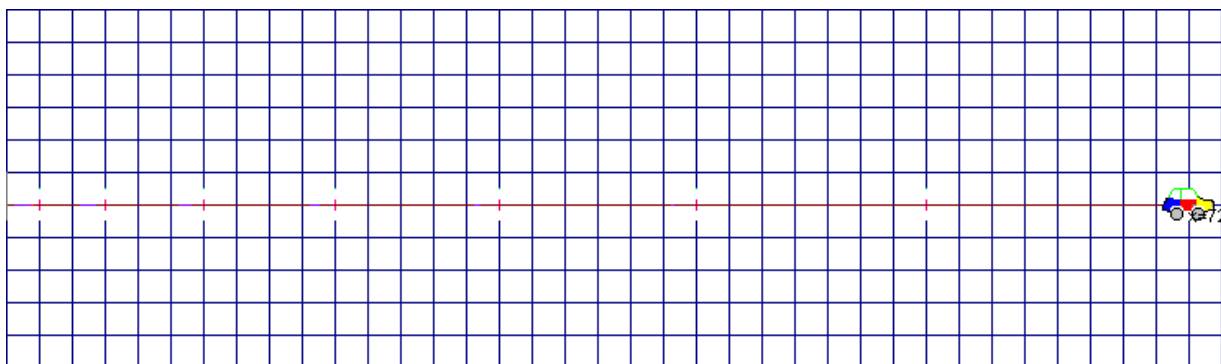
Es de suma importancia en esta y en todas las guías de trabajo, la discusión y puesta en común, actividad que es de obligatorio cumplimiento ya que hace parte activa de esta propuesta de Modelación que se está desarrollando en la presente monografía. Aunque las guías de trabajo proporcionan actividades para el logro de un aprendizaje significativo de la temática en cuestión, ellas por sí solas no garantizan el cumplimiento total de los objetivos, por esto es parte fundamental la discusión y la mediación del docente tanto cuando se está utilizando la herramienta computacional, como cuando se ha terminado el trabajo por parte de pequeños grupos de estudiantes.

Como puede observarse, en la actividad de aprendizaje del concepto aceleración propuesto en esta guía didáctica, no se hace uso del concepto velocidad, sino que es entendido en los términos que lo hiciera Newton, como aquella magnitud (de carácter vectorial) que describe los cambios en los estados de movimiento de un cuerpo.

6.1.2 GUÍA DE TRABAJO # 2

6.1.2.1 Objetivo: Describir y caracterizar el movimiento uniformemente acelerado “MUA”

6.1.2.2 Situación Física: Observe detenidamente el movimiento de un auto que a través de una carretera plana, se traslada desde una ciudad A hasta otra ciudad B. (debe tenerse en cuenta que en esta y en todas las demás representaciones el ó los móviles dejan una marca en su trayectoria durante cada segundo).



1. Abra el archivo 2 y ejecute la simulación correspondiente.
2. Describa en palabras el movimiento del auto.
3. Elabore un proceso que permita determinar el valor de la aceleración del móvil.
4. Explique qué le sucede a la velocidad del auto durante su recorrido.
5. ¿Cómo podría predecir el valor de la aceleración del auto en cualquier tiempo, si este continuara con igual movimiento?
6. Observe y analice la tabla correspondiente para los valores de a , v y t
7. Describa e interprete las regularidades que obtiene de esta tabla.
8. Analice los gráficos a vs. t y v vs. t correspondiente al movimiento del auto (se debe identificar cual es la variable independiente y cual la dependiente).

9. Interprete los gráficos anteriores y, relacione sus conclusiones con otras respuestas dadas antes.
10. Cambie todos los parámetros de la ventana de condiciones iniciales (por ejemplo, duplíquelos, redúzcalos a la mitad, etc.) y, describa lo que sucede tanto al movimiento del auto como a los gráficos anteriores y a la tabla.
11. Determine el Modelo matemático bajo el cual se mueve el auto y compárelo con el de la ventana modelo.
12. Caracterice y determine el tipo de movimiento con el cual el auto se trasladó de una ciudad a otra.
13. Construya un sistema que le permita Simular el movimiento de otro cuerpo cuyo comportamiento sea análogo al del auto anterior.

6.1.2.3 Análisis de la Guía de trabajo # 2

En esta guía didáctica se pretende establecer las características y generalidades acerca del “MUA”, la herramienta computacional brinda al estudiante un sistema idealizado y simplificado que le facilita la explicación del fenómeno en estudio (Modelo Físico). En lo concerniente tanto al aprendizaje significativo del “MUA” como a la Modelación de la situación física propuesta, se tienen los mismos criterios referenciados para la guía anterior.

El Modelo matemático subyacente para esta actividad es:

$$v = v_0 + a * t$$

$$x_2 = v_0 * t + (1/2) * a * t^2$$

Donde: v_0 = velocidad inicial, v = velocidad final,
 t = tiempo y a = aceleración.

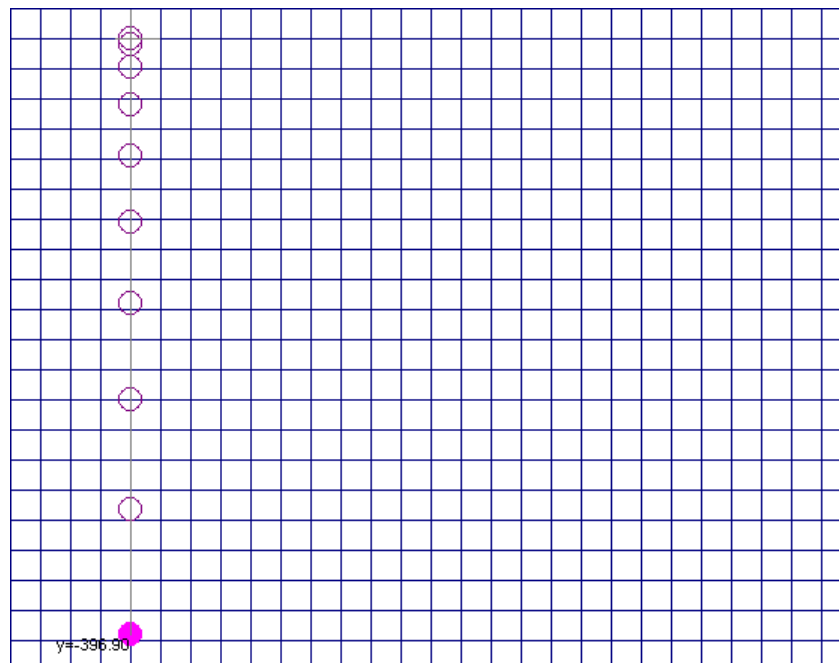
Debe tenerse en cuenta que el anterior Modelo matemático contiene una contraseña o “Password”, esto con el objetivo que el estudiante no pueda observarlo inicialmente, de esta forma se obliga a la reflexión y al análisis para procurar identificarlo, para tal efecto se torna necesario tomar como referencia las características y la descripción realizada acerca del movimiento del cuerpo, solo entonces el docente informará dicha clave para que el aprendiz la compare.

Durante la discusión y puesta en común de esta guía de trabajo que se realice dentro del aula (esto también es válido para todas las demás), el profesor debe referir el Modelo físico usado, en este caso el de partícula uniformemente acelerada, recuérdese que tal como lo contempla esta propuesta y, aunque tradicionalmente no se hace, el alumno debe ser concientizado que la enseñanza y aprendizaje de la física se realiza mediante la construcción y empleo de Modelos como herramienta explicativa del fenómeno en estudio (Modelación).

6.1.3 GUIA DE TRABAJO # 3

6.1.3.1 Objetivo: Estudiar e interpretar la caída vertical de un cuerpo como una diferenciación progresiva del movimiento uniformemente acelerado MUA.

6.1.3.2 Situación Física: Considere una esfera de masa m , la cual se suelta libremente desde el punto más alto de una torre y que desciende verticalmente a la superficie de la Tierra, durante un corto intervalo de tiempo.



1. Abra el archivo 3 y realice la simulación del fenómeno propuesto.
2. Describa en palabras el movimiento de la esfera.
3. Determine como son los cambios de movimiento de la esfera mientras desciende.

4. Elabore un proceso que permita explicar que la velocidad del cuerpo aumenta paulatinamente mientras desciende desde lo alto de la torre.
5. ¿Qué agente externo al objeto (descriptor de interacción), lo acelera constantemente?
6. Compare el movimiento de esta esfera con el movimiento del auto de la guía 2. ¿Qué conclusión obtiene?
7. Observe y analice el gráfico de g vs. t y compárelo con el de a vs. t , que realizó en la actividad 2. ¿Qué concluye?
8. Determine el Modelo matemático bajo el cual un cuerpo cae a la superficie de la Tierra (se debe comparar luego con el de la ventana modelo).
9. Reduce a una sexta parte el valor de g , y predice como caería este cuerpo en la Luna.
10. Establezca y caracterice el tipo de movimiento de la esfera.
11. Construya un sistema que le permita Simular la caída de otro cuerpo, cuyo comportamiento sea análogo al de la anterior esfera.

6.1.3.3 Análisis de la Guía de trabajo # 3

En esta guía didáctica, se pretende estudiar la caída vertical de un cuerpo, no desde el punto de vista dinámico, sino como un caso particular de movimiento uniformemente acelerado. En esta guía, al igual que en todas las demás, se toma como punto de partida el conjunto de conceptos, ideas, imágenes, etc., que posee un estudiante de secundaria en su estructura cognitiva (adquirido tanto en su vida diaria como en las sesiones previas a esta Modelación).

La herramienta computacional brinda una vez más un sistema idealizado y simplificado para facilitar la explicación del fenómeno en cuestión, mediante la interacción del alumno, tanto con objetos y conceptos del dominio de este sistema idealizado, como con los descriptores presentes (v , a , g , etc.) se Modela un fenómeno de la vida cotidiana que orienta y facilita el aprendizaje significativo de la situación física en estudio.

El Modelo matemático que se utiliza en esta guía y, que se espera que los estudiantes lo identifiquen antes de conocer la contraseña es:

$$y = v_0 t + (1/2) g t^2$$

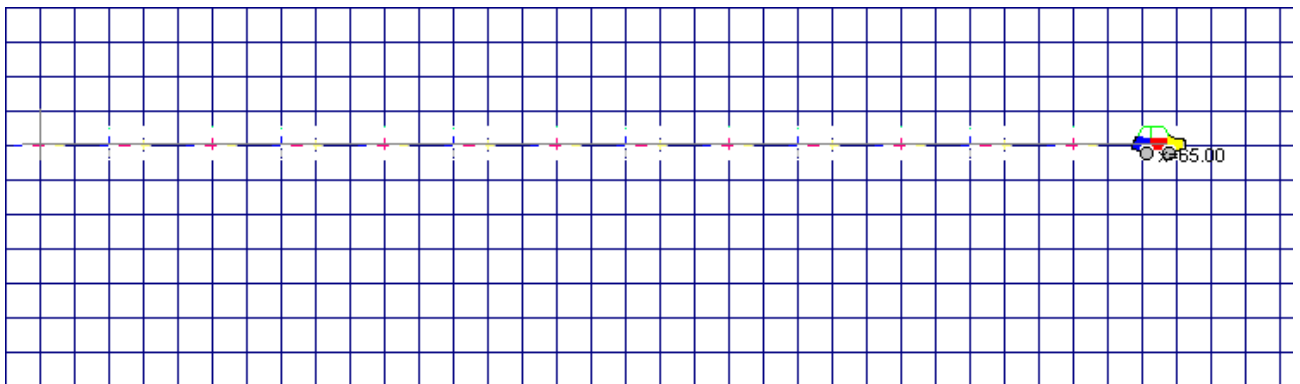
$$v = v_0 + g t$$

Donde: v_0 = velocidad inicial, v = velocidad final, t = tiempo y g = gravedad

6.1.4 GUÍA DE TRABAJO # 4.

6.1.4.1 Objetivo: Describir y caracterizar el Movimiento Uniforme Rectilíneo “MUR” como una particularización del “MUA”.

6.1.4.2 Situación Física: Considere el movimiento de un auto que con una trayectoria rectilínea se desplaza entre dos ciudades separadas una distancia X . (Téngase presente que el auto deja una marca de posición cada que transcurre un segundo, además y aunque de manera general las distancias están consideradas simplemente como unidades, en este y en algunas situaciones y por abstracción, es posible convertirlas a kilómetros).



1. Abra el archivo 3 y corra la simulación respectiva (ejecute varias veces).
2. Observe detenidamente el movimiento del auto y descríballo en palabras.
3. Establezca la diferencia fundamental de este movimiento con el del auto presentado en la guía 2.
4. Determine un proceso que permita establecer cómo es la velocidad del auto durante cada segundo.
5. A partir del anterior proceso deduzca el valor de la aceleración del auto.

6. Entre en la ventana de condiciones iniciales y compare el valor del parámetro a con el que usted dedujo. ¿Qué observa?
7. Cambie el valor que tenía el parámetro a por un número real diferente, corra la simulación y describa lo que sucede.
8. Observe y analice los gráficos v vs. t y a vs. t , ¿qué concluye?
9. Cambie todos los parámetros de la ventana de condiciones iniciales y describa lo que sucede tanto al movimiento del auto como a los gráficos anteriores.
10. Determine el Modelo matemático que representa el movimiento de este auto y luego compárelo con el de la ventana modelo.
11. Caracterice y conceptualice acerca del movimiento con el que el auto se trasladó de una ciudad a otra.
12. Construya un sistema que le permita Simular el movimiento de otro cuerpo, cuyo comportamiento sea análogo al movimiento del anterior auto.

6.1.4.3 Análisis de la Guía de trabajo # 4

En la guía se observa firmemente la intención de establecer este movimiento como un caso particular del anterior, cuando a es igual a cero. Esto facilita el aprendizaje significativo del concepto de MUR a partir del MUA (mediante un proceso de diferenciación progresiva), el cual es más inclusivo y relevante en la estructura cognitiva del estudiante adolescente.

En referencia al proceso de Modelación esquemática, se siguen los mismos parámetros expuestos para las guías anteriores, puede notarse que tanto en esta guía como en las dos anteriores, ya el alumno está identificando Modelos matemáticos subyacentes al fenómeno de interés (o por o menos los explora directamente). Una vez realice ésta exploración, el docente brinda la contraseña para que el estudiante entre en la ventana modelo y pueda comparar.

Otro factor importante de aprendizaje significativo es, como en los casos anteriores la enorme similitud analógica que presenta el sistema idealizado y simplificado que brinda la herramienta computacional Modellus, con el fenómeno real del movimiento, así

mismo se considera factor trascendental la interacción con los objetos y/ o conceptos que pertenecen al contenido del Modelo.

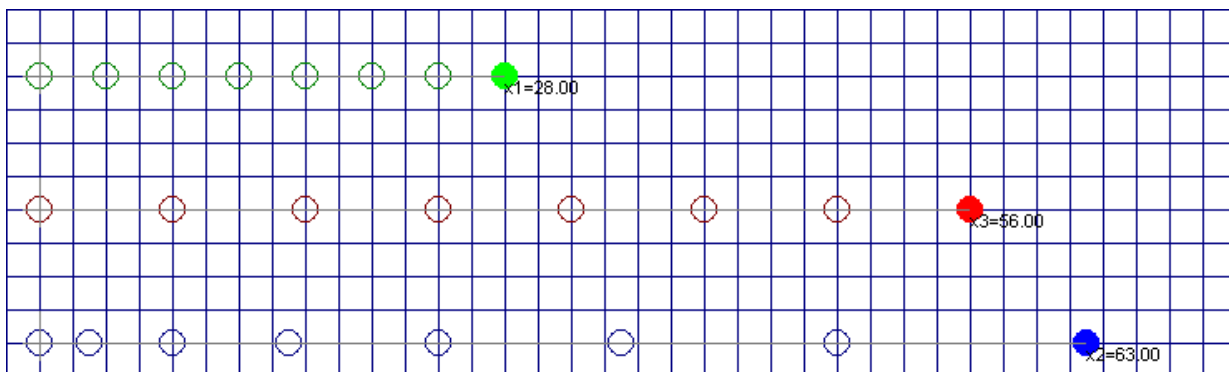
Por último se destaca la importancia de la discusión y mediación del docente durante y después del desarrollo de las actividades. Aquí se complementan aspectos que tal vez no contenga la guía y se resuelven conflictos tanto dentro del mismo sujeto como entre los distintos actores del proceso de Modelación.

En el análisis de las siguientes guías didácticas, se establecen los mismos parámetros de Modelación y de aprendizaje significativo, por esta razón no se hará más referencia a ello y, solo se tocarán aspectos muy particulares de la situación de aprendizaje que se esté considerando.

6.1.5 GUÍA DE TRABAJO # 5

6.1.5.1 Objetivo: Analizar y discutir acerca del concepto cinemático de **velocidad**.

6.1.5.2 Situación Física: Analice el movimiento horizontal de tres cuerpos esféricos A, B, y C, los cuales se han nombrado en orden descendente. Considere también que los tres móviles parten simultáneamente desde una misma posición X y se trasladan durante siete segundos.



1. Abra el archivo 5 y corra la respectiva simulación (ejecutar varias veces).

2. El cuerpo C tiene mayor velocidad que el cuerpo B y, este a su vez posee mayor velocidad que el cuerpo A. ¿cómo puede argumentar a favor de esta afirmación?
3. Elabore un proceso que permita calcular el valor de la velocidad de cada cuerpo durante cada intervalo de un segundo.
4. ¿Qué variables considera más relevantes para describir la velocidad de un cuerpo?
5. Realice un proceso que permita observar que la velocidad tiene carácter vectorial.
6. Entre en la ventana de tablas y analice la correspondiente a este Modelo. A partir de los resultados que suministra la tabla, caracterice la velocidad de cada móvil.
7. Cambie todos los parámetros de la ventana de condiciones iniciales y describa lo que sucede tanto al movimiento de cada cuerpo como a la tabla.
8. Determine el Modelo matemático que representa el movimiento de cada cuerpo y luego compárelo con el de la ventana modelo.
9. En base a las respuestas dadas, defina explícitamente el concepto velocidad.

6.1.5.3 Análisis de la Guía de trabajo # 5

Mediante la elaboración de esta guía de trabajo se busca fundamentalmente la **Construcción del concepto velocidad**. Una vez más nos hemos apoyado en un Modelo matemático, el cual inicialmente contiene contraseña y, similar al usado en las primeras actividades:

$$x_1 = v_1 t$$

$$x_2 = v_2 t$$

$$x_3 = v_0 t + (1/2)at^2$$

tiempo

Donde: v = velocidades de cada cuerpo, v = velocidad inicial cuerpo C, t =

x_1 , x_2 y x_3 son las posiciones de cada móvil.

En este archivo se ha simulado el movimiento de tres cuerpos con el fin de ampliar las representaciones y lograr un mayor proceso de interacción entre el estudiante y el Modelo, además se puede con mayor facilidad establecer similitudes y diferencias entre el movimiento de los tres cuerpos, a los que se les ha dado distintos valores de velocidad. Debe tenerse presente que por comodidad y para facilitar el trabajo, las cuadrículas en

pantalla han sido duplicadas (valido para todas las guías) y, por eso el valor de la velocidad para los dos primeros cuerpos son $4u$ y $8u$ respectivamente.

Como hipótesis de trabajo, en esta monografía se asume que con el proceso de Modelación desarrollado en las guías y con las ideas previas que posee el alumno, resulta muy sencillo la construcción del concepto **velocidad**. Para tal efecto, el análisis y la interpretación de las sucesivas posiciones a lo largo del tiempo para cada móvil durante la simulación son de gran ayuda. Se debe tener presente que para este caso particular de movimiento en un solo sentido, la Posición y la distancia recorrida son equivalentes.

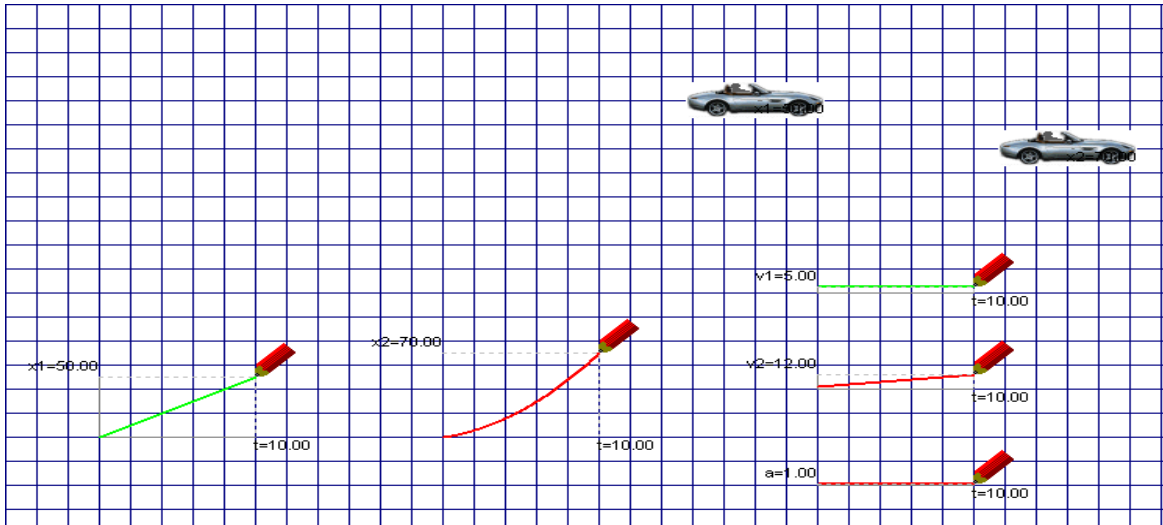
Cuando se hace clic en la ventana de tablas y se observan estas, Modellus presenta una gran ayuda, ya que se hace una cuantificación mas directa acerca del fenómeno, la obtención de pautas y regularidades se hace muy evidente y se lleva al estudiante de forma fácil a la matematización¹² del fenómeno, haciendo plausible la obtención de generalidades y predicciones. Los resultados y conclusiones interpretados de esta tabla deben coincidir con los que hemos obtenido de analizar el movimiento y las distintas posiciones sobre la trayectoria que ha descrito cada móvil durante su desplazamiento.

6.1.6 GUÍA DE TRABAJO # 6

6.1.6.1 Objetivo: Describir e interpretar gráficamente el movimiento rectilíneo.

6.1.6.2 Situación Física: Considere dos autos que parten simultáneamente y, con distintos movimientos se desplazan en igual sentido durante el mismo tiempo.

¹² De Lange (1987), define la Matematización como el proceso mediante el cual el sujeto construye Modelos Matemáticos para explicar y predecir fenómenos, desde este punto de vista la Matematización también hace parte del proceso de Modelización.



1. Abra el archivo 6 y ejecute la simulación correspondiente.¹³
2. Construya los gráficos x_1 vs. t , x_2 vs. t , v_1 vs. t , v_2 vs. t y a vs. t
3. Analice e interprete cada uno de los gráficos que acaba de construir y, relaciónelos con el movimiento de los autos.
4. Use la herramienta de medir pendientes y calcule el valor de esta, para los gráficos, x_1 vs. t , v_1 vs. t , v_2 vs. t y a vs. t
5. Relacione los valores obtenidos para estas pendientes y compárelos con algunos de la ventana de condiciones iniciales. ¿Qué concluye?
6. Primero duplique y luego triplique los valores de v_1 y a que encuentra en la ventana de condiciones iniciales. Cuando corra de nuevo la simulación, describa lo que sucede a los gráficos x_1 vs. t , y v_1 vs. t . Justifique ampliamente.
7. Calcule el área bajo la trayectoria del gráfico v_2 vs. t (use el medidor de áreas de Modellus). Compárelo con la distancia recorrida por alguno de los autos. ¿Qué concluye?
8. ¿Por qué no es posible medir directamente la pendiente del gráfico x_2 vs. t ?
9. Compare sus conclusiones con las notas que tiene en su cuaderno acerca del análisis e interpretación de gráficos de la cinemática.

¹³ Aunque aquí están los gráficos representados, en el archivo original no aparecen, sino que el estudiante los debe construir, primero en su cuaderno y luego en el computador.

6.1.6.3 Análisis de la Guía de trabajo # 6

El análisis e interpretación de gráficos es una actividad fundamental en el estudio de la cinemática (y en cualquier disciplina), este tipo de actividades exige que el alumno posea claridad conceptual, que desarrolle pensamiento crítico y reflexivo, que interpole y extrapole y, además que relacione otros conceptos importantes como variable independiente y dependiente, proporcionalidad, pendientes, áreas, etc.

Como lo demuestran varias investigaciones, una de las principales falencias de nuestros estudiantes de secundaria, es precisamente el análisis e interpretación de gráficos¹⁴, por ejemplo, ellos no imaginan el gráfico como una representación del movimiento, sino como un mapa dónde el eje vertical representa el eje norte-sur, y el horizontal corresponde al eje este-oeste y no como variables cinemáticas que cambian a lo largo del movimiento.

Por tal motivo, es frecuente que si el movimiento horizontal de un auto se representa en un plano cartesiano, los estudiantes consideran que el auto sube y baja según lo indique el gráfico, sin tener en cuenta que lo que aumenta o disminuye es la posición, el tiempo, la velocidad, la aceleración o cualquier par de variables que se representen en dicho plano cartesiano. Modellus permite elaborar y construir gráficos en la propia ventana de animaciones.

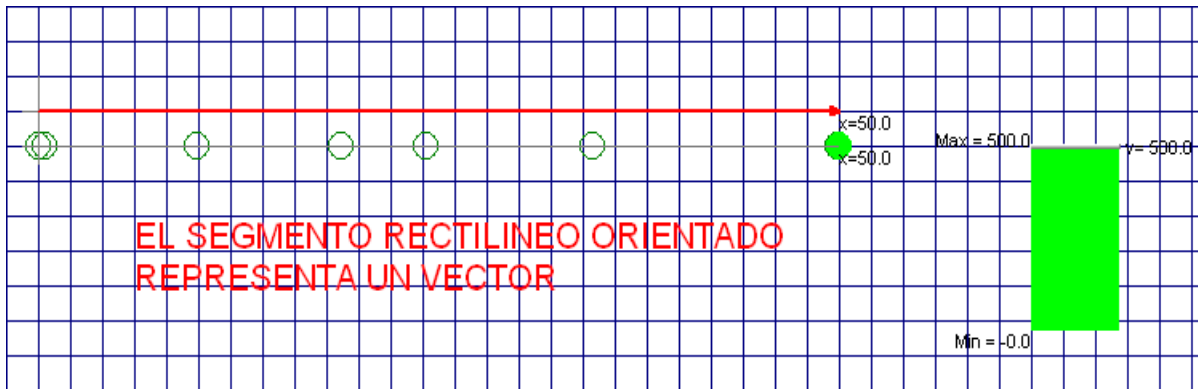
Dichos gráficos se van construyendo a medida que el cuerpo en movimiento se va desplazando, lo cual facilita y evidencia la claridad conceptual de este tipo de representaciones para el movimiento rectilíneo, pues de ésta forma y mediante la simulación, se hace plausible el cómo un movimiento horizontal es representado mediante un plano cartesiano.

6.1.7 GUÍA DE TRABAJO # 7

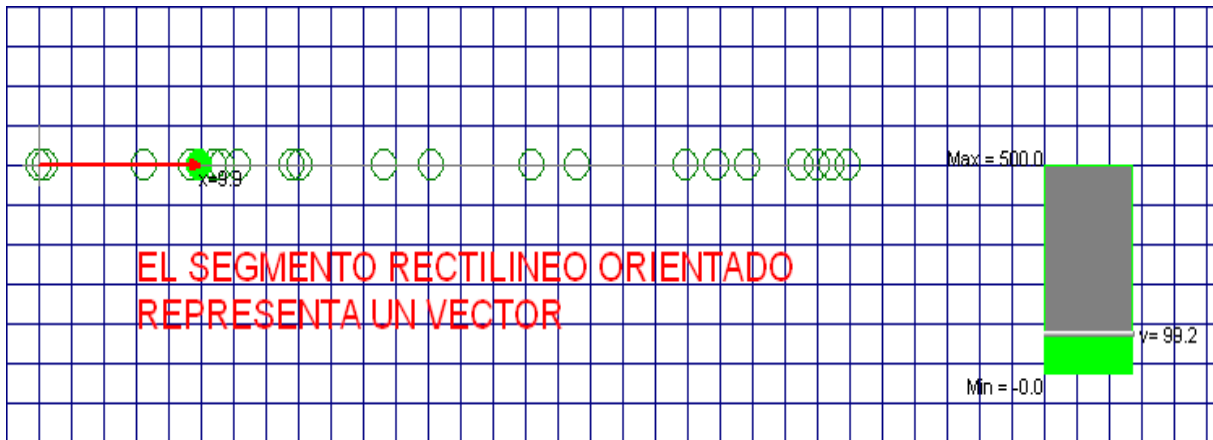
6.1.7.1 Objetivo: Caracterizar y diferenciar los conceptos de posición, desplazamiento, trayectoria y distancia.

¹⁴ En el texto de Solano, se citan varias investigaciones sobre las principales dificultades de los estudiantes en la interpretación de gráficos de la cinemática. (Solano, Op. cit. p.13).

6.1.7.2 Situación Física: Considere un cuerpo que se traslada a través de una recta, unas veces lo hace en un sentido y otras se devuelve.



1. Abra el archivo 7 y ejecute la simulación correspondiente. (debe mover el cuerpo hasta cierta distancia).
2. Describa el tipo de trayectoria que realiza este cuerpo y establezca diferencias con la trayectoria de un balón de baloncesto ingresando a la cesta.
3. Coloque un vector encima del móvil para que corra junto con este. (Use la barra de herramientas de la ventana de animación).
4. ¿Qué magnitud física representa el vector construido y que se ha trazado desde el punto de partida del móvil hasta el punto de llegada? (ver representación).
5. Determine la magnitud, dirección y sentido de este vector (puede hacer uso de las herramientas de medición de Modellus).
6. Elabore un proceso que permita calcular cuánto se ha desplazado el móvil y qué distancia ha recorrido.
7. Ejecute de nuevo la simulación, y cuando el objeto haya recorrido por ejemplo la distancia de veinticinco cuadrículas, devuélvalo hasta cinco cuadrículas. Responda de nuevo la pregunta # 5 (utilice la caja de velocidad para devolver el cuerpo).



- 8 ¿La Posición que ocupa el móvil ahora es la misma distancia recorrida? Justifique y establezca diferencias con el Modelo anterior.
9. Corra de nuevo la simulación y, cuando el objeto haya recorrido por ejemplo veinte cuadrículas, devuélvalo hasta el punto de partida. ¿Cuánto vale el desplazamiento total del cuerpo? Justifique.
10. ¿Coinciden ahora la posición, el desplazamiento y la distancia recorrida? Argumente su respuesta en forma amplia.
11. Establezca diferencias entre la posición, el desplazamiento y la distancia desde el punto de vista vector y escalar.

6.1.7.3 Análisis de la Guía de trabajo # 7:

La intención fundamental de esta guía de trabajo es la interpretación y diferenciación de los conceptos, **posición, desplazamiento, trayectoria y distancia**. Es muy común que en el contexto escolar y cuando se realiza la exploración de ideas previas siempre se confundan tales conceptos, y por eso la necesidad de tener claridad conceptual al respecto y, además porque nadie puede negar la gran importancia que poseen en el estudio del movimiento. Un elemento de gran ayuda para este propósito, tal como se pretende en la guía, es que sean explicados desde el punto de vista de **vector y escalar**.

Para la presente actividad se ha prediseñado un Modelo matemático **iterativo**, que permite controlar la posición del móvil desde una caja de velocidad, la cual puede manipular el estudiante de tal forma que si la va aumentando, entonces el cuerpo se desplaza hacia la derecha, pero si por el contrario la disminuye, entonces el cuerpo se mueve hacia la izquierda:

$$v = cte$$

$$x = \text{last } x + v \times \Delta t$$

El primer concepto que aborda la guía es el de **posición**. La herramienta de Modellus, “vector”, es usada como una gran ayuda que podemos aprovechar en este Modelo y la cual facilita mucho la interpretación de dicho concepto. Cuando la simulación se detiene, el alumno puede observar directamente el segmento rectilíneo trazado desde el punto de partida hasta el punto de llegada del móvil y, aprovechando que tiene directamente la representación ante sus ojos puede, sin mayor dificultad, explicarlo como el vector posición y/o desplazamiento.

Es conveniente para facilitar la explicación y la diferenciación con los otros conceptos discutir la magnitud, dirección y el sentido de tal vector. El grupo debe precisar mediante la discusión que en este primer caso todos los conceptos en cuestión son idénticos, pues este resulta ser un caso simple por tratarse de movimiento en una sola dimensión y en un mismo sentido, además se establece el importante papel que juega el punto tomado como referencia.

De forma análoga a como se procedió en la actividad anterior, pero con otro enfoque de la discusión y haciendo uso de la caja de velocidad que nos permite hacer regresar el móvil en sentido contrario, tal como lo propone la guía, se hace más plausible la interpretación de los conceptos de **desplazamiento** como el cambio de posición, de **trayectoria** como el conjunto de puntos que describe el móvil y, de **espacio recorrido** como la medida de esta última, además de diferenciar cuales son de tipo vectorial y cuales de tipo escalar.

Se plantea una interesante y fundamental diferencia entre distancia y desplazamiento cuando se hace (tal como se sugiere en la guía) regresar el móvil hasta el punto de partida, para precisar que el desplazamiento total es cero, mientras que la distancia se hace el doble. De nuevo esto se hace evidente con la diferenciación desde el punto de vista de cantidad vectorial y de cantidad escalar.

6.1.8 GUÍA DE TRABAJO # 8

6.1.8.1 Objetivo: Evidenciar el aprendizaje significativo de conceptos cinemáticos mediante la solución de problemas.

6.1.8.2 Situación Problema 1: Dos autos A y B parten desde un mismo punto en forma simultánea sobre una carretera plana y en igual sentido. El auto A arranca con velocidad constante de $20u$, mientras que el auto B lo hace con velocidad inicial de $3u$, pero acelera a razón de $2u$. ¿En cuanto tiempo y a que distancia el auto B alcanza al auto A?

Solución

Se entra el Modelo matemático, correspondiente a la situación planteada y se hace interpretar por el sistema., luego introducimos en la ventana de condiciones iniciales los datos conocidos como: $v_1 = 20u$, $v_0 = 3u$ y $a = 2u$.

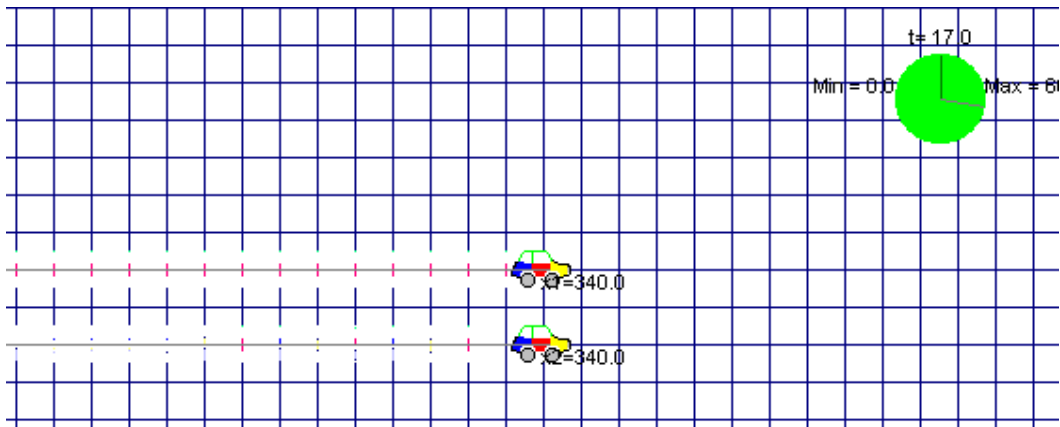
$$x1 = v1 \times t$$

$$x2 = v0 \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

$$v2 = v0 + a \times t$$

El paso siguiente a realizar es crear la animación correspondiente, tomar de la barra de herramientas el cronómetro, luego correr la simulación y por observación directa obtendremos la solución para el tiempo pedido.

La distancia buscada la registra Modellus automáticamente. Es de notar que este proceso es de comprobación y ayuda, pero el alumno debe resolver este y todos los demás problemas propuestos en su cuaderno especificando los procesos y comparando ambas soluciones.



En el Modelo se observa que el cronometro registra $t = 17s$ para el tiempo en que el auto B alcanza al auto A, y que la distancia vale $340u$. Esta solución es de gran ayuda tanto para docentes como para estudiantes y facilita la comprensión del fenómeno.

6.1.8.3 Situación Problema 2: Dos autos 1 y 2, parten en forma simultánea de dos ciudades A y B separadas $720u$ la una de la otra sobre una carretera plana, ambos móviles se desplazan en sentido contrario. El auto A, desde que parte, mantiene velocidad constante de $10u$, mientras que el auto B arranca con velocidad inicial de $5u$, pero va acelerando a razón de $2u$. Calcular:

- El tiempo transcurrido para que los dos autos se crucen.
- La distancia recorrida por cada auto justo al momento de encontrarse.

Solución:

Cuando se analiza e interpreta el problema, se observa que el móvil # 1 se desplaza con movimiento uniforme rectilíneo “MUR”, mientras que el móvil # 2 lo hace bajo movimiento uniformemente acelerado “MUA”, por tal motivo se requiere un Modelo matemático que relacione ambos tipos de movimiento:

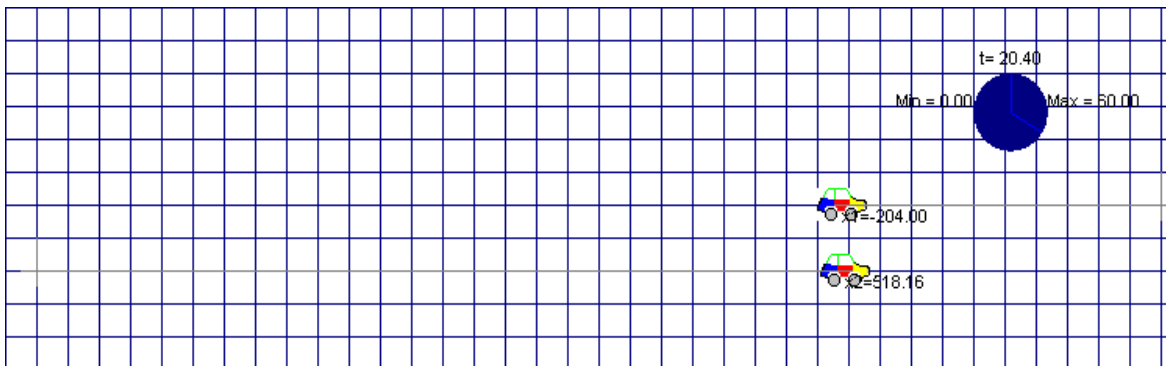
$$x1 = v1 \times t$$

$$x2 = v0 \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

$$v2 = v0 + a \times t$$

Una vez que el Modelo matemático correspondiente a la situación planteada se hace interpretar por el sistema, entramos en la ventana de condiciones iniciales los datos conocidos como: $v_1 = -10u$, $v_0 = 5u$ y $a = 2u$. El signo negativo es únicamente para que el auto uno durante la simulación se mueva en sentido contrario al auto 2.

Luego se crea la animación correspondiente y tomamos de la barra de herramientas el cronómetro, cuando se corre la simulación y por la directa interacción con el Modelo obtendremos la solución para el tiempo pedido. La distancia deseada la registra Modellus automáticamente. Al igual que en todos los problemas propuestos, el alumno debe primero resolverlos en su cuaderno, especificando los procesos y comparando ambas soluciones.



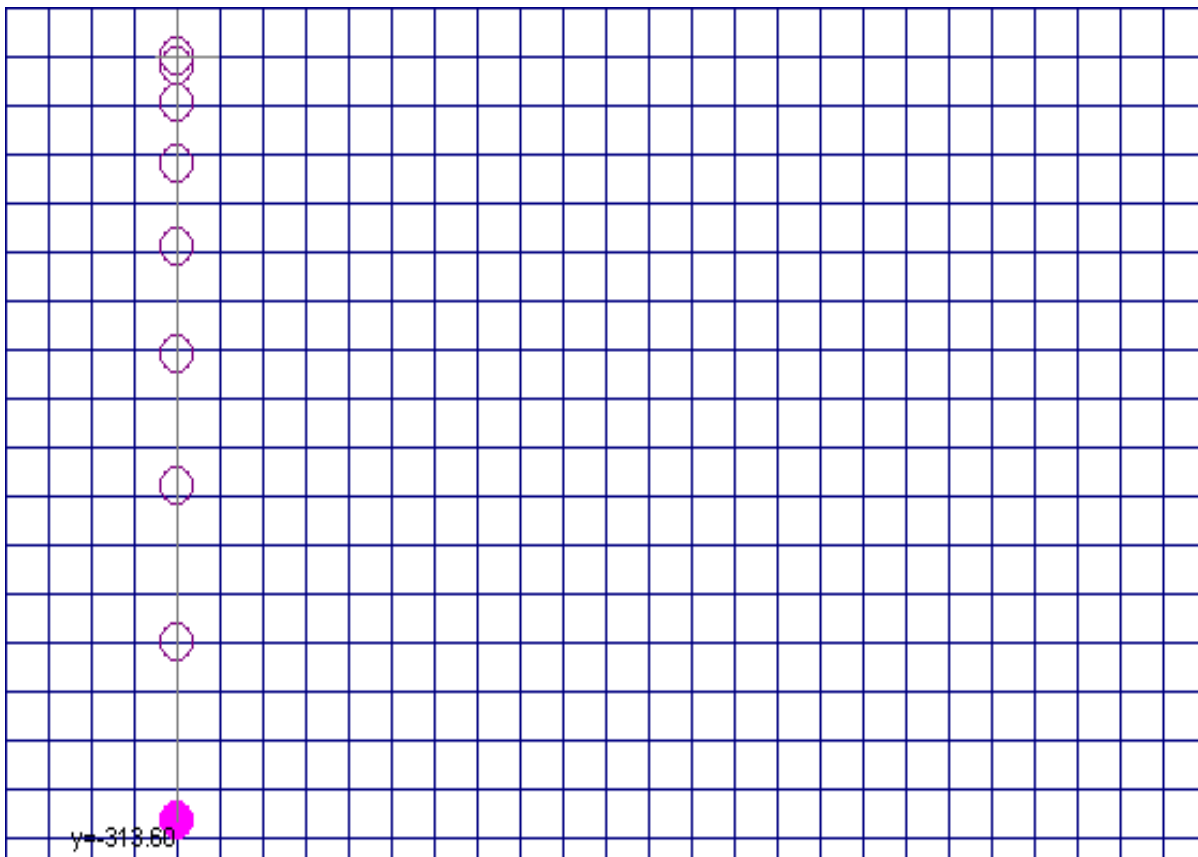
6.1.8.4 Situación Problema # 3: Calcular desde qué altura se suelta un cuerpo si cae verticalmente y tarda 5 segundos en llegar al suelo. Determine además el valor de su velocidad justo cuando toca el piso (desprecie efectos de fricción).

Solución

Se entra el Modelo matemático correspondiente a la situación planteada y se hace interpretar por el sistema: $y = v_0t + (1/2)gt^2$, luego se introduce en la ventana de condiciones

$$v = v_0 + gt$$

iniciales los datos conocidos como: $v_0 = 0$, $g = -9.8 \text{ m/s}^2$, $t = 5 \text{ s}$. Se crea la animación correspondiente y, cuando se corre la simulación y por la directa interacción con el Modelo obtendremos la solución para la altura pedida ($y = 313.6$ unidades).



Para conocer la velocidad justo cuando el cuerpo llega al suelo, basta con observarla en la ventana de tablas:

t	v
0.00	0.00
1.00	-9.80
2.00	-19.60

3.00	-29.40
4.00	-39.20
5.00	-49.00
6.00	-58.80
7.00	-68.60
8.00	-78.40

6.1.8.5 Análisis de la Guía de trabajo # 8

Uno de los objetivos más valiosos en todo sistema educativo, es formar alumnos capaces de resolver problemas, con este tipo de actividades, además de aplicar todos los conceptos construidos se exige un muy buen nivel de desarrollo analítico e interpretativo, es por eso que dichas actividades no pueden faltar en el contexto escolar. Por otro lado, tal y como lo plantea Ausubel, **la solución de problemas evidencia un aprendizaje significativo.**

La resolución de problemas y la interpretación gráfica, pueden ser reconocidos como los procesos más difíciles de afrontar para los estudiantes. El sistema representacional y de Modelación desarrollado en esta monografía, es una gran ayuda para obtener soluciones accesibles y significativas para el alumno, ya que este, mediante la simulación, está en permanente interacción con la solución y de esta forma se le hace plausible.

A pesar de la inmensa ayuda que nos brinda este proceso de Modelación Computacional, de todas maneras se requiere la interacción de la solución en un simulador con los métodos un tanto clásicos que el estudiante debe desarrollar en su cuaderno, bajo ningún punto de vista se puede obviar tal proceso, sino que la relación de ambos debe ser permanente.

Los problemas anteriores se consideran problemas paradigma, pues para obtener una solución adecuada, no es posible aplicar fórmulas matemáticas a la ligera, sino que se requiere de un análisis e interpretación de la situación problema que se presenta. Para la solución de estos, también es necesario **seleccionar** un sistema simplificado que facilite la explicación y comprensión del fenómeno, además se requiere la **construcción** de un

Modelo matemático apropiado, la **aprobación y análisis** de dicho Modelo y, la **expansión** para generalizar y abstraer conclusiones que se puedan aplicar a situaciones problema bajo condiciones análogas.

7. APENDICE.

7.1 CONCEPTUALIZACION CIENTÍFICA DEL MOVIMIENTO

7.1.1 DESCRIPCIÓN HISTÓRICO - EPISTEMOLÓGICA:

Desde las épocas más remotas de la humanidad, el fenómeno del movimiento ha sido de gran importancia para el hombre; El conocimiento intuitivo, el sentido común y la necesidad de supervivencia, fueron la causa principal para que algunos pueblos antiguos especularan acerca de los cielos y los movimientos de los astros, y aunque presentaron logros en sentido práctico, no generalizaron ni cualificaron teóricamente este fenómeno, la explicación era atribuida a causas divinas exclusivamente.

Pueblos como los egipcios y babilonios se basaron en la observación de la periodicidad y regularidad de los movimientos de los cuerpos celestes para favorecer sus actividades cotidianas, los egipcios calcularon con bastante exactitud la duración del año solar tal como la conocemos hoy en día y lograron predecir los momentos en que el río Nilo se desbordaría, lo cual fue útil para proteger sus cultivos y favorecer su navegación.

De otro lado, los babilonios también se preocuparon por el movimiento de los astros y lograron predecir eclipses lunares, además de dividir el cielo en 12 regiones para su estudio (zodiaco), lo que ha dado lugar a nuestro año de 12 meses. “En cuanto a la cinemática, distinguían el movimiento uniforme y el variable, la velocidad lineal y la angular (de forma sensorial), además concebían la velocidad mediante la relación entre espacio y tiempo”. (Papp, 1961 Pág. 20).

Quizás el pueblo más sobresaliente de la antigüedad son los griegos, ellos también se interesaron de gran manera en estudiar los cielos y los movimientos celestes, enfocaron tal estudio a la descripción geométrica de dichos movimientos, en contraste con los babilonios que hicieron un desarrollo más de tipo aritmético.

Entre los griegos más notables encontramos la escuela Jónica, representada por Tales de Mileto (640 – 546 a.c), quién fue el primero en tratar de dar un enfoque racional a la ciencia (descripción geométrica), además sostenía que la sustancia primordial en el universo era el agua. Anaximandro (611 – 547 a.c), consideraba que el universo constaba de 4 sustancias primarias: lo húmedo, lo frío, lo caliente y lo seco y, debido al continuo movimiento, las

entidades contrarias comenzaron a separarse originando así la Tierra, el Sol la luna y las estrellas. Por ejemplo el elemento húmedo y el frío se condensaron en una masa húmeda de tierra, lo caliente y lo seco tomó la forma de una esfera de fuego, que al girar (movimiento) se convirtió en anillos que originaron el Sol, la Luna y las estrellas.

El tercer representante de la escuela Jónica es Anaxímenes (siglo VI a.c) para quién la sustancia primordial del universo era el aire que fluía de manera uniforme, predijo que los astros se mueven alrededor de la Tierra.

Otros filósofos griegos (presocráticos), que también especularon acerca del movimiento y la naturaleza, fueron Eráclito de Efeso (544 – 484 a.c), quién consideró que todo en la naturaleza está en constante pugna. Para este, el movimiento y el cambio eran las únicas realidades en todo el universo, tal pensamiento fue contrario al de Parménides (540- 470 a.c), quizás uno de de los pocos filósofos griegos que consideraba que el movimiento era solo una ilusión y, que por tanto la sustancia del mundo era inmóvil, inmutable y única.

Por otro lado, Leucipo (440 – 360 a.c) y Demócrito (460-370 a.c.), postularon que el universo estaba formado por átomos y vacío, y además que los primeros están en eterno movimiento. El movimiento de los átomos es incausado y también rectilíneo, ellos existen desde siempre, en sólidos como el hierro o la piedra solo pueden vibrar, mientras que en el fuego o en el aire pueden recorrer grandes distancias.

Otro pensador griego que sobresalió en la antigüedad fue Platón (428 – 347 a.c), discípulo de Sócrates (469 - 399 a.c). Sócrates no es tenido en cuenta ya que no realizó mayores contribuciones al estudio del movimiento, se dedicó más bien a la moral y la ética. Platón postuló acerca del fenómeno del movimiento de los astros, que la única causa posible para que estos estén en movimiento solo puede ser Dios, y además es Dios como creador del universo, quién les ha asignado trayectorias precisas, y como Dios es un ser perfecto, solo podía haber dado formas y curvas perfectas como la esfera y el círculo.

“De lo anterior establece Platón, que la forma del mundo solo puede ser una esfera y todo movimiento de los cuerpos celestes debía de ser un círculo recorrido a velocidad constante” (Ballesteros y otros, 1983. Pág.12). Este pensamiento influye en otros hombres que filosofaron de manera notable acerca de la composición y movimiento de los cielos como Aristóteles, Ptolomeo, Copérnico, etc.

La primera aproximación a la interpretación y descripción cualitativa del movimiento rectilíneo, aunque sea un tanto especulativa aparece con Aristóteles (384 – 322 a.c); él hace una clara distinción entre la materia terrestre y la materia celeste, ambas están separadas por la esfera de la luna. El movimiento de los astros en la región celeste (arriba de la luna) debía de ser circular, ya que eran tanto para Platón como para Aristóteles cuerpos perfectos, y tal como se mencionó antes, la forma esférica y la trayectoria circular se consideraban perfectas, inmutables y eternas.

Para el estagirita, la materia sublunar o terrestre estaba compuesta por cuatro elementos (aire, agua, tierra, y fuego), el movimiento natural de estos elementos debía ser rectilíneo, ya que son considerados cuerpos imperfectos y según Aristóteles el movimiento imperfecto era el rectilíneo. La materia celeste donde estaban los astros también se componía del Éter, un cuerpo perfecto al que consideraba el quinto elemento, y que fluía uniformemente de manera circular, allí flotaban todos los cuerpos celestes.

Aristóteles clasifica los movimientos como naturales y violentos, de esta forma el movimiento de un cuerpo proporcionaba información acerca de la naturaleza de este (perfecto o imperfecto). Para Aristóteles cada cosa tiene su lugar natural y hacia el tiende. La piedra y otros cuerpos pesados caían porque debían de buscar su lugar natural que era el centro de la Tierra, y una vez lo lograban permanecían en él (estado de reposo), el movimiento natural de estos cuerpos era su caída verticalmente (rectilínea) y por eso se le consideraba cuerpos imperfectos. Pensaba al igual que Platón, que los astros eran perfectos y por tanto el movimiento natural de estos se realizaba en forma circular.

Un movimiento violento era aquel que para existir necesitaba de una causa externa (fuerza), por ejemplo el ascenso de un cuerpo diferente del aire o el fuego. Según Aristóteles este movimiento es posible debido a que el aire recibe el poder de mover de algún objeto externo, por ejemplo de la mano o un arco, y lo va comunicando sucesivamente a las capas siguientes, una vez tal poder disminuye el cuerpo busca su lugar natural y comienza a caer (Cuerpos graves).

Observamos como en esta concepción el aire es indispensable para mantener el movimiento violento y, como en la región sublunar existen estos movimientos, entonces tal región debe estar completamente llena de aire, considerando por tanto, en contraposición a Demócrito y Leucipo que el vacío no existe, y además que todo movimiento debe encontrar resistencia.

Aristotélicamente el movimiento “parabólico” de algún cuerpo, es una combinación de los dos movimientos, natural y violento, es natural para la parte vertical y violento para la parte horizontal, también aduce que todo movimiento debe ser causado por alguna cosa (fuerza motriz), que puede ser interior al cuerpo como lo es el peso para el movimiento natural o exterior a él, como lo es el aire para el movimiento violento.

Postula Aristóteles que, en el movimiento participan dos factores fundamentales: La fuerza motriz y la resistencia del medio, seguidamente formula su llamada ley del movimiento, donde establece que la velocidad es directamente proporcional a la fuerza motriz e inversamente proporcional a la resistencia del medio. Según esta ley, se da una proporcionalidad directa entre la velocidad de un cuerpo cayendo y su peso, “cuanto más pesado es un cuerpo mayor es su tendencia a alcanzar su lugar natural”, a lo cual se opuso Galileo siglos más tarde.

Respecto al problema cosmológico de cómo es el Universo, admitió el sistema de esferas concéntricas, pero considerándolas auténticas realidades físicas y no meras construcciones geométricas, como fueron introducidas por Eudoxio (409-356 a.C.). Estas esferas

transmitían su movimiento a la inmediatamente inferior, de manera que la esfera más externa, donde estaban incrustadas las estrellas, era movida por la mano divina de un ser supremo (Dios). Para neutralizar los movimientos evidentes de algunos planetas, se inventó unas “esferas antigiratorias”, no acordes con el giro global de su correspondiente esfera. En el centro de todo el Sistema estaba, inmóvil, la tierra, como correspondía a las ideas geocéntricas generalizadas entre los griegos.

Después de Aristóteles y luego de la conquista griega a manos de Alejandro Magno, quién fue su discípulo, el centro cultural y científico se trasladó a la ciudad de Alejandría, cerca de la desembocadura del Nilo (hoy Egipto), en Alejandría existió una gran biblioteca, considerada como una de las siete maravillas del mundo. Allí se destacaron Aristarco de Samos (310- 230 a.C.), Eratóstenes de Cirene (276 -195 a.C.), Hiparco de Nicea (190-120 a.C.) y Claudio Ptolomeo, cuyos trabajos fueron hechos entre los años 127 y 151 de la era cristiana, los anteriormente nombrados fueron más astrónomos que filósofos de la Naturaleza, aunque todavía no utilizaron medios de observación sofisticados para evitar la interpretación personal o ideológica de las apariencias, la base de sus trabajos fue la toma de datos y el razonamiento matemático deductivo.

Los alejandrinos, dieron un tratamiento más científico a los fenómenos naturales que los otros griegos vistos hasta ahora, se basaron en observaciones mas precisas y por eso son considerados la flor de la cultura en la antigüedad, pese a ello, continuaron con el estudio de los cielos y no encontramos una descripción cualitativa del movimiento más que la realizada por Aristóteles.

Aristarco y Eratóstenes utilizaron un método trigonométrico para calcular la distancia entre la Tierra – el Sol y la luna y el radio terrestre respectivamente. Aristarco formuló, también por primera vez, una teoría heliocéntrica completa: mientras el Sol y las demás estrellas permanecen fijas en el espacio, la Tierra y los restantes planetas giran en órbitas circulares alrededor del Sol. Perfeccionó la teoría de la rotación de la Tierra sobre su propio eje,

explicó el ciclo de las estaciones y realizó nuevas y más precisas mediciones del año trópico.

Otros dos grandes hombres de la escuela de Alejandría fueron Euclides (330 – 275 a.c) y Arquímedes (287 - 212 a.c), el primero aunque no trabajó directamente en la interpretación del movimiento, contribuyó con su obra maestra “Los Elementos de Geometría” en la descripción y generalización de dicho fenómeno por parte de otros científicos y físicos posteriores como: Ptolomeo, Copérnico, Galileo y Newton. Euclides estableció lo que a partir de su contribución, había de ser la forma clásica de una proposición matemática: un enunciado deducido lógicamente a partir de unos principios previamente aceptados.

Arquímedes por su parte, fue quizás uno de los pocos que trató de aplicar sus conocimientos de geometría y de mecánica al desarrollo de máquinas y armas de guerra. En mecánica su mayor contribución fue el principio que lleva su nombre: “Si un cuerpo se sumerge en agua tranquila (fluido), esta ejerce sobre el cuerpo una acción de abajo hacia arriba (empuje) igual al peso del agua desplazada por el cuerpo” .Además Arquímedes es considerado el creador de la estática., fue un hombre muy admirado por Galileo muchos siglos después.

Continuando con este breve abordaje histórico y epistemológico, encontramos a quién fuera considerado el último representante de la astronomía griega, Claudio Ptolomeo, radicado en Alejandría. Además de la astronomía, que era lo mas común en la época, se dedicó también al estudio de la óptica, su principal contribución a la descripción del fenómeno que ocupa este trabajo monográfico (el movimiento), fue admitir la propagación rectilínea de la luz y con ello y basado en sus observaciones y en la geometría de Euclides, sentó las bases de las hoy conocidas leyes de la reflexión y la refracción.

A Ptolomeo, históricamente siempre se le ha reconocido por su concepción geocéntrica del universo, (seguía la línea Aristotélica). Fue él quien construyó un sistema del mundo que representaba con un grado de precisión satisfactoria los movimientos aparentes del Sol, la Luna y los cinco planetas entonces conocidos, utilizando conocimientos de geometría y calculo, construyó un complejo sistema geocéntrico, según el cual la Tierra se encuentra inmóvil en el centro del universo, mientras que en torno a ella giran, en orden creciente de distancia, la Luna, Mercurio, Venus, el Sol, Marte, Júpiter y Saturno.

En el sistema anterior, la Tierra ocupa una posición ligeramente excéntrica respecto del centro de las circunferencias sobre las que se mueven los demás cuerpos celestes, llamadas círculos deferentes. Además, únicamente el Sol recorre su deferente con movimiento uniforme, mientras que la luna y los planetas se mueven sobre otro círculo, llamado epiciclo, cuyo centro gira sobre el deferente y permite explicar las irregularidades observadas.

A la concepción cosmológica del universo de Ptolomeo, se aferró la iglesia cristiana y la convirtió en dogma durante varios siglos. Los aportes a la ciencia y al estudio del movimiento por un largo periodo, se hicieron prácticamente nulos. Fue grande la resistencia contra los trabajos posteriores de otros como Copérnico, Kepler y Galileo, quienes con el advenimiento del renacimiento y la era moderna, adoptaron modelos heliocéntricos para el universo y comenzaron con la caracterización y Modelación del movimiento.

Aunque en el renacimiento encontramos varios hombres valiosos, tanto para la ciencia como para la mecánica en particular, tal es el caso de Bacon, Gilbert y el gran Leonardo Da Vinci. En este trabajo se resaltan solo los aportes de Copérnico (1473 - 1543), quién se dedica un poco más a la descripción e interpretación de la mecánica (Aunque celeste), que a la aplicación como fue el caso de Da Vinci.

Copérnico aunque renacentista, no logró desprenderse del todo de los esquemas aristotélicos en cuanto a los cuerpos perfectos, la forma esférica del universo y la circularidad del movimiento. Eso si, su gran mérito fue que mediante métodos de observación mas sofisticados y con construcciones matemáticas bastante precisas, validó y sustentó el modelo heliocéntrico que muchos siglos atrás había propuesto Aristarco, y además dotó de movimiento a la Tierra, asignándole tanto el movimiento de rotación como el de traslación alrededor del Sol que permanecía inmóvil en el centro del universo.

Copérnico establece una especie de relatividad del movimiento celeste, cuando afirma que los movimientos tanto del Sol como de las estrellas no son más que una ilusión debido al movimiento de la Tierra, los califica de movimientos aparentes. Postula que los cambios de posición observados en un cuerpo se deben al movimiento, ya sea del cuerpo observado, del observador o de ambos. Con esto da una definición indirecta del concepto movimiento tal como la conocemos hoy en día.

Con la puesta en escena del modelo anterior se presentó un gran dilema sobre las dos concepciones del universo, la de Ptolomeo y la de Copérnico, pero la mayor discrepancia se debía tanto a la posición como al movimiento de la Tierra. Parecía imposible que esta, no estuviera estática, y así lo evidenciaba por ejemplo la caída vertical y además el hecho de que una persona en la Tierra no percibe tal fenómeno, esto motivó tal vez que el estudio de los cielos se realizara de manera mas sofisticada y con instrumentos mas precisos, tal como lo hicieron Tycho Brahe, su sucesor Johannes Kepler y el gran Galileo.

El mayor mérito de Tycho Brahe (1546 – 1610) consistió en proporcionar mediciones y cálculos matemáticos de alta precisión. Estaba convencido de que el progreso de la Astronomía dependía, en aquellos momentos, de realizar una serie continuada y prolongada de observaciones de los movimientos de los planetas, el Sol y la luna. La precisión que alcanzó en dichas observaciones fue notable, con un error inferior en ocasiones al medio minuto de arco, lo cual le permitió corregir casi todos los parámetros astronómicos

conocidos y determinar prácticamente la totalidad de las perturbaciones del movimiento lunar.

Tycho sostuvo que la Tierra era el centro del sistema solar de ese entonces, y además siguió convencido que estaba inmóvil, pero proporcionó valiosa información acerca del movimiento de los planetas alrededor del Sol, que sería aprovechada por Kepler y Newton.

En definitiva quien inclinó la balanza a favor del modelo heliocéntrico de Copérnico y de hecho realizó algunas precisiones dando los primeros pasos en la matematización del fenómeno del movimiento, fue Johannes Kepler (1571 -1630). Tomando como referencia los trabajos realizados por Tycho pudo generalizar y establecer patrones de validez para la cosmología universal. Kepler, mediante las observaciones que realizaba junto a Tycho sobre la posición, trayectoria y movimiento del planeta Marte, extendió sus conclusiones a todo el sistema solar y predijo el comportamiento de este, lo cual se resume en sus tres leyes sobre el movimiento planetario:

En la primera hace referencia a la trayectoria de los planetas, probando que estas son elípticas y no circulares como lo proponían tanto Ptolomeo como Copérnico, y además que el Sol está en uno de sus focos.

En la segunda ley y, aunque sin proponérselo, caracteriza de forma indirecta lo que hoy llamamos movimiento uniforme rectilíneo “el radio que une la posición del planeta en su órbita con la posición del Sol recorre áreas iguales en tiempos iguales “. A partir de esta ley es posible determinar la velocidad de los planetas conociendo su posición.

La tercera ley de Kepler establece que los cuadrados de los periodos de revolución de cada planeta alrededor del sol son proporcionales a los cubos de las distancias medias del respectivo planeta al sol. Mediante esta ley es posible conocer las distancias entre el sol y los planetas a partir del periodo de revolución de estos, además se puede verificar matemáticamente que la velocidad de los planetas decrece con la distancia al astro rey.

Es de anotar que aunque los aportes de Kepler al estudio del movimiento son importantes, por lo que ahora conocemos y por que fueron de gran ayuda tanto para Galileo como para Newton con su teoría de la gravitación universal, este astrónomo nunca se preocupó de describir dicho fenómeno como si lo hizo Galileo y quizá Aristóteles, sino que solo pensaba en la construcción de un modelo cosmológico guiado por hipótesis metafísicas, tales como la armonía celestial pregonada por los pitagóricos siglos atrás.

Exceptuando tal vez a Aristóteles, quién además del movimiento celestial, trató de explicar acerca del por qué del movimiento vertical en la región sublunar (tanto de los cuerpos graves como de los livianos), el estudio del movimiento a lo largo de la historia se ha enfocado solo a los cielos, inclusive con Tycho Brahe y Kepler. La descripción del cómo, acerca del movimiento de los cuerpos en la Tierra, sin separar unos de otros, aparece fundamental mente con el genio del final del siglo XVI **Galileo Galilei**.

Uno de los mayores méritos de Galileo (Pisa, 1564 - Arcetri, 1642), fue unificar el estudio del movimiento de los cuerpos celestes con el de los objetos terrenales y considerar la mecánica como un único conjunto, contrario a una larga tradición que data desde los sumerios, egipcios y babilonios, tal como hemos visto en este trabajo. El método de Galileo es sencillo. Parte de unas hipótesis al igual que Aristóteles y a partir de ellas y mediante razonamientos no solo deductivos sino también inductivos, eso sí regidos por el rigor matemático, establece propiedades que a diferencia del estagirita son corroboradas mediante un proceso de experimentación.

Con Galileo comienza la descripción y matematización del movimiento en general, la cual, logra su punto cúspide con los trabajos de Newton. Por primera vez se establecen de forma clara características y generalidades acerca del fenómeno en cuestión.

“Por movimiento igual o uniforme entiendo aquel en el que los espacios recorridos por un móvil en tiempos iguales cualesquiera que estos sean son iguales” (Galileo, citado por Ballesteros y otros, Pág. 116). De lo anterior deduce que el espacio recorrido es

proporcional al tiempo, es decir $x \propto t$, de donde $x/t = cte$; x representa la posición y t el tiempo, además la expresión x/t se le reconoce como velocidad. De esta manera caracteriza un movimiento uniforme como aquel donde la velocidad es constante, y cuando la trayectoria es una recta tendremos un movimiento uniforme rectilíneo “MUR”.

Galileo aunque no la creó, es quién precisa la noción de aceleración, asume que cualquier movimiento donde la velocidad no sea constante es acelerado, da su mayor importancia al que él denominó movimiento naturalmente acelerado, y con una hipótesis un tanto metafísica predice que el aumento o disminución de la velocidad más simple es aquel que se hace siempre por la naturaleza de la misma manera, lo cuál empleará en la descripción de la caída de los cuerpos.

“Llamaré – nos dice Galileo – movimientos uniformemente acelerados a aquellos que desde el comienzo confieren iguales incrementos de velocidad en tiempos iguales” (Papp, 1961 Pág. 76). Veamos: si un móvil inicialmente tiene una velocidad: $v = 0$ entonces para $t = 1s$, se tiene $V = V_1$, en $t = 2s$, se tiene $V = 2V_1$ y en $t = n$, entonces $V = V_n$. De forma más general: si el cuerpo cambia de una velocidad final a una inicial, en un intervalo de tiempo entonces: $(v_2 - v_1)/(t_2 - t_1) = \nabla v / \nabla t = cte$, pero $\nabla v / \nabla t$ es la aceleración. De esta manera caracteriza el “MUA” como aquel donde la aceleración es siempre constante.

Para el caso en el que la velocidad no sea constante, Galileo precisa las nociones de velocidad instantánea y aceleración instantánea tal como las conocemos hoy en día y que se explican mas adelante; establece la independencia de los movimientos rectilíneos, vertical y horizontal que componen la trayectoria parabólica de un proyectil, el primero es acelerado mientras el segundo es uniforme; postula y verifica experimentalmente que dos cuerpos desde una misma altura caen al mismo tiempo a un plano horizontal, sin importar que sea en caída libre o en movimiento parabólico.

Uno de los mayores esfuerzos de Galileo fue describir el fenómeno de la caída libre, sobre la cual perduraban desde siglos anteriores las especulaciones Aristotélicas. Cuando corrobora experimentalmente el isocronismo pendular, observa también que dos péndulos

de igual longitud, pero uno de masa cien veces mayor que el otro, siempre descienden y ascienden en el mismo tiempo desde el punto de equilibrio hasta el punto de donde se soltaron, y además advierte que la velocidad de oscilación va disminuyendo hasta que el cuerpo se detiene, lo cual lo conduce a sospechar en primer lugar que la caída de los cuerpos no depende del peso de estos y que el aire en vez de ser motor retarda el movimiento.

Galileo en uno de sus diálogos evidencia en contra de Aristóteles, que una piedra no cae en menor tiempo cuando se le suelta desde la misma altura que dos piedras iguales a la anterior pero atadas mediante una cuerda, y además experimentando en un plano inclinado establece también que la velocidad de caída de un cuerpo es proporcional al tiempo de duración del recorrido; Para aproximar el movimiento en un plano inclinado a la caída libre se valió de la ya conocida ley de Stevin del paralelogramo de fuerzas, donde dedujo que la caída de un cuerpo solo dependía de la componente vertical de la fuerza.

En Síntesis: Galileo establece que la velocidad de caída de los cuerpos en el vacío es independiente del peso de estos, que los cuerpos en caída lo hacen con movimiento uniformemente acelerado y además que el aire en vez de ser motor que mantiene el movimiento como proponía Aristóteles, lo retrasa.

Otro gran aspecto que vale la pena resaltar en la cinemática de Galileo, es la sustentación y caracterización del movimiento de la Tierra, con lo cual valida el sistema copernicano y lo lleva a establecer la relatividad clásica del movimiento: Es imposible detectar el estado de movimiento de un sistema mecánico experimentando dentro de él (por eso no sentimos el movimiento de la Tierra).

En realidad el anterior concepto lo toma de un experimento realizado por Giordano Bruno, para poder convencer a los opositores del movimiento de la Tierra, de que ¿cómo era posible que si esta, en realidad se movía entonces por qué los cuerpos caían en forma vertical? Propone y muestra que si se deja caer un objeto desde lo alto del mástil de un

barco en movimiento con velocidad constante, el observador dentro del barco lo verá caer verticalmente, mientras que alguien de afuera lo observa en forma de parábola.

Galileo afirma que el movimiento rectilíneo uniforme es físicamente indistinguible del estado de reposo. El movimiento es relativo al sistema de referencia que escogemos, y por tanto arbitrario. Con ello, si se elimina un sistema de referencia fijo para todo el universo, el movimiento se reduce a relaciones, el movimiento es la relación de unos móviles con otros, si esa relación no cambia se puede decir que no hay movimiento.

Por último, es importante realzar algunos de los aportes de Galileo a la mecánica celeste con la introducción del telescopio, mediante la observación de las fases de Venus y el movimiento de los satélites de Júpiter, se evidencia entonces que, como este planeta gira en torno al Sol, de igual manera la Tierra también lo puede hacer y además la luna orbita en torno a la Tierra, validando con esto aun más el modelo copernicano.

7.2 EL MOVIMIENTO EN LA NATURALEZA

El movimiento es un fenómeno presente en todo en el universo, se mueven las galaxias, las estrellas, los planetas y satélites, las moléculas del aire continuamente se desplazan de un lugar a otro, los cuerpos caen, los electrones en el átomo giran a grandes velocidades, las personas y los autos realizan movimientos constantes, etc., por todo lo anterior resulta un fenómeno de mucho interés para explicar y predecir.

Es importante notar que el fenómeno que denominamos movimiento es relativo, tal como lo propuso Galileo en el siglo XVI, lo anterior significa que depende del sistema de referencia donde se ubica el observador, recordemos que para Galileo cuando se habla de movimiento

es preciso establecer relaciones de unos móviles con otros, por ejemplo, una persona que está sentada en un tren que se desplaza por una carrilera, estará en movimiento para un observador ubicado fuera del vagón, pero otro observador que esté dentro del vagón lo percibirá en reposo.

Desde la experiencia cotidiana y del consenso de la comunidad científica, es fácil definir el movimiento como, el cambio de posición respecto a un punto fijo que realiza un cuerpo mientras transcurre el tiempo, de esta manera podemos establecer esas dos variables, Posición y Tiempo como las de mayor relevancia para definir el fenómeno en cuestión, otras de sumo interés, como por ejemplo la velocidad y la aceleración se obtienen por derivación de las primeras.

Se entiende como Posición (X), el lugar o punto de coordenadas donde se encuentra un cuerpo con respecto a un punto que se toma como referencia (origen). Esta cantidad es de tipo vectorial, ya que para su completa descripción es necesario especificar su magnitud, su dirección y su sentido. El vector posición se representa mediante un segmento de recta dirigido desde el punto tomado como referencia hasta el punto de coordenadas. Además la posición x del móvil se puede relacionar con el tiempo t mediante una función $x = f(t)$.

Cuando un cuerpo cambia de posición, se dice entonces que se ha desplazado, por tal razón se define el Desplazamiento (ΔX), como el cambio de posición que experimenta un cuerpo durante su movimiento. Esta es otra cantidad de tipo vectorial, en la mayoría de casos se diferencia del vector posición. El vector desplazamiento se representa con un segmento de recta desde el punto donde el móvil inicia el recorrido, dirigido hasta el punto de llegada. Matemáticamente tenemos: $\Delta X = X - X_0$, donde X representa la posición final y X_0 la posición inicial.

Otra de las características importantes para distinguir unos tipos de movimiento de otros, es el concepto de Trayectoria: Podemos considerarla como el conjunto de puntos que describe

un cuerpo durante su movimiento, algunos tipos de trayectoria son por ejemplo: rectilínea, parabólica, circular, elíptica etc. En esta monografía el objeto principal de estudio es el movimiento que realiza un cuerpo en línea recta.

Una magnitud de uso frecuente en el movimiento es la distancia o espacio recorrido (X), se le define como la medida de la trayectoria, es una magnitud de tipo escalar, ya que queda completamente descrita con solo expresar su valor o magnitud. La distancia se puede confundir con la posición y el desplazamiento cuando el movimiento se realiza en un mismo sentido.

Cuando se estudia el movimiento es indispensable describir una variable muy importante como es la Velocidad, pues ésta caracteriza el estado mecánico de un sistema, se define tal magnitud vectorial como la variación (derivada) de la posición con respecto al tiempo, es decir la forma como cambia dicha posición en cada instante o en determinado intervalo de tiempo. Como vimos antes, desde Galileo se habla de dos tipos de velocidad dependiendo de la duración del intervalo de tiempo, la velocidad media y la velocidad instantánea. La velocidad media entre los instantes t y t' está definida por:

$$\langle v \rangle = \frac{x' - x}{t' - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Para determinar la velocidad en el instante Δt , debemos hacer el intervalo de tiempo Δt tan pequeño como sea posible, en el límite cuando Δt tiende a cero, esto es:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Observamos de nuevo como dicho límite es la definición de la función derivada de la posición X con respecto del tiempo t y la cual se conoce como la Velocidad instantánea que posee un cuerpo.

A la magnitud de la velocidad se le llama Rapidez ($|v|$): Esta es una cantidad de tipo escalar y se le define como la distancia recorrida por un móvil en un tiempo determinado $|v| = x/t$.

Además del movimiento con velocidad constante, Galileo en el siglo XVI describió también movimientos con velocidad variable, la primera noción de aceleración se le debe precisamente al genio de este siglo tal como se vio unos párrafos atrás, hoy en día se define todavía a esa magnitud vectorial como la variación (derivada) de la velocidad en un determinado intervalo de tiempo.

Al igual que con la velocidad, Galileo diferencia la aceleración de dos formas, dependiendo de la duración del intervalo de tiempo (todavía esta distinción es tenida en cuenta), aceleración media y aceleración instantánea.

En general, la velocidad de un cuerpo es una función del tiempo. Si suponemos que en un instante t la velocidad del móvil es v , y en el instante t' la velocidad del móvil es v' ; Se denomina aceleración media entre los instantes t y t' al cociente entre el cambio de velocidad $\Delta v = v' - v$ y el intervalo de tiempo en el que se ha tardado en efectuar dicho cambio, $\Delta t = t' - t$.

$$\langle a \rangle = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración en el instante t es el límite de la aceleración media cuando el intervalo Δt tiende a cero, que no es otra cosa que la definición de la derivada de la *velocidad respecto al tiempo*; A esta cantidad se le llama aceleración instantánea:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

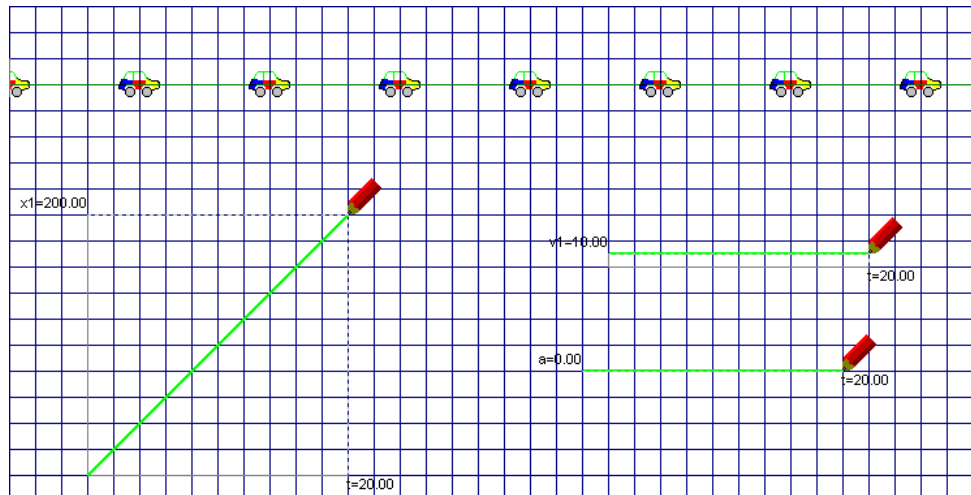
7.2.1 MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA.

Este tipo de movimiento tan frecuente en la naturaleza se presenta cuando la trayectoria que describe el móvil en estudio es una línea recta, el presente trabajo monográfico se encarga precisamente de la descripción, interpretación y Modelación de este fenómeno en particular.

Podemos, y eso desde Galileo tal como hemos visto, distinguir dos tipos de movimiento rectilíneo, el movimiento uniforme rectilíneo “MUR” y el movimiento uniformemente acelerado “MUA”.

Al Movimiento Uniforme Rectilíneo (MUR), se le define hoy en día de la misma manera que lo hiciera Galileo Galilei cinco siglos atrás, es el movimiento que describe un cuerpo cuando recorre distancias iguales en tiempos iguales sobre una trayectoria en línea recta. Según esto, se puede concluir que en este tipo de movimiento la velocidad no varía, es decir siempre permanece constante, y por tanto la aceleración en cada tiempo transcurrido es nula. Un ejemplo de este tipo de movimiento que se presenta continuamente en la naturaleza, es el desplazamiento que realiza el sonido a través del aire.

A continuación se representa el movimiento de un auto con velocidad constante, sobre una recta, y además se describen los gráficos que relacionan la Posición x , la Velocidad v y la aceleración a con el tiempo t , los cuales se pueden obtener mediante procedimientos experimentales, un análisis cuidadoso de tales representaciones llevan a caracterizar este tipo particular de movimiento:

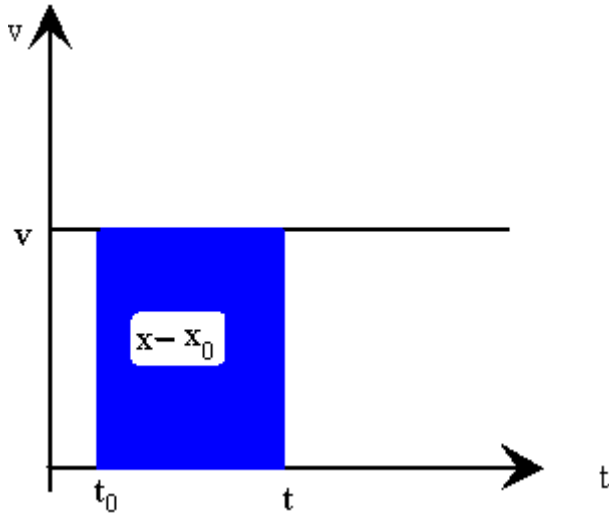


Por medio del análisis gráfico del movimiento representado y luego de realizar el proceso de matematización y / o Modelación de dicho fenómeno físico, se puede obtener que la distancia y el tiempo son directamente proporcionales, lo que permite establecer que la razón entre estas dos cantidades físicas, es siempre constante, y tal constante corresponde a la velocidad, logrando construir de este modo la ecuación típica para el MUR:

$$x/t = v, \text{ de donde: } x = vt$$

De igual manera se puede observar como la velocidad del auto es igual a la pendiente del gráfico que relaciona la posición y el tiempo, así mismo la aceleración es en todo tiempo cero, esto es apenas lógico debido a que ya se dijo que en este tipo de movimiento la velocidad permanece constante.

Un análisis alternativo y un tanto más riguroso del movimiento uniforme rectilíneo “MUR”, empleando nociones de cálculo se presenta a continuación (no es necesario para la enseñanza en la educación media).



Un movimiento rectilíneo uniforme es aquél cuya velocidad es constante, por tanto, la aceleración es cero. La posición x del móvil en el instante t lo podemos calcular integrando la expresión:

$$x - x_0 = v \cdot (t - t_0)$$

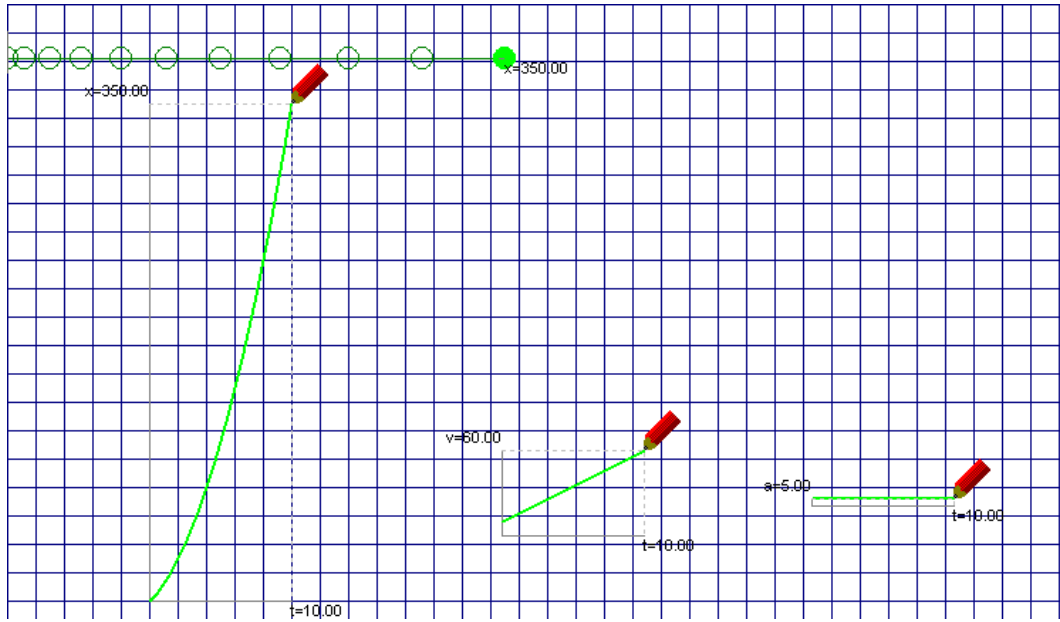
o gráficamente, en la representación de v en función de t .

Habitualmente, el instante inicial t_0 se toma como cero, por lo que las ecuaciones del movimiento uniforme resultan:

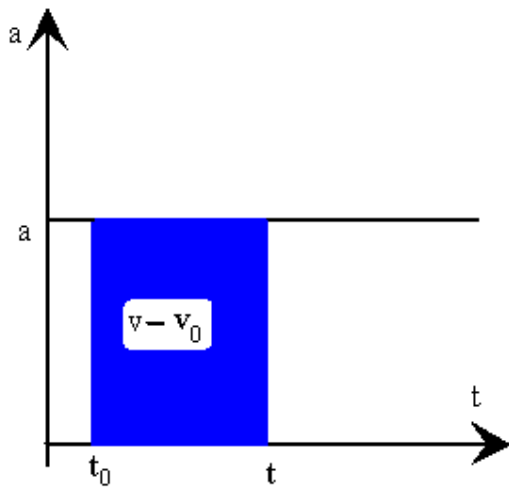
$$\begin{aligned} a &= 0 \\ v &= \text{cte} \\ x &= x_0 + v \cdot t \end{aligned}$$

Se dice que un cuerpo posee movimiento uniformemente acelerado "MUA", cuando incrementa o disminuye cantidades iguales de velocidad en tiempos iguales a medida que se desplaza a través de una recta, como vemos no ha cambiado para nada la definición dada por Galileo, desde esta perspectiva en este tipo de movimiento, si existe aceleración, pero es constante

En la siguiente figura se representa el movimiento de un balón que se desplaza sobre una trayectoria rectilínea y donde además se han construido las correspondientes gráficas que describen la posición x , la velocidad v y la aceleración a de dicho móvil en función del tiempo t , tal y como se hizo en el caso anterior, un análisis cuidadoso de estas representaciones, permitirá no solo diferenciar ambos movimientos, sino también caracterizar y generalizar acerca del MUA.

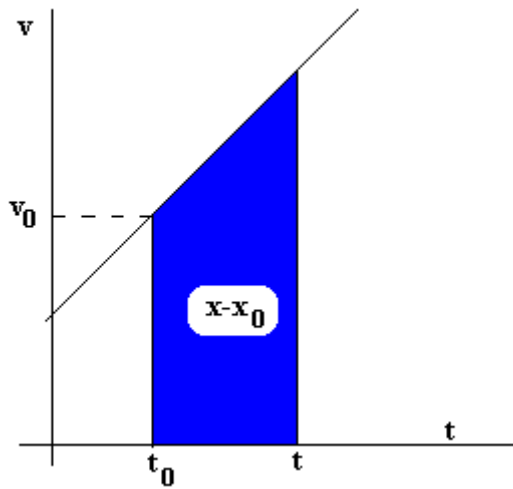


Del análisis de estas representaciones correspondientes al movimiento del cuerpo mostrado en la figura, se pueden determinar características y proporcionalidades correspondientes al “MUA”. Esas características y proporcionalidades se explican de manera más amplia y general en los siguientes esquemas que se presentan:



Un movimiento uniformemente acelerado es aquél cuya aceleración es constante. Dada la aceleración podemos obtener el cambio de velocidad $v - v_0$ entre los instantes t_0 y t , por integración en la ecuación:

$$v - v_0 = a \cdot (t - t_0)$$



Dada la velocidad en función del tiempo, obtenemos el desplazamiento $x-x_0$ del móvil entre los instantes t_0 y t , gráficamente (área de un rectángulo + área de un triángulo), o integrando.

$$x - x_0 = v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

Habitualmente, el instante inicial t_0 se toma como cero, quedando las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado más simplificadas.

$$a = \text{cte}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Un ejemplo de movimiento uniformemente acelerado "MUA" en la naturaleza, es un cuerpo en caída vertical bajo la interacción gravitacional con la tierra, eso si despreciando efectos de la resistencia del aire.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

BALLESTEROS, Hernando; SEPÚLVEDA, Alonso y PINEDA, Guillermo. Introducción a la Física I. Medellín: Editorial U de A, 1983. P. 105 – 151.

DE LANGE, Jan. Mathematics, Insight and Meaning: Teaching, Learning and Testing of Mathematics for the Life and Social Sciences. Alemania: Ed. Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijsen Onderwijscomputer Centrum, 1987.

FIOLHAIS, Carlos y TRINDADE, Jorge. Física no computador: o computador como uma ferramenta no ensino e na aprendizagem das ciências físicas. En: Revista Brasileira de Ensino de Física. [On line] disponible en:
(http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-47442003000300002&lng=en&nrm=iso&tlng=pt).

GRUPO MODELLUS. Manual Completo. [On line] disponible en:
<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>.

HALLOUN, Ibrahim. Schematic Modelling for meaning learning of Physics. Journal of research in science Teaching, New York: v. 33, n 9, 1996; P. 1019 – 1041.

ICFES. Informe Resultados Pruebas Saber. Bogota, 2001. P. 5

LESH, R. Matematización: la Necesidad Real de la Fluidez en las Representaciones. En: Revista Enseñanza de las Ciencias. Vol. 15, n 3, 1997; P. 377 – 391.

COLOMBIA. MEN. Lineamientos curriculares de Matemáticas: Áreas obligatorias y fundamentales. Santa Fe de Bogotá. Cooperativa editorial magisterio, 1998. 131 P.

(-----) Lineamientos curriculares de Ciencias Naturales y Educación ambiental: Áreas obligatorias y fundamentales. Santa Fe de Bogotá. Cooperativa editorial magisterio, 1998. 181 P.

MOREIRA, Marco A. Aprendizaje Significativo: Fundamentación teórica y Estrategias Facilitadoras, Porto Alegre: Universidade Federal do Río Grande do Sul, 1996. P. 1 - 31

ORGANIZACIÓN DE ESTADOS IBEROAMERICANOS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA “OEI”. Estudio sobre Tendencias y Experiencias Innovadoras en la Enseñanza de las Ciencias. [On line] disponible en : (<http://www.campus-oei.org/oeivirt/gil01.htm#I4>)

PAPP, Desiderio. Historia de la Física. Madrid: Editorial Espasa–Calpe, 1961. P. 20 – 52.

SOLANO ARAUJO. Ives, Um Estudo Sobre o Desempenho de Alunos de Física Usuários da Ferramenta Computacional *Modellus* na Interpretação de gráficos em Cinemática, Porto Alegre, 2002, dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de mestre em física, curso de pós-graduação em física, instituto de física, universidade federal do rio grande do sul.

WILSON, J. Reingeniería del Curriculum de Pregrado. [On line] disponible en : (<http://www.udec.cl/claustro/contribuciones/omedina3.html>)