

**"LA COMPRENSIÓN DEL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS"**

**LUZ YAMILE BERRÍO  
LINA MARCELA MUÑOZ  
OCTAVIO ARLEY VELÁSQUEZ**

**Monografía para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física**

**ASESOR  
JAIRO DE JESÚS ARENAS LADINO**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES  
MEDELLÍN  
2008**

**"LA COMPRENSIÓN DEL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS"**

**LUZ YAMILE BERRÍO  
LINA MARCELA MUÑOZ  
OCTAVIO ARLEY VELÁSQUEZ**

**Monografía para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES  
MEDELLÍN  
2008**

## **AGRADECIMIENTOS**

Muy especialmente a la magister Luz América Fernández Zea, por su compañía en nuestra práctica pedagógica, por sus valiosos aportes y por su disposición permanente para apoyar nuestro proceso de formación profesional.

A la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín por brindarnos su espacio para desarrollar nuestra práctica docente y por facilitarnos en los momentos en que fue posible, los medios para alcanzar nuestros propósitos.

A nuestra familia por ser pilares fundamentales en nuestra formación, por su apoyo incondicional, por creer en nosotros y por compartir a nuestro lado todos los logros y sinsabores que nuestro desempeño como estudiantes y practicantes dejaron en nuestros corazones.

A todas aquellas personas que contribuyeron al logro de nuestras metas y que con su ejemplo y colaboración nos sirvieron de inspiración para valorar cada día más nuestra profesión.

## DEDICATORIA

A nuestras Familias por su apoyo y comprensión durante todo el proceso de formación profesional.

## RESUMEN

El proyecto "La comprensión del planteamiento de problemas matemáticos", esta dirigido a los maestros que desean implementar una enseñanza basada en la resolución de problemas brindando algunas de las herramientas necesarias para dicho fin, enfatizando en la comprensión que es la etapa mas importante de dicho proceso.

Para esto se presenta un amplio marco teórico con las diferentes teorías acerca de la resolución de problemas, adentrándonos en la primera etapa que para tal fin propone George Polya. Dicha etapa esta conformada por aquellas acciones que debe realizar el estudiante para lograr una mejoría en cuanto a la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos escolares.

Para cada acción se propone una actividad, buscando de esta manera que el estudiante las realice de manera secuencial.

Cada actividad arrojó resultados acerca del proceso; a dichos resultados se les hizo un análisis estadístico, el cual verifíco la pertinencia de la propuesta.

Finalmente se presentan unas conclusiones y recomendaciones dirigidas a los maestros interesados en contribuir al mejoramiento de la comprensión de textos matemáticos por parte de sus estudiantes.

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCIÓN	8
<b>CAPITULO I                      MARCO CONTEXTUAL</b>	<b>9</b>
1.1 CARACTERÍSTICAS DE LA INSTITUCIÓN	9
1.1.1 Misión	10
1.1.2 Visión	10
<b>CAPITULO II                      DISEÑO TEÓRICO</b>	<b>11</b>
2.1 ANTECEDENTES	11
2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
2.3 PROBLEMA	15
2.4 JUSTIFICACIÓN	15
2.5 OBJETIVOS	16
2.5.1 General	16
2.5.2 Específicos	17
2.6 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	17
2.7 TAREAS DE INVESTIGACIÓN	18
<b>CAPITULO III                      MARCO TEÓRICO</b>	<b>19</b>
3.1 GENERALIDADES CON RESPECTO AL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS	19
3.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	21
3.2.1 George Polya	22
3.2.2 Luís Puig Espinosa	23
3.2.3 Carlos Maza	24
3.2.4 Alan Schoenfeld	25

3.3 GENERALIDADES CON RESPECTO A LA COMPRESIÓN	30
3.4 HABILIDADES	38
3.5 COMPETENCIAS	41
3.5.1 Interpretativa	41
3.5.2 Argumentativa	42
3.5.3 Propositiva	42
<b>CAPITULO IV                      DISEÑO METODOLÓGICO</b>	<b>44</b>
4.1 ORGANIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA	44
4.2 METODOLOGIA	45
4.3 DISEÑO DE LA PROPUESTA	45
4.4 CRITERIOS DE EVALUACIÓN PARA LA PROPUESTA	48
4.5 ANÁLISIS Y PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	49
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>64</b>
<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>65</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>66</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>76</b>

## INTRODUCCIÓN

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas ICFES, de años anteriores, éstos muestran las dificultades de los jóvenes en el área de matemáticas específicamente en la comprensión de textos. Los resultados en estas pruebas presentaron datos alarmantes que muestran las falencias en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y la lengua castellana.

De acuerdo con algunos autores se considera que el proceso referido "al planteamiento y resolución de problemas", es uno de los que más inciden en la problemática educativa planteada.

Por ello, se ha determinado orientar este trabajo de investigación hacia la resolución de problemas, centrándonos concretamente en la primera fase necesaria para ésta, la cual es la comprensión.

Esta investigación está referida al desarrollo y aplicación de actividades que permitan mejorar aquellas acciones realizadas por los estudiantes para comprender el planteamiento de problemas matemáticos escolares, para su posterior resolución.



## **CAPÍTULO I: MARCO CONTEXTUAL**

Tomado de "Informe ejecutivo del PEI", Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín (ENSM), 2002.

### **1.1 CARACTERÍSTICAS DE LA INSTITUCIÓN**

La Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín, está ubicada en el barrio Villa Hermosa, zona centro oriental de la ciudad, con una serie de ventajas que favorecen un buen ambiente de aprendizaje tales como: ambiente campestre y espacios amplios.

La institución cuenta con amplias zonas verdes y una gran infraestructura; posee tres aulas de informática, tres unidades sanitarias, tres cafeterías, un laboratorio de física, un laboratorio de química y un laboratorio de biología, una biblioteca con una muy buena fuente de consulta, una piscina y salas para los docentes distribuidos por áreas específicas de trabajo.

En la institución se desarrollan las actividades escolares en una jornada única de 7:00 AM a 1:00 PM de lunes a viernes para los niveles preescolar, básica primaria, secundaria y media vocacional; además, como institución formadora de maestros que es, ofrece también a sus estudiantes, la posibilidad de continuar su formación pedagógica con cuatro niveles más, los cuales son desarrollados en dos años en el ciclo complementario.

DIRECCIÓN: Carrera. 34 N° 65 - 02

TELÉFONO: 2911026 2840245

NATURALEZA: Mixta

CARÁCTER: Oficial.

### **1.1.1 MISIÓN**

La Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín tiene como Misión la formación de MAESTROS Y MAESTRAS que valoren y amen su profesión con gran solvencia intelectual, pedagógica, ética e investigativa, que les permita proyectarse comunitariamente e influir en su medio dotados de una visión humanista del mundo, de una visión política de la realidad y condiciones de su existencia, para que se desenvuelvan con versatilidad en el campo y la ciudad con sentido crítico y constructivo del sistema escolar y social.

### **1.1.2 VISIÓN**

La Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín, se consolidará como institución piloto, líder en la prestación de un servicio educativo con calidad y proyección a la comunidad, configurada dentro de un Proyecto Educativo Institucional que responda a las demandas y exigencias de la sociedad actual y retos del siglo XXI en la formación de maestros, con un alto nivel de sensibilidad, compromiso y responsabilidad social.

## CAPÍTULO II: DISEÑO TEÓRICO

### 2.1 ANTECEDENTES

Para nuestro trabajo, tuvimos en cuenta algunas investigaciones realizadas anteriormente, referentes al tema de nuestro interés; estas son:

- MONSALVE POSADA, Orlando. "Los enunciados lingüísticos de la matemática" En Revista educación y pedagogía Nos. 14-15. Medellín. Universidad de Antioquia. 1996. Páginas 383-396.

Este artículo tiene como objetivo presentar las relaciones que pueden establecerse entre los enunciados geométricos y algebraicos y los enunciados lingüísticos del español corriente.

Este trabajo es la continuación de un proyecto que busca esclarecer lentamente las múltiples relaciones que se establecen entre el lenguaje natural y el lenguaje artificial de las matemáticas y otras ciencias. Otros apartados de este proyecto están publicados en la revista educación y pedagogía de la universidad de Antioquia en los volúmenes 10, 11, 12, 13. El proyecto en general está basado en la afirmación de que muchas de las dificultades en la resolución de planteamiento de problemas matemáticos se deben a la comprensión de los respectivos enunciados lingüístico-matemáticos que aparecen en los textos guías escolares.

- VALVERDE RAMÍREZ, Lourdes. "La competencia argumentativa en matemáticas y su evaluación en el proceso de enseñanza aprendizaje". Medellín. Octubre 2004.60 páginas.

Esta investigación está basada en la enseñanza de las matemáticas encaminada al desarrollo de competencias, en especial la competencia argumentativa en el contexto colombiano.

A lo largo de este trabajo la doctora Lourdes Valverde desarrolla un tratamiento conceptual alrededor de todos aquellos aspectos que intervienen en el logro de la competencia argumentativa y además propone una estrategia para potenciar dicha competencia. Esta estrategia está basada en varios tópicos que buscan que el estudiante argumente las respuestas dadas frente a situaciones problémicas de las matemáticas poniendo en juego en cada una de las instancias el lenguaje propio de las matemáticas y el lenguaje empleado para traducir lo que las matemáticas pretenden comunicar.

- HENAO RESTREPO, Fredy, OCAMPO S, Lina Mariela. et al. "La comprensión lectora del texto matemático", Medellín, 2006, 163 páginas.

En este proyecto de grado se tuvo como propósito mejorar el nivel de comprensión lectora del texto matemático que poseen los estudiantes de sexto a noveno grado de la Institución Educativa INEM José Félix de Restrepo.

Verifican el problema aplicando una prueba diagnóstica, cuyo análisis permitió evidenciar el bajo nivel de interpretación del texto matemático de esta población.

Para contribuir a mejorar el problema se implementaron estrategias de intervención pedagógica que apuntaban a ese fin; la aplicación de una posprueba permitió establecer un análisis comparativo entre los resultados de ambas pruebas, sin embargo, fue necesario reconocer que para transformar la realidad educativa no basta con un corto periodo de

intervención, sino que se hace necesario dar continuidad a procesos como los realizados en esta práctica.

- GAVIRIA PEÑA, Sandra y RENDÓN A, Janeth C. "Érase una vez... Enseñanza de las matemáticas en el grado noveno a partir del uso de recursos lingüísticos", Medellín, 2006, 148 páginas.

Esta investigación se llevo a cabo a través de una propuesta de intervención de aula, fundamentada en la enseñanza de las matemáticas a partir de recursos lingüísticos buscando indagar las implicaciones que tiene en el proceso de enseñanza.

El problema que motivó esta investigación fue: "los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Francisco Miranda presentan dificultades en la comprensión de textos matemáticos".

Con miras a plantear estrategias de solución a esta situación, la investigación transita por diferentes niveles: un primer nivel dedicado a la recolección de información por medio de observaciones, encuestas, entrevistas y aplicación de pruebas específicas, para diagnosticar las problemáticas de enseñanza de la población investigada y para conocer aspectos generales de la misma, que permitieron optimizar la práctica pedagógica al poder contextualizar los materiales y actividades de enseñanza con los intereses y necesidades de los estudiantes.

En un nivel intermedio, se propusieron estrategias de intervención de aula, que facilitaron el camino para mitigar las implicaciones del problema de la investigación.

Un nivel final, dedicado a empalmar todos los resultados arrojados por los instrumentos de diagnóstico empleados con los referentes bibliográficos consultados, con el fin de consolidar una propuesta didáctica para llevar al aula y que satisfaga las expectativas de los estudiantes y logre plantear soluciones y recomendaciones para mejorar el proceso docente educativo.

## **2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Hoy en día, para los diferentes estamentos educativos es preocupante la calidad de la educación colombiana. Los estudios que se han realizado a nivel general basados en los resultados obtenidos en las pruebas nacionales ICFES y SABER y pruebas internacionales como PISA y TIMSS son poco alentadores.

Analizando los resultados obtenidos por los estudiantes de grado once en las anteriores pruebas se hace evidente que uno de los aspectos más notables en cuanto a la no solución de problemas matemáticos es la falta de comprensión de los enunciados matemáticos y la falta de conocimientos necesarios para solucionarlos.

Partiendo de esta premisa y teniendo en cuenta lo observado en nuestra práctica pedagógica en la ENSM, podemos decir que en general los estudiantes presentan dificultades para representar gráficamente un problema e identificar los datos dados de lo que se pide hallar, además en muchas ocasiones no contextualizan diferentes situaciones. Esto se confirmó con los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica (ver anexo 2), es por esto que vemos la necesidad de implementar estrategias que contribuyan al desarrollo de habilidades necesarias para la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos.

Es necesario entonces, dirigir una mirada a dos de los lenguajes esenciales de la vida, los números y las palabras, especialmente en los aspectos de análisis, interpretación y comprensión de textos matemáticos porque es mediante ellos que se puede potenciar la resolución de problemas, el pensamiento lógico y el razonamiento como vehículos de comunicación entre los seres humanos.

Parece lógico creer que desde que se sepa leer y se conozca el significado de las palabras, cualquier persona puede analizar, interpretar y comprender lo que lee, pues todos empleamos el idioma, pero es fácil constatar que en la práctica no es así debido a que en el proceso de enseñabilidad de las áreas faltan herramientas pedagógicas y metodológicas adecuadas que propicien el acto comprensivo en los educandos, por ello se hacen necesarias algunas herramientas que contribuyan a mejorar la comprensión y en mayor medida la comprensión del planteamiento de problemas matemáticos.

### **2.3 PROBLEMA**

Los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín presentan dificultad para comprender el planteamiento de problemas matemáticos, fase inicial en el proceso de resolución de estos.

### **2.4 JUSTIFICACIÓN**

La resolución de ejercicios contribuye en la apropiación de los contenidos matemáticos, al desarrollo consciente y sistemático de algunas capacidades y al desarrollo de determinados hábitos, por tanto constituye un medio importante para la realización de algunos objetivos de la enseñanza de las matemáticas; sin embargo la resolución de ejercicios no plantea un nivel de complejidad suficiente como para desarrollar en el estudiante habilidades de

orden superior. La resolución de problemas exige al estudiante la utilización de procesos mentales que contribuye al desarrollo de dichas habilidades.

Debe tenerse claro que para solucionar un problema es necesario comprenderlo, es decir, saber de que se trata y qué es lo se pide. De esta forma la comprensión de problemas es el punto de partida para el desarrollo de habilidades mentales de orden superior.

Teniendo en cuenta lo anterior el proyecto busca implementar algunas herramientas heurísticas, tales como el dialogo heurístico y las preguntas orientadoras, como facilitadoras del mejoramiento del nivel de comprensión de los estudiantes cuando se enfrenten a problemas matemáticos. Además ayuda a los maestros para que antes de resolver un problema o ejercicio expresen en forma explicita los componentes de éste, para que se pueda potenciar la comprensión, la cual es la fase principal en la solución de problemas.

Los razonamientos anteriormente descritos nos llevan a asumir la comprensión del planteamiento de problemas matemáticos como el pilar fundamental de este trabajo.

## **2.5 OBJETIVOS**

### **2.5.1 OBJETIVO GENERAL**

Diseñar y aplicar una propuesta de intervención pedagógica que contribuya al mejoramiento de la comprensión del planteamiento de problemas matemáticos con estudiantes del grado décimo de la ENSM.



### **2.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Determinar las acciones que permiten la identificación de las etapas de la comprensión ante el planteamiento de problemas matemáticos.
- Contribuir en el desarrollo de habilidades y competencias orientadas a la comprensión del planteamiento de problemas matemáticos mediante algunos recursos heurísticos.
- Diseñar estrategias orientadas a la comprensión del planteamiento de problemas matemáticos.

### **OBJETO DE ESTUDIO**

La resolución de problemas.

### **CAMPO DE ACCIÓN**

La fase referida a la comprensión del planteamiento de problemas matemáticos en el grado décimo.

### **2.6 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN**

- ¿Qué se entiende por comprensión?
- ¿Qué es un problema matemático?
- ¿Por qué la comprensión del planteamiento de problemas matemáticos es importante para la resolución de éstos?

- ¿Qué acciones permiten al docente identificar si el estudiante comprende o no el planteamiento de un problema matemático?

## **2.7 TAREAS DE INVESTIGACIÓN**

- Rastreo bibliográfico referente a la comprensión de problemas y su importancia.
- Diseño y ejecución de una prueba para certificar la existencia del problema.
- Diseño y ejecución de la intervención pedagógica.
- Diseño y ejecución de prueba inicial (diagnóstica) y de salida (final) encaminadas a la comprensión del planteamiento de problemas.
- Recolectar, organizar, analizar los datos y dar conclusiones y recomendaciones.

## CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO

### 3.1 GENERALIDADES CON RESPECTO AL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS

Basándonos en nuestro problema de investigación, realizamos la consulta de los referentes teóricos en los que nos apoyaremos para tratar de dar solución al problema mencionado; dichos referentes teóricos fueron tomados desde diferentes autores con el fin abordar diversos puntos de vista en las temáticas que se consideran necesarias.

Para iniciar es importante tener en cuenta que cuando se menciona el planteamiento de problemas se está haciendo referencia al enunciado del problema como tal, encontrándose básicamente los siguientes dos tipos de enunciados:

**ENUNCIADO ESCRITO:** Es el conjunto de palabras que proporcionan ciertos datos en un problema.

**ENUNCIADO GRÁFICO:** Es el conjunto de representaciones gráficas donde se presentan situaciones problema.

Los enunciados pueden representar ejercicios o problemas; asumiendo los ejercicios como las "herramientas a través de las cuales se pretende que los alumnos automaticen un grupo de rutinas y procedimientos, asimilen determinados algoritmos por la aplicación mecánica de los mismos"<sup>1</sup>. Los problemas pueden ser definidos desde dos puntos de vista que son: desde el grado de dificultad que presentan al individuo o desde el camino utilizado para su solución<sup>2</sup>. ***Desde el grado de dificultad un problema es una "situación cuantitativa o no, que pide una solución y para la cual los***

<sup>1</sup> GARCIA GARCIA, José Joaquín. Didáctica de las Ciencias Resolución de Problemas y Desarrollo de la Creatividad. Pág. 56

<sup>2</sup> *Ibíd.*

***individuos implicados no conocen medios o caminos evidentes para obtenerla***<sup>3</sup>. Y desde el camino utilizado para su solución, un problema es definido como la "situación que requiere que el sujeto analice unos hechos y desarrolle razonadamente una estrategia que le permita obtener unos datos (numéricos o no), procesar esos datos (relacionarlos entre si y con los hechos), interpretarlos y llegar a una conclusión (respuesta), siendo este análisis y razonamiento basado en la comprensión del tema o del campo al que pertenece la situación..."<sup>4</sup>.

Ahora podemos establecer la principal diferencia entre un ejercicio y un problema diciendo que el primero es aquel que esta situado por debajo o al mismo nivel de conocimiento del estudiante y por lo tanto no presenta mayor dificultad para su solución, mientras que el problema esta situado a un nivel superior de conocimiento del estudiante por lo que se torna mas complejo al momento de ser solucionado; es de gran importancia aclarar que lo que es un problema para un estudiante puede no serlo para otro, es decir, la noción de problema es algo relativo.

Haciendo referencia a los párrafos anteriores y sabiendo que nuestro objeto de estudio es la resolución de problemas, nos remitiremos a algunas teorías que se tienen al respecto.

<sup>3</sup> GIL, D.; MARTINEZ TERREGROSA, J.; RAMIREZ, L. La didáctica de la resolución de problemas en cuestión: elaboración de un modelos alternativo. Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales. citado por José Joaquín en Didáctica de las Ciencias Resolución de Problemas y Desarrollo de la Creatividad. Pág. 56

<sup>4</sup> GARCIA GARCIA, José Joaquín. Didáctica de las Ciencias Resolución de Problemas y Desarrollo de la Creatividad. Pag28

### 3.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

"La resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva."<sup>5</sup> Así, la resolución de problemas puede considerarse como la verdadera esencia de las matemáticas, porque potencializa el pensamiento reflexivo y la creatividad en los estudiantes; lo que coincide con los fines perseguidos por la educación Colombiana.

Un problema planteado tiene tres elementos básicos: los datos necesarios para resolverlo (que por lo general son explícitos), el método o vía de solución que es la relación entre los datos (que el estudiante debe averiguar o descubrir) y el resultado buscado (que se desprende mediante ciertas reglas de razonamiento y supuestos a partir de los datos aplicando el método).

Consideramos importante el proceso para resolver un problema, ya que por medio de éste el estudiante activa los conocimientos adquiridos estructurando y organizando dichos conocimientos para desarrollar habilidades en la resolución de problemas.

Con base en lo anterior y teniendo en cuenta que para resolver un problema debe seguirse un proceso; nos basaremos en las etapas para resolver problemas formuladas por los siguientes autores:

<sup>5</sup> RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN EL AULA. p. 16.

### 3.2.1 George Polya

1. **COMPRENDER EL PROBLEMA:** En esta fase se indica la utilidad de que el alumno pueda:
  - a. Repetir el enunciado
  - b. Separar las partes
  - c. Definir la incógnita
  - d. Determinar las condiciones
  
2. **CONCEBIR UN PLAN:** Se determinan en esta fase:
  - a. Qué cálculos se pueden realizar
  - b. Qué razonamientos son útiles
  - c. La ayuda de problemas auxiliares o subproblemas
  - d. La ayuda de problemas análogos
  - e. Análisis de los datos del problema
  
3. **EJECUCIÓN DEL PLAN:** Llevar a cabo el plan establecido. (Está íntimamente relacionado con la anterior)
  
4. **VISIÓN RETROSPECTIVA:** Consiste en el análisis de la solución obtenida a los efectos de comprobar si se adapta a la solución exigida. En esta fase aparecen preguntas tales como:
  - a. ¿Puedo hallar el resultado de otra manera?
  - b. ¿Existe otra solución?
  - c. ¿Puedo utilizar el resultado o el método desarrollado en otro problema?
  - d. ¿Puedo hacer un resumen del proceso seguido?"<sup>6</sup>

<sup>6</sup> POLYA, George. Como plantear y resolver problemas, p 20-25

### 3.2.2 Luís Puig Espinosa

1. "Leer con profunda atención cada problema tantas veces como sea preciso para captarlo nítidamente. Completar el enunciado completo en la memoria mientras se resuelve.
2. Clasificar correctamente los datos que suministra el problema y lo que pide, entendiendo la ligación que hay entre ellos y las incógnitas.
3. Traducir el problema al simbolismo aritmético, algebraico, geométrico etc., y escribir las correlaciones funcionales que origine, en forma ordenada y clara.
4. Planear la solución y efectuarla analítica y racionalmente por etapas y por las vías más cortas y sencillas.
5. Comprobar los resultados por el "principio de la reversibilidad" hasta lograr un grado incontrastable de certeza.
6. Estudiar si hay otros sistemas para resolver el problema que se tiene entre manos y cerciorarse de que el sistema elegido es el más rectilíneo y económico en tiempo, espacio y energía. Plantear cualquier otra solución como control."<sup>7</sup>

<sup>7</sup> RESOLUCION DE PROBLEMAS ARITMETICOS EN EL AULA, p 19-20

### 3.2.3 Carlos Maza

Este autor reformuló el modelo de George Polya, diferenciando dos procesos en la fase de comprensión (Análisis y representación) y extendiendo el alcance de la fase de revisión/comprobación (generalización). Las fases son:

1. "ANÁLISIS DEL PROBLEMA: Implica analizar y descomponer la información que contiene el enunciado:
  - a. ¿Cuáles son los datos?
  - b. ¿Qué desea encontrar?
  - c. ¿Qué condiciones cumplen los datos?
  
2. REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA: Supone relacionar los elementos del problema, para lo cual podemos ayudarnos de la manipulación de objetos reales, dibujos entre otros que ilustren las acciones implicadas. Esto implica preguntarse:
  - a. ¿Qué relaciones existen entre los elementos del problema?
  - b. ¿Cuál es la mejor representación del mismo?
  - c. ¿Disponemos de suficientes datos?
  
3. PLANIFICACIÓN: Implica elegir la estrategia mas adecuada para llegar a la solución, relacionar el problema con otros conocidos e identificar sus metas.
  
4. EJECUCIÓN: Consiste en aplicar la estrategia planificada. Conviene incluir una revisión constante de esta aplicación, detectar errores, valorar si cada paso es correcto y permite aproximarse a la solución, etc.



5. GENERALIZACIÓN: Además de revisar lo acertado de la solución y de las estrategias empleadas, conviene generalizar el problema, conectándolo con algún principio general que permita abordar problemas semejantes en un futuro."<sup>8</sup>

### 3.2.4 Alan Schoenfeld

#### 1. Análisis.

- a. Dibuje un diagrama siempre que sea posible.
- b. Examine casos especiales.
  - I. Seleccione algunos valores especiales para ejemplificar el problema e irse familiarizando con él.
  - II. Examine casos límite para explorar el rango de posibilidades.
  - III. Si hay un parámetro entero, déle sucesivamente los valores 1 y 2 y vea si emerge algún patrón inductivo.
- c. Trate de simplificar el problema.
  - I. Explotando la existencia de simetría.
  - II. Usando argumentos del tipo "sin pérdida de generalidad"

#### 2. Exploración.

- d. Considere problemas esencialmente equivalentes.
  - I. Reemplazando condiciones por otras equivalentes.
  - II. Recombinando los elementos del problema de maneras diferentes.
  - III. Introduciendo elementos auxiliares
  - IV. Reformulando el problema:
    - Mediante un cambio de perspectiva o notación.

<sup>8</sup> Ibíd. p. 20-21

- Mediante argumentos por contradicción o contraposición.
  - Asumiendo que tenemos una solución y determinando sus propiedades.
- e. Considere un problema ligeramente modificado.
- I. Escoja submetas (tratando de satisfacer parcialmente las condiciones).
  - II. Relaje una condición y luego trate de reimponerla.
  - III. Descomponga el dominio del problema y trabaje caso por caso.
- f. Considere problemas sustancialmente modificados.
- I. Construya un problema análogo con menos variables.
  - II. Deje todas las variables fijas excepto una, para determinar su impacto.
  - III. Trate de aprovechar cualquier problema relacionado que tenga forma, datos o conclusiones similares.

### 3. Verificación de la solución.

- g. ¿Pasa su solución estas pruebas específicas?
- I. ¿Usa todos los datos pertinentes?
  - II. ¿Está de acuerdo con estimaciones o predicciones razonables?
  - III. ¿Soporta pruebas de simetría, análisis dimensional y escala?
- h. ¿Pasan éstas pruebas generales?
- I. ¿Puede ser obtenida de manera diferente?
  - II. ¿Puede ser sustanciada por casos especiales?
  - III. ¿Puede ser reducida a resultados conocidos?

#### IV. ¿Puede utilizarse para generar algún resultado conocido?"<sup>9</sup>

En la resolución de problemas matemáticos escolares es importante la enseñanza de estrategias para conducir hacia la solución de estos, pues de esta manera existirán mayores posibilidades de tener éxito en la solución o al menos sentir la satisfacción de acercarse a resultados buenos con respecto al problema planteado. Estos matemáticos y didactas de las matemáticas vieron a partir de su experiencia en la enseñanza, la necesidad de recopilar y dar a conocer la importancia de estrategias y heurísticos en la enseñanza de las matemáticas.

Las personas expertas en solucionar problemas siempre tienen en cuenta métodos definidos en la solución de éstos, ya que de esta manera guían su proceso, mientras que los novatos no tienen definidos métodos o estrategias para guiar el proceso de solución. Al respecto, José Joaquín García en su libro "Didáctica de las Ciencias, Resolución de Problemas y Desarrollo de la Creatividad" expresa que las personas expertas en solucionar problemas, presentan ciertas características como las siguientes:

- "Mayor conocimiento del tema al que se refiere el problema y conocimientos más organizados.  
Presentan mayores capacidades generales para el procesamiento de la información presente en el problema
- Saben dirigir sus habilidades intelectuales
- Administran bien el tiempo destinado para la solución
- Tienen creencias positivas sobre sí mismos y sobre las capacidades que exige el problema, y  
Manejan estrategias en todos los terrenos

Mientras que los novatos presentan las siguientes características:

<sup>9</sup> <http://mipagina.cantv.net/jhnieto/respro.pdf>

- Clasifican los problemas por su estructura aparente y no por su estructura profunda que se encuentra detrás de estos
- Separa los datos para dirigirse a hacer cálculos matemáticos sin antes realizar un análisis
- No manejan estrategias, sino que sus procedimientos siempre son algorítmicos y buscando que estos sean solucionados por una fórmula o ecuación".

En la resolución de problemas no sólo hay que tener presente la diferencia entre los expertos y los novatos, también hay dificultades que obstaculizan el proceso de resolución, como son las dificultades que nos expone José Joaquín en su libro que son: de contexto, las de proceso y las de orden interno. Las primeras son las provocadas por las falsas creencias de que existen siempre fórmulas y procedimientos que facilitan la solución, y la creencia en que no se va a poder solucionar el problema; la segunda hace referencia a las dificultades en la comprensión del problema, en la formulación de los caminos para la resolución y de los procedimientos para la regulación de estos. Dentro de esta dificultad se encuentra la lectura superficial y la no o mala representación del problema. En la tercera dificultad se hace alusión a las carencias cognitivas y cognoscitivas del estudiante.

Como hemos abordado la comprensión como una de las etapas de la resolución de problemas y teniendo presente que "algunas investigaciones realizadas permiten reconocer que la utilización de los recursos heurísticos contribuye al desarrollo de las habilidades de pensamiento y como consecuencia inmediata también al desarrollo de competencias, entre ellas

<sup>1n</sup>

la de resolución de problemas , es necesario hacer uso de algunos de los recursos heurísticos como lo son: **La elaboración conjunta** entendida como el método donde se prioriza la conversación que permite el intercambio de ideas, el esclarecimiento, la corroboración o corrección de

<sup>10</sup> VALVERDE. Lourdes. Los métodos de Enseñanza-Aprendizaje. Pág. 10

opiniones y la obtención colectiva de conocimientos; y **las preguntas orientadoras** que son aquellas que guiarán el dialogo de acuerdo con los contenidos que se abordan en el momento.

Lo que son las preguntas orientadoras y la elaboración conjunta corresponden a los heurísticos solucionadores de problemas. Es por esta razón que miraremos mas de cerca que es la heurística.

La palabra heurística a través de la historia de la lógica y la filosofía se ha empleado para describir aquellos métodos de razonamiento inductivo, en donde se parte de cuestiones particulares, para posteriormente generalizar con respecto a una serie de pasos que han conducido a un enunciado del cual se puede llegar a una conclusión. La heurística en si, tiene su origen en la palabra griega "*heuriskin*", que significa "servir para descubrir"<sup>11</sup>. Algunos confunden los métodos algorítmicos con los heurísticos, pues mientras los primeros son pasos para alcanzar un objetivo determinado, los segundos son procedimientos que tienen una probabilidad razonable de solucionar un problema o al menos acercarnos a la solución, pero no hay una garantía de

10

que funcione<sup>12</sup>. Por esta razón es que muchas veces se utilizan los métodos algorítmicos, porque se tiene la certeza de que funcionara, pero para encontrar un algorítmico solucionador de problemas es difícil, pues se tendría que saber el esquema del problema, todo lo que un problema en si implicaría, es debido a esto que los heurísticos, son la mejor apuesta cuando no se conoce un algoritmo para resolver un problema.

Los trabajos de Polya, Carlos Maza, Luis Espinosa y Schoenfeld son ejemplos típicos de heurísticos diseñados para resolver problemas. El primero que utilizó los heurísticos para la resolución de problema fue George

<sup>11</sup> PERKINS, David; NICKERSON, Raymond; SMITH, Edward Enseñar a Pensar: Aspectos de la Aptitud Intelectual. Pág. 95.

<sup>12</sup> *Ibíd.*

Polya por la década de los cincuenta en los Estados Unidos. Los demás trabajos que se han hecho con respecto a la resolución de problemas, tienen siempre en cuenta los trabajos de George Polya que constituye un clásico en lo que respecta a la resolución de problemas y a la heurística moderna.

### **3.3 GENERALIDADES CON RESPECTO A LA COMPRESIÓN**

Entre los diferentes didactas de las matemáticas anteriormente citados se establece mucha similitud en cuanto a como conciben la comprensión: Para Polya comprender un problema matemático significa detectar en él, qué datos aparecen, qué es lo que hay que obtener (incógnita), cuáles son las condiciones necesarias para resolverlo y si el problema se puede representar, ser capaz de hacer tal representación. En Carlos Maza la comprensión se refiere a dos etapas: análisis y representación del problema. La primera comprende todo lo que Polya propone y en la segunda Maza amplía la propuesta de Polya relacionando los elementos del problema ayudándose de objetos reales, en caso de que este pueda representarse con estos.

Luis Puig Espinosa adopta la misma definición de Polya en cuanto a la comprensión, ya que en los tópicos que menciona recopila de alguna forma lo ya enunciado por éste. Para Alan Schoenfeld comprender un problema es hacer un análisis minucioso de este, aunque Schoenfeld se extiende un poco, la comprensión apuntaría también a lo mismo que han enunciado los otros tres didactas.

Y como lo expresa Sandra Gaviria y otros, la comprensión de problemas busca que los estudiantes puedan ser críticos, analíticos, aptos para plantear y resolver problemas, capaces de sortear la complejidad e ir más allá de la rutina y vivir activa y productivamente en la sociedad actual.

De acuerdo con lo anterior, se puede decir que ***se evidencia comprensión cuando el estudiante puede pensar y actuar de manera flexible a partir de lo que sabe: explica, justifica, vincula y aplica de maneras que van más allá de la memorización y la acción rutinaria.***

Sobre la comprensión se ha establecido a su alrededor toda una Pedagogía, como lo dice David Perkins<sup>13</sup> "La Pedagogía de la Comprensión", que sería el arte de enseñar a comprender.

"Existe una conexión importante entre la pedagogía de la comprensión y las imágenes mentales. Podríamos decir que las actividades de comprensión constituyen el lado visible de la comprensión, es decir, lo que las personas hacen cuando entienden"<sup>14</sup>. Desde la Psicología cognitiva se habla de modelos mentales para referirse a lo que llamaríamos imágenes mentales. Las imágenes mentales nos ayudan a aclarar o a mejorar nuestra comprensión de cualquier situación que nos resulte complicada, es por esta razón que miraremos un poco mas de cerca esto que los psicólogos llaman modelos mentales.

Existen dos tipos de representaciones que son: las internas y las externas. Las primeras también podrían ser llamadas imágenes mentales y las segundas son todas aquellas en las que se utilizan material exterior para ayudar a interiorizarse o modelarse mejor una situación particular. Por esta razón dentro de las acciones que permitirán al estudiante comprender un problema matemático está graficar una situación particular o al menos realizar un esquema mental de la situación. La representación en sí, se ha constituido en un medio por el cual el estudiante puede acercarse a una situación particular y recrear las condiciones que se plantean en ella.

<sup>13</sup> PERKINS, David. La Escuela Inteligente: Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente. Pág. 80.

<sup>14</sup> *Ibid.*

Lo que son las representaciones internas o modelos mentales se actualizan continuamente, en donde toda la información procesada no se guarda totalmente, sino que ocurre dos de los procesos que plantea Carlos Maza, ya sea que la información se añada o se cambien los elementos representacionales que se encuentran dentro del espacio en el que se desenvuelve el modelo mental. Esto da pie para decir que las representaciones podrían constituir una muy buena herramienta en la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos escolares.

De párrafos anteriores sabemos que la comprensión es la primera etapa en la resolución de problemas y que es la más necesaria ya que es imposible resolver un problema del cual no se comprende el enunciado ya sea escrito o gráfico. Sin embargo en nuestra práctica como docentes hemos visto a muchos estudiantes lanzarse a efectuar operaciones y aplicar fórmulas sin reflexionar siquiera un instante sobre lo que se les pide, sin comprender ciertas palabras, en fin sin una significancia del enunciado.

Al respecto, NAVARRO, Moisés y otros en su tesis "Comprensión de textos matemáticos" donde proponen que para comprender el conjunto de ideas expresadas en el lenguaje matemático, el estudiante ha de conocer el significado de las palabras inmersas en éste, para lo cual recomienda que el profesor desarrolle estrategias que permitan focalizar la atención, activar los conocimientos, potenciar el pensamiento y fomentar la creatividad (1999).

Dickson (1991), plantea que muchas de las dificultades con las cuales se encuentran los docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, están en el uso e interpretación de los lenguajes allí involucrados, los cuales denomina de la siguiente manera: el lenguaje natural, donde se definen conceptos, se verbalizan procesos y se plantean situaciones problema; el lenguaje especializado, en el cual muchas



palabras y enunciados adquieren una significación especial y el lenguaje simbólico, donde se expresan las matemáticas.

Resalta que en el lenguaje especializado (o técnico) se encuentran palabras creadas en el lenguaje natural y que adquieren diferentes significados en el contexto de las situaciones problemas, además su representación simbólica guarda relación con los demás símbolos matemáticos que interactúan en la situación.

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, se puede decir que la comprensión en el contexto matemático ayuda a una buena apropiación de los conceptos que conducen hacia una mejor estructura del pensamiento lógico, este tipo de pensamiento constituye un nivel superior en la actividad cognoscitiva del estudiante que le brinda la posibilidad de razonar, conocer y valorar de manera consciente cada situación permitiéndole enfrentar de forma segura los diferentes campos de la actividad humana y por consiguiente un aprendizaje comprensivo y racional de las matemáticas, ya que estudiar esta área es más que memorizar, es comprender, relacionar conceptos y postulados, es decir llegar hasta la aplicación de lo aprendido.

La comprensión de textos matemáticos es valiosa porque se convierte en una herramienta vital para que se de un mejor aprendizaje y para que haya una generación de pensamiento que conduzca a los estudiantes a resolver problemas, generar reflexiones e inferencias de los contenidos y que lleguen por si mismos a las elaboraciones conceptuales.

Además, debe concebirse la lectura como una actividad compleja en la que intervienen distintos procesos cognitivos y una actividad motivadora; si alguna de éstas no es adecuada, el lector no consigue comprender bien el texto.

Tomar conciencia del propósito con que leemos es importante porque las metas que perseguimos influyen en cómo leemos, podemos decir que la motivación con que leemos es responsable de muchas de las diferencias individuales de los estudiantes.

Para Jesús Alonso Tapia, la motivación y los procesos cognitivos son los pilares sobre los que se afirma la comprensión, éstos se ayudan el uno al otro recíprocamente; una motivación inadecuada lleva a leer de forma incorrecta, de acuerdo con esto, considera los siguientes aspectos:

Factores motivacionales que influyen en la comprensión:

Creencias respecto al objetivo que se debe conseguir al leer: cuando un sujeto cree que lo importante es pronunciar bien y leer sin equivocarse, apenas le presta atención al resto de los procesos implicados en la comprensión, con lo que el sujeto no experimenta ninguna satisfacción en el proceso y termina perdiendo interés.

- Creencias respecto a lo que implica comprender: se cree con respecto a la comprensión que ésta se limita a hacer el texto fácil y entender los términos del mismo; la comprensión se consigue cuando se entiende el vocabulario, se identifica el tema del que habla el autor y se consigue una representación de la situación.

Factores cognitivos que influyen en la comprensión:

Algunos de los procesos cognitivos que intervienen en la lectura y de cuya eficiencia dependen las diferencias individuales que pueden apreciarse en la habilidad de comprender lo que se lee, son los siguientes:

- Identificación de patrones gráficos: los patrones gráficos son las letras y palabras que al ser asociados hacen posible reconocer el significado

de las palabras para interpretar el texto sin que la lectura finalice. Cuando esta identificación no se consigue, se resta tiempo al reconocimiento del significado de las palabras, a la realización de inferencias necesarias para entender las frases e integrar su significado en una representación coherente del texto, con lo que, la comprensión se ve obstaculizada.

- Reconocimiento del léxico: la identificación de los patrones gráficos es necesaria para acceder al significado de las palabras, pero no es suficiente, también se requiere que el sujeto posea un léxico que le permita interpretar lo que lee. Se tiende a pensar que el lector tiene una especie de diccionario mental que le permite descifrar el significado de las palabras y que uno de esos factores que determinan las diferencias en la comprensión es la amplitud del mismo; la cantidad de vocabulario que conoce y la rapidez con que puede acceder a él, que dependerá de la familiaridad con el tema de lectura y con los temas relacionados con el mismo.
- Construcción e integración del significado de las frases: el hecho de comprender el léxico de un texto no es suficiente para entenderlo. Es preciso conocer e integrar el significado de las distintas proposiciones que lo conforman.
- Representación proposicional del texto: a medida que un texto se alarga, el lector debe ir aplicando los procesos anteriores para obtener una representación del significado global del texto, representación que debe integrar de forma coherente y simplificada el conjunto de ideas contenidas en el mismo.
- Construcción de un modelo mental o modelo de situación: la comprensión de un texto no se agota con la construcción proposicional, por el contrario, normalmente se ubica el significado verbal en el contexto de nuestra experiencia, que es concreta, puede visualizarse y a menudo, está cargada de connotaciones emocionales.

El proceso de comprensión de cada lector es en algún sentido distinto, en la medida que cada individuo ha desarrollado esquemas diferentes. Aparte de lo cual, la forma en que dos personas hacen uso de las habilidades y procesos que les han sido enseñados como parte de la comprensión lectora también difiere.

Los datos de que disponemos hasta ahora nos permiten sostener claramente la idea de que la comprensión es un proceso interactivo entre el lector y el texto. Con todo, hay ciertas habilidades que pueden inculcarse a los alumnos para ayudarles a que aprovechen al máximo dicho proceso interactivo.

¿Y cómo identifica un docente si un estudiante comprende o no un problema matemático?

Para ello existen diferentes acciones, veamos:

***Repetir el enunciado:***

Leer el enunciado tantas veces como sea necesario; la eficiencia en la lectura se relaciona en forma estrecha con el éxito escolar. Un lector deficiente lee de manera tan lenta que no puede procesar directamente su significado.

Debe tenerse en cuenta que LEER es pasar la vista por lo escrito o impreso comprendiendo la significación de los caracteres empleados. (Diccionario de la Lengua Española). Y LEER COMPENSIVAMENTE es leer entendiendo a qué se refiere el autor con cada una de sus afirmaciones y cuales son los nexos y relaciones que unen dichas afirmaciones entre si.<sup>15</sup>

Por ello, este es uno de los pasos mas importantes para la comprensión de problemas, porque se determina que en la mayoría de los casos el leer el

<sup>15</sup> [http://www.luventicus.org/articulos/02A001/lectura\\_compensiva.html](http://www.luventicus.org/articulos/02A001/lectura_compensiva.html) (19-11-07)

planteamiento del problema una sola vez, no es suficiente por ello se hace necesario repetir la lectura de los enunciados cuantas veces sea posible.

Al leer repetidamente el enunciado, se busca también que el estudiante sea capaz de recordar éste, es decir, que lo tenga en la memoria mientras lo resuelve.

***Separar las partes:***

Se trata de que el estudiante clasifique los datos que le ofrece el problema, es decir que éste, identifique y seleccione tanto los datos dados, como aquello que le piden hallar.

En esta acción se debe tener en cuenta que al enfrentarse a un problema, tener claro y presente lo que se pregunta, facilita su comprensión, además no se puede olvidar la relación existente entre los datos dados y lo pedido.

***Definir la incógnita:***

La definición de la incógnita va sujeta al paso anterior; es decir, cuando se hace la separación de los datos se identifica la incógnita representada por aquello que no se conoce.

***Determinar las condiciones:***

En esta acción se trata de apoyarse en todo aquello que el estudiante conoce (Conceptos, teoremas, proposiciones y leyes, entre otros) y en todo lo que pueda ayudar para la comprensión del problema. Se hace necesario el analizar si el problema planteado se puede solucionar o no con los datos que da éste.

***Redactar un problema a partir de un gráfico:***

Se pretende que a partir de un enunciado gráfico, el estudiante proponga un problema que sea acorde con los datos que presenta el gráfico.

Aunque la redacción no es una acción propia de la comprensión, quisimos tomarla puesto que es de gran importancia debido a que genera en el estudiante la competencia comunicativa dado que le exige a éste una correcta utilización del lenguaje y de los signos de puntuación en el momento de contextualizar una situación, es decir, si un estudiante no redacta correctamente no significa que no comprenda.

Teniendo claro esto decimos que para que haya comprensión por parte del estudiante, deben realizarse satisfactoriamente las demás acciones antes mencionadas.

Sabiendo que la comprensión es una habilidad que debe desarrollarse, es pertinente abordar las habilidades que desarrollan competencias básicas en matemáticas, ya que hoy en día han tomado gran importancia en la enseñanza escolar.

### **3.4 HABILIDADES**

Definimos la **HABILIDAD** como: La capacidad de actuar que se desarrolla gracias al aprendizaje, al ejercicio y a la experiencia.

Las habilidades requeridas para la resolución de problemas son:

**HABILIDADES COGNITIVAS O DE ORDEN SUPERIOR:** "Son entendidas como operaciones y procedimientos que puede usar el estudiante para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimientos y ejecución ... suponen del estudiante capacidades de representación (lectura, imágenes,

habla, escritura y dibujo), capacidades de selección (atención e intención) y capacidades de autodirección (autoprogramación y autocontrol)"<sup>16</sup>

Las habilidades cognitivas necesarias para que los estudiantes puedan resolver problemas son:

- **ANÁLISIS:** La habilidad para distinguir y separar las partes de un todo hasta llegar a conocer sus principios o elementos.
- **SÍNTESIS:** Habilidad para llegar a la composición de un todo a partir del conocimiento y reunión de sus partes.
- **CONCEPTUALIZACIÓN:** La habilidad de abstraer los rasgos que son necesarios y suficientes para describir una situación, un fenómeno o un problema.
- **MANEJO DE INFORMACIÓN:** Habilidad para visualizar y ubicar los datos y la información necesarios para la mejor comprensión de un fenómeno o situación dada; la capacidad para discernir la pertinencia de datos e informaciones disponibles; también la capacidad de encontrar tendencias o relaciones entre conjuntos desordenados de datos o informaciones.
- **PENSAMIENTO SISTÉMICO:** La habilidad para visualizar como un sistema los elementos constitutivos de una situación o fenómenos, así como la habilidad de visualizar los sistemas como totalidades que forman parte de totalidades mayores y que pueden ser descompuestos en totalidades menores. Operativamente implica las capacidades de análisis y síntesis pero agrega el carácter dinámico y se centra en el estudio de las interacciones.

**PENSAMIENTO CRÍTICO:** Habilidad de pensar por cuenta propia, analizando y evaluando la consistencia de las propias ideas, de lo que se lee, de lo que se escucha, de lo que se observa.

<sup>16</sup> personal.telefonica.terra.es/web/ph/HabiCogni.doc (21-10-07)

- **INVESTIGACIÓN:** La habilidad para plantear interrogantes claros con respecto a una situación o fenómeno dado; de proponer hipótesis precisas y modelos conceptuales de lo que se estudia; de producir o recopilar datos e información con el propósito de verificar el modelo conceptual y las hipótesis; de examinar el peso y la validez de la información y el grado con el que se refutan las hipótesis o los modelos conceptuales y, por último, formular teorías, leyes o conceptos acerca del fenómeno en estudio.
- **METACOGNICIÓN:** La habilidad de reflexionar sobre los pensamientos propios, incluye la planeación antes de una tarea, el monitoreo durante una tarea y la autoevaluación al terminarla<sup>17</sup>.

**HABILIDADES COGNOSCITIVAS:** Son las que hacen referencia al conocimiento que posee el estudiante y que es necesario para que él acceda a la resolución de problemas.

**HABILIDADES METACOGNITIVAS:** Son las facilitadoras de la cantidad y calidad de conocimiento que se tiene, su control, su dirección y su aplicación a la resolución de problemas, tareas, etc. Ésta eleva la conciencia de los procesos mentales propios y da apoyo a la autorregulación del pensamiento.

<sup>17</sup> <http://www.eduteka.org/CapacidadesMentales.php> 04/07/08



### **3.5 COMPETENCIAS**

Partiendo de que las habilidades desarrollan competencias, se hace necesario definir dicho término como el conjunto de acciones que un estudiante realiza en un contexto particular y que cumplen con las exigencias específicas del mismo.

En educación, la competencia se ha tomado como un "saber hacer en contexto".

Es decir, una persona competente no es aquella que recita un libro o los conocimientos enseñados perfectamente, sino aquella que sabe poner en práctica ese conocimiento adquirido, posee habilidades y destrezas para resolver problemas, proponer, interpretar, argumentar, interactuar con otras personas.... en fin, es aquella que posee un conjunto de cualidades y habilidades que le son útiles, no sólo para un desenvolvimiento en el campo laboral, sino también en su vida en general.

En nuestro sistema educativo se busca contribuir al desarrollo de tres competencias básicas, estas son:

#### **3.5.1 INTERPRETATIVA**

Consiste en la comprensión de la información, es decir, que el estudiante sea capaz de elaborar y reelaborar los enunciados, determinando claramente la información que éste le ofrece; relacionando sus conceptos previos con aquellos que se presentan nuevos para dar sentido a las diferentes situaciones que surgen dentro de un contexto.

### **3.5.2 ARGUMENTATIVA**

Implica un proceso de creación de sistemas lógicos, simbólicos y abstractos de elaboración y reelaboración teórica y conceptual.

Tiene como fin dar razón de una afirmación, articular conceptos y teorías, sustentar conclusiones propuestas.

### **3.5.3 PROPOSITIVA**

Consiste en la posibilidad de generación de condiciones novedosas, más allá de la representación significativa, con sentido y fundamento en un criterio previo.

El estudiante propone hipótesis, soluciona problemas, construye mundos posibles y da alternativas de solución a conflictos sociales, económicos, políticos y naturales.

Esto no implica que no puedan desarrollarse otro tipo de competencias tales como la comunicativa, la social, entre otras.

En el trabajo por competencias se hace necesario ocuparse de sumergir a los estudiantes en contextos problematizadores. Debemos propiciar situaciones que conduzcan a la formulación de interrogantes, al cuestionamiento de las preguntas, a la necesidad de resolver experiencias como producto de sus vivencias, y a generar conflictos cognoscitivos que despierten interés.

Para terminar, es importante tener en cuenta que las competencias se proyectan como un enfoque pedagógico y didáctico para mejorar la calidad

de la educación, los procesos de capacitación para el trabajo y la formación de investigadores en las diversas instituciones educativas. A través de ellas, se busca trascender el énfasis de la educación tradicional en la memorización de conocimientos descontextualizados de las demandas del entorno, en tanto se basan en el análisis y resolución de problemas con sentido para las personas, con flexibilidad, autonomía y creatividad.

## **CAPÍTULO IV: DISEÑO METODOLÓGICO**

### **4.1 ORGANIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN**

A continuación se describe la forma en que se organizó y se llevó a cabo la intervención pedagógica, además de los instrumentos usados para la investigación, los criterios de evaluación y sus respectivos resultados, los cuales permiten evidenciar los cambios obtenidos en los estudiantes en cuanto a la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos, a partir de la ejecución de las acciones: redactar, graficar, ubicar datos en la figura, identificar la incógnita e identificar los datos dados.

En el año 2007, la ENSM contaba con una población de 176 estudiantes matriculados en 4 grupos de décimo.

Para implementar la intervención pedagógica propuesta se contó con una muestra de 89 estudiantes, distribuidos en dos grupos: décimo B y décimo C.

De estos 89 estudiantes seleccionamos una muestra objeto de estudio de 56 estudiantes tomados como el grupo experimental, que fueron aquellos que realizaron todas las actividades propuestas en nuestra intervención, incluidas la prueba diagnóstica y final; esto con el fin de hacer un seguimiento en cuanto a el proceso de dichos estudiantes.

Para certificar la pertinencia de nuestra intervención realizamos la prueba final a el grupo decimo D con 41 estudiantes, el cual se tomó como grupo control; lo cual indica que nuestra investigación es de tipo cuasiexperimental.

Los instrumentos utilizados para la recolección de información fueron: la observación como se referenció en el planteamiento del problema, la labor docente que realizamos durante todo el año con las temáticas

correspondientes al grado décimo y los resultados obtenidos en las actividades propuestas para los estudiantes en nuestra intervención

## **4.2 METODOLOGIA**

En la enseñanza actual se ha venido implementando la resolución de problemas como un método que permite desarrollar competencias en los estudiantes. Es por esto, que en el presente trabajo hacemos referencia a una etapa importante en la resolución de problemas, "LA COMPRENSIÓN", ya que sin esta sería imposible llevar a cabo las demás; debido a que dichas etapas deben abordarse como un proceso sin ser desligadas.

Se emplean el diálogo heurístico y la elaboración conjunta, como estrategias fundamentales en nuestra propuesta ya que estas las consideramos como una buena herramienta para enseñar a resolver problemas.

Siendo el diálogo heurístico, una parte fundamental en la enseñanza de la resolución de problemas, las preguntas orientadoras que llevaremos al estudiante, harán que éste interiorice la forma cómo debe enfrentarse a un problema para poder resolverlo. En nuestro caso las preguntas orientadoras tienen como finalidad que el estudiante comprenda un problema.

## **4.3 DISEÑO DE LA PROPUESTA**

La propuesta que hacemos a continuación tiene que ver con los posibles recursos que puede utilizar el docente. Específicamente nos referimos a aquellos recursos que se denominan heurísticos y en particular al diálogo o conversación heurística.

Como pretendemos desarrollar habilidades y competencias en los estudiantes, necesitamos utilizar las situaciones problema como elemento fundamental en la construcción de conocimientos, haciendo que la resolución de problemas se constituya en un objeto de aprendizaje.

Nuestra propuesta de intervención pedagógica consistió en diseñar y aplicar diferentes actividades que facilitarán al estudiante la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos, de acuerdo con los contenidos de grado 10, que para el momento de la intervención fueron: aplicaciones de Razones Trigonométricas, Ley del Seno y Ley del Coseno.

Para iniciar nuestra intervención diseñamos y desarrollamos una clase referente a las acciones que debe llevar a cabo un estudiante para comprender un problema, en dicha clase se abordaron actividades similares a las que posteriormente realizaron de forma individual como soporte de nuestra propuesta(ver anexo 3).

Las actividades diseñadas y aplicadas fueron 4, cada una de ellas centrada en las acciones que debe realizar un estudiante para comprender un problema; como se referencio en el marco teórico, estas son:

1. Repetir el Enunciado  $\longrightarrow$  Actividad # 1
  2. Separar las partes
  3. Definir la Incógnita
- } Actividad # 2
4. Determinar las condiciones  $\longrightarrow$  Actividad # 3
  5. Enunciados Gráficos  $\longrightarrow$  Actividad # 4

Cada actividad se desarrolló de forma individual con una duración de una hora clase (50 minutos).

La actividad 1 referente a *repetir el enunciado*, se dividió en tres partes; la primera tuvo como finalidad que los estudiantes identificaran palabras desconocidas, que expresaran los problemas con sus propias palabras y que identificaran en ellos la incógnita. Con la segunda parte se buscó que los estudiantes ubicaran los signos de puntuación en el problema de tal forma que éste tuviera sentido lógico y la última parte contenía un problema en desorden el cual debían organizar coherentemente (ver anexo 4).

La actividad 2 referente a *separar las partes y definir la incógnita*, se dividió en dos partes; en la primera debían graficar ubicando los datos en la figura, identificando los datos dados y la incógnita, para buscar su relación y en la segunda parte se presentó la solución de un problema en la cual debían identificar los datos dados y lo pedido, además debían redactar un problema que se ajustara a dicha solución (ver anexo 5).

La actividad 3 referente a *determinar las condiciones*, constó de tres problemas en cada uno de los cuales el estudiante debía determinar si los datos dados eran suficientes o no para resolverlo o daban datos de más (ver anexo 6).

La actividad 4 referente a los *enunciados gráficos*, estuvo compuesta por tres gráficos (triángulos) para los cuales debían redactar un problema que se ajustara a los datos que presentaba el gráfico (ver anexo 7).

Luego de implementar las 4 actividades anteriores, se realizó una prueba final que determinó si la propuesta fue eficaz para dar solución al problema de investigación inicial. Dicha prueba fue una recopilación de las actividades

implementadas en la cual se abordaron todas las acciones referentes a la comprensión.

Cabe anotar que esta prueba también se realizó en el grupo control (ver anexo 8).

#### 4.4 CRITERIOS DE EVALUACIÓN PARA LA PROPUESTA

<b>ACCIONES</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>
<b>REDACTA</b>	La escritura es coherente, acorde con situaciones reales, el manejo de los signos de puntuación y ortografía facilita la lectura del problema.	La utilización de las palabras, los signos de puntuación y ortografía no expresan claramente el propósito del enunciado.
<b>GRAFICA</b>	El gráfico debe ser acorde con el enunciado del problema, es decir, deben nombrarse adecuadamente los elementos del triangulo.	El gráfico no representa la situación planteada en el enunciado del problema.
<b>UBICA LOS DATOS EN LA FIGURA</b>	Lo indispensable es que el planteada este bien hecho, además debe determinar adecuadamente la ubicación de los datos en la figura, de acuerdo al planteamiento del problema propuesto.	La ubicación de los datos en la figura no corresponde a lo que se plantea en el problema.
<b>IDENTIFICA LA INCOGNITA</b>	Reconoce dentro del planteamiento del problema lo que le preguntan, es decir, lo que debe hallar identificando si es un lado o un ángulo.	No reconoce dentro del planteamiento del problema el objetivo central, la incógnita.
<b>IDENTIFICA LOS DATOS DADOS</b>	Reconoce dentro del planteamiento del problema los datos que ofrece éste.	No reconoce dentro del enunciado los datos ofrecidos para la solución.



#### 4.5 ANÁLISIS Y PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

A continuación, se hará un análisis descriptivo de los resultados obtenidos en cada una de las actividades, teniendo en cuenta las siguientes variables:

A= REDACTA

B=GRAFICA

C=UBICA DATOS EN LA FIGURA

D=IDENTIFICA LA INCOGNITA

I= IDENTIFICA LOS DATOS DADOS

En la tabla # 1 aparece la cantidad de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la redacción.

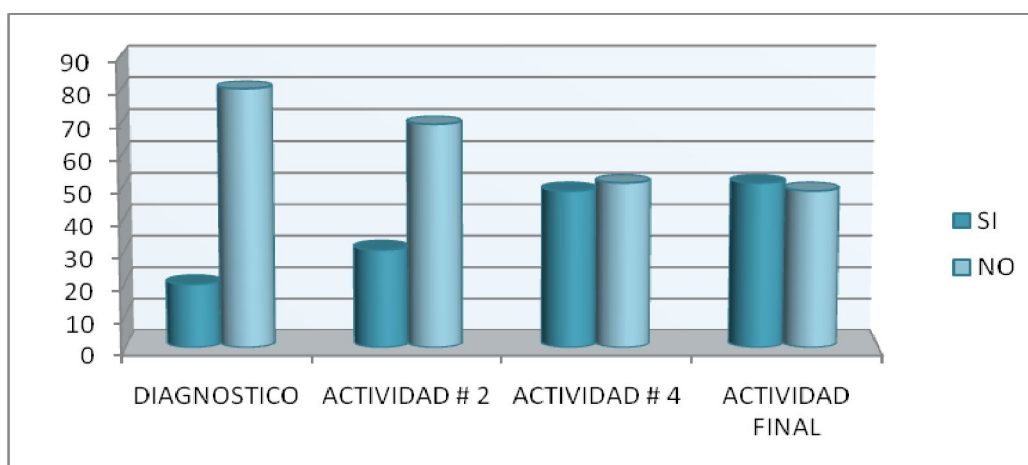
TABLA # 1 REDACCIÓN

ACTIVIDADES	A/SI	A/NO
DIAGNOSTICO	14	42
ACTIVIDAD # 2	14	42
ACTIVIDAD # 4	30	26
ACTIVIDAD FINAL	29	27

En la tabla # 2 aparece el porcentaje de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la redacción

TABLA # 2 REDACCIÓN

ACTIVIDADES	A/SI	A/NO
DIAGNOSTICO	25	75
ACTIVIDAD # 2	25	75
ACTIVIDAD # 4	53,5	46,5
ACTIVIDAD FINAL	51,8	48,2



INTERPRETACIÓN: Debe tenerse en cuenta que la acción de redactar esta presente en la prueba diagnóstica, la actividad # 2, la actividad # 4 y la prueba final, por lo tanto se analizaran los datos obtenidos, que para esta variable (redactar) se obtuvieron.

De las dos tablas anteriores con su correspondiente gráfica en porcentaje se puede evidenciar que en cuanto a la prueba diagnóstica, 42 estudiantes que equivalen a un 75% de la muestra no realizan la acción de redactar correctamente; y que sólo 14 estudiantes que equivalen a un 25% de la muestra, realizan la acción satisfactoriamente.

Comparando los resultados obtenidos con las actividades 2 y 4 podemos afirmar que hubo un incremento representativo en cuanto a la redacción lo cual permite ver la pertinencia del proceso.

En cuanto a la prueba final 27 estudiantes que equivalen al 48.2% no realizan la acción y 29 estudiantes que equivalen al 51.8% realizan la acción correctamente.

De la información obtenida en las tablas y en la gráfica, podemos ver que con las actividades aplicadas, hubo una mejoría que se evidencio en la prueba final, ya que la cantidad y porcentaje de estudiantes que realizan la acción aumentan y los que no la realizan disminuye notoriamente.

En la tabla # 3 aparece la cantidad de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la graficación.

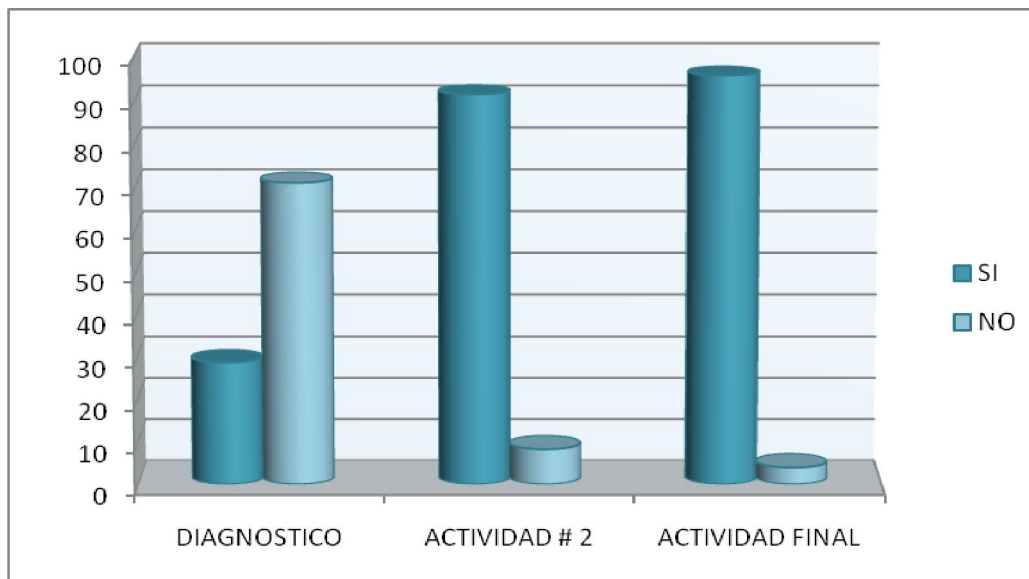
TABLA # 3 GRAFICAR

ACTIVIDADES	B/SI	B/NO
DIAGNOSTICO	19	37
ACTIVIDAD # 2	49	7
ACTIVIDAD FINAL	53	3

En la tabla # 4 aparece el porcentaje de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la graficación.

TABLA # 4 GRÁFICAR

ACTIVIDADES	B/SI	B/NO
DIAGNOSTICO	33,9	66,1
ACTIVIDAD # 2	87,5	12,5
ACTIVIDAD FINAL	94,6	5,4



INTERPRETACION: Debe tenerse en cuenta que la acción de graficar esta presente en la prueba diagnóstica, la actividad # 2 y la prueba final, por lo tanto se analizaran los datos obtenidos, que para esta variable (Graficar) se obtuvieron.

De las dos tablas con su correspondiente gráfica en porcentaje se puede evidenciar que en cuanto a la prueba diagnóstica, 19 estudiantes que equivalen a un 33.9% de la muestra si realizan la acción de graficar correctamente; y que 37 estudiantes que equivalen a un 66.1% de la muestra, no realizan la acción satisfactoriamente.

En la actividad 2 se tienen unos resultados muy alentadores en comparación con la prueba diagnóstica lo que se deja ver en la prueba final donde 53 estudiantes que equivalen al 94.6% realizan la acción y 3 estudiantes que equivalen al 5.4% no realizan la acción correctamente.

De la información obtenida en las tablas y en la gráfica, podemos ver que con las actividades aplicadas, hubo una mejoría notoria en la prueba final comparada con la diagnóstica, ya que la cantidad y porcentaje de estudiantes que no realizan la acción disminuyen en gran cantidad.

En la tabla # 5 aparece la cantidad de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la ubicación de datos en la figura.

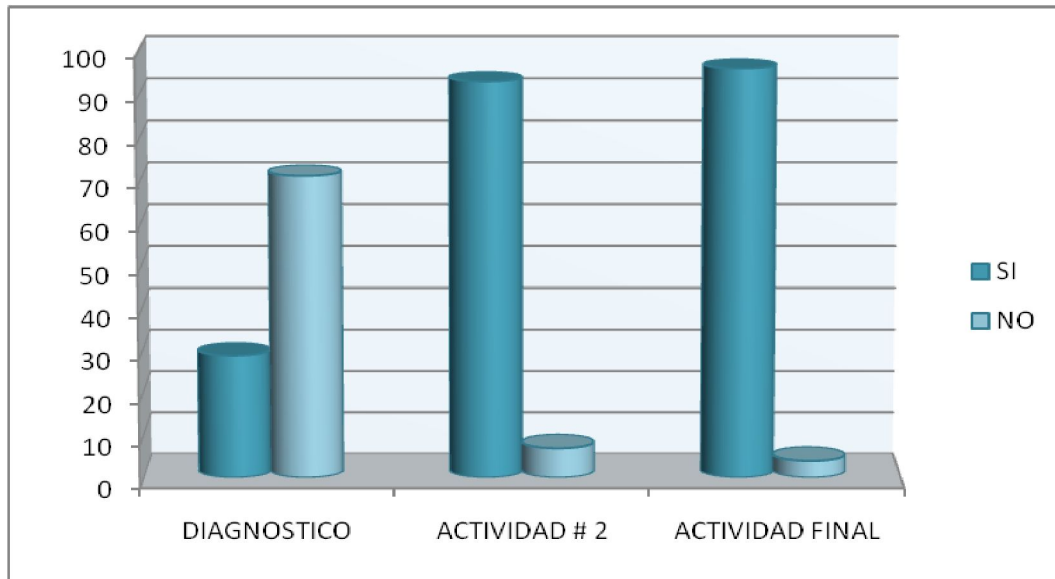
TABLA # 5 UBICAR DATOS EN LA FIGURA

ACTIVIDADES	C/SI	C/NO
DIAGNOSTICO	18	38
ACTIVIDAD # 2	50	6
ACTIVIDAD FINAL	53	3

En la tabla # 6 aparece el porcentaje de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la ubicación de datos en la figura.

TABLA # 6 UBICAR DATOS EN LA FIGURA

ACTIVIDADES	C/SI	C/NO
DIAGNOSTICO	32,1	67,9
ACTIVIDAD # 2	89,2	10,8
ACTIVIDAD FINAL	94,6	5,4



INTERPRETACIÓN: Debe tenerse en cuenta que la acción de ubicar datos en la figura esta presente en la prueba diagnóstica, la actividad # 2 y la prueba final, por lo tanto se analizaran los datos obtenidos, que para esta variable (Ubicar datos en la figura) se obtuvieron.

De las dos tablas anteriores con su correspondiente gráfica en porcentaje se puede evidenciar que en cuanto a la prueba diagnóstica, 18 estudiantes que equivalen a un 32.1% de la muestra si realizan la acción de ubicar datos en la figura correctamente; y que 38 estudiantes que equivalen a un 67.9% de la muestra, no realizan la acción satisfactoriamente.

En la actividad 2 se tienen unos resultados muy alentadores en comparación con la prueba diagnóstica lo que se deja ver en la prueba final donde 53 estudiantes que equivalen al 94.6% realizan la acción y 3 estudiantes que equivalen al 5.4% no realizan la acción correctamente.

De la información obtenida en las tablas y en la gráfica, podemos ver que con las actividades aplicadas, hubo una mejoría notoria en la prueba final comparada con la diagnóstica, ya que la cantidad y porcentaje de estudiantes que no realizan la acción disminuyen en gran cantidad.

NOTA: Es claro que las variables de graficar y ubicar datos en la figura están estrechamente relacionadas, dado que si no se realiza una satisfactoriamente, es de esperarse que la otra tampoco se realice.

En la tabla # 7 aparece la cantidad de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la identificación de la incógnita

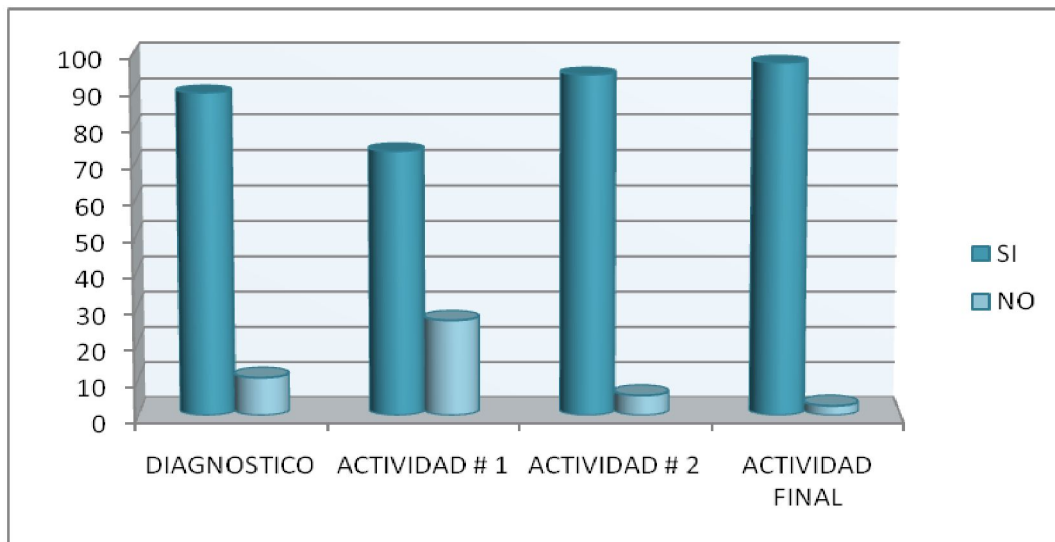
TABLA # 7 IDENTIFICAR LA INCÓGNITA

ACTIVIDADES	D/SI	D/NO
DIAGNOSTICO	50	6
ACTIVIDAD # 1	39	17
ACTIVIDAD # 2	49	7
ACTIVIDAD FINAL	54	2

En la tabla # 8 aparece el porcentaje de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la identificación de la incógnita.

TABLA # 8 IDENTIFICAR LA INCÓGNITA

ACTIVIDADES	D/SI	D/NO
DIAGNOSTICO	89,3	10,7
ACTIVIDAD # 1	69,6	30,4
ACTIVIDAD # 2	87,5	12,5
ACTIVIDAD FINAL	95	5



INTERPRETACIÓN: Debe tenerse en cuenta que la acción de identificar la incógnita esta presente en la prueba diagnóstica, la actividad # 1, la actividad # 2 y la prueba final, por lo tanto se analizaran los datos obtenidos, que para esta variable (Identifica la incógnita) se obtuvieron.

De las dos tablas anteriores con su correspondiente gráfica en porcentaje se puede evidenciar que en cuanto a la prueba diagnóstica, 50 estudiantes que equivalen a un 89.3% de la muestra si realizan la acción de identificar la incógnita correctamente; y que 6 estudiantes que equivalen a un 10.7% de la muestra, no realizan la acción satisfactoriamente.

Aunque en la actividad 1 se presentó una disminución en la realización correcta de la acción de identificar la incógnita, en comparación con la prueba diagnóstica; se sigue demostrando mejoría en el proceso en cuanto a la realización de dicha acción.



En cuanto a la prueba final 54 estudiantes que equivalen al 95% realizan la acción y 2 estudiantes que equivalen al 5% no realizan la acción correctamente.

De la información obtenida en las tablas y en la gráfica, podemos ver que la realización de esta acción no representaba gran inconveniente para los estudiantes, aunque también se evidencia una mejoría en la prueba final.

En la tabla # 9 aparece la cantidad de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la identificación de datos dados.

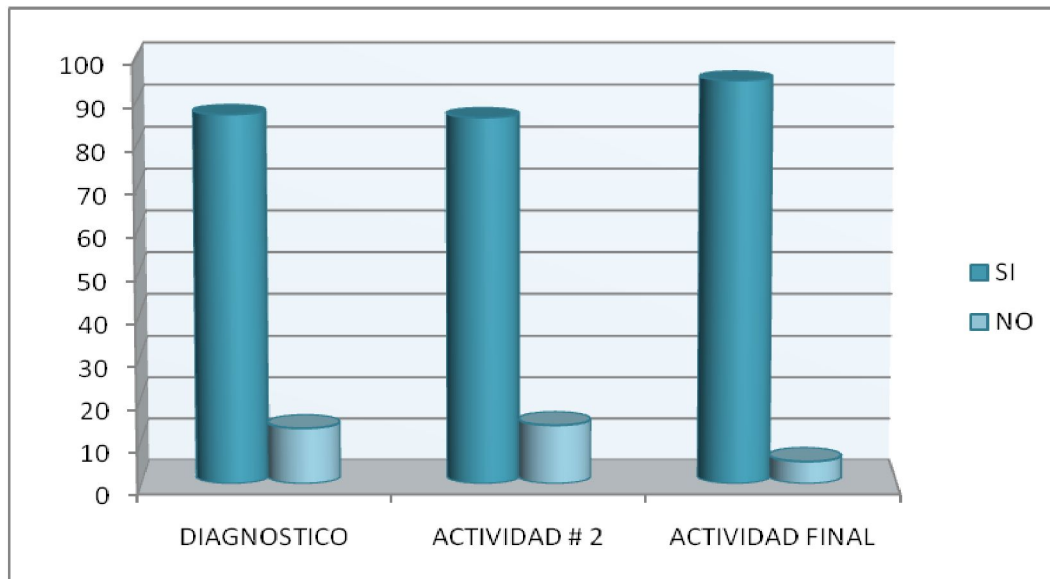
TABLA # 9 IDENTIFICAR LOS DATOS DADOS

ACTIVIDADES	I/SI	I/NO
DIAGNOSTICO	48	8
ACTIVIDAD # 2	45	11
ACTIVIDAD FINAL	54	2

En la tabla # 10 aparece el porcentaje de estudiantes, que realizan y no realizan la acción referente a la identificación de datos dados.

TABLA # 10 IDENTIFICAR LOS DATOS DADOS

ACTIVIDADES	I/SI	I/NO
DIAGNOSTICO	85,7	14,3
ACTIVIDAD # 2	80,3	19,7
ACTIVIDAD FINAL	95	5



INTERPRETACIÓN: Debe tenerse en cuenta que la acción de identificar los datos dados esta presente en la prueba diagnóstica, la actividad # 2 y la prueba final, por lo tanto se analizaran los datos obtenidos, que para esta variable (Identificar los datos dados) se obtuvieron.

De las dos tablas anteriores con su correspondiente gráfica en porcentaje se puede evidenciar que en cuanto a la prueba diagnóstica, 48 estudiantes que equivalen a un 85.7% de la muestra si realizan la acción de identificar los datos dados correctamente; y que 8 estudiantes que equivalen a un 14.3% de la muestra, no realizan la acción satisfactoriamente.

Aunque en la actividad 2 se presentó una disminución en la realización correcta de la acción de identificar los datos dados, en comparación con la prueba diagnóstica; se sigue demostrando mejoría en el proceso en cuanto a la realización de dicha acción.

En cuanto a la prueba final 54 estudiantes que equivalen al 95% realizan la acción y 2 estudiantes que equivalen al 5% no realizan la acción correctamente.

De la información obtenida en las tablas y en la gráfica, podemos ver que esta acción no representaba gran inconveniente para los estudiantes, aunque también se evidencia una mejoría en la prueba final.

NOTA: Es claro que las variables de identificar la incognita e identificar los datos dados estan estrechamente relacionadas, dado que si el estudiante realiza una satisfactoriamente, es de esperarse que la otra tambien la realice.

Si bien la redacción no es un factor fundamental en el proceso de comprensión, lo consideramos importante, porque este permite desarrollar en el estudiante habilidades comunicativas, para que no sólo resuelva problemas que se le presentan, sino que también sea capaz de plantearlos.

Luego de analizar e interpretar los resultados de nuestra intervención teniendo en cuenta el proceso seguido por los estudiantes en la realización de las actividades; pasamos a realizar una comparación entre el grupo anterior (experimental) y el grupo control.

#### PRUEBA FINAL GRUPO EXPERIMENTAL Y PRUEBA FINAL GRUPO CONTROL

Grupo experimental: 56 estudiantes

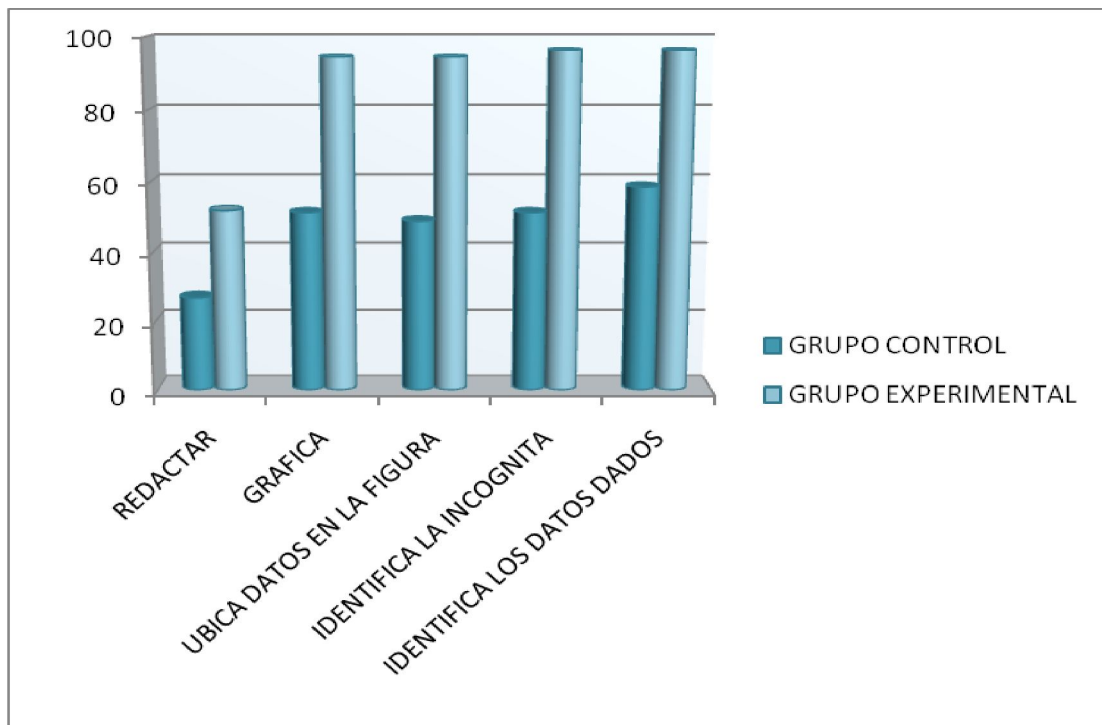
Grupo control: 41 estudiantes

NÚMERO DE ESTUDIANTES QUE REALIZAN Y NO REALIZAN CADA ACCIÓN

ACCIONES	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	SI	NO	SI	NO
REDACTAR	11	30	29	27
GRAFICAR	21	20	53	3
UBICAR DATOS EN LA FIGURA	20	21	53	3
IDENTIFICA LA INCÓGNITA	21	20	54	2
IDENTIFICA LOS DATOS DADOS	24	17	54	2

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES QUE REALIZAN Y NO REALIZAN CADA ACCIÓN

ACCIONES	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	SI	NO	SI	NO
REDACTAR	26.8	73.2	51.8	48.2
GRAFICAR	51.2	48.8	94.6	5.4
UBICAR DATOS EN LA FIGURA	48.8	51.2	94.6	5.4
IDENTIFICA LA INCÓGNITA	51.2	48.8	96.4	3.6
IDENTIFICA LOS DATOS DADOS	58.5	41.5	96.4	3.6



Gráfica de porcentaje de estudiantes que realizan cada acción en cada grupo Vs las acciones

De acuerdo con las tablas y la gráfica se evidencia que en el desarrollo de la prueba final en el grupo experimental hubo un mejor desempeño en cuanto a la realización de las acciones; comparado con el desempeño de los estudiantes del grupo control en el cual no se realizó intervención. Podemos observar que la diferencia de un grupo a otro es notoria, elemento que se evidencia en aspectos como: graficar y ubicar los datos en la figura.

#### PRUEBA INICIAL (DIAGNÓSTICA) Y PRUEBA FINAL GRUPO EXPERIMENTAL

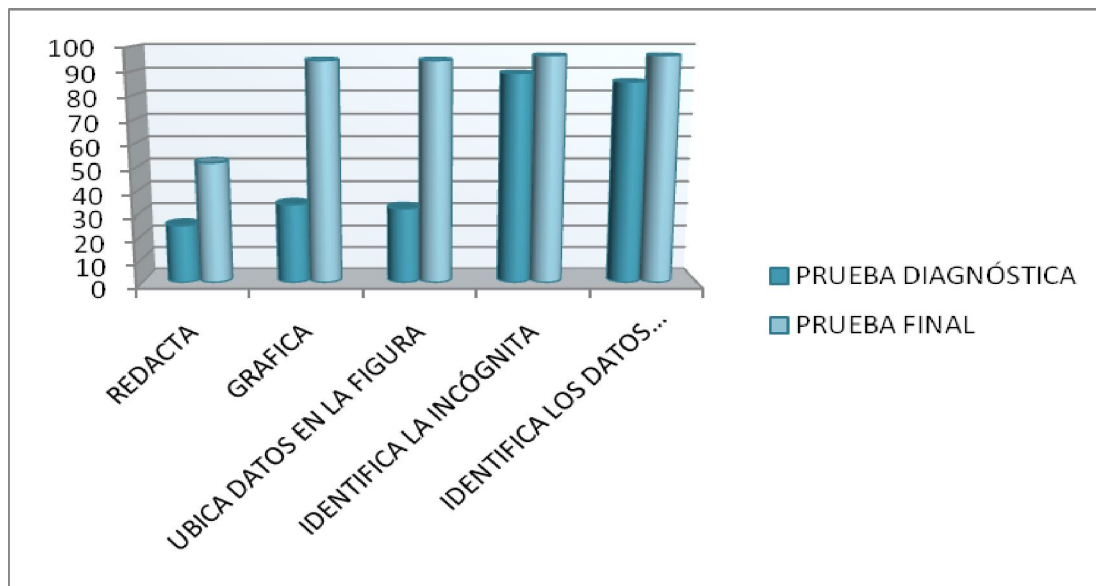
Total estudiantes: 56

NÚMERO DE ESTUDIANTES QUE REALIZAN Y NO REALIZAN CADA ACCIÓN.

ACCIONES	DIAGNÓSTICA		FINAL	
	SI	NO	SI	NO
REDACTAR	14	42	29	27
GRAFICAR	19	37	53	3
UBICAR DATOS EN LA FIGURA	18	38	53	3
IDENTIFICA LA INCÓGNITA	50	6	54	2
IDENTIFICA LOS DATOS DADOS	48	8	54	2

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES QUE REALIZAN Y NO REALIZAN CADA ACCIÓN.

ACCIONES	DIAGNÓSTICA		FINAL	
	SI	NO	SI	NO
REDACTAR	25	75	51.8	48.2
GRAFICAR	33.9	66.1	94.6	5.4
UBICAR DATOS EN LA FIGURA	32.1	67.9	94.6	5.4
IDENTIFICA LA INCÓGNITA	89.3	10.7	96.4	3.6
IDENTIFICA LOS DATOS DADOS	85.7	14.3	96.4	3.6



Gráfica de porcentaje de estudiantes que realizan cada acción en las pruebas diagnóstica y final del grupo experimental Vs las acciones

Con base en las tablas y la gráfica se puede observar una diferencia significativa entre las dos pruebas en la realización de las acciones. En las primeras tres acciones fue mucho más notoria la diferencia que en las dos últimas, aunque en éstas dos también se evidenció mejoría por parte de los estudiantes.

Teniendo en cuenta las comparaciones realizadas entre los resultados de la prueba final en el grupo experimental y de control, como también entre la prueba diagnóstica y final del grupo experimental, se puede concluir que el proceso seguido por los estudiantes durante la intervención ha contribuido de forma significativa a mejorar la comprensión de problemas por parte de ellos, lo cual podemos confirmar con los resultados de la prueba final.

## CONCLUSIONES

- La enseñanza de las matemáticas a partir de la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos es pertinente para abordar los contenidos del grado décimo, ya que, potencia la comunicación de forma oral y escrita, lo que le permite a los estudiantes crear una cultura de interpretación que lo equipará poco a poco de herramientas de análisis para comprender diferentes tipos de textos y como consecuencia avanzar en el desarrollo de las competencias matemáticas básicas: interpretar, argumentar y proponer.
- Se logró una notable mejoría en cuanto a la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos, lo cual se evidencia con el análisis de los resultados obtenidos en las actividades por parte de los estudiantes, en los que se aprecian evoluciones en aspectos y procesos como la redacción, la graficación y la identificación de datos.
- Los resultados son positivos en cuanto a la realización de las acciones que llevan a la comprensión y por ende se puede decir que los estudiantes desarrollaron su capacidad para argumentar y contextualizar sus conocimientos en diferentes entornos.
- Se pudo certificar la pertinencia de la propuesta para dar solución al problema planteado inicialmente, dado que el análisis de los datos obtenidos así lo evidenció.



- Es conveniente antes de implementar la propuesta, diseñar y aplicar una clase previa a cada actividad, con el fin de familiarizar e independizar a los estudiantes con el proceso a seguir cuando se le presente un problema al cual tenga que darle solución.
- Como la presente propuesta se enfocó en la comprensión de problemas, es posible hacer uso de ésta en el área de estudio que así lo requiera.
- La propuesta se puede llevar a cabo en cualquier grado de escolaridad puesto que los recursos heurísticos pueden y deben usarse en el proceso de enseñanza.
- Nuestro trabajo fue realizado en grado décimo en la temática de resolución de triángulos oblicuángulos, aunque se puede modificar para otros grados y otras temáticas, dado que las acciones que deben llevarse a cabo para la comprensión son las mismas. De este modo, nuestra propuesta puede ser implementada en cualquier institución educativa siendo de gran ayuda para maestros que quieran abordar la enseñanza mediante la resolución de problemas, enfatizando en la comprensión que es un factor de gran importancia en dicho proceso.

## ANEXOS

### ANEXO 1: CRONOGRAMA

Las observaciones de clase se realizaron desde el 1 de febrero hasta el 23 de marzo de 2007

TAREAS	DISEÑO	APLICACION
Prueba diagnóstica 10°	23 de febrero de 2007	26 de marzo de 2007
Clase previa	13 de septiembre de 2007	20 de septiembre de 2007
Actividad 1: Repetir el enunciado 10°	24 de septiembre de 2007	27 de septiembre de 2007
Actividad 2: Separar las partes y definir la incógnita 10°	28 de septiembre de 2007	1 de octubre de 2007
Actividad 3 Determinar las condiciones 10°	8 de octubre de 2007	11 de octubre de 2007
Actividad 4: enunciados gráficos 10°	15 de octubre de 2007	18 de octubre de 2007
Prueba final 10°	25 de octubre de 2007	29 de octubre de 2007

**ANEXO 2: PRUEBA DIAGNÓSTICA**

Con base en el siguiente problema, responda las preguntas propuestas:

"Desde lo alto de una colina una persona observa un venado con un ángulo de depresión de  $30^\circ$ , si la distancia entre el observador y el venado es de 100m, ¿Qué altura tiene la colina?"

1. Redacte con sus propias palabras el anterior problema.
2. Si en el problema se dijera que el venado se encuentra en la cima de la colina (todo lo otro igual), ¿El problema sería el mismo o no? ¿Por qué?
3. ¿Qué preguntan en el problema dado y qué datos dan?
4. ¿Lo que piden hallar es un ángulo o un lado?
5. Graficar el anterior problema ubicando los datos dados y la incógnita
6. ¿Qué figura geométrica se forma?
7. ¿Cómo se llaman los lados de la figura?
8. Escriba las palabras desconocidas que encuentre en el problema.

**ANEXO 3: CLASE PREVIA**

(Duración: 2 horas clase)

OBJETIVO: Contribuir a que el estudiante desarrolle la comprensión de planteamiento de problemas matemáticos.

**DESCRIPCIÓN DE LA CLASE:**

Para iniciar la clase se divide el grupo en equipos de 4 estudiantes y se le entrega a cada equipo un problema en frases (el mismo para todos), las cuales deben organizar de tal forma que obtengan un problema con sentido lógico teniendo en cuenta los signos de puntuación.

Posteriormente se hace la puesta en común para establecer el orden adecuado. Luego de establecer el orden de dicho problema, se pregunta a los estudiantes si hay palabras desconocidas para ellos para que lo puedan expresar con sus propias palabras.

A continuación se pide a un estudiante que salga al tablero a graficar la situación ubicando es ésta los datos dados y lo pedido; teniendo en cuenta el gráfico se pregunta a los estudiantes si los datos dados son suficientes o no para resolver el problema.

Finalmente se pide a los estudiantes que redacten un nuevo problema que se ajuste al gráfico y a los datos dados.

**PROBLEMA DADO EN DESORDEN:**

La distancia entre A y B es de 100Km

El ángulo formado en A es de  $57^\circ$

Hallar la distancia entre las dos embarcaciones

Desde un punto terrestre en A se observan dos embarcaciones en puntos B y C

Y entre A y C es de 150Km

PROBLEMA ORGANIZADO CORRECTAMENTE:

Desde un punto terrestre en A se observan dos embarcaciones en puntos B y C. La distancia entre A y B es de 100Km y entre A y C es de 150Km. El ángulo formado en A es de  $57^\circ$ . Hallar la distancia entre las dos embarcaciones.

**ANEXO 4: ACTIVIDAD # 1      REPETIR EL ENUNCIADO**

- I. Dados los siguientes problemas, responda las preguntas
  - a. Los ángulos interiores de un triángulo miden  $30^\circ$  y  $55^\circ$ , si el lado opuesto al menor de estos ángulos mide 11cm ¿Cuál es la longitud del lado mayor del triángulo? ¿El lado opuesto al ángulo C, es mayor o menor que el opuesto al ángulo A? ¿Por qué?
  
  - b. Un estudiante encuentra que el ángulo A desde donde observa dos ciudades B y C es  $94^\circ$ . Si la distancia entre las dos ciudades es 150Km y la distancia entre A y B es 100Km. Hallar la distancia entre A y C.

1. Lea detenidamente el problema.
2. Identifique las palabras desconocidas.
3. ¿De qué trata el problema?
4. ¿Cuál es la pregunta central?
5. Escriba el problema con sus propias palabras.

- II. Dado el siguiente problema, coloque los signos de puntuación, de tal forma que el problema tenga sentido.

"Un topógrafo necesita saber la medida del ancho de un lago parado en un punto C de la orilla localiza con sus instrumentos dos puntos A y B en los lados opuestos del mismo sabiendo que C esta a 5Km de A y a 7Km de B y el ángulo con vértice en C mide  $30^\circ$  cuál es el ancho del lago

III. El siguiente problema esta dado en desorden; ordénelo de tal forma que su enunciado tenga coherencia.

¿ A qué distancia esta el bote de cada salvavidas?. Si el salvavidas en A mide un ángulo de  $79^\circ$  Dos salvavidas se encuentran en la orilla de una playa a una distancia uno del otro de 18m en los puntos A y B. Y el que esta en B mide un ángulo de  $44^\circ$ .

**ANEXO 5: ACTIVIDAD 2      SEPARAR LAS PARTES Y DEFINIR LA  
INCÓGNITA**

I. Dado el siguiente problema:

"Para medir la distancia entre los puntos A y C en lados opuestos de un lago. Lucía parte del punto A y camina 183m hasta un punto B, gira 35° y camina 256m hasta el punto C. ¿Cuál es la distancia entre A y C?"

1. Graficar la situación.
2. Ubicar los datos en la figura.
3. ¿Qué datos dan?
4. ¿Qué piden hallar?
5. ¿Qué relación hay entre los datos dados y lo pedido?

II. A continuación se presenta la solución de un problema; identifique:

1. Los datos que dio el problema.
2. Lo que se pidió hallar.
3. Redacte un problema que se ajuste a la solución dada.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$a^2 = (180\text{cm})^2 + (250\text{cm})^2 - 2(180\text{cm})(250\text{cm})\cos 132^\circ$$

$$a^2 = 6400\text{cm}^2 + 2500\text{cm}^2 - 8000\text{cm}^2 (-0.65)$$

$$a^2 = 8900\text{cm}^2 + 5200\text{cm}^2$$

$$a^2 = 14100\text{cm}^2$$

$$a = \sqrt{14100\text{cm}^2}$$

$$a = 118.7\text{cm}$$



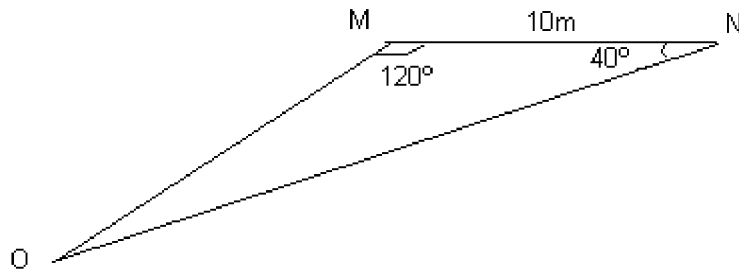
**ANEXO 6: ACTIVIDAD # 3****DETERMINAR LAS CONDICIONES**

1. Teniendo en cuenta los siguientes problemas, determinar si los datos dados son suficientes o no para resolverlo, o si dan más datos de los necesarios. Explicar por qué.
  - a. Dos puntos de observación B y C se encuentran situados en la misma orilla de un río, los dos puntos distan entre sí 240m. Si desde B se observa un tercer punto D, a una distancia de 300m y ubicado en la otra orilla. Calcular el ángulo formado por los lados c y d.
  - b. Desde un punto R se observan dos embarcaciones ubicadas en los puntos S y T, la distancia entre R y S es 100Km y entre S y T es 150Km, el ángulo formado en S es  $98^\circ$ . Hallar la distancia entre R y T, sabiendo que desde R se observa una tercera embarcación V a una distancia de 300Km.
  - c. Un estudiante mide distancias de 5m y 7m respectivamente desde un punto E hasta un punto F y desde el punto E hasta un punto G. El ángulo formado por los lados e y f es  $63^\circ$ . Hallar la distancia entre G y F.

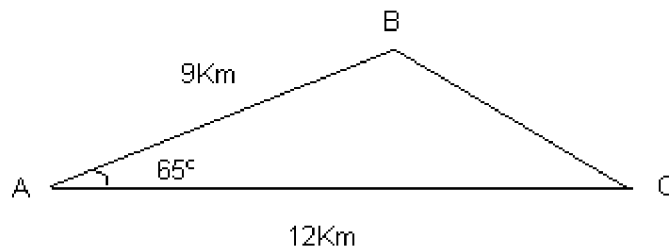
**ANEXO 7: ACTIVIDAD # 4****ENUNCIADOS GRAFICOS**

Redacte un problema que se ajuste a cada gráfico.

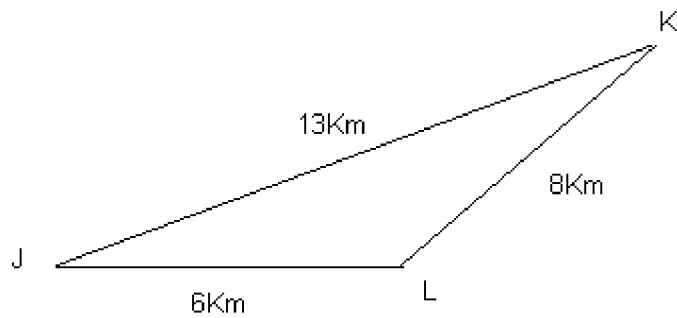
A



B



C



**ANEXO 8: PRUEBA FINAL**

Con base en el siguiente problema, responda las preguntas propuestas.

"Desde un punto A parten dos carreteras terminadas en los puntos B y C, miden 180Km y 130 Km respectivamente, el ángulo formado en A es de  $42^\circ$  y es la intersección entre las dos carreteras. Hallar la distancia entre los puntos B y C."

1. ¿Qué preguntan en el anterior problema y qué datos dan?
2. ¿Lo que piden hallar es un ángulo o un lado?
3. Graficar el anterior problema ubicando los datos dados y la incógnita.
4. ¿Los datos que dan en el problema son suficientes para resolverlo?  
SI \_\_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_ ¿Por qué?
5. Con la figura obtenida en el punto 3, redacte otro problema que se ajuste a ella.

## BIBLIOGRAFÍA

- NAVARRO L, Moisés; MADERAC, Celso y PULIDO, Mildred. Comprensión de textos matemáticos. Medellín, 1999.pag 25 - 55 Tesis (Especialista en desarrollo del pensamiento reflexivo y la creatividad en educación). Universidad de Antioquia, Facultad de Educación.
- ESPINOSA M, Gabriel y PARDO T, Miriam. La comprensión de lectura en la matemática. En: Revista Educación y Cultura; N° 29, (1993). pago 59
- MONSALVE P, Orlando. Relaciones estructurales elementales de la aritmética y sus relaciones con el lenguaje. En: Revista Educación y Pedagogía, Facultad de educación, Universidad de Antioquia. N°. 1993. pág. 88
- LLIVINA LAVIGNE, Miguel Jorge. et.al. "Un sistema básico de competencias matemáticos", La Habana, Cuba, 2000.
- ESPINOSA, Luis Puig. Problemas Aritméticos Escolares. Síntesis. Madrid,1995.pag 75
- LUCEÑO Campos, José Luis. Resolución de problemas aritméticos en el aula. Aljibe, Málaga,1999.pag 17-21
- <http://mipagina.cantv.net/jhnieto/respro.pdf> (mayo 23 de 2007)

- Tapia, Jesús Alonso. Claves para la enseñanza de la comprensión lectora. En Revista de Educación. Numero extraordinario, Madrid.2005.pag 63
- GAVIRIA P, Sandra M y RENDÓN A, Janeth C. Erase una vez...enseñanza de las matemáticas en el grado noveno a partir del uso de recursos lingüísticos, Medellín: Monografía para optar al título de Licenciado en Educación Matemáticas y Física, 2006.
- POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Trillas. México. 1989.
- GARCÍA GARCÍA, José Joaquín. Didáctica de las Ciencias resolución de problemas y desarrollo de la creatividad. Universidad de Antioquia. Colciencias. Medellín, 1998
- DICKSON, Linda et al. El Aprendizaje Matemático. Labor. Madrid, 1991
- <http://www.eduteka.org/CapacidadesMentales.php> 04/07/08
- PERKINS, David; NICKERSON, Raymond; SMITH, Edward Enseñar a Pensar: Aspectos de la Aptitud Intelectual. Pág. 95.