INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo de investigación se encuentra todo el proceso de construcción y desarrollo de una propuesta en torno a la activación de conocimientos en la temática de aplicaciones de la trigonometría, realizada en un grupo de estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Concejo de Medellín.

La propuesta consiste en una serie de guías (unas para los estudiantes y otras para el docente); enfocadas hacia el proceso de activación de conocimientos, fundamentadas en aspectos legales, psicopedagógicos y teóricos; posteriormente se analizan los resultados de la aplicación de las guías a fin de evaluar la propuesta metodológica

1. MARCO CONTEXTUAL

El presente trabajo de investigación se realizó en la Institución Educativa Concejo de Medellín, ubicada en el sector de la Floresta. Se caracteriza por ser una institución de carácter oficial, mixta, que atiende indistintamente estudiantes de los estratos 1 al 5, desde preescolar hasta undécimo.

Para atender esta población estudiantil, la Institución cuenta con, a nivel institucional, una misión[1] y una visión[2] que le son propias y que en términos generales apuntan a la formación integral del ser humano. Además cuenta, a nivel académico, con un Proyecto Educativo Institucional (PEI) y un manual de convivencia.

Es de resaltar el hecho que dentro del PEI existe un plan de estudios acorde a los Estándares de Calidad y los Lineamientos Curriculares.

2. DISEÑO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

Luego de conversaciones sostenidas con los profesores Rodrigo Rendón y Juan Manuel Ramírez Salazar de la Institución Educativa Concejo de Medellín, se evidenció que en los estudiantes de la Institución había una falencia en cuanto a la relación de los conocimientos previos con los próximos a conocer.

---

[1] Formar a sus estudiantes de los niveles de preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria, Media Académica y Media técnica en valores humanos y principios académicos, técnicos, cívicos, éticos, ecológicos, deportivos y culturales que favorezcan el mejoramiento de su calidad de vida, su sentido de pertenencia y su capacidad de servicio a los demás.

[2] Para el año 2007 La Institución Educativa Concejo de Medellín será una institución de alto rendimiento académico, técnico, científico y sus egresados tendrán una formación de acuerdo con las exigencias de la sociedad moderna.

El argumento anterior se basa en la desvinculación que tienen los estudiantes de los conocimientos vistos en grados anteriores y los dados actualmente. Así, los docentes afirman que los estudiantes de la Institución no recuerdan cómo se factoriza, cuáles son los teoremas básicos sobre triángulos, cómo despejar una variable de una ecuación lineal o cuadrática; el "no" por parte de los estudiantes cuando afirman: "no recuerdo", se convierte en un obstáculo cuando se abordan las aplicaciones de la trigonometría pues en esta temática se trabaja la vinculación de conocimientos anteriores con los nuevos.

Basados en esta información, nos dimos a la tarea de consultar si existían trabajos relacionados con el tema en el medio, y observamos que las investigaciones que se han realizado alrededor de éste han sido pocas.

Una de las investigaciones encontradas es el artículo: *Activar el conocimiento previo*[3], en el que se presenta una propuesta metodológica en donde la activación, se lleva a través de esquemas que permiten que el estudiante relacione la información de manera lógica y mediante actividades que contribuyan a una mejor comprensión de la temática estudiada.

Otra de las investigaciones encontradas sobre el tema lleva como nombre *Propuesta de un modelo para el diseño de ejercicios* En donde el autor, presta atención a los conocimientos previos, al afirmar que:

> "el aprendizaje es un proceso de construcción del conocimiento en la mente del alumno, a partir de los materiales con los que interactúa y del sentido de sus acciones en esa interacción, interpretadas a la luz de su conocimiento previo; las actividades que llamamos de enseñanza deben requerir del estudiante la reorganización de la información que

[3] S/n http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio25.htm. (20 de Mayo de 2007).

> se le presente, en forma lógica, no arbitraria, y la relación con su conocimiento previo”[4].

2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Basados en estos antecedentes, se diseñó y aplicó una prueba a los estudiantes de los grados 10°6 y 10°8 (ver Anexo N°1), cuyos resultados, efectivamente, confirmaron las preocupaciones de los docentes. A raíz de lo anterior, se planteó el siguiente problema:

2.3 PROBLEMA

“Los estudiantes de la Institución Educativa Concejo de Medellín de grado 10º, no tienen activados los conocimientos previos para abordar las aplicaciones de la trigonometría”.

2.4 JUSTIFICACIÓN

La solución de este problema es importante porque pretende ayudar a una mejora de la calidad académica en dicha Institución Educativa, desde la propuesta de una estrategia metodológica que brinde herramientas al docente con las cuales, no sólo podrá abordar la temática aplicaciones de la trigonometría, sino también retomar los conocimientos que ya poseen los estudiantes para relacionarlos con esta temática.

---

[4] ACUÑA E, Carlos Enrique. Diseño de ejercicios. Propuesta de un modelo para el diseño de ejercicios, basado en la activación del conocimiento. Página de Internet: http://contexto-educativo.com.ar/2003/1/nota-05.htm. (20 de Mayo de 2007)

Este proyecto, además de ser una herramienta para el docente, es importante en tanto que promueve el desarrollo de las competencias que son el sustento de la educación actual, ya que desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN) se propone el proceso de enseñanza-aprendizaje desde el desarrollo de ellas mismas, es decir, que el estudiante tenga la capacidad para aprender a identificar situaciones problemáticas en donde tendrá la posibilidad de usar lo que sabe para resolverlas y continuar aprendiendo.

Así, nuestro proyecto está enmarcado desde la necesidad de la Institución Educativa quien sería la directamente beneficiada, porque se le ofrece una alternativa para mejorar las dificultades a partir de referentes actuales.

2.5 OBJETIVO GENERAL

Diseñar estrategias metodológicas que, una vez aplicadas, permitan el proceso de activación de los conocimientos previos en la temática: aplicaciones de la trigonometría, en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Concejo de Medellín.

2.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar una estrategia metodológica que facilite el proceso de activación de los conocimientos previos referentes a la solución de ecuaciones, a los triángulos (clasificación, teoremas, líneas notables) y demás; necesarias al abordar la temática aplicaciones de la trigonometría.
- Aplicar la estrategia metodológica diseñada a los estudiantes de los grados 10º6 y 10º8 de la Institución Educativa Concejo de Medellín.

- Evaluar la estrategia metodológica aplicada, con el fin de rastrear las fortalezas y debilidades, que ella genere en el proceso de activación de conocimientos.

3. MARCO TEÓRICO

Consideramos importante, al iniciar esta sección, recordar los aspectos legales más importantes que rigen al sistema educativo en Colombia.

3.1 ASPECTOS LEGALES

3.1.1 Ley General de la Educación (115 de 1994)

En esta ley se encuentra, desde el primer artículo, un interés por la formación integral del ser humano, de sus derechos y deberes. En el artículo 20 en su literal c, está el objetivo general de la educación básica, que también cubre a la educación media:

> “Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana”.

En el artículo 22 en el literal b, se encuentra como objetivo específico de la educación básica secundaria:

> “El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana”.

Desde los artículos anteriormente expuestos son claros los deberes de los educadores, pues más que una ley, resulta ser un compromiso para ellos hacia las personas en proceso de formación.

3.1.2 Lineamientos Curriculares

A partir de los aportes de los Lineamientos Curriculares, se dan contribuciones significativos para el presente trabajo, pues desde allí se generan propuestas de cambio para la enseñanza de las matemáticas donde los algoritmos están en un segundo plano persiguiendo el desarrollo de los pensamientos que se proponen y también el de unos procesos generales. Dichos aportes se pueden resumir en:

Guiar el trabajo del alumno y del docente: se consideran como trabajo básico del alumno una buena reproducción de la actividad científica, esto le exige actuar, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías para intercambiarlas con otros, reconocer que están conformes con la cultura y tomar las que le son útiles. El trabajo del docente es: recontextualizar y repersonalizar los conocimientos de parte de él hacia un sujeto específico.

Al hablar del desarrollo de unos procesos generales, se hace referencia a:

- Resolución y planteamiento de problemas.
- El razonamiento.
- La comunicación.
- La modelación.
- La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

Los anteriores aspectos son importantes, en cuanto a la propuesta de activación de conocimientos, en las aplicaciones de la trigonometría pues se tiene en cuenta que los estudiantes deben pasar por dichos procesos en el momento de desarrollo de las actividades propuestas y ellos son sujetos activos durante el aprendizaje.

3.1.3 Estándares de Calidad

Dentro los estándares se plantean los siguientes propósitos referentes al currículo de matemáticas:

- Generar en todos los estudiantes una actitud favorable hacia las matemáticas y estimular en ellos el interés por su estudio.
- Desarrollar en los estudiantes una sólida comprensión de los conceptos, procesos y estrategias básicas de la matemática e igualmente, la capacidad de utilizar todo ello en la solución de problemas.
- Desarrollar en los estudiantes la habilidad para reconocer la presencia de las matemáticas en diversas situaciones de la vida real.
- Suministrar a los estudiantes el lenguaje apropiado que les permita comunicar de manera eficaz sus ideas y experiencias matemáticas.
- Estimular en los estudiantes el uso creativo de las matemáticas para expresar nuevas ideas y descubrimientos, así como para reconocer los elementos matemáticos presentes en otras actividades creativas.
- Retar a los estudiantes a lograr un nivel de excelencia que corresponda a su etapa de desarrollo.

Dentro de los componentes que contiene el currículo en matemáticas, propuestos por los estándares, se rescata aquí el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, ya que son éstos los que tienen una relación más estrecha con el tema a desarrollar.

Al hacer una revisión para el grado décimo, se encuentra que es necesario potenciar en los estudiantes la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones trigonométricas. También como puntos importantes y centrales están los procesos matemáticos, a través de los cuales se proponen:

- Utilizar ideas geométricas y de la trigonometría para resolver problemas tanto de las matemáticas como de otras disciplinas.

- Identificar las condiciones necesarias y suficientes bajo las cuales la solución de un problema permanece válida.
- Comunicarse matemáticamente mediante una variedad de herramientas y argumentos sólidos.

Al desarrollar este trabajo se tuvo en cuenta la validación de los procesos a través de las propuestas del MEN, para así ejercer un trabajo adecuado a las necesidades educativas actuales demandadas por dicho ente.

3.2 ASPECTOS SICO-PEDAGÓGICOS

Hablar de activación de conocimientos previos requiere hacer una clara diferenciación entre lo que es conocimientos previos, aseguramiento del nivel de partida y fijación de los conocimientos. Para ello consideramos necesario, revisar y dar a conocer los planteamientos básicos de los siguientes autores: *David Paul Ausubel* con su teoría de aprendizaje significativo, *Lev Vigostky* con su teoría del conocimiento como producto de la interacción social y la zona de desarrollo próximo, *Jean Piaget* con su teoría sobre el desarrollo cognitivo y *Mario Carretero* con su teoría basada en el constructivismo y los conocimientos previos.

3.2.1 Aporte de David Paul Ausubel (Aprendizaje Significativo):

Por aprendizaje significativo se entiende, *básicamente*, un aprendizaje en el cual el sujeto halle un significado en los contenidos. Es decir, en este aprendizaje el sujeto crea conexiones entre los nuevos conceptos y aquéllos ya familiares, dándole a lo aprendido un sentido al realizar una interiorización de los nuevos conceptos. Este aprendizaje se diferencia de aquella educación llamada “clásica”, donde los conceptos son percibidos por el sujeto como elementos externos:

aprendizaje mecánico y memorístico. Tal aprendizaje mecánico no permite que el estudiante estructure las ideas nuevas formando un *todo relacionado,* esto último sólo es posible cuando el estudiante utiliza los conocimientos que ya posee aunque estos no sean totalmente correctos[5]. Cabe destacar, como elemento esencial dentro de esta definición, que el sujeto relacione de manera *coherente e intencional* los conocimientos previos con los nuevos dentro de su sistema orgánico de aprendizaje.

Según Ausubel[6], para que realmente exista un aprendizaje significativo por parte del sujeto, se requiere de:

- El material debe ser *potencialmente* significativo; esto es, debe existir una estructuración en el sistema de conocimientos dados al sujeto de tal índole, que éste pueda relacionar las concepciones anteriores con los conocimientos nuevos.
- Debe existir una disposición para el aprendizaje significativo por parte del sujeto.

Así, se encuentra que el aprendizaje significativo depende del maestro y del alumno. El maestro está encargado de brindar un material estructurado de manera coherente; el alumno debe disponerse para incorporar dentro de su estructura de conocimiento lo que aquél le da.

Dentro del marco de la teoría de Ausubel es importante el concepto de *principio de asimilación*, el cual se refiere a la interacción entre el nuevo material que se le da

---

[5] CARRETERO, Mario. Constructivismo y educación. Argentina: AIQUE, 1994, p. 27

[6] AUSUBEL, David. Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo. Trillas: México. En cuanto a la definición de términos y planteamientos pedagógicos, seguimos los lineamientos y propuestas presentadas por este autor en la obra citada.

al sujeto y la estructura cognoscitiva existente, lo cual origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para re-estructurar lo cognoscitivo. Esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognitiva propician la asimilación.

En los anexos Nº2 y Nº3 se puede encontrar la teoría resumida de Ausubel.

3.2.2 Aporte de Lev Vygostky

Desde de la teoría de Vigostky, hay dos elementos fundamentales para el aporte a la presente investigación:

- *El conocimiento como producto de la interacción social y de la cultura.* Este planteamiento considera al sujeto un ser "eminentemente social".
- La *Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)*, la cual se define como la distancia entre el nivel real de desarrollo, desarrollado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con un compañero más capaz.

3.2.3 Aporte de Jean Piaget

A Piaget, se le atribuye la formalización de la teoría del constructivismo, desde esta teoría se afirma que el sujeto construye el conocimiento mediante la interacción con el medio social y físico, aquí se le da primacía al sujeto y su experimentación[7].

El Constructivismo ve el aprendizaje como un proceso en el cual el estudiante construye activamente nuevas ideas o conceptos basados en conocimientos

[7] RESTREPO C. Darío. Tendencias Pedagógicas Contemporáneas. Medellín: Corporación Región. 2001

presentes y pasados. Así, desde esta posición, se considera que aprender es un esfuerzo muy personal por el que los conceptos interiorizados, las reglas y los principios generales puedan consecuentemente ser aplicados en un contexto del mundo real y práctico.

Desde esta posición, el profesor es un facilitador que anima a los estudiantes a descubrir principios por sí mismos y a construir el conocimiento trabajando en la resolución de problemas reales o simulaciones, normalmente en colaboración con otros alumnos. Esta colaboración también se conoce como proceso social de construcción del conocimiento[8].

Es importante resaltar que para esta teoría, el estudiante se encarga de hacer inferencias, descubrimientos y conclusiones; lo cual hace construyendo los nuevos conocimientos sobre el que ya posee. Así, el profesor determina constantemente el conocimiento que sus estudiantes han ganado para verificar que las percepciones de ellos sobre el nuevo conocimiento son lo que se esperaba. Los profesores encontrarán tal construcción a partir del conocimiento ya existente cuando se les pregunta por la nueva información y da cuenta de ella.

Jean Piaget citado por Mario Carretero, hace alusión a lo siguiente:

> "el avance cognitivo sólo se puede producir si la información nueva es moderadamente discrepante de la que ya posee. Sólo en este caso se producirá una diferenciación o generalización de esquemas que pueden aplicarse a la nueva situación"[9].

---

[8] Constructivismo (Pedagogía). http://es.wikipedia.org/wiki/Constructivismo_(pedagog%C3%ADa) (Mayo 24 de 2007)

[9] Ibíd. p. 34

Lo mencionado por Piaget se relaciona con los conocimientos previos; es decir, es indispensable frente a cualquier temática nueva que al estudiante se le acerque a los contenidos vistos anteriormente pues ello contribuirá a que el conocimiento nuevo se le haga familiar y lo pueda asimilar de una mejor forma.

Piaget considera unos mecanismos de acumulación y asimilación. Define la acumulación como la incorporación de la nueva información a los esquemas que ya poseen y la asimilación como la modificación de dichos esquemas, es decir, la transformación de la información que ya tenía en función de la nueva.

Así desde lo expuesto anteriormente, se encuentra que hay una estrecha relación entre los conocimientos previos, la activación de conocimientos y la fijación de conocimientos junto con esta teoría del constructivismo, es por ello que se ha tenido en cuenta dentro de este marco.

3.2.4 Aporte de Mario Carretero

Es uno de los autores más importantes dentro de esta investigación, pues integra las teorías de Jean Piaget, Ausubel y Vygotsky y se puede ver su relación directa con el concepto de conocimientos previos.

Para Mario Carretero los conocimientos deben estar estructurados y organizados con el fin de propiciar una conexión entre la actividad habitual del alumno y los contenidos que se le ofrecen. Es importante destacar la crítica que realiza Carretero a la labor de algunos docentes:

> "con mucha frecuencia, los profesores estructuramos los contenidos de la enseñanza teniendo en cuenta exclusivamente el punto de vista de la disciplina, por los que unos temas o cuestiones procederán a otros como si todos tuvieran la misma dificultad para el alumno. Sin embargo, anteriormente hemos visto que la utilización de esquemas hace que no nos

> representemos la realidad de manera objetiva, sino según los esquemas que poseemos. Por tanto la organización y secuenciación de contenidos docentes debe tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes"[10]

La anterior situación ilustra, aunque no de manera explícita, la importancia de un proceso de activación de conocimientos el cual debe ser permanente y sistémico.

3.2.5. Pedagogía Lúdica.

En las propuestas actuales para la enseñanza se tiene, la *Pedagogía Lúdica*, la cual es entendida como un medio que facilita el aprendizaje de los sujetos a través de su protagonismo, también la horizontalidad del vínculo del educador como facilitador y finalmente el desarrollo de la personalidad total del ser humano[11]. Otro aspecto positivo de la Pedagogía Lúdica es que se ve como una transformadora de problemáticas presentes dentro de nuestra realidad educativa como la deserción, la violencia en la escuela, la desmotivación y la desconcentración en los estudiantes.

Un elemento importante dentro de la Pedagogía Lúdica es **El Juego** (se considera como su eje central, pues a través de él se desarrolla dicho modelo), se entiende el juego como una manera alterna de acceder a nuestra realidad y de operar sobre ella[12]. En el ámbito de la educación, cuando se enseña o evalúa a través del juego, se hace necesario que a través de la interacción el estudiante desarrolle su

---

[10] Ibíd. p. 27

[11] CABA, Beatriz. Juegoteca Integral. Disponible en: http://www.educared.org.ar/infanciaenred/elgloborojo/piedra/2005_10/05.asp (Diciembre 01 de 2007)

[12] LEÓN RAMÍREZ, Manuela y OTROS. Los Juegos: métodos creativos de enseñanza. Disponible en: http://www.monografias.com/trabajos15/metodos-creativos/metodos-creativos.shtml (Diciembre 01 de 2007)

capacidad simbólica, de esta manera se garantiza que jugando construya su propio pensamiento, su propia manera de ver e interpretar el mundo[13].

Siguiendo con el pensamiento de Guillermo Zúñiga y de Beatriz Caba, estamos en una era en donde el sujeto que es educado exige un trato horizontal para adquirir autonomía, ello se puede lograr a través de su vinculación en un proceso que se convierta en una experiencia de aventura en el sentido de descubrir y acceder al mundo de una manera diferente a la tradicional, que los lleve también a realizar propuestas de transformación de ese mundo que están conociendo.

3.3 TEMÁTICA ESPECÍFICA

3.3.1 Conocimientos Previos

Se entienden como los conceptos y procedimientos que deben poseer los sujetos al ingresar en una nueva temática.

Ahora bien, María Rodríguez indica que los conocimientos previos:

> "no están en el sujeto desde su nacimiento ni son adquiridos de forma pasiva como una copia exacta de la realidad. Son *construcciones personales* que surgen de la interacción de los individuos con su entorno, con el fin de dar sentido a éste"

Además, María Rodríguez emplea la expresión "concepciones alternativas" como sinónimo de "conocimiento previo" [14].

---

[13] ZÚÑIGA, Guillermo. La Pedagogía Lúdica: una opción para comprender. Disponible en: http://www.redcreacion.org/documentos/simposio4vg/NSanchez.html (Diciembre 01 de 2007)

[14] RODRÍGUEZ MONEO, María. *Conocimiento previo y cambio conceptual*. Buenos Aires: Aunque Grupo Editor, 1999. p. 17.

Al estructurar los contenidos de enseñanza, se deben tener en cuenta los conocimientos previos que poseen los estudiantes, para que cuando se le brinden conocimientos nuevos se realice una conexión con lo que ya poseen y de esta manera se genere un aprendizaje con significado e integrador.

Los conocimientos previos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje juegan un papel indispensable porque permiten volver cercano un conocimiento nuevo que para los estudiantes puede ser lejano. Al respecto, Mario Carretero menciona:

> “en cualquier nivel educativo es preciso tener en cuenta lo que el alumno ya sabe sobre lo que vamos a enseñarle, puesto que el conocimiento nuevo se asentará sobre el viejo”

De esta manera, se entiende que cuando el docente en el proceso de enseñanza tiene en cuenta los conocimientos previos (ya definidos), ayudará a que el estudiante fije y formalice los conocimientos “viejos” sobre los nuevos en mayor grado.

Para este proyecto en particular: En las aplicaciones de la trigonometría, los conocimientos previos que debe poseer el sujeto son: los diferentes tipos de triángulos, propiedades y teoremas de triángulos, identidades trigonométricas, ecuaciones y gráficas.

La activación de los conocimientos dentro de este proceso juega un papel indispensable, puesto que al conceptualizarse nuevamente los conocimientos previos se realiza un proceso de reactivación de aquellos conocimientos que pudieron ser olvidados o que en su defecto no poseían los estudiantes, además:

> “resulta fundamental para el profesor no sólo conocer las representaciones que poseen los alumnos sobre lo que se les va a enseñar, sino también analizar el proceso de interacción entre el conocimiento nuevo y el que ya posee. De esta manera, no es tan importante el producto final que

> emite el alumno como el proceso que le lleva a dar una determinada respuesta”[15].

3.3.2 Aseguramiento del Nivel de Partida

Se entiende como aquel proceso inicial en donde se verifica si los sujetos tienen o no, los conocimientos necesarios para abordar una unidad determinada.

Esta verificación se lleva a cabo a través de:

1. Procesos evaluativos diagnósticos (evaluaciones y talleres personales y grupales),

2. Diálogo heurístico[16]. De esta manera, lo que se verifica en un aseguramiento del nivel de partida es el manejo o no manejo de los conocimientos previos para una temática específica por parte de los estudiantes.

Juan José Fonseca Pérez considera que:

> “el aseguramiento del nivel de partida entra a jugar su papel para ofrecer la **reactivación** de los conceptos, procedimientos y estrategias que se requieren para enfrentar un problema”[17].

Un error muy frecuente es entender como sinónimos el aseguramiento del nivel de partida con activación de conocimientos previos, a continuación se define este último.

---

[15] CARRETERO, Op. Cit., p.27.

[16] Se define posteriormente.

[17] FONSECA PÉREZ, Juan José. La clase de consolidación de matemáticas en el nuevo modelo de secundaria. Este artículo menciona un modelo implementado en Cuba en el cual se da a los docentes propuestas para cambiar la visión del proceso de enseñanza – aprendizaje. Disponible en: http://www.iberomat.uji.es/carpeta/noticias/56_juanj_Fonseca.doc+aseguramiento+del+nivel+ partida

3.3.3 La Activación de los Conocimientos

Es el concepto central dentro de la propuesta, se entiende como *aquellos procedimientos y actividades que se realizan de manera continua a fin de realizar una conexión entre los conocimientos anteriores con los nuevos.*

La activación del conocimiento es determinante para lo que se aprende y se recuerda; por ello es importante tener en cuenta: activar los esquemas de conocimiento, desarrollar en los estudiantes las estructuras de conocimiento, enseñar a los estudiantes a activar su conocimiento previo y a integrarlo con el nuevo, y muy importante: activar el conocimiento previo de los estudiantes antes de iniciar cada sesión de clase (mediante preguntas para indagar acerca de la naturaleza de su conocimiento previo, el uso de ilustraciones o a través de diferentes formas de representaciones gráficas, tales como, esquemas o mapas conceptuales), y durante la clase: exponer de manera estructurada cada una de las temáticas[18].

La activación de conocimientos tiene una estrecha relación con el aprendizaje significativo, pues lo que busca es hacer conexiones entre lo que conoce el estudiante y lo que empieza a abordar. La activación se evidencia en el momento que el estudiante recuerda de manera efectiva los elementos que necesita para desarrollar alguna temática. También está relacionada con todas aquellas estrategias dirigidas a recordar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a generarlos cuando no existan. Está destinada a crear y a potenciar enlaces entre los conocimientos previos y la información nueva que ha de aprenderse, asegurando con ello un mayor significado de los aprendizajes logrados. Es un

[18] S.n http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio25.htm (Mayo 20 de 2007)

proceso de integración entre lo “previo” y lo “nuevo” denominado “conexiones externas”[19].

Para activar el conocimiento, hay varios métodos: diálogo heurístico, talleres (individuales o en grupo) y repaso. Fonseca, destaca el repaso pero definido como un *repaso continuo*, donde se integran los conocimientos anteriores con los nuevos[20].

Finalmente, se considera de suma importancia hacer una diferenciación entre aseguramiento del nivel de partida y activación de conocimientos previos: el primero es un proceso que sólo se da al inicio de una unidad y es de verificación mientras que el segundo, son procedimientos y actividades que se realizan de manera continua a fin de realizar una conexión entre los conocimientos anteriores con los nuevos.

3.3.4 Fijación de los Conocimientos

Es entendida como el proceso donde el docente realiza diversas actividades en pos de lograr una mayor comprensión y aprehensión de los conocimientos para los estudiantes. Al respecto Piaget, citado por Mario Carretero, relaciona este proceso de fijación con la memoria a corto y largo plazo:

> “Para que la información pase a formar parte de nuestra memoria a largo plazo, es preciso antes procesarla, mantenerla durante algún tiempo y otorgarle algún tipo de plan a nuestra memoria a corto plazo, al igual que ocurre con los ordenadores”[21]

[19] FONSECA PÉREZ, Op. Cit.

[20] Ibíd.

[21] CARRETERO, Op. Cit., p.54.

La fijación de los conocimientos dentro de todo proceso de enseñanza juega un papel crucial y más aún dentro de las matemáticas. Juan José Fonseca Pérez dice:

> "la fijación de conocimientos, habilidades, capacidades y actitudes tiene gran importancia en la asignatura Matemática dado por el carácter sistemático de la materia y la estructura de toda formación matemática donde cada complejo de materia se apoya en un complejo de materia anterior"[22].

3.3.5 La activación de los conocimientos, estrecho vínculo con las Competencias

Desde el MEN, el trabajo de investigación aquí propuesto tiene estrecha relación con el concepto de competencia, el cual empieza a ser empleado en el campo de la ciencia psicológica a finales de la década de los cincuenta por los teóricos de la nueva psicología cognitiva[23], cuando Noam Chomsky introduce el concepto de competencia lingüística para hacer referencia a un conocimiento formal y abstracto acerca de las reglas y principios que regulan el sistema lingüístico, atribuyéndose un carácter innato y universal[24].

Una de las competencias que desarrolla el presente trabajo es la interpretativa, por ello se considera importante la teoría Vigotskiana del aprendizaje que reconoce que los procesos de interacción social inciden profundamente en la comprensión, elaboración y desarrollo del conocimiento. La metodología, al estar

---

[22] FONSECA PÉREZ, Op. Cit.

[23] LLIVINA, Miguel Jorge. Aproximación al concepto de competencia. La llamada revolución cognitiva se inicia en 1956 en los Estados Unidos, como respuesta a las demandas tecnológicas de la sociedad postindustrial, entendida al ser humano como un activo procesador de información y ubicando su estudio desde la analogía mente-ordenador.

[24] Íbid.

estrechamente vinculada con la teoría de Vigostky, propone para la solución de problemas la discusión de este en grupos pequeños (3 a 4 estudiantes). Este proceso de discusión estará enmarcado, por una argumentación que a su vez va a estar atravesada por el lenguaje, en donde los estudiantes desde la comprensión de la temática deben argumentar y defender su posición frente a la de los demás compañeros.

Puesto que la investigación aquí presentada debe estar a la par con las necesidades de la educación moderna, es indispensable no sólo desarrollar las competencias en los estudiantes sino también hacer un seguimiento de sus desempeños (de todas aquellas expresiones o manifestaciones directas o indirectas), de la presencia de las competencias de quienes las ejecutan, que se hacen observables en la realización de tareas o actuaciones en situaciones específicas diseñadas o no para tal efecto.

3.3.6 El Diálogo Heurístico

El Diálogo Heurístico es un proceso de enseñanza que debe ser dirigido por el maestro, en él, por medio de preguntas formuladas al estudiante, se encamina ese proceso que es entendido como una metodología que alberga dentro de sí una cantidad de métodos que permiten el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la matemática, cuando se explica la solución de algún ejercicio, es muy recomendable hacer uso del Diálogo Heurístico, pues ello incluye al estudiante en su proceso de aprendizaje por medio de preguntas que lo obligan a pensar en la solución del ejercicio y adicionalmente se puede llevar el Diálogo de tal manera que se haga una mirada retrospectiva a conocimientos anteriores que ya deben estar claros en el estudiante[25].

3.3.7 La Guía Didáctica y la Unidad Didáctica

Durante el desarrollo del trabajo se hizo uso de la guía didáctica. A continuación se presenta su definición, junto con la de unidad didáctica, a fin de dar a conocer por qué se hizo uso de la primera y no de la segunda.

La guía didáctica

El instrumento fundamental de la intervención pedagógica es la guía didáctica, encaminada a todo un proceso de activación, de las aplicaciones de la trigonometría.

Este instrumento ha sido escogido porque en primer lugar facilita el manejo del tiempo, y ello se debe a que en la guía queda consignadas de una manera muy explicita el tema o los temas a abordar, de tal forma que si en determinado momento no se termino la actividad el estudiante tenga todas las herramientas necesarias para terminarlas en su casa.

A continuación se define este instrumento y se mencionan cada uno de sus elementos.

Según Maria Esther Contreras, referenciada por Álvaro Zapata:

> "una guía didáctica es un instrumento impreso con orientación técnica para el estudiante, que incluye toda la información necesaria para el correcto uso y

[25] Un ejemplo muy claro sobre cómo desarrollar un Diálogo Heurístico en una clase de matemáticas, se encuentra en el documento diseñado por la Doctora Lourdes Valverde: La Heurística, disponible en: http://webapps.udem.edu.co/RenovacionCurricular/Descargas/Diplomado Didactica/OtroDocumentos/La%20Heuristica.pdf.

> manejo provechoso del libro de texto, para integrarlo al complejo de actividades de aprendizaje, para el estudio independiente de los contenidos del curso”[26]

Por su parte la Universidad de Educación a Distancia, UNED, de España, define la guía didáctica de la siguiente manera:

> “es un documento que orienta el estudio, acercando a los procesos cognitivos del alumno el material didáctico, con el fin de que pueda trabajarlo de manera autónoma"[27]

Por otro lado, Eugenia Ramírez, afirma:

> “es un instrumento característico dentro de la educación desescolarizada, que acompaña a los materiales de lectura, que introduce la unidades temáticas del curso ya sea en forma aislada o como parte del contenido de un módulo”[28]

De lo anterior se puede decir que la guía didáctica es un instrumento que debe apoyar al estudiante a decidir qué, cómo, cuándo y con ayuda de qué, estudiar los contenidos de un curso a fin de mejorar el aprovechamiento del tiempo disponible y maximizar el aprendizaje y su aplicación. También es posible afirmar que la guía es una propuesta metodológica de ayuda para el alumno pues se le facilita estudiar el material objeto de análisis.

La guía ayuda a que el alumno estudie la propuesta metodológica desde el material, el planteamiento de los objetivos, así como el desarrollo de todos los componentes de aprendizaje incorporados por cada tema, apartado, capítulo o

[26] ZAPATA CORREA, Álvaro David. Guías didácticas, unidades didácticas y módulos. 9p

[27] Ibíd. p.1

[28]Ibíd. p. 9

unidad. Las funciones básicas que cumple la guía son la de orientación, promoción del aprendizaje auto sugestivo y auto evaluación del aprendizaje.

La orientación establece recomendaciones que tienen como objetivo conducir y orientar el trabajo del estudiante. Esta función también está dirigida a aclarar dudas que se pueden presentar en el desarrollo de la guía y la de especificar en su contenido la forma en que el alumno deberá presentar sus productos.

La auto evaluación del aprendizaje consiste en establecer actividades integradas de aprendizaje, en las que el estudiante aplique el aprendizaje obtenido, haciéndose evidente su proceso. Esta función también establece la importancia de proponer estrategias de monitoreo para que el estudiante evalúe su progreso y se motive a clarificar las dudas o procedimientos que aún no tiene claros o en su defecto no comprende.

Las componentes estructurales de la guía son:

- Índice
- Presentación
- Objetivos generales
- Esquema de resumen de contenidos
- Desarrollo de contenidos
- Temática de estudio
- Actividades para el aprendizaje
- Ejercicios de auto evaluación
- Bibliografía de apoyo

Cabe aclarar que para la presente investigación, la ejecución de las guías se consideraron desde los planteamientos de Vigostky, el cual afirma:

> "el aprendizaje no debe ser considerado como una actividad individual, sino más bien social"[29]

Esta afirmación es importante porque un estudiante aprende de manera más eficaz, cuando lo hace en un contexto de colaboración e intercambio con sus compañeros, pues se crean discusiones de grupo en donde deben argumentar sus posiciones, esto conllevará al docente a evidenciar el grado de conocimiento que el estudiante posee frente a un tema y a su vez se permita una retroalimentación de los conocimientos.

La Unidad Didáctica:

Para sustentar el porqué se utilizaron las guías didácticas en vez de una unidad didáctica es indispensable, definir ésta.

Definiciones de unidad didáctica:

> "La unidad didáctica es la interrelación de todos los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza – aprendizaje con una coherencia interna metodológica y por período de tiempo determinado" [30]

> "Unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la ejecución de unos objetivos didácticos. Una unidad didáctica da respuesta a todas las cuestiones curriculares al qué enseñar (objetivos y contenidos), cuándo enseñar (secuencia ordenada de actividades y contenidos), cómo enseñar (actividades, organización del espacio y del tiempo, materiales y recursos didácticos) y a la evaluación (criterios e instrumentos para la evaluación), todo

[29]CARRETERO, Op. Cit., p.24.

[30] DIEZ GUTIERREZ, Enrique Javier. Las Unidades Didácticas. en línea página Wed versión html. León. España. Universidad de León. Citado el 13 de septiembre de 2006. disponible en Internet: http://www.unileon.es/dp/ado/ENRIQUE/Didactic/UD.htm

> ello en un tiempo claramente delimitados"[31](MEC, 1992,87 O 91- en cajas rojas infantil o primaria respectivamente).
>
> "La Unidad Didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza – aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significativa. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, Proyecto curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con la que se trabajará, las experiencias de enseñanza – aprendizaje necesarias para perfeccionar dicho proceso"[32]

Retomando las definiciones anteriores, se puede decir que la unidad didáctica es un proyecto de trabajo, un taller, la programación de las rutinas, el seguimiento del tiempo atmosférico, la programación de la lectura recreativa, etc., todo encaminado a la planificación por parte del docente de un proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los elementos de la unidad didáctica son:

- Descripción de la unidad didáctica
- Objetivos Didácticos
- Contenidos de aprendizaje
- Secuencia de actividades
- Recursos materiales

---

[31] Ibíd.

[32] Ibíd.

- Organización del espacio y el tiempo
- Evaluación

3.3.8 La evaluación

La evaluación escolar puede tomar diferentes significados y enfoques según el modelo pedagógico desde el cual sea abordada. En la actualidad, en la Educación Colombiana, se ha pretendido dar a la evaluación un enfoque predominantemente constructivista. A partir de 1994, con la nueva Ley General de Educación, se propone una educación más significativa con metas claras, con lo cual también se reforma la evaluación debido a que se evalúa a partir de Logros e Indicadores de Logros que dan la posibilidad de observar y notar los avances cognitivos del estudiante. Dichos avances evidencian de acuerdo a unos referentes generados a partir del decreto 0230 del 2002: Excelente, Sobresaliente, Aceptable, Insuficiente y Deficiente. En el siguiente cuadro, se resumen los aspectos más relevantes de dicho modo de evaluar:

	Evaluación por logros
¿Para qué se evalúa?	Para notar o no avances, procesos de desarrollo e identificar dificultades en el desarrollo de las dimensiones del estudiante.
¿Qué se evalúa?	Se evalúa teniendo en cuenta las dimensiones del ser humano: corporal, cognitiva, comunicativa, afectiva, socio-política, ética y estética.
¿Quién evalúa?	Hay varias evaluaciones: el profesor al estudiante (Heteroevaluación), el estudiante así mismo (Autoevaluación), el estudiante hace parte de la evaluación a sus compañeros (Coevaluación).
¿Cuándo evaluar?	La evaluación es continua, pues esto permite identificar avances y dificultades en el proceso de aprendizaje.
¿Cómo evaluar?	Sus métodos se centran en la comprensión, desarrollo de procesos de pensamiento y aprender a pensar y ser.

Además de esta evaluación por logros, la nueva corriente Educativa Colombiana, hace énfasis en el desarrollo de tres competencias comunicativas:

- Interpretativa: sugiere el manejo de la información.
- Argumentativa: hace énfasis en el hecho de dar razones y explicar; es un poco más compleja que la anterior.
- Propositiva: es la más compleja de todas, pues apunta a presentar alternativas, generar hipótesis y utilizar el conocimiento en solución de problemas por medio de nuevos caminos y nuevas rutas.

Casi todos los estudiantes están muy bien fundamentados en la competencia Interpretativa (y mucho más desde la enseñanza tradicional), y desde el MEN, se propone desarrollar la competencia Propositiva, teniendo en cuenta que todas estas competencias constituyen un proceso; es decir, no se puede pasar a una competencia más compleja sin haber pasado por una simple.

En resumen, lo que se pretende con la Evaluación, es notar el avance del desarrollo del pensamiento del sujeto en la educación, y hacer una valoración de este proceso.

En el trabajo aquí presentado se evalúa al estudiante de acuerdo a los siguientes parámetros[33]:

Criterio	**Justificación**
Excelente	Un alumno es **Excelente** cuando: ➢ Alcanza todos los logros propuestos sin actividades adicionales. ➢ No tiene fallas en los procedimientos desarrollados. ➢ Al desarrollar las actividades propuestas, excede los límites

[33] Se debe tener en cuenta que cada actividad tiene sus directrices propias, sin embargo, se presentan unos referentes generales para tener en cuenta en todas ellas.

	marcados. ➢ No presenta dificultades en su comportamiento y ni tampoco en el aspecto relacional con quienes hacen parte de la comunidad educativa. ➢ Manifiesta sentido de pertenencia hacia las actividades y elementos empleados dentro de ellas.
Sobresaliente	Un alumno es **Sobresaliente** cuando: ➢ Alcanza todos los logros propuestos con un mínimo de actividades adicionales. ➢ Tiene fallas mínimas en los procedimientos desarrollados. ➢ Desarrolla las actividades propuestas. ➢ Trabaja con poca ayuda del docente y sigue un ritmo estable de trabajo. ➢ Reconoce y supera sus fallas de comportamiento ➢ Manifiesta sentido de pertenencia hacia las actividades y elementos empleados dentro de ellas.
Aceptable	Un alumno es **Aceptable** cuando: ➢ Alcanza los logros mínimos con actividades complementarias. ➢ Presenta fallas en los procedimientos desarrollados. ➢ Desarrolla mínimamente las actividades propuestas. ➢ Para trabajar, requiere de la constante ayuda del docente y sigue un ritmo intermitente de trabajo. ➢ Presenta dificultades de comportamiento. ➢ Manifiesta poco sentido de pertenencia hacia las actividades y elementos empleados dentro de ellas.
Insuficiente	Un alumno es **Insuficiente** cuando: ➢ No alcanza todos los logros propuestos y a pesar de presentar actividades adicionales no alcanza los logros previstos. ➢ Se le dificulta desarrollar procedimientos, y al hacerlo lo hace de manera incorrecta. ➢ Le cuesta desarrollar las actividades propuestas.

	➢ Presenta dificultades de comportamiento. ➢ Aunque requiera de ayuda del profesor para trabajar, no la solicita pues su trabajo es poco dentro de las actividades. ➢ No manifiesta sentido de pertenencia hacia las actividades y elementos empleados dentro de ellas.
Deficiente	Un alumno es **Deficiente** cuando: ➢ No alcanza los logros propuestos y adicionalmente no presenta actividades complementarias para alcanzarlos. ➢ No desarrolla ningún tipo de procedimiento en las actividades propuestas. ➢ No desarrolla las actividades propuestas. ➢ Presenta dificultades de comportamiento. ➢ No manifiesta sentido de pertenencia hacia las actividades y elementos empleados dentro de ellas.

4. METODOLOGÍA

Nuestra propuesta metodológica se basa en la implementación de unas guías didácticas encaminadas a la activación de conocimientos en las aplicaciones de la trigonometría.

La metodología que se llevó a cabo en el presente trabajo de investigación es la siguiente:

- **Población**: 2500 estudiantes de la Institución Educativa Concejo de Medellín.
- **Población objeto de estudio:** 360 estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Concejo de Medellín.
- **Objeto de estudio:** las aplicaciones de la trigonometría
- **Muestra:** 80 estudiantes de los grados 10º8 y 10º6 de la Institución Educativa Concejo de Medellín.
- **El diseño metodológico:** la investigación se desarrolló desde el diseño cuasi-experimental, tomado un grupo experimental (10º6) y otro de control (10º8).
- **Las técnicas de medición:** se utilizaron, la entrevista a los docentes encargados de los grados en los cuales se hizo la intervención, la observación a los grupos, las pruebas que se aplicaron en los grupos y la sistematización de datos.
- **Los instrumentos de medición:** se utilizaron: la guía de observación, la guía de entrevista, pruebas escritas, guías para el trabajo metodológico.

A continuación se describe brevemente la forma como se realizó tal intervención.

Actividades	**Descripción de la actividad**
Entrevista a los docentes cooperadores	A cada uno de los docentes cooperadores, Rodrigo Rendón y Juan Manuel Ramírez. La descripción de tales entrevistas se encuentra en el anexo 4.

Actividad Diagnóstica (Pre-prueba)	Esta actividad fue aplicada con el fin de determinar el grado de apropiación de los conocimientos previos de los estudiantes (se aplicó en los grados 10°6 y 10°8). Para acceder a la prueba aplicada a los estudiantes, véase Anexo N°1.
Encuéntrala tú primero	Es una guía práctica donde los aprendices ponen a prueba sus conocimientos sobre triángulos rectángulos; esta guía consiste en que los estudiantes, primero deben buscar los diferentes lugares de la Institución donde hay colocadas unas cuerdas, luego deben proceder a determinar la altura a la cual se encuentra la cuerda, midiendo una distancia cualquiera del pie de la base y el ángulo formado con la base. La guía con la cual trabajaron los estudiantes se encuentra en el Anexo N°5
Guía para el estudiante: "Aprendiendo las aplicaciones de la trigonometría"	Se entregó una guía a los estudiantes, para ser trabajada en equipos, en ella se encontraron con ejercicios resueltos en donde se les pedía dar cuenta sobre los procesos desarrollados. La guía con la cual trabajaron los estudiantes se encuentra en el Anexo N° 6
Diálogo Heurístico	Se desarrolló una clase por parte de las practicantes, en ella se involucró, mediante el diálogo, a los estudiantes en el desarrollo de ejercicios de aplicaciones de la trigonometría: razones trigonométricas, ley del Seno y ley del Coseno. Para ver el diálogo heurístico completo, véase Anexo N°7.
Repaso de las aplicaciones de la trigonometría	Esta actividad se desarrolló en grupos de trabajo de 4 estudiantes, se proponían ejercicios que debían ser resueltos en 5 minutos, el objetivo de esta actividad era que los estudiantes se prepararan para el examen final. Para ver la guía de esta actividad, véase Anexo N°8
Quién sabe Más	Esta actividad final que consiste en un concurso, consta de una serie de ejercicios en donde los estudiantes ponen a prueba el nivel de apropiación de los procedimientos y conceptos en cuanto a las aplicaciones de la trigonometría. El concurso está diseñado en Power Point, a través del cual se busca de manera divertida, integrar el grupo y desarrollar las competencias: interpretativa, argumentativa y propositiva, además de mayor agilidad de razonamiento.

Antes de mostrar los resultados y análisis de la información recolectada, aclaramos que dentro del trabajo realizado, nuestro interés nunca estuvo enfocado hacia la introducción de nuevos temas, nuestro trabajo, básicamente, estuvo dirigido hacia la activación de conocimientos, por lo tanto partimos de lo que los docentes cooperadores trabajaron con los estudiantes y el objetivo de las actividades es evidenciar un proceso de activación de los conocimientos que ya poseen los estudiantes.

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

A continuación se encuentran consignados los resultados y análisis de las actividades desarrolladas y las pruebas aplicadas durante la intervención pedagógica.

5.1. ANÁLISIS DE LA ENTREVISTA A LOS DOCENTES COOPERADORES.

Para tener acceso a las entrevistas completas véase el Anexo N° 4. A continuación hablamos de los aspectos relevantes de su desarrollo, que son tres: los conocimientos previos, la asimilación de los conocimientos previos y lo que entienden los docentes cooperadores por activación de conocimientos previos.

1. Para los docentes cooperadores (Rodrigo Rendón y Juan Manuel Ramírez), la inclusión de los conocimientos previos en la enseñanza de la matemática es fundamental, pues ello facilita la aprehensión de nuevos conocimientos por parte del estudiante. Ambos docentes desarrollan sus clases de una manera similar cuando se va ha construir un concepto nuevo: se hace un recuento de lo que los estudiantes conocen y se construye a partir de ese conocimiento, de tal manera que lo nuevo surja a partir de lo familiar para el estudiante.

2. En cuanto a la verificación de la asimilación de esos conocimientos previos, para ambos docentes se hace en la aplicación de ellos, es decir, si el estudiante es capaz de hacer uso de lo que se le enseñó inicialmente, dentro de una temática nueva, quiere decir que hay una asimilación del conocimiento. En palabras de Juan Manuel: "*Cuando el muchacho es capaz de resolver ya sea la identidad o la ecuación aplicando el casito en particular de factorización, o sacando el mínimo común múltiplo o resolviendo la ecuación de la identidad*". La respuesta de Rodrigo es muy similar, pero muy general, para él son muy importante las

aplicaciones, considera que ellas son útiles: “*para dar cuenta que tanto hayan aprendido los estudiantes*”.

3. Cuando se le preguntó a los docentes a cerca de lo que conocían sobre activación de conocimientos previos se encontró lo siguiente: Rodrigo la define como los “*conceptos que los muchachos no lograron comprender hasta que a los estudiantes se le realicen actividades para traer a correlación esos conceptos* “. Mientras que Juan Manuel, cuando se le pregunta sobre lo que conoce sobre activación de conocimientos previos, antes de dar alguna respuesta pide se le diga qué se entiende por este concepto, al darle la respuesta el considera que eso es la activación de conocimientos, es decir, Juan Manuel entiende por este concepto lo mismo que en este trabajo.

Es evidente que para los docentes es importante tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes en el proceso de enseñanza, ello es fundamental para todo conocimiento nuevo. Para ellos, el proceso de activación de conocimientos, a pesar de no estar claro como concepto, según la entrevista, el desarrollo de este proceso es una necesidad para los estudiantes debido al olvido por parte de ellos en los contenidos de grados anteriores primordiales para las temáticas abordadas en el grado décimo.

5.2. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRE-PRUEBA[34]

La pre-prueba fue realizada en los grados 10°6 y 10°8. A continuación se muestra la tabulación de los resultados obtenidos en dicha actividad.

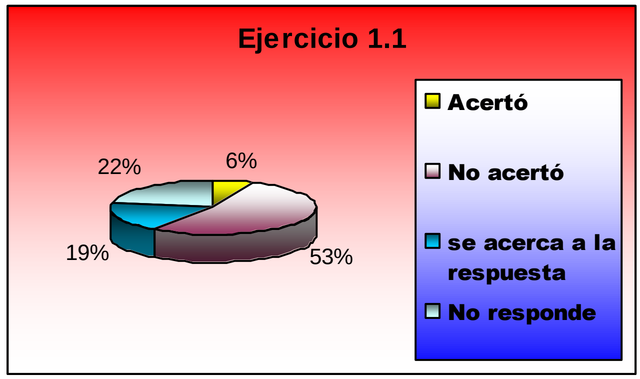
[34] Para ver la pre-prueba aplicada a los estudiantes, véase anexo N°1

Ejercicio 1. A continuación hay dos ejercicios resueltos de ecuaciones, usted debe indicar a frente de cada uno de ellos la propiedad que fue aplicada (distributiva, ley uniforme, etc.)

Ejercicio 1.1

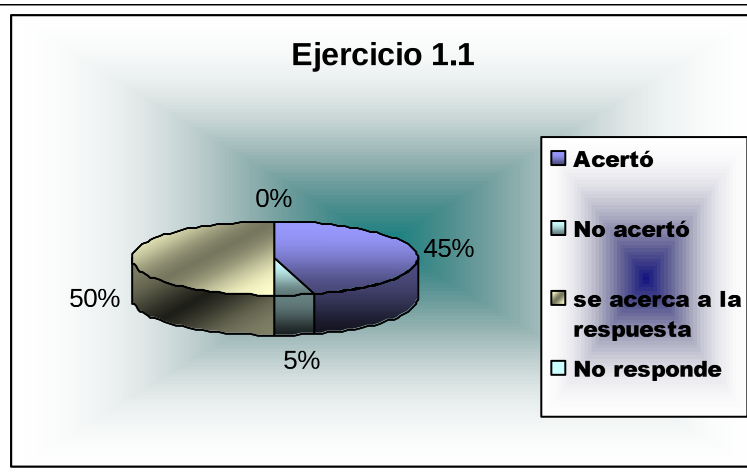
10°6

Acertó	2
No acertó	17
Se acerca a la respuesta	6
No responde	7
total	32



10°8

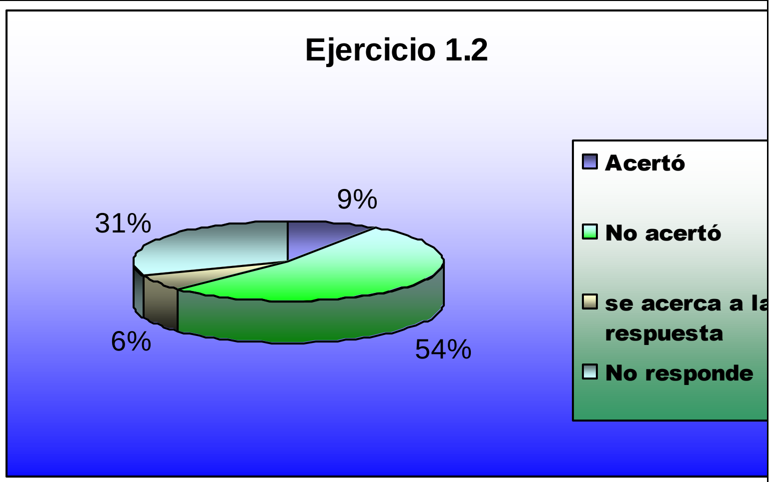
Acertó	10
No acertó	1
se acerca a la respuesta	11
No responde	0
total	22

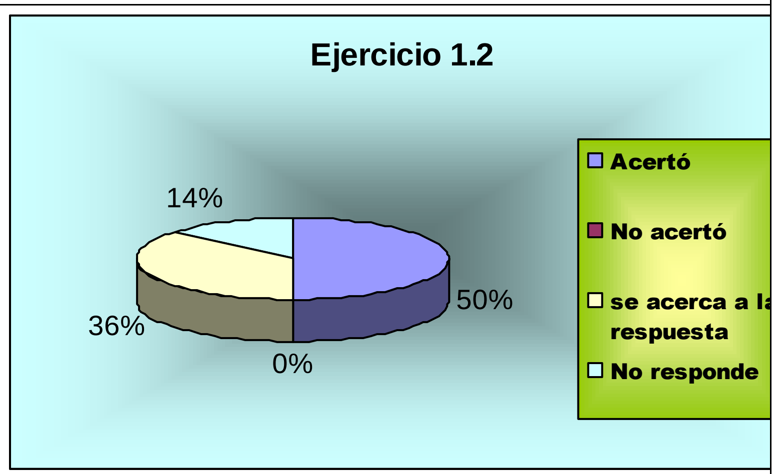


Análisis

Grado décimo seis	Grado décimo ocho
De los 32 estudiantes que realizaron la prueba, sólo el 6% responde de manera correcta el ejercicio, el 53% responde de manera incorrecta, el 6% se acerca a la respuesta y un 7% no responde. Según los	De los 22 estudiantes que realizaron la prueba, el 45% resolvió de manera correcta el ejercicio, el 50% se acercó a la respuesta y sólo un 5% responde incorrectamente. Según los resultados obtenidos, se evidencia que la

resultados obtenidos se evidencia que la mayoría de estudiantes presentan dificultades conceptuales frente a la aplicación de propiedades en ecuaciones.	mayoría de estudiantes no presentan dificultades conceptuales para definir las propiedades que intervienen en la solución de ecuaciones.

<table>
<tr><td colspan="3">Ejercicio 1.2</td></tr>
<tr><td>10°6</td><td>
<table>
<tr><td>Acertó</td><td>3</td></tr>
<tr><td>No acertó</td><td>17</td></tr>
<tr><td>se acerca a la respuesta</td><td>2</td></tr>
<tr><td>No responde</td><td>10</td></tr>
<tr><td>total</td><td>32</td></tr>
</table>
</td><td>


</td></tr>
<tr><td>10°8</td><td>
<table>
<tr><td>Acertó</td><td>11</td></tr>
<tr><td>No acertó</td><td>0</td></tr>
<tr><td>se acerca a la respuesta</td><td>8</td></tr>
<tr><td>No responde</td><td>3</td></tr>
<tr><td>total</td><td>22</td></tr>
</table>
</td><td>


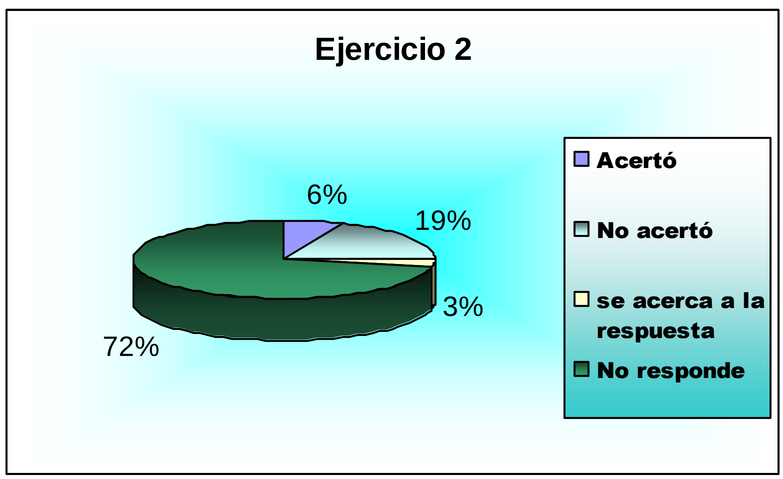
</td></tr>
</table>

Análisis

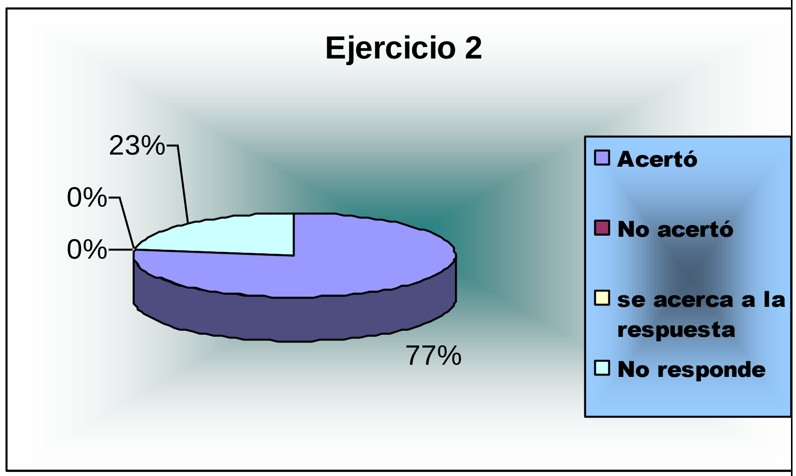
Es importante anotar que este ejercicio frente al anterior, es de un nivel de mayor dificultad.

Grado décimo seis	Grado décimo ocho
Frente a este segundo ejercicio, el 54% de los estudiantes responde de manera incorrecta, el 31% no responde, el 9% responde de manera correcta y sólo el 6% se acerca a la respuesta. Estos resultados confirman las dificultades conceptuales que presentan la mayoría de los estudiantes, en cuanto a las propiedades que intervienen en la solución de ecuaciones.	Frente a este segundo ejercicio, el 50% de los estudiantes lo resuelven de manera correcta, un 36% se acerca a la respuesta y sólo un 14% no responde. Estos resultados confirman el buen manejo conceptual que la mayoría de los estudiantes poseen frente a las propiedades que dan solución a una ecuación diferencial.

Ejercicio 2: A continuación, se presenta un triángulo rectángulo sobre un plano cartesiano, usted debe girar el triángulo sobre el punto C, dibujar la figura resultante y darle nombre a dicha figura.

<table>
<tr><td colspan="3">Ejercicio 2</td></tr>
<tr><td>10°6</td><td>
<table>
<tr><td>Acertó</td><td>2</td></tr>
<tr><td>No acertó</td><td>6</td></tr>
<tr><td>se acerca a la respuesta</td><td>1</td></tr>
<tr><td>No responde</td><td>23</td></tr>
<tr><td>total</td><td>32</td></tr>
</table>
</td><td>


</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>10°8</td>
<td>
<table>
<tr><td>Acertó</td><td>17</td></tr>
<tr><td>No acertó</td><td>0</td></tr>
<tr><td>se acerca a la respuesta</td><td>0</td></tr>
<tr><td>No responde</td><td>5</td></tr>
<tr><td>total</td><td>22</td></tr>
</table>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Análisis

Grado décimo seis	Grado décimo ocho
Frente a este ejercicio, al contrario que el grado décimo ocho, un 72% de los estudiantes no realizan el ejercicio, sólo un 6% responde de manera correcta y 19% lo realiza de manera incorrecta y un 3% se acerca a la respuesta. De acuerdo a los resultados, la mayoría de los estudiantes presentan dificultades en la rotación de figuras planas en el plano cartesiano.	Frente a este ejercicio el 77% de los estudiantes lo resolvió de manera correcta y el 23% restante no responde. De acuerdo a estos resultados, la mayoría de los estudiantes no presentan dificultades en la rotación de figuras planas en el plano cartesiano.

Ejercicio 3: Resuelve los siguientes ejercicios:

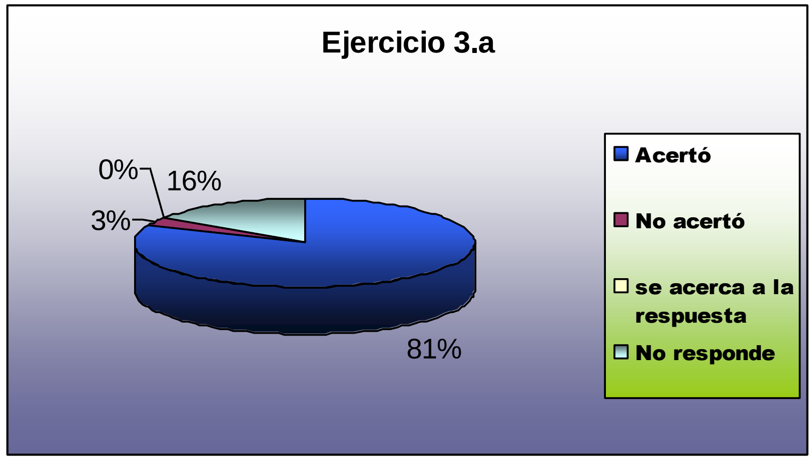
a. En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 10 cm, uno de los catetos mide 8 cm; ¿cuál es la medida del cateto restante y los ángulos que forman el triángulo?

b**.** El siguiente triángulo es rectángulo, y el ángulo señalado mide 58°; determine la medida del ángulo faltante y el valor de cada uno de los lados.

Ejercicio 3.a

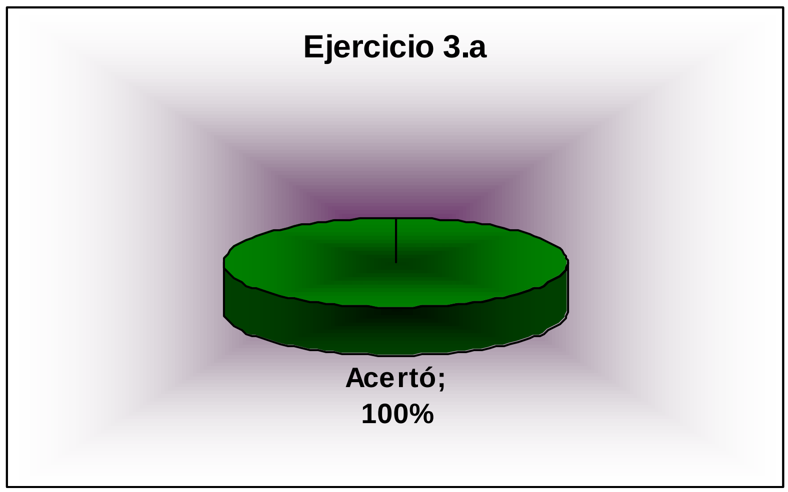
10°6

Acertó	26
No acertó	1
se acerca a la respuesta	0
No responde	5
total	32



10°8

Acertó	22
No acertó	0
se acerca a la respuesta	0
No responde	0
total	22

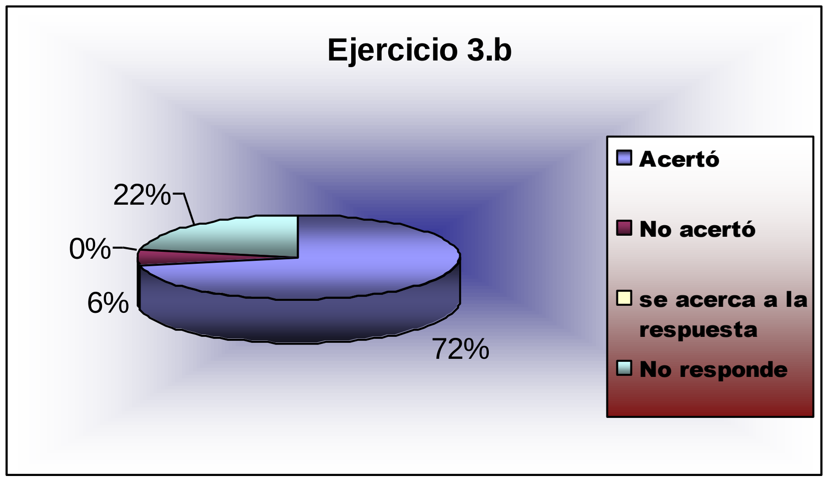


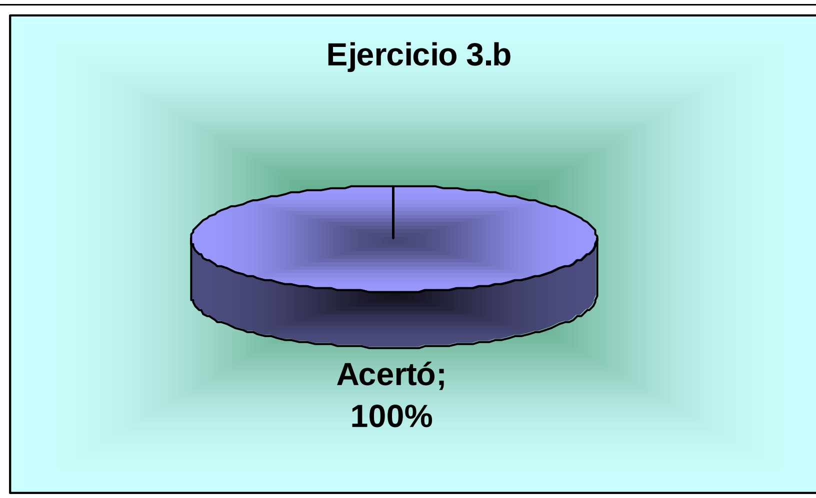
Análisis

Es de anotar que la mayoría de los estudiantes hallan de manera correcta el lado del triángulo rectángulo, pero no logran hallar los ángulos que forman el triángulo.

Grado décimo seis	Grado décimo ocho
Frente a este ejercicio, el desempeño de los estudiantes fue mayor puesto que un 81% determina de manera correcta el cateto faltante, sólo un 3% responde de manera	Es de destacar que el 100% de los estudiantes hallan de manera correcta el cateto faltante. De acuerdo a lo anterior los 22 estudiantes de grado décimo ocho no

incorrecta y un 16% no responde. Según lo anterior, la mayoría de los estudiantes no presentan dificultades en determinar los lados faltantes en los triángulos rectángulos.	presentan dificultades en determinar los lados faltantes en los triángulos rectángulos.

<table>
<tr><td colspan="3">Ejercicio 3.b</td></tr>
<tr><td>10°6</td><td>
<table>
<tr><td>Acertó</td><td>23</td></tr>
<tr><td>No acertó</td><td>2</td></tr>
<tr><td>se acerca a la respuesta</td><td>0</td></tr>
<tr><td>No responde</td><td>7</td></tr>
<tr><td>total</td><td>32</td></tr>
</table>
</td><td>


</td></tr>
<tr><td>10°8</td><td>
<table>
<tr><td>Acertó</td><td>22</td></tr>
<tr><td>No acertó</td><td>0</td></tr>
<tr><td>se acerca a la respuesta</td><td>0</td></tr>
<tr><td>No responde</td><td>0</td></tr>
<tr><td>total</td><td>22</td></tr>
</table>
</td><td>


</td></tr>
</table>

Análisis

Grado décimo seis	Grado décimo ocho
Frente a este ejercicio, el desempeño de los estudiantes fue mayor puesto que un 72% determina de manera correcta el ángulo faltante, sólo un 6% lo determina de manera incorrecta y 22% no responde. De acuerdo a lo anterior la mayoría de los estudiantes no presentan dificultades en determinar el ángulo faltante en los triángulos rectángulos.	Es de destacar que el 100% de los estudiantes hallan de manera correcta el ángulo faltante. De acuerdo con lo anterior los 22 estudiantes de grado décimo ocho no presentan dificultades en determinar el ángulo faltante en triángulos rectángulos.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede observar que el manejo conceptual y procedimental en cuanto a las temáticas evaluadas en la actividad diagnóstica, necesarias para abordar las aplicaciones de la trigonometría, es mayor en los estudiantes de grado décimo ocho frente a los estudiantes de décimo seis. Es importante aclarar que durante la intervención se activan cada uno de los conocimientos que según esta actividad diagnóstica están claros o presentan alguna dificultad y más aún considerando que el grupo décimo seis fue grupo experimental.

5.3. RESULTADOS DE LA ACTIVIDAD: "ENCUÉNTRALA TU PRIMERO[35]"

Una vez realizada esta actividad por parte de los estudiantes, al día siguiente se hizo una socialización con ellos, en donde se les preguntó los lugares a los cuales le determinaron la altura, en el tablero se escribieron 3 lugares comunes para los grupos de trabajo, posteriormente se escribieron los ángulos y la distancia (x) que determinaron (dichos ángulos y distancias, eran distintas para los grupos de

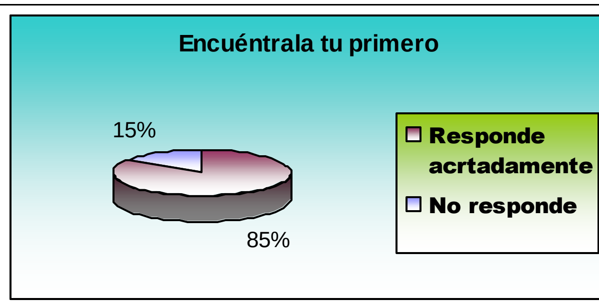
[35] Para ver la guía con la cual trabajaron los estudiantes, véase anexo N°5

trabajo), y finalmente la altura (y), que era lo que la actividad proponía determinar. Después de tener esta información en el tablero, se les pidió a los estudiantes que en sus mismos equipos de trabajo emitieran conclusiones para luego expresarlas a todo el grupo, a continuación, las respuestas de los grupos de trabajo:

Grupo 1	5 estudiantes	Vemos que las alturas son diferentes, pero los resultados son muy cercanos
Grupo 2	4 estudiantes	Los ángulos y la distancia equis es diferente para todos los equipos, pero las alturas son valores muy similares
Grupo 3	4 estudiantes	No responden
Grupo 4	3 estudiantes	Las alturas encontradas son casi las mismas para todos los equipos
Grupo 5	4 estudiantes	Podríamos decir que todos encontramos que las alturas son las mismas
Grupo 6	4 estudiantes	Aunque todos los grupos tomamos medidas diferentes para los ángulos y el valor x, las alturas son resultados muy cercanos.

Análisis

Concluyen acertadamente	22
No responde	4



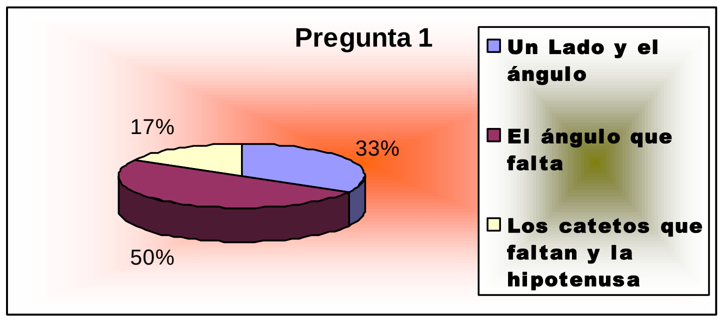
Se puede ver claramente que casi todos los equipos concluyeron acerca de las alturas encontradas, aunque dichas alturas difieren un poco, los valores son muy cercanos. Tales conclusiones son consideradas como acertadas debido a que precisamente ese era el tipo de conclusiones que se esperaban por parte de los estudiantes. No deja de preocupar que hay un grupo que no emite conclusión alguna, sin embargo, comprendemos que la actividad que se realizó pudo no ser comprendida para ellos, pues esa fue la respuesta dada por los integrantes del grupo de trabajo.

5.4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD: APRENDIENDO LAS APLICACIONES DE LA TRIGONOMETRÍA[36].

A continuación se muestran los resultados y análisis respectivos para cada una de las preguntas obtenidas en el desarrollo de la actividad:

1. Según lo que conocemos hasta hoy, ¿qué es lo primero que se puede determinar, en el triángulo que tenemos?

Un Lado y el ángulo	10
El ángulo que falta	15
Los catetos que faltan y la hipotenusa	5



Análisis

A la pregunta ¿qué se puede hallar primero en el triángulo?, el 50% de los estudiantes menciona que el ángulo (que en este caso es la respuesta correcta); el 33% menciona que el ángulo y lado (una respuesta que se acerca a lo solicitado) y por último sólo un 17% responde que los catetos y la hipotenusa (lo cual es una respuesta errónea).

---

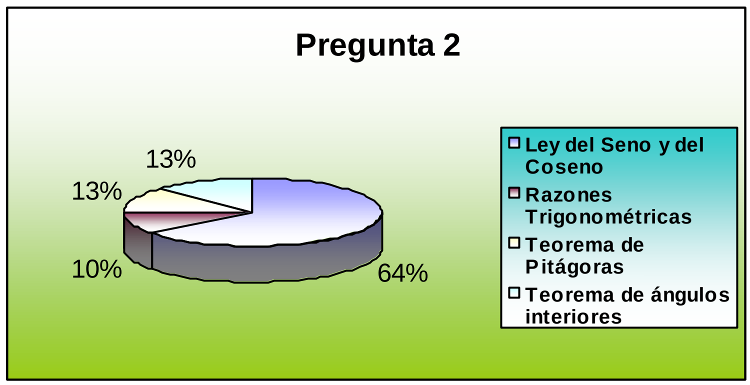
[36] Para ver la guía con la cual trabajaron los estudiantes, véase anexo N°6

Análisis

Según los resultados obtenidos, se observa que los estudiantes tienen claro lo primero que según las condiciones se puede hallar en el triángulo, en este caso el ángulo que falta.

2. Para determinar la magnitud de los lados que faltan, ¿qué elementos de la trigonometría son útiles para ello?

Ley del Seno y del Coseno	25
Razones Trigonométricas	4
Teorema de Pitágoras	5
Teorema de ángulos interiores	5



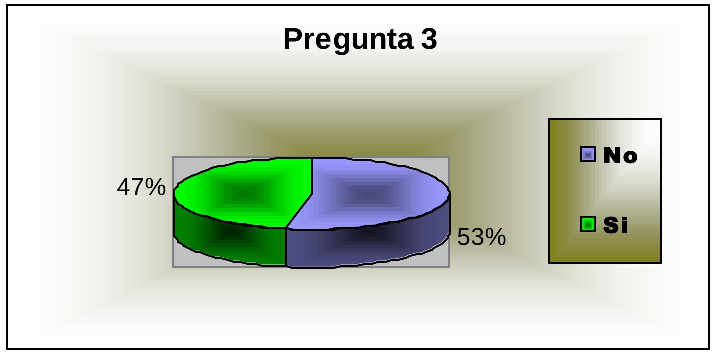
Según los resultados obtenidos se puede evidenciar que el 64% de los estudiantes responde de manera correcta, al decir que se puede usar la Ley del Seno y la del Coseno para determinar el cateto faltante. El porcentaje restante responde incorrectamente de la siguiente manera: un 10% afirma que se pueden usar las razones trigonométricas, un 13% el teorema de Pitágoras y otro13% el teorema de ángulos interiores.

Análisis

Se puede evidenciar que un gran número de estudiantes presenta claridad a cerca de las condiciones para la aplicación de la Ley del Seno y del Coseno.

3. ¿Podemos usar las razones trigonométricas?

No	17
Si	15



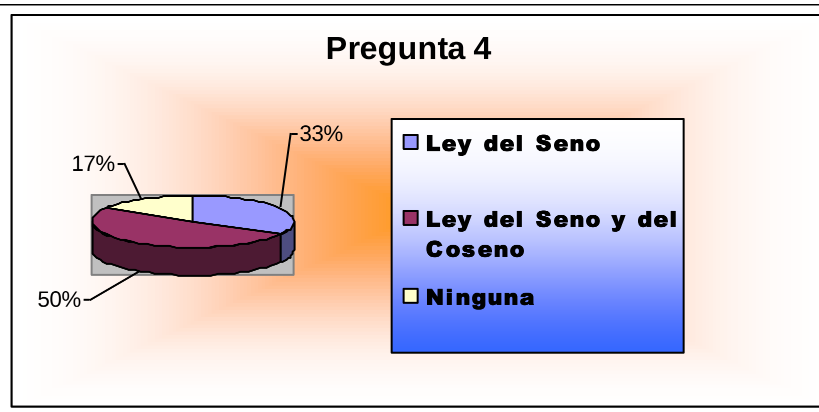
Según los resultados obtenidos, un 53% de los estudiantes afirma que es posible hacer uso de las razones trigonométricas en el triángulo planteado en el ejercicio, por otro lado un 47% niega esa posibilidad.

Análisis

De acuerdo a lo anterior hay una posible confusión en los estudiantes en cuanto al uso de las razones trigonométricas, ello se debe a que ellas sólo se pueden aplicar en triángulos rectángulos, en el ejercicio planteado el triángulo es oblicuángulo.

4. ¿Podemos aplicar La ley del Coseno o la del Seno? ¿Se puede hacer uso de ambas?

Ley del Seno	10
Ley del Seno y del Coseno	15
Ninguna	5



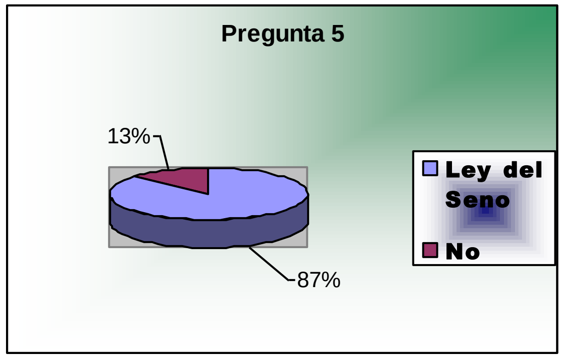
Según los resultados obtenidos un 33% afirma que se puede usar la Ley del Seno, un 50% afirma que se puede usar la Ley del Seno y la del Coseno y por último, hay un 17% de estudiantes que no responden.

Análisis

Si bien es cierto que se pueden usar tanto la Ley del Seno como la del Coseno en el ejercicio planteado, es más adecuado usar la Ley del Seno, pues de acuerdo a las condiciones dadas en el ejercicio (un triángulo oblicuángulo dos de sus ángulos interiores y un lado), para determinar lo que hace falta se usa esta Ley; sin embargo, frente al alto porcentaje de estudiantes que afirman la posibilidad de usar ambas leyes, se plantean una conclusión factible: al ver el triángulo oblicuángulo se deben usar las leyes del seno y del coseno (estos estudiantes no tienen en cuanta las condiciones). Sólo un porcentaje reducido ve claramente que se puede usar la Ley del Seno, por lo cual se ve que muy pocos estudiantes relacionan las condiciones del ejercicio con el tipo de triángulo, y todavía hay un mínimo de estudiantes que consideran que no se puede usar ninguna de estas leyes pues para ellos es un triángulo rectángulo y por lo tanto se usan otros medios (especificados en la respuesta a la pregunta 2).

5. Según el paralelo anterior ¿Cuál de las dos leyes nos sirve para determinar la magnitud de los lados que nos hacen falta?

Ley del Seno	26
No responde	4



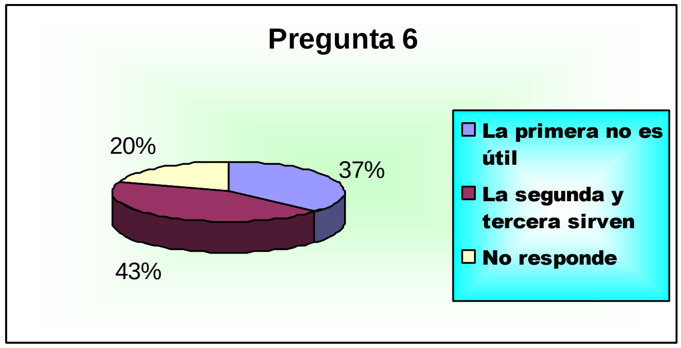
En estas respuestas encontramos que un 87% afirman que se puede usar la Ley del Seno y un reducido porcentaje del 13% no responde.

Análisis

Respecto a las respuestas de la pregunta 4, aquí encontramos que de los estudiantes que responden, todos coinciden en decir: Ley del Seno, aquí es claro que cuando los estudiantes ven planeadas las dos leyes (Seno y Coseno), en el mismo triángulo, encuentran más sencillo hacer uso de la Ley del Seno pues con la del Coseno resulta una ecuación compleja. Es posible que sí existía algún tipo de confusión para los estudiantes acerca de la Ley para aplicar al ejercicio planteado, de acuerdo a las respuestas ya hay claridad respecto a lo más adecuado.

6. En las 3 igualdades anteriores, ¿Cuál(es) de ellas sirvieron para determinar directamente la magnitud de los lados que hacen falta? ¿Qué igualdad(es) no es o son útiles? ¿Por qué?

La primera no es útil	15
La segunda y tercera sirven	18
No responde	8



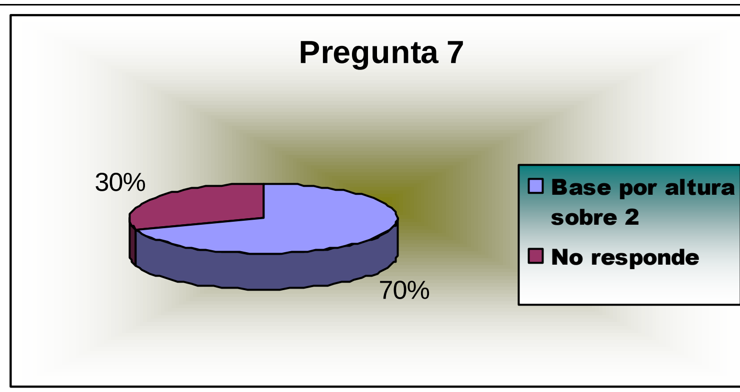
Si analizamos las respuestas encontramos que la primera y la segunda son la misma, por ello, decimos que un 57% responde acertadamente, frente a un 43% que no responde.

Análisis

En esta pregunta el análisis por parte de los estudiantes era mínimo, por ello es posible, que de los estudiantes que respondieron todos lo hallan hecho acertadamente.

7. ¿Cómo se determina el área de un triángulo?

Base por altura sobre dos	21
No responde	9



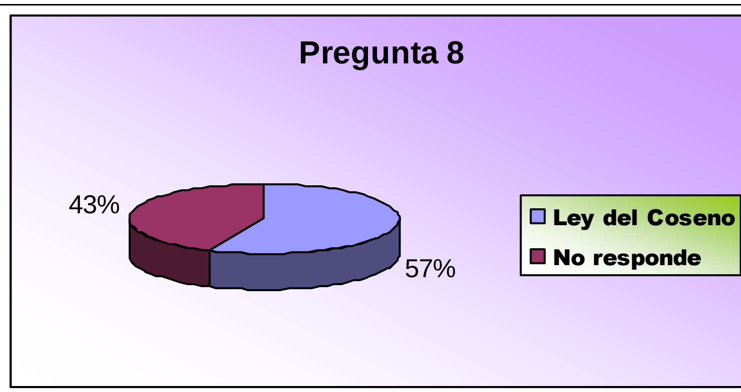
Según los resultados, el 70% responde que para determinar el área de un triángulo se usa la fórmula: $\frac{b \times h}{2}$ (base por altura sobre dos) y un 30% no responde.

Análisis

Se ve como una constante desde las respuestas a la pregunta cinco, hay un porcentaje de estudiantes que no responde, y también que los estudiantes que responden lo hacen acertadamente. Es importante resaltar que la fórmula para el área de un triángulo es un procedimiento que hace parte de la temática de activación de conocimientos previos, posiblemente aquí se puede visualizar un avance en esta activación que se pretende dentro del trabajo.

8. Por lo tanto lo único que hace falta es determinar la magnitud del lado c, luego ¿cómo se determina esta magnitud? ¿Con qué elementos de la geometría lo podemos hacer?

Ley del Coseno	17
No responde	13



Según los resultados hay un 57% de estudiantes que responde acertadamente: Ley del Coseno frente a un 43% que no responden.

Análisis

Aquí el porcentaje de estudiantes que no responden es muy alto, pero resaltamos que los que responden lo hacen correctamente. Esta pregunta es similar a la 4, pues se le pregunta sobre qué ley se puede aplicar, en ésta respuesta vemos claramente cómo un gran número de estudiantes comprende que se usa la Ley del Coseno según las condiciones dadas por el ejercicio (un triángulo no rectángulo, un ángulo y dos de sus lados).

5.5. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA FINAL

La prueba final (Juego: "¿Quién sabe más?[37]"), se realizó durante dos reuniones de 45 minutos cada una, se hizo en grupos de estudiantes, para un total de 7 grupos de trabajo; cuando un grupo conocía la respuesta al ejercicio, se asignaba una persona para dar la respuesta, así, cuando un grupo respondía en repetidas ocasiones, se evitaría que siempre respondiera una misma persona y de esta manera alcanzar una participación de todos los estudiantes. Tal prueba no se terminó completamente, se llegó hasta el ejercicio 12. Para analizar los resultados obtenidos en ella se han clasificado todos los ejercicios de esta prueba en conceptuales, procedimentales, construcciones y procedimentales y en conceptuales y procedimentales:

Ejercicio o Pregunta	**Tipo**
1	Conceptual
2	Conceptual
3	Construcción y procedimental
4	Conceptual y procedimental
5	Conceptual

[37] Para ver el programa con el que se trabajó la prueba final, véase anexo N°9

6	Procedimental
7	Conceptual
8	Procedimental
9	Construcción y procedimental
10	Conceptual
11	Conceptual y procedimental
12	Procedimental

A continuación se presenta un resumen de los equipos, la cantidad de estudiantes y el número de respuestas acertadas:

Equipo	Preguntas respondidas acertadamente	Número de estudiantes
1	1	4
2	3	4
3	0	5
4	4	5
5	0	2
6	6	4
7	7	5
	Total estudiantes	**29**

A continuación se presenta un resumen de los ejercicios, el tipo de ejercicios y la cantidad de estudiantes que respondieron acertadamente cada pregunta:

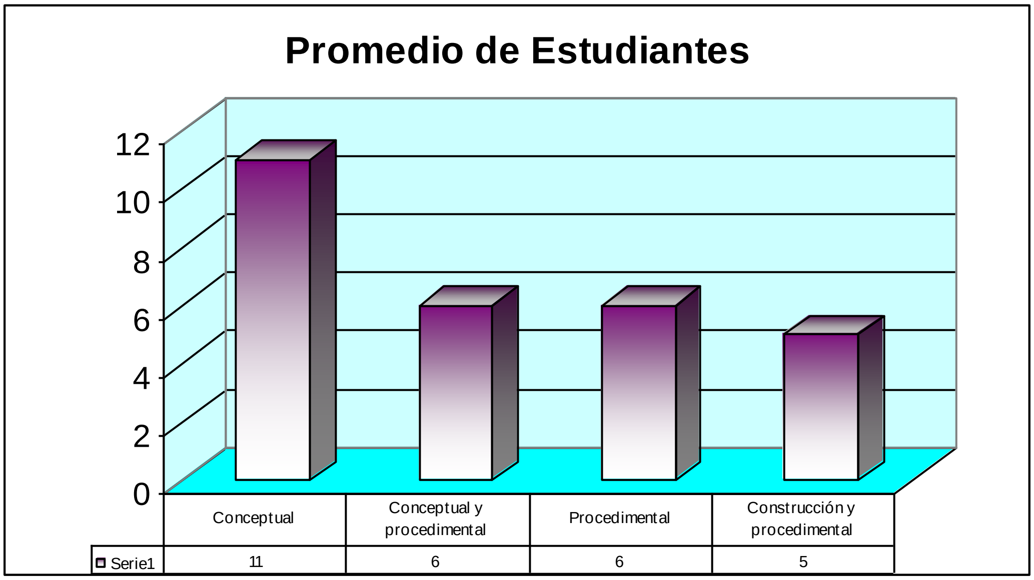
Ejercicio o Pregunta	Tipo	Cantidad de estudiantes que respondieron acertadamente
1	Conceptual	9
2	Conceptual	9
3	Construcción y procedimental	4
4	Conceptual y procedimental	10
5	Conceptual	13
6	Procedimental	5
7	Conceptual	8

8	Procedimental	5
9	Construcción y procedimental	5
10	Conceptual	14
11	Conceptual y procedimental	5
12	Procedimental	8

Recordemos que se evaluaron las aplicaciones de la trigonometría. Tal evaluación estaba encaminada en visualizar un posible acierto o desacierto en la intervención realizada en los estudiantes del grado 10°6 de la Institución.

Para analizar las respuestas obtenidas, se hizo un promedio de la cantidad de estudiantes que respondieron acertadamente cada una de las clasificaciones de los ejercicios:

Tipo de Ejercicio	**Ecuación del promedio**	**Promedio de estudiantes**
Conceptual	$\frac{9+9+13+8+14}{5}$	11
Conceptual y procedimental	$\frac{4+10+5+5}{4}$	6
Procedimental	$\frac{5+5+8}{3}$	6
Construcción y procedimental	$\frac{4+5}{2}$	5 (aproximadamente)



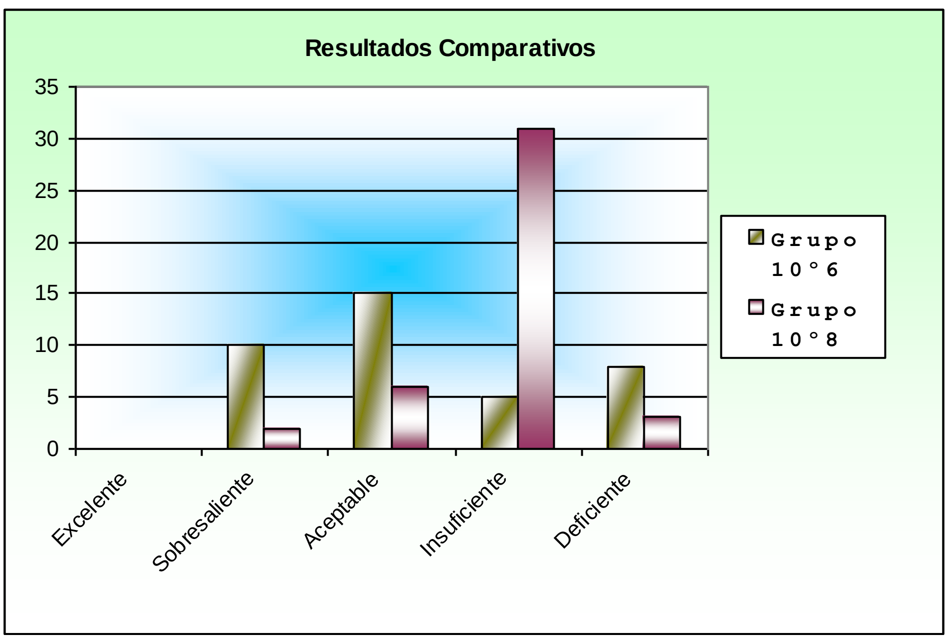
Análisis

De acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba final se ve que los estudiantes tienen claros los conceptos referentes a las aplicaciones de la trigonometría (sean nuevos o previos), pero en el momento de aplicar los conceptos a la par con la parte procedimental, se les dificulta llegar de manera correcta a la solución de los ejercicios; esta situación se presenta de igual forma cuando sólo se plantean ejercicios de tipo procedimental. Lo anterior permite concluir dificultades de tipo procedimental con la parte operativa, especialmente con aquellos procesos que impliquen determinar “la raíz de un número” y “aplicar las leyes y ecuaciones conocidas”. También es importante mencionar que cuando a los estudiantes se les proponen ejercicios en donde no sólo deben de operar sino también construir, hay un promedio un poco menor lo cual evidencia dificultades en ambos procesos. Por lo tanto se concluye que el inconveniente para los estudiantes es más de tratamiento matemático y adquisición de destrezas que les permitan elaborar las herramientas para desarrollar los ejercicios propuestos.

5.6. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS FINALES DE 10°6 Y 10°8

Después de realizar todo el proceso de intervención en el grupo 10°6, se procedió a realizar una comparación entre las notas definitivas de 10°6 y de 10°8, las cuales son las siguientes:

Resultados	**Grupo 10º6**	**Grupo 10º8**
Excelente	0	0
Sobresaliente	10	2
Aceptable	15	6
Insuficiente	5	31
Deficiente	8	3
Total	38	42



La Temática “aplicaciones de la trigonometría” es un 70% de la nota definitiva, se considera la materia ganada cuando la nota es de Excelente, Sobresaliente o Aceptable.

Análisis

A partir de los resultados finales de ambos grupos, es visible que el grupo 10°6 (donde se realizó la intervención), obtuvo mejores resultados que el grupo 10°8. Recordemos que la pre-prueba aplicada en ambos grupos daba como resultado un mejor manejo de elementos matemáticos en el grupo 10°8, mientras que en 10°6 se encontraron muchas deficiencias. En los resultados finales encontramos una situación contraria a la inicial: en 10°6 hay un mejor manejo de elementos matemáticos que en el grupo 10°8.

Es muy posible que la aplicación de la propuesta de intervención aplicada en el grupo 10°6, haya influido en el fortalecimiento de las debilidades iniciales del grupo, es decir, que la propuesta de activación de conocimientos en la temática aplicaciones de la trigonometría, permitió el proceso de relación de los contenidos anteriores con los nuevos para que de esta manera los estudiantes alcanzaran un aprendizaje con sentido, dada la relación que pudieron establecer.

6. CONCLUSIONES

Para darle respuesta al problema planteado inicialmente, se describió la información recolectada durante la intervención pedagógica en el grado 10°6 de la Institución Educativa Concejo de Medellín, que nos lleva a establecer las siguientes conclusiones:

- La activación de conocimientos es un proceso necesario para la enseñanza significativa de la matemática; la intervención realizada a partir de lo que los docentes habían trabajado con los estudiantes (los conceptos y procedimientos preliminares de las aplicaciones de la trigonometría), nos hace visualizar una alta posibilidad de efectividad de las actividades implementadas, debido a los resultados finales de 10°6 con respecto a 10°8, en donde los resultados fueron superiores con respecto al segundo grupo.
- Tener en cuenta los conocimientos previos para la enseñanza de los nuevos, es un primer paso para desarrollar un aprendizaje que tenga significado para los estudiantes y de esta manera les resulta fácil recordar los conocimientos anteriores necesarios para las temáticas que ve por primera vez.
- Al enseñar las aplicaciones de la trigonometría, es posible un aprendizaje efectivo en los estudiantes si se hace uso de actividades que vinculen el entorno del estudiante, en donde sea visible para él la aplicación del conocimiento que aprende.
- Aunque los estudiantes conozcan y manejen los conceptos relacionados con las aplicaciones de la trigonometría, sus dificultades están en lo procedimental: en el manejo matemático necesario para resolver los ejercicios propuestos.

- Para los estudiantes resulta difícil dar solución a los ejercicios en los cuales deben hacer algún tipo de construcción, aunque los docentes afirman la implementación de actividades que les permita recordar procedimientos anteriores, ellas no son efectivas o los docentes continúan con una enseñanza tradicional.

7. RECOMENDACIONES

La información obtenida en este trabajo, nos induce a sugerir para darle continuidad al estudio profundo de los procesos de activación de conocimientos en la enseñanza de la matemática, trabajar en otras temáticas de diversos niveles de la educación (básica y media), sea como una problemática para otro trabajo de grado o incluso como parte del que hacer de los docentes en práctica. También visualizamos como posibilidad, a largo plazo, incluir la activación de los conocimientos en otras áreas del saber, pues según los resultados es posible que a través de la activación de conocimientos se vinculen significativamente los conocimientos previos con los nuevos.

BIBLIOGRAFÍA

Acero, E. Niveles e indicadores de logro. *Actualidad Educativa.*12, 54 – 59. Bogotá, 1996

AUSUBEL, DAVID. *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas, 1980.

CARRETERO, Mario. *Constructivismo y educación*. Buenos Aires: AIQUE, 1994.

CARDENAS SALGADO, Fidel Antonio y SARMIENTO PARRA, Fernando. *Desarrollo de la evaluación de las competencias en Ciencias*. Artículo tomado de: Conferencia y proyecto pedagógico. Santa Fe de Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2000

Estupiñán E. y Ospina L. E. *Hacia una evaluación personalizada en el sistema educativo colombiano.* Educación y Educadores.6, 46 – 66. Bogotá, 2003

Fiol, M. L; Fortuna, J. M. *Proporcionalidad directa. La forma y el número.* Madrid: Síntesis, 1990

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Indicadores de logros: hacia una fundamentación.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio. 1998

RESTREPO C. Darío. *Tendencias Pedagógicas Contemporáneas*. Medellín: Corporación Región. 2001

RODRÍGUEZ MONEO, María. *Conocimiento previo y cambio conceptual*. Buenos Aires: Aunque Grupo Editor, 1999.

Saramona, J. *Teoría de la educación. Reflexión y normatividad Pedagógica.* Barcelona: Ariel.

URIBE CALAD, Julio Alberto y ORTÍZ DIEZ, Marco Tulio. *Matemática Experimental*. V 10. Uros: Medellín, 2007

ZAPATA CORREA, Álvaro David. *Guías didácticas, unidades didácticas y módulos*. 9p

Páginas consultadas de Internet:

ACUÑA E, Carlos Enrique. *Diseño de ejercicios. Propuesta de un modelo para el diseño de ejercicios, basado en la activación del conocimiento.* Disponible en: http://contexto-educativo.com.ar/2003/1/nota-05.htm. (20 de Mayo de 2007)

CABA, Beatriz. *Juegoteca Integral*. Disponible en: http://www.educared.org.ar/infanciaenred/elgloborojo/piedra/2005_10/05.asp (Diciembre 01 de 2007)

DIEZ GUTIERREZ, Enrique Javier. *Las Unidades Didácticas*. Universidad de León. Citado el 13 de septiembre de 2006. Disponible en: http://www.unileon.es/dp/ado/ENRIQUE/Didactic/UD.htm

FONSECA PÉREZ, Juan José. *La clase de consolidación de matemáticas en el nuevo modelo de secundaria*. Disponible en:

http://www.iberomat.uji.es/carpeta/noticias/56_juanj_Fonseca.doc+aseguramiento+del+nivel+partida. (mayo 22 de 2007)

LEÓN RAMÍREZ, Manuela y OTROS. *Los Juegos: métodos creativos de enseñanza*. Disponible en: http://www.monografias.com/trabajos15/metodos-creativos/metodos-creativos.shtml (Enero 3 de 2008)

MAGLIO, Federico Martín. *Los contenidos previos no son definitorios del aprendizaje.* Disponible en http://contexto-educativo.com.ar/2000/3/nota_1.htm

S.a. *Constructivismo (Pedagogía)*. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Constructivismo (pedagog%C3%ADa) (Mayo 24 de 2007)

S.n http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio25.htm. (20 de Mayo de 2007).

VALVERDE, Lourdes. *Sesión 4: La heurística.* Disponible en: http://webapps.udem.edu.co/RenovacionCurricular/Descargas/DiplomadoDidactica/OtroDocumentos/La%20Heuristica.pdf (Enero 16 de 2008)

ZÚÑIGA, Guillermo. *La Pedagogía Lúdica: una opción para comprender. Disponible en*: http://www.redcreacion.org/documentos/simposio4vg/NSanchez.html (Enero 3 de 2008)

ANEXO Nº 1

PRE-PRUEBA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN

Si desea escriba su nombre: ___________________________________

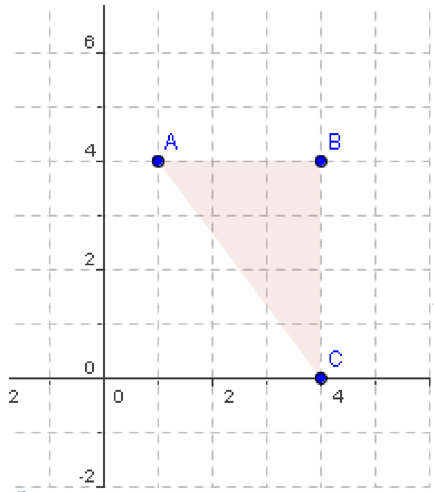
La presente prueba busca averiguar los conocimientos que usted tiene sobre triángulos y sus aplicaciones. No tema responderlo sinceramente pues el resultado de esta prueba no constituye una nota del período.

1. A continuación hay dos ejercicios resueltos de ecuaciones, usted debe indicar a frente de cada uno de ellos la propiedad que fue aplicada (distributiva, ley uniforme, etc.)

$5 - y = 3y + 1$	Ecuación dada
$-y - 3y = 1 - 5$	
$-4y = -4$	
$y = \frac{-4}{-4}$	
$y = 1$	

$\sqrt{x+2} = x+2$	Ecuación dada
$\left(\sqrt{x+2}\right)^2 = (x+2)^2$	
$x+2 = (x+2)^2$	
$x+2 = x^2 + 4x + 4$	
$x^2 + 4x + 4 - x - 2 = 0$	
$x^2 + 3x + 2 = 0$	
$(x+2)(x+1) = 0$	Factorizacón de la expresión resultante
$x+2=0$ ó $x+1=0$	
$x=-2$ ó $x=-1$	

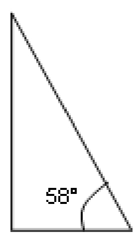
2. A continuación, se presenta un triángulo rectángulo sobre un plano cartesiano, usted debe girar el triángulo sobre el punto C, dibujar la figura resultante y darle nombre a dicha figura:



3. Resuelve los siguientes ejercicios:

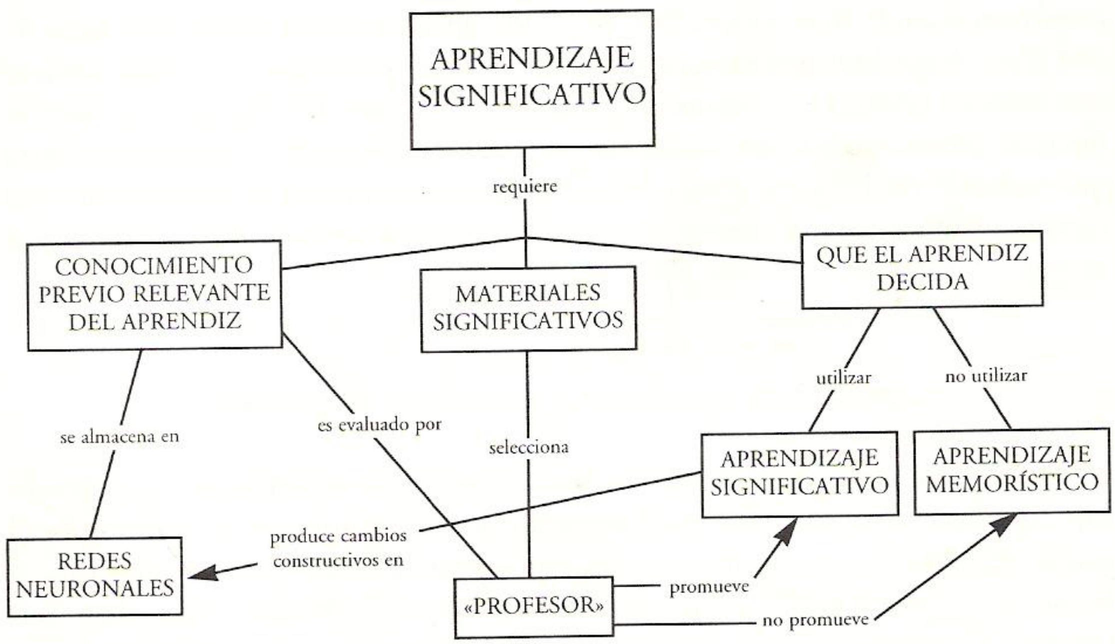
a. En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 10 cm, uno de los catetos mide 8 cm; ¿cuál es la medida del cateto restante y los ángulos que forman el triángulo?

b**.** El siguiente triángulo es rectángulo, y el ángulo señalado mide 58°; determine la medida del ángulo faltante y el valor de cada uno de los lados, sabiendo que un cateto mide 6,3cm:



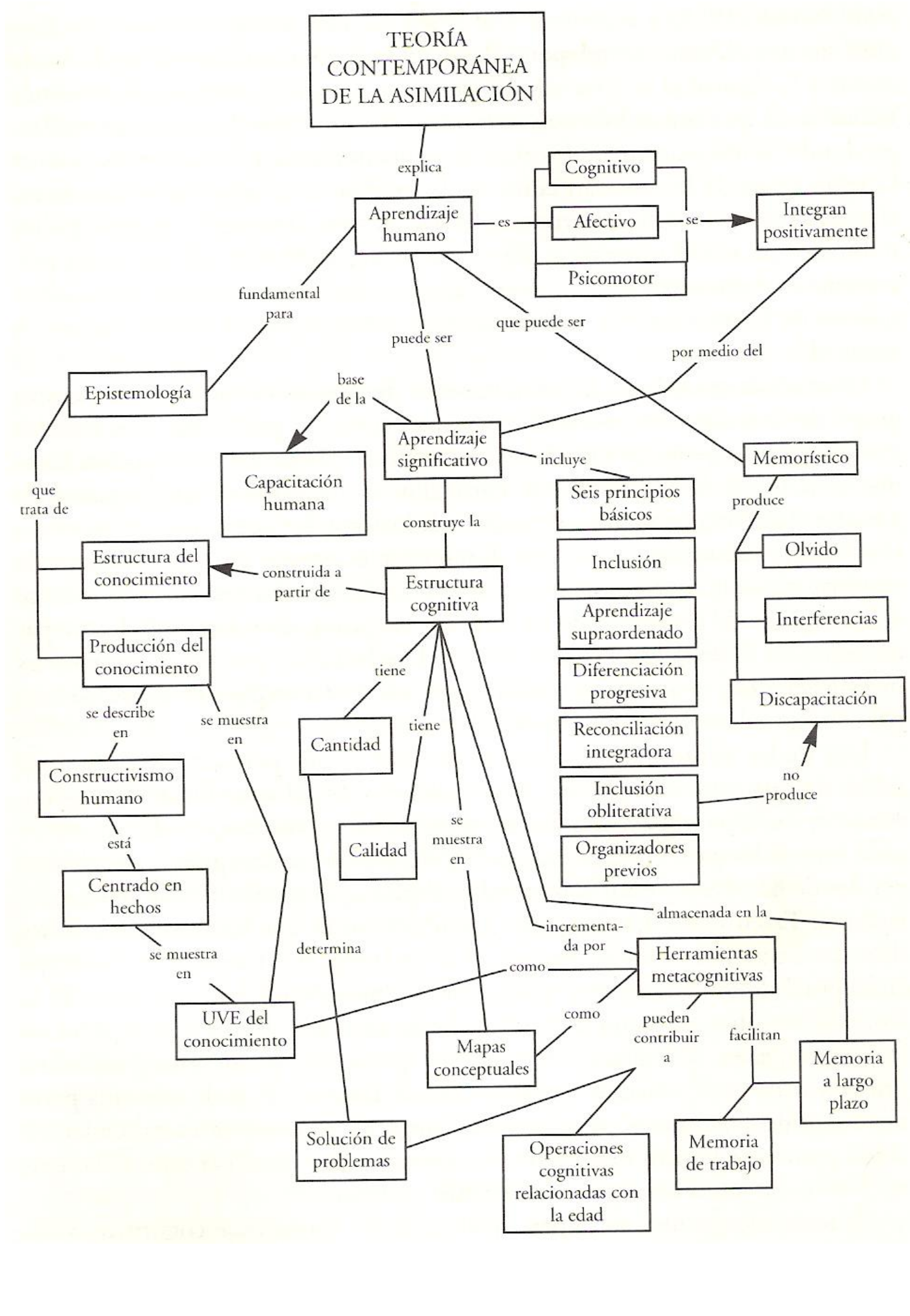
ANEXO Nº 2

TEORIA DE AUSUBEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO



ANEXO Nº 3

TEORÍA DE AUSUBEL ASIMILACIÓN



ANEXO Nº 4

ENTREVISTA A LOS DOCENTES COOPERADORES

1. Entrevista a Rodrigo:

La presente entrevista fue realizada al docente cooperador Rodrigo Rendón en la Institución Educativa concejo de Medellín, a continuación se presenta el desarrollo de ésta:

Biviana: Rodrigo, no sé si te acordás que a principio de año cuando nosotros empezamos a hacer la práctica, nosotros te preguntamos que cuáles eran las dificultades que presentaban los muchachos en décimo, yo te pregunté a vos y Sandra le preguntó a Juan Manuel, y los dos no dijeron que los muchachos tenían dificultades en la parte de conocimientos de años anteriores, entonces de a acuerdo a eso nosotros empezamos a diseñar una propuesta para ver qué hacíamos, entonces lo enfocamos en la parte de aplicaciones de la trigonometría, y nosotros el problema lo llamamos así: “que los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Consejo de Medellín no tiene activados los conocimientos previos que tienen que ver con las aplicaciones de la trigonometría”. Entonces ya a partir de eso, pues como con ese problema que ustedes nos plantearon, nosotros queremos conocer más a fondo ese que hacer de docentes de ustedes dos, entonces nos gustaría saber cuáles son los procedimientos que usted sigue para diseñar una clase.

Rodrigo: Esencialmente hay una primera parte en la que se debe conocer a los estudiantes ya que cada grupo presenta una situación diferente. De acuerdo con eso se mira cuáles son los temas en los que están más flojos se planean unas explicaciones previas para ambientar el tema que se va a trabajar, luego se explica el contenido del día y se hacen aplicaciones que correspondan al tema planeado.

Biviana: Bueno, entonces ya usted nos habla pues como de una, de un momento inicial cuando está preparando una clase, entonces ahí usted tiene en cuenta lo que necesitan los estudiantes, pero entonces usted como hace para estar seguro de que a los estudiantes si les quedaron claros esos temas, que como usted lo dice: “están flojos”.

Rodrigo: Para eso sirven las aplicaciones de los contenidos de los temas anteriores lo que se trata de hacer son explicaciones teóricas en los 20 minutos y luego aplicaciones para dar cuenta que tanto hayan aprendido los estudiantes.

Biviana: En el caso que los estudiantes, digamos fueron muy poquitos los que lograron afianzar esos conocimientos, en los que estaban más bien como flojos y fueron muchos los que no afianzaron absolutamente nada que es lo que hace usted como docente para poder afianzar esos conocimientos.

Rodrigo: En general el problema está en la parte de las aplicaciones relacionados con los prerrequisitos que necesitan para aplicar el tema. Generar otras aplicaciones con otros ejercicios o temas para afianzar de una mejor forma el aprendizaje.

Biviana: Como ya te mencioné al principio, nosotros estamos trabajando prácticamente todo lo que tiene que ver con conocimientos previos, entonces nos gustaría saber qué es lo que vos conocés de conocimientos previos, de la parte teórica, pues como qué idea tenés vos de conocimientos previos.

Rodrigo: Los conocimientos previos son esos conceptos de la matemática que los estudiantes deben tener para el desarrollo de una determinada temática.

Biviana: Eso es en cuanto a conocimientos previos y yo te mencioné también la parte de activación, entonces qué conocés también de activación de conocimientos previos.

Rodrigo: Según lo que entiendo los conocimientos previos los tiene si o no, hay muchos conceptos que se dejan de trabajar ya por parte de los docentes. Pero hay otros conceptos que los muchachos no lograron comprender hasta que los estudiantes se le realicen actividades para traer a correlación esos conceptos.

Biviana: Ya desde esa definición que usted nos da conocimientos…., de activación de conocimientos previos perdón, ¿usted dentro de las clases utiliza esa parte de activación de conocimientos previos?

Rodrigo: Generalmente se retoma los conocimientos previos; el problema es que en décimo los docentes actuales no saben qué han visto los estudiantes y ello, se debe al constante cambio de docentes. Para ello el docente retoma los conceptos constantemente haciendo uso de la activación de los conocimientos.

Biviana: También nos gustaría saber cómo desarrolla usted una clase, porque yo te pregunté el modelo que sigues para preparar un tema, pero cuando vas a desarrollar una clase, por ejemplo muy específica de la ley del Seno, cómo desarrollás esa clase en general, pues cómo llevás el desarrollo de los 45 o 50 minutos de la clase.

Rodrigo:

1) Asistencia

2) Algunas generalidades acerca del tema. Generalidades acerca de triángulos rectángulos (propiedades)
3) Trato de construir el concepto con base en los conocimientos que el estudiante tiene sobre el tema.
4) A partir de esto inducir la ley el concepto o la propiedad que se esté manejando.
5) Hacer algunas aplicaciones que permitan conocer la utilidad del concepto.

Complementa diciendo: La idea es hacer una clase de tal manera que sea constructiva.

Biviana: Bueno, ya en esta parte que por ejemplo estás desarrollando la clase, en donde cabe que tengás que hacer activación de conocimientos, en qué casos crees que tendrías que hacer activación de conocimientos cuando se aplica la ley del Seno

Rodrigo: Fundamentalmente cuando se hacen las preguntas generales, haciendo uso de los preconceptos se hace la activación de los conocimientos o cuando no hay procesos claros se hace la activación.

2. Entrevista a Juan Manuel Ramírez Salazar

Biviana: Nosotros estamos haciendo, el trabajo de grado con respecto a lo que nosotros les preguntamos al iniciar el año, que era ¿cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de décimo?, y tanto vos como Rodrigo nos dijeron que los muchachos tenían dificultades en lo que tenía que ver con grados anteriores, que factorización, despejar ecuaciones, todo eso.

Entonces ya con todo eso nosotros empezamos a desarrollar el trabajo de grado y está relacionado con la activación de conocimientos en las aplicaciones de la trigonometría, pero entonces como para profundizar más en ello y ya desde ustedes como profesores, nosotros queríamos saber ¿cuáles son las acciones que sigue usted como profesor cuando va a empezar un nuevo tema: la metodología, cómo prepara el tema? Todo eso

Juan Manuel: Bueno, cundo se empieza, digamos un núcleo, porque se llama núcleo temático, tenemos que trabajar con una cantidad de pre-conceptos, ¿qué es un pre-concepto?, son aquellos temas y contenidos que el muchacho necesita conocer y manejar para el núcleo temático que vamos a ver. En este caso, supongamos que vamos a trabajar identidades y ecuaciones trigonométricas, un caso particular, yo necesito ir a repasar con los muchachos un poquitico de factorización, solución de ecuaciones cuadráticas, solución de ecuaciones lineales, o sea que trabajo con ellos pre-conceptos para que el muchacho no tenga problemas para resolver las identidades y las ecuaciones.

Biviana: Ah bueno, y eso usted lo hace antes de empezar el tema o es mientras se está desarrollando el tema.

Juan Manuel: No, no. Eso se hace, por ello se llama pre-conceptos, uno lo trabaja antes de empezar el tema y en la medida que vamos transcurriendo vamos ir recordando casito por casito, lo que necesita (…), cada uno de los contenidos.

Biviana: Según el ejercicio que se dé.

Juan Manuel: Dependiendo de la situación que se de.

Biviana: Pero entonces ahí viene una pregunta que cuestiona a los educadores, y es ¿cómo tiene usted la certeza de que los estudiantes sí asimilaron esos pre-conceptos?

Juan Manuel: Haber, digamos ¿Cómo me doy yo cuenta que el muchacho, de pronto recordó ese pre-concepto y lo asimiló, lo interiorizó? Cuando el muchacho es capaz de resolver ya sea la identidad o la ecuación aplicando el casito en particular de factorización, o sacando el mínimo común múltiplo o resolviendo la ecuación de la identidad, entonces yo ya sé si el muchacho si me interiorizó el pre-concepto que yo le recordé.

Biviana: Sí eso está claro. Nosotros estamos trabajando la parte de activación de conocimientos, nos gustaría saber usted como profesor qué conoce de activación de conocimientos. Si ese término le es familiar, qué conoce sobre teorías sobre activación de conocimientos.

Juan Manuel: Pero entonces yo le hago una pregunta, para ustedes, es decir, porque uno puede trabajar la palabra activación desde varios puntos de vista. ¿Qué puntos de vista (…)?

Biviana: A bueno, nosotros lo trabajamos desde, la activación desde un proceso que se desarrolla dentro de la clase, continuamente, pues lo que usted me dice, está desarrollando un ejercicio, de pronto usted les tiene que recordar, entonces recuerda caso por caso, entonces nosotros lo entendemos más es el proceso dentro de la clase.

Juan Manuel: Entonces mira, lo que pasa es que uno el proceso de activación lo puede hacer de varias maneras, primero con clase magistral, yo puedo empezar a preguntar, digamos que el muchacho recuerda y a plantear situaciones problema para que él sea capaz de ir recordando lentamente, irlo orientando y con base en preguntas y en situaciones problemas yo hago que el muchacho se active, cierto, o, plantearles una situación y que ellos trabajen en grupo y luego hacerles un especie de foro, una socialización de lo que yo quiero trabajar

Biviana: Dentro de la matemática también existe otro proceso que se llama aseguramiento del nivel de partida, ¿hay alguna diferencia que usted vea como entre aseguramiento del nivel de partida y eso de conocimientos previos, pues como ya nosotros lo manejamos?

Juan Manuel: Lo que pasa es que es muy similar, muy semejante, lo que pasa es que cuando uno asegura el nivel de partida, haber, quiere, quiere, quiere trabajar con un avance sólido de los conocimientos que aplica para el núcleo temático.

Biviana: Y ya en cuanto, usted me habla de pre-conceptos, también a eso se le dicen conocimientos previos pues, vendría siendo lo mismo.

Juan Manuel: Es el mismo caso.

Biviana: Pero entonces ¿cuál sería la diferencia que usted encuentra entre conocimientos previos y activación de conocimientos?.

Juan Manuel: Haber, lo que pasa es que la activación de conocimientos cuando yo hablo de conocimientos previos, de pronto yo, ahí es, digamos el término es más pasivo, en cambio el otro es más activo, donde el muchacho va a intervenir y va a participar más y el otro de pronto el maestro es el que guía el concepto porque está dando el concepto sí, en cambio el otro el muchacho es el que trae el concepto ¿cierto?, o lo puede deducir

Biviana: De acuerdo a todo eso que usted me ha dicho, me gustaría que me diera una luz de cómo desarrolla usted una clase, normalmente, pues cuál es el desarrollo normal de una clase cuando usted hace, pues tiene en cuenta todos los pre-conceptos; pero una clase específica por ejemplo que va a explicar la Ley del Seno, ¿cómo desarrolla usted la clase?

Juan Manuel: Digamos se toma una clase, uno empieza a hacer un recorderis con los muchachos, hacer ciertas preguntas, haber qué tanto recuerdan de esos conceptos que ellos vieron en años anteriores y uno lentamente va haciendo preguntas y los va orientando, va haciendo como que ellos activen, como que recuerden , con base en preguntas y ellos van contestando y ya uno pues va recordando, cuando ya uno recuerda se va metiendo lentamente en el núcleo temático que va a trabajar y va relacionando lo temas .

Biviana: Bueno, eso era básicamente todo lo de la entrevista, porque nosotros como estamos trabajando la parte de Activación de Conocimientos, pues, nos gusta saber si los profesores también trabajan eso dentro de la clase, porque Activación de Conocimientos es un término que realmente pues, en sí, en la teoría de didáctica de la Matemática no está pues como desarrollado sino que prácticamente es un término que diseñamos pues por la problemática que se presenta en los colegios.

Juan Manuel: Básicamente, este, este, este tipo, este tipo de una metodología y no propiamente una metodología, es una forma de uno trabajar las matemáticas ¿Si?, lo hacemos con Marco Tulio y yo, pues, los demás profesores son más magistrales mas ceñidos al tablero más, es decir, que el muchacho no reflexione tanto sino que copie y copie

Biviana: Ustedes lo que hacen es preguntarle…

Juan Manuel: Nosotros simplemente es de una manera activa, muy interesante

Biviana: Entonces, como usted es el cooperador de Sandra, ella es la practicante y Rodrigo como el cooperador, pues, para mí, entonces nos gusta saber es si los profesores también utilizan esa metodología de activación porque es lo que le hace falta a los estudiantes, porque uno ve, por ejemplo cuando les está dando clase a los estudiantes que no recuerdan cosas y no es porque ellos, normalmente ellos dicen, ah! Es que nosotros no sabemos eso, pero nosotros nos damos cuenta que es que no es tanto que el no sepa, sino que es realmente porque no lo recuerdan, entonces por ejemplo lo vos decías es pues muy acertado

Juan Manuel: Lo que pasa es que mira, de la palabra saber a no recordar, son dos palabras completamente diferentes yo digo no sé porque en ese momento no se me presenta la ocasión para recordar, pero yo le doy un elemento para que ellos recuerden ah! Si profe y empieza con pildoritas que le empiezan a sacar esa información que la tiene ahí escondidita en un rinconcito

Biviana: Entonces desarrollando, pues hablando mucho eso con Sandra nos hemos dado cuenta que a los estudiantes lo que les hace falta es como recordarlo, no tanto es que no lo sepan, eso es falso

Juan Manuel: Es activar, la palabra activar es poner en actividad esos conceptos, es activarlos

Biviana: Que es lo que, si nos hemos dado cuenta que aquí hace mucha falta, porque es que a veces uno encuentra que a los muchachos les ponen un ejercicios y que incluyen muchos procedimientos que ellos no recuerdan y ni siquiera el profesor se los recordó sino que el estudiante le toca recordar que una factorización de una diferencia de cubos o suma de cubos que es como de las que menos se recuerdan sin que el profesor le haya hecho pues como un aseguramiento del nivel de partida o que ni siquiera les halla dicho que se factoriza de esta manera

Juan Manuel: Es que vea esa palabra activación es como darle movimiento, es meterle energía a lo que ellos no recuerdan

Biviana: Muy bien Juan Ma muchas gracias por todo.

Juan Manuel: Muy bien.

ANEXO Nº 5

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN
GUIA “ENCUÉNTRALA TÚ PRIMERO”

GRADO: Décimo seis
ESTUDIANTES:
____
____
____
____

FECHA: _________________
DURACIÓN: 1 clase (50 minutos)

La presente guía se realiza con el fin de que ***actives*** *tus conocimientos sobre “Triángulos rectángulos” y los apliques para hallar cada una de las alturas pedidas. DISEÑA TÚ PROPIA ESTRATEGIA Y COMPÁRALA CON LA DE TUS COMPAÑEROS PARA SACAR CONCLUSIONES.*

LOGRO: Aplicar los conocimientos sobre triángulos rectángulos, para hallar las alturas pedidas en cada uno de los lugares previstos de la institución.
Indicadores de logro:
1) Aplica las razones trigonométricas para hallar la altura de cada lugar.
2) Aplica el teorema de Pitágoras para hallar las longitudes.
3) Identifica la igualdad que existe para cada uno, en la determinación de la altura, no importando las diferencias de ángulos y longitudes.

Temáticas y conceptos:

- Razones trigonométricas
- Medición de ángulos

Materiales:

- ✓ Regla o metro
- ✓ Transportador
- ✓ Calculadora
- ✓ Hojas blancas, lápiz y borrador

Instrucciones:

- Los estudiantes se distribuirán en grupos cada uno de máximo 4 estudiantes.
- Cada grupo debe llevar sus materiales y disponerse a hallar **cinco** de los **diez** lugares a los que deberán hallarle la altura.
- Cada equipo debe de tomar distintas medidas de los demás, para un mismo lugar; esta información se debe registrar en las tablas que se muestran al final.
- Al finalizar la actividad todos los estudiantes deberán estar en el salón para socializar.

LUGAR 1:

DESCRIPCIÓN:

____

Ángulo (α)	Cateto 1	Cateto 2(altura)	Hipotenusa

LUGAR 2:

DESCRIPCIÓN:

____

____

Ángulo (θ)	Cateto 1	Cateto 2(altura)	Hipotenusa

LUGAR 3:

DESCRIPCIÓN:

____

Ángulo (λ)	Cateto 1	Cateto 2(altura)	Hipotenusa

LUGAR 4:

DESCRIPCIÓN:

Ángulo (φ)	Cateto 1	Cateto 2(altura)	Hipotenusa

LUGAR 5:

DESCRIPCIÓN:

Ángulo (γ)	Cateto 1	Cateto 2(altura)	Hipotenusa

ANEXO Nº 6

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN
GUIA “APRENDIENDO LAS APLICACIONES DE LA TRIGONOMETRÍA”

Grado: Décimo seis
Estudiantes:____
____
____
Fecha: ________________
Duración: 50’ (minutos)

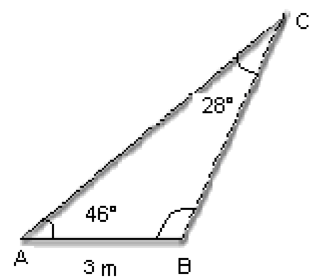
A través de esta guía encontrarás una serie de ejercicios parcial y completamente resueltos en los cuales pondrás a prueba tus conocimientos; también encontrarás preguntas que deberás de responder según lo que recuerdes sobre aplicaciones de la trigonometría. Recuerda que lo que busca esta guía es activar tus conocimientos sobre algunas aplicaciones de la trigonometría.

LOGRO: Identificar y aplicar todas las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo y la ley del seno y del coseno para ser aplicadas a los ejercicios propuestos
INDICADORES DE LOGRO:
➢ Aplicar las razones trigonométricas en problemas de aplicación.
➢ Aplicar la ley del seno y del Coseno en problemas de aplicación que llevan a triángulos no rectángulos

Temáticas y conceptos:

- Triángulos rectángulos
- Razones trigonométricas
- Ley del seno
- Ley de Coseno
- Fórmula de Herón

1. Para el siguiente triángulo, determinemos la magnitud de los lados y ángulos que faltan:



Según lo que conocemos hasta hoy, ¿qué es lo primero que se pude determinar, en el triángulo que tenemos?

En el siguiente procedimiento, verifica que sea correcto y escribe al frente la propiedad aplicada.

$46° + 28° + \angle B = 180°$

$74° + \angle B = 180°$

$\angle B = 180° - 74°$

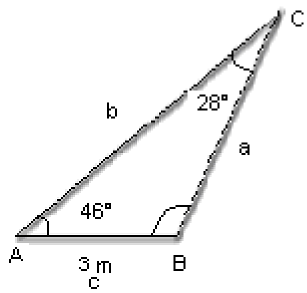
$\angle B = 106°$

Para determinar la magnitud de los lados que faltan, ¿qué elementos de la trigonometría son útiles para ello?

¿Podemos usar las razones trigonométricas?

¿Podemos aplicar la ley del Coseno o la del Seno? ¿Se puede hacer uso de ambas?

Hagamos un paralelo entre ambas para elegir alguna de las dos; reemplacemos los valores en las ecuaciones de ambas leyes; pero antes llamemos a al lado opuesto al ángulo A, b al lado opuesto al ángulo B y c al lado opuesto al ángulo C, es decir:



Por lo tanto:
$\angle$A= 46° $\angle$B = 106° $\angle$C= 28° c = 3m

Ley del Seno	Ley del Coseno
$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$
$\frac{a}{sen46°} = \frac{b}{sen106°} = \frac{3}{sen28°}$	$a^2 = b^2 + 3^2 - 2b(3)Cos46°$

Según el paralelo anterior ¿Cuál de las dos leyes no sirve para determinar la magnitud de los lados que nos hacen falta?

____

____

En la ley del Seno se presentan tres equivalencias, recordemos que para resolverlas, necesariamente se deben tomar tres parejas, a continuación se presentan las tres parejas con su respectiva solución:

1) $\frac{a}{sen46°} = \frac{b}{sen106°}$	Para despejar a, primero le quitamos el Sen 46°, que está dividiendo la a, pasa a multiplicar al otro lado:
$a = \frac{b \times sen46°}{sen106°}$	y resolvemos:
$a = 0.75b$ m	Resultado

2) $\frac{b}{sen106°} = \frac{3}{sen28°}$	Para despejar b, primero le quitamos el Sen 106°, que está dividiendo la b, pasa a multiplicar al otro

	lado:
$b = \frac{3 \times sen106°}{sen28°}$	y resolvemos:
$b = 6.14$ m	Resultado

3) $\frac{a}{sen46°} = \frac{3}{sen28°}$	Para despejar a, primero le quitamos el Sen 46°, que está dividiéndola, pasa a multiplicar al otro lado:
$a = \frac{3 \times sen46°}{sen28°}$	y resolvemos:
$a = 4.6$ m	Resultado

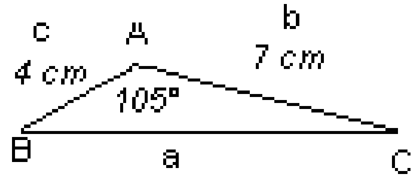
En las 3 igualdades anteriores, ¿Cuál(es) de ellas sirvieron para determinar directamente la magnitud de los lados que hacen falta? ¿Qué igualdad(es) no es o son útiles? ¿Por qué?

Para terminar: la información obtenida es la siguiente (llena los espacios en blanco):

El ángulo que falta tiene una magnitud de ___
El lado a tiene una magnitud de ____
El lado b tiene una magnitud de ____

2. Calcula el área de un triángulo con lados 4 y 7 cm y el ángulo entre éstos lados de 105°

Para resolver este ejercicio, primero hay que hacerse una idea del triángulo, es decir, hagamos la gráfica del triángulo, y le daremos nombre a los vértices y lados:



¿Cómo se determina el área de un triángulo?

____

____

De acuerdo a la ecuación, del área de un triángulo, necesitamos el valor de la base y de la altura; sin embargo, existe otra ecuación adicional para determinar esta área llamada *fórmula de Herón*, la cuál es útil cuando se tiene la magnitud de los lados de un triángulo; en el triángulo dado se tiene la magnitud de dos de los lados y hace falta el otro lado para poder aplicar la fórmula de Herón, la cual es:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Donde a, b, c son los valores de las longitudes de sus lados $p = ½ (a + b + c)$, es decir, el **semi-perímetro** del triángulo.

Por lo tanto lo único que hace falta es determinar la magnitud del lado c, luego ¿cómo se determina esta magnitud? ¿Con qué elementos de la geometría lo podemos hacer?

____

____

Apliquemos la ley de Seno y la del Coseno en forma paralela, y veamos lo que sucede, recordemos que según el triángulo que se tiene:
$\angle$A = 105° b = 7 cm c = 4 cm

Ley del Seno	Ley del Coseno
$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$
$\frac{a}{sen105°} = \frac{7}{senB} = \frac{4}{senC}$	$a^2 = 7^2 + 4^2 - 2(7)(4)Cos105°$

Según las ecuaciones anteriores, ¿con cuál de ellas resulta más sencillo determinar la magnitud el lado a?
Es evidente que con la Ley del Coseno, se hace directamente.

Después de determinar que el lado a tiene una magnitud de: 8.9 cm (**DEMUÉSTRALO**), apliquemos la fórmula de Herón para conocer el valor del área de la figura:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Recordemos que *p,* es el semi-perímetro del triángulo, es decir:

$p = \frac{1}{2}(a+b+c)$, a = 8.9 cm   b = 7 cm   c = 4 cm

$p = \frac{1}{2}(8.9+7+4)$

$p = 9.95$ cm

Ahora, el área es:

$S = \sqrt{9.95(9.95-8.9)(9.95-7)(9.95-4)}$

S = 13.54 cm²

BIBLIOGRAFÍA:

- URIBE CALAD, Julio Alberto y ORTÍZ DIEZ, Marco Tulio. Matemática Experimental. V 10. Uros: Medellín, 2007
- BELTRAN, Luis y otros. Matemáticas con tecnología aplicada V 10. Prentice Hall. Santa Fé de Bogotá. 1996
- http://es.wikipedia.org

ANEXO Nº 7

GUÍA PARA EL DOCENTE: Diálogo Heurístico

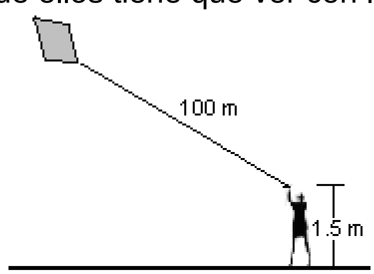
La presente guía se realiza como instrumento de apoyo para el docente en el desarrollo de sus clases, en ella el papel de estudiante es activo ya que por medio del diálogo heurístico, se involucra dentro de su proceso de aprendizaje.

Objetivo: mostrar problemas resueltos que impliquen la activación de conocimientos en las aplicaciones de la trigonometría.

Temáticas y conceptos a trabajar:

- Triángulos rectángulos
- Razones trigonométricas
- Ley del Coseno
- Área de un triángulo

Buenas tardes, en el día de hoy desarrollaremos tres ejemplos de aplicaciones de la trigonometría, el primero de ellos tiene que ver con la siguiente figura:

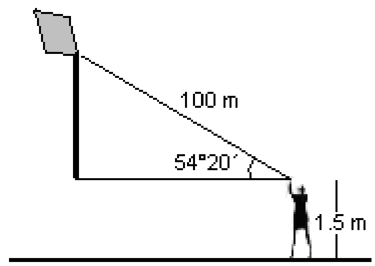


Vemos que hay un niño que eleva una cometa, la altura del niño con el brazo levantado es de 1.5 metros; el cordón de la cometa tiene una longitud de 100 m. El ángulo de elevación de la cometa es de 54°20´ y debemos determinar la altura de la cometa con respecto al suelo.

Las primeras preguntas que nos debemos hacer es ¿cómo podemos determinar la altura con respecto al suelo? ¿Dónde va el ángulo de elevación del cual nos habla el problema?

Observemos bien la figura y notemos que el único dato que conocemos es que desde el suelo hasta donde el niño sostiene la cometa hay 1.5 metros, entonces ¿qué nos falta?, realmente lo único que hace falta es determinar la altura desde donde es sostenida (la cometa) hasta donde está la cometa.

Ese ángulo de elevación del cuál nos habla el problema ¿dónde lo ubicamos? Recordemos que para poder hacer ese ángulo de elevación, se debe construir una línea horizontal que va paralela al suelo, con esta información podemos construir la siguiente figura:



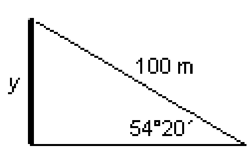
¿Qué figura geométrica hemos formado?, entonces, pregunto nuevamente ¿de qué nos vamos a valer para poder determinar la altura de la cometa? ¿Por qué? Mediante qué ley, razón trigonométrica o expresión podríamos determinar dicha altura?

Evidentemente, debe ser una razón trigonométrica, por ser un triángulo rectángulo, pero ¿qué razón trigonométrica vamos a usar?

Para el triángulo de la figura ¿qué elementos del triángulo tenemos?

Tenemos la hipotenusa y un ángulo, ¿qué debemos determinar de ese triángulo? ¿el cateto opuesto, el cateto adyacente o el ángulo que falta?, entonces como necesitamos el cateto opuesto ¿nos sirve usar la función tangente? ¿Por qué?

Entonces las funciones que nos sirven son el seno y la cosecante porque ambas relacionan la hipotenusa (que es la que tengo), con el cateto opuesto (el que se debe determinar), pero con la calculadora se puede hallar directamente el seno, entonces hacemos uso de ésta función. Veamos nuevamente lo que tenemos y llamemos *y* lo que hay que determinar:



Sabemos que: $Sen\,\theta = \dfrac{cateto \;\; Opuesto}{Hipotenusa}$, para esta razón se tiene que $\theta = 54°20´$ y que *hipotenusa = 100 metros*, lo que nos falta es el cateto opuesto (*y*):

$$Sen 54°20´ = \frac{y}{100}$$

¿Es posible determinar directamente el valor de *y*?, evidentemente es necesario que se haga la conversión del ángulo que está en grados y minutos a grados. ¿Cómo pasamos de minutos a grados?

$54°20' = 54° + (20 \div 60)$	Cuando se pasa de minutos a grados se dividen éstos por 60
$54°20' = 54° + 0.33°$	Resultado de la división: $20 \div 60$
$54°20' = 54.33°$	Resultado de la suma

Ahora sí podemos determinar el valor de *y*:

$Sen 54.33° = \frac{y}{100}$	En esta ecuación, debo despejar la *y,* para ello el 100 que está dividiendo la á dividiendo la *y*, pasa al otro lado de la ecuación a multiplicar
$100 \times Sen 54.33° = y$	Realizando la operación
$y = 81.23m$	Que es el resultado del producto

¿Hemos terminado el problema? ¿La altura de la comenta con respecto al suelo es de 81.23 metros?

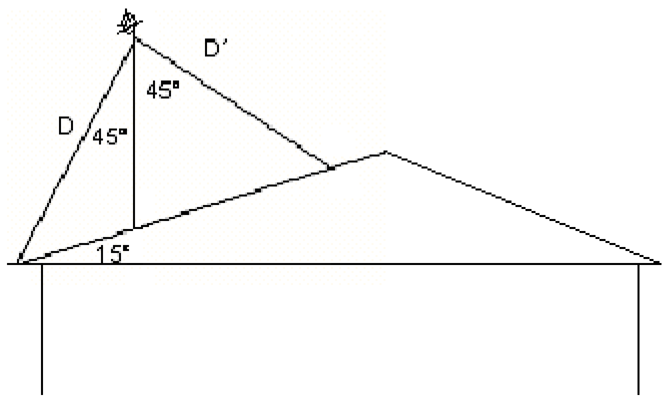
Recordemos que el valor de *y*, es la altura desde donde es sostenida, hasta donde está la cometa; es decir que ésta no es la altura de la cometa con respecto al suelo, entonces, para determinar este valor ¿qué debemos hacer?

Muy bien, sumamos 1.5 metros con 81.23 metro, así, la altura de la cometa con respecto al suelo es:
1.5 m + 81.23 m = 82.73 m.

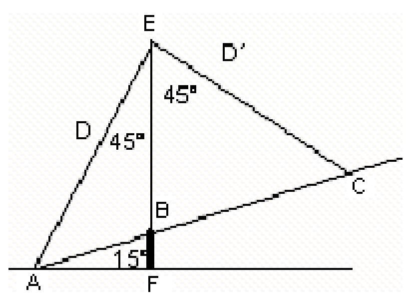
Por lo tanto la altura de la cometa con respecto al suelo es de 82.73 metros.

Luego se entrega una hoja que contiene los siguientes ejercicios a medio hacer, la idea es que los estudiantes los terminen.

2. Sobre el techo de una casa cuyo ángulo de de elevación es de 15°, se ha instalado una antena de forma vertical sostenida por un tubo de 1.5 metros, la antena es sostenida por unos cables que forman un ángulo de 45° con el tubo. Determina las longitudes D y D´ de los cables (sugerencia, extienda el tubo verticalmente sobre el techo).



Para este ejercicio el análisis es más profundo y haremos uso de algunos elementos de la geometría plana. Inicialmente nombraremos cada uno de los puntos de la figura de la siguiente manera (tal manera es arbitraria, ello nos servirá para resolver el ejercicio); adicionalmente, seguiremos la sugerencia del ejercicio, que es extender el tubo sobre el techo, entonces hacemos lo siguiente:



Sabemos que el tubo, es decir, el segmento BE, tiene una longitud de 1.5 metros, conocemos los ángulos BEC y BEA, cuyas medidas son de 45° y también el ángulo BAF, cuya medida es de 15°; como se ha extendido el tubo sobre el techo de manera vertical ¿Cuánto mide el ángulo BFA?, muy bien, mide 90°. Hagamos una lista de la información que tenemos:

$\overline{BE} = 1.5$ m

$\angle A = 15°$

$\angle BEC = 45°$

$\angle BEA = 45°$

$\angle F = 90°$

Recordemos que necesitamos las magnitudes de los cables D´ y D, como estos lados no hacen parte de triángulos rectángulos, entonces no nos sirven las razones trigonométricas, entonces debemos usar la Ley del Seno o la Ley del Coseno.

Para los triángulos ABE y EBC, la información que tenemos son el lado BE y los ángulos BEA y BEC respectivamente.

En el triángulo AFB, ¿Cuánto mide el ángulo ABF? ¿Qué procedimiento podemos seguir para determinar esta medida?
Por lo tanto:

$\angle ABF = 180° - 15° - 90°$

$\angle ABF = 75°$

Según las propiedades de los ángulos opuestos por el vértice ¿qué podemos afirmar acerca de los ángulos ABF y EBC?
Muy bien, esto quiere decir que: $\angle EBC = 75°$, por lo tanto, para el triángulo BCE, tenemos los valores de dos ángulo y un lado (al tener dos ángulos, puedo determinar la medida del otro ángulo), con esta información ya puedo decir que se puede usar la Ley de …, exactamente podemos aplicar la Ley del Seno:

El ángulo que falta es: $\angle C = 180° - 45° - 75° = 60°$, luego aplicando la Ley del Seno:
$\frac{1.5}{sen60°} = \frac{D´}{sen75°} = \frac{BC}{sen45°}$, para hallar la magnitud del cable D´ se toman las dos primeras igualdades.

Ahora para hallar magnitud del cable D, se sigue un procedimiento similar, sólo explicaré cómo determinar la magnitud del ángulo ABE, el resto corre por vuestra cuenta:

¿Qué tipo de ángulo es ABC? ¿Cuál es su medida?
Como el ángulo EBC mide 75°, se puede decir (en palabras sencillas) que el ángulo ABE es lo que le falta a EBC para llegar a 180°, es decir:

Como ya tenemos la magnitud del ángulo ABE, se puede determinar la magnitud del cable D, de manera similar a como ya se determinó para D´. Termínalo

BIBLIOGRAFÍA:

- URIBE CALAD, Julio Alberto y ORTÍZ DIEZ, Marco Tulio. Matemática Experimental. V 10. Uros: Medellín, 2007
- BELTRAN, Luis y otros. Matemáticas con tecnología aplicada V 10. Prentice Hall. Santa Fé de Bogotá. 1996

ANEXO Nº 8

GUÍA DEL DOCENTE: Repaso de las aplicaciones de la trigonometría

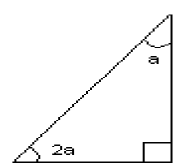
Grado: Décimo seis
Duración: 100´

A través de esta actividad se proponen ejercicios que obliguen al estudiante retomar contenidos de grados anteriores (elementos de geometría, solución de ecuaciones, interpretación de problemas)

Objetivo: Hacer un repaso de las aplicaciones de la trigonometría donde los ejercicios propuestos impliquen la activación de conocimientos previos.

Para el desarrollo de la actividad, cada ejercicio será recortado y pegado sobre una figura en papel fommi. Para los ejercicios que incluyen elementos de la geometría, la figura sobre la cual estará pegado será la misma figura. Por ejemplo, uno de los ejercicios propuestos es el siguiente:
En la figura, la medida del ángulo 2a es:

A. 30°
B. 45°
C. 90°
D. 60°



Entonces, para la actividad, el triángulo de la figura, estará recortado en papel fommi, por un lado tendrá la información del triángulo y por el otro lado estará pegada la pregunta con las opciones de respuesta.

Si el ejercicio no ofrece ninguna figura geométrica, el recorte en fommi simplemente será un rectángulo.

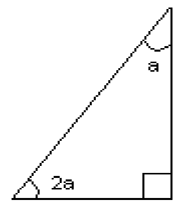
La actividad consta de 10 ejercicios, el desarrollo de los mismos se hará de la siguiente manera:

- Los estudiantes se distribuirán en grupos de 4.
- Cada grupo saca un ejercicio y cuenta con 7 minutos para su solución.
- Se irán rotando los ejercicios hasta que cada grupo termine de hacer todos los ejercicios.
- El docente será un apoyo para guiar a los estudiantes que presenten dificultades.

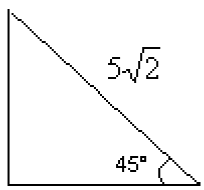
Los ejercicios propuestos dentro de la actividad serán los siguientes:

1. En la figura, la medida del ángulo 2a es:

A. 30°
B. 45°
C. 90°
D. 60°

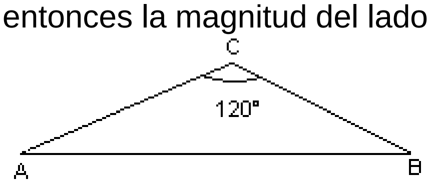


2. El área del triángulo es:



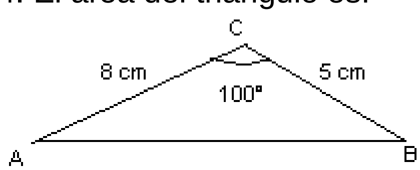
A. 25 cm
B. 25 cm^2
C. $\frac{25}{2}$ cm^2
D. $\frac{25}{2}$ cm

3. El siguiente triángulo es isósceles, si la magnitud del lado AB es $5\sqrt{3}$ cm, entonces la magnitud del lado AC es de:



A. 5 cm
B. $5\sqrt{3}$ cm
C. 3 cm
D. $3\sqrt{5}$ cm

4. El área del triángulo es:

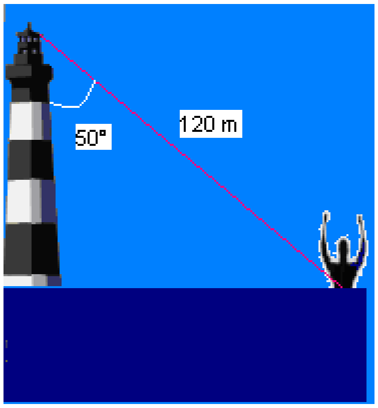


A. 20 cm^2
B. 40 cm^2
C. 19.7 cm^2
D. Ninguna de las anteriores.

5. El siguiente ejercicio tiene un error, determine cuál es el error, y corríjalo:

Un salvavidas observa desde su torre que hay una persona ahogándose con un ángulo de depresión de 50°. Si la distancia entre el punto de observación es de 120 metros. ¿Cuál es la distancia entre la torre donde se encuentra el salvavidas y la persona que se ahoga?

Solución: La gráfica para la anterior situación es:



Llamemos *x* la distancia que nos piden, usamos la razón trigonométrica del Seno:

$$Sen50° = \frac{x}{120m} \quad \Rightarrow \quad 120.Sen50° = x \quad \Rightarrow \quad x = 91.92 \text{ m}$$

Respuesta: La distancia entre la torre y la persona que se ahoga es de 91. 92 metros.

6. Una carretera recta forma un ángulo de 22° con la horizontal. El ángulo de elevación respecto a un aeroplano, desde un punto P, sobre la carretera, de 57°. En el mismo instante, el ángulo de elevación, desde otro punto sobre la carretera 100 metros más adelante, ubicado sobre el mismo lado con respecto a la vertical, es de 63°. Hallar aproximadamente la distancia de P al aeroplano.

BIBLIOGRAFÍA:

- URIBE CALAD, Julio Alberto y ORTÍZ DIEZ, Marco Tulio. Matemática Experimental. V 10. Uros: Medellín, 2007
- BELTRAN, Luis y otros. Matemáticas con tecnología aplicada V 10. Prentice Hall. Santafé de Bogotá. 1996
- ZILL, Dennos G y DEWAR, Jacqueline M. Álgebra y trigonometría. McGraw-Hill. Santafé de Bogotá.2000

ANEXO Nº 9

PROGRAMA DEL CONCURSO ¿QUIÉN SABE MÁS?