ESTRATEGIA DE INTERVENCIÓN PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO ESPACIAL CON LA INTENCIÓN DE LOGRAR UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

SERGIO ANDRÉS GARCÍA OSPINA

JAN MICHAEL BUITRAGO BERDUGO

ESTRATEGIA DE INTERVENCIÓN PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO ESPACIAL CON LA INTENCIÓN DE LOGRAR UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

SERGIO ANDRÉS GARCÍA OSPINA

JAN MICHAEL BUITRAGO BERDUGO

ASESORES:

JAIME ANÍBAL ACOSTA AMAYA

DAVID ALEJANDRO LONDOÑO JIMÉNEZ

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADOS EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

EL CARMEN DE VIBORAL

2012

DEDICATORIA

A nuestras madres que gracias a su esfuerzo y dedicación nos brindaron siempre lo mejor para nuestras vidas.

Sergio Andrés García Ospina
Jan Michael Buitrago Berdugo

AGRADECIMIENTOS

- A la Universidad de Antioquia por brindarnos la oportunidad de formarnos profesionalmente.

- A todos los profesores que acompañaron nuestra formación.

- En especial a los profesores Jaime Acosta y David Londoño por acompañarnos en este proceso.

- A nuestras familias por el apoyo recibido en este proceso.

Tabla de contenido

LISTA DE ANEXOS

LISTA DE FIGURAS

RESUMEN

En este documento se presenta el diseño e implementación de una serie de situaciones didácticas referentes a el desarrollo del pensamiento espacial y el aprendizaje significativo de el teorema de Pitágoras en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Técnico Industrial Jorge Eliecer Gaitán , donde los estudiantes a través de la

experimentación con el material concreto identificaron las características y propiedades de los triángulos, y conceptualizaron varias nociones para construcción de una aprendizaje significativo dentro del área de geometría.

Palabras claves:

Pensamiento espacial, aprendizaje significativo, situaciones didácticas, mostraciones.

INTRODUCCIÓN

Como se sabe la educación de los jóvenes es de vital importancia para el futuro de nuestra sociedad y por esto nuestro sistema educativo en la escuela debe de estar encaminado a los fines que determina la ley general de educación en cada uno de sus artículos, pero asistimos a una escuela en la cual los estudiantes no forman parte activa del proceso de aprendizaje y no son conscientes de su labor a la hora de asumir su rol en el aula de clase, ya sea por la falta de motivación del estudiante o la forma como el maestro enseña, o factores más externos como lo son el contexto del estudiante o su situación económica. Lo anterior no quiere decir que no se puedan crear estrategias para lograr acercar, potenciar o posibilitar en los estudiantes un aprendizaje significativo, "Entendido como un proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal" (Rodríguez, 2004).

En este contexto educativo existen varias estrategias que ayudan a los profesores a subsanar las dificultades que se le puedan presentar en la escuela; una de estas herramientas son las situaciones didácticas, que ayudan a los estudiantes a interactuar con el medio físico y tomar un papel activo en la construcción del conocimiento permitiendo modificar el lenguaje habitual adecuándolo al área de matemáticas y geometría con el fin de comunicar sus ideas o afirmaciones.

Estas situaciones didácticas combinadas con material concreto, aumentan las posibilidades de los estudiantes de desarrollar el pensamiento espacial y los sistemas geométricos; ya que el material concreto permite que los estudiantes indaguen, manipulen y puedan construir representaciones mentales de los conceptos geométricos.

De acuerdo con lo anterior, este trabajo presenta algunas situaciones didácticas que incluyen material concreto, como una aproximación al teorema de Pitágoras y la potenciación del pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Este trabajo cuenta con cuatro capítulos, que se desarrollaron a medida que avanzaba la investigación. El primero de ellos denominado "ASPECTOS GENERALES", hace una presentación de la investigación, la justificación y los objetivos que se pretenden alcanzar.

El segundo capítulo "MARCO DE REFERENCIA" se divide en dos:

En primer lugar se realiza una descripción del marco referencial, en este describimos entre otras cosas; el espacio donde se ubicó la investigación, la muestra poblacional, una breve caracterización del contexto educativo del Carmen de Viboral y del contexto específico de la institución Educativa Técnico Industrial Jorge Eliecer Gaitán, donde se realizó la intervención.

En segundo lugar, se realiza la descripción del marco teórico donde se aborda una historia esquemática de la geometría con la intención de caracterizar sus momentos más relevantes para la secuenciación de contenidos. Posteriormente se fundamentan las distintas teorías de la inteligencia, la enseñanza y en aprendizaje que permiten desarrollar el pensamiento espacial mediante el uso de situaciones didácticas que involucren el material concreto.

En el tercer capítulo “DISEÑO METODOLÓGICO” se presenta la metodología de la investigación, el diseño y ejecución del plan de acción y la recolección de datos.

Por último, el capítulo “RESULTADOS” se hace una descripción donde se plasma de manera puntual y clara los resultados del análisis que se realizó en el capítulo anterior; y unas conclusiones a manera de reflexión como termino del trabajo.

CAPíTULO 1

1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Formulación del problema

Durante las últimas décadas se ha abandonado la geometría como objeto de estudio e investigación dentro de las comunidades académicas, esto se debe al surgimiento de las “matemáticas modernas”, que tienen una visión más formal, rigurosa y axiomática del área en general.

> Se admite que la importancia de la geometría clásica en el desarrollo de la matemática es indiscutible. Hoy, sin embargo, para el matemático profesional, la mina está agotada, puesto que no existen más problemas estructurales en ella, susceptibles de repercutir en otras partes de la matemática. (Piaget et al, 1986, p. 299, citando a N. Bourbaki)

Como consecuencia de este enfoque “moderno” de las matemáticas gran parte de la producción de textos vienen en marcados bajo esta perspectiva axiomática y rigurosa. Este enfoque contribuyó a opacar el papel de la geometría en el currículo, como en las aulas de clase, es por esto que actualmente la intensidad horaria que las instituciones educativas dedican a la formación de sus estudiantes en el área de geometría son muy pocas, o simplemente emplean unas cuantas horas del área matemáticas al final del periodo o año lectivo para dar geometría.

Quien ha trabajado la teoría de las situaciones didácticas en el aula de clase, sabrá la importante herramienta que posee para lograr en el estudiante un aprendizaje significativo, que le proporcione instrumentos esenciales a la hora de la construcción del conocimiento matemático y geométrico. En el caso de la geometría, el trabajo con el material concreto es un método por el cual los estudiantes pueden interactuar con el objeto de estudio, ya sea con construcciones de hechas por ellos mismo o material que posea la institución, ya que la implementación de estas herramientas en las aulas de clase, proporcionan, conceptos necesarios para el proceso de desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

Por otra parte, los datos obtenidos a partir de la prueba diagnóstica que consta de 20 preguntas, que se aplicó en 80 estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa técnico industrial Jorge Eliecer Gaitán, evidenciaron el poco desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos en los estudiantes. A partir de estas observaciones se identifica que los estudiantes manifiestan no tener una claridad sobre el lenguaje, los conceptos y las representaciones propias de la geometría.

La observación que se realizó con la intensión de describir las prácticas educativas de los docentes; se reconoció que predominaba la presentación de simples contenidos, teoría y definiciones; con los cuales no se logra que los estudiantes obtengan un aprendizaje significativo.

Debido a estas prácticas que pueden denominarse instruccionales los estudiantes terminan realizando ejercicios de carácter procedimental y mecánico. En este contexto de enseñanza, los estudiantes sólo realizan réplicas de los mismos ejercicios que realiza el profesor, desarrollando solo una función cognitiva inicial de asociación.

Teniendo en cuenta lo que planteamos anteriormente nos preguntamos por: ¿Cómo desarrollar el pensamiento espacial y sistemas geométricos para lograr un aprendizaje significativo del teorema de Pitágoras en los estudiantes de grado noveno por medio de situaciones didácticas con el empleo de material concreto?

2. JUSTIFICACIÓN

Analizando el plan de área de matemáticas del Proyecto Educativo institucional (P.E.I), se observó que en el currículo de la institución se le da mayor importancia a la parte aritmética y algebraica de las matemáticas quitándole importancia a la geometría, además en la ejecución del mismo, no se evidenció la correlación del pensamiento espacial y los sistemas geométricos con los demás pensamientos matemáticos, ni la implementación de ayudas didácticas, ni de material concreto que están disponibles en la institución.

A partir de esta lectura surge la necesidad de desarrollar el pensamiento espacial y los sistemas geométricos en los estudiantes de noveno grado, de la Institución Educativa Técnico Industrial Jorge Eliecer Gaitán del municipio del Carmen de Viboral, además de analizar la forma en que dichos estudiantes actúan sobre la apropiación del teorema de Pitágoras y el acercamiento por medio de material concreto.

Este tipo de herramientas, medios y materiales didácticos, no son usualmente utilizados en las aulas de clase, aunque la institución educativa cuenta con el material suficiente para llevar a cabo propuestas con dichos materiales con el fin de obtener un aprendizaje significativo de los conceptos matemáticos y geométricos.

Como está estipulado en la Ley General de Educación uno de los fines de la educación es:

> El pleno desarrollo de la personalidad sin más limitaciones que las que le imponen los derechos de los demás y el orden jurídico, dentro de un proceso de formación integral, física, psíquica, intelectual, moral, espiritual, social, afectiva, ética, cívica y demás valores humanos. (Ley 115 de 1994, Diario Oficial 41.214, Bogotá, Colombia, 8 de febrero 1994)

Por lo anterior, el docente en su labor debe crear estrategias con las cuales pueda mejorar las competencias matemáticas estipuladas por el Ministerio de Educación Nacional [MEN], trabajándolas hacia pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

El pensamiento espacial y los sistemas geométricos pasa casi siempre inadvertido, y no es lo suficientemente trabajado, ni desarrollado en las aulas de clase, a esto se podría deber el bajo rendimiento de los estudiantes en esta área y la falta de asimilación de los conceptos geométricos, fundamentales para el desarrollo de este y otros pensamientos, sin atribuir, que en específico el pensamiento espacial afecte por si solo y directamente el rendimiento de los estudiantes en el área.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GENERAL

- Desarrollar el pensamiento espacial con la intención de lograr un aprendizaje significativo de los sistemas geométricos y el teorema de Pitágoras, mediante el diseño de situaciones didácticas que incluyen el uso de material concreto.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Formular situaciones didácticas mediadas por el material concreto para la apropiación del teorema de Pitágoras.

- Analizar como el material concreto posibilita el desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos en los estudiantes.

CAPíTULO 2

4. Marco referencial

4.1 Marco contextual

4.1.1 Macro contexto

La institución educativa técnico industrial Jorge Eliecer Gaitán, en la cual se desarrolló la propuesta está ubicada en el municipio del Carmen de Viboral que se encuentra en el Oriente del Departamento de Antioquia, el municipio recibe el apelativo de la Perla azulina, cuenta con 44.175 habitantes; además de tres vías de acceso a la ciudad de Medellín: por la autopista Medellín-Bogotá (50 minutos), por Las Palmas (45 minutos) y por Santa Elena (1:30 minutos).

La identidad de los Carmelitanos está construida por una historia que habla de su mestizaje, especialmente entre indígenas y blancos, una cultura que se construyó en los siglos XVIII y XIX bajo la formación del poder religioso y moral de la Iglesia Católica, la vida del campo y la ganadería, así como por las actitudes de neutralidad e independencia que los Carmelitanos debieron desarrollar por estar en medio de las relaciones conflictivas que tuvieron entre sí Rionegro y Marinilla.

En general la economía del municipio se basa en las siguientes áreas: agricultura, ganadería, piscicultura, avicultura, floricultura y talleres de cerámica.

Figura 1. Mapa del Carmen de Viboral

El municipio posee tres pisos térmicos, su altitud varía entre los 800m y los 3.000 metros sobre el nivel del mar lo que permite toda clase de cultivos tales como: fríjol, papa, maíz, aguacate, tomate de árbol, mora, legumbres y hortalizas y plantas aromáticas.

El municipio cuenta con importantes centros de investigación y educación, como el cibercentro de la Universidad de Antioquia, la sede de la Universidad de Antioquia seccional de Oriente, la Escuela Nacional de Cerámica "Instituto Técnico Industrial Jorge Eliécer Gaitán", el Parque Tecnológico de Antioquia, el Instituto de Cultura Carmen de Viboral, entre otros.

La investigación fue llevada a cabo en la Institución Educativa Técnico Industrial Jorge Eliécer Gaitán, del municipio el Carmen De Viboral - Antioquia, el año de fundación de la institución data 1945 y está ubicada en la carrera 31 con calle 37, sector avenida los Fundadores.

Las horas que se le dedican al área de matemáticas, son de dos bloques de dos horas cada uno, con una duración de 120 minutos, en total son 4 horas semanales, la asignatura de geometría está sujeta a darse en estos espacios, es decir que las horas que se dedican a la geometría son de un bloque cada 15 días.

El colegio es de carácter público y mixto de naturaleza Técnica Industrial, en el que sus estudiaste pertenecen en gran medida a los estratos socio-económicos 2 o 3. Esta presta los niveles de: preescolar con 161 estudiantes divididos en 5 grupos, básica primaria con 993 estudiantes divididos en 24 grupos, básica secundaria con 954 estudiantes divididos en 27 grupos y media técnica con 344 estudiantes divididos en 10 grupos, para un total de 1449 estudiantes en toda la institución; repartidos en dos jornadas mañana y tarde, en las que funciona la institución. Esta institución cuenta con un rector, tres coordinadores académicos uno para la primaria y dos para básica secundaria y media vocacional y una psicóloga, en la parte administrativa cuenta con una auxiliar técnica, una secretaria académica, una bibliotecóloga, 3 personas en servicios generales y cuatro celadores.

Como toda institución oficial ésta, para atender a los estudiantes cuenta con su P.E.I dentro el cual es destaca la presencia de tres factores:

La VISIÓN “Ser una institución educativa en una formación técnica fundamentada en la investigación, la ética y la divulgación de valores que contribuyan a mejorar la calidad de vida”

La MISIÓN “Es misión de la institución educativa Jorge Eliécer Gaitán, orientar la formación de ciudadanos íntegros, respetuosos, responsables, con sentido de pertenencia, solidarios, con calidad humana que les permita desempeñarse con éxito en el mundo laboral, profesional y social”

El plan de área, que para el caso del grado 9, está acorde con la filosofía que el Ministerio de Educación Nacional plantea en los Lineamientos y en lo Estándares Curriculares para el área de Matemáticas.

4.1.2 Micro contexto

Para obtener información se aplicó una encuesta a 48 estudiantes escogidos aleatoriamente del grado noveno, la que dio como resultado los siguientes datos: la edad promedio de los estudiantes oscila entre los 15 y 16 años, donde más de la mitad de los estudiantes pertenecen a un estrato socio-económico de nivel 2. La gran mayoría de los estudiantes son de la zona urbana de El Carmen De Viboral y ninguno de estos jóvenes realiza trabajos laborales ya que la gran mayoría viven con ambos padres o abuelos. Solo la mitad de los padres lograron obtener su título como bachilleres, y uno de ellos logró acceder a la educación superior.

Se comprobó por medio de la encuesta que los estudiantes no expresan una afinidad con el área de las matemáticas, y se ve su interés por las materias donde se realizan actividades lúdicas o con movimientos corporales. En el punto 8 de las encuestas se preguntó por el interés que tienen los estudiantes por las áreas de geometría, estadística y matemáticas donde lo que se evidenció fue una gran preferencia por esta última, esto nos dice que ni en estas áreas a fines, los estudiantes demuestran interés por la geometría.

La metodología utilizada por el profesor, en la mayoría de los casos son trabajos en equipos, seguido por el trabajo individual. Otro punto importante gira entorno a la evaluación donde esta es llevada a cabo por medio de pruebas individuales escritas y trabajos extra-clase.

4.2 Marco teórico

Para la elaboración de la investigación han sido revisadas algunas teorías, que sustentan y fundamentan el desarrollo de la misma, ya que en gran medida establecen las pautas que estaban presentes tanto en la observación como en la intervención dentro del aula de clase.

Después del rastreo bibliográfico, en la investigación se tienen en cuenta aspectos teóricos como el carácter epistemológico, y la enseñanza de la geometría, la teoría de las situaciones didácticas por Guy Brousseau, el pensamiento geométrico y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medida además del papel de las mostraciones en la enseñanza de la geometría, estos tres últimos planteados por el MEN.

4.2.1 HISTORIA DE LA GEOMETRÍA

Para dar una revisión histórica de lo que ha sido la geometría en general, se hará una pequeña revisión en las más importantes épocas, del desarrollo de la misma. "Hay que tener en cuenta que la Geometría desde sus orígenes ha tenido una estrecha relación con las actividades humanas, y su desarrollo ha dependido tanto de aspectos visuales como conceptuales y abstractos" (MEN, 1998). Si se remonta a la prehistoria, se encontrará con que se empleó el dibujo para representar algunos aspectos de la realidad. Igualmente cuando empezaron a hacer sus primeras construcciones, comenzaron a disponerlas en forma geométrica (MEN, 2004, p. 103), dando pie en gran medida al desarrollo visual de la Geometría.

Posteriormente los griegos desarrollaron una Geometría mucho más formal que la existente, condensaba en el libro de los Elementos de Euclides (325 a 265 a.C.).

Lo que se presenta a continuación es una caracterización de la geometría plana, partiendo de los Griegos siguiendo con la geometría analítica y hasta algunos autores modernos.

LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

Ésta Geometría es asumida como el primer tratamiento sistemático que se hizo de la Geometría, presentado uno de los primeros tratados geométricos que lleva por nombre los Elementos de Euclides (alrededor del 300 a.C.). En esta obra, Euclides por primera vez organizó los objetos geométricos trabajados hasta entonces como un sistema axiomático basado en lo que llamó: definiciones, postulados y nociones comunes. Hay que resaltar que los griego fueron rigurosos y los primeros en demostrar proposiciones matemáticas. A partir del trabajo de Euclides podemos afirmar que las construcciones geométricas utilizando regla y compás ocupan un papel importante dentro de la actividad matemática.

En los problemas clásicos de construcción como bisecar un ángulo o un segmento dado, o construir rectas perpendiculares o paralelas a una recta dada que pase por un punto, o construcciones sencillas como copiar un segmento o un ángulo, solo se podía construir recurriendo únicamente a los instrumentos mencionados anteriormente.

Posteriormente se llega a las construcciones geométricas hechas usando un compás, una regla un transportador y una escuadra, elementos presentes dentro del ámbito escolar actual y además de uso común para todo aquel que estudie algo de Geometría. En primer lugar cabe aclarar que estos instrumentos, a diferencia de los antiguos instrumentos griegos si están graduados y se pueden tomar y transportar medidas. Con estos instrumentos la congruencia, el paralelismo, la perpendicularidad, la equidistancia, la curvatura entre otras propiedades, se hacen más evidentes ante los ojos de quien estudia Geometría; esto favorece que los estudiantes se familiaricen con los objetos geométricos, así como con sus construcciones.

En la Geometría Euclidiana el movimiento de una figura no estaba presente pero el concepto de congruencia de figuras lo podemos apreciar en las proposiciones que tienen que ver con criterios de congruencia de triángulos como son las proposiciones 4, 8, y 26 del libro I de los Elementos, entre otras.

LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Con Descartes aparece la Geometría Analítica en el siglo XVII donde se puede apreciar esa estrecha relación entre el álgebra y la Geometría. En su tercer escrito o apéndice del discurso del Método, su primer libro trata de cómo el cálculo de la aritmética se relaciona con las operaciones de la Geometría, dando nacimiento a la Geometría Analítica que produce una auténtica revolución en el estudio de esta ciencia, que durante siglos había sido subsidiaria de los descubrimientos helénicos. Pero, esa relación transforma la manera de abordar el tratamiento de los problemas geométricos, empleando métodos algebraicos que distan de los geométricos hasta entonces utilizados, debido a el nivel de generalización que tiene el álgebra y que no había podido conseguir la Geometría , pues la axiomática de Euclides se empleaba sólo podía resolver casos particulares.

La Geometría Analítica eliminó el viejo problema Euclidiano del tratamiento de las magnitudes, según el cual se establece una relación operacional entre segmentos con segmentos, áreas con áreas y volúmenes con volúmenes, más la combinación de estos eran imposibles, así como el tener magnitudes que superen las tres dimensiones. Esta barrera se rompe al introducir un nuevo tipo de representación basado en el empleo de ecuaciones las cuales toman las magnitudes euclidianas y las convierten en variables que se pueden operar algebraicamente empleando el método de las coordenadas cartesianas que caracteriza a la Geometría Analítica.

4.2.2 TEORÍAS DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Brousseau en la década de los años 70 es uno de los primeros investigadores en el campo de la didáctica de las matemáticas donde surge la necesidad de abordar la actividad matemática con el fin responder a los problemas que la misma didáctica se planteaba. "En los inicios de los años 70 las situaciones didácticas eran las situaciones que sirven para enseñar sin que se considere el rol del profesor. Para enseñar un conocimiento determinado se utilizan medios […]" (Brousseau, 2007, p.17). De acuerdo a lo anterior no se pueden separar los objetos matemáticos, y la matemática de la didáctica de las matemáticas, ya que estos se constituyen en la materia prima que posibilita la enseñanza de las matemáticas.

Para esta propuesta se toman algunos elementos de la teoría de situaciones didácticas (TSD) desarrollada por Brousseau (2007) el cual define una situación didáctica al conjunto de relaciones establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, en la interacción con un cierto medio, que comprende instrumentos, herramientas u objetos, que el profesor puede proporcionar, con el fin de que los alumnos se logren apropiar de un saber que está en vía de constitución.

A continuación se presentan algunos de esos elementos que hacen parte de la TSD. Para empezar mencionaremos que Brousseau establece tres clases de situaciones, como son: las situaciones didácticas, las situaciones a-didácticas y las situaciones no didácticas.

Las situaciones no didácticas: en este tipo de situaciones tanto estudiantes como el profesor se enfrentan a un problema que aparece naturalmente, además no están plenamente definidos los roles que desempeñan tanto el estudiante como el profesor. Se espera que los estudiantes logren emplear todos los conocimientos previos y los adquiridos en las clases.

Las situaciones didácticas: este tipo de situación, se desarrolla bajo los términos del contrato didáctico, donde el profesor tiene una clara intencionalidad de enseñar, y los alumnos por aprender, en este caso están bien definidos los roles para cada uno de los actores del proceso llevado a cabo en el aula de clases, es decir el rol de profesor y del alumno.

Las situaciones a-didácticas: en una situación a-didáctica se utiliza únicamente un razonamiento de carácter matemático, además los alumnos pueden percibirla como si fueran investigadores de un problema matemático, es decir que se tiene estructura diferente a la de una clase convencional, dado que si el estudiante tiene una clara intencionalidad de aprender como investigador y además de esto razona matemáticamente se puede afirmar que la está desarrollando una situación a-didáctica.

En cada situación didáctica siempre va a existir la intencionalidad de enseñar por parte del profesor y de aprender por parte del alumno, dichas intencionalidades se establecen a partir del contrato didáctico, para que cada cual logre desempeñar su rol correspondiente, pero cuando el contrato didáctico se rompe y los roles sufren una transformación, y surge la situación a-didáctica. El contrato didáctico se definen los roles donde el profesor es el encargado de generar situaciones que contribuyan a la construcción del conocimiento del estudiantes, es responsabilidad del estudiante responder a las situaciones que el profesor les plantee, ya que su rol posee la intencionalidad de aprender, el contrato se rompe cuando el estudiante no asume dicha responsabilidad es allí donde los roles se transforman dando paso a una situación a-didáctica.

Dado el caso que el estudiante acepte dicha responsabilidad, se comienza a desarrollar un trabajo autónomo por parte de un alumno o un grupo, con la intención de resolver un problema en el cual se puedan formular posibles soluciones, para luego discutir acerca de la viabilidad de estas soluciones, y finalmente de encontrar la forma más apropiada de resolver el problema. El papel del profesor en este proceso es de crear situaciones bien estructuradas, y brindar los medios que permita el trabajo autónomo del alumno, y se pueda dar tanto el proceso de enseñanza como el de aprendizaje de un saber. Cabe resaltar que el papel del profesor no es de un simple espectador del proceso, más bien el profesor es un actor activo en este proceso, ya que guía y orienta a los alumnos en el trabajo autónomo posibilitando el descubrimiento, la experimentación con las diversas situaciones con las que se puedan generar estrategias de solución, además de guiar la validación dichas estrategias con las que surgen una serie de conclusiones todo esto a partir del trabajo propuesto por el profesor, de tal manera que el resultado sea que los alumnos hayan aprendido el saber que se les quería enseñar.

Además en el proceso se enseñanza y aprendizaje surgen las siguientes situaciones que pueden estar presentes en las situaciones didácticas anteriormente mencionadas, estas son:

- **Situaciones de acción:** son aquellas situaciones en que los alumnos toman decisiones, en las cuales se generan interacciones entre los alumnos, con el medio físico, con el fin de organizar la actividad para poder resolver el problema planteado.

- **Situaciones de formulación:** "La formulación de un conocimiento correspondería a una capacidad del sujeto para retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico)" (Brousseau, 2007, p.25) es decir que son situaciones que posibilitan la comunicación de las ideas entre los mismos alumnos modificando el lenguaje habitual, con el fin de comunicar sus ideas en el lenguaje propio de las matemáticas.

- **Situaciones de validación:** son situaciones en las que trata de convencer a uno o a varios de los actores del proceso donde "cada uno puede tomar posición con respecto a un enunciado y, si hay desacuerdo, pedir una demostración […]" (Brousseau, 2007, p. 27). es allí donde los alumnos requieren explicar en manera argumentada y coherente sus afirmaciones.

- **Situaciones de institucionalización**: luego de llevar a cabo los razonamientos y "el hecho de asegurar la consistencia del conjunto de la modelizaciones eliminando las que son contradictorias exige un trabajo teórico- mostraron la necesidad de tener en cuenta fases de institucionalización que dieran a determinados conocimientos el estado cultural indispensable de saberes" (Brousseau, 2007, p. 28) , es decir lo que se busca en esta tipo de situaciones es establecer algunas convenciones generales socialmente aceptadas.

Este tipo de situaciones se constituyen en una herramienta fundamental tanto para el proceso de enseñanza como el de aprendizaje, en la medida que el profesor estructure las situaciones lógica y coherentemente con la firme intención de lograr un aprendizaje en sus alumnos, los cuales puedan construir los conocimientos y saberes matemáticos que sean consecuencia de las situaciones planteadas por el profesor. Estas situaciones favorecen la motivación y la discusión de los saberes y conocimientos en vía de construcción, permitiendo comunicar, razonar, y argumentar, las ideas, planteamientos, y formulaciones entre los mismos alumnos, este tipo de situaciones favorece notoriamente el proceso de aprendizaje.

4.2.3 LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Muchas de las dificultades presentes en los estudiantes sobre la comprensión acerca de la Geometría y de manera más amplia en la matemática, es debido a la forma en que se les ha enseñado. Y como sabemos la manera como un profesor enseña, depende en gran medida en las concepciones que él tiene sobre lo que es, como se aprende, que significa y ¿para que se enseña? en este sentido afirman Silvia García Peña y Olga Leticia López Escudero "muchos de los profesores identifican la geometría, principalmente, con temas como perímetros, superficies y volúmenes, dándoles a estos alumnos solo la definición y mostrándoles su forma, reduciendo las clases a una especie de glosario geométrico ilustrado" (García & López, 2008, p. 27)

Por lo anterior el estudiante no obtiene una comprensión de los conceptos geométricos, reduciendo su aprendizaje de la geometría a procedimientos memorísticos y mecánicos donde solo se aplican formulas y se realizan operaciones algebraicas.

La enseñanza de la geometría ha sido objeto de continuas discusiones, propuestas y reformas, y se ha convertido en uno de los puntos más problemáticos entorno a la enseñanza durante las últimas décadas, dado que entre matemáticos y educadores no se encuentra un punto de convergencia acerca del qué y del cómo debe ser enseñada la geometría; al respecto surgen dos tendencias la primera desde los matemáticos donde la geometría debe ser enseñada desde la parte axiomática propuesta por Euclides, y La segunda en la que se piensan que la forma tradicional de enseñar la geometría debe ser reestructurada, partiendo del estudio del espacio, entorno a esto “es evidente que el espacio físico no puede ni debe ser la única fuente para desarrollar el proceso matemático en el alumnado, pero la importancia de esta fuente no puede ser menospreciada” (Piaget, Choquet et al, 1986, p. 303)

La importancia de la geometría clásica se remite a campos de la matemática como la topología, análisis matemático, estructuras algebraicas, entre otros, que son de gran importancia en la matemática moderna, y en cada una de estas ramas está presente de forma implícita, la terminología propia de la geometría, donde la intuición geométrica permite acceder de manera más fácil a estas ramas, y se constituye en una herramienta fundamental para afrontar los problemas, las ideas, y los métodos de cada una. Pero no todo en las matemáticas es intuición […] “la interacción entre el formalismo y la intuición primitiva lograda a través de la visión, conduce a una intuición matemática más fina, que ha sido llamada intuición prolongada (Bouligand) o intuición refinada (F. Klein)” (Piaget et al, 1986, p. 300)

Está intuición refinada es una abstracción de la intuición geométrica por ejemplo los espacios métricos en topología general, donde la métrica euclidiana es un caso particular en esta topología, además de conceptos como vecindades, supremos e ínfimos, limites que son fundamentales en el estudio del análisis, entonces uno de los objetivos a los que se debe apuntar la enseñanza de la geometría es refinar la intuición geométrica, ya que es un instrumento primario para desarrollar el pensamiento matemático.

Por ende buscaremos dar una explicación a la siguiente pregunta ¿para que enseñar geometría? una de las razones por medio de la cual se puede responder esta pregunta se da a partir de que la geometría está inmersa en nuestro entorno y en nuestro diario vivir en palabras de Silvia García Peña y Olga Leticia López Escudero, la geometría modela el espacio que percibimos, es decir la geometría es la matemática del espacio; por ejemplo: si vemos un carro sabemos que sus llantas son una circunferencia, un libro tiene forma de prisma rectangular con sus caras, aristas y vértices, su pasta es de forma rectangular, una mesa es paralela al piso y sus patas son perpendiculares al piso, la puerta de nuestra casa puede formar diferentes ángulos entre muchas más relaciones, formas y conceptos geométricos que podemos encontrar en nuestro entorno.

Como muy bien lo dice Silvia García Peña y Olga Leticia López Escudero, la geometría es una parte fundamental en la vida de nuestros estudiantes en la realidad, en el lenguaje cotidiano, sirve en otros estudios de las matemáticas y desarrolla en los alumnos su percepción y su capacidad de visualización y de abstracción dándoles una muestra de lo que significa una ciencia organizada con sus axiomas y teoremas.

Teniendo en cuenta lo anterior se hace necesario para la comprensión de los fundamentos expuestos dar una lista de respuestas que ofrecen las autoras del porque enseñar geometría (García & López, 2008):

- Para *conocer* una rama de las Matemáticas más instructivas.
- Para *cultivar* la inteligencia.
- Para *desarrollar* estrategias de pensamiento.

- Para *descubrir* las propias posibilidades creativas.
- Para *aprender* una materia interesante y útil.
- Para *fomentar* una sensibilidad hacia lo bello.
- Para *trabajar* Matemáticas experimentalmente.
- Para *agudizar* la visión del mundo que nos rodea.
- Para *gozar* de sus aplicaciones prácticas.
- Para *disfrutar* aprendiendo y enseñando.

Como se puede observar la enseñanza de la geometría va mucho más allá de solo una clase magistral sin vincularla con lo cotidiano y sin buscar el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes; se debe tener en cuenta como el duro papel que tiene que cumplir el docente debe llevarse a cabo con la ayuda de muchas herramientas pedagógicas y que la enseñanza de la geometría debe contribuir al desarrollo de nuestros estudiantes.

4.2.4 PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

La geometría en la actualidad, no desempeña un papel fundamental en los currículos de matemáticas, ya que su estudio se ha visto abandonado, debido a la importancia que durante las últimas décadas ha tomado la enseñanza de las "matemáticas modernas", y por el poco estudio que se hace en las aulas de clase, el cual se reduce a la aplicación de fórmulas para calcular el perímetro, el área o el volumen de figuras geométricas, y al simple conocimiento del nombre, y la forma de estas figuras, este abandono se ve claramente reflejado en la intensidad horaria que las instituciones educativas dedican a esta asignatura o simplemente la geometría se ve relegada a trabajarse en unas pocas clases de matemáticas, de allí surgen algunas de las dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de la geometría, y de la matemática misma. "Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría."(Gutiérrez, 2007, p. 14)

Gran parte de los conceptos que son propios de la geometría, permean de alguna manera, diversos campos de "las matemáticas modernas" como la topología, el análisis, la geometría diferencial entre otras, por ejemplo en algunos conceptos como la medida, la continuidad, las funciones, las transformaciones, etc. esto se debe a la gran intuición geométrica, que está presente en la construcción de los mismos. Entonces es de gran importancia rescatar la parte intuitiva de la geometría, en los currículos de matemáticas, y prestarle atención al desarrollo del pensamiento espacial el cual es considerado como uno de los procesos que se construyen las representaciones mentales de los objetos presentes en la vida cotidiana. Según los lineamientos curriculares

> Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor […] a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales (Gutiérrez, 2007. p. 15)

La habilidad, el dominio, la comprensión y el desenvolvimiento que el estudiante va adquiriendo y desarrollando durante en las actividades cotidianas, en la interacción con el espacio que le rodea, a diferencia del aprendizaje de forma pasiva, donde las figuras, símbolos, y los conceptos son estáticos, y no permiten establecer relaciones entre los elementos de la geometría. Entonces en el aprendizaje mediante “la geometría activa” consiste en

> ‘hacer cosas’, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente construidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales (MEN, 1998, p. 57)

Puede ser común por parte del profesor, poner a los estudiantes a realizar actividades en el aula con el único fin de entretenerlos, de ocupar el tiempo, o por mantener el orden en el aula, es así como el proceso de aprender carece de significado para los estudiantes.

En palabras de Rubén Darío Henao Ciro (2012) es responsabilidad nuestra, como profesores, planificar y organizar la enseñanza, pero también pensar cómo puede darse el aprendizaje. Es necesario ponernos, por un buen rato, en el lugar de los que aprenden y pensar en las actividades que planteamos como si fuéramos a resolver cada una de ellas y a efectuar cada uno de los procedimientos que llevamos al aula.

Con lo anterior se busca que, tanto el profesor como el estudiante estén comprometidos en el proceso educativo, es decir enseñar por parte del profesor y de aprender por parte del estudiante, cambiando las prácticas tradicionales en el aula, en las cuales el profesor es un expositor y el estudiante es un receptor pasivo.

4.2.5 PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDA

El descuido que ha tenido la geometría durante las últimas décadas en los currículos de las instituciones educativas, ha llevado a que a esta asignatura sólo se le dediquen unas pocas horas de clase al mes, este hecho ha afectado directamente el aprendizaje, tanto de la geometría como de la matemática, primordialmente los conceptos que son fundantes de esta asignatura, por esta y otras razones es que muchos estudiantes al afrontarse a una situación problema de carácter matemático que requiere conocimientos, y conceptos propios de la geometría, por esto los estudiantes no saben cómo afrontar el problema ni plantear posibles soluciones del mismo.

Es primordial prestarle gran atención a la relación existente entre la geometría y los sistemas de medida, en la parte epistemológica, histórica y pedagógica, además cómo esta relación permite la comprensión, y la construcción propia del estudiante del concepto de medida, el cual se encuentra de manera frecuente en las actividades de la vida cotidiana, es responsabilidad del docente incentivar desde el aula una construcción más amplia de este concepto, que debe de ir más allá de una simple definición, o un concepto que se da por sabido, es desde allí donde los estudiantes en repetidas ocasiones cometen errores en las unidades de medida, y solo tiene en cuenta el número, y no atribuyen un significado acorde a las unidades, por ejemplo al medir el área de un cuadrado de lado 3 cm dicen que su área es de 9 cm, para ellos es in diferente las unidades de longitud a las unidades de área. Durante el transcurso de las clases de matemáticas en el aula, suele ser común

> Introducir a los niños y a las niñas en el mundo de la medida con instrumentos refinados y complejos descuidando la construcción de la magnitud objeto de la medición y la comprensión y el desarrollo de procesos de medición cuya culminación sería precisamente aquello que hemos denunciado como prematuro. (MEN, 1998. p. 62)

La responsabilidad de lo anteriormente mencionado recae sobre los hombros de los docentes de matemáticas, ya que no tienen en cuenta las reflexiones, ni las relaciones existentes entre las matemáticas y la realidad (Posada, 2006). Donde los estudiantes son los principalmente afectados, en este proceso, ya que realizan mediciones, sin darse cuenta de la necesidad de medir, con lo que no se hace un tratamiento serio desde el punto de vista conceptual de la medida, este proceso solo se queda en tratamiento aritmético y matemático de las magnitudes físicas. Esto se debe a la falta de indagación por los conocimientos previos de los estudiantes que son la materia prima, que posibilita abordar las temáticas del área.

El primer acercamiento a la noción de medida, que tiene un niño es de carácter cualitativo, esta surge con la comparación directa de objetos, además de lo que puede desarrollar intuitivamente en las situaciones del diario vivir, es desde este tipo de experiencias con las que el niño puede afirmar que un objeto es más grande o más pequeño que el otro, que hay mayor cantidad de uno o del otro, o que un lugar es más lejos que otro, por esto es que al mostrarle al niño dos monedas de 50, y una de 500 escoge las dos de 50, ya que no tiene la noción de valor asociada a una cantidad.

Por otra parte en el desarrollo de las clases de matemáticas a los estudiantes

> no se les ha permitido conocer el desarrollo histórico de la medida, lo que conlleva a que no se den cuenta de la necesidad misma de medir, ni de cómo la medida surgió de una "noción de igualdad socialmente aceptada" al comparar el tamaño, la importancia, el valor, etc., en situaciones comerciales o de trueque (MEN,1998, p. 62)

Estos conceptos básicos que son adquiridos por el estudiante empíricamente y deben ser el soporte, sobre el cual cimentar y estructurar el pensamiento métrico, y geométrico en los estudiantes, ya que estos conceptos les son más familiares.

4.2.6 MOSTRACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Hay diversos factores que influyen en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, y que merecen prestarles gran atención.

El carácter intuitivo y empírico de la geometría que está presente en la interacción que los estudiantes tienen con su medio y los objetos que el profesor puede brindarles para contribuir con su aprendizaje, estos y otros elementos contribuyen a desarrollar habilidades como, reflexionar, comunicar, razonar y argumentar en términos geométricos, haciendo uso del lenguaje natural o cotidiano.

El carácter formal de la geometría se debe adquirir de forma gradual, con una intuición geométrica educada, para poder comprender el sistema deductivo desde las definiciones, axiomas, y teoremas, y la relación que este sistema tiene con el mundo real.

Las mostraciones: el término mostración en “el diccionario de la real academia de la lengua define la mostración como acción de mostrar, y mostrar como manifestar o poner a la vista una cosa, enseñarla o señalarla para que se vea” (Posada, 2006. p. 63) al respecto:

> Martin Gardner en rosquillas anuladas y otras amenidades matemáticas:
>
> dice lo siguiente para sugerir la presentación del caso de factorización

> $(a+b)3$: << si tuviera que enseñar álgebra me prepararía un modelo
>
> para que los estudiantes pudieran desmontarlo y comprobar la identidad algebraica, calculando los volúmenes de los ocho policubos y sumándolos para obtener el volumen total del cubo compuesto a partir de ellos>> (Martin citado por Gutiérrez, 2007, p. 65)

El carácter intuitivo de la geometría compromete directamente "un acercamiento – sensoriomotriz, operatorio, manipulativo, pragmático, práxico" (Gutiérrez, 2007, p. 65) es decir una aproximación multisensorial, a las representaciones mentales del espacio, basándose en el trabajo con material concreto como el doblado de papel, tangrams, regletas, multifichas, multicubos, entre otros, utilizados en actividades, que logren potenciar los procesos de enseñanza – aprendizaje, en el aula.

Existe gran variedad de mostraciones en geometría, que con el simple hecho de observar, se puede verificar que una identidad o propiedad, matemática o geométrica se cumple, sin necesidad de una demostración formal y rigurosa, el libro de Roger B. Nelsen "Proofs wihtout words excercises in visual thinking", es un libro que trabaja especialmente este tipo mostraciones, existen varias versiones fáciles de verificar, que pueden ser de gran utilidad en el aula de clases, cultivando la intuición geométrica.

No es suficiente con desarrollar una intuición geometría, es necesario una posterior axiomatización, y sistematización de los conocimientos adquiridos empíricamente, por los sentidos, llevando poco a poco los estudiantes a la teoría y el lenguaje propio de la geometría.

CAPÍTULO 3

5. Diseño metodológico

5.1. Metodología de la investigación

La metodología empleada en este proyecto fue la investigación acción participativa o conocida también como IAP, que según Alicia Kirchner apunta a la producción de un conocimiento propositivo y transformador, mediante un proceso de debate, reflexión y construcción colectiva de saberes, que se acerca considerablemente a lo que se realizó con la propuesta.

Esta metodología combina dos procesos, el de conocer y el de actuar, implicando en ambos a la población cuya realidad se aborda.

> Es un proceso que combina la teoría y la praxis, y que posibilita el aprendizaje, la toma de conciencia crítica de la población sobre su realidad, su empoderamiento, el refuerzo y ampliación de sus redes sociales, su movilización colectiva y su acción transformadora (Kirchner, S.f. p.1)

Este enfoque de carácter cualitativo incluye una variedad de conceptos, técnicas, visiones y situaciones, las cuales no pueden ser sistematizadas y analizadas de manera convencional como se hace en la investigación cuantitativa.

Instrumentos de observación y recolección de datos

Ya que esta investigación es de carácter cualitativo, se adoptó la observación y los registros en el los diarios de campo, el cuestionario o encuesta para la recolección de datos. Estos instrumentos resumen y facilitan la labor del investigador a la hora de sistematizar y analizar los datos.

[…] “Los instrumentos son la traducción operativa de los conceptos y variables teóricas o de sus adjetivos generales o específicos." (Cerda, 2008, p. 235), hay que tener mucho cuidado a la hora de determinar cuáles serán los instrumentos de recolección de datos porque si estos no son los más adecuados para la investigación, lo más seguro es que el trabajo no resulte como se planteó o sean inexactos.

Para realizar un análisis coherente de los resultados, es primordial recolectar más información de la que se tiene prevista para analizar, ya que es mejor recoger una base firme de registros donde podamos basar las conclusiones que quedar cortos a la hora de presentar el trabajo.

Debido a lo anterior se propuso definir los siguientes instrumentos para la recolección de datos:

La Observación

Prácticamente la ciencia inicia su procedimiento de conocimiento por medio de la observación; ya que es la forma más directa e inmediata de conocer los fenómenos y las cosas que nos rodean.

[…] El acto de observar y de percibir se constituye en los principales vehículos de conocimiento humano, ya que por medio de la vista tenemos acceso a todo el complejo mundo objetivo que nos rodea (Cerda, 2008, p. 237)

Como lo dice Hugo Cerda es importante hacerle una diferencia entre mirar y observar ya que el proceso que se realiza dentro de la investigación a la hora de recolectar datos es un proceso que exige una actitud de postura, atención y tiene un fin por el cual se está observando la situación que es muy diferente a mirar, que es fijar la atención en algo sin ningún propósito.

De lo anterior y debido a que la observación es un procedimiento que se realizó en dos etapas de la investigación, tanto en diagnóstico y delimitación del problema como en el diseño y ejecución del plan de acción, nos pareció pertinente que fuera uno de los métodos de recolección de datos.

DIARIOS DE CAMPO

Como se menciona anteriormente, la observación se podría decir que es uno de los procesos de recolección de datos que más duración tiene en la investigación, y por consiguiente está lleno de situaciones de mucha importancia para esta, por esta razón se decidió llevar un registro escrito de los momentos que surgieran dentro del aula de clase.

"Un diario de campo es una narración minuciosa y periódica de las experiencias vividas y los hechos observados por el investigador" (Cerda, 2008, p. 249). Los diarios de campo que se tuvieron en cuenta para realizar el análisis, fueron notas tomadas en el desarrollo de la intervención en el aula de clase.

EL CUESTIONARIO O ENCUESTA

Es una de las herramientas más utilizadas por los investigadores cualitativos, por que utiliza el acto de preguntar para obtener la información que se está buscando. Se utilizó este método con el fin de obtener la información que no se pudo captar por medio de la observación. Realizando las preguntas correctas se puede obtener información, que no fue posible acceder por medio de la observación.

Hugo cerda se refiere a la encuesta como una de las modalidades más utilizadas para la obtención de datos, el carácter masivo que tiene este instrumento hace que se una de las mejores herramientas para la obtención de las características que poseen los estudiantes de la institución.

5.2. Diseño y ejecución del plan de acción.

La propuesta va encaminada a potenciar el pensamiento espacial y los sistemas geométricos mediante el aprendizaje del teorema de Pitágoras, por medio de situaciones didácticas, con el fin de ayudar a comprender de manera más clara conceptos geométricos, también se pretende acercar a los estudiantes a los aspectos históricos que dieron origen a la geometría, y como ha surgido el conocimiento científico, matemático y geométrico a lo largo de la historia, además es importante entender el papel de la experimentación con diferentes situaciones de tal manera que contribuyan al aprendizaje, además de las diversas mostraciones del teorema que juegan un papel muy importante en el desarrollo en este proceso, para desarrollar posteriormente las diversas aplicaciones del teorema.

Debido a la intensidad horaria y a las posibles dificultades que se pueden presentar se estiman aproximadamente 6 horas clase, en las cuales se pretende realizar la intervención, cada clase cuenta con una intensidad horaria de dos horas, cada una de 60 minutos, en total serian 120 minutos, se pretende de utilizar solo una sesión para el desarrollo de cada una de las guías, además de atender a las inquietudes y dificultades que los estudiantes puedan presentar.

1- Historia de la geometría

En la guía número 1 *"Historia de la geometría e introducción a las mostraciones"* se pretende dar una breve introducción a la historia de la geometría y a las mostraciones geométricas, con una serie de actividades en las cuales, se muestran algunas propiedades de los triángulos, el uso de las paralelas y la secante para trabajar ángulos alternos internos, alternos externos, correspondientes, opuestos por el vértice, suplementarios, y por último se trabaja con un rompecabezas en el cual se pretende concluir la igualdad entre la suma de las partes y el todo.

Objetivos:

- Reconocer algunos aspectos que históricamente influyeron en la invención de la geometría y las matemáticas.
- Interpretar en qué consisten las mostraciones en geometría.
- Establecer la constancia de la suma de los ángulos internos de un triángulo.
- Determinar la relación de igualdad entre la suma de las partes con el todo.

2- Clasificación de triángulos y algunas de sus propiedades

En la guía número 2 *"Clasificación de triángulos y algunas de sus propiedades"* se pretende trabajar algunas características de los triángulos como la desigualdad triangular y el teorema de Pitágoras, utilizado en este caso para decir si un triángulo es obtusángulo, acutángulo, o rectángulo, como una de las aplicaciones el teorema, sin formularlo como teorema sino como una relación que se cumple para algunos triángulos.

Objetivos:

- Detectar las condiciones necesarias para formar un triángulo cualesquiera.
- Calcular con que valores se pueden construir triángulos.
- Deducir para que tipo de triángulo se cumple que $a2+b2=c2$.
- Identificar qué tipo de triángulo es según sus ángulos si no se cumple $a2+b2=c2$

- Identificar los elementos de un triángulo y sus propiedades.

3- Rompecabezas pitagóricos

En la guía número 3 *"Rompecabezas Pitagóricos"* y con el trabajo realizado en la guía número 2 en la que se estableció que $a2+b2=c2$ solo se cumple para triángulos rectángulos, en esta guía se pretende trabajar el teorema de Pitágoras con la relación entre las áreas de los cuadrados construidos en los catetos y la hipotenusa, para esto se utiliza los rompecabezas pitagóricos con los cuales se pretende afirmar la relación que hay entre la hipotenusa y los catetos, utilizando la conocida disección de Perigal y otros rompecabezas pitagóricos.

Objetivos:

- Comparar con cálculos numéricos el área de los catetos con el área de la hipotenusa.
- Probar que $a2+b2=c2$ se cumple.
- Constatar por medio de los rompecabezas Pitagóricos que $a2+b2=c2$ se cumple.

4- Aplicaciones del teorema de Pitágoras I

En esta guía *"aplicaciones del teorema de Pitágoras I"* en este punto se tiene claridad sobre el teorema de Pitágoras, con el trabajo realizado hasta el momento, principalmente con el trabajo realizado en la guía número tres de *"Rompecabezas pitagóricos"*, en esta guía se pretende trabajar algunas de la aplicaciones del teorema de Pitágoras, a triángulos rectángulos.

Objetivos:

- Explicar qué tipo de operación se utiliza para calcular la longitud de un lado de un cuadrado conocida su área.
- Identificar las unidades correspondientes al área y unidades de longitud.

Utiliza el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

5- Aplicaciones del teorema de Pitágoras II

En esta guía de "Aplicaciones del teorema de Pitágoras II" se desea trabajar algunas aplicaciones del teorema de Pitágoras para calcular distancias y el modo de utilizarlo en la solución de problemas.

Objetivos:

- Calcular la longitud de los catetos o la hipotenusa en un triángulo rectángulo, según sea el caso.
- Utilizar el teorema para la solución de problemas propuestos.

6- Comprobación algebraica del teorema de Pitágoras

En esta guía "Comprobación algebraica del teorema de Pitágoras" se tienen cierta claridad sobre el teorema, y algunas de sus aplicaciones más comunes, con la intención de que los estudiantes logren comprobar el teorema con ayuda del algebra.

Objetivos:

- Establecer los conceptos trabajados con el teorema.
- Observar con mayor claridad la demostración del teorema desde otra perspectiva.
- Deducir mediante el álgebra el teorema de Pitágoras.

7- Evaluación de geometría: Teorema de Pitágoras

En esta evaluación se pretende observar el desarrollo de la habilidad que adquieren los estudiantes para aplicar el teorema de Pitágoras en diferentes triángulos rectángulos, cambiando su posición tradicional, igualmente hallar el área y perímetro de estas figuras, con las unidades correspondientes tanto de área que son las unidades cuadradas como de perímetro unidades de longitud, ya que este fue un problema presente en la mayoría de los estudiantes.

CAPÍTULO 4

6. Análisis de resultados

El propósito de las situaciones didácticas en la intervención, fue buscar que los estudiantes potencialicen el pensamiento espacial y los sistema geométricos haciendo uso del material concreto.

En cada situación didáctica los estudiantes indagaron y elaboraron conjeturas, respecto al teorema de Pitágoras.

La prueba inicial de selección múltiple y respuesta abierta se aplicó alrededor a 60 estudiantes de dos grupos de noveno de la Institución Educativa Jorge Eliecer Gaitán. Solo hubo un 22.73% de acierto en la competencia de Razonamiento y argumentación, un 36.02% de acierto en la Comunicación, Representación y Modelación y en la competencia de Planteamiento y resolución de problemas solo un 13.04 % de acierto por parte de los estudiantes.

Respecto a estos resultados, es evidente que los estudiantes presentaron más dificultad en la competencia de planteamiento y resolución de problemas y era necesario intervenir para mejorar la comprensión de los conceptos geométricos, para ayudarlos a visualizar mejor los problemas y poder darles una solución.

Al realizar las guías didácticas utilizando material concreto se pudo observar el interés de los estudiantes por las actividades propuestas y cómo ellos podrían aprender por medio de estos materiales.

Para el análisis de los resultados se toma una muestra al azar, donde se evidencian los resultados de la intervención con las guías y el desarrollo que estas propiciaron a los estudiantes en el pensamiento espacial y el aprendizaje significativo del teorema de Pitágoras.

En la primera guía se aborda ciertos aspectos epistemológicos de la geometría, que género un espacio de discusión en el cual los estudiantes se pudieron dar por enterados brevemente, del surgimiento de la geometría y la importante su aprendizaje en el aula de clase.

También se observó que los estudiantes identificaron ciertos elementos como lo son los ángulos y los vértices, importantes para la construcción de los triángulos.

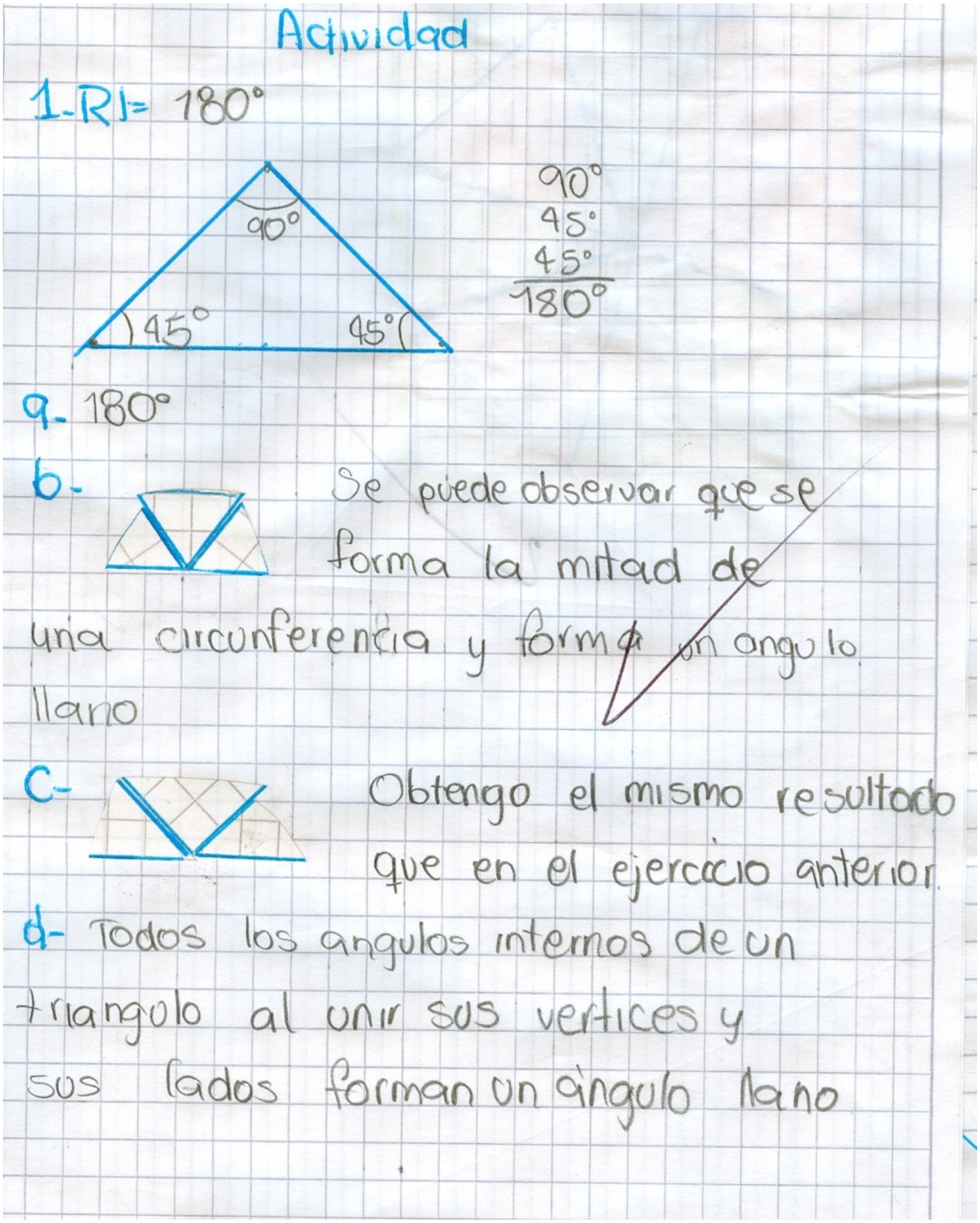


Figura 2.actividad de la guía 1

La segunda guía nos muestra otra condición necesaria para formar un triángulo a partir de tres segmentos dados y se pudo observar como la culminación de la actividad, permitió que los estudiantes pudieran tener un cambio desde la primera afirmación que mostraremos hasta la última pregunta de esta guía que pedía que se corroborara esta misma respuesta.

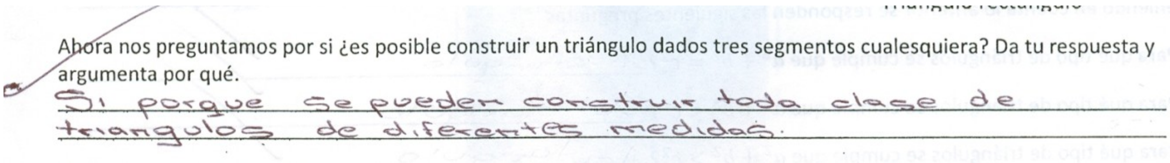

Ahora nos preguntamos por si ¿es posible construir un triángulo dados tres segmentos cualesquiera? Da tu respuesta y argumenta por qué.
Si porque se pueden construir toda clase de triangulos de diferentes medidas.

Figura 3. Pregunta inicial de la guía 2 estudiante 1

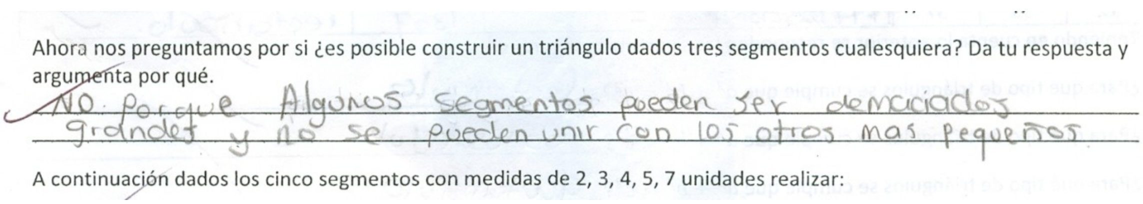

Ahora nos preguntamos por si ¿es posible construir un triángulo dados tres segmentos cualesquiera? Da tu respuesta y argumenta por qué.
No porque Algunos segmentos pueden ser demaciados grandes y no se pueden unir con los otros mas pequeños
A continuación dados los cinco segmentos con medidas de 2, 3, 4, 5, 7 unidades realizar:

Figura 4. Pregunta inicial de la guía 2 estudiante 2

Aquí podemos ver el cambio de concepción que no siempre dado tres segmentos se puede construir un triángulo.

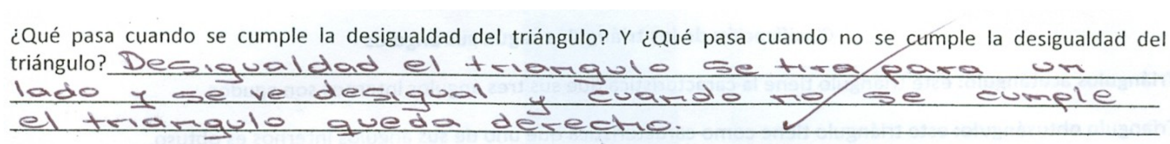

¿Qué pasa cuando se cumple la desigualdad del triángulo? Y ¿Qué pasa cuando no se cumple la desigualdad del triángulo? Desigualdad el triangulo se tira para un lado y se ve desigual y cuando no se cumple el triangulo queda derecho.

Figura 5. Pregunta de la desigualdad triangular estudiante 1

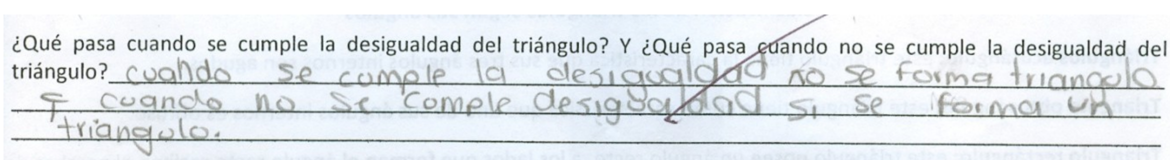
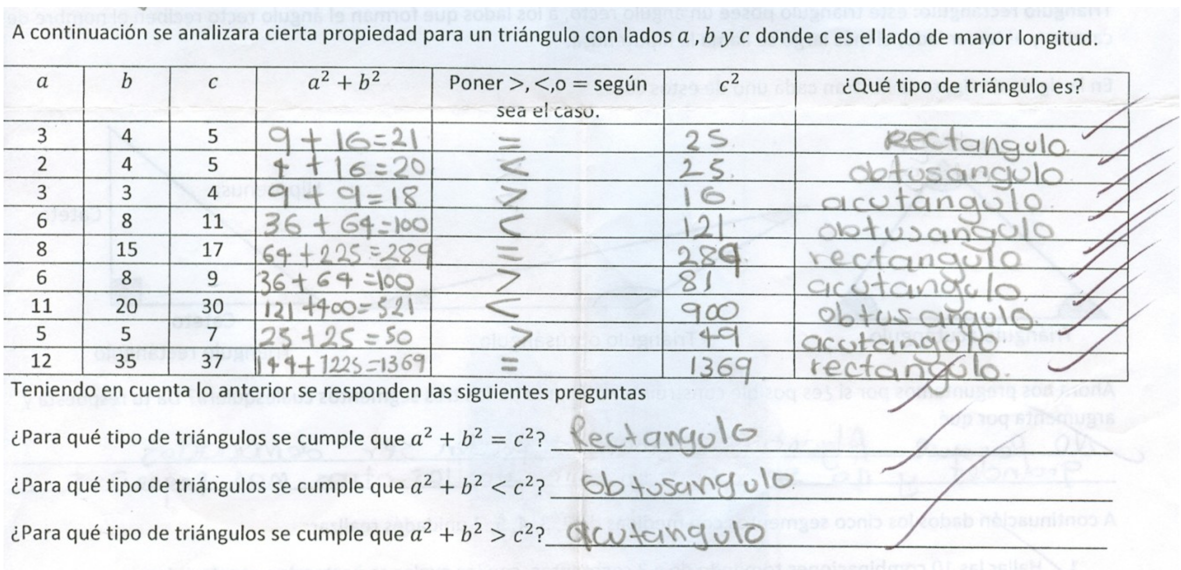

¿Qué pasa cuando se cumple la desigualdad del triángulo? Y ¿Qué pasa cuando no se cumple la desigualdad del triángulo? cuando se cumple la desigualdad no se forma triangulo y cuando no se cumple desigualdad si se forma un triangulo.

Figura 6. Pregunta de la desigualdad triangular estudiante 2

Con esta guía también se buscó que los estudiantes conocieran una de las maneras de clasificar los triángulos según sus ángulos y como el teorema de Pitágoras pero sin enunciarlo puede servir para la clasificación de estos.


A continuación se analizara cierta propiedad para un triángulo con lados a , b y c donde c es el lado de mayor longitud.

a	b	c	$a^2 + b^2$	Poner >, <,o = según sea el caso.	c^2	¿Qué tipo de triángulo es?
3	4	5	9+16=21	=	25	Rectangulo
2	4	5	4+16=20	<	25	obtusangulo
3	3	4	9+9=18	>	16	acutangulo
6	8	11	36+64=100	<	121	obtusangulo
8	15	17	64+225=289	=	289	rectangulo
6	8	9	36+64=100	>	81	acutangulo
11	20	30	121+400=521	<	900	obtusangulo
5	5	7	25+25=50	>	49	acutangulo
12	35	37	144+1225=1369	=	1369	rectangulo

Teniendo en cuenta lo anterior se responden las siguientes preguntas

¿Para qué tipo de triángulos se cumple que $a^2 + b^2 = c^2$? Rectangulo

¿Para qué tipo de triángulos se cumple que $a^2 + b^2 < c^2$? obtusangulo

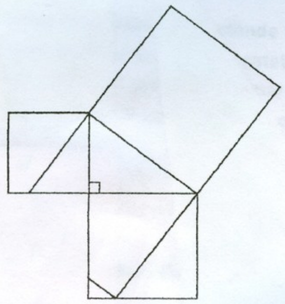
¿Para qué tipo de triángulos se cumple que $a^2 + b^2 > c^2$? acutangulo

Figura 7. Clasificación de triángulos según sus ángulos

En la tercera guía “Rompecabezas Pitagóricos” se enuncia por primera vez el teorema de Pitágoras como tal, sabiendo que a2+b2=c2 en la guía anterior se cumple solo para triángulos rectángulos y se pide a los estudiantes que comprueben este teorema con el uso de la conocida disección de Perigal y el rompecabezas pitagórico desarrollado por Anaricio, donde ellos los manipularon para corroborar que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos. Esta es la actividad de uno de los estudiantes después de realizar la comprobación del teorema por medio del rompecabezas desarrollado por Anaricio.

A continuación se muestra otra forma de mostrar el teorema de Pitágoras dada por el matemático Anaricio.

La construcción es sencilla sobre los cuadrados de los catetos prolongamos las líneas de los lados del cuadrado de la hipotenusa, luego en uno de ellos se traza una recta paralela a la hipotenusa, por donde corto una de las líneas anteriores como se muestra en la figura.

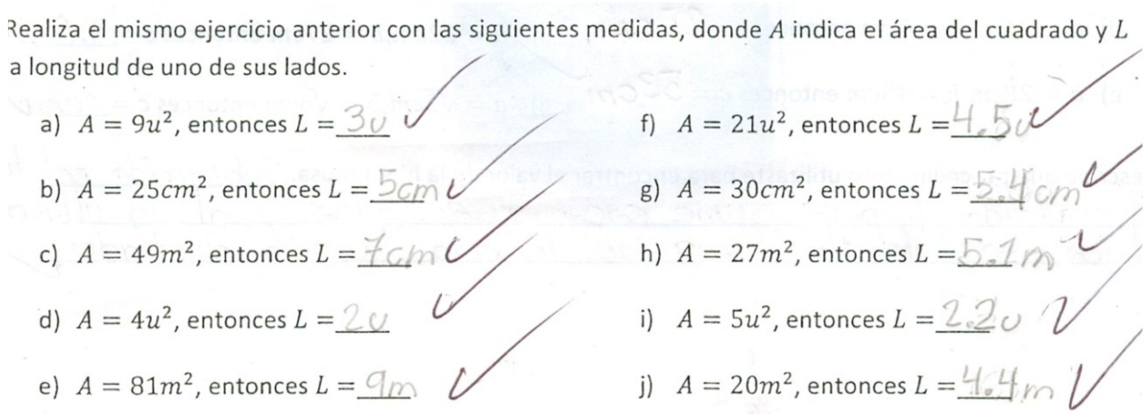


¿Es posible que con las figuras de los catetos se pueda cubrir el cuadrado de la hipotenusa? Compruébalo, explica con tus propias palabras el por qué se cumple esta propiedad, y que características debe tener un triángulo para que el teorema de Pitágoras sea cierto

Si es posible, porque la suma de las áreas de cuadrados de los catetos es igual a la suma del área del cuadrado de la hipotenusa, las características que debe tener un triangulo son: que sea triangulo rectangulo.

Figura 8.Rompecabezas Pitagóricos

Desde la guía anterior los estudiantes lograron establecer la relación entre el área de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa, además de la relación de raíz cuadrada que hay entre el área de un cuadrado y sus lados, lo cual se evidencio con mayor claridad con el trabajo realizado con la guía de aplicaciones I, donde los estudiantes sin conocer a profundidad el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones realizaron los cálculos de las hipotenusas de triángulos rectángulos.

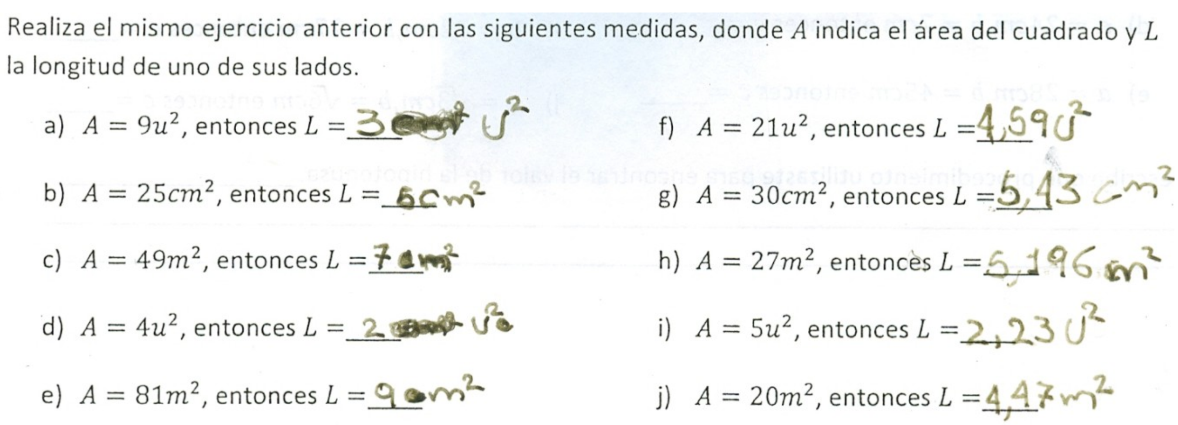


Realiza el mismo ejercicio anterior con las siguientes medidas, donde A indica el área del cuadrado y L la longitud de uno de sus lados.

a) $A = 9u^2$, entonces $L =$ 3u
b) $A = 25cm^2$, entonces $L =$ 5cm
c) $A = 49m^2$, entonces $L =$ 7cm
d) $A = 4u^2$, entonces $L =$ 2u
e) $A = 81m^2$, entonces $L =$ 9m
f) $A = 21u^2$, entonces $L =$ 4.5u
g) $A = 30cm^2$, entonces $L =$ 5.4cm
h) $A = 27m^2$, entonces $L =$ 5.1m
i) $A = 5u^2$, entonces $L =$ 2.2u
j) $A = 20m^2$, entonces $L =$ 4.4m

Figura 9.Uso adecuado de las unidades de medida

Además en el desarrollo de la guía de aplicaciones I se evidencio un problema muy común entre los estudiantes a lo que se refiere a el manejo adecuado y la comprensión de las unidades asociadas al área y longitud.



Realiza el mismo ejercicio anterior con las siguientes medidas, donde A indica el área del cuadrado y L la longitud de uno de sus lados.

a) $A = 9u^2$, entonces $L =$ 3 U^2
b) $A = 25cm^2$, entonces $L =$ 5 cm^2
c) $A = 49m^2$, entonces $L =$ 7 m^2
d) $A = 4u^2$, entonces $L =$ 2 U^2
e) $A = 81m^2$, entonces $L =$ 9 m^2
f) $A = 21u^2$, entonces $L =$ 4,59 U^2
g) $A = 30cm^2$, entonces $L =$ 5,43 cm^2
h) $A = 27m^2$, entonces $L =$ 5,196 m^2
i) $A = 5u^2$, entonces $L =$ 2,23 U^2
j) $A = 20m^2$, entonces $L =$ 4,47 m^2

Figura 10. Uso inadecuado de las unidades de medida

En esta guía aplicaciones II se mostró cierta mejoría por parte de los estudiantes en cuanto al empleo adecuado de las unidades de medida de áreas y longitudes como lo podemos ver en la guía del siguiente estudiante en la figura 11, que no cometió los errores cometidos anteriormente. También se puede observar notablemente la facilidad de los estudiantes para realizar los ejercicios propuestos en la guía.

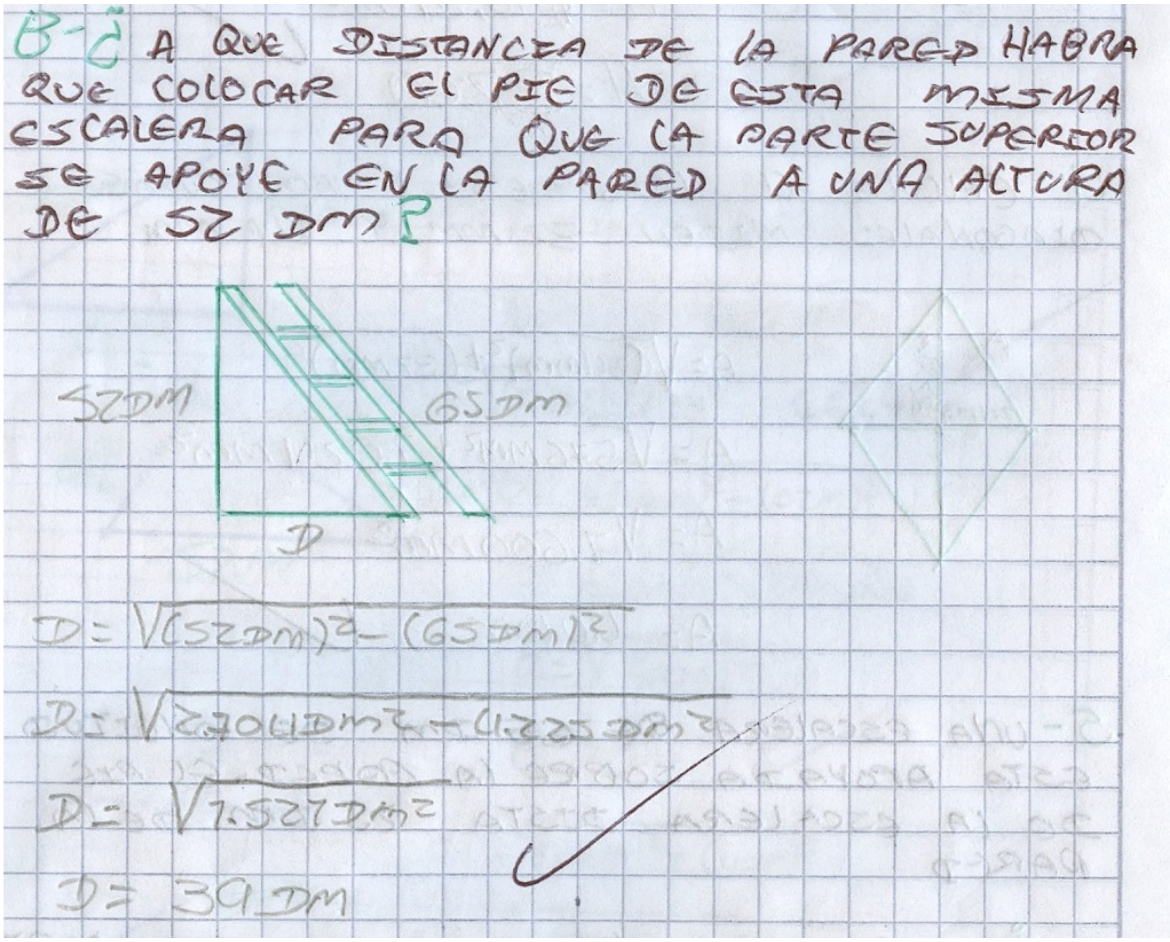
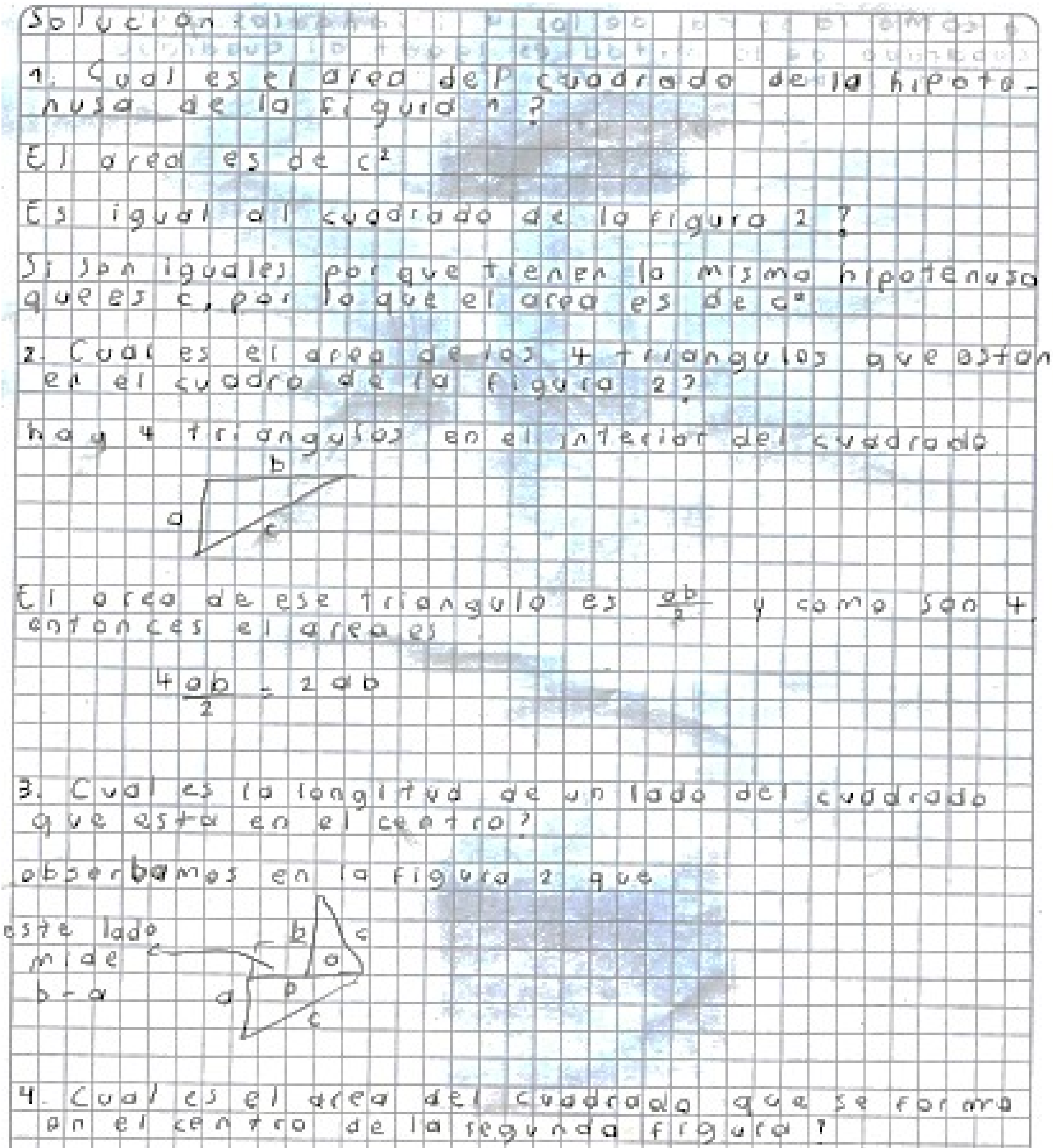


Figura 11. El uso apropiado de las unidades de medida guía 5

Con esta guía "Comprobación algebraica del teorema de Pitágoras" lo que buscábamos era que los estudiantes comprobaran algebraicamente el teorema de Pitágoras, y se observó que los ellos fácilmente pudieron realizar esta mostración, manteniendo una conceptualización de conocimientos necesarios, como lo fueron las unidades de medida y las propiedades de los triángulos para la realización de esta.

y como la suma de los 4 triangulos y el cuadrado de la mitad es igual al cuadrado de la figura 1 que es c^2

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Solución

1. Cual es el area del cuadrado de la hipotenusa de la figura 1?

El area es de c^2

Es igual al cuadrado de la figura 2?

Si son iguales porque tienen la misma hipotenusa que es c, por lo que el area es de c^2

2. Cual es el area de los 4 triangulos que estan en el cuadro de la figura 2?

hay 4 triangulos en el interior del cuadrado

El area de ese triangulo es $\frac{ab}{2}$ y como son 4, entonces el area es

$$4\frac{ab}{2} = 2ab$$

3. Cual es la longitud de un lado del cuadrado que esta en el centro?

obserbamos en la figura 2 que

4. Cual es el area del cuadrado que se forma en el centro de la segunda figura?

como el lado mide $b - a$, el area del cuadrado mide $(b-a)^2$

$$2ab + (b-a)^2 = \cancel{2ab} + b^2 - \cancel{2ab} + a^2$$

$$= b^2 + a^2$$

Figura 12. Comprobación del teorema desarrollada por un estudiante

Con la evaluación lo que buscábamos era obtener una nota cuantitativa del trabajo realizado en el aula de clase, con una intención de mirar por última vez si los estudiantes lograron tener un aprendizaje significativo del teorema de Pitágoras, además sobre el perímetro de algunos cuadriláteros y obviamente las unidades de medidas en los ejercicios.

7. CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos de la puesta en marcha de la propuesta y los objetivos planteados inicialmente, se formulan las siguientes conclusiones:

Las actividades desarrolladas mostraron que los estudiantes manifiestan gran interés y motivación por las nuevas propuestas de enseñanza de la geometría, diferentes a las convencionales, como la utilización de material concreto que posibilita el desarrollo del proceso de aprendizaje.

La teoría de las situaciones didácticas fue una herramienta que posibilitó el planteamiento y desarrollo de las actividades propuestas, favoreciendo el aprendizaje significativo en los estudiantes permitiéndoles explorar, afianzar y reconocer elementos los conceptos geométricos trabajados durante las actividades.

En el desarrollo de las actividades se encontró una problemática en gran parte de los estudiantes sobre la comprensión y el uso adecuado de las unidades de medida de área y longitud, según sea el caso, aspecto que mostró mejora en el desarrollo de actividades posteriores.

8. REFERENCIAS

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas* (D.Fregona, Trad.) Buenos Aires, Argentina: Zorzal.

Cerda, G. H., (2008). *Elementos de la investigación cómo reconocerlos, diseñarlos y construirlos (3ra Ed.).* Bogotá, D.C.; Editorial el búho Ltda.

García P. S. & López E. O. (2008). *Enseñanza de la geometría.* Recuperado el 11 de abril de 2012 de http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa. pdf

Gutiérrez, M. J. M., y otros. (2007). *Módulo 4 pensamiento espacial y sistemas geométricos (1ra Ed.)*. Medellín Colombia; Editorial prensa libre.

Henao, R. (2012). *Un teorema literario y otros ensayos de interés en educación matemática*. Madrid; Editorial Académica Española.

Kirchner, A. (S.F). *La investigación acción participativa (IAP)*. Recuperado el14 de Marzo de 2012 de http://forolatinoamerica.desarrollosocial.gov.ar/galardon/docs/Investigaci%C3%B3n%20Acci%C3%B3n%20Participativa.pdf

MEN. (1998). *Serie Lineamientos Curriculares*, matemáticas Bogotá, Colombia; Editorial Magisterio.

MEN. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá, Editores Ltda.

Piaget, J., Choquet, G. & Otros (1986). *La enseñanza de las matemáticas modernas.* Madrid: Alianza editorial.

Posada, B. F. A., y otros. (2006). *Módulo 3 pensamiento métrico y sistemas de medidas (1ra Ed.)*. Medellín Colombia; Editorial prensa libre.

Rodríguez, P. M. L. (2004). *Teoría del aprendizaje significativo.* Recuperado el de del 2012 de http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf

ANEXOS

Anexo 1. Formato de observación de la clase

FORMATO DE OBSERVACIÓN DE LA CLASE

1. **IDENTIFICACIÓN**
   Institución: ____ Grado: ___________

   No. De estudiantes: _______ Fecha: _______________

   Integrantes del equipo de trabajo:
   ____

   Maestro cooperador: ____

   Temática:____
   ____

2. **Desarrollo de la clase:** Evalúe el desarrollo de la clase considerando los siguientes aspectos:

   E : Excelente **B :** Bien **R :** Regular **N**: No realizado

EN CUANTO A LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS	E	B	R	N	Descripción
Actividades de motivación o de diagnóstico					
Actividades de fortalecimiento de los conocimientos previos					
Actividades con los diferentes materiales o recursos					
Actividades creativas					
Actividades de profundización					
Recursos y materiales utilizados					
Pertenecía de los materiales					
Pertinencia del tiempo utilizado para la clase.					
DESDE LOS ESTUDIANTES					
Disponibilidad y entusiasmo en el desarrollo de las actividades propuestas.					

Uso de recursos (guías, materiales y talleres) para los fines indicados.					
Nivel de participación de los estudiantes					
Estrategias utilizadas por los estudiantes					
La manera como los estudiantes expresan sus opiniones, dudas e ideas					
Nivel de preguntas de los estudiantes					
Aprovechamiento del tiempo en la clase					
DESDE EL DESEMPEÑO DEL DOCENTE					
Capacidad para despertar el interés en los estudiantes					
Habilidad para el manejo y control del grupo					
Receptividad del docente para resolver pregunta e inquietudes.					
Dominio y apropiación de los conceptos					
Evaluación y valoración del nivel de logro en el proceso de clase					

Aspectos que deberían ser mejorados para optimizar los resultados del proceso de la clase:
Aspectos positivos que deben permanecer como soporte para futuras clases e implementaciones:
Observaciones generales sobre el desarrollo de la clase

Anexo 2. Encuesta a estudiantes

Universidad de Antioquia - seccional oriente
Facultad de educación
Licenciatura en matemáticas y física

El objetivo de la encuesta es de limitar el contexto socio cultural de los estudiantes del Instituto técnico industrial Jorge Eliecer Gaitán del ubicado en el municipio del Carmen de Viboral.
Lea detenidamente cada una de las preguntas, responda según sea el caso, marcando con una X el recuadro en las opciones de respuesta.

Nombre:
____

Grado que cursa actualmente: ___________ **Edad:** _____

Estrato socio económico:

Estrato 1
Estrato 2
Estrato 3
Estrato 4 o más

¿Proviene de otro municipio?

SI
NO

En caso afirmativo indicar cual municipio:
____

Personas que componen su familia:

Papa
Mama
Hermanos ¿cuántos? __________
Otros ¿Cuáles?
____

Grado de escolaridad de la madre

Sin educación
Primaria
Bachillerato
otros,
Técnica- Tecnológico
Profesional

¿Cuáles?:____

Grado de escolaridad del padre

Sin educación
Primaria
Bachillerato
otros,
Técnica- Tecnológico
Profesional

¿Cuáles?:____

¿Qué labor desempeña el padre?
____

¿Qué labor desempeña la madre?
____
¿Cuántos años lleva estudiando en esta institución?

Menos de un año
1 año
2 años
3 años
Más ¿Cuántos años? _________________

¿Ha estudiado en otra institución(es) o colegio(s)?

SI
NO

En caso afirmativo indicar cuál(es) institución(es):______________________________________
____

¿Cuál de las siguientes materias te gusta más?

Español
Ciencias naturales
Ciencias sociales
Matemáticas
Estadística
Geometría
Ingles
Artística
Educación física
Ética y valores
Otra ¿Cuál?
____

¿De las siguientes materias cual le llama más la atención?

Matemáticas
Geometría
Estadística

Y ¿Por qué?
____
____
____

¿Cuáles de los siguientes métodos se utilizan en clase de geometría?

Solución de talleres
Trabajo en equipo
Trabajo individual
Explicación de los profesores
Trabajo con material concreto
Exposiciones
Otros,

¿Cuáles?:____

¿Qué otros métodos le gustaría que se implementaran en la clase?
____
____
____

¿Cómo te evalúan?

Participación en clase
Prueba escrita
Prueba oral
Salida al tablero
Talleres y tareas extra clases
Trabajo en clase

Otros,
¿Cuáles?:____
____

Anexo 3. Tabulación de la encuesta a estudiantes

Análisis de las encuestas

La encuesta fue aplicada a un con 48 estudiantes de grado 9, de la Institución educativa técnico industrial Jorge Eliécer Gaitán, ubicada en el casco urbano del municipio del Carmen De Viboral – Antioquia. Los resultados obtenidos de la encuesta para delimitar el micro-contexto fueron los siguientes:

1) edad:

Edad	**Nº de estudiantes**	**Porcentaje**
13	18	37.5 %
14	20	41.7 %
15	7	14.6 %
16	3	6.2 %
Total:	48	100 %

2) Estrato:

Nivel	**Nº de estudiantes**	**Porcentaje**
1	2	4.17 %
2	27	56.23 %
3	19	39.6 %
4 o Más	0	0 %
Total:	48	100 %

3) Proviene de otro municipio

Respuesta	**Nº de estudiantes**	**Porcentaje**
Si	8	16.7 %
No	40	83.3 %
Total:	48	100 %

4) Personas que componen su familia

Integrante	Nº de estudiantes	Porcentaje
Papa	40	83.3 %
Mama	42	87.5 %
Hermanos	39	81.25 %
Otros	14	29.1 %

5) Grado de educación del padre y la madre

Nivel	Papa	Mama	Porcentaje
Sin educación	1	0	1.1 %
Primara	24	22	51.1 %
Bachillerato	15	20	38.9 %
Técnica-Tecnológico	0	1	1.1 %
Profesional	4	3	7.78 %
Total:	44	46	99.98 %

6) Condiciones laborales de los padres

Trabaja	Si	No	Porcentaje de los que trabajan
Papa	36	4	90 %
Mama	15	27	35.7 %
Ambos	11	71	13.41 %

7) Materias que más les gustan

Materias	Estudiantes	Porcentaje
Español	1	1.42%
Ciencias naturales	3	4.28%
Ciencias sociales	7	10%
Matemáticas	5	7.14%
Estadística	0	0%
Geometría	1	1.42%
Ingles	8	11.42%
Artística	19	27.14%
Educación física	23	32.86%
Ética y valores	3	4.29%

Total:	70	99.97%

8) De 8) De estas materias en particular cual es la que más le agrada

Materia	Estudiantes	Porcentaje
Matemáticas	21	43.75%
Geometría	12	25%
Estadística	1	2.08%
Ninguna	14	29.17%
TOTAL	48	100%

9) ¿Cuáles de los siguientes métodos se utilizan en clase de geometría?

Materia	Cantidad	Porcentaje
Solución de talleres	21	19.8 %
Trabajo en equipos	28	26.5 %
Trabajo individual	23	21.7 %
Explicación del profesor	22	20.7 %
Trabajo con material concreto	10	9.44 %
Exposiciones	2	1.88 %
Otros métodos	0	0 %
Total:	106	100.1 %

10) Como te evalúan

Método	Cantidad	Porcentaje
Participación en clase	27	17.1 %
Prueba escrita	41	25.94 %
Prueba oral	16	10.1 %
Salida al tablero	23	14.6 %
Talleres	21	13.3 %
Trabajos extra-clase	30	19 %
Total:	158	100.04 %

Anexo 4. Caracterización de la institución

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRACTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN

1. GENERALIDADES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA

Nombre:________________________________

Municipio:________________ **Dirección:**___________________________

Zona: Urbana ____ Rural ____

Niveles en los que presta el servicio educativo: (marque con una X)

Preescolar ( ) B. Primaria ( ) B. Secundaria ( ) Media ( ) Formación complementaria ( ) Cual?_____________________

En la media vocacional, la institución ofrece:

Formación académica ( ) Formación técnica ( ) Especialidad: _______________

Número de grupos por nivel:

Preescolar ____ Primaria ____ Secundaria ____ Media____ Formación complementaria_____

Total de estudiantes por nivel:

Preescolar _____ Primaria _____ Secundaria_____ Media_____ Formación complementaria______

Jornada(s) de funcionamiento de la institución:

J. Mañana ___ J. Tarde ____ J. Nocturna____ J. Única____ J. fines de semana _____

Breve reseña Histórica (Tenga en cuenta tiempo de funcionamiento y cambios trascendentales que se han presentado):

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

2. CATEGORIZACIÓN DEL PERSONAL:

ADMINISTRATIVO

Marque con una X, el nivel educativo

	Cantidad	**Bachiller**	**Normalista**	**Licenciado**	**Especialista**	**Profesional**	**Maestría**
Rector							
Coord							

inador Académico							
Coordinador de Convivencia							
Secretarias							

DOCENTES

Indique el número de docentes en cada nivel educativo

	Cantidad total	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría
Preescolar							
Primaria							
Básica secundaria							
Media Vocacional							

3. RESULTADOS OBTENIDOS EN PRUEBAS EXTERNAS:

RESULTADOS PRUEBAS ICFES

Año	NIVEL OBTENIDO INSTITUCIONAL
2007	
2008	
2009	
2010	

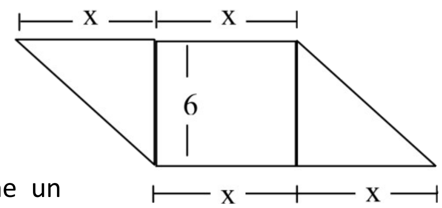
2011	

PROMEDIO ICFES EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

Año	PROMEDIO
2007	
2008	
2009	
2010	
2011	

Anexo 5. Prueba diagnóstica por competencias

Prueba diagnóstico para grado octavo
Instituto técnico industrial Jorge Eliecer Gaitán.
<u>Responda las preguntas 1 y 2 de acuerdo con la siguiente figura:</u>



1. La sí figura tiene un área 84 cm2, ¿Cuál es el valor de x?

A. 6

B. 7

C. 10

D. 12

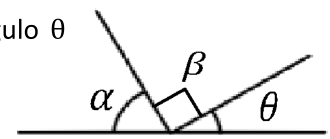
2. Basándose en la figura y la respuesta anterior, cual es el perímetro de la figura:

A. 28+285

B. $28+236$

C. 40

D. 42

3. Él ángulo β es recto y el ángulo θ 

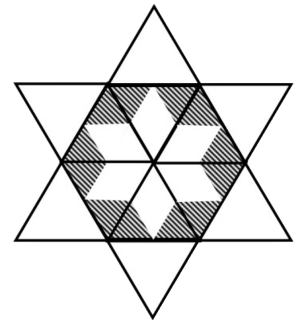
mide la mitad del ángulo α, entonces el ángulo α mide:

A. 30

B. 70

C. 50

D. 60



E.

4. La siguiente figura muestra espacios en blanco y espacios sombreados

F. ¿Cuál es la razón entre el área sombreada y el área total de la figura?

A. $1/4$

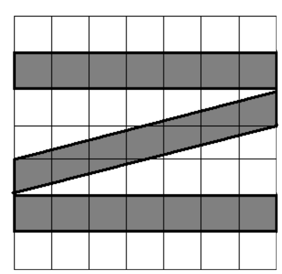
B. $2/3$

C. $1/6$

D. $3/8$

E.

F.



5. Sobre una pared dividida en cuadros de 1 m de lado se pinta una letra Z como lo indica la figura:

G. El área de la figura pintada en $m2$ es:

A. 18

B. $20{,}5$

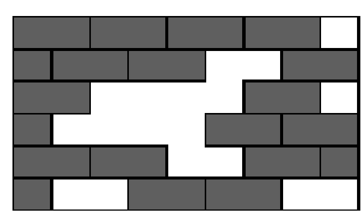
C. 21

D. $24{,}5$

E.

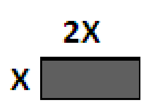
F.

6. En una ciudad ocurrió un temblor de tierra que dejó parcialmente destruida la fachada de un colegio. Si la fachada que se desea reconstruir es la mostrada en la figura y la parte blanca fue la afectada por el temblor.



G.

H. Si cada ladrillo tiene



medidas

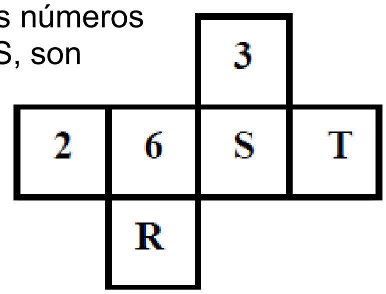
I.

J.

K. ¿Cuál es el área de la pared que debe reconstruirse, si $\mathrm{X} = 10\ \mathrm{cm}$

L.

7. La figura muestra el desarrollo de un cubo. Si la suma de los números correspondientes a dos caras opuestas es 7, entonces R y S, son respectivamente:



M.

A. 1 y 5

B. 4 y 1

C. 4 y 5

D. 5 y 1

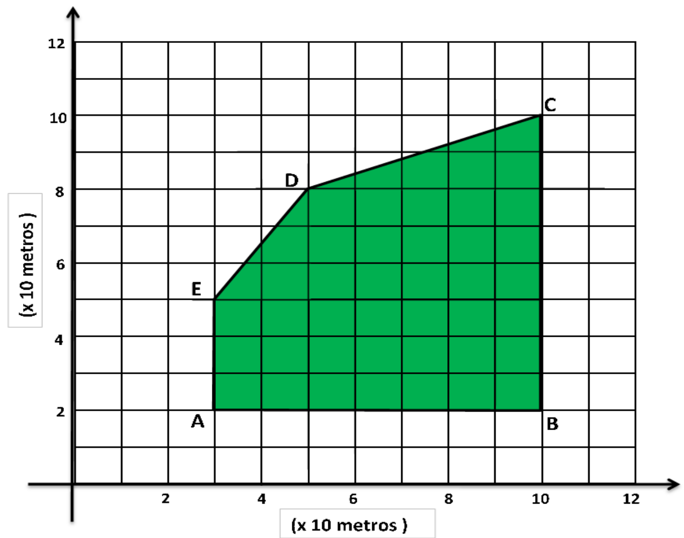
E.

F.

G. **Responda las preguntas 8 y 9 de acuerdo a la siguiente información:**

H.

I. El señor Esteban acaba de comprar una pequeña finca. A continuación se muestra un diagrama a escala de la finca.



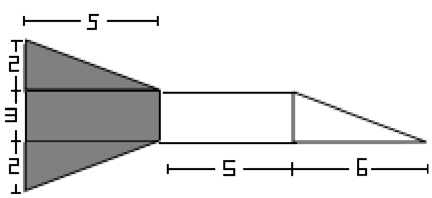
J.

8. ¿Cuál es el área de la finca que compró el señor Esteban, si cada cuadrito representa 100 m^2?(sugerencia: divida el área de la finca en figuras regulares)

K.

9. ¿Qué cantidad de alambre de púa, debe comprar el señor Esteban, para encerrar la finca, si la cerca es de tres alambres?

10. ¿El área de la figura sombreada es?



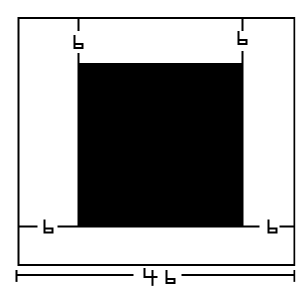
L.

A. 25
B. 20
C. 35
D. 28

M.

11. En la figura, el área del cuadro total, con respecto al área del cuadro sombreado es:

N.



A. Dos veces mayor
B. Tres veces mayor
C. Cuatro veces mayor
D. Cinco veces mayor

O.

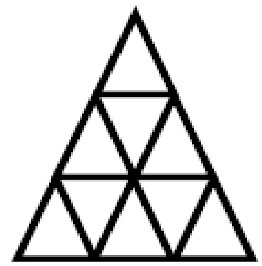
P.

Q.

R.

S.

12. El número total de triángulos diferentes en la figura es:



T.

A. 9

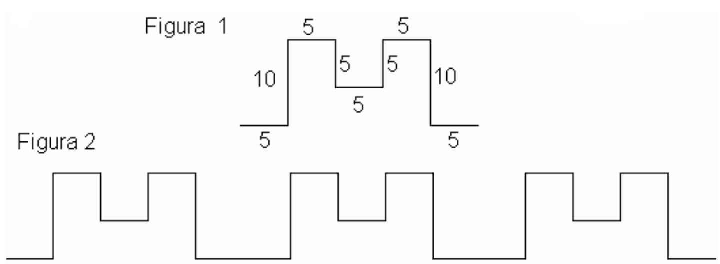
B. 10

C. 13

D. 15

U.

13. Un cerrajero suelda varillas de metal para producir piezas como la que se muestra en la figura 1 (las unidades están dadas en centímetros) que serán juntadas para formar el panel de la figura 2.



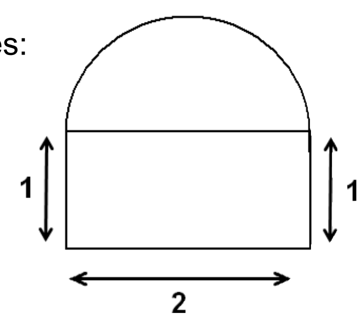
V.

W. Si el cerrajero utiliza 2 metros de varilla para realizar el trabajo, ¿Cuántos centímetros de varilla le sobran?

X.

14. El perímetro de la figura es:

Y.



A. $2\pi+6$

B. $\pi+4$

C. $\pi+3$

D. $2\pi+5$

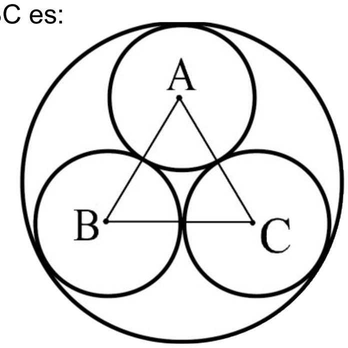
E.

F.

G.

15. En la figura las cuatro circunferencias son tangentes y las circunferencias de centros en A, B y C tienen radio igual a 2 unidades. Entonces el perímetro del triángulo ABC es:

H.
A. 8
B. 12
C. 14
D. 16
I.



16. Hay 4 fincas dispuestas de la siguiente manera A esta a 13 km de B y C, además B está a $24\ \text{km}$ de C y la finca D esta en la mitad de B y C. Se desea construir un camino de la finca A hasta la finca D, ¿Cuál será la longitud de dicho camino?(sugerencia: dibujar la figura que representa el problema)

A. $8\ \text{km}$

B. 5 km

C. 7km

D. 6 km

E.

F.

G.

H.

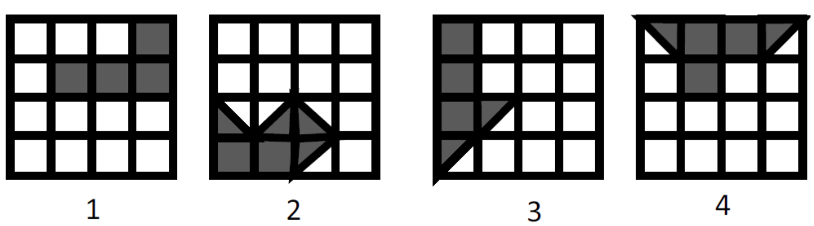
I.

J.

K.

17.

L.



M.

N. Los cuadrados representados en las 4 figuras son iguales. Si se quiere completar cada cuadrado con figuras similares a la respectiva región sombreada sin que se den traslapes y sin partir las regiones sombreadas entonces, ***ello no es posible*** en el cuadrado de la figura:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

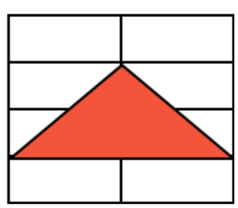
E.
F.

18. Determinar el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un cuadrado de 12 cm de lado. ¿Serán iguales sus áreas? (sugerencia: dibujar la situación y comparar)

G. **El siguiente cuadrado se ha dividido en 8 rectángulos pequeños iguales en sus dimensiones, sobre la figura se ha sombreado un triángulo que se muestra en la figura**

H.

I.



J.

K.

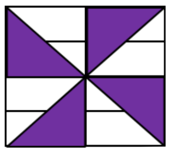
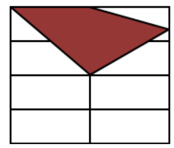
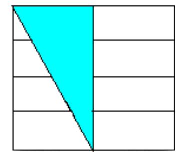
L.

M.

N.

19. De las siguientes figuras ¿Cuál área sombreada tiene la misma área del triángulo anterior?

O.

A.  **B.**  **C.**  **D.** 

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

20. Si el perímetro de un cuadrado es de 20 cm, entonces su área será :

A. 25 cm2

B. 30 cm2

C. 24 cm2

D. 16 cm2

E.

F.

G.

H.

I.

J.

K. Anexo 6. Tabulación de la prueba diagnóstica

L.

M. Tabulación de la prueba diagnostico

N.

O. PR	P. COMPETENCIAS	Q. NUMERO DE RESPUESTAS CORRECTAS
R. 1	S. Razonamiento y argumentación	T. 4
U. 2	V. Razonamiento y argumentación	W. 0
X. 3	Y. Razonamiento y argumentación	Z. 4
AA. 4	AB. Razonamiento y argumentación	AC. 3
AD. 5	AE. Comunicación, Representación y Modelación	AF. 16
AG. 6	AH. Planteamiento y resolución de problemas	AI. 3
AJ. 7	AK. Comunicación, Representación y Modelación	AL. 6
AM. 8	AN. Planteamiento y resolución de problemas	AO. 1
AP. 9	AQ. Planteamiento y resolución de problemas	AR. 0
AS. 10	AT. Planteamiento y resolución de problemas	AU. 3
AV. 11	AW. Comunicación, Representación y Modelación	AX. 5
AY. 12	AZ. Comunicación, Representación y Modelación	BA. 11
BB. 13	BC. Planteamiento y resolución de problemas	BD. 9
BE.	BF. Razonamiento y argumentación	BG. 14

14		
BH. 15	**BI.** Comunicación, Representación y Modelación	**BJ.** 10
BK. 16	**BL.** Planteamiento y resolución de problemas	**BM.** 2
BN. 17	**BO.** Razonamiento y argumentación	**BP.** 7
BQ. 18	**BR.** Comunicación, Representación y Modelación	**BS.** 0
BT. 19	**BU.** Razonamiento y argumentación	**BV.** 3
BW. 20	**BX.** Comunicación, Representación y Modelación	**BY.** 10

BZ.

CA. La prueba fue aplicada a un grupo de 23 estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Instituto Técnico Industrial Jorge Eliecer Gaitán; esta consiste en 20 preguntas donde la componente que se trabajó fue, geométrico métrico junto con las siguientes competencias: 7 preguntas sobre razonamiento y argumentación, 7 de comunicación, representación y modelación y 6 de planteamiento y resolución de problemas. Esta se realizó con el fin de conocer las debilidades y fortalezas que tienen los sujetos de estudio frente a los conocimientos geométricos vistos hasta el momento.

CB. El análisis que se realizó de los resultados arrojados por la prueba, fueron exhaustivos debido al bajo rendimiento que se evidencian en los resultados; se examinara punto por punto especificando los contenidos donde más fallan los estudiantes. Debido a que ninguno de los estudiantes respondió correctamente las preguntas: 2(R y A), 9 (P y RP) y 18 (C,R y M); estas serán suprimidas de la prueba para realizar un análisis más correcto de esta.

CC. Podemos observar que no hay claridad en el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas con métodos numéricos y algebraicos, incluso con las ecuaciones necesarias para realizar estos cálculos.

CD. También se observó una gran dificulta para modelar situaciones problemas con ecuaciones, donde era necesario tener claro conceptos geométricos básicos, poca apropiación de las propiedades fundamentales de los triángulos y los ángulos, circunferencia y teorema de Pitágoras.

CE. Hay que tener presente que lo que se evaluó en la prueba diagnóstica, fueron temas que el plan de área de geometría de la institución ya fueron enseñados y al ver el bajo rendimiento de esta se ve la necesidad de realizar herramientas métodos de acercamientos para fortalecer las debilidades que presentan los estudiantes y puedan obtener un aprendizaje más significativo.

CF.

CG.

CH.

CI. Anexo 7. Formato de diario de campo

CJ.

CK. Formato de Observación de clase

CL. Nombre:____

CM. Fecha:___________ Grado:_________ Número de estudiantes:_____

CN. Tema:_____________________________

CO. Descripción de la Clase:

CP.

CQ.

CR.

CS. Aspectos relevantes:

CT.

CU.

CV.

CW. Preguntas:

CX.

CY.

CZ. Reflexiones:

DA.

DB.

DC.

DD. Observaciones:

DE.

DF.

DG.

DH. Anexo 8. Guía didáctica # 1

DI.

DJ. Guía de geometría

DK. **Historia de la geometría**

DL. Nombres:

____
____
____
_

DM. ¿CÓMO NACIÓ LA GEOMETRÍA?

DN. Para comenzar nuestro estudio de la geometría es necesario que indaguemos cómo surgió como ciencia y sus avances a través de la historia de la humanidad. Para ello vamos a analizar algunos momentos importantes por los que ha pasado hasta nuestra época.

DO. Los primeros indicios de cuestionamientos geométricos datan de épocas muy antiguas en las que a partir de observaciones simples se reconocen las distintas formas físicas como la forma del sol, la luna, las secciones de troncos de árboles, las formas y tamaños de muchas frutas, el tamaño y la forma de recipientes para depositar líquidos y se comparan formas y tamaños, la necesidad de delimitar los terrenos (de donde proviene la palabra geometría que significa medición de la tierra). Las formas físicas que tienen ciertas regularidades y características comunes causan la curiosidad y atraen la atención de "una mente reflexiva" dando lugar así a unos insipientes pero básicos conceptos geométricos. Esta naciente geometría puede llamarse "geometría subconsciente". Esta geometría se empleó para hacer elementos decorativos y modelos, por lo que se puede afirmar que el arte primitivo ayudó a preparar el campo para el posterior desarrollo geométrico.

DP. En un principio se analizaron sólo problemas geométricos concretos en forma individual e inconexa. "cuando la inteligencia humana fue capaz de extraer de relaciones geométricas concretas una relación abstracta general que contiene a la primera como un caso particular, la geometría se volvió ciencia".

DQ. La naturaleza de la matemática prehelénica es puramente empírica, en ella no encontramos indicios de lo que conocemos como una demostración lógica. Hay simples descripciones de procesos aplicados a problemas numéricos particulares, las conclusiones se sacan a partir da la experimentación y por tanteo en los que se observan coincidencias y la suposición y algunos destellos de intuición. A pesar de ello es asombrosa la cantidad de problemas que allí se han encontrados resueltos acertadamente por métodos empíricos.

DR. En el segundo milenio a. de C. se produjeron una serie de cambios políticos y económicos en la cultura griega y babilónica lo que provocó su decaimiento , nuevas personas se pusieron al frente y el desarrollo posterior de la geometría pasó a los griegos, éstos contribuyeron enormemente a su desarrollo, transformándola en lo que podría llamarse "geometría sistemática" en la que se insistía que los hechos geométricos no deben establecerse por procedimientos empíricos sino por razonamiento deductivo, llegándose a conclusiones geométricas por demostraciones lógicas y no por experimentación y tanteo.

DS. Según el Sumario de Eudemo, la geometría griega parece haber comenzado con los aportes de Thales de Mileto en la primera mitad del siglo VI a. de C., fue el fundador de la geometría sistemática. Otros griegos que contribuyeron al avance de la geometría fueron Pitágoras, Hipócrates, León, Teudio entre otros. Y luego aproximadamente 300 a. de C. Euclides produjo su tratado “Los Elementos” que constan de una sola cadena deductiva de 465 proposiciones claras que comprende la geometría plana y del espacio, teoría de números y álgebra geométrica griega.

DT. ¿Qué es una mostración?

DU. Una demostración matemática es un razonamiento realizado con una lógica válida que progresa a partir de ideas que se dan por ciertas (llamadas hipótesis) hasta la afirmación que se esté planteando, o sea, hasta obtener la veracidad de la tesis formulada. Estos pasos deben estar fundamentados en la aplicación de reglas de deducción: fundadas ya sea en axiomas o en teoremas anteriormente demostrados o en reglas básicas de deducción del sistema en cuestión.

DV. Ahora debido a la complejidad de dicho axiomas y teoremas, y al alto nivel que se necesita para deducir nuevas demostraciones que validen nuevos teoremas, se busca que el estudiante por medio de material concreto o medios virtuales, verifiquen la veracidad de estos, de una manera no tan formal y rigurosa, en la mostración se visualiza de manera más clara los teoremas para convencerse así de su validez, este proceso es un paso esencial para encaminar a los jóvenes a un pensamiento formal y que sirvan como base para las demostraciones geométricas.

DW. Actividad

1. ¿Cuál es la suma de los ángulos internos de un triángulo cualesquiera?
   a. Dibija un triangulo sin inporatar su tipo y a continuaion con el transportador medir los ángulos internos de un triángulo y sumalos.

      DX. ¿Cuánto da esta suma?

      ____

   b. Hacer un triángulo en una hoja de papel y recortar sus esquinas y juntarlas por los vértices, de forma que sus lados coincidan.

      DY. ¿Qué puedes observar? ¿Qué tipo de ángulo forman?

      ____

      DZ. ____

      ____

c. Por ultimo recorta otro triángulo y verifica lo anterior.

EA. ¿Qué encontraste?

____

EB. ____

____

d. ¿Qué puedes concluir de lo anterior?

____

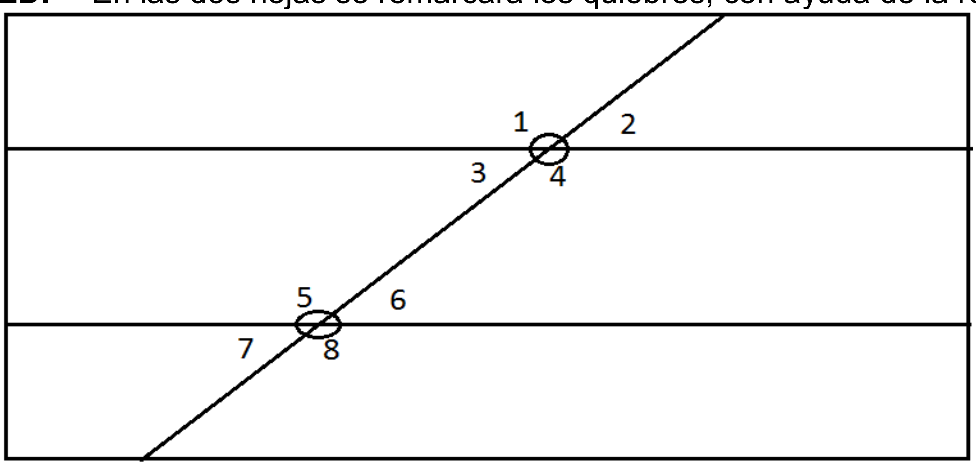
EC. ____

____

____

2. Doblar dos hojas de papel una detrás de la otra como la muestra la siguiente figura:

ED. En las dos hojas se remarcara los quiebres, con ayuda de la regla y un lápiz



traza dichas líneas y numerar como se muestra en la figura las dos hojas, una de ellas se deja intacta y la otra hoja será cortada por los quiebres.

EE. Haciendo uso del material realiza las siguientes actividades.

EF. Has una lista de los ángulos que son iguales a 1.

EG. ____

EH. Has una lista de los ángulos que son iguales a 2.

EI. ____

EJ. Has una lista de los ángulos que son iguales a 3.

EK. ____

EL. Has una lista de los ángulos que son iguales a 4.

EM. ____

EN. Has una lista de los ángulos que son iguales a 5.

EO. ____

EP. Has una lista de los ángulos que son iguales a 6.

EQ. ____

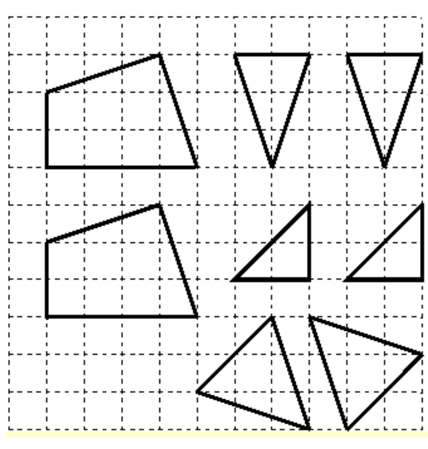
ER. ¿Por qué puedes afirmar que estos ángulos son iguales? explícalo con tus palabras____

ES. Has una lista de los ángulos que sumados dan 180º(los llamados ángulos suplementarios)

ET. ____

EU. Pasaremos a la clasificación de los ángulos encontrados (ángulos correspondientes, internos, externos, alternos internos, y alternos externos)

3. Dibujar, recortar y colorear las siguientes figuras, con ellas tratar de armar un cuadrado:



EV. ¿Qué puedes decir sobre el área del cuadrado y las figuras que lo conforman?___

EW. ____

____

EX.

EY. Anexo 9. Guía didáctica # 2

EZ.

FA. Guía de geometría

FB. Clasificación de triángulos y algunas de sus propiedades

FC. Nombres:

____

____

____

FD. En esta guía se pretende trabajar algunas características de los triángulos como la desigualdad triangular y el teorema de Pitágoras, utilizado en este caso para decir si un triángulo es obtusángulo, acutángulo, o rectángulo, como una de las aplicaciones el teorema.

FE. Objetivos:

- Detectar las condiciones necesarias para formar un triángulo cualesquiera
- Calcular con que valores se pueden construir triángulos
- Deducir para que tipo de triángulo se cumple que $a2+b2=c2$
- Identificar qué tipo de triángulo es según sus ángulos si no se cumple $a2+b2=c2$
- Identificar los elementos de un triángulo y sus propiedades

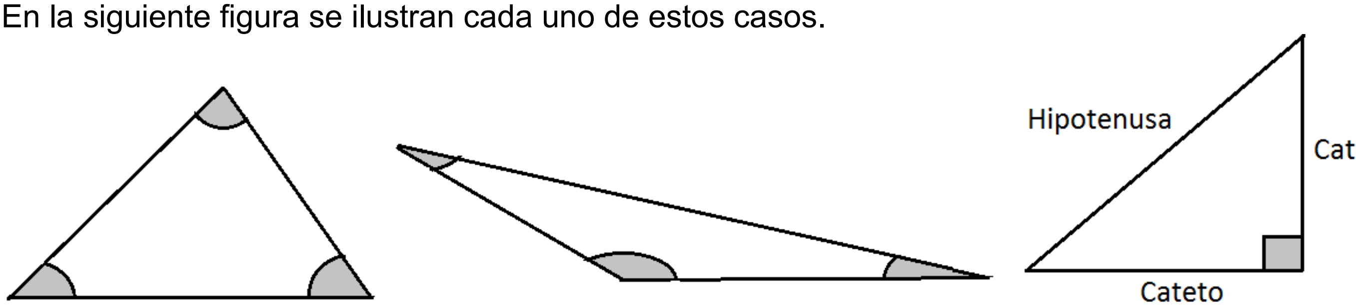
FF. Clasificación de los triángulos según sus ángulos

FG. Triángulos acutángulo: este triángulo tiene la característica que sus tres ángulos internos son agudos.

FH. Triangulo obtusángulo: este triángulo tiene como característica que uno de sus ángulos internos es obtuso.

FI. Triangulo rectángulo: este triángulo posee un ángulo recto, a los lados que forman el ángulo recto reciben el nombre de catetos y al tercer lado, el más largo se llama la hipotenusa.

FJ. En la siguiente figura se ilustran cada uno de estos casos.



Triángulo acutángulo Triángulo obtusángulo Triángulo rectángulo

FK.

FL. Clasificación de los triángulos según los lados

FM. Triángulo Equilátero: todos sus lados tiene la misma medida**.**

FN. Triángulos Escaleno: todos sus lados tienen diferente medida.

FO. Triángulos Isósceles: solo dos de sus lados tiene la misma media.

FP. Ejercicio:

FQ. Ahora nos preguntamos por si ¿es posible construir un triángulo dados tres segmentos cualesquiera? Da tu respuesta y argumenta por qué.

____

____

____

FR.

FS. Desigualdad del triángulo:

FT. En la desigualdad del triángulo se afirma que: "dado un triángulo la suma de cualesquiera de dos de sus lados es mayor que el tercer lado"

FU. En la siguiente tabla se consideran un grupo de segmentos a, b y c con los cuales se pretende determinar si se puede o no formar un triángulo, los primeros 4 casos son del punto anterior.

FV. a	**FY.** $a+b>c$	**FZ.** $a+c>b$	**GA.** $c+b>a$	**GB.** ¿Se forma un triángulo? poner sí o no según sea el caso.
GC. 2	**GF.**	**GG.**	**GH.**	**GI.**
GJ. 2	**GM.**	**GN.**	**GO.**	**GP.**
GQ. 3	**GT.**	**GU.**	**GV.**	**GW.**
GX	**HA.**	**HB.**	**HC.**	**HD.**

2				
HE. 7	HH.	HI.	HJ.	HK.

HL. En la tabla anterior se aplicó la desigualdad del triángulo

HM. ¿Qué pasa cuando se cumple la desigualdad del triángulo? Y ¿Qué pasa cuando no se cumple la desigualdad del triángulo? ____

HN. A continuación se analizara cierta propiedad para un triángulo con lados a , b y c donde c es el lado de mayor longitud.

HO. a	**HQ.**	**HR.** $a^2 + b^2$	**HS.** Poner $>,<,$o $=$ según sea el caso.	**HT.** c	**HU.** ¿Qué tipo de triángulo es?
HV. 3	**HX.**	**HY.**	**HZ.**	**IA.**	**IB.**
IC. 2	**IE.**	**IF.**	**IG.**	**IH.**	**II.**
IJ. 3	**IL.**	**IM.**	**IN.**	**I**	**IP.**

IQ. 6		**IS.**	**IT.**	**IU.**	**IV.**	**IW.**
IX. 8		**IZ.**	**JA.**	**JB.**	**JC.**	**JD.**
JE. 6		**JG.**	**JH.**	**JI.**	**JJ.**	**JK.**

JL. Teniendo en cuenta lo anterior se responden las siguientes preguntas

JM. ¿Para qué tipo de triángulos se cumple que $a2+b2=c2$?

____

JN. ¿Para qué tipo de triángulos se cumple que $a2+b2<c2$?

____

JO. ¿Para qué tipo de triángulos se cumple que $a2+b2>c2$?

____

JP. ***Bibliografía:***

- *Hemmerling, Edwin M. Geometría elemental. Editorial Limusa Noriega editores. Pág. (48-49)*
- *BarnettRich. Geometría. Segunda edición. Editorial McGraw-Hill.Pág.(160- 161)*
- *Ivorra castillo, Carlos. Teoría de números. Pág. (1-3)*

JQ.

JR.

JS. Anexo 10. Guía didáctica # 3

JT.

JU. Guía de geometría

JV. Rompecabezas Pitagóricos

JW. Nombres:

____
____
____

JX. En la guía número 3 *“Rompecabezas Pitagóricos”* se pretende trabajar el teorema de Pitágoras con la relación entre las áreas de los cuadrados construidos en los catetos y la hipotenusa, para esto se utiliza los rompecabezas Pitagóricos con los cuales se pretende afirmar la relación que hay entre la hipotenusa y los catetos, utilizando la conocida disección de Perigal y otros rompecabezas pitagóricos.

JY. Objetivos:

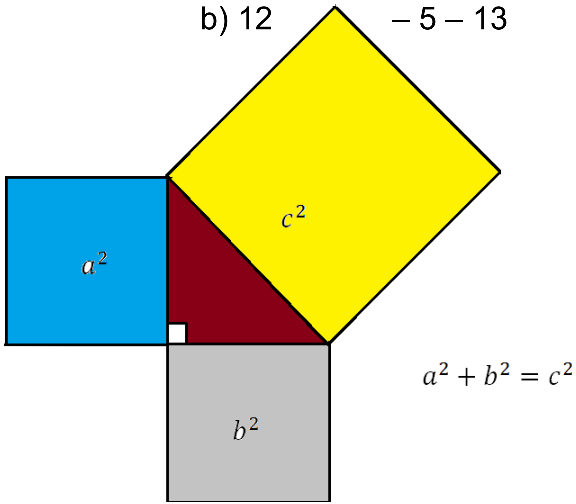
- Comparar con cálculos numéricos el área de los catetos con el área de la hipotenusa.
- Probar que $a2+b2=c2$ se cumple.
- Constatar por medio de los rompecabezas Pitagóricos que $a2+b2=c2$ se cumple.

JZ. Actividad:

KA. Construye tres triángulos con las siguientes medidas, donde c es el lado más largo y a, b son los catetos del triángulo rectángulo. Luego sobre cada uno de los lados del triángulo construye un cuadrado con la misma longitud del lado como se muestra en la figura. Calcula el área de los 3 cuadrados resultantes y compara el área los cuadrados de los catetos con el de la hipotenusa.

a) 5 – 3 – 4 b) 12 – 5 – 13 c) 8–15–17

KB.
KC.
KD.
KE.
KF.
KG.
KH.
KI.



KJ. ¿Qué resultados obtuviste de la actividad anterior? ____

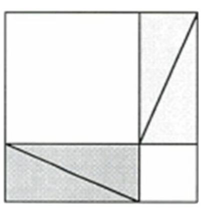
KK. ____
____
____
____
____
____
____

KL. **Teorema de Pitágoras:** En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

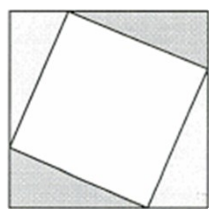
KM. El triángulo rectángulo de la figura anterior posee un ángulo recto, los lados que forman el ángulo recto a y b reciben el nombre de catetos y al tercer lado c, el más largo se llama la hipotenusa, en relación con el teorema se establece que $a2+b2=c2$, a continuación con una serie de rompecabezas mostraremos que este teorema se cumple.

KN. **Teorema de Pitágoras I**

KO. Recorta un cuadrado en una hoja de papel, luego traza dos rectas perpendiculares como se muestra en la figura, de forma que resulte el cuadrado en la parte inferior derecha, a continuación traza y recorta los triángulos indicados en la figura,



nombra los catetos



como a,b y la hipotenusa por c.

KP.

KQ.

KR.

KS. ¿Qué área tienen los dos cuadrados de la primera figura? ____

KT. ¿Qué área tiene el cuadrado de la segunda figura? ____

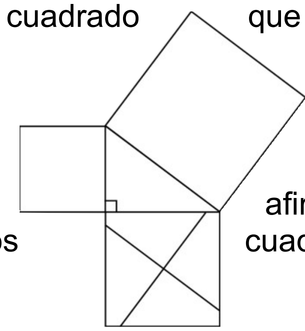
KU. Qué pasa si sumamos el área de los dos cuadrados de la primera figura y la comparamos con el área del cuadrado de la segunda figura____

KV. ____
____

KW. **Teorema de Pitágoras II**

KX. A continuación se presenta la conocida disección de Perigal en la cual se muestra el teorema de Pitágoras.

KY. Con los cuadrados construidos sobre los catetos, uno de ellos lo dejamos intacto y en el otro trazamos una recta paralela a la hipotenusa del triángulo, luego a esta recta trazamos una perpendicular, tal como se muestra en la figura, recorta y trata de armar con estas fichas el cuadrado que hay sobre la hipotenusa.



KZ.

LA.

LB.

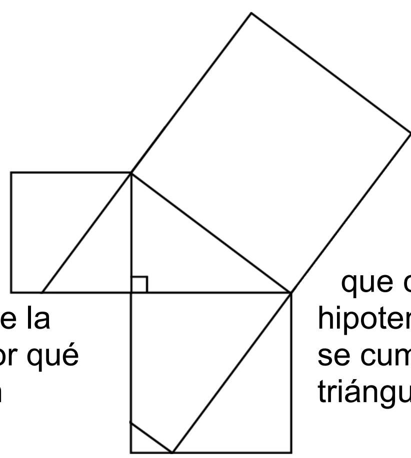
LC.

LD. ¿Qué puedes afirmar viendo la anterior mostración?, ¿Qué pasa con las áreas de los cuadrados de los catetos?

LE. Teorema de Pitágoras III

LF. A continuación se muestra otra forma de mostrar el teorema de Pitágoras dada por el matemático Anaricio.

LG. La construcción es sencilla sobre los cuadrados de los catetos prolongamos las líneas de los lados del cuadrado de la hipotenusa, luego en uno de ellos se traza una recta paralela a la hipotenusa, por donde corto una de las líneas anteriores como se muestra en la figura.



LH.

LI.

LJ.

LK.

LL.

LM.

LN.

LO. ¿Es posible que con las figuras de los catetos se pueda cubrir el cuadrado de la hipotenusa? Compruébalo, explica con tus propias palabras el por qué se cumple esta propiedad, y que características debe tener un triángulo para que el teorema de Pitágoras sea cierto

LP.

LQ.

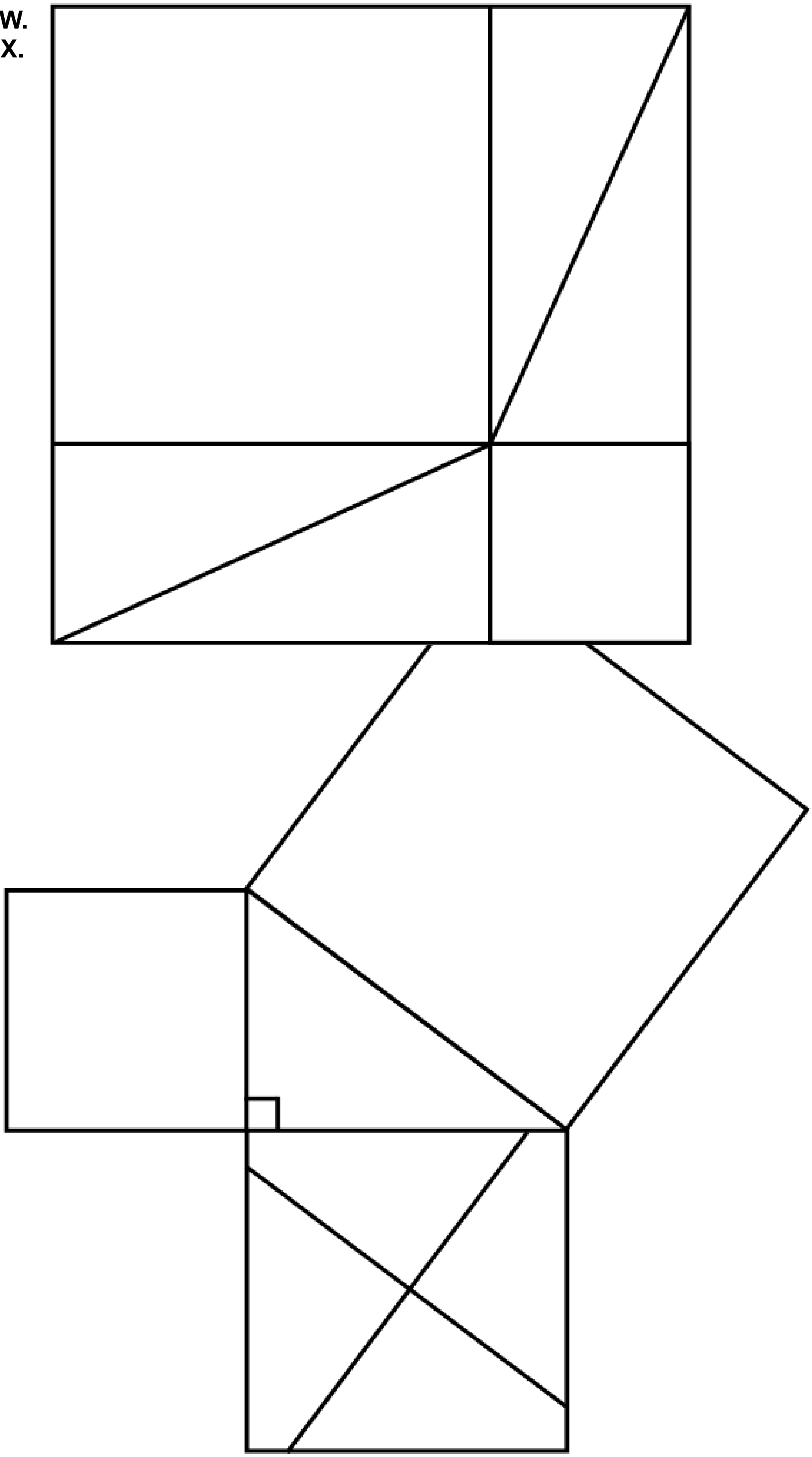
LR.

LS.

LT. ***Bibliografía:***

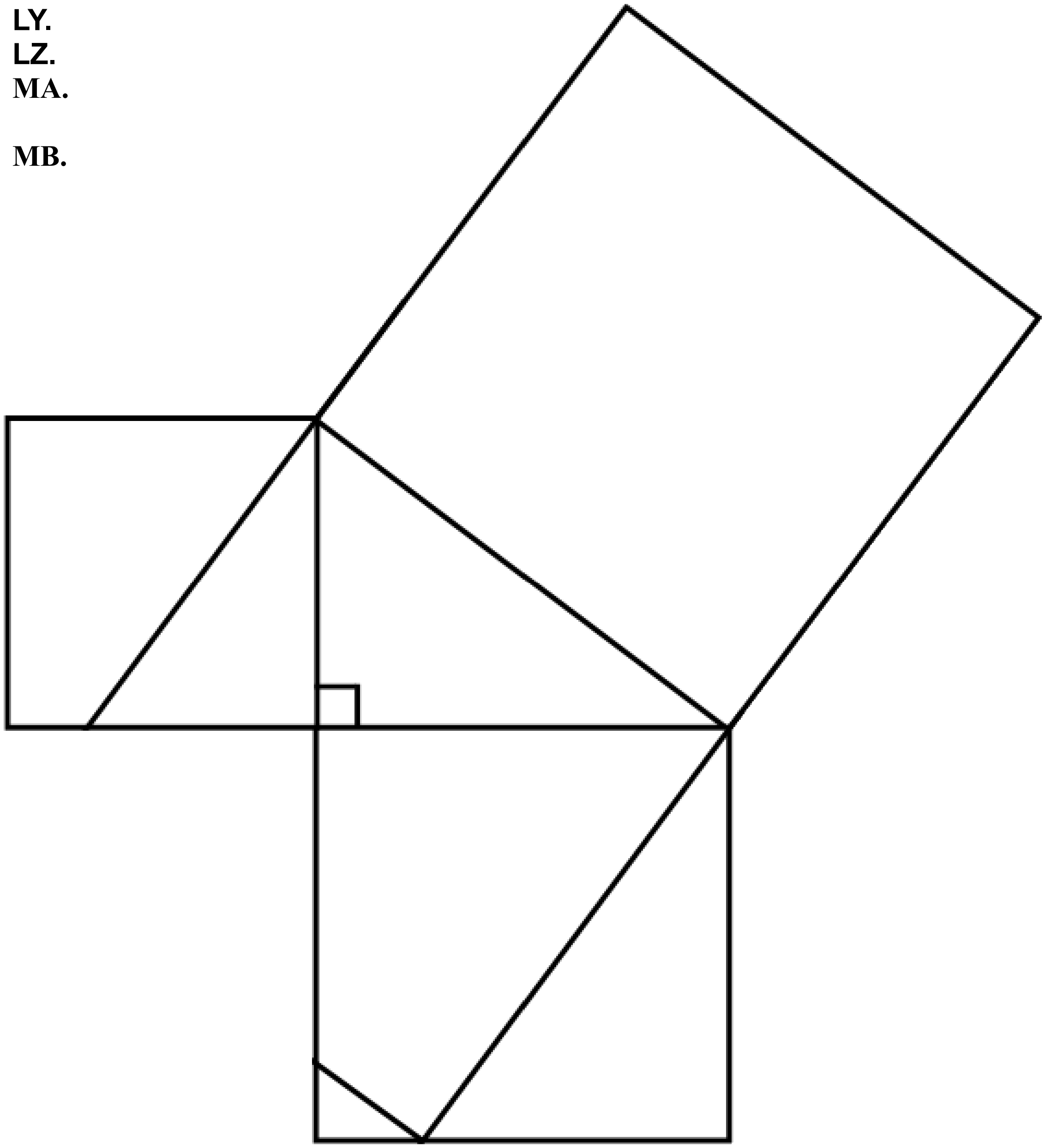
- *Ivorra castillo, Carlos. Teoría de números. Pág. (1-3)*
- *B. Roger Nelsen. Proofs wihtout words excercises in visual thinking. Pág. (3-8)*

LU.
LV.
LW.
LX.



LY.
LZ.
MA.

MB.



MC. Anexo 11. Guía didáctica # 4

MD. Guía de geometría

ME. Aplicaciones del teorema de Pitágoras I

MF. Nombres:

____
____
____

MG. En esta guía *"aplicaciones del teorema de Pitágoras I"* en este punto se tiene claridad sobre el teorema de Pitágoras, con el trabajo realizado hasta el momento, principalmente con el trabajo realizado en la guía número tres de *"Rompecabezas pitagóricos"*, en esta guía se pretende trabajar algunas de la aplicaciones del teorema de Pitágoras, a triángulos rectángulos.

MH. Objetivos:

- Explicar qué tipo de operación se utiliza para calcular la longitud de un lado de un cuadrado conocida su área.
- Identificar las unidades correspondientes al área y unidades de longitud.
- Utiliza el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

MI. Actividad:

MJ. Dados los siguientes cuadrados con su respectiva área, hallar la longitud de uno de sus lados.

MK. **Ejemplo:** el área del siguiente cuadrado es de $16\text{cm}2$, entonces uno de sus lados mide 4cm.

ML.

MM.

MN.

MO.

MP. Realiza el mismo ejercicio anterior con las siguientes medidas, donde A indica el área del cuadrado y L la longitud de uno de sus lados.

a) $A=9u2$, entonces $L=$_____

b) $A=25cm2$, entonces $L=$_____

c) $A=49m2$, entonces $L=$_____

d) $A=4u2$, entonces $L=$_____

e) $A=81m2$, entonces $L=$_____

f) $A=21u2$, entonces $L=$_____

g) $A=30cm2$, entonces $L=$_____

h) $A=27m2$, entonces $L=$_____

i) $A=5u2$, entonces $L=$_____

j) $A=20m2$, entonces $L=$_____

k) Describe que tipo de operación utilizaste para encontrar el valor de uno de los lados del cuadrado en el ejercicio anterior.

____

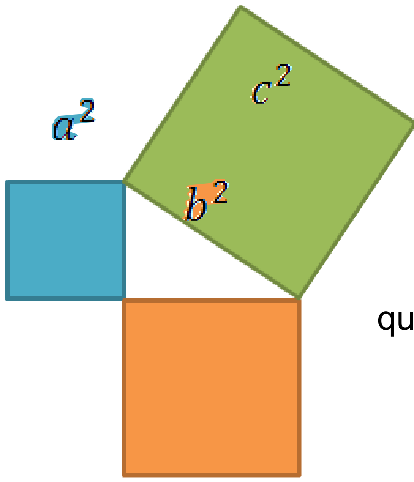
____

____

____

l) **Teorema de Pitágoras:** En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. Como se muestra en la figura.

m)
n)
o)
p)
q)
r)
s)



t) Además sabemos que $a2+b2=c2$, donde a,b son los catetos del triángulo rectángulo y c es la hipotenusa, como se muestra en la figura anterior.

u) A continuación se dan los valores correspondientes a los catetos de un triángulo rectángulo, se debe calcular el valor que tiene la hipotenusa.

a) $a=3cm$, $b=4cm$ entonces $c=$______

b) $a=12cm$, $b=5cm$ entonces $c=$______

c) $a=8cm, b=15cm$ entonces $c=$______

d) $a=24cm, b=7cm$ entonces $c=$______

e) $a=28cm, b=45cm$ entonces $c=$______

f) $a=7cm, b=10cm$ entonces $c=$______

g) $a=2cm, b=1cm$ entonces $c=$______

h) $a=1cm, b=5cm$ entonces $c=$______

i) $a=22cm, b=27cm$ entonces $c=$______

j) $a=3cm, b=6cm$ entonces $c=$______

k) Describe que procedimiento utilizaste para encontrar el valor de la hipotenusa.___________________

____

____

____

l)
m)
n)

o) Anexo 12. Guía didáctica # 5

p)

q) **Guía de geometría**

r) **Aplicaciones del teorema de Pitágoras II**

s) **Nombres:**

____

____

____

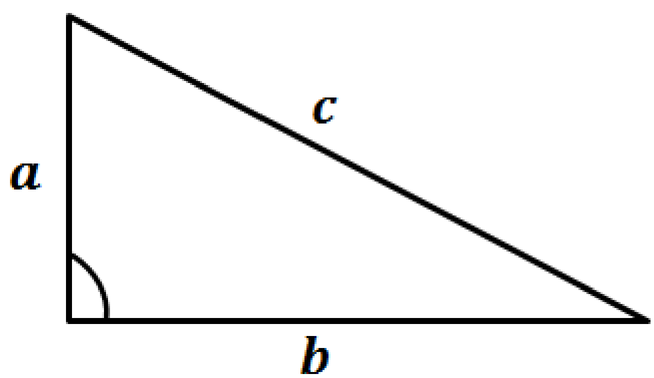
t) En esta guía de “Aplicaciones del teorema de Pitágoras II” se desea trabajar algunas aplicaciones del teorema de Pitágoras para calcular distancias y el modo de utilizarlo en la solución de problemas.

u) **Objetivos:**

- Calcular la longitud de los catetos o la hipotenusa en un triángulo rectángulo, según se a el caso.
- Utilizar el teorema para la solución de problemas propuestos.

v) **Teorema de Pitágoras**

w) En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

x)

y)

z) De esta fórmula se obtiene las siguientes:

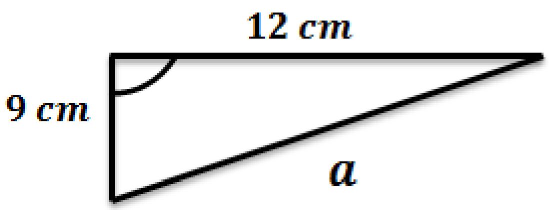
aa) Cuando se desconoce un cateto a=c2-b2 ab)Cuando se desconoce un cateto   b=a2-b2

ac)Cuando se desconoce la hipotenusa   c=a2+b2

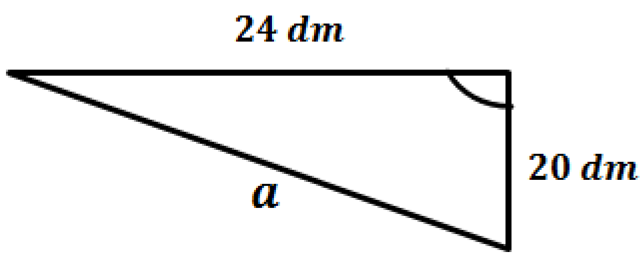
ad)

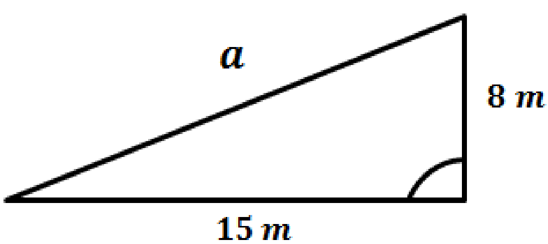
ae)**Triángulos rectángulos**

af) 1. calcula la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos.

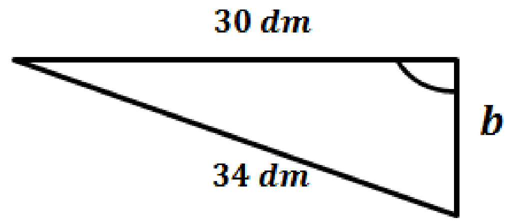


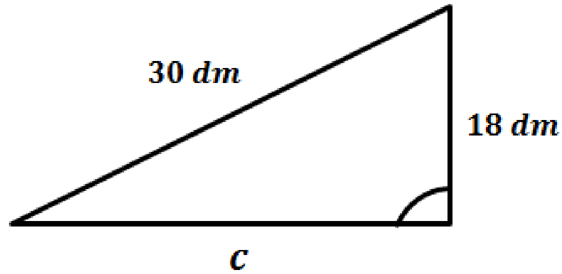
ag)



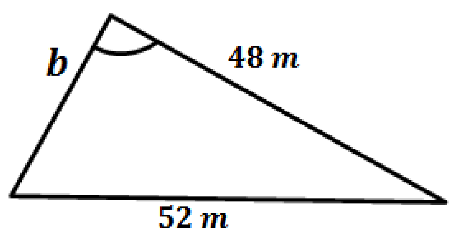


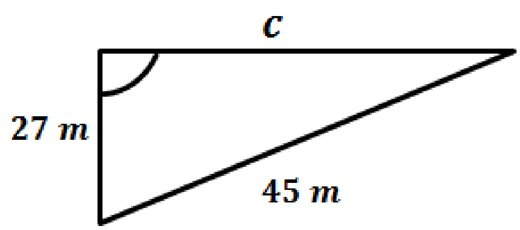
ah)2. calcula el cateto que faltante en cada triángulo rectángulo.



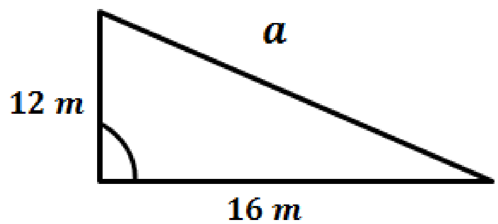


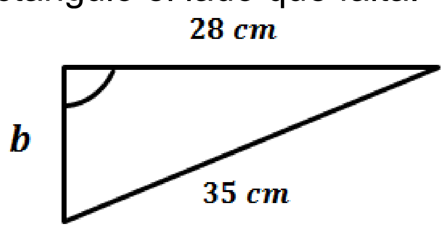
ai)



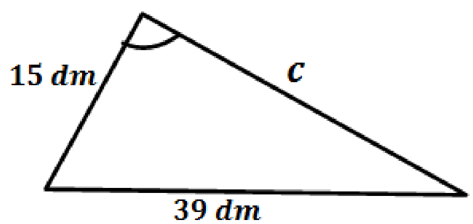


aj) 3. calcula en cada triángulo rectángulo el lado que falta.





ak)



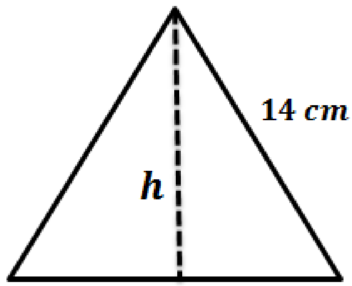
al)

am)

an)

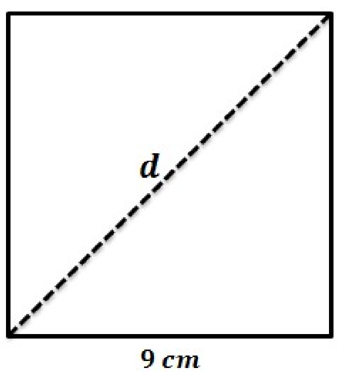
ao)**Problemas de aplicación del teorema de Pitágoras**

ap)1. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 14cm de lado.



aq)

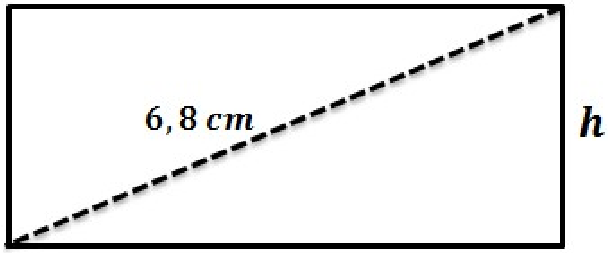
ar) 2. Calcula la diagonal de un cuadrado de 9cm de lado.



as)

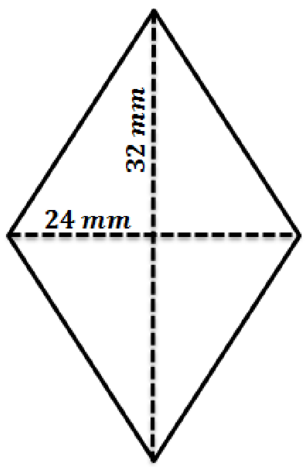
at) 3. Calcula la altura de un rectángulo cuya diagonal mide 6,8cm y la

base 6 cm.



au)

av)4. Calcula el lado del rombo cuyas diagonales miden 32mmy 24mm.

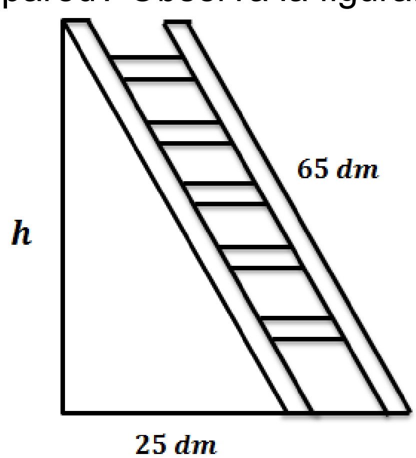


aw)

ax)5. Una escalera de $65\ \text{dm}$ de longitud está apoyada sobre la pared.

El pie de la escalera está a $25\ \text{dm}$ de la pared.

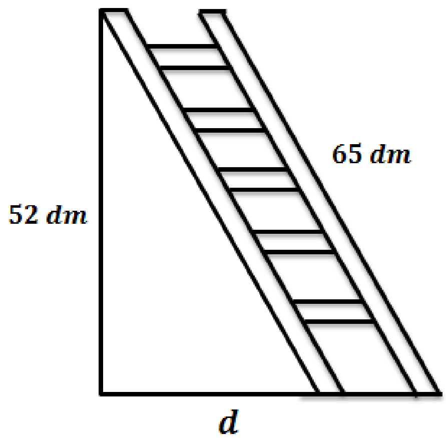
ay)a. ¿a qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared? Observa la figura.



az)

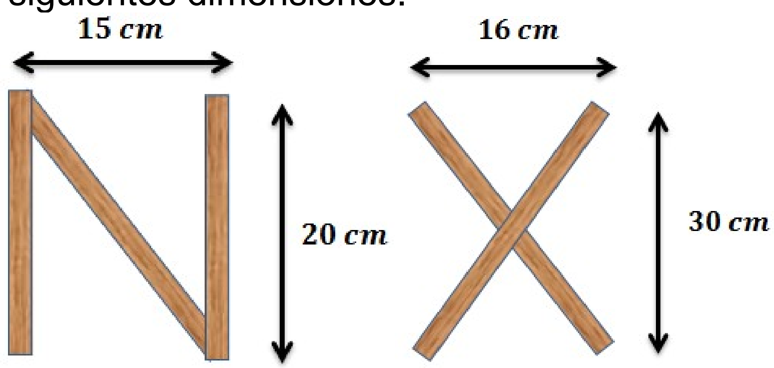
ba)b. ¿a qué distancia de la pared se tendrá que colocar el pie de la misma escalera para que su parte superior se apoye en la pared a

una altura de $52\ \mathrm{dm}$? Observa la figura.

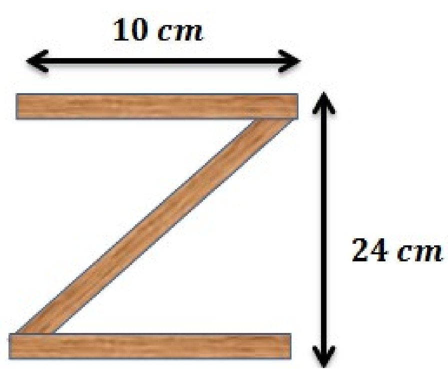


bb)

bc)6. calcula los centímetros de cuerda que se necesitan para formar las letras N, Z, y X con las siguientes dimensiones.



bd)



be)

bf) Anexo 13. Guía didáctica # 6

bg)

bh) **Guía de geometría**

bi) **Demostración algebraica del teorema de Pitágoras**

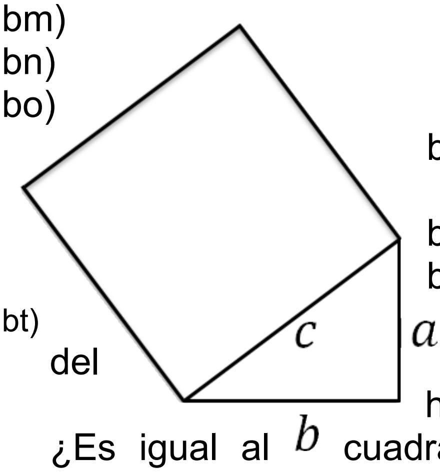
bj) **Nombre:** ____
____
____

bk) En esta guía *“Demostración algebraica del teorema de Pitágoras”* se tienen cierta claridad sobre el teorema, y algunas de sus aplicaciones más comunes, con la intención de que los estudiantes logren demostrar el teorema con ayuda del algebra.

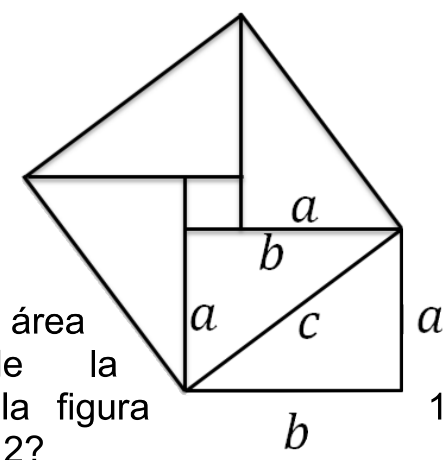
bl) **Objetivos:**

- Establecer los conceptos trabajados con el teorema.
- Observar con mayor claridad la demostración del teorema desde otra perspectiva.
- Deducir mediante el álgebra el teorema de Pitágoras.

bm)
bn)
bo)



bp)
bq)
br)
bs)



bt) ¿Cuál es el área del cuadrado de la hipotenusa de la figura 1?, ¿Es igual al cuadrado de la figura 2?

bu) ¿Cuál es el área de los cuatro triángulos que están en el cuadrado de la figura 2?

bv) ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado que está en el centro?

bw) ¿Cuál es el área del cuadrado que se forma en el centro de la segunda figura?

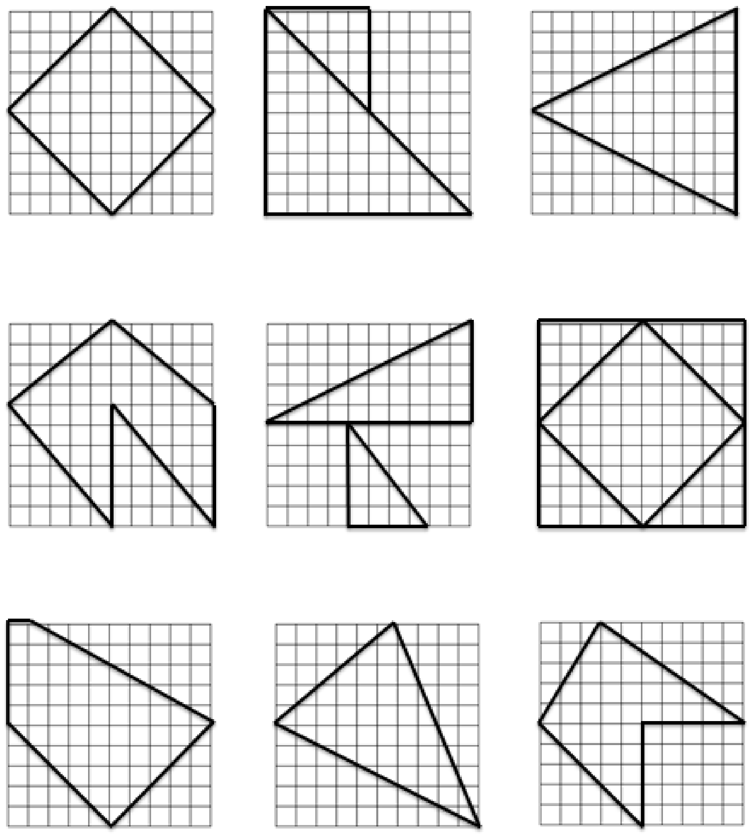
bx) Suma el área de los cuatro triángulos y el área del cuadrado.

by) Analizando la primera pregunta y la última operación que realizaste, a que conclusión puedes llegar.

bz) Bibliografía: CLEMENS R. Stanley y O'DAFFER G. Phares- Geometría. Editorial Addison Wesley

ca)

Hallar el área y el perímetro de las áreas sombreadas de las siguientes figuras, tomando cada cuadrito como una unidad:



cb) Anexo 14. Guía didáctica # 7

cc)

cd) **Institución educativa técnica industrial Jorge Eliécer Gaitán**

ce) **Evaluación de geometría: Teorema De Pitágoras.**

cf) **Nombre:____**

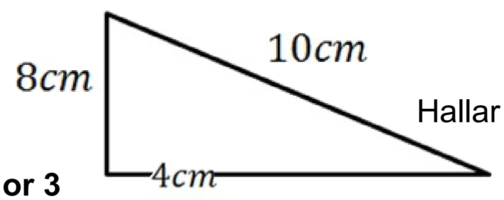
Grado noveno:_____

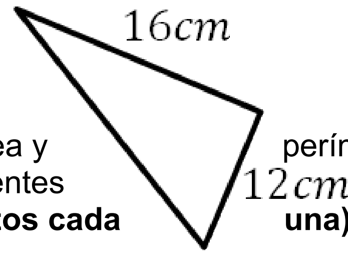
cg) **1)** En los siguientes triángulos hallar la longitud del lado faltante, el perímetro y el área**. (Valor 3 puntos cada uno)**

ch)

ci)

cj)





ck) **2)** Hallar el área y perímetro de la siguientes figuras **(Valor 3 puntos cada una)**

cl)

cm)

cn)