

Proyecto de Aula: La Argumentación en el Aprendizaje del Teorema de Pitágoras

Yury Marcela López Mejía

Liliana Patricia Botero Otálvaro

Alejandro Valencia Ramírez

Liliana María Rivera Arango

Marisol García Botero

ASESORES

Jaime Aníbal Acosta Amaya

David Alejandro Londoño Jiménez

Universidad de Antioquia

Departamento de Enseñanza de las Ciencias y de las Artes

Facultad de Educación

Carmen de Viboral

2012

Proyecto de Aula: La Argumentación en el Aprendizaje del Teorema de Pitágoras

Yury Marcela López Mejía

Liliana Patricia Botero Otálvaro

Alejandro Valencia Ramírez

Liliana María Rivera Arango

Marisol García Botero

Trabajo de Investigación para Optar el Título de
Licenciado en Matemáticas y Física

ASESORES:

Jaime Aníbal Acosta Amaya

David Alejandro Londoño Jiménez

Universidad de Antioquia

Departamento de Enseñanza de las Ciencias y de las Artes

Facultad de Educación

Carmen de Viboral

2012

AGRADECIMIENTOS

A Dios por el regalo de la vida y la salud.

A nuestras familias por su amor, comprensión y apoyo incondicional.

A los asesores David Londoño y Jaime Acosta por sus aportes y acompañamiento.

A la universidad de Antioquia y a todo los docentes que nos brindaron conocimiento en nuestra formación como licenciados.

Al colegio María Auxiliadora de La Ceja por confiar en nosotros y acoger nuestra propuesta.

Muchas gracias...

DEDICATORIA

A mi familia, porque creyeron en mí y me sacaron adelante, dándome ejemplos dignos de superación y entrega. En especial a mi madre Nubia por su apoyo incondicional, comprensión y consejos en los momentos difíciles y a mi hijo Samuel por haber fomentado en mí el deseo y anhelo de triunfar en la vida.

Yury López

Con todo mi amor a mi hija Luisa por su paciencia, por ser la fuente de fuerza y templanza en mi vida; a mis padres por la formación que me dieron, por haberme inculcado la ética del esfuerzo y la superación; a mis hermanas por su apoyo incondicional y a mi novio por las innumerables horas de compañía en mi formación como docente.

Liliana Botero

A Dios por iluminar y cuidar mi camino durante toda mi vida.

A mi familia, pero en especial a mi padre por creer en mí y darme el apoyo para seguir adelante.

Alejandro Valencia.

A mis padres, Albeiro y Carmen, por el acompañamiento y fomento de deseo de superación desde el inicio de mi profesión; a mi esposo, Juan (QEPD), por el optimismo y tolerancia que me impulsaron siempre a seguir adelante y a mi hija, Juliana por sus sonrisas en los momentos de desesperación, las cuales siempre me indicaban cual era el camino.

Liliana Rivera

A Dios por haberme permitido vivir satisfactoriamente esta experiencia, a mi hija Isabela por ser mi mayor motivación y aliciente, a mis padres y a mi hermano quienes desde el principio me brindaron su apoyo incondicional, a mi esposo Hernán por su comprensión y su amor. Hoy no hubiese logrado este triunfo sin la compañía de todos ustedes.

Marisol García

RESUMEN

“La argumentación en el aprendizaje del teorema de Pitágoras” constituye un proyecto de aula dirigido al grado noveno del Colegio María Auxiliadora de La Ceja del Tambo; con el propósito de fortalecer la competencia argumentativa de las estudiantes se diseñan dos unidades didácticas compuestas cada una de cuatro situaciones didácticas que propenden por el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

Este proyecto se desarrolla en tres etapas, en el semestre 2011- 2 se realizó el diagnóstico y delimitación del problema donde se evidencia que las estudiantes dan pocos argumentos para explicar el uso de conocimientos en situaciones que así lo ameriten. Luego en el semestre 2012- 1 y de acuerdo a la problemática se inicia el proceso de intervención en el área de geometría con la aplicación de las unidades didácticas, con las que pretende fomentar el aprendizaje cooperativo y el uso de mediadores físicos a fin de generar espacios de discusión entre las estudiantes que fortalezcan su competencia argumentativa; adicional a ello se propone la implementación de formatos de autoevaluación que permitan a las estudiantes tomar conciencia y sentirse responsables del avance que puedan tener en su formación. Finalmente en el semestre 2012- 2 se sistematizan los resultados y se analizan los mismos, permitiendo elaborar conclusiones y recomendaciones que posibiliten emprender acciones de complementación.

La propuesta logra, a través del uso de mediadores físicos e implementación del aprendizaje cooperativo, dinamizar los espacios de aprendizaje generando ambientes propicios para el fortalecimiento de las competencias matemáticas, en especial la competencia argumentativa y la adquisición de aprendizajes significativos.

Palabras clave: aprendizaje cooperativo, autoevaluación, competencia argumentativa, mediadores físicos, situación didáctica, Teorema de Pitágoras y unidades didácticas.

CONTENIDO

Introducción

1. Marco Contextual

1.1. Macrocontexto

1.2. Microcontexto

2. Definición del Problema

3. Justificación

4. Objetivos

4.1. Objetivo General

4.2. Objetivos Específicos

5. Marco Referencial

5.1. Marco conceptual

5.1.1. Pensamiento Espacial

5.1.2. Competencias

5.1.3. Unidad Didáctica

5.1.4. Situación Didáctica

5.1.5. Mediadores Físicos

5.1.6. Aprendizaje Cooperativo

5.1.7. Autoevaluación

5.2. Marco Metodológico

5.2.1. Investigación Acción Participativa

5.2.2. Proyecto de Aula

5.2.3. Instrumentos de Recolección de Datos

5.2.3.1. Encuesta

5.2.3.2. Observación Participante

5.2.3.3. Cuestionario

6. Diseño Metodológico

6.1. Etapas de la Investigación

6.1.1. Diagnóstico y Delimitación del Problema.

6.1.2. Diseño y Ejecución del Plan de Acción.

6.1.3. Recolección y Análisis de Resultados.

7. Conclusiones

Referencias bibliográficas

Anexos

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Formato de Observación de Clases

Anexo 2. Análisis de Formatos de Observación Semestre 2011 – 2

Anexo 3. Encuesta a Docente

Anexo 4. Análisis de la Encuesta a Docente

Anexo 5. Orientaciones para Revisión de Recursos y Material Didáctico del Colegio

Anexo 6. Lectura de Revisión de Recursos y Material Didáctico del Colegio

Anexo 7. Encuesta a Directivos

Anexo 8. Análisis de la Encuesta a Directivos

Anexo 9. Encuesta a Estudiantes

Anexo 10. Análisis de la Encuesta a Estudiantes

Anexo 11. Orientación para la Lectura del Plan de Área de Matemáticas del Colegio

Anexo 12. Lectura del Plan de Área de Matemáticas del Colegio

Anexo 13. Orientación para Revisar el Material Bibliográfico del Colegio

Anexo 14. Lectura de Revisión del Material Bibliográfico del Colegio

Anexo 15. Prueba Diagnóstica

Anexo 16. Análisis de la Prueba Diagnóstica

Anexo 17. Prueba Abierta del Teorema de Pitágoras

Anexo 18. Análisis de la Prueba del Teorema de Pitágoras

Anexo 19. Unidad didáctica 1. Triángulos

Anexo 20. Unidad didáctica 2. Teorema de Pitágoras

Anexo 21. Formato de Autoevaluación

Anexo 22. Formato de Sistematización

LISTA DE TABLAS Y FIGURAS

Tabla 1. Distribución de las Unidades Didácticas

Figura 1. Representación de las Estudiantes de los Elementos del Triángulo

Figura 2. Argumentos de las Estudiantes para la Construcción de Triángulos

Figura 3. Construcción de Triángulos con Regla y Compás

Figura 4. Argumentos de las Estudiantes para la Aplicación del Teorema de Pitágoras

Figura 5. Proceso Inicial de Autoevaluación

Figura 6. Proceso Intermedio de Autoevaluación

Figura 7. Proceso Final de Autoevaluación

Figura 8. Distribución del Grupo para el Trabajo en Equipo

Figura 9. Mesa Redonda y Socialización de la Construcción de Triángulos

Figura 10. Trabajo en Equipo para el Aprendizaje Cooperativo

INTRODUCCIÓN

La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación.

(Ministerio De Educación Nacional [MEN], 1998, p. 33)

En este sentido los procesos formativos que desarrolle el maestro en los estudiantes van encaminados hacia el aprendizaje significativo y el fortalecimiento de las diversas competencias educativas; generando así, un aprendizaje contextualizado en el cual, el conocimiento de los conceptos ayude al estudiante a desenvolverse socialmente siendo a la vez capaz de expresar sus ideas con argumentos valederos.

Así, desde el programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, en el marco de la línea de Integración Didáctica se diseña una propuesta que cree espacios para el aprendizaje y la argumentación de los conceptos geométricos, en particular el teorema de Pitágoras; que le sean útiles a los estudiantes y que vayan en pro de su formación, a través de la aplicación de unidades didácticas ligadas al uso de mediadores físicos y al trabajo en equipo que permite el aprendizaje cooperativo.

En el primer apartado el lector encontrará el marco contextual que brinda una mirada preliminar a la investigación que en este trabajo se recoge, se describe el espacio en que se desarrolla la propuesta tanto a nivel municipal como a nivel del colegio y del grupo a intervenir.

En el segundo apartado se describe la problemática que se encuentra en el grado noveno del colegio María Auxiliadora de La Ceja, a partir de los resultados obtenidos en la encuesta de caracterización de la población y en los diferentes instrumentos diagnósticos aplicados. Luego y en base a lo anterior se justifica la realización del proyecto atendiendo a la importancia del fortalecimiento de la competencia argumentativa en particular desde el área de geometría. Se plantean los objetivos que se tienen como meta en el diseño y ejecución de esta propuesta, y que dan respuesta a las necesidades encontradas en apartados anteriores.

Posteriormente en el quinto apartado se expone el marco referencial donde se contempla el marco conceptual que apoyan esta investigación y el marco metodológico que presenta la teoría que sustenta la metodología de la investigación y los instrumentos de recolección de datos.

El lector encuentra en un sexto lugar el diseño metodológico que se emplea para el desarrollo de la propuesta, en esta se realiza una distribución del trabajo por etapas, en principio se describe cada uno de los instrumentos de recolección de datos que permitieron la delimitación del problema, luego se organizan los tiempos de ejecución y describe cada una de las situaciones didácticas que se emplean para la intervención, al final de este apartado se presentan los análisis

de los resultados obtenidos con la aplicación del proyecto de aula como parte de la tercera etapa de la investigación.

En el séptimo apartado se exponen las conclusiones que surgen al final del proceso de investigación y que permiten evaluar la efectividad de la propuesta para el fortalecimiento de la competencia argumentativa y el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

Finalmente se presentan las referencias bibliográficas y los anexos, permitiendo al lector tener una visión más amplia de todos los aspectos tratados a lo largo del documento y que sustentan la pertinencia del proyecto.

1. MARCO CONTEXTUAL

1.1. Macrocontexto

El colegio María Auxiliadora (MAUX), donde fue acogida nuestra propuesta de investigación, se encuentra ubicado en el municipio de La Ceja del Tambo (Carrera 20 # 5-18).

El Municipio de La Ceja del Tambo, está localizado al Suroriente del departamento de Antioquia, junto con 25 Municipios, que a su vez conforman la región del Oriente Antioqueño. Limita al norte con los municipios de Rionegro y El Carmen de Viboral, al oriente con el municipio de La Unión, al occidente con los municipios de Montebello y El Retiro y al sur con el municipio de Abejorral. Su cabecera municipal está a 41kilómetros de la ciudad de Medellín¹.

La Ceja, es reconocida como centro Religioso, y recibe apelativos como El Vaticano, Municipio Mejor Trazado y Capital Regional de las Flores, ya que la economía del municipio tradicionalmente ha sido el cultivo de flores. . El gentilicio con el que son conocidos sus habitantes es “Cejeños”.

¹ La información para la descripción, se toma de la página web del municipio de La Ceja del Tambo. [<http://laceja-antioquia.gov.co/nuestromunicipio.shtml?apc=I-xx-1-&s=m&m=I>

La Ceja tiene 17 veredas, 6 de ellas en la cabecera municipal, las 11 restantes están agrupadas en el Corregimiento de San José. Su población es de aproximadamente 48.879 pobladores (censo 2009), con 41.587 habitantes en el sector urbano del municipio y los 7.292 restantes habitan la zona rural.

El Colegio María Auxiliadora de La Ceja del Tambo se define como Colegio Católico, de carácter femenino y privado certificado, dirigido por la comunidad religiosa de las Hijas de María Auxiliadora de la Provincia Santa María Mazzarello con sede en Medellín (Antioquia). Ofrece una educación con calidad integral a niñas y jóvenes en los niveles de transición, preescolar, básica primaria y básica secundaria. Cabe detallar que el colegio cuenta con un único grupo por grado.

Su interés es desarrollar los procesos educativos como comunidad o familia, democráticamente organizada, de tal modo que permite a cada estamento participar en forma efectiva en la conformación, experimentación y evaluación de su Proyecto Educativo Institucional.

Tiene como Misión:

Somos una comunidad educativa católica, comprometida en la búsqueda de la calidad a través de:

- *La formación de mujeres ricas en valores: humanos, espirituales, éticos y sociales.*
- *La educación que ofrece, el conocimiento científico y tecnológico.*
- *La participación en una ciudadanía activa y solidaria.*

Con el estilo del sistema preventivo gestor de “BUENAS CRISTIANAS Y HONESTAS CIUDADANAS”

Su visión se encuentra contemplada desde el año 2001 hasta el año 2015, así:

El Colegio María Auxiliadora de La Ceja, pretende ser reconocido a nivel nacional como una institución de calidad y líder en educación y formación de las niñas y jóvenes como protagonistas en la transformación de una ciudadanía humana, espiritual, científica y tecnológica

Dentro de la política de calidad del colegio se establece que:

El Colegio María Auxiliadora de La Ceja, ofrece a la niña y joven una educación católica integral, fundamentada en los principios del sistema preventivo de Don Bosco y Madre Mazzarello, permitiéndole ser competente frente a los retos y demandas del mundo actual, basados en el mejoramiento continuo de nuestro s.g.c (sistema de gestión de calidad) el desarrollo del talento humano y la optimización de los recursos, lograremos una mayor satisfacción de la comunidad educativa y un alto impacto social.

1.2. Microcontexto

El grado noveno (2012) en el que se desarrolla nuestra propuesta de investigación, cuenta con 21 estudiantes las cuales cumplen una jornada académica de 8 horas diarias.

La edad de las jóvenes es en promedio 15 años. Sus familias están conformadas en su mayoría por padre, madre e hijo(s), lo que significa que pertenecen a familias nucleares pequeñas. Un bajo porcentaje integra familias monoparentales o extensas.

Las estudiantes de este grado en general viven en el área urbana del municipio de La Ceja; y en promedio el estrato socio - económico al que pertenecen es el nivel 3.

El nivel educativo de los padres de familia en gran parte alcanza los estudios superiores, desempeñándose en cargos como la docencia, el comercio y el trabajo independiente para los padres; y ama de casa, administración y trabajo independiente para las madres.

Desde las encuestas realizadas a las estudiantes (ver anexo) se logra evidenciar que las condiciones económicas de las estudiantes son favorables, facilitándoseles el acceso a la tecnología, el internet y a diversos materiales de estudio. Destinan buena parte de su tiempo libre

a realizar actividades que potencian su formación como los cursos de lengua extranjera, la música, el baile y el deporte.

El grupo manifiesta agrado por áreas como la educación artística, el inglés, el álgebra y la estadística; por el contrario, a un alto porcentaje no le gusta estudiar geometría.

Las estudiantes del grado noveno se caracterizan por ser alegres, inquietas y propositivas respecto a las actividades académicas que con ellas se realizan, aunque tienen muy poca capacidad de concentración y de trabajo en grupo.

En especial, son desinteresadas frente a las actividades académicas propuestas por el docente de geometría, se identifica una falta de motivación. Las estudiantes mecanizan el conocimiento adquirido sin una previa comprensión e interiorización de la teoría y al momento de aplicar dichos conocimientos en la resolución de una situación problema tropiezan.

Es notorio el bajo nivel de interpretación y argumentación en los ejercicios que así lo requieren, incapacitándose para extraer la información necesaria, además, la falta de actividades didácticas con mediadores físicos no facilita el aprendizaje del conocimiento del área.

El cumplimiento de la norma y el respeto por el otro no lo tienen muy arraigado a su personalidad, aclarando que a pesar de lo anterior sus reacciones no son de tipo soez ni agresivas.

Al interior del colegio María Auxiliadora, es evidente el papel que juega la enseñanza de las matemáticas en la formación que reciben las estudiantes, desde el P.E.I se tiene que:

El cultivo de las matemáticas tiende a fortalecer la personalidad. Ejercita, en primer término, la atención, y, por ende desarrolla la voluntad y la inteligencia. Imprime Vigor a la reflexión y la acostumbra a percibir sutiles y ocultas relaciones entre las cosas y las ideas. Nos hace modestos, sencillos y pacientes, adictos al orden y a la contemplación de todo lo bello, lo grande y lo maravilloso.

Se propone pues una educación matemática que propicie un aprendizaje de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales; que no solo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender a comprender. Esto es, centrado en los estándares como criterios claros y que sirven de punto de referencia para determinar lo que el estudiante puede estar en capacidad de saber y saber hacer, en determinada área y en determinado nivel.

Infortunadamente dicha relevancia se acentúa en la matemática y la estadística restándole valor al área de geometría, situación que perciben las estudiantes comprometiendo su disposición para el aprendizaje de la misma.

2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

La enseñanza de la geometría genera particular preocupación en los docentes de matemáticas dado su abandono como objeto de estudio en los currículos escolares desde la segunda mitad del siglo XX (1960 – 1980). El movimiento de las “matemáticas modernas” contribuyó a opacar el papel de la geometría en la educación, dando mayor valor a otros aspectos de la matemática; hace 50 años en Colombia, por ejemplo, se dedicaban 5 de las 10 horas asignadas a las matemáticas para enseñar geometría.

Otro aspecto que ha contribuido a que esta disciplina sea relegada en los currículos escolares, se relaciona con la naturaleza de la actividad cognitiva que la geometría exige para su aprendizaje. Tal como lo plantea Duval:

La actividad matemática en los cursos de geometría se realiza en dos registros: el de las figuras y el de la lengua natural. Uno para designar las figuras y sus propiedades; el otro, para enunciar las definiciones, los teoremas, las hipótesis... Pero no se trata simplemente de un cambio de registro... los tratamientos efectuados separada y alternativamente en cada uno de los dos registros no bastan para que este proceso llegue a algún resultado; es necesario que los tratamientos figúrales y discursivos se efectúen simultáneamente y de manera interactiva. (Citado por Marmolejo, S.f)

El colegio María Auxiliadora de La Ceja del Tambo considera que la enseñanza del álgebra y la aritmética está por encima de la enseñanza de la geometría, este hecho se puede observar en la intensidad horaria que se otorga al área de geometría, en el uso que se hace de dicha intensidad y en las lecturas hechas al plan de área de matemáticas del colegio.

Hay poca motivación por parte de las estudiantes para el aprendizaje de la geometría, y poca utilización de mediadores físicos para la enseñanza de la misma que despierte interés en las estudiantes y le permita al docente cumplir su papel de acuerdo a lo expuesto en el artículo 104 de la Ley general de Educación (ley 115, 1994): “El educador es el orientador de los establecimientos educativos de un proceso de formación, enseñanza y aprendizaje de los educandos, acorde con las expectativas sociales, culturales, éticas y morales de la familia y la sociedad”.

Las clases de geometría están fundamentadas bajo un sistema de enseñanza tradicional, donde el docente expone la teoría, desarrolla ejemplos y expone ejercicios similares a los ejemplos para que sean resueltos por las estudiantes; esto sobrepone la aplicación de fórmulas y procesos memorísticos sobre procesos de razonamiento y argumentación, y como consecuencia se presenta la geometría como un conjunto de teorías y formulas alejadas de la realidad, con ejercicios distantes del propio contexto de las estudiantes, hecho que conlleva a que las estudiantes atribuyan poca importancia al aprendizaje de la geometría por ser esta poco aplicable a su quehacer. Esto, contrario al enfoque teórico del área de matemáticas que se plantea desde la justificación del proyecto educativo institucional:

“el desarrollo de las actividades matemáticas en la institución se orientará por medio de la pedagogía activa, la cual procura que el aprendizaje se inicie y se nutra con la experiencia física y el contacto directo con objetos y elementos conocidos, procurará en los alumnos la activación de su mente y el desarrollo de sus potencialidades, empleando para esta metodología la corriente constructivista y la teoría psicológica de Jean Piaget, Zoltan P, Dienes, entre otros.”

La matemática no es una ciencia acabada, y el quehacer docente no debe centrarse en presentar a los estudiantes ejercicios, teoremas y la forma en que se actúa para conseguir los pasos necesarios para llegar al resultado que se desea. En el colegio María Auxiliadora se observa que es necesario propiciar ambientes en el aula que favorezcan el intercambio de ideas entre las estudiantes que permitan desarrollar su competencia argumentativa, debido a que, prevalecen las clases de tipo magistral donde el docente expone la teoría y las estudiantes la reproducen, por tanto se ha planteado la siguiente pregunta como línea de investigación:

¿Cómo generar espacios que fortalezcan la competencia argumentativa en las estudiantes del grado noveno del colegio María Auxiliadora de la Ceja, mediante el aprendizaje del Teorema de Pitágoras?

3. JUSTIFICACIÓN

La comprensión del conocimiento geométrico en la actualidad tiene en cuenta el entorno y el contexto en el que se desenvuelve el niño y el joven; para lo cual la tarea del docente ha de estar cargada de gran responsabilidad, pues al tiempo que se brinda el saber conceptual, vienen implícitas las normas, las leyes y los valores que forman el ser.

Es por ello que el pensamiento espacial no se encuentra alejado de la realidad en la que vivimos, por el contrario el entorno en el cual se desenvuelve el estudiante está sumergido en un mar de conceptos geométricos, para el caso especial de este trabajo se enfatiza en el aprendizaje del teoremas de Pitágoras por su importancia en la formación geométrica básica de las estudiantes.

Es necesario entonces que el docente propicie la relación del conocimiento con el contexto para que este sea significativo, trascendiendo la utilidad del saber, del nivel académico a la cotidianidad interiorizando el saber y generando interés al estudiante por al aprendizaje de la geometría.

En el hacer geométrico escolar se debe propender por el desarrollo de la argumentación, puesto que el mundo en el que vivimos es geométrico; permitiendo analizar, comprender,

interpretar y argumentar, a partir de las observaciones realizadas a los diferentes escenarios que nos muestra el espacio, con el fin de establecer relaciones, desigualdades, conjeturas, entre otros que nos lleven a particularizaciones o generalizaciones enmarcadas en la resolución de una situación determinada.

Es preciso entonces el diseño de una propuesta de intervención que motive y ayude a las estudiantes a desarrollar su capacidad de argumentación con el fin de que el conocimiento adquirido no se convierta en la simple mecanización de conceptos y fórmulas alejados del contexto como hasta el momento lo han concebido. En base a lo anterior se estructura un proyecto de aula que a través del uso de mediadores físicos fortalezca la competencia argumentativa en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras en las estudiantes del grado noveno del Colegio María Auxiliadora del municipio de La Ceja del Tambo.

4. OBJETIVOS

4.1. Objetivo General

Fortalecer la competencia argumentativa a través del uso de mediadores físicos en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras en las estudiantes del grado noveno del colegio María Auxiliadora de La Ceja del Tambo.

4.2. Objetivos Específicos

- Propiciar espacios dinamizadores que posibiliten el aprendizaje del Teorema de Pitágoras fortaleciendo la competencia argumentativa y fomentando el aprendizaje cooperativo.
- Promover el uso de mediadores físicos en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.
- Fomentar procesos de Autoevaluación en las estudiantes como una estrategia para generar autonomía en su formación académica y personal

5. MARCO REFERENCIAL

5.1. Marco Conceptual

Para sustentar esta investigación se ha realizado un rastreo bibliográfico en torno a los conceptos de pensamiento espacial, pedagogía activa, competencias, unidad didáctica, situación didáctica, mediadores físicos, aprendizaje cooperativo y evaluación.

5.1.1. Pensamiento Espacial

El Ministerio de Educación Nacional, en los últimos años, ha organizado la educación matemática a través del desarrollo de pensamientos y sistemas, tales como el numérico, el variacional, el métrico, el aleatorio y el espacial. Dado que el presente proyecto de aula se inscribe en el área de geometría, parece conveniente detallar algunos puntos que se plantean en cuanto al pensamiento espacial.

Al hablar de pensamiento espacial se hace referencia al “[...] conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales” (MEN, 1998, p. 56), de esta manera, desarrollar el pensamiento

espacial no solo incluye el estudio de conceptos como el punto, la recta y el plano sino que involucra la manipulación de estos y las representaciones de los mismos de forma contextualizada en las relaciones que entre ellos se establecen y las traducciones que adquieren dentro del mundo físico del estudiante.

Con lo anterior es posible pensar la enseñanza de la geometría desde las relaciones espaciales, la presentación de los conceptos geométricos desde las formas tridimensionales como los cuerpos geométricos, pasando por las bidimensionales como el plano y las unidimensionales como la recta, hasta llegar a la forma adimensional del punto, para desarrollar el pensamiento espacial de los estudiantes. Al respecto, de la enseñanza de la geometría, el Módulo 4: Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos de la serie didáctica de las matemáticas, expone que:

La movilización del pensamiento espacial se logra mediante actividades de percepción visual a través de la manipulación de materiales que se constituyen en los mediadores que facilitan el aprendizaje creativo, permitiendo redescubrir las propiedades geométricas, y preparan al estudiante, dándole la competencia necesaria para demostrar teoremas y formular generalizaciones, en cursos posteriores. (Gutiérrez et al, 2006, p. 38)

Acciones que pretenden desarrollar el pensamiento espacial en los estudiantes deben estar encaminadas a la manipulación y construcción de objetos que permitan interiorizar y generalizar

conceptos geométricos desde características relevantes como la forma y el tamaño; esto es, situaciones que orienten al estudiante al análisis de las características mencionadas despojándolos de todas las propiedades materiales como peso, color, forma, textura etc.

5.1.2. Competencias

El termino competencia guarda relación con los términos inteligencia y conocimiento, el primero es moldeado por contextos e instituciones como la familia y las instituciones escolares, el segundo, es la representación que hacemos de la realidad. El concepto de competencia que se formula desde los Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas y ciencias (2006), pretende transformar la visión que se tiene de los procesos de enseñanza y aprendizaje, como exposición de los contenidos por parte del docente y la memorización de los mismos por parte de los estudiantes, para que los estudiantes comprendan y utilicen sus conocimientos dentro y fuera del aula escolar.

El termino competencia se ha convertido en uno de los ejes centrales de la educación colombiana y en una alternativa para la formación de seres humanos aptos para las exigencias y problemas que deparan el mundo académico y el mundo laboral, de tal manera que en cualquier contexto en el que se encuentre el sujeto, sus acciones sean lo suficientemente autónomas y eficientes para dar respuesta a los problemas imprevistos con los que se encuentre.

La competencia es el desarrollo de las potencialidades del ser humano para realizar una actividad, esta no debe reducirse a factores cognoscitivos solamente, el desarrollo de las competencias debe abarcar aspectos como el saber, el saber hacer y el saber ser hacer que se tiene frente a situaciones que requieran la aplicación creativa y eficiente de los conocimientos y actitudes del ser humano. (MEN, 2006). A partir de esta perspectiva, “[...] una competencia ha sido definida como un saber hacer flexible que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, como la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron. [...]” (MEN, 2006, p.12). Lo que permite equiparar las competencias con el aprendizaje significativo, comprensivo y creativo de los conocimientos que pueden ser aplicados en la vida real.

Hablar de competencia en matemática implica que se entienda como “[...] conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras, apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN, 2006, p. 49)

Según el MEN (2006) ser matemáticamente competente significa:

- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Para esto es necesario encontrar los aspectos relevantes de una situación y las relaciones que entre ellos se

establecen, además de modelarlos y generar preguntas y respuestas a partir de lo planteado.

- Hacer uso del lenguaje cotidiano y del lenguaje matemático para expresar y representar ideas matemáticas.
- Establecer relaciones entre los procedimientos y algoritmos matemáticos con las situaciones y formas en que deben aplicarse.
- Recurrir al ejemplo y al contraejemplo, y argumentar en torno a ideas matemáticas para avanzar en el camino hacia la demostración.

De acuerdo al Proyecto Educativo Institucional del Colegio María Auxiliadora, la formación en competencias implica que exista una relación entre el docente y el estudiante, en un dialogo bidireccional entre el mundo que se muestra y el mundo que el estudiante puede construir, lo que significa descubrir saberes para buscar nuevos usos y formas de entender, explicar y proponer, formas que llevan explicitas acciones interpretativas, argumentativas y propositivas.

El ICFES (2007) resume las competencias matemáticas en: razonamiento y argumentación, comunicación y representación, y modelación y resolución de problemas, competencias que están en correspondencia con los procesos generales en matemáticas propuestos por Lineamientos Curriculares.

- **La comunicación y la representación.**

“Están referidas, entre otros aspectos, a la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, usar diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, relacionar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas, modelar usando lenguaje escrito, oral, concreto, pictórico, gráfico y algebraico [...]” (ICFES, 2007, p. 23)

- **La modelación, planteamiento y resolución de problemas.**

Esta competencia hace referencia a “[...] la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, traducir la realidad a una estructura matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas [...]” (Ibídem)

- **El razonamiento y la argumentación.**

El fortalecimiento de las competencias argumentativas se constituyen en un objetivo fundamental en la lengua y capacidad de interactuar unos con otros; para el presente trabajo se entiende la competencia argumentativa es entendida como el conjunto de subprocesos mediante los cuales se exponen las razones para justificar determinados razonamientos o procedimientos matemáticos; esto exige razonamiento lógico y análisis, y establecer relaciones de necesidad y suficiencia, encadenamientos y las consecuencias en determinados procesos de la actividad matemática.

“La enseñanza de la argumentación no supone la adquisición de un conocimiento teórico sino el desarrollo de destrezas discursivas que permitan la interpretación y la producción de argumentaciones adecuadas a las situaciones de comunicación.” (Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas, 2003, p. 42), es decir, no basta con que los estudiantes aprendan bien los conceptos matemáticos si no son competentes para aplicarlos en la vida cotidiana ni para argumentar que, como, cuando, donde y porque los usa; según Perrenoud (2009), citado por Brossard, el desarrollo de la competencia argumentativa requiere que el trabajo del estudiante no sea individual sino entre pares, esto porque ciertos conocimientos no sirven de nada si no se movilizan de cara a un interlocutor y se construye una estrategia argumentativa eficaz, adaptada al contenido, al momento y al destinatario

El Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas considera que la competencia argumentativa supone que el estudiante sea apto para:

- Desarrollar habilidades de expresión de ideas matemáticas y escuchar los puntos de vista de los demás.
- Razonar frente a situaciones problemáticas familiares, escolares y sociales, pensar en forma diferente a los demás y percibir las ambivalencias y contradicciones que existen en su discurso y en el de los demás.

- Sostener sus puntos de vista e ideas matemáticas, y justificarlos sin escapar de la confrontación.

El ICFES (2007), además, relaciona con la competencia argumentativa acciones como:

- Dar cuenta del cómo y por qué de los procedimientos empleados en determinadas situaciones.
- Formular hipótesis, ejemplos y contraejemplos, probar y estructurar argumentos.
- Identificar patrones, expresarlos matemáticamente y plantear preguntas.
- Distinguir entre una prueba matemática y otros tipos de razonamiento.

Estas características se establecerán como categorías para sistematizar y analizar el desarrollo de las situaciones didácticas del grupo que se interviene.

5.1.3. Unidad Didáctica

Podemos definir unidad didáctica como “[...] una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad [...]” (Escamilla, 1993, 39); en este sentido el maestro debe considerar las condiciones de los estudiantes y su entorno para plantear solución a las preguntas qué, por qué, cómo, con qué, cuándo y dónde enseñar y evaluar.

Por lo anterior, una unidad didáctica hace referencia a una planificación secuencialmente lógica en la que deben precisarse los contenidos, objetivos, metodologías, mediadores y organización de los tiempos y espacios para que el estudiante aprenda determinados conceptos.

Según Enrique Diez (2004), los elementos que constituyen una unidad didáctica son:

- Descripción de la unidad didáctica, en la que se indica el nombre de la misma y el tema a trabajar en ella, además de los conocimientos que el estudiante debe tener claros para abordarla. Es importante, en este apartado, hacer mención de la duración de la unidad didáctica.
- Los objetivos didácticos establecen lo que se pretende lograr en los estudiantes con el desarrollo de la unidad didáctica a nivel conceptual, procedimental y actitudinal.

- Contenidos de aprendizaje. Deben hacerse explícitos cada uno de los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales que se abordaran en la unidad didáctica
- Secuencia de actividades, que interrelacione cada una de las actividades incluidas en la unidad didáctica; la secuencia, más que una suma indiscriminada de actividades, hace referencia al paso de una actividad a otra de acuerdo a los objetivos planteados. Es importante rescatar que esta secuencia debe atender a las necesidades de los alumnos en el aula.
- Recursos materiales, que responden a todos los mediadores que se incluyen para el desarrollo de la unidad didáctica y que le permiten al estudiante acercarse al conocimiento de forma concreta.
- Organización del tiempo y del espacio. Deben especificarse la duración de cada una de las actividades incluidas en la unidad didáctica, así como la organización del espacio que se requiera para su desarrollo.
- Evaluación. Existen instrumentos y actividades que le permiten al docente valorar el desarrollo que cada estudiante hace de la unidad didáctica, estos instrumentos y

actividades deben ser expuestas de manera explícita junto con los criterios e indicadores de valoración de los aspectos incluidos. Es importante mencionar que los procesos de autoevaluación que puedan proponerse en el aula no son ajenos de la evaluación que pueda hacerse de una unidad didáctica.

5.1.4. Situación Didáctica

Para comprender el concepto de situación didáctica propuesto por Brousseau es pertinente retomar la concepción de situación y medio; de esta manera, “una situación es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado” (Brousseau, 2007, p. 17), este modelo está determinado por las decisiones que toma el estudiante de acuerdo a las concepciones previas que tenga; el medio es “un sistema autónomo y antagonista del sujeto”, autónomo porque el estudiante no interviene para modificarlo y antagónico porque se opone a la estabilidad intelectual del estudiante.

La definición de situación permite al docente manipular su contexto y el del estudiante a fin de determinar situaciones que lleven al estudiante a la adquisición de conocimiento; esto es, las situaciones posibilitan que el estudiante establezca relaciones con su entorno, de manera que este entorno se constituya en una herramienta para el docente y sus prácticas de enseñanza.

Es importante también definir lo que es situación adidáctica y situación fundamental; las situaciones fundamentales hacen referencia al conjunto de situaciones que se caracterizan por posibilitar al estudiante el aprendizaje de un concepto, y porque, sin la intervención del docente el estudiante siente la necesidad de aprender. Las situaciones adidacticas son el conjunto de actividades o problemas que el docente elige y adapta para ser desarrolladas por los estudiantes; en estas, lo aprendido se puede aplicar sólo a un contexto de enseñanza bajo las indicaciones que intencionalmente el docente propone desarrollar. (Brousseau, 2007)

Una situación didáctica es la actividad que el docente elige o estructura (situación adidáctica) y que involucra al estudiante en un juego de interacción con su medio; esta se justifica porque “el aprendizaje se logra por medio de una adaptación del sujeto que aprende al medio creado por esta situación” (Brousseau, 2007, p. 18) y porque los conocimientos se manifiestan como instrumentos de control de la misma situación. la situación didáctica se guía por tres momentos (Brousseau, 2007):

- La situación de acción confronta a los estudiantes a tomar decisiones a priori, sin examinar de forma estructural los conceptos, las decisiones que se toman allí no son elaboradas.
- La situación de formulación convoca a los estudiantes a estructurar sus ideas, de manera que se dé explicación a aquello que en un principio resulto no valido.

- La situación de validación, como su nombre lo indica, comprueban si las ideas o explicaciones planteadas en las situaciones de formulación son válidas o no.

Durante estos momentos, los argumentos que se dan durante el dialogo toman vital importancia en cuanto al intercambio de ideas, formulación y validación de conocimiento, y el manejo de la sintaxis y vocabulario adecuado; se convoca al estudiante a comunicar a sus compañeros las ideas con que actúa sobre la situación didáctica, esta comunicación “está sometida a dos tipos de retroacciones: una inmediata, por parte de sus compañeros, la comprenden o no (la comparten o no), y una mediata, por parte del medio, cuando, en caso de ser aplicada en una partida concreta.” (Brousseau, 2007, p. 22). Por tanto, la construcción de conceptos por medio del desarrollo de situaciones didácticas corresponderá a la capacidad del sujeto para retomar cada una de sus acciones y llevarlas a un sistema lingüístico de comunicación.

5.1.5. Mediadores Físicos

En el presente proyecto de aula se emplea el término mediador físico para hacer referencia a cada uno de los instrumentos que sirven de herramienta al profesor en sus prácticas de enseñanza y le facilitan al estudiante la construcción de conceptos geométricos. Según las publicaciones de Alsina, Burgués y Fortuny, de acuerdo al interés didáctico - matemático de los instrumentos, los

mediadores físicos pueden clasificarse de muchas maneras diferentes, por sus funciones pueden clasificarse así:

- Materiales dedicados a la comunicación audiovisual, tales como el tablero, las diapositivas, el cine, el video beam, los audios y vídeos, etc., posibilitan la exhibición de materiales que pueden ser eminentemente didácticos: dibujos hechos con tiza, transparencias superpuestas, diapositivas, películas animadas, montajes de vídeo, sonidos, explicaciones.
- Materiales para dibujar. Son todos aquellos que sirven para realizar dibujos geométricos, comprender algunas propiedades de conceptos geométricos y para resolver problemas de forma gráfica, entre ellos están la regla, el compás, la escuadra y el goniómetro.
- Materiales para hacer medidas directas o indirectas. Los materiales para hacer medidas directas tienen la finalidad de hacer medidas de longitudes, ángulos, tales como las reglas graduadas, goniómetros, escuadras, etc; para realizar medidas indirectas se emplean técnicas que justifican la validez del resultado.
- Materiales que son modelos, tales como poliedros, polígonos, mosaicos, superficies, curvas, etc., cuya construcción se puede constituir en una actividad interesante para concretar conceptos y profundizar en propiedades.

- Materiales para el descubrimiento de conceptos, hacen referencia a aquellos instrumentos que posibilitan la construcción de conceptos por parte del estudiante, por ejemplo, el pentómino, el geoplano, el cubo de soma, el cubo de Rubik, entre otros.
- Materiales para resolver problemas, tales como rompecabezas, piezas de mosaicos, el doblado de papel, multifichas, multicubos, etc.
- Materiales para mostrar aplicaciones de conceptos, corresponden a software y algunos de ellos son Poly Pro, Geogebra, Descartes, Cabry.

La elección de los mediadores físicos para el desarrollo y construcción de conceptos debe hacerse de acuerdo a los objetivos del proyecto, las habilidades e intereses de los estudiantes, el nivel de participación que ellos tienen, la capacitación que el docente tiene del uso de estos instrumentos y las condiciones físico - temporales dentro del aula.

5.1.6. Aprendizaje Cooperativo

Tradicionalmente se ha referido al termino trabajo en grupo para hablar de una actividad realizada por un colectivo de personas que pretenden alcanzar unos objetivos comunes (Johnson, D. Johnson, R. y Holubec, E, 1999); el trabajo en grupo implica que haya cooperacion entre los integrantes del mismo, y que los últimos procuren obtener resultados positivos tanto para los

intereses individuales como para los intereses comunes del grupo. Una de las modalidades del trabajo en equipo es el aprendizaje cooperativo retomado en este trabajo desde la misma definición que se atribuye al término cooperación, considerado como un principio pedagógico “ligado al compromiso de la escuela y abierto a la realidad social” (Cerdea, 2001, p. 31). El aprendizaje cooperativo permite que el estudiante forme un espíritu democrático útil, tanto para sus producciones académicas como para su vida extraescolar.

El aprendizaje cooperativo es entendido, por algunos autores, como “una estrategia de gestión de aula que privilegia la organización del alumnado en grupos heterogéneos para la realización de tareas y actividades de aprendizaje en el aula” (Cerdea, 2001, p. 81), sin dejar de lado que constituye un marco ideal para que los estudiantes aprendan a convivir, dialogar y ser solidarios. El aprendizaje cooperativo constituye un elemento imprescindible para fortalecer las competencias comunicativas y argumentativas en las que se hace necesario el diálogo entre pares y la confrontación de ideas para la construcción de conocimientos. Tal como lo expresa Spencer Kagan (1990):

El aprendizaje cooperativo es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes no solamente trabajen juntos sino que aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el del grupo. Posibilita el aprendizaje a través de la discusión y resolución de problemas, de compartir sus habilidades sociales y comunicativas (Citado por Cerdea 2001, p. 81)

Las discusiones generadas al interior de los equipos de trabajo de los estudiantes deben ser dirigidas y retroalimentadas por el maestro, él es el único encargado de que cada uno de los estudiantes interactúen con sus compañeros de trabajo para la construcción de conocimientos, de manera que la conformación de equipos de trabajo no se convierta en una suma de personas sino que sea un mecanismo para agilizar el aprendizaje de todos los estudiantes y desarrollar de forma integral todas sus capacidades.

Algunas de las ventajas del aprendizaje cooperativo expuestas por Hugo Cerda (2001) son:

- Favorece la integración de todos los estudiantes del grupo, propiciando relaciones más positivas entre los estudiantes, en tanto se pasa de una mirada competitiva en la adquisición de conocimientos a una mirada cooperativa.
- Aumenta el rendimiento en el proceso de aprendizaje, al pasar de realizar tareas estrictamente individuales a tareas compartidas que permiten la interacción y complementación de ideas entre pares.
- Amplia el campo de experiencia del alumnado y aumenta sus capacidades comunicativas, en tanto exige la escucha y la exposición de ideas entre pares sin que los integrantes del grupo escapen de la confrontación de sus ideas.

5.1.7. Autoevaluación²

Se entiende por autoevaluación al proceso de reflexión que realizan los estudiantes frente a su propio desempeño académico; con éste los estudiantes pretenden valorar, analizar, argumentar y reflexionar sobre su proceso de aprendizaje. Como tal se constituye en un instrumento que permite atender y respetar la individualidad de cada estudiante.

La autoevaluación permite que los estudiantes se conviertan en miembros activos de su proceso de aprendizaje; a medida que los estudiantes reflexionan sobre lo que han aprendido y de qué manera lo han hecho, desarrollan herramientas que les permite convertirse en personas más eficaces.

La autoevaluación es la estrategia por excelencia para educar en la responsabilidad y para aprender a valorar, criticar y a reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje individual realizado por el estudiante (Calatayud, 2002; 1999). Los principales objetivos de la autoevaluación son:

- Permitir que el docente conozca la valoración que cada estudiante hace de su proceso aprendizaje.

² Estas consideraciones se hacen en base a las notas de clase tomadas en el curso Integración Didáctica V, con la docente Luz Hilduara Velásquez

- Inducir al estudiante a analizar sobre sí y a desarrollar su capacidad de autorregulación.
- Atender a la diversidad de los estudiantes, afrontando sus intereses, necesidades y ritmos de aprendizaje.
- Potenciar en el estudiante autonomía, autodisciplina y autodirección.

La autoevaluación puede tomar diferentes formas, se puede hacer a lo largo de un periodo académico o al finalizar el mismo; en el presente proyecto de aula, la autoevaluación es continua, se realiza al finalizar cada sesión académica, de manera que los docentes practicantes lean las observaciones y reflexiones de los estudiantes y sirvan estas para retroalimentar las prácticas de enseñanza que el docente tiene en el aula.

5.2. Marco Metodológico

5.2.1. Investigación Acción Participativa

El presente proyecto de aula se inscribe bajo una investigación de tipo cualitativo, es decir, es de carácter social estrechamente relacionado con la interpretación de las realidades humanas de

los participantes; se caracteriza por evaluar los contextos e identificar las características y necesidades del grupo a intervenir, empleando elementos como observaciones, entrevistas, cuestionarios.

La comunidad y a la problemática que se plantará más adelante, permiten que se realice la investigación con la metodología acción participativa, la cual permite que la comunidad participe activamente con el investigador en el análisis de la realidad y en las acciones concretas para modificarla.

Para definir de forma más detallada la investigación acción participativa, es conveniente retomar el termino participación; al respecto, Cerda (2008) plantea que con el termino participar se hace referencia a “tomar” o “tener parte en algo”, y se asocia a acciones como cooperar, colaborar, entrar, intervenir; con esto, desde el punto de vista metodológico, la investigación acción participativa difiere de la denominada investigación tradicional y demás metodologías cualitativas al construir estrategias de intervención desde las necesidades de la comunidad a investigar y con la participación de la misma, con el objetivo de transformar la realidad situacional de la comunidad; en el caso de la presente investigación se pretende transformar las prácticas de enseñanza y aprendizaje para el área de geometría.

A juicio de Carr y Kemis (Citado por Cerda, 2008), las condiciones mínimas para que exista una investigación acción participativa son:

- Que el proceso de investigación acción surja de necesidades de carácter práctico que sean identificadas tanto profesores como estudiantes.
- Que el proyecto integre a profesores y estudiantes como un equipo, exigiéndoles compromiso y participación responsable.
- Que se realice un diario del proyecto de investigación en el cual puedan registrarse los lenguajes, actividades, relaciones y participación del grupo.
- Que el grupo siga un proceso cíclico de acción – reflexión, esto es, planear, actuar, observar y reflexionar.

Los rasgos más comunes de la investigación acción participativa, según Guillermo Briones citado por Cerda, son:

- Es una investigación que pretende buscar soluciones a problemas que una determinada comunidad experimenta en su vida diaria.

- En ella participan investigadores y personas que son directamente afectadas por los problemas a investigar.
- Durante la investigación se busca definir los problemas así como las estrategias para solucionarlos
- Los problemas y las estrategias para solucionarlos, se hacen dentro de las prácticas sociales y cotidianas de la comunidad a investigar.

En un proceso de investigación acción participativa es posible destacar las dimensiones diagnóstica y transformadora; estas dimensiones pueden establecerse en cuatro pasos. El primer paso es diagnosticar y descubrir la problemática o necesidades de una comunidad, el segundo es la elaboración de un plan que permita superar las necesidades encontradas, el tercer paso es poner en plan el plan y hacer observación de él, y el cuarto paso es reflexionar, interpretar los resultados de la ejecución del plan. Los instrumentos que permitirán recolectar las observaciones realizadas durante el proceso de investigación se definen más adelante.

5.2.2. Proyecto de Aula

Para definir Proyecto de Aula se debe retomar la concepción que actualmente se tiene de aula y de proyecto.

El aula o salón de clases, “[...] no sólo es el escenario físico donde se efectúa el trabajo pedagógico de la escuela, sino fundamentalmente es un ámbito socio-afectivo donde se produce el encuentro y la interacción entre los dos protagonistas del proceso educativo [...]” (Cerde, 2001, p. 13), concepción que ha trascendido la posición tradicional, en tanto ya no se concibe como el espacio limitado por cuatro paredes y constituido solo por materiales físicos como el tablero y un grupo de escritorios, sino que involucra sujetos y estados en los que interactúan estudiantes y maestros en sus procesos de enseñanza y aprendizaje, siendo de esta manera el eje alrededor del que se construye el producto institucional.

Autores como Cazden, Coll y otros (citados por Cerda, 2001, p.23), destacan cinco fenómenos característicos del aula:

- Los procesos de interacción, que permiten concebir la enseñanza como un proceso comunicativo y formativo que se caracteriza por la bidireccionalidad y reciprocidad entre el docente y el estudiante.

- El entorno físico y espacial en el aula, como espacio que se convierte en un entorno simbólico para el estudiante
- El clima y el ámbito socioemocional, como producto de los procesos de interacción y de elementos como los sistemas de creencias, valores y estructuras socio-afectivas del grupo.
- Los procesos de enseñanza y aprendizaje. Los roles del maestro y del estudiante no se constituyen en un emisor y un receptor del conocimiento, respectivamente, sino que le permite al estudiante interactuar con el saber y el docente, y ser partícipe de las decisiones que se tomen durante los procesos.
- Las subculturas propias del aula y de la escuela representan estilos de ser, hacer y pensar propios de los agentes que participan en las relaciones escolares, esto genera, incluso, lenguajes que son empleados entre el estudiante y el docente de forma diferente a como se emplea entre los mismos estudiantes.

El proyecto es un instrumento en el que se manifiesta de forma escrita, el diseño de una estrategia que intente construir o modificar algo, “se acepta que cualquiera que sea la modalidad o los propósitos de un proyecto, sus funciones son la de prever, orientar y preparar el camino para alcanzar un propósito o un resultado determinado [...]” (Cerdeña, 2001, p. 50). El propósito es planteado de acuerdo a las necesidades que se encuentren en la comunidad que intervienen en el proyecto y que se desean superar.

Se considera que cada proyecto, por su origen, desarrollo y producto final, es tanto ideal como material: ideal porque en su desarrollo plasma de manera explícita las ideas, intereses y necesidades de los agentes que en él participan; material porque esta manifestación se recoge y sistematiza en un documento diseñado para poner en práctica y evaluar (Valverde 2005). Esta doble constitución del proyecto y su finalidad exige que los agentes que diseñan el proyecto establezcan puentes entre la problemática existente, las herramientas que se tienen y lo que se quiere lograr, de tal manera que el proyecto adquiriera validez como instrumento facilitador de construcciones y cambios, sociales y conceptuales.

El proyecto de aula puede definirse como una estrategia que vincula actores como docentes y estudiantes para dirigir los procesos de enseñanza y aprendizaje que se llevan a cabo en el aula. El proyecto de aula:

Para algunos autores, es un conjunto de actividades que combinando recursos humanos, materiales, financieros y técnicos, se realizan con el propósito de apoyar, complementar y ampliar los programas y el currículo de una clase o de un curso. Para otros, es un instrumento de planificación didáctica del aula y un factor de integración que articula los componentes curriculares de un aula y utiliza la investigación como un medio de indagación y búsqueda (Cerda, 2001, p.52)

Según Cerda (2001), el proyecto de aula también puede considerarse como un plan de acción fundamentado que se lleva a cabo en el aula y en los procesos de enseñanza y

aprendizaje, cuyo propósito, en ocasiones, es romper con la rigidez de los currículos adaptándolo a las necesidades cambiantes del medio que rodea a los estudiantes, además de integrarlos estudiantes con metodologías de aprendizaje cooperativo que les despierte interés en los procesos de construcción de conocimientos e investigación.

Los aspectos y funciones más importantes de un proyecto de aula, según Cerda (2001) son:

- Permitir la integración de los aprendizajes, dado que en su desarrollo y aplicación se encuentran inmersos el aprender a ser, aprender a conocer, aprender a convivir y aprender a hacer.
- Permitir la participación de estudiantes y comunidad en general en su construcción.
- Contextualizar y adaptar sus propósitos a las necesidades de los estudiantes y comunidad educativa en general.
- Integrar otras áreas de conocimiento, es decir, es interdisciplinario.
- Establecer metodologías de enseñanza y actividades que permiten una adecuada intervención pedagógica.
- Evaluar el proceso de los actores de forma continua

- Permitir el desarrollo de las habilidades comunicativas de los estudiantes tales como: leer, escribir, hablar y escuchar.
- Promover capacidad investigativa tanto en estudiantes como en docentes.
- Realizar adaptaciones curriculares, incluyendo nuevos contenidos, metodologías.
- Su duración depende de los intereses de sus actores.

Así, el trabajo por proyectos de aula, se convierte en una estrategia para responsabilizar a los estudiantes de su proceso de formación al convocarlos en el planteamiento de problemáticas que le envuelven en su entorno y estrategias que le permitan superarlas; posibilita que en el aula se fomenten espacios de interdisciplinariedad donde el conocimiento que se estudia no tiene una esencia estática y rígida sino que dialoga con otras áreas del conocimiento.

Los pasos que propone Cerda (2001) para estructurar un proyecto de aula son:

- El diagnóstico preliminar es un instrumento que permite juzgar los acontecimientos del aula sobre la base de informaciones, datos y hechos recogidos y sistematizados. El diagnóstico define la naturaleza y magnitud de las necesidades de la comunidad que intervienen en el proyecto y predice sobre ello para diseñar y planear el proyecto de aula.

- Descripción de la realidad situacional, hace referencia al resultado del conocimiento que se tienen del entorno de la comunidad que intervienen en el proyecto, así como de los propósitos que orientan la estrategia a utilizar.
- Fundamentación y justificación, responde al por qué y para qué se realiza el proyecto de aula; el docente debe tener claros los criterios y razones que justifican la realización de un proyecto.
- Objetivos y propósitos del proyecto, son los puntos de mira del proyecto, es decir, lo que determina el qué se debe hacer, para qué se hace y qué se espera obtener
- La definición y caracterización de la comunidad objeto del proyecto constituyen el marco referencial del proyecto de aula, incluye aspectos geográficos, económicos, culturales, sociales y familiares
- La planeación de la fase operativa se compone de la planificación o cronograma de las actividades a desarrollar en el proyecto de aula, además de la selección y organización de las actividades de evaluación.
- La metodología, los medios y los procedimientos responden al cómo y con qué desarrollar el proyecto, constituyen el proceso que se plantea y sigue para alcanzar los objetivos.

- La evaluación es un proceso continuo que pretende valorar e identificar los elementos que afectan de forma negativa o positiva el desarrollo de las estrategias incluidas en el proyecto

5.2.3. Instrumentos de Recolección de Datos

Los instrumentos que más se utilizan para la recolección de datos son la observación, la investigación documental, la entrevista, el cuestionario y las encuestas, en el presente proyecto se emplean son: la observación participante, el cuestionario y la encuesta.

5.2.3.1. Encuesta

La encuesta es entendida en este proyecto como el instrumento mediante el que se puede obtener información de una población “masiva” en un mismo aspecto; es decir, permite caracterizar una población en la que de forma directa se ha indagado a cada persona por un mismo aspecto. La encuesta se emplea principalmente porque la información que se desea no puede obtenerse por simple observación si no es por consulta masiva (Cerdeza, 2008).

Las encuestas pueden ser abiertas o cerradas, descriptivas, explicativas, seccionales o longitudinales; las encuestas abiertas son aquellas en las que el encuestado puede proporcionar información libre, espontánea y subjetiva, mientras que las cerradas “invitan a responder en forma breve y específica las preguntas formuladas” (Cerdea, 2008, p.278), es un por esto que el proyecto de aula emplea encuestas cerradas para la recolección de información. Las encuestas explicativas, buscan explicar la ocurrencia de un fenómeno, las encuestas seccionales buscan estudiar los objetivos de una población en un momento determinado y las encuestas longitudinales se emplean para investigaciones de larga duración; las encuestas descriptivas tienen como propósito “caracterizar un fenómeno o situación concreta, indicando sus rasgos mas particulares o diferenciadores, pero a nivel masivo o en un colectivo determinado” (cerda, 2008, p.278), por esto en el presente proyecto, además de las encuestas cerradas se emplean encuestas descriptivas, en este caso el fenómeno o situación concreta serán las características sociales, culturales, académicas y familiares de las estudiantes.

5.2.3.2. Observación Participante

La observación es una técnica que permite conocer directamente la realidad objetiva que se desea investigar, como no existen intermediarios entre el observador y la realidad se eliminan las deformaciones subjetivas que puedan hacerse de la realidad. Los investigadores del presente proyecto realizan observaciones con el fin de caracterizar la población que será intervenida y la problemática que en ella existe.

La observación participante, tomada como elemento de recolección de datos en el presente proyecto, hace referencia a aquella observación que se realiza con el fin de “conocer la vida de un grupo desde el interior del grupo” (Cerdea, 2008, p. 244), es decir, el observador se integra y hace parte de la población que se interviene en la investigación; esta observación puede ser natural o artificial e individual o grupal, es natural cuando el observador pertenece al grupo que se observa, artificial cuando el investigador se integra a la población con el fin de observarla, individual cuando solamente el investigador hace la observación y grupal cuando es efectuada por más de una persona. La observación realizada en el presente proyecto es artificial y grupal, dado que los investigadores se integran a la comunidad del colegio para facilitar la recolección de datos y cada uno de ellos la observa para establecer relación entre las formas diferentes en que cada uno observa los aspectos establecidos.

La observación participante requiere instrumentos que registren los hechos, algunos de ellos son: el diario de campo, el cuaderno de notas, los cuadros de trabajo, los mapas, los dispositivos mecánicos de registro; en la presente investigación se ha empleado el diario de campo, el cual es entendido como “una narración minuciosa y periódica de las experiencias vividas y los hechos observados por el investigador” (Cerdea, 2008, p. 249), como narración de los hechos debe eliminar todos los comentarios y análisis que se realicen de lo observado.

5.2.3.3. Cuestionario

El cuestionario ha tomado tres significados diferentes: interrogatorio formal, conjunto de preguntas y respuestas escritas, y como guía de entrevista (Cerda, 2008). Como interrogatorio formal se refiere a un conjunto de preguntas sin un orden determinado, en el segundo caso, como su nombre lo indica, es un conjunto de preguntas escritas que deben ser respondidas también de forma escrita, y como guía de una entrevista se refiere a una guía o programa para una entrevista o encuesta. En la presente investigación se ha empleado el cuestionario como conjunto de preguntas y respuestas para establecer el grado de conocimiento de las estudiantes frente a determinados conceptos expuestos en su plan de área de geometría; por tanto se emplean preguntas abiertas y operativas cuyo contenido responde a las exigencias determinadas por los objetivos iniciales de la investigación tal como lo es el planteamiento de la problemática de investigación.

Dado que un cuestionario, más que una suma indiscriminada de preguntas, es una estructura caracterizada, sus componentes, las preguntas, deben ordenarse de acuerdo a criterios lógicos y metodológicos concretos (Cerda, 2008). El presente proyecto de aula ordena las preguntas de los cuestionarios elaborados de lo general a lo particular, esto es, “una relación que nos señala un desarrollo que va de unas características que le son propias de muchos objetos singulares” (Cerda, 2008, p.324)

6. DISEÑO METODOLÓGICO

Se elige el Colegio María Auxiliadora del municipio de La Ceja para realizar la práctica pedagógica en el área de geometría; siendo cinco los integrantes de este grupo de práctica, cuatro de ellos acompañan las clases de geometría en los grados sexto a noveno, y un quinto complementa las actividades desarrolladas en dichos grados.

Durante el semestre 2011-2 se hizo un proceso de observación de las prácticas en el aula, del docente y las estudiantes durante las clases de matemáticas, y del material bibliográfico o texto guía utilizado por el docente para el área de geometría, además de un proceso de intervención en las clases de geometría bajo los contenidos expuestos en el plan de área del colegio.

Se selecciona el grado noveno (2012) conformado por 21 estudiantes como población a intervenir en el proyecto, cuyas edades oscilan entre los 14 y 15 años.

El diseño y ejecución de la propuesta se enmarca bajo la definición de proyecto de aula que realiza Hugo Cerda Gutiérrez que se inscribe bajo la metodología de investigación acción participación.

6.1. Etapas de La Investigación

La elaboración y ejecución del presente proyecto se desarrolla en tres etapas, cada una de ellas se describe a continuación:

6.1.1. Etapa 1. Diagnóstico y Delimitación del Problema. (Semestre 2011-2)

Con el fin de recolectar información que permita examinar las condiciones en las que se encuentra la población que será intervenida, se realizan las siguientes acciones:

- Observación de las clases de matemáticas y geometría

Los cinco integrantes del grupo de práctica asisten a las clases de matemáticas y geometría como observadores, sin intervenir en los procesos de enseñanza y aprendizaje que se dan en el aula; en estas observaciones se tienen en cuenta aspectos como: la participación de las estudiantes en las clases y la metodología empleada por la docente.

(Anexo 1)

- Encuesta a docentes

Se encuesta la docente cooperadora, el día 29 septiembre de 2011, por la metodología empleada dentro de sus clases de geometría, qué tan pertinente es la enseñanza de la

misma, el papel de las estudiantes como agentes participativos en su proceso de aprendizaje y el uso de material didáctico. (Anexo 3)

- Revisión del material didáctico

En compañía de la docente cooperadora, el día 30 de septiembre de 2011, se indaga por la existencia y condiciones del material didáctico de la institución, además, la disponibilidad del mismo y quiénes tienen acceso a él. (Anexo 5)

- Encuesta a directivos

Se encuesta a la rectora y coordinadora, el día 7 de octubre de 2011, con el fin de conocer aspectos del colegio tales como la misión, visión y política de calidad, la población que acoge, jornada en la que trabaja el colegio, nivel obtenido en las pruebas ICFES, además de la concepción que tienen del aprendizaje de la geometría y la importancia que le dan al mismo dentro de la intensidad horaria que le asignan. (Anexo 7)

- Encuesta a estudiantes

Se realiza una encuesta a 25 estudiantes del grado octavo el día 8 de noviembre de 2011, en la que se indaga por aspectos personales, familiares, sociales, económicos y culturales, además, por la opinión frente a las metodologías empleadas por la docente de geometría y por la importancia que tiene el aprendizaje de la misma. (Anexo 9)

- Revisión del plan de área del colegio

Se realiza lectura del plan de área y el modelo pedagógico del colegio, se analiza la importancia que se otorga a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, la intensidad horaria y los contenidos que se ofrecen a las estudiantes por cada grado. (Anexo 11)

- Revisión del material bibliográfico

Se revisa el material del bibliobanco que es empleado por la docente y las estudiantes para la enseñanza de las matemáticas y la geometría, y el texto guía que sugiere el colegio. Tal revisión atiende a contrastar la compatibilidad que tienen los contenidos allí expuestos con los del plan de área. (Anexo 13)

- Prueba diagnóstica de selección múltiple

De acuerdo a lo expuesto en el plan de área, el día 9 de noviembre se aplica una prueba diagnóstica al grado octavo con el fin de establecer un punto de partida para la ejecución del proyecto y delimitar la formulación del problema que constituye el mismo (Anexo 15).

- Prueba del teorema de Pitágoras

El día 11 de noviembre de 2011, se aplica una prueba de cinco preguntas abiertas del Teorema de Pitágoras con el fin de establecer un punto de partida para el proyecto a ejecutar. En esta prueba se propone verificar y argumentar por qué una terna es pitagórica, también se plantean situaciones en la que se debe aplicar el teorema para determinar la solución. (Anexo 17)

Las observaciones realizadas, encuestas y pruebas aplicadas ayudan a modificar el plan de área de geometría del colegio en los grados sexto a noveno, tal replanteamiento obedece a cambiar la concepción de conocimiento geométrico que tienen tanto la docente como las estudiantes; nos lleva, además, a diseñar un proyecto de aula que favorezca un aprendizaje significativo del teorema de Pitágoras, fortaleciendo la competencia argumentativa y fomentando procesos de autoevaluación en las estudiantes del grado noveno.

Se hace una revisión teórica del concepto de competencias, competencia argumentativa, modelo pedagógico de la institución, evaluación, proyecto de aula y unidades didácticas para fundamentar el proyecto.

6.1.2. Etapa 2. Diseño y Ejecución del Plan de Acción. (Semestre 2012-1)

Durante este semestre se inicia el proceso de intervención en el grado noveno del colegio María Auxiliadora, se asume para esto la asignatura de geometría una hora por semana y el trabajo se realiza de acuerdo a las modificaciones hechas al plan de área del colegio.

Tal intervención es mediada por dos unidades didácticas, la primera unidad didáctica o unidad de aprestamiento, (Anexo 19) desarrollada durante el primer periodo académico del colegio aborda la definición, elementos, clasificación y propiedades de los triángulos. La segunda unidad didáctica, (Anexo 20) desarrollada durante el segundo periodo académico, aborda las demostraciones y aplicaciones del teorema de Pitágoras. Además se elabora un formato de autoevaluación (Anexo 21) para desarrollar con las estudiantes al finalizar cada sesión de geometría.

Los temas incluidos en cada unidad didáctica se proponen trabajar como muestra la siguiente distribución

Periodo	Unidad didáctica	Situación de aprendizaje	Mediador	Horas		
				Desarrollo y evaluación	Reserva	Total
Primero	Triángulos	Elementos, clasificación y propiedades de los triángulos	Regla	9	2	11
			Compás			
Primero	Desigualdad triangular	Desigualdad triangular	Regletas	9	2	11
			Regletas			
Primero	Construcción de triángulos	Construcción de triángulos	Regla	9	2	11
			Compás			
Primero	Construcción de triángulos	Construcción de triángulos	Compás	9	2	11
			Goniómetro			
Primero	Construcción de rectángulos	Construcción de rectángulos	Regla	9	2	11
			Compás			
Primero	Construcción de rectángulos	Construcción de rectángulos	Goniómetro	9	2	11
			Goniómetro			
Segundo	Teorema de Pitágoras	Rompecabezas	Puzzles	9	2	11
		Pitagóricos				
Segundo	Teorema de Pitágoras	Teorema de Pitágoras	Video	9	2	11
		Ternas pitagóricas				
Segundo	Aplicaciones del teorema de Pitágoras	Aplicaciones del teorema de Pitágoras	Geoplano	9	2	11
		Geoplano				

Tabla 1. Distribución de las Unidades Didácticas

Las unidades didácticas que se proponen, fomentan el aprendizaje cooperativo y el uso de mediadores físicos con el fin de generar espacios de discusión entre las estudiantes que fortalezcan su competencia argumentativa. A continuación se describe cada situación de aprendizaje incluida en las unidades didácticas:

- Elementos, clasificación y propiedades de los triángulos

Para esta actividad se dan unas definiciones iniciales de triángulo y de cada uno de sus elementos, así como la forma en que estos últimos se nombran, posteriormente se enuncian los tipos de triángulos de acuerdo a la clasificación hecha por la medida de sus ángulos y de sus lados. En este momento de la unidad didáctica se propone graficar seis triángulos: un triángulo isósceles, un equilátero, un escaleno, un rectángulo, un acutángulo y un obtusángulo en el que las estudiantes deben argumentar los pasos a seguir en su construcción para asegurar que sea un triángulo correspondiente al que se pide. Con estas gráficas, se pretende que las estudiantes descubran las propiedades de los triángulos a partir de las regularidades encontradas en cada figura, tales como: la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180 y al ángulo de mayor amplitud se opone el lado de mayor longitud; estas regularidades se encuentran después de elaborar procedimientos métricos con instrumentos como la regla y el goniómetro, sin embargo, para la primera propiedad descrita se propone un ejercicio de consulta a fin de que las estudiantes encuentren una manera de generalizar sin hacer uso del goniómetro evidenciando que para todo triángulo se cumple la propiedad.

- Desigualdad triangular

Se construyen unas regletas conformadas por cinco pitillos, de longitudes: 3 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm, 11cm, con estas se propone construir, si es posible, triángulos con todas las ternas posibles de conformar con el conjunto de pitillos en cuestión; para esto se proporciona un patrón de combinación en la unidad didáctica. Cada uno de los resultados debe ser consignado en forma gráfica en el cuaderno, y es a partir de estos resultados que se pretende enunciar la desigualdad triangular para todos los triángulos como condición para que una terna pueda formar un triángulo. Esta actividad se propone para realizar las construcciones en los equipos de trabajo y seguidamente construir con todo el grupo el enunciado de la desigualdad triangular.

- Construcción de triángulos

Inicialmente se propone desarrollar una matriz, que combina la clasificación de triángulos de acuerdo a la medida de sus lados con la clasificación de acuerdo a la medida de sus ángulos, graficando cada uno de los nueve triángulos que allí resultan; estos se construyen grupalmente en el tablero, estableciendo condiciones en el procedimiento que permitan hacer la respectiva gráfica y argumentando las razones por las que se pueden graficar unos triángulos y otros no. Se propone además graficar triángulos dadas las ternas de sus longitudes y clasificarlos de acuerdo a las medidas de sus ángulos, para esto es importante recurrir al uso de materiales como la regla y el compás; después de hacer la

clasificación de cada triángulo debe establecerse para cuales se cumple cada una de las siguientes expresiones: $c^2 < a^2 + b^2$, $c^2 = a^2 + b^2$ ó $c^2 > a^2 + b^2$

- Construcción de triángulos rectángulos

Se comienza este espacio de la unidad didáctica describiendo brevemente los elementos de un triángulo rectángulo, tales como la hipotenusa y los catetos; seguidamente se pide identificar, entre un grupo de triángulos, cuáles son triángulos rectángulos. Para esta identificación se han propuesto triángulos en diferentes posiciones a las que convencionalmente se exponen en libros de texto. Después del ejercicio de identificación, las estudiantes deben proponer métodos para graficar triángulos rectángulos en diferentes posiciones, de tal manera que el procedimiento justifique la clasificación de cada figura graficado.

De acuerdo a las propiedades de los triángulos, se propone un espacio para enunciar algunas regularidades en los triángulos rectángulos, como lo son por ejemplo: la suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es 90 y la hipotenusa es el lado de mayor longitud en un triángulo rectángulo.

La unidad didáctica finaliza con la gráfica de triángulos rectángulos dadas las medidas de sus catetos, o la medida de uno de sus catetos y su hipotenusa. Esta actividad se propone resolver en hojas blancas, dado que la cuadrícula inmediatiza el proceso sin dar lugar a la propuesta de procedimientos generales para la construcción de triángulos rectángulos.

- Rompecabezas pitagóricos

La segunda unidad didáctica inicia con la construcción de cuatro rompecabezas pitagóricos conocidos como Puzzle Liu Hui, Ibn Qurra, Bhaskara y Perigal. Para desarrollar esta actividad se han incluido las plantillas de los cuatro rompecabezas en la unidad didáctica, se pretende que las estudiantes recorten las secciones resultantes de las plantillas de cada rompecabezas y establezcan las relaciones entre las áreas de estas secciones, de tal manera que el área de los cuadrados formados sobre cada uno de los catetos de un triángulo rectángulo sea igual al área del cuadrado formado sobre la hipotenusa del mismo triángulo. Partiendo de definiciones geométricas como el área de figuras planas y la inscripción exacta de las dos primeras áreas en la tercera se construye la expresión correspondiente al teorema de Pitágoras.

- Teorema de Pitágoras

El video “*Pitágoras: mucho más que un teorema*”, pertenece a la serie de documentales *UNIVERSO MATEMÁTICO*, en él se presentan algunas demostraciones geométricas del teorema de Pitágoras, incluyendo la propuesta por Euclides en su libro: “*Los elementos*”. Se retoma este video en este espacio de la unidad didáctica para resaltar la importancia del carácter histórico del teorema de Pitágoras y la influencia de los resultados, que de él se derivan, en la cotidianidad de los pueblos. Con este video se invita a las estudiantes a construir la demostración del teorema de Pitágoras presentada por

Euclides y reflexionar en torno a la justificación de los procedimientos de la misma.

Además, la presentación del video permite introducir a la próxima actividad planteada en esta unidad didáctica: las ternas Pitagóricas.

- Ternas pitagóricas

Con la definición de ternas Pitagóricas proporcionada por el video presentado anteriormente al grupo de estudiantes, se propone en esta actividad que las estudiantes verifiquen que las ternas de números utilizadas por el pueblo egipcio, en babilonia y en la india, son ternas Pitagóricas; además que determinen de un conjunto de diez ternas cuáles son pitagóricas y por qué. Luego de este ejercicio de verificación se proponen seis pares de números, correspondientes a los catetos de seis triángulos rectángulos, con estos debe hallarse la hipotenusa correspondiente a cada triángulo; así mismo, se proponen seis pares de números, cada par corresponde a la medida de la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo, con el que debe hallarse el valor del segundo cateto.

- Aplicaciones Del Teorema De Pitágoras

La segunda unidad didáctica finaliza considerando algunas aplicaciones del teorema de Pitágoras, para esto se ha incluido el geoplano como mediador en el desarrollo y solución de las situaciones que se plantean en tal actividad. Inicialmente las estudiantes deben encontrar todos los segmentos posibles de construir en el geoplano, tomando una sección

de 6 x 6 puntillas, y ordenarlos mayor a menor, esto teniendo en cuenta que para diferenciar un segmento de otro han de diferenciarse cada una de sus longitudes. Se propone representar en el geoplano la isla que se describe con coordenadas en la unidad didáctica, con esta construcción ha de interpretarse cada recorrido que debe realizar una familia habitante de la isla en su quehacer cotidiano, luego de esto debe darse solución a cada una de las preguntas planteadas. Para dar solución a cada una de las preguntas planteadas debe comprenderse el concepto de distancia mínima entre dos puntos y aplicarse el teorema de Pitágoras.

6.1.3. Etapa 3. Recolección y Análisis de Resultados. (Semestre 2012-2)

En esta etapa de la investigación se recogen los resultados escritos de las estudiantes tales como las soluciones de las unidades didácticas y las autoevaluaciones de cada sesión, además de los diarios de campo de cada uno de los integrantes del grupo de práctica. Con estos elementos y teniendo en cuenta la definición de competencias y competencia argumentativa que se expone en el marco teórico de este trabajo, así como los objetivos planteados en el mismo, se analiza el proceso de nueve estudiantes del grupo, quienes conforman tres equipos de trabajo con tres integrantes cada uno.

Además de analizar el fortalecimiento de la argumentación en las unidades didácticas, se analizarán el impacto que tuvo la metodología empleada de aprendizaje cooperativo y el proceso de autoevaluación seguido por cada una de las estudiantes.

6.1.3.1. Argumentación en Torno al Desarrollo del Teorema de Pitágoras en las Unidades Didácticas.

Para analizar el proceso de las estudiantes en el fortalecimiento de su competencia argumentativa a través de las unidades didácticas, se ha elaborado un instrumento de sistematización (Anexo 22), en el que se registra cómo fue la descripción y justificación que realizaba cada equipo de trabajo en sus procedimientos, y la coherencia de sus ideas con el

trabajo realizado. Con esto es posible establecer cuáles fueron los alcances de cada equipo de trabajo con respecto a lo que se encontró en el diagnóstico del presente proyecto de aula y lo que se pretendía con la aplicación del mismo.

Al iniciar la intervención en el grado noveno, se encontró con la dificultad que tenían las estudiantes para comunicar y argumentar sus ideas, dado que prevalecía en su momento un aprendizaje de tipo memorístico y repetitivo de acuerdo a lo proporcionado por el docente de geometría del colegio; esto es posible observarlo en resultados como los que presentan las estudiantes al iniciar el desarrollo de las unidades didácticas con el estudio de los elementos de los triángulos, para ello se propone dibujar triángulos arbitrarios, e identificar y nombrar en ellos cuáles son sus vértices, ángulos y lados, algunas de las representaciones hechas por las estudiantes son:

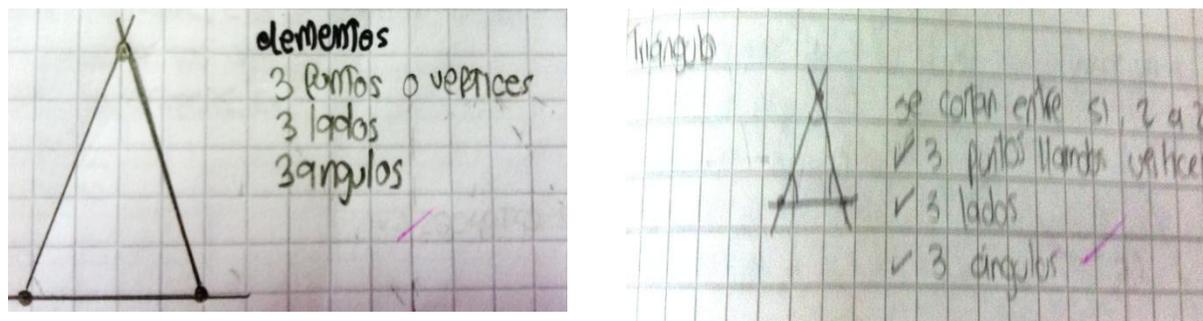


Figura 1. Representación de las Estudiantes de los Elementos del Triángulo

En lo anterior, las estudiantes no comprenden ni establecen relaciones entre el dibujo y los elementos del triángulo, se evidencia la falta de razonamiento y argumentación en el proceso. Sin

embargo, el desarrollo que las estudiantes realizan de las siguientes situaciones didácticas permite ver cómo mejoran la descripción y justificación en sus procedimientos, además de la coherencia que sus ideas van alcanzando cuando se realiza la escritura de ellas.



alcanzando cuando se realiza la

~ **Rectángulo equilátero:** no, porque para ser rectángulo tiene que tener uno de sus ángulos de 90° de esa manera los otros dos ángulos deberían sumar 90° , es decir ninguno de los dos podría ser 90° .

~ **Obtusángulo equilátero:** no ya que un triángulo equilátero tiene todos los ángulos iguales de 60° , por lo tanto no tiene ningún ángulo obtuso que mide más 90° .

Figura 2. Argumentos de las Estudiantes para la Construcción de Triángulos

Al desarrollar la matriz que incluye la clasificación de los triángulos según la amplitud de sus ángulos y la medida de sus lados, las estudiantes argumentan de acuerdo a las construcciones graficas que realizan y a las características de cada triángulo la posibilidad de construir o no ésta figura, se observa que para esto se incluyen justificaciones basadas en las propiedades de los triángulos que en situaciones didácticas anteriores las estudiantes han elaborado. La utilización de mediadores físicos facilita que las estudiantes construyan figuras de acuerdo a sus propiedades; esto les permite justificar y argumentar sus resultados desde el mismo procedimiento realizado con los instrumentos.

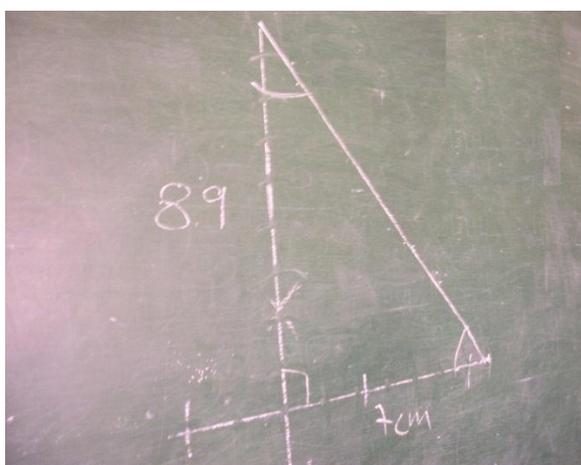
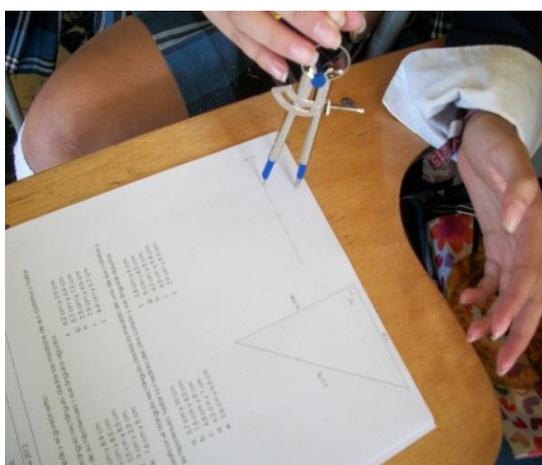
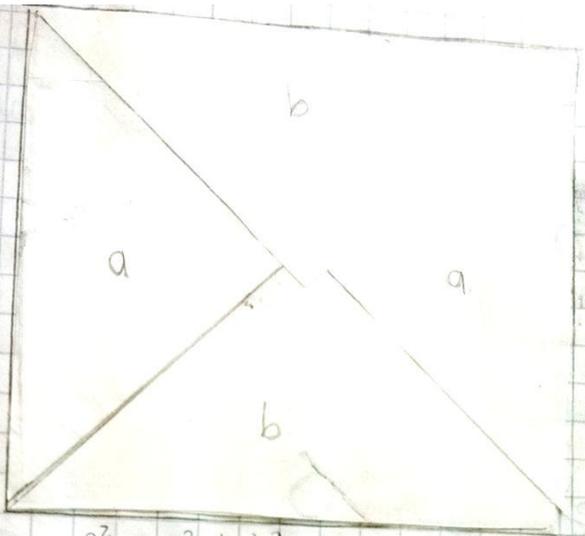


Figura 3. Construcción de Triángulos con Regla y Compás

Al socializar este tipo de procedimientos las estudiantes muestran como el uso de la regla y el compás les permite comprender de manera significativa las propiedades que intervienen en la construcción de triángulos rectángulos, en superficies sin cuadrícula, con el trazo de rectas

perpendiculares; a su vez también les permite comprender que un triángulo rectángulo no necesariamente debe estar apoyado sobre uno de sus catetos.

estos procedimientos desde los conceptos que ellas han construido en situaciones anteriores, además existe coherencia entre el trabajo que realizan y las ideas que se proponen. La aplicación de la propuesta permite ver que se alcanza el objetivo planteado en la presente investigación. Aunque las estudiantes confunden la relación entre algunos conceptos como longitud y área, es posible establecer que mejoran la descripción de cada uno de los procedimientos seguidos y las ideas que plantean en torno a las situaciones didácticas, justifican



$c^2 = a^2 + b^2$

Argumentación: Trabajo realizado sobre Teorema de Pitágoras

Si comenzamos por argumentar el Tema Tratado en la clase podríamos decir que el Teorema de Pitágoras se basa en el análisis de un Triángulo rectángulo conformado por dos catetos y una hipotenusa que en la mayoría de los casos poseen áreas diferentes. En la actividad realizada en clase pudimos observar que las áreas de los catetos y de la hipotenusa tenían una medida diferente de modo que el área de los catetos $a^2 + b^2$ es igual al área de c^2 (hipotenusa). Para comprobar que la siguiente afirmación es verdadera realizamos el siguiente ejercicio de complementación; es decir, unir el área de los catetos a^2 y b^2 para que cubran totalmente el área de c^2 (Hipotenusa). Así podemos darnos cuenta de que la fórmula del

Teorema de Pitágoras ($c^2 = a^2 + b^2$) es real, porque el área de c^2 queda parcialmente cubierta con los otros dos cuadriláteros utilizados.

Podríamos decir que se han usado varias técnicas para dicho ejercicio de complementación:

uno de ellos es la disección del Perrigal que es una de las muchas formas que hace que a^2 y b^2 puedan cubrir el cuadrilátero del área de c^2 . Con las demás técnicas se puede comprobar lo mismo que hemos comprobado después de este proceso de análisis y las mostraciones que hemos realizado.

Figura 4. Argumentos de las Estudiantes para la Aplicación del Teorema de Pitágoras

Las estudiantes mejoran su competencia argumentativa, las razones de sus ideas se justifican con conceptos construidos en el desarrollo de las unidades didácticas y con el uso de mediadores físicos, sus ideas son más coherentes al relacionar las construcciones con los conceptos y propiedades aprendidos. La exposición escrita de sus ideas es más ordenada en tanto se remiten a concepciones previas y a la comprobación de las mismas para justificar la solución de la situación didáctica.

6.1.3.2. Autoevaluación.

Al preguntarle a las estudiantes, en la encuesta, por la concepción de evaluación que tenían de acuerdo a su experiencia con la docente, se encontró que concebían este proceso como algo sumativo de los resultados obtenidos de talleres, tareas y exámenes propuestos en el área, además, que la autoevaluación incluida en la evaluación de cada periodo correspondía a la nota que cada estudiante asignaba a su proceso; las estudiantes tomaban lo anterior como ayuda en el promedio del área.

Iniciando la intervención en el grado noveno, se pretende cambiar la noción que se tiene de la autoevaluación como agente evaluativo y se propone un formato de autoevaluación para ser aplicada al finalizar cada sesión, las estudiantes durante las primeras clases asignan la máxima nota a su proceso durante la clase y responden a cada uno de los ítems propuestos de manera poco expresiva, tal como lo muestran las siguientes imágenes:

The image shows two examples of student self-evaluation forms. Both forms are from the Universidad María Inés de La Cruz and are dated February 22, 2012. Each form has a section for the student's name, the date, and a quantitative score for the current process. The forms then list five aspects to be evaluated, with handwritten responses in green ink.

Form 1 (Left):
 Student: ANA ISABEL PALACIO
 Fecha: 22-02-2012
 Nota cuantitativa de mi proceso hoy: 50
 Aspectos a evaluar:
 1. Mi comportamiento hoy fue: MUY BIEN
 2. El cumplimiento de mis deberes: MUY BIEN
 3. Hoy aprendí que: TODO
 4. Mis aportes para el desarrollo de la clase: BIEN
 5. Mis compromisos son: HACER EL JUEGO

Form 2 (Right):
 Student: Mariana Correa Valencia
 Fecha: 22-02-2012
 Nota cuantitativa de mi proceso hoy: 50
 Aspectos a evaluar:
 1. Mi comportamiento hoy fue: Bueno
 2. El cumplimiento de mis deberes: Bueno
 3. Hoy aprendí que: (blank)
 4. Mis aportes para el desarrollo de la clase: Buenos
 5. Mis compromisos son: Traer la Tarea

Figura 5. Proceso Inicial de Autoevaluación

Sin embargo al avanzar el proceso de autoevaluación las estudiantes toman conciencia de su proceso evaluativo y expresan de forma más detallada su comportamiento, aspectos positivos del desarrollo de la clase, de parte de ellas y de los docentes practicantes:

Forma de Ana Isabel Palacio:

ANA ISABEL PALACIO
 Fecha: 11-04-2012
 Nota cuantitativa de mi proceso hoy: 4.6

Aspectos a evaluar:

1. Mi comportamiento hoy fue
 FUE MUY BUENO, PORQUE ESTUVE MUY JUICIOSA.
 TRABAJE MUY BIEN
2. El cumplimiento de mis deberes
 BUENO
3. Hoy aprendí que
 APRENDÍ QUE LOS ANGULOS INTERNOS DE UN TRIANGULO
 MIDEN 180 GRADOS.
4. Mis aportes para el desarrollo de la clase:
 HOY NO HABLE EN CLASE, NO HICE DESORDEN
5. Mis compromisos son:
 TRAER HECHO EL SIGUIENTE EJERCICIO

Forma de Mariana Correa Valencia:

Mariana Correa Valencia
 Fecha: Abril-11-2012
 Nota cuantitativa de mi proceso hoy: 4.6

Aspectos a evaluar:

1. Mi comportamiento hoy fue
 fue bueno, estube atenta a la clase
2. El cumplimiento de mis deberes
 estoy conectada con la clase, preste atención
 y empecé a desarrollar la actividad
3. Hoy aprendí que
 aprendí que todo triangulo mide 180° y
 como dibujarlo
4. Mis aportes para el desarrollo de la clase:
 ayudar a Laura a dibujar un triangulo
 equilatero
5. Mis compromisos son:
 mis deberes son terminar el ejercicio

Figura 6. Proceso Intermedio de Autoevaluación

Finalizando la intervención en el colegio las estudiantes hacen más explícitas sus metas y propósitos de superación en los formatos de autoevaluación, el desarrollo de este proceso mejora la disciplina y comportamiento al interior del aula, regula y hace más consciente el proceso de formación de las estudiantes, pues ellas se sienten responsables del avance que puedan tener en su formación:

Mariana Correa Valencia
 Fecha: 23-06-2012
 Nota cuantitativa de mi proceso hoy: 4,0

Aspectos a evaluar:

1. Mi comportamiento hoy fue
 Buena, aunque mis compañeras me hicieron reír muchísimo.
2. El cumplimiento de mis deberes
 el tiempo no me alcanzó para hacer toda la actividad
3. Hoy aprendí que
 el teorema de Pitágoras sirve para medir distancias
4. Mis aportes para el desarrollo de la clase:
 tratar las distancias en el geoplano
5. Mis compromisos son:
 tratar de no prestar atención a mis compañeras y no reírme tanto

ANA ISABEL PALACIO
 Fecha: MAYO 23
 Nota cuantitativa de mi proceso hoy: 4,5

Aspectos a evaluar:

1. Mi comportamiento hoy fue
 MUY BUENO, TRAJE SIGUIENDO TODAS LAS INDICACIONES Y NO HABLE NI ME REÍ
2. El cumplimiento de mis deberes
 FUE BUENO, HICE TODO Y NOS ALCANZÓ EL TIEMPO
3. Hoy aprendí que
 APRENDÍ A USAR EL GEOPLANO
4. Mis aportes para el desarrollo de la clase:
 PARTICIPE DICHIENDO QUE LAS DISTANCIAS SE PUEDEN HALLAR CON PITÁGORAS $C^2 = A^2 + B^2$
5. Mis compromisos son:
 SER MEJOR PARA APRENDER CADA DÍA MÁS

Figura 7. Proceso Final de Autoevaluación

6.1.3.3. Aprendizaje Cooperativo.

El trabajo en equipo se propuso para el desarrollo de las unidades didácticas con la finalidad de facilitar el fortalecimiento de la competencia argumentativa, en tanto exige que las estudiantes entablen diálogos, expongan ideas y argumentos que permitan la construcción de conceptos en el área de geometría. Con esta estrategia, las estudiantes se forman en un espíritu solidario y democrático que les permite compartir y complementar sus conocimientos con los de sus compañeras de acuerdo a las necesidades que les genera cada situación didáctica; es decir, los equipos de trabajo adquieren ritmos de aprendizaje que favorecen a cada una de las integrantes.



Figura 8. Distribución del Grupo para el Trabajo en Equipo

Durante el proceso de intervención las estudiantes mejoran la forma de expresar sus ideas y se vuelven más seguras para justificarlas, confrontando y refutando los puntos de vista ajenos, lo que permite que las conclusiones generadas al interior de cada grupo de trabajo sean más significativas. La mesa redonda propuesta para trabajar la construcción de triángulos, convoco a las estudiantes a compartir y complementar cada una de las razones por las cuales era posible graficar o no determinados triángulos.



Figura 9. Mesa Redonda y Socialización de la Construcción de Triángulos

El aprendizaje cooperativo aporta al mejoramiento en el comportamiento de las estudiantes del grupo, se incrementa su motivación por la construcción de conocimientos entre pares, al respecto, una de las estudiantes afirma que el trabajo en equipo es asertivo como metodología de estudio porque “cada una de las compañeras aporta ideas y si una de nosotras no entiende las demás nos explican”.



Figura 10. Trabajo en Equipo para el Aprendizaje Cooperativo

7. CONCLUSIONES

El desarrollo de situaciones didácticas organizadas en unidades didácticas bajo una metodología de aprendizaje cooperativo permite fortalecer la competencia argumentativa y de paso propiciar en las estudiantes la construcción de conceptos, en especial el Teorema de Pitágoras, y un aprendizaje significativo de los mismos. Así, el aprendizaje cooperativo es una estrategia que dinamiza los procesos sociales que se dan en el aula permitiendo la interrelación en los estudiantes que comparten conocimiento al tiempo que fortalecen su competencia argumentativa para convencer y dar razones acerca del saber que se estudia.

El uso de mediadores físicos para el desarrollo de las situaciones didácticas posibilita que las estudiantes expongan y justifiquen sus ideas y procedimientos, acorde a las propiedades de los diferentes conceptos y figuras geométricas.

La evaluación como proceso permite valorar el avance de las estudiantes en cada una de las intervenciones y retroalimentar los procesos de enseñanza que se dan al interior del aula por parte del docente; resignificando el concepto que ellas tienen de evaluación como sumatoria de pruebas acumulativas, talleres y tareas. Con el proceso de autoevaluación las estudiantes adquieren autonomía y compromiso tanto en su formación académica como en su formación personal.

Cuando los contenidos incluidos en el plan de área de geometría responden a una secuencia que va de las formas tridimensionales a las unidimensionales, y se ordenan de acuerdo a las necesidades de las estudiantes y a su entorno, permite que docente y estudiantes reconozcan la importancia de desarrollar el pensamiento espacial.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acevedo M. et al. (2007). Fundamentación Conceptual área de Matemáticas. Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). Santa Fe de Bogotá.

Brousseau, G. (2007) Iniciación Al Estudio de las Situaciones Didácticas. Primera Edición. Buenos Aires: Libros del Zorzal. Trad. Dilma Fregona.

Catalá, C. (1997). ¿Por qué Geometría? Propuestas Didácticas para la ESO. Madrid: Editorial Síntesis.

Cerda, H. (2001). El Proyecto de Aula: El Aula como un Sistema de Investigación y Construcción de Conocimientos. Bogotá. Cooperativa Editorial Magisterio.

Cerda, H. (2008). Los Elementos de la Investigación. Bogotá: El búho Ltda.

Diez, E. (2004). Las Unidades Didácticas. España: Universidad de León. Recuperada el 5 de Abril de 2012 de [<http://www3.unileon.es/dp/ado/ENRIQUE/Didactic/UD.htm>].

Gutiérrez J. et al. (2006). Módulo 4. Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. Medellín Colombia: Artes y Letras Ltda.

INSTITUTO DE ESTUDIOS PEDAGÓGICOS SOMOSAGUAS (2003). Educación para la Ciudadanía, Un Enfoque Basado en el Desarrollo de Competencias Transversales. Madrid España. Narcea S.A.

Johnson, D., Johnson, R. & Holubec, E. (1999) .El Aprendizaje Cooperativo en el Aula. Buenos Aires. Paidós.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1994). Ley 115 de 1994. Ley General de Educación. Santa fe de Bogotá. Colombia.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1998). Lineamientos Curriculares para Matemáticas. Colombia. Santa Fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Revolución Educativa Colombia Aprende.

Valverde, L. (2005). Modulo 2. La Investigación Educativa. Colombia. Corporación Universitaria Lasallista.

ANEXOS

Anexo 1. Formato de Observación de Clases**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA-SECCIONAL ORIENTE****Facultad de Educación****Licenciatura en Matemáticas y Física****Seminario de Práctica Docente I****Formato de observación de clase**

Fecha:

Practicante:

Docente cooperador:

Nº de estudiantes:

Actividades desarrolladas:

Metodología empleada:

Mediadores empleados:

Comportamiento de las estudiantes:

Relación docente – estudiantes:

Evaluación de la clase:

Anexo 2. Análisis de Formatos de Observación Semestre 2011 – 2

Con la aplicación de este formato en cada una de las clases se observaron aspectos relacionados con la metodología, los mediadores empleados, el papel del docente y la actitud de los estudiantes en cada sección.

En general se encuentra que las clases eran de tipo magistral, la docente exponía la teoría y los estudiantes simplemente prestaban atención. El tipo de actividades que se realizaban eran los ejercicios que el texto guía propone y estos la mayoría de los casos se hacían por grupos de 4 o 5 estudiantes. En el desarrollo de las clases no era frecuente la utilización de mediadores físicos, esporádicamente se estudian temáticas que requerían el uso de regla, compas y goniómetro.

Las notas que tenían los estudiantes en cada área (matemáticas y geometría) se recogían de tareas extraclases, talleres, evaluaciones escritas y pruebas acumulativas de periodo.

En cuanto al comportamiento de los estudiantes, se podía apreciar la indisciplina generalizada del grupo y falta de atención, propiciaba que la relación de la docente con los estudiantes fuera débil.

Anexo 3. Encuesta a Docentes**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA-SECCIONAL ORIENTE****Facultad de Educación****Licenciatura en Matemáticas y Física****Seminario de Práctica Docente I****Encuesta a docentes**

La intención de esta encuesta es indagar por las prácticas de enseñanza de la geometría.

- ¿Qué importancia le merece la intensidad horaria que se tiene para el área de geometría?
- ¿Qué concepción tiene usted de la enseñanza de la geometría?
- ¿Cómo considera usted que se debe enseñar esta área?
- Generalmente, ¿Cuál es la metodología que usted emplea para la enseñanza de la geometría?
- ¿Cómo considera que se debe evaluar en esta?
- ¿Qué mediadores didácticos emplea en la enseñanza de la geometría?
- Para usted, ¿Por qué es importante potenciar el pensamiento espacial en las estudiantes?

Anexo 4. Análisis de la Encuesta a Docente

Se aplica una encuesta a la docente del área de geometría de los grados sexto a noveno en que se indaga por la intensidad horaria de geometría, a la cual en el plan de área se encuentra que el tiempo asignado es de una hora semanal, aunque esta no es suficiente para abordar los contenidos del área, es equitativa con los contenidos del área de matemáticas y estadística.

Al preguntar por la concepción de la enseñanza de la geometría se da importancia a dicha área en la formación de las estudiantes puesto que esta tiene una importancia en pruebas como SABER e ICFES, además que es necesario el conocimiento de algunas fórmulas geométricas relacionadas con área, perímetro y volumen que desarrollan el pensamiento espacial y que les son útiles a las estudiantes fuera del colegio.

Se hace necesario saber cómo la docente considera que se debe enseñar dicha asignatura, y hace mención a que esta área por contener en sus temáticas figuras, sería de gran importancia que las estudiantes hicieran uso de material manipulable, con el cual se haga más evidente la utilidad de los contenidos, pero esto no se realiza ya que el colegio no cuenta con dicho material.

Dada la situación, el material más usado por la docente es el texto guía en el que las estudiantes desarrollan las actividades; en algunas ocasiones se utilizan materiales como regla,

compas y transportador, también se trabaja el desarrollo de talleres de modo grupal y con evaluaciones que evidencian el conocimiento que han alcanzado las estudiantes.

Al averiguar sobre cómo se debe evaluar se observa que la evaluación en el área de geometría como en todas las áreas debe ser de manera integral para tener en cuenta todo el trabajo de las estudiantes, pero es necesario dar la valoración cuantitativa ya que es la utilizada en el colegio y por ello se aplican pruebas escritas al final de cada periodo.

La docente considera que el desarrollo del pensamiento espacial en las estudiantes merece importancia ya que en situaciones de la vida cotidiana a las estudiantes se les hará necesaria la ubicación espacial y las dimensiones de todo lo que nos rodea. Por ejemplo cuando aprendan a conducir carros deberán calcular los espacios para circular con él, identificar direcciones para ubicarse en las calles y carreras de la ciudad; es decir las estudiantes en todo momento necesitan tener sentido del espacio.

Anexo 5. Orientaciones para Revisión de Recursos y Material Didáctico del Colegio

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA-SECCIONAL ORIENTE

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas y Física

Seminario de Práctica Docente I



Orientaciones para Revisión de Recursos y Material Didáctico del Colegio

La intensión de esta revisión es indagar por los recursos y materiales didácticos del Colegio

María Auxiliadora de La Ceja.

- Existencia de aulas virtuales.
- Existencia de aula taller.
- Si existen dichas aulas, ¿en qué áreas se utilizan?
- Existencia de:

<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ábacos. ✓ Tangrams. ✓ Geoplanos. ✓ Multifichas ✓ Pentomino 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Cubos de soma ✓ Rompecabezas pitagóricos ✓ Regletas ✓ Otras _____ ¿Cuáles?
--	---
- Que cantidad existe de:

<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ábacos. _____ ✓ Tangrams. _____ ✓ Geoplanos. _____ ✓ Multifichas _____ ✓ Pentomino _____ 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Cubos de soma _____ ✓ Rompecabezas pitagóricos _____ ✓ Regletas _____ ✓ Otras, ¿Cuántas? _____
--	---
- Que disponibilidad tienen las estudiantes de esta materia.

Anexo 6. Lectura de Recursos y Material Didáctico del Colegio.

Se hace una visita al colegio con el fin de indagar por el material didáctico y virtual con que cuentan para la enseñanza de la matemática y en especial los recursos que se puedan utilizar para el área de geometría

Inicialmente se indaga por la existencia del aulas virtuales, encontrando que existe una sala virtual con un tablero electrónico y dos salas de sistemas una de ellas con 30 computadores de escritorio y otra sala con computadores portátiles con una capacidad de 35 estudiantes. Estas aulas generalmente se usan para el área de informática, aunque otras áreas pueden disponer de ellas si se programan con anterioridad.

Cuando se averigua por el material didáctico se encuentra que el colegio no cuenta con un espacio en el que haya dicho material para áreas como matemáticas, estadística y geometría. No existe ningún tipo de mediador físico por lo que si el docente desea diseñar una clase haciendo uso de este tipo de recursos debe gestionar por su cuenta la adquisición de dichos elementos o pedirles a las estudiantes tenerlo para la clase

Anexo 7. Encuesta a Directivos**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA-SECCIONAL ORIENTE****Facultad de Educación****Licenciatura en Matemáticas y Física****Seminario de Práctica Docente I****Encuesta a directivos docentes**

La intención de esta encuesta es indagar por algunas generalidades del Colegio María Auxiliadora de La Ceja.

- ¿Qué tipo de población es atendida en el colegio?
- ¿Cuál es el estrato socioeconómico de la población del colegio?
- ¿Cuál ha sido el desempeño del colegio en las pruebas Saber e ICFES?
- ¿Qué aspectos se tienen en cuenta para la selección de docentes?
- ¿Cuál es la modalidad educativa con la que egresan las estudiantes?

Anexo 8. Análisis de la Encuesta a Directivos

Se aplica una encuesta a la rectora y a la coordinadora del colegio para indaga por la población que atienden y por aspectos generales de la educación que se brinda en él.

Se encuentra que las estudiantes atendidas en el colegio son exclusivamente mujeres de cualquier estrato socioeconómico y preferiblemente que pertenezcan a la religión católica, aunque se hacen excepción según sea necesario atendiendo al nivel académico de la estudiante que solicite el cupo.

En general el estrato socioeconómico de las estudiantes es el nivel tres, aunque algunas se encuentran en niveles cuatro y cinco. Por otro lado, se observa que la modalidad que tiene el colegio es media académica, el colegio no cuenta con ninguna media técnica.

El colegio se ha destacado por obtener buenos resultados en las pruebas SABER y el máximo nivel en las pruebas ICFES, las cuales lo ubican entre los mejores colegios del municipio. Las áreas de mejor desempeño son Español, Inglés y Matemáticas.

Finalmente se encuentra que la selección de los docentes se hace dando prioridad a los egresados del colegio, capacitados en el área a trabajar, de formación católica y espíritu salesiano, con vocación y entrega al servicio a la comunidad.

Anexo 9. Encuesta a Estudiantes**Universidad de Antioquia- Seccional oriente****Facultad De Educación****Licenciatura En Matemáticas Y Física****Seminario De Práctica Docente I**

La intención de esta encuesta es indagar por la condición socio- cultural de las estudiantes del colegio María Auxiliadora de La Ceja.

Lea atentamente las pregunta y responda según se indique, marcando con una x o llenando los espacios en blanco.

Nombre: _____

Edad: _____ **grado:** _____

Municipio: _____

Barrio: _____

¿A qué estrato socio -económico pertenece?

- Estrato 1
- Estrato 2
- Estrato 3
- Estrato 4 o más

¿Con quién vive?

- Papá
- Mamá
- Hermanos, ¿Cuántos?: _____
- Otros, ¿Cuáles?: _____

¿Cuál es el máximo nivel educativo alcanzado por su papá?

- Sin educación
- Primaria
- Bachillerato
- Técnica- Tecnológico
- Profesional
- otros, ¿Cuáles?: _____

¿Cuál es el máximo nivel educativo alcanzado por su mamá?

- Sin educación
- Primaria
- Bachillerato
- Técnica- Tecnológico

- Profesional
- otros, ¿Cuáles?: _____

¿Cuál es la ocupación de su papá? _____

¿Cuál es la ocupación de su mamá? _____

¿Qué medio de transporte utiliza para ir a estudiar?

- Bicicleta
- Moto
- Carro
- Ruta escolar
- Transporte público
- Otro, ¿Cuál?: _____

¿Cuántos años lleva estudiando en este colegio?

- Menos de un año
- 1 año
- 2 años
- 3 o más años

¿Ha estudiado en otra institución educativa, colegio o escuela?

SI: _____ NO: _____

En caso afirmativo indique el nombre de esta (s):

¿Qué tipo de actividades extraescolares realiza?

- Ninguna
- Cursos de lengua extranjera
- Música
- Baile
- Deporte
- Otros, ¿Cuáles?: _____

¿Qué tiempo le dedica a estas actividades extraescolares?

- Al menos un día a la semana
- Dos días a la semana
- Tres días a la semana
- Cuatro o más días a la semana

¿Cuáles son sus notas en el tercer periodo escolar para las siguientes áreas?

Matemáticas: _____ Geometría: _____ Estadística: _____

¿Cuál es el área académica que más le llama la atención?

- Español
- Ciencias naturales
- Ciencias sociales
- Matemáticas
- Ingles
- Artística
- Educación física
- Pastoral
- Otra, ¿Cuál?: _____

¿Por qué? _____

¿Le gusta estudiar matemáticas?

SI: _____ NO: _____

¿Por qué? _____

¿Le gusta estudiar geometría?

SI: _____ NO: _____

¿Por qué? _____

¿Le gusta estudiar estadística?

SI: _____ NO: _____

¿Por qué? _____

¿Con que metodología aprende geometría?

- Desarrollo del texto guía
- Solución de talleres
- Trabajo en equipo
- Explicación de los profesores
- Clases particulares
- Otras, ¿Cuáles?: _____

¿Con qué metodología le gustaría aprender geometría?

- Desarrollo del texto guía
- Solución de talleres
- Trabajo en equipo

- Explicación de los profesores
- Clases particulares
- Material didáctico
- juegos
- Otras, ¿Cuáles?: _____

¿Cómo le evalúan en el área de geometría?

- Desarrollo del texto guía
- Prueba escrita
- Prueba oral
- Salida al tablero
- Talleres y tareas extra clases
- Trabajo en clase
- Participación en clase
- Cuestionarios
- Otros, ¿Cuáles?: _____

¿Realizan procesos de autoevaluación?

SI: _____ NO: _____

¿Por qué? _____

¿El próximo año, cursara el grado noveno en este colegio?

SI: _____ NO: _____

¿Por qué? _____

Anexo 10. Análisis de la Encuesta a Estudiantes

De la encuesta realizada a 25 estudiantes del grado octavo (2011), del colegio María Auxiliadora de La Ceja (Antioquia), en la que se indagaba por la condición socio-cultural de las estudiantes, se obtuvieron los siguientes resultados:

Las edades de las estudiantes oscilan entre los 13 y los 15 años, estas pertenecen en general al estrato socio-económico 3, de lo que se puede inferir que las familias de la mayoría del grupo tienen una condición económica estable.

Se evidencia que gran parte de las familias de las jóvenes son nucleares, constituidas por padre, madre e hijo(s) y una menor cantidad de familias son compuestas de manera extensa o monoparentales. Se observa que los padres en su mayoría lograron una educación técnica o profesional, resaltando las ocupaciones de docencia, comercio y trabajo independiente. En cuanto a las madres se tiene que algunas de ellas alcanzaron estudios profesionales, y gran parte son amas de casa y/o administradoras.

Las mayorías de las estudiantes llevan en el colegio más de tres años. Además cuando se indaga por la proveniencia de otras instituciones se encuentra que muchas de las estudiantes provienen de colegios públicos.

Al preguntar por las actividades extraescolares que las estudiantes realizan; se encuentra que practican actividades como cursos de lengua extranjera, música, baile, y deporte.

Cuando se enfatiza en preguntar por el desempeño académico, en especial por las áreas que competen para este proyecto, se encuentra que las estudiantes en el periodo académico inmediatamente anterior tienen un nivel bueno para el área de matemáticas pero para el área de geometría este es regular comprometiendo el promedio de las estudiantes en nivel básico específicamente en esta área.

Al averiguar por su preferencia en las áreas que estudian, se tiene que la mayoría sienten atracción por el área de la Artística, siguiendo en menor proporción la preferencia por la asignatura de Matemáticas y una baja cantidad expresan afinidad con la materia de inglés.

Un gran número de estudiantes coincide en que no les gusta estudiar el área de geometría. En vista de ello, se pregunta a las jóvenes por el método a través del cual aprenden Geometría, siendo la explicación del docente, la solución de talleres y el trabajo en equipo los más utilizados.

La mayoría del grupo responde que el desarrollo del texto guía y el uso material didáctico siguiendo el trabajo en equipo, son estrategias deseables para aprender geometría.

Por otro lado se cuestiona por la forma en la que les evalúan lo aprendido en el área de Geometría, en general el grupo expresa que su evaluación corresponde en parte a una prueba escrita, al desarrollo de talleres y tareas extraclases; además cuando se indaga por el uso de la autoevaluación, se encuentra que esta corresponde a una nota que cada estudiante se asigna al terminar cada periodo académico.

Finalmente se consulta por la continuidad de las estudiantes en el colegio para el año 2012, de las cuales 3 de ellas responden que no cursaran el grado noveno en este.

Anexo 11. Orientación para la Lectura del Plan de Área de Matemáticas del Colegio**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA-SECCIONAL ORIENTE****Facultad de Educación****Licenciatura en Matemáticas y Física****Seminario de Práctica Docente I****Orientación Para La Lectura Del Plan De Área De Matemáticas Del Colegio**

La intención de esta revisión es hacer un reconocimiento del papel que juega la geometría en la formación estudiantes y de la importancia que tiene el mismo dentro del plan de área del Colegio María Auxiliadora de La Ceja.

- Cuál es la misión y la visión del colegio
- Cuál es la intensidad horaria que se destina para el área de geometría
- Como están distribuidos los contenidos en el plan de área
- Que secuencia tiene estos en la enseñanza de la geometría
- Marco teórico

Anexo 12. Lectura del Plan de Área de Matemáticas del Colegio

Al revisar el plan de área de matemáticas se encuentra explícita la misión y la visión del colegio, la destinación de las horas de clase para las tres áreas, la secuencia de los contenidos y el sustento teórico de este documento.

La Misión del Colegio María Auxiliadora de La Ceja es:

“Somos una comunidad educativa católica, comprometida en la búsqueda de la calidad a través de:

- La formación de mujeres ricas en valores: humanos, espirituales, éticos y sociales.
- La educación que ofrece, el conocimiento científico y tecnológico.
- La participación en una ciudadanía activa y solidaria.

Con el estilo del sistema preventivo gestor de “BUENAS CRISTIANAS Y HONESTAS CIUDADANAS”

Su visión se encuentra contemplada desde el año 2001 hasta el año 2015, así:

“El Colegio María Auxiliadora de La Ceja, pretende ser reconocido a nivel nacional como una institución de calidad y líder en educación y formación de las niñas y jóvenes como protagonistas en la transformación de una ciudadanía humana, espiritual, científica y tecnológica”

La intensidad horaria que se destina en el plan de áreas para la asignatura de geometría es una clase de cincuenta minutos semanal.

En éste, los contenidos de las áreas de estadística y geometría, se organizan separadas de la asignatura de matemáticas, esto se presenta para todos los grados escolares. Los contenidos en el área de geometría se organizan de acuerdo a las necesidades según el grupo en el que se dictan, se tiene en cuenta que para cada nivel los estudiantes necesitan un conocimiento y unas destrezas específicas pero no se da una secuencia o relación entre los contenidos de un grado a otro.

En el marco conceptual del plan de área se hace referencia a: la historia y las competencias atendiendo al cómo se aprenden, como es la evaluación, y específicamente se aborda la competencia interpretativa, la competencia argumentativa, y la competencia propositiva.

Anexo 13. Orientación para Revisar el Material Bibliográfico del Colegio**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA-SECCIONAL ORIENTE****Facultad de Educación****Licenciatura en Matemáticas y Física****Seminario de Práctica Docente I****Orientaciones para Revisión de Recursos y Material Didáctico del Colegio**

La intención de esta revisión es hacer un reconocimiento del material bibliográfico con que cuenta el Colegio María Auxiliadora de La Ceja.

- ¿Las estudiantes tiene un texto guía para el estudio de la geometría?
- De ser afirmativa la respuesta, ¿Cuál es el texto guía utilizado?
- Además del texto guía, ¿manejan otros textos?
- De ser afirmativa la respuesta, ¿Cuáles son estos textos?
- Con qué facilidad acceden las estudiantes a este material.

Anexo 14. Lectura de Revisión del Material Bibliográfico del Colegio

Se hace una revisión del material bibliográfico con que cuenta el colegio para la enseñanza del área de matemáticas y especialmente los que se puedan utilizar para el estudio de la geometría.

Se encuentra con que las estudiantes tienen un texto guía para el área de matemáticas, el cual posee un apartado para el área de geometría específicamente. El texto guía utilizado es HIPERTEXTO de la casa editorial SANTILLANA.

El acceso al material bibliográfico que tienen las estudiantes es bueno, debido a que el colegio cuenta con un bibliobanco en el cual se encuentra gran variedad de textos y la cantidad de estos es suficiente como para que cada estudiante pueda hacer uso de uno en el momento de ser necesario.

Los textos con que cuenta el bibliobanco de colegio María Auxiliadora son:

- ✓ NOVA De la casa editorial VOLUNTAD
- ✓ MATEMATICAS de la casa editorial VOLUNTAD
- ✓ MATEMATICA PROGRESIVA
- ✓ DIMENSION MATEMATICA de la casa editorial NORMA
- ✓ MATEMATICA UNIVERSAL
- ✓ MATEMATICA PRACTICA de la casa editorial VOLUNTAD

- ✓ OLIMPIADAS MATEMATICAS
- ✓ ESPIRAL de la casa editorial NORMA
- ✓ MATEMATICA CON TECNOLOGIA APLICADA
- ✓ ALFA de la casa editorial NORMA
- ✓ GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA DE BALDOR
- ✓ SUPERMAT- MATEMATICAS de la casa editorial VOLUNTAD

Anexo 15. Prueba Diagnóstica por Competencias Grado Octavo

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA-SECCIONAL ORIENTE

Facultad de Educación

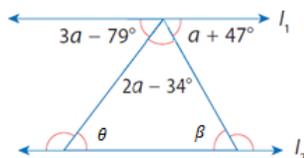
Licenciatura en Matemáticas y Física

Seminario de Práctica Docente I

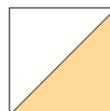
Grado OCTAVO



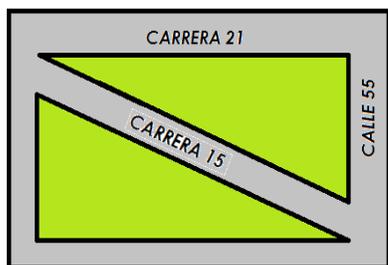
Responda las preguntas 1 y 2 teniendo en cuenta que $l_1 \parallel l_2$.



1. Cuál es el valor de $3a$
2. Cuál es el valor de $\theta + \beta$
3. A un espejo rectangular de 40 cm por 60 cm se le pone un marco que cuesta, incluyendo la mano de obra, \$4000 el dm. ¿Cuánto cuesta el marco?
4. El área de la parte sombreada es 72 cm^2 , ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?



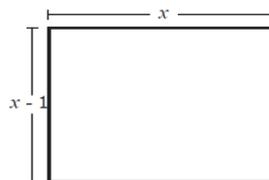
5. En una ciudad hay un pequeño parque de forma rectangular como se muestra en la figura. El lado del parque que se encuentra sobre la carrera 21 mide 80m de largo, mientras



que el lado sobre la calle 55 mide 60m de largo.

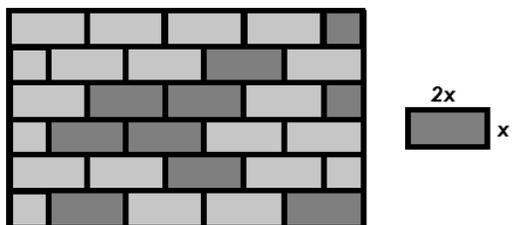
A partir de lo anterior cual es la longitud del lado que atraviesa el parque sobre la carrera 15.

6. La siguiente figura muestra un rectángulo de 72 cm^2 de área, cuyos lados miden x centímetros y $x - 1$ centímetros.



¿Cuál es el perímetro de la figura?

7. En una ciudad ocurrió un temblor de tierra que dejó parcialmente destruida la fachada de un colegio. Si la fachada que se desea reconstruir es la mostrada en la figura, y la parte más oscura fue la afectada por el temblor.

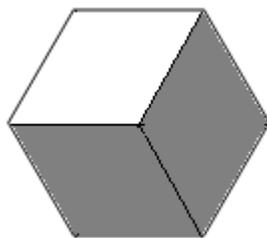


¿Cuál es el área de la pared que se debe reconstruir si $x=10\text{cm}$?

Responda las preguntas 8 y 9 teniendo en cuenta la siguiente situación.

A un potrero cuadrangular cuyos lados son de 3 hm 9 m 8cm de longitud se le desea poner una cerca que cuesta \$1.500 el metro. Además el acarreo y la mano de obra cuestan \$31.500.

8. Cuantos centímetros se necesitan para cercar el potrero
9. ¿Cuánto cuesta poner la cerca?
10. Una de las propiedades de los triángulos es la desigualdad triangular en la cual se afirma que: “*La medida de cada uno de los lados es menor que la suma de las medidas de los otros dos lados*”. ¿Cuáles de las siguientes medidas no corresponden a un triángulo?
- a. cm, 4 cm y 5 cm
 - b. 17 cm, 8 cm y 7 cm
 - c. $9/2$ cm, $17/2$ cm y $25/2$ cm
 - d. $1/3$ cm, $3/7$ cm y $4/5$ cm
 - e. $\sqrt{2}$ cm, 0,9 cm y 0,6 cm
 - f. $5/2$ cm, $\sqrt{8}$ cm y 0,3 cm
11. Si el área de la figura es x^2 , ¿Cuánto es el área sombreada?



Anexo 16. Análisis de la Prueba Diagnóstica

Se aplica una prueba diagnóstica a 26 estudiantes del grado octavo del colegio María Auxiliadora del municipio de La Ceja, con el fin de conocer las debilidades y fortalezas que tienen frente a los conocimientos geométricos vistos hasta el momento.

De los resultados se observa que la mayor dificultad que presenta el grupo está en la lectura e interpretación de los enunciados propuestos para la solución de ejercicios y situaciones problema.

Tienen claridad en el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas con métodos numéricos y algebraicos, pero se les dificulta aplicarlos a situaciones problema.

Se dificulta la comprensión y aplicación del teorema de Pitágoras, aun cuando se proporcionan formulas y ejemplos con datos numéricos.

Son capaces de plantear y solucionar ecuaciones de primer grado con una incógnita, pero se dificulta relacionar el resultado con los datos que se piden de acuerdo a la situación problema propuesta.

El grupo tiene buen dominio de las conversiones de unidades de longitud en el sistema métrico decimal.

Se presentan falencias en la comprensión de enunciados y teoremas, además de poca apropiación de las propiedades fundamentales de los triángulos.

Anexo 17. Prueba Abierta del Teorema de Pitágoras

	<p style="text-align: center;">1 COLEGIO MARIA AUXILIADORA</p> <p>Prueba: <u>Teorema de Pitágoras.</u></p> <p>FECHA: _____</p> <p>ESTUDIANTE: _____</p>
---	--

Nota: No se responde ninguna duda, la interpretación hace parte del examen. Responde al reverso de la hoja.

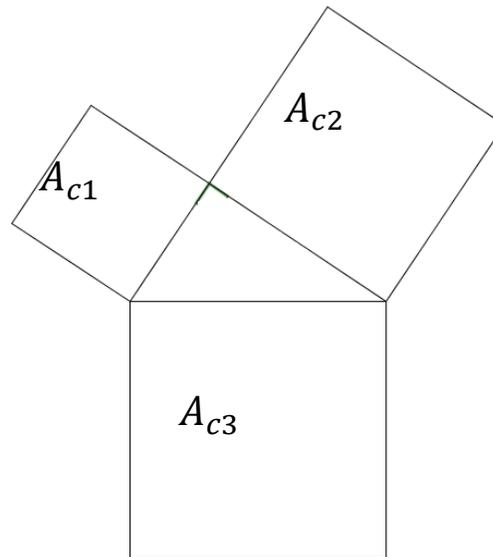
- Determina si las siguientes medidas forman un triángulo rectángulo.

a. 5 cm, 4 cm, 3 cm	d. 12 cm, 5 cm, 13 cm
b. 1 cm, 4 cm, 5 cm	e. 7 cm, 25 cm, $\sqrt{674}$ cm
c. 6 cm, 12 cm, 13 cm	f. 24 cm, 25 cm, 7 cm
- La diagonal de un cuadrado mide $10\sqrt{2}$ m. Calcula la longitud del lado.
- Halla la altura de un triángulo equilátero sabiendo que el lado mide 30 cm.
- Prueba que: Área del cuadrado 1 + Área del cuadrado 2 = Área del cuadrado 3

$$A_{c1} + A_{c2} = A_{c3}$$

Sabiendo que los lados respectivos miden:

$$l_{c1} = 3 \text{ cm}; l_{c2} = 4 \text{ cm}; l_{c3} = 5 \text{ cm}$$



5. (20%) Calcula la longitud de la escalera, sabiendo que está apoyada en la pared a una distancia de 1.8 m y alcanza una altura de 7 m.



Anexo 18. Análisis de la Prueba del Teorema de Pitágoras

La prueba del teorema de Pitágoras se realiza a 22 estudiantes del grado noveno en el cual se realiza la intervención.

La metodología de la aplicación se basa en una prueba escrita individual, que consta de cinco preguntas, solo se permite el uso de lápiz, lapicero borrador y tajalápiz, con un tiempo de 50 minutos.

Al evaluar el desempeño de las estudiantes en esta prueba es notoria la falta de comprensión del teorema de Pitágoras, esto se justifica en el hecho de que solo una de las estudiantes responde correctamente cuatro de las cinco preguntas, mientras que las demás responden entre una o dos preguntas correctamente; es importante tener en cuenta que este concepto ya lo habían estudiado, en octavo grado, por tanto no es desconocido para ellas dicha terminología.

Con el fin de ampliar esta idea, se genera un espacio de socialización para que las estudiantes den sus puntos de vista sobre dicha prueba, de lo cual se destaca la falta de comprensión del tema por parte de las estudiantes. Esto confirma la necesidad de implementar situaciones didácticas que permitan el fortalecimiento de la competencia argumentativa y la construcción de conocimiento significativo en las estudiantes, en este caso el Teorema de Pitágoras.

Anexo 19. Unidad Didáctica 1. Triángulos

DESCRIPCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA:

La presente unidad didáctica buscar establecer un punto de partida para abordar el teorema de Pitágoras, será desarrollada durante el primer periodo, es decir, once clases de geometría.

✓ Conocimientos previos

Para el desarrollo de esta unidad didáctica las estudiantes deben tener un buen manejo de la regla y el goniómetro para la construcción, medición y clasificación de segmentos y ángulos; además del compás para la construcción de segmentos paralelos y perpendiculares.

✓ Objetivos didácticos

Objetivo general.

Establecer elementos conceptuales y procedimentales para el aprendizaje del teorema de Pitágoras.

Objetivos específicos

- Identifica los elementos y propiedades de los triángulos

- Clasifica los triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y de sus ángulos.
- Establecer la desigualdad triangular como condición necesaria para la construcción de triángulos.

CONTENIDO:

Conceptual

- Definición de triángulo
- Elementos de un triángulo
- Propiedades de los triángulos
- Clases de triángulos según la medida de sus lados
- Clases de triángulos según la medida de sus ángulos

Procedimental

- Clasificación de los triángulos según la medida de sus lados
- Clasificación de los triángulos según la medida de sus ángulos
- Construcción de triángulos

Actitudinal

- Participación en las actividades de aula.
- Responsabilidad y puntualidad en los compromisos adquiridos en clase.
- Respeto por las ideas expuestas por compañeros.
- Sinceridad y compromiso en los procesos de autoevaluación.

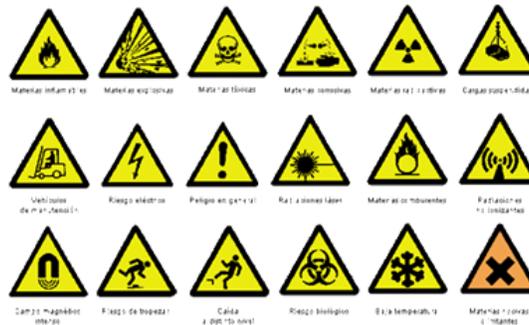
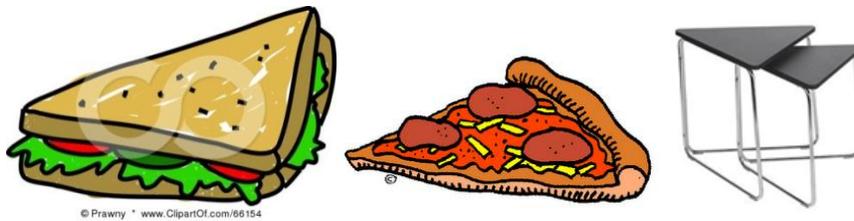


Cada que veas este lápiz significa que habrá una actividad que debes realizar.

ELEMENTOS, CLASIFICACIÓN Y PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS

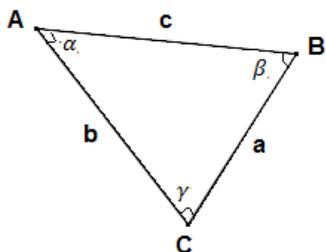


Podemos encontrar formas triangulares en innumerables objetos de nuestro entorno cotidiano. **¿Podrían nombrar los más comunes a su experiencia donde logran identificar dichas formas?** A continuación te mostramos algunos ejemplos.



Quando empleamos la palabra **triángulo** nos estamos refiriendo a un polígono de tres ángulos y tres lados, en el cual podemos identificar elementos tales como:

- **Vértices:** son los puntos donde se intersecan las tres rectas que forman el triángulo. Los vértices de un triángulo se nombran con letras mayúsculas
- **Lados:** son los segmentos determinados por dos vértices. Los lados de un triángulo se nombran con la misma letra del vértice opuesto en minúscula.
- **Ángulos interiores:** son los que se forman por dos lados consecutivos. Se pueden nombrar con letras mayúsculas de acuerdo a su vértice o con letras griegas. Por ejemplo:



Vértices: A, B, C

Lados: a, b, c

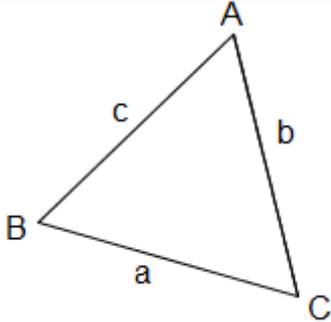
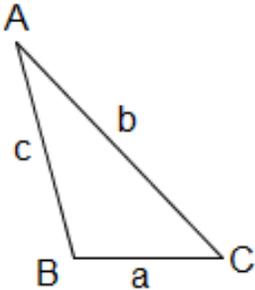
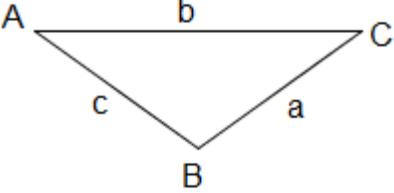
Ángulos interiores: α, β, γ



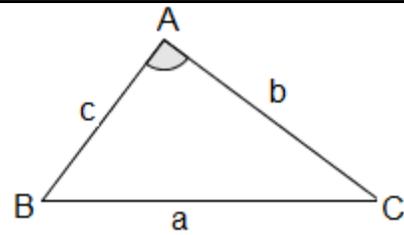
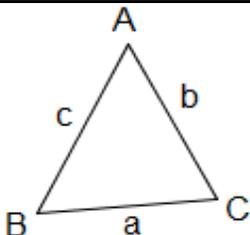
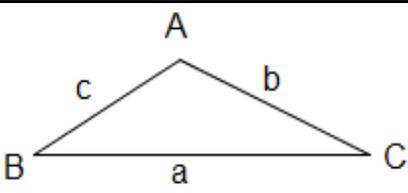
Construyan tres triángulos diferentes y nombren cada uno de sus elementos

Los triángulos se pueden clasificar de acuerdo a la medida de sus lados y a la medida de sus ángulos como se muestra a continuación

Según la medida de sus lados se clasifican así:

Equilátero	Escaleno	Isósceles
		
<p>Todos sus lados tienen la misma medida. <i>En el ejemplo, los segmentos a, b y c tienen igual longitud.</i></p>	<p>Todos sus lados tienen diferente medida. <i>En el ejemplo, los segmentos a, b y c son de diferente longitud.</i></p>	<p>Dos de sus lados tienen la misma medida. <i>En el ejemplo, los segmentos a y c tienen igual longitud.</i></p>

Según la medida de sus ángulos se clasifican así:

Rectángulo	Acutángulo	Obtusángulo
		
<p>Tiene un ángulo recto. <i>En el ejemplo, el ángulo A es recto.</i></p>	<p>Todos los ángulos son agudos. <i>En el ejemplo, los ángulos A, B y C son agudos.</i></p>	<p>Tiene un ángulo obtuso. <i>En el ejemplo, el ángulo A es obtuso.</i></p>



Dibujen un triángulo isósceles, un equilátero, un escaleno, un rectángulo, un acutángulo y un obtusángulo y nombren cada uno de sus elementos. Expliquen el procedimiento que siguieron para graficar cada triángulo.



Haciendo uso del goniómetro, midan los ángulos interiores de cada triángulo y calculen la suma de cada terna. ¿Qué podrían concluir?



¿Cómo podrían generalizar estos resultados sin hacer uso del goniómetro? Consulten y compartan con el grupo.



Para cada triángulo ordenen de mayor a menor la medida de sus ángulos y sus lados. ¿Qué podrían concluir de la relación entre estas medidas. Compartan sus resultados con el resto del grupo.

DESIGUALDAD TRIANGULAR



Disponen de un conjunto de 5 pitillos con los cuales deben formar todos los triángulos posibles. Para ello pueden seguir el siguiente patrón de combinación:

- Pitillo1 - Pitillo 2 - Pitillo 3
- Pitillo1 - Pitillo 2 – Pitillo 4
- Pitillo1 - Pitillo 2 – Pitillo 5
- Pitillo1 - Pitillo 3 – Pitillo 4
- Pitillo1 - Pitillo 3 – Pitillo 5
- Pitillo1 - Pitillo 4 – Pitillo 5
- Pitillo 2 – Pitillo 3 – Pitillo 4
- Pitillo 2 – Pitillo 3 – Pitillo 5
- Pitillo 2 - Pitillo 4 – Pitillo 5
- Pitillo 3 – Pitillo 4 – Pitillo 5



Registren en el cuaderno en forma gráfica todos los resultados obtenidos.

Se les recomienda hacer uso de la regla y el compás



¿Por qué es posible graficar unos triángulos y otros no? ¿Que pueden concluir? Socialicen sus resultados

CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS



Grafiquen cada triangulo resultante en la siguiente matriz

TRIANGULO	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Rectángulo			
Acutángulo			
Obtusángulo			



¿Fue posible graficar cada uno de los siguientes triángulos y por qué?

- Triángulo Rectángulo Equilátero
- Triángulo Rectángulo Isósceles
- Triángulo Rectángulo Escaleno
- Triángulo Acutángulo Equilátero
- Triángulo Acutángulo Isósceles
- Triángulo Acutángulo Escaleno
- Triángulo Obtusángulo Escaleno
- Triángulo Obtusángulo Isósceles
- Triángulo Obtusángulo Equilátero

Cada una de las siguientes ternas corresponde a las medidas de tres segmentos:

- $a = 4\text{cm}; b = 3\text{cm}; c = 5\text{cm}$
- $a = 3\text{cm}; b = 5\text{cm}; c = 6\text{cm}$
- $a = 6\text{cm}; b = 8\text{cm}; c = 10\text{cm}$
- $a = 5\text{cm}; b = 10\text{cm}; c = 10\text{cm}$
- $a = 4\text{cm}; b = 7.5\text{cm}; c = 8.5\text{cm}$
- $a = 8\text{cm}; b = 8\text{cm}; c = 8\text{cm}$
- $a = 5\text{cm}; b = 12\text{cm}; c = 13\text{cm}$
- $a = 2.5\text{cm}; b = 6\text{cm}; c = 6.5\text{cm}$
- $a = 3\text{cm}; b = 6\text{cm}; c = 8\text{cm}$
- $a = 3.5\text{cm}; b = 12\text{cm}; c = 12.5\text{cm}$
- $a = 3\text{cm}; b = 6\text{cm}; c = 8\text{cm}$



Grafiquen cada triángulo si es posible y clasifíquelo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo.

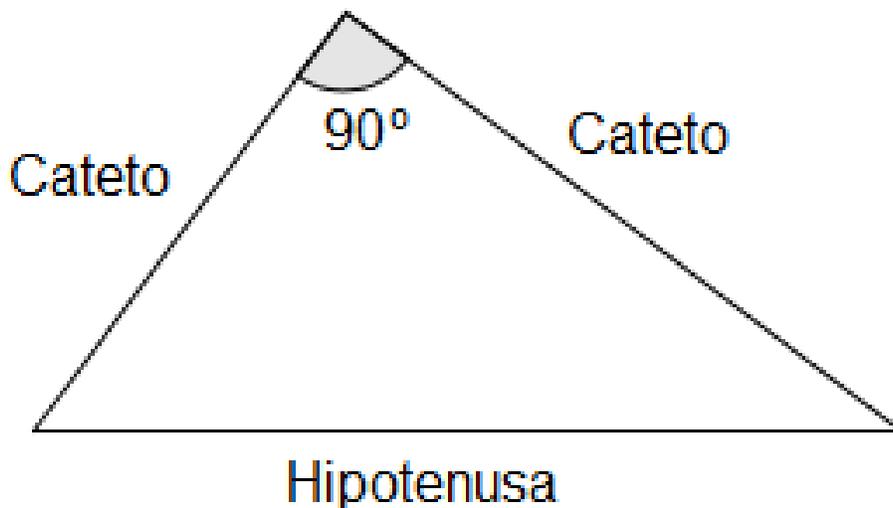


Determinen, según lo anterior, para que tipo de triángulos se cumple que:

- $c^2 < a^2 + b^2$
- $c^2 = a^2 + b^2$
- $c^2 > a^2 + b^2$

CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

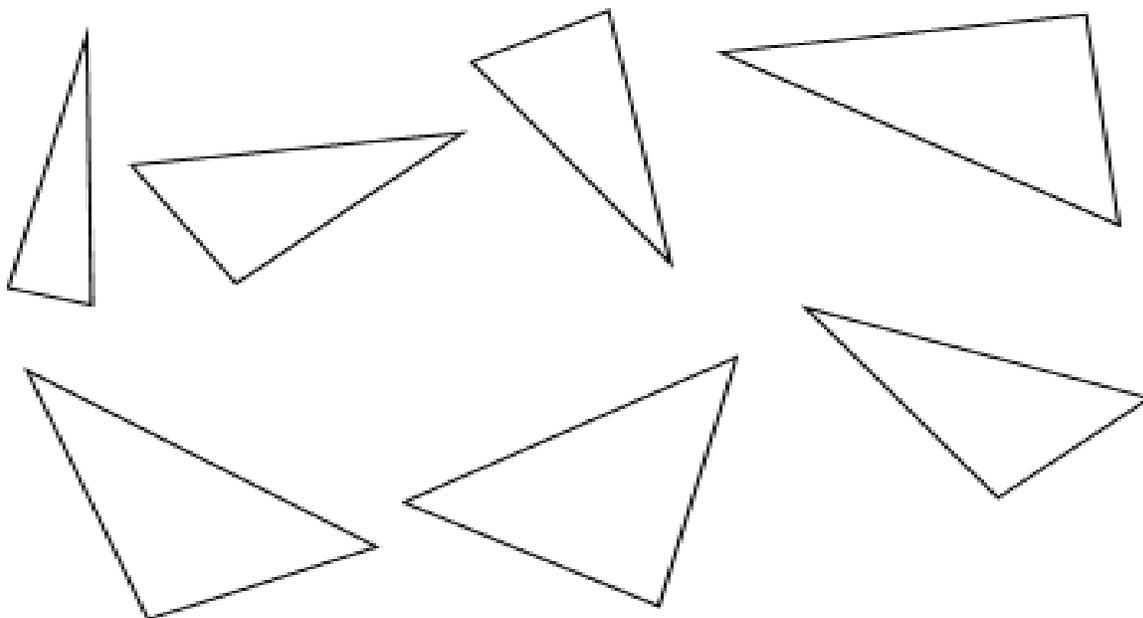
En un triángulo rectángulo se denomina hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto. Se llaman catetos a los dos lados que conforman el ángulo recto, como lo indica la siguiente figura:





Identifiquen y encierren en un círculo las figuras que sean triángulos rectángulos.

Expliquen su procedimiento.





Grafiquen cinco triángulos rectángulos en diferentes tamaños y posiciones, nombren los catetos e hipotenusa.



De acuerdo a las propiedades de los triángulos que han encontrado, enuncien unas propiedades específicas para los triángulos rectángulos y explíquelas



Grafiquen el triángulo rectángulo dadas las medidas de sus catetos. Expliquen sus procedimientos

a. 7 cm y 8.9 cm

f. 4.2 cm y 2.9 cm

b. 6 cm y 8.5 cm

g. 5.7 cm y 4.4 cm

c. 5.5 cm y 8.5 cm

h. 3.5 cm y 7.5 cm

d. 9 cm y 2.2 cm

i. 7.9 cm y 4.6 cm

e. 7.6 cm y 5 cm

j. 8.4 cm y 5.7 cm



Grafiquen el triángulo rectángulo dadas la medida de uno de sus catetos y su hipotenusa.

Expliquen sus procedimientos.

a. 8.7 cm y 10 cm

e. 5.6 cm y 6.5 cm

b. 7.5 cm y 8.5 cm

f. 3.8 cm y 6 cm

c. 4.5 cm y 8 cm

g. 5 cm y 6.5 cm

d. 6.3 cm y 7 cm

h. 4.2 cm y 5 cm

i. 4.3 cm y 5.8 cm

j. 2.9 cm y 5.5 cm

Anexo 20. Unidad Didáctica 2. Teorema de Pitágoras

DESCRIPCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

La presente unidad didáctica desarrolla el teorema de Pitágoras de una manera mostrativa y pretende inducir a las estudiantes a la aplicación del mismo en la resolución de situaciones problema. Será desarrollada durante el segundo periodo, es decir, once clases de geometría.

✓ Conocimientos previos

Para el desarrollo de esta unidad didáctica las estudiantes deben recordar el concepto de área y la expresión para hallar el área de diferentes figuras geométricas, debe aplicar de manera correcta los conocimientos que han adquirido de triángulos, en especial de los triángulos rectángulos, además de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Las estudiantes deben saber ubicar puntos en el plano cartesiano

✓ Objetivos didácticos

Objetivo general.

Describir la relación existe entre las medidas de los catetos de un triángulo rectángulo y la medida de su hipotenusa

Objetivos específicos

- Hallar uno de los lados de un triángulo rectángulo dados sus otros dos lados.
- Analizar algunas de las demostraciones del teorema de Pitágoras
- Aplicar el teorema de Pitágoras en la solución de situaciones problema

CONTENIDO

Conceptual

- Historia del teorema de Pitágoras
- Teorema de Pitágoras

Procedimental

- Relación algebraica y geométrica entre números que conforman una terna pitagórica
- Mostraciones del teorema de Pitágoras
- Aplicación del teorema de Pitágoras

Actitudinal

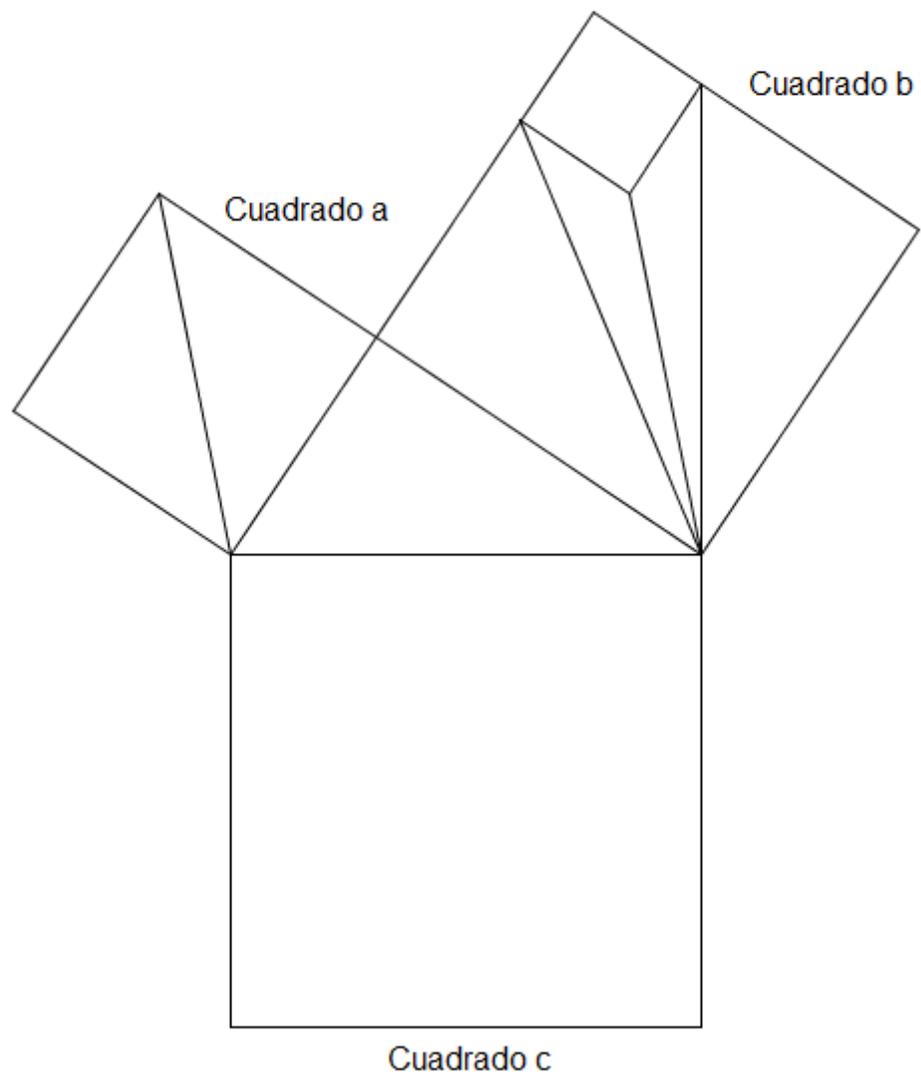
- Participación en las actividades de aula.
- Responsabilidad y puntualidad en los compromisos propuestos en clase.
- Respeto por las ideas expuestas por compañeros.
- Sinceridad y compromiso en los procesos de autoevaluación.



Cada que veas este lápiz significa que habrá una actividad que debes realizar.

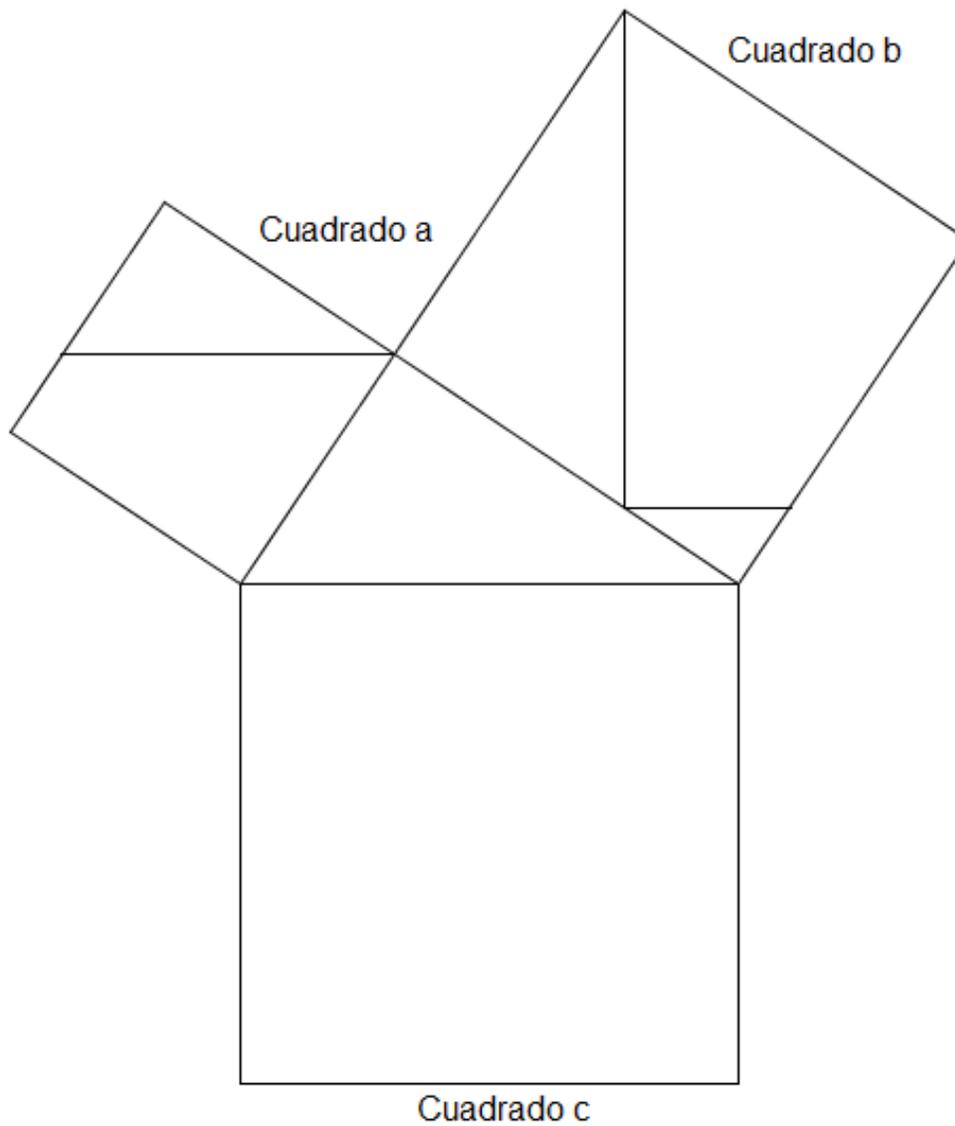
ROMPECABEZAS PITAGÓRICOS

El siguiente rompecabezas pitagórico recibe el nombre de **LIU HUI**



Recorten las regiones del cuadrado a y el cuadrado b y cubran completamente el cuadrado c con las regiones resultantes.

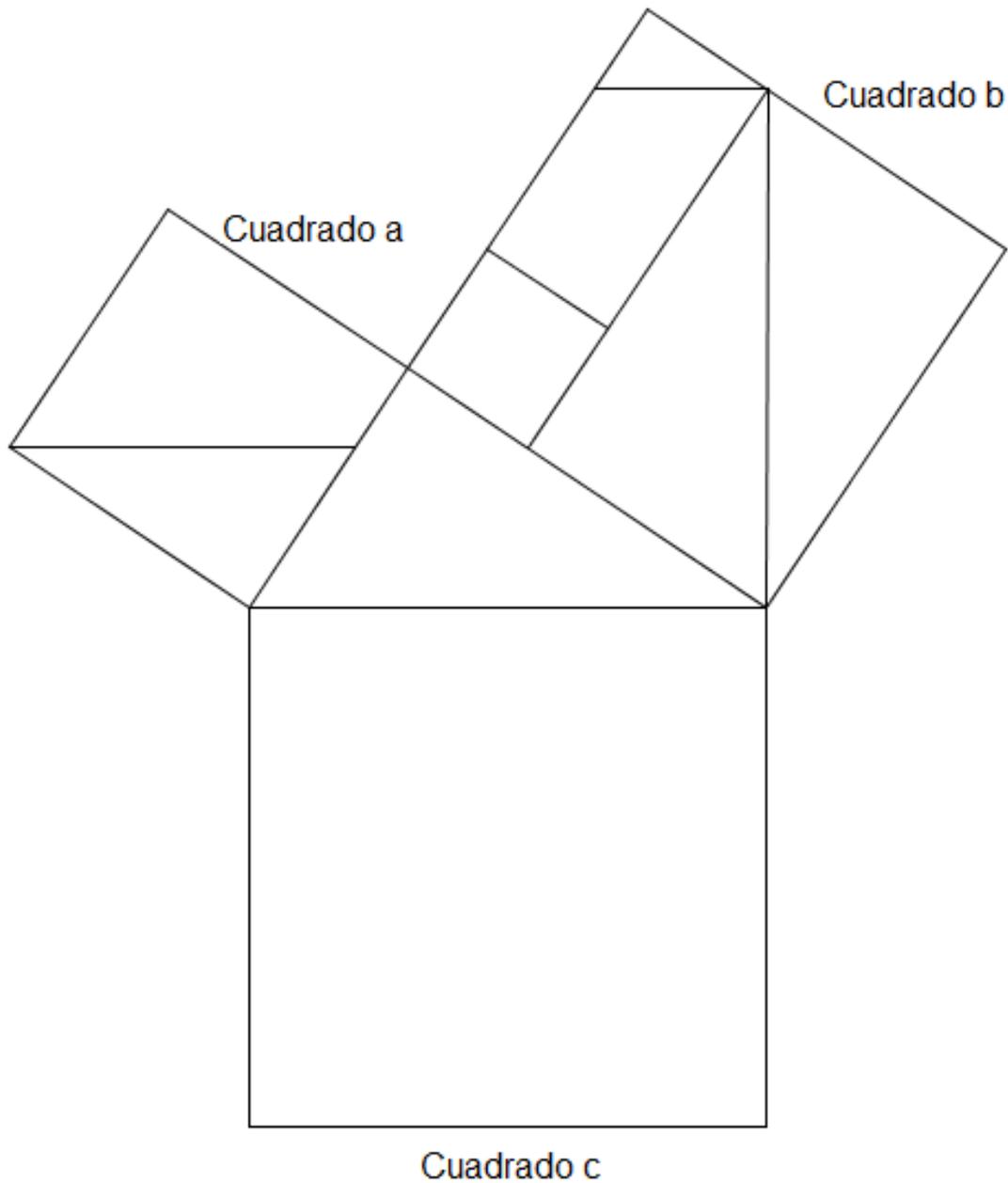
El siguiente rompecabezas pitagórico recibe el nombre de **IBN QURRA**



Recorten las regiones del cuadrado a y el cuadrado b y cubran completamente el cuadrado c con las regiones resultantes.

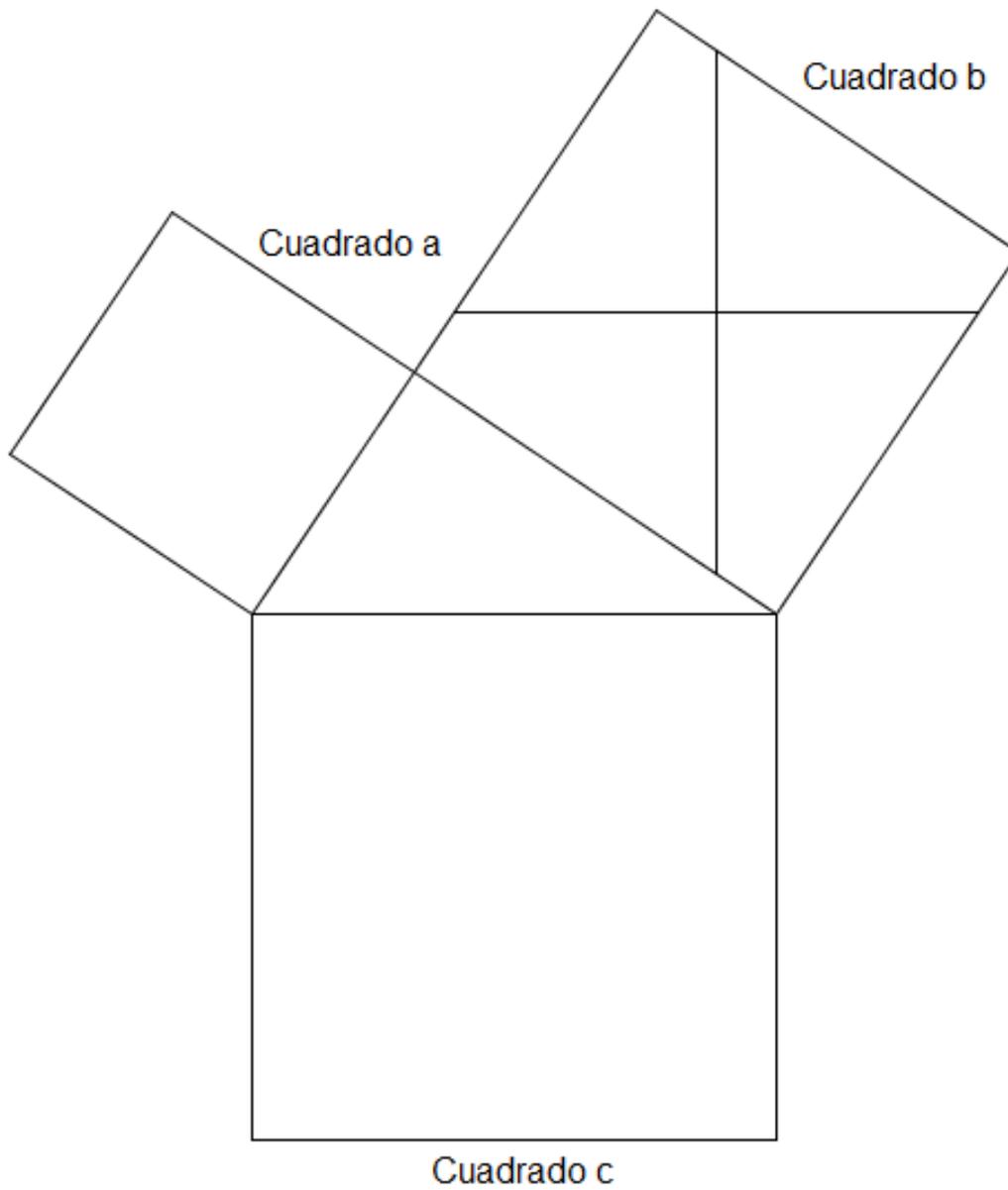


El siguiente rompecabezas pitagórico recibe el nombre de **BHASKARA**



Recorten las regiones del cuadrado a y el cuadrado b y cubran completamente el cuadrado c con las regiones resultantes.

El siguiente rompecabezas pitagórico recibe el nombre de **PERIGAL**



Recorten las regiones del cuadrado a y el cuadrado b y cubran completamente el cuadrado c con las regiones resultantes.



¿Qué pueden concluir con respecto a las áreas de los cuadrados a y b , y el área del cuadrado c ?

TEOREMA DE PITÁGORAS

Las siguientes preguntas se elaboran de acuerdo al video “*Pitágoras, mucho más que un teorema*” de la serie *Universo Matemático* y que pueden encontrar en la dirección:

<http://www.youtube.com/watch?v=EaxXNB2I2v4>



Elijan el nombre de un matemático famoso enunciado en el video y consulten su biografía, luego compártanla con el grupo.



Construyan el procedimiento seguido en “*Los elementos*” para demostrar el teorema de Pitágoras



¿Es válido el procedimiento anterior para la demostración del teorema de Pitágoras?
¿Por qué?

TERNAS PITAGÓRICAS

El pueblo egipcio conocía y utilizaba la terna pitagórica 3, 4, 5. En la matemática india se conocían otras ternas pitagóricas como: 5, 12, 13; 8, 15, 17 y 12, 35, 37. Y en Babilonia, dos milenios antes de nuestra era, elaboraron listas de ternas pitagóricas, tan impresionantes como: 3367, 3456 y 4825.



Verifiquen que cada una de las ternas anteriores es una terna pitagórica



Determinen cuales de los siguientes conjuntos de números corresponden a ternas pitagóricas y justifiquen sus procedimientos

- $a = 12; b = 9; c = 15$
- $a = 3; b = 5; c = 6$
- $a = 6; b = 8; c = 10$
- $a = 5; b = 10; c = 10$
- $a = 4; b = 7.5; c = 8.5$
- $a = 8; b = 8; c = 8$
- $a = 10; b = 24; c = 26$
- $a = 2.5; b = 6; c = 6.5$
- $a = 3; b = 6; c = 8$
- $a = 3.5; b = 12; c = 12.5$



Hallen el valor de la hipotenusa de cada triángulo rectángulo si la medida de sus catetos es la que se indica a continuación:

a. $a=6$; $b=8$

d. $a=30$; $b=40$

b. $a=24$; $b=32$

e. $a=10$; $b=11$

c. $a=15$; $b=20$

f. $a=4$; $b=4$



Hallen el valor del cateto si la medida de la hipotenusa y del otro cateto son las que se indican a continuación

a. $a=34$; $b=6$

d. $a=12$; $b=5$

b. $a=62$; $b=30$

e. $a=81$; $b=45$

c. $a=25$; $b=20$

f. $a=264$; $b=20$

APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras es aplicable a innumerables situaciones que se presentan en el entorno cotidiano.



Planteen una situación donde se deba emplear el teorema de Pitágoras y propónganla a las demás compañeras para que la resuelvan.

La siguiente actividad es para ser desarrollada en el geoplano, delimitando una cuadrícula de 6 x 6 puntillas.



Encuentren todos los segmentos de diferente longitud que se pueden construir en el geoplano.

¿De qué manera podrían nombrar cada segmento de acuerdo a la posición relativa de sus extremos?



Ordenen de mayor a menor la longitud de cada uno de los segmentos encontrados. ¿Qué

procedimiento utilizaron y por qué?



Lean con atención la siguiente información y represéntenla en el geoplano

La isla ANTARES está distribuida de la siguiente manera

- El edificio de empresas publicas tiene sus esquinas sobre los puntos (0,0); (1,0); (0,2) y (1,2)
- La unidad cerrada Pinolinda tienen sus esquinas sobre los puntos (0,5); (0,6); (1,5) y (1,6)
- La urbanización Fundaflor tiene sus esquinas en los puntos (4,7); (4,8); (5,7) y (5,8)
- El barrio Manzanares tiene sus esquinas sobre los puntos (0,3); (0,4); (1,3) y (1,4)
- El supermercado Simona tiene sus esquinas sobre los puntos (8,9); (8,10); (10,9) y (10,10)
- La terminal de transportes tiene sus esquinas sobre los puntos (6,5); (6,8); (8,5) y (8,8)
- La Basílica menor Nuestra Señora del Carmen tiene sus esquinas sobre los puntos (4,5); (4,6); (5,5) y (5,6)
- El colegio María Auxiliadora tiene sus esquinas sobre los puntos (2,5); (2,8); (3,5) y (3,8)
- El hogar infantil “el gato con botas” tiene sus esquinas sobre los puntos (9,7); (9,8); (10,7) y (10,8)

- El restaurante Candilejas tiene sus esquinas sobre los puntos (0,7); (0,8); (1,7) y (1,8)
- El barrio Montesol tiene sus esquinas sobre los puntos (4,9); (4,10); (7,9) y (7,10)
- El centro comercial San Nicolás tiene sus esquinas sobre los puntos (2,3); (2,4); (7,3) y (7,4)
- El cultivo de flores La Esmeralda tiene sus esquinas sobre los puntos (0,9); (0,10); (1,9) y (1,10)
- El parque lineal Samuel Bernal tiene sus esquinas sobre los puntos (6,0); (10,0) y (10,5)
- Comfama tiene sus esquinas sobre los puntos (2,0); (2,2); (5,0) y (5,2)
- El barrio maderos tiene sus esquinas sobre los puntos (9,5); (9,6); (10,5) y (10,6)

Andrea es una señora que vive en el barrio maderos, actualmente está casada con Jorge y tiene dos hijos: Andrés y Juanita. Cada día a las 6.20 de la mañana Jorge debe desplazarse hacia el cultivo de flores La esmeralda donde labora; su medio de transporte es la bicicleta, la cual le permite llegar hasta allí a las 6:30 a.m. exactamente.

Andrea debe llevar a Juanita al colegio y a Andrés al hogar infantil a las 7:30 a.m. para luego dirigirse al centro comercial San Nicolás donde empieza a trabajar a las 7:35 a.m.

Los viernes en la tarde Andrea sale de su lugar de trabajo a la 1:00 p.m. recoge a sus niños y va de visita, primero donde su hermana Lucy y luego donde su madre Eugenia, que viven en manzanares y pinolinda respectivamente.

Cada sábado Andrea y Jorge salen en la tarde a hacer las compras del mercado a Simona y a pagar los servicios públicos en la oficina de empresas públicas; como deben desplazarse tanto prefieren dejar a sus hijos con Juliana, una amiga de la familia que vive en Montesol.

Todos los domingos van a la Eucaristía de la Basílica de 10:00am que termina a las 10:45 a.m. para llevar a Juanita a clase de natación en Comfama a las 11:00 a.m. Al mediodía van a Candilejas a almorzar y luego llevan a Andrés a patinar al parque lineal.



Respondan las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la mínima distancia que debe recorrer Jorge para ir de su casa al cultivo de flores y cuál es su velocidad promedio?
- b) ¿Cuál debe ser el recorrido hecho por Andrea para llevar a sus hijos a estudiar para que la distancia que recorra sea mínima?
- c) ¿Cuál es el desplazamiento mínimo que debe realizar Andrea desde que sale de su casa hasta que llega a su lugar de trabajo luego de llevar a sus hijos a estudiar?
- d) ¿Cuál es la velocidad promedio de Andrea para ir del último centro educativo a su lugar de trabajo?
- e) ¿Cuántos metros menos debería recorrer Andrea para llegar a su lugar de trabajo si no tuviera que llevar sus hijos a estudiar?
- f) ¿Cuál es el desplazamiento mínimo que debe realizar Andrea los viernes desde que sale de su lugar de trabajo hasta llegar de nuevo a su casa?
- g) El domicilio de las compras en Simona se hace de acuerdo a la distancia que se deba recorrer hasta el domicilio, si por cada unidad recorrida se cobra \$1000 ¿Cuánto deben pagar Andrea y Jorge por el domicilio de sus compras?
- h) Los domingos Jorge y Andrea salen de su casa a las 9:50 a.m. ¿Cuál es la velocidad promedio para llegar puntual a la iglesia y luego a Comfama?
- i) La piscina en la que practica Juanita tiene forma cúbica y uno de sus lados mide 5 m. ¿Cuál es la máxima distancia que puede recorrer Juanita en línea recta?

- j) Al patinar Andrés le da cuatro vueltas alrededor del parque lineal en media hora, ¿Cuál es la velocidad promedio de Andrés?

Anexo 21. Formato de Autoevaluación**MI SEGUIMIENTO**

Febrero 22 de 2012

Nota cuantitativa de mi proceso hoy

Aspectos a evaluar:

1. Mi comportamiento hoy fue

2. El cumplimiento de mis deberes

3. Hoy aprendí que

4. Mis aportes para el desarrollo de la clase:

5. Mis compromisos son:

6. En la siguiente sopa de letras se encuentran los nombres de 16 personajes importantes en la historia de las matemáticas. Luego de encontrar tales nombres descubrirás una frase célebre de Hipatia, una de las mujeres matemáticas más representativas.

T	C	O	M	R	U	F	F	I	N	I	P	R	E
A	A	R	Q	U	I	M	E	D	E	S	N	D	P
R	E	L	R	L	G	N	I	K	W	A	H	A	A
T	S	C	E	R	A	T	O	S	T	E	N	E	S
A	I	O	U	S	S	A	S	Q	O	U	E	N	C
G	C	O	C	P	D	S	R	O	N	D	E	A	A
L	C	N	L	I	E	E	S	G	L	A	M	E	L
I	A	J	I	T	O	R	M	P	A	E	R	E	P
A	N	A	D	A	R	A	C	I	I	U	O	N	P
A	O	R	E	G	A	C	O	M	L	L	S	P	R
E	B	N	S	O	D	E	R	L	A	E	S	S	C
O	I	S	A	R	D	E	S	C	A	R	T	E	S
S	F	Q	U	A	E	G	A	L	I	L	E	O	H
A	Y	M	A	S	S	N	I	E	T	S	N	I	E

- | | |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Pitágoras | <input type="checkbox"/> Galileo |
| <input type="checkbox"/> Tales de Mileto | <input type="checkbox"/> Pascal |
| <input type="checkbox"/> Euclides | <input type="checkbox"/> Euler |
| <input type="checkbox"/> Arquímedes | <input type="checkbox"/> Ruffini |
| <input type="checkbox"/> Eratóstenes | <input type="checkbox"/> Gauss |
| <input type="checkbox"/> Tartaglia | <input type="checkbox"/> Einstein |
| <input type="checkbox"/> Fibonacci | <input type="checkbox"/> Hawking |
| <input type="checkbox"/> Newton | <input type="checkbox"/> Descartes |

“ _____

 _____ a l l á.” (Hipatia de Alejandría)

Anexo 22. Formato de sistematización

Sistematización

Para efectos de este proceso se va a tener en cuenta *la competencia argumentativa, el trabajo cooperativo y las situaciones didácticas* como ejes transversales de la sistematización.

Las categorías que se definen para la sistematización del proyecto de aula son: descripción, justificación y coherencia. Tales conceptos se exponen en lo planteado en el marco conceptual en cuanto a la competencia de razonamiento y argumentación que define el ICFES.

La siguiente matriz es la guía que permite de manera ordenada analizar los datos.

	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
Descripción			
Justificación			
Coherencia			