



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**  
1803

Facultad de Educación



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1803

**Facultad de Educación**

**INFLUENCIA DEL LENGUAJE VERBAL Y VISUAL EN EL PROCESO DE  
APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE LÍMITE**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y física**

**JORGE ISAAC PÉREZ MEJÍA  
JUAN CAMILO DUQUE HIGUITA  
CARLOS ARTURO VALENCIA**

**Asesor(a)**

**SANDRA MARIA QUINTERO CORREA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y DE LAS ARTES  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

**MEDELLÍN**

**2014**



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

### **Agradecimientos**

*Una tesis no es un objeto meramente formal, extrínseco, arbitrario y accesorio; una tesis, es, antes bien, el significado encarnado de un proceso de formación arduo, el cual no hubiese sido posible sin la permanente comunicación académica, y sin el encuentro sosegado en la amistad de tantísimas personas (sobre todo familiares, amigos, profesores, compañeros). Por ello, la palabra “agradecimientos” desborda unas breves líneas que ante todo tiene la función de dejar gravados nombres, lugares y tiempos, sin los cuales, la chispa de disciplina y amor que animaron nuestro camino, teórico y práctico, no hubiese sido susceptible de transitar. En primer lugar, hemos de darle crédito a Sandra María Quintero Correa, nuestra asesora. Nos sentimos afortunados de haber contado con sus continuas observaciones, que buscaban, una y otra vez, que nos apercibiéramos de los errores, en pos de desplegar todas nuestras potencialidades en este bello proyecto.*

*A la institución educativa San Luis Gonzaga, a sus estudiantes y docentes cooperadores, que nos dieron la oportunidad de vislumbrar, del mejor modo posible, nuestro destino, no el único, claro está, pero destino al fin de cuentas.*

### **Dedicatoria**

*A nuestros familiares, por cuyo amor, acompañamiento y apoyo, la luz del saber se extendió a todos los rincones de nuestro ser.*

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

## RESUMEN

En este trabajo se analiza la incidencia del lenguaje verbal y visual al introducir el concepto de límite de funciones reales, mediante la implementación de una unidad didáctica basada en el uso del lenguaje verbal y el lenguaje visual realizado con estudiantes del grado 11 de la I.E. San Luis Gonzaga del municipio de Copacabana. La propuesta se aplicó durante el tercer periodo académico escolar del año 2014 y consistió en realizar actividades con el uso material tangible visible para el aprendizaje del concepto de límite y se organizó de la siguiente manera: Rastreo de saberes previos, introducción de nuevos conocimientos, estructuración y síntesis, aplicación del conocimiento adquirido.

La implementación de este tipo de actividades, permitió a los estudiantes dar sentido y tener una mejor idea del concepto de límite, dejando un poco de lado la parte operativa y formal y dando más importancia al componente visual geométrico del límite, generando una notable diferencia en los resultados obtenidos.

**Palabras claves:** concepto de límite, lenguaje verbal, lenguaje visual.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## INDICE DE CONTENIDO

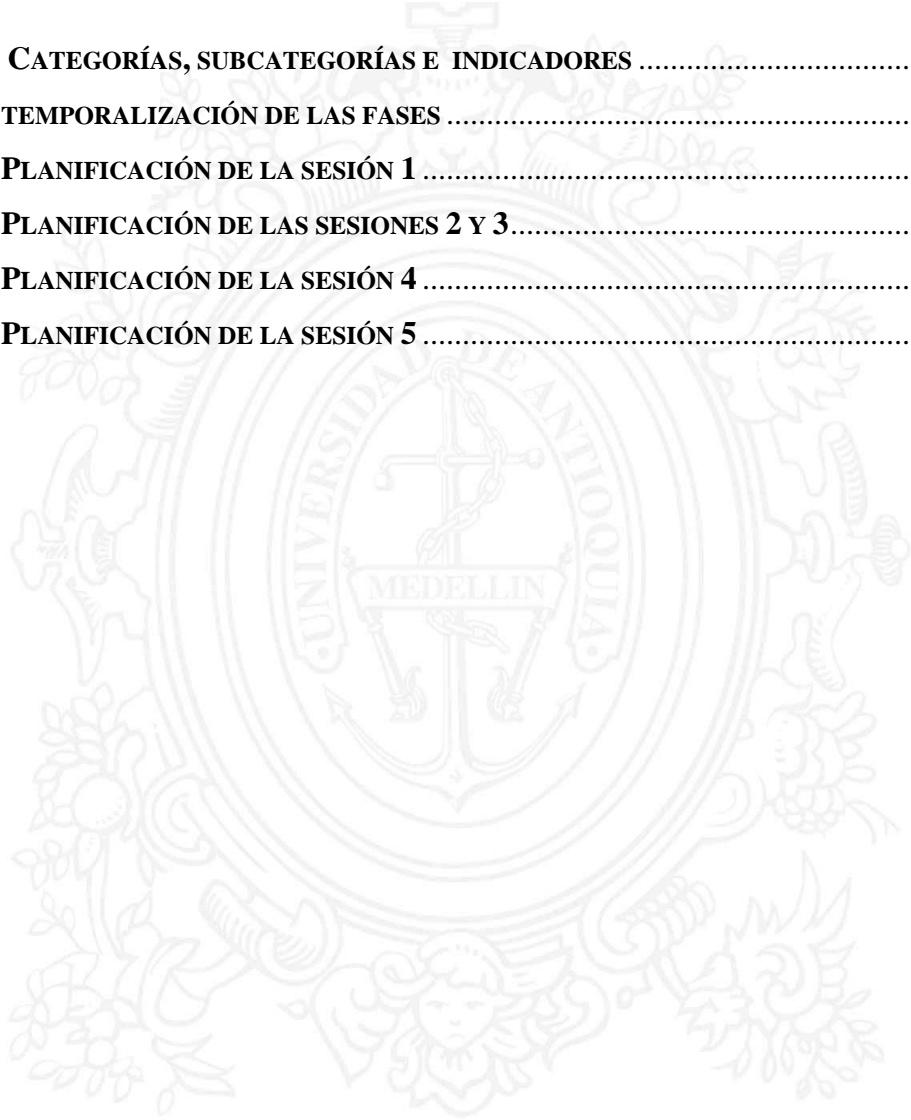
<b>RESUMEN</b> .....	3
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	3
<b>LISTA DE FIGURAS E IMÁGENES</b> .....	4
<b>LISTA DE ANEXOS</b> .....	5
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	6
<b>1. ANTECEDENTES</b> .....	8
<b>1.1 La enseñanza del límite</b> .....	8
<b>1.2 La enseñanza desde el lenguaje verbal y el lenguaje visual de las matemáticas</b> .....	12
<b>2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b> .....	15
<b>3. JUSTIFICACIÓN</b> .....	18
<b>4. MARCO CONTEXTUAL</b> .....	19
<b>4.1 Misión</b> .....	20
<b>4.2 Visión</b> .....	20
<b>4.3 Caracterización de la comunidad</b> .....	20
<b>4.4 Proyección del área de Matemáticas hacia el tipo de hombre que la Institución desea formar</b> .....	21
<b>4.5 Análisis de los referentes teóricos de Grado Once</b> .....	22
<b>4.6 Criterios didácticos y metodológicos de la Enseñanza de las Matemáticas</b> .....	22
<b>4.7 Enfoque y estrategias de Enseñanza y Aprendizaje</b> .....	22
<b>4.8 Coherencia del diseño evaluativo con la estructura metodológica del área</b> .....	22
<b>5. OBJETIVOS</b> .....	24
<b>5.1. Objetivo General</b> .....	24
<b>5.2. Objetivos específicos</b> .....	24
<b>6. MARCO REFERENCIAL</b> .....	25
<b>6.1 Marco teórico</b> .....	25
<b>6.2 Marco conceptual</b> .....	32
<b>6.3 Marco legal</b> .....	34
<b>7. DISEÑO METODOLOGICO</b> .....	35
<b>7.1 Enfoque</b> .....	35
<b>7.2 Tipo de investigación</b> .....	35
<b>7.3 Participantes y contexto</b> .....	36



<b>7.4 Diseño de los instrumentos de recolección de la información</b> .....	36
<b>7.4.1 Cuestionario KPSI</b> .....	37
<b>7.4.2 Diseño de la unidad didáctica</b> .....	37
.....	41
<b>7.4.3 Diario pedagógico</b> .....	41
<b>7.4.4 La entrevista</b> .....	41
<b>7.5 Validez de los instrumentos</b> .....	42
<b>7.6 Codificación de las producciones</b> .....	42
<b>7.6.1 Codificación de las actividades:</b> .....	42
<b>7.6.2 Codificación de las entrevistas</b> .....	43
<b>8. RESULTADOS Y ANALISIS DE RESULTADOS</b> .....	44
<b>8.1. Categoría: Construcción del conocimiento</b> .....	45
<b>8.1.1 Subcategoría: Aprendizaje desde lo verbal y visual</b> .....	45
<b>8.1.2 Subcategoría: actividades teórico – prácticas que favorezcan la construcción del conocimiento</b> .....	57
<b>8.1.3 Subcategoría: interacción social</b> .....	64
<b>8.2 Categoría: aprendizaje colaborativo</b> .....	66
<b>8.2.1 Subcategoría: Interdependencia positiva</b> .....	66
<b>8.2.2 Subcategoría: trabajo en equipo</b> .....	68
<b>8.2.3 Subcategoría: Autonomía</b> .....	72
<b>9. CONCLUSIONES</b> .....	74
<b>10. RECOMENDACIONES</b> .....	75
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	76



<b>TABLA #1: CATEGORÍAS, SUBCATEGORÍAS E INDICADORES</b> .....	45
<b>TABLA #2: TEMPORALIZACIÓN DE LAS FASES</b> .....	81
<b>TABLA #3: PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN 1</b> .....	83
<b>TABLA #4: PLANIFICACIÓN DE LAS SESIONES 2 Y 3</b> .....	84
<b>TABLA #5: PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN 4</b> .....	87
<b>TABLA #6: PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN 5</b> .....	88



**UNIVERSIDAD**  
**DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803

## LISTA DE FIGURAS E IMÁGENES

Facultad de Educación	<b>Figura #1: CICLO DE APRENDIZAJE JORBA &amp; SANMARTÍ (1993). CICLO DE APRENDIZAJE DE REGULACIÓN Y AUTORREGULACIÓN.....</b>	41
	<b>IMAGEN #2: LENGUAJE VERBAL (USO DE LA PALABRA).....</b>	48
	<b>IMAGEN #3: REPRESENTACIÓN MENTAL (CONCRETA) .....</b>	50
	<b>IMAGEN #4: REPRESENTACIÓN MENTAL .....</b>	50
	<b>IMAGEN #7: REPRESENTACIÓN MENTAL</b>	
	<b>IMAGEN #8: MÉTODO DE EXHAUCION.....</b>	51
	<b>IMAGEN # 9: PARTICIPACIÓN DE FORMA ACTIVA .....</b>	55
	<b>IMAGEN # 10: PARTICIPACIÓN DE FORMA REFLEXIVA .....</b>	55
	<b>IMAGEN # 11: PARTICIPACIÓN.....</b>	56
	<b>IMAGEN # 12: INTERACCIÓN CON EL MATERIAL .....</b>	60
	<b>IMAGEN #13: VERIFICACIÓN DE LA TEORÍA CON MATERIAL CONCRETO .....</b>	61
	<b>IMAGEN #14: PRODUCTO DE LA UNIÓN TEORÍA - PRAXIS .....</b>	62
	<b>IMAGEN #15: GRAFICA DE LA ACTIVIDAD CON LOS RESORTES.....</b>	63
	<b>IMAGEN #16: ACTIVIDAD DEL MÉTODO DE EXHAUCIÓN .....</b>	64
	<b>IMAGEN #17: ÁMBITO ESCOLAR</b>	
	<b>IMAGEN #18: ÁMBITO ESCOLAR .....</b>	65
	<b>IMAGEN # 19: DISTRIBUCIÓN DE TRABAJO.....</b>	70
	<b>IMAGEN # 20: RESPONSABILIDAD COMPARTIDA .....</b>	70
	<b>IMAGEN # 21: RELACIÓN DE ROLES.....</b>	70
	<b>IMAGEN #22: LIBERTAD DE EXPRESIÓN.....</b>	73

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803 LISTA DE ANEXOS  
Facultad de Educación

**ANEXO N°1. UNIDAD DIDÁCTICA.**

**ANEXO N°2. ACTIVIDAD CON GEOGEBRA**

**ANEXO N° 3 ACTIVIDAD CON ICOPOR**

**ANEXO N° 4. ACTIVIDAD CON RESORTES**

**ANEXO N° 5 ACTIVIDAD DEL MÉTODO DE EXHAUSIÓN**

**ANEXO N° 6. ACTIVIDAD DEL CONCEPTO DE LÍMITE A PARTIR DEL GEOPLANO**

**ANEXO N°7. DIARIO DE LA ACTIVIDAD CON GEOGEBRA**

**ANEXO N°8. DIARIO DE LA ACTIVIDAD CON ICOPOR**

**ANEXO N°9. DIARIO DE LA ACTIVIDAD CON RESORTES**

**ANEXO N°10. DIARIO DE LA ACTIVIDAD DE ÁREAS**

**ANEXO N°11. DIARIO DE LA ACTIVIDAD CON EL GEOPLANO**

**ANEXO N°12. TRANSCRIPCIÓN DE LA ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA**

**ANEXO N°13. KPSI APLICADO AL INICIO Y AL FINAL**

**ANEXO N°14. RESULTADOS DE LOS KPSI**

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3





## INTRODUCCIÓN

El campo del análisis matemático ha sido ampliamente estudiado. Muchos académicos centran sus estudios en tratar de definir cómo enseñar conceptos de este campo, específicamente, el concepto de límite ha recibido gran atención por parte de los profesionales del área, pues éste se constituye en el objeto en sí de variados estudios, en los cuales es muy común encontrar manifiesta la necesidad de definir mecanismos para su enseñanza.

La enseñanza del concepto de límite ha sido abordada desde los diferentes sistemas de representación: verbal, numérico, gráfico y simbólico, los cuales se complementan entre sí favoreciendo la comprensión del concepto. Las características del mismo posibilitan que se pueda estudiar desde cualquier sistema, o incluso relacionando algunos de ellas; la cuestión es entonces definir de qué manera y a través de qué tipo de representaciones es conveniente enseñar el objeto de estudio, para que su conceptualización sea construida por los estudiantes no sólo desde el componente visual, sino también el analítico.

La enseñanza y aprendizaje de conceptos asociados con un componente visual-geométrico, ha sido abordada precisamente desde aspectos ópticos, aprovechando los beneficios que esta condición ofrece; sin embargo en muchos de estos procesos, se presenta una ruptura al momento de asociar el concepto creado a partir de la visualización con el que se construye analíticamente. Esta falta de establecimiento de relaciones entre el componente visual y el analítico se constituyen en un punto de partida para el presente estudio, pues en éste se busca encontrar de qué manera el establecimiento de relaciones entre el lenguaje verbal y el visual influyen en el proceso de aprendizaje del concepto de límite. A través del lenguaje verbal se hacen explícitos los razonamientos que dan cuenta de la comprensión de los procesos analíticos que subyacen en el concepto.

La comprensión del concepto de infinito ha sido considerada como uno de los grandes obstáculos asociados a la construcción del significado de límite, sin embargo el establecimiento de las relaciones existentes entre una definición verbal para éste y su representación visual permite una construcción inicial asociada a la definición formal del límite.

Elementos como los anteriormente mencionados han permitido definir en el presente trabajo un objeto de estudio y los elementos teóricos para posibilitar su comprensión y conceptualización;



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

en éste se ha propendido porque los estudiantes construyan el concepto de límite a través de representaciones visuales y verbales que les ha permitido llegar a una definición.

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## 1. ANTECEDENTES

La forma en que se enseñan las matemáticas ha sido objeto de cuestionamiento para muchos investigadores que se interesan por mejorar la didáctica de la misma y, en el caso particular del límite, según las investigaciones, carecen de este sentido. Varios estudios acerca de los procesos de formación del concepto de límite son relevantes para dar respuesta a la pregunta que direcciona la presente investigación y, así teniendo en cuenta la pretensión inicial y después de un rastreo bibliográfico se determinaron las siguientes categorías:

### 1.1 La enseñanza del límite

Cuando se pretende que los estudiantes interpreten un concepto es necesaria la representación exterior para luego ser interiorizado, Blázquez y Ortega (2001) hicieron una investigación titulada: Sistemas de representación en la enseñanza de límite, en la que se investiga la noción de límite en estudiantes de 17 a 18 años, de un curso de matemáticas aplicadas a las ciencias sociales, en el sistema educativo Español. A través de la investigación revisaron publicaciones afines al tema y textos escolares, con la intención de analizar con cuál representación se adquiere mejor el concepto de límite; encontrando que los posibles sistemas de representación para trabajar tal concepto en el bachillerato son: el verbal, el numérico, gráfico y algebraico; para hacer un rastreo e identificar cuál era el más óptimo para la interpretación, aplicando talleres individuales y colectivos donde había que solucionar problemas desde los diferentes sistemas. Los autores concluyeron que estos sistemas no son mutuamente excluyentes sino que se complementan, que unos llenan los vacíos de los otros.

Así mismo, Blázquez y Ortega (2000) en su estudio sobre el concepto de límite en la educación secundaria se interesan por las necesidades de enseñabilidad del concepto de límite en el bachillerato, teniendo como premisa el hecho que este es uno de los conceptos más importantes para poder desarrollar conceptos posteriores como continuidad, derivadas, integrales solo por citar algunos ejemplos; y a la vez se ha tornado en una de las concepciones que presenta mayor dificultad para ser entendida. En este sentido, los autores se dan a la tarea de proponer algunas herramientas que permitan abordar este tema de una manera más amena donde en dicha propuesta se tiene iniciar con una situación donde se vea la necesidad del a utilidad del límite y luego ir



introduciendo la definición y, para ello se trabajó con dos grupos de bachillerato, uno de 2° de ciencias sociales (17-18 años) y con un grupo de 4° de (15-16 años) donde a cada grupo se le entregó un test inicial para investigar las imágenes conceptuales que ellos tenían de los procesos infinitos y lo relacionado al concepto de límite.

Los autores afirman que un estudiante domina el concepto si entiende el aspecto explicativo-conceptual, el gráfico y el numérico, para lo cual diseñaron actividades donde tales aspectos se ponían en escena y los estudiantes se percibieran a sí mismos, en la tarea de utilizar tales representaciones. Luego, también indican los autores que uno de los problemas en la enseñanza de dicho concepto reside en la definición formal de esta, una tesis que para ser entendida, se requiere de una cierta capacidad de abstracción, por lo cual estos concluyen proponiendo empezar con una definición que sea ‘entendible’ para los estudiantes, utilizar palabras que tengan sentido para estos, un vocablo que sea del común entre los estudiantes sin perder rigor o formalismo matemático.

Otro de los inconvenientes reside en como los libros le presentan esta temática a los estudiantes, si en estos se utiliza un lenguaje con el que los estudiantes puedan tener una clara idea del tema en cuestión, o si por otro lado el lenguaje o la manera en cómo se presenta se encuentra por fuera del alcance de estos. Si esto último es el caso, se propone llevar a cabo un análisis de esta clase de textos, para sí poder hacer una selección que resulte procedente y productiva.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de límite el docente también se ve implicado, así como lo revela una investigación, en la cual, el objetivo ha sido el de exponer la forma en cómo se inicia la enseñanza del concepto de límite por parte de un docente, esto desde dos ejes centrales: el concepto de límite en bachillerato: intuición o conceptualización, como se titula el trabajo de Hernández y Ward (2011), donde la metodología de trabajo estuvo particionada en dos: inicialmente, se realiza una observación a los diálogos entre el docente y los estudiantes (en su clase) y, posteriormente, se ha hecho una entrevista semiestructurada con el docente. Para tal fin participaron 35 estudiantes y el docente respectivo del área de matemáticas.

En clase el docente pregunta a sus estudiantes qué entienden por límite, las respuestas van a ser un tanto ingenuas de parte de ellos, ejemplo de algunas respuestas: ‘cuando salgo a rumbar con mi novia, la suegra nos pone un límite, nos pone una hora de regreso’, ‘que te vas acercando’, ‘es como una aproximación’. Sin embargo este tipo de respuestas son las que nos pueden ir



acercando a una riqueza intuitiva del concepto, por eso no se pueden tachar como falsas estas representaciones, ya que la noción intuitiva es punto de partida del razonamiento lógico. Pero por otro lado, en la entrevista los autores se enteran que el docente lo que hace es trabajar el límite operativamente, haciendo una sustitución en funciones polinomiales que, aunque halla preguntas que tienen que ver con la intuición conceptual de los estudiantes, no saca el provecho de esas ideas.

Así, los autores concluyen que a partir de estas ideas intuitivas expresadas por los estudiantes, se puede ir acercando a los estudiantes al concepto de límite, suavizando un poco el formalismo de este mismo concepto. Sin embargo se inicia con la parte operativa en la que se les enseña a calcular límites por sustitución, y a medida que vayan alcanzando cierta habilidad, el docente les puede ir enseñando como calcular límites por medio de propiedades de una forma más sencilla, en donde, cada propiedad se vaya ejemplificando. No obstante una dificultad grande que se presenta en los estudiantes es en el momento de abordar el tema de discontinuidad y donde aparecen indeterminaciones, esto se presenta por la poca habilidad que tienen los estudiantes a temas previos al cálculo como lo son el álgebra, la trigonometría y la geometría.

En la misma línea se encuentra la investigación de Fernández, Ruiz, Rico y Castro (2013), sobre las concepciones acerca del concepto de límite finito de una función en un punto, pues para los investigadores es de preocupación el tema de la mejora de la enseñanza y aprendizaje de los conceptos de límite y continuidad de una función. La intención era analizar las diferentes categorías que se podrían clasificar de acuerdo a las concepciones de los estudiantes; para llevar a cabo tal cometido se escoge una muestra de 36 estudiantes con edades comprendidas entre 16 y 17 años, matriculados en la asignatura de matemáticas de la modalidad de Ciencias y Tecnologías, haciendo uso de un cuestionario de responder falso o verdadero, con la salvedad inicial de una pregunta abierta: 'Escribe una definición personal, con tus propias palabras, para límite de una función en un punto'. Se logra el objetivo, pues logran establecer ideas claves o familias de definiciones de acuerdo a lo obtenido en los resultados. Es de agregar, y no está de menos, mencionar, que en Blázquez y Ortega (2000) se enfatiza en la necesidad de distinguir entre los términos 'tender' y 'aproximarse', pues según los investigadores, en muchas ocasiones es imperceptible para algunos estudiantes, como consecuencia hay que saber muy bien con cuál término es más adecuado hablar de límite de una función.

Fernández (2010) propone una unidad didáctica para el límite y la continuidad de funciones, allí lo que el autor pretende es brindar la posibilidad de que los estudiantes puedan adquirir el



concepto de límite mediante las posibles representaciones del límite, entre las cuales destaca la representación simbólica, gráfica, gráfico-dinámico, figurativo, verbal y numérico; allí hace uso de los recursos tecnológicos a disposición. La unidad didáctica está dirigida a estudiantes de grado 1° de Bachillerato de la rama de ciencias de la naturaleza y de la salud (ámbito Español). Para ello plantea que su unidad didáctica está pensada en una secuencia de 8 tareas que debe hacerse, empezando desde funciones hasta llegar a asíntotas verticales, horizontales y oblicuas; que se desarrollará en siete secciones de clase. El autor no concluye explícitamente resultados o algo parecido, pero podrí decirse que la implementación de este tipo para la enseñanza del concepto de límite y su relación con continuidad favorecerá mucho porque permite al estudiante las maneras que se presenta el límite y en caso de los ejemplos aplicativos –que son apartados al final de secuencia que el autor propone hacer con sus estudiantes para contextualizar lo aprendido- ayudaría a dar solidifica más las concepciones que se formen los estudiantes.

El lenguaje visual es pieza fundamental en la presente investigación (Acaso, 2006), por eso en el transcurso de este rastreo bibliográfico se encuentran investigaciones y producciones que apuntalan al trabajo desde el lenguaje visual, con base en ello, uno de éstos hallazgos es la propuesta que tiene por título ‘propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso del geogebra de Bustos (2013). Resumidamente, consistió en hacer una exploración de las contribuciones de las experiencias de estudiantes de un grupo de grado 11 al introducir el concepto de límite desde la visualización con el uso del software geogebra y, para ello dividieron el grupo en dos, uno en el que se le introduciría el concepto con la herramienta mencionada y el otro recibiría una clase tradicional. Se concluye luego de la recolección de la información que la implementación de estrategias que involucren el aspecto visual favorecen a la adquisición y clarificación del tema, los estudiantes se mostraron activos, creativos y participativos en su proceso de aprendizaje, es decir la clase se hizo más eficiente por dinámica propuesta.

Las posibles dificultades en el concepto de límite radican en calcular el límite de una función, en la existencia de un límite y la más significativa en la definición del concepto de un límite. Según Turégano (2006) quien cita a Vinner en “una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula” ha conceptualizado acerca de dos clases células diferentes en nuestra estructura cognitiva. Una célula para la definición del concepto y otra célula para el concepto e imagen, estas dos células se pueden formar independientemente una de otra, sin embargo es más relevante que haya una relación biunívoca entre estas dos células. Esta relación se puede construir



dándole significado a la definición de un concepto, para este caso en particular, al límite; significado que hace la función de una imagen o gráfico. Cuando esto pasa hay un aprendizaje más sólido, es de anotar que con muy baja frecuencia, esta relación biunívoca no se da en la mayoría de los estudiantes ya que los conceptos son memorizados, dejando la célula de concepto e imagen vacía.

De acuerdo con lo anterior, muchos estudiantes sostienen conceptos erróneos de límite y no pueden dar una definición coherente o explicar el procedimiento que utilizan para resolver problemas. Algunas de las probables razones para que esto ocurra puede ser que, primeramente es que los estudiantes ven el cálculo como una colección de elementos a memorizar y lo segundo es cuando los estudiantes comprenden el valor del límite de una función como un número, el cual puede ser calculado a través de operaciones algebraicas o artificios matemáticos.

Aun así una posible solución a este dilema es abordar el concepto de límite, inicialmente, partiendo de la definición en donde, esta sea explicada por medio de gráficos, así los estudiantes contarán habilidades necesarias para hacer uso del concepto de límite con más precisión y con más facilidad.

## **1.2 La enseñanza desde el lenguaje verbal y el lenguaje visual de las matemáticas**

La educación matemática tiene un gran impacto social y, este hay que hacerlo notar desde el momento de enseñarla, de tal forma que el estudiante le encuentre sentido y aplicación a lo real y, esto es de lo que muchos docentes se olvidan y se dedican más a trabajar la parte operativa y rigurosa. Esto está directamente relacionado con el tema de modelación matemática y para ello es preciso resaltar la investigación de Castañeda e Higuera (2005) que trata de poner en escena la gran utilidad de un objeto matemático como es el de función direccionada a la química. Dicho estudio se ha titulado ‘Modelación Matemática en un entorno de la visualización para el aprendizaje significativo’ en el que se procura implementar una propuesta metodológica sobre el tema de funciones apoyados en las formas de representación (modelación visualización) y el uso eficaz de mediadores (herramientas como talleres, calculadoras, software, signos, el lenguaje y los símbolos) Para llegar a su fin, que era el de saber cómo lograr un aprendizaje significativo del concepto de función y su utilización para modelos sencillos, lo hicieron con estudiantes de primer semestre de Química Farmacéutica y con un grupo de matemáticas operativas de la Facultad de Ingeniería de



la de la Universidad de Antioquia (U de A) aplicando una metodología de talleres sobre el tema de funciones donde el estudiante siempre fue un agente activo, el docente solo era un orientador, y así, luego de los resultados obtenidos establecer comparaciones sobre el aprendizaje. En la investigación se resalta que un proceso anterior ofrece al estudiantado un espacio flexible al interior del se han ejercitado las actividades de cooperación y solidaridad, por medio del trabajo en grupo. Esto es una evidencia para demostrar buenos resultados para la investigación. Finalmente de acuerdo a los datos estadísticos respectivos, se aprecian avances favorables en lo relacionado a lo disciplinar y lo pedagógico, es decir, que trabajando de esta forma se obtiene un aprendizaje más provechoso y significativo del tema en un corto periodo de tiempo.

En ‘uso del doblado de papel en la construcción de las secciones cónicas e identificación de sus características’ es una investigación hecha por Santa, Bedoya y Jiménez (2007) en las que se proponen actividades enmarcadas en uso del doblado de papel como herramienta innovadora, poco convencional y económica, pues de acuerdo a las encuestas y entrevistas usadas para dicho estudio, lograron detectar que la enseñanza tradicional del tema ‘secciones cónicas’ no estaba provee de un verdadero aprendizaje y apropiación de la temática. Tal aplicación la hicieron en el grupo 10C de la Institución Educativa Normal superior de Envigado en el segundo semestre del año 2006 llegando a la conclusión, a pesar de que no todas sus guías y actividades pensadas se pudieron poner en marcha ya que el factor tiempo fue determinante, “de que el doblado de papel sí favorece a la apropiación y aplicación de los conocimientos concernientes a las secciones cónicas porque da oportunidad de generar procesos de visualización y de justificación en la construcción y definición de los lugares geométricos respectivos”

En la misma línea se encuentran el estudio de Díaz (2009), sobre el ‘lenguaje verbal como instrumento matemático’, en la que ha expuesto una mezcla entre dos lenguajes. El lenguaje verbal y el lenguaje de las matemáticas. Se tiene en cuenta como objeto de comprensión matemático, el concepto de función como foco de estudio; éste tiene identificado cuatro lenguajes o representaciones: la representación algebraica (lenguaje), lenguaje aritmético, lenguaje geométrico y el lenguaje verbal; en este sentido la mencionada investigación tiene como propósito observar de qué forma los estudiantes son capaces de traducir un concepto matemático, en el lenguaje natural (verbal), o de traducirlo en los tres lenguajes o representaciones ya citados. Para llegar a los resultados se tuvo como población a estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Santo Tomás de Bucaramanga (Santander, Colombia), la investigación se ha





UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

desarrollado en dos grupos, en el primer grupo denominado grupo A, el docente les hizo una exposición traduciéndoles una función en los cuatro lenguajes mencionados previamente, acto siguiente a los estudiantes se les paso una planilla con una función distinta, en la que debían hacer lo mismo (traducirla en los cuatro lenguajes) y el segundo grupo denominado grupo B, tuvo prácticamente la misma dinámica, con la diferencia que no hubo exposición y explicación previa, todas y cada una de las instrucciones fueron por escrito. Al realizar estas actividades y consecutivamente al hacer un análisis de información, se concluye que el lenguaje verbal es un mecanismo poderoso en la comunicación del ser humano, sin embargo, como herramienta única de evaluación en la comprensión de conceptos matemático resulta en un instrumento engañoso, así mismo, es pedagógicamente equivocado el exorbitante uso del lenguaje algebraico en los matemáticos. Varios resultados de la investigación se refieren a errores de los estudiantes en conceptos que los mismos docentes asumen y perciben para sí mismos como obvios y sencillos.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las dificultades inherentes a la conceptualización y definición de límite se han constituido en objeto de estudio de distintas investigaciones. Dicho concepto matemático, que implica dificultades en su comprensión y aprendizaje, invita a reflexionar sobre estrategias que, a nivel metodológico, puedan ser pertinentes para mejorar los procesos de razonamiento de los estudiantes en el marco relacional del límite.

Hablar de límite, supone la referencia a un campo complejo caracterizado por un componente visual-geométrico y una definición formal y verbal. La importancia del lenguaje y la visualización estriba en que ambos elementos posibilitan el fortalecimiento del desarrollo de procesos de comprensión.

Así, pensar en los distintos factores que median los procesos de enseñanza y de aprendizaje, conduce a reflexionar sobre aspectos tales como: los componentes didácticos y metodológicos, las necesidades de los estudiantes y sus intereses, la práctica docente y la finalidad de la educación. Con ello se traza el objetivo de una búsqueda de puntos de convergencia que permitan elaborar propuestas inclinadas al fortalecimiento de los procesos de razonamiento de los estudiantes, en el marco del estudio del concepto en cuestión.

Si se acepta que la finalidad de la educación es la formación humana, integral o general, que estimula en el individuo la crítica y la reflexión para hacerle frente a una sociedad globalizada que instrumentaliza y homogeniza el modo de ver el mundo, es necesario explicitar la forma en que se están llevando a cabo los procesos de aprendizaje en la escuela. El punto de partida, en consecuencia, es la reflexión acerca de la práctica del docente en ejercicio, pues es quien lleva los procesos directamente desde y en el aula, además de los factores externos a este como lo son el social y el comunitario, que también intervienen en los conocimientos que desarrollen los estudiantes. Por lo anterior, es importante la búsqueda de herramientas que propicien el fortalecimiento de las habilidades particulares de cada estudiante en sus dimensiones: analítica, sintética y creativa apuntalando por un enfoque de enseñanza/aprendizaje abierto y diversificado, pues así aumente la probabilidad de un emerger respecto la propuesta formativa, según la cual, no se debe enfatizar en la transmisión de conocimientos de un modo sistemático y abstracto, sino en la implementación de herramientas no convencionales que generen motivación e interés en el



estudiante. En este sentido, en los procesos de formación prevalece la actitud participativa de los estudiantes con situaciones problema desde su propio contexto; con ello se invita y ánima a la reflexión, al dialogo y al trabajo colectivo. Por lo tanto, la presente investigación está direccionada hacia la relación de correspondencia entre el lenguaje verbal y el lenguaje visual en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas centradas en el concepto de límite, pues según revelan distintas investigaciones, es un tema bastante difícil de enseñar y de aprender. Se pretende que los estudiantes eviten ver el tema en cuestión como algo abstracto, de ahí que la tarea sea desarrollar metodologías apropiadas en práctico hacer.

El concepto de límite que se estudia generalmente de un modo limitado, recurre al uso de mecanismos típicos y tradicionales como la tiza (hoy día marcador borrable) y el tablero. Ello supone una clase rígida y magistral, que mediante formas de enseñanza abstractas, coarta los procesos de imaginación y raciocinio entre los estudiantes. Se intenta por consiguiente, no caer en estas clase de ‘lagunas’, para ello se propone sesiones de enseñanza con un carácter activo y participativo por parte de los estudiantes, potenciando así el desarrollo de competencias matemáticas, es decir, que el estudiante solucione problemas de forma autónoma, se comunique matemáticamente, valide procedimientos y resultados, propiciando aprendizajes significativos.

Esta investigación ésta orientada a un análisis de la influencia que derivaría la implementación de una estrategia didáctica, en el seno de la relación entre el lenguaje visual y el lenguaje verbal para la construcción del concepto de límite. Donde los estudiantes asuman un papel protagonista en la construcción del concepto, evidenciando la importancia y la aplicación del mismo en varios campos y generando nuevas estrategias que ensanchen el camino del aprendizaje y reduzcan los elementos que obstaculizan su apropiación.

Dicho a lo anterior, es necesario hacer un rastreo de los estudios e investigaciones que den cuenta de aspectos tales como: estudios acerca del concepto de límite y su enseñanza en la media vocacional, de qué manera es abordado este concepto, cómo lo entienden y aprenden los estudiantes, representaciones del límite, dificultades asociadas al aprendizaje del concepto de límite e intuición acerca del concepto de límite. Con este rastreo se pretende dilucidar elementos teóricos y metodológicos que permitan empezar a trabajar, con la convicción de proveer y contribuir con estrategias claras que posibilitarán la interpretación de tales aspectos, por parte de los estudiantes.

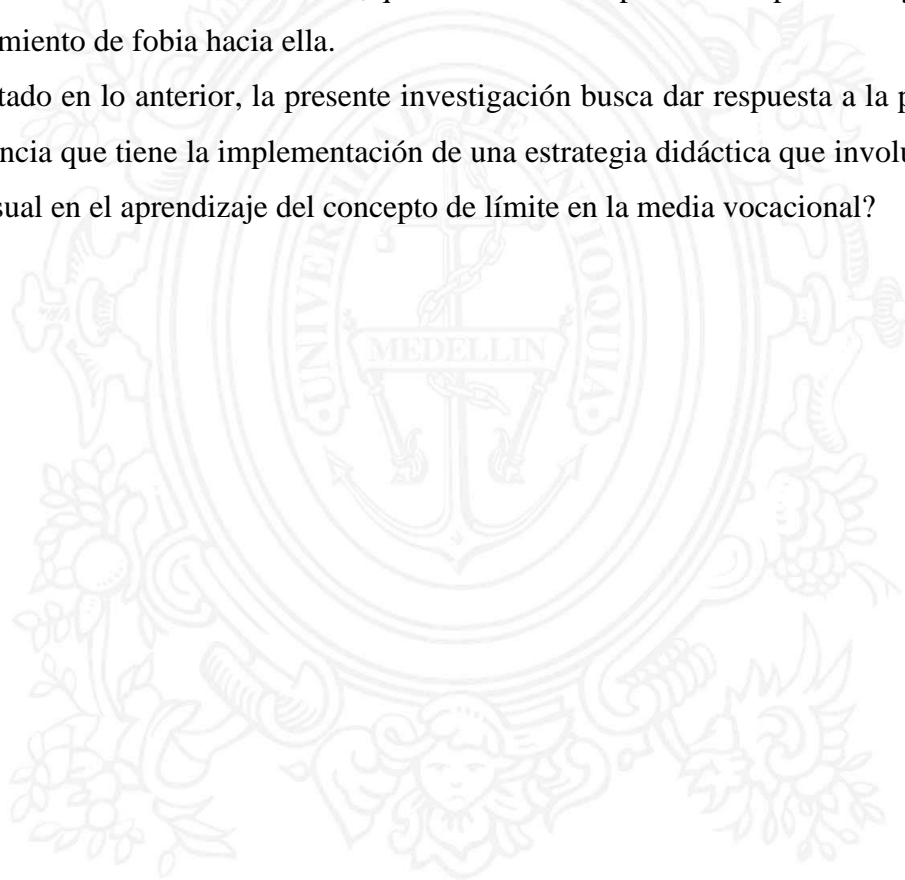


UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

Dentro de este contexto, el razonamiento matemático dota al individuo de una capacidad crítica, sólida y fundada en la razón, por ello este aporte, permitiría a los estudiantes desentrañar lo que subyace en las situaciones cotidianas en las que se aprenden las matemáticas, en otras palabras, se trata de pensar el nexo entre teoría y práctica como condición para que un escenario escolar forme de un modo integral a sus estudiantes. Por tal motivo, resulta de vital importancia abordar cada temática de una manera tal, que los estudiantes puedan comprenderla y evitar el sesgo por el sentimiento de fobia hacia ella.

Sustentado en lo anterior, la presente investigación busca dar respuesta a la pregunta: ¿Cuál es la incidencia que tiene la implementación de una estrategia didáctica que involucre el lenguaje verbal y visual en el aprendizaje del concepto de límite en la media vocacional?



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



### 3. JUSTIFICACIÓN

El presente estudio persigue explorar cuáles son las posibles incidencias de la enseñanza del concepto de límite, tanto desde el lenguaje visual y lo tangible como desde el lenguaje verbal. Con ello se insta generar y desarrollar en los estudiantes, motivación por el aprendizaje de las matemáticas para su vida cotidiana y académica, a partir de sus intereses y/o expectativas frente al conocimiento.

La investigación por lo tanto, intenta allanar un hecho actual, a saber, la indiferencia generalizada de la mayoría de los estudiantes con las matemáticas o conocimientos de este estilo, hecho que se torna en reto y desafío para el presente trabajo. Se espera entonces, estimular, incitar, provocar, causar, la apertura de posibilidades que lleven a los estudiantes a concebir algo más allá de lo dado en las aulas escolares, lo cual y porque no, se materialice en formulaciones y proposiciones que ofrezcan nuevas interpretaciones ante problemas matemáticos particulares como el límite y en general, ante la trama compleja y fascinante de la matemática, siempre desde la singularidad de cada estudiante.

Ahora bien, es importante señalar que por la forma misma de las matemáticas, los procesos de enseñanza carecen de un encanto intrínseco para los estudiantes, convirtiéndose en una problemática que se ha visto reflejada por los antecedentes e incluso ha llegado a ser de carácter social, constituyendo un desafío en la educación actual. Es por ello que se considera de valor real indagar en propuestas alrededor de estrategias de enseñanza/aprendizaje novedosas, que muestren las matemáticas como lo que son: una de las áreas del conocimiento más atractivas, por lo que el enfoque primordial de esta investigación, como se ha mencionado a lo largo de este propuesta, está fundamentado en desarrollar en los estudiantes la visualización matemática del concepto de límite, mediante metodologías que hacen gran uso del lenguaje verbal y visual desde la manipulación de material concreto.



#### 4. MARCO CONTEXTUAL

La Institución Educativa San Luis Gonzaga se encuentra ubicada en el barrio el Remanso del municipio de Copacabana (Antioquia), en la dirección CLL 50 # 62-78, tiene como director al señor Yovanys Vargas Gómez y como coordinador al señor Carlos Alberto Vergara. Presta sus servicios académicos en la jornada de la mañana y la tarde. Cuenta con 1100 estudiantes aproximadamente y una planta de 50 docentes. Respecto al potencial humano de la institución, es de resaltar que se evidencia en los docentes planta una convergencia por querer formar personas integras con un pensamiento crítico y con capacidad de verse involucrado y apropiado por las situaciones del país. Apoyan a los estudiantes si alguno(s) considera importante ayudar a las manifestaciones cívicas en caso de ceses de actividades laborales del orden gubernamental (coloquialmente paros de orden público). Los valores en la institución se vive desde el inicio de las clases, esto con la idea de formar personas respetuosas, personas con alta disciplina. Es imprescindible dejar de mencionar el gran sentido de pertenencia y compañerismo que se vive en el ambiente escolar. Difícilmente se ven movimientos de riñas, ‘brincas’ entre estudiantes o generación de actitudes que provoquen desequilibrio al horizonte institucional. El aspecto académico de los estudiantes es bueno, no obstante como en toda institución., hay quienes tienen sus dificultades académicas; de no ser así no se tendría como orgullo el hecho de pertenecer a las listas de una institución entre las primeras en las pruebas de Estado (ICFES). El ambiente social comprende una descripción general de las condiciones sociales, económicas, culturales, políticas de la comunidad educativa, en este sentido, un 90 % de la población escolar en hace parte del barrio El Remanso y barrios aledaños, un bajo porcentaje (10%) vienen del barrio Machado. La población se caracteriza por ser estrato 2 (Convenio 387 del área metropolitana del Valle de Aburrá, 2012). En lo observado, en los salones de clase hay buen material didáctico para trabajar en el área de matemática, hay buena cantidad de textos, hay dispositivos de video, salas de computadores, biblioteca. En general, la institución cuenta con recursos físicos adecuados para hacer placentera y con cómoda la labor de enseñanza enriquecida con algo muy didáctica y generadora de conocimiento.

Formar personas éticas, capaces de responder por sus actos, defender sus derechos, respetar los de los demás y acatar sus deberes; es así, que a partir de la administración de la educación en la Institución Educativa San Luis Gonzaga se logra impartir una educación de calidad en lo académico y en lo técnico, y formativa en lo humano que se definan como la base prioritaria del desarrollo ético, social, cultural, tecnológico, laboral, económico de la comunidad educativa y la sociedad en general.

#### **4.2 Visión**

En los próximos siete años, la Institución Educativa San Luis Gonzaga, con un sistema integral, equitativo, con calidad, innovador, pertinente con criterios participativos y aprendizaje como elementos vitales para el conocimiento, la autonomía y la sana convivencia, logrará un desarrollo permanente de toda su vida que se reconozca y se vincule a los sectores social, político y productivo.

#### **4.3 Caracterización de la comunidad**

La Institución Educativa San Luis Gonzaga se encuentra ubicada en el barrio el Remanso en el casco urbano del municipio de Copacabana (Antioquia), en la calle 50 # 62 – 78. Es única sede y presta sus servicios académicos en la jornada de la mañana y la tarde. Cuenta aproximadamente con 1100 estudiantes y 50 docentes y 5 personas entre directivos y administrativos. La calzada vehicular posee obras de drenaje para la conducción de aguas residuales hasta la red de alcantarillado público. Adicionalmente, presenta una pendiente adecuada para la evacuación de los flujos superficiales. El servicio de acueducto, alcantarillado, energía y telecomunicaciones del sector son suministrados por EPM y UNE respectivamente, y están distribuidos de forma tradicional, es decir, mediante redes subterráneas para los servicios de acueducto y alcantarillado, y redes elevadas para los sistemas eléctricos. Sus familias laboran en empresas del sector industrial como son HACEB, IMUSA, entre otras, y también algunos otros, se desplazan a los municipios cercanos a laborar como son: Barbosa, Girardota, Bello y Medellín. Las actitudes y formas comportamentales entre los habitantes es adecuada, en donde se convive un ambiente de



amabilidad, responsabilidad, tolerancia entre otros valores, además la gente se caracteriza por ser trabajadora, el nivel de violencia resulta alto, el que cabe destacar la violencia intrafamiliar (o doméstica) entre las familias de los estudiantes.

La población se caracteriza por ser estrato estratos 1,2 y 3. Sus ingresos económicos provienen de sus labores en las empresas ya mencionadas. Debido al trabajo de los padres el tiempo al acompañamiento de los estudiantes es poco, sin embargo se da cuenta que los padres de familia están atentos a las recomendaciones de los docentes.

El plantel educativo se encuentra ubicado en una zona con estructuras destinadas a vivienda y otras destinadas a fabricas (icopor, ollas, confesiones) y al comercio como restaurantes, graneros, fotocopiadoras, papelerías y discotecas en un radio aproximadamente de 50 metros. El ambiente social comprende una descripción general de las su mismas condiciones y en suma de las que son económicas, culturales, políticas de la comunidad educativa. En lo referente a los espacios de comunicación se encuentra el polideportivo, donde se realizan actividades física y lúdicas, la casa de la cultura se encuentra en el casco urbano del municipio junto con la biblioteca José Miguel, además el existe la oferta del programa para la tercera edad que lidera el municipio de Copacabana. A manera de generalidad, el sector ofrece a la comunidad espacios de orden cultural, religioso y deportivo, cuenta con junta de acción comunal J.A.C. y sus respectivos grupos juveniles.

#### **4.4 Proyección del área de Matemáticas hacia el tipo de hombre que la Institución desea formar**

El área de matemáticas se encuentra organizada de tal manera que en los estudiantes se desarrolle un pensamiento crítico en altos niveles, de tal manera que estos puedan llevar a cabo análisis y dar soluciones coherentes, pertinentes y acertadas a las diferentes situaciones que le rodean. Por otro lado, se busca que el estudiantado pueda además de analizar y dar soluciones, que reflexione frente a situaciones que puedan acontecer en su entorno, y que frente a las soluciones dadas por otras personas, tenga una postura crítica y además muy firme.





#### **4.5 Análisis de los referentes teóricos de Grado Once**

Facultad de Educación

La matemática que se imparte en los grados 11° se hace de manera tradicional, esto es, el docente frente al grupo y valiéndose del tablero como herramienta para escribir, dicta sus clases a la manera clásica magistral. Esta es la forma con la que desde hace ya un par de siglos, se enseña en la escuela.

#### **4.6 Criterios didácticos y metodológicos de la Enseñanza de las Matemáticas**

Cada unidad temática es preparada con el propósito principal de potenciar en los estudiantes una actitud crítica y reflexiva que involucrando su contexto, le permita a estos aplicar lo visto en clases. Además se busca mantener o superar el buen nivel académico en cuanto a pruebas ICFES se refiere, para esto resulta precisar una adecuada selección de los contenidos.

#### **4.7 Enfoque y estrategias de Enseñanza y Aprendizaje**

Al finalizar cada encuentro, se deja una serie de actividades que le permitan al estudiantado afianzar lo abordado en dicha sesión, actividades que son revisadas al dar inicio el siguiente encuentro, siempre tratando de tener en cuenta las características de los estudiantes.

Durante el desarrollo de cada sesión, se busca que los estudiantes puedan dotar de sentido cada una de los temas vistos, por esto resulta indispensable un uso adecuado del tiempo y una selección pertinente de situaciones que permitan visualizar lo visto, así como una serie de ejercicios prácticos que den paso a una interiorización de los temas.

#### **4.8 Coherencia del diseño evaluativo con la estructura metodológica del área**

Para evaluar cada temática abordada, se recurren a los mecanismos clásicos de evaluación, con los que se busca dar una valoración cuantitativa, pues es lo que al fin de cuentas el sistema exige. Por otro lado, se tiene presente el trabajo desarrollado por cada persona, pues es claro que cada uno en particular aprende de manera distinta y por consiguiente, es necesario pensar en que no todos responderán de la misma manera ante una evaluación tradicional.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

El ambiente académico de la institución educativa san Luis Gonzaga en términos socio-afectivos. En general es aceptable y el esperado, predomina la jerga paisa (parlache), la interacción entre estudiante/docente es adecuada para el ambiente académico que se genera en la institución, se observa el trabajo de los docentes (independiente de su saber disciplinar) en formar personas integras hacia la sociedad.

Se nota varios vacíos en el saber disciplinar, para este caso Matemáticas, entre los estudiantes; esto se puede evidenciar en las preguntas, inquietudes e intereses del estudiantado en las clases de matemáticas, en donde se observa que se promueven los estudiantes de grado sin tener claro o interiorizado un concepto o un tópico de matemáticas, el cual va a ser y es fundamental en el aprendizaje de un concepto en grados posteriores. A parte de esto se contempla la idea errónea de los estudiantes hacia las matemáticas, en donde, se conciben las matemáticas solo como una operación algorítmica inmune a la vida cotidiana, en donde no se les expone las distintas aplicaciones que tiene las matemáticas en la biología, economía, estadística entre otras.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803



## 5. OBJETIVOS

### 5.1. Objetivo General

Analizar la influencia del lenguaje verbal y visual en los procesos de aprendizaje del concepto de límite en estudiantes de grado 11<sup>a</sup> de la I.E. San Luis Gonzaga del municipio de Copacabana, para así determinar la mejor forma posible de la enseñanza del concepto mediante la implementación de estrategias didácticas.

### 5.2. Objetivos específicos

Identificar las características del lenguaje verbal y visual en los procesos de formación en el área de matemáticas

Caracterizar las estrategias didácticas utilizadas en el aula de clase para el aprendizaje del concepto de límite.

Describir el impacto que tiene la implementación de una estrategia didáctica en el que involucre el lenguaje verbal y visual hacia el aprendizaje del concepto de límite.



## 6. MARCO REFERENCIAL

### 6.1 Marco teórico

Son muchas las temáticas que hacen parte de la matemática, unas más complejas que otras, y como es sabido por quienes la estudian, existen temáticas más abstractas que otras. En este sentido y teniendo en cuenta que el presente trabajo se centra en la construcción conceptual de una de esas temáticas abstractas, se proponen una serie de situaciones que podrán desarrollarla. Se le apuesta así al uso de dos tipos de lenguajes que a diario son utilizados por toda la humanidad, a saber, el lenguaje visual y el verbal. Se cree que un uso adecuado de éstos, mezclados con una serie de actividades para tal fin diseñadas, desembocará en una comprensión adecuada del concepto en cuestión.

Afrontar la temática de manera visual permitirá vislumbrar con mayor claridad aquello que se aborda de manera verbal. Esto, desde la postura propia de quienes conducen la presente investigación, que llevará a una mejor comprensión y permitirá clarificar la teoría, puesto que el concepto en cuestión es muy abstracto. Por lo tanto el uso de herramientas externas resultará pertinente, teniendo en cuenta el hecho de que todas las personas aprenden de diversas formas, ello se puede explicar por la serie de factores que influyen y determinan los modos en que cada persona aprende. En este orden de ideas es posible entonces plantear una relación paralela entre el número de teorías de aprendizaje y formas o estilos del mismo en los individuos. En este sentido, y sin perder de vista que esta investigación se centra en la propuesta de una nueva forma de enseñar el concepto de límite, es necesario hacer explícito que hay una serie de factores que condicionan la elaboración y ejecución de dicha propuesta, pues cada estudiante tiene una manera particular de aprender o de asimilar los conocimientos que el docente imparte. Es importante entonces abordar dichos factores bajo la guía de algunos estudios elaborados por especialistas en materia de aprendizaje.

Así, Vygotsky (citado por Carrera, B., Mazzarella, C. 2001) destaca el valor que tiene la cultura, la interacción social y la dimensión histórica del desarrollo mental en el aprendizaje subjetivo, pues el entorno que rodea a cada persona tiene un papel vital, ya que es en la relación con el otro y 'lo otro' donde cada estudiante maximiza su propio aprendizaje y el de los demás Del



mismo modo el autor argumenta que el conocimiento es una construcción que cada persona elabora, construcción que es posible mediante la interacción constante con el otro y lo otro, es decir, con otros seres humanos y el medio que les rodea. El entorno condiciona los modos posibles de aprendizaje, interiorización y aplicación del conocimiento en situaciones cotidianas por parte del individuo, pues primero se viven los procesos interpsicológicos y posteriormente los intrapsicológicos o en palabras de Vygotsky: la internalización.

En este orden de ideas, para Vygotsky (1925) el conocimiento se construye a partir de operaciones y habilidades cognoscitivas, que se adquieren exclusivamente en la interacción con otras personas, de modo que es principio es fundante y afín al trabajo colaborativo, incide formativamente en el aprendizaje del sujeto. De ahí que sea necesario dotar a cada estudiante de instrumentos que posibiliten la comunicación y la interacción social, es decir, instrumentos mediadores entre el estudiante y el conocimiento. Dichos instrumentos también han sido clasificados de modo Vygotskiano en función del tipo de actividad que posibiliten las herramientas y los signos. La herramienta es aquella que muda el entorno material, mientras que el respecto al signo es un constituyente que está en la cultura y cumple con las funciones de mediador en nuestras acciones (Becco, 1999). Existen muchas clases de símbolos que se utilizan tales como el lenguaje, los sistemas de lectoescritura, la aritmética, el pensamiento, entre otros.

Así pues, resulta necesaria la implementación de una estrategia que, relacionando aquellos factores, converja en una propuesta de enseñanza, la cual tendrá como centro la enseñanza del concepto de límite pues esta temática es muy abstracta y, por ende requiere un nivel de análisis considerable. No obstante, teniendo muy presente que la meta es que el estudiante comprenda dicho concepto, se partirá de premisa cierta como lo es: el aprendizaje colaborativo teniendo presente la importancia que tiene, tanto lo visual como lo verbal, en dicho proceso de aprendizaje.

Con miras al anterior objetivo, Becco (1999), apoyado en los análisis que ha realizado a los aportes de Vygotsky, sustenta que cada persona por su mera naturaleza y en completa soledad, no puede desarrollarse plenamente, es decir, el desarrollo de sí mismo implica fundamentalmente, un proceso de interacción constante con el medio que le rodea, donde están incluidos los otros seres humanos. Se afirma entonces, que una persona aislada no es un ser y no llega a ser completo, lo cual ampliado desde la sociología, agrega que somos sujetos y seres sociables en tanto nos relacionamos con los otros individuos que constituyen la cultura. Por tal razón el aprendizaje y trabajo colaborativo juega un rol de vital importancia en la construcción del conocimiento pues



UNIVERSIDAD

DE ANTI

1800

Facultad de

como lo sustenta el Servicio de Innovación Educativa (2008) citando a Johnson y Johnson; para estos autores cooperar es trabajar juntos para lograr objetivos compartidos, por lo que el trabajo en equipos será una constante en la intervención didáctica. En este sentido, resulta necesario entender la teoría sociocultural introducida por Vygotsky, en la que se destaca la importancia que tiene la cultura y la sociedad a momento de acercar a cada estudiante con su o sus experiencia en la adquisición de conocimiento. Éste se construye en la esfera de lo social, lo cual anima y valida la implementación de actividades cooperativas que generen en los estudiantes interacciones entre sí, generándose con ello un desarrollo adecuado. El aprendizaje fruto del trabajo colaborativo entonces es aquel que resulta de la interacción con el otro, esto es, mediante diversas actividades llevadas a cabo en cooperación con otros.

De otro lado Antolín, Martín y Barba (2012) entienden por aprendizaje de trabajo colaborativo como el resultado de la construcción de significados que se obtiene luego de compartir experiencias personales con el otro. Compartir es una implicación para las partes que entran en juego; afianzar los conocimientos adquiridos, discutir si existe alguna diferencia y arribar a una posible conclusión. El compartir, además, está íntimamente relacionado con la construcción de conocimientos, es decir, con la conciencia de que la ayuda del otro se constituye en una excelente estrategia para el aprendizaje y la interiorización del conocimiento por parte del estudiante. Por eso, uno de los énfasis de esta propuesta se encuentra en el trabajo colaborativo que, aunque no sea el eje director de la presente investigación, es esencial para todo proceso de aprendizaje. Con ello se espera la generación de un aprendizaje colectivo, que si bien no anula el aprendizaje independiente, se concentra particularmente en la totalidad del grupo de estudiantes, bajo la idea de que se debe trabajar por despertar la mirada y generar objetivos claros en materia de conocimientos, en cada uno de los estudiantes.

De este modo es necesario insistir una vez más, en la referencia teórica de esta propuesta. A saber, Vygotsky, pues habla de apropiación, elemento que está en el centro del presente estudio, y para ello, hay que crear escenarios posibles que permitan al estudiante ser constructor de conceptos, cuyo sustento se haya en la interacción de uno frente al o los otros y se ha de movilizar mediante el lenguaje verbal, el cual para este mismo autor, es elemento mediador en el desarrollo que se genera en la relaciones con el otro. Aunado a Vygotsky es importante prestar atención a la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), pues aquí el docente sirve como mediador de los estudiantes y el conocimiento. Esto, lo que los docentes harán durante la intervención propiciando un



UNIVERSIDAD

DE ANTI

1800

Facultad de

andamiaje que serían las guías respectivas a cada actividad procurando incentivar el rol activo del estudiante para luego otorgarle independencia mediante problemas donde tenga que hacer relación entre lo que sabe y lo nuevo que se le está explicando., que presupone el compromiso moral con la construcción de sus conocimientos.

Por otro lado, Acaso (2006) por medio de cierto parafraseo de Nichols Mirzoeff, habla del carácter sorprendente derivado de la observación de la actual civilización o el actual mundo, en otras palabras: la imagen que vivimos hoy. Sorpresa causada por la ausencia de una fuente bibliográfica que asuma el trabajo de las ventajas y/o las desventajas que tiene el lenguaje visual, como camino conducente hacia un nuevo conocimiento. Lo paradójico del tema reside en que nuestro mundo está habitado por multiplicidad de imágenes, conviene decir a manera analógica como la imagen y lenguaje visual se aúnan así como la palabra con el lenguaje verbal. De esto da cuenta el avasallador desarrollo tecnológico, donde el lenguaje visual está llamado a protagonizar una creciente cadena icónica. Es un hecho que las imágenes posibilitan las representaciones subjetivas de las personas, en donde, de un lado tenemos las imágenes artísticas (imágenes que generan placer), mientras del otro lado están las imágenes cuyo fin no es el placer ni el deleite. Este último grupo de imágenes carece de estudios serios, lo cual ha posibilitado el despliegue de las imágenes como proyecciones para causar placer, dejando de lado, en consecuencia, los alcances formativos de las imágenes como instrumentos que estimulan la capacidad de crear y descubrir nuevos conocimientos mediante el lenguaje visual.

La imagen, por lo tanto, en cuanto lenguaje visual en función del conocimiento, es de vital importancia. Imagen y conocimiento enlazados en cadenas de comunicación, donde se prescinde de la formación de receptores adoctrinados y se busca crear mensajes claros y concretos en términos de conocimientos para los estudiantes. Así pues, ¿Cómo optimizar las imágenes hacia un aprendizaje significativo para el estudiante? Vygotsky (1925) en su obra Pensamiento y Lenguaje, apuesta por una profunda interconexión entre lenguaje verbal y los conceptos mentales; los conceptos son los que posibilitan el conocimiento, y tienen asidero en la mente, dichos conceptos entonces funcionan como un sistema de representación mental soportado en imágenes; mediante los conceptos y las imágenes se clasifica y organiza el mundo en categorías con sentido. Si aceptamos un concepto con vistas a algo, es necesario conocer la esencia del mismo, su definición y sus características entre otros elementos. Todo esto soportado por el lenguaje visual y sin perder de vista que el lenguaje verbal y los conceptos mentales no son comparables ni



UNIVERSIDAD

DE ANTI

1800

Facultad de

uniformes a lo largo del crecimiento del niño, por el contrario, en el desarrollo del niño prima un constante cambio, en donde, los procesos de desarrollo que lleva a cabo cada individuo son muy distintos y sus resultados van a ser reflejados mediante dos curvas de crecimiento, a saber: el lenguaje verbal y los conceptos mentales. Curvaturas que se juntan y se separan en repetidas ocasiones y en determinados ciclos de sus vidas.

La claridad de lo anterior, otorgaría los elementos necesarios para exponer un trabajo recíproco entre el lenguaje visual y el lenguaje verbal, en donde se busca optimizar esos puntos de convergencia, donde las curvas de crecimiento se juntan (lenguaje verbal y los conceptos mentales). Desconocemos, sin embargo, que a lo largo de la historia la relación entre pensamiento y lenguaje se ha concebido como un problema caracterizado por la independencia y la pureza del uno y el otro. No había entonces concepciones y estudios que legitimaran una relación unívoca entre el pensamiento y el lenguaje. Sin embargo, Vygotsky (1925) considera el lenguaje como una simple vestidura del pensamiento. Y si esto es así, dicha escisión entre pensamiento y lenguaje queda superada, pues el pensamiento y el lenguaje están en una relación directa.

Ahora bien, no se trata de superponer las palabras sobre las imágenes, sino, por decir lo menos, dejar que las imágenes donen sentido, dejarlas transmitir (Acaso, 2006); para ello, no se puede ni debe confundir los significados de las palabras y los de las imágenes, ambos son campos, si bien interconectados, autónomos.

No es raro ver como los niños captan las ideas mediante la imagen de una forma más rápida, haciendo conexiones mentales con experiencias ya vividas y relaciones con lo que está a su alrededor, es decir, se genera un aprendizaje más óptimo y cálido, no es lo mismo mostrar el diámetro de una circunferencia (desenrollando y midiendo) que dejarlo solo en la teoría y a la imaginación, si el estudiante puede tocarlo puede desenrollar y medir de seguro habrá una mejor internalización del concepto que se está trabajando, solo por tomar un ejemplo. Con lo anterior se trata de mostrar que hay una relación entre el lenguaje verbal, visual y los conceptos mentales, que no se deben trabajar con independientes y distantes, sino, en una interrelación de forma que las capacidades cognitivas vayan desarrollándose, para así maximizar ese periodo en donde las curvas el lenguaje verbal y los conceptos mentales - se juntan alcanzando un aprendizaje más significativo para el estudiante.

En consonancia con lo anterior y centrado en el contexto de la investigación cabe hacer la siguiente pregunta: ¿Cómo se combinan entonces las capacidades cognitivas y sensoriales en lo





que concierne al proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de límite? Esta pregunta guarda cierta relación con Pellón (2008), quien en su trabajo sobre la imagen, concluye así:

Facultad de Educación

“Lo cognitivo (Citando a Villafañe, 1996) es el resultado de relacionar dos informaciones distintas para extraer un resultado nuevo; en la percepción, esto sólo es posible al final del Proceso, cuando se conecta la estimulación aferente (sensación visual) con el material almacenado (memoria visual)”. (p. 47)

Pues bien, la cita anterior recoge parte del objetivo de la investigación, ya que con el material tangible- visible se puede lograr esa sensación y esa memoria visual de las que nos habla Pellón (2008) y así se lograría una mejor apropiación del concepto de límite. En este sentido cabe resaltar que aunque el lenguaje verbal ha sido por antonomasia la herramienta más potente que el hombre ha utilizado para comunicarse, también hay ciertos espacios que la lengua no logra tocar, y que el lenguaje visual puede abarcar, esto es, en última instancia, en el contexto educativo hay materias, elementos y objetos que no se aprenden escuchando, sino por el contrario, haciendo uso de la vista o del tacto, es decir, las teorías de las inteligencias múltiples que planteada por Gardner en 1983 (Macías, 2002), que hace alusión al principio de adaptabilidad vista en el ejercicio práctico de las diversas actividades humanas.

En concordancia con lo anterior, conviene destacar algunas anotaciones acerca del lenguaje visual, esto es: el lenguaje visual no exige al receptor (en este caso al estudiante) un esfuerzo tan intenso como el que se da con el uso de la palabra, ésta utiliza medios cálidos que posibilita adoptar una postura metacognitiva más fácilmente; el lenguaje visual, de otro lado, tiene la gran ventaja de verosimilitud - en el sentido de semejante a la realidad - pues esto posibilita al receptor hacer relaciones respecto a sus experiencias anteriores. Así, podríamos hablar de un desplazamiento de la palabra, si bien parcialmente, pues el lenguaje verbal es imprescindible en todo proceso de comunicación.

El proceso de enseñanza también juega con la oralidad y con la imagen tanto desde la óptica del docente como desde la óptica del estudiante, quien está en capacidad de interpretar lo expuesto oralmente en relación con el material tangible al que el discurso refiere. La posibilidad que tiene el estudiante de interactuar con el material en el que esté inmerso el concepto que se esté trabajando es fundamental para su formación. Así, por ejemplo, para pretender trabajar un límite que en un



ejercicio determinado da como resultado cero, se le dice a un estudiante, empleando el lenguaje verbal, que se imagine una esfera con un diámetro  $D$ , que luego tome varias esferas de un diámetro  $\frac{D}{2}$  y que las una alrededor de la anterior, adicionalmente, que piense en otras esferas de diámetro la mitad y la pegue alrededor de las anteriores, que haga lo mismo sucesivamente con esferas de diámetro la mitad a la inmediatamente anterior y que saque la conclusión acerca de cuál sería el área  $n$ -ésima esfera. Un ejercicio así propuesto generaría confusiones en los estudiantes, lo cual puede tener resultados diferentes mediante la implementación de materiales “metódicos” y el trabajo en equipo. Ello generaría en los estudiantes comentarios del tipo “profe, ya no me daba para degastar más una esfera porque el diámetro era muy pequeño y si se sigue eso se desaparecería”, con tales comentarios, los estudiantes mismos comprobarían que lo conceptual tiene concordancia con el ámbito más práctico, esto es, que el límite sea en el tablero o en las esferas tangibles arrojaría como resultado el cero. Sirva lo anterior como ilustración de los beneficios que traería el lenguaje visual respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la constatación de que lo enseñado tiene sentidos prácticos.

De acuerdo al anterior ejemplo, se hace más explícito que la teoría socio-histórica es significativa en el contexto de la presente investigación porque además de que se hace un trabajo didáctico en el colegio, esto permite que los estudiantes interioricen los conceptos vistos en el aula de clase y fuera de ella, lo que permite que desarrollen habilidades de pensamiento hacia el desarrollo de competencias ya sea a nivel individual o nivel grupal, desde las características que plantea el aprendizaje colaborativo.

El aprendizaje colaborativo entra a ser pieza fundamental de la presente investigación pues, en todo momento los estudiantes estarán en constante interacción y, por eso según Johnson y Johnson (en Molina y Bonilla, 2008) el aprendizaje colaborativo es visto como una serie de interacciones en un sistema cuidadosamente diseñado que permite inducir y organizar, con base en la influencia recíproca entre un equipo y sus integrantes. Así el trabajo en equipo se caracteriza porque la construcción del conocimiento es partir de los aportes de cada uno de los integrantes.

En la medida que los estudiantes pueden retroalimentar los procesos de formación entre ellos mismo, allí ellos comparten experiencias, conocimientos, autoridad, así como aceptan la responsabilidad y penar del otro, construir consenso con los demás, siendo estos aspectos relevantes al momento de construir aprendizajes significativos. En el trabajo colaborativo es importante que el docente tenga muy en cuenta el tipo de actividades que va a diseñar y ejecutar



porque lo que se pretende no es que los estudiantes compitan; es decir, es un proceso de interdependencia en cada uno de los integrantes del equipo de trabajo y por ende no desencadena un conflicto sino por el contrario, las actividades deben apuntar a que los estudiantes desarrollen habilidades reflexionen y sean críticos frente al nuevo conocimiento que van a adquirir, teniendo en cuenta la comunicación, el respeto por el otro y conciencia hacia lo que se aprende.

## 6.2 Marco conceptual

Los conceptos que se expondrán a continuación serán los más relevantes en el trabajo de investigación.

### **Representación mental.**

La representación mental es el punto de partida para la propuesta referente al modo en que debe entenderse la representación mental en el contexto actual de comunión con las neurociencias. En este sentido, pensamos a la representación como una operación (*representing*) a partir de la cual el cerebro (formando parte de un organismo) entra en contacto con el ambiente (Castellaro, 2011). Dicha operación debe entenderse como una construcción teórica que intenta dar cuenta de la relación epistemológica entre un organismo (en este caso ser humano) y el mundo (conformado por la naturaleza, los demás y la propia persona). En otras palabras, la representación remite a una relación específica que emerge como instancia intermedia entre el plano estrictamente orgánico y el ambiente.

### **Aprendizaje.**

El aprendizaje humano (citando a Rojas, F., 2001) resulta de la interacción de la persona con el medio ambiente. Es el resultado de la experiencia, del contacto del hombre con su entorno. Este proceso, inicialmente es natural, nace en el entorno familiar y social; luego, simultáneamente, se hace deliberado (previamente planificado). La evidencia de un nuevo aprendizaje se manifiesta cuando la persona expresa una respuesta adecuada interna o externamente.



UNIVERSIDAD

DE ANTI

18

### **Trabajo en equipo:**

Facultad de Son grupos de personas en este caso estudiantes que al actuar en roles diversos, pueden aportar sus distintas capacidades y habilidades, con un esfuerzo de concentración para llegar a metas comunes, formas de trabajo y mecanismos para regular el comportamiento, es compartir ideales, intereses, contar con un propósito común que cada uno aporta Barrios, N., Castillo, M., Fajardo, F., Rojas, J., y Nova, A. (2004). Trabajar en equipo supone identificar las fortalezas y debilidades entre los estudiantes que conforman el equipo y a partir de allí buscar cual es la mejor manera de trabajar y de buscar mecanismos para mejorar continuamente la dinámica que se da ente las personas que lo conforman.

Asimismo, el docente en el proceso de enseñanza/aprendizaje es un facilitador, por lo tanto pretende, de forma deliberada, que la persona logre un aprendizaje. Su función es diseñar, ejecutar y evaluar situaciones de aprendizaje para que el estudiante alcance logros específicos. Esta relación enseñanza/aprendizaje puede darse tanto en un proceso educativo como en uno de instrucciones. (pág. 1.)

### **Lenguaje Visual.**

En general el lenguaje está basado en códigos o reglas. El lenguaje visual es el que desarrolla el cerebro y a la vez se relaciona con la forma como interpretamos y percibimos nuestro alrededor, esto se da a través de los ojos, dicho de otra manera es el lenguaje que se establece a través de las imágenes. Acaso, M. (2006)

### **Motivación como interés por aprender.**

La falta de motivación es uno de los principales motivos en el deterioro y uno de los problemas más graves del aprendizaje, sobre todo en educación formal. Varias investigaciones realizadas han marcado como la motivación es de vital importancia hacia un aprendizaje más significativo.

En este orden de ideas la motivación es el sentimiento que impulsa a los estudiantes en este caso en particular en la educación hacia la realización de una acción o tarea. En el caso de la enseñanza, nos centramos en la incitación hacia la voluntad por aprender, esto mediante



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

actividades que se salgan de lo cotidiano. Sin embargo no se debe tomar la motivación como “una técnica” o un “método de enseñanza” sino como “un factor” el cual estará presente en todo proceso de aprendizajes. (Navarrete, B., 2009)

### **El lenguaje oral.**

A través de la historia El medio mediante el cual se fundamenta la comunicación humana es el lenguaje verbal, la voz y el habla, los cuales le permiten al individuo expresar y comprender tanto sus sentimientos como deseos. Teniendo en cuenta lo anterior La adquisición del lenguaje oral es tomado como la capacidad de comunicarse verbal y lingüísticamente a través de la conversación en una situación determinada y respecto a determinado contexto y espacio temporal, en donde el medio elemental de la comunicación humana es el lenguaje oral, la voz y el habla, los cuales le permiten al individuo expresar y comprender ideas, pensamientos, sentimientos, conocimientos y actividades. El lenguaje hablado es el resultado de un proceso de imitación y maduración a través de la riqueza de estímulos que existen en el ambiente. (Calderón, M., 2004)

### **6.3 Marco legal**

Teniendo en cuenta que la presente investigación se centra en la construcción de concepto de límite en los estudiantes a partir de recursos verbales y visuales, y ateniendo siempre las normas constitucionales, en este caso el máximo ente regulador de la educación en Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MINEDU, 2003) se propende por desarrollar en los estudiantes aquellas habilidades relacionadas con el manejo de herramientas matemáticas que potencien la capacidad de aplicar aquello que van aprendiendo en clase en situaciones de su cotidianidad.



## 7. DISEÑO METODOLOGICO

### 7.1 Enfoque

La presente investigación tiene como propósito estudiar las condiciones cognitivas y sociales de los estudiantes que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas. Para tal efecto, y dada la amplitud temática de la enseñanza de las mismas, el centro de reflexión giró en torno al concepto de límite de una función (Taylor y Bogdan, 1986). Para tal cometido se adoptó un enfoque de investigación de tipo cualitativo, conforme al cual los estudiantes en particular son tratados desde sus experiencias personales como actores de su contexto socio-político y como protagonistas de su proceso formativo; en otras palabras, dicho enfoque de investigación permite describir el fenómeno en las propias palabras de los estudiantes, sea mediante la oralidad, la escritura y/o el lenguaje gestual

Ahora bien, para LeCompte, M. (1995). la investigación de tipo cualitativo podría entenderse como una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y video, registros escritos de todo tipo, fotografías o películas o artefactos. Con ello se gana, pues, un producto de datos descriptivos antes que de tipo cuantitativo, es decir, datos que corresponden a múltiples singularidades y que mantienen abierta la investigación, pudiéndose, en consecuencia, hacer frente a los cambios significativos que puedan surgir durante la elaboración de la misma.

### 7.2 Tipo de investigación

Así pues, esta investigación es de tipo descriptivo, pues el centro está en mostrar, en la explicitación de la problemática presente en la *Institución Educativa San Luis Gonzaga*, que determina la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite de una función. En este sentido, los estudiantes son el eje transversal y se apuesta por un relato de los mismos que permita a los investigadores dar interpretación y dar solución alguna a problemas, situaciones o necesidades en el momento dado. Es decir, que permita descubrir las estructuras del mundo de la vida de los



estudiantes que favorecen o anulan la adquisición de conocimientos, en nuestro caso, en el orden de las matemáticas.

### **7.3 Participantes y contexto**

La presente investigación se está desarrollando en la *Institución Educativa San Luis Gonzaga*, ubicada en el barrio el Remanso del municipio de Copacabana en la dirección CLL 50 # 62-78. Dicha institución tiene como rector al señor Yovanys Antonio Vargas Gómez y como coordinador académico al señor Carlos Alberto Guevara; presta sus servicios académicos en dos jornadas, mañana y tarde; y cuenta actualmente con: 7 secciones, 82 docentes, 2600 estudiantes, 5 coordinadores, 1 secretaria y 2 auxiliares, 2 bibliotecarios, 4 celadores, 1 contadora y 12 empleados de apoyo.

El ambiente social que rodea a la Institución comprende una serie de condiciones económicas, culturales y políticas, las cuales son de gran importancia; pues el estudiante es un producto social y su desarrollo mental, su plasticidad cognitiva, está íntimamente ligada con sus condiciones vitales. Por lo pronto, hay que decir que la población escolar viene en un 90% del barrio el remanso y/o barrios aledaños, mientras un bajo porcentaje (10%) de los estudiantes están asentados en el barrio machado. En general, la población escolar pertenece al estrato socioeconómico 2.

### **7.4 Diseño de los instrumentos de recolección de la información**

Los instrumentos de recolección de información comprenden, en primera instancia, siguiendo el ciclo de aprendizaje propuesto por Jorba y Sanmartí (1993), la unidad didáctica, articulada alrededor de una serie de actividades, cuyo fin apunta a la extracción de información del grado de comprensión de los estudiantes. Esto serviría, en consecuencia, para reconocer los niveles de apropiación de los estudiantes en torno a los temas que constituyen el concepto de límite de una función. En segunda instancia, y no por ello menos importante, se diseñará un cuestionario KPSI, además del diseño de una entrevista para un grupo focal de estudiantes y el diario pedagógico.

A continuación se describen cada uno de los instrumentos que se utilizaron y su finalidad dentro de la investigación.



### 7.4.1 Cuestionario KPSI

El cuestionario KPSI (*Knowledge and Prior Study Inventory*, 1978), fue diseñado por Tamir y Lunetta con el fin de obtener precisa y valiosa información acerca de los estudiantes en relación con su grado de conocimiento respecto al contenido científico que propine el docente en el aprendizaje en condiciones de enseñanza ya establecidas (Arellano, Jara, Merino, Quintanilla, y Cuellar, 2008). Es un instrumento de evaluación que permite medir conocimiento antes y después de aplicar la unidad Didáctica. Este cuestionario se aplica en dos momentos con el fin de confrontar dos posturas, el antes (los conocimiento previos) y después (la explicación y apropiación conceptual). Es, además, un instrumento que constituye un método de autoevaluación (auto formativa y auto regulativa) porque permite a los estudiantes adquirir una actitud crítica frente a los conocimientos aprendidos y apropiados, y las falencias suscitadas.

En este sentido, el KPSI permite conocer lo que los estudiantes ‘creen que saben’, y por lo tanto, en esta investigación el KPSI es un instrumento que da cuenta de la evolución de los estudiantes, en cuanto a la adquisición del concepto de límite que les permita articular el concepto de límite de una función. Así mismo, el cuestionario da cuenta sobre las ideas previas que tienen los estudiantes y la influencia de las actividades desarrolladas dentro de la Unidad Didáctica hacia la adquisición del nuevo conocimiento. Este formulario, por lo tanto, tiene dos momentos, a saber: (1) la aplicación al inicio de la Unidad Didáctica -para evidenciar las ideas previas de los estudiantes- y (2) la presentación al finalizar la misma -para ver el progreso en la asimilación de las temáticas presentadas.

Las categorías que empleamos para el cuestionario fueron: ‘no lo sé’, ‘lo sé un poco’, ‘lo sé’ y ‘lo sé muy bien’ y se lo podría explicar a un compañero”. Teniendo en cuenta lo anterior, el propósito del KPSI es recolectar información que permita evidenciar si hubo o no un cambio en las ideas previas de los estudiantes en cuanto al concepto de límite a partir de las actividades realizadas en la Unidad Didáctica.

### 7.4.2 Diseño de la unidad didáctica

Dentro de la labor docente está principalmente el producir aprendizajes en los estudiantes y ayudar a la construcción de sus conocimientos, por ello cada docente diseña e implementa





estrategias metodológicas direccionadas para tal fin. La creación de una Unidad Didáctica es una estrategia que tiene estructurada las actividades a seguir para el desarrollo de competencias en una determinada temática y así ser realizada en un tiempo determinado. Según Corrales, A. (2009).

“Una Unidad Didáctica es una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos, que da respuesta a todas las cuestiones curriculares: al qué enseñar (objetivos y contenidos), cómo enseñar (actividades, herramientas de enseñanza, organización del espacio y del tiempo, materiales y recursos didácticos) y a la evaluación (criterios e instrumentos para la evaluación), todo ello en un tiempo claramente delimitado” (p. 03).

Pero estas muchas veces están más dirigidas al cumplimiento del currículo que al desarrollo de los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Por ello, una Unidad Didáctica debe ser pensada como una herramienta que fortalezca los procesos de aprendizaje de los estudiantes, en donde las actividades propuestas produzcan en ellos nuevos intereses y conlleven a una visión más amplia de las diferentes temáticas, tanto así que se despierte en el estudiante la necesidad de aprender.

En relación con lo anterior, Jorba y Sanmartí (1993) presenta una estructura del ciclo de aprendizaje basado en cuatro fases: Exploración, Introducción de nuevos conocimientos, Estructuración y Aplicación, las cuales serán un proceso para la adquisición de aprendizajes significativos en los estudiantes. Estas fases fueron retomadas en esta investigación de la siguiente manera:

En la fase de exploración de los conocimientos, lo que se prepone es tener un diagnóstico inicial de los conocimientos propios de los estudiantes, de las inquietudes y demás aspectos que puedan dar cuenta de las ideas previas que ellos tienen respecto a un tema para que de esta manera los estudiantes puedan tomar conciencia de lo que saben y necesitan saber para la nueva temática y los docentes reflexionen sobre ello, pero también tengan un punto de partida adecuado para la introducción de una nueva temática. En este punto es de gran importancia tener en cuenta todos los saberes previos de los estudiantes, pues sobre esto se podrán producir estrategias que vayan dirigidas a desarrollar aprendizajes significativos sobre la nueva temática.



En esta fase, las actividades deben situar al estudiante sobre la temática mientras que activa conocimientos previos de esta, dichas actividades deben ayudar a que los estudiantes formulen hipótesis desde ciertas situaciones que sean más cercanas a ellos. En pocas palabras, se deben idear actividades que al ser realizadas evidencien las relaciones con los nuevos conceptos a tratar.

La actividad propuesta en la Unidad Didáctica para esta fase de exploración se centrará en la utilización de recursos informáticos con el fin de que los estudiantes puedan ver el comportamiento de las funciones propuestas en la guía de trabajo (ver Anexo 1). Se utilizará un software llamado Geogebra con el fin de facilitar este trabajo. Luego por grupos se discutirán las diferentes situaciones que se plantean en la ya mencionada guía.

En la siguiente fase de introducción de los conocimientos, se presenta a los estudiantes el nuevo conocimiento que se pretende enseñar, involucrando también aptitudes, valores, habilidades, etc. Todo esto mediante actividades que den paso a la comprensión de la nueva temática, es por ello que deben estar orientadas a observar o relacionar lo que el estudiante asimiló inicialmente, de manera que ellos interactúen con sus compañeros y con el docente a través de la participación en las actividades propuestas; y así este pueda construir un conocimiento más significativo de la nueva temática.

Para el desarrollo de esta fase se tomará como punto de partida las ideas alternativas que manifestaron los estudiantes con respecto al tema en la fase anterior.

En esta línea, las actividades que se realizarán durante esta fase serán la propuesta con icopor (véase Anexo 2) y por otro la propuesta con los resortes (véase Anexo3). El propósito de la actividad con icopor consiste en que los estudiantes peguen las bolas unas alrededor de otras, la de diámetro mayor al redor de las de diámetro menor. Se busca así, en primer lugar, que los estudiantes compartan sus ideas acerca de lo observado, al tiempo que desarrollan la respectiva guía. En segunda instancia, se abordarán una serie de cuestionamientos con el fin de llevar al estudiante hacia una comprensión cada vez más acabada del concepto de límite. En un tercer momento, se abrirá un espacio para el diálogo y el debate académico respecto a la actividad.

En la actividad con los resortes el propósito principal será acercar a los estudiantes al concepto de límite de forma sutil y reflexiva, esto es, mediante un experimento diseñado con resortes, pesas y una barra de hierro u otro material. Así, se pedirá a los estudiantes que formen equipos de trabajo (de 3 a 4 estudiantes), luego, a cada equipo se le dará una barra, cinco resortes y cinco pesas, cada



una de éstas tendrá un peso (p) menor a 5 kilogramos, dado que con un peso igual o mayor a 5 kilogramos el resorte se fraccionaría.

La tercera fases es la de estructuración y síntesis del conocimiento, es decir luego de haber presentado el nuevo conocimiento a los estudiantes, es necesario propiciar actividades que permitan dar cuenta que se han interiorizado bien los conceptos, por lo tanto al momento de llevar a cabo una actividad el estudiante debe reconocer el nuevo conocimiento y usarlo de forma adecuada.

Por lo anterior, en esta fase se realizará la actividad que tiene como base la utilización de cartulinas llamada el método de exhaustión (véase Anexo 4). La actividad consiste en inscribir en una circunferencia, polígonos con cada vez mayor cantidad de lados. Lo que se busca es que cada grupo pueda ver que a medida que se le agregan más lados a la figura inscrita, en algún momento será posible calcular el área de la circunferencia. Finalmente por grupos de trabajo analizarán, discutirán y responderán la guía asignada para esta actividad.

La última fase es de la aplicación, aquí el estudiante debe identificar el nuevo conocimiento en diferentes situaciones, es decir las actividades que se lleven a cabo deben permitir al estudiante aplicar el conocimiento adquirido a contextos diferentes o similares a los anteriormente trabajados. En esta fase se puede evidenciar si en realidad el concepto quedo completamente claro para el estudiante o si por el contrario quedaron muchos vacíos, puesto que si el concepto se puede identificar en cualquier situación es porque este ha sido incorporado significativamente en la estructura cognitiva del estudiante.

Para hacer esto posible se desarrollará una actividad que evidencie lo anteriormente mencionado. Esta actividad se desarrollará utilizando el geoplano (véase Anexo 5), aquí siguiendo las instrucciones estipuladas en la guía, los equipos de estudio deberán asignarle valores a las funciones que están consignadas en esta e ir construyendo la función en el Geoplano. El fin está en verificar si la función es continua o discontinua en el punto dado.



## CICLO DE APRENDIZAJE REGULACION Y AUTORREGULACION

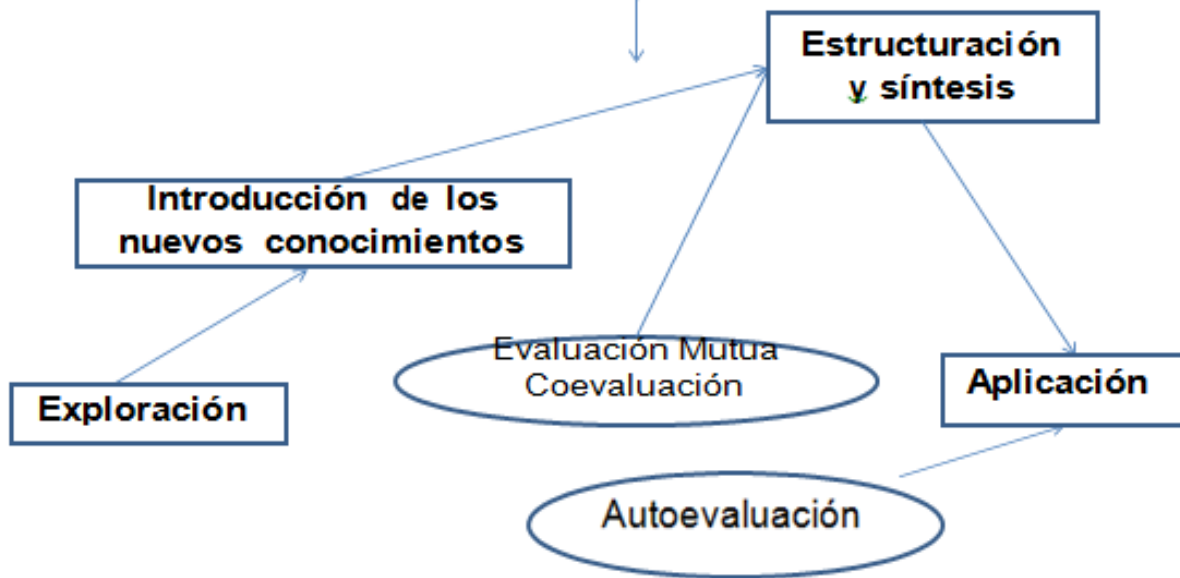


Figura # 1: CICLO DE APRENDIZAJE JORBA Y SANMARTÍ (1993) Ciclo de aprendizaje de Regulación y autorregulación.

### 7.4.3 Diario pedagógico

Es una herramienta que permite llevar un registro detallado con la información de lo vivido en el aula de clase y de las experiencias en el centro de prácticas, lo cual permite plasmar los eventos más significativos presenciados durante la aplicación de la UD, posibilitando así reflexionar sobre el acto educativo. En la presente investigación, este instrumento sirvió para reflexionar sobre los aspectos más relevantes evidenciados en todas las actividades planteadas, con la posibilidad de dejar escrito momentos significativos durante el desarrollo de la Unidad Didáctica

### 7.4.4 La entrevista

De acuerdo a Peláez et al. (2014), en una entrevista semiestructurada se determina de antemano cual es la información relevante que se quiere conseguir. Se hacen preguntas abiertas dando oportunidad a recibir más matices de la respuesta, permite ir entrelazando temas, pero requiere de una gran atención por parte del investigador para poder encauzar y estirar los temas. De ahí que se elija este tipo de entrevista, pues es una herramienta que permite registrar de manera más detallada la información proveniente de la persona a la cual se le está haciendo, es una



herramienta que permite obtener información mucho más concreta. La entrevista será aplicada a una muestra aleatoria de 3 estudiantes del grupo, las cuales servirán de testimonio al referir acciones realizadas durante la Unidad Didáctica que permiten evidenciar el aprendizaje del concepto de límite desde el lenguaje verbal y visual.

### **7.5 Validez de los instrumentos**

Es necesario que los instrumentos a utilizar sean validados con el fin de verificar su pertinencia dentro de la investigación. De acuerdo con esto, Hernández, Fernández, y Baptista (1997) proponen que la validez se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir, es decir, es la capacidad que tienen los instrumentos para acercar a los investigadores a su objetivo de investigación.

Bajo este enfoque, nuestros instrumentos (tanto el cuestionario KPSI, como la Unidad Didáctica) serán validados por expertos en el tema, con el fin de verificar que éstos apunten a la resolución del problema de investigación.

### **7.6 Codificación de las producciones**

Durante el análisis de los resultados, se tuvieron en cuenta las producciones de los estudiantes que fueron de gran importancia, para los cuales se reservó sus nombres y se utilizaron seudónimos a fin de referir las intervenciones realizadas por cada uno de ellos, específicamente el aporte por da uno de los estudiantes en las actividades y la entrevistas semiestructurada realizada oralmente.

Durante el desarrollo de la Unidad Didáctica, se presentaron algunas intervenciones de los estudiantes, las cuales dentro del análisis de los resultados estarán codificadas así:

#### **7.6.1 Codificación de las actividades:**

Equipo 1 participante de la actividad:  $E_1(pa)$

Equipo 2 participantes de la actividad:  $E_2(pa)$

Equipo 3 participantes de la actividad:  $E_3(pa)$



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Así, se continúan las codificaciones para cada uno de los seis (6) grupos.

Facultad de Educación

### 7.6.2 Codificación de las entrevistas

Para las entrevistas, se utilizó la siguiente codificación:

Estudiante 1 entrevistado verbalmente:  $A_1 (E_v)$

Estudiante 2 entrevistado verbalmente:  $A_2 (E_v)$

Estudiante 3 entrevistado verbalmente:  $A_3 (E_v)$

De esta forma se continúan con la codificación de los aportes realizados por cada uno de los seis (6) estudiantes que participaron en la entrevista.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## 8. RESULTADOS Y ANALISIS DE RESULTADOS

Siguiendo las recomendaciones de autores Hernández, Fernández, y Baptista, (1997), el procedimiento para la organización y análisis de los datos fue el siguiente:

- Se realizó la lectura y estudio detallado de todos los instrumentos aplicados en el desarrollo de la UD, como; observaciones, producciones escritas, intervenciones, entrevistas, etc.
- Se realizaron las transcripciones literales de las entrevistas y producciones de los estudiantes.
- Se organizó la información de acuerdo a las categorías iniciales, subcategorías e indicadores específicos definidos de acuerdo al marco teórico.
- Se identificaron las categorías, subcategorías e indicadores, antes mencionados y que están involucrados en las respuestas de las entrevistas.
- Posteriormente y a partir de la organización de los datos, se realizó el análisis descriptivo de cada categoría en relación con los instrumentos de recolección de datos.

A continuación se presentan las categorías subcategorías e indicadores que permitieron abordar el análisis de los datos recolectados en la investigación:

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	INDICADORES
<b>1. CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO</b>	1.1 Aprendizaje desde lo verbal y visual	1.1.1 Uso de la palabra 1.1.2 Participación en forma activa y reflexiva 1.1.3 Representación mental
	1.2 Actividades teórico-prácticos que favorezcan la construcción del conocimiento	1.2.1 Reconocer saberes previos 1.2.2 Interacción con el material 1.2.3 Adecuación al nivel de desarrollo
	1.3 Interacción social	1.3.1 Ámbito escolar
<b>2. APRENDIZAJE COLABORATIVO</b>	2.1 Interdependencia positiva	2.1.1 Motivación
	2.2 Trabajo en equipo	2.2.1 Responsabilidad compartida 2.2.2 Intercambio de ideas



**Tabla #1: Categorías, subcategorías e indicadores**

Facultad de Educación

### **8.1. Categoría: Construcción del conocimiento**

#### **8.1.1 Subcategoría: Aprendizaje desde lo verbal y visual**

El aprendizaje como la enseñanza, tiene diversas formas tanto de explicar (por parte del docente) como de aprender (por parte del estudiante), centrándonos más en el aprendizaje, el cual debe estar sujeto a distintos sistemas de representación (visual, auditivo o kinestésico), ya que cuando desarrollamos un tema a través de una actividad visual, auditiva o kinestésica el estudiante va a tener la oportunidad de trabajar en su sistema de representación preferido, sin embargo está enfocado hacia un solo sistema y no existiría una reciprocidad entre los distintos sistemas de representación, si el docente logra interconectar estos sistemas impulsaría al máximo el aprendizaje en los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo anterior, para alcanzar un aprendizaje significativo en los estudiantes es necesario que estos apoyen su aprendizaje en función de los sistemas de representación, en donde los sistemas estén previamente relacionados por el docente, esto con el fin de dinamizar aprendizajes de conceptos que se muestran estáticos en las clases y que por su forma abstracta y compleja de ser no se dejan movilizar a un sistema de representación concreto. Todo lo anterior respaldado por la pedagogía y la didáctica que el docente va adquiriendo en su proceso de formación teórico - práctica.

Sin embargo en el aprendizaje de un concepto o temática hay factores internos que están presentes y son relevantes al momento de explicar o entender un concepto. Como lo son el lenguaje verbal y el lenguaje visual, si analizamos bien el lenguaje verbal está relacionado con el sistema auditivo, en donde debe existir una correspondencia íntima entre lo verbal y lo auditivo ya que uno depende del otro, y el lenguaje visual está relacionado con el sistema visual, en donde a través de material concreto, imágenes, figuras entre otros, el estudiante va ir adquiriendo un estilo distinto direccionado hacia un aprendizaje más significativo. Estos dos lenguajes (lenguaje visual y lenguaje verbal) deben estar entrelazados para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes ya que existe un apoyo recíproco de uno con el otro, en donde lo que se explica verbalmente (la teoría) queda afianzado con actividades que involucran, imágenes, gráficos o





material tangible (lenguaje visual), esto para que el estudiante encuentre una relación entre la teoría y las construcciones que se encuentran inmersas en la vida cotidiana de conceptos tan abstractos, en este caso particular en el concepto de límite.

Lo anterior se revela en la siguiente frase

*A<sub>5</sub>(Ev): "...Los dos lenguajes ..., ¿cómo los relaciono? ..., los dos tienen que ir de la mano..., y si es mejor que vaya primero obviamente la teoría, comúnmente como una "inducción" al tema para ya después con el material práctico evidenciarlo". (Ver Anexo 12)*

*A<sub>2</sub>(Ev): "... quiero que nos comenten sobre las fortalezas eh, las potencialidades que han tenido estas actividades a la hora de introducir el concepto de límite de una función a ustedes, cuéntenos sobre esas fortalezas?..., Eh, bueno, en la parte visual fue muy bacano porque, porque llegábamos al punto del límite con los materiales que ustedes nos daban y en la parte verbal eh, también fue bacano porque nos explicaban, nos quitaban las dudas que nosotros teníamos" (ver Anexo 12)*

La anterior evidencia nos muestra como a través de la intervención los estudiantes tienden a apropiarse más de un concepto cuando este se fortalece con material didáctico, material tangible (atendiendo al lenguaje visual) algo que le demuestre que ese concepto, fenómeno o ley no está únicamente en el mundo de la imaginación, por el contrario ese concepto se puede extraer de la intuición y hacer visible, a través del material tangible adecuado.

### **Uso de la palabra**

Teniendo en cuenta los aportes realizados por Vygotsky en su obra "pensamiento y lenguaje" el autor considera el lenguaje como una simple vestidura del pensamiento, en donde a través del uso de la palabra sale a flote todo el pensamiento del estudiante, sin embargo hay que tener en cuenta que el lenguaje no se debe sobreponer sobre las imágenes e ideas que genere el pensamiento, ya que las ideas e imágenes que tienen los estudiantes suelen ser un punto de referencia hacia un aprendizaje más positivo, teniendo en cuenta esto y la teoría apoyada en el uso de la palabra, esta debe estar encargada de justificar y explicar rigurosamente las ideas e imágenes



que el estudiante tenga sobre un concepto o una ley, esto sin que la teoría ennegrezca las ideas e imágenes con las que el estudiante viene previamente.

Para evidenciar lo anterior se diseñaron actividades, las cuales se desarrollaron a partir de clases más prácticas y menos teóricas, donde los estudiantes fueron construyendo su propio conocimiento a través de las guías que se les entregaba. Esto se hizo con la intención que los estudiantes tuvieran la necesidad de hacer uso de la palabra (lenguaje verbal), donde estos encontrarán la palabra como el vínculo mediante el cual puedan expresar las ideas e imágenes que tienen interiorizadas previamente, esto a través de construcciones más concretas, sin embargo se debe tener en cuenta que el lenguaje verbal (la palabra) del docente es parte fundamental en el aprendizaje de los estudiantes.

Esto lo revelan los siguientes estudiantes

*A<sub>5</sub>(Ev): “... ¿Entonces en gran medida se sentían motivados?...Si (hace un movimiento con la cabeza indicando acuerdo) igual es una forma distinta de aprender pero también de ir con la parte verbal porque es que pueden surgir dudas, pueden surgir inquietudes de las que ya la demostración no nos las explica sino que ya tenemos que acudir a ustedes pues para que...” (Ver Anexo 12)*

Igualmente como lo dice un equipo en una de las conclusiones de la actividad de icopor

*Al haber echo una explicación mas detenida pudimos entender y aclarar mas las dudas*

E<sub>1</sub>(pa)  
(ver Anexo 3)

Como se puede observar en las frases anteriores el uso de la palabra por parte del docente es clave hacia la conquista de un aprendizaje significativo en los estudiantes, en donde estos encuentran en la explicación a través del lenguaje verbal (uso de la palabra) un factor importante en su conocimiento, este es un elemento importante ya que el docente debe estar en la capacidad de re conceptualizar conceptos de ciencia -que en la ciencias se encuentran de forma compleja y abstracta por su misma naturaleza- a los contextos educativos, todo esto a través del uso de la



UNIVERSIDAD  
DE ANTIQUIA  
1803

Facultad de Educación

palabra; además hay que tener en cuenta que hay gráficos que muestran conceptos de una forma más didáctica, sin embargo estos no tienen todas sus características y definiciones inmersas en ellos, lo cual implica pedir explicación del docente, pues el mediante su discurso (apoyado en la teoría) responderá todas las inquietudes y dudas al respecto.



**Imagen #2: lenguaje verbal (uso de la palabra)**

En la imagen se puede ver como el docente hace uso de la palabra, es decir el lenguaje verbal está presente en todo momento.

La anterior imagen evidencia el momento en que el docente orienta a los estudiantes para que realicen las actividades planteadas pertenecientes a la unidad didáctica (ver Anexo 1), esto haciendo alusión al concepto de límite el cual está soportado en una teoría extensa y compleja, pues fue construido a través de comunidades científicas, donde a través de las guías y la transposición didáctica se pretendía que los estudiantes construyeron en este caso el concepto de límite de una forma tangible.

En general el uso de la palabra se evidenció en todas las actividades propuestas en la Unidad Didáctica, sin embargo este indicador tuvo mayor relevancia en la actividad con el Geogebra (funciones, continuidad y discontinuidad en un punto), la cual fue realizada mediante una clase innovadora enriquecida por material concreto, esta actividad consistió en que los estudiantes observaran cada función en el software (Geogebra) y analizaran lo que sucede cuando los valores se acercan al punto indicado.

1 8 0 3



Este trabajo va dirigido hacia las potencialidades que existen sobre la conexión entre el lenguaje verbal y lenguaje visual, este último apoyado en material concreto, tangible, sin embargo es importante tener en cuenta los procesos mentales que realizan los estudiantes antes de construir un conocimiento. Vygotsky (1995) en su obra “pensamiento y lenguaje” apuesta fuertemente a la conexión entre lenguaje verbal y las representaciones mentales, en donde el concepto es pieza fundamental en el aprendizaje; teniendo en cuenta esto para que exista una representación mental se parte de un concepto, el cual está soportado por imágenes, en donde es necesario rescatar y valorar la significancia de las mismas, pues este es el trabajo acabado de la representación mental de un concepto o temática. Sin embargo para que esto no se disgregue y por el contrario deje una huella, es necesario llevar esa representación mental más allá de la abstracción, la cual se pueda transportar a la vida cotidiana, en donde los estudiantes puedan interactuar con esta representación.

Para los fines del presente trabajo lo anterior se evidencia en el momento en que se construyeron actividades con material concreto, en donde los estudiantes iniciaron con una representación mental carente de sentido (incompleta) y culminaron con una construcción acabada (completa) y significativa para ellos.

La representación mental en los estudiantes se pudo evidenciar en varias actividades: límite con icopor, límite con resortes, el límite en el Geoplano y el límite con áreas; en donde a partir de guías didácticas, material concreto e indicaciones realizadas por los docentes, los estudiantes iban construyendo su propio conocimiento, estas actividades fueron diseñadas con el propósito de hacer visible lo invisible (el concepto de límite), en donde a partir de la representación mental que el estudiante tenía previamente en su mente, esta se iba plasmando en una construcción palpable, donde pudiera interactuar con ella. Un factor importante en las guías son las preguntas que están inmersas en esta, preguntas que propiciaban representaciones mentales en los estudiantes.

Esto lo revelan las siguientes fotografías que a manera de evidencias, recogen el trabajo realizado (la representación mental concreta) por los estudiantes



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

**Imagen #3: representación mental (concreta)**



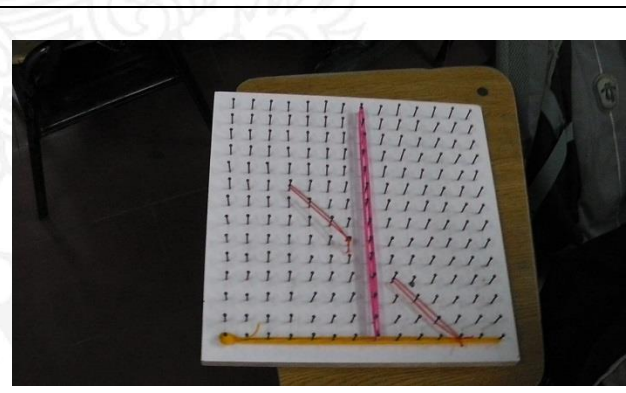
**Imagen #4: Representación mental**



Representación Mental: en las imágenes 3 y 4 se muestra como los equipos de estudio exhiben su modelo perteneciente a la representación mental previamente ya en su estado tangible ver (anexo 3).

**Imagen # 5: método de exhaustión**

**Imagen #6: Actividad del geoplano**



Método de exhaustión: en la imagen 5 se evidencia como un equipo se encuentra en la parte final en una de las actividades correspondientes a la unidad didáctica ver (anexo 5)

Limite en el geoplano: en la imagen 6 se expone una de los trabajos concluidos por uno de los equipos de estudio, el cual esta ceñido a la actividad correspondiente. Ver (anexo 6)

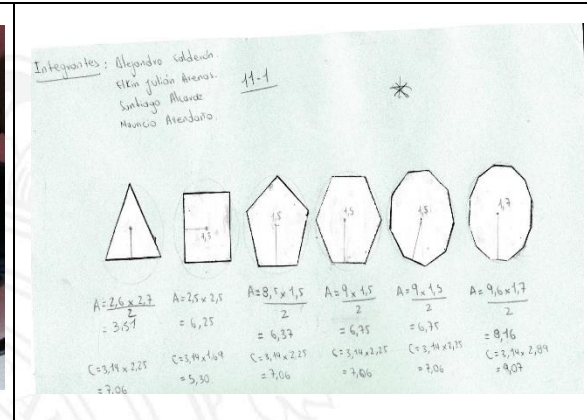
1 8 0 3



Imagen #7: representación mental



Imagen #8: Método de exhaustión



Representación Mental: en las imágenes 7 se muestra como los equipos de estudio exhiben su modelo perteneciente a la representación mental previamente ya en su estado tangible ver (anexo 3).

Método de exhaustión: en la imagen 8 se muestra uno de los trabajos acabados a su respectiva actividad ver (anexo 5), como se puede ver, adicionaron las operaciones indicadas, de las que se auxiliaron para finalizar el trabajo.

Las anteriores imágenes evidencian el producto acabado por parte de los equipos de trabajo en algunas de las actividades trabajadas durante las clases, en donde a partir de buenas indicaciones por parte del docente y una buena descripción de la guía didáctica respectiva a cada una de las actividades, los estudiantes (amparados por representaciones mentales) lograron hacer visible esa representación de forma tangible.

Adicionalmente las guías de trabajo comprendían una serie de preguntas las cuales estimulaban en los estudiantes representaciones mentales, en donde estos debían ir a las construcciones previamente construidas, estas soportadas por las ideas e imágenes que se tenía con anterioridad del concepto a construir, aspecto importante ya que hay conceptos que por su condición abstracta es difícil evidenciar sus características, definiciones y su naturaleza y que mediante un construcción concreta se puede acercar mucho más a todo lo anterior, en este punto es donde las ideas e imágenes de los estudiantes inicialmente toman significancia, ideas que algunos docentes desprecian por su forma inacabada.

Las siguientes frases revela la importancia de la correspondencia entre una construcción mental y una construcción concreta, hacia la solución de interrogantes.

$E_6(Pa)$ :

1 8 0 3



3. - Cuando se agregan más polígonos este tiende a realizar una circunferencia, pero no se acerca

(Ver Anexo 5)

E<sub>2</sub>(Pa):

1. Si porque poco a poco se agrega un polígono con más lados y el polígono tiende a tocar el círculo  
2. No se puede afirmar esto ya que los lados solo tienden a tocar la circunferencia y no la toca totalmente.

(Ver Anexo 5)

E<sub>3</sub>(Pa):

• Con límite aprendimos que el radio de una circunferencia tiende a cero o sea también lo hará, pero que nunca será cero porque entonces no se tendría ninguna circunferencia.

(Ver Anexo 5)

A<sub>4</sub>(Ev): ...¿Cómo los veía usted, cómo ve usted que influyó en lenguaje visual y el lenguaje verbal para la inclusión de un nuevo concepto como lo es el de límite? ¿Cómo se relacionaron ahí el lenguaje visual y el lenguaje verbal?...Mmm, supongo que o sea, dicen que haciendo las cosas uno aprende, entonces pues al hacer, o sea no siempre dejar eso en teoría porque igual eso a uno se le olvida después, pero al llevarlo uno a la práctica, como que o sea aprende más... (Ver Anexo 12)

A<sub>4</sub>(Ev): ...¿Usted creería que también tendría el mismo impacto, también se aprendería más?...Me parece que sí, o sea, después de que, o sea la práctica es que de por sí aquí siempre es, o sea es que ni en las clases de artística son así de prácticas entretenidas, porque de por sí aquí es copiar, planas y planas, pues la mayoría es copiar entonces pues cuando, además de que uno se divierte o sea, le quedan las cosas más fáciles cuando uno se pone hacerlas, y así, pues me parece mejor así, a lo bien.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

*A<sub>5</sub>(Ev):... "¿fortalezas que viste en el proceso de la construcción del concepto de límite con esta propuesta?...La fortaleza y la parte fundamental del proceso fue el material practico, el material visual porque valida totalmente la información que ustedes nos daban, la teoría pues del tema y demostraba, o sea, es muy explícito, deja muy claro lo que es el límite. (Ver Anexo 12)*

Las anteriores respuestas corresponden a algunas actividades y entrevistas realizadas en la intervención, en donde nos muestran como la construcción final es una ayuda a la representación mental direccionada a una respuesta optima a los interrogantes de la guías didácticas, por ejemplo: que una figura tienda a tocar un circulo infinitamente a medida que se pongan polígonos regulares de más lados es algo complejo de representar concretamente, sin embargo con las construcciones realizadas por los estudiantes, imágenes e ideas que tenían, se logró dar una respuesta indicada, en donde fue necesario compactar todo lo anterior (ideas, imágenes y construcciones tangibles) para llegar a una secuencia, la cual facilito la solución de ese tipo de preguntas.

Esto también es revelado por el KPSI (ver Anexo 13) el cual fue propuesto antes y después de implementar las actividades de la unidad didáctica. El cual fue soportado por medio de los resultados de la intervención del KPSI (antes) en donde se pudo evidenciar los grandes vacíos que tenían los estudiantes respecto al concepto de límite en particular a la palabra (tiende a) por ejemplo a la afirmación: Acercarse infinitamente a un punto es rodearlo sin llegar a tocarlo. La gran mayoría de personas no sabían cómo explicar esto y mucho menos sabían de que se les estaba hablando, sin embargo una vez trabajado con el material se encontró en los resultados un contraste significativo, en donde los estudiantes después de la intervención ya sabían de que se les estaba hablando incluso habían estudiantes que se atrevían a explicarlo (Ver Anexo 14).

Esto es una prueba fehaciente de que la representación mental de los estudiantes debe estar acompañada de una construcción tangible, algo concreta que plasme la representación que se encontraba en el mundo de la intuición.





Uno de los obstáculos más comunes que se presentan en el aula de clase en el momento de construir un nuevo conocimiento en particular en el área de matemáticas es la poca participación de los estudiantes, donde el estudiante cumple un rol pasivo en la construcción de su propio conocimiento, el cual solo se encarga de repetir y mecanizar lo que el docente le transmite, sin embargo esta poca disposición de los estudiantes no surgió de la nada, ya que se construyó al pasar los años escolares por diversas razones, algunas pueden ser por miedo a las burlas de sus compañeros de clase o incluso por una respuesta hostil por parte del docente. Dejando al estudiante con dudas, cuestionamientos y preguntas sin responder.

Sin embargo una de las razones más fuertes del porque los estudiantes toman esta postura frente a las clases y en particular a las clases de matemáticas es que la mayoría de veces los conceptos que se explican son tan complejos y abstractos que el único soporte que se encuentra y que se les muestra a los estudiantes es la teoría y la parte algorítmica de los ejercicios, dejando a un lado la relación que tiene este con la vida cotidiana, de esta manera los estudiantes pierden el interés por las temáticas. Ya que algunos docentes no se interesan por mostrar nuevas alternativas de enseñanza, como el uso del material concreto, que le evidencie en donde se puede hacer visible esta temática y lo más importante para ellos, para que sirva esta, por otro lado la mayoría de docentes en su afán de cumplir con los contenidos establecidos durante el periodo o año escolar no crean espacios de reflexión el cual sirva de retroalimentación tanto para el docente como para los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo anterior y el no querer repetir todas esas problemáticas, las actividades propuestas en este trabajo se enfocó en acercar a los estudiantes a un concepto tan complejo como el de límite, donde los estudiantes tuviera la oportunidad de interactuar con el material concreto dándole un espacio más amplio a la participación activa desarrollada mediante reflexiones.

Todo esto se pudo evidenciar en el transcurso de las actividades, en donde se le dio a cada actividad un espacio en el cual cada equipo de trabajo tuvo la oportunidad de reflexionar y participar activamente frente a la actividad realizada.

Lo anterior lo revelan las siguientes imágenes.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

### Imagen # 9: participación de forma activa



Participación de forma activa: en la imagen se evidencia como una de las estudiantes sale al tablero a socializar una de las actividades ver (anexo 3)

### Imagen # 10: participación de forma reflexiva



Participación de forma reflexiva: en la imagen se muestra como un equipo de trabajo nos comparten sus conclusiones, las cuales fueron escritas reflexionando de acuerdo a una de las actividades ver (anexo 3)

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

### Imagen # 11: participación



Participación: en la imagen se evidencia como los estudiantes, trabajan de forma activa y se muestran participes de la actividad a trabajar ver (anexo 5)

Las anteriores imágenes evidencian como los estudiantes muestran buena actitud y disposición positiva hacia la construcción de nuevos conocimientos, en una de las imágenes se ve como una estudiante sale al tablero y socializa la producción de su equipo ante sus compañeros. Esto es algo importante ya que se promueve e incentiva a que el estudiantado participe activamente y tomen un rol más activo en la construcción de un nuevo conocimiento, sin embargo para que esto sea la constante el docente debe dar un espacio hacia la reflexión, en el cual los estudiantes tengan la oportunidad de concluir y de analizar los conceptos y las construcciones realizadas en la clase

Lo anterior lo evidencia los siguientes comentarios.

*A<sub>5</sub>(Ev):...¿E:..., eh, de las cinco actividades realizadas,..., eh, ¿con cuál se idéntica más usted? que usted diga, vea yo el concepto de límite lo cogí más fácil con esta actividad?...Con el geoplano porque teóricamente entendíamos que dando valores que se aproximan al punto ese era el límite, pero nunca nos explicaron, nunca nos hablaron de que a veces no existía el límite, ya cuando cogimos el geoplano y graficamos la funciones que nos dieron ahí si encontramos que los valores se aproximan y solo existe el límite cuando las partes laterales tienden al mismo número. (Ver Anexo 12).*



*A<sub>5</sub>(Ev):...¿una conclusión global que nos encierre todo el proceso?... Por ejemplo, esto hay que tomarlo no solo para aprender matemáticas, yo digo que en cada área del conocimiento se debe poner, de debe de mostrar qué es lo que se está enseñando con cosas prácticas para uno entender ahora el porqué, para qué sirven, en qué momento lo debo aplicar. (Ver Anexo 12)*

Las anteriores evidencias nos muestra la importancia de crear un espacio direccionado a la reflexión, el cual invita a los estudiantes a que se autoevalúen y den su punto de vista respecto a cómo se le está dando el conocimiento, estas evidencias nos muestra que los estudiantes no son personas pasivas con el conocimiento, por el contrario son personas muy receptivas, reflexivas, los cuales proponen alternativas a las problemáticas vividas en la parte académica y lo más importante, creen vehementemente que un nuevo conocimiento debe estar fundamentado en la praxis.

### **8.1.2 Subcategoría: actividades teórico – prácticas que favorezcan la construcción del conocimiento**

Al momento de acercar a los estudiantes al conocimiento es muy frecuente que solo se tenga en cuenta la parte procedimental de la temática a trabajar. Quizás por esto para muchos resulta un gran problema la matemática en general, pues algunos docentes le dan más importancia a la parte operativa (que es importante) que a mostrar otra serie de actividades que apoyándose en la teoría convergen en una nueva propuesta de enseñanza.

En este sentido, el diseño de actividades que lleven a los estudiantes a tener que confrontar la teoría con la práctica, será propicio para que los estudiantes en grupo construyan el conocimiento (Vygotsky, 1978). Por lo cual se cree firmemente que dichas actividades servirán de puente entre los estudiantes y el conocimiento.

A lo largo de la intervención en el centro de práctica se pudo evidenciar la gran importancia que tenían las actividades prácticas una vez se les daba a conocer la teoría, actividades que no necesariamente eran del tipo procedimental; muestra de ello es el comentario realizado por uno de ellos: *E<sub>5</sub>(pa): ‘La clase estuvo divertida y didáctica’* (ver Anexo 3). Esto lleva a pensar que salirse de lo rutinario y monótono puede generar o propiciar espacios propicios para acercar al otro al conocimiento, espacios que además pueden utilizarse como mecanismos para llevar a cabo una serie de debates académicos con el fin de debatir en torno a cierta temática.



Partiendo de la premisa quizá más importante para la teoría del constructivismo (el conocimiento solo se construye a partir de estructuras cognitivas existentes (Vygotsky, 1925)), se procedió con el diseño de ciertas actividades que formaran un puente entre lo que ya sabían los estudiantes y lo que se pretendía que aprendieran. Dichas actividades tenían como finalidad diagnosticar el estado en el que se encontraban los estudiantes, es decir, que conocimientos manejaban pues esto daría una idea general del nivel de estos para así poder iniciar con las actividades diseñadas

En la actividad que se llevó a cabo con Geogebra (Ver Anexo 2) se trabajaron los conceptos que serían de mayor utilidad con el fin de poder desarrollar a cabalidad, el concepto de límite de una función. Se le dio mayor importancia al estudio de las funciones continuas o discontinuas por ser las de mayor uso. Ahora, con el fin de que los estudiantes pudieran visualizar el comportamiento de las funciones que en el momento se estaban analizando se utilizó como recurso didáctico un computador portátil y un video beam.

Teniendo en cuenta que la presente investigación se centra en la construcción del concepto de límite a partir de la interacción con el otro, todos los trabajos que se realizaron durante el tiempo de intervención se llevaron a cabo por grupos, donde se buscaba que se estableciera un dialogo que condujera a un debate académico entre los miembros y finalizara en un consenso que luego sería debatido de manera general con todos los grupos restantes.

En este sentido uno de los grupos comenta:  $E_3(pa)$  “El repaso que hicieron al principio nos ayudó mucho a entender mejor el tema”. (Ver Anexo 2)

En otra actividad también concluyeron

$E_1(pa)$ :

\* La clase estuvo muy didáctica, divertida, entendimos muy bien, explicaron excelente 😊

(Ver Anexo3)



\* APRENDIMOS CUANDO UNA GRÁFICA ES CONTINUA y DESCONTINUA

(Ver Anexo 2)

Estos comentarios permitieron vislumbrar la importancia de reconocer los saberes previos en los estudiantes antes de iniciar la temática a trabajar. Permitted generar un ambiente donde cada grupo de trabajo pudiera sentirse con la libertad de expresarse sin temor a ser juzgados o sometido a burla por no saber sobre lo que se les preguntaba. Esto abrió las puertas que permitieron ver el estado en ese momento de los estudiantes en general, proporcionando de esta manera información valiosa referente a la temática que debería ser prioridad al momento de iniciar la Unidad Didáctica.

En este sentido y con el fin de reconocer con mayor facilidad las debilidades de los estudiantes antes de aplicar la Unidad Didáctica diseñada (ver Anexo 1) especialmente para este grado el particular luego de realizar el correspondiente diagnóstico, se llevó a cabo un KPSI (Ver Anexo 13), este nos permitiría reconocer el estado en general de todo el grupo. Aquí los resultados iniciales fueron contundentes casi todo el grupo en general se encontraba en la categoría ‘no lo sé’ (Ver Anexo 14).

### **Interacción con el material**

Es de suma importancia tener presente que para lograr que los estudiantes puedan acceder al conocimiento; el medio, la interacción con el otro y el material concreto juega un papel predominante en ello (Vygotsky, 1925), ya que es ahí donde cada participante extiende su propio aprendizaje y el de los demás (Collazos, 2000). En este sentido, las actividades propuestas en la presente investigación están diseñadas de tal manera que los estudiantes puedan interactuar con el material, que puedan ver físicamente lo que está pasando y puedan sacar conclusiones al respecto.

Muestra de ello, es la actividad con el Geoplano, donde se pudo constatar la interpretación que los estudiantes le dan al punto de discontinuidad al momento de graficar la función. Cuando se les preguntaba por el límite en dicho punto, estos analizaban sus límites laterales para luego concluir la existencia o no del límite. En este sentido uno de los grupos al finalizar la actividad concluye:



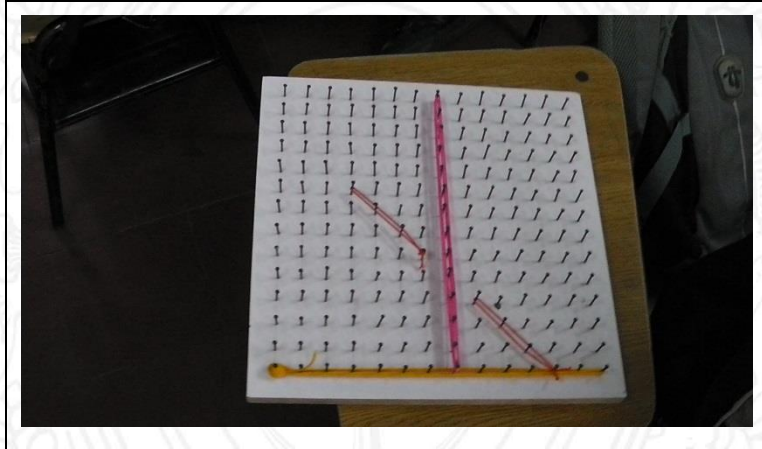
UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

$E_4(pa)$ : “Cuando la función presenta alguna discontinuidad, es posible conocer el límite en ese punto analizando sus límites laterales” (Ver Anexo 6).

Facultad de Educación

La imagen muestra una de las gráficas que los grupos analizaron, esta hizo parte de la actividad con el Geoplano donde cada grupo llevó a cabo una serie de situaciones planteadas en la guía, luego cada una de estas fueron analizadas y posteriormente construidas en el Geoplano.

### Imagen # 12: Interacción con el material



Interacción con el material: en la imagen se presenta un trabajo en su forma final, en donde el equipo de estudio tuvo la necesidad de interactuar con este material para lograr el propósito propuesto por la actividad

Esta clase de situaciones resulta significativa para los estudiantes ya que el material proporcionado para la actividad fue de fácil manipulación, de esta manera los estudiantes pudieron llevar a cabo lo propuesto en la guía sin mayores complicaciones, es decir, al poder construir las gráficas, además se sintieron alentados para trabajar. Esto se evidenció mientras cada grupo trabajada a medida que avanzaba la actividad (Ver Anexo 11).

Otra de las actividades en las que cada grupo pudo interactuar con el material, fue la actividad con las áreas también llamado el método de exhaustión donde la comprensión del concepto de límite de una función quedó más clara, esto se pudo evidenciar cuando uno de los grupos responde la pregunta ¿Qué sucedería si se agregan más polígonos?

$E_6(pa)$ :

1 8 0 3



3. - Cuando se agregan más poligonos este tiene a realizor una circunferencia.

(Ver Anexo 5)

Esta clase de respuestas permiten percibir el avance que van teniendo los grupos de trabajo en la medida que avanzan las actividades. Es notoria la importancia del trabajo en los grupos pues como lo revela  $A_3(Ev)$ : “Solo también se puede aprender, pero cuál es la ventaja de trabajar en equipo, que si cuando usted no entiende algo, puede que su compañero le explique.” Ver (anexo 12)

La imagen muestra a uno de los grupos de trabajo abordando la actividad planteada, teniendo contacto físico con el material, verificando lo que teóricamente se había abordado.

**Imagen #13: Verificación de la teoría con material concreto**



Material concreto: en la imagen muestra como el equipo de estudio interactúa con el material concreto (lenguaje visual) respectivo a una de las actividades de la unidad didáctica ver (anexo 5), además se evidencia el excelente trabajo colaborativo

En esta misma línea se encuentra la actividad con el icopor (ver Anexo 3), donde al igual que en el trabajo mencionado con anterioridad, facilitó en gran medida la comprensión del concepto de límite de una función. Muestra de ello, es la conclusión a la que llegó uno de los grupos:

$E_6(pa)$ : “Por más pequeña que sea la esfera nunca llegara a cero” (Ver Anexo 3).

La imagen muestra el resultado de uno de los grupos de trabajo:





UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

**Imagen #14: producto de la unión teoría – praxis**



En la imagen se evidencia el resultado de unir la teoría con la práctica, esta última basada en el material tangible (lenguaje visual).

Finalmente se encuentra la actividad con los resortes (Ver Anexo 4), en la cual cada grupo debía analizar el comportamiento de la gráfica a medida que se le agregaba más y más peso al resorte. En este sentido, uno de los grupos dice:  $E_6(pa)$ : *“Cuando el peso tiende a su peso máximo, la longitud del resorte tiende a su longitud máxima”* (ver Anexo 4)

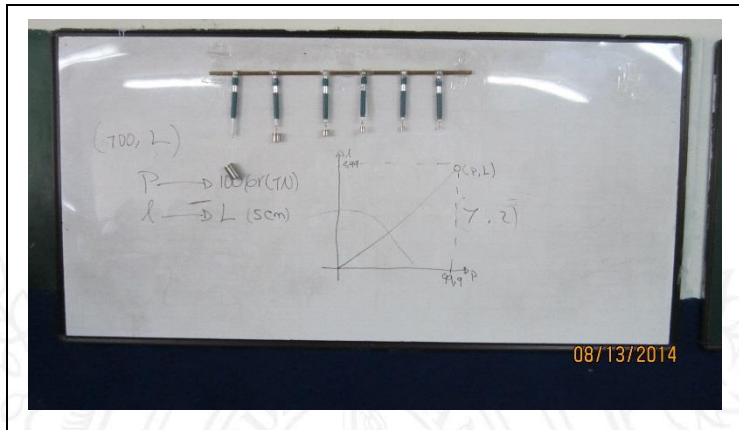
Actividades como esta, permitieron obtener un mayor panorama sobre como estado de los conceptos en los estudiantes que hasta el momento se había abordado. Comentarios como el anterior resultaron de suprema importancia pues dan a entender que los conceptos fueron creciendo a medida que se implementaban las actividades propuestas en la unidad didáctica. Esto es corroborado por los resultados del KPSI (Ver Anexo 14) donde se evidencia una mejoría muy importante en la asimilación de los conceptos.

La imagen muestra una parte de la actividad llevada a cabo:

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803



### Imagen #15: Grafica de la actividad con los resortes



En la imagen se exhibe los materiales que se utilizaron en una de las guías didácticas ver (anexo 4), el cual fue utilizado grupalmente con los estudiantes.

Es de notar que en cada una de estas actividades, los estudiantes manifiestan una comprensión acerca del concepto de límite, les ha quedado más claro lo que significa el infinito en esta temática.

#### Adecuación al nivel de desarrollo

Son muchos los factores que influyen a la hora de preparar una clase, uno de los más importantes es la complejidad de la temática a trabajar. Por tanto resulta relevante organizarlos de tal manera que no resulte una carga para los estudiantes.

En este sentido, se han organizado todas las actividades que hacen parte de la unidad didáctica (Ver Anexo 1), siempre pensando en que las temáticas en cada guía no quedarán ni muy pesadas que no la pudiesen realizar ni tampoco muy livianas que las hicieran en un momento y que no resultara significativa. Toda actividad que se diseñe deberá estar adecuada al nivel de desarrollo del grupo, no tendría sentido poner a los estudiantes ante situaciones que no serían capaces de afrontar precisamente por las falencias que tendrían en las temáticas.

La siguiente imagen muestra a algunos grupos trabajando la actividad del método de exhaustión sin mayores complicaciones (Ver Anexo 5).



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

**Imagen #16: Actividad del método de exhaución**



En la imagen se ve que los estudiantes trabajan sin dificultades, lo que quiere decir que el nivel en que se pensó y preparó la clase no fue muy alto y ni muy bajo.

Esto invita a pensar que el conocimiento es una construcción que se hace en compañía del otro (Vygotsky, 1978). Luego, diseñar actividades en donde se prioricen esta clase de trabajos, podría con toda seguridad favorecer espacios de debate y retroalimentación entre los estudiantes que conduzca a la construcción y adquisición del conocimiento.

### **8.1.3 Subcategoría: interacción social**

El hecho de estar realizando actividades con los compañeros de estudio hace que estemos ya en un espacio donde el tipo de interacción se sale del plano individual y se enmarca en el contexto social, es decir, considerando al otro como un ser social. Así la interacción entre los estudiantes en todo momento es de tipo social, donde se comparten puntos de vista y todos aprenden de todos, es un espacio donde además de interactuar los estudiantes interactúan sus conocimientos tanto previos como actuales.

A través de la intervención se logró evidenciar en los estudiantes en todo momento, situaciones que indicaban que el tipo de trabajo propuesto está direccionado a la interacción social ya que todas las actividades se realizaron en equipos de trabajo. Lo anterior esta soportado por la teoría de Vygotsky (1978) plantea cuando se refiere a que el conocimiento se construye a partir de operaciones y habilidades cognoscitivas que se adquieren exclusivamente en la interacción con otras personas.



El espacio más común donde los estudiantes interactúan es el aula de clase, donde comparten, aprenden, juegan y se desarrollan; si tenemos en cuenta la teoría sociocultural de Vygotsky ese escenario se convierte en esa sociedad en la que el estudiante se ve directamente influenciado por la cultura que allí se desarrolla para adquirir nuevos conocimientos. Se debe tener presente que las personas por si solas no se logran desenvolver completamente, es decir, todos necesitamos de ese complemento que es el otro para llevar a cabo nuestras metas y que aislados difícilmente se pueden alcanzar. Así, ayudándonos de la sociología, somos seres y sujetos sociables en cuanto compartimos y nos relacionamos con otros seres que conforman la cultura.

De acuerdo a Vygotsky (1925) toda función superior aparece primero en el plano interpersonal y luego en el plano intrapersonal, especialmente a través del lenguaje, esto quiere decir que el aprendizaje fundamentalmente es una situación social de comunicación y un lugar de interacción entre docente y estudiante y entre sus pares (compañeros alrededor) de una tarea específica. Allí los estudiantes aprenden discutiendo entre ellos y con el docente.

Para constatar lo anterior, en todas las actividades (actividad con geogebra, icopor, resortes, áreas y geoplano) se realizaron equipos de estudio, en donde los estudiantes debían interactuar entre si y debían desarrollar las actividades propuestas conjuntamente, teniendo en cuenta que todas las actividades se realizaron en el ámbito escolar.

A continuación como evidencia tenemos las siguientes imágenes que dan cuenta del trabajo, el cual se desarrolló completamente en el ámbito escolar:

**Imagen #17: ámbito escolar**



**Imagen #18: ámbito escolar**



Ámbito escolar: en las imágenes se evidencia que las actividades se desarrollaron en el contexto educativo (el colegio), particularmente en el aula de clases.



## 8.2 Categoría: aprendizaje colaborativo

### 8.2.1 Subcategoría: Interdependencia positiva

En el aula de clase el aprendizaje es una correspondencia univoca entre estudiante y docente, en donde los estudiantes la mayoría de veces asumen un papel pasivo, producto de un aprendizaje que

se hace estrictamente de forma individual, en donde el trabajo colaborativo es mínimo y todo se remite a la interacción docente – estudiante, esto se puede dar por la forma tradicional que se imparten las clases, en donde los salones contienen gran cantidad de estudiantes, y se hace complejo resolver las inquietudes de forma individual también esto puede ser el producto de la forma en que se distribuyen los estudiantes en un salón de clases, estas posturas inciden también en un aprendizaje individual.

Las actividades propuestas en la unidad didáctica (ver Anexo 1) están direccionadas hacia otro modelo de aprendizaje, en donde los estudiantes son los encargados de construir su propio conocimiento, esto mediante la interacción con sus compañeros, en donde se pueda construir un verdadero equipo de trabajo, y haya una relación recíproca, en la cual cada integrante de equipo este consciente que su aprendizaje depende en cierta medida del aprendizaje de los integrantes de su equipo de trabajo, como lo dice Vygotsky la zona de desarrollo próximo es una diferencia entre lo que el estudiante puede hacer solo y lo que puede hacer en compañía de sus compañeros, teniendo en cuenta esto se busca que el aprendizaje emerja de esta interacción.

#### **Motivación.**

Una de las mayores dificultades en las clases y en particular en las clases de matemáticas, es que los estudiantes no sienten ninguna motivación por aprender, ya que los conceptos que se les expone mediante las clases magistrales son realmente complejos y abstractos para el estudiantado, sin embargo hay que tener en cuenta que la motivación no debe surgir en los estudiantes por arte de magia, esta debe ser despertada por los docentes, esto mediante sus estrategias didácticas, en donde sean capaces de re conceptualizar un concepto científico y el cual se pueda movilizar al aula de clases, en donde este despierte interés y curiosidad en los estudiantes.



Viendo que este indicador no es una variable observable directamente, ya que la motivación está asociada con deseos, sentimientos, necesidades, etc. En donde todo esto está estrictamente relacionado en el interior de cada persona, teniendo en cuenta esto se necesitó hacer una observación constante en cada uno de los equipos de trabajo, en donde se pudiera deducir de qué forma los estudiantes se mostraban motivados, esto apoyado en las manifestaciones externas de ellos, como afirmaciones de aprobación respecto a las actividades, a las clases o al material concreto, lo cual estuvo soportado de actividades originales en donde los docentes le den significado a las temáticas a trabajar, esto con el propósito de que los estudiantes desarrollen un verdadero gusto por la actividad en general por la temática.

teniendo en cuenta lo anterior podemos ver lo complejo que es evidenciar este indicador ya que el docente debe interpretar de infinitas formas la manera de actuar de un estudiante, sin embargo la motivación es parte fundamental en el aprendizaje de un estudiante ya que gracias a esta es donde el estudiante encuentra una satisfacción personal por aprender.

A través de las intervenciones mediante las actividades de la Unidad Didáctica se evidencio este indicador en todas las actividades ya que el hecho de que se fuera a trabajar con material tangible un concepto tan abstracto como el del límite, se convirtió en algo novedoso y divertido para ellos, prueba de esto son algunas de las conclusiones escritas y expresadas en el transcurso de la intervención.

*E<sub>3</sub>(pa): “...que elegancia...” al momento de ver el software en funcionamiento, todos prestaban mucha atención a lo que sucedía en la aplicación. E<sub>4</sub>(pa) “Así es más bueno trabajar la matemática, que no siempre escribiendo un montón de hojas...”; claro, esa era nuestra idea con este trabajo, respondíamos a algunos (Ver Anexo 7).*

*A<sub>4</sub>(Ev): ...¿Quiero que me cuentes acerca de eh, sobre las fortalezas que han tenido, que ha tenido trabajar el concepto de límite con actividades como las realizadas en aula de clase?... “Mmm, (pone su mano derecha sobre su mentón y su codo sobre el escritorio mientras mira fijamente al entrevistador) me pareció muy bueno, eh, entretenido. La verdad nos gustaba venir clase por ustedes, de verdad no nos gustaba la clase de matemáticas... pero la hicieron divertida” (Ver Anexo 12).*



Las anteriores evidencias nos muestran de qué forma los estudiantes se sentían motivados y esa motivación a que factor correspondía, si era por la forma en que los docentes explicaban la clase, por los materiales didácticos que se trabajaba en cada actividad o por la naturaleza de la clase. Etc. Esto nos respalda fehacientemente que trabajar las clases de forma menos teórica y más práctica, ayuda a la motivación e interés en los estudiantes sin importar lo complejo que pueda llegar hacer un concepto, además se encontró el cambio de actitud y disposición que tenían al momento de entrar a las clases, en donde se halló positivamente los cambios respecto al aprendizaje construido en el concepto de límite, esto está respaldado en los resultados del KPSI (Ver Anexo 14) hecho antes y después a los estudiantes, en donde se puede ver un cambio significativo en la adquisición de nuevos conocimientos, cambios que sin duda estuvieron soportados por el deseo y las ganas por aprender un nuevo concepto.

### **8.2.2 Subcategoría: trabajo en equipo**

Con el trabajo en equipo se busca que los grupos se organicen y encuentren una forma adecuada de trabajo, en donde haya una distribución equitativa de responsabilidades, esto con el propósito de conseguir mejores resultados. Trabajar en equipos de estudio ofrece ventajas en el sentido que permite al estudiante conocer nuevas formas de estudiar, además se puede lograr el desarrollo de valores éticos como el del respeto hacia el otro, allí los estudiantes pueden comprender que otros estudiantes cometen errores y que cuando hayan dificultades al interior del grupo, estas se pueden resolver sin mayores inconvenientes. Por otro lado el propio grupo puede darse cuenta de los estudiantes que cumplen y no cumplen con sus tareas, lo cual trasciende en el grupo completo ya sea de forma positiva o negativa.

Lo anterior lo revelan los siguientes aportes.

*A<sub>1</sub>(Ev):... ¿Usted cree que el trabajo en equipo ayuda, o usted, o usted por el contrario dice que uno solo aprende mejor?... Usted que piensa al respecto*

*Pues uno en equipo aprende más porque uno aclara dudas frente a los compañeros, problemas que no se pueden resolver y aprendemos más conocimiento con otro compañero, pues uno solo siempre necesita una ayuda. (Ver Anexo 12)*



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

*A<sub>3</sub>(Ev): ... ¿Eh, que fue común a todas estas actividades Daniela, el trabajo en grupo, todas las actividades se hicieron en trabajo en grupo, entonces cuéntenos sobre las ventajas o desventajas que tiene trabajar en grupo, si usted dice: vea el concepto de limite yo lo hubiera aprendido también sola, o mejor...?*

*Solo también se puede aprender, pero cuál es la ventaja de trabajar en equipo, que si cuando usted no entiende algo, puede que su compañero le explique. Y cuál es la desventaja, que pueda que usted entienda y yo me relaje, no haga nada y usted me apunte a mí, esa es la desventaja. (Ver Anexo 12)*

Lo anterior testimonia la importancia de trabajar en equipo, en donde los estudiantes ven este modelo de clases significativo en su aprendizaje, el cual fortalece la formación académica como humana de cada integrante de los equipos de trabajo, ya que trabajar en equipo implica confianza, coordinación, compromiso entre otras cualidades

### **Responsabilidad compartida**

Cuando se trabaja en equipo aumenta el rendimiento en el proceso de aprendizaje ya que se están intercambiando ideas, experiencias, conocimientos entre otros, además de que se respetan los roles que tiene cada uno de los integrantes del grupo, todo esto en función de lograr una meta o una tarea en común. Hay que tener en cuenta que esto también favorece a la vez la integración entre estudiantes; cada uno de ellos aporta al grupo sus habilidades y conocimientos, ya que cada estudiante es un mundo aparte, están quienes son más analíticos, los más activos, los más sintéticos, los más manipulativos entre otras. Todo esto apunta a una responsabilidad grupal la cual se convierte en una responsabilidad compartida.

Con las actividades realizadas en el aula de clase fue posible que los estudiantes se repartieran tareas, en donde se lograra cumplir con las actividades planteadas. Es bien importante esta parte de la responsabilidad compartida porque con un estudiante que no cumpla con su parte perjudicará al grupo completo.

Las actividades que dieron cuenta de este indicador fueron: *límite con icopor (ver Anexo 3)* y *limite mediante el método de exhaustión* (fase de introducción de nuevos conocimientos, ver





UNIVERSIDAD  
DE ANTI  
1803

Anexo 5); *límite mediante el estiramiento de resortes* (fase de estructuración y síntesis, ver Anexo 4); y *límite en el geoplano* (ver anexo 6) (fase de evaluación).

Facultad de Edu

Las siguientes imágenes son algunas que nos dan cuenta de cómo los estudiantes trabajaban en distintas tareas para lograr el objetivo general:

### Imagen # 19: distribución de trabajo



En la imagen como los integrantes de un equipo de estudio, se distribuye el trabajo de tal forma que todos los integrantes tengan la posibilidad de aportar sus habilidades.

### Imagen # 20: responsabilidad compartida



Esta imagen constata, fehacientemente, como se debe distribuir un trabajo grupal, de tal forma que todos los integrantes de quipo se sientan partícipes de la actividad.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

### Imagen # 21: Relación de roles



Esta imagen da cuenta de manera semejante a la anterior, como se ha distribuido un trabajo grupal, de tal manera que todos los integrantes de ese equipo se hagan y sienten partícipes de la actividad propuesta.

Un trabajo en equipo es un grupo de personas trabajando hacia un mismo propósito, además la colaboración mediante el trabajo en equipo permite analizar en común problemas que son comunes con mayores y mejores criterio en donde los integrantes del equipo delegan funciones y se hacen cargo de responsabilidades para lograr el propósito establecido en las guías de la unidad didáctica. Como se nota en las imágenes allí los estudiantes se delegan funciones, además de compartir las responsabilidades para lograr la meta propuesta. En donde todo el integrante de los equipos tienen una disposición positiva, direccionada al querer jugar un papel activo en la construcción de un nuevo conocimiento. “Colaborar no implica “hacerle el trabajo al otro”, ni descansar en que el resto se hará cargo. El trabajo colaborativo, no resta responsabilidad a los actores, sino más bien hace esa responsabilidad más abordable al ser asumida como una misión en la que todos están comprometido a planificar, analizar y evaluar conjuntamente, cumpliendo cada quien lo que se requiere de su rol, fuera del trabajo conjunto” (Bugueño y Barros, 2008), la anterior cita sintetiza lo hecho por los estudiantes en el transcurso de las actividades de la unidad didáctica.

#### **Intercambio de ideas.**

Es innegable la necesidad del compartimiento de ideas en el interior de cada equipo de trabajo, pues para ello se necesita que cada uno de los integrantes den sus puntos de vista y hagan aportes constructivos o sugerencias positivas para la realización de una actividad asignada. Es así como



en la interacción social es necesario el intercambio de ideas para que el aprendizaje sea constructivo en equipo y resultado del trabajo colaborativo.

En este sentido, uno de los estudiantes entrevistados dice:  $A_1(Ev)$ : *“Pues uno en quipo aprende más porque uno aclara dudas frente a los compañeros, problemas que no se pueden resolver y aprendemos más conocimiento con otro compañero, pues uno solo siempre necesita una ayuda (Ver Anexo 12)”*

Esto conduce a considerar la importancia influencia que tiene el trabajo en grupo al momento de acercarse al otro en la construcción del conocimiento, pues es ahí donde se promueven espacios de cuestionamientos que influyen en gran manera en todos los participantes en cuanto a la adquisición de la temática que en el momento se esté trabajando.

El KPSI (Ver Anexo 14) es muestra de lo importante que resulta el trabajo en grupo, allí se muestran los sorprendentes resultados obtenidos una vez aplicada la unidad didáctica.

Las actividades mencionadas en el numeral anterior también dan cuenta de que los estudiantes en todo momento intercambiaban ideas para sus fines, lo que nos lleva a afirmar que la responsabilidad compartida y el intercambio de ideas comparten una estrecha relación cuando de llegar a un objetivo en colectivo se trata.

### **8.2.3 Subcategoría: Autonomía**

Teniendo en cuenta que la presente investigación le apostó a la construcción del conocimiento en interacción con el otro y lo otro, resulta imprescindible tratar el trabajo colaborativo en el aula, pues es ahí donde el diálogo entre las partes fortalece gran manera la adquisición e interiorización de los contenidos en discusión (Jonhson y Jonhson, 1998). En este sentido, la autonomía juega un papel importante, pues cada persona integrante del grupo podrá aportar y ser confrontado con otras posturas o por el contrario, este podrá confrontar a otros.

### **Libertad de expresión**

Es importante que cada persona miembro del equipo de trabajo tenga una participación activa en todo el proceso de aprendizaje, ya que de esta manera podrá intervenir y ser intervenido por sus pares. Que sea activo implica que constantemente este expresando sus ideas y sus puntos de



UNIVERSIDAD

DE ANTIQOQUIA

1803

Facultad de Educación

vista al respecto. Por lo tanto en las actividades organizadas para la intervención se tuvo muy presente que mientras se resolvieran las guías asignadas, cada estudiante expresara libremente su opinión, ya sea dentro del grupo de trabajo o en general para todo el grupo cuando se les pedía que sustentaran su punto de vista o la conclusión del grupo.

En este sentido, la actividad llevada a cabo con el Geogebra (ver Anexo 2) propició un ambiente adecuado para el debate y el cuestionamiento respecto a la temática de repaso que en el momento se estaba abordando.

La imagen muestra a los integrantes de uno de los grupos de trabajo dando su opinión respecto a la temática en cuestión (Continuidad y discontinuidad de funciones).

### Imagen #22: Libertad de expresión



Expresión espontanea: esta imagen nos testimonia como uno de los estudiantes de un equipo le expresa al docente una inquietud referente a la actividad.

Por otro lado, las actividades con el icopor (Ver Anexo 3) y los resortes (Ver Anexo 4) permitieron que en cada grupo de trabajo se abriera un espacio muy ameno para debatir respecto a los cuestionamientos que se planteaban en la guía de trabajo. Finalmente cada grupo llegó a un consenso que luego fue debatido de manera general para llegar entre todo el grupo a una conclusión. En este sentido, uno de los grupos concluye:  $E_3(pa)$ : “Fue una clase didáctica de mucha enseñanza y con conceptos más claros del límite” (Ver Anexo 5), mientras que otro concluyó:  $E_6(pa)$ : “Al hacer las clases más didácticas nos divertimos y aprendimos más” (ver Anexo 4).



## 9. CONCLUSIONES

Durante el desarrollo de toda la Unidad Didáctica se mostró que el trabajo en equipo a través de la interacción social como lo plantea Vygotsky permite desarrollar procesos de formación que conllevan a los estudiantes a construir aprendizajes hacia el desarrollo de competencias.

El desarrollo de la Unidad Didáctica mostró que la vinculación del lenguaje verbal y el lenguaje visual en los procesos de aprendizaje de los estudiantes posibilitan la adquisición de conocimiento y permiten la interiorización del concepto por parte de ellos. La influencia de ambos lenguajes brinda a los estudiantes un abanico de posibilidades para construir su aprendizaje.

Con las actividades desarrolladas dentro de la Unidad Didáctica, no sólo se logró la construcción del concepto de límite sino que también se tuvo relación e interacción constante con otros conceptos como lo son el de infinito, el de continuidad; aunque haya sido desde una perspectiva intuitiva pero esto ayudó a consolidar sus representaciones mentales. Lo anterior, permite afirmar que en todo proceso de aprendizaje, los estudiantes construyen conceptos que al ser conectados entre ellos, generan competencias dentro del contexto en el cual se desenvuelven.

En efecto, el uso del material concreto siempre tendrá ventajas sobre una clase magistral, iniciando por la motivación que este suscita sobre los estudiantes, además de estar interactuando con el objeto que le ayudará a construir su aprendizaje, este puede dar cuenta de lo que es verídico y de lo que no, es decir, los estudiantes pueden decir, esto se cumple o no, de acuerdo a la teoría. Por lo tanto el uso de material tangible- visible facilita los procesos de aprendizaje en los estudiantes.

De la investigación se asume que el desarrollo de actividades dentro de una unidad didáctica conlleva al cambio de ideas y concepciones acerca de la enseñanza de la matemática, pues se llega que algunos estudiantes cambian la mentalidad que tenían de la matemática y la pueden ver como algo divertido, como algo chévere.



## 10. RECOMENDACIONES

Se recomienda diseñar estrategias didácticas que direccionen los procesos de formación, en las cuales los estudiantes tengan la oportunidad de trabajar en equipo, donde se deleguen funciones a los integrantes pues, esto potencializará el desarrollo de habilidades hacia la construcción de aprendizajes significativos ya que no solo aprenden de lo que el docente les puede ofrecer sino que sus compañeros de trabajo también brindan diferentes posturas frente al tema que estén abordando.

Es conveniente que los docentes a través de la realización de actividades lúdicas pongan en escena la utilización de los lenguajes verbal y visual, lo que permiten que el estudiante a través de la manipulación e interacción con los objetos, identifiquen sus características y establezcan relaciones entre ellos, lo que conlleva a generar espacios de reflexión e interpretación de lo que se observa.

Se debe tener presente que al abordar un tema en particular con alguna estrategia didáctica se van a desarrollar otros conceptos alrededor del concepto central, los cuales guardan cierta relación. Se trata entonces de sacar ventaja de esto y así aprovechar al máximo la riqueza conceptual que la temática ofrece.

Trabajar con material concreto (visible-tangible) al abordar los diferentes temas dentro y fuera del aula de clase, favorece la motivación por aprender en los estudiantes permitiendo hacer una construcción apropiada de conceptos ya que en la actualidad les gusta ver “dónde, para qué eso” y una manera de dar respuesta a los estudiantes es con actividades que impliquen la visualización de lo que en teoría se dice.

Propender por actividades donde se gane el interés y el querer saber del objeto de enseñanza por parte del estudiante es lo mejor que le puede suceder a cualquier docente y, para ello de acuerdo a los resultados de la investigación, es necesario estimular el lenguaje visual, lo que ellos puedan ver, tocar, sentir, evidenciar; por eso se recomienda siempre pensar en las ventajas que ofrece el lenguaje visual a la hora diseñar actividades.



## BIBLIOGRAFÍA

- Acaso, M. (2006) *El Lenguaje Visual*. Barcelona, España: Paidós Iberoamérica
- Antolín, A., Martín, G., y Barba, J. (2012). *El aprendizaje cooperativo para la mejora de la socialización y la educación a través del conflicto*. La Peonza, Revista de educación física para la paz, (7) Recuperado de: Dialnet-ElAprendizajeCooperativoParaLaMejoraDeLaSocializac-3907247
- Arellano, M., Jara, R., Merino, C., Quintanilla, M., y Cuellar, L. (2008) *Estudio comparativo de dos instrumentos de evaluación diagnóstica aplicados a profesores de química en formación: un estudio piloto*. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias. (7) 1-22. Recuperado de: [http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART1\\_Vol7\\_N1.pdf](http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART1_Vol7_N1.pdf)
- Barrios, N., Castillo, M., Fajardo, F., Rojas, J., y Nova, A. (2004). *El Aula un escenario para trabajar en equipo. Caracterización de las acciones medidas donde se favorecen las competencias, laborales, generales, interpersonales* (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá D.C., Colombia. Recuperado de <http://www.javeriana.edu.co/biblos/tesis/educacion/tesis01.pdf>
- Becco, G., (1999) *Vygotsky y teorías sobre el aprendizaje. Conceptos generales perspectiva vygostkyana*. Instituto San Martín de Tours, Buenos Aires, Argentina. Recuperado de [http://www.afaan.org/docs/VYGOSTSKY\\_06\\_BECCO\\_Vygotsky\\_y\\_teorias\\_sobre\\_el\\_aprendizaje.pdf](http://www.afaan.org/docs/VYGOSTSKY_06_BECCO_Vygotsky_y_teorias_sobre_el_aprendizaje.pdf)
- Blázquez, S y Ortega, T. (2000) *El concepto de límite en la educación secundaria*. Investigaciones de Matemáticas, Universidad de Valladolid. Recuperado de [http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/concept\\_limite\\_educ\\_secund.pdf](http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/concept_limite_educ_secund.pdf)
- Blázquez, S y Ortega, T. (2001) *Los sistemas de representación en la enseñanza del límite*. RELIME, (4)3, 219-236. Recuperado de [http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/sistem\\_repres\\_ensen\\_limit.pdf](http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/sistem_repres_ensen_limit.pdf)
- Bugueño, X., y Barros, C. (2008) *Formación de Equipo de Trabajo Colaborativo*. Valoras UC, escuela de psicología. Recuperado de: [http://www.mineduc.cl/usuarios/convivencia\\_escolar/doc/201103070003570.Valoras%20UC%20Guia%20Formacion\\_de Equipos\\_de\\_trabajo\\_colaborativo.pdf](http://www.mineduc.cl/usuarios/convivencia_escolar/doc/201103070003570.Valoras%20UC%20Guia%20Formacion_de Equipos_de_trabajo_colaborativo.pdf)
- Bustos, G. (2013) *Propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso del geogebra* (Tesis de Maestría) Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia. Recuperado de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/9500/1/8411002.2013.pdf>



Calderón, M. (2004) *Desarrollo del Lenguaje Oral (Parte 1)*. Revista electrónica espacio Logopédico. Artículo 616. Recuperado de: <http://www.espaciologopedico.com/revista/articulo/616/desarrollo-del-lenguaje-oral-parte-1.html>

Carrera, B., Mazzarella, C. (2001). *Vygotsky: enfoque sociocultural*. Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal Sistema de Información Científica. Universidad de los Andes Venezuela. pp. 41-44. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/356/35601309.pdf>

Castañeda, L., e Higuita, D. (2005) *Modelación Matemática: en un entorno de la visualización para el aprendizaje significativo* (Tesis de Maestría) Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia. Recuperado de: Repositorio Digital Institucional.

Castellaro, M. (2011). *El concepto de representación mental como fundamento epistemológico de la psicología*. Revista Límite, 6(24) 55-67. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83622474005>

Convenio 387 del área metropolitana del Valle de Aburrá y la Universidad EAFIT (2012). *Plan escolar de gestión del riesgo Institución Educativa San Luis Gonzaga municipio de Copacabana*. Recuperado de: <http://www.leantoniobaena-sabaneta-antioquia.edu.co/apc-aa-files/36333233623333653264376264643631/plan-escolar-para-la-gestind-el-riesgo.pdf>

Corrales, A. (2009). *La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de concreción: las unidades didácticas* (Revista digital de educación física). Recuperado de: [http://emasf.webcindario.com/La\\_programacion\\_a\\_medio\\_plazo\\_dentro\\_del\\_tercer\\_nive\\_%20de\\_concrecion\\_unidades\\_didacticas.pdf](http://emasf.webcindario.com/La_programacion_a_medio_plazo_dentro_del_tercer_nive_%20de_concrecion_unidades_didacticas.pdf)

Díaz, H. (2009). *El lenguaje verbal como instrumento matemático*. Educación y Educadores, 12 (3), 13-31. Recuperado de <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/1529>

Fernández, J. (2010) *Unidad didáctica: límite y continuidad de funciones* (Tesis de Maestría) Universidad de Granada, Granada, España. Recuperado de: [http://www.ugr.es/~lrico/MasterSec\\_files/Fernandez%20Plaza%20TFM.pdf](http://www.ugr.es/~lrico/MasterSec_files/Fernandez%20Plaza%20TFM.pdf)

Hernández, C., Fernández, C., y Baptista, C. (1997) *Metodología de la investigación*. México D.F, México. McGraw-Hill.

Hernández, S., y Ward., S. (noviembre de 2011). El concepto limite en bachillerato ¿Intuición o conceptualización? *Conferencia llevada a cabo en el IX Congreso Nacional de*





*Investigación Educativa*. Mérida, Yucatán, México. Recuperado de [http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area\\_05/0576.pdf](http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area_05/0576.pdf)

Jorba, J., y Sanmartí, N. (1993). *La función pedagógica de la evaluación*. *Aula de innovación educativa* (20), 20-30. Recuperado de: [http://www.seg.guanajuato.gob.mx / Ceducativa / CartillaB / 6antologia / Referentes%20para%20la%20evaluaci%C3%B3n/Sobre%20estrategias%20y%20herramientas%20para%20llevar%20a%20cabo%20evaluaci%C3%B3n%20f/Jorba,%20Jaume%20y%20S.%20Neus.pdf](http://www.seg.guanajuato.gob.mx/Ceducativa/CartillaB/6antologia/Referentes%20para%20la%20evaluaci%C3%B3n/Sobre%20estrategias%20y%20herramientas%20para%20llevar%20a%20cabo%20evaluaci%C3%B3n%20f/Jorba,%20Jaume%20y%20S.%20Neus.pdf)

LeCompte, M. (1995). *Un matrimonio conveniente: diseño de investigación cualitativa y estándares para la evaluación de programas*. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*. Escuela de Educación Universidad de Colorado-Boulder. Recuperado de: <http://www.uv.es/relieve/v1/RELIEVEv1n1.htm>

Macías, M. (2002). *Las múltiples inteligencias*. *Psicología desde el Caribe*, (10) 27-38. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=21301003>

Ministerio de Educación de Colombia (2003) *La revolución educativa. Estándares básicos de matemáticas y lenguaje educación básica y media*. Documento oficial. Recuperado de: [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-70799\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-70799_archivo.pdf)

Molina, R., y Bonilla, M. (2008) *Comunicación y participación en una red virtual de docentes en el área de matemáticas*. *Revistas Anales de la Universidad Metropolitana* (8)2, 157-175. Recuperado de: [Dialnet-ComunicacionYParticipacionEnUnaRedVirtualDeDocente-3623632.pdf](http://www.dialnet.com/ComunicacionYParticipacionEnUnaRedVirtualDeDocente-3623632.pdf)

Navarrete, B. (2009) *La motivación en el aula. Funciones del profesor para mejorar la motivación en el aprendizaje*. Central Sindical Independiente y de Funcionarios de Andalucía. Recuperado de: [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_15/BELEN\\_NAVARRETE\\_1.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_15/BELEN_NAVARRETE_1.pdf)

Peláez, A., Rodríguez, J., Ramírez, S., Pérez, L., Vázquez, A, y González, L. (2014) *La Entrevista*. [Diapositivas Digitales]. Madrid, España: Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de: [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso\\_10/Entrevista.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/Entrevista.pdf)

Pellón, P. (2008) *Interacción entre lenguaje verbal y visual aplicado al aprendizaje del modo imperativo en ele* (Tesis de Maestría) Instituto Cervantes en convenio con la UIMP, Madrid, España. Recuperado de: <http://www.mecd.gob.es/dctm/redele>



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

/ Material-RedEle / Biblioteca / 2011\_BV\_12 /  
2011\_BV\_12\_14Pellon.pdf?documentId=0901e72b80e18e03

- Rojas, F. (2001) *Enfoques sobre el aprendizaje humano*. Universidad Simón Bolívar. Recuperado de: [http:// seduca.uaemex.mx / Organismos / dgcyd / T2370 / materiales / Enfoques\\_aprendizaje.pdf](http://seduca.uaemex.mx/Organismos/dgcyd/T2370/materiales/Enfoques_aprendizaje.pdf)
- Santa, Z., Bedoya, F., Jiménez, O. (2007) *Uso del doblado de papel en la construcción de las secciones cónicas e identificación de sus características* (Tesis de Pregrado) Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia, Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/770/1/construccion2.pdf>
- Servicio de Innovación Educativa (2008). *Aprendizaje Cooperativo. Guías rápidas sobre nuevas metodologías*. Universidad Politécnica de Madrid. Recuperado de: [http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje\\_coop.pdf](http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_coop.pdf)
- Taylor, S., Bogdan, R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados*. Buenos Aires, Paidós. Recuperado de: [http://aprendeonline.udea.edu.co/lms/moodle/file.php/462/Introduccion\\_metodos\\_cualitativos\\_caps\\_1-2\\_y3\\_Taylor\\_y\\_Bogdan\\_.pdf](http://aprendeonline.udea.edu.co/lms/moodle/file.php/462/Introduccion_metodos_cualitativos_caps_1-2_y3_Taylor_y_Bogdan_.pdf)
- Torga, M. (2013) *Vigotsky y Krashen: Zona de desarrollo próximo y el aprendizaje de una lengua extranjera*. Escuela Superior de Idiomas, Universidad Nacional de la Pampa, Santa Rosa, Argentina. Recuperado de: <http://www.fchst.unlpam.edu.ar/iciels/164.pdf>
- Turégano, P. (2006) *Una interpretación de conceptos y su aplicación en el aula*. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de la Rioja. (21), 35-48. Recuperado de: [dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2280879.pdf](http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2280879.pdf)
- Vygotsky, L. (1925) *Pensamiento y Lenguaje*. Recuperado de: [http:// www.aacounselors.org.ar/adjuntos/Biblioteca%20AAC/Lev%20S%20Vygotsky%20%20Pensamiento%20y%20Lenguaje.pdf](http://www.aacounselors.org.ar/adjuntos/Biblioteca%20AAC/Lev%20S%20Vygotsky%20%20Pensamiento%20y%20Lenguaje.pdf)

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803



## ANEXOS

### Anexo N°1. Unidad Didáctica.

**TITULO:** El concepto de límite desde los lenguajes verbal y visual

#### **INTRODUCCIÓN.**

La enseñanza matemática es un tema que inquieta a todo docente que la imparte, en el sentido de lo complejo que son algunos de los temas que la integran. Así mismo, es una cuestión de la que múltiples investigaciones acerca de la enseñanza, la didáctica y el conocimiento matemático se han ocupado, es un tema que inquieta. En este sentido esta propuesta de intervención está diseñada desde el punto de vista pedagógico de las situaciones de la educación matemática en la actualidad, por lo que esta unidad didáctica se trabajará con los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa San Luis Gonzaga, con quienes se pretende, durante la intervención, analizar la influencia del lenguaje verbal y visual para la construcción del concepto de límite.

Se pensó en el diseño de actividades donde el trabajo en equipo con material visual-tangible conlleva a la construcción del conocimiento y el docente juega el papel de mediador. Tales actividades se llevarán a cabo bajo el ciclo de aprendizaje propuesto por los autores Jorba y Sanmartí (1993), el cual consta de cuatro fases: Exploración, Introducción de los nuevos conocimientos, Estructuración y Síntesis, y Aplicación. Todo ello bajo la idea de que los recursos y el material concreto proporcionan experiencias individuales irrepetibles que conducen a procesos de construcción de conocimientos, procesos en los que se producen aprendizajes significativos. Así mismo se pretende mostrar la matemática como una disciplina que no solo se limita a la resolución operativa de límites y a la aplicación de algoritmos y fórmulas sino a procesos amplios de análisis y abstracción tendientes al desarrollo de competencias en los estudiantes.

Esta propuesta presenta novedades en dos sentidos; en primer lugar, para los estudiantes porque les permite ver la matemática como un área del conocimiento con sentido y que es aplicable a la realidad, y en segundo lugar, para el docente porque es una alternativa para abordar un concepto en particular –el límite- de una forma poco tradicional. De esta manera se busca mostrar también los beneficios que trae consigo la implementación de metodologías donde se pierda el miedo a trabajar temas complejos.

#### **OBJETIVOS**

##### **OBJETIVO GENERAL**

Diseñar actividades de cara a la construcción del concepto de límite con los estudiantes de undécimo grado de la institución educativa San Luis Gonzaga.

##### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Aplicar estrategias metodológicas y didácticas que propicien el interés y la motivación por el aprendizaje del concepto de límite.
- Generar aprendizajes significativos y duraderos a través del lenguaje verbal y el lenguaje visual, para potenciar competencias matemáticas en los estudiantes.
- Lograr que los estudiantes avancen de un nivel de desarrollo básico en la comprensión del concepto de límite, hacia un nivel más profundo en el mismo, mediante el trabajo colaborativo.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

## CONTEXTUALIZACIÓN DE LA UNIDAD DIDACTICA

**Asignatura:** Matemáticas

**Nivel:** Undécimo

**Tema específico:** Concepto de límite

**Temporalización:**

**Tabla #2: temporalización de las fases**

	FASES			
	Inicial	Introducción de los Nuevos Conocimientos	Estructuración y Síntesis	Aplicación
Cantidad de secciones	1	2	1	1

### ELEMENTO DE APRENDIZAJE.

Con la presente Unidad Didáctica se pretende que los estudiantes alcancen los siguientes indicadores del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos determinados por el Ministerio de Educación Nacional para el grado Once (2003), a saber:

- Uso argumentos geométricos en la solución de problemas matemáticos y de otras ciencias.
- Justifico inferencias provenientes de los medios o de estudios diseñados en el ámbito escolar.
- Encuentro estrategias que me permiten hacer mediciones muy exactas.
- Utilizo procesos de aproximación sucesiva y rangos de variación para llegar al concepto de límites en situaciones de medición.
- Utilizo las técnicas de aproximación en procesos numéricos infinitos.

### JUSTIFICACIÓN.

Pensar metodologías que vayan en dirección al mejoramiento de la enseñanza matemática es un asunto que compete a todo aquel que está inmerso en la enseñanza de las matemáticas, a todo aquel que se interesa por el tema de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Pues como se sabe, el desarrollo del pensamiento lógico-matemático es fundamental para dar soluciones a múltiples problemas a los que se enfrenta el hombre en su entorno; y esto solo es posible hacerlo visible desde la escuela con propuestas donde la matemática salga de esos paradigmas a los que está sujeta desde hace tiempos. Es por lo anterior que la presente Unidad Didáctica le apuesta a este punto de partida para la mejora de la educación matemática. Tal apuesta se pretende concretar mediante la realización de actividades donde se trascienda lo operativo y lo formal, propiciando espacios en los que cada estudiante encuentre la relación entre lo que puede vivir, ver, tocar y la situaciones teóricas y operativas que parecen aisladas de la realidad. Es preciso abordar entonces tales actividades desde lo visible y desde lo palpable; ello se hará con un tema en especial –considerado uno de suma complejidad en la educación media– como lo es la asimilación del concepto de límite por parte de los estudiantes de grado once, donde prestar atención a la influencia de los lenguajes verbal y visual en la construcción de este concepto por parte de los estudiantes, es nuestro objetivo.

### MARCO TEORICO.

Las matemáticas son un conjunto amplio de diversas temáticas; unas más complejas que otras, pues como es sabido por quienes la estudian, existen temáticas más abstractas que otras. En este sentido y teniendo en cuenta que el presente trabajo se centra en la construcción conceptual de una



de esas temáticas abstractas, se proponen una serie de situaciones que podrán desarrollarla. Se le apuesta al uso de dos tipos de lenguajes que a diario son utilizados por toda la sociedad, a saber, el lenguaje visual y verbal. Se cree que un uso adecuado de estos mezclados con una serie de actividades, desembocará en una comprensión adecuada del concepto en cuestión.

Abordar la temática de manera visual permitirá vislumbrar con mayor claridad aquello que se aborda de manera verbal. Esto, desde nuestra postura, conducirá a una mejor comprensión y permitirá clarificar la teoría, puesto que el concepto en cuestión es muy abstracto; y por lo tanto el uso de herramientas externas resultará pertinente.

Partiendo de lo anterior, se proponen una serie de actividades que organizadas por sesiones y relacionadas entre sí, den cuenta de la funcionalidad de la relación entre el lenguaje verbal y el lenguaje visual. Actividades dirigidas hacia la construcción del concepto de límite.

**METODOLOGIA.**

La presente Unidad Didáctica se desarrollará en diferentes espacios, esto es, no solo en el aula de clase, sino que se trabajará, además, en espacios como el patio, el salón, la biblioteca y la sala de sistemas. Ello posibilitará al estudiante aprender en contextos auténticos, y permitirá, además, la reinterpretación de sus espacios escolares, posibilitándole que la información presentada tome sentido para en distintos contextos.

El diseño de dicha unidad está fundamentado en el ciclo de aprendizaje que propone Jorba y Sanmartí (1996) el cual consta de cuatro fases: exploración, introducción de los nuevos conocimientos, estructuración y síntesis y aplicación; fases que se describirán a continuación. De manera pues que las actividades que se desarrollarán durante la intervención estarán diseñadas de acuerdo a la fase a la que contribuyen.

**DESARROLLO DE LA UNIDAD**

**FASE DE EXPLORACIÓN.**

Esta fase tiene por objetivo la explicitación de las ideas previas que traen consigo los estudiantes y la comunicación de lo pretendido con la intervención. De acuerdo con Jorba y Sanmartí (1993) “son actividades que sitúan a los estudiantes en la temática objeto de estudio, bien identificando el problema planteado y formulando sus propios puntos de vista, bien reconociendo cuales son los objetivos del trabajo que se les ha propuesto y el punto de partida donde se sitúan”. Para ello realizaremos una sección de clase, donde además de indagar por los saberes previos que poseen los estudiantes en torno a la factorización, las funciones, la continuidad y la discontinuidad de una función en un punto; también se hará un repaso de los mismos temas para así contar con un escenario idóneo para trabajar propiamente el concepto de límite.

**SESIÓN 1**

FASE DE EXPLORACIÓN	
<b>TEMA</b>	<b>Factorización, funciones y discontinuidad de funciones.</b>
	<b>Conceptual</b> Reconocimiento de una función cuadrática, cúbica, exponencial y trigonométrica; continuidad y discontinuidad de una función en un punto.



<b>CONTENIDO CIENTÍFICO</b>	<b>Procedimental</b>	Explicitación de saberes previos y recordar temas ya conocidos por parte de los estudiantes, seguido de la elaboración de la guía respectiva.
	<b>Actitudinal</b>	Mostrar interés en el momento en que se dan a conocer los conocimientos previos y participación ante las actividades propuestas.
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes acerca de factorización y funciones	
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver dudas respecto a los temas mencionados</li> <li>• Desarrollar una guía por parte de los estudiantes con temas como factorización y funciones</li> </ul>	
<b>LOGROS ESPERADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Participación activa por parte de los estudiantes</li> <li>• El estudiante resuelve problemas con la aplicación de factorización y funciones</li> <li>• El estudiante reconoce las diferentes funciones, cuadrática, cúbica, trascendentales</li> <li>• El estudiante muestra interés por el tema.</li> </ul>	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN</b>	Dos sesiones (4 horas)	
<b>MATERIALES</b>	Elementos convencionales (marcador, tablero) y guía didáctica.	

### Planificación de la sesión. Tabla #3: Planificación de la sesión 1

#### Planificación de la Sesión.

##### Desarrollo de la sesión

En esta sesión se hará uso del software geogebra para trabajar la continuidad y la discontinuidad, también se tendrá la respectiva guía (ver anexo 2) donde deben leer con mucho cuidado lo que es una función y los criterios de continuidad de una función en un punto, que allí se exponen. Habrán ejemplos que deben analizar muy bien para resolver los ejercicios propuestos aplicando saberes previos y lo trabajado con el software, los estudiantes deben compartir y discutir esto en grupo y guardar las dudas generadas para luego ser resueltas de manera general.

##### Categoría de la que dará cuenta la sesión 1.

**Categorías:** construcción del conocimiento, aprendizaje colaborativo.

**Subcategorías:** aprendizaje desde lo verbal y lo visual, actividades teórico-prácticas que favorecen la construcción del conocimiento, trabajo en equipo, autonomía.

**Indicadores:** uso de la palabra, reconocer saberes previos, intercambios de ideas, libertad de expresión.

### FASE DE INTRODUCCIÓN DE LOS NUEVOS CONOCIMIENTOS

En esta fase se tiene establecido hacer una intervención que consta de dos sesiones, en las cuales se desarrollarán una serie de actividades que ayuden a la introducción del nuevo conocimiento. Para Jorba y Sanmartí (1993) las actividades de esta fase “están orientadas a favorecer que el estudiante pueda identificar nuevos puntos de vista en relación a los temas que son objeto de estudio, formas de resolver los problemas o tareas planteadas, características que le permitan definir los conceptos, relaciones entre conocimientos anteriores y los nuevos”.



Lo anterior permitirá acercar al estudiante hacia la apropiación y asimilación de la temática en cuestión. Se espera que mediante estas actividades los estudiantes puedan ser llevados hacia la asimilación y comprensión del concepto de límite.

**SESIONES 2 y 3.**  
**Planificación de las sesiones.**

FASE INTRUDUCCION DE LOS NUEVOS CONOCIMIENTOS	
TEMA	Introducción del concepto de límite de manera intuitiva
CONTENIDO CIENTÍFICO	<b>Conceptual</b> A partir de los conocimientos conceptuales apre­hendidos en los grados anteriores y en la fase anterior en el área de matemáticas, se busca acercar al estudiante al concepto de límite.
	<b>Procedimental</b> A través de las guías didácticas entregadas por el docente, en esta fase se pretende que los estudiantes sean capaces de aproximarse mediante material concreto a la definición del concepto de <i>límite</i> de una función.
	<b>Actitudinal</b> Actitud positiva, participativa y dinámica a la hora de trabajar en la creación de un nuevo conocimiento
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Acercar mediante material concreto y de manera intuitiva, al estudiantado al concepto de límite.
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir el concepto de límite a partir la manipulación del material concreto.</li> <li>• Generar situaciones que potencien una adecuada asimilación del concepto de límite</li> </ul>
<b>LOGROS ESPERADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El estudiante se acerca de una forma intuitiva a la definición del concepto de limite</li> <li>• El estudiante, a partir de las actividades que debe realizar en cada una de las guías entregadas, construye una adecuada definición de límite.</li> </ul>
<b>TIEMPO DE DURACIÓN</b>	Dos sesiones ( 4 horas)
<b>MATERIALES</b>	Bolas de icopor, pegamento, resortes, pesas de hierro, barra de hierro, lápiz y cuaderno.

**Tabla #4: Planificación de las sesiones 2 y 3**

**Desarrollo sesión 2**

En un primer momento, la clase se desarrollará mediante una guía didáctica (ver anexo 3) que se entregará a cada equipo de trabajo. Dicha guía da cuenta de una actividad, para cuyo desarrollo, se le dará a cada equipo de trabajo una cantidad determinada de bolas de icopor con diámetros variados, así mismo se les entregará pegamento para unir las bolas. El propósito de la actividad consiste en que los estudiantes peguen las bolas de icopor unas alrededor de otras, la de diámetro mayor al redor de las de diámetro menor. Este ejercicio se realizara hasta agotar el material entregado.

Como aparece en la imagen.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación



Se busca así, en primer lugar, que los estudiantes compartan sus ideas acerca de lo observado, al tiempo que desarrollan la respectiva guía. En segunda instancia, se abordarán una serie de cuestionamientos con el fin de llevar al estudiante hacia una comprensión cada vez más acabada del concepto de límite. En un tercer momento, se abrirá un espacio para el diálogo y el debate académico respecto a la actividad. El docente, en este orden de ideas, juega el papel de orientador y de mediador en cada nivel de la actividad. El objetivo de la misma está en que los estudiantes construyan un conocimiento significativo en torno al concepto de límite.

### **Desarrollo sesión 3**

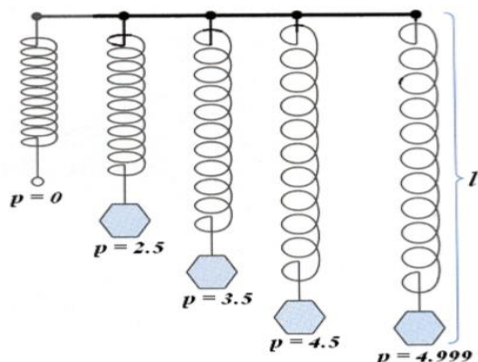
En un primer momento, la clase se desarrollará mediante una guía didáctica (ver anexo 4). El propósito principal de esta sesión es aproximar al estudiantado a la definición del concepto de límite mediante material concreto, en donde los estudiantes observen las aplicaciones del concepto de límite en la vida cotidiana, y en donde se evidencie que las matemáticas no son un campo abstracto, no son una ciencia aislada de la vida cotidiana.

La guía didáctica tiene consignada una actividad que busca acercar a los estudiantes al concepto de límite de forma sutil y reflexiva, esto es, mediante un experimento diseñado con resortes, pesas y una barra de hierro u otro material. Así, se pedirá a los estudiantes que formen equipos de trabajo (de 3 a 4 estudiantes), acto seguido, a cada equipo se le dará una barra, cinco resortes y cinco pesas, cada una de éstas tendrá un peso ( $p$ ) menor a 5 kilogramos, dado que con un peso igual o mayor a 5 kilogramos el resorte se fraccionaría. Después de que cada equipo cuente con sus materiales, los estudiantes deben tomar los resortes por un extremo de ellos, lo engancharán a la barra y al otro extremo le colgarán una de las pesas que se les suministró al principio de la actividad. Esto lo harán de forma ascendente (del menor al mayor peso).

Como aparece en la imagen.

DE ANTIOQUIA  
1803





Teniendo en cuenta lo anterior, como segundo momento se resolverán las preguntas estipuladas en la guía, y por último se pasará a la socialización, en la cual cada equipo explicará el proceso que llevó a cabo para el desarrollo de la actividad. La socialización se desarrollará mediante los pro y los contra que tuvieron en la realización de la actividad, además, los estudiantes con sus propias palabras deberán explicar el comportamiento del experimento y a qué se debe el mismo.

**Categorías de la que dará cuenta la sesión 2 y 3:**

**Categorías:** construcción del conocimiento, aprendizaje colaborativo.

**Subcategorías:** aprendizaje desde el lenguaje verbal y visual, interdependencia positiva, trabajo en equipo, autonomía.

**Indicadores:** representación mental, interacción con el material, motivación, participación, responsabilidad compartida, intercambio de ideas, libertad de expresión.

**FASE DE ESTRUCTURACION Y SISTESIS:**

Esta fase tiene como propósito brindar modos al estudiante para que explore y use de manera adecuada el nuevo conocimiento adquirido. En esta fase se pretende que el estudiante muestre su producción, producto de todas las etapas anteriores de la interacción con sus compañeros, con sus docentes y con los materiales presentados en el desarrollo de toda la temática. Para Jorba y Sanmartí (1993) la síntesis o ajustes en la construcción del conocimiento es personal: lo hace cada estudiante.

Para alcanzar dicho propósito, efectuaremos una sesión de clase donde se realizará una actividad planteada en la guía (ver anexo 5). Esto permitirá afianzar lo abordado en sesiones anteriores.

**SESION 4**

**Planificación de la sesión:**

FASE DE ESTRUCTURACIÓN Y SISTESIS		
TEMA	Desarrollo del concepto de límite de manera intuitiva	
CONTENIDO CIENTÍFICO	Conceptual	Habilidad para seguir y encontrar patrones. Con el cálculo de áreas vislumbrar de manera intuitiva lo que es un límite. Reconocer la manera cómo se calcula el área de algunas figuras geométricas necesarias para el desarrollo de la actividad.



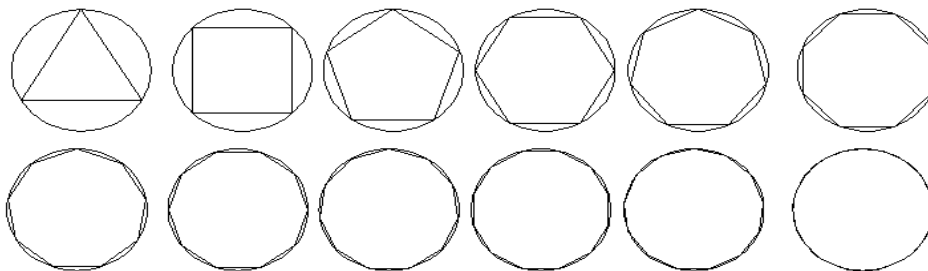
	<b>Procedimental</b>	Desarrollar el concepto de límite en los estudiantes a partir de situaciones más cotidianas.
	<b>Actitudinal</b>	Despertar la motivación al manipular el material concreto.
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Afianzar acerca de la idea del límite partiendo de uso adecuado de la palabra (tiende a)	
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Observar lo que sucede con el área de cierta figura geométrica cuando otra dentro de ella cambia.</li> <li>• Manipular material concreto con el fin de interiorizar la noción de límite.</li> </ul>	
<b>LOGROS ESPERADOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El estudiante comprende la noción de límite.</li> <li>• El estudiante razona a partir de las situaciones que se le plantean con el fin de dar conclusiones acertadas al respecto.</li> </ul>	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN</b>	Una sesión (2 horas)	
<b>MATERIALES</b>	Cartulina, lápiz, regla y tijeras	

**Tabla #5: Planificación de la sesión 4**

#### Desarrollo de las sesión 4.

Se pedirá a los estudiantes que formen equipos de tres o de máximo cuatro integrantes.

La actividad consiste en recortar una circunferencia de un radio arbitrario; luego empezar a recortar un triángulo para inscribirlo en dicha circunferencia, después recortar un cuadrado que también se inscribirá en la circunferencia; luego se recortará un pentágono, seguidamente un hexágono, y así sucesivamente se irán construyendo las figuras que estarán inscritas en la circunferencia inicialmente hecha. Lo que se busca es que cada grupo pueda ver que a medida que se le agregan más lados a la figura inscrita, en algún momento será posible calcular el área de la circunferencia. Se pretende que el ejercicio quede como se muestra a continuación:



#### Categorías de la que dará cuenta la sesión 4.

**Categorías:** construcción del conocimiento, aprendizaje colaborativo.

**Subcategorías:** aprendizaje desde el lenguaje verbal y visual, interdependencia positiva, trabajo en equipo, autonomía.

**Indicadores:** representación mental, interacción con el material, motivación, participación, responsabilidad compartida, intercambio de ideas, libertad de expresión.

#### FASE DE APLICACIÓN

Esta fase está compuesta por una sesión que dará cuenta de lo aprendido por los estudiantes en las anteriores fases. Durante esta etapa de la unidad didáctica se necesita generar situaciones o



ambientes diferentes donde los estudiantes utilicen todos los conceptos trabajados en cada una de las etapas anteriores de la unidad. Para Jorba y Sanmartí (1993) “estas situaciones deberían ser progresivamente más complejas y estar relacionadas con situaciones cotidianas, pues es en éstas donde afloran mayoritariamente las ideas alternativas”.

**SESIÓN 5:  
Planificación de la sesión.**

FASE DE APLICACIÓN		
TEMA	El límite en el geoplano	
CONTENIDO CIENTÍFICO	Conceptual	Concepto de continuidad, discontinuidad y límite de una función en un punto
	Procedimental	En esta sesión se pretende que los estudiantes evalúen y construyan funciones con material concreto.
	Actitudinal	Tener actitud positiva, en donde los estudiantes disfruten los ejercicios aplicando todo lo aprendido en anteriores sesiones.
OBJETIVO GENERAL	Evaluar en el estudiante procesos de aprendizajes mediante material tangible.	
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar lo aprendido hacia la solución de ejercicios situación problema</li> <li>• Resolver ejercicios que involucre el concepto de límite a partir de material concreto.</li> </ul>	
LOGROS ESPERADOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El estudiante identifica el concepto de límite de una función en un ejercicio.</li> <li>• El estudiante <b>conoce y entiende</b> el concepto de límite.</li> <li>• El estudiante soluciona ejercicios que implique el tema concepto de límite de una función.</li> </ul>	
TIEMPO DE DURACIÓN	Una sesión (2 horas)	
MATERIALES	Tablas de madera cuadradas, puntillas o clavos, hilo o lana, lápiz y cuaderno	

**Tabla #6: Planificación de la sesión 5**

**Desarrollo de la sesión 5**

Con el fin de averiguar lo aprendido por parte de los estudiantes, y siguiendo en la misma línea de actividades que se vienen desarrollando, esta sesión pretende evaluar lo que el estudiante ha aprendido en sesiones anteriores, esto mediante material tangible.

En un primer momento se conformarán equipos de tres estudiantes, a quienes se les asignará un Geoplano, un tubo de hilo o lana y su respectiva guía didáctica (ver anexo 6). Siguiendo las instrucciones estipuladas en la guía, los equipos de estudio deberán asignarle valores a las funciones que están consignadas en la guía e ir construyendo la función en el Geoplano. El fin está en verificar si la función es continua o discontinua en el punto dado.

En segundo lugar, los estudiantes responderán unas preguntas al terminar de construir las funciones; y finalmente, conservarán las dudas para socializarlas con sus compañeros. Cada equipo explicará el proceso que llevó a cabo para el desarrollo de la actividad, mediante las dificultades y facilidades que le ofreció la misma.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación



**Categorías de la que dará cuenta la sesión 5.**

**Categorías:** construcción del conocimiento, aprendizaje colaborativo.

**Subcategorías:** aprendizaje desde el lenguaje verbal y visual, interdependencia positiva, trabajo en equipo, autonomía.

**Indicadores:** representación mental, interacción con el material, motivación, participación, responsabilidad compartida, intercambio de ideas, libertad de expresión.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

Facultad

## Anexo N°2. Actividad con Geogebra



**Institución Educativa San Luis Gonzaga**  
**Nombre de la guía: Recordando recordando**

**Tema: funciones, continuidad y discontinuidad en un punto.**

**Docente (s): Juan Camilo Duque**  
**Jorge Isaac Pérez**  
**Carlos Arturo Valencia**

**Fecha:**

**Grupo:**

**Estudiante:**

**Estudiante:**

**Estudiante:**

### **FUNCIONES<sup>1</sup>**

En matemática, una función (f) es una relación entre un conjunto dado X (llamado dominio) y otro conjunto de elementos Y (llamado codominio) de forma que a cada elemento x del dominio le corresponde un único elemento f(x) del codominio (los que forman el recorrido, también llamado rango o ámbito).

En lenguaje cotidiano o más simple, diremos que las funciones matemáticas equivalen al proceso lógico común que se expresa como "depende de".

Las funciones matemáticas pueden referirse a situaciones cotidianas, tales como: el costo de una llamada telefónica que depende de su duración, o el costo de enviar una encomienda que depende de su peso.

A modo de ejemplo, ¿cuál sería la regla que relaciona los números de la derecha con los de la izquierda en la siguiente lista?:

1 -----> 1

2 -----> 4

3 -----> 9

4 -----> 16

Los números de la derecha son los cuadrados de los de la izquierda.

La regla es entonces "elevar al cuadrado":

1 -----> 1

2 -----> 4

3 -----> 9

4 -----> 16

x -----> x<sup>2</sup>.

Para referirse a esta regla podemos usar un nombre, que por lo general es la letra f (de función). Entonces, f es la regla "elevar al cuadrado el número".

Usualmente se emplean dos notaciones:

<sup>1</sup> Funciones Matemáticas: Conceptos Básicos, disponible en: [http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Funciones\\_matematicas.html](http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Funciones_matematicas.html)



$$x \text{ -----} \rightarrow x^2 \quad \text{o} \quad f(x) = x^2 .$$

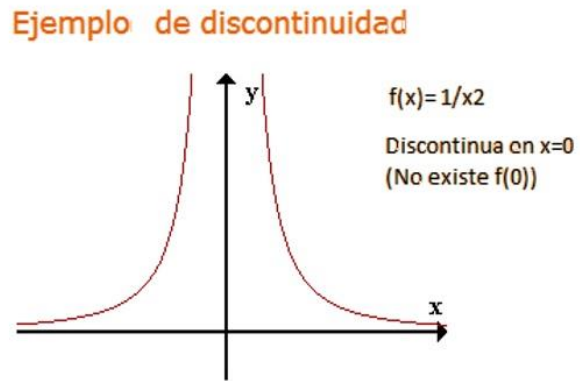
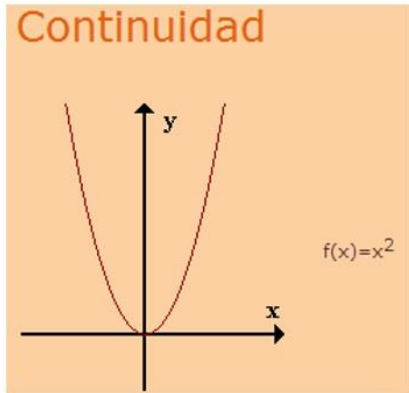
Así,  $f(3)$  significa aplicar la regla  $f$  a  $3$ . Al hacerlo resulta  $3^2 = 9$ .

**Definición:** una función  $f$  es **continua** en  $x = a$  si y solo si se satisfacen las siguientes condiciones:

- i.  $f(a)$  existe
- ii.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existe
- iii.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Si al menos un de estas tres deja de cumplirse se dice que a función es **discontinua** en  $x = a$

Observa las siguientes imágenes:



**Actividad:**

Observa cada función en el software y analiza lo que sucede cuando los valores se acercan al punto indicado. En el caso de que una función sea discontinua en un punto decir si es evitable y cual sería esa función. Finalmente escribe con tus palabras lo que esto significa para ti lo observado.

a)  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$  en el punto  $x = 3$

b)  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$  en el punto  $x = 2$

c)  $g(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$  en el punto  $x = 1$

d)  $g(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$  en el punto  $x = 0$

e)  $h(x) = \frac{1}{x^2}$  en el punto  $x = 0$

f)  $h(x) = \frac{1}{x^2}$  en el punto  $x = 1$



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

### Anexo N° 3 Actividad con icopor

Facu



**Institución Educativa San Luis Gonzaga**

**Nombre de la guía: El límite con icopor**

**Tema: Límites**

**Docente (s): Juan Camilo Duque**

**Jorge Isaac Pérez**

**Carlos Arturo Valencia**

**Fecha:**

**Grupo:**

**Estudiante:**

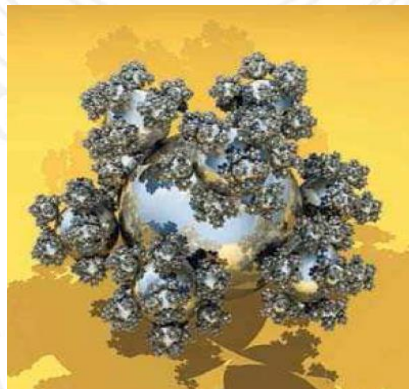
**Estudiante:**

**Estudiante:**

#### **El concepto de límite**

**Objetivo:** Dinamizar la clase de matemáticas mediante la manipulación de material concreto

**ACTIVIDAD:** La siguiente actividad consiste en coger las bolitas de menor diámetro y pegarlas alrededor de las que le siguen en diámetro y luego esas pegarlas de la que le siguen y así sucesivamente hasta formar algo parecido a lo de la imagen.



**Preguntas:**

1. ¿qué pasaría si pusiéramos infinidad de bolitas?
2. ¿cómo se le podría denominar a lo observado?
3. ¿hasta dónde es posible pegar bolitas?

Reflexiona acerca de esta actividad con tus compañeros del grupo de trabajo

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Facultad

### Anexo N° 4. Actividad con resortes

Institución Educativa San Luis Gonzaga



**Nombre de la guía: El concepto de límite a partir del Estiramiento con resortes**

**Tema: Límites**

**Docente (s): Juan Camilo Duque  
Jorge Isaac Pérez  
Carlos Arturo Valencia**

**Fecha:**

**Grupo:**

**Estudiante:  
Estudiante:  
Estudiante:**

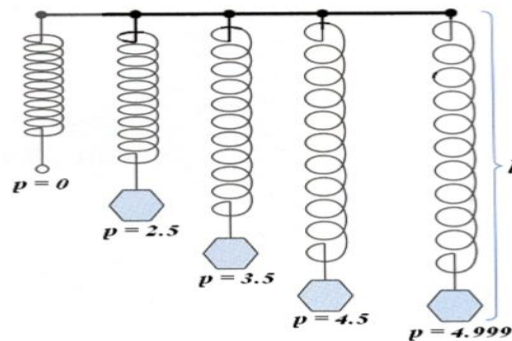
**El concepto de límite**

**Objetivo:** aproximar mediante material concreto de manera intuitiva al alumnado al concepto de límite.

**ACTIVIDAD:** la actividad consiste en acercar a los estudiantes al concepto de límite de forma sutil y reflexiva, esto mediante un experimento diseñado con resortes, pesas y una barra de hierro u otro material, en donde se le pedirá a los estudiantes que formen equipos de trabajo entre 3 y 4 alumnos, donde a cada equipo se les dará una barra, cinco resortes y cinco pesas cada una con un peso  $p$  menor a 5 kilogramos ya que con un peso igual o mayor a 5 kilogramos el resorte se fraccionara, después de que cada equipo se encuentre con sus materiales, estos deben tomar los resorte, donde por un extremo de ellos lo engancharan a la barra y el otro extremo le colgaran una de las pesas que se les suministro al principio de la actividad. Esto lo harán de forma ascendente (del menor al mayor peso).

Teniendo en cuenta lo anterior.

Se medirá la longitud ' $l$ ' con la que se estira cada resorte al colocarle una pesa, en donde estas longitudes se registraran y consignaran en una tabla.



**Preguntas:**



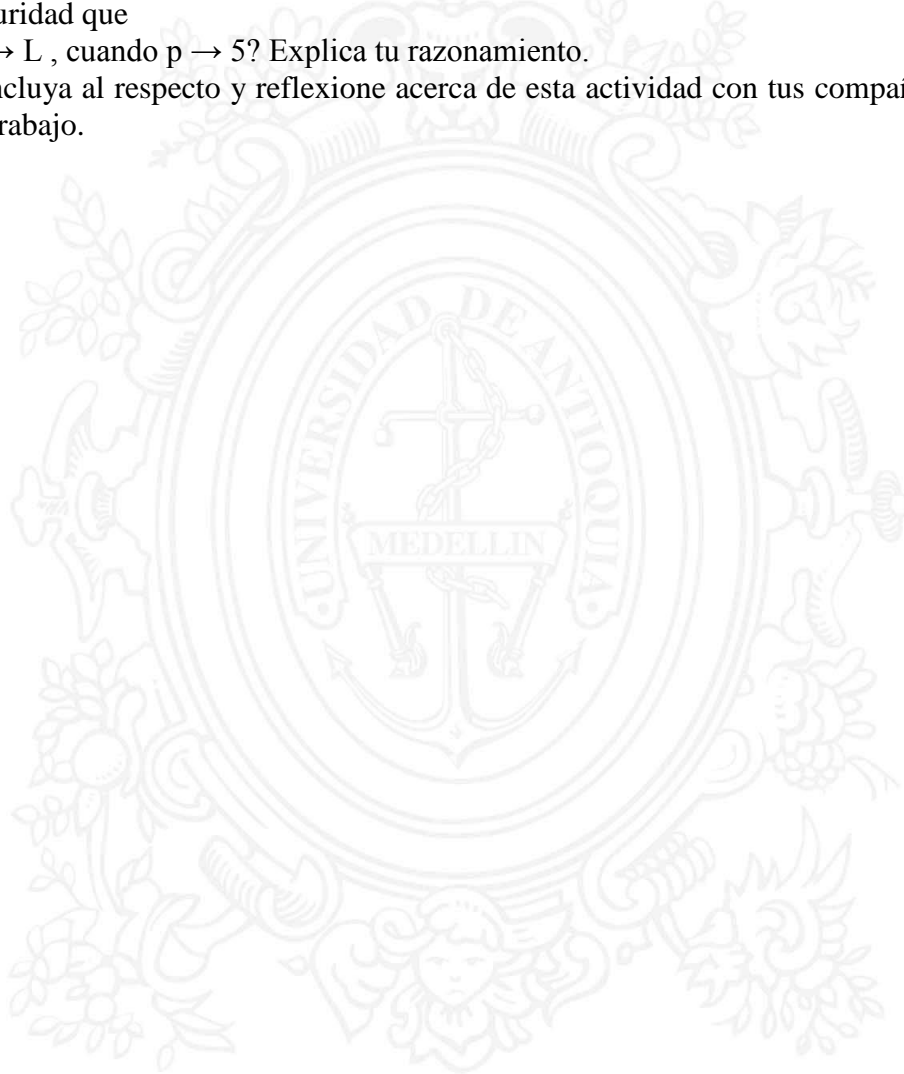


UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

1. ¿Qué ocurre si se siguiera colocando en los resortes pesos más cercanos a los 5 kilogramos? Argumentar la respuesta
2. Teniendo en cuenta que “L” es la longitud máxima del resorte ¿podría afirmarse con toda seguridad que  $l \rightarrow L$ , cuando  $p \rightarrow 5$ ? Explica tu razonamiento.
3. Concluya al respecto y reflexione acerca de esta actividad con tus compañeros del grupo de trabajo.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Ed

## Anexo N° 5 Actividad del método de exhaución

Institución Educativa San Luis Gonzaga



**Nombre de la guía: Área de una circunferencia a partir de otras figuras geométricas regulares**

**Tema: Límites**

**Docente (s): Juan Camilo Duque  
Jorge Isaac Pérez  
Carlos Arturo Valencia**

**Fecha:**

**Grupo:**

**Estudiante:  
Estudiante:  
Estudiante:**

### El concepto de límite

**El método de exhaución** en la antigüedad servía para calcular áreas, donde por medio de polígonos regulares se puede calcular el área de un círculo, este método de exhaución de Eudoxio, constituyen el antecedente directo del concepto moderno de límite.

El uso del moderno concepto de límite, también es útil para calcular el área de un círculo de radio 'r'. Partiendo de la idea propuesta por primera vez por el sabio griego Antifon (430 a.n.e), retomada en el método de exhaución de Eudoxio.

Designemos el símbolo  $A_{p_n}$  para denotar el área de un polígono regular de n lados, inscrito en un círculo de radio 'r' para calcular el área, considérese el hecho de que cualquier polígono regular de n lados puede descomponerse en n triángulos iguales. El área de cada triángulo puede calcularse al multiplicar un medio de su base por su altura, y de acuerdo con la figura 10.

$$A_T = (r \sin \alpha) (r \cos \alpha); \alpha = \frac{\pi}{n} \text{ radianes}$$

Así, el área total del polígono de n lados es:  $A_{p_n} = nr^2 \sin \alpha \cos \alpha$

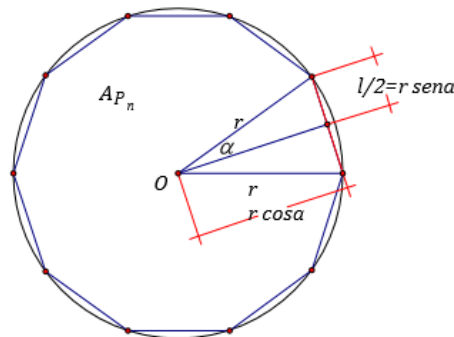


Figura 10.

Teniendo en cuenta lo anterior y haciendo uso de un complejo algoritmo, podemos llegar al área de un círculo apoyándonos en el moderno concepto de límite



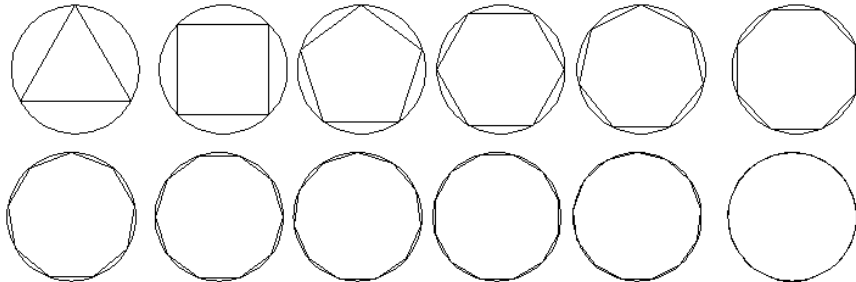
$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow \infty} (A_{P_n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ nr^2 \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{n} \right) \cos \left( \frac{\pi}{n} \right) \right] \\ A_{\text{Circulo}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ nr^2 \left( \frac{\pi}{n} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{n} \right) \cos \left( \frac{\pi}{n} \right) \right] \\ A_{\text{Circulo}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ nr^2 \left( \frac{\pi}{n} \right) \frac{\operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{n} \right)}{\left( \frac{\pi}{n} \right)} \cos \left( \frac{\pi}{n} \right) \right] \\ A_{\text{Circulo}} = nr^2 \left( \frac{\pi}{n} \right) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{\operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{n} \right)}{\left( \frac{\pi}{n} \right)} \cos \left( \frac{\pi}{n} \right) \right] \\ A_{\text{Circulo}} = \pi r^2 \end{array} \right.$$

(Cárdenas, 2009.)

**Objetivo:** Generar situaciones que potencien una adecuada asimilación del concepto de límite

**ACTIVIDAD:** La siguiente actividad consiste en la idea planteada por el sabio griego Antifon (430 a.n.e), la cual fue retomada en el método de exhaución de Eudoxio, esta idea consiste en suponer que en una circunferencia de un radio ‘r’ se inscribe un polígono regular de n lado, donde se incrementara el número de lados del polígono, para esto se empezara por recortar un triángulo el cual será inscrito en dicha circunferencia. Así mismo se recortara un cuadrado, un pentágono, un hexágono, y así sucesivamente se irán construyendo las figuras que estarán inscritas en la circunferencia inicialmente hecha.

Se pretende que el ejercicio quede como se muestra a continuación:



**Preguntas:**

1. ¿Qué sucedería si se siguiera agregando más polígonos con más lados que el anterior? Explica tu respuesta.
2. a medida que se inscriben más polígonos en las circunferencias, ¿qué sucede con el área de los polígonos y el área de la circunferencia? Explica tu razonamiento
3. ¿podría afirmarse con toda seguridad que si el número de lados n de un polígono tiende a infinito el área de la figura inscrita coincidirá con el área de la circunferencia? Explica tu razonamiento.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

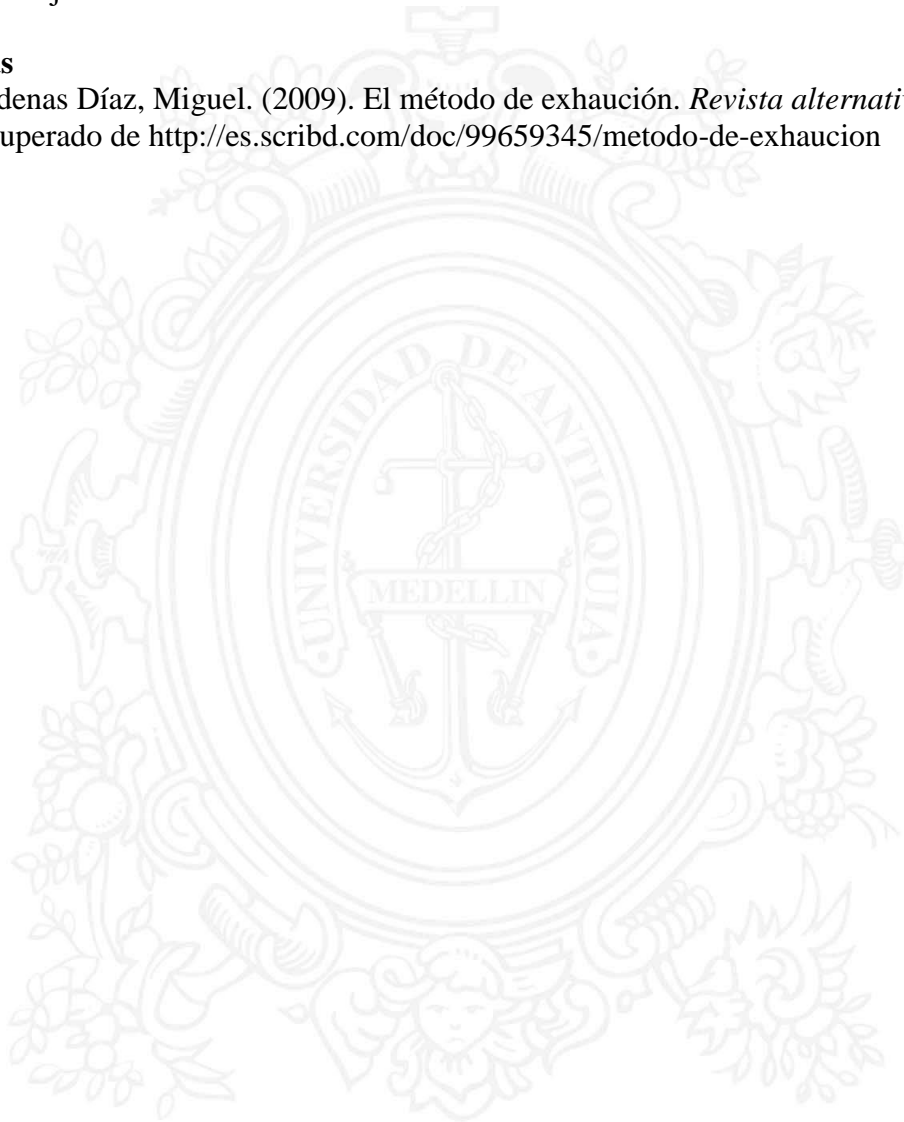
1803

Facultad de Educación

### Referencias

4. Concluya al respecto y reflexione acerca de esta actividad con tus compañeros del grupo de trabajo.

(1) Cárdenas Díaz, Miguel. (2009). El método de exhaución. *Revista alternativa*, (19), 1-25.  
Recuperado de <http://es.scribd.com/doc/99659345/metodo-de-exhaucion>



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

## Anexo N° 6. Actividad del Concepto de límite a partir del geoplano

Institución Educativa San Luis Gonzaga



Nombre de la guía: El concepto de límite en el geoplano

Tema: Límites

Docente (s): Juan Camilo Duque  
Jorge Isaac Pérez  
Carlos Arturo Valencia

Fecha:

Grupo:

Estudiante:

Estudiante:

Estudiante:

El concepto de límite

**Objetivo:** Acercar a los estudiantes mediante la manipulación de material concreto al concepto de Límite.

**ACTIVIDAD:** Hallar gráficamente el límite de las funciones dadas mediante la construcción de una tabla de valores, aplicando todo lo aprendido sobre a funciones, continuidad y discontinuidad de funciones en un punto, y límites.

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x - x^2}{x}$

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{4x - x^2}{x}$									

2.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x - x^2}{x}$

3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x+2}$



UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

$\frac{x^2-1}{x+2}$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3

4.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x+1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-1}{x+1}$

6.  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 4, & x > 2 \end{cases}$        $\lim_{x \rightarrow 2} f(x),$        $\lim_{x \rightarrow -1} f(x),$        $\lim_{x \rightarrow 3} f(x),$

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## Anexo N°7. Diario de la actividad con geogebra

### SABERES PREVIOS (Actividad con geogebra)

Para este día se trabajó lo que correspondía a la primera fase del ciclo de aprendizaje según Jorba y Sanmartí (1993), en la cual el objetivo era explorar lo que los estudiantes ya sabían acerca de funciones, continuidad y discontinuidad de una función en un punto. Además se aplicó una herramienta (KPSI) que nos permitió medir el grado de conocimiento que los estudiantes tenían acerca de la temática la cual será aplicada de nuevo al final de la intervención.

En el transcurso de la clase los estudiantes iban manifestando que habían ciertos temas los cuales no recordaban y que fue necesario retomar, sin embargo los estudiantes estuvieron muy receptivos a las indicaciones dadas y a la actividad que se les pedía en la guía correspondiente, resaltando también que el grupo en general tuvo un comportamiento adecuado para el desarrollo de la sesión. Se encontraban expresiones como  $E_3(pa)$ : "...que elegancia..." al momento de ver el software en funcionamiento, todos prestaban mucha atención a lo que sucedía en la aplicación. Los estudiantes debían analizar el comportamiento de ciertas funciones a medida que la variable independiente se iba acercando por la derecha y por la izquierda, logrando que identificaran que en determinados puntos habían discontinuidades y que se podía evitar o no, por lo que el software fue de gran utilidad a la hora de abordar esta parte.

Finalmente se logró que los estudiantes resolvieran la guía completa, donde además de la guía se obtuvieron conclusiones muy interesantes que aludían a lo interesante que se encontró la clase, que les había gustado mucho, que era algo diferente, por ejemplo una de las conclusiones de la actividad 1 (ver anexo 2) manifestaba  $E_2(pa)$ : "la clase estuvo divertida y didáctica" entre otros.



## Anexo N°8. Diario de la actividad con icopor

### INTRODUCCIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS (Actividad con icopor)

Para esta actividad correspondiente a la fase de introducción de nuevos conocimientos, se piensa en una clase donde los estudiantes van a hacer una introducción de algo nuevo en sus estructura mentales a partir del material tangible, para ello se propuso trabajar en equipos para potenciar el trabajo cooperativo. Inicialmente los estudiantes muestran gran interés al querer saber qué es lo que se hará el día de hoy y sintiendo curiosidad por lo que harán. Se les pide que realicen lo que hay allí en la guía a la vez que van realizando el trabajo, para ello debían repartirse el trabajo, aunque hubo equipos que prefirieron dejar las respuestas para responder al final.

Algo que es de resaltar del grupo en general es la creatividad que se les despertó para realizar la tarea que se les pedía; creatividad que permitía agilizar el proceso y abonaba a la estética del resultado final. Aunque no par todos fue fácil el trabajo, para algunos equipos era algo muy engorroso y fueron quienes se demoraron más. Los estudiantes decían que  $E_4(pa)$  “*así es más bueno trabajar la matemática, que no siempre escribiendo un montón de hojas...*”; claro, esa era nuestra idea con este trabajo, respondíamos a algunos.

Al finalizar los estudiantes comparten entre grupos sus respuestas y se genera una discusión a nivel general donde el docente es quien guiaba este proceso de socialización a la vez que se iban aclarando algunas concepciones erróneas. Se escucharon conclusiones esperadas como lo manifestaron  $E_1(pa)$  “*el área de la esfera tiende a cero pero nunca es cero...*”, lo que nos permitía convencernos de que se había logrado el objetivo de la sesión. Por supuesto hubo dificultades a la hora de expresar algebraicamente el fenómeno observado, esto se evidenció cuando cada equipo salió al tablero a escribir la expresión que ellos pensaban que era la correcta, algunos lo hacían de forma general y otros si lo hacían en el caso particular de las esferas. Pero sin lugar a dudas donde si hubo mayor dificultad fue en la expresión de la función que allí estaba en juego, no lograban captar que la función estaba en términos del radio.

En general el comportamiento fue muy bueno, siempre hubo mucha disposición y ganas de hacer la actividad. Hubo percances entre algunos estudiantes pero esto se logró armonizar a tiempo evitando distorsionara la clase, esto hace parte del ambiente escolar y son eventos de esperarse en un aula de clase, lo importante es no dejar que los problemas internos entre estudiantes trasciendan.





## Anexo N°9. Diario de la actividad con resortes

### INTRODUCCIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS. (Actividad con resortes)

Para este día se trabajó lo correspondiente a la segunda fase del ciclo de aprendizaje según Jorba y Sanmartí (1993), en donde el propósito fue acercar mediante material concreto y de manera intuitiva, a los estudiantes al concepto de límite.

En el transcurso de la clase los estudiantes mostraron una postura positiva hacia esta actividad, en donde se encontraron maravillados por el material concreto, con el que se iba a trabajar, además aparte de cumplir con el propósito de la actividad también se les mostro la relación que existía entre un material que se maneja estrictamente en los laboratorios de física (dinamómetro) y el concepto de límite, haciéndoles ver que el concepto de limite se puede evidenciar en cualquier área o parte de la vida cotidiana. Teniendo en cuenta la naturaleza de las actividades, los estudiantes estuvieron muy receptivos a las indicaciones dadas y a la actividad que se les pedía en la guía indicada, resaltando también que el grupo en general tuvo un comportamiento adecuado para el desarrollo de la sesión.

Se encontraban expresiones como  $E_7(pa)$ : “...por medio de las medidas nos dimos cuenta que estos pesos llegaban hasta un límite. En concreto un punto de longitud máximo...”. Los estudiantes debían colocar pesos de menor a mayor en los dinamómetros y a partir de esto analizar el comportamiento de la gráfica que describía esta actividad además, debían relacionar con el concepto de límite, que sucede cuando un resorte se estira al máximo con su respectivo peso.

Finalmente se logró que los estudiantes resolvieran la guía completa, donde además de la guía se obtuvieron conclusiones muy interesantes que mencionaban lo interesante que se encontró en la clase, por ejemplo una de las conclusiones de la actividad 3 (ver anexo 4)  $E_7(pa)$ : “fue una clase didáctica de mucha enseñanza y con conceptos más claros del límite”



## Anexo N°10. Diario de la actividad de áreas

### ESTRUCTURACION Y SINTESIS (Actividad de áreas)

En este día se trabajó lo correspondiente a la tercera fase del ciclo de aprendizaje propuesto por Jorba y Sanmartí (1993), donde el propósito fue Afianzar la idea del concepto de límite partiendo del uso adecuado de la palabra (tiende a), en donde los conocimientos adquiridos en las anteriores actividades toman un lugar importante.

Durante el desarrollo de la unidad didáctica ver (anexo 5), se manifestó un buen trabajo en equipo en donde cada equipo designaba labores a cada uno de sus integrantes, por ejemplo mientras que un estudiante iba recortando los polígonos regulares, otro estudiante iba dibujando las circunferencias, otro iba calculando el área etc. esto también ayudo a promover el trabajo en equipo y debates siempre en función de un aprendizaje, los cuales se generaban alrededor de la actividad que en el momento se estaba abordando.

Frases como:

$E_1(pa)$ : "...cada vez que vamos agregando más polígonos, se acerca cada vez más a la circunferencia..."

$E_4(pa)$ : "... hay que tener cuidado en que las áreas de los polígonos deben ir en orden ascendente..."

Muestran que el trabajo en equipo es necesario, el cual debe estar basado en una buena comunicación, en donde todos los integrantes del equipo estén acoplados al momento de realizar la guía de trabajo ver (anexo 5) Estas frases muestran además que los conocimientos adquiridos con anterioridad resultaron de vital importancia para construir nuevos conocimientos.

En general esta actividad fue una de las más provechosas para los estudiantes ya que relaciono distintos temas: geometría plana, trigonometría, calculo, entre otros, todo esto apoyado en la manipulación del material tangible.

Es importante resaltar la relación explícita de distintas temáticas que hubo en esta actividad en la construcción del concepto de limite; de esta forma los estudiantes entendían que las temáticas relacionadas con las matemáticas estaban estrechamente ligadas unas con otras, esto con el propósito de falsear algunos comentarios de los estudiantes, en donde sostienen que cada temática es una isla a parte. Con esta actividad se mostró todo lo contrario y se dio una prueba fehaciente de que todas las temáticas en matemáticas están estrechamente ligadas. Por ejemplo para concluir la guía didáctica la geometría plana jugo un papel importante en el momento de hallar el perímetro y el área de los polígonos regulares, además de esta forma el trabajo en equipo toma mucho valor ya que se combinan las habilidades de todos los estudiantes en función de un mismo objetivo



## Anexo N°11. Diario de la actividad con el geoplano

### FASE DE APLICACION (Actividad con geoplano)

Para este día se trabajó lo correspondiente a la última fase del ciclo de aprendizaje propuesto por Jorba y Sanmartí (1993), donde la misión principal fue crear situaciones progresivamente más complejas a partir de lo visto con anterioridad, además estas situaciones por su diseño, permitieron ser relacionadas con situaciones de la vida real de los estudiantes, dotando de significado cada cosa que se hacía, esto con el fin de potenciar el trabajo.

Durante el desarrollo de la actividad, fue notorio el trabajo en grupo y las discusiones internas que se generaban en torno a la temática que en el momento se estaba abordando. Frases como  $E_1(pa)$ : "...ojo, no puedes colocarle lanita a este clavito porque la función es discontinua..." y  $E_4(pa)$  "...recuerden tener cuidado con las discontinuidades" muestran que es necesario estar en común acuerdo al momento de llevar a cabo ciertas cosas. Estas frases muestran además que los conocimientos adquiridos con anterioridad resultaron de vital importancia para adquirir los nuevos conocimientos

Por otro lado, frases como  $E_5(pa)$ : "...que chévere trabajar así" y  $E_7(pa)$ : "...ojalá todas las clases de matemáticas fueran así", son una muestra fehaciente de la motivación que estos tenían. Esto se vio claramente el trabajo realizado por cada grupo en esta sesión.

Es de notar que se vio gran actividad de repartición de roles dentro de los grupos de trabajo, roles que fueron tomados muy en serio por parte de quienes lo recibieron.

Los resultados obtenidos luego de aplicar la guía (ver anexo 6), revelaron que en la construcción del conocimiento la interacción con el otro y lo otro juegan un papel de suprema importancia, y que por tanto deben ser tenidos en cuenta al momento de preparar la clase.



## Anexo N°12. Transcripción de la entrevista semiestructurada

### ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

Entrevista a Jhon Alexander Bedoya (**J**), Mateo Ossa (**M**), Daniela Cañaveral (**D**), Valentina de Arco (**V**), Santiago Alcaraz (**S**) y Jorge Daniel Restrepo (**R**)  
A cargo de Camilo Duque Higueta, Jorge Isaac Pérez y Carlos Arturo Valencia (**E**).

**Realizada el 08 de Septiembre del 2014**

**Inicio: 6.56 am; culminación: 7.22 am**

**Duración total en minutos: 26 minutos y 38 segundos.**

Esta es una entrevista realizada por estudiantes de licenciatura en matemáticas y física de la universidad de Antioquia, la cual tiene como propósito hacer algunas preguntas a estudiantes del grado 11.1 de la Institución Educativa San Luis Gonzaga para identificar la influencia que tuvo el lenguaje verbal y visual en el proceso de construcción del concepto de límite mediante la implementación de una unidad didáctica. Se hace la entrevista con el fin de recoger evidencias que ponga en escena a los participantes del proceso de intervención.

#### **A<sub>1</sub>(Ev) : Entrevistado (J)**

E: Buenos días, tenemos aquí al compañero Jhon Alexander otro de los integrantes del grado 11-1 que nos va a colaborar con una preguntas al respecto de la Unidad Didáctica. Eh, teniendo en cuenta compañero, las actividades realizadas quisiera que usted nos compartiera lo que piensa acerca de lo que se ha logrado en el aprendizaje del concepto de límite con este, con esta nueva propuesta, cuéntenos sobre eso.

J: Eh, pues nos fue muy bien, aprendimos mucho sobre este concepto ya que nos ayudó a investigar más (cierra los ojos y mira fijamente al piso) sobre el concepto de limite a través de actividades didácticas y visuales; actividades didácticas, visuales y verbales.

E: Entonces usted nos está diciendo que un gran concepto eh, que potencializa el aprendizaje del concepto de limite, es el lenguaje visual, es decir sobre el material concreto, ¿Por qué cree usted que eso ayuda en gran medida al desarrollo del concepto de límite?

J: (Mira fijamente un punto) mmm (se cubre la nariz con el dedo índice y luego sonrío un poco), nos ayuda porque a través pues del video vean y todo eso, aprendimos como se mueven las gráficas, cuando puede ser continua y discontinua, eh, (mira fijamente al piso)

E: Listo, vamos hablar entonces de una, de un gran, de una gran motivación a la hora de ver este tipo de actividades para un nuevo concepto en la matemática, en este caso particular, del concepto de limite, es decir, ¿Usted se sintió motivado?



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

J: (Con el dedo índice sobre la nariz responde) si, me ayudo a como es, ahm a profundizarme más sobre esa materia de matemáticas, sobre aprender cosas nuevas como el concepto de limite y ...,

E: El concepto de límite y todo lo que tiene que ver con él, limites laterales, discontinuidad, listo. Ahora, eh, de las actividades planteadas de las cinco trabajadas en clase usted considera, ¿Cuál considera usted fue la más propicia, que usted diga: vea con la que yo aprendí mejor el concepto de límite fue con esta, con tal, cuál de esas cinco actividades que se trabajó?

J: (Tiene el dedo índice sobre los labios, y mira fijamente un punto) Primero fue el de icopor el de la esfera, el de la esfera, el del plano cartesiano también con...

E: El del geogebra, el del geoplano

J: (Mueva la cabeza dando a entender que está de acuerdo), el visual que fue el del video beam, y eh..., (toma un tiempo breve para pensar) esas tres fueron.

E: Con esas tres usted se identifica mejor, en esas tres usted las cogió más por decir así (el entrevistado mueve la cabeza dando a entender que está de acuerdo), muy bien.

Por ultimo quiero, quiero que nos cuente sobre el trabajo en equipo, usted vio que un factor común en todas las actividades fue que siempre se trabajó en equipo, ¿Usted cree que el trabajo en equipo ayuda para la (mueve la mano hacia sí mismo) adquirir un nuevo concepto en matemáticas, en este caso el límite? ¿Usted cree que el trabajo en equipo ayuda, o usted, o usted por el contrario dice que uno solo aprende mejor? Usted que piensa al respecto

J: Pues uno en quipo aprende más porque uno aclara dudas frente a los compañeros, problemas que no se pueden resolver y aprendemos más conocimiento con otro compañero, pues uno solo siempre necesita una ayuda.

E: Hasta ahora nos hemos dado cuenta que eh actividades de este tipo nos motivan ¿cierto? Que el trabajo en equipo ayuda, eh y bueno, actividades como estas ummm mas bien se ven pocas en matemáticas, usted, usted nos puede contar sobre si a nivel general de los temas, de los conceptos en matemáticas enseñándolos de esta manera ¿Sería más provechosa la matemática?

J: (Mueve la cabeza indicando que está de acuerdo), si, serpia más provechoso porque si nos ayuda a afianzar bien ese trabajo por aprender más, ehm métodos gráficos, métodos didácticos, nos ayuda a desarrollar el conocimiento.

E: Y ya para terminar eh, también cuéntenos sobre (mueve la cabeza de un lado al otro mientras recoge los labios) que debilidades se vio sobre esta manera de trabajar, o sea que usted diga: vea esto, esto no me gusto, por esto no funciona, ¿Qué debilidades se vieron?



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

J: Debilidades, no, ninguna, siempre se vio en interés en los compañeros y se vio el interés por aprender más sobre ese concepto.

E: A listo, muchas gracias

J: Ok

### A<sub>2</sub>(Ev) : Entrevistado (M)

E: Bueno, eh, tenemos aquí al compañero Mateo Ossa eh, uno de los integrantes más del grado once que nos va a colaborar con unos interrogantes sobre la Unidad Didáctica. Para comenzar Mateo, quiero que nos comenten sobre las fortalezas eh, las potencialidades que han tenido estas actividades a la hora de introducir el concepto de límite de una función a ustedes, cuéntenos sobre esas fortalezas.

M: Eh, bueno, en la parte visual fue muy bacano porque, porque llegábamos al punto del límite con los materiales que ustedes nos daban y en la parte verbal eh, también fue bacano porque nos explicaban, nos quitaban las dudas que nosotros teníamos.

E: Muy bien, entonces puede hablarnos usted a cerca de la motivación, es decir, que con este tipo de actividades, ¿Ustedes se sentían motivados para la clase de matemáticas?

M: Eh, si porque, porque nos cambiaron la, como le digo eh (mira fijamente un punto), la manera que nos, ah no sé cómo explicar, espere (se toma la nariz). Eh, pues no siempre es escribiendo sino también eh, en parte didáctica, juegos.

E: De las cuatro o cinco actividades que realizamos, ¿Cuál considera usted que es con la que mejor aprendió el concepto de límite?

M: Eh, con las bolitas de icopor (mira a su alrededor mientras piensa), con la termo...

E: Con el dinamómetro.

M: Con el dinamómetro, con la cabullita.

E: Entonces con esas actividades usted se, usted se identifica más que para el concepto de límite.

M: (Mueve la cabeza indicando estar de acuerdo), si porque además, pues como que son como las que más me aproximé.

E: Listo eh, cuéntenos sobre el trabajo en equipo. El trabajo en equipo fue algo que se vio en todas las actividades, todas las actividades las hacíamos en equipo, entonces es una, ¿Es una ventaja realizar estas actividades en equipo o individual?

M: En equipo porque nos ayudábamos todos.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

E: Osea que el trabajo cooperativo estaba presente en todo momento. Eh, como hemos visto, esto, estas actividades han servido para introducción de nuevos conceptos como el de limite eh, si se piensa en trabajar la matemática en general, osea, no solamente para el concepto de limite sino para otros conceptos, ¿Usted considera que así sería más, más eh, llevadero más provechoso para el conocimiento trabajarlos así?

M: Si, por porque así uno tiene más ejemplo, más capacidad de resolver las cosas así.

E: Osea que nos estaríamos saliendo un poco de la teoría y entonces iríamos más a la práctica, no queriendo decir que no es importante la teoría.

Eh, bueno, también es cierto que no sola, no solamente hay cosas positivas; cuéntenos usted que vio de debilidades al trabajar el concepto de limite así?

M: No, ninguna en la realidad, todo como si, como fortalezas, como pues, aprendimos mejor.

E: Bueno, ahora ya a modo de conclusión, hablemos a nivel general de todo, háblenos de todo para concluir.

M: No, que fue, que fue bacano porque, porque si porque a nosotros nunca nos habían, no nos habían traído las guías para que nos explicaran de esa forma didáctica.

E: Listo, muchas gracias compañero.

M: Ok

### **A<sub>3</sub>(Ev) : Entrevistado: (D)**

E: Buenos días, tenemos acá a la estudiante Daniela Cañaveral que nos va a colaborar con unas preguntas acerca de la Unidad Didáctica desarrollada en el grupo 11-1.

Lo primero que quiero que nos cuentes a acerca de las fortalezas y las potencialidades que tiene trabajar el concepto de límite con este tipo de actividades.

D: Es mucho más fácil entender el concepto de limite que verlo en el tablero, o sea, se entiende más fácil con cosas didácticas, se ve más fácil el concepto.

E: Como se vio, no trabajamos operativamente, eso sería posterior. ¿Puede usted afirmarnos o decirnos, no sé, que esta clase de cosas motivan para trabajar en matemáticas?

D: Si, la forma didáctica, si la forma práctica.

E: Saliéndose un poco de lo operativo, de los números y yendo a algo que nos compete.

D: (Mueve la cabeza dando a entender que está de acuerdo), ujum.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

E: Eh, que fue común a todas estas actividades Daniela, el trabajo en grupo, todas las actividades se hicieron en trabajo en grupo, entonces cuéntenos sobre las ventajas o desventajas que tiene trabajar en grupo, si usted dice: vea el concepto de límite yo lo hubiera aprendido también sola, o mejor...

D: Solo también se puede aprender, pero cuál es la ventaja de trabajar en equipo, que si cuando usted no entiende algo, puede que su compañero le explique. Y cuál es la desventaja, que pueda que usted entienda y yo me relaje, no haga nada y usted me apunte a mí, esa es la desventaja.

E: Eso está muy bien, ósea que estamos hablando ahí que hay un trabajo cooperativo.

D: (Mueve la cabeza dando a entender que está de acuerdo), ujum.

E: De las cuatro o cinco actividades que se hicieron, eh, cual fue la que más le gusto, a que me refiero, ¿Cuál fue con la que usted más se identificó para el aprendizaje del concepto de límite?

D: La del icopor.

E: Cuéntenos porque la del icopor.

D: Porque ahí se ve que cuando se agregan más esferitas o bolitas, más se va aumentando.

E: El área tendería a infinito de todo el copo, pero el área tendería a cero de las bolitas que usted va ahí pegando.

D: (Mueve la cabeza dando a entender que está de acuerdo), ujum.

E: Entonces estaríamos trabajando el concepto de límite al infinito, límite infinito perdón.

D: (Mueve la cabeza dando a entender que está de acuerdo).

E: Eh, también quisiera que nos dijeras a cerca de las debilidades, ¿Qué vio usted que, que no funciono ahí en esta clase de estrategia de enseñanza, que debilidades?

D: (Mira fijamente un punto mientras piensa)

E: Ya nos habló de las fortalezas, pero también pueda que haya cosas negativas.

D: Cuando le dañan el trabajo a uno

E: (Mueve la cabeza indicando estar de acuerdo), cuando de dañan el trabajo a uno. Muy bien, ahora para concluir eh, de manera general para la matemática o para otra área del conocimiento, ¿Es conveniente trabajar con este tipo de materiales, o sea no solamente en matemáticas sino otra área, o si es en matemáticas otros conceptos? ¿Por qué?





D: Si porque así uno se lleva más, no solo teoría y teoría, en cambio así lo motivan más en otras cositas, entonces uno no le coge tanta pereza a la clase.

E: Hablemos, háblenos del lenguaje visual y el lenguaje verbal, ¿Cómo se relacionaban ahí? El lenguaje verbal entendido como cuando cada profesor hablaba, y el lenguaje visual entendido como cada una de las actividades

D: Es mejor el visual

E: Es mejor el visual, o sea que

D: Porque usted ve y usted entiende, en cambio si usted habla, habla y habla...

E: Pero entonces...

D: Usted habla al principio y ya me pierdo al final.

E: Pero es necesario tener el lenguaje ¿Cierto?

D: Si es necesario pero no es lo más importante

E: Ok, muchas gracias.

D: Ok

**A<sub>4</sub>(Ev) : Entrevistado: (V)**

E: Buenos días Valentina.

V: Buenos días Carlos.

E: Quiero que me cuentes acerca de eh, sobre las fortalezas que han tenido, que ha tenido trabajar el concepto de límite con actividades como las realizadas en aula de clase.

V: Mmm, (pone su mano derecha sobre su mentón y su codo sobre el escritorio mientras mira fijamente al entrevistador) me pareció muy bueno, eh, entretenido. La verdad nos gustaba venir clase por ustedes, de verdad no nos gustaba la clase de matemáticas... pero la hicieron divertida.

E: Entonces usted me puede decir que eh, durante este periodo que trabajamos ustedes se sintieron más animados, con ganas de estas en la clase de matemáticas.

V: Si (mueve la cabeza indicando estar de acuerdo)



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

E: De las cinco actividades que planteamos, ¿Con cuál se identificó usted más? Que usted diga: ves con esta actividad aprendí más el concepto de límite.

V: Con la, la, las volitas de icopor, con esa si porque nos explicaron que mmm, pues a medida que se le iban poniendo...

E: Que iba aumentando la cantidad de bolitas, iba aumentando el área de todo el copo.

V: Fue muy divertida.

E: Estábamos hablando de límites infinitos, muy bien.

Eh, cuéntenos del trabajo en equipo, ¿Usted considera que el trabajo en equipo fue una... fue algo fundamental para desarrollar estas actividades? ¿O usted cree que sola también lo pudiera haber hecho?

V: Sola si lo pude haber hecho pues normal, pero igual eso le ayuda a uno en la vivencia, en esa parte pues de matemáticas... sí.

E: Y se ayudaban entre ustedes cierto.

V: Si (mueve la cabeza indicando estar de acuerdo), hacia más fácil las... pues más rápido.

E: El trabajo en equipo era parte fundamental, el trabajo cooperativo, listo.

Eh, ahora mmm (guarda algo de silencio mientras piensa), sobre las desventajas también cuéntenos, ¿Usted qué cree que no servía ahí, que...?

V: Pero me parece a mí más desventajas pero por el salón, somos tan pues, como tan desordenados y a toda hora pues buscando como la algarabía, eso era lo malo, pues también cogían eso como, empezaban a jugar tirándose las bolitas y haciendo desorden, eso fue una desventaja, no tanto por ustedes sino por nosotros, entonces...

E: Muy bien. O sea que el material en si, como que llevaba para eso.

V: Si (mueve la cabeza indicando estar de acuerdo)

E: Al desorden en algunos pues, no en todos, muy bien.

Del lenguaje verbal y visual, ¿Cómo los veía usted, cómo ve usted que influyó en lenguaje visual y el lenguaje verbal para la inclusión de un nuevo concepto como lo es el de límite? ¿Cómo se relacionaron ahí el lenguaje visual y el lenguaje verbal?

V: Mmm, supongo que o sea, dicen que haciendo las cosas uno aprende, entonces pues al hacer, o sea no siempre dejar eso en teoría porque igual eso a uno se le olvida después, pero al llevarlo uno a la práctica, como que o sea aprende más...

E: Se evidencia



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

V: Si es verdad, entonces a uno le queda.

E: Salgamos un poco, salgamos del concepto de limite, si nos lleváramos esta propuesta al, a la matemática pero otros conceptos pero de matemática, o a otras áreas del conocimiento, física, biología; enseñarlo así, ¿Usted creería que también tendría el mismo impacto, también se aprendería más?

V: Me parece que sí, o sea, después de que, o sea la práctica es que de por si aquí siempre es, o sea es que ni en las clases de artística son así de prácticas entretenidas, porque de por si aquí es copiar, planas y planas, pues la mayoría es copiar entonces pues cuando, además de que uno se divierte o sea, le quedan las cosas más fáciles cuando uno se pone hacerlas, y así, pues me parece mejor así, a lo bien.

E: Díganos en que actividades usted evidencio mejor el lenguaje verbal y visual.

V: Ehh, o sea primero nos preguntaban que sabíamos para saber qué era lo que nos explicaban, entonces bueno, después nos fueron explicando en el computador nos fueron mostrando imágenes sobre eso, luego si ya nos fuimos a la práctica eh, ahh! Ya la última clase fue que nos pusieron con los, la tablita con los clavitos.

E: Con el geoplano.

V: Si, nos pusieron a dibujar con una lanita. La vez que nos pusieron con (muestra con sus manos que hace referencia a los resortes).

E: Los resortes, con los dinamómetros.

V: Con los resortes

E: Entonces usted ahí está, nos está contando que...

V: Las actividades que hicieron

E: Las actividades que en todo momento estuvieron en, en acción el lenguaje verbal y el lenguaje visual.

V: Si (mueve la cabeza indicando estar de acuerdo)

E: A toda hora. Si bien usted nos dice que el lenguaje visual es ventajoso, no se puede prescindir del lenguaje verbal, es decir, es necesario el lenguaje verbal de todas maneras cierto, en cualquier parte pues, ya sea matemáticas o lo que sea.

V: Si Si (mueve la cabeza indicando estar de acuerdo)

E: Muy bien, bueno Valentina muchas gracias por tu tiempo.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

V: Ok

**Ag (H) : Entrevistado: (S)**

E: Bueno, estamos acá con Santiago Alcaraz, vamos a hacerte unas preguntas relacionadas acerca de la temática de límites con las actividades que realizamos, entonces quisiera que me contaras acerca de las fortalezas que viste en el proceso de la construcción del concepto de límite con esta propuesta.

S: La fortaleza y la parte fundamental del proceso fue el material práctico, el material visual porque valida totalmente la información que ustedes nos daban, la teoría pues del tema y demostraba, o sea, es muy explícito, deja muy claro lo que es el límite.

E: ¿Entonces en gran medida se sentían motivados?

S: Si (hace un movimiento con la cabeza indicando acuerdo) igual es una forma distinta de aprender pero también de ir con la parte verbal porque es que pueden surgir dudas, pueden surgir inquietudes de las que ya la demostración no nos las explica sino que ya tenemos que acudir a ustedes pues para que

E: ahorita que usted me menciona, perdón, el lenguaje verbal, hábleme, cuénteme sobre esa influencia que tiene el lenguaje verbal y visual con el material sobre su proceso de aprendizaje en el concepto de límite, cómo los relaciona usted los dos lenguajes?

S: Los dos lenguajes...¿cómo los relaciono?...los dos tienen que ir de la mano..., y si es mejor que vaya primero obviamente la teoría, comúnmente como una “inducción” al tema para ya después con el material práctico evidenciarlo.

E: bien,..., ¿qué fue común en todas las actividades?, el trabajo en equipo, ¿cierto?, todas las actividades las hicimos por grupos, entonces, ¿qué ventajas tiene que las hubiéramos hecho así?, entonces usted puede decirnos si hubiera sido mejor usted haberlas hecho solo o así como las realizamos

S: No, es mejor hacerlo en grupo porque (se muerde los labios indicando que va a hacerse entender) al hacerlo en grupo todos vamos evidenciando la misma cosa y todos lo vamos haciendo juntos entonces no surge tanta dificultad, mientras que si hace individual va surgir inquietudes por persona (señala con un dedo para referirse a una sola persona), en cambio cuando se le soluciona una inquietud al grupo se le está solucionando es a todos (hace un movimiento con la mano en círculo indicando que ya no es para una sola persona sino para un grupo) y no solo a una persona.

E:..., eh, de las cinco actividades realizadas,..., eh, ¿con cuál se idéntica más usted? que usted diga, vea yo el concepto de límite lo cogí más fácil con esta actividad.

S: Con el geoplano porque teóricamente entendíamos que dando valores que se aproximan al punto ese era el límite, pero nunca nos explicaron, nunca nos hablaron de que a veces no existía el límite, ya cuando cogimos el geoplano y graficamos la funciones que nos dieron ahí si encontramos que los valores se aproximan y solo existe el límite cuando las partes laterales tienden al mismo número.



... , eh, a nivel general no solamente en las matemáticas en el concepto de límite, ¿es conveniente trabajar en las otras áreas del conocimiento este tipo de propuestas, con material?

S: Si, con material porque evidencia muy bien lo que se está tratando de enseñar y se transmite al estudiante pues, o sea, se deja muy (el estudiante contestó con énfasis y dejó pasar unos cinco segundos como para ganar claridad en lo que quería decir) yo digo que el noventa por ciento del salón de clase entendió el tema de límite y, el diez por ciento fue por, no porque no entendieran sino por disposición de ellos pues porque cuando se trabaja explicando ya practico.

E: Ahorita hemos hablado de la parte positiva y de las ventajas (movió la cabeza hacia arriba y hacia abajo indicando que está de acuerdo con lo que el entrevistador está diciendo) para la introducción de un nuevo concepto que fue el de límite, muy bacano y todo lo que usted nos ha mencionado, cuénteme, ¿qué vé de negativo de, como de impedimento, que usted diga: vea, esta parte no me gustó porque tal cosa?

S: No no, yo lo veo todo muy bien porque implementaron la parte práctica..., uno no está acostumbrado a esto y..., por ejemplo yo no había aprendido de esa manera, pues en ciertas ocasiones si en la primaria que con las tortas para los fraccionarios y eso pero, hace tiempo no se trabajaba así y, pa esos temas de primaria es muy común pues por los niños y eso, pero yo pienso que en los temas de secundaria de ya más complejidad debería también seguirse trabajando así con ejemplificando prácticamente.

E: Ya para terminar, háganos usted desde su experiencia que tuvo, eh, háganos un poco, háganos (el entrevistador abre las manos indicando algo que encierre, que abarque todo) una conclusión global que nos encierre todo el proceso.

S: Por ejemplo, esto hay que tomarlo no solo para aprender matemáticas, yo digo que en cada área del conocimiento se debe poner, de debe de mostrar qué es lo que se está enseñando con cosas prácticas para uno entender ahora el porqué , para qué sirven, en qué momento lo debo aplicar.

E: Listo, muchas gracias Santiago.

S: Con mucho gusto.

#### **A<sub>6</sub>(Ev) : Entrevistado(R)**

E: Estamos con el compañero Jorge Daniel Restrepo del grado 11-1 quien nos va a colaborar con algunas preguntas.

Bueno compañero, le hacemos la siguiente pregunta a cerca de la unidad didáctica. La primera sería que usted nos cuente sobre qué aspectos fueron pieza fundamental en la construcción del concepto de limite durante, con el uso de las actividades que les propusimos.



R: Eh no, los materiales, la cuestión (son su dedo índice derecho señala sus ojos) visual y verbal, digamos que ustedes manejaron muy bien el tema y lo supieron explicar.

E: Eh, cuál cree usted de las cinco actividades que les propusimos, con cuál cree usted que se puede lograr un mayor aprendizaje del concepto de límite.

R: Con las, eh, (con sus manos hace representa una especie de esfera), con el implemento del icopor, ya que fuimos viendo hasta donde eh... éramos capas de pegar las bolitas de icopor y fuimos visualizando el concepto de límite.

E: Lo evidenciaron...

R: Sí.

E: Entonces podemos decir que este tipo de actividades motivan al estudiante a la hora de introducir un concepto nuevo.

R: Claro porque es más práctico (con sus manos hace representa una especie de esfera), más, más didáctico y ya los estudiantes se pueden familiarizar más con el concepto de límite.

E: Entonces, en vista de que con estos materiales y estas actividades nos más, entonces ¿Es conveniente de que en las clases de matemáticas a diferencia del tema de límite, se trabaje cualquier otro, con material concreto?

R: Claro, porque así son más, más didácticas las clases y la gente se puede concentrar más y podemos pues (mira hacia el techo mientras habla) aprender más los conceptos practicando con algo así sólido.

E: Con el material concreto...

R: Sí.

E: Eh, algo común en todas las actividades fue el trabajo en grupo, ¿Usted considera que el trabajo de grupo también fue parte primordial en el aprendizaje? ¿O usted considera de que por el contrario usted solo o cada persona individualmente lo hubiera podido hacer?

R: No, yo creo que es mejor en grupo porque así nos podemos ayudar uno eh, unos con otros; mientras uno va haciendo una cosa, el otro va haciendo otra cosa y así es mejor pa' trabajamos y así el que no sepa le explica al otro.

E: A bueno, eso esa todo compañero, muchas gracias.

R: Bueno.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

Anexo N°13. KPSI aplicado al inicio y al final



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

KPSI

Utilizando las siguientes clases, marca con una x en el cuadro que lo represente

Clases:

1. No lo se
2. Lo sé un poco
3. Lo se
4. Lo sé muy bien y se lo podría explicar a otro compañero

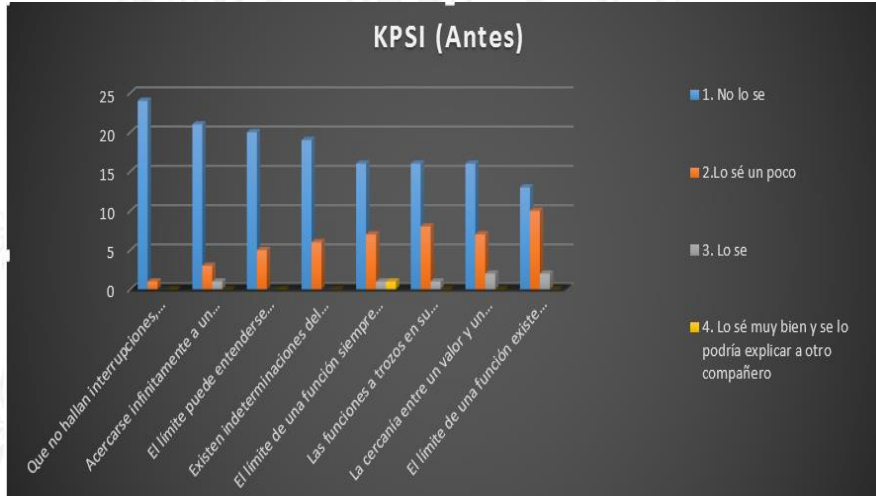
<i>AFIRMACIONES</i>	1	2	3	4
Que no hallan interrupciones, en una función significa que es continua				
Acercarse infinitamente a un punto es rodearlo sin llegar a tocarlo.				
El límite puede entenderse como hasta donde se puede llegar				
Existen indeterminaciones del tipo $\frac{n}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, 0^0, \pm\infty^0$				
El límite de una función siempre existe				
Las funciones a trozos en su mayoría son continuas				
La cercanía entre un valor y un punto en una función hace referencia al límite dicha función				
El límite de una función existe cuando sus límites laterales existen y son iguales.				

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

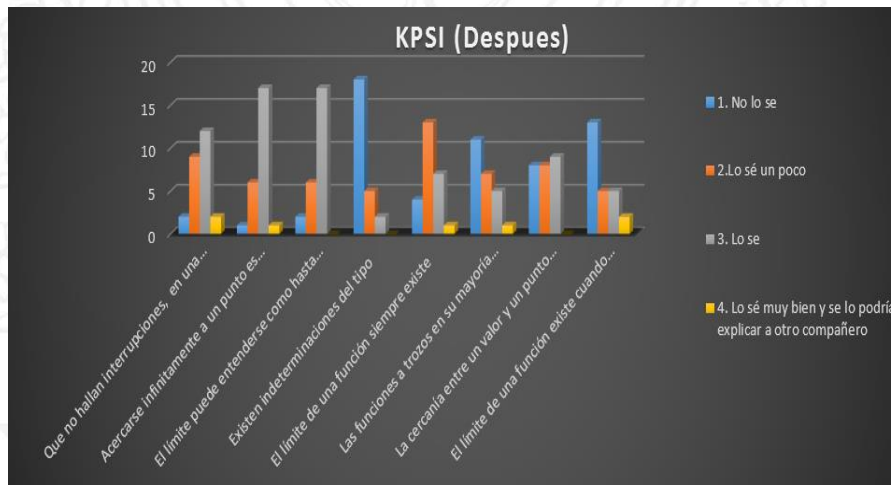


### Anexo N°14. Resultados de los KPSI

#### KPSI Antes (Pre-test)



#### KPSI Después (Post-test)







UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3