

**TRABAJO DE GRADO:  
EL DESARROLLO DEL  
PENSAMIENTO  
ESPACIAL A TRAVÉS  
DEL APRENDIZAJE POR  
DESCUBRIMIENTO**

GLORIA PATRICIA ZAPATA ÁLVAREZ

---

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
MEDELLÍN  
2014**

## **DEDICATORIA**

*El presente trabajo de investigación lo dedico con mucho cariño a mi hija Diana, por ser el motor que me inspiró a seguir adelante y conseguir mi meta, gracias hija por la tolerancia y la paciencia que has mostrado; y a todos aquellos que creyeron en mí, y quienes aportaron positivamente a lo largo de mi formación académica dándome el apoyo y la motivación que necesité para trabajar día con día ya que son los testigos del trabajo perseverante para lograr un nuevo éxito en mi vida profesional.*

*Por eso y por mucho más le dedico este proceso de formación que constituirá el cimiento fundamental en mi vida profesional y a través del cual forjaré un nuevo presente en las labores que desempeñe todos los días.*

*Con todo mi amor,*

*Patricia*

## RECONOCIMIENTO

*El presente trabajo de grado fue realizado bajo la supervisión y asesoría de Sandra Quintero, a quien le expreso mi más profundo agradecimiento, por hacer posible la realización de este estudio. Además, de agradecer su paciencia, tiempo y dedicación para que este trabajo saliera de manera exitosa.*

*Agradezco enormemente a la Institución Normal Superior de Envigado, a sus directivos, a sus alumnos, a sus profesores, por permitirme realizar las prácticas de Licenciatura en Matemáticas y Física, abriendo sus puertas de manera incondicional y estando presente en cada paso que dí; Especialmente, agradezco al Profesor Francisco Ozuna, quien en su gestión de Asesor Cooperador, se convirtió en mi luz, mi consejero, mi tutor, mi profesor, gracias por estar ahí, iluminando cada escalón de mi formación como docente, aportándome conocimiento y sabiduría, dándome ánimos a lo largo de este proyecto lleno de adversidades, gracias “Ozu”*

*Gracias Mónica y Cleo por motivarme, sin ustedes este trabajo no sería posible.*

*Gracias Lina María Carvajal, por darme el consejo hace cinco años de presentarme a la Universidad de Antioquia*

*Gracias por su apoyo,*

*Patricia*

**EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DEL  
APRENDIZAJE POR DESCUBRIMIENTO**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciada en Matemáticas y Física**

**GLORIA PATRICIA ZAPATA ÁLVAREZ**

**Asesor(a)**

**SANDRA MARIA QUINTERO CORREA**

**Magister en Educación**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
MEDELLÍN  
2014**

## Resumen

En las Matemáticas, específicamente en la geometría del espacio se presentan en los estudiantes algunas dificultades, de allí que este trabajo de investigación sea una propuesta para conducir al estudiante a razonar de manera deductiva para evidenciar los procesos de pensamiento les ayuda a adquirir un desarrollo cognitivo, ya no tan efímero y superficial, sino de manera significativa, teniendo en cuenta que a medida que los estudiantes cambian de nivel, se debe tener también un mayor grado de complejidad en la forma como se abordan los diferentes temas, en este caso, los que aborda el pensamiento espacial a fin de lograr el desarrollo de competencias y obtener mejores resultados en las pruebas externas.

En este sentido, el estudio investigativo es de tipo descriptivo, ya que busca detallar las acciones que muestran los estudiantes al momento de desarrollar actividades, argumentado en el marco teórico desde la propuesta de la teoría del descubrimiento de Bruner (1961), quien lo define como el proceso de seleccionar la información, hacer conjeturas, relacionar experiencias para finalmente, descubrir otros conocimientos nuevos que le ayuden a determinar el concepto de un sólido; posteriormente se sigue un diseño metodológico, de donde se vincula la unidad didáctica que permitirá evidenciar conceptos, teorías y formulaciones hacen parte del análisis de resultados, desprendido de unas categorías, subcategorías e indicadores, permiten fundamentar las bases de esta investigación. Por último, se manifestarán las conclusiones obtenidas luego del análisis, reiterando la necesidad de darle una mirada objetiva a la enseñanza de la geometría espacial

## Tabla de contenido

<b>1. Introducción .....</b>	<b>13</b>
<b>2. Descripción del Problema.....</b>	<b>14</b>
<b>3. Justificación.....</b>	<b>17</b>
<b>4. Marco Contextual .....</b>	<b>18</b>
<b>5. Antecedentes.....</b>	<b>20</b>
<b>6. Objetivos .....</b>	<b>27</b>
6.1. Objetivo General .....	27
6.2. Objetivos Específicos.....	27
<b>7. Marco de Referencia.....</b>	<b>28</b>
7.1. Marco Teórico .....	28
7.2. Marco Conceptual .....	37
<b>8. Diseño Metodológico de la Investigación .....</b>	<b>39</b>
8.1. Enfoque de la Investigación .....	39
8.2. Tipo de Investigación.....	39
8.3. Población y Contexto .....	40
8.4. Diseño de los Instrumentos para la Recolección de Información .....	40
8.4.2. Diseño Unidad Didáctica.....	42
8.4.3. Entrevista Semiestructurada: .....	47
8.5. Validez de los Instrumentos .....	47
<b>9. Análisis de Resultados .....</b>	<b>49</b>
9.1. Codificación de las Producciones .....	49
9.1.1. Codificación de las Actividades .....	49
9.1.2. Codificación de la Entrevista.....	50
9.2. Categorías, Subcategorías e Indicadores.....	53
9.2.1. Categoría: La Potencia Intelectual.....	53
9.2.1.1. Subcategoría: Descubrir .....	53
9.2.1.1.1. Potencializar El Desarrollo Cognitivo:.....	56
9.2.1.2. Subcategoría: Organizar .....	61
9.2.1.2.1. Indicador: Organizar los Elementos del Problema. ....	61

9.2.1.3. Subcategoría: Resolver Situaciones Problema .....	65
9.2.1.3.1. Indicador: Construcción de un Proceso Creativo: .....	65
9.2.2. Categoría: Las Motivaciones Intrínseca y Extrínseca .....	68
9.2.2.1. Subcategoría: Actitud Positiva .....	69
9.2.2.1.1. Indicador: Satisfacción por el Descubrimiento Empírico: .....	70
9.2.2.2. Subcategoría: Deseo de Aprender .....	71
9.2.2.2.1. Indicador: Iniciativa para Adquirir Conocimiento: .....	72
9.2.3. El Aprendizaje y la Heurística del Descubrimiento .....	75
9.2.3.1. Subcategoría: Procesos Propositivos .....	75
9.2.3.1.1. Indicador: Proponer la Solución de Situaciones Problema .....	75
9.2.3.2. Subcategoría: Reflexión .....	78
9.2.3.2.1. Indicador: Indagar sobre la Solución de Situaciones Problema .....	79
9.2.4. Categoría: La Memoria.....	82
9.2.4.1. Subcategoría: Retención de Conocimiento.....	83
9.2.4.1.1. Indicador: Facultad para Retener Conocimientos Previos y Nuevos .....	84
<b>10. Conclusiones .....</b>	<b>88</b>
<b>11. Recomendaciones .....</b>	<b>89</b>
<b>12. Bibliografía .....</b>	<b>90</b>
<b>13. Cibergrafía.....</b>	<b>90</b>

### Índice de Tablas, Cuadros y Figuras

Figura N°. 1	Ciclo de Aprendizaje Jorba & Sanmartí (1996)	38
Tabla N°. 1	Categorías, Subcategorías e Indicadores	45

### Índice de Anexos

<b>14. Anexos .....</b>	<b>92</b>
Anexo N°.1 Kpsi Inicial y Final.....	92
Anexo N°. 2 Unidad Didáctica.....	94
Anexo N°3 Guía N°.1 Test de Áreas y Perímetros; y Actividad El Juego de La Ruleta .....	107

Anexo N°. 4 Gráficos De Los Resultados de la Tabla De Áreas y Perímetros.....	111
Anexo N°. 5 Guía N°.2 Actividad Plataforma Virtual de Sólidos .....	111
Anexo N°. 6 Guía N°. 3 Actividad Resolución de Problemas .....	117
Anexo N°.7 Entrevista Semiestructurada.....	122
Anexo N°. 8 Gráficos de los Resultados de las Tablas del Kpsi Inicial y Final .....	123

### **Índice de Fotografías**

<b>1. Fotografías N°. 1 a) Construcción de la representación mental del prisma recto, el cuerpo del farol. b) materialización de la representación mental.....</b>	<b>57</b>
<b>2. Fotografías N°. 2 Algunas de las actividades de la plataforma virtual .....</b>	<b>58</b>
<b>3. Fotografías N°. 3 a) Acompañamiento del docente. b) Socialización “En todo poliedro, las caras son siempre iguales” de la actividad de la Plataforma virtual.....</b>	<b>59</b>
<b>4. Fotografía N°. 4 Representación de la propia experiencia .....</b>	<b>64</b>
<b>5. Fotografía N°. 5 Acompañamiento del docente en la actividad de la piscina .....</b>	<b>66</b>
<b>6. Fotografía N°. 6 Construcción con material concreto de la piscina y el baño .....</b>	<b>76</b>
<b>7. Fotografía N°. 7 Construcción de gorros y recipientes de basura .....</b>	<b>78</b>
<b>8. Fotografía N°. 8 Cortar el número de aristas que tiene un icosaedro truncado o balón de fútbol .....</b>	<b>80</b>
<b>9. Fotografía N°. 9 El icosaedro truncado toma su forma de balón de fútbol .....</b>	<b>82</b>
<b>10. Fotografía N°. 10 Entrega del Test de Áreas y Perímetros .....</b>	<b>83</b>
<b>11. Fotografía N°. 11 Juego de la Ruleta .....</b>	<b>84</b>



## **1. Introducción**

En los últimos años, la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento espacial ha tenido nuevos planteamientos cambiando algunas concepciones que se han tenido, como por ejemplo dar participación activa e importancia al estudiante para incrementar su desarrollo cognitivo, incentivar el trabajo en equipo, construir y producir conocimiento por medio de la motivación, reflexión y el análisis de la resolución de situaciones problema.

Por lo anterior, la presente investigación es una propuesta para el desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento para el grado noveno de la Educación Básica Secundaria y mostrar su posición frente a la interpretación de la cotidianidad del como un mundo pleno de sólidos, donde forjará sus representaciones mentales, dando cuenta de sus experiencias, de su argumentación, de su discurso y de su capacidad para enfrentar una solución que inicialmente la verá como problema.

La investigación está orientada hacia la planeación y desarrollo de una Unidad sobre el aprendizaje de los sólidos, desde la percepción de la cotidianidad y la transformación de conocimiento a través de la experiencia, permitiéndole al estudiante desarrollar la habilidad de interpretar, entender y analizar todo un contexto geométrico desde la experiencia, lo real y los conceptos teóricos, hasta los procesos de solución.

De ahí, que esta investigación está argumentada desde su marco teórico en la Teoría de Bruner (1961), el aprendizaje por descubrimiento, por consiguiente, se diseñaron actividades que dieran cuenta de la capacidad que tiene el estudiante de adquirir pensamientos lógicos a partir de la experiencia y el contacto directo con el objeto de estudio para dar paso al aprendizaje por descubrimiento.

## 2. Descripción del Problema

Inicialmente, el título de este trabajo de investigación sugiere una propuesta para favorecer y fortalecer el aprendizaje de los sólidos, pues cada día en las instituciones educativas se están minimizando sus conceptos, sus representaciones gráficas y en general su teoría, provocando incertidumbre, ambigüedad y/o desconocimiento, es decir, en el momento en el que se abordan temas como volúmenes, surgen las dudas en cuanto a sus áreas laterales y totales, sus formas, los nombres (según sus lados o su base), lo que implica una debilidad en los conocimientos previos, siendo difícil (más no imposible), el aprendizaje de los sólidos.

Es evidente entonces, que la geometría en cualquier grado de formación es importante y trascendental para que los estudiantes desarrollen y dinamicen la percepción de las formas del espacio y la necesidad de crear, construir y transformar el mundo que les rodea, comprender y asimilar el lenguaje cotidiano, como por ejemplo: calles paralelas, transversales, diagonales, recipientes con forma cilíndrica, esférica, entre otros conceptos que están en su entorno más próximo

De lo anterior, el aprendizaje de la geometría permite a los estudiantes desarrollar la capacidad de abstracción, ya que graficar las representaciones geométricas se está haciendo de manera abstracta y memorística, entre algunas relaciones de los objetos de diferente dimensión, como lo es por ejemplo una pirámide de base cuadrada, y triángulos y cuadrados; y sus conceptos geométricos, tanto de cada figura plana como en su conjunto formando un sólido; si se avanza, los estudiantes manejarían mentalmente imágenes de figuras, formalizando sus perspectivas con el espacio físico y por ende su razonamiento y la habilidad para elaborar conjeturas y enriquecer la argumentación de situaciones específicas.

Así mismo, conducir al estudiante a razonar de manera deductiva para evidenciar procesos de pensamiento les ayuda a adquirir un desarrollo cognitivo, ya no tan efímero y superficial, sino de manera significativa, teniendo en cuenta que a medida que los estudiantes cambian de nivel, se debe tener también un mayor grado de complejidad en la forma como se abordan los diferentes temas, en este caso, los que aborda el pensamiento espacial a fin de lograr el desarrollo de competencias y obtener mejores resultados en las pruebas externas. Teniendo en cuenta lo anterior, es importante enriquecer los conocimientos previos de los conceptos de la geometría para que paso a paso el alumno llegue a la construcción en este caso de los sólidos.

De allí, que el Ministerio de Educación en Colombia haga énfasis en los estándares con los cinco pensamientos matemáticos: Pensamiento numérico y sistemas numéricos, Pensamiento espacial y sistemas geométricos, Pensamiento métrico y sistemas de medidas, Pensamiento aleatorio y sistemas de datos y el Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, como complemento en el proceso de formación en los diferentes niveles, por ende, la trascendencia en el razonamiento de la formulación, argumentación y demostración, se hace presente en la enseñanza de los sólidos, motivo por el cual no es prudente minimizar la importancia que tiene dentro del curriculum educativo el pensamiento espacial, que es una de las debilidades que se han podido ver reflejadas en las pruebas saber para el grado noveno, pues en ellas están involucrados los temas de la geometría plana y la geometría espacial.

Por lo anterior, la presente investigación pretende implementar una estrategia didáctica que permita favorecer el aprendizaje de algunos conceptos de la geometría como es el tema de los sólidos y logre en los estudiantes el desarrollo de habilidades en el pensamiento espacial, pues los resultados de los últimos años han sido desalentadores, ya que se hace evidente la falta de comprensión y razonamiento, debido a diferentes situaciones como por ejemplo, más

compromiso y dedicación por parte de los estudiantes, los conocimientos previos y la poca utilización por parte de los docentes, de estrategias que motiven el aprendizaje, porque puede ocasionar una acumulación de conceptos inentendibles, y por ende, no recibir los conocimientos nuevos de manera clara y concreta en los grados décimo y once como por ejemplo el tema de las secciones cónicas (parábola, elipse, hipérbola y circunferencia), y en otros temas como cálculo, física, entre otros.

Sin embargo, a pesar de las connotaciones anteriores que describen la importancia de la geometría espacial, es poco el conocimiento que están recibiendo, específicamente los alumnos de noveno grado, pues como se menciona anteriormente, para este grado está en los estándares, debido que la intensidad horaria es una hora semanal de geometría espacial, por tanto el acercamiento de los alumnos es escasa, y eso, dando con suerte que para ese día no haya un evento institucional que impida que se les guíe con respecto a los sólidos.

Teniendo en cuenta los aspectos descritos en los párrafos anteriores y la necesidad de darle una mirada objetiva a la enseñanza de la geometría en el grado noveno, especialmente al tema de Sólidos, la presente investigación da respuesta a la pregunta: ¿Cómo propiciar el desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento, desde la implementación de una Unidad Didáctica con el tema de sólidos, con alumnos de grado noveno de la Institución Educativa Normal Superior de Envigado?

### **3. Justificación**

Los estudiantes aprenden la geometría de manera estática enfocada a lo que primero se observa en la representación gráfica, como punto, recta, segmento, triángulo, cuadrado y círculo; sin profundizar en la aplicación de cada uno de estos conceptos, minimizando la comprensión, al momento de la conceptualización, por tanto, es menester transformar y estimular la enseñanza de esta temática que hace parte del desarrollo del pensamiento espacial.

Por tanto, como propuesta para el grado noveno, y aprovechando los conocimientos previos que poseen los estudiantes, se deben aportar actividades que fortalezcan la construcción de los sólidos y el razonamiento que conlleva cada paso o cada teorema.

Si se unifican los procesos de visualización, construcción y razonamiento dentro de la enseñanza de la geometría espacial, para que contribuyan al desarrollo de capacidades cognitivas abstractas y formales de deducción, reflexión y análisis, lo que permite adquirir la habilidad en el

discurso, en el procedimiento para solucionar una dificultad, en la interpretación operativa, entre otros, cuyas herramientas serán positivas para la representación gráfica y solución de problemas; es decir, si se utilizan materiales didácticos para elaborar sólidos, como regla, compás y cartulina, habrán atravesado los dos primeros procesos, el de visualización y construcción; en el de razonamiento, el docente debe intervenir en cada uno de ellos para culminar y unificar los tres procesos para que estos conceptos hagan parte de la formación académica.



Facultad de Educación

La geometría debe hacer parte del proceso cognitivo al momento de demostrar cualquier representación geométrica, inclusive facilita el discurso de sus argumentos. Sólo la visualización de figuras geométricas, tanto planas como espaciales

no incrementa el razonamiento, se debe tener en cuenta la construcción a través del contacto con material didáctico, compás, regla, papel y lápiz, y así motivar la creatividad y el razonamiento hacia la comprensión de todo lo que nos rodea y en lo cual está presente la geometría.

#### **4. Marco Contextual**

La Institución Educativa Normal Superior de Envigado, es una entidad de carácter público-mixto, fue fundada según decreto 153 del 16 de abril de 1956, con la orientación específica de formar maestros y con el nombre de Normal Departamental de Envigado. En 1959 mediante ordenanza numero 21 toma el nombre de Normal Superior de Envigado.

La Institución ofrece el servicio educativo de los grados de preescolar, básica primaria, básica secundaria, aceleración y Formación o ciclo complementario; conoce las políticas para la atención a los niños y diseña adaptaciones pedagógicas flexibles (entorno a la valoración) que

permiten la inclusión, integración y la atención a estas personas. Cuenta con una única jornada, de 6:00 a.m. hasta las 12:45 p.m. de lunes a viernes; en la jornada de la tarde, se realizan programas educativos para alumnos con discapacidad y dificultades de aprendizaje.

A lo largo de 58 años de existencia la institución dedica sus esfuerzos a la formación de maestros cultos, atendiendo a las demandas de la sociedad, a través de diferentes actividades enfocadas en prácticas educativas, tales como, procesos de enseñanza aprendizaje orientados hacia la formación holística. De esta manera, ha generado satisfacciones a directivas, docentes, alumnos y a la comunidad en general, dando a ésta última numerosas promociones que han logrado su graduación, siendo muchos profesionales preparados para las demandas de sociedad.

En la actualidad, la Institución Normal Departamental de Envigado, se ubica en el Barrio Los Naranjos, en la zona centro, en la Calle 37 sur N°. 33-14; su número de identificación ante el DANE es Dto. 1108 de mayo 31 de 1994.

El personal docente de la Institución para el año 2014, está representado así:

Un Rector

Un Coordinador de Disciplina

Una Coordinadora Académica

75 Docentes

Los estratos socioeconómicos, que forma la Institución son 1, 2, 3, 4 y 5, provenientes de familias estables, familias no estables, algunas monoparentales, familias de padres y/o madres solteros(as). No obstante, han sido un gran apoyo para la Institución, por su gran sentido de pertenencia y convivencia, involucrándose en los aspectos sociales, culturales y educativos de los hijos, participan activamente en la Asociación de Padres, Consejo de Padres y Consejo Directivo

**Fotos N°. 1** *Planta física y escudo de la Institución Normal Departamental de Envigado*



## 5. Antecedentes

La geometría ha tenido un desinterés, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, perjudicando el proceso formativo de las matemáticas en general, incluso en algunas Instituciones Educativas los docentes no la tienen en cuenta en el desarrollo de los programas de cada grado o por estar en los libros de texto como última unidad, argumentan que las diferentes actividades realizadas a nivel Institucional, no permitieron el desarrollo de la misma; es decir, no se tiene un espacio para los procesos de enseñanza aprendizaje en determinados grados, en el caso de este proyecto de los novenos o solamente se enseña por medio de talleres.

González (2009), en su investigación titulada: “La enseñanza de la geometría en la educación primaria. De la enseñanza/aprendizaje de la geometría en la formación de profesores



de primaria a la enseñanza de esta materia en algunas escuelas mexicanas: estudio de caso”, en la cual se proponen 4 etapas de enseñanza, basados en la investigación de González (2005), para analizar la problemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los sólidos:

1. Elementos para un Modelo de Competencia Inicial,
2. Análisis de varios textos de primaria,
3. Estudiar las experiencias desde los docentes con el Modelo propuesto
4. Rediseñar el Modelo Teórico Local;

El primer apartado se refiere a unos modelos de enseñanza para la formación de profesores de primaria, tienen como referencia la geometría espacial para observar los procesos de aprendizaje en los cuales están: el desarrollo lógico, la habilidad de razonamiento, la relación entre lo que el estudiante tiene en su mente con el concepto de una figura determinada, y otras destrezas que sirvan de herramienta para avanzar de manera progresiva en los pensamientos matemáticos. Dicho Modelo de Competencia inicial se realizó en diferentes grados para corroborar la evolución de los procesos de enseñanza a medida que la complejidad aumenta.

Se realizó un análisis de varios textos de primaria de diferentes editoriales, para experimentar las actividades que traen en sus contenidos y que tan factible es llevarlas a cabo, además de observar la continuidad, la coherencia de los conceptos geométrico-espaciales y no menos importante el método o la forma de comunicar dichos contenidos.

En la tercera etapa, observaron y analizaron desde la experiencia de las clases magistrales la aplicación del Modelo de Competencia inicial propuesto en el ítem 1, es decir, que con la intervención de una docente se llevará a cabo la práctica de enseñar el modelo y ver qué tan relevante puede ser dicho experimento tanto en el aprendizaje como en la labor docente y en su formación con respecto a la geometría espacial. Hacen referencia a la importancia, en lo que

a la formación de docentes se refiere, que es igual de necesario saber la disciplina como saber enseñarla.

Por último, González en la etapa 4, propuso rediseñar el Modelo Teórico Local, es decir, una reestructuración del método que se ha utilizado hasta ahora en Valencia, formando a los docentes de manera continua por medio de una plataforma de Ambiente Virtual de Aprendizaje como es el Aula Virtual de la Universidad de Valencia.

Dichas etapas tuvieron como finalidad elaborar un nuevo Modelo Teórico Local, para incrementar el razonamiento en los procesos matemáticos, esta investigación permitió observar y determinar la continuidad en la formación de los docentes de primaria tanto en el contenido como en el discurso de la enseñanza de la geometría y contribuir a la continuidad de la misma, además del uso de los recursos como los textos, el discurso del docente y cómo se presentan los procesos matemáticos del tema de los sólidos.

Camou (2012), en su investigación titulada “La geometría del espacio: Un fascinante mundo por descubrir”, cita las Actas del 4º Congreso Uruguayo de Educación Matemática, donde el autor estudia un enfoque para facilitar la enseñanza de los sólidos, llamado IMAT (Integrando Multirepresentaciones, Aproximaciones y Tecnología), es decir, si se utilizan varios tipos de representaciones diferentes se asemejarán a un mismo objeto geométrico.

Dicha investigación nació hace 25 años cuando le pidieron el volumen de todos los poliedros y no sabía cómo hacerlo, manifiesta que aunque en Uruguay la formación de la geometría espacial se da en más porcentaje que en los EE UU, no dejan de existir falencias, como por ejemplo en la formación de los docentes en dicho contenido, pero la problemática principal está en la dificultad de realizar las representaciones de las figuras sólidas.

Por lo tanto, propone una transformación en la metodología de la enseñanza, enfatizando más en la construcción de la matemática, estructurando la clase magistral en clase-laboratorio, de esta manera emerge el pensamiento científico y matemático en los estudiantes, ya que así se socializan los conceptos sobre los errores medidos, evaluando resultados y descartando premisas e hipótesis.

De lo anterior, el autor realiza un estudio partiendo de los sólidos, realizando figuras en 3D con cartulina, luego las construye en el programa Cabri 3D y finaliza observando las representaciones planas con un acercamiento minucioso desde distintos puntos, es decir, que desde los sólidos atraviesa su formación hacia lo plano

Generalmente, la enseñanza de la geometría comienza desde los conceptos euclidianos, atravesando por la geometría plana y luego la espacial, sin embargo, Camou, concluye que darle un giro de 360 grados a la formación del pensamiento espacial donde se inicia desde la construcción de un sólido, y luego con la geometría plana, el aprendizaje se hace más comprensible. Además, el autor menciona que de esta manera, los conceptos de geometría, trigonometría y álgebra se unificaban guiando al estudiante hacia el mismo sentido del proceso de formación.

Camargo (2011), realizó un trabajo investigativo el cual se titula “El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría”, en el cual trata de poner en escena los escritos de Piaget, desde edades tempranas, con respecto a la concepción del espacio y la enseñanza de la geometría. En este sentido, se enfocan en dos ideas centrales:

- Los niños discriminan figuras geométricas, la construcción de sistemas de referencia, tanto plana como espacial.
- La justificación de las afirmaciones sobre hechos geométricos

En el primer caso, Piaget en su método experimental con las etapas de los niños, observa detalladamente cómo es el tacto con los objetos geométricos, los cuales diferencian por sus lados, desarrollando así las características rectilíneas o curvas, además del paralelismo o la perpendicularidad de sus caras y la congruencia o semejanza de lados y ángulos.

Incluso, sólo con explorar una parte del objeto geométrico, los niños generan una percepción y al tocar otra parte, se genera una segunda percepción, si el niño une ambas puede construir una primera representación del sólido.

En el segundo caso, Camargo describe cómo Piaget analiza la motricidad y la parte cognitiva de los niños por niveles según su edad:

- ✓ Primer nivel 7-8 años: es sólo observación, aunque no tienen la capacidad de definir lo que ven.
- ✓ Segundo nivel comprende de los 7-8 a los 11-12: Exploran y concluyen. Aunque captan la suma de ángulos no tienen conceptualizada la lógica de su construcción.
- ✓ Tercer nivel va de los 11-12 en adelante: tienen un método más inductivo, tomando del empirismo de sus conocimientos la lógica y el razonamiento, en general, en este nivel los niños son más reflexivos.

En síntesis, Camargo evidencia algunos trabajos experimentales de Piaget acerca de la didáctica de la geometría de manera constructivista y su importancia en el desarrollo en las diferentes etapas del proceso formativo, en consecuencia un progreso cognitivo y de razonamiento de los sólidos.

Moyá (2002), en su investigación titulada “La comprensión de la representación del volumen por los estudiantes de la E.S.O. (Educación Secundaria Obligatoria) y el bachillerato”, la cual está basada en la tesis doctoral Moyá (2000), fue realizada tras algunos interrogantes,

entre ellos ¿Por qué algunos alumnos tienen dificultades para comprender ciertos conceptos?, ¿A qué hacen referencia?, con la finalidad de hacer un acercamiento a la definición de volumen y su representación, ambos contextos comprendidos en la noción de la representación gráfica y en cómo en la realidad se aplican dichos conceptos; por ello Moya (2002), para este escrito analizará cada uno de los siguientes aspectos:

1. Libros de texto,
2. El pensamiento de los alumnos, su marco de referencia, su habilidad operativa y su razonamiento de comprensión ante dichos conceptos.

Lo anterior, vislumbra un acercamiento a la comprensión de los alumnos y así conocer el origen de sus dificultades en el aprendizaje de las representaciones gráficas de los sólidos.

En primer lugar, las nociones de representación del volumen en los libros de texto, lo realiza basado en el análisis de Selander (1990), sobre cómo se transmite la noción de volumen en los libros de texto de Educación Visual y Plástica, destacando la representación y las imágenes, pues tienen la técnica de luz y sombras dando una sensación de realidad de las imágenes de cuerpos geométricos.

En segundo lugar, se analiza desde la perspectiva del estudiante y su noción de representación de volumen; observando los cambios a lo largo del aprendizaje y qué causa dichas modificaciones, como por ejemplo los libros de texto, su entorno social, etc. Moyá (2002), recurre a realizar varias entrevistas a estudiantes de la Educación Secundaria Obligatoria, de Bachillerato y a los estudiantes del último nivel de Bellas Artes, sobre la noción de la representación de volumen, los separa por grupos, teniendo en cuenta una lista de imágenes significativas para la temática y luego los clasifica por estadios.

Dichos estadios sirvieron como herramientas para saber que tanto comprenden los estudiantes la noción de volumen observando una imagen.

Las nociones que arrojan las respuestas de las entrevistas en cada estadio, muestran que entienden el significado de volumen si aparecen objetos representativos con respecto a figuras geométricas, si son realistas, si tienen la técnica luz y sombra, si tienen profundidad y la sensación es generada si es relacionada con otro objeto con el que se haya tenido contacto físico.

De los datos anteriores se conforma el marco de referencia y con él una investigación en cinco instituciones educativas en Barcelona, tres de ellas de secundaria, públicos I.E.S., una institución privada y otra de formación profesional, situadas en diferentes puntos de la ciudad y con diferentes niveles económicos, sociales y culturales, siendo un total de 508 estudiantes entrevistados.

Según Moyá (2002) los efectos realizados en las imágenes, ya sean sombras o la técnica de contrastes entre claros y oscuros dando realismo, resultan ser más eficaces para que se comprenda más fácil la noción de representación de volumen, lo que sugiere que el docente debe ayudarse de una fuente de luz para provocar dichos efectos y enseñar en el aula la geometría de los sólidos y por supuesto hacer que los estudiantes lo plasmen en sus cuadernos con los tonos grises, y así conseguir que realicen sus representaciones de volumen, teniendo con más claridad el concepto.

## **6. Objetivos**

### **6.1. Objetivo General**

Propiciar el desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento, desde la implementación de una Unidad Didáctica con el tema de sólidos con alumnos de grado noveno de la Institución Educativa Normal Superior de Envigado

### **6.2. Objetivos Específicos**

- **Identificar los aspectos ideales y reales** que intervienen en el desarrollo del pensamiento espacial.

- Aplicar una intervención didáctica basada en el Aprendizaje por descubrimiento, hacia el desarrollo de habilidades de pensamiento espacial.

- Describir los efectos que tiene la implementación de una Unidad Didáctica sobre sólidos, en el desarrollo del pensamiento espacial en alumnos de grado noveno de la Institución Educativa Normal Superior de Envigado.

## **7. Marco de Referencia**

### **7.1. Marco Teórico**

Esta investigación está fundamentada en la teoría del descubrimiento de Bruner (1961), quien define el aprendizaje como el proceso que permite que un estudiante tenga la habilidad para resolver situaciones problema por medio de estrategias adecuadas y aplicables, ya que éstas son la exploración o búsqueda de datos, la selección de la información, la generación de proposiciones, la toma de decisiones, la verificación de las hipótesis planteadas; son aplicables porque el estudiante adquiere la habilidad de razonar de manera lógica y le permite solucionar



situaciones problema; es decir, el docente debe proveer al estudiante de los conocimientos necesarios de la geometría espacial para que realice el proceso de seleccionar la información, hacer conjeturas, relacionar experiencias para finalmente, descubrir otros conocimientos nuevos que le ayuden a determinar el concepto de un determinado sólido.

De allí, que Bruner (1961), proponga los siguientes pasos, que pueden ser útiles para adquirir el aprendizaje:

✓ **Activación:** Cuando el individuo se enfrenta a una situación problemática que le genera cierta duda o confusión y entonces, despierta su curiosidad.

✓ **Tensión Cognoscitiva:** Cuando desea conocer y adentrarse en aquello que le despertó su curiosidad, por ende tomar decisiones y permitirse experimentar con las diversas situaciones que se le presentan.

✓ **Experimentación:** El estudiante pone en práctica sus propios métodos o ideas para facilitar los resultados de lo que pretende aprender, construyendo así el conocimiento.

Ahora bien, para el desarrollo cognitivo, Bruner (1988), tiene 3 etapas:

a) **Activa:** Comprende desde el nacimiento hasta los 3 años; etapa en la cual los niños perciben los objetos, en términos de su función, ejemplo: el objeto biberón, es reconocido por el infante como aquello donde está su alimento.

b) **Icónica:** Va desde los 3 hasta los 8 años, desarrollan la imaginación y hacen imágenes mentales.

c) **Simbólica:** Se desarrolla a partir de los 8 años, ésta sería la etapa a tener en cuenta en la presente investigación ya que es el momento en el que el niño a través de las actividades que se desarrollarán en la unidad didáctica, logrará a partir de gráficos podrá visualizar y asociar

las representaciones gráficas y las palabras con diversas situaciones o con determinados objetos de su entorno.

De lo anterior, se presume que la propuesta de Bruner (1988), es la idea básica, del aprendizaje realizado de forma natural por el individuo desde su infancia y que además, su teoría del aprendizaje por descubrimiento es uno de los mejores medios para estimular el pensamiento simbólico y la creatividad del individuo, que visto desde el aprendizaje es un proceso, que arroja las siguientes ventajas:

✓ **La potencia intelectual:** Descubrir y resolver situaciones problema, le permiten al estudiante generar la habilidad de construir y organizar los elementos del problema; utilizando su mayor potencial intelectual, fomenta el hábito de organizar la información que recibe.

Ahora bien, la resolución de situaciones problema, ha implicado una gran preocupación, en el ámbito educativo, en los últimos años, pues exige reflexión, investigación y por qué no, potencia intelectual; involucrando a los estudiantes en la necesidad de adquirir un aprendizaje por descubrimiento para potencializar su desarrollo cognitivo y organizar sus saberes y herramientas de aprendizaje para la construcción de un proceso creativo, lógico y propositivo en el camino para descubrir el cómo hallar la solución.

✓ **Las motivaciones intrínseca y extrínseca:** La motivación, en sí misma tiene factores internos y externos que pueden generar las acciones del individuo orientándolo hacia finalidades específicas y logrando que persista en conseguir un objetivo, en general con una actitud positiva ante el reto que desea elaborar o que ha sido conducido a ello. La motivación es intrínseca, cuando el alumno enriquece sus conocimientos con sus propios descubrimientos, ayudándole con su motivación interior hacia el aprendizaje, incluso lo toma como recompensa, ya que siente plena satisfacción por el descubrimiento empírico, que ha conseguido; y extrínseca,

cuando recibe de otros la motivación por haber ejecutado la actividad o haber demostrado tener iniciativa y sentirse competente y auto-determinante, además de valorado por otros, pueden ser sus compañeros, el docente, familiares, amigos, entre otros; Este hecho le causará al estudiante confianza y autonomía para otros retos que ponen a prueba sus capacidades y su desarrollo cognitivo.

✓ **El aprendizaje y la heurística del descubrimiento:** La heurística como conjunto de procesos cognitivos, propositivos y reflexivos necesarios como herramientas alternativas para solución de problemas, en conjunto con este aprendizaje toma importancia el esfuerzo por descubrir, el interés y la habilidad en la práctica de solución de problemas para un aprendizaje más efectivo. De allí, que el alumno debe adquirir la destreza de traducir la información en su forma de enfrentar los problemas, aceptando el compromiso de realizar varios intentos aunque sean fallidos y explorar e indagar sobre sus errores para descubrir el método de enfrentar situaciones problemas que lo pueden preparar incluso para la realidad.

Por lo tanto, el aprendizaje escolar debe estar dirigido a potencializar la adquisición de habilidades que posibiliten la utilización del conocimiento para solucionar problemas novedosos, competitivos y de impacto social.

✓ **La memoria:** Si el alumno es autónomo en la organización de sus materiales y de los procesos, retendrá con mayor facilidad el aprendizaje obtenido para utilizarlo en el momento idóneo

Las anteriores ventajas, surgen de la necesidad de dar más participación al alumno en el aula, cuyo objetivo es uno de los primordiales de la teoría de Bruner (1961), que es lo que se pretenderá con esta investigación, dar el protagonismo, participando activamente y así, logrará el descubrimiento y evitar al máximo la enseñanza tradicional donde sólo el docente razona y

decide qué conocimientos dar, sin tener en cuenta la perspectiva y alternativas que se pueden generar desde el estudiante.

Resulta oportuno, considerar las anteriores ventajas como un camino posible para propiciar el desarrollo del pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento, ya que le permiten al estudiante concebir la habilidad de construir y organizar los elementos del problema, suscitando motivación hacia finalidades específicas para conquistar un objetivo, con el apoyo de un conjunto de procesos cognitivos, propositivos y reflexivos como herramientas alternativas para la solución de situaciones problema, pues fomentaría el descubrir, el interés y la habilidad en la práctica de solución de problemas para un aprendizaje más efectivo y significativo para retener la información.

De allí, que las anteriores ventajas sean las bases fundamentales para las categorías y subcategorías de esta investigación, pues son las idóneas para sustentar la necesidad de propiciar el desarrollo del pensamiento geométrico espacial.

Entonces, cabe destacar que la teoría de Bruner (1961), cuenta con tres métodos de descubrimiento, que servirán de herramienta para lograr una mejor comprensión, en el aprendizaje de los sólidos:

**Descubrimiento inductivo:** El objetivo de dicho aprendizaje es que el estudiante adquiera conceptos o analogías particulares para que analice, relacione y organice, según la perspectiva de cada educando, el concepto general de la información que se le está dando.

Con dicho método, Bruner (1961) pretende que el estudiante obtenga conclusiones generales a partir de premisas particulares, por ejemplo, si se observan tres eventos x, y, z, y se determina que entre ellos existe una característica en común, entonces se obtiene un concepto absoluto; sin embargo, para ello se debe realizar un proceso, es decir, inicialmente debe haber

una observación para registrar los hechos, análisis y clasificación, luego de los resultados de cada hecho, se verifican para concluir en nuevo conocimiento que abarque la hipótesis inicial.

Con lo anterior, se presume que el método inductivo no establece que las premisas sean fundamentos para una verdad absoluta en la conclusión, sin embargo, ofrece evidencias, proporciona datos, herramientas y argumentos, que permita sustentar la conclusión; por tanto, no se puede determinar si son válidos o inválidos, sino que se trataría de analizar y clasificar que tan cerca están del objetivo o concepto general.

Ahora bien, según Bruner (1961), existen dos tipos de lecciones para conseguir el descubrimiento inductivo:

➤ **Lección abierta de descubrimiento inductivo:** Es aquella que propone que el estudiante adquiera la experiencia en la búsqueda de conocimientos por medio de un proceso de investigación, observación y clasificación. La propuesta implícita de Bruner (1961), es que el niño entre los 6 y 11 años donde, según Piaget y su Estadio intuitivo, descubra por medio de su experiencia cómo categorizar datos de una investigación específica.

De la misma manera, el estudiante dará de manera libre, forma a los datos, adquiriendo así la habilidad, tanto de investigar, describir con argumentos, y de formar conceptos propios como de clasificar la información y aumentar sus conocimientos de manera significativa.

➤ **Lección estructurada de descubrimiento inductivo:** es aquella que después de clasificar los datos, los materiales o las representaciones, es imperativo su organización, teniendo como finalidad permitirles adquirir un concepto específico o concreto, siempre desde el enfoque de descubrimiento, es decir como su nombre lo indica, dar estructura a recolección de datos y por ende a toda la investigación, así desarrollará conceptos propios. En este tipo de descubrimiento el desarrollo es gradual, y empieza a manifestarse a partir de los 8 años, por tanto, esta lección se

convierte en parte importante en esta investigación, pues el estudiante tendrá la habilidad de construir conceptos propios y descriptivos, generando autonomía en la organización y elección de datos, conocimientos o cualquier tipo de información que llegue al aprendizaje del niño

**Descubrimiento deductivo:** Por medio de este método, el alumno partirá de ideas generales a ideas específicas. Este método nos muestra básicamente, como un principio general descansa en un grupo de hechos que lo constituyen como un todo; un ejemplo general de éste aprendizaje descriptivo, sería: Los planetas son redondos, la tierra es un planeta, por lo tanto la tierra es redonda, lo que significa que de las premisas que inicialmente se formulan se deduce un concepto concreto. Al igual que el descubrimiento inductivo, este también tiene dos tipos de lecciones; Supóngase que se tienen 3 sólidos A, B y C; si el sólido A es semejante B; si B es semejante a C, por propiedad transitiva, el sólido C es semejante al sólido A

➤ **Lección simple de descubrimiento deductivo:** El propósito es el aprendizaje de ciertas conclusiones y principios aceptados que se desarrollan haciendo que el estudiante utilice el proceso deductivo de búsqueda y no simplemente repita conclusiones. Implica hacer preguntas que llevan a formar razonamientos que están formados por dos premisas y una conclusión que es el resultado lógico que se deduce de las dos premisas, que pueden dar lugar a la corrección de enunciados incorrectos hechos por el estudiante, quien debe pensar deductivamente y trabajar con materiales abstractos, además de establecer relaciones entre proposiciones verbales. Dicho proceso tiene un desarrollo gradual en edades a partir de los 11 – 12 años. ésta lección simple de descubrimiento, sería importante y trascendental en la presente investigación ya que es el momento en el que el niño podría tener la habilidad de generar autonomía en sus propias conclusiones, a través de las actividades que se desarrollarán en la actividad didáctica.

**a. Lección simple de descubrimiento semi-deductivo:** En este caso, se simplifica el proceso de enseñanza, pues se reduce la probabilidad de llegar a una conclusión inesperada, por tanto, se piensa inductivamente en un sistema deductivo con el cual se llega a reglas o propiedades, observando datos específicos, dichas reglas están controladas por el sistema en que trabajan, limitando los posibles resultados. Dicho proceso tiene un desarrollo gradual en edades a partir de los 8 años.

**b. Lección de descubrimiento hipotético-deductivo:** Luego del planteamiento de un problema, enfocado a la realidad o con material didáctico concreto que lo sitúe en un evento real, implica motivar al alumno a hacer hipótesis respecto a causas, relaciones y predicciones de los resultados. No obstante, dichos resultados pueden arrojar tanto datos falsos como verdaderos, estos últimos pueden convertirse en teorías, leyes o patrones. Dicho proceso tiene un desarrollo gradual en edades a partir de los 11 – 12 años.

**Descubrimiento transductivo:** Es aquel tipo de descubrimiento que te permite utilizar como herramienta la imaginación, tanto del docente como del estudiante, ya sea con analogías, metáforas, construcciones, gráficos, entre otros, que le permitan al estudiante adquirir un conocimiento significativo de algún concepto. En el caso de la geometría de los sólidos, este método sería de gran ayuda, en tanto el acompañamiento del docente sea permanente para que los alumnos vean cómo se forma un sólido a partir de la unión de sus áreas.

De lo anterior, se deduce que Bruner (1961) al poner en práctica su teoría, en el proceso de aprendizaje el alumno muestra un desarrollo cognitivo más productivo y a su vez el maestro debe tener adquirir diferentes alternativas para obtener un aprendizaje significativo como estrategia para ir de la mano con el alumno en dicho camino.

De esta manera, el constructivismo en la teoría del aprendizaje por descubrimiento, también es visto desde la perspectiva piagetana, ya que sitúa al alumno en una postura más activa y proporciona un cambio en el aprendizaje de menor a mayor conocimiento, de manera paulatina y con la orientación del docente, teniendo en cuenta, las experiencias y vivencias del individuo en un entorno que habita y que debe conocer, apropiándose como parte subjetiva del aprendizaje y permitiéndole habilidades mentales para transformar, investigar, clasificar y analizar la información.

Por esto, para el aprendizaje de los sólidos, con la orientación inicial de conceptos como punto, segmento, recta pasando por semejanza y congruencia, teniendo en cuenta la teoría de Bruner y la perspectiva de Piaget, aplicando la teoría del descubrimiento, el alumno al intervenir de manera activa, llegará fácilmente al concepto del sólido, incluyendo sus características, como sus representaciones gráficas, sus construcciones, sus formas rectas y curvas, el volumen, sus áreas, sus componentes, etc., debido a que uno de los puntos más trascendentales de Piaget (1975), y que toman importancia en este trabajo es la interacción sujeto-objeto, pues en la cotidianidad el niño está sujeto a toparse con un mundo lleno de figuras sólidas y desde ese entorno el estudiante lo relaciona con el conocimiento, llegando a conclusiones o premisas, propuestas, juegos mentales, etc. Generando la habilidad de comprender su entorno más próximo.

Además el aprendizaje por descubrimiento, facilita la aplicación en la educación de los principios constructivistas porque promueve la intervención dinámica y activa del estudiante, incluso puede promover los procesos investigativos para que analice o transforme la información nueva que está adquiriendo.



## 7.2. Marco Conceptual

Dentro de la presente investigación se tendrán presente algunos términos que serán relevantes para el logro de los objetivos propuestos dentro de la misma; de los cuales se presenta la definición desde la Teoría de Aprendizaje por descubrimiento de Bruner (1961):

**Aprendizaje:** Procesamiento de la información que cada persona organiza y construye desde su propio punto de vista. Tiene como finalidad impulsar un desarrollo de las habilidades que posibilitan el aprender a aprender y con el cual busca que los estudiantes construyan, por sí mismos, el aprendizaje. Según Bruner (1961) el aprendizaje es un proceso activo por medio del cual, la realidad se construye haciendo uso de las herramientas que otorga la cultura.

**Descubrimiento:** Lo fundamental de la teoría es la construcción del conocimiento mediante la inmersión del estudiante, en situaciones de aprendizaje problemática, la finalidad de esta es que el estudiante aprenda descubriendo.

**Individuo:** Es aquel que observa, analiza, organiza, modifica, enriquece y reconstruye conocimientos, reelabora constantemente sus representaciones, transforma la información, utiliza y transfiere lo aprendido a otras situaciones.

**Desarrollo cognitivo:** Para Bruner como para todos los psicólogos del desarrollo, la primera inteligencia del niño es práctica, se desarrolla por el contacto del niño con los objetos y con las posibilidades de acción que le proporciona el medio. Después en el niño las imágenes van a jugar un papel muy importante, “*se convierten en resúmenes de acción*” (Bruner, 1972).

**Maestro:** Facilitador, guía, tutor o mediador que debe tener conocimiento de la temática, conocer objetivos, estrategias y métodos para evaluar el aprendizaje, además coordinar las diferentes actividades teniendo un buen manejo de grupo

**Resolución de problemas:** Deben ser presentados en una situación concreta, para que sean un reto que motive o incite a su resolución y genere una transferencia del aprendizaje. Las situaciones problemáticas, deben estimular al estudiante a descubrir por sí mismos, mediante un proceso de observación y análisis, el conocimiento.

**Conceptualizar:** Para Bruner (1972), es una categoría que sirve para clasificar objetos y/o eventos que representan algo significativo, para entender lo que le rodea, es decir, si se tienen un número de objetos que tienen entre ellos algo similar como si se tratase de una característica que lo hace pertenecer a determinada categoría o grupo, lo que está ocurriendo, es que el individuo está conceptualizando.

## **8. Diseño Metodológico de la Investigación**

### **8.1. Enfoque de la investigación**

Atendiendo a las características planteadas por Hernández, Fernández y Batista (2003), la presente investigación es de tipo cualitativo, ya que pretende describir los efectos que tiene la implementación de una estrategia didáctica desde la Teoría de Aprendizaje por descubrimiento, hacia el desarrollo del pensamiento espacial, permitiendo la construcción de estructuras formales en los estudiantes, que den cuenta de aprendizajes significativos en el área de matemáticas. Adicional a esto, cuenta con un componente cuantitativo, ya que se realiza un análisis de tipo estadístico descriptivo, a uno de los instrumentos utilizados durante la investigación: el formulario KPSI.

### **8.2. Tipo de investigación**

La investigación es de tipo descriptivo, ya que busca detallar las acciones que muestran los estudiantes al momento de desarrollar actividades que permitan manipular los objetos y a partir de ello descubrir conocimiento, mediante el desarrollo del pensamiento espacial. La investigación pretende describir y analizar los procesos que se dan en la construcción de estructuras mentales por parte de los estudiantes.

En la descripción se pretende llegar a una aproximación entre lo expuesto en el marco teórico y las experiencias de un grupo de estudiantes con los que se aplican estrategias metodológicas propias del aprendizaje por descubrimiento, con el objetivo de determinar su incidencia en la movilización del pensamiento formal hacia la potenciación del pensamiento

espacial, para lo cual es necesario que el estudiante logre transitar del pensamiento concreto a construir estructuras cognoscitivas propias del pensamiento formal.

### **8.3. Población y Contexto**

La presente investigación se realizó en la sede principal Institución Educativa Normal Superior de Envigado, ubicada en la parte central de dicho municipio, es de carácter público-mixto, cuenta con 75 docentes y tiene una población estudiantil de 2.907, entre la sede principal y la sede María Poussepin: Primaria: 1026; Básica: 1215; Aceleración: 22; Formación o Ciclo complementario: 144; Sede María Poussepin: 500

La Institución cuenta con una única jornada, de 6:00 a.m. hasta las 12:45 p.m. de lunes a viernes. En la jornada de la tarde, se realizan programas educativos para alumnos con discapacidad y dificultades de aprendizaje.

Dicha investigación estará centrada en el grupo noveno, elegido por la importancia de la geometría de los sólidos según los pensamientos matemáticos como razonamiento, conjeturar, analizar, entre otros, propuestos en los lineamientos correspondientes a dicho nivel y de lo que tratará la Unidad Didáctica; además su intensidad horaria en matemáticas es de 3 horas semanales y el área de geometría tiene 1 hora semanal. El grado noveno tiene 5 grupos de aproximadamente, 45 alumnos cada grupo y sus edades oscilan entre los 12 y 15 años.

### **8.4. Diseño de los Instrumentos para la Recolección de Información**

Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron diseñados dentro del contexto de la geometría de los sólidos, bajo el referente bibliográfico propuesto por Jorba & Sanmartí (1996). Por tanto, se diseñó un cuestionario KPSI y una Unidad Didáctica diseñada bajo la teoría de Aprendizaje significativo.

A continuación se describe cada uno de los instrumentos utilizados y su finalidad dentro de la investigación.

#### **8.4.1. KPSI<sup>1</sup>**

El cuestionario KPSI (Knowledge and Prior Study Inventory), fue diseñado por Tamir y Lunetta (1978), con el fin de obtener “*información valiosa sobre el grado de conocimiento del alumnado en relación a los contenidos científicos que el profesor le propone aprender en determinadas condiciones de enseñanza*”(Arellano y otros, 2008).

Este instrumento será utilizado en esta investigación para dilucidar el aprendizaje que poseen los estudiantes de grado noveno sobre el tema de los sólidos; es decir, se le pide al estudiante que seleccione su respuesta en función de 4 niveles o categorías. La categoría de mayor valor se refiere a si es capaz de explicar el concepto o procedimiento a un compañero o compañera, con lo que se estimula al estudiante a tomar conciencia de que cuando algo se conoce (o se comprende) bien se ha de ser capaz de comunicárselo a alguien (ver anexo\_\_\_\_\_). Este instrumento además, constituye un método de evaluación diagnóstica que integra tanto las percepciones de los sujetos como sus falencias, pues abarca todas las habilidades de los estudiantes, tanto aquellas que demuestran el dominio de un tema como las que permiten explicárselo a los compañeros, y de igual forma la posibilidad de no conocer ni saber explicar la temática presentada.

De acuerdo con esto, la evaluación no debe ser entendida como un referente del que domina un conocimiento o no, sino como una herramienta que le permite al docente darse cuenta de los procesos de regulación de los aprendizajes en los estudiantes, ya que por medio de ella se pueden identificar las fortalezas y debilidades existentes, tanto para los conocimientos

---

<sup>1</sup> [http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen7/ART1\\_Vol7\\_N1.pdf](http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen7/ART1_Vol7_N1.pdf)

previos como para los nuevos y de esta manera emplear las estrategias necesarias para aportar los conceptos en búsqueda de aprendizajes.

En este sentido, el KPSI permite conocer lo que los estudiantes “creen que saben” y por tanto, en esta investigación, es un instrumento que da cuenta de la evolución de los estudiantes, en cuanto a los conocimientos adquiridos sobre los sólidos; además, dará cuenta sobre las ideas previas que tienen y la influencia de las actividades desarrolladas dentro de la Unidad Didáctica hacia la adquisición del nuevo conocimiento. Este formulario será aplicado al inicio de la Unidad Didáctica, para evidenciar como se dijo anteriormente las ideas previas de los estudiantes y al finalizar la misma, para ver el progreso en la asimilación de las temáticas presentadas.

Las categorías que empleamos de base para el análisis de los resultados, obtenidos a partir de los instrumentos utilizados, por ende, los estudiantes estarían en capacidad de hacer, tanto antes como después del desarrollo de una estrategia didáctica dentro de un proceso de adquisición de conocimiento

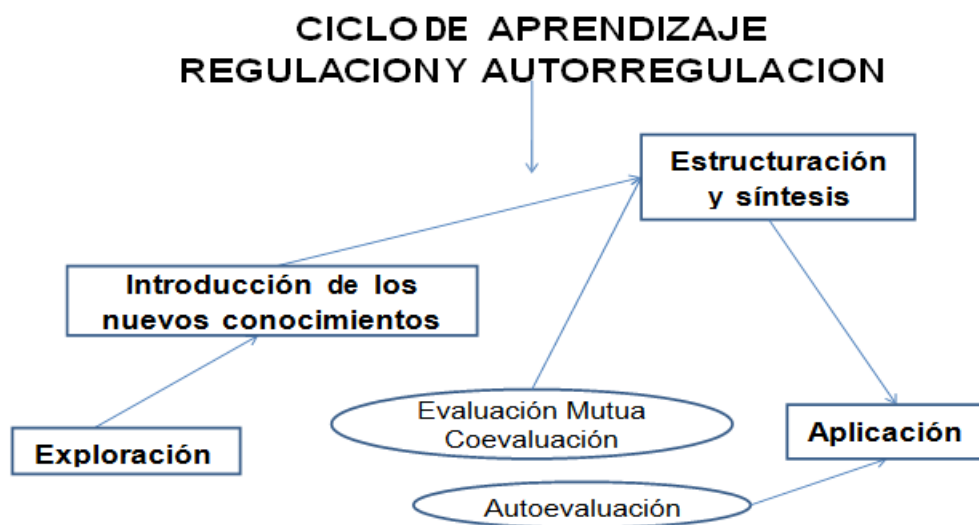
#### **8.4.2. Diseño Unidad Didáctica**

Dentro de la labor docente está principalmente el producir aprendizajes en los estudiantes y ayudar a la construcción de sus conocimientos, por ello cada docente diseña e implementa estrategias metodológicas direccionadas para tal fin. La creación de una Unidad Didáctica es una estrategia que tiene estructurada las actividades a seguir para el desarrollo de competencias en una determinada temática y así ser realizada en un tiempo determinado. Según el MEC (1992): “Una Unidad Didáctica es una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos, que da respuesta a todas las cuestiones curriculares: al qué enseñar

(objetivos y contenidos), cómo enseñar (actividades, herramientas de enseñanza, organización del espacio y del tiempo, materiales y recursos didácticos) y a la evaluación (criterios e instrumentos para la evaluación), todo ello en un tiempo claramente delimitado.” Pero estas muchas veces están más dirigidas al cumplimiento del currículo que al desarrollo los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Por ello, una Unidad Didáctica debe ser pensada como una herramienta que fortalezca los procesos de aprendizaje de los estudiantes, en donde las actividades propuestas produzcan en ellos nuevos intereses y conlleven a una visión más amplia de las diferentes temáticas, tanto así que se despierte en el estudiante la necesidad de aprender.

En relación con lo anterior, Jorba y Sanmartí (1996) presenta una estructura del ciclo de aprendizaje basado en cuatro fases: (exploración, introducción de nuevos conocimientos, estructuración y aplicación), las cuales serán un proceso para la adquisición de aprendizajes significativos en los estudiantes. Estas fases fueron retomadas en esta investigación de la siguiente manera:

**Figura 1: Ciclo de Aprendizaje Jorba & Sanmartí (1996)**



En la fase de exploración de los conocimientos, lo que se prepone es tener un diagnóstico inicial de los conocimientos propios de los estudiantes, de las inquietudes y demás aspectos que puedan dar cuenta de las ideas previas que ellos tienen respecto a un tema y así los estudiantes puedan tomar conciencia de lo que saben y necesitan saber para la nueva temática; y los docentes reflexionen sobre ello, pero también tengan un punto de partida adecuado para la introducción de una nueva temática. En este punto es de gran importancia tener en cuenta todos los saberes previos de los estudiantes, pues sobre esto se podrán producir estrategias que vayan dirigidas a desarrollar aprendizajes significativos sobre la nueva temática.

En esta fase, las actividades deben situar al estudiante sobre la temática mientras que activa conocimientos previos de esta.

Las actividades propuestas en la Unidad Didáctica para esta fase de exploración serán: en un primer momento de la sesión el test de áreas y perímetros de 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta, de manera individual con el fin de fortalecer los conocimientos previos de los conceptos básicos y las características de áreas y perímetros en figuras planas, además de reiterar unidades de medida. Seguidamente, se realizará el juego de la ruleta, de la guía N°. 1 para la cual se conformarán 4 grupos de 9 estudiantes, donde uno de ellos será el juez, quién manipulará la ruleta, controlará el tiempo y determinará qué estudiante ejecuta determinado ejercicio o situación problema, según donde quede la flecha al girar la ruleta.)

En la siguiente fase de introducción de los conocimientos, se presenta a los alumnos el nuevo conocimiento que se pretende enseñar, involucrando también aptitudes, valores, habilidades, etc. Todo esto mediante actividades que den paso a la comprensión de la nueva temática, es por ello que deben estar orientadas a observar o relacionar lo que el estudiante captó



inicialmente, de manera que ellos interactúen con sus compañeros y con el docente a través de la participación en las actividades propuestas; y así este pueda construir un conocimiento más significativo de la nueva temática.

Para el desarrollo de esta fase se tomará como punto de partida las ideas alternativas que manifestaron los estudiantes con respecto al tema en la fase anterior, por ello se desarrollaran actividades que se relacionen con su cotidianidad, así como lo menciona Campanario & Otero (2000): “Es importante que las actividades conecten los conocimientos científicos a la realidad próxima al estudiante, para que estos tengan un papel activo y empiecen a pensar por ellos mismos en la aplicación de la ciencia en su contexto cotidiano”.

En esta fase la actividad que se llevará a cabo durante esta fase es una Plataforma Contenidos Educativos Digitales, opción “poliedros” de la Guía N°2, se realizará en la sala de internet de la Institución para facilitar el desarrollo individual de los contenidos educativos virtuales, el cual cuenta con audio, es interactivo y dinámico. La propuesta virtual está presentada paso a paso en la guía N°. 2, donde aparece el enlace

<http://conteni2.educarex.es/mats/11814/contenido/>

La tercera fase es la de estructuración y síntesis del conocimiento, es decir luego de haber presentado el nuevo conocimiento a los estudiantes, es necesario propiciar actividades que permitan dar cuenta que se ha interiorizado bien los conceptos, por lo tanto al momento de llevar a cabo una actividad el estudiante debe reconocer el nuevo conocimiento y usarlo de forma adecuada.

Para la actividad que hizo parte de esta fase se tuvo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y la interiorización del nuevo concepto, para que con ello el estudiante se

enfrente a diversas situaciones problema y sea capaz de identificar el concepto se está trabajando y utilizar el procedimiento adecuado para llegar a la solución de dicho problema.

Por lo anterior, en esta fase de estructuración y síntesis se realizará en un primer momento de la Guía N°3: Resolución de Situaciones Problema, donde el grupo se divide en 5 grupos de 8 estudiantes para socializar, e inicialmente, resolver situaciones problémicas en sus cuadernos, aplicando los conocimientos de los sólidos, que hasta ahora han aprendido, sus clasificaciones, formas, fórmulas, entre otros conceptos y algoritmos que se relacionarán en las situaciones de la guía N°.3. Por lo anterior, los problemas son sugestivos y propósitos puestos en escena en la Institución y en el aula, para acercar más al estudiante al Mundo de la Vida (Edmund Husserl, 1991) en su aprendizaje, pues bien, en la guía N°.3 se muestran 5 situaciones que cada grupo debe resolver, inicialmente, analizando y calculando la información que se le pide)

La última fase es de la aplicación, aquí el estudiante debe identificar el nuevo conocimiento en diferentes situaciones, es decir las actividades que se lleven a cabo deben permitir al estudiante aplicar el conocimiento adquirido a contextos diferentes o similares a los anteriormente trabajados. En esta fase se puede evidenciar si en realidad el concepto quedo completamente claro para el estudiante o si por el contrario quedaron muchos vacíos, puesto que si el concepto se puede identificar en cualquier situación es porque este ha sido incorporado significativamente en la estructura cognitiva del estudiante.

Para hacer esto posible se desarrollará una actividad que consiste en el desarrollo de una Guía sobre Construcción de sólidos y Aplicación de situaciones problema, planteados en el primer momento de la misma guía, con la cual, el grupo se divide en 5 grupos de 8 estudiantes para resolver las situaciones problema propuestos en el primer momento, es decir, en el primer

momento se solucionará y socializará cada situación, el contexto, qué y cómo se debe hacer la actividad, conceptualizar las medidas arbitrarias y en escala; Inicialmente dejar la iniciativa por parte del estudiante para provocar sus proposiciones y creatividad según sea la situación que le corresponde a cada equipo.

#### **8.4.3. Entrevista semiestructurada:**

Se parte del hecho de que una entrevista es un proceso de comunicación realizado entre dos o más personas en donde se obtiene información de forma directa del entrevistado. Esta herramienta permite profundizar sobre cualquier situación, conocer directamente sobre cualquier aspecto, determinar a partir de un diálogo ciertos factores claves para el desarrollo de una investigación. En este sentido, se utilizó una entrevista Semiestructurada debido a que en primera instancia esta es muy utilizada en las investigaciones de corte cualitativo y además debido a que permite la creación de preguntas abiertas que permitan entrelazar otros temas y no se remiten a respuestas faltas de información. En este proyecto de investigación se aplican entrevistas a algunos estudiantes del grado noveno, con el fin de recopilar cierta información acerca de la efectividad de las actividades realizadas en la Unidad Didáctica, desde la Teoría del aprendizaje por Descubrimiento y los efectos generados en los estudiantes hacia el aprendizaje del tema de los sólidos.

#### **8.5. Validez de los Instrumentos**

Es necesario que los instrumentos a utilizar sean validados con el fin de verificar su pertinencia dentro de la investigación. De acuerdo con esto, Hernández, Fernández, & Baptista (1997) proponen que la validez “*se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la*

*variable que pretende medir*”, es decir, es la capacidad que tienen los instrumentos para acercar a los investigadores a su objetivo de investigación.

Bajo este enfoque, nuestros instrumentos (tanto el cuestionario KPSI, como la Unidad Didáctica) fueron validados por expertos en el tema, con el fin de verificar que éstos apuntaran a la resolución de nuestro problema de investigación.

## 9. Análisis de Resultados

### 9.1. Codificación de las Producciones

Para el análisis de las actividades, comentarios, socializaciones y exposiciones, se utilizaron las siguientes codificaciones:

#### 9.1.1. Codificación de las Actividades

➤ **Guía N°.1 Test de Áreas y Perímetros**

- ✓ JR.E1, significa Juego de la Ruleta Estudiante
- ✓ TAP.E1, significa Test de Áreas y Perímetros Estudiante
- ✓ TE. A y P. E1, significa Trabajo Escrito Áreas y Perímetros Estudiante

➤ **Guía N°. 2 Volúmenes. Plataforma Virtual:**

TE.Vol.Pv.E1; TE.Vol.Pv.E2; TE.Vol.Pv.E3,..., significa: Trabajo Escrito Volumen  
Plataforma Virtual Estudiante

S.Pv.E.1; S.Pv.E.2; y S.Pv.E.3, que significa: Socialización Plataforma virtual Estudiante

➤ **Guía N°. 3 Resolución de Situaciones Problema**

Equipo 1 Gorros y Recipientes Estudiante Eq1.Go y Re. E (#)

Equipo 2 Piscina Estudiante Eq2.Pisc. E (#)

- ✓ Para el análisis de la exposición de la construcción de la piscina, se utilizaron las siguientes codificaciones:

Expo.Pisc.1.; Expo.Pisc.2.; y Expo.Pisc.3.; que significa: Exposición Piscina estudiante

Equipo 3 Balón Fútbol Estudiante Eq3.BF. E (#)

Equipo 4 Salón Clases Estudiante Eq4.SC. E (#)

Equipo 5 Carpas Cancha Baloncesto Estudiante Eq5. CCB. E (#)

Equipo 6 Estrellas y Faroles Estudiante Eq6. Es y Fa. E (#)

Equipo 7 Algunos Sólidos Estudiante Eq7. AS. E (#)

### 9.1.2. Codificación de la Entrevista

Para el análisis de los comentarios de la entrevista, se utilizaron las siguientes codificaciones:

Ent.P.Sol.1.; Ent.P.Sol.2.; y Ent.P.Sol.3... Ent.P.Sol.14,..., Ent.P.Sol.17, Ent.P.Sol.18; que significa: Entrevista Pregunta Sólidos estudiante

A continuación, se presentan las categorías, subcategorías e indicadores que permitieron abordar el análisis de los datos, teniendo en cuenta la Teoría de Aprendizaje por Descubrimiento largo de la intervención de la Unidad Didáctica.

**Tabla N°. 1 Categorías, Subcategorías e Indicadores**

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICADORES
LA POTENCIA INTELLECTUAL	• Descubrir	• Potencializar el desarrollo cognitivo
	• Organizar	• Organizar los elementos del problema

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver situaciones problema</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construcción de un proceso creativo</li> </ul>
LAS MOTIVACIONES INTRÍNSECA Y EXTRÍNSECA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actitud positiva</li> <li>• Deseo de aprender</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Satisfacción por el descubrimiento empírico</li> <li>• Iniciativa para adquirir conocimiento</li> </ul>
EL APRENDIZAJE Y LA HEURÍSTICA DEL DESCUBRIMIENTO	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propositivos</li> <li>• Reflexión</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proponer la solución de situaciones problemas</li> <li>• Indagar sobre la solución de situaciones problema.</li> </ul>
LA MEMORIA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retención de conocimiento</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Facultad para retener conocimientos previos y nuevos</li> </ul>

La presente investigación se fundamenta en la Teoría del aprendizaje por descubrimiento de Bruner (1961), la cual orientó el diseño y ejecución de una Unidad Didáctica hacia el desarrollo de habilidades de pensamiento espacial, específicamente con el tema de los sólidos, donde el estudiante interactúe los conceptos teóricos, con las formas, desde la construcción, análisis y solución de situaciones problema, acordes con la cotidianidad e inducir a los estudiantes a que realicen razonamientos desde el pensamiento espacial, para facilitar el argumento tanto en los teoremas como en las aplicaciones. Para lograr lo anterior, se utilizaron los siguientes instrumentos de recolección de información:

- KPSI (Knowledge and Prior Study Inventory) inicial y final
- Unidad Didáctica
- Entrevista Semiestructurada

Siguiendo las recomendaciones de autores como Hernández, Fernández y Baptista

(2006), el procedimiento para la organización y análisis de los datos fue el siguiente:

\* Se realizó la lectura y estudio detallado de todos los instrumentos aplicados en el desarrollo de la Unidad Didáctica, como; observaciones, producciones escritas, intervenciones, entrevistas, etc.

\* Se realizaron las transcripciones literales de las entrevistas y producciones de los estudiantes.

\* Se organizó la información de acuerdo a las categorías iniciales, subcategorías e indicadores específicos definidos de acuerdo al marco teórico.

\* Se identificaron las categorías, subcategorías e indicadores, antes mencionados y que están involucrados en las respuestas de las entrevistas.

\* Posteriormente y a partir de la organización de los datos, se realizó el análisis descriptivo de cada categoría en relación con las preguntas de la entrevista. Para obtener un primer nivel análisis.

A continuación, se presentan las categorías, subcategorías e indicadores que permitieron abordar el análisis de los datos, teniendo en cuenta la Teoría de Aprendizaje por Descubrimiento largo de la intervención de la Unidad Didáctica.

De la misma manera, se presentan los resultados del KPSI tanto en tabla como en gráfico, obtenidos al inicio y al final de la intervención de la Unidad Didáctica, los cuales nos permiten visualizar el progreso en conceptualización y resolución de problemas de los sólidos, desarrollando, en gran medida, el pensamiento espacial a través del aprendizaje por descubrimiento promoviendo la participación activa del estudiante desde la experiencia directa.



## **9.2. Categorías, Subcategorías e Indicadores**

A continuación, se hará una descripción de cada categoría, subcategoría e indicador que dieron cuenta del presente análisis de resultados.

### **9.2.1. Categoría: La Potencia Intelectual**

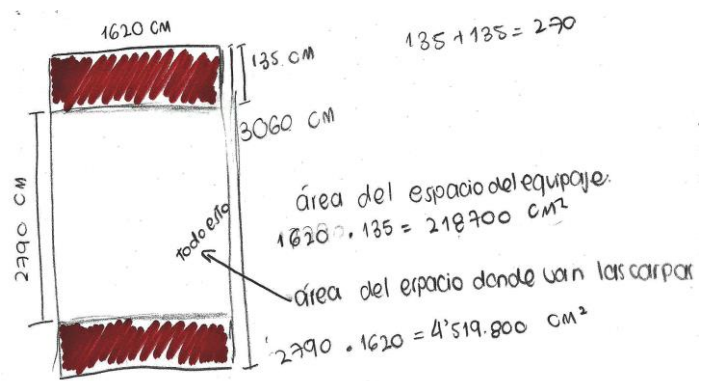
En la teoría de Bruner (1961), en su inclinación hacia el aprendizaje por descubrimiento, es importante la estimulación tanto en el desarrollo cognitivo como en la creatividad, sin llegar a menospreciar la trascendencia de la resolución de situaciones problema, con todo lo que conlleva, como es identificar lo que se pide, buscar las soluciones, organizar y analizar la información, para desarrollar la capacidad en la planificación y reflexión sobre cada situación problema

De allí, que esta categoría dá cuenta de cómo el estudiante logra los objetivos de aprendizaje y adquiere la capacidad de ir más allá de la información, interiorizando los hechos vividos, se verán evidenciados en la Unidad Didáctica de los sólidos: descubrir, organizar y resolver situaciones problema y sus indicadores respectivos:

#### **9.2.1.1. Subcategoría: Descubrir**

Teniendo en cuenta la trascendencia y la importancia que están tomando las Tic en la actualidad, se realizó una actividad de una plataforma virtual, donde el estudiante descubría cómo solucionar determinadas situaciones planteadas, tanto en las representaciones gráficas de los sólidos, como en la búsqueda de una solución a partir de los enunciados promueven el descubrimiento de la información para que adquiriera la habilidad de indagar sobre dichas soluciones.

De la misma manera, se pueden presentar situaciones en su entorno inmediato que puede ayudar al estudiante a desarrollar todo un proceso, de cómo descubrir una solución después de tener los conceptos claros, es decir, en el caso de la situación problema planteada en la guía 3, que realizó el equipo 5, en la cual se pedía: Construir con pitillos el bosquejo de la cancha con las carpas, hallar el área de la cancha de baloncesto, hallar el área y volumen de las carpas; donde Eq5.CCB.E1 realizó el siguiente bosquejo de la cancha de basquetbol de la Institución, con las medidas correspondientes para realizar los cálculos idóneos y así prever cuántas carpas debían instalarse: (ver anexo 6)



Eq5.CCB.E1<sup>2</sup>

Como se puede observar, el mismo equipo de estudio 5, sucumbe en un proceso de búsqueda, de construcción, ante una situación real; inclusive, se incluyen los errores y las hipótesis que se le generaban al grupo mientras descubrían la solución a dicha situación, por ejemplo, veamos las anotaciones del Eq5.CCB.E1, donde pone en consideración algunos datos, que a medida que avanzan, los van descartando:

<sup>2</sup> Representación gráfica de la cancha de baloncesto

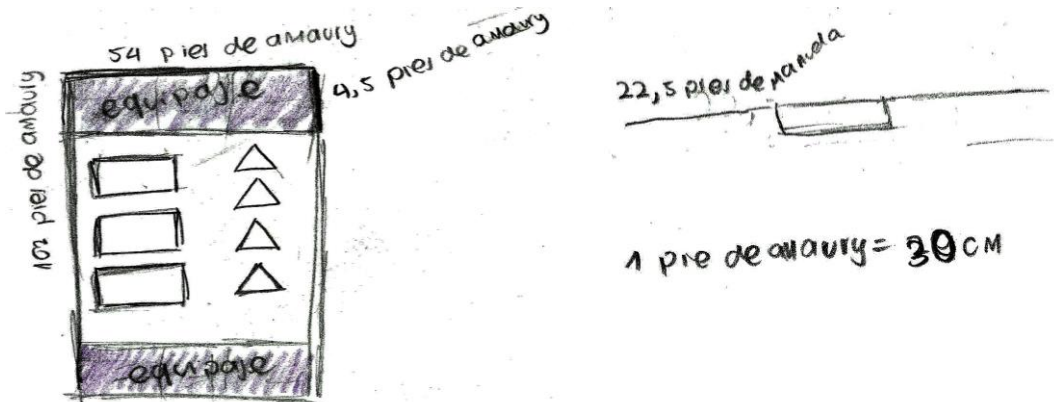
Medida largo de afuera } esto no  
 medida del ancho " "  
 medida largo de adentro }  
 " ancho " "

Eq5.CCB.E1<sup>3</sup> Anexo 6

Con lo anterior, se percibe el aprendizaje por descubrimiento, generando a la vez las dificultades que se van presentando durante el análisis y la reflexión de la resolución del problema a partir de las representaciones gráficas, y a partir de los errores e hipótesis inferidos por ellos para identificar inicialmente el problema en busca de una respuesta, ya que tener errores los lleva a nuevas conjeturas y por ende a nuevos descubrimientos, porque hay que tener en cuenta que el docente no debe dar solución, para fomentar una productividad cognoscitiva, además se valieron del razonamiento empírico para estructurar los conceptos y los procedimientos necesarios en este tipo de aprendizajes como fue el caso de las medidas arbitrarias, las cuales asumió Eq5.CCB.E2, con el pie como un patrón de medida para hallar las magnitudes correspondientes; es decir:

---

<sup>3</sup> Los estudiantes exploran y tantean con prueba error en busca de la solución del problema



Eq5.CCB.E2<sup>4</sup> Anexo 6

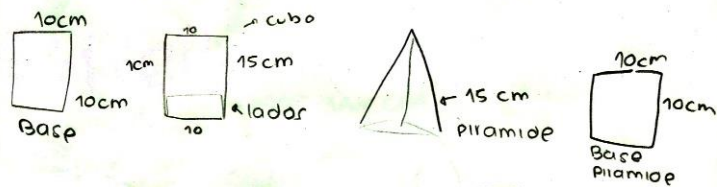
La importancia de medir con unidades no convencionales, es buscando que los estudiantes indaguen y descubran otras alternativas utilizando diferentes instrumentos para compararlos y hacer estimaciones con magnitudes de medida de longitud. Las medidas arbitrarias, fueron tomadas con la medida del pie de un integrante del equipo (Eq5.CCB.E2) y luego con una regla, medir el pie en centímetros; con ello se busca fomentar el empirismo, en cuanto a unidades de medida.

#### 9.2.1.1.1. Potencializar el desarrollo cognitivo:

El desarrollo cognitivo, desde la atención, la imaginación, la memoria, el pensamiento y la percepción son generados por la habilidad que adquiere el estudiante al construir un todo desde las partes, incluso estimulando su pensamiento simbólico y su pensamiento lógico tal como se puede considerar en la siguiente evidencia, la cual es tomada de la actividad de los faroles y las estrellas, correspondiente al equipo No. 6:

<sup>4</sup> Los estudiantes utilizan los pies de patrón como herramienta de medida de longitud

- Construimos los Faroles con una piramide el techo o sea la ultima parte y los lados de la piramide mide 15cm y la base de la piramide de 10cm.  
 los lados del rectangulo que es el cuerpo mide 15cm y la base 10cm x 10cm.



Eq6. Es y Fa. E1<sup>5</sup> Anexo 6

Este equipo de trabajo al que se hace referencia, realizan las representaciones gráficas de las caras, como aplicación de nuevas estrategias cognitivas, es decir, de los estímulos externos, utilizando las representaciones mentales que los alumnos ya tienen en su memoria, para potencializar su aprendizaje como herramienta pertinente ante el descubrimiento de la construcción partiendo de un todo, que es lo que se desea obtener.

**1. Fotografías N°. 1 a) Construcción de la representación mental del prisma recto, el cuerpo del farol. b) materialización de la representación mental**



Foto 1 a)



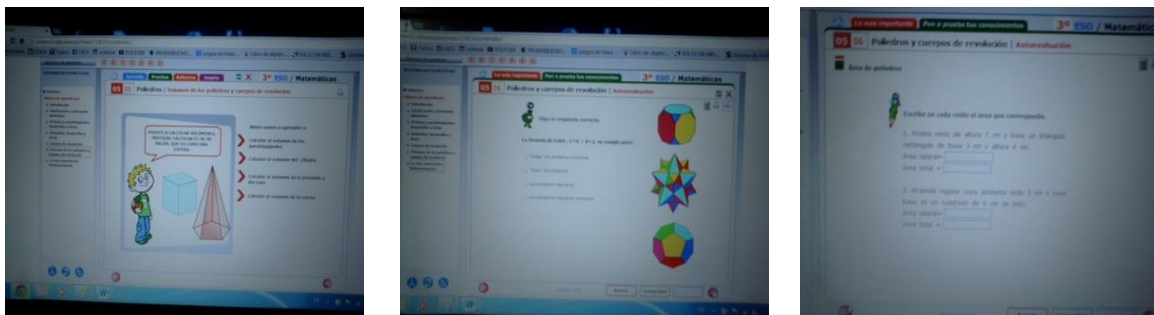
Foto 1 b)

De la misma manera, en la guía N°. 2 (Fotografías N°. 2), donde la propuesta es la plataforma virtual, se observa la atención, relacionando la curiosidad y la investigación, y la

<sup>5</sup> Representaciones mentales de los lados de la pirámide y del prisma recto

percepción, buscando incrementar las potencialidades intelectivas, reconociendo, indagando y utilizando las herramientas de los sentidos; este proceso conlleva a comprometer al estudiante de forma activa y que construyan su propio aprendizaje, organizando y clasificando la información para facilitar la retención del conocimiento

## 2. Fotografías N°. 2 Algunas de las actividades de la plataforma virtual



Igualmente, se tiene en cuenta las orientaciones dirigidas por el docente, quien debe dominar nuevas corrientes pedagógicas permitiendo fortalecer los procesos cognitivos básicos, ya que el educando podrá desarrollar sus habilidades y competencias; además el docente, debe hacer un acompañamiento constante y transmitir nuevos conceptos, para así, transformar el aprendizaje; como lo muestra la siguiente evidencia, que representa la socialización de la plataforma virtual, donde se presentó una dificultad con el internet y se aclararon las dudas que tuvieron al respecto, pues se les entregó la guía por escrito; sin embargo, resultó bastante enriquecedora la sesión, pues se generaron las siguientes discusiones acerca de los sólidos; La dinámica consistía en responder y justificar la respuesta con argumentos: **“En todo poliedro, las caras son siempre iguales”**, los que afirmaban que era verdadero, debían defender su respuesta, ante los que afirmaban que era falso y viceversa.

S.Pv.E.1: *“yo digo que es falso porque hay poliedros regulares e irregulares”*

S.Pv.E.2: *“pero mire el ejemplo que ella nos mostró el lunes, que eran de hexaedros y que tenían las aristas iguales en un lado y en el otro lado”*

S.Pv.E.3: *“ese sería regular, pero hay otros que son irregulares y no tienen las caras iguales, por ejemplo usted puede tener: las dos de acá son iguales pero estas dos de acá no, por eso la respuesta es falsa”* (Foto N°. 7 b)) (Ver Anexo 5)

**3. Fotografías N°. 3 a) Acompañamiento del docente. b) Socialización “En todo poliedro, las caras son siempre iguales” de la actividad de la Plataforma virtual**



Foto N°. 3 a)



Foto N°. 3 b)

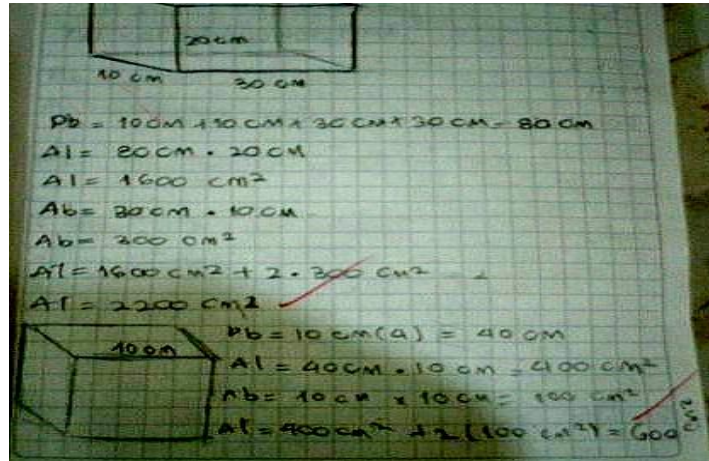
En tanto, la S.Pv.E.1 pone sobre la mesa, que es falso porque existen dos tipos de poliedros y expone los dos conceptos: cuerpos regulares e irregulares, la S.Pv.E.2, le refuta infiriendo que la respuesta es verdadera, sin embargo la argumenta con un error de las aristas, esto hace que la S.Pv.E.3, le aclare que está refiriéndose a un cuerpo regular, pero que en el caso de los irregulares la estudiante gestiona con sus manos la forma de un prisma rectangular, el cual tiene dos caras cuadradas y cuatro caras rectangulares las caras no tienen que ser iguales y aún así ser un poliedro; la socialización anterior, se puede ver en el video <http://youtu.be/k38ecRgMrb0>

Con lo anterior, se tiene que a partir de las partes, los alumnos descubren una solución a una situación problema, tomando tanto los conocimientos previos con respecto a áreas y perímetros como los nuevos, concernientes a los sólidos; desarrollando así el pensamiento lógico, tras reflexionar y analizar la información de contenidos relacionados con la forma, el espacio y la medida, de los sólidos.

De allí, que los resultados del KPSI final, muestra que el porcentaje disminuye en comparación con el KPSI inicial, ya que da cuenta que los estudiantes asimilaron el tema a partir de la intervención de la Unidad Didáctica, como se observa entre los resultados de las tablas N°.1 y N°.3, la primera afirmación “*Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones, largo, alto y ancho*”, en el cual un 33,3% de los estudiantes marcaron no saber el tema y al final de la Unidad Didáctica disminuye en un 2,8% (Ver anexo 8)

No obstante, para afianzar el tema de los sólidos, se les pidió el desarrollo de los procedimientos en sus cuadernos para evidenciar que las respuestas no fueron realizadas de forma rápida sin interiorizar los conceptos trabajados en clase, sino que se comprueba que el estudiante toma los conocimientos previos y nuevos para descubrir las soluciones de las diferentes situaciones problema; en el caso de enunciados que ameriten procedimiento, como lo muestran las evidencias.





TE. Vol. Pv. E1

De lo anterior se infiere que los estudiantes tienen la disposición para comprobar con los procedimientos pertinentes para la comprensión y solución de las situaciones problema, la relación entre los medios y el fin (Ausubel et al. 1983) como base para el descubrimiento.

### 9.2.1.2. Subcategoría: Organizar

En el aprendizaje por descubrimiento, la organización de los datos entregados en un enunciado, son el inicio de la interpretación que se debe dar de manera anticipada a la concepción, al procedimiento racional y matemático del mismo, pues, esto muestra que existe una planificación que puede ser significativa para la construcción de un proceso coherente, secuencializado y debidamente estructurado.

#### 9.2.1.2.1. Indicador: Organizar los elementos del problema.

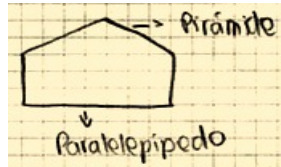
En el desarrollo de las diferentes actividades de la unidad didáctica, se revela que los estudiantes, organizan los datos, teniendo en cuenta qué datos da el enunciado y qué datos se requieren para la solución, estructurando e interpretando tanto las cantidades como los gráficos que les permiten tomar un marco de referencia para descubrir su solución.

Ejemplo de lo anterior, es la actividad que realizó el equipo 4, en la cual construyeron el salón de clase con pitillos. En la evidencia se vé como estructuran la organización de los elementos, relacionando los conocimientos previos con las ideas fundamentales de los conocimientos nuevos de los sólidos; es pertinente, analizarla paso a paso:

Handwritten text on lined paper: "Empezaremos nuestro trabajo midiendo el salón, y así poder saber cuanto mide los 2 sólidos (techo - Piramide) (salón - ortoedro - 10)"

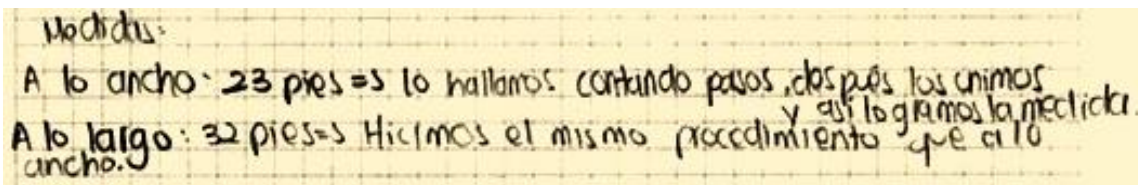
Eq4.SC.E1

Teniendo en cuenta la Teoría de Bruner (1988), con respecto al desarrollo cognitivo, donde se refiere a las etapas activa, icónica y simbólica, mencionadas en el marco teórico de esta investigación, obsérvese que hay una planificación de Eq4.SC.E1 de la situación problema, con lo cual, se logra que a partir de esquemas puedan visualizar y asociar las representaciones gráficas de Eq4.SC.E1 y la interpretación simbólica de una pirámide (techo) y un paralelepípedo (salón) con diversas situaciones o con determinados objetos de su entorno, para facilitar una estructura ordenada y una interpretación para descubrir su solución.



Eq4.SC.E1

Ahora bien, el grupo como percibe la representación mental, como un gráfico compuesto de figuras planas, un triángulo y un rectángulo, llamándolos pirámide y paralelepípedo, respectivamente, lo que indica Eq4.SC.E1, es que proclama sus conocimientos previos y los utiliza dentro de la organización de su esquema de solución. De la misma manera, y como secuencia de su proceso, los estudiantes utilizan los pies como patrón de medida, haciendo uso de las medidas o unidades arbitrarias, mencionado anteriormente, las cuales luego hacen las correspondientes conversiones en centímetros como lo evidencia el mismo Eq4.SC.E1



Eq4.SC.E1

Dentro de la organización de los elementos del procedimiento, se incluye como procedimiento los cálculos necesarios para producir conocimiento, como en el caso de la siguiente evidencia, conversiones de pies a centímetros y de centímetros a metros del mismo Eq4.SC.E1

Ahora se convierten los pies en centímetros y después a metros, para convertir de pies a centímetros multiplicando cuanto mide el pie con una regla y después convertido en metros con la fórmula:  $\frac{1m}{100cm}$

$$23 \text{ pies} \times \frac{24cm}{1 \text{ pies}} = 552cm \times \frac{1m}{100cm} = 5,52m \approx 6m$$

**ANCHO**

lo aproximamos para poder sacar la medida en los platos.

$$23 \text{ pies} \times \frac{24cm}{1 \text{ pies}} = 552cm \times \frac{1m}{100cm} = 5,52m \approx 6m$$

Se aproxima para sacar

Eq4.SC.E1

Finalmente, el equipo 4 luego de organizar los elementos fundamentales de su situación problema, trae a sus memorias sus representaciones mentales para sellar la secuencia de hechos y ver que el estudiante, procede a la experiencia, como lo evidencia la Fotografía N°. 13, para así descubrir conocimiento y desarrollar la habilidad de solucionar situaciones problema.

**4. Fotografía N°. 4 Representación de la propia experiencia**



Consecuentes con lo anterior, se evidencia la selección y transformación de los datos lo que antecedente a la toma de decisiones, construyendo hipótesis y llegando así al aprendizaje por descubrimiento desde la representación de hechos reales con material concreto (Ver Fotografía N°.4)

### **9.2.1.3. Subcategoría: Resolver situaciones problema**

Bruner (1961), define el aprendizaje como el proceso que permite que un estudiante tenga la habilidad para resolver situaciones problema por medio de estrategias adecuadas y aplicables, resalta y dá importancia al significado de las cosas desde la percepción del individuo, participando de manera directa, manipulando la información y por qué no los hechos, ya sea observando o experimentando para dar una interpretación y desarrollar la capacidad de solucionar los problemas; de allí se genera un descubrimiento creativo.

#### **9.2.1.3.1. Indicador: Construcción de un proceso creativo:**

Partiendo de la idea de explorar en los alumnos una perspectiva proactiva, es decir, que tengan iniciativa en el desarrollo de acciones creativas que proyecten nuevas alternativas, buscando que por medio de situaciones problema interactúe con su ambiente para que el aprendizaje sea de manera significativa confeccionando experiencias didácticas, es decir, apropiarse para lograr la resolución de problemas. En el caso de la actividad de la piscina, las evidencias muestran al Eq2.Pisc.E1 generando una situación, a través del estudio de las diferentes variables que pueden surgir en el proceso de la búsqueda de la solución:

**CONSTRUCCIÓN PISCINA**

\*Observamos varios lugares como el patio # 2 ya que estaba al lado de los baños, pero como está al lado de salones habría mucho distracción, otro lugar fue al lado del parquesito pero igualmente los salones se distraerían y hay varios árboles y sería un costo mayor, mas hacer los baños y se gastaría más dinero del necesario y habría que cubrir, con un acrílico o otro tipo de material para no tener mas problemas de distracción, y pensamos después al lado de la portería de Bachillerato, por que hay un espacio mas grande y aunque toque talar algunos árboles, si hay algún accidente sería mas fácil salir si hay problemas y habría mas espacio para los baños con ducha, pero nosotros llegamos a la conclusión que es mejor en la manga que hay al lado del parquesito ya que su tierra es plana y la dela portería no, así que nos quedaría mejor en este lugar y no está ni tan lejos ni tan cerca de la puerta.

#### Eq2.Pisc.E1

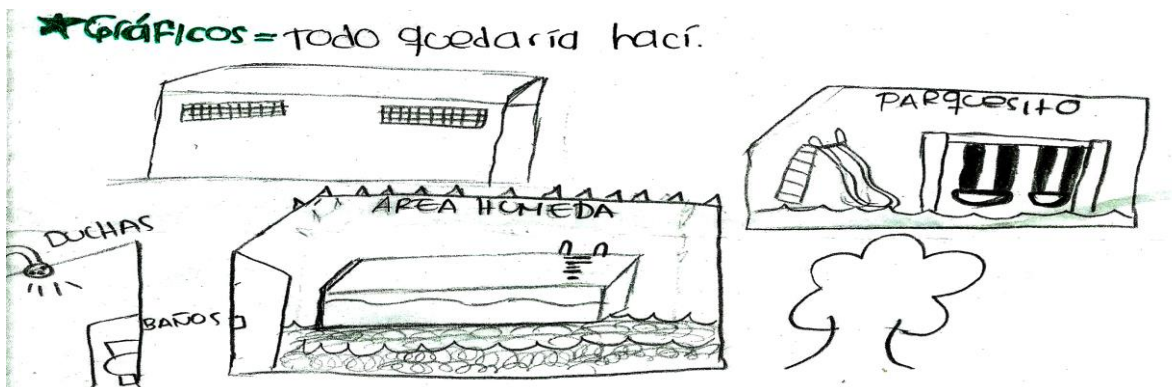
La anterior evidencia, permitió ver a los estudiantes involucrados en una situación real para realizar una construcción de un proceso creativo; , además en el aprendizaje por descubrimiento es esencial que el docente genere una propuesta, donde los estudiantes consideren la situación problema como real, de ésta forma se les hace el debido acompañamiento, en cuanto al sólido que pretendían construir (**Fotografía N°. 5**).

#### **5. Fotografía N°. 5 Acompañamiento del docente en la actividad de la piscina**



Teniendo en cuenta que todos los enunciados de la Guía N°.3 estuvieron propuestos de manera real para que los estudiantes fueran más activos y creativos, en el caso del Equipo N°.2 se les comparte una situación problema mostrando que sus propuestas pueden dar solución a una preocupación donde inicialmente se les dice que “*El rector de la Institución desea hacer una piscina, pero no sabe qué forma y qué medidas darle...*”; se evidencia que Eq2.Pisc.E1 se apropia de la situación y estudia las posibilidades después de una búsqueda exhaustiva en la planta física para ver dónde y cómo se debe construir la piscina; inclusive, el equipo tiene en cuenta que al construirla en el patio 2 distraería los alumnos que están en clase en los salones contiguos al patio, además de lo costoso que podría ser si se hace en el parquecito recreativo y las salidas más próximas por si ocurriera un accidente.

De esta manera, los alumnos interactúan con el ambiente y con el contexto de su formación como lo revela Eq2.Pisc.E2, mostrando que a través del descubrimiento evidenciado en situaciones problema, se llega al conocimiento y de esta manera llegar a la solución de la situación problema correspondiente a este equipo 2, quienes desde la cotidianidad, evidencian su percepción de manera creativa:



Eq2.Pisc.E2

En la evidencia se observa que el aprendizaje por descubrimiento les permite tener la habilidad de resolver situaciones problema por medio de estrategias adecuadas y aplicables, ya que éstas son la exploración o búsqueda de datos, la selección de la información, la generación de proposiciones, la toma de decisiones, la verificación de las hipótesis planteadas; así mismo, son aplicables ya que el estudiante adquiere la habilidad de razonar de manera lógica y le permite solucionar situaciones problema, como se evidencia en el siguiente video, nombrado como: GRABACIÓN EXPO-0001 PISCINA

<https://www.youtube.com/watch?v=Rg3sSZJiKA8> (Ver anexo \_\_\_\_\_)

**Expo.Pisc.1.** *Nosotros primero que todo analizamos varios lugares*

**Expo.Pisc.2.** *Nosotros empezamos a pensar en hacerlo en el patio...pero...pues...porque tiene ya los baños y queda más fácil hacerlo pero pensamos también que...*

**Docente:** ¿Ustedes qué tenían que construir?

**Expo.Pisc.2.** *Una piscina. Entonces, hay mucha distracción porque queda cerca de los salones entonces más bien nos fuimos...para allí...para el bosque a ver si allá quedaba mejor...pero decidimos...que mejor allá, no...porque la superficie es como en bajada, entonces nos queda muy duro y es más trabajo...así que fuimos allí...al del parqucito y allí fue perfecto*

En la exposición como evidencia, se muestra la creatividad con que realizan el análisis de la situación problema, cómo estudian cada lugar, el por qué no lo consideran adecuado, hasta realizan casi un estudio de suelos, para tomar una decisión, considerada por el grupo la más pertinente

### **9.2.2. Categoría: Las Motivaciones Intrínseca y Extrínseca**



La motivación da cuenta de la disposición que incentiva a conseguir una satisfacción manteniendo una expectativa en el desarrollo cognitivo; y es probable que sea una mezcla de factores internos y externos, según Bruner (1915), debido al empuje derivado por la estimulación que da cuenta de la necesidad del individuo por alcanzar sus logros.

Del mismo modo, en el caso de los alumnos es menester activar y mantener su interés aunque inicialmente sea movido por medio del reconocimiento externo con el fin de valorar sus esfuerzos, ya sea divulgando en público sus aciertos o una motivación derivada de una nota. De esta manera fue necesaria la motivación extrínseca para empezar las actividades de la unidad didáctica y en general para el aprendizaje; por lo cual el docente debe despertar la iniciativa personal, buscando que el estudiante de una significación a los que realiza independiente de aspectos exteriores, lo que puede ser menos complejo, pues los alumnos tienen un motivo innato de curiosidad.

Al respecto Bruner (1961) recomienda que inicialmente se recurra a la motivación extrínseca, pero que sea en todos los casos; es decir, lo que interesa es que el estudiante genere una motivación interior que lo incentive de manera individual y asuma autonomía para perseguir y conseguir sus propias metas.

#### **9.2.2.1. Subcategoría: Actitud Positiva**

Teniendo en cuenta que el alumno es un individuo activo en el aprendizaje, éste debe ser significativo, para que su actitud sea favorable, como lo evidencia la respuesta del **Ent.2.Sol.3** de la entrevista:

**Ent.2.Sol.3:** *“Sí, porque no es la típica manera aburrida, esta manera, con este material es algo nuevo y creativo”*

De allí, que la motivación esté implícita en su respuesta, pues el material concreto es una herramienta que permite enfocar su atención y retener información, estimulando la observación y la experimentación, en este caso se utilizaron los pitillos y los ganchos clips.

Por consiguiente, los materiales fueron novedosos para los estudiantes, también las otras actividades cobraron su actitud positiva, como la plataforma virtual de la guía 2 y los enunciados de la resolución de problemas de la guía 3, poniendo a los estudiantes en situaciones reales, esto mostró ser muy positivo como lo evidencia el estudiante **Ent.2.Sol.5** de la entrevista:

**Ent.2.Sol.5:** *“Sí, porque son actividades muy buenas, porque son didácticas y uno así se motiva más a hacer las cosas”*

#### **9.2.2.1.1. Indicador: Satisfacción por el Descubrimiento Empírico:**

La motivación tiene mucho que ver con la personalidad del individuo y con sus necesidades, por tanto, elige y organiza su información de acuerdo al interés que tenga en su aprendizaje

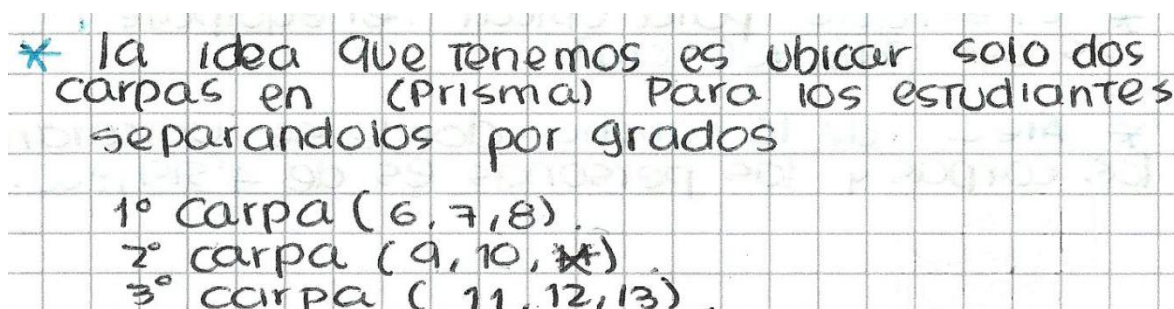
Así mismo, se refleja en la respuesta de la pregunta 2 de la entrevista, que el aprendizaje para el alumno E6 es significativo y representa un reto:

**Ent.2.Sol.6:** *“No me generaron tanto interés, pero sí me generaron ganas de competir, de demostrar que mis argumentos para hacer una piscina son los mejores y que tengo mucha lógica”*

A partir de los conocimientos adquiridos por sus descubrimientos durante la resolución de situaciones problema, el estudiante activa su motivación interior hacia el aprendizaje para marcarse un objetivo y subrayar que no serían mediocres, sino todo lo contrario, él se auto-evalúa de manera positiva, como si se tratara de una recompensa, y

retándose hacia una experiencia real en un futuro lo que fortalece su pensamiento espacial, si se le llegara a presentar una situación similar.

Ahora bien, el empirismo está presente en las actividades pero es Eq5.CCB.E3, quién dá realce a su interpretación como lo muestra la siguiente evidencia, donde los alumnos del grupo 5 deben situar un número de carpas en la cancha de baloncesto para que profesores y alumnos puedan disfrutar de un evento en lo cual ellos de manera original les surge la idea de clasificar y organizar las carpas por grupos, como se muestra en la evidencia



\* La idea que tenemos es ubicar solo dos carpas en (Prisma) Para los estudiantes separandolos por grados

1° carpa (6, 7, 8).

2° carpa (9, 10, 11)

3° carpa (11, 12, 13)

Eq5.CCB.E3

### 9.2.2.2. Subcategoría: Deseo de Aprender

Es necesario generar un ambiente propicio para despertar el deseo de aprender en los estudiantes, creando espacios y situaciones que permitan desarrollar el pensamiento espacial, la creatividad, la investigación, el análisis y la reflexión, entre otros, para que intervenga la motivación, el interés, el trabajo en equipo, la comunicación, el discurso y así el proceso de aprendizaje arrojar resultados óptimos.

No sólo por la motivación de una nota sino por el descubrimiento empírico que el alumno consiga de manera autónoma buscando una superación personal y un crecimiento

intelectual como lo evidencian **Ent.2.Sol.14** y **Ent.3.Sol.17**, en sus comentarios, respectivamente:

**Ent.2.Sol.14:** *“Claro que sí, porque cuando, usted profesora, empezó el volumen de los sólidos, ese tema para mí era nuevo porque no sabía nada sobre los sólidos, entonces en mi casa, investigué un poco más y averigüé, para aprender más del tema”*

**Ent.3.Sol.17:** *“Sí, podría aplicarlo otra vez, porque entendí y lo volvería hacer para seguir aprendiendo”*

Con lo anterior, se denota el entusiasmo y la satisfacción a la hora de producir conocimiento, pues las actividades de la unidad didáctica de esta investigación estuvo inmersa en la variación teniendo las tic, trabajo de campo, teoría, ejercicios, dando dinamismo al tema de los sólidos y permitiéndoles autonomía, creatividad, experiencias reales, que sean críticos, propositivos e investigativos; por tanto, se genera un deseo de ir más allá de la información que les ha sido suministrada para construir y descubrir sus propios caminos hacia la disciplina que deseen seguir.

Lo anterior muestra la motivación intrínseca de Bruner (1961), pues se evidencia en el estudiante el deseo por formarse y producir conocimiento, dando cuenta que si el estudiante se forja su propia estimulación interior, puede lograr sus metas.

#### **9.2.2.2.1. Indicador: Iniciativa para Adquirir Conocimiento:**

Se debe desarrollar la capacidad de transformar tanto las ideas como las acciones, utilizando la creatividad e innovación para planear y gestionar un objetivo o proyecto.

Con la estrategia metodológica de la unidad didáctica de esta investigación, las actividades transformaron las clases teóricas en más dinámicas y sitúan al estudiante en la iniciativa de adquirir y producir conocimiento. Aunque el tema de los sólidos para los estudiantes de noveno grado fue nuevo, la motivación y su interés por aprender permitieron la utilización de las representaciones mentales con las que cuentan en su entorno, sirviendo como herramienta de una experiencia real, para luego utilizarlo en el momento que se enfrente una situación problema, como ocurre en la siguiente evidencia del Eq5.CCB.E1

Muestro equipo en esta investigación geométrica nos dimos cuenta que en todo lugar hay sólidos sea desde un salón de clase, una iglesia, un carro, o cualquier otro elemento de la vida cotidiana.

Descubrimos la importancia que tienen los sólidos pues estamos rodeados de ellos.

#### Eq5.CCB.E1

Así mismo, en la siguiente evidencia, donde **Ent.2.Sol.18**, tomando la iniciativa de descubrir cómo hacer otros sólidos, ya que adquieren el conocimiento de comparar y asimilar la información teórica, la resolución de situaciones problema con su entorno, analizando sus formas con las representaciones geométricas.

**Ent.2.Sol.18:** *“Sí, porque me pareció divertido y entretenido hacer el trabajo con pitillos, y descubrimos por nosotros mismos cómo hacer las figuras”*

Según se ha citado, se infiere la participación activa de los estudiantes en las diferentes actividades, mostrando iniciativa para construir y descubrir otros retos que han de alcanzar y que las representaciones mentales que se han formado en esta Unidad

Didáctica, sirvan como base mediadora para prepararlos a otras situaciones problema, este es uno de los fundamentos del aprendizaje por descubrimiento, el contacto directo con la realidad.

De la misma manera, **Ent.4.Sol.11**, con dos conceptos bastante trascendentales con respecto a la iniciativa para adquirir conocimiento “arriesgarme” y “método” puesto que denota autonomía, motivación, conocimientos previos y deseos de aprender; Esto lo llevará a crear su propio método, ya que para él fue significativo el aprendizaje como para emprender un proyecto

**Ent.4.Sol.11:** *“Sí, sería capaz de arriesgarme para iniciar una construcción porque ya sé cómo son los métodos y qué se debe de hacer para comenzar a construir”*

Es evidente entonces que en los comentarios anteriores se hace presente la iniciativa para adquirir conocimiento, luego de haberlos puesto en situaciones reales como se referencia en el marco teórico de esta investigación con respecto a la “Lección estructurada de descubrimiento inductivo” Bruner (1915), siendo uno de los dos tipos de lecciones para conseguir el descubrimiento inductivo; es decir, el estudiante tiene la habilidad de construir conceptos propios y descriptivos, generando autonomía en la organización y elección de datos, conocimientos o cualquier tipo de información.)

De la misma manera, el estudiante trabaja de manera libre, sólo con la orientación del docente, adquiriendo así la habilidad tanto de investigar, describir con argumentos, y de formar conceptos propios como de clasificar la información y aumentar sus conocimientos de manera significativa.

### **9.2.3. El Aprendizaje y la Heurística del Descubrimiento**

Según la teoría del descubrimiento de Bruner (1915), ésta es otra de las ventajas para estimular el pensamiento simbólico y la creatividad del individuo en la búsqueda de la resolución de problemas.

De allí, que para Bruner (1915), tome importancia la heurística pues su base es ayudar en el aprendizaje a descubrir la solución ya sea por medio de la reflexión, de la interpretación, de las prácticas, etc., como estrategia, alternativa o método que se utilice para hallar dicha solución

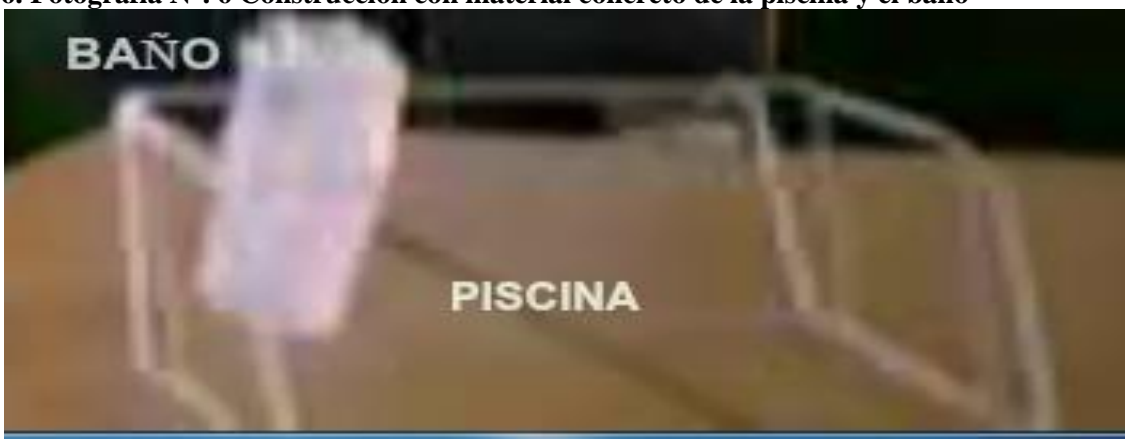
#### **9.2.3.1. Subcategoría: Procesos Propositivos**

Como conjunto de procesos propositivos para la solución de problemas, desde el análisis, la investigación, la experimentación, etc., resulta oportuno que en la implementación de la Unidad Didáctica de esta investigación los enunciados de la guía 3 en su totalidad, son propuestas reales y sugestivas; dan cuenta de que el estudiante está participando de manera activa en las diferentes actividades, desarrollando habilidades para analizar, organizar y seleccionar la información, permitiéndole tener la autonomía, los argumentos y el criterio de proponer, como se menciona en el marco teórico, desde Piaget dando importancia a la interacción sujeto-objeto, llámese el objeto, las situaciones que se le pueden presentar al estudiante en la cotidianidad donde está expuesto a toparse con un mundo lleno de figuras sólidas y desde ese entorno, relacionarlo con el conocimiento.

##### **9.2.3.1.1. Indicador: Proponer la Solución de Situaciones Problema**

Aunque el tema de los sólidos es algo complejo para los alumnos de noveno grado se les evidencia que son propositivos tanto en la búsqueda de soluciones como en la de hallar la manera de construir los sólidos con pitillos, como es el caso del grupo que construyó la piscina, quienes exponen su proyecto de la siguiente manera: *“Analizamos varios lugares...bueno, nosotros pensamos hacerlo en el patio, porque quedaba más fácil de hacer, pero pensamos también, construir la piscina en otro lado... porque quedaba cerca de los salones...por eso es mejor hacerlo en el parquecito...porque es más recreativo...como para los niños, hay más aire libre... y pensamos poner una rejita para prevenir cualquier accidente”*. Esta exposición se puede ver como evidencia en los videos: <http://youtu.be/Rg3sSZjKA8> y la continuación <http://youtu.be/MdP9YrVYggM>

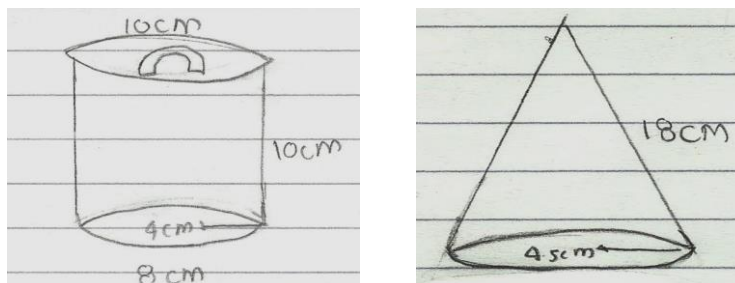
#### **6. Fotografía N°. 6 Construcción con material concreto de la piscina y el baño**



En consecuencia, el grupo propone un mejor lugar para la construcción de la piscina, después de buscar e indagar por la planta física los aspectos favorables y los no favorables para dicha propuesta. Aunque, manifiestan la dificultad para construir el baño con los pitillos muestran tener claro la contextualización de la situación problema que inicialmente se les indica.



De la misma manera, el Eq1. Go y Re. E1, proponen ideas e interpretan la propuesta del enunciado con representaciones gráficas, para evidenciar lo siguiente:



Eq1. Go y Re. E1

Para poder construir los conos, nosotros empezamos a dar ideas y decidimos primero dibujarlo en una hoja de papel. y así poder construir el molde que nos ayudaría a hacer todos los conos en la cartulina.

Eq1. Go y Re. E1

Como se puede observar en la anterior evidencia, Eq1. Go y Re. E1, los estudiantes sugieren una planeación de cómo iniciar el procedimiento para realizar los gorros y los recipientes, con el fin de calcular la cantidad de cartulina que deben utilizar y no gastar más de lo necesario, por ende recurren a organizar las ideas para luego realizar los patrones en hojas de papel, pues el aprendizaje por descubrimiento facilita la aplicación de los conocimientos previos y nuevos, permitiéndoles manipular material concreto para obtener una propuesta dinámica y activa, y promover los procesos investigativos para que analicen o transformen la información nueva que están adquiriendo siendo significativo para un

desarrollo cognitivo y ayude a realizar un proceso pleno de propuestas, como lo muestra la **Fotografía N°. 7**, y se evidencia en la exposición: [http://youtu.be/5cOJuSj\\_UnI](http://youtu.be/5cOJuSj_UnI) , <http://youtu.be/pl3EFLS5FGQ>

### 7. Fotografía N°. 7 Construcción de gorros y recipientes de basura



#### 9.2.3.2. Subcategoría: Reflexión

En el caso del equipo 3 de la guía N°. 3, donde la propuesta es: “*En honor al Mundial 2014, realiza con pitillos y clips, un sólido, similar al balón de fútbol (icosaedro truncado), con 12 pentágonos y 20 hexágonos. Debes hallar el número de aristas y el número de vértices*”; pues bien, el grupo, encontró las siguientes dudas:

Eq3.BF.E1: “*Para armar el icosaedro truncado tuvimos muchas complicaciones, no encontrábamos la manera de cómo unir tantos pentágonos...*”

No encontrábamos la manera de unir tantos pentágonos.  
12 pentágonos y 20 hexágonos  
→ Para armar un icosaedro truncado tuvimos muchas complicaciones, pero investigamos por internet cómo armar el balón de fútbol y ya nos salió

Eq3.BF.E1

De allí que se vea materializada la investigación realizada por los estudiantes del equipo 3 desplegando sus destrezas manipulativas y muestran cómo se apropiaron de la interpretación del concepto, cómo manejaron las variables, errores y dificultades, dando cuenta del aprendizaje y la heurística del descubrimiento Bruner (1961), el cual hace parte del marco teórico de esta investigación, donde se infiere que los estudiantes han generado un pensamiento divergente; es decir, que los integrantes de este grupo buscaron otras alternativas o posibilidades creativas y deferentes para solucionar la dificultad de no saber cómo unir los pentágonos.

Lo anterior teniendo en cuenta que en el aprendizaje por descubrimiento la heurística abarca aprender por descubrimiento, lo que se tuvo en cuenta en esta actividad, fue orientar al estudiante en una situación inicialmente desconocida pero investigable y en efecto, el grupo asume el reto de interesarse o apropiarse de la situación que les corresponde y de esta manera reflexionar convirtiéndose en críticos de forma individual y/o grupal para afrontar situaciones problema relacionados con la vida cotidiana

#### **9.2.3.2.1. Indicador: Indagar Sobre la Solución de Situaciones Problema**

Después de que el estudiante tuvo la información organizada, examinó qué conceptos investigar como es el caso del equipo 3, como lo muestran en la evidencia Eq3.BF.E1. Los datos que inicialmente se dan en el enunciado es que el icosaedro truncado está formado por 12 pentágonos y 20 hexágonos, sin embargo, indagaron en un principio qué es un icosaedro truncado (ver Eq3.BF.E2), para hallar cuántas aristas y cuántos vértices tiene, y de esta manera proceder a cortar los pitillos (ver Fotografía N°. 8) y luego proceder a descubrir cómo construirlo.

**ICOSAEDRO**

20 caras triangulares regulares donde en 5 de sus 12 vértices se recortan 5 caras, si se **TRUNCA** con 12 planos de manera que **Cortar** en cada vértice se pueda formar una pirámide de base pentagonal ya el icosaedro no tendrá sus caras triangulares sino que tendrá 12 caras pentagonales alternadas con caras hexagonales.

Eq3.BF.E2



**8. Fotografía N°. 8 Cortar el número de aristas que tiene un icosaedro truncado o balón de fútbol**

Teniendo en cuenta la evidencia anterior, se muestra que la investigación generó un pensamiento crítico y creativo y potencializó el conocimiento poniendo al descubierto un desarrollo cognitivo y una destreza de producir nuevas ideas, ratificando y dando validez a las que se tienen. Por las consideraciones anteriores, la actividad de construir el icosaedro truncado impulsó al grupo a ser autodidacta e indagar sobre los conceptos que desconocían de la situación problema, y a retomar los previos, como en la siguiente evidencia del Eq3.BF.E2:

\* El balón es un poliedro irregular  
 ↳ Los caras no son todas iguales  
 \* Tiene caras planas, que son polígonos regulares  
 Ej: pentágonos - hexágonos

Eq3.BF.E2

Desde el marco teórico de esta investigación, se refleja que el estudiante adquirió la destreza de procesar y traducir la información en su forma de enfrentar los problemas, aceptando el compromiso, de realizar con material concreto, el sólido que daba forma a un balón de fútbol. Es evidente entonces, y a propósito del numeral 2 de este análisis, que para ellos indagar se vieron impulsados por una motivación intrínseca, pues el resultado final de esta construcción reflejó la satisfacción del grupo al ver finalizado con éxito el balón de fútbol o icosaedro truncado, lo cual los conduce a conseguir su objetivo como se evidencia en las siguientes fotos, donde reflexionan e indagan y donde está terminado el balón.

→ Cada arista une dos lados de un polígono  
 entonces no serían 180 aristas en total  
 $180 \div 2 = 90$  aristas

Después para saber las aristas:  
 20 hexág y 12 pentágonos  
 $20 \times 6 = 120$  aristas + 12 pentágonos  
 pero 1 pentágono tiene 5 aristas  
 Entonces  $12 \times 5 = 60$  aristas  
 Total de ARISTAS DEL BALÓN =  $120 + 60 = 180$  aristas

Eq3.BF.E2



### **9. Fotografía N°. 9 El icosaedro truncado toma su forma de balón de fútbol**

En síntesis, y de acuerdo con los razonamientos que se han venido realizando en esta categoría, tanto la reflexión como la indagación están presentes en las evidencias logradas por Eq3.BF.E2 y en general por la participación de todo el equipo 3, a partir del aprendizaje por descubrimiento. En este mismo sentido, se ha mostrado que los estudiantes a pesar de encontrar complejidad en la resolución del problema, visionaron el proceso por el camino de la reflexión, organización e indagación para analizar varios aspectos de la situación problema, como por ejemplo: qué información se le está dando?, cómo la organiza?, cuál elije?, de qué forma puede darle solución?, cuáles son las diferentes alternativas para hallarla?, en el caso de ser compleja, evaluar los errores y los aciertos; todo lo anterior, se hace necesario para que visualice una solución viable (ver fotografía N°. 9)

#### **9.2.4. Categoría: La Memoria**

Con el aprendizaje por descubrimiento el estudiante adquiere la habilidad de retener con mayor facilidad, la información (Bruner, 1961), relacionando la acción y el aprendizaje y teniendo una experiencia o una representación de ella, con lo cual se

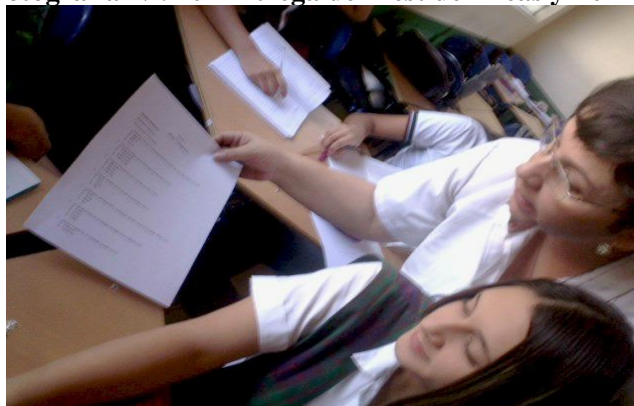
almacena y se memoriza el conocimiento, estructurando un proceso cognitivo, es decir, la atención, la percepción y la memoria.

Haciendo que el aprendizaje sea representativo o significativo, el alumno conservará el conocimiento que lo utilizará como herramienta para la solución de problemas. De allí, que tengan importancia los conocimientos previos, pues es el registro de la información con la que cuenta el individuo, más específicamente el estudiante que es quien nos interesa en esta investigación.

#### **9.2.4.1. Subcategoría: Retención de Conocimiento**

La intervención de la Unidad Didáctica de esta investigación, fue muy importante, ya que de ella se desprenden la evolución y los resultados de todo el proceso de aprendizaje en los estudiantes, pues ellos mostraron codificada la información utilizada y su proceso de retención, para utilizarla posteriormente.

#### **10. Fotografía N°. 10 Entrega del Test de Áreas y Perímetros**

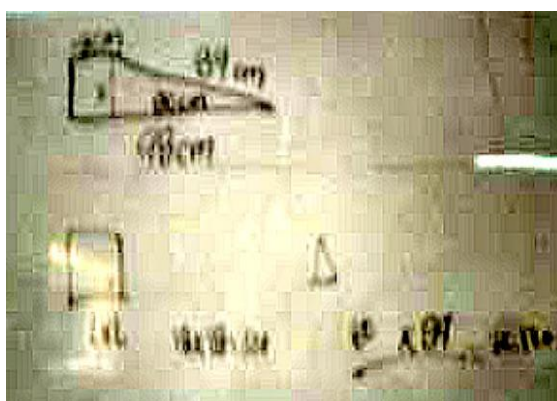


En el *anexo 3* se muestra el test de áreas y perímetros que fue entregado a los estudiantes, como lo evidencia la Fotografía N°. 10, a manera de diagnosticar los conocimientos previos, sin embargo, se debe tener en cuenta que debe haber una

integración entre los conocimientos que trae el estudiante con los que va a adquirir, si esta relación no se enlaza, la memorización del aprendizaje no será significativa

#### 9.2.4.1.1. Indicador: Facultad para Retener Conocimientos Previos y Nuevos

Al inicio de la intervención de la Unidad Didáctica que hizo parte de esta investigación, se le entrega al grupo un test de áreas y perímetros que está en la guía N°. 1, el cual deben realizar individualmente, a manera de diagnosticar los conocimientos previos para dar paso al tema de los sólidos.



11. Fotografía N°. 11 Juego de la Ruleta

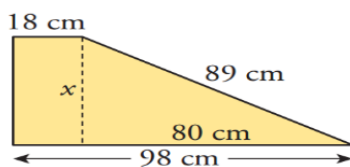
JR.E1

Como se evidencia, al hacer girar la ruleta, la flecha cae en el número 6, que dice: “Hallar el área de la región sombreada y el perímetro de la siguiente figura”, el JR.E1 realiza en el tablero la figura correspondiente al ejercicio (ver **Figura N°. 2**); ahora bien, mientras los equipos en su totalidad, pensaban y reclamaban en su memoria los conocimientos previos, se les hacía un repaso para garantizar relacionarlos con los conocimientos, que en la siguiente actividad, daban comienzo como nuevos conceptos.



Por consiguiente, y siguiendo la Teoría de Bruner (1961), el aprendizaje por descubrimiento debe estar bien estructurado desde sus ideas fundamentales, su capacidad intelectual, y los conocimientos previos para garantizar que sea significativo, que esté codificado y organizado, de esta manera existirá una secuencia que permitirá que los estudiantes retengan los conocimientos consiguiendo mejores logros.

**Figura N°. 2** Ejercicio número 6 del Juego de la Ruleta

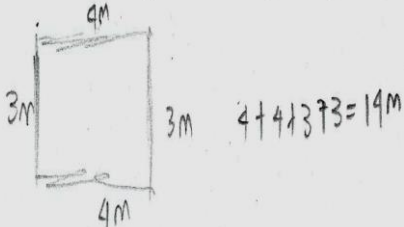


No obstante, al finalizar se socializó el test para que los estudiantes manifestaran sus dudas, como por ejemplo hallar el área de dos figuras planas, el rectángulo y el triángulo rectángulo al estar unidos y recordar el Teorema de Pitágoras para hallar la variable  $x$ .

Como se puede constatar, desde el marco teórico, Bruner (1961) infiere en una de las ventajas del aprendizaje por descubrimiento donde la memoria es una de ellas, el proceso de retener o almacenar la información no ocurre de manera estática, sino que está a la disposición del estudiante, como en este caso; donde el estudiante recurrió a los conocimientos previos vistos en grados anteriores, con respecto a algunas figuras geométricas planas, sus áreas y perímetros; de allí la importancia de la memoria, pues es un recurso útil y necesario en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje.

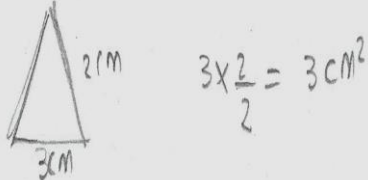
¿Cuál es el perímetro de un rectángulo de lado mayor 4 m y lado menor 3 m?

a. 12 m  
b. 14 cm  
c. 14 m  
d. 4 m



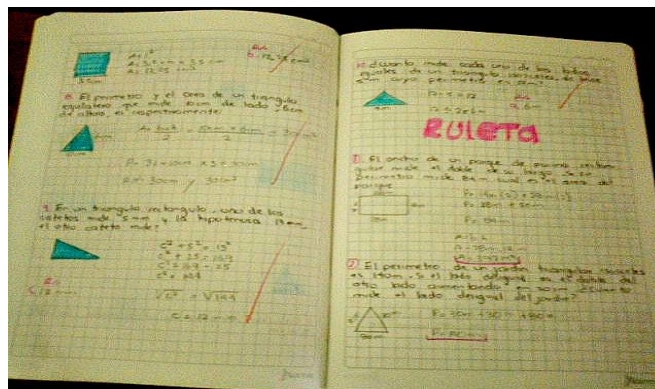
¿Cuál es el área de un triángulo de base 3 cm y altura 2 cm?

a. 4 cm<sup>2</sup>  
b. 2 cm<sup>2</sup>  
c. 6 cm<sup>2</sup>  
d. 3 cm<sup>2</sup>



TCP. E1

De los anteriores planteamientos se deduce y se reitera la importancia que Bruner (1961) da a la memoria, por ende se realizó en la guía N°. 1 el juego de la ruleta para que afianzaran los conocimientos previos de áreas y perímetros como se menciona anteriormente, se le solicitó al grupo que realizara los ejercicios en sus cuadernos, como lo muestra TE.A y P. E1, para fortalecer las bases de los conceptos de los sólidos, como se evidencia:



TE.A y P. E1

Adicionalmente se socializaron los temas de áreas y perímetros, Teorema de Pitágoras, conceptos como: apotema, generatriz, longitud de la circunferencia y contextualizar los ejercicios de áreas sombreadas. En síntesis, tanto con el test como con el

juego de la ruleta se consiguió que los estudiantes mostraran que al ver el tema, retuvieron más información de lo que ellos esperaban; por tanto, la sesión terminó con éxito ya que se pudo evidenciar que al formarlos en un conocimiento nuevo como en este caso el de los sólidos, los resultados fueron positivos. Para respaldar lo anterior, las cifras en el KPSI final muestran en sus indicadores, los cambios generados en los estudiantes, con respecto a sus respuestas iniciales (*ver anexo3*)



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

## 10. Conclusiones

A partir del desarrollo de la Unidad Didáctica, se evidenció que los aspectos ideales y reales que intervienen en el desarrollo del pensamiento espacial, se hacen evidentes cuando surgen de los conceptos, las representaciones gráficas y mentales, y del contacto directo con el objeto de estudio garantizando un desarrollo cognitivo, los cuales le permiten ser analítico, creativo y autónomo.

El rol del docente, en el desarrollo de las actividades de la Unidad Didáctica, permitió una participación activa de los estudiantes como lo sugiere Bruner en su Teoría del Aprendizaje por Descubrimiento, consiguiendo así propiciar el desarrollo de habilidades de pensamiento espacial, ya que al darle las herramientas necesarias el estudiante supera las dificultades por sí mismo de lo que desea aprender, en este caso, los sólidos.

Los efectos que se evidenciaron a partir de la Unidad didáctica, fueron primordiales para observar las falencias, dificultades y fortalezas que presentan los estudiantes hacia el conocimiento, apoyándose en lo teórico y en lo práctico con material concreto y en contacto con el ambiente, enfatizando el trabajo investigativo, empírico y la socialización del trabajo en equipo

De la metodología utilizada en la unidad didáctica se deduce que la propuesta en la reestructuración de la clase, motiva a la transformación, a la relación docente-estudiante, estudiante- conocimiento.



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

### **11. Recomendaciones**

Es conveniente abordar en los diferentes grados de educación básica secundaria, el pensamiento geométrico espacial para propiciar el desarrollo cognitivo, el pensamiento lógico y la percepción.

Se recomienda que los docentes, implementen diferentes estrategias didácticas que permitan favorecer el desarrollo del pensamiento espacial, que se recurra a nuevas y diferentes alternativas didácticas, como las representaciones mentales, el material didáctico, y el contacto con lo real.

Es oportuno que los docentes, realicen adaptaciones curriculares de acuerdo con el contexto escolar, y como mediador transformar el contenido del pensamiento espacial en un aprendizaje por descubrimiento, facilitando situaciones problemas reales para que se eduquen los estudiantes preparados para la sociedad.

Se aconseja que para el tema de los sólidos, el material didáctico y/o concreto esté presente, en cada uno de los conceptos y representaciones gráficas, pues esto facilitará el entendimiento del pensamiento espacial.

Se recomienda motivar y procurar mantener al estudiante interesado por la geometría espacial, pues les permite propiciar una concepción al desarrollar el potencial intelectual, y así transformar su pensamiento espacial.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

## 12. Bibliografía

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NORMAL SUPERIOR DE ENVIGADO. *Proyecto Educativo Institucional (PEI)*, Código: GDE-D01, Versión 01

## 13. Cibergrafía

Las siguientes cibergráficas fueron utilizadas como fuentes de consulta, más no para citarlos:

Camargo Uribe, Leonor 2011. Revista Colombiana de Educación, N. ° 60. *El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría*. Bogotá, Colombia. Disponible en Web: <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n60/n60a3>

Camou, Bernardo (2012). *La geometría del espacio: Un fascinante mundo por descubrir, (cita las Actas del 4° Congreso Uruguayo de Educación Matemática)*. Montevideo, Uruguay. Disponible en Web: <http://semur.edu.uy/curem/actas/procesadas1348011188/actas.pdf>

González, Edna (2009). *La enseñanza de la geometría en la educación primaria. De la enseñanza/aprendizaje de la geometría en la formación de profesores de primaria a la enseñanza de esta materia en algunas escuelas mexicanas: estudio de casos*. México. Disponible en Web: <http://www.uv.es/aprenggeom/archivos2/GonzalezGuillen09.pdf>

McLeod, Saúl. *Bruner*. [Publicado en 2008, actualizado en 2012]: EE.UU. Disponible en Web: [http://translate.google.com.co/translate?hl=es&sl=en&u=http://www.simplypsychology.org/bruner.html&prev=/search%3Fq%3DBRUNER,J.%2BS.%2B%281961%29.%2BThe%2Bact%2Bof%2Bdiscovery.%2BHarvard%2BEducational%2BReview,%2B31,%2B21-32%26rlz%3D1C1AVNC\\_enCO592CO592%26espv%3D2%26biw%3D1242%26bih%3D530](http://translate.google.com.co/translate?hl=es&sl=en&u=http://www.simplypsychology.org/bruner.html&prev=/search%3Fq%3DBRUNER,J.%2BS.%2B%281961%29.%2BThe%2Bact%2Bof%2Bdiscovery.%2BHarvard%2BEducational%2BReview,%2B31,%2B21-32%26rlz%3D1C1AVNC_enCO592CO592%26espv%3D2%26biw%3D1242%26bih%3D530)



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. *Estándares Básicos de Competencias, pensamiento espacial y sistemas geométricos*, 2006, 1ª. Edición. Bogotá. Disponible en Web:

[http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)

Moyá, Teresa. (2000). Tesis Doctoral. *La Comprensión de la Representación del Volumen por los Estudiantes de la E.S.O. (Educación Secundaria Obligatoria) y el Bachillerato*. Barcelona, España. Disponible en Web:

<http://revistas.ucm.es/index.php/ARIS/article/view/ARIS0202220011A/5844>

Patterson, C. H. (1982). *Bases para una Teoría de la Enseñanza y Psicología de la Educación. Manual Moderno*. México. Disponible en Web:

[http://moodle.unid.edu.mx/dts\\_cursos\\_md/maestria\\_en\\_educacion/disenios\\_y\\_estrategias\\_instruccionales/sesion7/actividades/1\\_aprendiz\\_descubri.pdf](http://moodle.unid.edu.mx/dts_cursos_md/maestria_en_educacion/disenios_y_estrategias_instruccionales/sesion7/actividades/1_aprendiz_descubri.pdf)

Posada, María Eugenia y otros (2005). Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. *Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas*. Primera edición. Medellín, Colombia. Disponible en Web:

[http://cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1161187088328\\_488799458\\_19195](http://cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1161187088328_488799458_19195)

Vega Zavala, Araceli (2011). *Aprendizaje por Descubrimiento. Problemas Primarios de Aprendizaje*. UNJFSC Facultad de Educación. Huacho, Perú. Disponible en Web:

<http://es.slideshare.net/sisari/aprendizaje-por-descubrimiento-8736312>



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

**14. Anexos**

**ANEXO N°.1 KPSI INICIAL Y FINAL**

El KPSI (Knowledge and Prior Study Inventory) es un instrumento de evaluación en el que predomina la autorregulación y es ideal para el desarrollo de competencias en los estudiantes. Por la traducción al español, se le conoce como inventario de conocimientos previos del estudiante y sirve principalmente para que ellos se den cuenta de lo que saben al inicio de un tema o secuencia didáctica. Cuando terminan la actividad planeada por los docentes, se les entrega nuevamente el documento para que lo llenen y valoren el aprendizaje adquirido.

Se utiliza en dos momentos durante el desarrollo de la secuencia didáctica: en el inicio para detectar los conocimientos y las ideas previas de los estudiantes, al final es para que lo vuelvan a llenar y se den cuenta de lo que aprendieron en el trayecto de las actividades de la secuencia didáctica.

Es un instrumento de autorregulación porque el estudiante se da cuenta de su propio conocimiento, corrige errores y da cuenta de su proceder durante las sesiones.

Por ejemplo:

Cuestionario tipo KPSI para detectar conocimientos previos sobre los sólidos:

Nombre: \_\_\_\_\_

Núm. lista: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_AUTOEVALUACIÓN \_\_\_\_\_COEVALUACIÓN





UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
KPSI INICIAL Y FINAL

Nombre: \_\_\_\_\_

Núm. lista: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**UTILIZANDO LOS SIGUIENTES INDICADORES, MARCA CON UNA X EN EL CUADRO QUE LO REPRESENTA**

INDICADORES:

1. LO SÉ
2. LO SÉ UN POCO
3. LO SÉ MUY BIEN Y SE LO PODRÍA EXPLICAR A OTRO COMPAÑERO
4. NO LO SÉ

PREGUNTAS	1	2	3	4
Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones, largo, alto y ancho				
Los sólidos se clasifican en poliedros y cuerpos de revolución				
Un poliedro es un cuerpo geométrico limitado por polígonos, cuyas caras son planas y encierran un volumen finito				
Un cuerpo de revolución es aquel que se origina al girar una figura plana alrededor de un eje. Las caras de un cuerpo de revolución son curvas				
Los poliedros se clasifican en: Poliedros regulares, Poliedros irregulares				
Los elementos más importantes de un Poliedro son: caras, aristas, vértices y diagonales				
Las partes del cilindro son: Dos bases, altura, eje, generatriz, radio				
El volumen es el espacio que ocupa un sólido, posee tres dimensiones, alto, ancho y largo.				



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

**ANEXO N°. 2 UNIDAD DIDÁCTICA**

**JUSTIFICACIÓN**

La presente unidad didáctica tiene como compromiso motivar el pensamiento geométrico de los sólidos en noveno grado, teniendo en cuenta la importancia del desarrollo de competencias en los estudiantes de dicho grado, además los principios constructivistas de Bruner, en cuanto a la teoría por descubrimiento.

**OBJETIVOS**

**GENERAL:**

Presentar una propuesta para el aprendizaje de los sólidos en el grado noveno

**ESPECÍFICOS:**

1. Concebir los conceptos previos de área y perímetro de figuras planas, a través de la manipulación de fórmulas básicas.
2. Identificar, analizar, relacionar y diferenciar las áreas y perímetros desde las representaciones gráficas.
3. Descubrir y deducir el concepto de volumen en los sólidos
4. Construir sólidos con regla y compás.

**DISEÑO DE UNIDAD DIDÁCTICA**

TEMA	SESIONES	ACTIVIDADES	MATERIAL	ETAPA EN EL CICLO DE APRENDIZAJE
ÁREAS Y PERÍMETROS	Sesión 1	<p>Test de áreas y perímetros para afianzar y socializar conceptos.</p> <p>Juego la Ruleta: Conocimientos previos de áreas y perímetros de figuras geométricas planas básicas, triángulo, círculo, cuadrado y solución de la guía N° 1. Actividad para resolver ejercicios y situaciones problema para identificar fórmulas de figuras geométricas planas básicas</p>	<p>Guía N°. 1 Primer momento: Test de áreas y perímetros</p> <p>Segundo Momento: juego de la ruleta con ejercicios y resolver situaciones problema</p>	E X P L O R A C I Ó N
SÓLIDOS	Sesión 2	Realizar las actividades de la plataforma Contenidos Educativos Digitales, donde el estudiante identificará los sólidos en los grupos poliedros y de revolución, según sus características y sus elementos, se aprenden nuevos conceptos para los conocimientos teóricos de los sólidos, tanto en definiciones como en algoritmos, se determinará que tanto el estudiante descubre, analiza y descubre el conocimiento del volumen de los sólidos.	<p>Guía N°. 2: juego virtual Contenidos Educativos Digitales para clasificar algunos sólidos y para conocer los elementos que los conforman, desde sus áreas laterales, totales y sus volúmenes</p> <p><a href="http://conteni2.educarex.es/mats/11814/contenido/">http://conteni2.educarex.es/mats/11814/contenido/</a></p>	INTRODUCCIÓN DE LOS NUEVOS CONOCIMIENTOS
	Sesión 3	Resolución de situaciones problema con el fin de relacionar conceptos de la geometría plana y la espacial	Guía N°. 3	ESTRUCTURACIÓN Y SÍNTESIS
	Sesión 4	Hacer uso de las medidas arbitrarias para hallar el volumen de una de las zonas locativas de la institución, desarrollo de la Guía N° 4	Guía N°. 3 Trabajo de Campo, Hojas, regla, compás o cualquier medida arbitraria (concepto que el docente dará antes de la actividad), copias de cuadro con áreas y volúmenes	APLICACIÓN



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

**FASE DE EXPLORACIÓN**

**Sesión 1**

**Tema:** Áreas y Perímetros

**Planificación de la sesión**

FASE: EXPLORACIÓN	ÁREAS Y PERÍMETROS	
<b>CONTENIDO CIENTÍFICO</b>	<b>CONCEPTUAL</b>	Identificar los conceptos básicos de áreas y perímetros en figuras planas y afianzar unidades de medida
	<b>PROCEDIMENTAL</b>	Organizar la información de los conocimientos previos de áreas y perímetros por medio de la guía N°. 1, la cual en su primera parte tiene un test y una segunda parte con una actividad, para así retomar características de las diferentes figuras planas
	<b>ACTITUDINAL</b>	Las diferentes actividades generarán en los estudiantes interés y participación activa
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Fortalecer los conocimientos previos desde la observación, el análisis, las relaciones y las diferencias que experimentan el área y el perímetro	
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Consolidar la interpretación de los conceptos de área y perímetro de figuras planas</li> <li>➤ Integrar a través de la manipulación de las fórmulas las partes de las figuras planas, como son sus bases, lados, alturas, entre otros.</li> <li>➤ Desarrollar la habilidad para calcular algorítmicamente el área, el perímetro, la altura, el lado, entre otros, apropiándose de los conceptos, las partes y las fórmulas</li> </ul>	
<b>LOGROS</b>	El estudiante consolida e interpreta los conceptos y las diferentes operaciones algorítmicas para hallar áreas y perímetros de las figuras planas expuestas en la sesión.	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN</b>	2 horas	
<b>MATERIALES</b>	Copias del Test de Áreas y Perímetros de la guía N°. 1 (40) 4 juegos de la ruleta	



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

## DESARROLLO DE LA SESIÓN 1

En los primeros 30 minutos se les entregará la guía N°. 1 para realizar el primer momento de la sesión, en ella sólo se solucionará el test de áreas y perímetros de 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta, de manera individual con el fin de fortalecer los conocimientos previos de los conceptos básicos y las características de áreas y perímetros en figuras planas, además de reiterar unidades de medida.

Seguidamente, se realizará el juego de la ruleta, para la cual se conformarán 4 grupos de 9 estudiantes, donde uno de ellos será el juez, quién manipulará la ruleta, controlará el tiempo y determinará qué estudiante ejecuta determinado ejercicio o situación problema, según donde quede la flecha al girar la ruleta.

Todas las ruletas, tienen los mismos planteamientos, cada ruleta tiene 8 situaciones, 4 ejercicios y 4 situaciones problema, colocadas de manera alterna. Al caer la flecha en una opción, el estudiante elegido deberá resolver el ejercicio o situación problema en el tablero, su grupo debe solucionar dicho ejercicio en el cuaderno para que ayuden a su compañero, de tal forma que si está correcto ganará el grupo 20 puntos que se irán acumulando a medida que trascienda el juego, de ésta manera el grupo que acumule más puntos ganará el juego de la ruleta.

Con esta actividad se busca desarrollar la sesión bajo la propuesta de las ventajas del aprendizaje por descubrimiento de Bruner (1965), las cuales son las categorías de esta investigación ( Potencia Intelectual, Motivaciones Intrínseca y Extrínseca, El aprendizaje y la Heurística del Descubrimiento y la Memoria) y de allí fortalecer y dilucidar las subcategorías como descubrir, organizar, resolver situaciones problema, actitud positiva,



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

deseo de aprender, propuestas, reflexión, autonomía y retención de conocimiento; en tanto las ventajas anteriores son un proceso de aprendizaje, servirán como herramienta para que el estudiante adquiera habilidad en el razonamiento en la resolución de problemas.

Al finalizar la sesión 1, el docente será el moderador de la socialización de las dudas tanto del tema como del test, donde guiará el diálogo realizando cuestionamientos como: ¿Los ejercicios tanto del test como del juego, tienen temas que ya han visto?, ¿Cuál o cuáles les dieron más dificultad y por qué?, ¿Menciona una propuesta de enseñanza, de cómo podrías fortalecer el tema de áreas y perímetros?. Con las anteriores preguntas se busca que el estudiante asuma un criterio de la temática que aprendió en años anteriores.

**FASE DE INTRODUCCIÓN DE LOS NUEVOS CONOCIMIENTOS**

**Tema:** Sólidos

**Sesión 2**

**Planificación de la sesión**

<b>FASE: INTRODUCCIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS</b>	<b>VOLÚMENES</b>	
<b>CONTENIDO CIENTÍFICO</b>	<b>CONCEPTUAL</b>	Concepto de los poliedros y cuerpos de revolución, su clasificación, según sus lados, aristas, vértices y curvas, además organizar y retener las relaciones y diferencias entre sus áreas laterales y totales, perímetros y volúmenes.
	<b>PROCEDIMENTAL</b>	Interpretar los conceptos teóricos desde las diferentes representaciones gráficas de los sólidos, desarrollando la plataforma propuesta en la guía N°. 2



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

	<b>ACTITUDINAL</b>	La actividad virtual producirá un cambio en el dinamismo de la clases y motivará tanto el interés como la participación
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Clasificar la información de acuerdo a los conceptos teóricos de los sólidos para descubrir que de las partes se llega a un concepto general por medio de las Tic	
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Relacionar el perímetro con las áreas laterales y totales, y éstos con el volumen</li><li>➤ Asociar que los sólidos están conformados por figuras planas</li><li>➤ Motivar el interés del estudiante para que participe de manera activa y dinámica en las actividades propuestas</li><li>➤ Introducir las Tic en el pensamiento espacial</li></ul>	
<b>LOGROS</b>	El estudiante organiza la información y es autónomo en su elección para luego relacionar y analizar los conocimientos previos con los que está adquiriendo desde el uso de las Tic	
<b>TIEMPO DE DURACIÓN</b>	2 horas	
<b>MATERIALES</b>	Sala de internet de la institución. Plataforma de Contenidos Educativos Virtuales: <a href="http://conteni2.educarex.es/mats/11814/contenido/">http://conteni2.educarex.es/mats/11814/contenido/</a>	

## DESARROLLO DE LA SESIÓN 2

**ACTIVIDADES:** Plataforma Contenidos Educativos Digitales, opción “poliedros”. **Guía N°2**

La actividad será realizada en la sala de internet de la institución para facilitar el desarrollo individual de los contenidos educativos virtuales, el cual cuenta con audio, es interactivo y dinámico. La propuesta virtual está presentada paso a paso en la guía N°. 2, donde aparece el enlace <http://conteni2.educarex.es/mats/11814/contenido/>


Los ítems que presenta la opción “Poliedros”, son:

- **Introducción:** Muestra en un mapa conceptual la clasificación de los sólidos, definiciones, clasificaciones y nombres según el número de caras o polígonos tenga.



## UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

Al terminar ese pantallazo debes dar clic en , para continuar con las otras propuestas. Se verán las representaciones gráficas a todo color, los usos e importancia de dichos sólidos y del aprendizaje de sus áreas, perímetros y volúmenes. Finalmente, en la última página de la introducción te dicen qué vas a aprender:

- Qué son y cómo se clasifican los poliedros
  - Cuáles son los poliedros regulares
  - Qué son los cuerpos de revolución
  - Cómo se obtiene el desarrollo plano (las plantillas de los sólidos vistas desde el plano) de una figura tridimensional
  - Cómo se calculan áreas y volúmenes de poliedros y cuerpos de revolución
- **Clasificación y principales elementos:** Al finalizar la introducción con el índice de los temas, se debe dar clic en la opción “**Clasificación y principales elementos**”, donde inicialmente se dirán conceptos tanto de los poliedros como de sus partes, de sus nombres y el número de caras, con imágenes y audio; inclusive, hay un breve paso por la historia de los cinco únicos poliedros regulares.

Luego se da clic en la flecha para continuar y abre un cuadro de sólo 4 preguntas para responder F ó V; se puede retroceder con la flecha para repasar la teoría y retomar el cuestionario. Si todas son correctas, saldrá un computador en dibujo animado anunciando “muy bien”.

En caso contrario, hay tres oportunidades de corregir el o los errores, el computador en dibujo animado dirá cuántas oportunidades quedan y se abre un cuadro pequeño donde muestra cuantos aciertos y su valor en porcentaje.





UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

En la parte inferior hay tres opciones:

- ✓ **Borrar:** Si deseas corregir un error
- ✓ **Comprobar:** Verifica las respuestas
- ✓ **Terminar:** Te dará las respuestas correctas pero no podrás repetir la actividad, sólo si se comienza desde el principio

A continuación el concepto de la fórmula de Euler  $C + V = A + 2$ , para hallar el número de Caras, Vértices o Aristas, según la información que den y la que pidan; seguido de una actividad de F ó V, para fortalecer dicho concepto.

En caso de necesitar realizar cálculos de operaciones matemáticas y hacer uso de las fórmulas vistas previamente, en el lado superior derecho hay una calculadora, basta con dar clic y se abrirá

- **Prismas y paralelepípedos. Desarrollos y áreas:** En esta opción se aprende los conceptos de prisma, paralelepípedo, ortoedro, como hallar el área y la diagonal. El concepto desarrollo es lo que comúnmente se conoce en Colombia como plantilla de un sólido, donde la representación gráfica y la construcción de los sólidos, se hace sobre el plano cartesiano; esta propuesta de ejercicio es bastante interesante para los estudiantes, pues se dilucida la relación entre áreas, perímetros y volúmenes. Se debe continuar con el mismo proceso de la opción anterior
- **Pirámides. Desarrollos y áreas:** Se fortalecen los conocimientos y conceptos sobre pirámide, tronco de pirámide y cómo se calculan sus áreas
- **Cuerpos de revolución:** Concepto de cuerpos de revolución y cuáles son; conceptos y partes, representaciones gráficas tanto en el plano como en el espacio; y áreas y



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

fórmulas laterales del cono y el cilindro; al igual que el concepto, fórmula y partes de la esfera, y adiciona un ejercicio con un contexto espacial como coordenadas geográficas, vistas desde un globo terráqueo.

Lo anterior, es la antesala para continuar con una serie de ejercicios de tipo selección múltiple de respuesta única, F o V, apareamiento; en caso de necesitar realizar cálculos de operaciones matemáticas y hacer uso de las fórmulas vistas previamente, en el lado superior derecho hay una calculadora, basta con dar clic y se abrirá

- **Volumen de los poliedros y cuerpos de revolución:** En esta opción, se deben tener presente los conceptos de área y perímetro desde el plano cartesiano para descubrir y analizar su relación con los sólidos presentes en las anteriores opciones, porque se trata de aplicar las fórmulas de volumen correspondiente a cada representación gráfica plana y espacial y realizar los cálculos pertinentes (recordar la calculadora)
- **Lo más importante. Autoevaluación:** Abre un cuadro donde sintetiza las fórmulas de los sólidos vistos durante toda la actividad, además de una evaluación que debe ser desarrollada por los estudiantes en su cuaderno para luego socializar las dudas.

Las anteriores actividades, incentivarán en el alumno autonomía en la organización de los conceptos, sus materiales y de los procesos; y retendrá con mayor facilidad el aprendizaje obtenido para utilizarlo en el momento idóneo

De allí, que la propuesta sea para dar más participación al alumno en el aula, cuyo objetivo es uno de los primordiales de la teoría de Bruner (1915), que es lo que se pretenderá con esta investigación, dar el protagonismo, participando activamente y así, logrará el



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

descubrimiento y evitar al máximo la enseñanza tradicional donde sólo el docente razona y decide qué conocimientos dar, sin tener en cuenta la perspectiva y alternativas que se pueden generar desde el estudiante.

**FASE DE ESTRUCTURACIÓN Y SÍNTESIS**

**Tema: Resolver soluciones problema**

**Sesión 3**

**Planificación de la sesión**

<b>FASE: ESTRUCTURACIÓN Y SÍNTESIS</b>	<b>VOLÚMENES</b>	
<b>CONTENIDO CIENTÍFICO</b>	<b>CONCEPTUAL</b>	Analizar los datos explícitos o implícitos expuestos en los enunciados, ya sean los elementos numéricos o la información verbal necesaria para resolver la situación problema
	<b>PROCEDIMENTAL</b>	Resolver situaciones problema, primer momento de la guía N°.3. Excepto el ejercicio 2, que se realizará en el trabajo de campo de la sesión 4
	<b>ACTITUDINAL</b>	Mejorar la confianza del alumno en cuanto a su desarrollo cognitivo, permitiéndole potencializar su razonamiento, habilidades y capacidades para aprender, además contribuye en el progreso de otras competencias básicas como el trabajo en equipo, la creatividad, el análisis o el liderazgo.
<b>OBJETIVO</b>	Resolver situaciones problema sirviéndose de los conceptos	



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

<b>GENERAL</b>	básicos de la teoría, las representaciones, los ejercicios algorítmicos, las fórmulas, las clasificaciones
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Analizar la información dada en los enunciados y la que se pide aunque esté de manera implícita, para resolver situaciones problemáticas</li><li>➤ Desarrollar la habilidad en los procesos aritméticos y algebraicos para relacionar los conceptos, los contextos y las fórmulas necesarias para la solución</li><li>➤ Realizar representaciones gráficas en cada situación para descubrir que los sólidos se construyen con figuras planas y sirven como herramienta para un mejor entendimiento</li><li>➤ Aumentar el desarrollo de habilidades cognitivas</li></ul>
<b>LOGROS</b>	Conseguir autonomía en la elección de los nuevos conocimientos para luego resolver las propuestas planteadas en la actividad de la guía 3.
<b>TIEMPO DE DURACIÓN</b>	2 horas
<b>MATERIALES</b>	Cuaderno de geometría, Pitillos de refresco, clips, tijeras, papel periódico reciclable, pega, 10 copias de la guía N°3.

### **DESARROLLO DE LA SESIÓN 3**

#### **ACTIVIDADES:**

#### **PRIMER MOMENTO: Resolución de Situaciones Problema. Guía N°3**

El grupo se divide en 5 grupos de 8 estudiantes para resolver situaciones problemáticas en sus cuadernos, aplicando los conocimientos de los sólidos, que hasta ahora han aprendido, sus clasificaciones, formas, fórmulas, entre otros conceptos y algoritmos que se relacionarán en las situaciones de la guía N°3.

De esta manera, el potencial intelectual aumentará con las motivaciones de sus propios descubrimientos, como lo menciona Bruner (1915), despertando así interés de una investigación o proceso casi empírico, lo que sugiere que al estudiante le dé satisfacción por ser autónomo en su aprendizaje.



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

Por lo anterior, los problemas son sugestivos y propósitos puestos en escena en la Institución y en el aula, para acercar más al estudiante al Mundo de la Vida (Edmund Husserl, 1991) en su aprendizaje, pues bien, en la guía N°.3 se muestran 5 situaciones que cada grupo debe resolver, inicialmente, analizando y calculando la información que se le pide.

**FASE DE APLICACIÓN**

**Tema: Trabajo de campo en la construcción de sólidos**

**Sesión 4**

**Planificación de la sesión**

<b>FASE: APLICACIÓN</b>	<b>VOLÚMENES</b>	
<b>CONTENIDO CIENTÍFICO</b>	<b>CONCEPTUAL</b>	Relacionar los conocimientos y conceptos teóricos con la práctica y lo real para resolver las situaciones problema
	<b>PROCEDIMENTAL</b>	Aplicar los conceptos para resolver situaciones problema
	<b>ACTITUDINAL</b>	Las diferentes actividades pretenden aportar experiencias para fortalecer los conocimientos adquiridos
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Resolver situaciones problema sirviéndose de La sesión 3 para construir los sólidos correspondientes a la guía 3	
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Resolver situaciones problema involucrando el contexto del aula en el estudiante</li> <li>➤ Aplicar los conocimientos adquiridos, con experiencias realizadas por los estudiantes, en situaciones problema</li> <li>➤ Comprometer al estudiante en acciones de la cotidianidad para visualizar los sólidos en su entorno</li> <li>➤ Motivar el interés del estudiante para que participe de</li> </ul>	



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

	manera activa y dinámica en las actividades propuestas
<b>LOGROS</b>	Aplicar los nuevos conocimientos teóricos en la práctica, desde el contexto escolar, planteadas en la actividad de la guía 3.
<b>TIEMPO DE DURACIÓN</b>	2 horas
<b>MATERIALES</b>	Pitillos de refresco, clips, tijeras, papel periódico reciclable, pega, 10 copias de la guía N°3.

#### **DESARROLLO DE LA SESIÓN 4**

##### **ACTIVIDADES:**

##### **SEGUNDO MOMENTO: Construcción de sólidos y Aplicación de situaciones problema, planteados en el primer momento de la Guía N°3**

El grupo se divide en 5 grupos de 8 estudiantes para resolver las situaciones problema propuestos en el primer momento, es decir, en el primer momento se solucionará y socializará cada situación, el contexto, qué y cómo se debe hacer la actividad, conceptualizar las medidas arbitrarias y en escala; Inicialmente dejar la iniciativa por parte del estudiante para provocar sus proposiciones y creatividad según sea la situación que le corresponde a cada equipo.

Por consiguiente, en este segundo momento estará preparado tanto con los conceptos, las formas, las medidas y los materiales para construir los sólidos que están explícitos en cada una de las diferentes situaciones.

De esta manera, los contenidos matemáticos desarrollados en la escuela, adquieren relevancia y la resolución de problemas, constituye una herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además de ser una estrategia de fácil



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

transferencia para la vida, puesto que permite y prepara al estudiante enfrentarse a situaciones y problemas que deberá resolver.

Por lo tanto, en las sesiones 3 y 4 se vislumbra en todo su esplendor el aprendizaje por descubrimiento de Bruner, base fundamental de esta investigación, pues las ventajas de su teoría se verán reflejadas en el potencial intelectual, en las motivaciones intrínseca y extrínseca, en el aprendizaje y la heurística del descubrimiento y en la memoria, pues la participación del estudiante sería protagónica, en tanto que facilita el aprendizaje, seduciéndoles a razonar, a crear, descubrir para poder llegar a su solución

**ANEXO N°3 GUÍA N°.1 TEST DE ÁREAS Y PERÍMETROS Y ACTIVIDAD EL JUEGO DE LA RULETA**

**PRIMER MOMENTO**

**Actividad Individual.**

Test de Áreas y Perímetros:

1. ¿Cuál es el área de un rectángulo de lado menor 20 cm y lado mayor 30 cm?
  - a.  $300 \text{ cm}^2$
  - b.  $500 \text{ m}^2$
  - c.  $6 \text{ m}^2$
  - d.  $600 \text{ cm}^2$
2. Calcular los lados de un rectángulo de perímetro 20 cm
  - a. 4 cm y 2 cm
  - b. 7 cm y 3 cm
  - c. 6 cm y 3 cm
  - d. 8 cm y 3 cm
3. ¿Cuál es el perímetro de un círculo de radio 6 cm?
  - a.  $36\pi \text{ cm}$
  - b.  $8\pi \text{ cm}$
  - c.  $24\pi \text{ cm}$
  - d.  $12\pi \text{ cm}$
4. Calcular el radio de un círculo de perímetro  $14\pi \text{ m}$ 
  - a. 5 m
  - b. 28 m
  - c. 3,5 m
  - d. 7 m



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

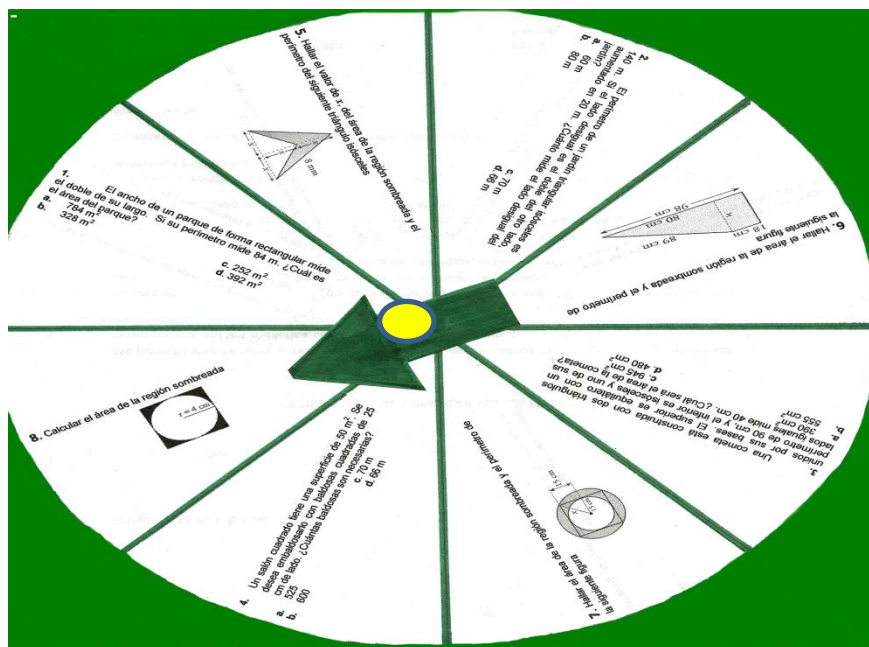
5. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo de lado mayor 4 m y lado menor 3 m?
  - a.  $12 \text{ m}^2$
  - b. 14 cm
  - c. 14 m
  - d.  $4 \text{ m}^2$
6. ¿Cuál es el área de un triángulo de base 3 cm y altura 2 cm?
  - a.  $4 \text{ cm}^2$
  - b.  $2 \text{ cm}^2$
  - c.  $6 \text{ cm}^2$
  - d.  $3 \text{ cm}^2$
7. Calcular el área de un cuadrado de lado 3,5 cm
  - a.  $5,25 \text{ cm}^2$
  - b.  $12,25 \text{ cm}^2$
  - c.  $3,25 \text{ cm}^2$
  - d.  $6,25 \text{ cm}^2$
8. El perímetro y el área de un triángulo equilátero que mide 10 cm de lado y 6 cm de altura, es respectivamente:
  - a. 30 cm y  $30 \text{ cm}^2$
  - b. 60 cm y 30 cm
  - c. 10 cm y 60 cm
  - d. 5 cm y  $30 \text{ cm}^2$
9. En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide 5 mm y la hipotenusa 13 mm, el otro cateto mide:
  - a. 11 mm
  - b.  $10 \text{ mm}^2$
  - c. 12 mm
  - d. 14 mm
10. ¿Cuánto mide cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles, de base 5 m cuyo perímetro es 17 m?
  - a. 6 m
  - b. 5 m
  - c. 7 m
  - d. 8 m

## SEGUNDO MOMENTO

### Actividad Grupal

JUEGO DE LA RULETA: Al hacer girar la ruleta, la flecha señalará una de las divisiones del círculo donde habrá un ejercicio o una situación problema de área o de perímetro, uno de los integrantes del equipo debe realizarlo en determinado tiempo, que será estipulado con anterioridad, según la complejidad del mismo



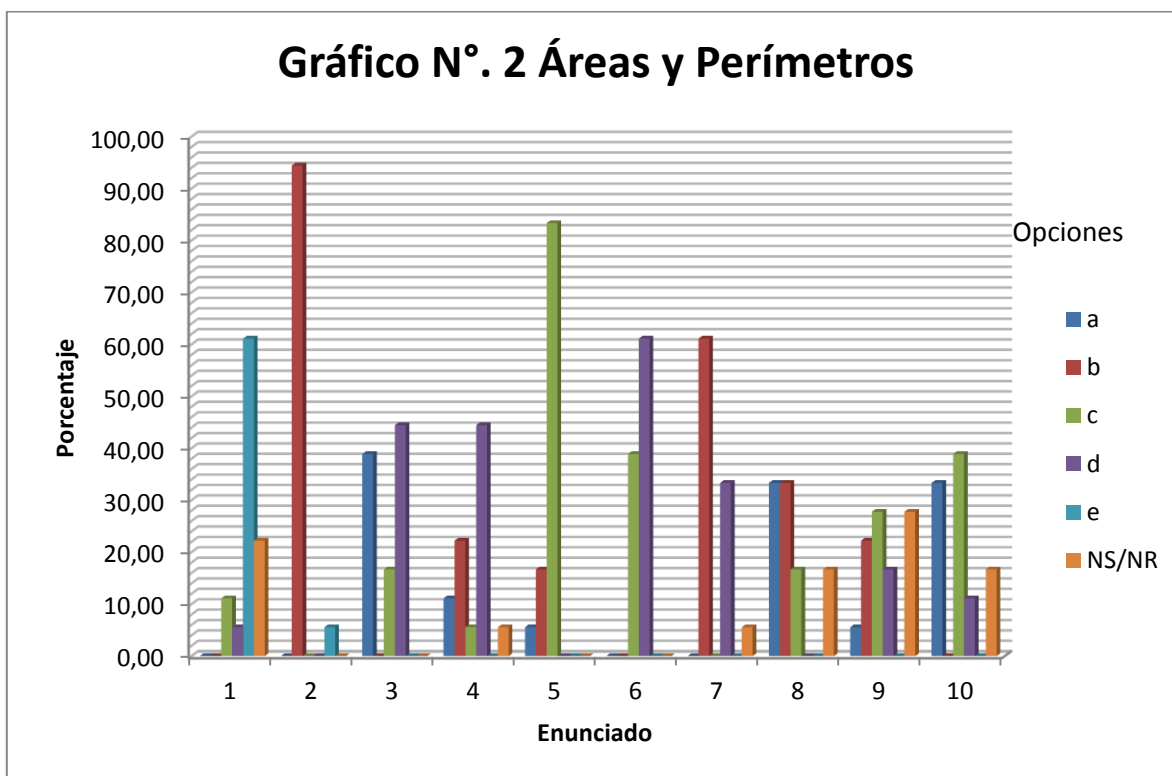


Se conformarán 4 grupos de 9 estudiantes, donde uno de ellos será el juez, quién manipulará la ruleta, controlará el tiempo y determinará qué estudiante ejecuta determinado ejercicio o situación problema, según donde quede la flecha al girar la ruleta.

Todas las ruletas, tienen los mismos planteamientos, cada ruleta tiene 8 situaciones, 4 ejercicios y 4 situaciones problema, colocadas de manera alterna. Al caer la flecha en una opción, el estudiante elegido deberá resolver el ejercicio o situación problema en el tablero, su grupo debe solucionar dicho ejercicio en el cuaderno para que ayuden a su compañero, de tal forma que si está correcto ganará el grupo 20 puntos que se irán acumulando a medida que trascienda el juego, de ésta manera el grupo que acumule más puntos ganará el juego de la ruleta.



**ANEXO N°. 4 GRÁFICOS DE LOS RESULTADOS DE LA TABLA DE ÁREAS Y PERÍMETROS**



**ANEXO N°. 5 GUÍA N°.2 ACTIVIDAD PLATAFORMA VIRTUAL DE SÓLIDOS**

**1. Introducción:**

- a. Esquema conceptual
- b. Introducción
- c. Temas que vas a aprender
- d. Fórmulas de áreas de algunas figuras planas: rectángulo, rombo, triángulo, polígono regular y círculo

**2. Clasificación y principales elementos**

- a. Temas que vas a aprender



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

- b. Definición y clasificación de poliedros
- c. Principales elementos del poliedro: Caras, aristas, vértices y diagonales
- d. Poliedros regulares: Tetraedro, octaedro, hexaedro (cubo), icosaedro y dodecaedro
- e. **Actividad: Propiedades de los poliedros:**
- ❖ Elige Falso o Verdadero según corresponda
    - El menor número de caras que puede tener un poliedro es 4 \_\_\_\_\_
    - En un poliedro regular todas las caras son iguales \_\_\_\_\_
    - En todo poliedro, las caras son siempre iguales \_\_\_\_\_
    - En cada vértice de un poliedro concurren siempre el mismo número de aristas \_\_\_\_\_
- f. Un poco de historia
- g. Fórmula de Euler: En los poliedros convexos: Caras + Vértices = Aristas + 2
- h. **Actividad: Caras, Aristas y Vértices**
- ❖ Marca Falso o Verdadero según corresponda
    - El número de vértices de un dodecaedro es 20 \_\_\_\_\_
    - El icosaedro tiene 20 aristas \_\_\_\_\_
    - El número de aristas de un cubo es 12 \_\_\_\_\_
    - El número de aristas de un tetraedro es 4 \_\_\_\_\_
    - El número de vértices de un cubo es 8 \_\_\_\_\_
    - El número de aristas de un dodecaedro es de 60 \_\_\_\_\_

**3. Prismas y paralelepípedos, desarrollos y áreas**

- a. Temas que vas a aprender
- b. Prismas: Definición, partes y tipos de prismas: rectos y oblicuos
- c. Desarrollo (desde el plano) y área del prisma

$$AL = \text{perímetro base} * \text{altura}$$
$$AT = AL + 2(\text{Área base})$$

- d. Paralelepípedo, ortoedro: Definición y áreas. Información (Un paralelogramo es un tipo especial de cuadrilátero cuyos lados son paralelos dos a dos)
- e. **Actividad: Propiedades de los prismas y de los paralelepípedos**
- ❖ Elige Falso o Verdadero según corresponda:
    - Las bases de un prisma siempre son perpendiculares a las caras laterales \_\_\_\_\_
    - Las aristas laterales de un prisma son iguales entre sí \_\_\_\_\_
    - Todas las caras de un paralelepípedo son rectángulos \_\_\_\_\_
    - Las 6 caras de un cubo son cuadradas \_\_\_\_\_
- f. **Actividad: Calculando áreas**
- ❖ Completa el texto escribiendo en cada celda el área o dimensión que corresponda:
    - Las dimensiones de un ortoedro son 10 cm, 20 cm y 30 cm. ¿Cuál es su área?

- ¿Cuál es el área de un cubo cuya arista es 10 cm?
  - El área de un cubo es 24 cm<sup>2</sup>. ¿Cuánto medirá su arista?
- g. Cálculo de la diagonal de un ortoedro: Demostración de cómo llegar a la fórmula de la diagonal del ortoedro.

#### 4. Pirámides, desarrollos y áreas

- a. Temas que vas a aprender
- b. Pirámide: Definición, partes (base, altura, apotema) y clasificación según su base (triangular, cuadrada, rectangular, etc.)
- c. Desarrollo y área de una pirámide regular

$$AL = \frac{\text{perímetro base} * \text{apotema pirámide}}{2}$$

$$\text{Perímetro base} = \text{número de lados} * \text{valor del lado}$$

$$AT = AL + ABase$$

$$ABase = \frac{\text{perímetro} * \text{apotema}}{2}$$

- d. Pirámide truncada..... NO
- e. Actividad: La pirámide de Keops
  - ❖ ¿Sabrías calcular su apotema (de la pirámide) y su área lateral sabiendo que tiene 160 m de altura y 240 m de lado?

- Escribe en cada celda el valor que corresponda:

Apotema=

AL=

#### f. **Actividad: Una pirámide hexagonal**

- ❖ Elige la respuesta correcta:

- ¿Cuál es el área lateral de una pirámide hexagonal regular con aristas laterales de 10 cm y arista de la base de 5 cm?

\_\_\_\_\_ 150,5 cm<sup>2</sup>

\_\_\_\_\_ 120 cm<sup>2</sup>

\_\_\_\_\_ 143,2 cm<sup>2</sup>

- g. Actividad: Ahora un tronco de pirámide pentagonal.... NO

#### 5. Cuerpos de revolución:



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

- a. Temas que vas a aprender
- b. Definición de cuerpos de revolución
- c. Cilindro: Definición, desarrollo, elementos y área

$$AL = 2\pi rh$$

$$AT = AL + 2ABase$$

$$AT = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$AT = 2\pi r(h + r)$$

- d. Cono: Definición, desarrollo, elementos y área

$$AL = \pi rg$$

$$AT = AL + ABase$$

$$AT = \pi rg + \pi r^2$$

$$AT = \pi r(g + r)$$

- e. La esfera: definición y área:  $A = 4\pi r^2$

- f. Actividad: Áreas de cuerpos de revolución

❖ Une con flechas cada figura con el valor de su área en  $\text{dm}^2$

Cilindro  $12,56 \text{ dm}^2$

Cono  $18,84 \text{ dm}^2$

Esfera  $9,42 \text{ dm}^2$

- h. Troncos de cono.... NO
- i. Actividad: troncos de cono.... NO
- j. Esfera terrestre.... NO
- k. Coordenadas geográficas.... NO
- l. Actividad: Distancia entre puntos de la superficie terrestre.... NO

**6. Volumen de poliedros y cuerpos de revolución**

- a. Temas que vas a aprender
- b. Volumen de un paralelepípedo (las 6 caras son paralelogramos)

$$V = Abase * altura$$

- c. Volumen del cilindro

$$V = ABase * h$$

$$V = \pi r^2 h$$

- d. Volumen de la pirámide y del cono

$$\text{pirámide cuadrada: } V = \frac{1}{3} l^2 h$$

$$\text{cono: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

- e. Volumen de la esfera

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

**f. Actividad: Volúmenes de cuerpos de revolución**

- ❖ Une con flechas cada cuerpo de revolución con su volumen en metros cúbicos (m<sup>3</sup>)

Esfera 0,00209 m<sup>3</sup>

Cono 0,00628 m<sup>3</sup>

Cilindro 0,00429 m<sup>3</sup>

**g. Actividad: Volumen de poliedros**

- ❖ Escribe en cada celda el volumen que corresponda:

- ¿Cuál es el volumen expresado en m<sup>3</sup> de un prisma cuadrado de 30 dm de altura y 10 dm de arista de la base?

- ¿Cuál es el volumen expresado en m<sup>3</sup> de una pirámide cuadrada de 30 dm de altura y 10 dm de arista de la base?

**h. Actividad: Volúmenes iguales, cuerpos de revolución diferentes**

- ❖ Elige la respuesta correcta

- Dado un cilindro de radio r y altura h, ¿Cuál debería ser la altura de un cono de radio r para que su volumen fuese el mismo que el del cilindro

\_\_\_\_\_ h

\_\_\_\_\_ h/3

\_\_\_\_\_ 2h

\_\_\_\_\_ 3h

**7. Lo más importante y Autoevaluación**

- Temas importantes de poliedros y cuerpos de revolución
- Poliedros: Cuadro resumen de volúmenes y áreas laterales y totales
- Cuerpos de revolución: Cuadro resumen de volúmenes y áreas
- Actividad: Autoevaluación
  - ❖ Une con flechas cada poliedro regular con su desarrollo plano



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

- |   |    |
|---|----|
| 1 | a. |
| 2 | b. |
| 3 | c. |
| 4 | d. |

e. Actividad: Autoevaluación

❖ Elige V ó F según corresponda:

- Todas las aristas de un poliedro regular son iguales \_\_\_\_\_
- Existe un poliedro convexo que tiene 9 caras y 5 aristas \_\_\_\_\_
- Una pirámide hexagonal regular es un poliedro regular \_\_\_\_\_
- Existen infinitos poliedros regulares \_\_\_\_\_
- Sólo existen 5 poliedros regulares \_\_\_\_\_
- Todos los paralelepípedos son poliedros regulares \_\_\_\_\_

f. Actividad: Autoevaluación

❖ Elige la respuesta correcta:

- La fórmula de Euler,  $C+V=A+2$ , se cumple para:

- \_\_\_\_\_ Los poliedros regulares convexos
- \_\_\_\_\_ Los poliedros regulares
- \_\_\_\_\_ Todos los poliedros convexos
- \_\_\_\_\_ Todos los poliedros

g. Actividad: Autoevaluación

❖ El metro de platino e iridio.... NO

h. Actividad: Autoevaluación

❖ Poliedros

- Completa en el siguiente texto lo que corresponda

1. Los poliedros están formados por \_\_\_\_\_. Los lados de éstos polígonos se denominan \_\_\_\_\_.
2. Se llaman poliedros regulares a aquellos que están formados por polígonos \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_. Solamente existen \_\_\_\_\_ poliedros regulares.

i. Actividad: Autoevaluación

❖ Poliedros

- Escribe en cada celda la respuesta correspondiente

1. Un poliedro convexo tiene 4 caras y 6 aristas. ¿Cuántos vértices tiene?
2. Un poliedro convexo tiene 6 vértices y 12 aristas. ¿Cuántas caras tiene?
3. Un poliedro tiene 9 vértices, 20 aristas y 12 caras. ¿Es convexo?

j. Actividad: Autoevaluación

❖ Áreas de Poliedros

- Escribe en cada celda el área que corresponda, en  $\text{cm}^2$





UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

1. Prisma recto de altura 7 cm y base un triángulo rectángulo de base 3 y altura 4 cm

AL=

AT=

2. Pirámide regular cuya apotema mide 5 y cuya base es un cuadrado de 6 cm de lado

AL=

AT=

**k. Actividad: Autoevaluación**

❖ Áreas de Cuerpos de Revolución

- Escribe en cada celda el área que corresponda, en  $\text{cm}^2$

1. Cilindro de 4 cm de radio y 6 de generatriz (altura)

AL=

AT=

2. Cono de 4 cm de radio y 6 de generatriz

AL=

AT=



**ANEXO N°. 6 GUÍA N°. 3 ACTIVIDAD RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**PRIMER MOMENTO: SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA**

Para resolver las siguientes situaciones, el grupo se dividirá en 7 grupos de 5 estudiantes; deberán traer regla, colbón, tijeras, cada grupo deberá realizar en hojas tamaño carta (tipo trabajo escrito), la situación que le corresponda, teniendo en cuenta:

- Portada
- Medidas
- Gráficos
- Cálculos de áreas laterales, totales y volúmenes
- Fotos del diseño del sólido
- Explicar o describir los ítems b., c., d., e.

**EQUIPO 1:** Para una fiesta, Kevin y su equipo harán 10 gorros, de forma cónica y construirán 10 recipientes para la basura de forma cilíndrica, 5 con tapa y 5 sin tapa; las medidas para el gorro son 15 cm de radio y 25 cm de generatriz. Las medidas del recipiente son altura 30 cm, diámetro 16 cm ¿Cuánta cartulina necesitarás para los 10 gorros y cuánta cartulina para los 10 recipientes?,Cuál será el volumen de cada gorro y de cada recipiente?

GORRO PIÑATA – FORMA CÓNICA	RECIPIENTE BASURA - CILINDRO
	

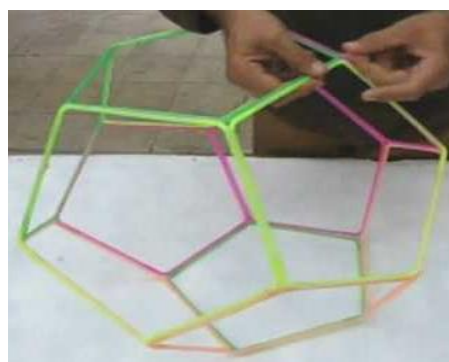
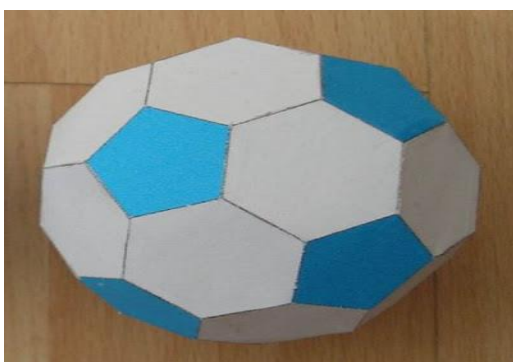
**EQUIPO 2:** El rector de la Institución desea hacer una piscina, pero no sabe qué forma y qué medidas darle. Construye una maqueta con pitillos de refresco y ganchos clips, como propuesta, haciendo uso de tu creatividad y de los conocimientos que has aprendido a lo largo de la unidad didáctica, con respecto a las áreas, perímetros y volúmenes; utilizando medidas arbitrarias, es decir, con cualquier objeto (pies, pasos, palos, un cuaderno, etc.) que se pueda medir y a escala, por ejemplo: si la altura de la piscina es de 2,5 m:

$$2,5 \text{ m} \cdot \left( \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) = 250 \text{ cm}$$

Los 2,5 metros los colocas como 26 cm, y divides:  $\frac{250}{26} = 9,62 \text{ cm}$ .

Los 9,62 cm, te quedarán más fácil de medir con una regla

**EQUIPO 3:** En honor al Mundial 2014, realiza con pitillos y clips, un sólido, similar al balón de fútbol (icosaedro truncado), con 12 pentágonos y 20 hexágonos. Debes hallar el número de aristas y el número de vértices.



**EQUIPO 4:** Construye con pitillos y clips, los sólidos que conforman tu salón de clases, haciendo uso de las medidas arbitrarias y a escala. Inicialmente debes hallar las áreas de cada polígono y luego sus volúmenes. Utiliza también medidas arbitrarias y/o medidas a escala, por ejemplo: si la altura de la piscina es de 2,5 m:

$$2,5 \text{ m} \cdot \left( \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) = 250 \text{ cm}$$

*Los 2,5 metros los colocas como 26 cm, y divides:  $\frac{250}{26} = 9,62 \text{ cm}$ .*

*Los 9,62 cm, te quedarán más fácil de medir con una regla*

**EQUIPO 5:** Para la inauguración de la construcción de la piscina, el rector propone la semana de vacaciones del mes de octubre, una actividad de esparcimiento y de camping en

la Institución, en la cancha de baloncesto pero quiere saber cuántas carpas puede colocar, para saber cuántos estudiantes, docentes y padres de familia pueden invitar; y de qué medidas, es decir:

- a) Construir con pitillos el bosquejo de la cancha con las carpas
- b) Hallar el área de la cancha de baloncesto
- c) Hallar el área y volumen de las carpas, teniendo en cuenta que unas tienen forma de pirámide cuadrangular y otras de prisma cuadrangular. Deben considerar que ésta última es de mayor volumen que la pirámide, pues la cantidad de alumnos supera la de los maestros y padres. Si el volumen de una persona es de 3663 cm cúbicos, cuántas personas cabrían en cada carpa, considere un espacio para el equipaje
- d) Deben tener en cuenta una zona de esparcimiento, o para transitar o de evacuación, que debe estar situada a lo largo de la cancha y en medio de ambas filas. La siguiente es una sugerencia de la división de la cancha, carpas y zona libre:

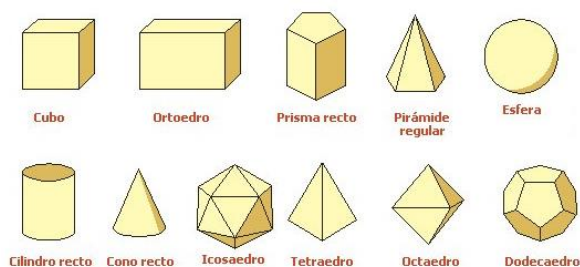
CARPAS PARA ESTUDIANTES	ZONA LIBRE	CARPAS PARA PROFESORES Y PADRES
		
		



**EQUIPO 6:** Para decorar el salón y las carpas, deberán construir con pitillos, 5 estrellas y 5 faroles, deben calcular sus áreas laterales y sus volúmenes

Estrellas	Faroles
Las puntas son pirámides cuadrangulares y el centro es un hexaedro	Los extremos son pirámides cuadrangulares, siendo la de arriba de mayor tamaño que la de abajo. El cuerpo es un paralelepípedo

**EQUIPO 7:** Elaborar con pitillos, pirámides, hexágonos, prismas, paralelepípedos, entre otros, y hallar sus áreas laterales, totales y volúmenes. Proponer una construcción con material concreto: la esfera, el cilindro y el cono



**SEGUNDO MOMENTO: CONSTRUCCIÓN DE SÓLIDOS Y APLICACIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA PLANTEADOS EN EL PRIMER MOMENTO DE LA GUÍA N°.3**

El grupo se divide en 5 grupos de 8 estudiantes para resolver las situaciones problema propuestos en el primer momento, es decir, en el primer momento se socializará la



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

*Gloria Patricia Zapata Álvarez*

situación, el contexto, qué y cómo se debe hacer la actividad, conceptualizar las medidas arbitrarias y en escala; Inicialmente dejar la iniciativa por parte del estudiante para provocar sus proposiciones y creatividad según sea la situación que le corresponde a cada equipo. De esta manera, en este segundo momento estará preparado tanto con los conceptos, las formas, las medidas y los materiales para construir los sólidos que están explícitos en cada una de las diferentes situaciones.

**ANEXO N°.7 ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA**

1. ¿Consideras que los problemas que resolvimos en clase te ayudaron a entender el tema de volumen de los sólidos?
2. ¿El material concreto con que resolvimos las situaciones problema en las actividades, te generaron motivación e interés en el aprendizaje de volumen de sólidos?
3. Las actividades que realizamos en clase permitieron hallar el volumen de algunos sólidos, ¿podrías aplicarlo de nuevo?
4. Debido a que las situaciones problema se realizaron en el contexto institucional, ¿Podrías proponer situaciones similares de tu cotidianidad?
5. ¿El proceso creativo te sirvió como alternativa de aprendizaje, para construir la solución de las situaciones problema?

**ANEXO N°. 8 GRÁFICOS DE LOS RESULTADOS DE LAS TABLAS DEL KPSI INICIAL Y FINAL**

