(RE)SIGNIFICACIÓN DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA DEL ESTUDIANTE A TRAVÉS DE LA MEDIACIÓN CON SITUACIONES PROBLEMA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE

LICENCIADA EN EDUCACIÓN BÁSICA: MATEMÁTICAS

Any Carolina Cardona-Berrio

Cindy Alejandra Martínez-Castro

María Camila Ocampo-Arenas

ASESOR:

John Jairo Múnera Córdoba

FACULTAD DE EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

MEDELLÍN

2014

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
COMITÉ DE PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS

Acta de Aprobación de Trabajo de Grado - Pregrado

En la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia se reunieron los profesores **John Jairo Múnera Córdoba** y **Jesús María Gutiérrez Mesa**, en calidad de Jurados del Trabajo de Grado: "**(Resignificacion) de la actividad matemática del estudiante a través de la mediación con situaciones problema**", presentado por los estudiantes **Any Carolina Cardona Berrio, Cindy Alejandra Martìnez Castro y Marìa Camila Ocampo Arenas,** del programa de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, quienes realizaron una presentación pública de su Trabajo de grado debidamente aprobado (artículo 25 del Acuerdo 284 de 2012). Una vez terminada la presentación se firmó el acta con la calificación de **APROBADO,** por unanimidad, luego el coordinador de práctica del programa dio a conocer el resultado.

Medellín, 26 de noviembre de 2014

John Jairo Múnera Córdoba
Jurado

Jesús María Gutiérrez Mesa
Jurado

José Adán Ramos Valenzuela
Coordinador de Práctica Programa Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

AGRADECIMIENTOS

Al culminar este trabajo agradecemos a Dios y a nuestras familias por su apoyo incondicional durante este proceso.

A los estudiantes, Jiney Vanesa Colorado, Kevin Bustamante y Juan Manuel Agudelo, por haber hecho parte de este trabajo investigativo.

A nuestro asesor John Jairo Múnera Córdoba por su paciencia, apoyo incondicional y dedicación para impulsarnos a sacar este proyecto adelante y por su entrega, en la búsqueda constante, de la excelencia.

A la Licenciada Beatriz Elena Pérez Ramírez, rectora de la institución educativa Pedro Luis Álvarez Correa, del municipio de Caldas-Antioquia y, la maestra cooperadora Alba Luz Arias Marín, por habernos recibido con los brazos abiertos y permitirnos realizar nuestro trabajo facilitando los espacios y tiempos pertinentes.

Gracias al grupo de investigación “Matemática, Educación y Sociedad-MES” y, a nuestros compañeros de la licenciatura por participar de nuestras exposiciones y extendernos sus apreciaciones, como pares académicos, para el mejoramiento.

RESUMEN

Mediante esta investigación se analizó la (re)significación de la actividad matemática del estudiante a través de la mediación con situaciones problema, considerando éstas como una alternativa metodológica para movilizar matemáticas escolares de manera reflexiva y dinámica.

Para tal fin, el camino recorrido lo desarrollamos desde una metodología a la luz del paradigma cualitativo, bajo un enfoque interpretativo, y una estrategia de estudio de casos, con la participación de tres estudiantes, de la institución Educativa Pedro Luís Álvarez Correa. A través de las situaciones problema que planeamos, pudimos interpretar las formas de proceder de los sujetos participantes de la investigación, estas estuvieron enmarcadas en la (re)significación de la actividad matemática de los estudiantes, cuando abordan, de manera colaborativa, situaciones problema, con la intencionalidad de construir significados compartidos para los conceptos implícitos en estas.

Para responder a nuestra pregunta de investigación, ¿Cómo se (Re) significa la Actividad Matemática del Estudiante a través de la mediación con Situaciones Problema?, nos propusimos analizar la (Re) significación de la Actividad Matemática del Estudiante a través de la mediación con Situaciones Problema. En esta misma búsqueda, nos apoyamos de autores como John Jairo Múnera, para aclarar asuntos en torno a las situaciones problema, y para la actividad matemática en Bishop, un autor estadounidense que desarrolla ideas sobre la educación matemática que abren nuestro panorama en torno a nuestro objeto de estudio. Igualmente, indagamos algunos escritos de Nuria Planas, quien nos permite comprender las dinámicas del aula de clase y cómo la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas cobran otros sentidos desde situaciones que involucren al estudiante en el aula de clase como protagonista del saber.

En este sentido, realizamos un proceso de triangulación, mediante el cual interrelacionamos los planteamientos de los autores referenciados, nuestras voces

como investigadoras y las producciones de los estudiantes; con el fin de construir unas conclusiones fruto de la interpretación y la reflexión.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN

El trabajo que presentamos a continuación, titulado: **(Re) significación de la actividad matemática del estudiante a través de la mediación con situaciones problema**, surge de distintos cuestionamientos sobre ¿cómo orientar las matemáticas por otros caminos, que se alejen un poco de una visión técnico racionalista del conocimiento? y ¿Qué metodologías para las matemáticas escolares ponen en dialogo los procesos de enseñanza y aprendizaje? Por consiguiente, encontramos en la propuesta sobre situaciones problema una alternativa para transformar las prácticas del docente, estudiante y conocimiento y la posibilidad de hacer una integración curricular que permita concebir la actividad matemática desde otras miradas.

Esta propuesta de investigación parte del desarrollo de diversas situaciones vividas por nosotras como investigadoras en los diferentes espacios de conceptualización de la universidad y desde las prácticas de aula, que sirvieron de insumo para el planteamiento del problema, donde se pusieron en diálogo las diferentes observaciones realizadas en las aulas, las inquietudes surgidas durante las lecturas hechas al contexto escolar y las diferentes experiencias que nacieron de la interacción con los estudiantes.

Posteriormente se presentan algunos referentes teóricos que aportan y sustentan los diferentes conceptos, posturas e ideas en relación con las situaciones problema, la actividad matemática y la interacción en el aula de matemáticas, los cuales, orientaron las distintas reflexiones y el proceso de análisis en relación con la información obtenida, fruto de las prácticas de aula. Igualmente se presenta la ruta metodológica que orientó el proceso de investigación, mediante las notas de campo, las videograbaciones, fotografías, diarios de proceso y las situaciones problema, que posibilitaron interpretar las producciones orales y escritas más relevantes, de los sujetos participantes.

Finalmente, se presenta el análisis de los datos a partir de dos categorías emergentes. Para llevar a cabo dichos análisis, realizamos un proceso de sistematización de cada una de las situaciones, identificando los comportamientos y procedimientos llevados a cabo por cada uno de los sujetos participantes de la investigación. El camino seguido en los análisis fue a partir de una triangulación entre las producciones de los estudiantes, nuestras interpretaciones personales y los referentes teóricos en los cuales apoyamos el trabajo. Fruto de estos análisis presentamos las consideraciones finales de todo este proceso investigativo.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Durante nuestra licenciatura, estuvo el interés por indagar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, asuntos que fueron motivados en los distintos espacios de conceptualización relacionados con las didácticas específicas de la carrera, tales como, seminario didáctica de la aritmética, didáctica de la geometría, didáctica de la estadística, didáctica del algebra y la medida.

Estos, nos permitieron tener unos primeros acercamientos a prácticas de aula, que nos llevaron a inquietarnos por diversas manifestaciones de los estudiantes: desinterés hacia el área, gestos de pereza, actitudes de impaciencia y agotamiento, entre otros. Es decir, nos dimos cuenta que la matemática escolar sigue centrada en una visión del conocimiento que privilegia la transmisión de contenidos y el desarrollo de técnicas procedimentales, llevando esto a concebir al estudiante como un sujeto pasivo.

Estas primeras observaciones nos llevaron a cuestionarnos sobre ¿cómo orientar las matemáticas por otros caminos? ¿Qué metodologías para las matemáticas escolares ponen en dialogo los procesos de enseñanza y aprendizaje? ¿Cómo lograr que el estudiante asuma un papel protagónico en la construcción de conocimientos matemáticos?

Es así como en la inducción para matricular la práctica pedagógica, encontramos en la propuesta de situaciones problema una alternativa para transformar las prácticas del docente, estudiante y conocimiento, y la posibilidad de hacer una integración curricular que permita concebir la actividad matemática de manera dinámica. A partir de este momento nuestra apuesta era pensar en un nuevo escenario donde el estudiante tenga cabida con sus conceptos, percepciones, ideas, es decir, todo lo que es él como sujeto.

En nuestro primer semestre de práctica, en un grado séptimo, encontramos situaciones muy similares a las observadas en las experiencias vividas en los espacios de conceptualización ya mencionados. Pudimos identificar que en estas prácticas quedaban en un segundo plano las interpretaciones y reflexiones propias de los sujetos, asunto, que podía deberse a una enseñanza dirigida a que todos aprendan lo mismo, desde apuestas encaminadas a obtener respuestas por procedimientos predeterminados.

Este enfoque ha conllevado a que las formas de actuar de los estudiantes estén permeadas por una visión de las matemáticas que considera el conocimiento como un asunto estático y acabado, limitando el papel de estos sujetos a la reproducción de manera idéntica de todo aquello dado por el docente.

En este sentido, Bishop (1999) plantea que: “[…] es necesario que nos apartemos de las ideas impersonales, instrumentales y mecanicistas que dominan en la actualidad, donde la enseñanza de las matemáticas se centra en la trasmisión eficiente de unos contenidos especificados del enseñante al alumno” (p. 160). Esta mirada se hizo evidente en nuestras visitas y aumento nuestra necesidad de pensar los procesos de enseñanza y aprendizaje desde otras apuestas metodológicas, en este caso las situaciones problema.

Posteriormente y a partir de unas primeras revisiones bibliográficas sobre situaciones problema nos encontramos que, en efecto, hay otras posibilidades para el desempeño, desde el tejido de otras relaciones, del docente y el estudiante, en función del conocimiento matemático escolar.

De acuerdo con Múnera (2011) el estudiante dinamiza sus modos de pensar durante la construcción de significados para las ideas conceptuales implícitas y la negociación de los mismos con sus compañeros, lo que los pone en situación de debate y argumentación como pares.

En consonancia con estas ideas, plantea que el docente se hace par del alumno, estableciendo una relación dialógica, dado que las nuevas formulaciones y preguntas de los estudiantes conllevan a una reconfiguración de los conocimientos que posee y a asumir otra actitud en el aula, de tal manera que oriente los procesos en función del aprendizaje, y no sólo a través de procesos de enseñanza. En este sentido, el conocimiento ya no entra al aula desde una organización jerárquica y formal propia del saber científico, sino que ingresa de manera contextualizada, a través de diferentes formas de representación y de conexiones entre las mismas.

En consecuencia, continuando nuestras indagaciones bibliográficas, nos encontramos con trabajos de corte investigativo desarrollados en el marco de situaciones problema, en particular relacionados con procesos de enseñanza y aprendizaje. En adelante damos cuenta de elementos que hemos destacado de éstos:

En el trabajo de Cano, S. Giraldo, A. Múnera, J. (2011). Titulado *Situaciones problema: dinamizadoras de procesos de comunicación en el aprendizaje de matemáticas escolares*, encontramos que su apuesta era identificar elementos característicos de una situación problema, desencadenadores de procesos de comunicación en el aprendizaje de matemáticas escolares.

Como consideraciones finales, llegaron a que una alternativa problematizadora de matemáticas escolares, convoca, a los estudiantes, al uso de formas de representación de conceptos y relaciones matemáticas, facilitando procesos comunicativos, que poco a poco contribuyen al esclarecimiento de los razonamientos, en la medida que cada vez son más claros y persuasivos al entrar en interlocución con sus compañeros y profesores.

En la tesis de Hoyos, C. Ruiz, L. Múnera, J. (2011). *Situaciones problema: dinamizadoras de procesos de razonamiento en las matemáticas escolares*, el objetivo fue identificar elementos característicos de las situaciones problema que favorecen las diferentes formas de razonar de los estudiantes en el aprendizaje de conocimientos matemáticos.

Ésta investigación estuvo orientada desde los parámetros de la investigación cualitativa y desarrollada a partir de un estudio de casos con tres estudiantes. Algunas conclusiones fueron en primer lugar, que el trabajo con situaciones problema permite desarrollar destrezas y habilidades en los estudiantes como la reflexión, la interpretación y la capacidad de decidir cuáles son los planteamientos necesarios para emprender la resolución de una situación. En segundo lugar, plantean que a partir de estas situaciones, los estudiantes realizan procesos de construcción de conocimiento a través de las soluciones iniciales e informales que ellos mismos inventan. Desde ésta perspectiva, se pretende que ellos trabajando en interacción con sus pares, reinventen los objetos, saberes y herramientas de la matemática.

Otra de las investigaciones realizada por Cano, J. Marulanda, L. Múnera, J. (2011), titula *Situaciones problema: re-significadoras de procesos de enseñanza en la clase de matemáticas*.

Su apuesta fue analizar cómo las situaciones problema re-significan los procesos de enseñanza en la clase de matemáticas. La metodología se basó en una investigación de corte colaborativo, a través de la realización de un seminario taller llamado: el currículo de matemáticas desde un enfoque de situaciones problema. Los investigadores concluyeron que los docentes sólo replican la forma como les enseñaron. Los profesores de la básica primaria tenían una visión de la enseñanza de las matemáticas vinculada a procesos únicamente algorítmicos. Las situaciones problema, como lo muestra en esta investigación, puede ser una alternativa que permita dinamizar el currículo de matemáticas, promover unas relaciones diferentes entre el profesor, el estudiante y el conocimiento.

También; Agudelo, E. Espinosa, M. et al. (2007). Realizaron el trabajo *Sistematización de situaciones problema para desarrollar pensamiento aditivo.* Su objetivo se orientó en, implementar una estrategia de intervención pedagógica, desde el enfoque de situaciones problema, orientada a desarrollar procesos numéricos en contextos de pensamiento aditivo.

La metodología que utilizaron fue cualitativa - descriptiva - explicativa, donde se involucra un enfoque cualitativo y cuantitativo. La conclusión a la que se llegó fue que las situaciones problema, en las que el mediador, es el juego permiten desarrollar comunicación matemática de manera espontánea, a la vez que posibilita la movilización de relaciones aditivas, lo cual, ayuda a identificar diferentes niveles de aprendizaje en los estudiantes. Además, concluyen que implementar situaciones problema formuladas en contextos aditivos lleva a los estudiantes hacia la comprensión de la relación entre suma y resta con el fin de construir significativamente las relaciones propias de pensamiento aditivo.

Alzate, M. Cadavid, L. et al. (2004). En el nivel de posgrado desarrollaron un trabajo titulado: *Elementos de combinatoria y probabilidad a través de una situación problema.* Como objetivo general se planteó diseñar una estrategia de intervención pedagógica que mejore la comprensión y el desarrollo del pensamiento aleatorio en los jóvenes del grado noveno de la educación básica a través de una situación problema de la vida cotidiana.

En su recorrido metodológico retomaron al profesor Orlando Mesa Betancur, desde su libro: "Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas", para plantear una definición de situación problema y la estrategia para diseñarlas. Como conclusiones se llegó a que la enseñanza a través de situaciones problema plantea la búsqueda de alternativas de solución, la participación activa, el desarrollo de habilidades mentales, la creatividad, la discusión y el análisis de las contradicciones. Además, concluyen que el docente es quien tiene la responsabilidad de diseñar las situaciones didácticas más apropiadas para aprovechar las potencialidades del alumno y llevarlo a construir una visión amplia y más potente del contenido matemático.

En relación con los trabajos antes referenciados, encontramos que aunque en muchos de ellos se retoma el papel del estudiante al interactuar con situaciones problema, no se hace un análisis acerca de sus formas de producir conocimiento matemático. Estos trabajos evidencian la existencia de otras posibilidades de movilizar las matemáticas escolares en el aula, de tal manera que los estudiantes sean partícipes de los procesos de aprendizaje de las mismas.

De todo lo anterior nace nuestro interés de centrar este estudio en la movilización de la actividad matemática del estudiante, desde las diferentes interacciones vividas en el aula, cuando éstas son mediadas por situaciones problema. Por lo tanto, ésta movilización estará enmarcada, siguiendo planteamientos de Bishop (1999), en todas aquellas acciones dirigidas a la construcción de significados, conceptos, procesos y valores como una manera de conocer.

Múnera (2011), ha caracterizado las situaciones problema como un espacio para la actividad matemática donde las interrelaciones en el aula posibiliten la producción negociada de significados para las relaciones y conceptos matemáticos implícitos en éstas. Desde esta mirada, consideramos que visionar el trabajo de aula por alternativas que acompañen procesos, permite que las interrelaciones que se establecen en el aula de clase sean significativas. Es decir, las apuestas de las matemáticas escolares en el marco del proyecto están enfocadas a un proceso de construcción de conceptos, significados, procesos y valores (Bishop, 1999), los cuales posibilitan darle otras miradas a los procesos de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas.

Si bien es cierto que Múnera (2011) no tiene un desarrollo extenso sobre lo que es la actividad matemática, su concepción de las situaciones problema como un espacio para la actividad matemática, es un punto de partida para elaborar una idea más amplia en relación a las formas de actuar de los estudiantes asociadas a una visión de las matemáticas como una manera de conocer, cuyo objetivo es que cada estudiante construya significados de los conceptos matemáticos.

En este mismo sentido, Abrantes (2002), también ofrece alternativas curriculares de modo que las matemáticas en el aula generen espacios flexibles y dinámicos donde se pone en diálogo las necesidades tanto de los estudiantes como del docente, a la hora de producir aprendizajes matemáticos. Se trata de que los estudiantes se involucren en actividades significativas, en donde se propicien espacios de reflexión y discusión, con el objetivo de motivarlos a explorar caminos propios que los orienten para resolver problemas.

En este orden de ideas, asumimos las situaciones problema como una alternativa de mediación de las relaciones entre el profesor, estudiante y conocimientos matemáticos; de modo que nos posibilitara la interpretación de todas aquellas acciones que configuran la actividad matemática del estudiante motivado por este enfoque como estrategia metodológica de aula. Por lo tanto, el tema central de ésta investigación lo hemos denominado, *(Re)significación*[1] *de la Actividad Matemática del Estudiante a través de la mediación con Situaciones Problema*, y las indagaciones frente a nuestra temática están orientadas por la pregunta ***¿Cómo se (Re)significa la Actividad Matemática del Estudiante a través de la mediación con Situaciones Problema?***, la cual está motivada por el objetivo de: *Analizar la (Re)significación de la Actividad Matemática del Estudiante a través de la mediación con Situaciones Problema.*

[1] Apoyados en Tamayo, C. (2012), se entiende la (re)significación como: "un elemento para dar cuenta de que los procesos de significación culturales e individuales siempre están en constante movimiento, […]" (p. 22).

3. MARCO TEÓRICO

En este apartado damos cuenta de la fundamentación teórica que nos orientó en el presente trabajo. Por lo tanto, presentamos, en un primer momento, algunos elementos teóricos asociados a las situaciones problema, en segundo lugar, aspectos relacionados con la actividad matemática, y finalmente, elementos en relación con la interacción en el aula de matemáticas. Así que el propósito de este apartado, es dar cuenta de los referentes teóricos asumidos, de modo que su organización, nos ponga en consonancia con los análisis a los que nos llevó esta investigación. Desde las situaciones problema, concebidas como un espacio para la actividad matemática, donde los estudiantes adquieren nuevas formas de expresión a través de las relaciones maestro, estudiante y conocimiento (Múnera 2011), exhibiremos por qué estas a su vez se constituyen en una estrategia metodológica para movilizar ideas matemáticas en el aula. La caracterización de la actividad matemática la referenciamos desde los planeamientos de Bishop (1999). Respecto a la interacción en el aula de las matemáticas, asumiremos, fundamentalmente, los aportes de Nuria Planas.

3.1 Situaciones problema

Mesa (1998), y Múnera (2001; 2006; 2009; 2011), han venido proponiendo las situaciones problema como una alternativa para dinamizar la construcción de conceptos y relaciones matemáticas en el aula, donde el estudiante a partir del uso sus saberes previos, y desde el diálogo con sus pares, explora, conjetura y construye hipótesis para producir nuevos conceptos e ideas, logrando crear una nueva capacidad comunicativa. Entendiendo ésta en palabras de Planas (2008), como aquellos comportamientos por medio de los cuales profesores y alumnos construyen el discurso en el aula. Así que en el marco del proyecto asumiremos la situación problema como:

> Un espacio para la actividad matemática, en donde los estudiantes, al participar con sus acciones exploratorias en la búsqueda de soluciones a las problemáticas planteadas por el docente, interactúan con los conocimientos matemáticos y a partir de ellos

exteriorizan diversas ideas asociadas a los conceptos en cuestión. (Múnera, 2011, p.181)

Las situaciones problema son un instrumento que permite dinamizar, estimular y potencializar el pensamiento matemático de los estudiantes, motivándolos a la búsqueda y exploración de ideas y estrategias de solución para las demandas de las mismas. Todo ello conlleva a la creación y discusión de conjeturas con los otros, sus compañeros, para lograr una construcción significativa de los conocimientos matemáticos implícitos en las situaciones problema.

Es importante dejar de transmitir en las aulas una matemática desarticulada de las posibilidades reales de los estudiantes, y darle más sentido a ésta a través de situaciones problema que generen discusión entre los sujetos que interactúan, dando lugar a unas matemáticas flexibles y dinámicas potenciando así la exploración, la discusión y las reflexiones personales. En palabras de Abrantes (2002): “Se deben proporcionar a los alumnos situaciones que les animen a explorar caminos personales para resolver problemas, a descubrir y a crear sus propias reglas”. (p.11)

El trabajo con situaciones problema brinda otra dinámica a la relación docente, estudiante, y conocimiento, es decir, el papel de éstos adquieren un nuevo sentido dentro del aula de clase, cuando se trata de tejer relaciones significativas para los objetos de conocimiento. En adelante damos cuenta de la caracterización del papel de cado uno:

Papel del docente. Múnera (2011), propone que es necesario replantear el papel del docente si éste pretende enfocar su trabajo desde una visión problematizadora del conocimiento. Se convierte en un facilitador del aprendizaje, creando condiciones para que los estudiantes discutan en torno al significado de los conceptos matemáticos. Es decir, el maestro se vuelve par de los estudiantes, estableciendo relaciones dialógicas para orientar los procesos en función del aprendizaje, y no solo a través de procesos de enseñanza.

El profesor ya no es un transmisor[2] del conocimiento, sino que es un dinamizador de la actividad matemática de los estudiantes. Además, propicia espacios de interacción y discusión en el aula de clase acompañándolos permanentemente y creando ambientes más agradables e interesantes para éstos, dejando de lado la idea de ser el protagonista de la clase. En palabras de Múnera: "el docente, cambia su rol protagónico respecto a la idea de ser el único poseedor del saber" (2011, p. 184); el profesor, como ya se mencionó anteriormente, se convierte en par de sus estudiantes de tal manera que los moviliza en su proceso de aprendizaje para que puedan comprender los conceptos matemáticos a partir de la reflexión y la sistematización de ideas matemáticas.

Papel del estudiante. Desde una visión problematizadora del aprendizaje éste juega un papel fundamental en el trabajo mediado por situaciones problema. El hecho que, desde esta estrategia pueda usar sus saberes propios, lo convierte en un sujeto activo en los procesos de aprendizaje, a través de diferentes niveles de participación y discusión en el aula que le permiten establecer nuevas relaciones en torno a los conceptos implícitos en la situación problema.

Es necesario que los estudiantes emprendan acciones apoyándose en sus conocimientos previos, explorando significados, y debatiendo para poner en diálogo las ideas que surgen en esos discursos que van dando cuenta de sus razonamientos frente a las situaciones problema propuestas. En concordancia con Abrantes (2002), el accionar en el aula por parte de los estudiantes debe convertirse en una experiencia significativa y autónoma, yendo más allá de lo que explicitan los enunciados, creando una capacidad de razonar y comunicar matemáticamente a través de la formulación de conjeturas, su discusión y argumentación.

En este sentido, el aprendizaje de las matemáticas se vincula con una participación dinámica del estudiante en la construcción de relaciones matemáticas, por medio de la interacción con el docente, con el conocimiento y con sus demás compañeros de grupo, creando sus propias ideas matemáticas, lo cual es posible a través de un proceso de comunicación, donde se involucran sus percepciones y valores

[2] Según Moreno y Waldegg (1992), quien posee el conocimiento (profesor) lo ofrece a quien no lo posee (estudiante), sin riesgo de que éste se modifique en el proceso de transmisión.

como sujeto. Como lo dicen Planas y Gorgorió (s.f.): “Además de reforzarse el valor comunicativo de las matemáticas, se vincula su uso a situaciones en las que los alumnos tienen una importante implicación emocional” (p.25).

Papel del conocimiento. Por su parte, el conocimiento matemático ya no se considera como único ni acabado, sino que adquiere distintos significados de acuerdo al nivel de compresión que vayan alcanzando los estudiantes en sus procesos de aprendizaje. Como lo expresa Mesa: “el objeto de conocimiento no debe asumirse como un producto terminado, sino plantearse como algo con posibilidades de profundización y ampliación” (1998, p. 20). En este sentido, se interpreta que el conocimiento ya no se da a través de estructuras rígidas, sino a través de formas de representación, las cuales son mediadas por los contextos que motivan la situación y los saberes previos del estudiante.

De esta manera, se hace importante trabajar los contenidos matemáticos a través de diferentes formas de representación y conexiones de tal manera que surjan relaciones entre los conceptos, las cuales pueden generarse por medio de la creación de redes conceptuales (Múnera, 2011), siendo éstas fundamentales porque aportan al enriquecimiento de las relaciones entre los conceptos, pensadas por el docente desde la planificación y las surgidas al interior del aula gracias a la mediación de situaciones problema. Desde Mesa: “una red conceptual es una estructuración de conceptos que puedan ser considerados según diferentes estados de complejidad y variabilidad” (1998, p.22).

Además, la creación de redes conceptuales evita que se agoten las formas de comunicar significados de los conceptos en cuestión, permitiendo una ampliación constante del conocimiento matemático. Es decir, se elimina el carácter absoluto y terminado de las temáticas para que cada vez se generen más relaciones entre los conceptos, dando lugar a nuevas representaciones. (Múnera, 2011).

Como mencionamos antes, las situaciones problema son a su vez una estrategia metodológica, para movilizar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, es por ello, que en adelante presentamos en que consiste la estrategia.

Ésta desde Múnera (2011) se moviliza a partir de dos fases, la planeación de la clase y la interacción en el aula.

- *Planeación de la clase.* Es el plan bajo el cual el docente decide qué enseñar y cómo hacerlo, teniendo en cuenta los saberes previos de los estudiantes de tal manera que la situación problema tenga sentido para éstos. En este momento se reflexiona acerca del por qué y el para qué de los aprendizajes, teniendo en cuenta los intereses, las necesidades y los contextos que permitan crear ambientes agradables para el qué hacer matemático. En esta fase se elabora la red conceptual que movilizará la situación problema, en función la intencionalidad desde un punto de vista curricular.

- *Interacción en el aula*. Esta fase está mediada por cuatro momentos: El primer momento es el trabajo grupal, se propone que los estudiantes se organicen en pequeños equipos con el objetivo de generar espacios de diálogo para la discusión de estrategias de solución de la situación problema. En palabras de Múnera (2011): "es el momento donde los estudiantes, de manera colectiva, ponen en interacción el saber previo con el nuevo. Aquí el diálogo les permite entrar en procesos de confrontación, argumentación y de negociación de significados". (p. 185).

El papel del docente en este momento consiste en acompañar constantemente el trabajo de sus estudiantes, ofrecer alguna ayuda en caso de que sea necesario y crear preguntas que permitan la articulación coherente de las ideas.

El segundo momento es el espacio para la discusión colectiva de las ideas, en donde luego de dar un tiempo para el trabajo grupal, que depende de las características de cada situación problema, se realiza una plenaria dirigida por el docente en la cual se dan a conocer las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes, con el fin de comparar las distintas formas de solución, para retroalimentar las ideas que surgen de los conceptos implícitos en las situaciones problema. Además, este espacio permite que los estudiantes puedan expresar de manera oral aquellas ideas que quizás no fueron plasmadas de manera escrita.

El docente asume el papel de moderador en la discusión, y promueve la participación de sus estudiantes, a través de la realización de preguntas que ayuden a la estructuración de los conceptos implícitos en las situaciones. Aquí la experiencia de enseñar para el docente también se convierte en una oportunidad para aprender de y con los estudiantes.

El tercer momento es un espacio para la ejercitación, donde los estudiantes luego de la discusión colectiva interactúan con otras situaciones problema con el objetivo de hacer una autoevaluación y (co)evaluación de la comprensión de los conceptos y las relaciones construidas desde la situación problema. “El énfasis aquí, es fortalecer, desde otras actividades, la fluidez conceptual y procedimental, más que plantear, como ocurre convencionalmente, ejercicios para aplicar de manera mecánica” (Múnera, 2011, p. 186).

Por último, Múnera propone el momento de indagación de resultados, donde se plantea a los estudiantes la realización de un taller individual llamado taller de indagación, a partir del cual tanto el docente como el estudiante evalúan aquello que se comprendió y lo que aún falta profundizar por medio de otras situaciones problema. “Desde este, el estudiante tiene la oportunidad de autoevaluarse respecto a sus logros y de comprender la necesidad de realizar otras actividades que le permitan mejorar aspectos conceptuales y procedimentales” (Múnera, 2011, p. 186).

En el siguiente esquema se resumen las ideas desarrolladas anteriormente:

3.2 Actividad Matemática

Desde una mirada técnico-racionalista de la enseñanza de las matemáticas, el conocimiento matemático se ha centrado en una visión que privilegia el desarrollo de técnicas, métodos, procedimientos, y algoritmos, donde la valoración del aprendizaje se reduce a constatar la apropiación de esas formas de proceder.

Los estudiantes se ven afectados por esta forma de concebir las matemáticas escolares, ya que, su papel se limita a la reproducción y memorización de unos contenidos, dejando de lado la reflexión, la interpretación y la creación de significados que permitan la discusión y el debate al interior del aula de clase. Parafraseando a Bishop (1999), el alumno toma un papel pasivo en el proceso de aprendizaje, sus ideas, significados e interpretaciones personales no se consideran importantes, ya que, el objetivo de la enseñanza es que todos aprendan Io mismo independientemente de la forma en que comprenden su entorno e interpretan lo que aprenden.

En este sentido, el objetivo del aprendizaje de las matemáticas es que los estudiantes lleven a cabo procedimientos adecuados que les permitan desarrollar técnicas y habilidades para encontrar respuestas correctas a los problemas que se les proponen. En palabras de Bishop (1999):

> El currículo dirigido al desarrollo de técnicas está formado por procedimientos, métodos, aptitudes, reglas y algoritmos que dan una imagen de las matemáticas como una materia basada en el “hacer”. Es decir, las matemáticas no se presentan como una materia de reflexión. (p.24).

Partiendo de estas ideas, se hace importante pensar en otras alternativas que (re)planteen la organización curricular y metodológica en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, donde se supere la visión de las matemáticas como un saber acabado, fundamentado en el desarrollo de técnicas.

Desde una perspectiva cultural de la educación matemática, el primer paso para alejarnos de interpretaciones mecanicistas, es acercarnos a la enculturación matemática, donde se vean las matemáticas como una manera de conocer. De acuerdo con Bishop (1999) podemos entender la enculturación matemática como un proceso intencional de interacción por el cual se construyen[3] conceptos, significados[4], procesos y valores, dirigido a crear ideas con el objetivo de desarrollar en cada estudiante una manera de conocer. El objetivo de la enculturación se basa en: “fomentar la transformación desde la “técnica”, una manera de hacer, hasta el “significado”, *una manera de conocer.*” (Bishop, 1999, p. 160).

---

[3] En un contexto interpersonal, construir se puede entender como una empresa conjunta entre alumno y docente (Bishop, 1999)

[4] Desde Bishop (1999), el significado se refiere a las conexiones que se establecen entre ideas, y sólo algunas de estas conexiones serán las conexiones y los significados matemáticos acordados, compartidos u “oficiales”

La enculturación matemática como proceso implica tener en cuenta tres características mencionadas por Bishop (1999). La primera característica se refiere a su naturaleza asimétrica, la segunda hace alusión a la enculturación como un proceso intencional y la última tiene que ver con la enculturación como un proceso ideacional.

- *Un proceso asimétrico*. Aquí se resalta que el papel del docente y del estudiante no es igual, lo que permite ver la enculturación como un proceso dinámico. La tarea del docente consiste en crear un entorno social[5] para el alumno, y la tarea del alumno es construir ideas y modificarlas en la interacción con dicho entorno. Sin embargo, la asimetría no solo se refleja en estos papeles, también en el poder y la influencia, es decir, el docente debe tener un poder amplio en el aula de clase, para que el proceso de enculturación sea significativo.

Es así, como el docente siempre debe de tener clara la intencionalidad de cada actividad propuesta en el aula en función de la enculturación y debe utilizar su poder sin abusar, de manera legítima, porque otro factor que interviene en este proceso, es el conocimiento matemático que tiene el docente, influenciando a los alumnos para bien o para mal y corriendo el riesgo de que lo vean como la autoridad matemática. Es por esto que la participación constructiva y la colaboración se hace necesaria debido a que si los estudiantes no construyen nada, no hay nada que se pueda conformar y el docente debe ayudar a nutrir esa relación entre éstos y el entorno de aprendizaje, utilizando su influencia facilitadora sin imponer sus conocimientos matemáticos.

- *Un proceso intencional.* Es aquí donde se logra su objetivo concreto que es la manera de conocer. La intencionalidad será experimentada por el alumno en función de los tipos de tareas ofrecidas y el docente es quien determina cuáles son más apropiadas. Éste puede realizar adaptaciones pertinentes dentro del marco de referencia que ofrece el Estado. (Bishop, 1999). El docente debe propiciar espacios donde el estudiante sea el protagonista

[5] Parafraseando a Bishop (1999) el entorno social, de manera general, se refiere a todos los sujetos con los que interactúa el estudiante (docente y demás compañeros) para construir sus ideas.

mediante la elaboración de proyectos e investigaciones que sean la base de la construcción de su aprendizaje, mientras el profesor orienta, apoya y fomenta la acción de construir. Se le fomenta a los estudiantes la sensibilidad y una conciencia crítica frente a lo que consolidan desde lo aprendido.

- *Un proceso ideacional.* Se centra la atención en comunicar y compartir ideas matemáticas. Se trata de construir ideas y significados, no conductas o técnicas, poniendo en diálogo significados individuales y colectivos. Son los estudiantes quienes tienen la responsabilidad de contribuir significativamente para compartir y lograr una comprensión general de la construcción social de los significados, por esto el objetivo del docente es fomentar el aprendizaje en colaboración de todos los sujetos participantes en el aula de una manera apropiada, siendo el ritmo de comunicación cambiante cuando pasamos de una situación dirigida en su totalidad por el maestro, a una en donde los estudiantes trabajen en grupos pequeños colaborativamente donde cada uno aporte desde sus percepciones, conocimientos, cultura e historia.

Bishop (1999), plantea que el proceso de enculturación matemática esta mediado por una serie de actividades que existen en todas las culturas y para todo el mundo, sin dejar de lado la individualidad, el contexto social y cultural de la enseñanza. Es decir, existen similitudes matemáticas que permiten que todas las culturas participen en actividades matemáticas, donde se crean ideas y significados a partir de diversos procesos que pueden diferir de una cultura a otra. Dichas actividades son: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar.

Todas estas actividades son motivadas por necesidades relacionadas con el entorno y estimulan diversos procesos cognitivos, además, todas son importantes tanto por separado como en interacción para el desarrollo de las ideas matemáticas en cualquier cultura (Bishop, 1999). Por esta razón, no se deben concebir separadas por temas, sino, que mediante las actividades comunes a todas las culturas se aborden diferentes conceptos como organizadores del currículo, en el sentido que puedan proporcionar un marco de conocimiento mediante la exploración de conexiones lógicas entre ideas y significados dentro y fuera de las matemáticas.

Si bien, Bishop (1999) plantea que éstas son actividades comunes a todas las culturas, también pueden estar inmersas en el aula de clase, es decir, esas mismas actividades se pueden extrapolar al contexto escolar. Aunque es claro que el autor habla de dichas actividades en relación a los contextos culturales, desde este trabajo, se abordan directamente desde el aula de clase.

De acuerdo con la forma en que dichas actividades conceptualizan y definen su campo de estudio, se caracterizan de la siguiente manera:

- *Contar y medir.* Ambas actividades están relacionadas con el número, desde visiones diferentes. El aspecto discreto de contar es su característica esencial y contrasta con la continuidad de los fenómenos a los cuales se les asigna un sistema de medición. El contar es una actividad relacionada con las necesidades vinculadas al entorno, donde influyen procesos cognitivos de clasificar y buscar pautas. El medir es importante para el desarrollo de ideas matemáticas y se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia.

- *Localizar y diseñar.* Estas actividades se relacionan con la estructuración espacial que dan origen a diferentes tipos de ideas geométricas. El localizar resalta aspectos topográficos y cartográficos del entorno, y además de desarrollar el lenguaje y símbolos del niño, también, conduce a comprender los procedimientos empleados para reducir a escala el entorno. Diseñar se refiere a las conceptualizaciones de los objetos y artefactos que conducen a la idea de “forma”. Consiste en gran medida en abstraer una forma del entorno natural, por esta razón se habla con fines matemáticos más en diseñar que en hacer. Lo importante en la educación matemática es el plan, la estructura, la forma imaginada, la relación espacial percibida entre objeto y propósito, la forma abstracta y el proceso de abstracción.

- *Jugar y explicar.* Mediante estas actividades se logra establecer una relación de los unos con los otros como sujetos pertenecientes a un entorno social. El jugar hace alusión a las reglas y procedimientos sociales para la actuación, su inclusión es aún más importante cuando se aborda la educación matemática desde una perspectiva antropológica y cultural. El explicar es la última actividad que hay que describir y su función es indicar los diversos aspectos cognitivos del entorno y compartir estas conceptualizaciones. Esta eleva la cognición humana por encima del nivel asociado con la mera experiencia del entorno, explicar es tan universal como el lenguaje, y sin duda, tiene una importancia básica para el desarrollo matemático.

Aunque Bishop en su texto: *"Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural",* no desarrolla de manera explícita la idea de actividad matemática, si nos brinda un panorama que nos permite desentrañar sus concepciones acerca del conocimiento matemático y lo que caracteriza las formas de actuar de los estudiantes desde esta mirada. Es así como partimos de las ideas desarrolladas previamente, para interpretar la actividad matemática del estudiante como todas aquellas acciones dirigidas a la enculturación matemática, es decir, a la construcción de significados, conceptos, procedimientos y valores, como una manera de conocer y no como un asunto acabado.

Como la enculturación es un proceso interpersonal, las acciones llevadas a cabo por los estudiantes están inmersas en un contexto de interacción entre el docente y éstos, donde se presta atención tanto a los significados individuales como los compartidos. Es por ello que en adelante ahondaremos en la idea de interacción en el aula tomando como referente los aportes de Nuria Planas.

3.3 La Interacción en el aula de matemáticas

Las situaciones de enseñanza y aprendizaje están mediadas tanto por los conocimientos matemáticos como por las interacciones del docente con sus alumnos, y es a partir de ésta última que se hace posible la comunicación, la discusión de significados y la construcción de los saberes al interior del aula de clase. En la interacción pueden surgir diferentes formas de interpretar los conceptos y las ideas que se dan en torno al conocimiento matemático, pero esto da lugar a algunos conflictos que se derivan de la diversidad de significados que los sujetos le asignan al conocimiento. En relación a esto Planas e Iranzo (2009) plantean que:

> Desde la perspectiva de la singularidad de cada aula y sesión de clase, la metodología aplicada permite situar el conocimiento de la interacción en relación con los contextos sociales e institucionales, que da las prácticas y las normas, y los contextos personales, que surgen por la multiplicidad de interpretaciones acerca de los conflictos entre significados (p. 210)

Los conflictos que surgen en la interacción en el aula, provocan algunas dificultades comunicativas que influyen en los procesos individuales del aprendizaje de las matemáticas. Es decir, al ser el aula de clase un espacio complejo donde existen diferentes formas de interpretar y pensar, constantemente se dan choques entre las concepciones individuales de los sujetos con las ideas que se construyen colectivamente. De esta manera, los estudiantes participan en su proceso de aprendizaje mediante la puesta en dialogo de sus propios significados con los de su entorno social.

Planas (2004) plantea que existen 3 elementos que caracterizan la participación de los estudiantes en el aula. El primero de ellos es la identidad, en donde el alumno a partir de las interacciones sociales en el aula de matemáticas, construye, re-construye y co-construye su aprendizaje. El segundo es el significado, el cual se crea y se re-crea desde las diferentes formas de participación entre alumnos y docentes, y alumnos y alumnos. El tercero es el discurso, el cual se produce y re-produce a través de mecanismos que permite a los estudiantes el acceso a las diferentes formas de participación que surgen en el aula. Por medio de estos tres elementos, cada estudiante desde su actividad creativa, constructiva y productiva aporta al proceso de interacción a través de la discusión y negociación, implicándose en una retroalimentación que permita la conformación de sus ideas.

La interacción posibilita la revisión una y otra vez de los contenidos matemáticos y no matemáticos por parte de los sujetos inmersos en el aula. Es decir, "El aula de matemáticas es una compleja red de modos de interacción entre personas y entre grupos” (Planas y Edo, 2008, p. 442). El hecho de comunicar, discutir, y compartir ideas matemáticas está en estrecha relación con la tensión entre los significados individuales y compartidos que se construyen en el aula, de esta manera los estudiantes pueden. Tanto, construir ideas, como, modificarlas en el proceso de interacción, a partir de la revisión de errores, de la discusión de dudas y de la negociación compartida.

Es importante tener en cuenta que no todo proceso de interacción se vuelve significativo al interior del aula, sino que como lo mencionan Planas y Gongorió (s.f.), la interacción se convierte en algo positivo si viene acompañada del diálogo. Pero el diálogo no es exactamente lo mismo que una conversación, el diálogo se caracteriza porque las dos o más partes tomen la iniciativa, mientras que en la conversación puede haber interlocutores que no tengan voz reconocida a pesar de que hablen.

En la interacción se genera un gran intercambio de significados a través del diálogo, el cual, puede ser promovido por el profesor o por los mismos estudiantes. En palabras de Planas y Gongorió (s.f.): “El diálogo puede entenderse como la fase intermedia entre la interacción y la negociación. Negociar significa problematizar los significados surgidos del diálogo y consensuar nuevos significados desde la pluralidad”. El proceso de interacción es un proceso compartido de creación de conocimientos, el cual está mediado tanto por el discurso como por la negociación de ideas y significados, y es a partir de este último, que se construyen y (re)construyen los conceptos y relaciones matemáticas de manera colectiva.

Dicho de este modo, se consideran los discursos que surgen al interior del aula, importantes para la creación de conocimiento, y el intercambio de ideas matemáticas, además, generan oportunidades de aprendizaje para todos los sujetos inmersos en dicho proceso de aprendizaje. Siguiendo los planteamientos de Planas (2004) “entendemos el discurso como un conjunto de acciones, interacciones que se articulan en un contexto de prácticas sociales […] el discurso del aula está constituido por prácticas comunicativas que generan la producción y la transacción de intenciones y significados en interacciones […]” (p. 61)

El discurso permite a los sujetos, compartir sus formas de ver e interpretar el mundo, donde se pone en juego su identidad como sujeto inmerso en el proceso de aprendizaje, sus conocimientos y su conjunto de valores (Planas, 2004). Todos estos elementos se integran al momento de participar en el aula y durante la construcción de los significados.

Para la construcción de dichos significados, los estudiantes aportan una mirada personal importante en función de sus vivencias, su historia y su cultura. Es decir, cada estudiante como creador de significados construye por su propia cuenta ideas personales que dan importancia a su propia vida (Bishop, 1999). En consecuencia no hay dos alumnos idénticos, porque aunque se transmitan mensajes “iguales”, las formas en que estos pueden ser interpretados son diferentes. En palabras de Bishop (1999): “toda comunicación está influenciada por la personalidad del individuo” (p. 33).

4. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Nuestro trabajo de investigación lo realizamos a la luz del paradigma cualitativo, bajo un enfoque interpretativo, desde una estrategia de estudio de casos. Debido a que, el paradigma cualitativo nos permite, más que centrarnos en la cuantificación de datos a través de grandes muestras, profundizar en los análisis de las percepciones de los sujetos, teniendo en cuenta variables sociales y personales que influyen en el ser y en el hacer al momento de construir ideas que conlleven a la búsqueda y consolidación de nuevos conocimientos. En relación con Taylor y Bogdan (2000): “La frase metodología cualitativa se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable*”* (p.7).

Consideramos éste un paradigma pertinente, ya que, nos posibilita reconocer las vivencias cotidianas del sujeto que son la esencia misma de él, además, de favorecer el registro a partir de observaciones de campo, las entrevistas en profundidad, vídeos, fotografías y todo aquel material implícito allí de forma natural. La investigación cualitativa permite considerar al alumno dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, desde el estudio de sus comportamientos, gestos y acciones, es decir, “La investigación cualitativa es, ante todo, intensiva en lo que ella se interesa: en los casos y en las muestras, si bien limitadas, pero estudiadas en profundidad” (Pierre. J, 2004, p. 6)

Decidimos enfocarnos desde lo interpretativo porque de acuerdo con Sánchez (1998), este tipo de enfoque posibilita la comprensión de los fenómenos en sus varias manifestaciones y la interpretación como fundamento para el entendimiento de dichos fenómenos. Siendo así nuestro interés, interpretar una realidad en relación con las diferentes manifestaciones, expresiones, y significados presentes en los procesos de aprendizaje.

Para efectos de los análisis escogimos, como ya se mencionó, el estudio de casos, el cual, nos permite constituir y analizar en profundidad la información de los sujetos que integran nuestra investigación. Como lo expresa Schramm (1971), citado por Yin (2003): “la esencia de un estudio de caso, la tendencia central entre todo los tipos de estudio de caso, es que intenta iluminar una decisión o juego de decisiones” (p. 8). De esta manera, esta estrategia nos posibilita tejer una amplia descripción de los sujetos inmersos en ésta, de sus producciones orales y escritas, sus actuaciones, sus actitudes y así constituir y analizar los datos que podamos construir.

Para el caso de este proyecto, elegimos tres estudiantes, los cuales, a continuación serán presentados mediante sus características particulares.

Contextualización de los sujetos participantes

Los participantes del proyecto son tres estudiantes del grado 7°6 de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa del municipio de Caldas- Antioquia, con edades entre los 11 y 15 años. La elección de dichos sujetos fue fruto de las primeras observaciones e interacciones llevadas a cabo con algunas situaciones en el aula, durante los semestres 1 y 2 del proceso de práctica.

En el transcurso de ese tiempo identificamos, que el grupo estaba conformado por estudiantes con diversas características, algunos tímidos, otros extrovertidos, algunos atentos y otros más distraídos. De esta manera, decidimos elegir tres de estos estudiantes, donde cada uno con sus particularidades, representan el mundo de sujetos inmersos en el aula.

Durante los primero encuentros, notamos que estos estudiantes tenían diferentes formas de proceder frente a las actividades, es decir, diversas maneras de comunicarse, de expresarse, de dar explicaciones y de actuar en el aula, cada uno desde su esencia como persona. Es importante aclarar que contamos con la aprobación escrita y firmada de los estudiantes y de sus acudientes para participar del proyecto y su publicación, por lo tanto, en adelante haremos referencia a ellos con sus nombres reales. (Ver anexo 1)

KEVIN BUSTAMANTE MORALES, vive en el barrio la inmaculada del municipio de Caldas, pertenece a un núcleo familiar conformado por su mamá, sus tres hermanos, y dos tíos. En sus tiempos libres hace deporte. Nos expresó que “las matemáticas son buenas, depende de cómo uno las estudia”, además, comenta que si se es negativo para trabajar con ellas no se tendrán buenos resultados. Hemos podido notar que es inquieto, es decir, se observa en constante movimiento al interior del aula, sin embargo es un buen líder y participa de manera activa en el aula cuando se le encomiendan tareas y se le pide que exprese sus ideas, haciéndolo sin temor a equivocarse.

Consideramos que este estudiante posee particularidades muy interesantes, ya que, se muestra como un sujeto inquieto y dispuesto ante aquello que en verdad llamaba su atención. Consideramos que por ser tan inquieto y curioso por el conocimiento, podría aportar grandes cosas a nuestro proyecto y nosotras podríamos aportar bases para su proceso de formación.

JUAN MANUEL AGUDELO RUEDA, integra una familia conformada por su madre y abuelos maternos, y vive en el barrio Cristo Rey del municipio de Caldas. Dice que “le gustan mucho las matemáticas porque las considera muy importantes en muchos contextos de la vida”. En sus tiempos libres le gusta dibujar, ver televisión y practicar juegos de astucia y velocidad mental.

Es un niño que generalmente observamos participando de las actividades y discusiones de clase, lo cual evidenciamos en las ideas que comunica en el aula y en las estrategias que emprende en relación con las situaciones planteadas. Es un estudiante que es independiente a la hora de trabajar en el aula de clase, muestra autonomía y responsabilidad para cumplir con las actividades, siempre se interesaba por el porqué de las cosas y es muy abierto para expresar sus ideas ante los demás.

JINEY VANESSA COLORADO QUINTERO. Pertenece a una familia conformada por sus padres y tíos, vive en la vereda la Corrala parte baja, ubicada en el municipio de Caldas. Afirma que "le gustan las matemáticas ya que las considera muy importantes para la vida". En sus tiempos libres algunas veces juega en el computador y otras juega con sus amigos. En la primera sesión que tuvimos en el aula, notamos que era una niña que se interesaba mucho por sus estudios, sin dejarse permear por muchas problemáticas disciplinarias que había dentro del aula. Al preguntarle si le gustaba estudiar, expresó su interés en hacerlo, según ella, porque "quiere salir adelante".

Por esto nos preguntamos ¿Qué le podemos aportar nosotras a ella con las situaciones problema para que pueda expresarse con mayor soltura y desarrollar este proceso comunicativo? Y ¿Qué podría ella aportar a nuestra investigación desde sus acciones? Aunque es una niña tímida para participar de los diálogos de clase, al interior de su grupo sus aportes son significativos y muestra autonomía para proponer formas de proceder frente a las actividades.

Caracterización del trabajo de campo

Durante el tercer semestre de la investigación, llevamos a cabo el trabajo de campo con las situaciones problema, propiamente para los posteriores análisis. De esta manera diseñamos 12 situaciones problema, cada una con una intencionalidad, las cuales fueron aplicadas en 15 sesiones de clase, cada sesión con una duración de 2 horas de 55 minutos cada una. Para efectos de los análisis, decidimos elegir 5 de las situaciones llevadas al aula, las cuales fueron aquellas que se acercaron más a los contextos, además de propios, compartidos de los estudiantes que intervienen en el aula. (Ver anexo 2)

Durante los encuentros, generalmente el punto de partida para la interacción en el aula fue una situación problema, en donde inicialmente se realizaba un trabajo en equipos de 2 o 3 estudiantes orientado por las maestras investigadoras, que duraba aproximadamente una clase de dos horas. Luego de ello, se pasaba a realizar una plenaria de socialización para discutir en torno a los procesos e ideas construidas por los estudiantes, la cual estaba dirigida por una de las investigadoras y tenía una duración aproximada de una hora de clase, y en ocasiones de más tiempo dependiendo de las dinámicas de las plenarias.

En este proceso, para el registro y la constitución de datos implementamos instrumentos como la observación participante, las producciones escritas de los estudiantes, fotografías, grabaciones de audio y video, además, creamos una plantilla (anexo 3) para plasmar las notas de campo, de gran utilidad y necesarias para posteriores análisis. Luego de cada encuentro, realizamos un escrito llamado “diario de procesos” para plasmar allí todas las ideas, estrategias y procesos que surgieron en la socialización de los procedimientos de los estudiantes con las situaciones y las docentes investigadoras. Estos diarios permiten iniciar el proceso de análisis de la investigación.

Instrumentos para la constitución de registros y datos

Durante el trabajo de campo utilizamos una serie de instrumentos y técnicas para hacer registros y producir datos, que nos permiten centrar la atención en las producciones orales y escritas más relevantes de los sujetos, para posteriores análisis. Estos son: las situaciones problema, diarios de proceso, observación participante y entrevistas en profundidad. A continuación ampliaremos cada uno de ellos.

Situaciones problema. Las situaciones problema, como ya se mencionó, concebidas como un espacio para la actividad matemática y como estrategia metodológica para los procesos en el aula, se convirtieron en un insumo para las sesiones llevadas a cabo durante el trabajo de campo. En este sentido, a partir del trabajo con las situaciones problema pretendemos generar espacios para la reflexión, la discusión y la comprensión de los conceptos matemáticos. Y por medio de las producciones orales y escritas, que surgen durante todo el proceso de interacción, las cuales se registran en grabaciones de audio y video y en las ideas plasmadas por los estudiantes en el papel, observar algunos elementos, tales como las formas de actuar y de proceder, que nos permitan indagar sentidos y significados de su actividad matemática.

Diarios de procesos. Para elaborar estos diarios retomamos algunas ideas del registro del proyecto la escuela elegante, hecha en febrero de 2001, acerca de los diarios de procesos, realizado por la Corporación Región. Allí hicieron uso de este instrumento como unos de los más importantes para el investigador, porque posibilita el registro instantáneo de las lecturas que cada participante va elaborando del proceso, estos registros pueden ser utilizados posteriormente para el análisis.

Con la ayuda de los diarios de procesos realizamos un registro detallado y reflexivo de aquellas cosas que observamos y vivimos con los estudiantes a partir de cada una de las situaciones problema. Con este instrumento analizamos los comportamientos y los procesos realizados por cada uno de los sujetos participantes y los ambientes que se generan en el aula, centrando nuestra atención en las producciones verbales y escritas, y en las discusiones entre pares.

A partir de estas ideas y desde los intereses en el marco del proyecto, construimos un modelo para guiarnos en la escritura de cada uno de los diarios, el cual contiene: número de la actividad, fecha en la que se realiza, el grupo, el propósito de ésta, una descripción general de cómo se procede en el aula, una breve descripción y análisis de las maneras de actuar de los sujetos, construyendo así algunas consideraciones finales.

Es importante resaltar, que para la elaboración de estos escritos usamos las fotografías, las grabaciones de audio y video, y demás instrumentos ya mencionados, que se realizaban de la sesión, con el fin de volver a observar aquellos comportamientos, que los estudiantes tenían cuando se relacionaban con sus compañeros y con nosotras como investigadoras, para discutir en torno a la situación.

Observación participante. Nos posibilita estudiar más detalladamente características de los estudiantes, en relación con sus formas de actuar frente a determinada situación, de comunicar sus ideas además de interactuar con ellos y conocer sus lenguajes, sus formas de ser y de interactuar con los otros y con los conocimientos matemáticos. El hecho de involucrarnos en los procesos, nos posibilitó observar información para la constitución de los datos y la interpretación de los mismos, tratando de describir y explicar aquello que logramos percibir en el aula. Como lo expresa Pierre (2004): "la observación participante es una técnica de investigación cualitativa con la cual el investigador recoge datos de naturaleza especialmente descriptiva, participando en la vida cotidiana del grupo, de la organización, de la persona que desea estudiar" (P. 46)

De esta manera plasmamos todos los momentos que consideramos relevantes del trabajo de campo, haciendo más sistemática las observaciones. Para ello nos orientamos de un formato para la toma de notas de campo, en el que registramos el número de la actividad, la fecha, lo observado en los estudiantes durante la sesión, las dificultades presentadas, por ejemplo, cuando los estudiantes no comprenden algunas de las preguntas que se plantean en la situación o en cuanto a sus formas de proceder o de comprender algunos de los conceptos involucrados en la actividad, además de sugerencias para mejorarla y se reflexiona en torno a la pregunta ¿la actividad si movilizó procesos de pensamiento en los estudiantes? (Ver anexo 4), con el objetivo de anotar inmediatamente aquellos elementos relevantes que surgen durante el trabajo de campo que pueden ser de gran utilidad y necesarios para posteriores análisis.

Entrevistas de profundidad. Nos propician la comprensión de aquellas ideas, términos, símbolos y procesos presentes en las producciones de los estudiantes, y que no son explícitos para el investigador. Aquí las preguntas no son previamente construidas sino que van surgiendo durante el diálogo con los estudiantes, es decir, se indaga a través de una entrevista informal. Para realizar este tipo de entrevistas, la metodología utilizada es la conversación informal entre los sujetos participantes y una de las investigadoras, en un ambiente tranquilo y confidencial para todos. En este sentido Pierre (2004) plantea que “Existe […] otro tipo de entrevista que se realiza pocas veces, pero que ha producido resultados inesperados: la conversación informal, espontánea, a veces muy confidencial, que la persona interrogada concede al investigador”. (Pierre, 2004, p. 37).

Cronograma de actividades

Durante el proyecto de investigación realizamos una serie de actividades, las cuales nos permitieron ir avanzando en la consolidación de éste. Dichas actividades están organizadas en el siguiente cronograma, especificando el espacio temporal en cual fueron desarrolladas:

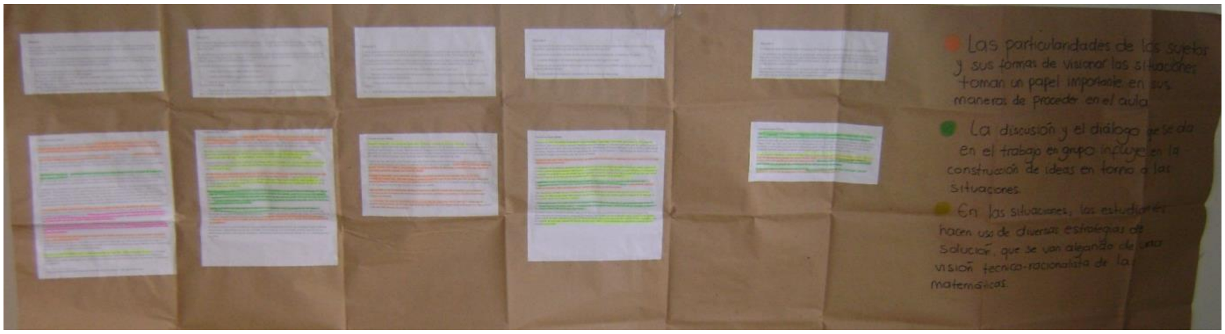
ACTIVIDAD/ TIEMPO	SEMESTRE 1 (2013-1)						SEMESTRE 2 (2013-2)					SEMESTRE 3 (2014-1)						SEMESTRE 4 (2014-2)				
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
Planteamiento del problema																						
Estado del arte y Justificación																						
Marco teórico																						
Instrumentos para la producción de registros y datos																						
Sistematización y análisis de datos																						
Escritura de informe final																						
Entrega del informe																						

5. ANÁLISIS DE DATOS

Para el análisis de la información, partimos de un proceso de sistematización de las distintas acciones llevadas a cabo por los estudiantes al abordar las situaciones problema; la cuales fueron analizadas y apoyadas desde los instrumentos y diferentes registros que apoyaron la consolidación de los de datos, tales como: los diarios de proceso, entrevistas en profundidad, notas de campo, grabaciones de audio y video y, fotografías. Fue así como pudimos identificar e interpretar las diferentes actuaciones y producciones de los participantes en la investigación. Por lo tanto, realizamos un proceso de triangulación entre las producciones y voces de los estudiantes, nuestras interpretaciones como investigadoras y los referentes teóricos en los cuales fundamentamos este trabajo.

Ya que, como lo plantea Stake (1998): “en nuestra búsqueda de precisión y de explicaciones alternativas, necesitamos disciplina, necesitamos estrategias que no dependan de la simple intuición y de las buenas intenciones de "hacerlo bien". En la investigación cualitativa, esas estrategias se denominan "triangulación" (p. 94). En este sentido, es importante tener en cuenta que este ejercicio es un ir y venir constante, mediante la revisión, una y otra vez, de las producciones de los estudiantes en asocio con los referentes teóricos y así enriquecer nuestras reflexiones; de manera que éstas no se conviertan en ideas que surgieron sólo desde nuestras lecturas personales, sino que también se puedan fundamentar desde los planteamientos de diversos autores logrando con ello refinar nuestras miradas en las explicaciones.

Después de tener claro el camino a seguir para los análisis, elaboramos un afiche como punto de partida, para poner en diálogo esas primeras ideas tejidas en torno a todos aquellos procedimientos y comportamientos que manifestaban los estudiantes cuando abordaban las situaciones problema llevadas al aula. Allí, empiezan a sobresalir aspectos que requerían de reorganizaciones y de explicaciones de modo que nos hicieran ver de manera significativa las acciones emprendidas por los estudiantes.



Fue así como desde este afiche empezamos a clasificar aquellos elementos que empezaban a sobresalir de manera constante, los cuales, agrupábamos resaltando con un color diferente cada paquete de ideas, que poco a poco empezaban a insinuarnos posibles categorías de análisis.

De esta manera, con el color naranja, quisimos hacer referencia a las particularidades de los sujetos en asocio con su entorno social, desde las formas en que producían ideas, conceptos, relaciones y representaciones en función de sus propias formas de abordar las situaciones problema.

Mediante el color verde identificamos la discusión y el diálogo que se da en el trabajo en grupo, el cual, influye en la construcción de ideas matemáticas producidas por los estudiantes cuando todo esto es mediado por las situaciones problema.

Y con el color amarillo resaltamos que los estudiantes hacen uso de diversas estrategias de solución, dando cuenta que su punto de partida no es desde la visión clásica del modo de hacer matemáticas, para empezar a mostrar matices que entran en consonancia con todo aquello que les es familiar y cotidiano.

Seguidamente, revisamos, una y otra vez, tras la búsqueda de sentidos y explicaciones, todas aquellas acciones, procedimientos y comportamientos llevados a cabo por los estudiantes, y una vez más, aparecían aspectos que empezaban a hacerse latentes. Los cuales se convertían, de un lado, en ideas representativas de la actividad matemática movilizada por los estudiantes en relación con las situaciones problema, y de otro, del tipo de interacciones que se daban en el proceso de construcción de ideas matemáticas.

Estos primeros acercamientos nos concentraban en dos aspectos muy importantes, las formas como interactuaban los estudiantes para construir ideas y, las particularidades, en las formas propias abordar las situaciones problema planteadas. En la necesidad de encontrar explicaciones más refinadas, de estas primeras ideas, desde lo vivido en el trabajo de campo, emergieron dos categorías de análisis, llamadas, la interacción en el aula como fuente de construcción de ideas matemáticas y, las particularidades del estudiante como punto de partida de la construcción de conocimiento matemático.

5.1 La interacción en el aula como fuente de construcción de ideas matemáticas.

Esta categoría surgió, de tres situaciones problema que dan cuenta de las formas de dialogar y generar discursos por parte de los estudiantes, llevando consigo acuerdos que daban sentido a sus ideas y creencias cuando de construir conocimientos matemáticos se trataba.

Dado que Caldas es un municipio en el que llueve constantemente, aprovechamos este fenómeno para plantear una primera situación problema, cuya intencionalidad apuntaba a conocer la forma como establecían relaciones entre volumen y capacidad, desde un sistema de recolección de agua lluvias en un tanque de C de aristas un metro; por lo tanto se requiere medir la cantidad de agua que puede almacenar dicho tanque, con la ayuda de dos cajas A y B. Esto con el fin de movilizar en los estudiantes la noción de volumen como una magnitud, mediante el uso de técnicas e instrumentos que permitan establecer relaciones métricas desde unidades como el cm^3 y el m^3.

Para llevar a cabo la situación problema, les proporcionamos a los estudiantes dos cajas, A y B, de aristas 1cm y 10cm respectivamente. Además, construimos un tanque C, de icopor, de aristas 1m, esto con el fin de que los estudiantes, si lo consideraban necesario, lo utilizaran para realizar sus procesos.

Jiney discutía con sus compañeras sobre la forma de utilizar las medidas tomadas para comparar la cantidad de agua que cabe en cada una de las cajas, dándose cuenta de la necesidad de encontrar el volumen de las mismas. A partir del área de la base, la cual calculó "multiplicando lado por lado", dándose cuenta que en la base de B[6] podía colocar 100 cubos A, y la altura es 10 veces la arista de la caja A, entonces multiplicó 10x100, obteniendo, así, el total de cubos A que caben en B. (Notas de campo. 11 de Marzo de 2014). Al darse cuenta que la relación que hay entre el volumen de las cajas A y B, es la misma que hay entre B y C, realizó el mismo procedimiento para encontrar la cantidad de cubos B que caben en el tanque C.

En la situación problema, se plantea, la tarea de hacer, la pregunta, ¿si algunas personas decidieran hacer un tanque que contenga la mitad de agua más de la que cabe en el tanque C, Cuáles serán las dimensiones para el volumen del nuevo tanque? Con respecto a esto, durante la socialización Kevin afirma: *"que sería añadiendo a la altura 50 cm, que quedaría del alto de él, que mide 1,50 ósea que la profundidad sería un metro y medio, y que el ancho y el largo de un metro".* (Notas de campo. 11 de Marzo de 2014).

Además, se generó una discusión, dado que algunos estudiantes, entre ellos, Juan Manuel y Jiney, expresaron la capacidad de este nuevo tanque en cm^3 y otros en m^3. Frente a esto Cindy (una de las investigadoras) pregunta: *¿Cuál es la diferencia*

[6] Se refería a la superficie inferior de la caja.

entre expresar las dimensiones en centímetros o en metros, o si lo hiciéramos en milímetros por ejemplo?, ¿cambiaría la cantidad de agua que se puede almacenar?

Al respecto, Kevin menciona que *"no puede cambiar la cantidad de agua porque el tamaño del tanque es el mismo"* (Notas de campo. 11 de Marzo de 2014). De acuerdo a esto, otro estudiante aclara que estamos hablando de lo mismo y que lo único que cambia es la unidad de medida. De esta manera, llegamos a la conclusión de que los valores de las dimensiones son equivalentes, y que es correcto expresarlo tanto en centímetros como en metros.

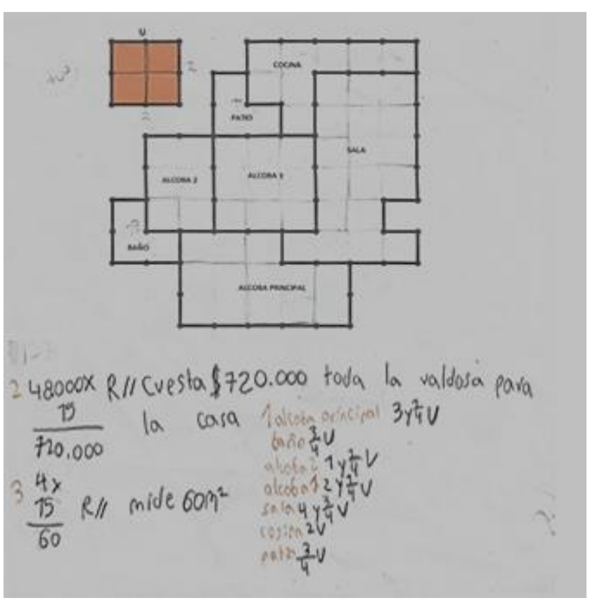
Posteriormente, se les plantea otra pregunta ¿Cuánta cantidad de agua puede contener el cubo A?, los estudiantes, un poco asombrados empiezan a decir: *"casi nada", "por hay cuatro gotas de agua"* entonces, por medio de una pipeta calibrada en mililitros, medimos la cantidad de agua que cabe en un cubo pequeño y pudimos comprobar que a un cubo de $1cm^3$ le cabe 1 ml de agua; asunto que sorprendió a muchos estudiantes por lo cual se acercaban con curiosidad a mirar el cubo lleno de agua.

En adelante para saber cuánta cantidad de agua cabe en los otros cubos, les fue fácil darse cuenta que en el cubo B caben 1000 ml de agua y Kevin expresa: *"ya empezarían a ser litros"*, esto es, porque en $1000cm^3$ cabe 1 litro de agua. Desde todas estas relaciones, les fue fácil deducir que en el tanque de volumen $1m^3$ caben 1000 litros de agua (Notas de campo. 11 de Marzo de 2014).

En esta socialización, interviene la maestra cooperadora y, en asocio con el contexto de la situación discutida, nos cuenta que en la costa utilizan este sistema de recolección de aguas lluvias, debido a que es un lugar en el que llueve con poca frecuencia, por lo cual es necesario ahorrar la mayor cantidad de agua posible. Estas palabras generaron reflexiones en torno a la forma como podríamos reutilizar el agua recogida en el tanque, si se construyeran éstos en sus casas y las de todas las personas del municipio. Kevin, después de dialogar con sus compañeros expresa: *"sería de gran ayuda para trapear y para regar las matas"*. Juan Manuel dice que *"para* *lavar la ropa y para el aseo de la casa también”*, y Jiney y menciona, también: *“para lavar la ropa y para echarle a los baños”* (Notas de campo, 11 de Marzo de 2014).

Estos momentos en donde los estudiantes comparten sus diferentes actividades y acciones para sistematizar ideas y relaciones asociadas al conocimiento matemático, dan cuenta del poder mediador de las situaciones problema para generar espacios de interacción, que conllevan a la producción de saberes desde sus propios discursos, los cuales, están mediados por situaciones que les son cotidianas y, de esta manera, a partir de los aportes de los otros, compañeros de clase y maestro, retroalimentan, complementan y (re)significan sus planteamientos, logrando cada vez más una mejor sistematización de relaciones entre los conceptos matemáticos implícitos en la situación. En palabras de Planas (2004), podemos decir que los significados de los conceptos involucrados en la situación se crearon y se recrearon a partir de las formas de participación usadas por los estudiantes.

En otra de las situaciones problemas, se hizo entrega del plano de una casa, la cual, debía ser embaldosada con unidades de superficie U, con el fin de identificar el número de baldosas necesarias para cada lugar de la casa. Esto con el propósito de usar el significado de las fracciones como relación parte todo a partir de la comparación de superficies.



Para encontrar el total de baldosas necesarias para toda la casa, Juan Manuel, procedió a cuadricular el plano tal y como lo hizo con la unidad U, para luego expresar en términos de las fracciones que cada cuadricula representaba de U (1/4 de U, 2/4 de U, 3/4 de U y 1U), la cantidad de baldosas requeridas en cada lugar de la casa. Este estudiante apoyo su trabajo por medio de la división del plano en cuadriculas, ya que, le es más fácil encontrar las superficies en unidades cuadradas. En el siguiente episodio se amplía el proceso realizado por el estudiante:

Investigadora: *Juan nosotras vimos que tú rayaste el plano pero no comprendemos si tomaste la unidad completa (señalando el cuadrado U), o si tomaste cada uno de los pedacitos. (Señalando los 4 pedazos iguales en los que se podía partir U).*

Juan Manuel: *no, en las unidades. (Señalando el cuadrado u)*

Investigadora: *¡en las unidades! entonces ¿cómo hiciste para las que no quedaban completas?*

Juan Manuel: *pues… acá lo dividí (señalando el cuadrado u) y quedaban 4, entonces las que sobraban contaba a ver si quedaban 4, y completaba una unidad.*

Durante la socialización de los procedimientos realizados, Juan Manuel afirma que para medir los lugares de la casa en los que no cabían baldosas completas, lo que hizo fue: *"convirtiéndola (la baldosa) en fraccionarios"* (Apartados extraídos de videograbación. 08 de Abril de 2014), es decir, partiéndola. Además, en un dialogo con Kevin se da la siguiente discusión: *Kevin dice que se necesita 1/2 (cantidad de baldosas para la alcoba 2) y otros mencionan que son 2/4, Juan Manuel afirma que son equivalentes*, refiriéndose a las fracciones 1/2 y 2/4, ya que, según él, *representan la misma cantidad de baldosas.*

Para calcular el área de toda la casa, Jiney plantea: "*nosotras al saber que el perímetro de una baldosa era 8, le sacamos el área a esa misma baldosa y nos dio 4 centímetros cuadrados y entonces al ya saber el área de esa baldosa, multiplicamos el área por las 15 baldosas que nos da toda la casa y eso nos dio el resultado que es 60 metros cuadrados"* (Notas de campo. 08 de Abril de 2014).

En una de los enunciados propuestos en la situación problema, se les pide a los estudiantes que, sabiendo que la cantidad de baldosa que ocupa la unidad U cuesta $48000, calculen el costo de la baldosa necesaria para toda la casa.

En este caso Jiney tomó como base el valor para el cuadrado U y, a partir de allí, al darse cuenta del total de baldosas de tamaño U que caben en la casa, multiplicó esta cantidad por el precio de cada baldosa U. De manera análoga para saber el área de la casa por medio del perímetro dado, dedujo que si para un cuadrado el área es de 4cm^2 entonces el área de las 15 baldosas correspondientes a toda la casa es 60m^2. Esto se hace más evidente a través de sus propias palabras: "*nosotras al saber que cada una*[7] *valía $48000, miramos cuantas baldosas le cabían en toda la casa que eran 15, entonces, al ya darnos cuenta que cabían 15, multiplicamos el 15 por 48000, nos dio 720000 y, ahí sacamos el resultado".* (Notas de campo. 08 de Abril de 2014).

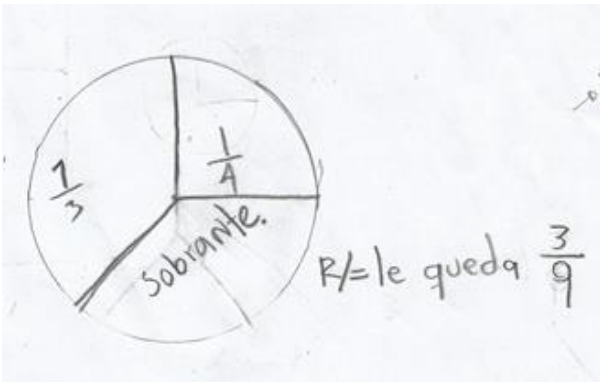
Vemos como los estudiantes, a partir de las explicaciones de sus acciones, ponían en evidencia las formas de comunicar en cuanto a sus modos de proceder con las situaciones. Asuntos que se (re) significaban desde las interacciones en esas prácticas de aula, en las que se tejían discursos, que les eran propios y cosustanciales a las necesidades demandadas por las situaciones.

En la siguiente situación, se les presenta el caso de un estudiante, al que se le pide en la clase de artística que utilice la tercera parte de la superficie de una hoja de block para hacer un dibujo libre y la cuarta parte de la superficie de la hoja para explicar el dibujo. A partir de allí se pregunta: ¿Crees que utilizará toda la superficie de la hoja para realizar estas dos tareas?, en caso contrario, ¿Cuánto del total de la superficie de la hoja utilizará y cuánto le sobrará? Aquí el objetivo era usar las fracciones equivalentes para la adición de estas con distintas unidades fraccionarias a partir de la magnitud superficie.

Kevin se pregunta ¿Cómo es posible saber qué cantidad de la superficie de la hoja sobra?, para ello se apoyó en un asunto cotidiano para él, como es el caso del

[7] Ella se refería a una baldosa

dinero, y así poder dar explicaciones a sus compañeros de clase, y así lo evidencia en sus propias palabras: *"para saber cuánto sobra de algo en general, antes debemos sumar lo que se había gastado para luego restar esa cantidad con el total, por ejemplo si tuviéramos plata y me voy a gastar un poquito, para saber cuánto me queda, yo debo restar esto a toda la plata que tenía"* (Notas de campo. 5 de Mayo de 2014)



Juan Manuel, representó 1/3 y 1/4 en una misma superficie circular, al parecer, como lo muestra la figura, estima la parte sobrante, según él, correspondiente a 3/9. De acuerdo a su representación gráfica, pensamos que reconoce que 1/3 de la superficie es mayor que 1/4. Lo cierto es que, se dio cuenta que si sobraba una parte de la hoja, lo cual se hacía evidente en su dibujo. Esto se hace explícito en el diálogo que tuvimos con él:

Investigadora: *Juan, cuéntame, ¿qué significa este gráfico (señalándole la imagen anterior)?*

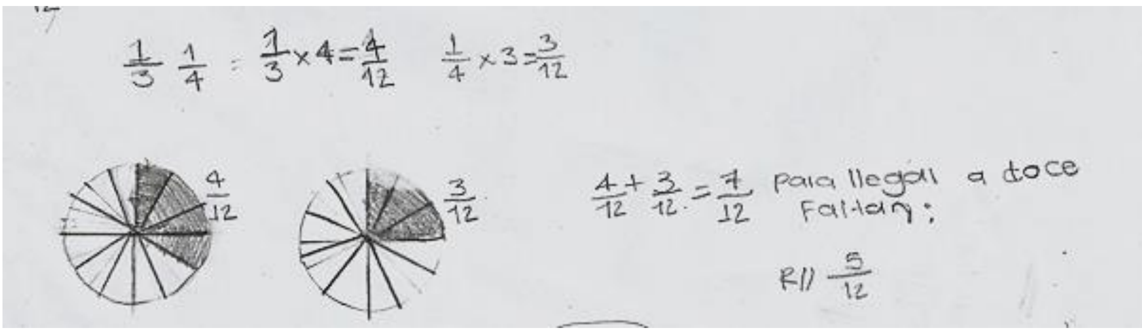
Juan Manuel: *"Ahí colocamos las fracciones que nos daban".*

Investigadora: *"Pero, ¿Cómo lo hicieron?, ¿Qué tuvieron en cuenta?"*

Juan Manuel: *"Como sabíamos que 1/3 es más grande que 1/4 entonces así lo dibujamos"*

Con respecto a la fracción 3/9 que el estudiante deja expresada como respuesta, indagando acerca de sus interpretaciones, él afirma lo siguiente: *"la parte sobrante que dibuje en la torta es ½ y lo que hice fue sumar las fracciones que están en la torta"*. (Notas de campo. 5 de Mayo de 2014). Aunque el estudiante no hizo uso de fracciones equivalentes, se observa un notorio esfuerzo por acercarse a aquello que se pretendía en la situación, en este caso representar el pedazo de hoja que sobraba en el contexto de la actividad.

Jiney, mientras discutía los procedimientos que llevaría a cabo con sus compañeras, expresa lo siguiente: *“nosotras primero al decirnos que la tercera parte y la cuarta parte, lo convertimos en una fracción que fue 1/3 y 1/4, al ya convertir esto necesitábamos sumarlas, pero no podíamos porque el denominador no era el mismo, así que le buscamos fracciones equivalentes que fueron 3/12 y 4/12”*



Nos dimos cuenta que en el transcurso de las situaciones se vivenció el compartir con el otro, el discutir, dialogar, y llegar a acuerdos. Es decir, el trabajo colectivo fue fundamental para que los estudiantes, desde sus interacciones, conocieran y cuestionaran otras miradas en torno a las actividades, permitiendo que desde sus concepciones individuales, y mediante la aceptación de los otros, en el grupo, se acercaran a la construcción de significados de manera compartida. Ideas que entran en consonancia con Planas (2004), cuando dice que el trabajo en grupo fomenta una continua interacción entre el alumno y el entorno, de modo que se construya el aprendizaje entre todos los sujetos inmersos en el aula.

Es importante resaltar como al interior del aula, las interacciones se caracterizaron por diversas formas de participación, tanto desde las voces orales como escritas de los estudiantes, a partir de las cuales se daban aportes que retroalimentaban de manera compartida significados para las ideas construidas a partir de las necesidades y demandas de las situaciones.

En este sentido se hacía evidente que los sujetos participantes, en cada una de las situaciones, en ese interés de comunicar y justificar, ante el grupo, sus modos de proceder, otorgaban un papel preponderante a las interacciones, en ese acto de producir conocimientos, los cuales se materializan de manera particular en sus propios discursos, los cuales, en palabras de planas(2004) éstos se deben reconocer como un elemento fundamental para la participación del alumno en el aula, ya que los discursos se producen y reproducen por medio de componentes que permiten el acceso de los estudiantes a diferentes formas de participación al interior del aula, y de esta manera se da la creación y el intercambio de significados en las interacciones.

Es precisamente aquí donde empieza a cobrar relevancia, el hecho que las ideas producidas por los estudiantes a través de sus interacciones, hace que las situaciones problema, de un lado, posibilite en ellos, el uso de sus saberes previos para producir sus discursos, desde los cuales generan discusiones que amplían el espectro de las ideas construidas, ya no tanto como contenidos, sino a través de diferentes formas expresivas acordes al contexto. Tal como lo expresa, Múnera (2007),

> Los objetos de conocimiento ya no van a estar sustentados sólo en contenidos, sino que aparecerán a través de diferentes formas de representación y de conexiones entre los mismos. Cada que surja una nueva representación para un objeto en cuestión, abrirá nuevas posibilidades de ampliar las discusiones posibilitando una mayor capacidad expresiva, he ahí la importancia de las redes conceptuales movilizadas por las situaciones, van a evitar que se agoten las formas de comunicar significados y relaciones asociados a los objetos (p. 48-49).

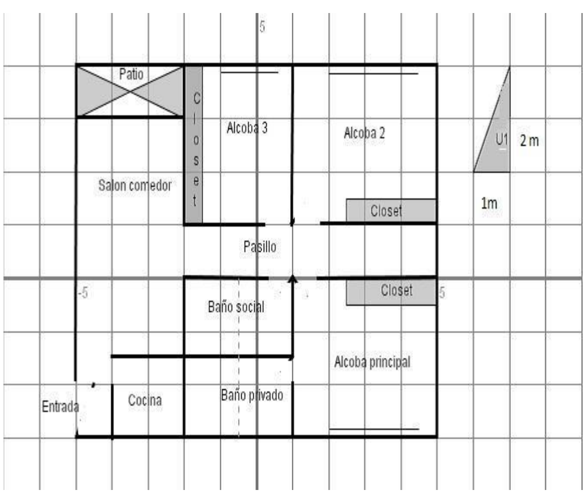
Así que los espacios de interacción mediados por situaciones problema se convirtieron en valiosos escenarios para que los estudiantes pusieran en dialogo sus saberes previos para construir conocimientos matemáticos de manera compartida, desde sus discursos y distintas manera de explicarlos.

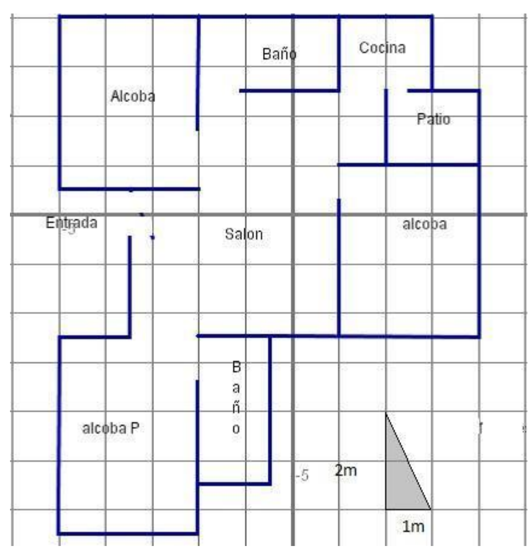
5.2 Las particularidades del estudiante como punto de partida de la construcción de conocimiento matemático.

Esta categoría emergió de los análisis de otras dos situaciones problema, pero que la documentación de las anteriores ya nos insinuaban ideas de sobre esas formas particulares de proceder de los estudiantes en la búsqueda de soluciones a las situaciones problemas planteadas. Nos referimos al papel de éstos a la hora de ser partícipe de la construcción de los conocimientos, donde cobra importancia desde su propio mundo, para producir y aportar al proceso de aprendizaje de las matemáticas más allá de los matices clásicos de los conocimientos matemáticos escolares.

La primera situación fue tomada y modificada de la tesis de maestría de los profesores Jesús María Gutiérrez Mesa y María Denis Vanegas Vasco (2005), titulada: “Desarrollo del pensamiento métrico en la educación básica secundaria”. El propósito era identificar, la forma como los estudiantes reconocen y usan las unidades de medida para calcular el perímetro y el área de una casa a partir de su plano.

Para dicho fin, se les plantea que la alcaldía del municipio de Caldas pretende construir algunos apartamentos con el objetivo de ayudar a las familias con menos recursos económicos. Para ello ha diseñado dos tipos de planos como aparecen en las figuras:



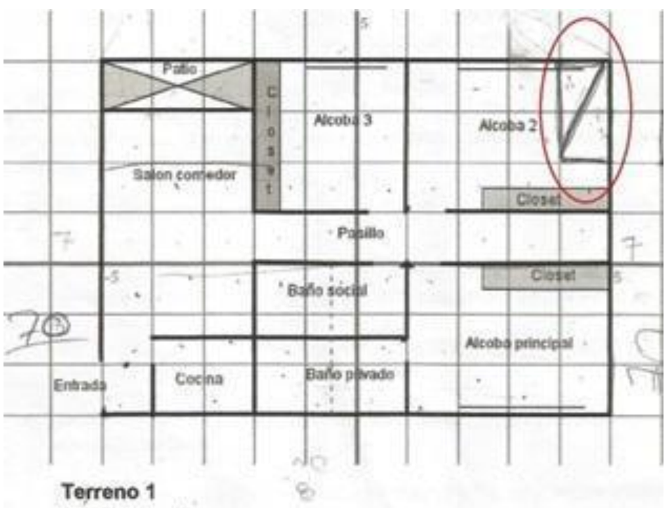


En cuanto a la pregunta, si a usted le tocara decidir por uno de los planos ¿cuál escogería? y ¿por qué?, los estudiantes tomaron una decisión apoyándose en criterios muy propios de sus percepciones, vivencias y necesidades, como se puede observar en las siguientes expresiones (Notas de campo. 18 de Marzo de 2014):

Jiney: *"eso depende, si la familia es de muchas personas se necesita la casa más grande, pero si por el contrario la familia es de pocas personas ¿para que una casa tan grande?".*

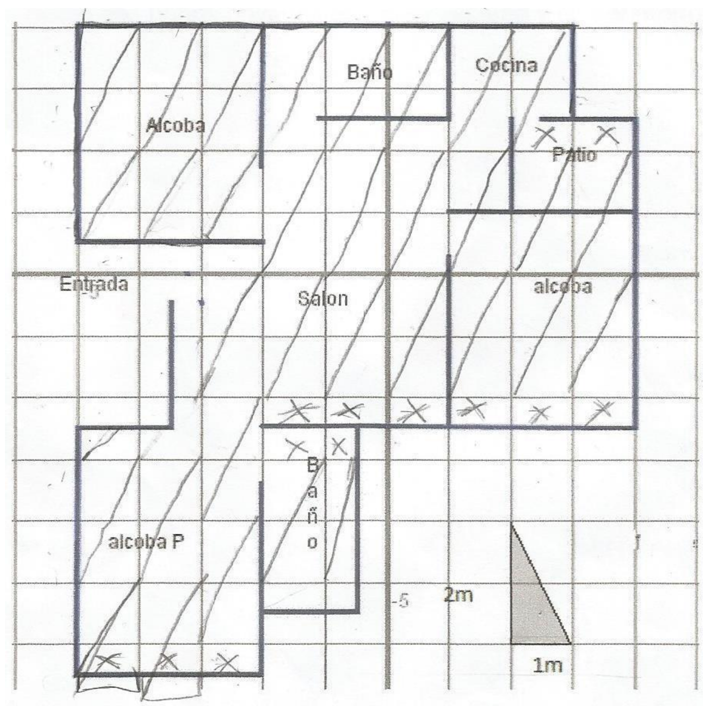
Juan Manuel: *"primero hay que medir el área y el perímetro de cada uno y luego compararlos para saber cuál es la mejor opción"*

Kevin: *"Yo miraría las comodidades de los planos y "la forma más sencilla"*.



Para hallar las medidas del área y el perímetro de los planos, Jiney, parte de la unidad de medida U, y representa un rectángulo con dos de ellas, resaltando que este ocupa dos unidades cuadradas del plano y, esto lo toma como una nueva unidad de medida, la que hemos resaltamos con un ovalo rojo. Ésta nueva unidad se le hizo más familiar para calcular las medidas requeridas, ella expresa: *"al unirlo, al juntarlo daban medios y por ende al juntar los medios daba una unidad"*. Es decir, implícitamente hicieron uso de la adición usando cuartos para formar medios y de medios para obtener la unidad.

Al momento de interpretar las medidas en los planos, para el terreno 1 se le hizo fácil encontrar el área y el perímetro, el cual, midió tomando como referencia la longitud del lado menor del rectángulo construido con anterioridad, es decir, la longitud del lado de una unidad cuadrada en el plano. Esto debido a que esta nueva unidad se podía superponer completamente en el terreno 1; mientras que en el terreno 2 identificó que no daba unidades completas y esto le exigió un fraccionamiento de la unidad en cada caso. La forma como procedió Jiney da cuenta que se apoyó en la adición de fracciones de una forma intuitiva desde las particiones de algunas unidades cuadradas, por ejemplo, $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$ (Notas de campo. 18 de marzo de 2014).

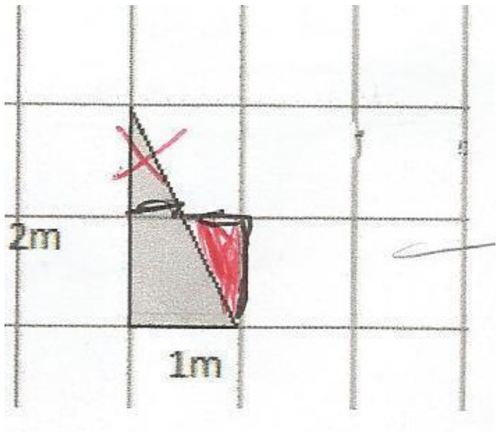


Terreno 2

Juan Manuel, utilizó la unidad de medida U, haciendo trazos sobre cada plano y encontró de manera visual que en el terreno 2, no cabía completamente en algunos espacios, y éstos los fueron llenando de X; para luego hacer los conteos en función de la cantidad de superficie ocupada por la unidad U. De ésta manera llegó a un valor numérico del área y del perímetro, acercándose a los valores reales de las cantidades de magnitud ya mencionadas.

En discusión con todo el grupo, preguntamos por lo que se estaba midiendo allí en los planos, Juan Manuel responde*: "el perímetro, y lo hice complementando en aquellos espacios que no daba exacto, lo que hay que hacer es juntarlos*[8] *hasta obtener una unidad"*. (Notas de campo. 18 de marzo de 2014). Aquí se observa que los estudiantes establecen relaciones entre el contexto de la situación y los conceptos implícitos en ella al momento de reconocer que el perímetro representa la cantidad de alambre necesaria para encerrar los terrenos con una sola pasada.

[8] Refiriéndose a las partes que sobraban al momento de tomar las medidas con la unidad U.

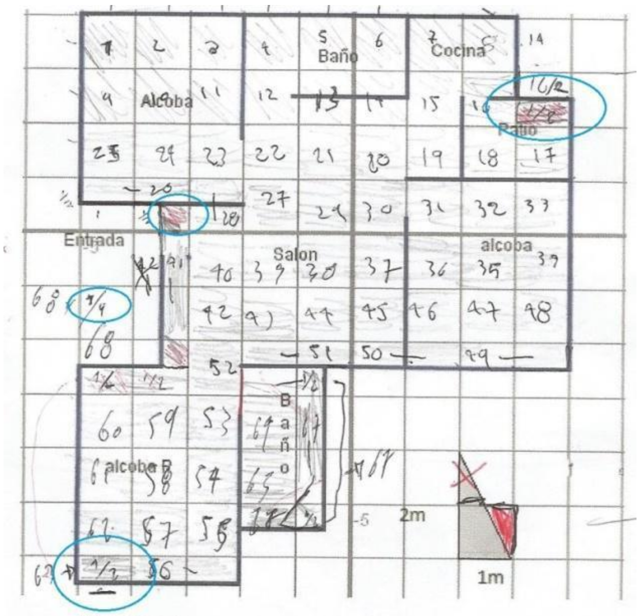


Al realizar los procesos de medición para el cálculo del área y el perímetro de ambos apartamentos, Kevin transformó la unidad de medida U1 en uno de los cuadrados de la cuadrícula de los planos. Al igual que Jiney consideró otra unidad conocida para él a partir de la dada y, con ésta procedió a contar que cubren el terreno 1.

Para establecer las medidas del terreno 1, contó la cantidad de cuadrados para calcular el área y para el perímetro comparó la longitud del lado del cuadrado con la longitud del alambre que encerraría cada uno de los planos.

Kevin en el espacio de socialización manifestó *"utilicé la unidad de medida pero rara, le quité el cachito al triangulo (y lo señala con una X) y lo acomodé en el cuadrado"*, como se muestra en la imagen anterior, aunque también dice que *"se podía medir pegando dos triángulos y por ende serían 2 cuadrados"*. (Notas de campo. 18 de marzo de 2014). En este caso, el estudiante pudo reconocer que ambas figuras, la inicial y la modificada por él, eran equivalentes en cuanto a su cantidad de superficie, por lo cual, pudo tener un acercamiento a la idea de que puede existir figuras con la misma superficie aun cuando su forma sea diferente.

Percibimos que Kevin decidió realizar este proceso, ya que, era más sencillo trabajar con el cuadrado al momento de completar los pedazos que quedaban de este en el plano. Como él mismo lo afirma: *"para el plano 2 tuvimos que completar cuadrados porque no daban exactos, ya que habían cuartos y medios"*. (Notas de campo. 18 de marzo de 2014).



Terreno 2

En el terreno 2, se encontró con partes en las que la unidad cuadrada no cabía completamente, y las representó con fracciones (como las señaladas con óvalos azules)[9], para luego sumarlas con el objetivo de obtener cuadrados completos, lo cual, evidenciamos en sus producciones escritas. Posteriormente, identificó cada cuadrado con un número como se muestra en la imagen, para realizar el conteo del total de cuadrados completos que conforman el área del apartamento.

De estas exploraciones y acciones, llevadas a cabo por los estudiantes, podemos destacar que surgieron tantas maneras de proceder como sujetos involucrados en la situaciones, es decir, cada estudiante desde sus posibilidades, percepciones, e ideas, obraron de diversas maneras, dándole prioridad a sus propias miradas a la hora de tejer caminos de solución. En concordancia con Abrantes (2002) “Se deben proporcionar a los alumnos situaciones que les animen a explorar caminos personales para resolver problemas, a descubrir y a crear sus propias reglas”. (p. 11).

Además, los estudiantes vieron la necesidad de relacionar todo aquello que les es cercano, familiar y conocido, para enrutar sus acciones por caminos diferentes a los de las posturas clásicas del conocimiento matemático, donde hay, casi siempre, un único camino para llegar a la solución. El contraste entre dichos conocimientos permite que los estudiantes lleven a cabo diversas maneras de proceder frente a las situaciones, poniendo en juego sus formas de visionar sus realidades cercanas.

[9] Estos óvalos son una edición, por parte de nosotras como investigadoras, para hacer más visible las producciones del estudiante a las que nos referimos.

La segunda situación problema que da cuenta de esta categoría, tiene que ver con el interés de la institución por hacer un presupuesto para pintar la superficie de la cancha de baloncesto del colegio, por lo tanto se requiere de un diseño con sus respectivos cálculos. La idea es pintar su superficie de color blanco y la línea que la delimita de color amarillo.

Con el objetivo reconocer la importancia de las medidas convencionales a partir de otras no convencionales en relación con las magnitudes área y perímetro, se les pide a los estudiantes que ayuden con esta tarea realizando las siguientes actividades:

Realiza un plano en donde representes la superficie de la cancha de baloncesto con sus respectivas medidas. Para determinar las medidas utiliza la pita entregada[10].

2. Si para 1 metro cuadrado ($1m^2$) de la cancha se necesita 1/4 de galón de pintura blanca. ¿Cuánta pintura se necesita para pintar toda la cancha?

3. ¿Cuánta pintura se necesita para pintar toda la línea amarilla, si se sabe que para cada 4 metros se gastará medio cuarto de galón de pintura?

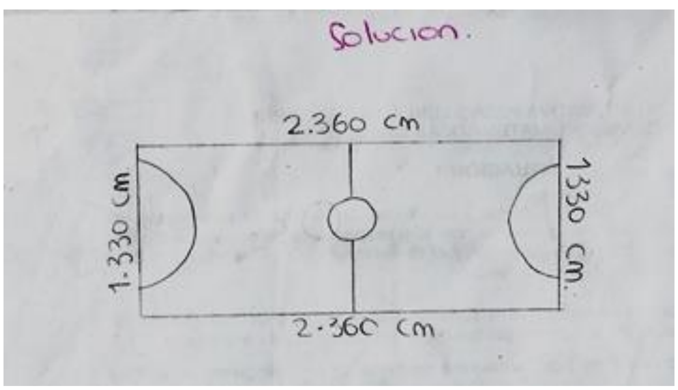
4. Si el galón de pintura tiene un valor de $48.000, ¿Cuánto dinero nos gastaremos en la compra de la pintura?

Durante la realización de la situación problema, nuevamente identificamos que existen diferentes maneras de proceder de los estudiantes, como lo documentamos a continuación:

[10] Para esta situación, se les proporcionó a los estudiantes una pita de longitud 1 metro aproximadamente.

Jiney Vanessa se preguntaba por ¿Cuánto mide la pita?, cuestión que la motivó a medir la longitud de la pita con ayuda de la regla. Luego de haber encontrado la longitud de ésta, en unidades de medida más familiares para ella (centímetros), empieza a calcular las medidas de las dimensiones de la cancha (largo y ancho) haciendo uso de la pita como su instrumento de medida.

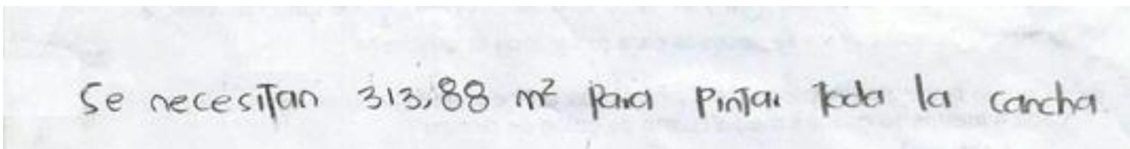
Para justificar por qué decidió darle una medida a la pita, Jiney expresa: *“la pita mide 100 cm, busque esta medida porque es más fácil para saber las medidas de la cancha y éstos centímetros luego los podemos pasar a metros”* (Notas de campo. 18 de febrero de 2014).



También, observamos que Jiney dialogaba con sus compañeras sobre cómo podrían hacer el plano de la cancha. En *este sentido, ella menciona: “entonces en el plano hacemos un rectángulo y colocamos lo que nos dio el largo y el ancho”.* (Notas de campo. 18 de febrero de 2014).

De acuerdo con la imagen y las explicaciones dadas por la estudiante, inferimos que a partir de los conocimientos previos que se tenía acerca de la forma geométrica de la cancha, la relacionaba fácilmente con un rectángulo, y haciendo uso de una representación gráfica plasmó las medidas ya obtenidas.

Para encontrar la cantidad de pintura necesaria para toda la cancha, Jiney se sirvió de sus saberes previos, en este caso, al momento de establecer una relación de semejanza entre la cancha y un rectángulo, hizo uso de las longitudes encontradas utilizando la pita, para hallar el área de la cancha, por medio del algoritmo: base por altura, lo que hace referencia al valor que se muestra en la siguiente imagen, sin embargo, el resultado que ella propone, no lo relacionó con la información dada: si para 1 metro cuadrado ($1m^2$) de la cancha se necesita 1/4 de galón de pintura blanca. ¿Cuánta pintura se necesita para pintar toda la cancha?



Con el fin de indagar por qué no hizo uso de dicha información, se tuvo con ella el siguiente dialogo (Grabación de audio. 18 de Febrero de 2014):

Investigadora*: bueno, entonces, cuéntanos cómo hicieron el segundo punto*[11]

Jiney*: pues usamos base por altura, pues para hallar el área, luego de sacar el área, como nos dio en centímetros entonces lo pasamos a metros.*

Investigadora: *bueno, entonces, mira Jiney, decía si para un metro cuadrado se necesita un cuarto de galón de pintura ¿cuánta pintura se necesita para pintar toda la cancha?, entonces ¿qué faltaría tener en cuenta ahí?*

Jiney: *decir cuánto era la pintura de la cancha, o sea que nos faltó mirar cuánta pintura era para el área que encontramos tomando las medidas de la cancha.*

Investigadora: *y cómo podríamos saber eso si nos dicen que para un metro cuadrado se necesita ¼ de galón de pintura*

[11] Aquí nos referimos a los procesos llevados a cabo por las estudiantes para encontrar la cantidad de pintura necesaria para pintar toda la cancha.

Jiney: *mirando cuántos metros hay y ya de ahí pues podemos multiplicar con la pintura. (Aquí la estudiante se refiere a multiplicar el valor obtenido del área de la cancha por ¼)*

Para el cálculo de la pintura necesaria para pintar la línea amarilla, Jiney, así nos expresó*: "yo empezaría a contar de 400 en 400*[12] *hasta que me acerque al valor del perímetro para saber cuánta pintura se gasta".* (Notas de campo. 18 de febrero de 2014). La estrategia la pensó en relación con la información que se le daba acerca de la pintura necesaria para la línea perimetral de la cancha. Una vez realizó el plano de la cancha con sus medidas, utilizó estos valores y sumó el largo y el ancho de la cancha los cuales eran 23 metros y 13 metros, llegando a la conclusión de que se necesitaban 36/ 4 de galones de pintura para pintar la línea amarilla.

En relación con lo anterior, Jiney menciona*: "lo que hicimos fue sumar los lados de la cancha y después eso lo multiplicamos por ¼ para saber la pintura para la línea amarilla".* (Notas de campo. 18 de febrero de 2014). Aunque no se tuvieron en cuenta las 4 dimensiones de la cancha para el perímetro, la estudiante logró establecer una relación entre la cantidad de pintura y la longitud de las medidas de la línea amarilla.

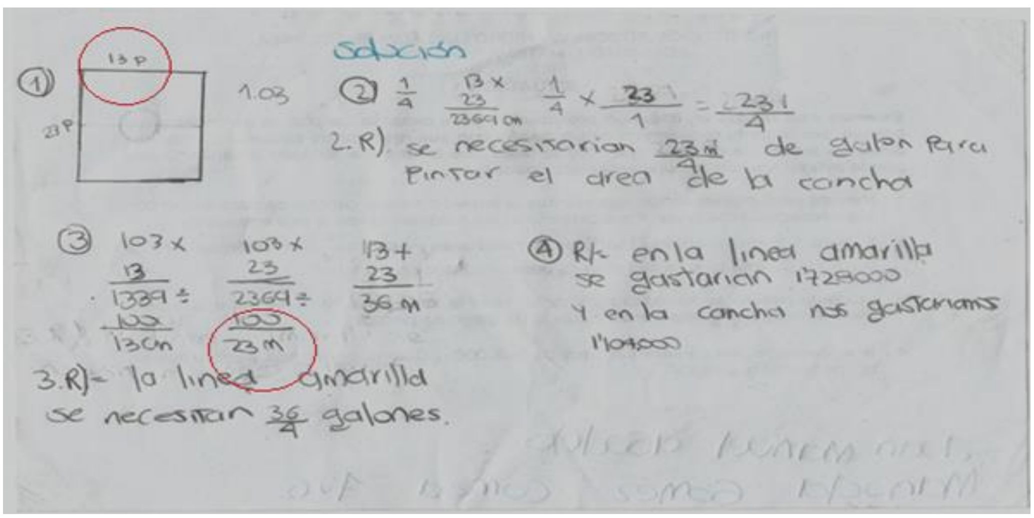
Este fue un aspecto que sobresalió en la mayoría de los estudiantes, lo cual puede deberse a una dificultad para diferenciar área y perímetro. Sin embargo, esto trató de aclararse en la socialización de la actividad, en donde a partir de preguntas hechas por las investigadoras, tales como ¿Qué medidas debemos tener en cuenta para saber qué cantidad de pintura amarilla se necesita?, ¿es suficiente con tomar solo dos de los 4 lados de la cancha?, los estudiantes tuvieron la oportunidad reflexionar sobre la importancia de sumar en este caso los 4 lados de la cancha para poder establecer la relación entre la cantidad de pintura y éstos, en el caso del perímetro.

Juan Manuel, al igual que Jiney se pregunta por ¿Cuánto mide la pita?, e intenta medirla haciendo una relación con su estatura, expresando: *"si yo mido uno cuarenta, la pita mide por hay uno veinte".* (Notas de campo. 18 de febrero de 2014).

[12] Debido a que su pita media 100 cm. Para ella era más sencillo contar de a cuatro pitas.

Interpretamos que él trata de hacer una aproximación de la longitud de la pita, que le es desconocida, a partir de una medida que es conocida para él, su propia estatura.

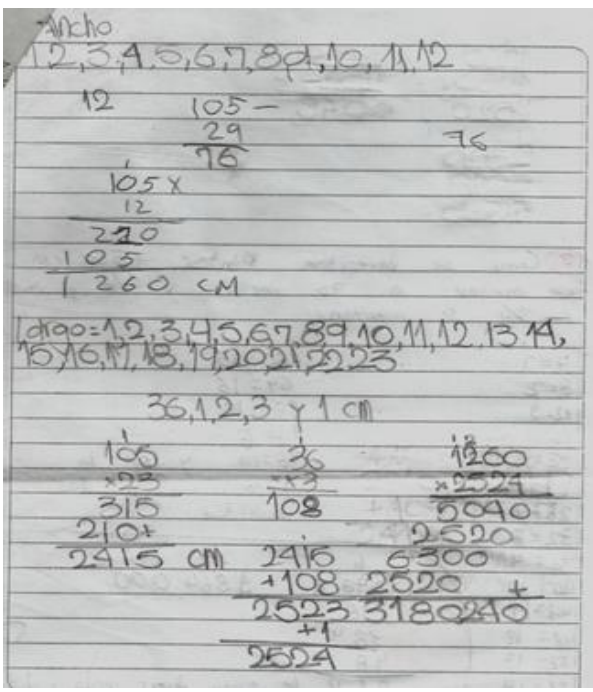
Luego, representa el plano del lugar con sus respectivas medidas, como se puede observar en la imagen. Allí, el dibujo del estudiante se asemeja a un cuadrado, lo cual puede deberse a que percibe la forma de la cancha de esta manera. Algo muy interesante, es que en las dimensiones de esta, considera como unidad de medida, la longitud de una pita, no obstante, al momento de realizar las operaciones para hallar la cantidad de pintura para la superficie y la línea que delimita la cancha, hace sus cálculos en función de metros. (Los círculos rojos en la imagen, los usamos para mostrar lo descrito anteriormente)



Percibimos que hubo un intento de trabajar con base en una unidad de medida no convencional, como lo son las pitas, sin embargo, al realizar sus procedimientos en la hoja, se vio la necesidad de transformar esas unidades en otras que fueran conocidas y familiares para él como lo son los metros. Los estudiantes tienden a apoyarse en lo que ya conocen, es decir, en unidades de medida convencionales, lo cual puede deberse al trabajo que se le da a éstas en la escuela, donde se parte de este tipo de unidades asociadas a las magnitudes. Pese a esto, inferimos que la situación le permitió a Juan Manuel de manera implícita, pensar en otro tipo de unidades para expresar las dimensiones de la cancha, reconociendo que el metro no es el único instrumento que puede ayudar a la toma de longitudes.

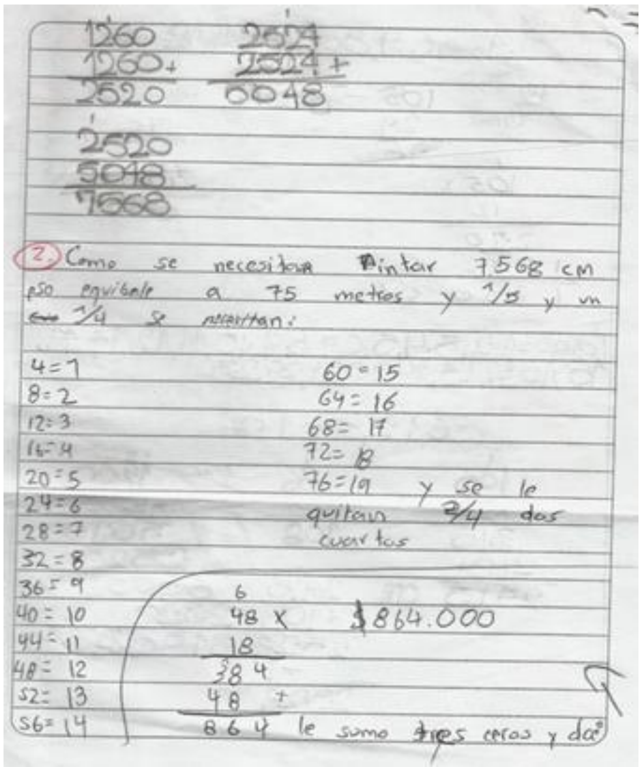
Kevin se pregunta al igual que Jiney y Juan Manuel, ¿Cuánto mide la pita?, afirma*: “eso mide 12 y ahí viene lo complicado, el pedacito”*. Luego de medir con regla la parte que le hacía falta, le expresa a sus compañeros: *“Ah! Ese pedazo mide 29 cm, entonces colocamos 12 pitas y 29 centímetros, entonces le restamos a lo que mide la pita 29 cm”* (videograbación. 18 de febrero de 2014).

Comprendemos como la situación problema planteada conlleva a Kevin, al igual que a los demás compañeros, a reconocer que al medir la cancha con unidades de pita le generaba conflicto por la parte sobrante de esta unidad, lo que hace que consideren la longitud de la pita y de la parte sobrante en unidades ya conocidas, centímetros, lo que de alguna manera, eso interpretamos, le resuelve sus dificultades para continuar su trabajo.



En la siguiente imagen observamos como Kevin plasmó en su hoja, una por una, el total de pitas que caben para el ancho y el largo de la cancha, a partir de la realización de un conteo en donde cada número representa la sumatoria de las pitas para cada dimensión (ancho y largo), estableciendo que para el ancho se necesitan 12 pitas y para el largo 36 pitas. Luego con estos datos procede a realizar los cálculos del área y el perímetro de la cancha.

Como las operaciones allí plasmadas no nos daban mucha claridad preguntamos a Kevin: ¿Qué hiciste para hallar el largo y el ancho de la cancha? y él nos responde: *empezamos 1 pita, pasábamos, 2 pitas, y así sucesivamente para el largo y ancho. En el largo nos dio que no daba exacto, entonces tuvimos que medir con la medida de los* *zapatos que nos dio 3 zapatos y 1 centímetro. Entonces, multiplicamos largo por ancho y nos dio esta área, 3180240 centímetros, lo que es 318 metros con 24 centímetros.* (Notas de campo. 18 de febrero de 2014).



Para encontrar la cantidad de pintura necesaria para pintar la línea amarilla, en la siguiente imagen, se puede observar, que inicialmente encuentra el valor correspondiente a las dimensiones de la cancha en centímetros, pero luego este valor lo convierte a metros de una manera aproximada.

Kevin decidió tomar este valor en metros, ya que, en la situación se les planteaba que por cada 4 metros de línea amarilla se gastaba medio cuarto de galón de pintura; y como para los 4 primeros metros, se necesitaba medio cuarto de galón, fue sumando de cuatro en cuatro hasta acercarse al valor del perímetro que era 75 metros aproximadamente; obteniendo que se necesitaban más o menos 19 galones de pintura para pintar la línea amarilla.

En interesante ver que Kevin procedió estableciendo una proporción de 4 a 1 hasta llegar al valor total del perímetro sumando de 4 en 4 la cantidad de metros, y de 1 en 1 los galones de pintura. Es decir, desde sus posibilidades construyó una estrategia para encontrar de manera más sencilla esa relación entre las unidades de longitud (metros) y de capacidad (galones), que eran necesarias para el cálculo de la cantidad de pintura.

Durante la socialización, al preguntarse a los estudiantes por qué, a partir de las diferentes soluciones planteadas, se daba una variación en las medidas de la cancha, Kevin expresó: *“porque todos no midieron la pita igual”* los estudiantes consideraban que al ir moviendo la pita se podrían equivocar en algún centímetro, por lo que quedaban medidas diferentes. En cuanto a las dificultades que encontraron al utilizar la pita Kevin también comenta que *“si hubiéramos tenido un metro para medir hubiera sido más perfecto”.* (Apartado de grabación de video. 18 de Febrero de 2014). Estos fueron aspectos que dan cuenta del carácter aproximado de la medida, evidenciado a través de la situación problema, los cuales, se constituyen en elementos básicos del pensamiento métrico.

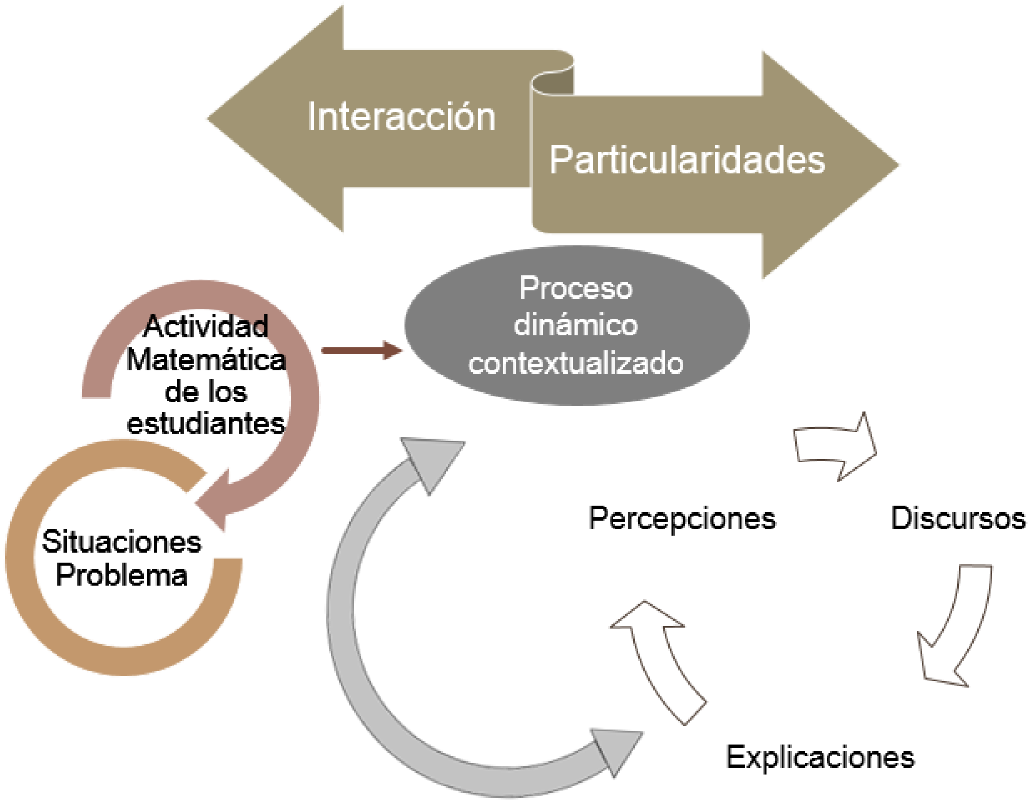
El estudiante visto como el protagonista en la construcción de su aprendizaje, en relación con los otros sujetos que integran el aula de clase, aporta desde todo aquello que conoce y que ha sido ofrecido por la escuela y por sus vivencias cotidianas, para poner en interacción lo que ya sabe con lo nuevo que traen las situaciones problema, y así darle sentido a las ideas matemáticas. De esta forma, se va dejando de lado la visión de que las matemáticas solo pueden ser aprendidas por unos pocos, y se empieza a dar prioridad a lo que cada estudiante puede aportar a la construcción del conocimiento. En palabras de Bishop (1999) “Todos construimos por nuestra cuenta significados personales que dan importancia a nuestra vida” (p.27).

En este sentido, aprender matemáticas implica poner en dialogo las percepciones personales y compartidas, los conocimientos ya adquiridos, y las ideas construidas desde la exploración de las situaciones problema. Es decir, aprender matemáticas implica la apertura a todo lo que es el estudiante como un sujeto, con sentimientos, emociones, formas de expresarse y prácticas muy propias de su cotidianidad, y con un sin número de posibilidades para aportar, tanto a su aprendizaje como al de sus pares, ya que, éste es configurado por las percepciones y opiniones de los demás sujetos con los que interactúa.

Es claro como las formas en que se relacionan los sujetos en el aula esta mediada por el contexto de cada uno de ellos, de aquellas construcciones sociales, incluidas las familiares que han hecho hasta ese momento, y de las cognitivas desde aquellas construcciones propias de los conocimientos matemáticos escolares. Esto quiere decir que, como sujetos, todo aquello que pensamos, sentimos y creemos permea nuestras formas de producir conocimientos matemáticos Como lo plantea Planas (2004): “la identidad cultural es un rasgo esencial para interpretar formas de relación en el aula [...]” (p.59)

Fue entonces en este proceso, como la mediación con situaciones problema, posibilitaba que los estudiantes construyeran conocimientos (matemáticos) en asocio con aspectos de su cotidianidad, tanto del entorno social como de su cultura, poniendo en escena particularidades que son propias de su subjetividad, las cuales son legados que se adquieren una vez vive en comunidad, su familia.

6. CONSIDERACIONES FINALES



La pregunta que nos movilizó en esta investigación fue: ¿Cómo se (re)significa la actividad Matemática del estudiante a través de la mediación con Situaciones Problema?, el recorrido metodológico seguido, desde un paradigma cualitativo y un enfoque interpretativo, para acercarnos a su respuesta, nos permitió, desde los análisis, dar cuenta de dos categorías emergentes. La primera de ellas, relacionada con el papel de la interacción en el proceso de construcción de relaciones matemáticas, la cual nombramos, *La interacción en el aula como fuente de construcción de ideas matemáticas y,* la segunda tiene ver con aquellas formas propias de los estudiantes, como se ha reiterado, en relación con los otros, para participar de la producción de los conocimientos, la cual, denominamos, *Las particularidades del estudiante como punto de partida de la construcción de conocimiento matemático.*

Desde estas categorías, fue que pudimos entrar en un proceso de análisis de la (re)significación de la actividad matemática del estudiante a través de la mediación con situaciones problema. En adelante, presentamos las conclusiones, a la que hemos llegado, respecto a la pregunta que nos orientó este proceso investigativo.

En los procesos de matematización mediados por situaciones problema, las interacciones al interior del aula se constituyen en un elemento importante, tanto desde las voces orales como escritas de los estudiantes, para construir distintos significados para las relaciones matemáticas que se van tejiendo de manera colaborativa. Así mismo, dichas interacciones, hacen posible que las elaboraciones compartidas en función de nuevos conocimientos se mantengan en un constante movimiento, gracias a las interrelaciones que se tejen entre el estudiante, profesor y el conocimiento matemático. En ese mismo sentido, se pone de manifiesto que el sujeto que aprende, en su interés por comunicar y justificar, sus accionares respecto a una situación problema planteada, da cuenta, de manera dinámica, de su proceso de producción de sentidos desde los saberes que le son propios, en los cuales se apoya para tejer discursos de manera fluida en función de su propia su propia actividad y la de los otros.

El hecho que las ideas producidas por los estudiantes también sean consecuencia de sus interacciones, dada la necesidad de encontrar acuerdos para los sentidos que van produciendo en el proceso de conocer, hace ver las situaciones problema como un instrumento para ampliar el espectro de las ideas en cuestión, ya no tanto como contenidos, sino más bien, como formas de conocer en consonancia con las capacidades expresivas de los estudiantes de manera contextualizada.

Los espacios de interacción mediados por situaciones problema se convierten en valiosos escenarios para que los estudiantes le den movilidad a sus saberes propios, de modo que su proceso de construcción de conocimiento matemático sea significativo, en la medida que está en consonancia, con sus realidades como sujeto que interactúa con una sociedad.

El trabajo en el aula mediado por situaciones problema, contribuye a que los estudiantes, asuman su proceso de producción de conocimientos por alternativas diferentes a los matices que caracterizan una posición técnica y racional del conocimiento matemático. Es decir, las interacciones con el conocimiento matemático desde la perspectiva de las situaciones problema van más allá de la aplicación de técnicas y reglas, para privilegiar la construcción compartida de significados desde las propias acciones e interpretaciones de los sujetos, a partir de las demandas que las actividades les plantean.

Esas formas de construir significados, por parte de los estudiantes, para las relaciones matemáticas desde la negociación de ideas compartidas, les posibilita posicionarse al interior del aula como protagonistas de su aprendizaje. Además, de visionar los conocimientos matemáticos, ya no como objetos acabados, sino como una construcción social donde tienen cabida sus acciones, reflexiones e ideas.

Así que, cuando los estudiantes movilizan sus saberes desde sus posibilidades como sujetos, desde aquello que les es más familiar, como sus saberes previos, tanto escolares como cotidianos, es el momento donde se (re) significan sus formas de accionar frente a las situaciones, dando lugar, que estas se interpreten como una alternativa para construir aprendizajes desde las propias experiencias de los sujetos.

De esta manera, las situaciones problema se convierten en una alternativa que da apertura a las particularidades de los estudiantes, concibiéndolos como personas pertenecientes al mundo y por ende con diversas formas de ver, explorar, interpretar y construir significados frente a las ideas matemáticas

También podemos concluir que las situaciones problemas se vuelven un instrumento importante para desplegar actividad matemática en el aula, ya que, permiten tejer interrelaciones entre el estudiante con el conocimiento, el estudiante con el profesor, y el estudiante con el grupo. Es decir, se convierten en un elemento para poner en asocio las voces de cada sujeto como individuo con las del grupo, para producir significados de manera compartida.

La actividad matemática de los estudiantes se puede caracterizar, desde la mediación de situaciones problema, como un proceso que gana movilidad, a la hora de construir significados compartidos para los objetos matemáticos. En este proceso se ponen en diálogo, sus percepciones, discursos y explicaciones, las cuales son movilizadas desde los saberes que le son propios como sujetos.

Esas formas particulares que asumen los estudiantes, debidos a la relación saberes cotidianos y saberes previos de la matemática escolar, se constituyen en un instrumento muy importante en su recorrido de producción de conocimiento, haciendo de su actividad matemática un proceso dinámico contextualizado a sus posibilidades como sujeto y a las relaciones que le ofrece su entorno cultural. Es decir, en ese diálogo del sujeto, con todas sus particularidades, y saberes escolares, en el proceso de producción de conocimiento, se da paso a la (re)significación de la actividad matemática del estudiante.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P. (2002). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. En Abrantes, P. Barba, C. et al (Eds.). *La resolución de problemas en matemáticas. Teoria y experiencias* (p.p. 95-110). España: Laboratorio Educativo

Agudelo, E. Espinosa, M. et al. (2007). *Sistematización de situaciones problema para desarrollar pensamiento aditivo.* Tesis de grado obtenido no publicado. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Alzate, M. Cadavid, L. et al. (2004). *Elementos de combinatoria y probabilidad a través de una situación problema.* Tesis de grado obtenido no publicada. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Bishop, A.J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona: Paidós

Cano, S. Giraldo, A. Múnera, J. (2011). *Situaciones problema: dinamizadoras de procesos de comunicación en el aprendizaje de matemáticas escolares*. Tesis de grado obtenido no publicada. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Hoyos, C. Ruiz, L. Múnera, J. (2011). *Situaciones problema: dinamizadoras de procesos de razonamiento en las matemáticas escolares*. Tesis de grado obtenido no publicada. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Mesa, O. (1998). *Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas (un ejemplo con los números para contar).* Bogotá, Colombia: Centro de pedagogía participativa.

Moreno, L. Waldegg, G. (1992). Constructivismo y educación matemática. *Revista educación matemática, 4(2),* 7- 15.

Múnera, J J. (2001). Las Situaciones Problema como Fuente de Matematización. *Cuadernos Pedagógicos*, 16. 25 - 34.

Múnera, J J. (2007). Construcción de aprendizajes matemáticos desde el enfoque de situaciones problema. *Formándonos maestros*, N°3, 38 – 50

Múnera, J J. (2009). *"Diseño de situaciones problema dinamizadoras de pensamiento matemático escolar"*, en: Memorias Décimo Encuentro colombiano de matemática educativa, octubre, San Juan de Pasto, Colombia.

Múnera, J J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación Y Pedagogía, 23(59),* 179- 193.

Pierre, D. J. (2004). *Investigación cualitativa, Guía práctica.* Pereira Colombia*:* Editorial Papiro.

Planas, N. (2004). Análisis discursivo de interacciones sociales en un aula de matemáticas multiétnica. *Revista de educación, 334,* 59 -74.

Planas, N. (2004). Metodología para analizar la interacción entre lo cultural, lo social y lo afectivo en educación matemática. *Enseñanza de las ciencias, 22(1),* 19-35.

Planas, N. Edo, M. (2008). Interacción entre discurso en una situación de práctica matemática escolar. *Revista cultura y educación*, 20(4), 441-453.

Planas, N. Gongorió, N. (s.f.). Interacción, diálogo y negociación en el aula de matemáticas. *Aula de innovación educativa,* 132, 22-25.

Planas, N. Iranzo, N. (2009). Consideraciones metodológicas para la interpretación de procesos de interacción en el aula de matemáticas. *Revista Relime, 12(2),* 179- 213.

Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. En J. Giménez, L. Santos, & J. P. Ponte (Eds.), *La actividad matemática en el aula (pp. 25-34)*. Barcelona: Graó.

Sánchez, S. (1998). *Fundamentos para la investigación educativa. Presupuestos epistemológicos que orientan al investigador*. Santa fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid España: Ediciones Morata, S.L

Tamayo, C. (2012). (Re) *significación del currículo escolar indígena, relativo al conocimiento [Matemático], desde y para las prácticas sociales: el caso de los maestros indígenas Dule de la comunidad de Alto Caimán.* Tesis de Maestría obtenido no publicado. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Taylor, S. & Bogdan, R. (2000). *Introducción a los métodos cualitativos.* Ediciones Paidós.

Yin, K. R (2003). *Investigación sobre estudio de casos. Diseño y métodos*. Segunda Edición. Inglaterra: Ed. Sage Publications

8. ANEXOS

Anexo 1

Caldas, Marzo de 2014

Señor (a)

Lina Marcela Morales

Reciba un cordial Saludo

En la clase de matemáticas del grado 7°, orientada por la profesora Alba Luz Arias Marín, en la cual participa su hijo Kevin Bustamante Morales, hemos estado desarrollando un proyecto de investigación llamado: "(Re) significación de la actividad matemática del estudiante a partir de su interacción con situaciones problema". El objetivo de dicho proyecto es analizar la (re) significación de la actividad matemática del estudiante a partir de su interacción con situaciones problema.

Es por este motivo que queremos solicitar de manera formal permiso para que su hijo Kevin Bustamante Morales, haga parte de la investigación como protagonista de la misma y así presentarlo en la publicación de los resultados.

Esta autorización se hace extensiva para tener acceso a algunos de los registros de su hijo, a través de grabaciones tanto de audio como de video, fotografías, trabajos de clase, sus apuntes del cuaderno. Además de poder referirnos en nuestro trabajo a su hijo desde su nombre y sus elaboraciones en este proceso.

Agrademos su atención y colaboración.

Any Carolina Cardona B.
ANY CAROLINA CARDONA BERRIO
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA

Cindy A. Martínez C.
CINDY ALEJANDRA MARTINEZ CASTRO
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA.

Ma Camila Ocampo A.
MARIA CAMILA OCAMPO ARENAS
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA

Kevin Bustamante Morales
KEVIN BUSTAMANTE MORALES
Estudiante

Alba Luz Arias M.
ALBA LUZ ARIAS MARIN
Maestra cooperadora
Profesora PLAC

Lina Morales
Acudiente

Caldas, Octubre de 2013

Señor (a)
Maritza Isabel Rueda Ruiz

Reciba un cordial Saludo

En la clase de matemáticas del grado 6°6, orientada por la profesora Alba Luz Arias Marín, en la cual participa su hijo Juan Manuel Agudelo Rueda, hemos estado desarrollando un proyecto de investigación llamado: "Resignificación de la actividad matemática del estudiante a partir de su interacción con situaciones problema". El objetivo de dicho proyecto es analizar la resignificación de la actividad matemática del estudiante a partir de su interacción con situaciones problema.

Es por este motivo que queremos solicitar de manera formal permiso para que su hijo Juan Manuel Agudelo Rueda, haga parte de la investigación como protagonista de la misma y así presentarlo en la publicación de los resultados.

Esta autorización se hace extensiva para tener acceso a algunos de los registros de su hijo, a través de grabaciones tanto de audio como de video, fotografías, trabajos de clase, sus apuntes del cuaderno. Además de poder referirnos en nuestro trabajo a su hijo desde su nombre y sus elaboraciones en este proceso.

Agrademos su atención y colaboración.

Any Carolina Cardona B.
ANY CAROLINA CARDONA BERRIO
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA

Cindy A. Martínez C.
CINDY ALEJANDRA MARTINEZ CASTRO
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA.

Mª Camila Ocampo A.
MARIA CAMILA OCAMPO ARENAS
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA

JUAN MANUEL AGUDELO RUEDA
Estudiante

Alba Luz Arias
ALBA LUZ ARIAS MARIN
Maestra cooperadora
Profesora PLAC

Acudiente

Caldas, Octubre de 2013

Señor (a)

Luz Elena Colorado R

Reciba un cordial Saludo

En la clase de matemáticas del grado 6°6, orientada por la profesora Alba Luz Arias Marín, en la cual participa su hija Jiney Vanessa Colorado Quintero, hemos estado desarrollando un proyecto de investigación llamado: "Resignificación de la actividad matemática del estudiante a partir de su interacción con situaciones problema". El objetivo de dicho proyecto es analizar la resignificación de la actividad matemática del estudiante a partir de su interacción con situaciones problema.

Es por este motivo que queremos solicitar de manera formal permiso para que su hijo Jiney Vanessa Colorado Quintero, haga parte de la investigación como protagonista de la misma y así presentarlo en la publicación de los resultados.

Esta autorización se hace extensiva para tener acceso a algunos de los registros de su hijo, a través de grabaciones tanto de audio como de video, fotografías, trabajos de clase, sus apuntes del cuaderno. Además de poder referirnos en nuestro trabajo a su hijo desde su nombre y sus elaboraciones en este proceso.

Agrademos su atención y colaboración.

Any Carolina Cardona B.
ANY CAROLINA CARDONA BERRIO
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA

Cindy A. Martínez C.
CINDY ALEJANDRA MARTINEZ CASTRO
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA.

Mª Camila Ocampo A.
MARIA CAMILA OCAMPO ARENAS
Estudiante investigador
Lic. Bas. Matemáticas UdeA

Jiney Vanessa Colorado Quintero
JINEY VANESSA COLORADO QUINTERO
Estudiante

Alba Luz Arias
ALBA LUZ ARIAS MARIN
Maestra cooperadora
Profesora PLAC

Luz Elena Colorado R
Acudiente

Anexo 2

Situación 1

Estamos interesados en hacer un presupuesto para pintar la cancha de baloncesto del colegio, por lo tanto requerimos de un diseño con sus respectivos cálculos. La idea es pintar su superficie de color blanco y la línea que la delimita de color amarillo. Usted puede ayudarnos con las siguientes actividades:

1. Realiza un plano en donde representes la superficie de la cancha de baloncesto con sus respectivas medidas. Para determinar las medidas utiliza la pita entregada.
2. Si para 1 metro cuadrado ($1m^2$) de la cancha se necesita $\frac{1}{4}$ de galón de pintura blanca. ¿Cuánta pintura se necesita para pintar toda la cancha?
3. ¿Cuánta pintura se necesita para pintar toda la línea amarilla, si se sabe que para cada 4 metros se gastara medio cuarto de galón de pintura?
4. Si el galón de pintura tiene un valor de $48.000, ¿Cuánto dinero nos gastaremos en la compra de la pintura?

Situación 2

Se está pensando un sistema para reutilizar las aguas lluvias, y para ello se está proponiendo que todas las casas del municipio de Caldas construyan un tanque C de aristas de medida 1 metro. Pero solo contamos con la ayuda de las cajas A y B para medir la cantidad de agua recogida.
De acuerdo a lo anterior ayúdanos con esta labor realizando las siguientes actividades:

1. ¿Cuántas cajas A llenas de agua caben en la caja B?
2. ¿Cuántas cajas B llenas de agua caben en el tanque C?
3. ¿Cuál de las dos cajas (A o B) utilizarías para medir la cantidad de agua recogida en el tanque de C? Explica como lo harías.
4. Algunas personas han decidido hacer una caja que contenga la mitad de agua más de la que cabe en la caja de C ¿Cuáles serán las dimensiones para el volumen del nuevo tanque?

Situación 3

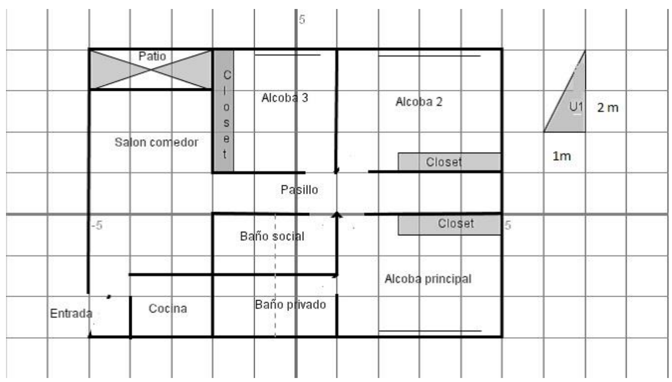
La alcaldía del municipio pretende construir algunos apartamentos con el objetivo de ayudar a las familias con menos recursos económicos. Para ello ha diseñado dos tipos de planos como aparecen en las figuras.

1. Si a usted le tocara decidir por uno de ellos ¿cuál plano escogería? y ¿por qué?

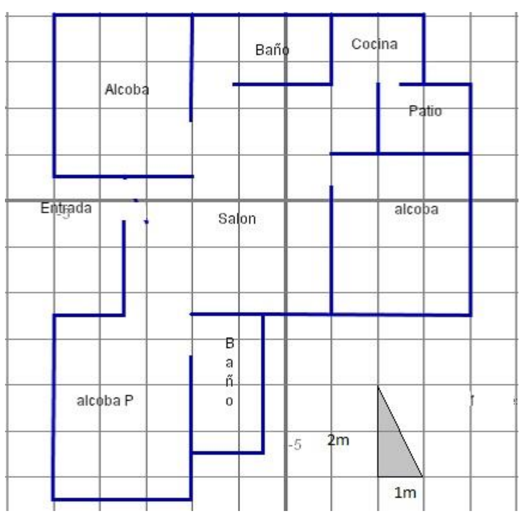
2. Mientras empiezan la construcción fue necesario encerrar los terreros con dos vueltas de alambre. ¿Cuál de los dos necesito más cantidad de alambre?

3. ¿Cuál de los dos terrenos tiene mayor superficie? Para argumentar su respuesta ayúdese de la unidad de medida u.

4. ¿Cuál de los dos baños privados es mayor en área y en perímetro? Explique.



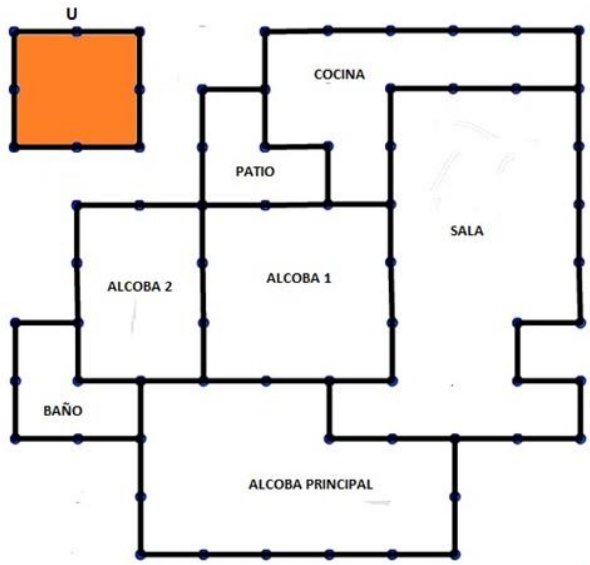
Plano 1



Plano 2

Situación 4

A continuación se presenta el plano de una casa, ésta se desea embaldosar con baldosas del tamaño U.



1. ¿Cuántas baldosas U son necesarias para embaldosar cada lugar de la casa?
2. Sabiendo que la cantidad de baldosa que ocupa la unidad U cuesta $48000, calcule el costo de la baldosa necesaria para toda la casa.
3. Si el perímetro de la baldosa U es 8 metros, calcule el área de toda la casa.

Situación 5

A un estudiante se le pide en la clase de artística que utilice la tercera parte de la superficie de una hoja de block para hacer un dibujo libre y la cuarta parte de la superficie de la hoja para explicar el dibujo. ¿Crees que utilizará toda la superficie de la hoja para realizar estas dos tareas?, en caso contrario, ¿Cuánto del total de la superficie de la hoja utilizará y cuánto le sobrará?

Anexo 3

NUMERO DE LA ACTIVIDAD:	FECHA:
REACCIONES DE LOS ESTUDIANTES:	
DIFICULTADES PRESENTADAS EN LA ACTIVIDAD:	
SUGERENCIAS PARA MEJORAR LA ACTIVIDAD:	¿LA ACTIVIDAD SI MOVILIZO PROCESOS DE PENSAMIENTO EN LOS ESTUDIANTES?

Anexo 4

ACTIVIDAD: # 1	FECHA: 18 de Febrero de 2014

REACCIONES DE LOS ESTUDIANTES:

- Jiney Vanessa se preguntaba por ¿Cuánto mide la pita? cuestión que la motivó a medir la longitud de la pita con ayuda de la regla.
- Jiney estima las medidas de las dimensiones de la cancha (largo y ancho) haciendo uso de la pita.
- Jiney: "la pita mide 100 cm, busque esta medida porque es más fácil para saber las medidas de la cancha y éstos centímetros luego los podemos pasar a metros".
- Jiney: "entonces en el plano hacemos un rectángulo y colocamos lo que nos dio el largo y el ancho".
- Jiney: "yo empezaría a contar de 400 en 400 hasta que me acerque al valor del perímetro para saber cuánta pintura se gasta".
- Jiney: "lo que hicimos fue sumar los lados de la cancha y después eso lo multiplicamos por ¼ para saber la pintura para la línea amarilla".
- Juan Manuel: Se preguntaba por ¿Cuánto mide la pita? "si yo mido uno cuarenta, la pita mide por hay uno veinte".
- Juan Manuel: Expresa "¿7000 pitas o metros?"
- Juan Manuel: "fue más difícil porque no es exacto, yo medí la pita y me dio 1 metro con 3 centímetros, se pasaba un poquito del metro"
- Kevin: "eso mide 12 (la pita) y ahí viene lo complicado el pedacito".
- Kevin: "porque todos no midieron la pita igual"

DIFICULTADES:

- Para encontrar la cantidad de pintura necesaria para pintar toda la cancha, Jiney utilizó el modelo para hallar el área de un rectángulo, sin embargo, este resultado, no lo relacionó con la información dada: si para 1 metro cuadrado ($1m^2$) de la cancha se necesita 1/4 de galón de pintura blanca. ¿Cuánta pintura se necesita para pintar toda la cancha?
- Los estudiantes presentan dificultades para diferenciar área y perímetro.

SUGERENCIAS:	LA ACTIVIDAD MOVILIZÓ PROCESOS DE PENSAMIENTO:
Percibimos que a los estudiantes se les dificulta expresar las unidades de medida del área y que además confunden perímetro y área, ya que cuando iban a realizar el cálculo del perímetro sumaban la base y la altura ignorando los otros lados de la cancha. En el espacio para la puesta en común de las estrategias entre todos identificamos y tratamos de corregimos estos errores, sin embargo reconocemos que esto no se logra aclarar solo a partir de una situación, sino requiere de un trabajo más profundo que involucre más actividades.	Los estudiantes empezaron a darse cuenta de la importancia de tener instrumentos de medida exactos y del nivel de precisión que requieren por parte de quien los utiliza. El trabajo con la pita como instrumento de medida no convencional, posibilitó que los estudiantes se empezaran a comprender por qué fue importante estandarizar ciertas medidas (metros, centímetros) y ciertos instrumentos de medida (metro, regla) en nuestra sociedad.

ACTIVIDAD: # 2	**FECHA:** 11 de Marzo de 2014

REACCIONES DE LOS ESTUDIANTES:

- Jiney, tomó las medidas de las cajas A y B haciendo uso de la regla, para establecer relaciones de comparación entre éstas.
- Jiney: área de la base, la cual calculó "multiplicando lado por lado"
- Juan Manuel: sobrepuso el cubo A en una cara del cubo B y sobre ésta fue representando cuadrados iguales a los que constituyen al cubo A y, de esta manera se dio cuenta que sobre la base de la caja B puede ubicar 10 filas de cubos A cada con 10 cubos, concluyendo que bastaba multiplicar 10 filas por los 10 cubos que componen cada una de estas.
- Kevin: "que sería añadiendo a la altura 50 cm, que quedaría del alto de él, que mide 1,50 ósea que la profundidad sería un metro y medio, y que el ancho y el largo de un metro".
- Kevin: no puede cambiar la cantidad de agua porque el tamaño del tanque es el mismo"
- "por hay cuatro gotas de agua" (estudiantes)
- Kevin: "ya empezarían a ser litros"
- Kevin: "sería de gran ayuda para trapear y para regar las matas".
- Juan Manuel: "para lavar la ropa y para el aseo de la casa también"
- Jiney: "para lavar la ropa y para echarle a los baños"

DIFICULTADES:

Consideramos que una de las dificultades que se presentó con la actividad fue el margen de error que poseía cada uno de los cubos ya que fueron realizados por nosotras.

SUGERENCIAS:

Buscar estrategias que permitan llevar a cabo la actividad con cubos que posean un menor margen de error y de esta manera no interfiera en el transcurso de la actividad.

LA ACTIVIDAD MOVILIZÓ PROCESOS DE PENSAMIENTO:

Estos momentos en donde los estudiantes comparten sus diferentes actividades y acciones para sistematizar ideas y relaciones en asocio al conocimiento matemático, dan cuenta del poder mediador de las situaciones problema para generar espacios de interacción, que conllevan a la producción de saberes desde sus propios discursos, y de esta manera, a partir de los aportes y retroalimentaciones, complementan y (re)significan sus planteamientos, logrando cada vez más una mejor sistematización de relaciones entre los conceptos matemáticos implícitos en la situación.

ACTIVIDAD: # 3	**FECHA:** 18 de Marzo de 2014

REACCIONES DE LOS ESTUDIANTES:
-Inicialmente la mayoría de los equipos se observaron discutiendo en torno a la pregunta 1, dando sus criterios para decir cual plano escoger.
-Para medir los planos algunos tomaron las medidas sin hacer uso de la unidad de medida propuesta, lo hicieron con ayuda de la regla.
-Jiney y su equipo observan detenidamente la unidad de medida y se dan cuenta que con ella se puede componer un rectángulo de área dos cuadrados del plano, así que toman sus medidas con dicho rectángulo. Toman de manera sencilla las medidas del terreno, pero para el terreno 2 se dan cuenta de que hay partes en las que no cabe el rectángulo completo así que estas partes las identifican como ½, ¼, ¾ mediante la visualización del plano.
-Jiney: "al unirlo, al juntarlo daban medios y por ende al juntar los medios daba una unidad"
-Juan Manuel y su compañero al observar los planos expresan que no es suficiente con observar para elegir uno de los dos, sino que es necesario tomar sus medidas y compararlas para tomar una mejor decisión. "primero hay que medir el área y el perímetro de cada uno y luego compararlos para saber cuál es la mejor opción" Para medir los planos hacen uso de la unidad de medida tal cual y olvidan los planos en triángulos de dicha medida. "el perímetro, y lo hice complementando en aquellos espacios que no daba exacto, lo que hay que hacer es juntarlos hasta obtener una unidad". En el terreno 2 les quedan algunos pedazos así que los identifican con una x y luego los unen hasta completar 1 cuadrado completo. Juan Manuel expresa en la discusión que cree que las medidas le pudieron quedar mal ya que se les dificultó medir con el triángulo.
-Kevin y su grupo al observar la unidad de medida se dieron cuenta que equivalía a un cuadrado del plano, expresa: "se podía medir pegando dos triángulos y por ende serian 2 cuadrados" "para el plano 2 tuvimos que completar cuadrados porque no daban exactos, ya que habían cuartos y medios". Así que la transforman y miden tomando como unidad uno de los cuadrados que se encuentran divididos en el plano.

DIFICULTADES:

-Algunos estudiantes presentaron dificultades en la pregunta 2, constantemente preguntaban que se debía hacer, pero con nuestra orientación la mayoría aclararon sus dudas.
-Algunos preguntan: ¿Qué es la superficie?, nuevamente al igual que en situaciones anteriores, la confunden con la medida del perímetro.

SUGERENCIAS:	**LA ACTIVIDAD MOVILIZÓ PROCESOS DE PENSAMIENTO:** mediante la discusión en pequeños grupos y la discusión colectiva surgieron diferentes caminos para dar solución a la situación. Los estudiantes observaron la unidad de medida de otra forma diferente a un cuadrado. Vieron el uso del perímetro de una figura en un contexto más familiar y observaron por medio de la comparación de superficies como puede haber figuras con igual áreas a pesar tener otra diferente forma.
Modificar los planos de tal manera que queden de igual superficie, para observar mejor la conservación del área en figuras de diferente forma y perímetro. Nombrar los espacios de igual manera en ambos planos, ya que esto fue significativo en los estudiantes para dar solución a la pregunta1.	

ACTIVIDAD: # 4 | **FECHA:** 8 de Abril de 2014

REACCIONES DE LOS ESTUDIANTES:

-Los estudiantes tienen la idea de que se les pregunta por la superficie de la casa completa.

-Observan la unidad de medida. Algunos la recortan para superponerla en la superficie de la casa.

-Kevin y Juan Manuel hacen una solución inmediata de la actividad, ambos confundieron la pregunta que se refería al número de baldosas necesarias para embaldosar cada lugar de la casa.

-La mayoría de estudiantes unen algunos pedazos de baldosas para completar la unidad.

- Unos pocos estudiantes continúan confundiendo los conceptos área y perímetro.

- Juan Manuel expresa: “convirtiéndola (la baldosa) en fraccionarios”

- En dialogo con Kevin se da la siguiente discusión: Kevin dice 1 y ½ (cantidad de baldosas para la alcoba 2) y otros mencionan que son 2/4, - Juan Manuel afirma que son equivalentes, refiriéndose a las fracciones ½ y 2/4.

- Jiney: “nosotras al saber que cada una valía $48000, miramos cuantas baldosas le cabían en toda la casa que eran 15, entonces al ya darnos cuenta que cabían 15, multiplicamos el 15 por 48000, nos dio 72000 y ahí sacamos el resultado”.

- Jiney plantea: “nosotras al saber que el perímetro de una baldosa era 8, le sacamos el área a esa misma baldosa y nos dio 4 centímetros cuadrados y entonces al ya saber el área de esa baldosa, multiplicamos el área por las 15 baldosas que nos da toda la casa y eso nos dio el resultado que es 60 metros cuadrados”

DIFICULTADES:

-Falta de compresión por parte de los estudiantes sobre lo que se les pedía hacer en cada una de las preguntas, no hacía una lectura atenta de ellas antes de dar inicio a la solución de la situación.

SUGERENCIAS:

Cuán esta actividad se lleve al aula de nuevo es necesario aclarar la pregunta 1 referente al número de baldosas necesarias para embaldosar cada lugar de la casa, ya que se presentaron muchas dudas con respecto a ella.

LA ACTIVIDAD MOVILIZÓ PROCESOS DE PENSAMIENTO:

En ambos casos la estudiante analizó cada una de las actividades propuestas para buscar las estrategias más adecuadas que les permitiera dar cuenta de la situación. Así se nota que se va alejando poco a poco de las formas tradicionales de hacer matemáticas que comúnmente desde un currículo técnico racionalista se han trabajado, y por el contrario se empiezan a armar de sentido sus acciones, ideas y procedimientos de acuerdo al contexto que les plantea la actividad.

ACTIVIDAD: # 5	FECHA: Mayo 5 del 2014

REACCIONES DE LOS ESTUDIANTES:

-Algunos estudiantes inician buscando la superficie total de la hoja, tratan de medir el "ancho" y el "largo" de una hoja de block haciendo uso de la regla, para encontrar el valor del área.

-Otros sacaron una hoja de block y la empezaron a partir de acuerdo a las fracciones mencionadas en la situación, primero en tercios y luego en cuartos, para comparar cada una de ellas dándose cuenta de que debían buscar fracciones equivalentes con igual denominador para poder sumar.

- Otros proceden a realizar de manera inmediata las operaciones sumando numeradores entre si y denominadores, sin tener en cuenta que se les habla de fracciones distintas.

- Kevin menciona que se deben buscar fracciones equivalentes a 1/3 y ¼ hasta que nos den dos fracciones con igual denominador y ahí sí se pueden sumar.

- Kevin: "para saber cuánto sobra de algo en general, antes debemos sumar lo que se había gastado para luego restar esta cantidad con el total, por ejemplo si tuviéramos plata y me voy a gastar un poquito, para saber cuánto me queda, yo debo restar esto a toda la plata que tenía."

- Juan Manuel realizó la situación de una manera intuitiva representando 1/3 y ¼ en una misma figura, dándole un valor aproximado a la parte que sobraba, sin detenerse a pensar que relación tenia esta (3/9) con las otras dos fracciones.

-Jiney por su parte al discutir con su equipo llegaron a la conclusión de que primero debían representar los tercios y cuartos en una fracción, es decir de la manera simbólica a/b. Pero al ver que las fracciones no tenían la misma unidad fraccionaria buscaron dos fracciones equivalentes con igual denominador para sumarlas y darse cuenta cuanto se gastaba de la hoja y cuanto sobraba.

- Juan Manuel: "la parte sobrante que dibuje en la torta es ½ y lo que hice fue sumar las fracciones que están en la torta".

DIFICULTADES PRESENTADAS EN LA ACTIVIDAD:

- algunos de los estudiantes presentan dificultades para sumar fracciones con diferente unidad fraccionaria, confundiendo este tipo de sumas con la adición de naturales.
- Al hablarles de la superficie de la hoja, muchos de los estudiantes pensaban que debían encontrar el valor del área de la hoja para relacionarla con las cantidades explicitadas en la situación.

SUGERENCIAS:

- Pensamos que es importante trabajar otras actividades que permitan comprender mejor la adición de fracciones a través de la búsqueda de fracciones equivalentes.

LA ACTIVIDAD MOVILIZÓ PROCESOS DE PENSAMIENTO:

La actividad logró movilizar procesos de pensamiento para establecer relaciones aditivas entre fracciones, a través de la búsqueda y reconocimiento de fracciones equivalentes.