



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**Facultad de Educación**

**El Significado de Variable a Partir de Representaciones Gráficas Desde la  
Metodología de Aula Taller**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica  
Matemática**

**JUAN ANDRÉS GAVIRIA GÓMEZ**

**Asesores**

**Carlos Julio Echavarría Hincapié, Matemático  
Catalina Bermúdez Galeano**

**Medellín-Colombia  
2015**

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

**EL SIGNIFICADO DE VARIABLE A PARTIR DE REPRESENTACIONES  
GRÁFICAS DESDE LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER**



**JUAN ANDRÉS GAVIRIA GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS  
MEDELLÍN**

**2015**

**EL SIGNIFICADO DE VARIABLE A PARTIR DE REPRESENTACIONES  
GRÁFICAS DESDE LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER**

**JUAN ANDRÉS GAVIRIA GÓMEZ**

**Tesis presentada para optar al título de  
Licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas**

**Asesores:**

**CARLOS JULIO HECHAVARRÍA HINCAPIÉ**

**CATALINA BERMÚDEZ GALEANO**

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFASIS EN MATEMÁTICAS  
MEDELLÍN**

**2015**

## DEDICATORIA

A Dios por toda su plenitud y bondad, por darme tan grata oportunidad de contemplar la vida bajo una perspectiva tan positiva, como lo es nuestra academia, y de esta forma, seguir creciendo bajo sus designios.

A Carlos Julio Echavarría Hincapié y Catalina Bermúdez Galeano por toda su disposición y gran empeño para compartir con tanto amor su experiencia y dominio en cada argumento aportado a mi trayectoria académica, la autonomía y el respeto hacia el otro, además de motivar y reconocer este gran logro que estoy cumpliendo.

A mi esposa Estella María Gómez Aricapa y a mi hijo Emmanuel Gaviria Gómez por su paciencia y valentía en mi trayectoria como estudiante, siendo un gran apoyo en cada instante de mi camino académico, los cuales, han sido mi motor de fuerza para alcanzar este gran logro.

A mis padres Luz Alba Gómez Restrepo y Juan Esteban Gaviria Muñoz porque desde el cielo siempre he contado con su compañía y bendición, en mi mente y corazón siempre están a todo instante, su presencia espiritual siempre apoyara mis pasos al andar.

A mis abuelos maternos Carmen Rosa Restrepo y Andrés Elías Gómez, los cuales, han sido mis segundos padres, todo lo que soy hoy en día, ha sido inculcado desde su sabiduría y crianza, verdades que me han hecho crecer y triunfar.

A mis abuelos paternos Saulina Muñoz y Gilberto Gaviria quienes han dejado en nuestro corazón un sentimiento de unión y un legado de pujanza.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de tesis quiero agradecerlo antes que nada a ti Dios padre celestial, que me has proporcionado en todo momento con cada bendición, las oportunidades necesarias para tan anhelado sueño.

A la UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA por darme la oportunidad de crecer como un ser crítico reflexivo y como profesional responsable consiente ante la sociedad.

A mis profesores y asesores de trabajo de grado Carlos Julio Echavarría hincapié y Catalina Bermúdez Galeano por todo su amor y empeño dedicados en mi desarrollo académico, quienes han dispuesto su tiempo y energía a todo momento para aportarme tantos conocimientos desde sus experiencias.

De igual forma quisiera agradecer a todos mis profesores durante toda mi carrera profesional, porque cada uno ha aportado y continúa aportando a mi formación como persona y como profesional, en especial a mis profes: Juan Carlos Arango Parra, Johnny Hamilton Upegui, Jesús María Gutiérrez, Yubernani Tapias entre otros, por sus consejos, enseñanza y su buena amistad.

También quiero agradecer a todos mis compañeros de quienes aprendí tantas cosas buenas, ha sido una bonita experiencia, haber recorrido juntos las aulas de nuestra universidad y demás espacios en compañía de un café y una sonrisa o tristeza, Dios los siga bendiciendo en cada momento y les deseo lo mejor.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## RESUMEN

La presente sistematización se realizó en la institución educativa Centro Formativo de Antioquia CEFA, con estudiantes del grado décimo, pertenecientes a las diferentes comunas de la ciudad de Medellín, municipios aledaños y demás departamentos de Colombia, específicamente para describir como las estudiantes del CEFA del grado decimo construyen el concepto de variable, a través de las representaciones gráficas a la luz de su entorno conceptual, desde la metodología de aula taller, con la finalidad de propiciar a partir de recrear diversas situaciones el desarrollo del pensamiento variacional.

El proyecto estuvo enmarcado desde la perspectiva de la sistematización, dado que esta permite reconocer las diversas complejidades, aciertos y tensiones presentados en la experiencia pedagógica, mostrando los diferentes roles implicados en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias y la matemática, empleándose varios instrumentos como fotos y videos para evidenciar la reconstrucción de lo vivido, a través de la narración de los actos ocurridos en la experiencia como tal.

Desde la metodología de aula taller se diseñaron las guías para el desarrollo del proceso de asimilación del concepto de variable, que a la luz de la teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud permitió el cumplimiento de los objetivos planteados.

De esta manera se pudo concluir que a partir de varias informaciones sean numéricas o geométricas donde se relacionan representaciones gráficas para desarrollar tareas que impliquen situaciones que incidan en el entorno conceptual de la variable es posible construir el concepto de variable.

**Palabras Clave:** Pensamiento variacional, Variable, Aula taller, Entorno conceptual, Representación gráfica, Experiencia pedagógica.

## ABSTRACT

### **The meaning of the variable from graphical representations since the methodology of the workshop classrooms**

The present systematization was developed in the educational institution Formative Center of Antioquia CEFA, with tenth grade students, who live in the different municipalities of Medellin city, near counties and other departments of Colombia, in order to find out how the CEFA's tenth grade students build the variable concept, through the graphical representations setting it in their conceptual environment, since the methodology of the workshop classrooms, with the goal to contribute to the development of the way of the variable thinking from the different situations.

This project was defined from the systematization perspective, cause this permits recognize the different complexities, skills and stress showed in the pedagogical experience, showing the different roles playing in the science and mathematics teaching and learning, using different elements like pictures and videos to put in evidence everything that was lived, through the narration of facts occurred in the experiences.

Since the methodology of workshop classrooms different guidebooks were designed to develop the assimilation process of the concept, which in the light of the theory of Conceptual Development Learning of Gerard Vergnaud that permits the observance of the laid out objectives.

In that way it could be concluded that from different information no matter they be numeric or geometric where they are related with graphical representations to develop homework that include situations which influence in the conceptual environment it is possible to build a variable concept.

**Key Words:** Variational Thinking, Variable, Workshop Classrooms, Conceptual Environment, Graphic Representations, Pedagogical Experience.

	Pág.
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>14</b>
<b>1. LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA UN PROCESO OPORTUNO PARA REFLEXIONAR Y APRENDER DE NUESTRO CONTEXTO ACADÉMICO ACTUAL .....</b>	<b>16</b>
<b>2. LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER Y EL PROCESO DE SISTEMATIZACIÓN, UNA ESCUADRA DE ACCIÓN PARA APRENDER DE LA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1. Metodología de Aula Taller:.....</b>	<b>23</b>
<b>2.2. Sistematización: .....</b>	<b>26</b>
<b>3. UN TERRENO FÉRTIL PARA ABONAR Y CRECER JUNTAMENTE COMO MAESTROS EN FORMACIÓN DE LA MANO DE LAS ESTUDIANTES DEL CEFA ....</b>	<b>34</b>
<b>3.1. Pregunta Orientadora: .....</b>	<b>36</b>
<b>3.2. Objetivo General: .....</b>	<b>36</b>
<b>3.3. Objetivo Específico: .....</b>	<b>36</b>
<b>3.4. La pregunta orientadora y sus objetivos de la mano de Gérard Vergnaud: .....</b>	<b>37</b>
<b>4. EL AULA DE CLASE Y LOS PROCESOS DE INTERACCIÓN ALUMNAS - MAESTRO EN TORNO AL CONOCIMIENTO .....</b>	<b>48</b>
<b>4.1. Reconstrucción de lo vivido primera parte: .....</b>	<b>49</b>
<b>4.2. Reconstrucción de lo vivido, segunda parte: .....</b>	<b>70</b>
<b>4.3. Proceso de conceptualización:.....</b>	<b>101</b>
<b>4.4. Análisis de datos y resultados: .....</b>	<b>102</b>





UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

<b>4.5. Entorno conceptual de la variable:</b> .....	<b>111</b>
<b>4.5.1. Los conceptos:</b> .....	<b>112</b>
<b>4.5.2. Gráficas cartesianas:</b> .....	<b>114</b>
<b>4.5.3. Representaciones:</b> .....	<b>116</b>
<b>4.6. Designación de los indicadores de conceptualización:</b> .....	<b>117</b>
<b>5. CONCLUSIONES</b> .....	<b>129</b>
<b>REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>132</b>

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
<b>Tabla 1. Proceso de análisis tabla a. ....</b>	<b>102</b>
<b>Tabla 2. Proceso de análisis tabla b. ....</b>	<b>103</b>
<b>Tabla 3. Proceso de análisis tabla c. ....</b>	<b>103</b>
<b>Tabla 4. Proceso de análisis tabla d. ....</b>	<b>106</b>
<b>Tabla 5. Proceso de análisis tabla e. ....</b>	<b>119</b>
<b>Tabla 6. Proceso de análisis tabla f. ....</b>	<b>120</b>
<b>Tabla 7. Proceso de análisis tabla g. ....</b>	<b>123</b>
<b>Tabla 8. Proceso de análisis tabla h. ....</b>	<b>126</b>
<b>Tabla 9. Proceso de análisis tabla i. ....</b>	<b>127</b>

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
<b>Figura 1. Mapa conceptual: Estrategia Pedagógica o Metodología de Aula Taller.....</b>	<b>30</b>
<b>Figura 2. Mapa Conceptual: Evaluación y Sistematización de Experiencias.....</b>	<b>31</b>
<b>Figura 3. Mecanismo: Metodología Aula Taller, Experiencia Pedagógica y Sistematización. .....</b>	<b>32</b>
<b>Figura 4. Engranaje para alcanzar los objetivos implicados. ....</b>	<b>45</b>
<b>Figura 5. Figura geométrica representada en la gráfica cartesiana.....</b>	<b>81</b>
<b>Figura 6. Correspondencia de elementos en el proceso de conceptualización.....</b>	<b>101</b>
<b>Figura 7. Proceso de análisis. ....</b>	<b>110</b>

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## LISTA DE IMÁGENES

	Pág.
<b>Imagen 1. Institución Educativa Centro Formativo de Antioquia CEFA. ....</b>	<b>18</b>
<b>Imagen 2. Evidencia 1. ....</b>	<b>52</b>
<b>Imagen 3. Evidencia 2. ....</b>	<b>52</b>
<b>Imagen 4. Evidencia 3. ....</b>	<b>53</b>
<b>Imagen 5. Evidencia 4. ....</b>	<b>53</b>
<b>Imagen 6. Evidencia 5. ....</b>	<b>54</b>
<b>Imagen 7. Evidencia 6. ....</b>	<b>54</b>
<b>Imagen 8. Evidencia 7. ....</b>	<b>55</b>
<b>Imagen 9. Evidencia 8. ....</b>	<b>55</b>
<b>Imagen 10. Evidencia 9. ....</b>	<b>56</b>
<b>Imagen 11. Evidencia 10. ....</b>	<b>56</b>
<b>Imagen 12. Evidencia 11. ....</b>	<b>57</b>
<b>Imagen 13. Evidencia 12. ....</b>	<b>57</b>
<b>Imagen 14. Evidencia 13. ....</b>	<b>58</b>
<b>Imagen 15. Evidencia 14. ....</b>	<b>58</b>
<b>Imagen 16. Evidencia 15. ....</b>	<b>58</b>
<b>Imagen 17. Evidencia 16. ....</b>	<b>60</b>
<b>Imagen 18. Evidencia 17. ....</b>	<b>60</b>
<b>Imagen 19. Evidencia 18. ....</b>	<b>61</b>
<b>Imagen 20. Evidencia 19. ....</b>	<b>61</b>
<b>Imagen 21. Evidencia 20. ....</b>	<b>62</b>
<b>Imagen 22. Evidencia 21. ....</b>	<b>63</b>



<b>Imagen 23. Evidencia 22.....</b>	<b>64</b>
<b>Imagen 24. Evidencia 23.....</b>	<b>65</b>
<b>Imagen 25. Evidencia 24.....</b>	<b>66</b>
<b>Imagen 26. Evidencia 25.....</b>	<b>67</b>
<b>Imagen 27. Evidencia 26.....</b>	<b>68</b>
<b>Imagen 28. Evidencia 27.....</b>	<b>84</b>
<b>Imagen 29. Evidencia 28.....</b>	<b>84</b>
<b>Imagen 30. Evidencia 29.....</b>	<b>85</b>
<b>Imagen 31. Evidencia 30.....</b>	<b>85</b>
<b>Imagen 32. Evidencia 31.....</b>	<b>86</b>
<b>Imagen 33. Evidencia 32.....</b>	<b>86</b>
<b>Imagen 34. Evidencia 33.....</b>	<b>87</b>
<b>Imagen 35. Evidencia 34.....</b>	<b>87</b>
<b>Imagen 36. Evidencia 35.....</b>	<b>87</b>
<b>Imagen 37. Evidencia 36.....</b>	<b>88</b>
<b>Imagen 38. Evidencia 37.....</b>	<b>88</b>
<b>Imagen 39. Evidencia 38.....</b>	<b>89</b>
<b>Imagen 40. Evidencia 39.....</b>	<b>89</b>
<b>Imagen 41. Evidencia 40.....</b>	<b>90</b>
<b>Imagen 42. Evidencia 41.....</b>	<b>90</b>
<b>Imagen 43. Evidencia 42.....</b>	<b>91</b>
<b>Imagen 44. Evidencia 43.....</b>	<b>91</b>
<b>Imagen 45. Evidencia 44.....</b>	<b>92</b>
<b>Imagen 46. Evidencia 45.....</b>	<b>92</b>
<b>Imagen 47. Evidencia 46.....</b>	<b>93</b>
<b>Imagen 48. Evidencia 47.....</b>	<b>93</b>
<b>Imagen 49. Evidencia 48.....</b>	<b>94</b>



<b>Imagen 50. Evidencia 49.....</b>	<b>94</b>
<b>Imagen 51. Evidencia 50.....</b>	<b>95</b>
<b>Imagen 52. Evidencia 51.....</b>	<b>96</b>
<b>Imagen 53. Evidencia 52.....</b>	<b>97</b>
<b>Imagen 54. Evidencia 53.....</b>	<b>97</b>
<b>Imagen 55. Evidencia 54.....</b>	<b>98</b>
<b>Imagen 56. Evidencia 55.....</b>	<b>98</b>
<b>Imagen 57. Evidencia 56.....</b>	<b>99</b>
<b>Imagen 58. Evidencia 57.....</b>	<b>99</b>
<b>Imagen 59. Evidencia 58.....</b>	<b>99</b>
<b>Imagen 60. Evidencia 59.....</b>	<b>100</b>
<b>Imagen 61. Evidencia 60.....</b>	<b>100</b>
<b>Imagen 62. Evidencia 61.....</b>	<b>101</b>

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## INTRODUCCIÓN

La sistematización inicia a llevarse a cabo con una contextualización del entorno escolar, donde ha sido efectuada la experiencia pedagógica, se presenta información sobre aspectos físicos, legales y de orden dentro del centro formativo de Antioquia CEFA, además, se reconoce el tipo de población que atiende y sus particularidades.

De igual manera, se relata como inicia el proceso de la práctica pedagógica como experiencia de aula, teniendo en cuenta acuerdos previos e intencionalidades pactadas a nivel grupal, bajo una línea lógica trazada, que hace alusión al pensamiento variacional, quedando en este sentido, definida la metodología de aula taller y la realización de una sistematización como oportunidad de considerar los roles que se dan dentro del proceso de aprendizaje – enseñanza con sus aciertos, dificultades y demás peculiaridades.

Posterior a ello, en el capítulo dos, se realiza la explicación que explicita el significado de la metodología aula taller, el diseño y estructuración de guías como instrumento fundamental de la experiencia pedagógica y también, la explicación sobre lo que significa una sistematización.

En el capítulo tres, se introducen los antecedentes y las diferentes consideraciones que dieron pie a la pregunta orientadora: ¿Cómo enseñar el concepto de variable, por medio de representaciones gráficas, a la luz de su entorno conceptual, desde la metodología de aula taller, en las estudiantes del grado decimo del centro formativo de Antioquia?, eje principal de esta sistematización y también su objetivo general, que hace referencia a conceptualizar el significado de variable, por medio de representaciones gráficas, a la luz de su entorno conceptual, desde la metodología de aula taller, en las estudiantes del grado decimo del centro formativo de Antioquia y finalmente su objetivo específico el cual busca describir como construyen las estudiantes del centro formativo de Antioquia el concepto de variable desde las representaciones gráficas en situaciones que posibilitan el desarrollo del pensamiento variacional, todo esto, de la mano de la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud el cual es citada en consideración para llevar a cabo tales fines.

En el capítulo cuatro, se efectúa la reconstrucción de lo vivido en el salón de clase, a través de la narración, instrumento que da garantía de la validez y claridad de esta sistematización, recreando la situación real vivida entre el maestro y las estudiantes y posteriormente se despliega el análisis de datos y resultados obtenidos en el proceso de conceptualización. Finalmente se exponen las conclusiones y recomendación pertinente fruto de la sistematización, así como la bibliografía consultada.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## **1. LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA UN PROCESO OPORTUNO PARA REFLEXIONAR Y APRENDER DE NUESTRO CONTEXTO ACADÉMICO ACTUAL**

En el año 2013 en el mes de julio, se dio inicio a la práctica pedagógica de un grupo de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia, grupo, que motivado por su empatía hacia la enseñanza y aprendizaje de las ciencias y en particular de las matemáticas, se inscribe como partícipe a una propuesta pedagógica, en la cual, se buscaba propiciar un espacio reflexivo educativo, a partir, de considerar no solamente aspectos relacionados a las ciencias y las matemáticas en sí, sino que de igual forma, invitaba a pensar cómo las matemáticas y la ciencia en general son contribuyentes activos, en la transformación de procesos sociales-históricos dentro de nuestro contexto actual, los cuales, son propiciadores del desarrollo político cultural de nuestra sociedad.

Bajo esta perspectiva, el profesor Carlos julio Echavarría Hincapié con la profesora Catalina Bermúdez Galeano, proponen como eje principal, realizar una práctica pedagógica en miras a dinamizar la experiencia de los maestros en formación, a partir, de una reflexión constante de cada proceso de intervención, como una ocasión de poder vivenciar, conocer, registrar y compartir, el cómo y por qué de todos los aspectos que intervienen particularmente en un aula de clases, esto, con miras de pensar, como a través de las ciencias y las matemáticas se pueden generar procesos favorecedores de la movilización del pensamiento, para sentar bases de una sociedad más crítica, haciendo uso de las ventajas que nos proporcionan las ciencias y las matemáticas como herramientas prácticas de la vida cotidiana.

A partir de lo anterior, el profesor Carlos Julio Echavarría hincapié y la profesora Catalina Bermúdez Galeano, desarrollan una serie de temáticas, desde la geometría, el álgebra, la trigonometría y la física entre otras, con la intención de ser llevadas al aula de clases, bajo la Metodología de Aula Taller, esto, teniendo en cuenta de antemano como línea del proceso, el pensamiento variacional. En este sentido, se realizaron varios acuerdos de manera colectiva, consideraciones hechas, luego de previas lecturas propuestas y socializaciones en grupo, llevadas a cabo en el seminario de práctica, a partir de las cuales, optamos, por realizar una sistematización

de experiencias, dado que el Aula Taller como metodología y la sistematización como proceso, nos posibilitaban el análisis adecuado en el sentido de lo que queríamos aprender.

La institución educativa propuesta para llevar a cabo esta experiencia, fue el Centro Formativo de Antioquia “CEFA” y uno de los ideales fundamentales para estas intervenciones, radicaba en la realización de una intervención en la institución que hiciera un aporte a la misma, bajo una mirada reflexiva, a partir, del fortalecimiento del proceso de práctica, de los diferentes maestros en formación, también, de la mano, del reconocimiento de fortalezas y debilidades que pudieran incidir como parte del proceso de sistematización para generar un aprendizaje crítico del proceso vivido.

En este orden de ideas, se iniciaron las intervenciones mencionadas anteriormente, las cuales, tenían una planificación previamente ejecutada desde el seminario de práctica, estas, de forma intencional con el ánimo de familiarizar de manera lógica los tiempos de las mismas, los conceptos previos y parte de las posibles dudas o aspectos casuales dentro del proceso.

De primer contacto en el entorno escolar, para esta experiencia, se conocen las diferentes directivas institucionales del CEFA, a la vez que sus espacios físicos y diferentes ambientes destinados para la educación escolar, los cuales cuentan, con ambientes con un carácter formal diverso al tradicional, como lo son el Aula Taller y el centro astronómico, espacios dinamizantes educativos impulsados por el profesor Carlos Julio Echavarría Hincapié desde su amor hacia la enseñanza y aprendizaje de las ciencias y las matemáticas de manera significativa, a partir, de palpar nuestro entorno físico.

A continuación, y a través, de los capítulos posteriores, se realizara una aproximación un poco más detallada de los diferentes aspectos expuestos anteriormente, para poder tener un acercamiento más preciso de la experiencia de práctica pedagógica vivida.

### Imagen 1. Institución Educativa Centro Formativo de Antioquia CEFA.



**Fuente:** González de Chávez, L. (2015). “Instituto Central Femenino” a “Centro Formativo de Antioquia” II. Recuperado de: [http://www.elmundo.com/porta/cultura/cultural/de\\_instituto\\_central\\_femenino\\_a\\_centro\\_formativo\\_de\\_antioquia\\_ii.php#.VgHfyRF\\_Okp](http://www.elmundo.com/porta/cultura/cultural/de_instituto_central_femenino_a_centro_formativo_de_antioquia_ii.php#.VgHfyRF_Okp)

La institución educativa CEFA fue fundada el 24 de julio de 1935 con la finalidad principal de formar a la mujer como bachiller de educación media académica y media técnica con competencias laborales y específicas, es de carácter oficial y se encuentra ubicada en el centro de Medellín en la Calle 50 N° 41-55 Córdoba con Colombia barrio la Candelaria en la comuna 10, cuenta con una infraestructura distribuida así: 31 aulas de clase, 11 aulas especializadas, 2 laboratorios de Física, 2 laboratorios de Química, 1 laboratorio de Biología, 1 laboratorio de salud, un observatorio astronómico, aula taller, espacios recreativos, un coliseo, una biblioteca, zona húmeda y dos patios, el personal laboral consta de 4 personas en la parte directiva, 105 docentes, 9 personas en la parte administrativa y 5 personas para el mantenimiento y aseo de la institución, todos contratados por una entidad externa pagada por la secretaria de Educación; en la periferia de las institución se encuentran ubicadas otras instituciones educativas de carácter militar y académico, instituciones universitarias, hospitales, teatros, viviendas, edificios, una gran zona comercial y parques, entre otros, el transporte que por allí transita va y viene de las diferentes comunas Antioqueñas, cerca se encuentran varios sistemas de transporte masivo como lo son el Metro y las diferentes rutas urbanas, además, de taxis y medios de transporte particular, al igual,

Facultad de Educación que el resto de la ciudad presenta dificultades de seguridad, principalmente por los robos y rapiñas callejeras e igualmente por ser un lugar habitado y transitado por un sin número de habitantes de la calle que ocupan este espacio de la ciudad.

El servicio educativo de esta institución va dirigido a una población femenina que comprende los 14 y 17 años de edad, las cuales, tienen definida la educación básica secundaria, son estudiantes oriundas de Medellín y demás municipios del departamento de Antioquia, también, provienen de otros departamentos aledaños, con diversas situaciones familiares, donde, algunas de ellas, tienen su familia incompleta, esto, generalmente debido a situaciones ligadas a problemáticas sociales de nuestro país, se encuentran, en el nivel Sisben 1, 2, y 3 y estratos 1, 2, 3, 4 algunas pertenecientes al 5; El número de estudiantes que matricula por año el CEFA es aproximadamente de 2400, distribuidas en 62 grupos de 38 estudiantes con 105 docentes que realizan su labor académica dispuesta en dos jornadas de 7 horas cada una, en la media técnica se ofrecen las siguientes modalidades: Salud, Alimentos, Informática, Gestión cultural, Ciencias químicas y Comercio, en la media académica se ofrece profundización en matemáticas; la filosofía inicial que fue propuesta por su fundador Joaquín Vallejo Arbeláez<sup>1</sup>, “sacar a las mujeres de las agujas a las aulas”, hoy día, es “sacar a las mujeres de las aulas a las universidades o al mundo laboral” (CEFA, 2013, p. 6).

El aspecto religioso de las estudiantes varia, siendo la religión católica la práctica religiosa más común, las estudiantes son provenientes de familias con una fuente de ingreso no muy clara, cada año tienen diferentes informaciones, pero de la misma manera son constantes las madres cabeza de familia con trabajos donde devengan el mínimo salarial, algunos padres son comerciantes, taxistas, empleados oficiales, educadores entre otros.

Las estudiantes se relacionan de forma positiva durante su permanencia por dos años, logran entenderse y asumir una buena convivencia, esto teniendo en cuenta que la institución realiza una inducción y motivación para alcanzar esta armonía, ya que éstas llegan de diferentes colegios y en un grupo pueden llegar hasta 30 estudiantes o más que nunca se han encontrado, inicialmente la

---

<sup>1</sup> En su trayectoria pública, hizo parte del Concejo de Medellín, la Asamblea de Antioquia y el Congreso Nacional de Colombia, también ocupó la Secretaría de Educación Municipal de Medellín, desde la cual promovió la creación de la institución educativa centro formativo de Antioquia (CEFA) y el Instituto Técnico Industrial Pascual Bravo.

primer relación que se da es de compañerismo de pares que no quieren sentirse solas, académicamente es una relación de competencia entre modalidades, donde las integrantes de cada modalidad expresa con orgullo el protagonismo de su modalidad dentro la institución pero la relación como mujeres es manifiesta desde la ternura femenina, la confianza y delicadeza, la disciplina generalmente es buena y también son de un alto nivel académico, la relación con el maestro se proyecta desde una postura de respeto mas no intimidación, los conflictos son mínimos, la institución cuenta con un servicio de orientación escolar con sicóloga y servicio médico y odontológico y a la mayoría de estas estudiantes les gusta ver televisión, dormir, bailar e ir a futbol, son jóvenes que exigen y demandan más de lo que se les ofrece, son emprendedoras y soñadoras, siempre están en una constante lucha por alcanzar sus logros, se visualizan como profesionales y están bien informadas de cómo y dónde pueden obtener lo que desean para su futuro profesional, cuando algo les gusta y les motiva ponen toda su atención e interés logrando grandes cosas, de lo contrario hacen notar su disgusto y desinterés.

La estrategia pedagógica, parte de la comprensión para la construcción de la ciudadanía hasta el desarrollo de las competencias específicas, los criterios evaluativos, responden a la pregunta ¿qué evaluar? Se trata de las expectativas intencionales del docente, para con sus estudiantes, para ello, debe definir las cualidades evaluativas, a partir, de la concepción institucional, la valoración de cada proceso, se hace semestral sobre el 100% siendo este distribuido en seguimiento y un parcial del 30%, teniéndose en cuenta, las dimensiones del desarrollo integral: cognitiva, personal y social, la práctica es considerada un área y su valoración está sujeta al manual de práctica, el porcentaje aprobatorio por grupo y por docente al final de cada semestre es mínimo del 90%, igualmente cumpliéndose este para la valoración final.

La rectoría anualmente realiza una convocatoria para la conformación del gobierno escolar, esto, con la finalidad de fomentar la participación activa, consciente, critica y asertiva en la construcción del orden social, es decir, no solo es fundamentado el saber científico, sino también, el desarrollo de las competencias ciudadanas y la formación de sujetos políticos participantes de la democracia con capacidades para la construcción de una nación más pluralista con cultura de paz.

Para finalizar, el centro formativo de Antioquia CEFA, funciona como una organización abierta y autónoma, sigue los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional y del Municipio de Medellín a través de la secretaria de Educación, define su misión como “la promoción y formación de la mujer, en el nivel de Educación Media Académica y Media Técnica, fundamentada en una cultura ciudadana que la prepara para la iniciación básica laboral y el ingreso a la Educación superior” (CEFA, 2013, p. 169). La visión, es proyectada así: “El Centro Formativo de Antioquia debe ser la mejor institución educativa de la ciudad de Medellín y el eje central de la Ciudad Educadora donde, se forme a la mujer con una cultura ciudadana, de alta competitividad académica y sentido visionario para que explore horizontes para la iniciación básica a la vida laboral y el ingreso a la Educación Superior” (CEFA, 2013, p. 169), en este sentido, define su estrategia pedagógica de la siguiente manera:

La estrategia pedagógica que guía la formación de las alumnas del CEFA, es la propuesta desde la enseñanza de la comprensión para la construcción de la ciudadanía hasta el desarrollo de las competencias específicas.

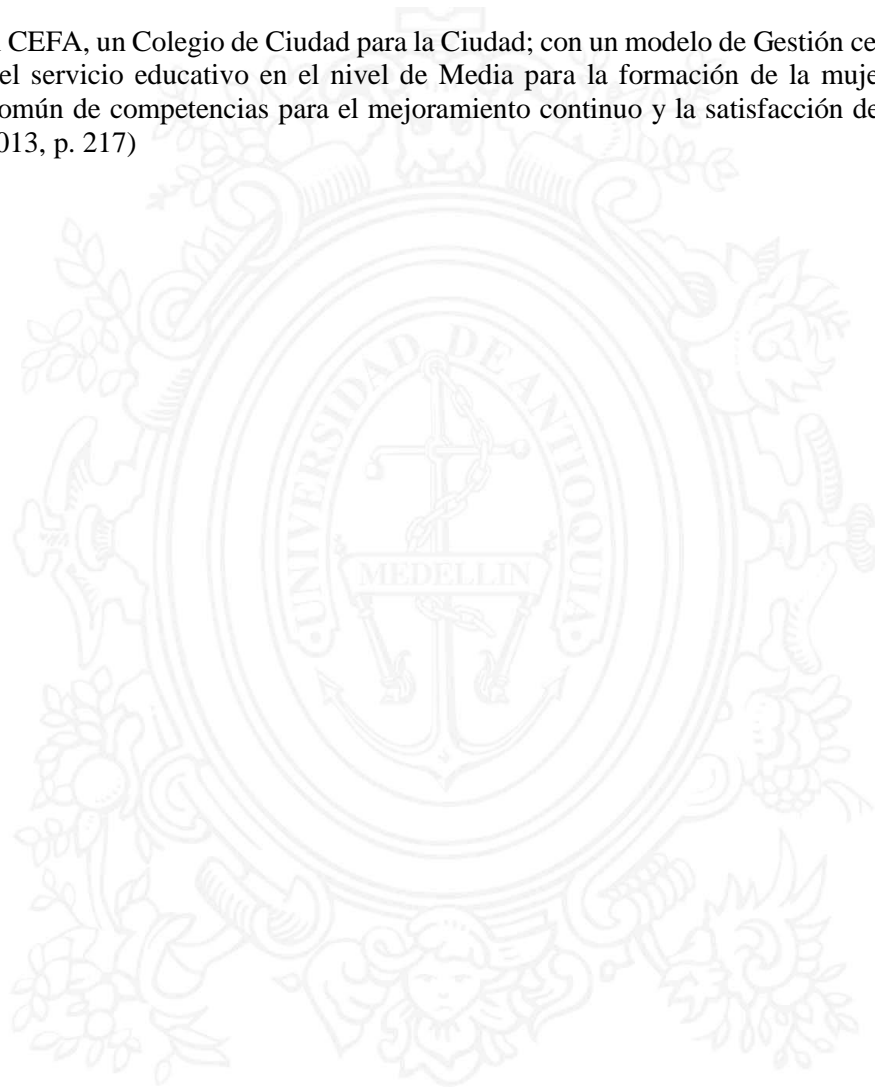
Por ser, la Educación Media Técnica, la esencia de la formación, la estrategia se desarrolla así:

- Realizar una inducción sobre cada contenido de las áreas con los módulos que se articulan con el SENA o con la Educación Superior.
- La clase debe ser un encuentro interactivo para compartir saberes y experiencias.
- Los Docentes deben responder a procedimientos didácticos, conocer el saber que han de enseñar saber preparar actividades con las estudiantes, saber evaluar, saber utilizar los medios educativos.
- Desarrollar en las estudiantes competencias para seleccionar, organizar y transformar la información que reciben, para que sea capaz de representar y hacer lo que sabe.
- La finalidad formativa es promover los procesos de crecimiento personal favoreciendo el proceso cognitivo y la funcionalidad.
- Implementar Metas de Calidad en la evaluación con indicadores que muestren los logros y dificultades para superar.
- Apoyar el Servicio Social, la práctica Constitucional y la práctica empresarial como mecanismos de aprendizaje real en la vida cotidiana. (CEFA, 2013, p. 12)



Por último su política de calidad dice:

El CEFA, un Colegio de Ciudad para la Ciudad; con un modelo de Gestión certificado, garantiza el servicio educativo en el nivel de Media para la formación de la mujer; con el enfoque común de competencias para el mejoramiento continuo y la satisfacción del cliente. (CEFA, 2013, p. 217)



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## 2. LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER Y EL PROCESO DE SISTEMATIZACIÓN, UNA ESCUADRA DE ACCIÓN PARA APRENDER DE LA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA

### 2.1. Metodología de Aula Taller:

Entender, los espacios académicos escolares como escenarios llenos de oportunidades para crear inquietudes y relaciones, incita a reflexionar en nuestra actitud como maestros en formación y próximos profesionales de la educación, hacia las formas de interactuar, desde la enseñanza y aprendizaje del conocimiento, de las diversas disciplinas, que transcurren usualmente en las aulas de clase, a través, de las extensas jornadas escolares, las cuales, a cierto punto, crean desmotivación y actitudes negativas de parte de los estudiantes, frente al conocimiento en general, sentimiento, que hasta por cierto, incide en la calidad educativa y es reflejado en el éxito del desempeño profesional de los educadores, pero más allá, de este sentido, en la motivación de los estudiantes, frente a su propia educación, de allí, que no sea un secreto, para los diferentes profesionales de la educación y los maestros en formación, que el manejo adecuado de los diferentes grupos de estudiantes sea un punto clave, en el éxito profesional, en este sentido, el formato actual en el que son proyectadas las diferentes clases académicas, presenta, jornadas extensas, que ameritan de parte, tanto del profesor, como de los estudiantes, un esfuerzo considerable para concentrar toda su atención, en los procesos educativos implicados, de aquí, la importancia de crear estrategias que generen motivación e inquietud frente al conocimiento, al respecto el profesor Echavarría y Bermúdez (2006) expresa lo siguiente:

(...) Una de las tareas fundamentales que los profesores, tenemos en las aulas de clase, es generar altas motivaciones en nuestras estudiantes. Estas motivaciones se logran de muchas maneras entre ellas están: lograr que te pongan atención durante el desarrollo de la misma clase, esto sería lo mínimo. Hacer posible que la idea perdure por mucho tiempo en la mente de las estudiantes y les permita comentarla entre las amistades más cercanas, compañeras de otro grupo, papá, mamá, hermanos y demás familiares. Lo máximo sería que las ideas perduren en el alma y en el cuerpo de tal forma que sea tan clara que pueda formularse preguntas que ni siquiera al profesor se le ocurrieron durante su clase. Y mejor aún que el profesor no tenga una respuesta muy convincente ni muy clara y ojala la tenga que pensar también. (p. 1)



El profesor Carlos julio Echavarría H. deja claramente evidenciada, una de las necesidades en prioridad, para motivar la movilización del pensamiento en las estudiantes de los cursos académicos regulares y los cuales son fundamentales en la trayectoria académica profesional de cualquier ser humano, a tal punto, que el conocimiento adquiere una dimensión de carácter más empírico a través de la academia, es decir, se hace tan propio como se interactúe con el mismo, desde el propio entorno, también, acentúa lo siguiente en referencia a lo expuesto anteriormente:

(...) Este tipo de situación no se da en una clase solamente magistral, se requiere un modelo de clase donde el experimento sea un invitado de honor, y el profesor logre establecer un diálogo fluido entre lo que hace, dice y hacen los estudiantes durante la clase. Se debe tener un ambiente ameno, agradable y muy propicio para la especulación, la hipótesis y todo tipo de explicación. Como el tiempo que dan los colegios no es suficiente para avanzar en todas las inquietudes que se genera en las estudiantes, es necesario crear otros espacios y tiempos para seguir pensando las ideas matemáticas o científicas, aquí es muy importante para nosotros el Aula Taller y los seminarios permanentes de Astronomía, Meteorología y Matemáticas. (Echavarría & Bermúdez, 2014, p. 1)

Es decir, el profesor Carlos Julio Echavarría H. propone un modelo de clase particular, el cual, de antemano, busca de manera objetiva dinamizar la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias y las matemáticas y bajo este perfil, encontramos que el conocimiento no se encuentra depositado en la opinión del profesor, sino que tiene ocasión, desde, situaciones en las que se construye, a partir, de una participación activa de forma metódica entre los protagonistas de la misma.

La Metodología de Aula taller se entenderá entonces así:

Se entiende como la adquisición del conocimiento, por descubrimiento y asimilación propios, a partir, del desarrollo de actividades, que proponen un ámbito enriquecido con situaciones, que generan curiosidad alrededor de las diferentes temáticas o problemas planteados, en este orden de ideas, la metodología de Aula taller, da luz verde, al trabajo interdisciplinario y en grupo, en el cual, se aprende-haciendo.

La metodología de Aula Taller y ciencias naturales básicas, es uno de los frutos del proyecto de Matemáticas y Física Básicas en Antioquia, liderado por los profesores Carlos Julio Echavarría Hincapié, Miguel Monsalve Gómez y un grupo de estudiantes de la Universidad Nacional.

Es concebida en el año de 1991 con el ideal de dinamizar el acercamiento a la ciencia y a las matemáticas, a través, de la búsqueda y fomentación de entornos incidentes con el aprendizaje desde la creación, es decir, la metodología de aula taller, busca, a partir, de actividades en ambiente taller, entendiéndose esto, no limitado a un espacio físico como tal, sino por el contrario, también, a partir de guías de trabajo y material didáctico, la construcción del conocimiento de forma metódica, que tiene como objetivo la asimilación de conceptos e ideas matemáticas y científicas .

Bajo esta perspectiva, y teniendo en cuenta la estrategia pedagógica de la institución, además de los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en el área de matemáticas, se inician las respectivas intervenciones, estas, de la mano de las guías propuestas por el profesor Carlos julio Echavarría Hincapié y la profesora Catalina Bermúdez Galeano, las cuales, presentan un formato específico diseñado desde la M.A.T.<sup>2</sup> A continuación se especificara su diseño:

Estructura de las guías de trabajo propuestas para desarrollar las diferentes actividades:

1. Título.
2. Información sobre el proyecto al que se adscribe, en caso de ser así.
3. Materiales necesarios para su desarrollo.
4. Una introducción o relato alusivo al tema, conceptos o ideas a desarrollar.
5. Desarrollo de la actividad, instrucciones y preguntas intencionadas.
6. Espacios para conclusiones.

---

<sup>2</sup> M.A.T. Esta sigla corresponde al nombre de la metodología empleada en la experiencia pedagógica, la cual, será citada en el transcurso de este trabajo a correspondencia de: Metodología de Aula Taller.

7. Autores.

8. Referentes bibliográficos y/o Cibergrafía.

9. Fecha.

10. Anexos tales como: lecturas o referentes teóricos (en caso de ser para docentes o monitores).

Esta estrategia pedagógica utiliza diferentes herramientas , que tienen por objetivo principal la asimilación de conceptos e ideas matemáticas y científicas, en las que encontramos el material didáctico y las guías de trabajo, siendo las últimas propuestas intencionalmente, con una secuencia lógica, para permitir desarrollar una o varias ideas , desde la instrucción y preguntas orientadoras.

Ahora, teniéndose claro la metodología a emplear, la sistematización en conjunto con la misma, ayudo a enfocar las intenciones de los maestros en formación, dentro de la experiencia pedagógica, en tanto, se reconocieron los atributos del proceso de sistematización.

## **2.2. Sistematización:**

Con la intensión de poder contar los diversos acontecimientos experimentados a través de la práctica pedagógica y a su vez en relación con factores que interfieren en la educación escolar, es decir, lo político cultural, lo económico, lo social y lo institucional entre otros. El planteamiento de la teoría en relación a la práctica, encuentra un camino a través de poder entender que las experiencias tiene que ver con las prácticas sociales y por tanto, es histórica, complicada y contradictoria, tal que, para poder comprenderse, debe hacerse de forma dialéctica, además, las experiencias como espacios interactivos de comunicación y de relaciones, a partir del lenguaje y las relaciones, ameritan, el reconocimiento del contexto donde han sido vivenciadas, en este sentido, la sistematización posibilita la interpretación de quienes participan en la práctica, para mostrar, las intenciones, sentidos y dinámicas para reconstruir las relaciones sociales entre los mismos, para dar cuenta de la experiencia vivida.

En consecuencia a lo anterior, la sistematización será entendida, a partir, de la siguiente definición dada por Jara (s/f):

(...) interpretación crítica de una o varias experiencias, que, a partir de su ordenamiento y construcción y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dichos procesos, como se han relacionado entre si y por qué lo han hecho de ese modo. (p. 4)

La sistematización como proceso ha permitido recuperar la práctica pedagógica para poder ser apropiada, relacionando los componentes teórico-prácticos de la experiencia de aprendizaje, de esta forma, se ha podido comprender y explicar mejor los contextos, sentidos, fundamentos y aspectos que intervinieron en la experiencia pedagógica, para fortalecer el camino respectivo de los maestros en formación, con la finalidad de transformar y capacitar la comprensión, la experimentación y expresión de las propuestas educativas.

Según Ghiso (1999, citado por, Ruíz, 2001) la sistematización de prácticas surge:

(...) en América Latina en los años 70<sup>3</sup> en contextos de crisis de los sectores populares y de fragmentación de iniciativas sociales, donde no está resuelto el problema de relación teórico práctica; contexto desde el que se exige propuestas superadoras y transformadoras del conocimiento tanto en la producción como en la difusión de las prácticas sociales. (p. 2)

En este sentido, la sistematización admite en este trabajo, evaluar el conocimiento de la experiencia pedagógica, generando conocimiento desde el proceso de poderla sistematizar, dado que, hacer una reconstrucción de la experiencia posibilita vivirla mejor desde su retroalimentación para dar información o datos sobre la misma y problematizar desde un punto de vista integral orientado, a partir, de una pregunta, empoderando al maestro en formación de la misma.

Para llevar a cabo tal finalidad, esta sistematización hace el siguiente recorrido, propuesto por Jara (2010):

Paso uno:

---

<sup>3</sup> Entre los principales exponentes de la sistematización encontramos a: Diego de Palma, Sergio Martinic, Oscar Jara, Torres Carrillo Alfonso, Morgan María de la Luz, Ghiso Alfredo, Osorio V. Jorge, entre otros.

➤ Punto de partida: vivir la experiencia (participar y tener un registro de la experiencia, es decir, registrar todo lo que ocurre durante la experiencia).

Paso dos:

➤ Las preguntas iniciales: ¿para qué queremos sistematizar? , ¿Qué experiencia queremos sistematizar?, ¿Qué aspectos centrales de esa experiencia nos interesa sistematizar?

➤ Definir el objetivo de la sistematización: para qué queremos hacer la sistematización y también, tener clara la utilidad de la misma (se debe tener en cuenta la misión y la estrategia institucional, al igual que los intereses y las posibilidades personales).

➤ Delimitar el objeto a sistematizar: escoger qué experiencia vamos a sistematizar y delimitar el tiempo y el espacio de la misma. (no es necesario abarcar toda la experiencia).

➤ Precisar el eje de la sistematización: precisar el enfoque central y evitar la dispersión, de igual forma, saber qué aspectos nos interesan más. (debe pensarse como un hilo conductor que atraviesa la experiencia).

Paso tres:

➤ Recuperación del proceso vivido: reconstruye de forma ordenada lo que sucedió, tal como sucedió, se clasifica la información disponible y se identifican las etapas del proceso (se debe organizar la información de forma clara y visible, basándose en todos los registros posibles).

Paso cuatro:

➤ La reflexión de fondo: ¿por qué sucedió lo que sucedió?, (Es el momento más importante), esta es la llamada interpretación crítica:

- Análisis, síntesis y ver las relaciones, tensiones y contradicciones.

➤ Interpretación crítica: analiza cada componente por separado, pregunta por las causas de lo sucedido y observa las particularidades y el conjunto, lo personal y lo colectivo. (se debe buscar entender la lógica de la experiencia, los factores claves y confrontarse con otras experiencias y teorías).

Paso cinco:

➤ Los puntos de llegada: formular conclusiones y comunicar aprendizajes, pueden ser formulaciones teóricas o prácticas, las cuales, son las principales afirmaciones que surgen del proceso (pueden ser dudas o nuevas inquietudes, son puntos de partida para nuevos aprendizajes y contribuciones de la experiencia para el futuro).

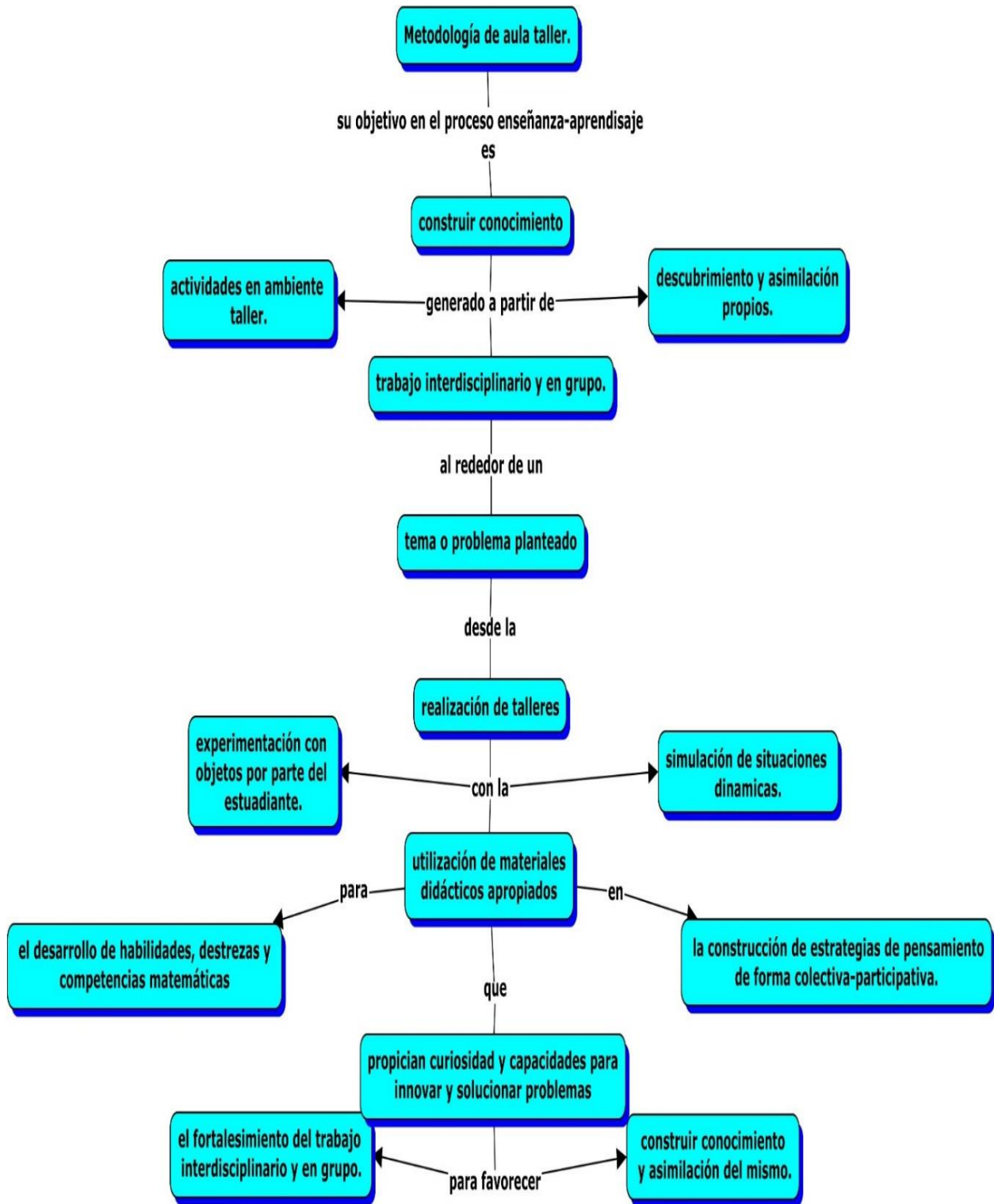
➤ Comunicar los aprendizajes: elaborar diversos productos de comunicación, dado que es fundamental volver comunicables las enseñanzas de la propia experiencia. (se deben compartir los resultados con todas las personas que participaron en la sistematización y recurrir a formas diversas y creativas).

La reconstrucción del proceso vivido en la institución incide con el presente, en tanto que es allí, donde inicia la observación del proceso vivido en la experiencia pedagógica, lo cual, posibilita tomar distancia, para observar la realidad que se produjo en las intervenciones en el CEFA.

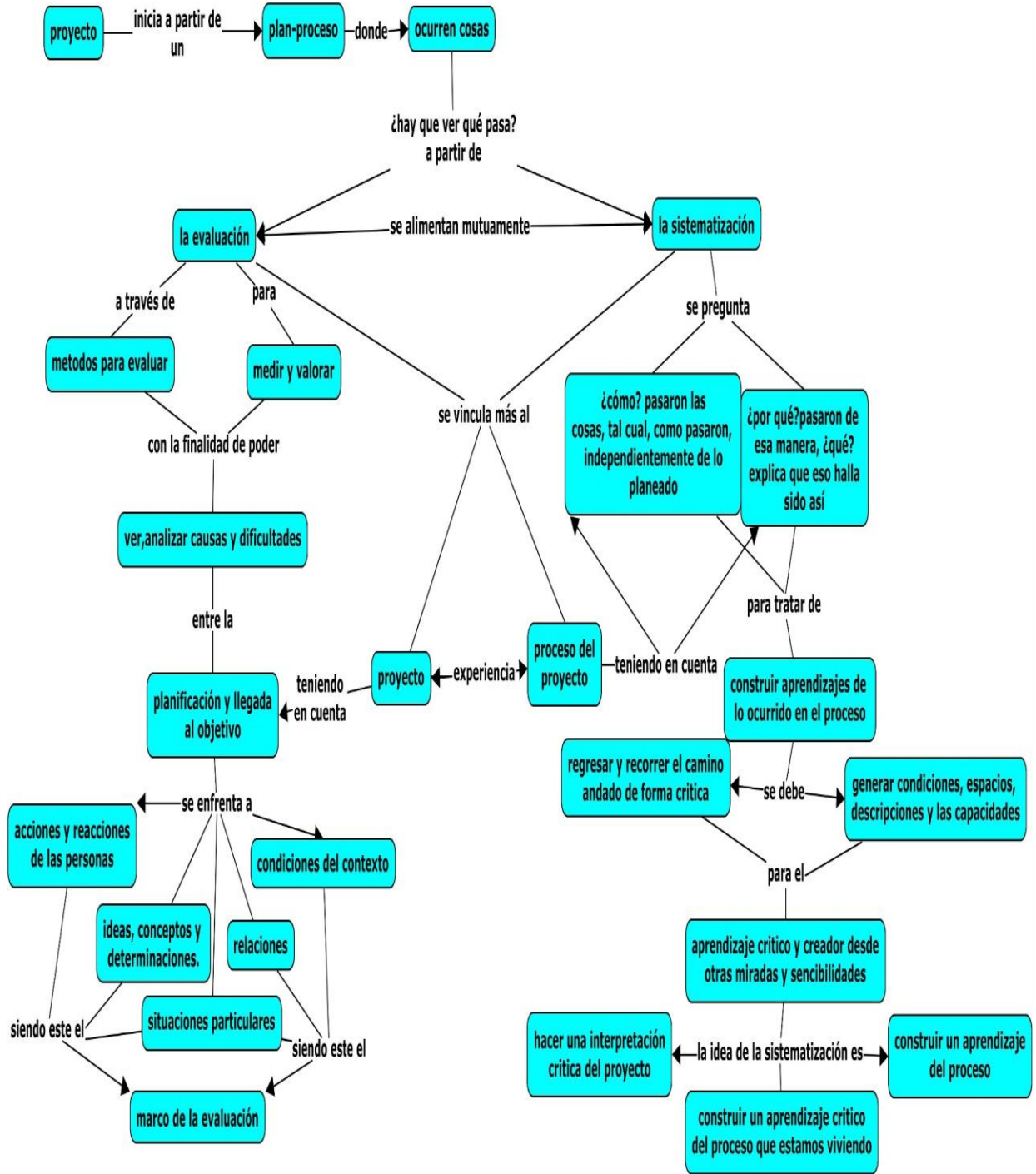
Bajo estas condiciones, la sistematización de la experiencia pedagógica tiene como centro de conocimiento, la experiencia de intervención vivida por los maestros en formación de la Universidad de Antioquia con las estudiantes del CEFA, y en este sentido, la práctica, permite tener una visión de la relación entre los mismos, es decir, es un aprendizaje generado, a partir, de las acciones vividas en torno al objeto matemático, de parte de los protagonistas de la misma.

Los siguientes mapas conceptuales ilustran la Metodología de Aula taller y el Proceso de sistematización.

**Figura 1. Mapa conceptual: Estrategia Pedagógica o Metodología de Aula Taller.**



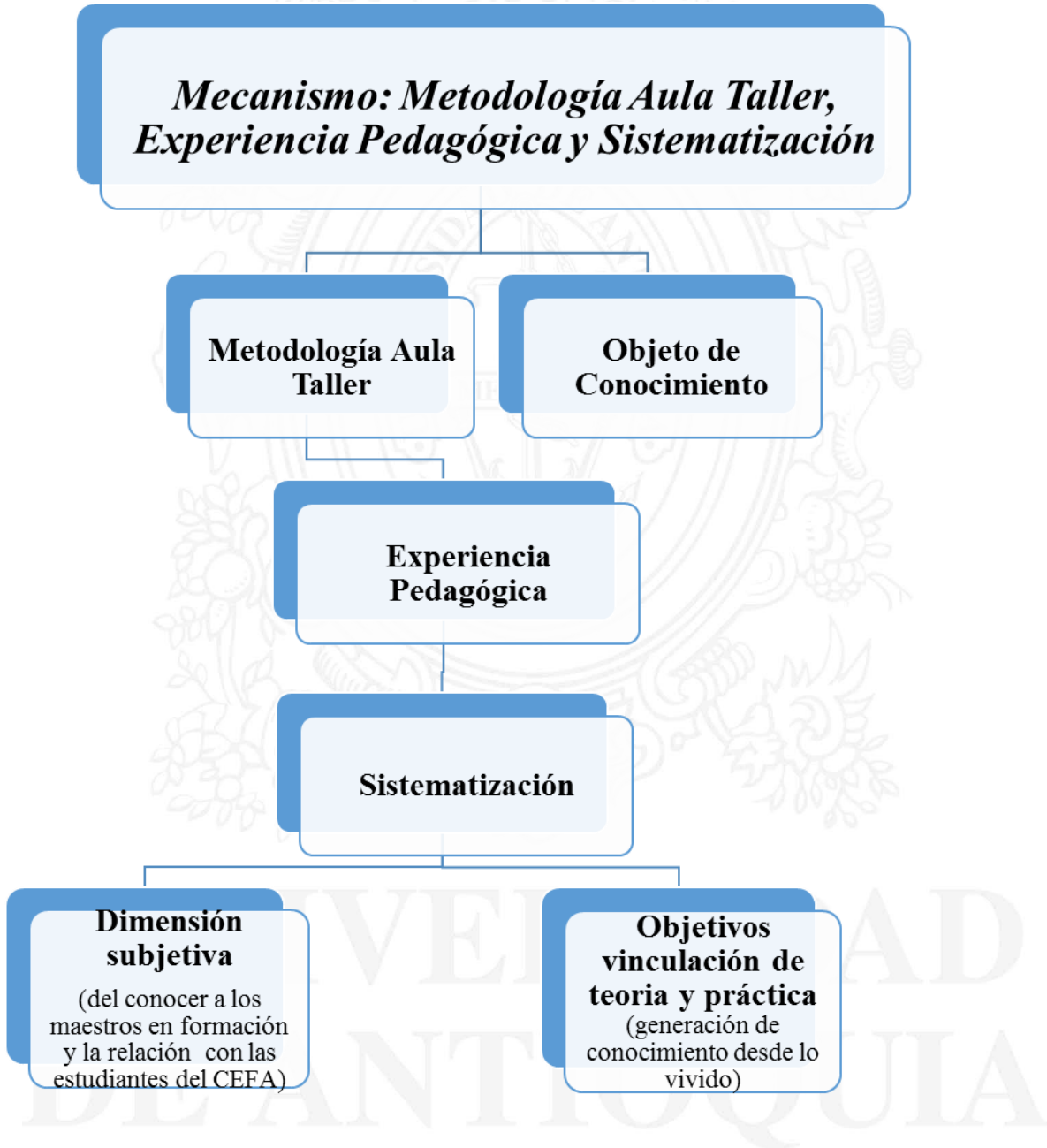
**Figura 2. Mapa Conceptual: Evaluación y Sistematización de Experiencias.**





El siguiente gráfico muestra en relación, la metodología aula taller, la sistematización y la experiencia pedagógica:

**Figura 3. Mecanismo: Metodología Aula Taller, Experiencia Pedagógica y Sistematización.**



Teniendo claro estos principios, se inicia una reflexión a través de las diferentes temáticas desarrolladas en relación al pensamiento variacional, el cual germinan, un camino de reflexión de la mano de la pregunta orientadora y los objetivos.

A este instante, como instrumento de apoyo en el proceso de intervención se hace uso de los diarios de campo, a partir de los cuales, se podían percibir más claramente los momentos de cada intervención en el CEFA y los sucesos particulares con sus estudiantes, enriqueciendo nuestras socializaciones en el seminario de práctica y por ende esclareciendo un camino a tomar en el proceso de sistematización.

Los diarios de campo dentro de la lógica del proceso de intervención se entendieron a la luz de Cifuentes (2011) de la siguiente forma:

(...) El registro de las experiencias permite reflexionar sobre el trabajo y propiciar su cualificación; en este horizonte, el diario constituye una estrategia de autorreflexión sobre la práctica, desde la cual las y los participantes se pueden asumir e instituir como actores reflexivos que median sobre sus acciones y transforman sus ideas y acciones a la luz de la reflexión. El uso del diario posibilita rastrear la cotidianidad de la práctica, Explicitar el conocimiento que desde ella se puede construir para enriquecer y cualificar la acción. (párrafo. 10)

A partir, de lo anterior fue posible identificar en las diferentes situaciones vividas con las estudiantes, parte de sus debilidades y fortalezas, esto, desde las diferentes temáticas desarrolladas, a continuación se hará explícita aquella que dio luz a la pregunta orientadora y los objetivos implicados.

### 3. UN TERRENO FÉRTIL PARA ABONAR Y CRECER JUNTAMENTE COMO MAESTROS EN FORMACIÓN DE LA MANO DE LAS ESTUDIANTES DEL CEFA

Esta actividad fue denominada con el nombre “haciendo se aprende más”, la cual hace representación de la llamada Ley de Hooke, en la que se pretende determinar la constante de elasticidad del resorte, establecer la relación entre el periodo de oscilación y la masa del resorte, calcular la energía potencial y posteriormente realizar las gráficas cartesianas de las relaciones: masa - periodo, masa - energía potencial y deformación del resorte - energía potencial; este ejercicio físico se enfocó en dar sentido al significado de función y su representación en la gráfica cartesiana, a partir de fenómenos físicos, los cuales, pueden ser matematizados y de esta manera poder ejemplificar su importancia como herramienta dentro de muchos procesos en la vida cotidiana. Para llevar a cabo esta actividad, implica de ante mano, tener claro conceptos como: magnitud, factores de conversión, relación de proporción directa, técnicas de simplificación de ecuaciones, definición de variable, relación de dependencia entre variables, entre otros, además, de su llevada al plano abstracto, lo cual, queda siempre expuesto a errores de ensayo.

Bajo esta perspectiva se efectúa el ejercicio físico aplicando la M.A.T., es decir, se dio inicio a esta actividad con la intención de determinar el valor constante de elasticidad de un resorte y establecer la relación entre el periodo de oscilación y la masa del resorte, también, se debe calcular la energía potencial y para tal finalidad, se hizo uso de los diferentes implementos correspondientes para su ejecución, tales como: resorte, masas de diferente peso, cinta métrica, cronometro y la base para sostener el resorte con el peso. Como primer momento, se halla “K” la constante de elasticidad del resorte, la cual, referencia la pendiente dentro la gráfica cartesiana, correspondiente al fenómeno físico tratado y por ende, su expresión matemática como fórmula<sup>4</sup>, está, a partir de dos masa de diferente peso y la medida de las longitudes del resorte en relación a estas, posteriormente, como segundo momento, se registran los datos obtenidos, a modo de tabulación a través del ejercicio aplicado, es decir, el periodo, la masa, la deformación y por último la energía potencial, finalmente, como último y tercer momento se da paso a las gráficas cartesianas

---

<sup>4</sup> La pendiente de una recta en un sistema de representación rectangular (de un plano cartesiano), suele estar representada por la letra “m” y está definida como la diferencia en el eje Y dividido por la diferencia en el eje X para dos puntos distintos en una recta. En la siguiente ecuación se describe:  $m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

de las diferentes relaciones, al respecto, se pudo identificar un dominio acertado de forma general, de parte de las estudiantes, en los dos primeros momentos, para el tercer momento, se presentaron confusiones, al momento, de identificar claramente la relación de dependencia entre variables, para efectuar las gráficas correspondientes de las relaciones del fenómeno físico y poder conocer su movimiento como función, en este sentido, se aprecia dificultad en el concepto de variable dependiente e independiente, es decir, si bien las estudiantes logran efectuar de manera aceptable una manipulación de las técnicas en la simplificación de una ecuación donde se busca determinada variable, al momento de realizar un gráfica cartesiana, se carece del sentido que asumen las mismas dentro de este contexto, lo que a su vez permite ver su caracterización como variables, para poder predecir resultados a futuro con expresiones generales que dan claros indicios de desarrollo del pensamiento variacional.

Vale la pena aclarar, si bien este ejercicio ha sido ejecutado con estudiantes de grado decimo del Centro Formativo de Antioquia, el cual, según los estándares básicos en competencias en el área de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional - MEN (2006) al terminar el grado 10° y 11° considera, deben alcanzar en relación al pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, los siguientes ítems:

- Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos.
- Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.
- Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas. (p. 89)

Para llegar a los mismos, se realiza una trayectoria desde los primeros grados escolares que incluyen el concepto de variable desde diferentes niveles de conceptualización, que incluso, se busca perfeccionar, hasta después de finalizar la básica secundaria en los estudios universitarios, desde diferentes contextos matemáticos, de allí, la importancia de un dominio conceptual acertado

del mismo, por esta razón, que la pregunta orientadora de esta sistematización y los respectivos objetivos sean los siguientes:

### **3.1. Pregunta Orientadora:**

¿Cómo enseñar el concepto de variable, por medio de representaciones gráficas, a la luz de su entorno conceptual, desde la Metodología del Aula Taller, en las estudiantes del grado décimo del Centro Formativo de Antioquia?

### **3.2. Objetivo General:**

Conceptualizar el significado de variable, por medio de representaciones gráficas, a la luz de su entorno conceptual, desde la metodología del aula taller, en las estudiantes del grado décimo del Centro Formativo de Antioquia.

### **3.3. Objetivo Específico:**

Describir cómo construyen las estudiantes del Centro Formativo de Antioquia el concepto de variable desde las representaciones gráficas en situaciones que posibilitan el desarrollo del pensamiento variacional.

Para tales fines se realizó un rastreo bibliográfico con la intención de encontrar un medio adecuado que permitiera llevar a cabo este proyecto, en este sentido, la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud<sup>5</sup> da una luz que aclara esta intención.

---

<sup>5</sup> Nació el 8 de febrero de 1933 en Doué-la-Fontaine, Francia. Es investigador emérito del Centro Nacional para la Investigación Científica de Francia (CNRS), donde ha cumplido diversos roles como Director, Integrante del Consejo de Administración y del Consejo Científico del CNRS. Es uno de los fundadores de la Didáctica de las Matemáticas en Francia.

### 3.4. La pregunta orientadora y sus objetivos de la mano de Gérard Vergnaud:

Partiendo de las dificultades observadas en las estudiantes, desde el ejercicio físico efectuado y luego de identificar como propósito fundamental, la idea de conceptualizar el significado de variable, se encuentra de forma consecuente hacer uso en este sentido, de la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud, en tanto esta, busca facilitar la localización y el estudio de las conexiones y rupturas entre conocimientos desde una perspectiva del contenido conceptual, es decir, su objetivo principal es proporcionar un ajuste teórico sobre las actividades cognitivas en aprendizajes científicos y técnicos. Se trata de la conceptualización de lo real, también, de posibilitar el análisis de la relación entre conceptos desde los conocimientos<sup>6</sup> explícitos y los invariantes operatorios implícitos en las conductas del sujeto en situación, de igual forma, hace explícita la relación entre significantes y significados. Esta teoría no es exclusiva en el área de la matemática, pero su elaboración se da primeramente para explicar procesos de conceptualización gradual de las estructuras aditivas y multiplicativas, del álgebra y relaciones número espacio.

Ahora, para comprender mejor esta teoría se hará una definición de los conceptos fundamentales, los cuales, son su clave:

**Campos conceptuales:** Para Vergnaud (1982, citado por, Moreira, 2002) un campo conceptual se entiende como: “(...) un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición” (p. 2).

Según Vergnaud (1982, citado por, Moreira, 2002) el dominio de un campo conceptual se logra a través del tiempo, esto, a partir de nuevos problemas y propiedades que deben ser tratados a lo largo de varios años, perseverando en que los estudiantes los puedan dominar progresivamente,

---

<sup>6</sup> La palabra “conocimientos”, en este sentido, hace referencia tanto a los saber-hacer como a los saberes expresados, los cuales, se buscan ser comprendidos desde las conexiones y rupturas, a partir, de los aprendizajes en los niños y los adolescentes e igualmente en los adultos.

de allí, sea considerado por Vergnaud como primacía, que el conocimiento está organizado en campos conceptuales.

Es importante considerar los aspectos conceptuales de los esquemas y también a la observación conceptual de las situaciones en las que los estudiantes despliegan sus esquemas, en el contexto escolar o externo a él, la teoría de los campos conceptuales presume que la señal del desarrollo cognitivo es la conceptualización, dado que es considerada como piedra angular de la cognición.

Vergnaud como discípulo de Piaget, se referencia en la idea de adaptación, desequilibración y re-equilibración como fundamento para la investigación en la didáctica de las ciencias y las matemáticas, de igual forma, considera pertinente, como herencia de Vygotsky, la importancia atribuida a la interacción social, al lenguaje y a la simbolización en el progresivo dominio de un campo conceptual de parte de los estudiantes.

Son tres los pilares que impulsan a Vergnaud (1983, citado por, Moreira, 2002) al concepto de campo conceptual:

(...) 1) Un concepto no se forma dentro de un solo tipo de situaciones; 2) una situación no se analiza con un solo concepto; 3) la construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso de largo aliento que se extiende a lo largo de los años, a veces de una decena de años, con analogías y mal entendidos entre situaciones, entre conceptos, entre procedimientos, entre significantes. (p. 4)

Vergnaud (1983, citado por, Moreira, 2002) ve al campo conceptual como un módulo de estudio que permite dar sentido a las dificultades consentidas en la conceptualización de lo real.

**Conceptos:** Vergnaud (1983, citado por, Moreira, 2002) define concepto como una triplete de tres conjuntos así:

S = es un conjunto de situaciones que dan sentido al concepto, es decir, es el referente del concepto.

I = es un conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) en las que yace la operacionalidad del concepto, o un conjunto de invariantes que pueden ser identificados y utilizados por los sujetos para razonar y dominar las situaciones del primer conjunto, es decir, es el significado del concepto.

R = es un conjunto de representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales, etc.) que se toman para denunciar y representar esos invariantes y de igual modo, representar las situaciones y los procedimientos para bregar con ellas, es decir, es el significante.

En este sentido, se debe considerar que para estudiar el perfeccionamiento y uso de un concepto en el aprendizaje o en su manejo, se deben apreciar estos tres conjuntos de forma simultánea, teniéndose claro, de no poder ser reducido ninguno, a uno en particular, esto, por no existir una correspondencia biunívoca entre los mismos, además, un concepto no se refiere a un solo tipo de situación y una única situación no puede ser analizada con un solo concepto.

Ahora, si los conceptos se vuelven significativos a partir de las situaciones, luego, las situaciones y no los conceptos componen la entrada principal en un campo conceptual, es decir, el campo conceptual es fundamentalmente, antes que nada, un conjunto de situaciones, que para ser dominadas amerita de varios conceptos de diversa naturaleza.

Situaciones: para Vergnaud la situación incide con el concepto de tarea, entendiendo esto, a partir, de que toda situación compleja puede ser pensada como una combinación de varias tareas, para las cuales, se debe estar al tanto de su naturaleza así como dificultades propias. La dificultad de una tarea no se puede entender como la suma ni el producto de las diferentes subtarea a desarrollar, pero el desempeño en cada subtarea influye en el desempeño total. Vale la pena recalcar, en este sentido, que el tipo de situación planteado por Vergnaud no corresponde con el concepto de situación didáctica.

Vergnaud (1983, citado por, Moreira, 2002) también expresa que los procesos cognitivos y las respuestas de los sujetos son función de las situaciones con las cuales son confrontados, y destaca dos ideas en relación a la situación: la historia y la variedad, a lo cual, se refiere explicando,



Facultad de Educación que en cada campo conceptual existe una variedad de situaciones que moldean los conocimientos de los alumnos para ser dominados de forma progresiva, particularmente por las primeras situaciones aptas de dar sentido a los conceptos y procedimientos que deseamos sean aprendidos por los estudiantes y en este orden de ideas, atañe, que parte de nuestras concepciones llegan desde las primeras situaciones que logramos dominar o de las experiencias en los intentos de modificarlas.

Entonces, la responsabilidad del sentido que se atribuye al concepto pertenece a las situaciones, es decir, el concepto se vuelve significativo por medio de una variedad de situaciones, pero el sentido no está en las situaciones en sí misma, así como tampoco en las palabras ni en los símbolos.

Ahora, el sentido, es la relación que se da entre el sujeto con la situación y con los significantes, a esto lo llama Vergnaud con el nombre de esquema, entendido este, como los comportamientos y su orden, evocados en el sujeto por una situación o por una representación simbólica (significante) que establecen el sentido de esa situación o de ese significante para ese individuo.

**Esquemas:** para Vergnaud (1990, citado por, Moreira, 2002) el esquema<sup>7</sup> es “la organización invariante del comportamiento para una determinada clase de situaciones” (p. 6). Según Vergnaud (1990, citado por, Moreira, 2002), es a partir de los esquemas, que se deben indagar los conocimientos en acción del sujeto, lo cual, hace referencia, a esos elementos cognitivos que permiten la operacionalidad de la acción del sujeto.

Para Vergnaud (1990, citado por, Moreira, 2002) los esquemas reseñan las situaciones, de tal modo, que habla de interacción esquema – situación en vez de interacción sujeto – objeto como fue relacionado desde Piaget, de allí, que se diga que el desarrollo cognitivo sustancialmente sea

---

<sup>7</sup> Concepto introducido por Piaget para dar cuenta de las formas de organización como de las habilidades sensorio-motoras y de las habilidades intelectuales. Un esquema genera acciones y debe contener reglas, pero no es un estereotipo porque la secuencia de acciones depende de los parámetros de la situación (1994, citado por, Moreira, 2002).

Facultad de Educación producto de una gran variedad de esquemas. Visto de este modo, el acto educativo debe favorecer en el desarrollo de un vasto y múltiple repertorio de esquemas en los estudiantes.

Vergnaud (1990) profundiza el concepto de esquema, para proporcionar su conocimiento con unas pautas que llamo “los ingredientes de los esquemas”:

1. *metas y anticipaciones* (un esquema se dirige siempre a una clase de situaciones en las cuales el sujeto puede descubrir una posible finalidad de su actividad y, eventualmente, submetas; puede también esperar ciertos efectos o ciertos eventos);

2. *reglas de acción* del tipo “si... entonces” que constituyen la parte verdaderamente generadora del esquema, aquella que permite la generación y la continuidad de secuencias de acciones del sujeto; son reglas de búsqueda de información y de control de los resultados de acción;

3. *invariantes operatorios* (teoremas-en-acción y conceptos-en-acción) que dirigen el reconocimiento, por parte del individuo, de los elementos pertinentes de la situación; son los conocimientos contenidos en los esquemas; son aquellos que constituyen la base, implícita o explícita, que permite obtener la información pertinente y de ella inferir la meta a alcanzar y las reglas de acción adecuadas.

4. *Posibilidades de inferencia* (o razonamientos) que permiten “calcular”, “aquí y ahora”, las reglas y anticipaciones a partir de las informaciones e invariantes operatorios que dispone el sujeto, o sea, toda actividad implicada en los otros tres ingredientes requiere cálculos “aquí e inmediatamente” para esta situación. (pp. 136-142)

Vergnaud (1993, citado por, Moreira, 2002), también, relaciona las situaciones haciendo una distinción del tipo de situación implicada:

A. Clases de situaciones en las que el sujeto dispone – dentro de su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias – de las competencias necesarias al tratamiento relativamente inmediato de la situación.

B. Clase de situaciones en las que el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, que le obligan a un tiempo de reflexión y exploración, a vacilaciones, a tentativas frustradas, llevando eventualmente al suceso o a un fracaso. (p. 8)

La importancia de esta distinción en cuanto al tipo de situaciones, radica, en que para la situación tipo “A,” encontramos, según Vergnaud, para una misma clase de situaciones, conductas considerablemente automatizadas, ordenadas desde un solo esquema, lo que para el tipo “B”, no

es igual, dado que, se aprecia el uso de diversos esquemas que entran en competición, los cuales, para alcanzar la meta anhelada, deben ser acomodados, desarticulados y finalmente reacomodados.

En este orden de ideas, las conductas comportan una parte de decisión consciente y por otro lado, una parte automatizada. Los esquemas, generalmente a pesar de ser eficaces no siempre son efectivos, cuando se efectúa la acción con un esquema ineficaz en una situación en particular, la experiencia lleva al sujeto a cambiar de esquema o a modificarlo<sup>8</sup>, aquí, Vergnaud (1993, citado por, Moreira, 2002), explica que el esquema va más allá de lo que ha sido atribuido, según Piaget, y dice, que los esquemas deben ser relacionados con las características de las situaciones a las cuales son aplicados.

La correspondencia entre los esquemas y las situaciones resulta ser el principio primordial de la representación, y por tanto, de la conceptualización. De otro lado, están los invariantes operatorios, quienes realizan la articulación básica entre la teoría y práctica, ya que, la percepción, la búsqueda y selección de información, se apoyan, en el sistema de conceptos en acción, del cual dispone el sujeto (objetos, atributos, relaciones, condiciones, circunstancias...) y en los teoremas en acción subyacentes a su conducta.

Vergnaud (1993, citado por, Moreira, 2002), llama a los conceptos en acción y teoremas en acción<sup>9</sup> con el nombre de invariantes operatorios, los cuales, designan los conocimientos contenidos en los esquemas.

Los esquemas son tan elaborados como tanta experiencia tenga el sujeto, es decir, los esquemas usados por un niño para determinadas situaciones, pueden llegar a ser menos elaborados que los de un adulto, pero, la idea sigue siendo la misma, es decir, los esquemas son la forma

---

<sup>8</sup> Esta es la idea piagetiana de que los esquemas están en el centro del proceso de adaptación de las estructuras cognitivas, en la asimilación y en la acomodación.

<sup>9</sup> Para Vergnaud (1993, citado por, Moreira, 2002, p. 10), “Teorema-en-acción es una proposición considerada como verdadera sobre lo real; concepto-en-acción es una categoría de pensamiento considerada como pertinente”.

organizada de la actividad, el orden invariante del sujeto sobre una clase de situaciones dadas y contiene conocimientos en acción que son implícitos.

Invariantes operatorios: Los conocimientos comprendidos por los esquemas son los conceptos en acción y teoremas en acción, estos fueron llamados por Vergnaud (1993, citado por, Moreira, 2002) de forma global como “invariantes operatorios” (p. 10).

La organización de la conducta para una cierta clase de situaciones, es el esquema y sus componentes principales, son los invariantes operacionales, es decir, los teoremas en acción y conceptos en acción y para los cuales, se determina la diferencia entre ellos.

Entre los teoremas en acción y los conceptos en acción existe una relación lógica, toda vez que los conceptos son componentes de los teoremas y los teoremas son propiedades que dan a los conceptos sus contenidos, no deben confundirse, conceptos en acción son ingredientes necesarios de las proposiciones, pero los conceptos no son teoremas, pues no dan cabida a derivaciones (inferencias), las derivaciones ameritan proposiciones, las proposiciones pueden ser falsas o verdícas; los conceptos pueden ser escasamente apreciables o considerables, pero igualmente, no existen conceptos sin proposiciones, ni tampoco proposiciones sin conceptos, dado que, se tiene la necesidad de inferir acciones de las representaciones del mundo y de tener concepciones verdícas del mismo o al menos apropiadas que vuelven necesarios los conceptos. Los esquemas son primordiales ya que originan acciones, abarcando operaciones del intelecto, pero pueden ser producidas gracias a que contienen invariantes operatorios (Conceptos y teoremas en acción)<sup>10</sup>, los cuales, son el foco de la representación.

Al momento de afrontar una situación, tanto la secuencia de los cálculos a ser efectuados como los datos a ser trabajados, obedecen a teoremas en acción y al reconocimiento de diversos elementos adecuados, casi el total de esos teoremas y conceptos en acción se encuentran completamente implícitos, los cuales pueden, también ser explícitos o volverse explícitos, es en

---

<sup>10</sup> “Conceptos y teoremas explícitos no constituyen más que la parte visible del *iceberg* de la conceptualización: sin la parte escondida formada por los invariantes operatorios esa parte visible no sería nada. Recíprocamente, no se puede hablar de invariantes operatorios integrados en los esquemas sin la ayuda de categorías de conocimiento explícito: proposiciones, funciones proporcionales, objetos, argumentos” (Vergnaud, 1990, citado por, Moreira, 2002, p. 12).

este instante, que la enseñanza entra a mediar, en el sentido de ayudar a los estudiantes con la construcción de conceptos y teoremas explícitos, y aceptados a nivel del conocimiento científico a partir del conocimiento implícito. De esta forma es que teoremas y conceptos en acción, pueden poco a poco, volverse verdaderos teoremas y conceptos científicos.

Ahora desde este perfil propuesto por Vergnaud (1993, citado por, Moreira, 2002) se entiende que son las situaciones las que dan el sentido al concepto, los invariantes operatorios los que constituyen su significado y las representaciones simbólicas su significante, por tanto, la idea es identificar y clasificar situaciones convenientes para el aprendizaje del concepto de variable, indagar los invariantes operatorios que han usado las estudiantes del CEFA e intentar comprender como, por qué y cuándo una cierta representación simbólica puede contribuir en la conceptualización de la variable, también, de este modo poder desplegar un análisis de las dificultades de las estudiantes para dar solución a las situaciones particularmente implicadas, en el aprendizaje del concepto de variable, lo que de ante mano consiente otros conceptos a su vez, de allí, igualmente ayudar en la planificación de estrategias o en la selección de situaciones instruccionales que promuevan de forma progresiva la superación de tales dificultades para ir logrando el dominio gradual del campo conceptual de la variable, esto abarca: la capacidad de resolver problemas, conceptualización y evolución del concepto de variable.

Cabe recordar, que parte de la propuesta de Vergnaud incluye dos ideas primordiales: variedad e historia, es decir, se debe reconocer la variedad de situaciones en el campo conceptual de la variable y los aprendizajes que han sido enfrentados por las estudiantes, desde este concepto y a partir de los cuales, ellas se han ido moldeando en su recorrido escolar, desde las diferentes situaciones propuestas y las cuales, se supone, han logrado ser dominadas de parte de las estudiantes de forma progresiva, esto, desde la propuesta realizada por el Ministerio de Educación nacional a través de los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en el área de Matemáticas, ya que, dan cuenta de los logros, que deben ser alcanzados por los estudiantes al final de cada grado escolar y por tanto en este sentido.

Bajo esta perspectiva y de la mano de la M.A.T. se proyecta la realización de las guías como herramienta de apoyo, que proporcionaran el módulo de análisis para la finalidad que nos proponemos alcanzar.

La siguiente grafica muestra la relación anterior:

**Figura 4. Engranaje para alcanzar los objetivos implicados.**



El diseño de las guías fue construido primeramente bajo los lineamientos establecidos desde la M.A.T. considerando sus pautas para aprender haciendo y su formato específico en el diseño de guías ya relacionado anteriormente en el apartado correspondiente a la misma, de otro lado, la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud, propone trabajar la conceptualización, a partir, de varias situaciones, todo esto ya especificado desde los párrafos anteriores, lo cual, de igual forma posteriormente será más señalado, en el análisis del proceso de conceptualización, el cual, expone cada aspecto desplegado a partir de las guías diseñadas.

Las guías trazan tres momentos para su aplicación, que pueden ser contemplados como: un momento inicial, en el que se realiza una introducción histórica, lo cual, a su vez busca ilustrar una

Facultad de Educación perspectiva genética de los conceptos que se quieren abordar y de esta forma, preparar la entrada del segundo momento, en cual son realizadas las tareas correspondientes, a partir, de las diferentes situaciones propuestas, considerando las informaciones brindadas para tal motivo y como último momento se realiza la socialización, lo cual busca, que cada estudiante pueda validar la consistencia de sus concepciones previas antes de efectuar tal actividad, lo que posibilitara la incorporación de nuevas concepciones en sus creencias intelectuales o corroborar las ya existentes como verídicas.

En este sentido, Brousseau (1986, citado por, Sadovsky, 2005) expresa lo siguiente:

(...) El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje. (p. 2)

También, Brousseau<sup>11</sup> (1988, citado por, Sadovsky, 2005) postula que: “(...) Para todo conocimiento matemático es posible construir una situación fundamental, que pueda comunicarse sin apelar a dicho conocimiento y para el cual éste determinada la estrategia óptima” (p. 8).

Al respecto Sadovsky<sup>12</sup> (2005) dice:

(...) La concepción de la matemática como un producto de la cultura permite concebir la diferencia entre el conocimiento que se produce en una situación particular y el saber estructurado y organizado a partir de sucesivas interpelaciones, generalizaciones, puestas a punto, interrelaciones y descontextualizaciones de las elaboraciones que son producto de situaciones específicas. Resulta entonces que no se puede acceder al saber matemático si no se dispone de los medios para insertar las relaciones producidas en la resolución de un problema específico, en una construcción teórica que abarque dichas relaciones. (p. 2)

---

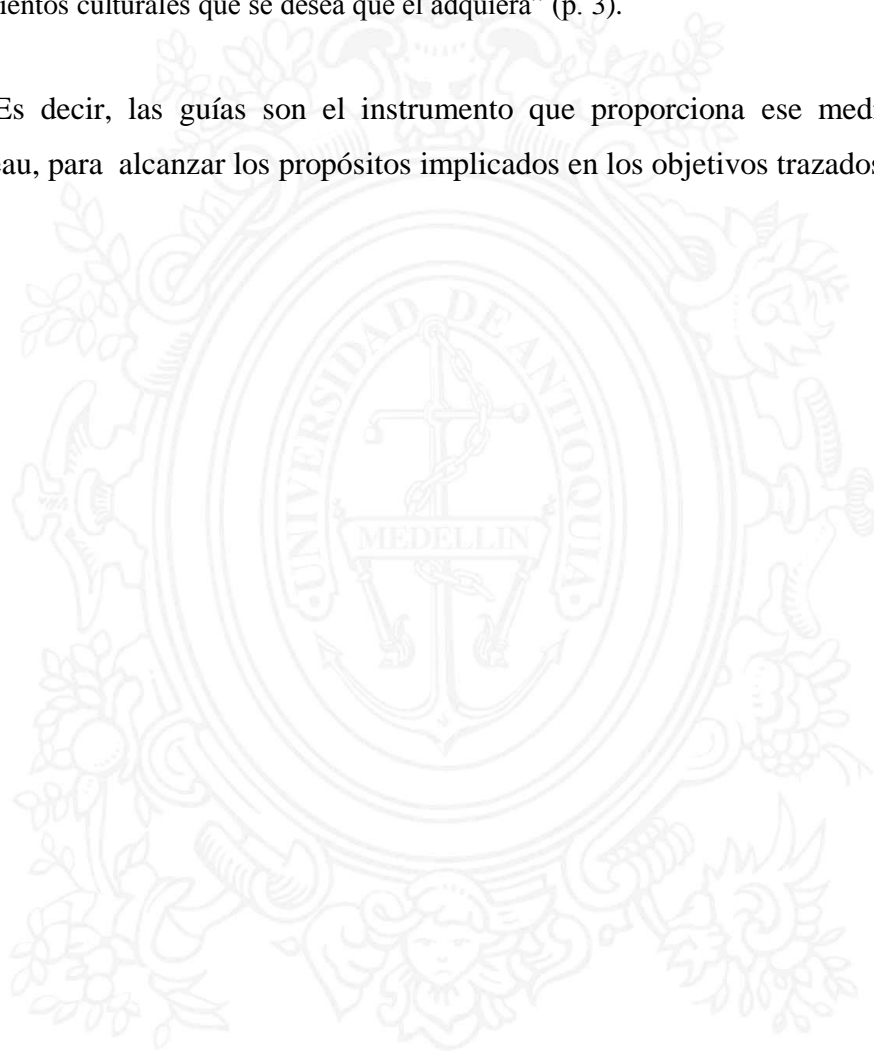
<sup>11</sup> Guy Brousseau (Taza, 4 de febrero de 1933) es investigador francés, especialista en Didáctica de la Matemática. En 2003 recibió una Medalla Felix Klein por el desarrollo de la Teoría de situaciones didácticas.

<sup>12</sup> Patricia Sadovsky nació en Buenos Aires en 1953. Es profesora de Matemática egresada del Instituto Superior del Profesorado Joaquín V. González y doctora en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Buenos Aires.



Brousseau (1986, citado por, Sadovsky, 2005) en sentido pronuncia: “(...) Un medio sin interacciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiera” (p. 3).

Es decir, las guías son el instrumento que proporciona ese medio, citado por Brousseau, para alcanzar los propósitos implicados en los objetivos trazados.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



#### 4. EL AULA DE CLASE Y LOS PROCESOS DE INTERACCIÓN ALUMNAS - MAESTRO EN TORNO AL CONOCIMIENTO

En este capítulo, se reconstruirá lo vivido en el aula de clase, a través, de la narración de los momentos experimentados y posteriormente se realizará el análisis de los datos y sus resultados en el proceso de conceptualización.

La narración de la experiencia pedagógica como instrumento de apoyo en la sistematización, permite contemplar, tal cual, sucedieron los acontecimientos vividos, pero además, garantiza la transparencia en el proceso de sistematización, dado que, recrea sus tensiones y dificultades, como también sus aciertos y desaciertos, permitiendo reconocer los roles desempeñados por sus protagonistas como parte activa dentro del proceso de aprendizaje, es decir, permite contemplar de forma global toda la experiencia de aprendizaje transcurrida por parte del maestro en formación como por las estudiantes que participaron en la situación expuesta.

En este sentido, se usa como instrumento de apoyo grabaciones en video y fotografías, los cuales, permiten evidenciar el dialogo de interacción en los diferentes momentos reconstruidos en la narración.

En este orden de ideas, la narración desde el Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología<sup>13</sup> (2005), abarca la siguiente lógica:

(...)Se trata, pues, de provocar el encuentro y la comunicación profesional entre docentes sobre las cosas que hacen, suspender el aislamiento, ser tolerantes y generosos/as para hacerse cargo de la responsabilidad de contar lo que hacen para que otros/as, en similares o diferentes situaciones, tomen de eso lo que les parezca, se apropien de alguna manera siempre distinta de la experiencia contada, vuelvan sobre ella, la imaginen y dibujen otra vez, la discutan, la enriquezcan o la rechacen en parte.

---

<sup>13</sup> Este Manual de Capacitación que se conforma de dos Módulos, fue realizado en el marco del proyecto financiado por la OEA “Estrategias y materiales pedagógicos para la Retención Escolar”.

Las opiniones expresadas en esta publicación no son necesariamente las de la OEA, de sus órganos o de sus funcionarios.

El contenido de dicho material fue acordado con los países participantes del proyecto (Paraguay, Uruguay, Chile, Argentina, México y Perú) en el 1er. Encuentro efectuado en octubre del 2003, en Argentina.

Esta propuesta invita, entonces, a ensayar un desafío: desnudar una experiencia pedagógica relatándola en toda su intimidad, contando aquello que parece formar parte de los “secretos profesionales” que se comparten exclusivamente con los cercanos. Convoca a tomarse el permiso de despedazar, destejer, entretejer y volver a tejer la madeja de una experiencia en sus aspectos más formales; pero también en sus anécdotas, misterios e intrigas; en las ocurrencias más disparatadas, absurdas u obvias. Interpela a ponerse en compañía para relatar alguna de las “obras” que, en su historia profesional, recorrieron o están recorriendo como docentes protagonistas.

La búsqueda consiste en “hacer transparente” la experiencia que, tomando la forma de un relato, no se despojará de las complicaciones, confusiones, sospechas y contradicciones propias de la práctica. Para ello, el relato dará vueltas en torno a la experiencia vivida y la indagará con distintas miradas. No sólo mostrará los momentos de éxito o de final feliz, sino que reconstruirá todo ese camino, esa aventura, y también esas desventuras, que hicieron posible que esta experiencia les pertenezca y los/as identifique, los/as cuente en pequeñas historias. Por eso, no intenten producir un texto y revestir el relato porque es “para entregar”; ni por esto mismo filtren o desechen lo que creen que no se quiere escuchar. Sí tengan presente que quiénes leerán su relato serán otros/as colegas, otros/as docentes. (p. 11)

#### **4.1. Reconstrucción de lo vivido primera parte:**

La guía número uno fue aplicada el día 28 de abril de 2015, trabajo realizado en el aula 313 de la institución educativa CEFA, en el espacio programado para la lección de Química, con un horario fijo que inicia a las 8:10 am. Y termina a las 10:10 am. El grupo asistente está conformado por 40 estudiantes, las cuales, pertenecen al grado 10° C Q 2 y su especialidad son las ciencias químicas, pero, para esta ocasión, solo se cuenta con una asistencia de 25 estudiantes en total, esto, debido a una irregularidad por la situación actual referente a las garantías laborales de los profesores de instituciones públicas, el cual, ha producido una inasistencia parcial, tanto de profesores como de estudiantes, hecho, que repercute en el contexto académico – social.

Las expectativas que se tenían a título personal para la aplicación de esta primer guía fueron bastante grandes, ya que la población con la que se aplicaría la misma, es de una diversidad muy amplia, por tratarse de estudiantes de los diferentes barrios del área metropolitana y sus municipios colindantes como lo son Bello, Copacabana, Itagüí, Caldas entre otros, también, por pertenecer al grado 10° de la institución, lo cual, implica el estar iniciando su experiencia dentro del CEFA, por tanto, todas las participantes aportan a la experiencia académica una visión diferente, que es aquella, fundada inicialmente en las diferentes instituciones, a las cuales han pertenecido, es un

punto de encuentro y de visiones diversas, que enriquecen el proceso propuesto, y la oportunidad social para compartir saberes.

Para esta experiencia pedí que se organizaran por grupos y la composición fue la siguiente: se hicieron tres grupos constituidos por cinco alumnas, un grupo constituido por cuatro y otro por seis alumnas, esto, a pesar de que la propuesta inicial era crear cinco grupos con cinco integrantes, los grupos fueron nombrados con números del uno al cinco para poder registrar sus opiniones de forma sistemática.

Se parte con el presupuesto de las dificultades que se presenta en las estudiantes para significar las características globales de una situación de cambio, y que desde los lineamientos curriculares son citadas como tema central dentro del desarrollo del pensamiento Variacional, para ello, la guía inicia con un objetivo específico, el cual se define así: “Hacer uso de las representaciones gráficas para identificar, que varía y permanece invariante, y el tipo de relación que se presenta entre las diferentes magnitudes”.

Después de leer este objetivo, las estudiantes expresaron que la actividad que desarrollarían en esta guía coincidía con la temática que se abordaba en las clases de física al momento y, posteriormente, afirmaron que sería una buena oportunidad para aclarar y mejorar los conceptos vistos y que por lo tanto, el espacio, serviría como apoyo para la preparatoria de su próximo examen; luego que escuche estas palabras les puntualice que sería muy oportuno el hacer preguntas y compartir lo que fuéramos encontrando en el camino recorrido, de allí, aproveche para animarles y proponerles una socialización al final de la actividad.

Visto una buena actitud frente al objetivo propuesto en la guía, pedí que un grupo voluntariamente iniciara la lectura introductoria, la cual, trataba de los aspectos históricos, en el que los pueblos antiguos, iniciaron a reconocer situaciones de cambio a través de la naturaleza circundante, a partir de esta lectura cada grupo opino verbalmente lo siguiente:

El grupo uno expreso: “primero observan cambios, sacan conclusiones para entender el tiempo y su orden”.

El grupo dos expreso: “esa matemática antigua es empírica, utilizando la naturaleza, en la actualidad, no se utilizan capacidades de observación por los recursos que se tienen”.

El grupo tres expreso: “expresan la oportunidad de observar el cambio y la relación aritmética”.

El grupo cuatro expreso: “usaban la variable para las enfermedades, observaban los cambios de forma analítica para dar orden a la vida”.

El grupo cinco expreso: “los babilonios, relacionan la Aritmética y los cambios en sus observaciones”.

Una vez terminada la opinión de cada grupo se inició a dar respuesta a las diferentes preguntas, en la primer pregunta se propone completar una tabla a partir de la información de una situación cotidiana.

1. A partir de la siguiente información, completa el contenido de la tabla.

Una empresa de productos de belleza femenina ofrece a su clientela varios tipos de cajas contenedoras de cremas humectantes, con diversos niveles de humectación, para cada gusto en particular. La caja llamada tipo “P” cuesta 3.600 pesos, y contiene 4 unidades; la tipo “M” cuesta 8.100 pesos y contiene 9 unidades; la tipo “R” cuesta 11.700 pesos y contiene 13 unidades; la tipo “S” cuesta 14.400 pesos y contiene 16 unidades.


Para esta pregunta el grupo uno realizo lo siguiente:

### Imagen 2. Evidencia 1.

1. A partir de la siguiente información, completa el contenido de la tabla.

Una empresa de productos de belleza femenina ofrece a su clientela varios tipos de cajas contenedoras de cremas humectantes, con diversos niveles de humectación, para cada gusto en particular. La caja llamada tipo "P" cuesta 3.600 pesos, y contiene 4 unidades; la tipo "M" cuesta 8.100 pesos y contiene 9 unidades; la tipo "R" cuesta 11.700 pesos y contiene 13 unidades; la tipo "S" cuesta 14.400 pesos y contiene 16 unidades.

	P	M	R	S
VI cantidad	4	9	13	16
VD costo	3.600	8.100	11.700	14.400

El grupo uno expreso verbalmente: "la cantidad de cremas es la variable independiente y dividiendo encontramos el valor fijo de lo que cuesta una sola".

El grupo dos realizo lo siguiente:

### Imagen 3. Evidencia 2.

1. A partir de la siguiente información, completa el contenido de la tabla.

Una empresa de productos de belleza femenina ofrece a su clientela varios tipos de cajas contenedoras de cremas humectantes, con diversos niveles de humectación, para cada gusto en particular. La caja llamada tipo "P" cuesta 3.600 pesos, y contiene 4 unidades; la tipo "M" cuesta 8.100 pesos y contiene 9 unidades; la tipo "R" cuesta 11.700 pesos y contiene 13 unidades; la tipo "S" cuesta 14.400 pesos y contiene 16 unidades.

TIPO / U	P (4U)	M (9U)	R (13U)	S (16U)
Precio	3.600	8.100	11.700	14.400

El grupo dos expreso verbalmente: “ya hemos hablado varias veces sobre el tema, y la tabla es para organizar los datos, así es más fácil ver cual variable depende de la otra”.

El grupo tres realizo lo siguiente:

### Imagen 4. Evidencia 3.

1. A partir de la siguiente información, completa el contenido de la tabla.

Una empresa de productos de belleza femenina ofrece a su clientela varios tipos de cajas contenedoras de cremas humectantes, con diversos niveles de humectación, para cada gusto en particular. La caja llamada tipo “P” cuesta 3.600 pesos, y contiene 4 unidades; la tipo “M” cuesta 8.100 pesos y contiene 9 unidades; la tipo “R” cuesta 11.700 pesos y contiene 13 unidades; la tipo “S” cuesta 14.400 pesos y contiene 16 unidades.

Unidades	4	9	13	16
Valor (\$)	3.600	8.100	11.700	14.400

El grupo tres expresa verbalmente: “para hacer la tabulación se deben tener en cuenta las variables, la variable independiente”.

El grupo cuatro realizo lo siguiente:

### Imagen 5. Evidencia 4.

1. A partir de la siguiente información, completa el contenido de la tabla.

Una empresa de productos de belleza femenina ofrece a su clientela varios tipos de cajas contenedoras de cremas humectantes, con diversos niveles de humectación, para cada gusto en particular. La caja llamada tipo “P” cuesta 3.600 pesos, y contiene 4 unidades; la tipo “M” cuesta 8.100 pesos y contiene 9 unidades; la tipo “R” cuesta 11.700 pesos y contiene 13 unidades; la tipo “S” cuesta 14.400 pesos y contiene 16 unidades.

	P	M	R	S
pesos	3.600	8.100	11.700	14.400
unidades	4	9	13	16

El grupo cuatro expreso verbalmente: “se debe organizar los datos para poder guiar el resto, es lo mismo unidad y cantidad. Otra estudiante responde: no porque unidad se refiere a uno solo y cantidad es más plural. Sin el punto uno no se puede hacer el trabajo”.

El grupo cinco realizo lo siguiente:

**Imagen 6. Evidencia 5.**

1. A partir de la siguiente información, completa el contenido de la tabla.

Una empresa de productos de belleza femenina ofrece a su clientela varios tipos de cajas contenedoras de cremas humectantes, con diversos niveles de humectación, para cada gusto en particular. La caja llamada tipo “P” cuesta 3.600 pesos, y contiene 4 unidades; la tipo “M” cuesta 8.100 pesos y contiene 9 unidades; la tipo “R” cuesta 11.700 pesos y contiene 13 unidades; la tipo “S” cuesta 14.400 pesos y contiene 16 unidades.

Tipo/UNIDADES	P/40	M/90	R/130	S/160
Precio (\$)	3.600	8.100	11.700	14.400

El grupo cinco expresa verbalmente: “hay que llenar los datos de forma entendible, ordenada, importante nombrar las variables”.

Para la segunda pregunta se propone el siguiente enunciado:

2. ¿Sale más económico comprar la caja tipo “S”, que la caja tipo “M”, o que caja tipo “P”, o que la caja tipo “R” que contienen menos cantidad de cremas? ¿Por qué?

Para esta pregunta el grupo uno realiza lo siguiente:

**Imagen 7. Evidencia 6.**

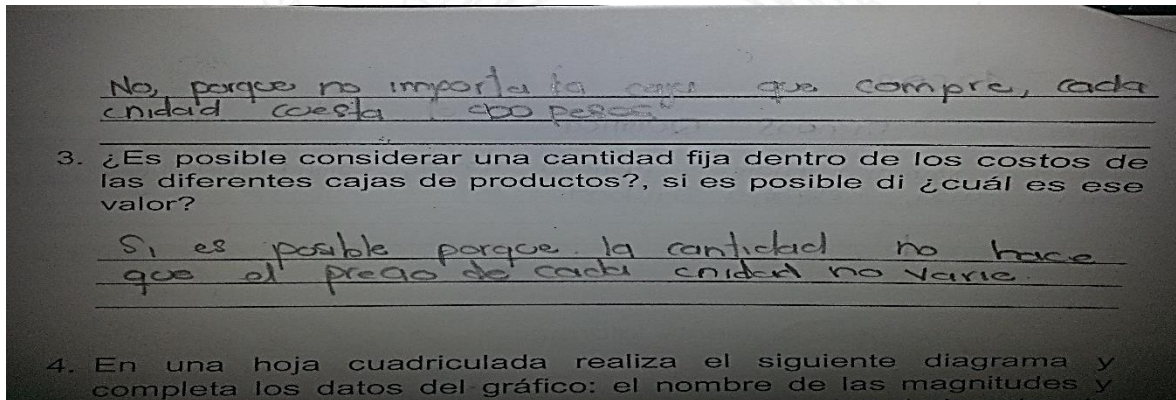
2. ¿Sale más económico comprar la caja tipo “S”, que la caja tipo “M”, o que caja tipo “P”, o que la caja tipo “R” que contienen menos cantidad de cremas? ¿Por qué?

Al ser las variables directamente proporcionales, tendrán por unidad el mismo costo (\$900). Haciendo así que la caja tipo “P” sea la más económica, ya que al tener menos cremas, tendrá menor costo.

El grupo uno expresa verbalmente: “la que tenga menos es la que tiene menor valor, por unidad vale lo mismo”.

El grupo dos realiza lo siguiente:

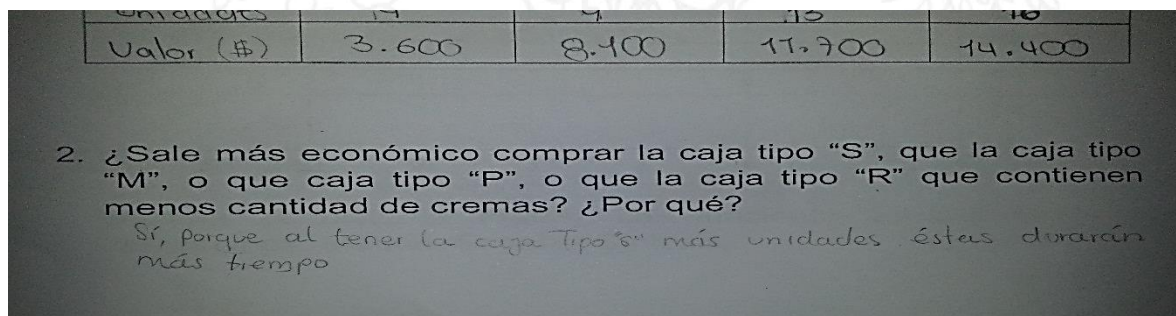
**Imagen 8. Evidencia 7.**



El grupo dos expresa verbalmente: “es fácil, solo es dividir, ninguna es más barata, es igual los costos, todo vale lo mismo”.

El grupo tres realiza lo siguiente:

**Imagen 9. Evidencia 8.**



El grupo tres expresa verbalmente: “la S es más económica, viene más cantidad, dura mucho más. A lo que otra estudiante responde, no la P y la S son las más económicas por que al sumarlas P cuesta lo mismo y trae las mismas cantidades”.



El grupo cuatro realiza lo siguiente:

**Imagen 10. Evidencia 9.**

	P	M	R	S
precios	3.600	8.100	11.700	14.400
unidades	4	9	13	16

2. ¿Sale más económico comprar la caja tipo "S", que la caja tipo "M", o que caja tipo "P", o que la caja tipo "R" que contienen menos cantidad de cremas? ¿Por qué?

todas son económicas ya que depende de la cantidad es el precio de los caps.

El grupo cuatro expresa verbalmente: "dilema, todas son económicas por que cuestan lo mismo por unidad, lo único que se ahorra es tiempo, ya que no regresa nuevamente a comprar más crema".

El grupo cinco realiza lo siguiente:

**Imagen 11. Evidencia 10.**

Cada unidad independiente del tipo que sea sale al mismo precio (900 \$), por ende ninguna es más económica

3. ¿Es posible considerar una cantidad fija dentro de los costos de las diferentes cajas de productos?, si es posible di ¿cuál es ese valor?

Sí, dividiendo el precio total del tipo por la cantidad de unidades, el precio obtenido es 900 pesos cada uno.

4. En una hoja cuadrículada realiza el siguiente diagrama y completa los datos del gráfico: el nombre de las magnitudes y los datos del punto uno, el nombre de los ejes, la intersección

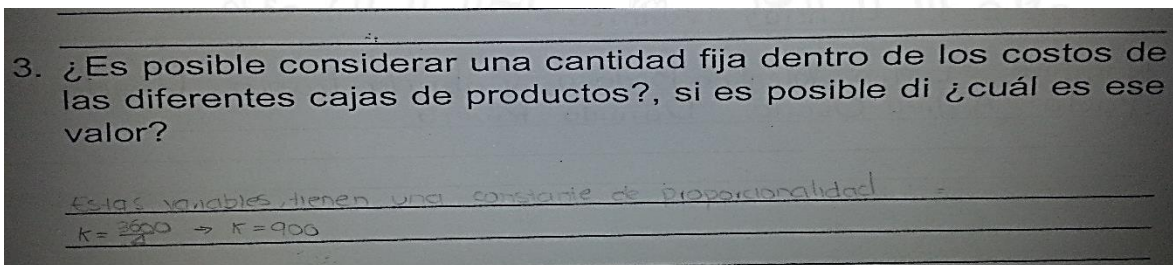
El grupo cinco expresa verbalmente: “hay que ver el valor unitario, pero todas son económicas por que cuestan lo mismo por unidad, lo diferente son las cantidades”.

Para la pregunta tres se propone lo siguiente:

3. ¿Es posible considerar una cantidad fija dentro de los costos de las diferentes cajas de productos?, si es posible di ¿cuál es ese valor?

Para esta pregunta el grupo uno realizo lo siguiente:

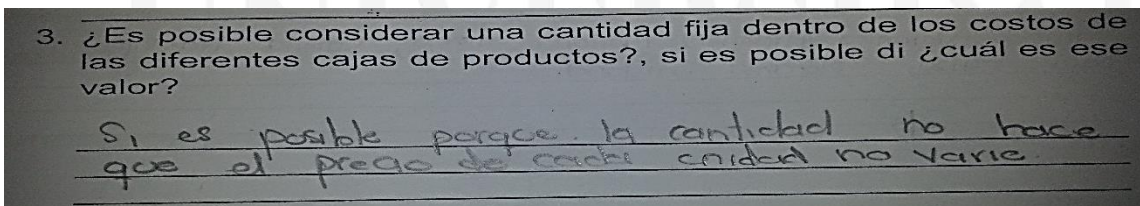
### Imagen 12. Evidencia 11.



El grupo uno expresa verbalmente: “dividimos las variables dependientes entre las independientes para hallar la constante de proporcionalidad”.

El grupo dos realiza lo siguiente:

### Imagen 13. Evidencia 12.

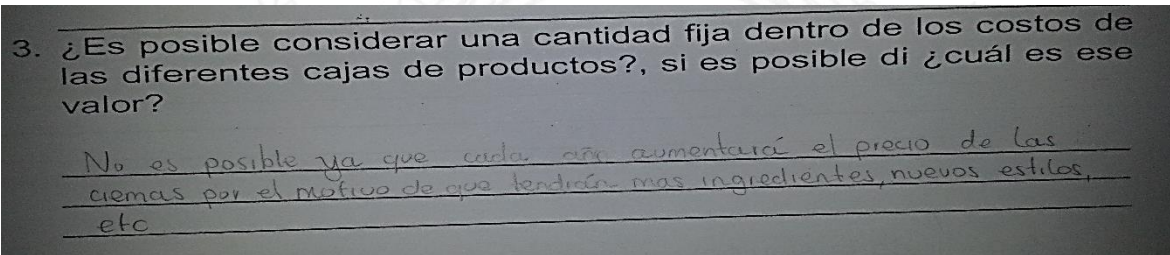


En este momento, fue interrumpido el desarrollo del trabajo de parte de la coordinación de la institución, solicitaron un grupo de estudiantes, para definir un asunto relacionado con unas horas sociales de las estudiantes, por tanto, el grupo dos no tiene registro verbal, esto, debido a que parte

del grupo no se encontraba en el aula de clase, quedando la respuesta realizada pero sin un comentario al respecto.

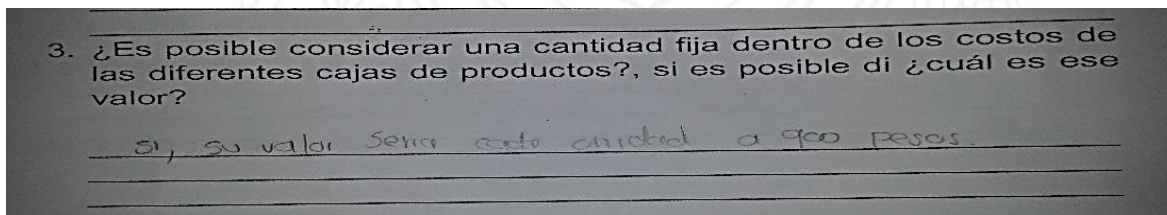
El grupo tres realiza lo siguiente:

### Imagen 14. Evidencia 13.



El grupo tres no tiene registro verbal, esto, debido a que parte del grupo no se encontraba en el aula de clase, quedando la respuesta hecha pero sin un comentario al respecto.

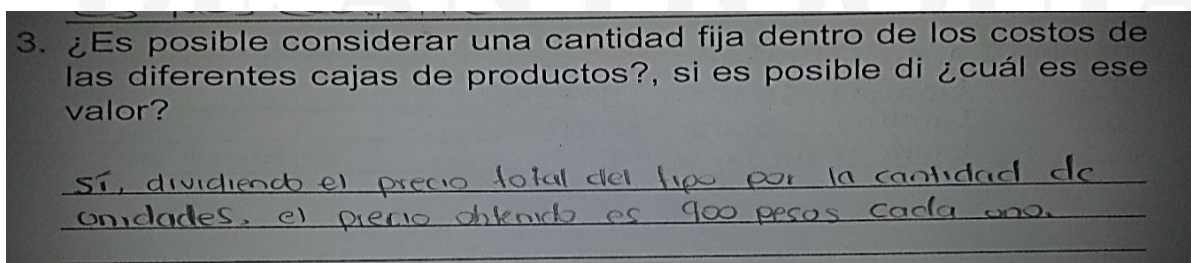
### Imagen 15. Evidencia 14.



El grupo cuatro expresa verbalmente: “cuál es el costo del producto, uno solo, si dividimos el precio con la cantidad, para costo unidad”.

El grupo cinco realizo lo siguiente:

### Imagen 16. Evidencia 15.

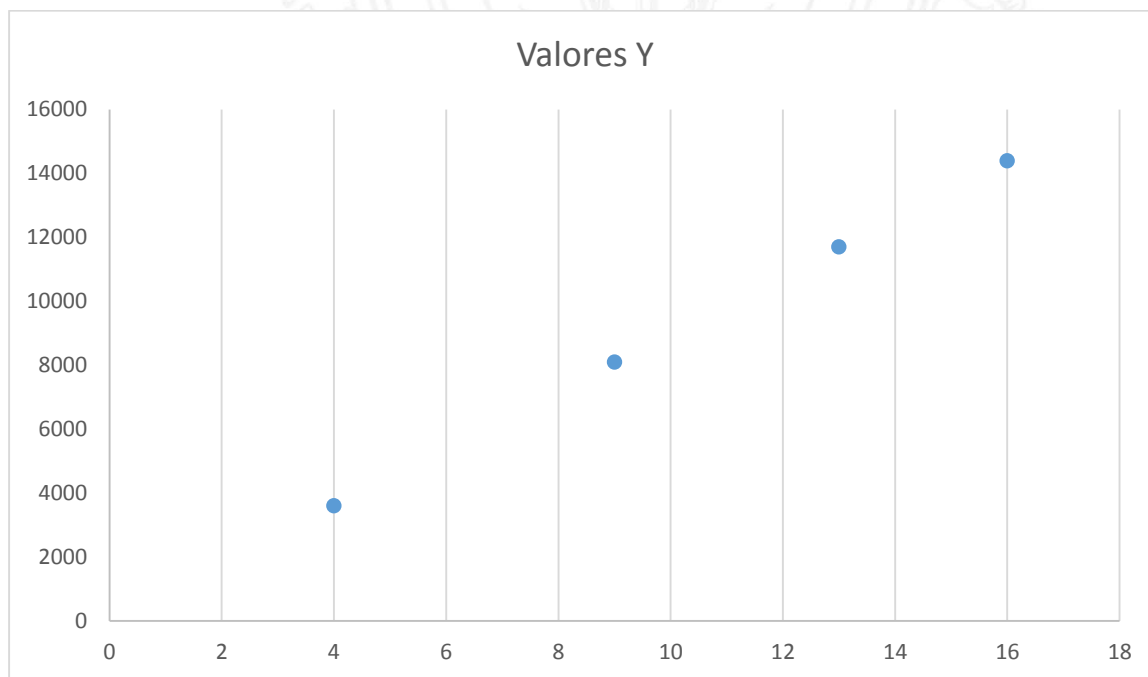


El grupo cinco expuso verbalmente: “dividiendo el total del precio de cada tipo entre la cantidad de unidades, lo que dio es 900 pesos”.

Debido a que en este instante el grupo estaba incompleto y a que el tiempo transcurrido del horario de la clase era bastante avanzado, las siguientes respuestas no cuentan con un registro verbal, quedaron limitadas a lo realizado en las hojas de la guía.

La propuesta para la pregunta número cuatro fue la siguiente:

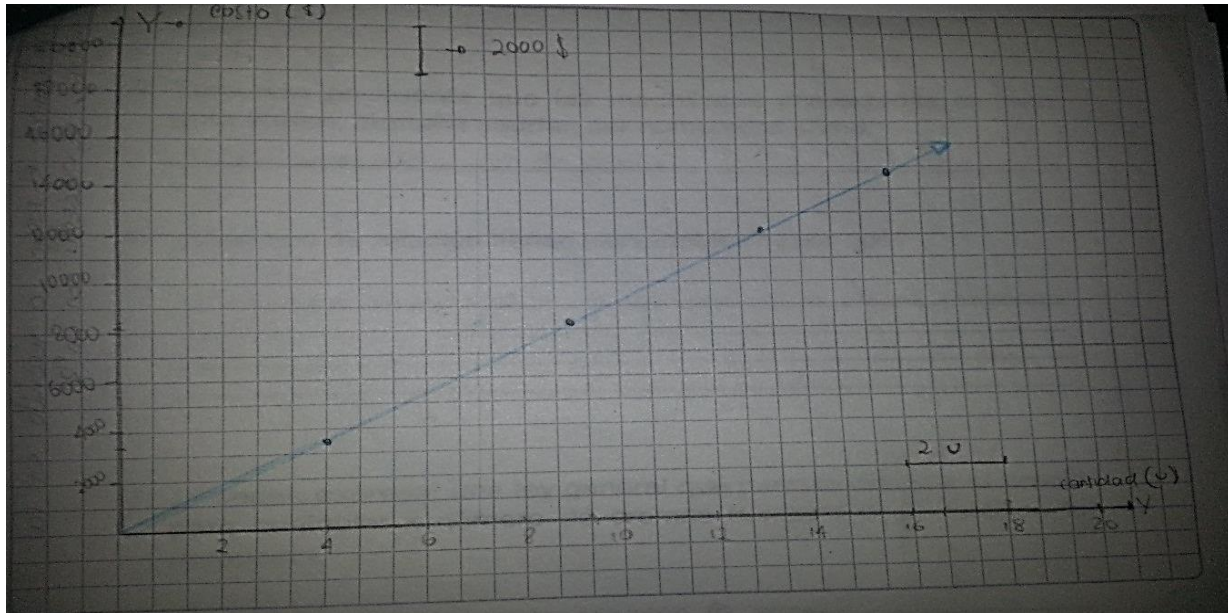
4. En una hoja cuadriculada realiza el siguiente diagrama y completa los datos del gráfico: el nombre de las magnitudes y valores según los datos del punto uno, el nombre de los ejes, la proyección completa de los puntos, es decir, como intersección de las magnitudes y como unión entre puntos.



Para esta pregunta el grupo uno realizó lo siguiente:

1 8 0 3

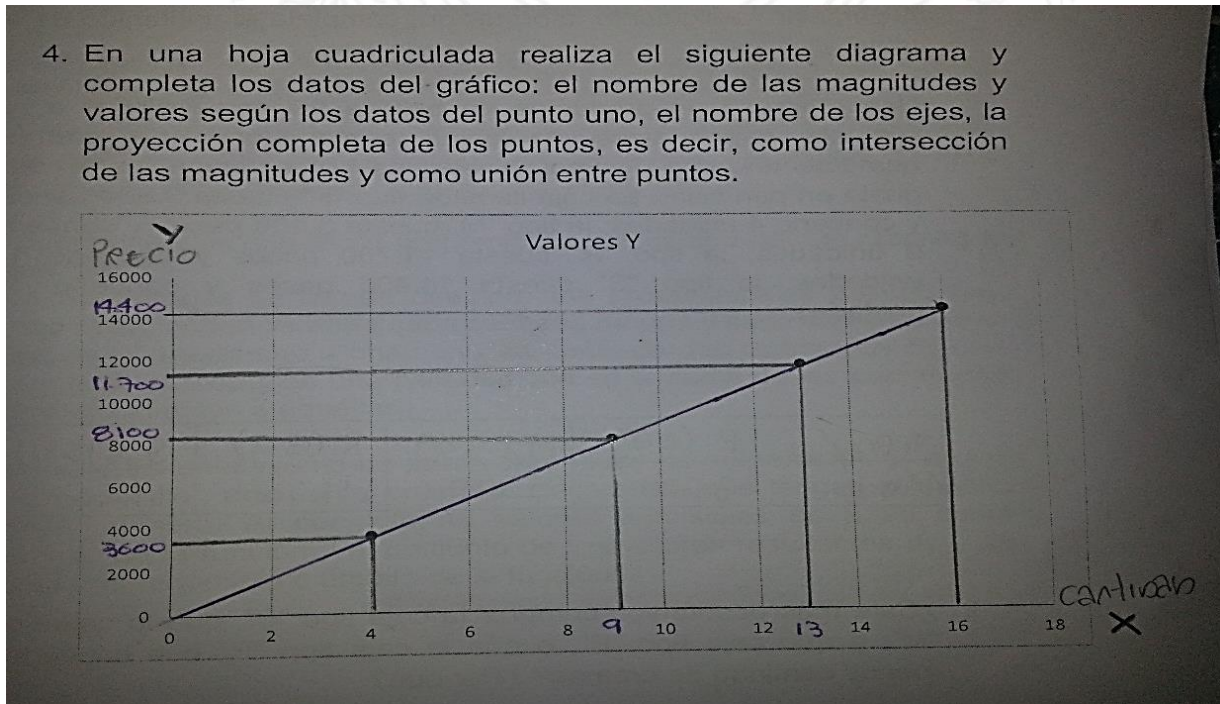
**Imagen 17. Evidencia 16.**



El grupo dos realiza lo siguiente:

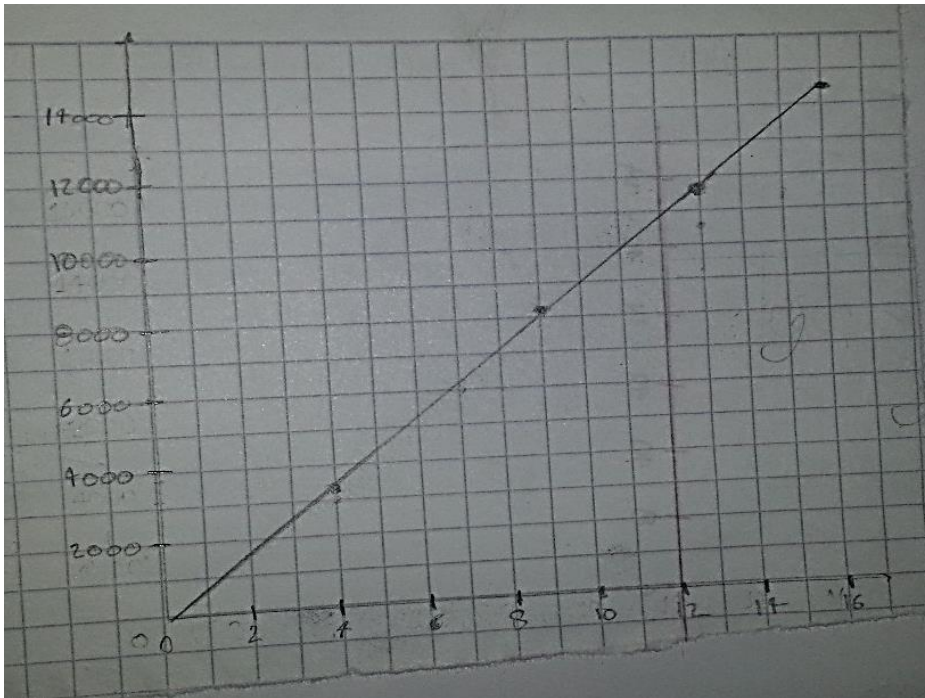
**Imagen 18. Evidencia 17.**

4. En una hoja cuadrículada realiza el siguiente diagrama y completa los datos del gráfico: el nombre de las magnitudes y valores según los datos del punto uno, el nombre de los ejes, la proyección completa de los puntos, es decir, como intersección de las magnitudes y como unión entre puntos.



El grupo tres realiza lo siguiente:

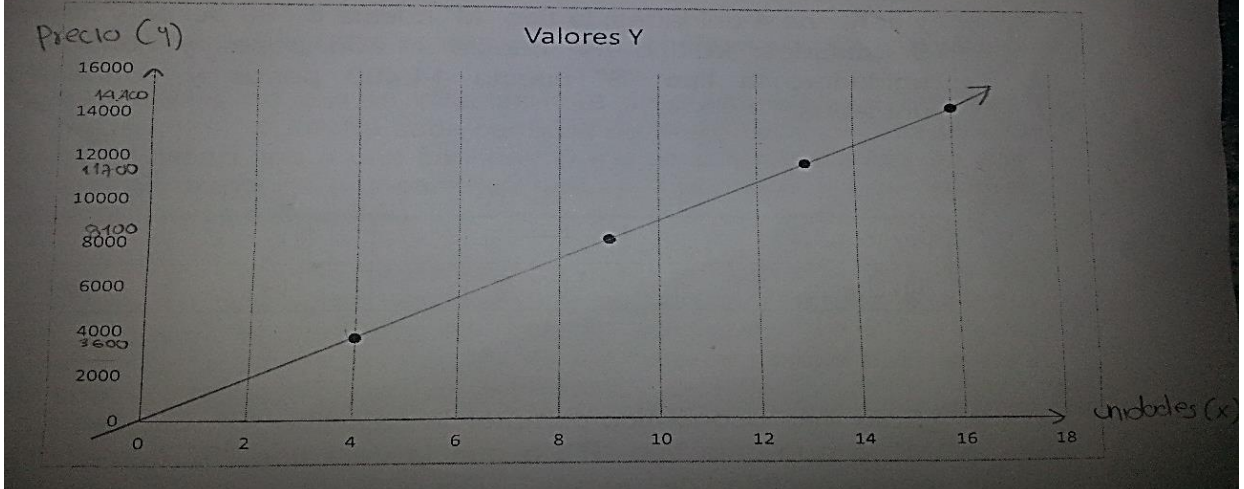
**Imagen 19. Evidencia 18.**



El grupo cuatro realiza lo siguiente:

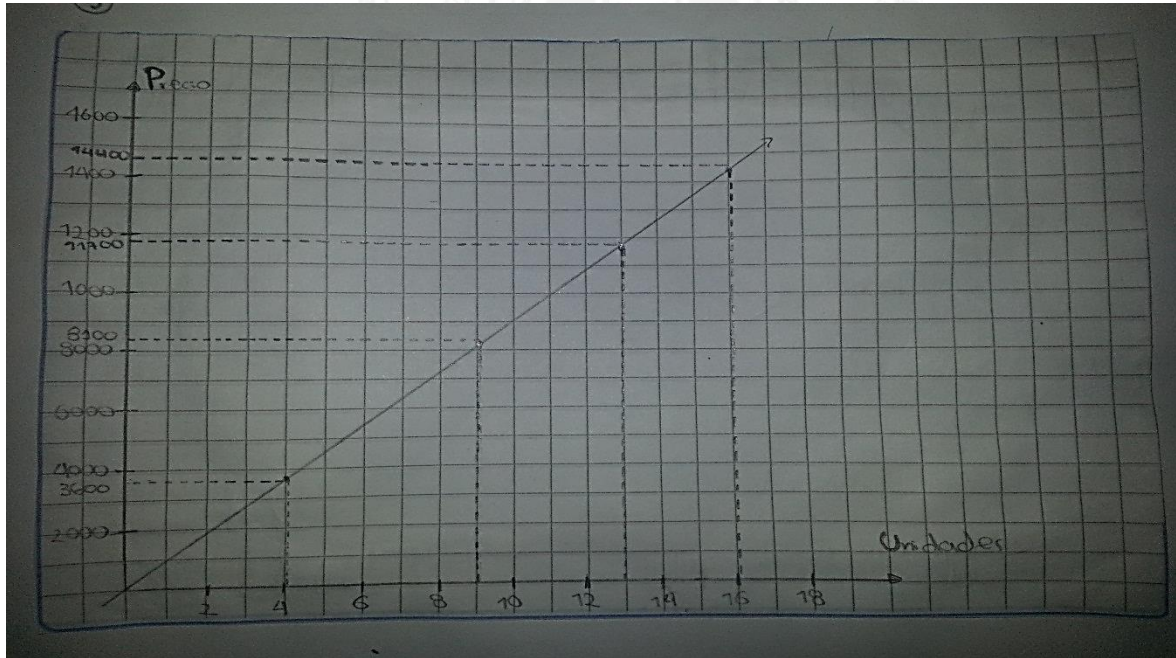
**Imagen 20. Evidencia 19.**

4. En una hoja cuadriculada realiza el siguiente diagrama y completa los datos del gráfico: el nombre de las magnitudes y valores según los datos del punto uno, el nombre de los ejes, la proyección completa de los puntos, es decir, como intersección de las magnitudes y como unión entre puntos.



El grupo cinco realiza lo siguiente:

**Imagen 21. Evidencia 20.**



Los grupos dos y cuatro tienen un poco de atraso en sus respuestas, por lo que he debido pedir el favor de agilizar su trabajo para poder socializar las respuestas al final, mientras tanto, inician a retornar parte de las estudiantes ausentes por la solicitud de la coordinación de la institución.

Las propuestas hechas en las preguntas cinco, seis, siete y ocho fueron las siguientes:

5. Teniendo en cuenta que las magnitudes presentadas en esta guía varían, también podrían ser nombradas como:

6. ¿Qué tipo de relación tienen las variables? ¿por qué?

7. ¿Puedes expresar una ley general que permita conocer el precio para cualquier  $x$  número de cremas humectantes? Justifica tu respuesta.

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Para estas preguntas el grupo uno realiza lo siguiente:

**Imagen 22. Evidencia 21.**

5. Teniendo en cuenta que las magnitudes presentadas en esta guía varían, también podrían ser nombradas como:

VI:  $x = \text{cantidad (u)}$       VD:  $y = \text{Costo (\$)}$

6. ¿Qué tipo de relación tienen las variables? ¿por qué?

Directamente proporcional porque aumentan en la misma proporción

7. ¿Puedes expresar una ley general que permita conocer el precio para cualquier  $x$  número de cremas humectantes? Justifica tu respuesta.

$\$ = 900 \cdot u$ . Ejem: Que costo tendrían 40 cremas?

$\$ = 900 \cdot 40$

$\$ = 36.000$

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Evaluación. Sentimos que evaluaron los conocimientos adquiridos en las clases anteriores de Física.



El grupo dos realiza lo siguiente:

Imagen 23. Evidencia 22.

5. Teniendo en cuenta que las magnitudes presentadas en esta guía varían, también podrían ser nombradas como:

Variable dependiente y Variable independiente

6. ¿Qué tipo de relación tienen las variables? ¿por qué?

Directamente proporcionales, porque pasa por el eje (0,0) y aumenta en la misma proporción.

7. ¿Puedes expresar una ley general que permita conocer el precio para cualquier x número de cremas humectantes? Justifica tu respuesta.

multiplicar la cantidad de cremas por 900, que es el valor de cada crema, y así se sabe el valor de la caja.

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Emoción porque era un tema que ya conocíamos

El grupo tres realiza lo siguiente:

Imagen 24. Evidencia 23.

5. Teniendo en cuenta que las magnitudes presentadas en esta guía varían, también podrían ser nombradas como:

Variable dependiente y variable independiente.

6. ¿Qué tipo de relación tienen las variables? ¿por qué?

Relación Directamente Proporcional, porque empieza desde el origen de coordenadas

7. ¿Puedes expresar una ley general que permita conocer el precio para cualquier x número de cremas humectantes? Justifica tu respuesta.

Precio  $\rightarrow \phi = K \cdot x \rightarrow N^{\circ}$  cremas  
constante de proporcionalidad

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

alegria y entusiasmo.

El grupo cuatro realiza lo siguiente:

**Imagen 25. Evidencia 24.**

5. Teniendo en cuenta que las magnitudes presentadas en esta guía varían, también podrían ser nombradas como:

variable dependiente, variable independiente

6. ¿Qué tipo de relación tienen las variables? ¿por qué?

son directamente proporcionales, ya que las dos aumentan al mismo tiempo.

7. ¿Puedes expresar una ley general que permita conocer el precio para cualquier x número de cremas humectantes? Justifica tu respuesta.

$(y = k \cdot x)$  hallamos la relación directamente proporcional • luego la constante de proporcionalidad  $\rightarrow 900$  • y con esa fórmula  $\rightarrow y = k \cdot x$  sabemos el precio de (x)  $\rightarrow$  ejemplo:

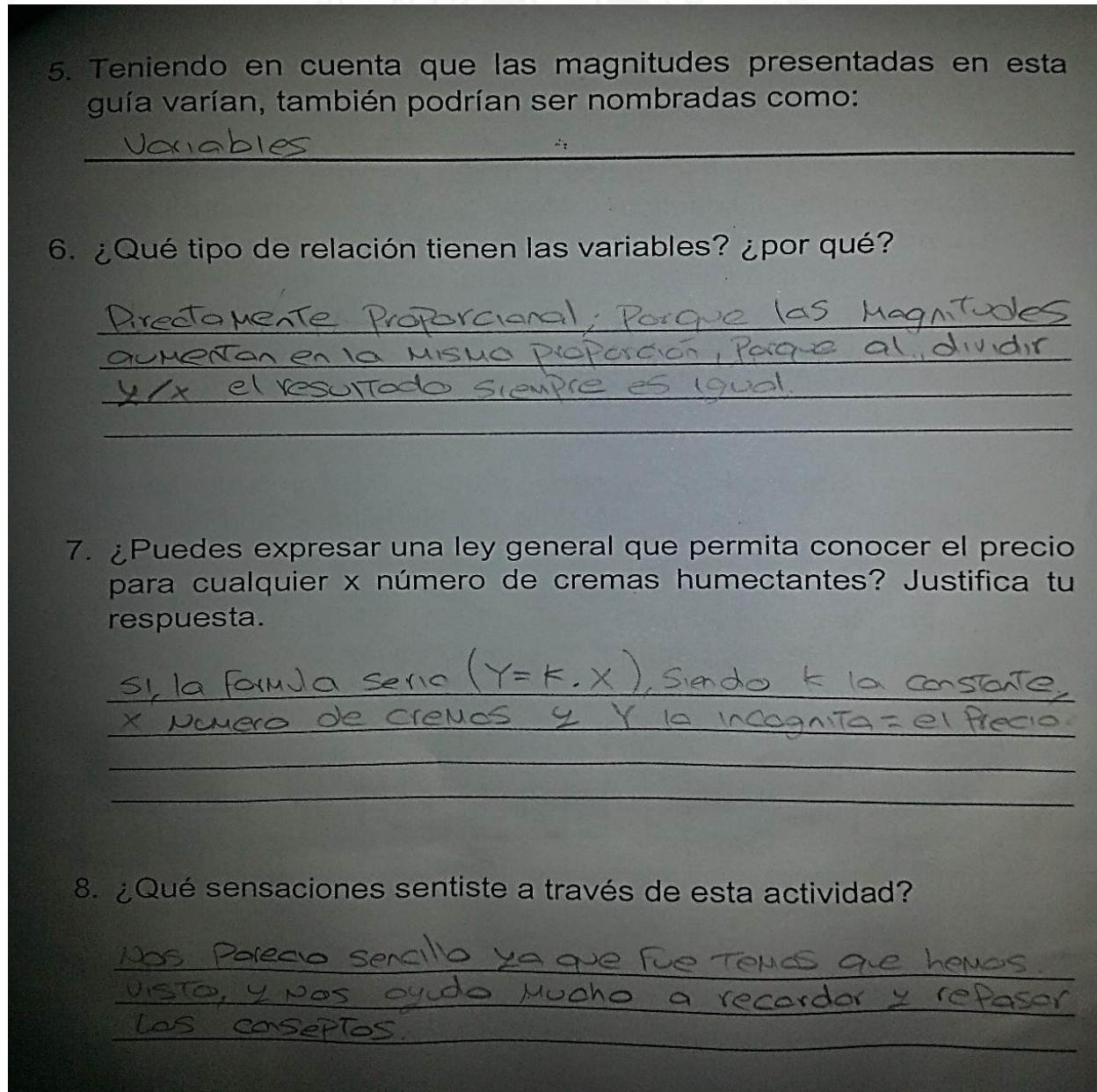
$$y = 900 \times 4 = 3.600 \quad | \quad y = 900 \times 20 = 18.000$$

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

todas hablabamos de lo mismo pero lo deciamos en diferentes palabras y por eso no estábamos de acuerdo con lo de otra.

El grupo cinco realiza lo siguiente:

**Imagen 26. Evidencia 25.**



5. Teniendo en cuenta que las magnitudes presentadas en esta guía varían, también podrían ser nombradas como:

Variables

6. ¿Qué tipo de relación tienen las variables? ¿por qué?

Directamente Proporcional; Porque las magnitudes aumentan en la misma proporción, porque al dividir  $y/x$  el resultado siempre es igual.

7. ¿Puedes expresar una ley general que permita conocer el precio para cualquier  $x$  número de cremas humectantes? Justifica tu respuesta.

Si la fórmula sería  $(Y = k \cdot X)$ , siendo  $k$  la constante,  $X$  número de cremas y  $Y$  la incógnita = el precio.

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Nos parecía sencilla ya que fue temas que hemos visto, y nos ayuda mucho a recordar y repasar los conceptos.

Al completar cada grupo sus respuestas, propuse iniciar con la socialización de las mismas, y explique, qué ese momento permitiría a cada grupo confrontar las respuestas que habían dado de forma unánime a cada numeral, el cual, las representaría como grupo, y así poder examinar su consistencia o inconsistencia, lo que les permitiría pensar un poco en sus creencias iniciales frente a la temática y poder reflexionar una reconstrucción del concepto, de forma más clara, basándose

en la opinión grupal. Su respuesta fue positiva a esta iniciativa y una vez fue anunciada iniciamos con la pregunta número uno, para esta comparación, se dividió el tablero en seis partes iguales, cada parte correspondiente a un grupo para dar su respuesta, salió una estudiante por grupo, en este momento sonó el timbre para el cambio de clase y fuera del aula se encontraba la profesora de inglés, quien de manera muy cortés me concedió unos minutos más para terminar lo que estábamos haciendo:

### Imagen 27. Evidencia 26.



Fuente: Juan Andrés Gaviria Gómez.

Las expresiones verbales de los grupos fueron las siguientes:

A la pregunta hecha por mí: ¿me puedes explicar por favor la representación de tu grupo?,

La representante del grupo uno expresa: mi nombre es Daniela, quien explica: “nosotros organizamos el cuadro de la siguiente manera, fue porque, pusimos cantidad como variable

Facultad de Educación independiente y el costo como variable dependiente, porque el costo siempre va a depender de la cantidad, ¡sí!, el costo va a depender de la cantidad, entre más cremas traiga el paquete, más alto va ser el costo”. OK. Gracias, respondí yo.

Luego habla la representante del grupo dos y expresa: “bueno, pues en el cuadro cogimos el tipo y las unidades de la crema como la variable independiente y el precio, pues, como la variable dependiente, ¡aja! Acentuó yo, por que como decía Daniela siempre el precio va a depender de la cantidad de cremas, ya. OK. Pregunto yo ¿cómo es tu nombre? ella responde Camila.

La representante del grupo tres expresa verbalmente lo siguiente: mi nombre es Sara, pues nosotras lo hicimos así, porque, las unidades las quisimos poner en variable independiente, porque no depe, y porque la variable dependiente, ¡ha sí!, el valor depende de las unidades, ya la organizamos de menor a mayor. OK. Acentuó yo.

Para el grupo cuatro salieron dos representantes y expresaron verbalmente lo siguiente: pregunto yo: ¿me dicen el nombre por favor? Su respuesta es: primero sueltan una sonrisa... “jajajajaj” yo soy Laura y ella es Vanesa, dice Laura y Vanesa repite yo soy Vanesa, a lo que yo confirmo su nombre seguidamente: ¿Vanesa? OK.

Luego dice Laura: nosotras colocamos el precio, pues, de las cajas arriba, y de cuantas unidades traía la caja, abajo, seguidamente Laura le dice a Vanesa mirándola: usted dijo que había que colocar otra cosa, como variable, y Vanesa no responde... luego Laura dice: ¿yo ya me puedo sentar?”.

La representante del grupo cinco expresa: “mi nombre es carolina, y nuestra tabla es esta, y colocamos el tipo y la unidad y el precio, tipo arriba y el precio abajo, eh! El precio es variable eh! Dependiente y la, pues, la unidad es variable independiente, aquí, ya pues, está el, por unidad el precio pues del paquete, que es el tipo, el tipo P trae cuatro unidades y cuesta 3600 y así sucesivamente” OK, acentuó yo.

Al finalizar las opiniones agradecí, la disposición para realizar la guía y me despedí, a lo que las estudiantes respondieron de forma consecuente, expresando, si era posible terminar la socialización posteriormente, entonces, finalmente les respondí que haría la consulta.

#### **4.2. Reconstrucción de lo vivido, segunda parte:**

La guía número dos fue aplicada el día 04 de mayo de 2015, trabajo realizado en el aula 316 de la institución educativa CEFA, en el espacio programado para la lección de informática, con un horario fijo que inicia a las 9:10 am. Y termina a las 11:10 am. El grupo asistente está conformado por 40 estudiantes, las cuales pertenecen al grado 10° S 3 y su especialidad es la salud, pero, para esta ocasión, solo se cuenta con una asistencia de 36 estudiantes en total, esto, debido a una irregularidad consecutiva por la situación actual referente a las garantías laborales de los profesores de instituciones públicas, el cual, ha producido una inasistencia parcial, tanto de profesores como de estudiantes, hecho, que repercute en el contexto académico – social.

Para esta ocasión, el coordinador académico de la institución hace la presentación de mi presencia en el aula de clase, y al instante las estudiantes hacen sus primeras manifestaciones, las cuales, giran en torno a inquietudes, que tienen que ver con el inicio de su etapa universitaria, con preguntas como: ¿de qué forma será hecho, el nuevo examen de admisión, en la universidad de Antioquia?, también, sobre mi apreciación en calidad de mi experiencia universitaria, como estudiante en el área de matemáticas, luego, de esta pequeña presentación me dispuse a proponerles la dinámica de la clase, esto, teniendo en cuenta la experiencia de la aplicación de la guía número uno, el acuerdo pactado fue el siguiente: realizar la lectura histórica, introductoria, alusiva al tema, luego se iniciaría la resolución de los puntos de la guía en un promedio de una hora y al final se realizaría la socialización, para confrontar las creencias iniciales y llegar a consentir una respuesta justa de manera grupal.

Para esta experiencia pedí que se organizaran en ocho grupos y la composición fue la siguiente:

Se hicieron cuatro grupos constituidos por cuatro alumnas y cuatro grupos constituido por cinco y alumnas, los grupos fueron enumerados del uno al ocho para poder registrar sus opiniones de forma sistemática.

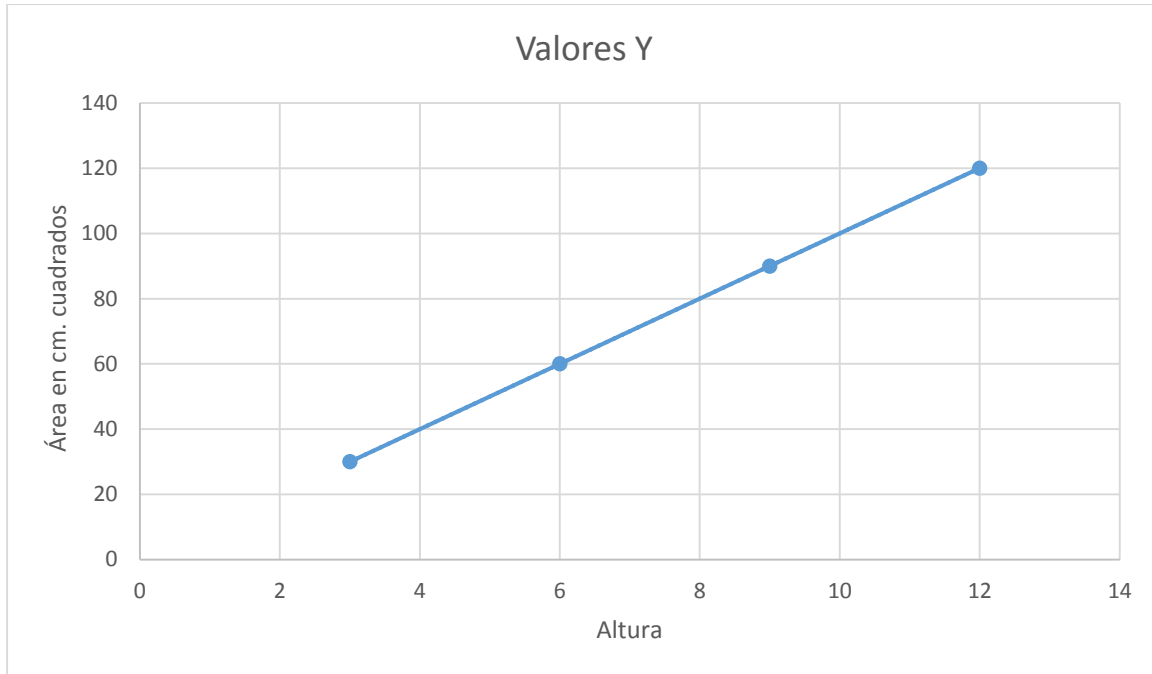
Para esta guía se presenta a las estudiantes una situación con una perspectiva geométrica, en la que se pretende relacionar conceptos relativos en una situación de cambio, los cuales, ayudaran a caracterizar el concepto de variable matemática, en este sentido, la guía enuncia el siguiente objetivo específico, el cual se define así: “Hacer uso de las representaciones gráficas para identificar, que varía y permanece invariante, y el tipo de relación que se presenta entre las diferentes magnitudes”.

Después de leer este objetivo, dos estudiantes se disponen para realizar la lectura de la introducción histórica, al finalizar esta lectura, les exprese, la importancia de reconocer que la actividad matemática que ha sido desarrollada a través del tiempo, a meritado muchos esfuerzos en el ser humano, los cuales han sido reflejados en diversos contextos, ya que han dado la posibilidad de entender y permitir solucionar problemáticas del ser humano, de allí, su carácter práctico en el que hacer de la vida diaria, Posteriormente, se dio inicio al espacio para la resolución de las diferentes preguntas.

Inicio a partir de este momento a pasar por cada grupo con la intención de conocer sus nombres y escuchar cuáles son sus comentarios respecto a lo que se debía realizar, en tanto, la primer pregunta que se genera en varios grupos es: ¿profe, que hacemos con la tabla? Pregunta generada a partir del punto uno el cual citaba la siguiente gráfica.

1. A partir del siguiente diagrama, completa el contenido de la tabla.





El diagrama anterior representa una figura geométrica correspondiente a un rectángulo, el cual tiene una base fija de 10 cm. Y cuya altura inicial es de 3 cm., Pero bajo las necesidades que se tienen, la altura ha sido modificada en diversas ocasiones a 6 cm., a 9 cm. Y 12 cm. consecutivamente, lo que generó cambios en el área de esta figura.


De ante mano, la intención mía en cada grupo era la de crear tensión dentro de sus opiniones para animarles a debatir los conceptos y a pensar en la situación propuesta, ahora, teniendo en cuenta que la dinámica propuesta al inicio de la clase era responder las preguntas para ser socializadas y confrontar las respuestas al final, para corroborar su consistencia o inconsistencia, mi respuesta al respecto a nivel general fue la siguiente:

Yo: ¿Que consideran ustedes respecto a la tabla propuesta?, pienso, que cuando se nos propone cualquier tipo de cuestionario, se debe leer todo completo, antes de comenzar a dar las respuestas, porque de alguna manera las preguntas, dejan ver implícitamente, hacia donde apuntan

las respuestas, y eso que muchas veces, incluso, las respuestas de las primeras preguntas, se encuentran más adelante en forma de pregunta, posterior a este comentario.

Estudiante # 1 dice: yo veo que hay unos datos en el enunciado que son las medidas de un rectángulo, y creo que hay que escribirlos en los espacios de la tabla.

Yo: pregunto ¿ustedes que creen, según lo que dijo la compañera..., será que la tabla sirve para poner esos datos?

Estudiante # 2 dice: ¡si profe!,

Yo: según tú, ¿Por qué?, ¿será que la pregunta dos nos puede ayudar un poco más en este sentido?,

Estudiante # 2: lo que pasa, es que nos están dando unos datos y hay que empezar a ordenarlos.

Yo: ¡es cierto! Lo que tú dices, pero más allá de eso ¿para qué nos serviría ordenarlos?, ¡leamos la pregunta dos por favor!

2. ¿Escribe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?

Yo: ahora, ¿qué piensan?

Estudiante #3: ¡profe!, ¿Cuáles son las variables? ¿Cómo así, quien depende de quién?

Estudiante #2, responde: ¡pues, las medidas que nos están dando!

Yo: si realizaron la lectura completa de la guía ustedes debieron haber leído un apartado que decía “Recuerda los conceptos previos”, allí, hay algo escrito que se llama “magnitud”, esto, nos puede dejar más clara la idea de la compañera.

## Recuerda los Conceptos previos:

**Magnitud:** regularmente se designa como una magnitud a una cualidad o atributo de una serie de objetos que pueden variar en forma cuantitativa y continua (longitud, peso, tiempo, etc.) o en forma cuantitativa y discreta (colecciones de objetos o personas).

**Patrón:** Es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición, composición, etc.

**Proporcionalidad:** Se llama proporción a la igualdad de dos razones o cocientes.

Dos magnitudes se llaman directamente proporcionales cuando hay una correspondencia entre cada cantidad de una y cada cantidad de la otra, de tal modo que a una cantidad suma de dos cantidades de una magnitud corresponde una cantidad que es la suma de las cantidades correspondientes a aquéllas.

**Función:** Es un conjunto de pares ordenados de números  $(x, y)$  en los que no existen dos pares ordenados diferentes que tengan el mismo primer número. Al conjunto de valores admisibles de  $x$  se llama dominio de la función y al conjunto de los valores resultantes de  $y$  se llama contradominio o ámbito de la función.

Después, de finalizar el comentario, una estudiante de un grupo me llamo para realizarme la siguiente pregunta:

Estudiante #4: ¡profe! ¿Qué significa invariante?

Yo: ustedes pueden leer nuevamente la situación, y se darán cuenta, que ciertas medidas de las que se están relacionando, sufren cambios.

Estudiante #4: ¡así profe! Las medidas de la altura.

Yo: ¡Ok!, Entonces, ustedes pueden relacionar la palabra invariante como lo que no se está afectado por esos cambios, dentro de la situación.

Estudiante #5: ¡profe!, la medida que no cambio, fue la de la base.

Yo: si, lo que estás diciendo es verdad, así fue enunciado en la situación, ahora, deben leer bien la pregunta y mirar cual sería la respuesta justa según lo que acabamos de hablar.

La duda de las estudiantes de este grupo estaba relacionada a la pregunta tres, su enunciado era el siguiente:

3. ¿Según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.

Muchos, grupos comenzaron a llamarme al mismo tiempo, la razón, de su duda estaba centrada en esta pregunta:

4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.

En este momento pedí, hacer un alto al desarrollo de la guía, para clarificar un poco la intención de esta pregunta.

La pregunta general de las estudiantes hacia mí era la siguiente:

¡Profe! ¿Cómo así, que enunciar los factores de variabilidad?

Yo: les hice la siguiente pregunta: ¿cuándo estamos hablando de factores en matemáticas, a que operación estamos haciendo referencia?

Estudiante #6: ¡a la multiplicación!

Yo: ¡Muy bien!, al final de la pregunta, está escrito: ¡es decir, las transformaciones sufridas!, ósea que lo quieren saber, es cómo se ha multiplicado el área, en factores.

Estudiante #6: ósea, ¿cuánto se ha hecho más grande?

Yo. Sí, pero hay que expresarlo en factores, que es la pregunta que nos están haciendo.

Después de esto, les pedí que continuaran con la actividad.

Una estudiante me llamo desde un grupo para el siguiente punto, que correspondía a esta pregunta:

5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?

Estudiante #7. ¡Profe!: ¿cierto que acá cuando preguntan por el tipo de relación, se refieren a lo que pasa entre las medidas que nos dieron?

Yo: ¿me puedes repetir la pregunta por favor!

Estudiante #7: es que nos dan unas medidas y la pregunta que nos hacen dice que ¿qué tipo de relación tienen las variables?

Yo: ¿tú te refieres a cuales medidas?

Estudiante #7: ¡a las del enunciado de la pregunta uno!

Yo: ¿las de la gráfica cartesiana?

Estudiante #8: no ella dice las de la situación.

Yo: ¿pero ustedes que creen? todas las medidas que nos están dando en la situación, ¿varían?

Estudiante #7: ¡no!, por ejemplo la base del rectángulo no varía.

Yo: ¿y que nos están preguntando?

Estudiante #8: ¿qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? y ¿por qué?

Yo: Primero hay que tener en cuenta es el diagrama, y la pregunta, nos la están haciendo es por las variables, ósea, que no se refiere a todas las medidas de la situación, no es que la situación no nos sirva para responder la pregunta, pero si se puede ver mejor esta relación en la gráfica cartesiana.

Estudiantes. A bueno profe, gracias.

Luego, de manera muy reiterativa, entre los grupos me preguntaban qué significaba, “para la n-esima variación” esto se encontraba relacionado en la pregunta número seis:

6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?

Nuevamente debimos hacer un alto, en este momento, para poder aclarar el término:

Yo: para entender el termino les quiero hacer esta pregunta: ¿si quisiéramos saber, por ejemplo el valor del área, para un rectángulo con 68 variaciones, o más bien uno que haya sufrido 300 variaciones, que harían ustedes al respecto? ¿Van a realizar todos los dibujos para saber el resultado?

Estudiantes: ¡no!

Estudiante #9: ¡profel!: “la altura depende de la base, en relación al área, ¡pues!, para dar el valor del área”.

Yo. ¡Atención! Mucho cuidado, con lo que se expresa, la altura y la base tienen una relación cuando queremos saber el área, pero ¿quién está dependiendo? ¿La altura depende de la base?

Estudiante #10: ¡profe!, el área depende de la base y la altura.

Yo: ¡correcto!, si volvemos al inicio de la guía, se tiene algo especial y es que, según la situación la base es ¿cómo?

Estudiantes: ¡fija!

Yo: ¡muy bien!, pero, en la gráfica podemos ver claramente cual variable depende de la otra, según, esta gráfica cartesiana, que corresponde, al mismo rectángulo de la situación.

¿Les queda, claro?

Estudiantes: ¡sí!

Yo: ahora, cuando nos preguntan por la “n-esima variación”, se refieren a cualquier número indeterminado de transformaciones sufridas por el rectángulo.

Estudiante # 10: ¡ah profe!, ósea, el área igual a la base por la altura.

Yo: ¡muy bien!

Pueden continuar, les acentué, en este momento eran las 10: 28 am. Comencé a pedirles el favor de agilizar las respuestas de lo que faltaba para finalizar la guía, ya que restaba poco tiempo y debíamos comenzar la socialización, las preguntas restantes eran las siguientes:

7. Realiza el dibujo del rectángulo representado en la gráfica Cartesiana.

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Para la pregunta número siete realice la siguiente precisión:

Yo: por favor, el dibujo del rectángulo de la pregunta número siete, no es para realizarlo en el plano cartesiano, porque he visto que hay varios grupos que lo están realizando allí.

Una vez finalizada la guía, nos dispusimos para la socialización de esta, en este instante de la clase, se llegó al acuerdo, también, debido al tiempo que nos restaba de clase, que cada grupo, daría la respuesta a un número de la guía, dividimos el tablero en cuatro partes iguales, para iniciar con las primeras cuatro preguntas,

La representante del primer grupo, dio la siguiente respuesta al punto uno:

Realizo la tabla escribiendo en la parte superior de izquierda a derecha, en la primera casilla:

Altura y en las casillas consecutivas los siguientes valores: 3cm; 6cm; 9cm; 12cm. Consecutivamente; en la parte inferior escribió de izquierda a derecha, en la primer casilla: área en  $cm.^2$  y en las casillas consecutivas los siguientes valores  $30cm.^2$ ;  $60cm.^2$ ;  $90cm.^2$ ;  $120cm.^2$  posteriormente expreso lo siguiente:

“Por qué llene la tabla así pues porque estaban pidiendo, espere.... ¿dónde es que esta la pregunta?

Las compañeras le responden ahí, es esa grande, véala ahí abajo.

Estudiante: Porque, porque estaban pidiendo pues que llenáramos la tabla, y entonces en gráfica dieron dos porcentajes, entonces, primero se ponía la altura y después se multiplicaba, pero de todas maneras ya estaba el resultado acá, entonces, se ponía el área del cuadrado, que es lo mismo que multiplicar la altura por la base, pues por eso la hicimos así.

Yo pregunto: ¿esas fueron las consideraciones, que usted, pues que ustedes tuvieron para...?



Estudiante: “sí porque, pues, de todas maneras el área en cm. Al cuadrado es lo mismo que la altura por la base, entonces, pues lo hicimos así.

Yo: ¡ya! ¿Y por qué no colocaste, porque no usaste por ejemplo la base como variable, ósea los 10 cm?

Estudiante: responde porque... y mira a las compañeras del grupo con un gesto de pregunta, para responder.

Yo: ósea tu porque consideraste el área y la altura como variables, porque es que, tú lo acabaste de decir, tu acabas de decir, que el área es igual a la base por la altura, cierto, entonces, ¿porque llegaron a la conclusión, de que, de que no se había que colocar ahí, la base como...?

Estudiante: porque la base era finita, entonces, no, la que cambiaba era la altura, entonces, habían varios resultados.

Yo: ósea, según la información, ustedes consideraron que lo que variaba era la altura, la altura y e...

Estudiante: eso no se podía poner la base como variable, porque no daba varios resultados, porque la altura siempre se transformaba, pues, la estuvo modificando.


Yo: Ok. Ósea la base siempre era fija, cierto, lo que estaba variando, ósea, es decir, lo que era variable era ¿qué?, el área y la altura, y de pronto no consideraste, la gráfica que te pusieron, pues, la gráfica que esta propuesta en la guía, ¿no lo consideraste como una guía para dar respuesta?, ósea la gráfica, tenía los nombres, cierto, o ¿qué?, ¿los ejes estaban nombrados?

Estudiante: sí, también, pues, la gráfica ayudo mucho porque ya estaban unos nombrados ahí, pero como le digo, lo mismo era la altura por la base.

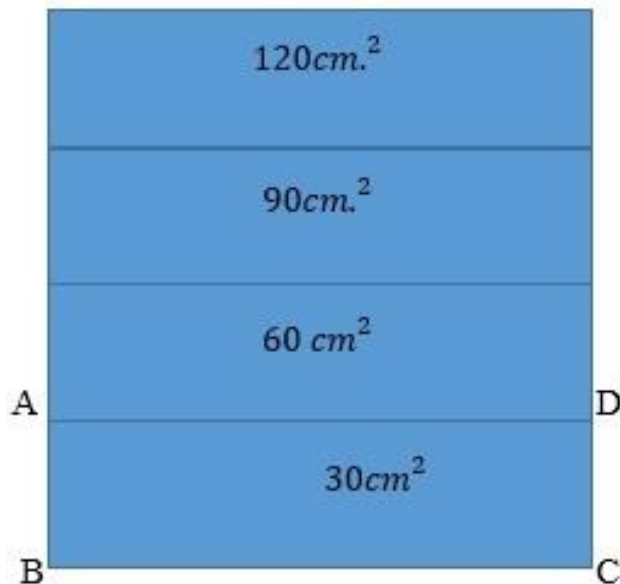
Yo: ok. Gracias.

Luego de este dialogo, una estudiante expreso lo siguiente:

Estudiante #11: “la gráfica del punto uno está mal hecha, porque, colocaron la altura del rectángulo, en el eje X, y debió estar puesto en el eje Y”.

Yo: aproveche la situación y pregunte: ¿Qué consideran ustedes de la observación de la compañera? En este instante no hubo respuesta. Al respecto respondí lo siguiente: la gráfica cartesiana nos está haciendo una representación del rectángulo, entre tantas representaciones que pueden hacerse de él, les voy a dar un ejemplo: ¿dime tu nombre? Le pregunte a la estudiante y me respondió “juliana”, le pregunte: ¿tú tienes hermanas? A lo que me respondió que no, luego le pregunte, como se llama tu padre y me dijo: wilinton, y como se llama tu abuelo: Jorge, a partir de esta información, le dije: a ti, te pueden reconocer tus vecinos, de tres formas diferentes: una como tú te llamas, que es juliana, o pueden decir ella es la hija de wilinton o de igual forma te pueden llamar como la nieta de don Jorge, es decir, sigues siendo la misma persona, pero desde distintas formas de reconocerte, ahora, si ves bien la gráfica cartesiana está representando el siguiente rectángulo: nombrado, rectángulo ABCD .

**Figura 5. Figura geométrica representada en la gráfica cartesiana.**



El segmento BC mide 10 cm. (el cual, corresponde a la base fija).

El segmento AB mide 3cm. (el cual, corresponde a la altura inicial).

El área total de este rectángulo es de  $30\text{cm}^2$ , pero, bajo las necesidades que se tenían, y teniendo en cuenta que la base era fija, con una medida de 10 cm., la altura inicial fue modificada, varias veces: primero paso de ser una altura de 3 cm., a una altura de 6 cm.; luego a 9 cm. Y finalmente a 12 cm. Consecutivamente, lo cual, transformo el área de este rectángulo, a un área de  $120\text{cm}^2$ .

Les explique, que a partir de la gráfica cartesiana, podíamos encontrar la misma información, pero a partir de otra representación, y que era importante identificar todo lo que la gráfica debía tener escrito como: nombrar los ejes, identificar sus variables respectivas, unir e intersectar puntos cuando era necesario, porque, desde su aspecto global se llegaban a entender todos los detalles que informaba la gráfica.

Estudiante #11: ha, ya entendí, yo pensaba que teníamos que dibujar el rectángulo en el cuadrante, y como veía la altura en el eje Y me confundí.

Yo: Ok. Ahora, teniendo en cuenta lo que acabamos de decir, ya vemos que la gráfica cartesiana nos permite identificar que variable depende de la otra, le pido por favor a la representante del grupo dos nos explique su respuesta.

Estudiante #12: la estudiante pasa al tablero y escribe lo siguiente: área: depende de la base por la altura, porque al multiplicar base por altura obtenemos el área.

En este momento suena el timbre, para salir al descanso, por tanto, la estudiante, expreso lo siguiente:

Estudiante # 12: en la gráfica, en el eje Y escribieron el nombre de la variable área y en el eje X escribieron el nombre de la variable altura, pero la base siempre fue 10, entonces, cuando multiplicamos 10 por los valores de X hallamos los valores de Y.

Yo: ósea que cada vez que se cambia la altura ¿qué sucede con el área?

Estudiante # 12: también cambia, por eso depende de la altura por la base.

Yo: Ok. Gracias por su buena actitud y disposición frente al tema, espero nos podamos encontrar en otra ocasión.

Las estudiantes, me dieron las gracias y me preguntaron si volvería de nuevo en las próximas clases, a lo que respondí, que quizás en un futuro, y me despedí.

Debía tener escrito como: nombrar los ejes, identificar sus variables respectivas, unir e intersectar puntos cuando era necesario, porque, desde su aspecto global se llegaban a entender todos los detalles que informaba la gráfica.

Estudiante #11: ha, ya entendí, yo pensaba que teníamos que dibujar el rectángulo en el cuadrante, y como veía la altura en el eje Y me confundí.

Yo: Ok. Ahora, teniendo en cuenta lo que acabamos de decir, ya vemos que la gráfica cartesiana nos permite identificar que variable depende de la otra, le pido por favor a la representante del grupo dos nos explique su respuesta.

Estudiante #12: la estudiante pasa al tablero y escribe lo siguiente: área: depende de la base por la altura, porque al multiplicar base por altura obtenemos el área.

En este momento suena el timbre, para salir al descanso, por tanto, la estudiante, expreso lo siguiente:

Estudiante # 12: en la gráfica, en el eje Y escribieron el nombre de la variable área y en el eje X escribieron el nombre de la variable altura, pero la base siempre fue 10, entonces, cuando multiplicamos 10 por los valores de X hallamos los valores de Y.

Yo: ósea que cada vez que se cambia la altura ¿qué sucede con el área?

Estudiante # 12: también cambia, por eso depende de la altura por la base.

Yo: Ok. Gracias por su buena actitud y disposición frente al tema, espero nos podamos encontrar en otra ocasión.

Las estudiantes, me dieron las gracias y me preguntaron si volvería de nuevo en las próximas clases, a lo que respondí, que quizás en un futuro, y me despedí.

**Imagen 28. Evidencia 27.**



**Fuente:** Juan Andrés Gaviria Gómez.

**Imagen 29. Evidencia 28.**



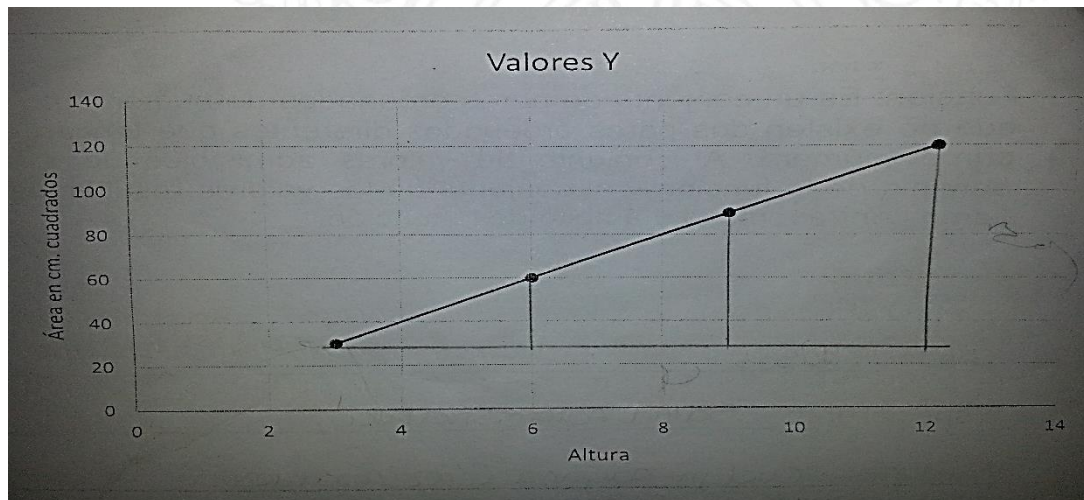
**Fuente:** Juan Andrés Gaviria Gómez.

A continuación adjunto las expresiones escritas en las guías de trabajo:

Este grupo está conformado por las estudiantes:

Evelin Dayana López Amariles, Sara Valencia Bedolla, Deisy Alejandra, Juliana Flórez Quiceno.

**Imagen 30. Evidencia 29.**



**Imagen 31. Evidencia 30.**

Altura	3cm	6cm	9cm	12cm
Área cm <sup>2</sup>	30cm <sup>2</sup>	60cm <sup>2</sup>	90cm <sup>2</sup>	120cm <sup>2</sup>

2. ¿escribe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?

La base depende de la altura y la altura de la base para poder hallar el Área. Variable dependiente "Área"

**Imagen 32. Evidencia 31.**

3. ¿según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.

La base no se modifica (10cm)  
Valor fijo

4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.

Se triplica en la transformación  
(multiplicación se dio el factor 1  
para aumentar la altura.

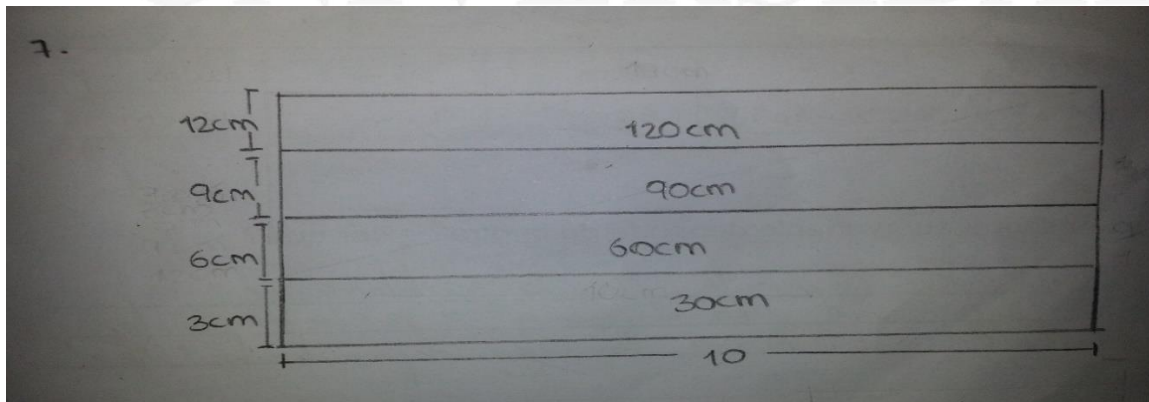
5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?

La relación es que la base siempre es de 10cm y su altura se modifica 3 veces triplicando los

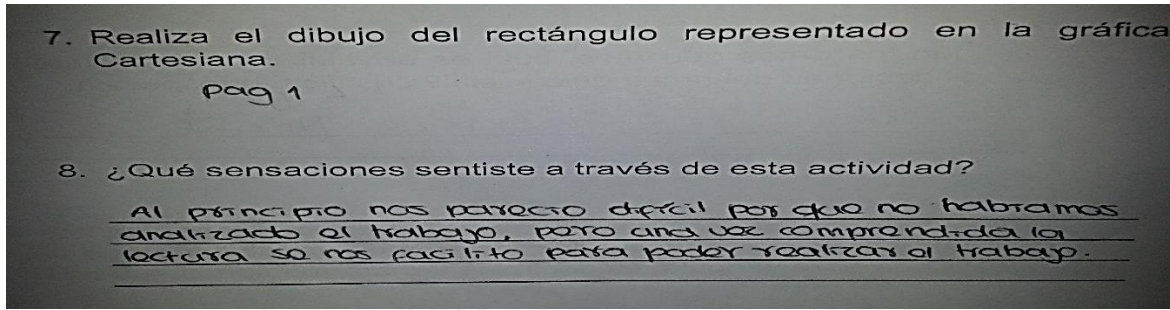
6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?

es posible por que la altura por la base da el resultado del área

**Imagen 33. Evidencia 32.**



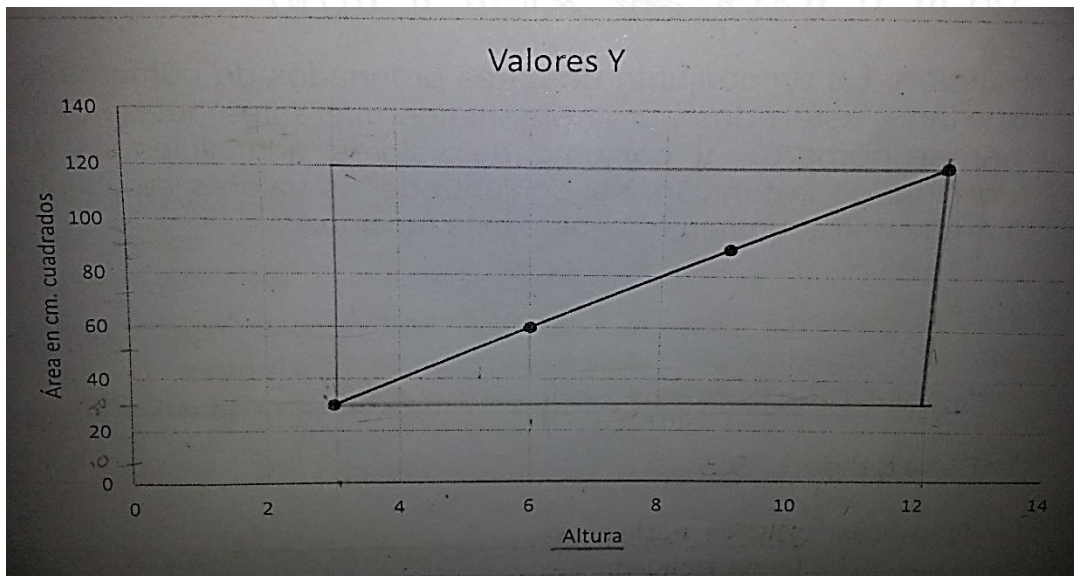
**Imagen 34. Evidencia 33.**



Este grupo está conformado por las estudiantes:

Juliana Bustamante, Laura Bolívar, Camila Serna, Angie Paola Díaz y Jasbleidy Hincapié.

**Imagen 35. Evidencia 34.**



**Imagen 36. Evidencia 35.**

altura.	3	6	9	12
área cm <sup>2</sup>	30cm <sup>2</sup>	60cm <sup>2</sup>	90cm <sup>2</sup>	120cm <sup>2</sup>

2. ¿escribe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?

Área depende la base por altura, por que al multiplicar base por altura obtenemos área

$A = h \cdot b = h \cdot b = A$



**Imagen 37. Evidencia 36.**

3. ¿según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.

LA BASE, POR QUE NO SE MODIFICA ES UNA BASE FIJA

---



---

4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.

1 rectángulo: es tria  
2 rectángulo: se duplica  
3 rectángulo: se triplica  
4 rectángulo: se cuadruplica

---



---

5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?

mientras se eleva aumenta el área también entonces sabemos que es una relación directamente proporcional

---



---

6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?

Base por altura

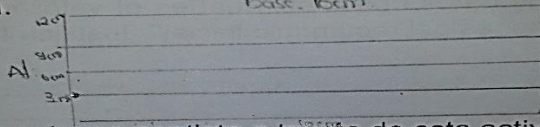
---



---

**Imagen 38. Evidencia 37.**

7. Realiza el dibujo del rectángulo representado en la gráfica Cartesiana.



8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

- Sentimos ganas de resolver sin dificultades
- Confusión al inicio a tener la tabla
- Impaciencia
- Sentí orgullo.

Este grupo está conformado por las estudiantes:

Yesenia Pérez Osorio, Yesenia Chavarría Moncada, mairobys García Vergara, Ángela María Legarda Gaviria.

Imagen 39. Evidencia 38.

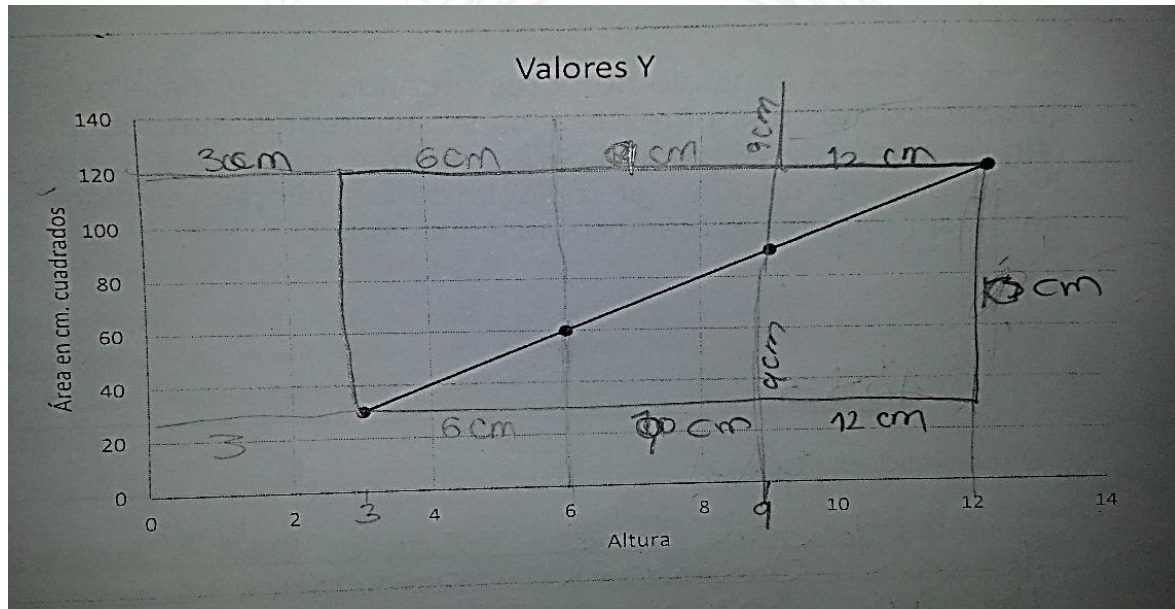


Imagen 40. Evidencia 39.

altura (cm)	3 cm	6 cm	9 cm	12 cm
Area (cm²)	30 cm²	60 cm²	90 cm²	120 cm²

Base: 10 cm

2. ¿escribe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?  
 la area depende de la base x la altura porque así cuando multiplicamos la b x h encontramos el area

**Imagen 41. Evidencia 40.**

3. ¿según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.

el valor invariante es la base (10cm) por que

4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.

Sus transformaciones aumentan en 3 tiempos  
 (3,30) (6,60) (9,90) (12,120)  
 1. se duplica 3. se triplica  
 2. se triplica

5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?

---

---

---

---

6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?

---

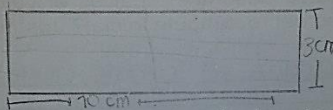
---

---

---

**Imagen 42. Evidencia 41.**

7. Realiza el dibujo del rectángulo representado en la gráfica Cartesiana.



8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Una sensación de poco lógica por que no entendiamos casi.

---

---

---

Este grupo está conformado por las estudiantes:

María Alejandra arias Zapata, María Alejandra Correa Céspedes, Ana María Orozco Vargas, Laura Daniela Saldarriaga C.

Imagen 43. Evidencia 42.

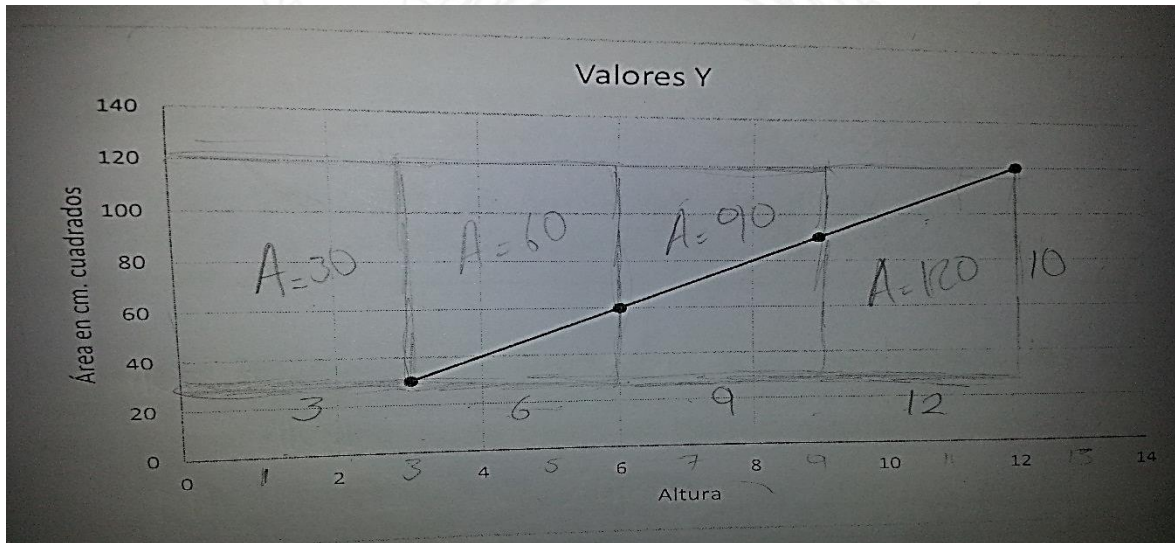


Imagen 44. Evidencia 43.

Área	30 cm <sup>2</sup>	60 cm <sup>2</sup>	90 cm <sup>2</sup>	120 cm <sup>2</sup>
Altura	3 cm	6 cm	9 cm	12 cm
Base	10 cm			

2. ¿describe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?

El área depende de la altura ya que al aumentar o disminuir esta el valor de la otra también varía

DE ANTIOQUIA

1803

**Imagen 45. Evidencia 44.**

3. ¿según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.

El valor invariante es la base porque siempre permanece el valor sin importar los cambios que tenga la altura

4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.

la variabilidad del rectángulo se denota en la altura que asciende en una escala de 3 en 3 y por consiguiente el área aumenta en una escala de 30 en 30, se triplica

5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?

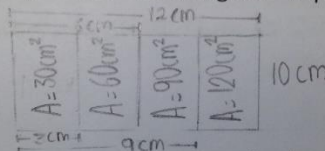
- A medida que la altura aumenta el área también

6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?

La base siempre es fija y esta equivale a 10, como altura ponemos el valor n y lo multiplicamos para hallar el área porque para hallar esta se utiliza la fórmula  $b \cdot h$

**Imagen 46. Evidencia 45.**

7. Realiza el dibujo del rectángulo representado en la gráfica Cartesiana.



8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Fue una actividad "lúdica" que nos permitió compartir nuestros conocimientos, aprender de los demás compañeros y pensar

Este grupo está conformado por las estudiantes:

Leidy Paulina Holguín Ramos, Juliana Osorio, Manuela Yepes y Catalina Ceballos Builes.

Imagen 47. Evidencia 46.

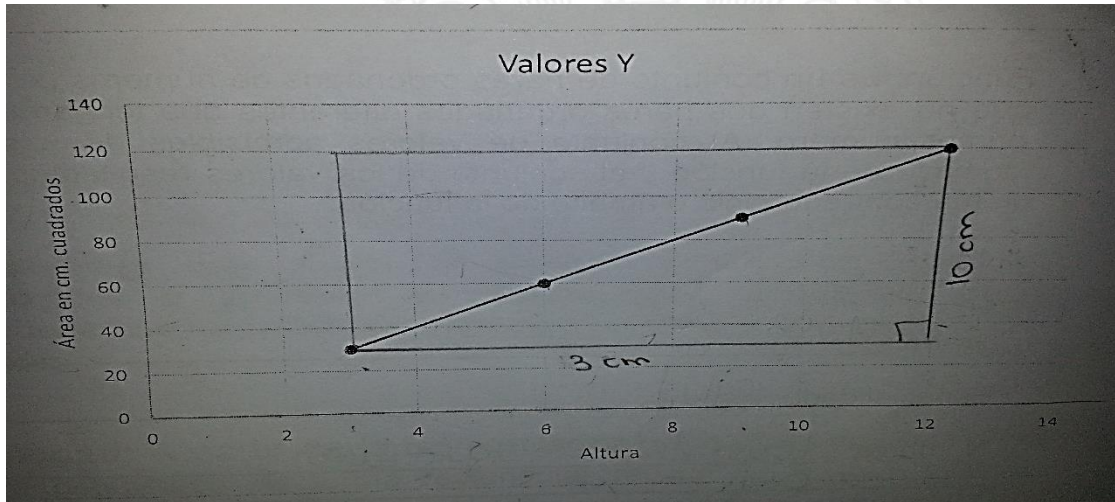


Imagen 48. Evidencia 47.

h	3	6	9	12	15
Área	30 cm <sup>2</sup>	60 cm <sup>2</sup>	90 cm <sup>2</sup>	120 cm <sup>2</sup>	150 cm <sup>2</sup>

2. ¿escribe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?

El área depende de la altura porque al modificar la altura, el área va cambiando (aumenta).

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803

### Imagen 49. Evidencia 48.

3. ¿según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.

La base es el valor invariante porque 10cm es su valor fijo

4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.

La altura aumenta en un factor de 3cm (se triplica) y el área en un factor de 10cm.

5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?

Pues que

6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?

### Imagen 50. Evidencia 49.

7. Realiza el dibujo del rectángulo representado en la gráfica Cartesiana.

8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?

Este grupo está conformado por las estudiantes:

Madelein Gil Zapata, Diana Marcela Guarín, Shirley Agudelo Ruíz, Daniela Orrego Narváez e Isabel Cristina Rodríguez Valencia.

**Imagen 51. Evidencia 50.**

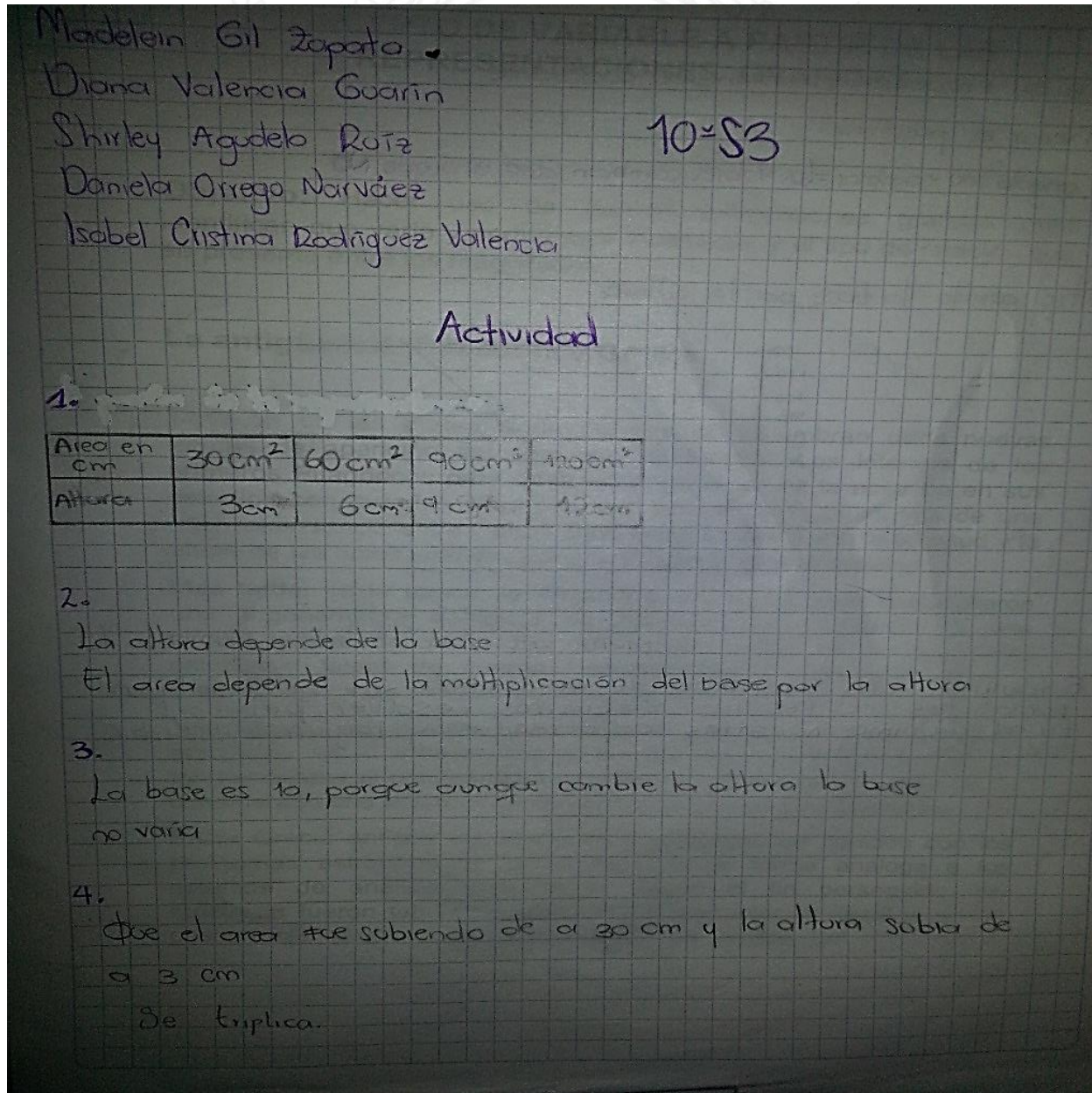




Imagen 52. Evidencia 51.

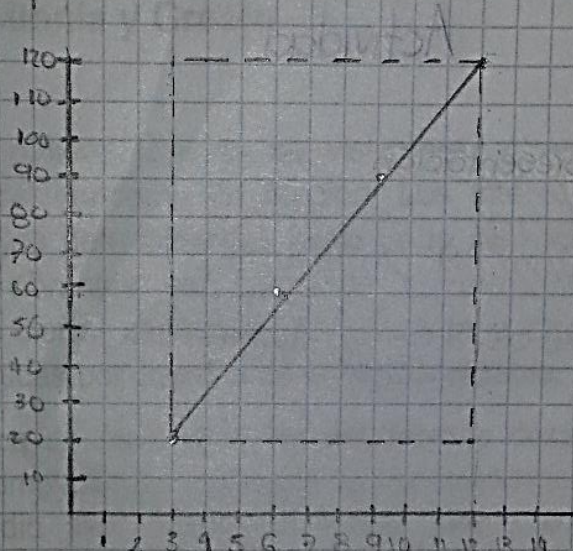
\*  $\phi$  que se encuentra en el mismo cuadrante

\* El valor es positivo

\* El ángulo no cambia = los valores cambian pero el ángulo **NO**

6.  
Multiplicando la base por la altura

7.



x	y
3	20
6	60
9	90
12	120

8 tuvimos una sensación de inquietud ya que habian puntos los cuales no sabiamos resolver pero al final reunimos nuestras capacidades y logiamos realizar todos los puntos.

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Este grupo está conformado por las estudiantes:

Camila Restrepo, Julia Quiroz, Eliana Salazar, Sara Muñoz, Karen Martínez.

Imagen 53. Evidencia 52.

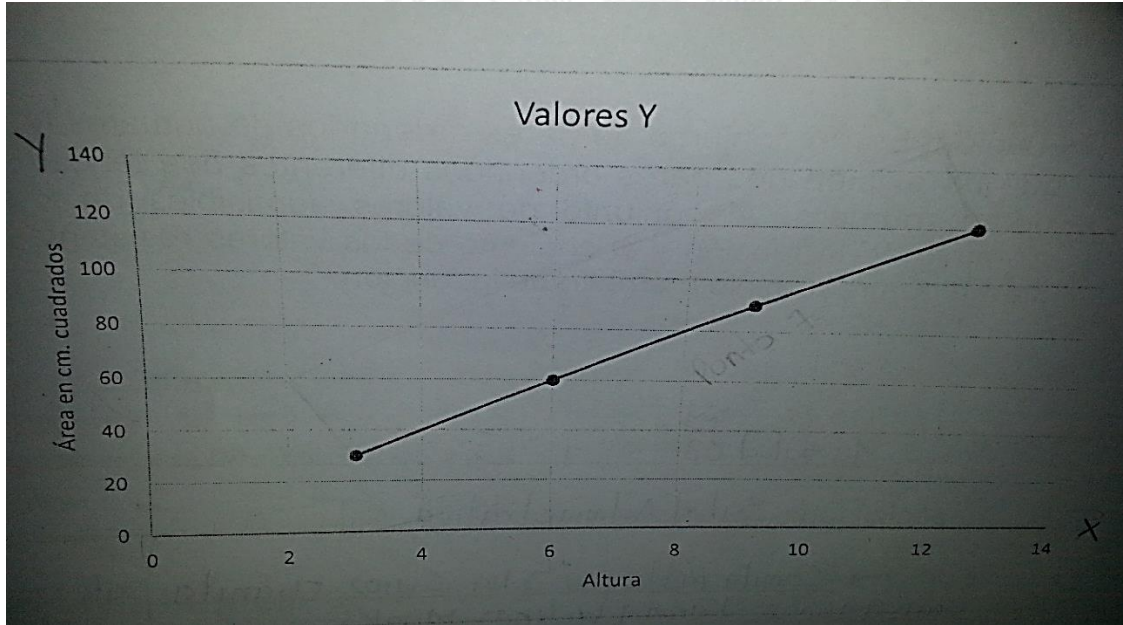


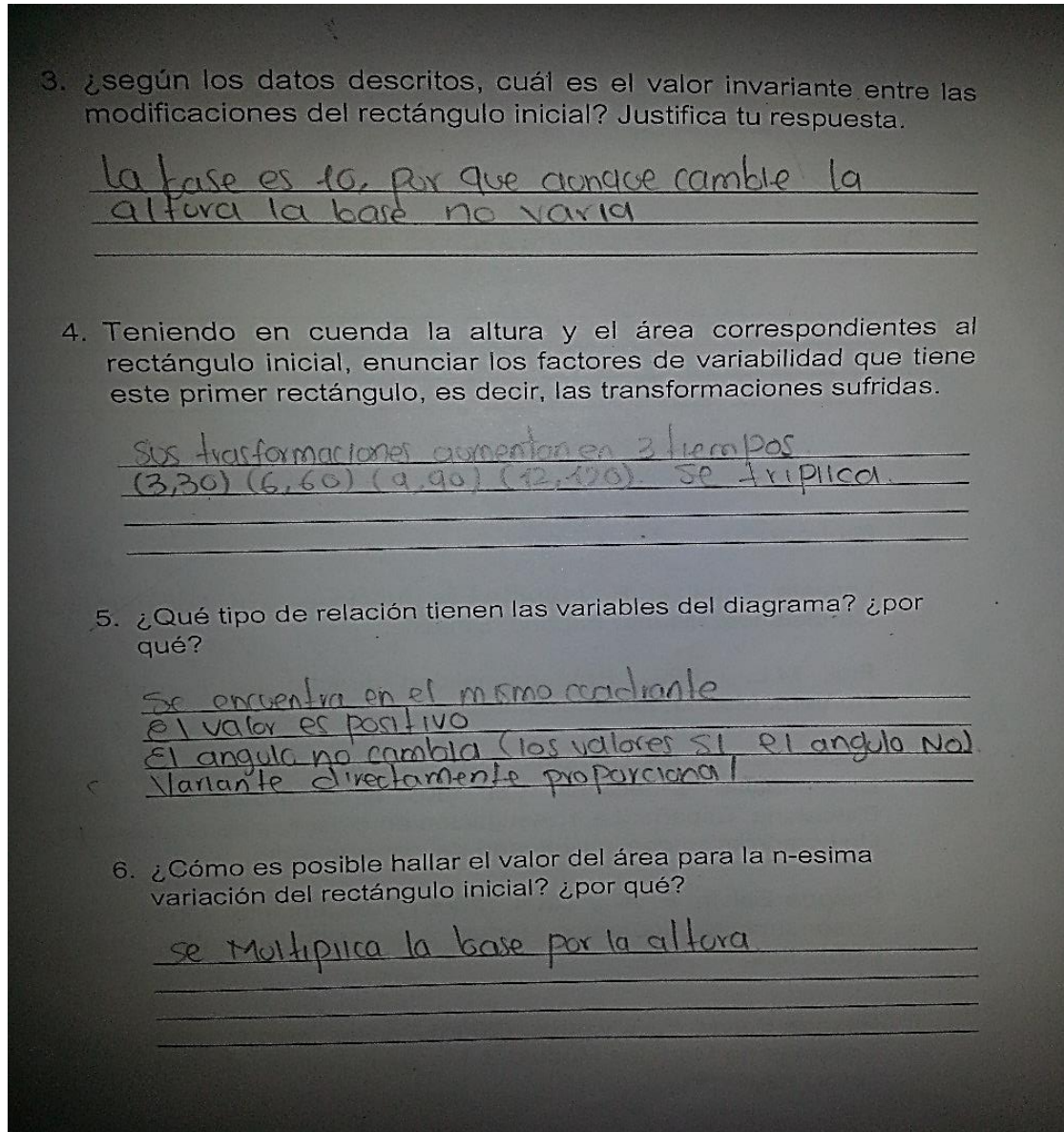
Imagen 54. Evidencia 53.

Altura (x)	3 cm	6 cm	9 cm	12 cm
Area (y)	30 cm <sup>2</sup>	60 cm <sup>2</sup>	90 cm <sup>2</sup>	120 cm <sup>2</sup>

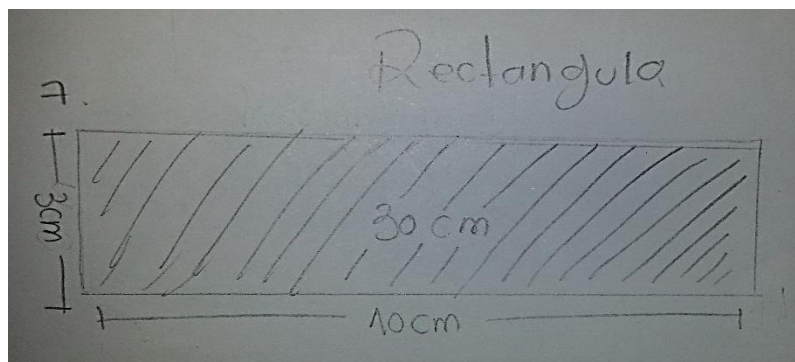
2. ¿escribe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?

La variable (y) depende de la (x) por que, al modificar la altura y acerla mas grande el area tambien aumentara (Multiplicación)

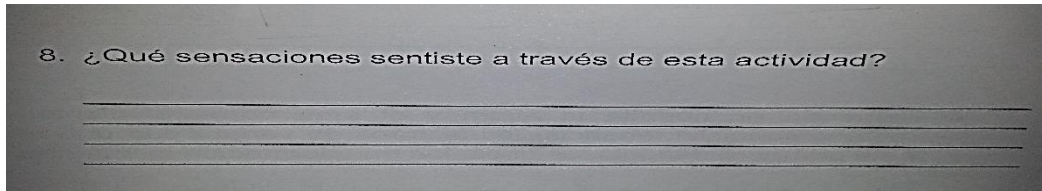
**Imagen 55. Evidencia 54.**



**Imagen 56. Evidencia 55.**



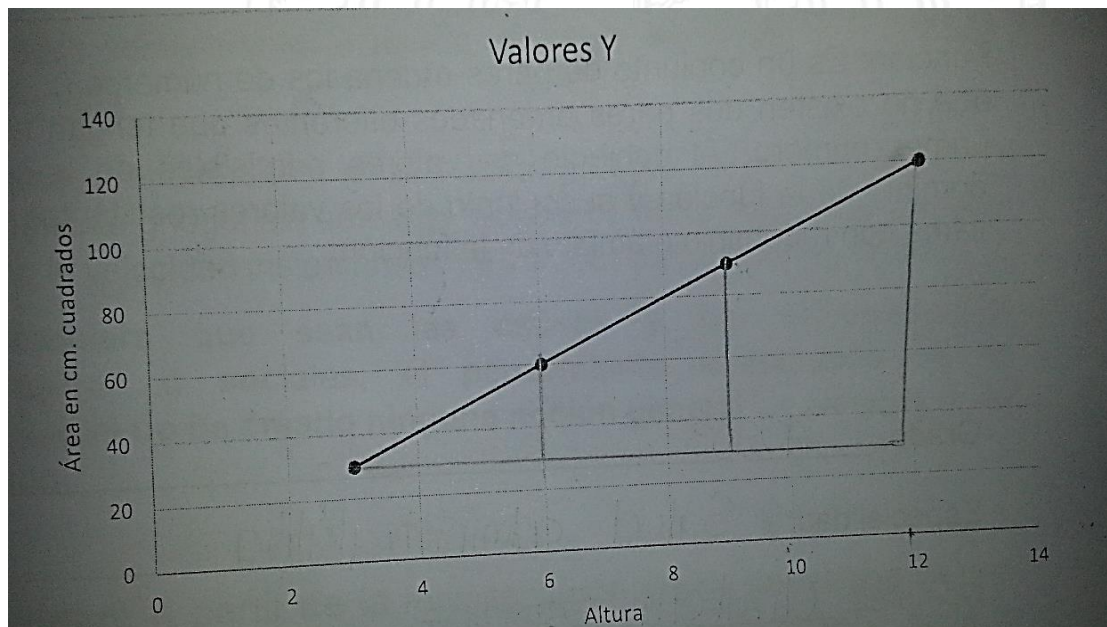
**Imagen 57. Evidencia 56.**



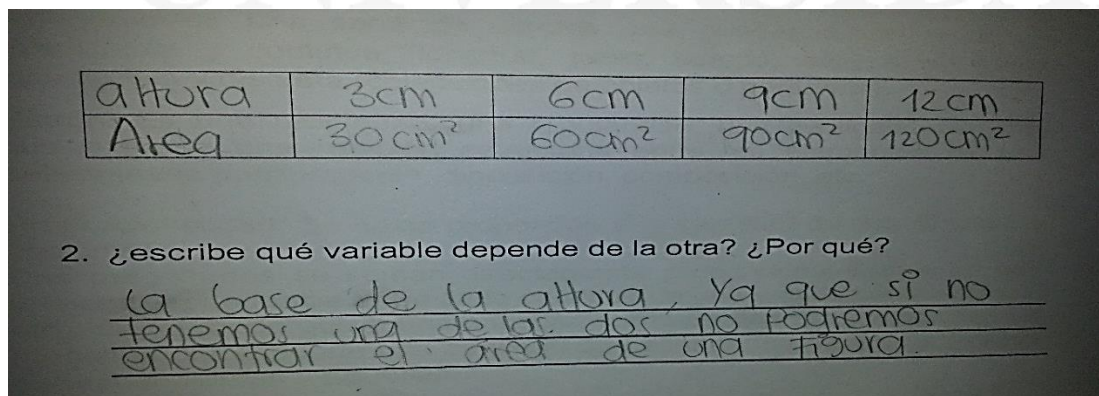
Este grupo está conformado por las estudiantes:

Elizabeth González, Isabel Arango, Valeria Cañas, Daniela Monsalve y Valentina Álvarez.

**Imagen 58. Evidencia 57.**



**Imagen 59. Evidencia 58.**



**Imagen 60. Evidencia 59.**

3. ¿según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.

La base, Porque en cada uno de los rectángulos es la misma, no cambia.

---

4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.

Va que su altura varia va creciendo o aumentando su área en cada rectángulo. Primero se duplica luego se triplica, y por ultimo se cuadruplica.

---

5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?

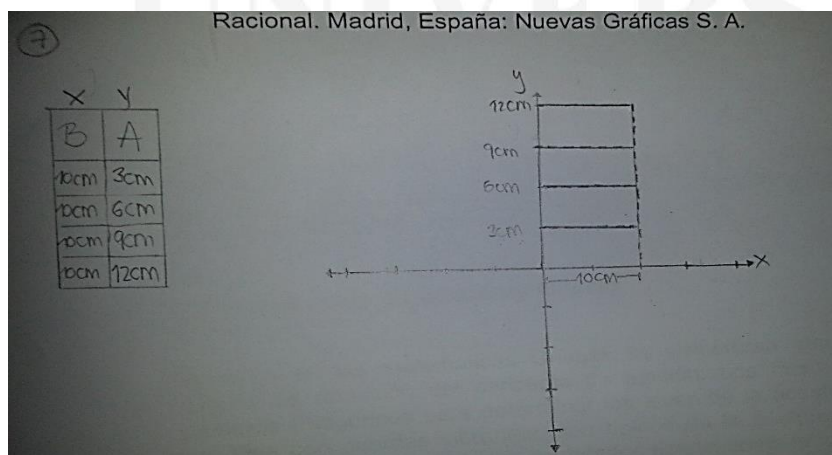
Ascendente, Porque va aumentando la variable de la altura y con esto su área.

---

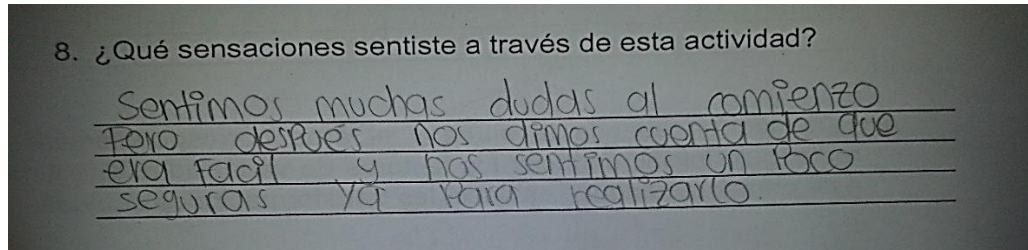
6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?

Con la ecuación  $base \times altura$  ya que esta se aplica a todas la graficas porque la figura no cambia.

**Imagen 61. Evidencia 60.**



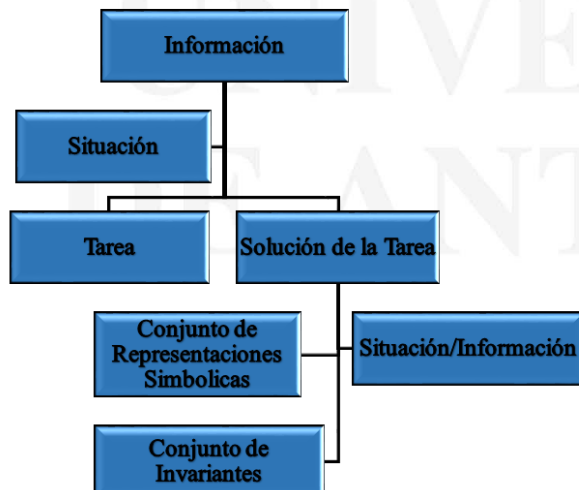
### Imagen 62. Evidencia 61.



#### 4.3. Proceso de conceptualización:

A partir de las guías implementadas en la sección de intervención, se plantean una variedad de situaciones ligadas a dos tipos de información, las cuales, son de carácter numérico y geométrico, a ellas, están asociadas implícitamente unas tareas a desarrollar, estas, previamente ilustradas como pertinentes en la conceptualización de la variable, la solución a estas situaciones permite describir los recursos representativos considerados por las estudiantes en el debido proceso, los cuales, son clasificados en dos tipos de conjuntos: un conjunto referido como: las representaciones simbólicas y el otro conjunto referido como: los invariantes (objetos, propiedades y relaciones) y a partir de los cuales, se pretende contemplar, en qué tipo de situación y a partir de que información, son usados como modelos de acción, y de esta forma, poder visualizar su incidencia con los indicadores de conceptualización. La figura 6 indica la correspondencia entre estos elementos:

Figura 6. Correspondencia de elementos en el proceso de conceptualización.



#### 4.4. Análisis de datos y resultados:

**Tabla 1. Proceso de análisis tabla a.**

<b>Información uno.</b>	
Una empresa de productos de belleza femenina ofrece a su clientela varios tipos de cajas contenedoras de cremas humectantes, con diversos niveles de humectación, para cada gusto en particular. La caja llamada tipo “P” cuesta 3.600 pesos, y contiene 4 unidades; la tipo “M” cuesta 8.100 pesos y contiene 9 unidades; la tipo “R” cuesta 11.700 pesos y contiene 13 unidades; la tipo “S” cuesta 14.400 pesos y contiene 16 unidades.	
<b>Situación</b>	<b>tarea</b>
1. A partir de la siguiente información, completa el contenido de la tabla.	Organizar la variación presentada numéricamente.
2. ¿Sale más económico comprar la caja tipo “S”, que la caja tipo “M”, o que la caja tipo “P”, o que la caja tipo “R” que contienen menos cantidad de cremas? ¿Por qué?	Reconocer y describir regularidades o patrones presentes en las transformaciones.
3. ¿Es posible considerar una cantidad fija dentro de los costos de las diferentes cajas de productos?, si es posible, di ¿cuál es ese valor?	Generalizar patrones aritméticos.
4. En una hoja cuadriculada realiza el siguiente diagrama y completa los datos del gráfico: el nombre de las magnitudes y valores según los datos del punto uno, el nombre de los ejes, la proyección completa de los puntos, es decir, como intersección de las magnitudes y como unión entre puntos.	Reconocer las características explícitas, que determinan la gráfica, a partir, de la información presentada.
5. Teniendo en cuenta que las magnitudes presentadas en esta guía varían, también podrían ser nombradas como:	Referenciar la identificación de las variables, a través, de las magnitudes.
6. ¿Qué tipo de relación tienen las variables? ¿Por qué?	Determinar la relación, que establecen las variables.
7. ¿Puedes expresar una ley general que permita conocer el precio para cualquier x número de cremas humectantes? Justifica tu respuesta.	Abstraer y generalizar, desde, analizar lo que es invariante, en medio de lo que está variando, a partir, de la información de la situación.
8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?	Expresar las impresiones vividas a través de la actividad.

**Tabla 2. Proceso de análisis tabla b.**

<b>Información dos.</b>	
El diagrama anterior representa una figura geométrica correspondiente a un rectángulo, el cual tiene una base fija de 10 cm. Y cuya altura inicial es de 3 cm., Pero bajo las necesidades que se tienen, la altura ha sido modificada en diversas ocasiones a 6 cm., a 9 cm. Y 12 cm. consecutivamente, lo que genero cambios en el área de esta figura.	
<b>Situación</b>	<b>tarea</b>
1. A partir del siguiente diagrama, completa el contenido de la tabla.	Reconocer las características explícitas, que determinan la gráfica, a partir, de la información presentada y Organizar la variación relacionada numéricamente.
2. ¿escribe qué variable depende de la otra? ¿Por qué?	Observar y registrar el contexto de la dependencia, entre variables.
3. ¿según los datos descritos, cuál es el valor invariante entre las modificaciones del rectángulo inicial? Justifica tu respuesta.	Caracterizar aspectos de la variación, como lo que permanece constante, a partir, de las transformaciones de la figura geométrica.
4. Teniendo en cuenta la altura y el área correspondientes al rectángulo inicial, enunciar los factores de variabilidad que tiene este primer rectángulo, es decir, las transformaciones sufridas.	Interpretar y expresar la variación, a través, del razonamiento multiplicativo, de acuerdo, a las variables presentadas.
5. ¿Qué tipo de relación tienen las variables del diagrama? ¿por qué?	Determinar la relación, que determinan las variables.
6. ¿Cómo es posible hallar el valor del área para la n-esima variación del rectángulo inicial? ¿por qué?	Abstraer y generalizar, a partir, de considerar lo que es invariante, en medio de lo que está variando, desde la información de la figura geométrica implicada.
7. Realiza el dibujo del rectángulo representado en la gráfica Cartesiana.	Interpretar las variables en la gráfica cartesiana, para la construcción de la figura geométrica en la información descrita.
8. ¿Qué sensaciones sentiste a través de esta actividad?	Expresar las impresiones vividas a través de la actividad.

**Tabla 3. Proceso de análisis tabla c.**

<b>Objetos, propiedades y relaciones. (construcción de expresiones algebraicas o construcción de fórmulas)</b>	<b>Situación/información.</b>
✓ Relación: “al ser las variables directamente proporcionales, tendrán por unidad el mismo costo (\$900). Haciendo así que la caja tipo “P” sea la más económica, ya que al tener menos cremas, tendrá menos costo. (grupo uno)	Situación 2. / Información uno.
✓ Algoritmo: “es fácil, solo es dividir, ninguna es más barata, es igual los costos, todo vale lo mismo”. (grupo dos)	Situación 2. / Información uno.



<p>✓ Relación: el área depende de la base por la altura porque así cuando multiplicamos la <math>b \times h</math> encontramos el área.</p> <p>✓ Relación: área: depende de la base por altura, porque al multiplicar base por altura obtendremos área</p> <p>Formula expresada:  <math>A = h \cdot b = h \cdot b = A</math></p> <p>✓ Relación: la variable (Y) depende de la (X) porque, al modificar la altura y hacerla más grande el área también aumenta (multiplicación).</p> <p>✓ Relación: el área depende de la altura ya que al aumentar o disminuir esta, el valor de la otra también varía.</p> <p>✓ Relación: El área depende de la altura porque al modificarse la altura, el área va cambiando (aumenta)</p> <p>✓ Relación: estas variables, tienen una constante de proporcionalidad</p> <p>Algoritmo: <math>K = \frac{3600}{4} \rightarrow K = 900</math></p> <p>Lenguaje natural Relación: “dividimos las variables dependientes entre las independientes para hallar la constante de proporcionalidad”. (grupo uno)</p> <p>✓ Algoritmo: si, dividimos el precio total del tipo por la cantidad de unidades, el precio obtenido es 900 pesos cada uno.</p> <p>Lenguaje natural: “cuál es el costo del producto, uno solo, si dividimos el precio con la cantidad, para costo unidad”. (grupo cuatro)</p> <p>✓ Lenguaje natural: “dividiendo el total del precio de cada tipo entre la cantidad de unidades, lo que dio es 900 pesos”.</p> <p>✓ Objeto: la base es el valor invariante porque 10cm. Es su valor fijo.</p> <p>El valor invariante es la base porque siempre permanece el valor sin importar los cambios que tenga la altura.</p> <p>✓ La base, porque en cada uno de los rectángulos es la misma, no cambia.</p> <p>La base no se modifica (10cm.) valor fijo.</p> <p>✓ La base es 10, porque aunque cambie la altura la base no varía.</p> <p>✓ Relación: ya que su altura varia va creciendo o aumentando su área en cada rectángulo primero se duplica, luego se triplica y por último se cuadruplica.</p> <p>✓ 1 rectángulo: es tres  2 rectángulo: se duplica  3 rectángulo: se triplica  4 rectángulo: se cuadruplica</p> <p>✓ Propiedad: VI: <math>X = \text{cantidad (U.)}</math> VD: <math>Y = \text{costo (\\$)}</math>.</p> <p>✓ Variable dependiente y variable independiente.</p> <p>✓ Variables.</p>	<p>Situación 2. / Información dos</p> <p>Situación 2. / Información dos</p> <p>Situación 2. / Información dos</p> <p>Situación 2. / Información dos</p> <p>Situación 2. / Información dos</p> <p>Situación 3. / Información uno</p> <p>Situación 3. / Información uno</p> <p>Situación 3. / Información uno</p> <p>Situación 3. / Información dos</p> <p>Situación 4. / Información dos</p> <p>Situación 5. / Información uno</p>
--	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Propiedades y relación: se encuentra en el mismo cuadrante, el valor es positivo, el ángulo no cambia (los valores si el ángulo no) variante directamente proporcional.</li> <li>✓ Propiedad: a medida que la altura aumenta el área también.</li> <li>✓ Se encuentra en el mismo cuadrante, el valor es positivo y el ángulo no cambia = los valores cambian pero el ángulo no.</li> <li>✓ Mientras la altura aumenta el área también, entonces, decimos que es una relación directamente proporcional.</li> </ul>	<p>Situación 5. / Información dos</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Relación y propiedad: directamente proporcional por que aumentan en la misma proporción. (grupo uno)</li> <li>✓ Directamente proporcionales, porque pasa por el eje (0,0) y aumentan en la misma proporción.(grupo dos)</li> <li>✓ Relación directamente proporcional, porque empieza desde el origen de coordenadas. (grupo tres)</li> <li>✓ Relación, propiedad y algoritmo: Directamente proporcional, porque las magnitudes aumentan en la misma proporción, porque al dividir Y/X el resultado siempre es igual.(grupo cuatro)</li> <li>✓ Son directamente proporcionales, ya que las dos aumentan al mismo tiempo. (grupo cinco)</li> </ul>	<p>Situación 6. / Información uno</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Formula y generalización: con la ecuación base X altura ya que esta se aplica a todas las gráficas por que la figura no cambia.</li> <li>✓ Es posible porque la altura por la base da el resultado del área.</li> <li>✓ Relación, formula, generalización y simbolización: La base siempre es fija y esta equivale a 10, como altura ponemos un valor “n” y lo multiplicamos para hallar el área porque para hallar esta se utiliza la formula <math>b \cdot h</math></li> </ul>	<p>Situación 6. / Información dos</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Formula: se multiplica la base por la altura.</li> <li>✓ Formula Aritmética y generalización: <math>\\$ = 900 \cdot U</math>. ejemplo: ¿qué costo tendrán 40 cremas?  <math>\\$ = 900 \cdot 40</math>  <math>\\$ = 36.000</math> (grupo uno).</li> <li>✓ Multiplicar la cantidad de unidades por 900, que es valor de cada unidad, y así se sabe el valor de la caja. (grupo dos)</li> <li>✓ Relación, expresión algebraica y generalización:  <math>\text{Precio} \leftarrow \mathbb{C} = K \cdot X \rightarrow N^\circ \text{ cremas}</math>  <math>\downarrow</math>            Constante de proporcionalidad.            (grupo tres)</li> <li>✓ Si, la formula seria <math>(Y = K \cdot X)</math>, siendo “K” la constante de proporcionalidad, “X” número de cremas y “Y” la incógnita = precio. (grupo cuatro)</li> <li>✓ <math>(Y = K \cdot X)</math> hallamos la relación directamente proporcional, luego la constante de proporcionalidad 900 y con esa fórmula <math>\rightarrow Y = K \cdot X</math> sabremos el precio de (X) <math>\rightarrow</math> ejemplos <math>Y = 900 \cdot 4 = 3.600</math>  <math>Y = 900 \cdot 20 = 18.000</math> (grupo cinco)</li> </ul>	<p>Situación 7. / Información uno</p>



<p>✓ Estudiante # 2: lo que pasa, es que nos están dando unos datos y hay que empezar a ordenarlos.</p>	
<p align="center"><b>Representaciones simbólicas. (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales)</b></p>	<p align="center"><b>Situación/información.</b></p>
<p>✓ Lenguaje natural: “La que tenga menos es la que tiene menor valor, por unidad vale lo mismo”. (grupo uno)</p>	<p>Situación 2. / información uno</p>
<p>✓ No, porque no importa la caja que compre, cada unidad cuesta 900 pesos. (grupo dos)</p>	<p>Situación 2. / información uno</p>
<p>✓ Sí, porque al tener la caja tipo “S” más unidades, están duraran más tiempo (grupo tres)</p>	<p>Situación 2. / información uno</p>
<p>Lenguaje natural: “la S es más económica, viene más cantidad, dura mucho más. A lo que otra estudiante responde, no, la P y la S son las más económicas por que al sumarlas P cuesta lo mismo y trae las mismas cantidades” (grupo tres)</p>	
<p>✓ Cada unidad independiente del tipo que sea sale al mismo precio 900 c/u), por ende ninguna es más económica.</p>	<p>Situación 2. / información uno</p>
<p>Lenguaje natural: “dilema, todas son económicas por que cuestan lo mismo por unidad, lo único que se ahorra es tiempo, ya que no regresa nuevamente a comprar más crema”. (grupo cuatro)</p>	
<p>✓ Todas son económicas ya que dependen de la cantidad es el precio de las cajas.</p>	<p>Situación 2. / información uno</p>
<p>“hay que ver el valor unitario, pero todas son económicas por que cuestan lo mismo por unidad, lo diferente son las cantidades” .grupo cinco)</p>	
<p>✓ Lenguaje natural: Estudiante #3: ¡profe!, ¿Cuáles son las variables? ¿Cómo así, quien depende de quién?</p>	<p>Situación 2. / información dos</p>
<p>Estudiante #2, responde: ¡pues, las medidas que nos están dando!</p>	
<p>✓ La altura depende de la base</p>	<p>Situación 2. / información dos</p>
<p>El área depende de la multiplicación de la base por la altura.</p>	<p>Situación 2. / información dos</p>
<p>✓ La base depende de la altura y la altura de la base para poder hallar el área. Variable dependiente “área”.</p>	<p>Situación 2. / información dos</p>
<p>✓ La base de la altura, ya que si no tenemos una de las dos no podremos encontrar el área de una figura.</p>	<p>Situación 2. / información dos</p>
<p>✓ Si es posible porque la cantidad no hace que el precio de cada unidad no varié. (grupo dos)</p>	<p>Situación 3. / información uno</p>
<p>✓ No es posible ya que cada año aumentara el precio de las cremas por el motivo de que tendrán más ingredientes, nuevos estilos.(grupo tres)</p>	<p>Situación 3. / información uno</p>
<p>✓ Si, su valor seria cada unidad a 900 pesos. (grupo cinco)</p>	<p>Situación 3. / información uno</p>
<p>✓ La base por que no se modifica es una base fija.</p>	<p>Situación 3. / información uno</p>
<p>El valor invariante es la base (10cm.)</p>	<p>Situación 3. / información uno</p>
<p>Lenguaje natural: Estudiante #4: ¡profe! ¿Qué significa invariante?</p>	<p>Situación 3. / información dos</p>
<p>Estudiante #5: ¡profe!, la medida que no cambio, fue la de la base.</p>	<p>Situación 3. / información dos</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Representación gráfica: nombramiento de magnitudes, nombre de ejes, proyección completa de los puntos como unión e intersección de puntos, faltando los valores relacionados en la situación.(grupo uno)</li> <li>✓ Representación gráfica: nombramiento de magnitudes, nombre de ejes, proyección completa de los puntos como unión e intersección de puntos, y ubicación de los valores relacionados en la situación.(grupo dos)</li> <li>✓ Representación gráfica: solo se reconoce, la proyección completa de la unión de puntos.(grupo tres)</li> <li>✓ Representación gráfica: nombramiento de magnitudes, proyección completa de los puntos como unión e intersección de puntos, ubicación de los valores relacionados en la situación, faltando, el nombramiento de los ejes coordenados.(grupo cuatro)</li> <li>✓ Representación gráfica: nombramiento de magnitudes, nombre de ejes, proyección completa de los puntos como unión pero no como intersección de puntos, faltando ubicar los valores relacionados en la variable independiente en relación a la situación.(grupo uno)</li> </ul>	<p>Situación 4. / información uno</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Sus transformaciones aumentan en 3 tiempos (3,30) (6,60) (9,90) (12,120)</li> <li>1t. se duplica 3t. cuadruplica</li> <li>2t. se triplica</li> <li>✓ La altura aumenta en un factor de 3 cm. (triplica) y el área en un factor de 10 cm.</li> <li>✓ Sus transformaciones aumentan en 3 tiempos.</li> <li>✓ La variable del rectángulo se denota en la altura que asciende en una escala de 3 en 3 y por consiguiente el área aumenta en una escala de 30 en 30, se triplica.</li> <li>✓ Se triplica en la transformación</li> <li>Multiplicación sería el factor / para aumentar la altura.</li> <li>✓ Que el área fue subiendo de a 30 cm. Y la altura subía de a 30 cm.</li> <li>Se triplica.</li> <li>✓ La relación es que la base siempre es de 10cm. Y su altura se modificó 3 veces triplicándolas.</li> </ul>	<p>Situación 4. / información dos</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Ascendente, porque va aumentando la variable de la altura y con esto su área.</li> <li>✓ Interpretación de la gráfica cartesiana para representar la figura implicada: se interpreta un rectángulo con una altura de 3 cm. una base de 10cm. y un área de 30 cm.</li> <li>✓ Interpretación de la gráfica cartesiana para representar la figura implicada: se realiza un rectángulo sobre el primer cuadrante de la gráfica cartesiana, a través de segmentos de líneas que abarcan la recta representada a partir de la relación de proporcionalidad,</li> </ul>	<p>Situación 7. / información dos</p>

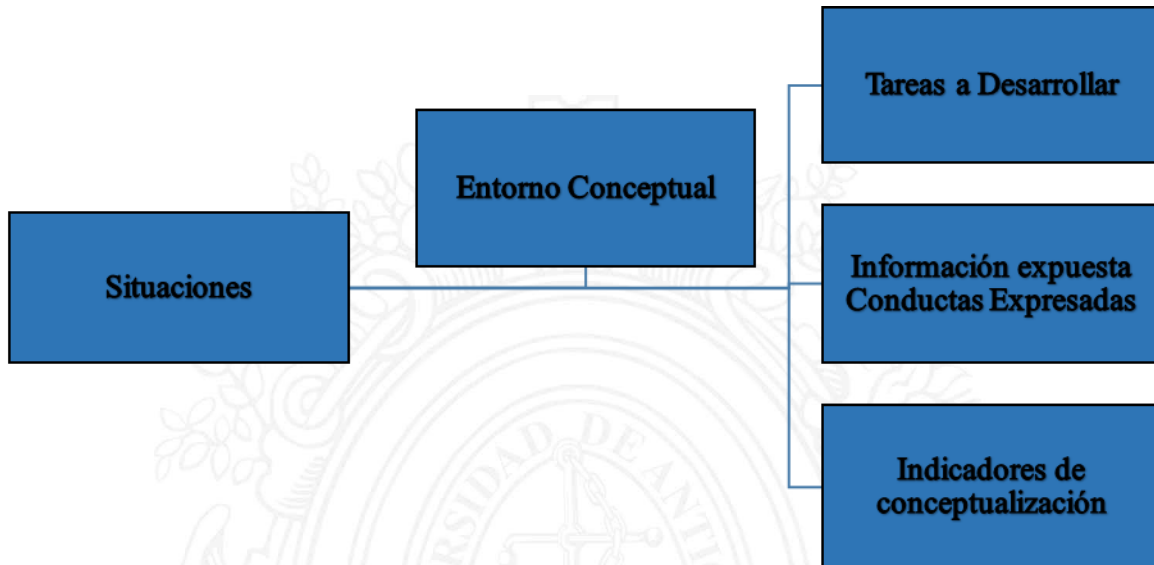
<p>también, tiene en sus ejes coordenados valores numéricos, pero no están nombrados ni tampoco reconocidas las magnitudes.</p> <p>✓ Interpretación de la gráfica cartesiana para representar la figura implicada: representación de la figura geométrica con sus respectivas transformaciones explicitadas en las variables implicadas y escribiendo los valores correspondientes a la altura</p> <p>✓ Interpretación de la gráfica cartesiana para representar la figura implicada: representación de la figura geométrica con sus respectivas transformaciones explicitadas en las variables implicadas y escribiendo los valores correspondientes a la altura y base en cm. y los valores respectivos del área en <math>cm.^2</math></p> <p>✓ Interpretación de la gráfica cartesiana para representar la figura implicada: se representa un rectángulo con una medida de 3 cm. sobre el lado más largo que se encuentra sobre el eje X, el cual, esta nombrado, con la variable altura, y el otro lado con una medida de 10cm., este, sobre el eje Y, nombrado con la variable área, los ejes tienen los valores correspondientes a la información dada y la figura abarca la línea recta que representa la relación de proporcionalidad directa.</p> <p>✓ Interpretación de la gráfica cartesiana para representar la figura implicada: se representa un rectángulo, a partir de una distancia señalada de 3cm. desde el eje Y, nombrado con la variable área, hasta el primer punto de intersección de las dos variables, se traza uno de los lados del rectángulo, el cual, contiene varias medidas señaladas de 6cm. 9cm. y 12 cm, las cuales, están sobre el eje X, nombrado con la variable altura. Sobre el eje Y se traza el otro lado del rectángulo, con una medida de 10 cm, la figura geométrica, abarca la recta que corresponde a la recta de la relación de proporcionalidad directa,</p> <p>✓ Interpretación de la gráfica cartesiana para representar la figura implicada: se representa un rectángulo sobre el primer cuadrante de la gráfica cartesiana, el cual, tiene una medida de 10 cm. sobre el eje X, y otra de 12 cm. sobre el eje Y con los valores señalados de 3cm. 6 cm. 9cm. y 12 cm. a lo largo del eje, también, se realizó una tabla señalando el eje coordenado X como la base y con la medida de 10 cm. para cada caso en el eje coordenado Y, el cual, señala la altura, con sus respectivas variaciones de 3cm; 6cm; 9cm. y 12 cm.</p> <p>✓ Lenguaje natural: Evaluación, sentimos que evaluaron los conocimientos adquiridos en las clases anteriores de física.</p> <p>✓ Emoción porque era un tema que ya conocíamos.</p> <p>✓ Alegría y entusiasmo.</p> <p>✓ Todas hablamos de lo mismo pero lo decíamos en diferentes palabras y por eso no estábamos de acuerdo con lo de la otra.</p> <p>✓ Nos pareció sencillo ya que fue temas que hemos visto, y nos ayuda mucho a recordar y repasar los conceptos.</p>	<p>Situación 8. / información uno</p> <p>Situación 8. / información dos</p>
--	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Sentimos muchas dudas al comienzo pero después nos dimos cuenta de que era fácil y nos sentimos un poco seguras ya para realizarlo.</li> <li>✓ Tuvimos una sensación de inquietud ya que habían puntos los cuales no sabíamos resolver pero al final reunimos nuestras capacidades y logramos realizar todos los puntos.</li> <li>✓ Sentimos ganas de resolverlo sin dificultades.</li> </ul> <p>Confusión al iniciar a llenar la tabla. Impotencia. Sentí dificultad.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Una sensación de poca lógica porque no entendíamos casi.</li> <li>✓ Fue una actividad “lúdica” que nos permitió compartir nuestros conocimientos, aprender de las demás compañeras y pensar.</li> <li>✓ Al principio nos pareció difícil porque no habíamos analizado el trabajo, pero una vez comprendida la lectura se nos facilitó para poder realizar el trabajo.</li> </ul>	
---	--

Para comprender mejor el proceso de análisis, se hará una clasificación de las situaciones propuestas a las estudiantes, en un entorno conceptual, el cual, se entenderá como los presupuestos que contribuirán a la conceptualización de la variable, esto, a través, de las tareas a desarrollar, teniendo en cuenta, las informaciones expuestas en cada situación y las diversas conductas expresadas por las estudiantes, a partir, de las diferentes representaciones usadas, en la solución de las respectivas tareas, lo que finalmente incidirá en unos indicadores de conceptualización.

La figura 7 relaciona la información anterior:

**Figura 7. Proceso de análisis.**



#### 4.5. Entorno conceptual de la variable:

El campo conceptual de la variable, relacionado estrechamente con la variación, está configurado, a partir, de la construcción de expresiones algebraicas o construcción de fórmulas, las tablas de igual forma, constituyen una herramienta necesaria para su comprensión, el estudio de patrones en escenarios geométricos o numéricos, los cuales son usados para reconocer y describir regularidades o patrones, permiten entender los estados de dependencia en las gráficas cartesianas, donde son detallados aspectos como: la relación explícita entre variables que determinan una gráfica, las cuales, pueden ser iniciadas con la identificación de nombres para los ejes coordenados y también la comprensión del razonamiento multiplicativo, por su estrecha relación con el razonamiento proporcional.

Al respecto los lineamientos curriculares del MEN (1998) Expresan lo siguiente:

(...) las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación, el análisis de relaciones funcionales y de la variación en general para explicar de qué forma un cambio en una cantidad produce un cambio en otra, y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables, todos éstos desarrollos propios del pensamiento Variacional. (p. 17)



(...) En los contextos de la vida práctica y en los científicos, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa). Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático. (p. 50)

(...) La tabla también se constituye en una herramienta necesaria para la comprensión de la variable, pues el uso de filas con variables ayuda a que el estudiante comprenda que una variable puede tener un número infinito de valores de reemplazo. Además, el uso de variables en la tabla también ayuda a la escritura de las expresiones algebraicas, tipo retórico o fórmulas para describir la variación o el cambio.

(...) En las matemáticas los escenarios geométricos o numéricos también deben ser utilizados para reconocer y describir regularidades o patrones presentes en las transformaciones. Estas exploraciones permiten, en una primera instancia, hacer una descripción verbal de la relación que existe entre las cantidades (el argumento y el producto terminado que se lee primero) que intervienen en la transformación.

(...) Por su parte, las gráficas cartesianas también pueden ser introducidas tempranamente en el currículo. Ellas hacen posible el estudio dinámico de la variación. La relación explícita entre las variables que determinan una gráfica puede ser iniciada con situaciones de variación cualitativa y con la identificación de nombres para los ejes coordenados.

(...) Los contextos de la variación proporcional integran el estudio y comprensión de variables intensivas con dimensión, así como también ayudan al estudiante a comprender el razonamiento multiplicativo. (p. 51)

De manera, que todos los ambientes relacionados a la variación, brindan oportunamente un espacio conceptualmente enriquecido, que permiten dar un sentido claro a la conceptualización de la variable, por ello, este entorno conceptual ha sido determinado, a partir, de las consideraciones hechas en los párrafos anteriores.

#### **4.5.1. Los conceptos:**

Teniendo en cuenta que las situaciones de variación, se pueden comprender como situaciones en las que interviene varios elementos, los cuales, cambian en el transcurso del tiempo, estos, a su vez, cuantificables y llamados magnitudes, correspondientes a la variable real en representaciones en un sentido funcional, conceptos como: magnitud discreta y magnitud continua, hacen parte del entorno conceptual de la variable, a su vez, es importante considerar los sistemas de datos y sus representaciones, para identificar apropiadamente la variación, que acontece en el

fenómeno observado, de esta forma, se precisa incluso, la magnitud de los cambios, teniendo en cuenta el tiempo, esto, como inicio desde la básica primaria como lo indicada los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas MEN (2006):

(...) Esta manera de acercarse al pensamiento variacional está muy relacionada con el manejo de los sistemas de datos y sus representaciones. Por el análisis cuidadoso de esas representaciones se puede identificar la variación que ocurre y, en algunos casos, llegar a precisar la magnitud de los cambios y aun la tasa de cambio en relación con el tiempo. (p. 67)

De igual manera, a partir de la básica secundaria, se incluye el sistema algebraico, haciendo uso de representaciones tales como: tablas numéricas, las gráficas como diagramas y de lenguaje, ya que dan vía, al enunciado de patrones y criterios de reproducción de los mismos y también, en la elaboración general de procedimientos algorítmicos o de fórmulas.

Entender los patrones implica nociones y conceptos del pensamiento variacional, como: constante, variable, función, razón, dependencia e independencia entre variables y también, a los tipos de modelos funcionales como el lineal o graficas lineales y análisis de relaciones funcionales en contextos cotidianos, como lo expresa los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas MEN (2006):

(...) En la Educación Básica Secundaria, el sistema de representación más directamente ligado con las variaciones es el sistema algebraico, pero éstas también se expresan por medio de otros tipos de representaciones como las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas), las gráficas (diagramas) y las icónicas, que actúan como intermediarias en la construcción general de los procedimientos, algoritmos o fórmulas que definen el patrón y las respectivas reglas que permiten reproducirlo.

El estudio de los patrones está relacionado con nociones y conceptos propios del pensamiento variacional, como constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia e independencia de una variable con respecto a otra, y con los distintos tipos de modelos funcionales asociados a ciertas familias de funciones, como las lineales. (p. 67)

Los conceptos de proporcionalidad directa, relacionados a partir del estudio de las funciones lineales, ya que posibilitan recrear fenómenos que acontecen en lo cotidiano y en las ciencias en general, son pertinentes, como un concepto de alto nivel configurativo, el cual, desde el análisis de procesos de variación y cambio, posibilitan la conceptualización de propiedades en relación a lo

numérico y lo variacional, como la covariancia entre variables a través de contextos, tanto, aritméticos como de orden funcional, en este sentido Balvin y Obando (2006) expresan:

(...) en este sentido, la proporcionalidad se asume como un concepto altamente estructurante que, a partir del estudio de los procesos de variación y cambio, permiten conceptualizar aspectos relativos a lo numérico y lo variacional: dado que a través del estudio de situaciones que impliquen proporcionalidad se ponen en correlación dos o más variables, entonces se conceptualizan la proporcionalidad tanto en relación con la aritmética, como en relación con el concepto de función. (p. 77)

(...) Este tipo de razonamiento implica establecer relaciones entre relaciones (relaciones de segundo orden), y al involucrar la covariación, está estrechamente relacionado con las nociones de variable y variación. Esto hace que el razonamiento proporcional se constituya en la cúspide del desarrollo del pensamiento aritmético, y en la puerta de entrada al pensamiento algebraico. Esto se pone en evidencia en tanto que a través del razonamiento proporcional se pueden modelar situaciones que involucran distintos niveles de igualdad, distintos niveles de variables, y transformaciones e invariantes (Lesh y otros 1988). Las situaciones que en general implican razonamiento proporcional son aquellas en las que se encuentran productos, razones y proporciones, tales como: equivalencia entre fracciones, porcentajes, conversión de medidas, velocidades, razones de cambio, funciones, etc. (p. 81)

También, intervienen conceptos articulados a la variación, a partir de, objetos geométricos y sus particularidades, esto, en la medida del cambio de medidas de las cantidades asociadas con las transformaciones de esos objetos, donde se efectúan abstracciones y generalizaciones, teniendo en cuenta, lo que es invariante en medio de los aspectos variables, en una situación presentada, igualmente, intervienen conceptos aritméticos que generalmente se presentan en ambientes matemáticos de forma estática, pero que en este tipo de contexto, se muestran en un sentido más dinámico.

Para finalizar, son fundamentales en la conceptualización de la variable, los conceptos de magnitudes compuestas a partir de otras magnitudes simples, las cuales, permiten comprender, conceptos como: área, volumen, velocidad, aceleración etc.

#### **4.5.2. Gráficas cartesianas:**

Ha sido un recurso fundamental de la humanidad en la manipulación de lo que observa, para retenerlo, comprenderlo y comunicarlo, el uso de signos que se comportan complementariamente con los sistemas numéricos y textuales. Existen ocasiones propias, donde

varios tipos de gráficos actúan de forma simultánea y complementaria; este es el caso de la inclusión de informaciones icónicas sobre un diagrama cartesiano, es así, como el gráfico da la posibilidad y según las necesidades que se tengan, a la movilización de capacidades icónicas. En este sentido Lacasta (1998) realiza la siguiente afirmación:

(...) el enfoque semiológico tiene en cuenta la información que el gráfico da, cómo la da y sobre qué la da. El ser humano ha construido desde antiguos sistemas de signos para retener, comprender y comunicar las observaciones que le son necesarias. Jacques Bertin (1973) considera que “la representación gráfica es un sistema de signos monosémico”; es decir, que el significado de cada signo es único y que su conocimiento es anterior a la observación de la composición de los signos, que constituye la parte racional del mundo de las imágenes. (p. 105)

Desde el uso pleno de las percepciones visuales se pueden relacionar, dos perspectivas centrales que competen a las gráficas y a partir de las cuales, con un uso asertivo, posibilitan retener de manera simulada el registro de las diferentes características de una función, y del otro lado, es una herramienta para la investigación, empleada en la búsqueda de soluciones para ciertos problemas, lo que lo hace un instrumento potente. La percepción consiste en definir las relaciones que se establecen en la imagen, entre imágenes o entre imágenes y naturaleza. La labor de lectura esta entre sus significados, Lacasta (1998) afirma lo siguiente sobre esta consideración:

(...) la función fundamental del gráfico es doble: Por una parte, una especie de memoria artificial, que permite registrar en particular diferentes características de una función, y, por otra parte, puede ser un instrumento para la investigación, para la búsqueda de soluciones a ciertos problemas. En todo caso se hace eficaz cuando se emplean plenamente las propiedades de la percepción visual. (p. 106)

El uso de las gráficas abarca la representación lineal de los números en la recta numérica; la representación de conceptos geométricos por medio de figuras; la representación de relaciones entre variables, de aquí, pueden apreciarse el uso del plano cartesiano en dos sentidos:

- Para representar analíticamente lugares geométricos, es decir, el conjunto de puntos que satisfacen una ecuación en dos variables.
- Para realizar representaciones gráficas de funciones, que ilustran covariancia entre dos magnitudes, el cual, es precisamente el uso que nos apremia en este trabajo.

Podemos apreciar varias formas de efectuar las representaciones a partir de la gráfica

cartesiana:

- Representando un comportamiento global, como crecimiento o decrecimiento de una magnitud respecto de la otra.
- Representando un comportamiento detallado, reconociendo concavidad como representación de crecimiento o decrecimiento, más rápido o más lento.
- Representando punto por punto, ubicando parejas ordenadas y uniendo los puntos con trazos continuos, incluye el conocer algo de medición y datos numéricos para representar las magnitudes con números reales.
- Realizar la gráfica a partir de la expresión funcional, para determinar puntos críticos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad, puntos de inflexión, máximos, mínimos, asíntotas, etc.

Al respecto, los Lineamientos Curriculares para el Área de matemáticas MEN (1998) realizan la siguiente afirmación:

(...) Por su parte, las gráficas cartesianas también pueden ser introducidas tempranamente en el currículo. Ellas hacen posible el estudio dinámico de la variación. La relación explícita entre las variables que determinan una gráfica puede ser iniciada con situaciones de variación cualitativa y con la identificación de nombres para los ejes coordenados.

Los contextos de la variación proporcional integran el estudio y comprensión de variables intensivas con dimensión, así como también ayudan al estudiante a comprender el razonamiento multiplicativo.

Particularmente la gráfica tiene como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables, gestando la noción de función como dependencia. (pp. 50-51)

#### 4.5.3. Representaciones:

Se hace pertinente considerar, que el sujeto, a través de las representaciones de las situaciones de cambio, debe crear, vínculos entre las situaciones reales y las ecuaciones representativas que designan la covariancia, al igual, que entre las situaciones reales y las gráficas cartesianas de esas relaciones, esto, hace referencia a la obtención y registro de información de la situación partiendo de la gráfica o de la ecuación.

Las representaciones en la situación de variación determinan las siguientes representaciones:

- Representaciones verbales: frases, palabras, escritos que expresan el comportamiento de las magnitudes.
- Representaciones gráficas: se refieren a expresiones a través de dibujos que señalan aspectos de la situación.
- Representaciones algebraicas: se refieren al conocimiento de las reglas de aplicación y destreza en la manipulación de los símbolos correspondientes a cada una de las ramas de la matemática.

En este sentido los Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas MEN (1998) afirma lo siguiente:

(...) Al respecto se dice que la comunicación juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas. Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas. (p. 74)

#### **4.6. Designación de los indicadores de conceptualización:**

Para designar los indicadores conceptuales, se ha puesto atención, en el hecho, de que aprender cómo proceso, comporta una interacción activa, entre quien aprende y los entornos, es decir, entre los mismos sujetos y de los procedimientos en los ambientes matemáticos, de allí, parte una importante cualidad y es la capacidad de su comunicación y el convenio en sus posibles designaciones. Se trata de fomentar la toma de decisiones de manera autónoma, la exposición de opiniones de forma democrática, generar debates, que propicien capacidades de juicio, con argumentos consistentes, lo que de antemano, exige el trabajo en equipo e interdisciplinario en las clases de matemáticas. Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) al respecto exponen estas consideraciones:

(...) El aprendizaje se propone como un proceso activo que emerge de las interacciones entre estudiantes y contextos, entre estudiantes y estudiantes y entre estudiantes y profesores en el tratamiento de las situaciones matemáticas.

Estas formas de interacción tienen importancia capital para la comunicación y la negociación de significados. Por ello se enfatiza en el diseño de situaciones matemáticas que posibiliten a los estudiantes tomar decisiones; exponer sus opiniones y ser receptivos a las de los demás; generar discusión y desarrollar la capacidad de justificar las afirmaciones con argumentos. Todo ello conlleva a incluir en la organización del aprendizaje matemático el trabajo en equipo y a fomentar la cooperación entre los estudiantes, la cual no excluye momentos de competición sana y leal entre ellos o con otros cursos, grados y colegios. (MEN, 2006, p. 73)

Uno de los primeros elementos de conocimiento adquirido, en el sentido de la variación, enfatiza, en la observación del cambio de un evento, posterior a ello, se relacionan cambios a partir de fenómenos físicos y luego en relación de los mismos con el transcurso del tiempo, se aprenden las magnitudes que cambian y las magnitudes que lo hacen en relación al tiempo. Estos cambios pueden ser expresados de forma verbal, por ejemplo, desde frases como: “aumenta”, “disminuye” o se “mantiene constante”, con dibujos que señalan modificaciones o con símbolos algebraicos que reflejen la dependencia del cambio entre dos magnitudes. Una gráfica Cartesiana se puede expresar, como una función, estos indicadores de conceptualización, pueden diferenciarse desde el tipo de tarea que el sujeto está en capacidad de realizar y en el orden de nivel de abstracción de la siguiente manera:

1) Hacen dibujos para representar la situación y magnitudes involucradas, describen relaciones y hacen predicciones.

2) Representan con gráfica cartesiana la relación entre dos magnitudes, identificando magnitudes involucradas, representándola con segmentos y registrando su comportamiento.

3) Describen con sus propias palabras lo que sucede en la situación de variación, identifican magnitudes que cambian y que permanecen constantes en el transcurso del tiempo, establece relaciones entre magnitudes (covariación), hacen predicción de la situación.

4) Representan tabularmente situaciones de variación, mediante valores de medidas de magnitudes, en contextos de carácter aritmético como geométrico, para describir relaciones y comportamientos entre variables.

5) Establecen relaciones funcionales entre magnitudes, desde las relaciones geométricas o a partir de otro tipo de observaciones usando técnicas de manipulación de símbolos, hasta lograr procesos de generalización.

Análisis y reflexión crítica de los procesos realizados por las estudiantes:

La tabla 1 relaciona los objetos, propiedades y relaciones (construcción de expresiones algebraicas o construcción de fórmulas) y la tabla 2 relaciona las representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales), a partir de los cuales, las estudiantes dan respuesta a las situaciones propuestas.

**Tabla 5. Proceso de análisis tabla e.**

<b>Situación 1 Información uno</b>	
<b>Tabla 1</b>	<b>Tabla 2</b>
Observación:	Observación: Desde de la información uno, se contextualizan los datos numéricos correspondientes a una situación cotidiana y la situación 1, provee una tabla, que permite ordenar esta información, a partir de la cual, se pueden identificar comportamientos y relaciones, en este sentido, las estudiantes usan la tabla para ordenar los datos relacionados en la situación y reconocen las magnitudes implicadas, identificando a su vez, el tipo de variable y el nombre de las mismas, en sus expresiones orales, justifican, que “la tabla es usada para organizar los datos” y que “así es más fácil ver cual variable depende de la otra”, establecen la relación de dependencia entre variables, también, indican, que es necesario “tener en cuenta las variables, la variable independiente”, igualmente expresan que “se debe organizar los datos para poder guiar el resto” también



	dicen que “hay que llenar los datos de forma entendible, ordenada, importante nombrar las variables”, por tanto, la situación es abordada generalmente como un recurso para identificar de manera ordenada características implicadas en la información, las cuales establecen relaciones y comportamientos de las variables.	
<b>Situación 1 información dos</b>		
<b>Tabla 1</b>	<b>Tabla 2</b>	
Observación:	Observación: a partir, de la situación 1 y la información dos, el cual, corresponde a una figura geométrica descrita como un rectángulo, se pretende ordenar la información brindada desde dos representaciones, una descrita, a partir, del diagrama propuesto y la otra que representa numéricamente la figura, desde esta situación, las estudiantes encuentran dudas acerca de la finalidad de la tabla presentada, esto, expresado de forma oral desde la siguiente pregunta ¿ profe, que hacemos con la tabla?, y desde las afirmaciones inseguras sobre este aspecto, en su discusión, “yo veo que hay unos datos en el enunciado que son las medidas de un rectángulo, y creo que hay que escribirlos en los espacios de la tabla”, del otro lado, una estudiante reconoce y confirma el uso de la tabla con la siguiente afirmación: “ lo que pasa, es que nos están dando unos datos y hay que empezar a ordenarlos”. Luego de estas afirmaciones, finalmente, las estudiantes logran ordenar los datos numéricos y nombrar las magnitudes implicadas en la situación, pero no reconocen la dependencia entre variables.	
<p><b>Indicador de conceptualización:</b> hacer uso de tablas que relacionen datos numéricos en contextos cotidianos, otorga una ocasión a las estudiantes para ordenar datos numéricos, a partir de los cuales, logran identificar características específicas de las variables, como su estado de dependencia y el nombramiento de magnitudes , lo que en un contexto geométrico, presento mayor dificultad, y en el cual, si bien, las estudiantes consiguen finalmente dar un uso acertado a la tabla después de realizar ciertas aproximaciones, no llegan a reconocer estados de dependencia entre variables, como sucedió en el contexto numérico, proporcionado a partir, de la información del contexto cotidiano.</p> <p>En relación a la información anterior, se puede apreciar un indicador de conceptualización de la variable, en tanto, que: <b>Representan tabularmente situaciones de variación, mediante valores de medidas de magnitudes en contextos de carácter aritmético como geométrico, para describir relaciones y comportamientos entre variables.</b></p>		

**Tabla 6. Proceso de análisis tabla f.**

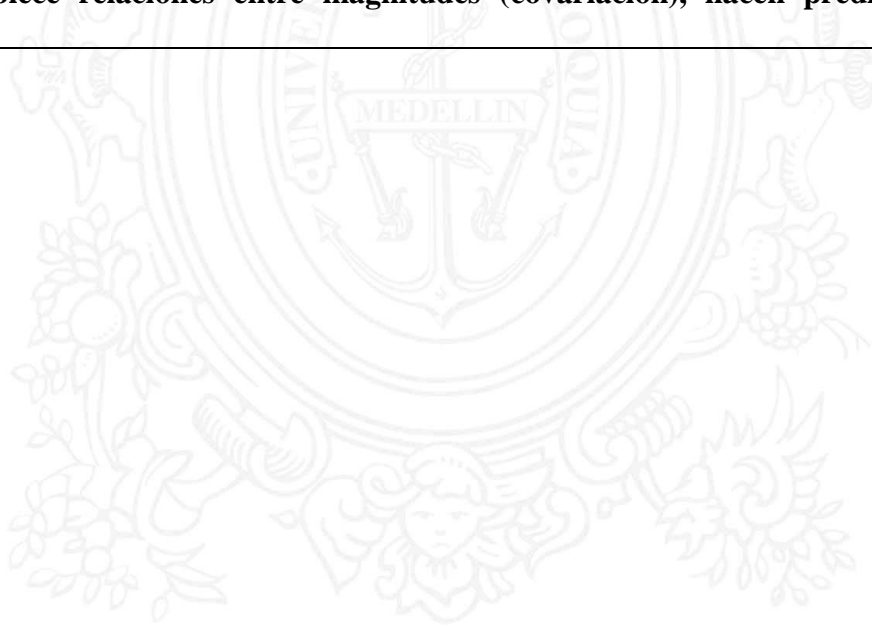
<b>Situación 2 – 3 Información uno</b>	
<b>Tabla 1</b>	<b>Tabla 2</b>
Observación: A partir de la situación 2 y la información uno, se relaciona un contexto cotidiano sobre una situación numérica, la cual, implica precisar, el valor relativo al costo por cantidad, lo que permite a su vez, encontrar una cantidad que permanece invariante entre las	Observación: A partir de la situación 2 y la información uno, en este mismo sentido, desde el lenguaje natural, se expresan razonamientos donde se considera el valor constante pero no se percibe en las expresiones el uso de invariantes en un

<p>diferentes cantidades, en este sentido, dos grupos de estudiantes consideraron el tratamiento para esta situación, a partir, de razonar, de que se trataba de una relación de proporcionalidad directa, expresándolo de forma escrita y dejando ver, que existe un número constante dentro de los valores propuestos, de igual forma, utilizan el algoritmo de la división para encontrar el valor constante.</p> <p>Desde la situación 3 las estudiantes se expresan haciendo uso de los algoritmos en un sentido aritmético hallando la cantidad fija pedida en la situación a través de la división, y justificando su acción con el lenguaje natural, diciendo que “dividimos el precio con la cantidad, para costo unidad”, es decir, esta situación propicia en las estudiantes el uso de elementos aritméticos para su tratamiento con la finalidad de hallar patrones involucrados en la situación.</p>	<p>sentido explícito, lo cual, no quiere decir que no esté en su repertorio de conocimientos para abordar la situación, pero, no se hacen manifiestos como parte de los mismos, también, relacionan la situación a una cuestión de tiempo, pero, pierden la perspectiva de la situación, en el sentido de que se trata de hallar un valor constante dentro de los valores, se considera de igual forma la distancia, teniendo claro que no es un dato dentro de los presentados en la situación, lo cual no aporta nada de forma concreta .</p> <p>Desde la situación 3 haciendo uso del lenguaje natural se percibe un contraste en los argumentos expresados, de un lado se reconoce que es posible hallar una cantidad fija dentro de los costos, pero a su vez, se encuentra una respuesta que afirma la imposibilidad de hallar este valor, debido a que cada año aumentara el precio por motivos en cuanto a sus componentes y estilos, es decir, a partir de estas últimas afirmaciones, las estudiantes relacionan el tiempo y las características de composición de los productos, como variables que son determinantes dentro de la situación, desconociendo las variables implicadas para dar la respuesta.</p>
<p><b>Situación 3 información dos</b></p>	
<p><b>Tabla 1</b></p>	<p><b>Tabla 2</b></p>
<p>Observación: en la situación 3 y la información dos, se relaciona un contexto geométrico, donde se describe un rectángulo y sus respectivas medidas, las cuales, han sufrido unas transformaciones consecutivamente, las características explícitas relacionadas en la información, permiten determinar el valor invariante, que se solicita en la situación, un grupo de estudiantes identifican la base como el valor invariante, esto, explicado, desde el hecho, que es un valor fijo, justificado como el valor que siempre permanece, sin importar los cambios que tengan las otras medidas, también, es apreciada la propiedad, desde observar que en</p>	<p>Observación: A partir de la situación 3 y la información dos, en este mismo sentido, surgen dudas, con preguntas que indagan por el significado de ser “invariante”, también, hay afirmaciones verbales como: “la medida que no cambio fue la base”, “la base por que no se modifica es una base fija”, esta última afirmación, por ejemplo a pesar de ser cierta no explícita la relación, que es buscada ser hallada considerando la situación.</p>



los diferentes rectángulos no se modifica la base, la expresión al respecto de parte de las estudiantes, es realizada de manera escrita.	
--	--

<p><b>Indicador de conceptualización:</b> a partir de situaciones que indaguen implícitamente por el análisis de valores invariantes desde situaciones cotidianas que involucren datos numérico y desde situaciones donde se presentan figuras geométricas se pueden caracterizar procesos que permiten la conceptualización de la variable, esto, se hace evidente, dado que las estudiantes llegaron a reconocer relaciones de proporcionalidad, el uso del algoritmo de la división, las apreciaciones hechas, a partir de las medidas en una figura geométrica y sus relaciones y cantidades constantes, todo esto, expresado de forma explícita e implícita, en una manera oral y escrita, lo cual, se puede entender como un indicador de conceptualización, en el siguiente sentido: <b>Describen con sus propias palabras lo que sucede en la situación de variación, identifican magnitudes que cambian y que permanecen constantes en el transcurso del tiempo, establece relaciones entre magnitudes (covariación), hacen predicción de la situación.</b></p>
--



**Tabla 7. Proceso de análisis tabla g.**

<b>Situaciones 4 y 5 Información uno</b>	
<b>Tabla 1</b>	<b>Tabla 2</b>
<p>Observación: la propuesta hecha en la situación 5, a partir de la información uno, es realizada con la intención de hacer uso, del reconocimiento efectuado en la situación anterior, para caracterizar las magnitudes en un sentido de variabilidad y estado de dependencia, y a partir de esto, poderlas nombrar de forma adecuada dentro del contexto matemático, vale la pena precisar que el lenguaje utilizado en la situación, trae implícitamente su respuesta. Las estudiantes, en este sentido, lograron reconocer las propiedades mostradas por las magnitudes implicadas, en el entorno de la información presentada, y las representaron de forma simbólica, haciendo alusión al plano cartesiano, desde los ejes coordenados, es decir, como variable independiente correspondiente al eje X y como variable dependiente correspondiente al eje Y, de igual forma colocando el nombre de las magnitudes correspondientes a cada variable, también, se identifican como variable dependiente e independiente, reconociendo el estado de dependencia entre las mismas o simplemente caracterizándolas como variables.</p>	<p>Observación: a partir de la situación 4 en relación a la información uno, se pretende, que las estudiantes reconozcan las características presentadas a través de la gráfica, lo que a su vez, permite visualizar su comportamiento, es decir, las situaciones cuatro y cinco, tienen estrecha relación en este sentido, ahora, partiendo de esta idea, se pudo observar, que los diferentes grupos de estudiantes efectuaron el reconocimiento de distintas maneras, si bien, la mayoría de grupos alcanzaron a reconocer las magnitudes, un grupo no logro este fin, la ubicación de los valores en la gráfica, no fue llevada a cabo, por tres grupos, el nombramiento de los ejes, no fue hecho por dos grupos, la proyección completa de los puntos como intersección y unión de puntos la efectuaron de forma completa, tres grupos, de manera que, si lograron reconocer unas características en la gráfica, se desconocieron otras, lo cual, tendría que profundizarse, en el sentido, de poder identificar, si se trata de algo que no está en su repertorio de conocimientos o si es simplemente algo no realizado, por falta de atención, ya que, algunos grupos realizaron reconocimientos que otros no y viceversa. Existe una ruptura de la caracterización de la variable a partir de esta situación, no es claro, el reconocimiento de todos los aspectos que incluye el uso del plano cartesiano en un entorno de variación, puede profundizarse esta consideración, teniendo en cuenta, que los aspectos no reconocidos y los reconocidos fueron diferentes entre los grupos de estudiantes.</p>
<b>Situaciones 2 y 4 información dos</b>	
<b>Tabla 1</b>	<b>Tabla 2</b>
<p>Observación: Desde la situación 2 en la información dos, se pretende reconocer el estado de dependencia, entre las variables implicadas y de igual forma, descubrir, características importantes en relación a las mismas, a partir, de la figura geométrica</p>	<p>Observación: a partir, de la situación 2 y la información dos, la idea principal de la situación es reconocer el estado de dependencia, entre las variables, en este sentido, se generan las siguientes preguntas, de parte de las estudiantes: “¿Cuáles son las</p>

<p>presentada, en este sentido, las estudiantes, expresan su respuesta de manera simbólica y de forma verbal escrita, citando la fórmula geométrica para hallar el área de un rectángulo, y posteriormente, escribiendo, que el área depende de la base por la altura, lo cual, es cierto, pero, en relación al gráfico, se debe precisar, que la altura era la variable independiente, la cual fue nombrada en el eje X, ya que, de igual forma la base se había presentado, como dato dentro de la situación, pero, como un valor fijo, también, las estudiantes expresan, que la variable Y depende de la X, “porque al modificar la altura y hacerla más grande el área también aumenta” y colocan la palabra multiplicación entre paréntesis, de igual forma dicen: “el área depende de la altura ya que al aumentar o disminuir esta, el valor de la otra también varía”, otro grupo expresa que: “El área depende de la altura porque al modificarse la altura, el área va cambiando (aumenta)”.</p> <p>En este sentido, las estudiantes visualizan de forma clara los estados de dependencia entre las variables implicadas y hacen explícitos en sus respuestas, argumentos geométricos que ayudan a caracterizar las variables, expresando de igual forma, la relación de proporción directa, de manera implícita entre sus explicaciones con un lenguaje común.</p> <p>En relación a la situación 4 en la información dos, se busca, observar las transformaciones del rectángulo, teniendo en cuenta, las variables implicadas y su apreciación en términos de factores, como propiedad de su variabilidad, solo un grupo, expresa esta propiedad desde la estructura multiplicativa de forma verbal escrita, haciendo la siguiente relación: “Ya que su altura varia va creciendo o aumentando su área en cada rectángulo primero se duplica, luego se triplica y por último se cuadruplica” posteriormente escriben lo siguiente:</p> <p>1 rectángulo: es tres 2 rectángulo: se duplica 3 rectángulo: se triplica</p>	<p>variables? ¿Cómo así, quien depende de quién?”, es decir, las estudiantes, a pesar, de haber tabulado la información suministrada inicialmente, no perciben que las magnitudes involucradas en el gráfico y de igual forma, en los datos numéricos, son las variables implicadas, lo cual, imposibilita a su vez, reconocer el estado de dependencia entre las mismas, posterior a ello, una estudiante, afirma de forma oral con un lenguaje común lo siguiente: ¡pues, las medidas que nos están dando!, es decir, existe un reconocimiento parcial de parte de otros grupos, lo cual, da a entender que no se trata de algo general entre las estudiantes, en este sentido, de otro lado, los argumentos geométricos expresado, igualmente son inconsistentes, teniendo en cuenta, sus justificaciones escritas, lo que influye de igual manera, en la caracterización del estado de dependencia entre las variables, es decir, se hacen expresiones que aluden a la fórmula del área pero no se tiene tanta claridad, puesto que, al definir la dependencia se desconocen las relaciones que la generan, partiendo, de la misma definición.</p> <p>En relación a la situación 4 en la información dos, los factores de variabilidad a partir de las transformaciones sufridas por el rectángulo, son pensados por las estudiantes, bajo un razonamiento multiplicativo, ya que en sus expresiones escritas usan palabras como : “factor”, “se triplica”, pero no existe una claridad a razón de que cantidad se convierte la variable, también, identifican los cambios sufridos en la figura, expresando con un lenguaje común las siguientes palabras: “aumentan”, “fue subiendo”, “se modificó”, “ascendente”, dando a entender que las magnitud altura, tiene como propiedad variar consecutivamente en repetidas ocasiones de forma proporcional, es decir, perciben que la magnitud varia, pero solo dos grupos reconoce a razón de que cantidad lo hace.</p> <p>Las estudiantes descubren aspectos importantes de la variable que se representan con la ayuda de la figura geométrica y en un</p>
---	---

<p>4 rectángulo: se cuadruplica</p> <p>También, otro grupo interpreta la situación, escribiendo las parejas ordenadas y relacionándolas al tiempo, esto, haciendo uso de la gráfica cartesiana, a partir de los puntos de intersección y reconociendo la relación de proporción directa.</p> <p>A partir de esta apreciación, las estudiantes reconocen en la variable sus propiedades, en un sentido de proporcionalidad directa a partir del razonamiento multiplicativo en un entorno geométrico, y hacen uso nuevamente de un lenguaje natural en la justificación de sus observaciones, con la ayuda del plano cartesiano.</p>	<p>sentido multiplicativo, un grupo reconoce a razón de que factor de cambio lo hace, al igual otro grupo, contempla la situación, desde la intersección de puntos como parejas ordenadas en la gráfica cartesiana, teniendo en cuenta, la relación de proporción directa, pero el resto de los grupos, no logran expresar, a razón de que la variable se transforma, a pesar, de reconocer la propiedad en la magnitud de ser variable.</p>
<p><b>Indicador de conceptualización:</b> En situaciones numéricas donde, se presentan gráficas cartesianas, a partir de las cuales, se pretendan reconocer características explícitas de la misma, se hace importante precisar detalladamente a las estudiantes cada aspecto implicado, esto, teniendo en cuenta, que existe una ruptura en esta finalidad, no teniéndose claro, si se trata de una cuestión, de carencias, en cuanto al significado de los conceptos implicados o si es por falta de atención, en el proceso de reconocimiento de los mismos, lo que a su vez, hace que este tipo de situación no contribuya de manera clara en la definición del concepto de variable.</p> <p>Ahora, partiendo de contextos numéricos y en situaciones que de forma implícita, relacionen las magnitudes a la propiedad de ser variables, se consigue, que las estudiantes, expresen de manera argumentada, características pertinentes al concepto de variable, esto, teniendo en cuenta, que haciendo uso de símbolos y desde la expresión, con un lenguaje técnico de modo escrito, definen propiedades como, su estado de dependencia, a la vez, que realizan el nombramiento de ejes coordenados y la identificación de las magnitudes involucradas, de igual forma, pero a partir, de un contexto geométrico, donde las figuras sufren transformaciones, afectando las medidas del área, las estudiantes perciben claramente estas propiedades, que consienten la conceptualización de la variable, sus expresiones de forma simbólica-escrita, a partir, de las relaciones geométricas develan estos hechos, pero, en este sentido, se debe tener en cuenta, que no es algo alcanzado, por el total de ellas, se observa un poco de ambigüedad, en este aspecto, debido a la falta de claridad, en las definiciones de conceptos como el de área, lo cual, afecta la conceptualización de la variable, en este caso particular, pero, a partir, de la socialización del mismo asunto, se logran rectificar las creencias iniciales que afectan de cierto modo conceptualizar la variable.</p> <p>El proponer situaciones ligadas al razonamiento multiplicativo, a partir, de situaciones geométricas, propicio en dos grupo de estudiantes, observar y registrar, que las magnitudes aumentaban proporcionalmente como factores de variabilidad, lo cual, caracteriza la variable desde una perspectiva aritmética, a partir, del razonamiento multiplicativo, y también, como parejas ordenadas, en el plano cartesiano, desde la intersección de puntos, también, en su justificación escrita, se hace uso de un lenguaje técnico con palabras como: “se duplica”, “se triplica”, “se cuadruplica”, lo que de igual forma, contribuye a conceptualizar que la magnitud puede asumir diferentes valores que inciden en esta conceptualización, es decir, como variable. Este aspecto, no fue relacionado de modo general correctamente por todas las estudiantes, si</p>	

bien, lograron percibir, que las magnitudes variaban no lograron hallar los factores de variabilidad correctamente, en sus opiniones, expresan que hay una relación de proporcionalidad implicada, lo cual es verídico, pero, con los factores de variabilidad, sus expresiones escritas, apuntan a la relación pero no de forma clara.

Teniendo en cuenta que las situaciones propuestas generaron consideraciones pertinentes a partir de rupturas y aciertos de parte de las estudiantes se puede decir que existe un indicador de conceptualización, a partir, de que las estudiantes: **Representan con gráfica cartesiana la relación entre dos magnitudes, identificando magnitudes involucradas, representándola con segmentos y registrando su comportamiento.**

**Tabla 8. Proceso de análisis tabla h.**

<b>Situaciones 6 y 7 Información uno</b>	
<b>Tabla 1</b>	<b>Tabla 2</b>
<p>Observación: las situación 6 en la información uno, hace referencia explícita a la relación que se cumple entre las variables implicadas a través de la información propuesta y el proceso realizado hasta la situación 5, es decir, se pretende observar que consideración hacen las estudiantes, en referencia a las relaciones mostradas entre las magnitudes en la situación de variación, lo cual, de antemano, permite conceptualizar la variable. La situación 7 de la misma información, propone, que las estudiantes puedan expresar, después de todas las reflexiones en consideración, una regla general, que permita matematizar la información implicada, llegando de esta forma a un razonamiento de orden algebraico, para predecir posibles resultados.</p> <p>A partir de la primer propuestas, las estudiantes logran reconocer la relación que se da entre las variables, expresando de forma escrita y con un lenguaje técnico, que se trata de una relación de proporción directa, también, especifican su respuesta con las propiedades que caracterizan la relación, a partir, de la gráfica cartesiana, denotándolo con estas frases: “porque empieza desde el origen de coordenadas”, “porque las magnitudes aumentan en la misma proporción”, “porque pasa por el eje (o, o) y aumentan en la misma proporción”, “porque al dividir Y/X el resultado siempre es igual”, “ya que aumentan al mismo tiempo”, es decir, hicieron uso de conceptos claramente caracterizadores de la relación de proporción directa, desde la gráfica cartesiana, lo que permiten a su vez conceptualizar la variable.</p> <p>En la segunda propuesta, las estudiantes logran generalizar la ley que permite predecir cualquier valor, sin importar, la cantidad de productos que se esté relacionando, las respuestas en este sentido, se expresan de modo simbólico y escrito, con órdenes, tanto aritméticos, como algebraicos, y denotando nuevamente la relación de proporción directa implicada, lo cual, contribuye efectivamente en la conceptualización de la variable.</p> <p>Este tipo de situaciones permitieron que las estudiantes hicieran uso de conceptos matemáticos oportunamente y de igual forma, poder conceptualizar la variable.</p>	<p>Observación:</p>
<b>Situaciones 5 y 6 información dos</b>	

Tabla 1	Tabla 2
<p>Observación: en relación a la situación 5, a partir, de la información dos, se propone explícitamente a las estudiantes, expresar, como se relacionan estas magnitudes en el sentido de su variación, a partir, de las particularidades ya consentidas en el proceso realizado hasta ese instante, también, con la situación 6, la idea principal, es que haciendo una reflexión a partir de todo el tratamiento hecho, se halle, una regla general, con la cual, se pueda predecir resultados, para cualquier variación, y de esta forma conceptualizar la variable.</p> <p>Las estudiantes, a partir, de la situación 5, expresan su respuesta de forma escrita con su lenguaje técnico, denotando, las propiedades que caracterizan la relación de proporción directa, con frases como estas: “se encuentra en el mismo cuadrante, el valor es positivo, el ángulo no cambia”, “a medida que la altura aumenta el área también”, Se encuentra en el mismo cuadrante, el valor es positivo y el ángulo no cambia = los valores cambian pero el ángulo no”, “Mientras la altura aumenta el área también”, en este orden de ideas, dos grupos escriben que se trata de una relación de proporción directa, lo cual, contribuye en la conceptualización de la variable.</p> <p>La situación 6, a partir, de la información propuesta, de la figura geométrica, permite que las estudiantes logren hacer una relación más clara, en cuanto, a la definición del área de un rectángulo, sus expresiones escritas, son hechas, a partir, del uso de símbolos y un lenguaje técnico, haciendo alusión, a la forma, en que es posible hallar esta área, también, uno de los grupos, expresa la ley general, con un orden algebraico, con la siguiente expresión: “La base siempre es fija y esta equivale a 10, como altura ponemos un valor “n” y lo multiplicamos para hallar el área”, consideración hecha, desde el caso particularmente propuesto, es decir, esta expresión permite, apreciar en el repertorio de las estudiantes, una conceptualización de la variable, entendida desde una magnitud, que puede asumir infinitud de valores.</p>	<p>Observación:</p>
<p><b>Indicador de conceptualización:</b> las situaciones, en las que se proponen identificar relaciones entre magnitudes y leyes generales, a partir, de situaciones de variación en contextos numéricos o geométricos, viabilizan en las estudiantes expresiones, tanto, simbólicas como escritas con un lenguaje técnico, dando la posibilidad de argumentar explícitamente, conceptos que contribuyen a la conceptualización de la variable, es decir, en este sentido, se reconoce un indicador de conceptualización, en tanto, que: <b>Establecen relaciones funcionales entre magnitudes, desde las relaciones geométricas o a partir de otro tipo de observaciones, usando técnicas de manipulación de símbolos y creando formulas o leyes generales que permiten predecir resultados.</b></p>	

Tabla 9. Proceso de análisis tabla i.

Situación 7 información dos	
Tabla 1	Tabla 2



<p>Observación:</p>	<p>Observación: En la situación 7, desde la información dos, se busca que las estudiantes, identifiquen y representen a través de un dibujo, la figura geométrica implicada, esto, haciendo uso del gráfico cartesiano.</p> <p>Las estudiantes, a partir, de esta situación, realizan varias interpretaciones, entre estas, cuatro grupos definen la figura acertadamente, representando el rectángulo inicial con sus transformaciones posteriores, de igual manera, nombrando las magnitudes implicadas y definiendo las áreas con sus medidas correspondientes, las representaciones logradas por los otros grupos, son realizadas de diversas maneras, por ejemplo, solo representando el rectángulo inicial sin sus transformaciones consecutivas, también, algunos grupos, hacen uso del primer cuadrante del plano cartesiano utilizando la recta representada, a partir, de los puntos de intersección dados, desde la relación de proporcionalidad, como puntos divisorios de las áreas en las transformaciones del rectángulo, de igual forma, otro grupo usa el primer cuadrante para representar el rectángulo, escribiendo sobre el eje X el valor relativo a la base y en el eje Y los valores relativos a las diferentes alturas, en este sentido, tabulan la información para hallar el valor en Y, a partir, de la base, como valor en X, es una perspectiva funcional, pero, no consistente en el sentido de la situación particularmente propuesta.</p> <p>Esta situación es realizada con éxito parcialmente por parte de las estudiantes y además propicia entre ellas una interpretación con un sentido funcional, pero no consistente por varios aspectos ya descritos.</p>
<p><b>Indicador de conceptualización:</b></p>	<p>proponer situaciones que estén dirigidas para realizar interpretaciones de figuras geométricas, a partir, de relacionar las características explícitas en un gráfico cartesiano, permite que puedan contemplarse detalladamente las magnitudes que están implicadas, esto siendo, interpretado y registrado de forma pertinente, refleja un indicador de conceptualización de la variable, ya que, las estudiantes: <b>Hacen dibujos para representar la situación y magnitudes involucradas, describen relaciones y hacen predicciones.</b></p>

## 5. CONCLUSIONES

Este trabajo tuvo por objeto sistematizar la experiencia de aula desarrollada en miras de conceptualizar el significado de variable, por medio de representaciones gráficas, a la luz de su entorno conceptual, desde la metodología del aula taller, en las estudiantes del grado décimo del Centro Formativo de Antioquia, para tal objetivo se tuvo en consideración la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud.

La metodología de aula taller proporciono secuenciar de forma dinámica y organizada el desarrollo de dicha conceptualización, a la vez, que incidió posibilitando la incorporación de varios aspectos tratados por Gérard Vergnaud, a partir, de la teoría de los campos conceptuales, desde el trabajo hecho en clase de forma grupal, por parte de las estudiantes, lo cual, permitió contemplar las diversas miradas hacia los conceptos implicados en el proceso de conceptualización, los cuales a su vez, crearon tensiones en los momentos de la socialización, en este sentido, se pudo tener en el aula de clase un espacio para la construcción del concepto de variable, que acogía sentimientos y expresiones espontaneas, generados a través del conocimiento, creando un ambiente crítico-reflexivo donde las estudiantes debatían sus percepciones previas sobre los contenidos que se relacionaban y que posteriormente serian validados en el ejercicio en práctica, al respecto cabe decir, que los profesores en su ejercicio práctico deben fomentar este tipo de situaciones, para hacer del conocimiento, un momento significativo ameno que permita sentir y expresar abiertamente las posiciones que se asumen frente al conocimiento, lo cual, hace ocasión de seres críticos capaces de tomar decisiones en cualquier contexto y todo esto a través del conocimiento con miras a la construcción de una sociedad más equilibrada.

La implementación de las guías con el formato diseñado desde la M.A.T., como medio de apoyo intencional para desplegar las situaciones que ayudarían a la conceptualización de la variable, permitieron reconocer cada aspecto en particular propuesto desde la teoría de los campos conceptuales y la reflexión a través de las diferentes temáticas desarrolladas en relación al pensamiento variacional para poder dar respuesta a la pregunta orientadora.

La teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud tomando como referencia el propio contenido del conocimiento y el análisis conceptual del progresivo dominio de ese conocimiento y al ocuparse del estudio del desarrollo cognitivo del sujeto en situación, presenta un potencial para describir, analizar e interpretar todo lo que sucede en el aula de clase en el aprendizaje sobre la variable, lo cual, es de utilidad para fundamentar la enseñanza de la misma. A la luz de este proceso se pudo evidenciar las conexiones y rupturas en el propósito de conceptualizar la variable, a partir, de las representaciones gráficas, usadas para contextualizar las informaciones propuestas desde lo geométrico y lo numérico, esto, atendiendo a la consideración de Gérard Vergnaud sobre la formación de un concepto a partir del uso de invariantes en acción desde varias situaciones que constituyen el referente, en las que el sujeto hace uso de esquemas, de allí, que fuera posible a través de las consideraciones de los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencia en el área de matemáticas, crear unos indicadores de conceptualización, para reconocer a partir de estos la puesta en uso, de parte de las estudiantes, de esquemas en las situaciones implicadas a partir de las diferentes informaciones propuestas, que contribuyeron a la conceptualización de la variable.

Para finalizar, la sistematización de la experiencia, permitió, apreciar el rol de los protagonistas de la misma en la interacción, maestro en formación - estudiantes del CEFA, garantizando a través de la narración la transparencia de lo acontecido en el proceso vivido a la vez que permitió ver sus tensiones, aciertos y demás eventualidades en el ámbito escolar cotidiano y en este orden de ideas, evidencio los factores que interfieren en la educación escolar, lo que permite reconocer las experiencias educativas como prácticas socio-culturales complejas y las cuales son históricas y contradictorias, por lo cual, para poderse comprender, lo hemos hecho de forma dialéctica, reconociendo las particularidades del contexto del Centro Formativo de Antioquia, a su vez, que los planteamientos teóricos, encontrando de esta manera un punto de intersección entre la práctica y la teoría para dar cuenta de la experiencia vivida.

En este sentido, como maestro en formación, esta experiencia me ha dejado un aprendizaje valioso, en tanto, que ha otorgado a mi perspectiva profesional, un conocimiento experiencial tipo teórico - práctico, que me faculta para realizar observaciones más detalladas, en el que hacer como docente en el área de matemáticas, desde las aulas de clase, reflexión, que apunta a generar cambios

positivos en la educación escolar, a partir, de tener las bases necesarias que me capacitan para intervenir de manera crítica en cualquier contexto de aprendizaje académico, de la misma manera, considero que el desarrollo de esta sistematización abre un camino fértil, que puede ser extendido, a partir de otras miradas que permitan profundizar las ya mencionadas en este escrito, como por ejemplo el tratamiento de la conceptualización de la variable a partir del pensamiento estocástico o métrico en relación al pensamiento variacional, recreando otro tipo de situaciones que enriquezcan el campo conceptual de la variable y no solamente desde la escuela básica sino también desde los estudios superiores, por lo demás, pienso que el Centro Formativo de Antioquia desarrolla una buena labor educativa, como recomendación, sería oportuno crear un espacio previo al inicio de las actividades académicas lectivas, para nivelar a la población académica conceptualmente en las temáticas básicas que permiten el buen desempeño académico en el grado décimo y undécimo según los estándares básicos de competencias en el área de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Caballero, J. (2005). La investigación en enseñanza desde la perspectiva de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud. Resultados de investigaciones en física. *Revista educación y pedagogía*, 17(43), pp. 43-60.
- Centro Formativo de Antioquia – CEFA. (2013). *Proyecto Educativo Institucional*. Manuscrito no publicado.
- Cifuentes, R. M. (2011). *El diario de campo*. Recuperado de: <https://antropologiaycomunicacion.wordpress.com/2011/11/22/diario-de-campo/>
- Echavarría, C. & Bermúdez, C. (2006). *La metodología de Aula Taller en matemáticas y ciencias naturales básicas*. Manuscrito no publicado.
- Echavarría, C. & Bermúdez, C. (2014). *La metodología de Aula Taller en matemáticas y ciencias naturales básicas*. Última versión. Manuscrito no publicado.
- Fiol, M. L. (1990). *Proporcionalidad directa: la forma y el número*. Madrid: Síntesis.
- González de Chávez, L. (2015). “Instituto Central Femenino” a “Centro Formativo de Antioquia” II. Recuperado de: [http://www.elmundo.com/portal/cultura/cultural/de\\_instituto\\_central\\_femenino\\_a\\_centro\\_formativo\\_de\\_antioquia\\_ii.php#.VgHfyRF\\_Okp](http://www.elmundo.com/portal/cultura/cultural/de_instituto_central_femenino_a_centro_formativo_de_antioquia_ii.php#.VgHfyRF_Okp)
- Jara, Ó. (2010). *¿Cómo sistematizar? (Una propuesta en cinco pasos)*. Costa Rica: CEP Alforja.
- Jara, Ó. (s/f). *Orientaciones teórico-prácticas para la sistematización de experiencias*. Recuperado de: [http://www.bibliotecavirtual.info/wp-content/uploads/2013/08/Orientaciones\\_teorico-practicas\\_para\\_sistematizar\\_experiencias.pdf](http://www.bibliotecavirtual.info/wp-content/uploads/2013/08/Orientaciones_teorico-practicas_para_sistematizar_experiencias.pdf)

Kieran, C. & Filloy, Y. (1989). El Aprendizaje del Álgebra escolar una perspectiva Psicológica, investigación y experiencias didácticas. *Enseñanza de las ciencias*, 1989, 7(3), pp. 229-240

Lacasta, E. (1998). *Las funciones En Los Gráficos Cartesianos*. Madrid: Síntesis.

Ministerio de Educación Nacional - MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf).

Ministerio de Educación Nacional – MEN. (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemática*. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, Argentina. (2005). *La documentación narrativa de experiencias pedagógicas. Una estrategia para la formación de docentes*. Recuperado de: <https://www.unrc.edu.ar/unrc/academica/pdf/libro-narrac1.pdf>

Moreira, M. A. (2002). La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, 7(1). Recuperado de: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>

Pastor, J. & Adam, P. (1951). *Módulo 3. Elementos de Aritmética Sistemas de Medidas*. Medellín: Artes y Letras Ltda.

Posada, F. A. & Obando. (2006). *Módulo 3. Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas*. Medellín: Artes y Letras Ltda.

Posada, F. A. & Villa, J. A. (2006). *Módulo 2. Pensamiento variacional y razonamiento algebraico*. Medellín: Artes y Letras Ltda.

Posada, F. A. y otros. (2006). *Pensamiento métricos y racional*. Madrid: Nuevas Gráficas S. A.



Ruiz, L. (2001). *La Sistematización de Prácticas*. Recuperado de:  
<http://www.oei.es/equidad/liceo.PDF>

Sadovsky, P. (2005). *La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática, en reflexiones teóricas para la educación matemática*. Recuperado de: [http://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria\\_situaciones.pdf](http://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf)

Trigueros, M., Reyes, A., Ursini, S. & Quintero, R. (1996). Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable, investigación y experiencias didácticas. *Enseñanza de las ciencias*, 14(3), pp. 351-363.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3