



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Facultad de Educación

**La física y la matemática: una relación de constitución ejemplificada en la construcción de magnitudes físicas**

**Tesis presentada para obtener título de licenciada en matemáticas y física**

**Melissa Mayorga López**

**Ana Mercedes Gutiérrez Agudelo**

**Sandra Milena Blandón Montoya**

**Asesor:**

**Yirsén Aguilar Mosquera**

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Universidad de Antioquia**

**Facultad de Educación**

**Departamento de enseñanzas de las ciencias y las artes**

**Diciembre 2017**

### **Resumen**

Algunas investigaciones señalan que a la manera como se aborda la enseñanza de la física subyacen modos de significar la relación física-matemática. Se resalta que, a veces, la enseñanza de la física se centra en la solución de algoritmos y no se tiene en cuenta el análisis de las fenomenologías y, como consecuencia, el aprendizaje se reduce a la memorización de ecuaciones, lo que se traduce en una falta de comprensión tanto del concepto físico como del modelo matemático, proyectando una imagen de ciencia como algo dado y acabado, además de ver matemática como la herramienta de la física.

A partir de estas consideraciones se desarrolló un proceso investigativo que tuvo como propósito plantear una relación de constitución entre la física y la matemática a partir de la construcción de la densidad como magnitud intensiva. Para esto se analizaron los planteamientos de Campbell (1921/1985) en relación con la medición de magnitudes.

El proceso investigativo estuvo orientado por los referentes de la investigación cualitativa con estudio de caso instrumental. En este marco, para garantizar la confiabilidad del proceso se implementaron diversas maneras de acceder a los informantes: observación en el aula, entrevistas, encuentros académicos, entre otros, métodos que fueron vehiculizados con diferentes instrumentos.

Se presentan unos hallazgos que dan cuenta de los planteamientos de Campbell (1921/1985), en los que la actividad experimental fue clave para organizar la fenomenología relacionada con la flotabilidad de los cuerpos.

Finalmente, se propone el diseño de una secuencia didáctica, en la que se ejemplifica la relación física-matemática mediante la construcción de la densidad como magnitud intensiva.

**Tabla de contenido**

<b>Tabla de contenido.....</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de imágenes .....</b>	<b>vi</b>
<b>Capítulo 1. Contextualización.....</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema.....	1
1.2. Objetivos: .....	4
1.2.1. <i>Objetivo general:</i> .....	4
1.2.2. <i>Objetivos específicos:</i> .....	4
<b>Capítulo 2. Marco Teórico .....</b>	<b>6</b>
2.1. La relación física-matemática en la enseñanza de la física.....	6
2.2. Uso de la historia y la epistemología en la enseñanza de la física.....	8
2.3. La relación física matemática en la medición de magnitudes propuesta por Norman R. Campbell. ....	12
2.4. La construcción de magnitudes un caso que ilustra la relación de constitución entre la física y la matemática.....	18
<b>Capítulo 3. Metodología .....</b>	<b>20</b>
3.1. Enfoque y método .....	20
3.2. Contexto de investigación .....	21
3.3. Casos y criterios de selección.....	21
3.4. Recolección de la información.....	22
3.5. Sistematización y análisis de los datos.....	24



**Facultad de Educación**

<b>Capítulo 4. Hallazgos .....</b>	<b>27</b>
4.1. La matemática como herramienta de la física .....	27
4.2. La física y la matemática: una relación de constitución.....	29
<b>Capítulo 5. Implicaciones didácticas .....</b>	<b>35</b>
5.1. Secuencia didáctica .....	36
5.1.1. Fase de indagación.....	37
5.1.2. Introducción a nuevos modelos explicativos .....	41
5.1.3. Estructura de nuevos conocimientos .....	44
5.1.4. Aplicaciones a nuevas situaciones problemas.....	48
<b>Capítulo 6. Consideraciones Finales .....</b>	<b>55</b>
<b>7. Referencias Bibliográficas.....</b>	<b>58</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>61</b>
Anexo N° 1: Instrumento de pilotaje .....	61
Anexo N° 2: Matriz de pilotaje .....	63
Anexo N° 3: Instrumento 1: la densidad desde la flotabilidad.....	65
Anexo N° 4: Instrumento 2: la densidad desde la flotabilidad.....	67
Anexo N° 5: Instrumento 3: la densidad desde la comparación de masas de volúmenes iguales .....	68
Anexo N°6: Instrumento 4: cuantificación de la densidad.....	70
Anexo N°7: Sistematización del instrumento N° 1.....	72
Anexo N° 8: Sistematización del instrumento N° 2.....	74
Anexo N° 9: Sistematización del instrumento N°3 .....	75



**Facultad de Educación**

Anexo N°. 10: Sistematización del instrumento N°4.....	76
Anexo 11: Protocolo De Compromiso Ético.....	78
Anexo 12: Formato de entrevista .....	80
Anexo N°. 13: Formato de observación de clase.....	81



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



**Lista de imágenes**

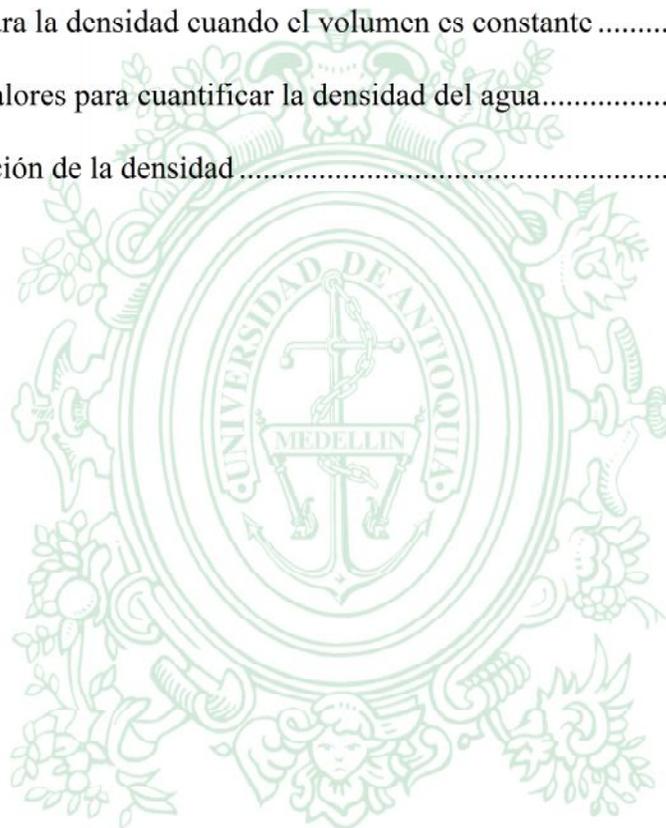
Imagen 1. Cuerpo flotando en agua..... 28

Imagen 2. Interacción del: agua, alcohol ..... 31

Imagen 3. Fórmula para la densidad cuando el volumen es constante ..... 32

Imagen 4. Tabla de valores para cuantificar la densidad del agua..... 33

Imagen 5. Cuantificación de la densidad..... 34



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



## Facultad de Educación

### Capítulo 1. Contextualización

#### 1.1. Planteamiento del problema

Algunas investigaciones (Romero, Rodríguez, Rincón y Medina, 2002; Machado, Restrepo, Sossa y Aguilar, 2011; Ospina, Tobón y Aguilar, 2011; Rúa, Gómez, Salazar y Aguilar, 2012) señalan que a la manera como se aborda la enseñanza de la física subyacen modos de significar la relación física-matemática. En el caso particular de la física, estas investigaciones reportan que, a veces, su enseñanza se centra en la solución de algoritmos o ejercicios que en ningún caso se ocupan de la conceptualización o el análisis de las fenomenologías que permiten dar cuenta de la situación física, de esta manera, los aprendizajes se reducen a la memorización de ecuaciones y a la búsqueda mecánica de respuestas correctas, lo que se traduce en una falta de comprensión tanto del concepto físico, como del modelo matemático, y en consecuencia el estudiante difícilmente establece relaciones entre la teoría y el campo fenoménico, objeto de estudio (Ayala, Garzón y Malagón, 2007).

Justamente al respecto se plantea que, los docentes:

[...] usualmente tienden a centrar sus explicaciones en aspectos matemáticos referentes a las fórmulas [...] y no articulan de manera coherente la conceptualización del fenómeno. Esto resulta problemático en el proceso de enseñanza, porque además de no permitir la construcción de la fenomenología de las situaciones involucradas, también se proyecta una imagen de ciencia en la que se desarticulan dos aspectos que son inseparables cuando se trata de formalizar un fenómeno: La posibilidad de explicar y matematizar el fenómeno (Rúa, et al., 2012, p.1).

**Facultad de Educación**

Complementario a lo anterior, se estima que la tendencia de matematizar la física tiene como consecuencia ver la aplicación de algoritmos como una manera de enseñar los conceptos físicos, de este modo los procesos de enseñanza y de aprendizaje de los fenómenos físicos y los procesos de formalización pueden tener ocurrencia en el aula, sin ningún tipo de articulación (Ospina, et al., 2011).

Al respecto (Lévy-Leblond, 1988) afirma que la física es considerada la ciencia de lo concreto y las matemáticas son el estudio de las abstracciones puras, lo que nos motiva a plantear ¿Cómo es posible que las matemáticas funcionen en la física?; complementario a esto, el hecho de representar la relación física-matemática en algoritmos, sin una clara relación con la fenomenología, pone en evidencia la poca reflexión en el proceso de formalización de los fenómenos, por tanto, en este los conceptos físicos son relegados a un segundo plano (lo relevante es la solución del algoritmo matemático). Aguilar (2006) menciona que el fracaso académico de los estudiantes de física, puede tener relación con el uso que el profesor hace de las matemáticas, el cual puede desorientar y no dar claridad conceptual en la situación objeto de estudio, dado que la formalización de los fenómenos físicos se confunde con la aplicación de fórmulas.

Por otra parte, algunos investigadores (Ayala, et al., 2007) estiman que en ocasiones, cuando en la enseñanza se habla de un concepto físico y su matematización, se hace referencia a la matemática como el lenguaje o herramienta de la física. En este sentido, estos autores afirman que:

En el campo de la enseñanza de la física es evidente para los docentes la dificultad que existe en la elaboración de explicaciones y el desarrollo de los elementos matemáticos

**Facultad de Educación**

explícitos en estas. Las dificultades provienen de diferentes lugares, uno de estos, se da en el punto de unión o unificación entre lo físico y lo matemático (p.40).

En este caso, la unión entre lo físico y lo matemático plantea ciertas dificultades al reducirse la formalización del fenómeno a la expresión del lenguaje matemático, de manera que se hace referencia a usos adaptados de los algoritmos (modelos matemáticos) como una forma de entender estos; habría que decir también que “la forma usual de significar y justificar la matematización en física, se expresa en términos universales e intemporales” (Aguilar, 2006, p.14), es decir, es una relación estándar que debe ser enseñada sin articulación alguna a contextos específicos.

Acorde con lo anterior, es preciso referirse al papel de la matematización en la física la cual en los términos expuestos, plantea un problema al intentar “sobreponer la estructura matemática a la fenomenología, ha generado en los estudiantes de física cierta apatía que no favorece la pretensión que se tiene en la enseñanza” (Aguilar, 2006, p. 17-18), es decir, esta estructura matemática, en la enseñanza de la física, tiene el sentido de lo dado y lo acabado, lo que impide pensar diferentes adaptaciones matemáticas en cualquier situación física nueva. Al respecto Aguilar (2006) plantea:

Si se busca, con la actividad física, comprender lo real en términos exactos, seguramente, por la objetividad que se pretende y por la forma como es asumida la relación entre la matemática y la física, se termina considerando la formalización como el mero hecho de aplicar la técnica matemática como el componente objetivo y como aquel que posibilita el pensamiento puro (p.19).

**Facultad de Educación**

En este sentido, ver la matemática como el lenguaje de la física tiene como consecuencia, que se entienda, que cada concepto físico posee un único y absoluto modelo matemático, y es muy probable que esto no permita ver otras formalizaciones de los fenómenos físicos, en otras palabras, las formalizaciones de una misma ley son rigurosamente equivalentes en sentido matemático pero no en la física, ya que se presentan diferenciaciones entre ellas; cabe reconocer que: “El verdadero problema sería el de la naturaleza de la relación entre dos ciencias, aplicación o constitución” (Lévy-Leblond, 1988, p.89), es decir, habría que explicar la singularidad de la física en relación con las matemáticas.

Las consideraciones anteriores motivan a indagar por: ¿Cómo plantear una relación de constitución entre la física y la matemática en la construcción de magnitudes físicas que trascienda la aplicación matemática en el estudio de situaciones físicas?

**1.2. Objetivos:**

**1.2.1. Objetivo general:**

Plantear una relación de constitución entre la física y la matemática en la construcción de magnitudes físicas que trascienda la aplicación matemática en el estudio de situaciones físicas como la densidad, en la Institución Educativa Comercial de Envigado con los estudiantes de grado undécimo.

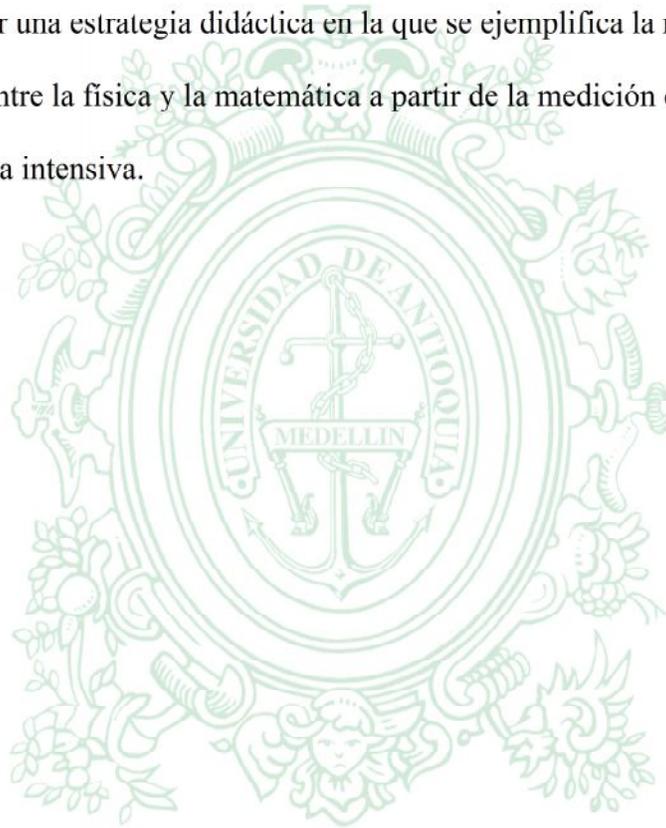
**1.2.2. Objetivos específicos:**

- Caracterizar la relación de constitución entre la física y la matemática a partir de los planteamientos de Norman R. Campbell en relación con la medición de la magnitud física densidad.



**Facultad de Educación**

- Identificar por medio de los Casos algunas formalizaciones en las magnitudes físicas desde el enfoque histórico-epistemológico que aporten a la relación de constitución entre la física y la matemática.
- Diseñar una estrategia didáctica en la que se ejemplifica la relación de constitución entre la física y la matemática a partir de la medición de la densidad como magnitud física intensiva.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

## **Capítulo 2. Marco Teórico**

En este apartado se construyen los fundamentos teóricos que orientan las interpretaciones referidas a la relación entre la física y la matemática. En este sentido se examina la manera usual como se significa tal relación en el contexto de la enseñanza de la física. También se realiza un análisis de los reportes de algunas investigaciones sobre los aportes de la historia y la epistemología en la enseñanza de la física. Finalmente, se aborda la relación entre la física y la matemática a partir de los planteamientos de Norman R. Campbell (1921/1985) en su obra la medición. Sobre esto, es conveniente precisar que si bien este autor no aborda la relación, en esta investigación se revisan sus modos de proceder en relación con la medición de magnitudes y en consecuencia, construir la perspectiva que orienta esta investigación: relación de constitución entre la física y la matemática.

### **2.1. La relación física-matemática en la enseñanza de la física**

Para iniciar es preciso reconocer que la relación física-matemática ha sido significada de diversas formas con notable hegemonía, la relación en la que se establece claramente la separación entre los componentes teóricos y matemáticos, lo que según investigaciones se traduce en dificultades, cuando se intenta la construcción de la fenomenología.

Esta situación se pone en evidencia cuando se define lo que se entiende por física. Al respecto Ayala (2006) expresa lo que algunos autores dicen que la física:

Consta del conjunto de conocimientos acumulados sobre la naturaleza, de la actividad de hacer física y también de las aplicaciones de la física. Los conocimientos acumulados de la física se expresan matemáticamente; la actividad de hacer física tiene una esencia muy rigurosa (acorde) con la formulación matemática y el experimento [...]. Todo nuevo

**Facultad de Educación**

conocimiento válido, se integra al saber acumulado, y se hace matemáticamente, siendo consistente el conjunto de conocimientos científicos acumulados sobre la naturaleza (p.23).

En la definición anterior se puede interpretar que la matemática es la herramienta que legitima las explicaciones de la física, como consecuencia de esto, es lícito plantear que la matemática se constituye en la herramienta de la física, y en este sentido, para construir las explicaciones físicas es necesario la construcción del algoritmo matemático; por lo que, en la enseñanza de la ciencia conviene resaltar que la relación física-matemática se debe mostrar cómo una significación entre ellas, de forma que se entienda la fenomenología y no que se deduzca desde la lógica. (Duhem, 1914/2003)<sup>1</sup>.

Ahora, una forma de evidenciar la unión entre estos dos componentes sería desde la observación del mundo físico y a partir de ello proceder a la construcción de las fenomenologías y su matematización. En otras palabras, si la formalización de las teorías físicas, se dan simultáneamente ayudan a quitar el estigma de que los modelos físicos ya están dados. Al respecto Ayala, et al., (2007) afirman que:

Formalizar es pues una parte esencial del proceso de construcción de conocimiento, caracterizado ante todo por la elaboración y uso de estrategias según las cuales los “diversos modos de mirar” son adaptados continuamente a aspectos de una realidad que es a su vez organizada de acuerdo a estos modos de conocer (p.44).

---

<sup>1</sup> Ver Duhem, P. (1914/2003), La cita corresponde a la modificación en el 2003 del texto “*La teoría física, su objeto y su estructura*”.

**Facultad de Educación**

Si la formalización de la física puede establecer la relación de constitución, entonces le permite al sujeto construir explicaciones físicas donde establezca relaciones con la naturaleza e identifique variables en dicha relación. Es allí donde el sujeto establece un lenguaje con el cual traduce los hechos que resultan de los fenómenos de la naturaleza, puesto que “tiene en común una concepción general de la ciencia, de acuerdo con la cual ésta habría de hallar en las matemáticas un método universal de representación” (Lévy-Leblond, 1988, p.77).

Examinar la relación física-matemática implica analizar fundamentos que articulan procesos de medición y de formalización, como tentativa para ejemplificar la relación física-matemática. Una alternativa, en esta investigación, ha sido analizar algunos usos de la historia y la epistemología en la enseñanza de la física. Este análisis es tomado como referente para examinar los planteamientos de Campbell (1921/1985)<sup>2</sup> en relación con la cuantificación de magnitudes.

## **2.2. Uso de la historia y la epistemología en la enseñanza de la física**

La relación física-matemática en la concepción de la ciencia reclama cada vez más ir a los fundamentos de los conceptos y reflexionar la constitución de los fenómenos físicos para el mejoramiento de su enseñanza. Kuhn (1982) considera que en la educación en ciencias raramente se anima a los estudiantes de física para que lean los clásicos históricos propios de sus campos, según él estos trabajos pueden ayudar en la enseñanza de la física a construir la relación de constitución entre la física y la matemática.

En este sentido, la forma en que se significa la historia puede conducir a una dualidad entre la interpretación y objetividad, es decir, por una parte se puede asumir una historia objetiva que da cuenta del pasado tal y como es y, por otra parte, una historia mediada por la interpretación, lo

---

<sup>2</sup> Ver Campbell, N. (1921/1985). La cita corresponde a la modificación en 1985 del texto “*La Medición*”. Por Newman, J.R. Sigma, el mundo de las matemáticas, Tomo 5, Ed. Grijalbo, Barcelona, 1986. Pp.186- 201

**Facultad de Educación**

cual en términos Carr (1983) es asociado con una concepción del sentido común, de tal manera que es el sujeto quien le da importancia y relevancia a qué de la historia decide apelar y significar.

En consecuencia con lo anterior, es preciso reconocer del pasado todos los procesos y experimentos que permitieron formalizar las fenomenologías, para luego ser analizadas, reflexionadas y enseñadas, lo cual no se debe de tomar a la ligera el estudiar a los clásicos cuando los enlaces con dicho pasado son inconsistentes y desconocidos (Fleck, 1986), puesto que podría tener sentido recurrir a los antepasados, cuando se busca llevar las teorías a diferentes contextos para reflexionar problemas en la enseñanza de la física.

Sobre esto Romero (2013) menciona que:

La historia, la filosofía y la sociología de las ciencias, desde esta perspectiva, dejan de ser un referente externo en la formación de los profesores para convertirse en disciplinas que contribuyen sustancialmente a su formación como sujetos culturales, además de permitir dilucidar la naturaleza y la estructura de las narraciones que llamamos científicas, proveen las condiciones para vincularlos con los procesos de construcción de significados y sentidos necesarios para incidir en la constitución de un futuro más aceptable para nuestra sociedad. (p.76)

Por lo tanto, se deben tener en cuenta los componentes de aquellas disciplinas que aportan a la construcción del conocimiento, además se puede considerar que las ciencias poseen un carácter socio-cultural el cual permea la enseñanza de las misma, como anteriormente se mencionó en la enseñanza de la física es el sujeto quien decide a qué de esta apelará, pero son los diversos contextos los que brindan nuevas condiciones para desarrollar el conocimiento científico.

**Facultad de Educación**

Según lo anterior, se puede pensar en dos roles del maestro: uno que enseña la ciencia como algo determinado o absoluto, el cual tiene solo una forma de enseñar la física y el otro como una construcción que puede permitirle mostrar diferentes puntos de vista, connotaciones, explicaciones, ideas y experiencias de los modelos físicos, generando un conocimiento que permita la construcción y formalización de otros modelos, en acuerdo con lo planteado por Fleck (1983) el objetivo de la ciencia no consiste en comprobar o verificar los conceptos, sino más bien es encontrar las relaciones necesarias que permitan establecer relaciones con la naturaleza; es decir, esas miradas que los docentes tienen de enseñanza de la ciencia no corresponde a un proceso individual, sino a la construcción social que se obtiene en su formación como docentes, el cual depende de la forma como se compartan los pensamientos o ideas con otras personas (colectivos de pensamiento).

En consonancia con lo anterior, las reflexiones que se realizan desde la epistemología en la construcción del conocimiento critica fuertemente los discursos, modelos y dinámicas que se realizan en la enseñanza las ciencias, como algo ajeno a la historia y al impacto de la misma, según Romero (2013) los procesos de construcción de conocimiento transforman a los sujetos que intervienen en ella, por lo que los conceptos y hechos científicos no son acumulaciones de teorías, sino más bien son modos particulares de reflexionar sobre problemáticas en contextos sociales; habría que mencionar además:

En primer lugar, se puede pensar que la ciencia es el producto de una actividad desarrollada por los hombres, mediante la cual se pretende elaborar diferentes marcos teóricos que reflejan el estado, la naturaleza y la dinámica de comportamiento del “mundo natural”. [...] En segundo lugar, [...] mediante la cual se pretenden aportar diferentes relatos

**Facultad de Educación**

y explicaciones que constituyen o construyen el sentido de los sujetos que conocen

(Romero, 2013, p.75).

De acuerdo con lo anterior “los fenómenos físicos no existen independientemente del sujeto que los conoce, de modo que el fenómeno no es algo que está en la naturaleza y que el hombre descubre; estos fenómenos son construidos por el sujeto” (Aguilar, Restrepo y Mejía, 2002, p.35). Es justamente en este contexto de significación que un uso de la historia y la epistemología puede ayudar en la construcción de fenomenologías a partir del análisis de las circunstancias y prácticas que tuvieron lugar en contextos particulares.

Ahora bien, lo que se quiere destacar es el desarrollo de la ciencia en relación a la construcción del conocimiento desde los diferentes aportes realizados por disciplinas como la filosofía, la física y la matemática, por lo que cualquier concepto físico no necesariamente emerge de la naturaleza, sino que es el sujeto quien establece una relación o una imagen de esta, por lo que enfocar la ciencia en observaciones de la naturaleza y configurarla en un principio, en una ley o un concepto matemático, permite significar la relación física-matemática.

Al respecto, Cassirer (1979) plantea que:

Ningún campo especial del saber se halla tan íntimamente relacionado con el problema general del conocimiento, ninguno ha ejercido una influencia tan grande y tan persistente sobre el desarrollo histórico de este problema como el de la ciencia físico-matemática.

Entre estas dos zonas de problemas no sólo existe una constante interdependencia [...] sino que parecen estar unidas. [...] Su finalidad era, en cierto modo, sellar la alianza iniciada desde el Renacimiento entre la filosofía y el conocimiento matemático de la naturaleza. No

**Facultad de Educación**

bastaba con aceptarla como un hecho histórico: era necesario comprenderla, en su necesidad y, por tanto, como un hecho incommovible e indisoluble (p.1).

Son estos planteamientos los que motivan a realizar un análisis epistemológico de las circunstancias y condiciones creadas por Campbell (1921/1985) en el proceso de medición de magnitudes.

**2.3. La relación física matemática en la medición de magnitudes propuesta por Norman R. Campbell.**

Como se mencionó en el apartado anterior, los aportes de los teóricos, en este caso los de Norman R. Campbell, permiten la construcción de explicaciones físicas donde se utiliza las variables para representar propiedades y así asignar un número. Es pertinente preguntarse por ¿qué es medir propiedades físicas?, se conoce que en la física cada fenomenología se le atribuyen unas magnitudes que identifican qué tipo de fenómeno o concepto es el que se está trabajado, por ejemplo el peso, la longitud, la temperatura, la densidad, la fuerza, entre otras, cada uno de estos tuvo que pasar por un proceso de construcción, formalización y caracterización, para que se le clasificará como magnitudes físicas, clasificación que permite construir un contexto de significación a los fenómenos.

Con respecto a las formalizaciones se debe analizar algunas definiciones que Campbell (1921/1985) plantea en su texto *La medición*, donde muestra que la medición de magnitudes permite que surjan, simultáneamente, el fenómeno físico y su matematización, aunque éste autor no se ocupa de la relación física-matemática, según las investigadoras, proporciona elementos para abordarla como una relación de constitución ya que para representar propiedades apela al

**Facultad de Educación**

análisis de ciertas fenomenologías (flotabilidad), para atribuir números a propiedades como la densidad.

Además, para asignar un número a un objeto se necesita de algunas cualidades, ya que en la construcción de una explicación física es necesario identificar las variables como propiedades del fenómeno, el cual permite ver de forma clara la fenomenología o los comportamientos del mismo, para poder establecer relaciones entre las variables y el número que las representa, y luego generalizarlas. Por ejemplo, cuando se quiere explicar el movimiento de un objeto se habla de la variable velocidad, la cual en el movimiento uniforme resulta de relacionar las variables tiempo y distancia y surge el algoritmo  $v=x/t$ , esta ecuación, cuando la velocidad es constante, nos permite describir el comportamiento de cualquier cuerpo que recorra cierta distancia en determinado tiempo. Pero este algoritmo no surge únicamente de identificar y tratar de explicar dicho comportamiento desde razonamientos físicos, al respecto Campbell (1921/1985) afirma que “un objeto tiene que parecerse de algún modo particular a la propiedad de ser número” (p.187), donde es necesario asignar números para poder establecer si la relación entre las variables es directa o indirecta.

Esta definición permite ver que no es del común o arbitrario establecer un número para representar algo, por ejemplo, se tiene un libro y se abre en la página 50, este número no está contenido en la hoja, para poder hablar del 50 se debe hacer la relación con la hoja anterior (49) o posterior (51), en este caso, Campbell (1921/1985) menciona que esa manera de denotar el número no representa una propiedad de la página sino un símbolo para nombrar dicha página, mientras que si se tienen tres libros en un bolso, ese tres que se asigna está indicando que al

**Facultad de Educación**

interior del bolso hay contenido una cantidad de tres; para atribuir ese número se realiza el proceso de contar (un libro, dos libros y tres libros) lo cual representa una secuencia.

En consecuencia, Campbell (1921/1985) establece que las variables pueden ser clasificadas como propiedades extensivas e intensivas, las cuales permiten diferenciar las propiedades medibles y las mediciones derivadas. En el primer caso, las propiedades extensivas están directamente relacionadas con las propiedades medibles, que, a su vez, se pueden relacionar con las reglas de la adición entre igualdades, las cuales permiten la combinación de cuerpos semejantes y establecer orden entre los mismos, estas reglas matemáticamente se conocen como transitividad, uniformidad y adición.

Los anteriores conceptos disponen de condiciones por las cuales se puede asignar números. Estas condiciones se pueden precisar en los siguientes términos:

La transitividad, se establece en relaciones entre conjuntos, por ejemplo, se tiene un conjunto  $P$  donde para todo  $X$ ,  $M$  y  $Z$  que pertenecen a  $P$ , tal que  $X$  se relaciona con  $M$  y  $M$  se relaciona con  $Z$ , por ende, se verifica que  $X$  se relaciona con  $Z$ , en concordancia con la física, se pueden establecer relaciones de equilibrio entre masas, si se tienen tres cuerpos  $X$ ,  $M$  y  $Z$ , donde  $X$  se equilibra con  $M$  y  $M$  se equilibra con  $Z$ , entonces se concluye que  $X$  se equilibra con  $Z$ .

La uniformidad, permite establecer relaciones entre conjuntos y sus elementos, por ejemplo: se tiene un conjunto  $A$  tal que existe  $X=M$  y un conjunto  $B$  tal que existe un  $Z=W$ , donde se establece una relación de intersección entre los elementos de los conjuntos  $A$  y  $B$ , tal que  $X+Z=W+M$ , esto es equivalente a tener cuatro cuerpos, dos de ellos con una medida de 7 cm cada uno, y los otros dos con medida de 4 cm, si se



**Facultad de Educación**

unen dos cuerpos con medidas diferentes obtendremos en este caso dos cuerpos de 11 cm respectivamente.

La adición, es la relación que se establece entre dos conjuntos, donde uno está totalmente incluido en el otro, por ejemplo: se tiene un conjunto A con elementos X, M y Z, y un conjunto B con un elemento N, donde la relación que se establece entre los elementos de A ( $X+M+Z$ ), es igual al conjunto B (N), entonces  $X+M+Z=N$ . En otras palabras, un automóvil y un bus realizan un recorrido desde la ciudad R hasta ciudad Q, donde el automóvil hace una parada después de haber transcurrido un tiempo de tres horas, en dicha parada se demora una hora, y retoma el recorrido llegando a la ciudad Q después de dos horas, mientras el bus hace su recorrido en seis horas continuas hasta llegar a la ciudad Q, al establecer una relación de los tiempos en que tardaron los vehículos en realizar su recorrido de la ciudad P hasta llegar a la ciudad Q, entonces se muestra que la adición de los tiempos del automóvil es igual al tiempo de llegada del bus, ( $3h+1h+2h=6h$ ).

Por consiguiente, se habla del uso de número para representar las propiedades y características de las magnitudes físicas, como la longitud, la masa o peso, el tiempo, entre otros. Estas magnitudes, según Campbell (1921/1985) cumplen dichas reglas.

Por otra parte, no se puede afirmar que todos los objetos o fenómenos cumplen con las reglas de la adición, ya que hay tantas propiedades medibles como no medibles, para este caso Campbell (1921/1985) se refiere a la medición derivada como la alternativa de establecer otros parámetros para que una propiedad pueda ser medible. La medición derivada está directamente relacionada con las propiedades intensivas, las cuales no se pueden obtener con combinaciones

**Facultad de Educación**

de cuerpos semejantes, dado que no aumentan con la cantidad, pero sí se pueden relacionar con aquellas que sí la cumplen, es decir, en la medición derivada, para poder establecer el número, es necesario acudir a las propiedades que cumplen las reglas de la adición; por ejemplo, la densidad, la temperatura, la velocidad, entre otras, están relacionadas con magnitudes extensivas como la longitud, el volumen y la masa.

En el caso de la densidad, Campbell (1921/1985) expresa que:

[...] la mayoría de los lectores saben probablemente cómo se mide la densidad, y qué se quiere decir al afirmar que la densidad del hierro es 8 veces la de la madera, y la densidad del mercurio 13.5 veces la del agua. Pero también notarán los lectores que en la medición de la densidad hay algo más científico, menos real de sentido común, que en la medición del peso [...] (p.195).

Es aquí donde el autor advierte sobre el cuidado que se debe tener con las magnitudes intensivas, por una parte,  $n$  veces más no debe interpretarse como si el  $n$  se obtuviera agregando partes, ya que esta propiedad no aumenta con la cantidad. Además, el significado del número no debe entenderse como si esta propiedad fuera inherente al cuerpo. Esto quiere decir que, cuando se habla de la densidad, no podemos aplicar las reglas de la adición, dado que, si tuviéramos un vaso con agua con densidad de 1, se busca un recipiente de mayor capacidad y se deposita siete vasos con agua, si se realiza una comparación con agua del recipiente y el agua del vaso, en el recipiente el agua no tendrá una densidad de siete, seguirá teniendo una densidad de 1. Ahora en el caso de la temperatura se tienen dos recipientes con agua a  $30^{\circ}\text{C}$ , se introducen en otro recipiente, está no aumentará a una temperatura de  $60^{\circ}\text{C}$ , seguirá teniendo una temperatura de

**Facultad de Educación**

30°C, por lo tanto, se puede mostrar que la densidad y la temperatura son magnitudes que no cumple con la regla de la uniformidad.

En este sentido, no se podría hablar de combinaciones y semejanzas, tal vez se puede hablar de semejanzas respecto a la ordenación de cuerpos cuando se ve una relación indirecta de las propiedades extensivas e intensivas, es decir:

Al adoptar el nuevo proceso para medir la densidad y al escoger cifras para representarlas de un modo significativo estamos de hecho suponiendo que, para porciones de la misma sustancia, sean grandes o pequeñas, el peso es proporcional al volumen (Campbell, 1921/1985, p.200).

Siguiendo esta misma línea, las propiedades intensivas no dependen de la cantidad presente, es decir, estas propiedades no aumentan con la cantidad, es por este motivo que no cumplen con la regla de la adición, por ejemplo la velocidad, ya que un cuerpo se puede mover con una velocidad de 90 metros por segundo, lo que no es equivalente a relacionar tres cuerpos con velocidad de 30 metros por segundo cada uno, por ende la interpretación del número en el caso de las magnitudes intensivas y extensivas no es la misma, mientras que en las extensivas el número representa una propiedad inherente a ella, en las intensivas se establece una relación de orden, así que el uso del número se hace para comparar elementos, algunos ejemplos serían más denso que, más caliente que, más veloz que.

Finalmente, la formalización en la relación física-matemática se podría dar en la ejemplificación de las magnitudes físicas, puesto que se logra establecer mediante un análisis físico un análisis matemático y viceversa, el análisis matemático da lugar al análisis físico.

**Facultad de Educación**

Tal como se ha mencionado, en el proceso de formalización, las propiedades físicas se fundamentan en las reglas de la adición para considerarse un proceso verdadero, “de todos modos, que las propiedades contenidas en la ley numérica tienen que ser medibles por el procedimiento fundamental; pues en otro caso no podría establecerse como una ley” (Campbell, 1921/1985, p.201). En síntesis, la relación cuantitativa en la medición de una magnitud física proporciona la forma en cómo se representan y se atribuyen a esas formas experimentos que construyen las leyes físicas, así como lo expresa Campbell (1921/1985) la verdadera importancia de la medición en la ciencia es en esencia la construcción de leyes que nos permitan identificar las diferentes fenomenologías.

**2.4. La construcción de magnitudes un caso que ilustra la relación de constitución entre la física y la matemática**

Es preciso caracterizar lo que se entiende como “medida de magnitudes” este tema en particular se constituye de la relación física-matemática, donde se resaltan tres aspectos muy importantes: el fenómeno (cualidades), aplicaciones (cambios de perspectiva) y la matemática (cuantitativa), es decir, no es simplemente la asignación de números a una medida o símbolos a una teoría, es esa relación cualitativa que permite la cuantificación de una propiedad, la cual representa la fenomenología, es esto lo que permite el análisis de cuáles magnitudes físicas pueden ser medibles.

Ahora, al hablar de medir magnitudes físicas se establece la separación en la constitución de las diferentes fenomenologías, lo cual sería adecuado pensar en construir o proponer los procesos para establecer las relaciones de constitución que Ayala (2006) precisa en los siguientes términos:

**Facultad de Educación**

[...] matematizar un fenómeno físico no consiste en sobreponer un aparato matemático sobre el fenómeno, sino que se requiere, ante todo, construir la propia posibilidad de matematizarlo, es decir, construir las magnitudes, relaciones y procedimientos apropiados para representarlo y cuantificarlo (p.36).

Es decir, generar las posibilidades en la enseñanza de la física que permitan la construcción las magnitudes de los diferentes fenómenos, para establecer una formalización de la fenomenología y su cuantificación.

Para ilustrar mejor la construcción de magnitudes físicas, y analizando la propuesta de medición de Campbell (1921/1985), en la que el número no da cuenta de la medición, sino que permite comunicar la información que este representa, hablando específicamente de los fenómenos físicos, por ejemplo la temperatura, se toman dos vasos con agua de la llave, uno de ellos se expone al sol durante cinco horas y el otro dentro de la casa, después de las cinco horas comparamos los dos vasos, y se siente que el expuesto al sol con respecto al de la casa está más caliente, cabe preguntar ¿qué tan caliente está el agua?, para responder esta pregunta surge la necesidad de asignar un valor a cada elemento, y es aquí donde se ve la necesidad de utilizar un número ya que se realizó el análisis del fenómeno.

### **Capítulo 3. Metodología**

#### **3.1. Enfoque y método**

El propósito de la investigación, fue comprender la relación de constitución entre la física y la matemática a partir de la ejemplificación con la construcción (cuantificación) de la magnitud física densidad, que caracterizan los casos analizados. Dada la intencionalidad, la investigación se enmarcó en las características de los estudios cualitativos, donde la interpretación buscó siempre dar significado a las evidencias relacionadas con la problemática objeto de estudio de esta investigación (relación física-matemática) en la enseñanza de la física.

Por otra parte, este proceso se caracterizó por la presencia permanente (fue un proceso asociado la práctica docente) de las investigadoras en el contexto en el que tuvo lugar la investigación. Esto favoreció notablemente la recolección de datos, el examen de significados y la reorientación de las observaciones, que permitieron precisar las interpretaciones en relación con el objeto de estudio, que como se ha planteado se centró en relación de constitución entre la física y la matemática, ilustrado con la construcción de la magnitud densidad.

De acuerdo con Ayala (2006), la caracterización de estos procesos mediante estudio de caso instrumental permite estructurar y orientar prácticas de enseñanza de la física, en la cual el ejercicio de la formalización de los fenómenos puede permitir ilustrar la relación de constitución entre la física y la matemática.

En esta investigación se registraron las explicaciones de los participantes en relación con situaciones que fueron planteadas, en particular, la representación de la densidad con números, en los términos planteados por Campbell (1921/1985). En este sentido, es oportuno precisar que el interés no estuvo centrado en los Casos, sino en las explicaciones que estos daban en cuanto a

**Facultad de Educación**

la representación de la magnitud densidad, lo que permitió ilustrar la relación de constitución entre la física y la matemática. Son justamente estos argumentos, los cuales están acordes con lo planteado por Stake (1999), los que llevaron a las investigadoras a considerar como método apropiado el estudio de caso instrumental, para indagar sobre los aspectos estructurantes en la relación física-matemática.

**3.2. Contexto de investigación**

Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa Comercial de Envigado, ubicada en el barrio la Mina, en el municipio de Envigado Antioquia, esta Institución es mixta y estatal, ofrece los niveles desde el preescolar hasta la media; sus estudiantes son de los estrato socioeconómico 1, 2 y 3. En la actualidad, el proceso de formación se realiza con la modalidad de jornada única.

Este contexto fue propicio para el desarrollo de la investigación, puesto que cuenta con un convenio vigente con la Universidad de Antioquia, lo que permitió la intervención, no sólo como investigadoras sino también como docentes de la Institución.

**3.3. Casos y criterios de selección**

Para el desarrollo de la investigación, se seleccionaron cuatro Casos del grado once, constituidos por dos mujeres y dos hombres, con edades promedio entre 15 y 17 años. Para la selección se tuvieron en cuenta los siguientes criterios:

- Desempeño académico: Se consideró que el buen desempeño académico permitía tener unos resultados acordes a los objetivos planteados en la investigación, sin que esto se entienda como una regla general.

**Facultad de Educación**

- **Fluidez verbal:** Con estas características se considera que el Caso puede comunicar de manera clara cómo comprende los fenómenos y mediante de su expresión verbal permitir el análisis de la información de forma eficiente.

- **Disponibilidad:** Dado que algunos encuentros se realizaron por fuera del horario regular de clases, se requería de la disponibilidad de los Casos para el desarrollo de las actividades, talleres o situaciones problemas que fueron presentados por medio de los instrumentos.

### **3.4. Recolección de la información**

Para la recolección de información se realizaron diez sesiones, cada una con una duración de dos horas. Este proceso se desarrolló con la implementación de varios métodos, entre los que se destacaron: la entrevista semiestructurada, la observación de clase. También se implementaron diferentes instrumentos: formato impreso de las actividades experimentales, cuestionarios, audios, videos, diarios de campo entre otros. Para la entrevista semiestructurada se diseñaron sus respectivos protocolos (anexo N° 12), en las observaciones de clase se utilizaron los diarios de campo (anexo N° 13); complementario a esto, se acordó con los participantes unos encuentros académicos para aplicar las actividades experimentales que fueron entregadas en formato impreso (anexo N° 1, 3, 4, 5, 6). Estas actividades experimentales con sus respectivos cuestionarios, tipo entrevista, fueron utilizadas como instrumento de esta investigación, y su desarrollo constó de tres fases:

- **Fase uno (pilotaje).** Se diseñó el instrumento (anexo N°1) el cual se aplicó a cuatro licenciados en Matemática y Física, buscando analizar las dificultades y fortalezas del instrumento, los resultados del pilotaje implicaron una reorganización de los instrumentos, en particular de las preguntas y situaciones planteadas.

**Facultad de Educación**

- Fase dos. Teniendo en cuenta la reestructuración del instrumento (anexo N°1), se procedió a realizar el segundo pilotaje con estudiantes (que no participaban en la investigación, pero con características similares a los Casos seleccionados) de la Institución, permitiendo el análisis de las fortalezas y dificultades del instrumento, dichos resultados (anexo N°2) arrojaron dificultades para la construcción de asertos, lo que llevo al rediseño de los instrumentos, precisando la situación y las preguntas que conformaban el instrumento..
- Fase tres. Con base a la reestructuración de los instrumentos aplicados en los pilotajes, surgieron los instrumentos finales (anexo N° 3, 4, 5 y 6), los cuales tenían como objetivo cuantificar la magnitud densidad a partir de diferentes experiencias, estos resultados permitieron identificar asertos, los cuales cumplieron con los objetivos establecidos en esta investigación.

Después de haber pasado por estas tres fases de construcción y de hacer un análisis de sus dificultades y fortalezas, emergieron cuatro instrumentos los cuales constan de actividades experimentales y cuestionarios tipo entrevista (anexos).

Inicialmente se busca con el primer instrumento cuantificar la densidad a partir del fenómeno de la flotabilidad de algunos sólidos en líquidos, donde los Casos interactuaron con materiales que permitieron observar características del fenómeno, llevando a las investigadoras a seguir una ruta para el siguiente instrumento.

El segundo instrumento posibilita cuantificar la densidad a partir de la caracterización del fenómeno de flotabilidad entre líquidos, este permitió a los Casos, identificar característica de la flotabilidad de cuerpos que interactúan con líquidos, a partir de lo cual se pudo realizar una ordenación de sólidos, según su densidad.

**Facultad de Educación**

El tercer instrumento estuvo enfocado en la cuantificación de la densidad desde la comparación de la masa de volúmenes iguales de diferentes líquidos, lo que permitió a los Casos una interacción con los materiales utilizados para describir y establecer relaciones entre las variables involucradas en el fenómeno.

El cuarto instrumento tuvo como propósito cuantificar la densidad desde la masa y el volumen, permitiéndole a los Casos establecer relaciones de variables y la asignación del número a la magnitud densidad.

**3.5. Sistematización y análisis de los datos**

Para la sistematización de los datos se utilizaron matrices de doble entrada. Para cada instrumento se diseñó una matriz: las preguntas del instrumento fueron ubicadas horizontalmente, en la parte superior de matriz (primera fila) y los Casos se ubicaron verticalmente, en la primera columna (anexo n° 2, 7, 8, 9 y 10). Esta estructuración permitió un análisis horizontal y vertical (el eje horizontal representa el objetivo del instrumento y el eje vertical representa las apreciaciones de todos los Casos respecto a cada pregunta en particular).

Para el análisis se tuvo en cuenta los planteamientos de Hernández, Fernández y Baptista (2006), cuando afirman que:

la codificación implica, además de identificar experiencias o conceptos en segmentos de los datos (unidades), tomar decisiones acerca de qué piezas embonan entre sí para ser categorizada, codificadas, clasificadas y agrupadas para conformar patrones que serán empleados con el fin de interpretar los datos. (p. 635)

En este sentido, el análisis de la información se realizó por palabras lo que posibilitó identificar datos relevantes, similitudes, diferencias y recuperar ejemplos, permitiendo la

**Facultad de Educación**

elaboración de otros instrumentos siguientes para ampliar la recolección de datos y establecer las categorías emergentes de la investigación.

El sistema de categorías construido para este propósito estuvo conformado por categorías: apriorísticas (no se obtuvieron categorías emergentes): la matemática como herramienta de la física (la enseñanza de la física reducida en la solución de algoritmos) y la física y la matemática: como una relación de constitución.

En el intento de minimizar la subjetividad de las investigadoras se realizó la triangulación de la siguiente manera: en un primer momento, está la triangulación de métodos (observación, entrevista, encuentros académicos, entre otros), lo cual se realizó con videos, audios, protocolos de entrevista y diarios de campos (anexos). En un segundo momento, está la triangulación de las investigadoras, donde se decidió que cada investigadora analizara por separado los datos obtenidos en los instrumentos, luego se contrastaron las interpretaciones de todas las investigadoras. Como resultado se obtuvo una matriz donde se sistematiza el consenso de las interpretaciones de cada investigadora; cuando no se presentaron coincidencias en las matrices, cada investigadora expuso las razones por las cuales era relevante tener en cuenta dichos datos, con el fin de construir formas inclusivas que permitan descubrir las visiones múltiples de los participantes y conciliar sobre las diferentes perspectivas de las investigadoras.

Para el análisis de los datos es fundamental reconocer todos los asertos, teniendo en cuenta que Stake (1999) define los asertos como un proceso de interpretación habitual basado en reglas lógicas y acreditación de las pruebas, en el estudio de caso estos asertos son datos relativamente escasos, los cuales justifican la responsabilidad de la interpretación de los datos obtenidos en las matrices que permitieron la codificación de la información.

**Facultad de Educación**

Es importante precisar que en el análisis se procedió, según Hernández, et al., (2006), quien considera que en la investigación cualitativa una unidad de análisis es aquella que se construye de forma paralela (observación, ambiente y contexto) y se ajusta a medida que se analizan los resultados de las actividades, es decir, en esta investigación el papel de los Casos más que unidad de análisis, es aquella que mediante las diferentes formas de expresión, o mejor dicho la capacidad de comunicar una información permitió ejemplificar la relación que existe entre la física y la matemática.

Las categorías fueron aquellas que permitieron la clasificación de la información según la relevancia que se le dio a los conceptos, ideas, definiciones y hechos, puesto que estos dependen de la información suministrada por las investigadoras, los Casos, los instrumentos, el contexto entre otras.

## **Capítulo 4. Hallazgos**

Este capítulo se estructura a partir de la información suministrada por los Casos (en adelante C) y de las interpretaciones que las investigadoras hacen de los planteamientos de Campbell (1921/1985), donde se plantea una estructura de observación, caracterización, identificación y cuantificación para construir la magnitud densidad a partir del fenómeno de la *flotabilidad*. La matemática como herramienta de la física se desarrolla a partir de las respuestas que los Casos dieron antes, durante y después de ejecutar las actividades, lo cual se ejemplifica con los aportes que realizan algunos autores. Luego se examina la física y la matemática: una relación de constitución, proceso que se orienta a partir de los planteamientos de Campbell (1921/1985), para lo cual, se implementó una serie de actividades que permitieron precisiones sobre las propiedades intensivas y propiedades extensivas, como vía para ejemplificar la relación de constitución entre la física y la matemática.

### **4.1. La matemática como herramienta de la física**

En los análisis realizados se pudo evidenciar que, en ocasiones, se considera que la matemática es la herramienta de la física, de modo que la física hace uso de esta herramienta (el algoritmo matemático) para validar sus explicaciones o teorías. Al respecto resulta de interés señalar que, es justamente en este sentido que Ayala (2006) advierte que el concepto matemático no es la forma abstracta, que la física llena de contenido.

Al respecto conviene resaltar, ciertas implicaciones que tiene este modo particular de ver la relación entre estas dos disciplinas. Significar en la enseñanza, la matemática como herramienta de la física, puede implicar que el análisis de una situación física se reduzca al uso de un

**Facultad de Educación**

algoritmo y en consecuencia no se comprenda el fenómeno en función de las variables que permiten referenciarlo.

Lo anterior se pudo evidenciar en esta investigación cuando se plantea una situación en la que se tienen tres vasos con líquidos diferentes (agua, aceite, alcohol), interactuando cada uno con tres cuerpos sólidos diferentes (bola de cristal, vela, cubo de madera wengue), para observar el comportamiento de los cuerpos en interacción con los líquidos **imagen 1**.



*Imagen 1. Cuerpo flotando en agua.*

En el (C3), se pudo identificar una forma de ver la matemática como herramienta de la física, puesto que antes de poner a interactuar los líquidos con los sólidos, éste afirmó que “la densidad es igual masa sobre volumen”, cuando se le pide que describa lo que sucede en el fenómeno de la flotabilidad, emplea palabras como “sumergió y no hundirse” pero no pudo predecir el comportamiento de los cuerpos a partir que mencionó inicialmente. Esta situación permitió a las investigadoras interpretar que, pese a que el C3, expresa que densidad es masa sobre volumen no logra resolver la situación, sobre todo porque expresa que no es posible establecer ninguna relación entre la flotabilidad y la densidad.

**Facultad de Educación**

La situación anterior permite reafirmar, lo que se ha señalado en el capítulo uno: la enseñanza de la física, en ocasiones, se reduce a la solución de algoritmos matemáticos, los cuales no tienen ninguna relación con la conceptualización física, lo que se traduce en poca comprensión de la fenomenología. Al respecto, Ayala, et al., (2007) afirman que habitualmente la enseñanza de la física se tiende a centrar en explicaciones de algoritmos matemáticos sin hacer una previa distinción de los fenómenos y la aplicación de las fórmulas.

**4.2. La física y la matemática: una relación de constitución**

Para ejemplificar la relación de constitución entre la física y la matemática, se realizó un análisis de la forma como Campbell (1921/1985) construye las magnitudes físicas. Complementario a esto y concordando con Ayala, et al. (2007), se asumió que formalizar (equivalente a la construcción de magnitudes), es un proceso del pensamiento en el cual se reconocen visiones del mundo, donde se parte de la observación de los fenómenos físicos, para luego elaborar una caracterización de aspectos fundamentales, que permitan establecer una relación de variables y al final asignar un número que las represente.

Acorde con esto, Campbell (1921/1985) afirma que con la experimentación se pueden establecer procedimientos que posibilitan identificar y medir propiedades, por ejemplo, en el caso de la densidad, la experimentación para evidenciar la flotabilidad de cuerpos o líquidos que interactúan es una buena opción. Fue justamente esta propuesta que implementaron las investigadoras, planteando situaciones de este tipo, en el intento de cuantificar la densidad como pretexto para ejemplificar la relación de constitución entre la física y la matemática.

Cuando se presentó a los Casos la situación relacionada con la interacción de diferentes cuerpos con diferentes líquidos, C1, C2, C3 y C4, logran predecir y precisan las condiciones para

**Facultad de Educación**

que el cuerpo se sumerja y para que flote. Sobre esto, el (C2) menciona que “el hecho de que floten o no, depende de la densidad de un cuerpo y de los fluidos”.

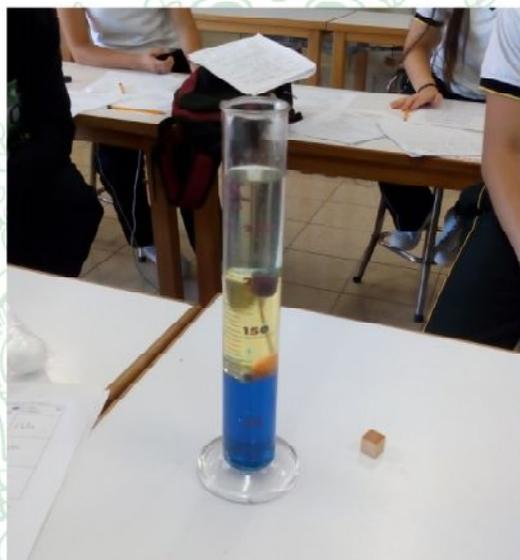
También es importante señalar que, en estas situaciones, algunos Casos lograron establecer un orden en las variables que identificaron en la flotabilidad entre los líquidos y los sólidos. En especial, C1 y C2, coinciden en asignar el siguiente orden “densidad, masa, peso, volumen, tamaño y forma”. De esta manera de ordenar se pudo interpretar, que estos dos casos resaltan la densidad como factor principal del fenómeno, luego relacionan características similares como “masa y peso” y finalmente “volumen, tamaño y forma”.

Al culminar con la actividad experimental los casos dejaron ver las dudas que quedaron acerca del orden de los materiales utilizados, dado que en la última pregunta se les pedía que, según el comportamiento de los cuerpos en los diferentes líquidos, ordenaran de menor a mayor la densidad de los cuerpos (vela, alcohol, bola de cristal, agua, madera, aceite) y que justificaran sus respuestas. Sobre esto, C1, C2, C3 y C4, coincidieron con el siguiente orden: “bola, agua, vela, aceite, madera, alcohol”. Es importante resaltar que ninguno de ellos justificó la ordenación que hizo y por el contrario manifestaron dudas en cuanto a la relación de densidades de líquidos y sólidos.

En aras de dar respuesta a los interrogantes y dudas que surgieron de la actividad, se plantea una nueva situación, en la cual se utilizaron cantidades iguales de tres líquidos (agua, aceite y alcohol), para que analizaran el comportamiento de los líquidos cuando se mezclaban en el mismo recipiente en la **imagen 2**, (se muestra como al cabo de cierto tiempo los líquidos se organizaban, para identificarlos se utilizaron diferentes colores). En esta situación, C1, C2, C3 y C4, coincidieron en ordenar, según la densidad, de menor a mayor, de la siguiente manera

Facultad de Educación

“alcohol, aceite y agua”, describiendo esto por medio de la flotabilidad de líquidos en líquidos. C2, lo precisa en los siguientes términos: “el agua se hunde con relación al aceite y el alcohol con relación al aceite queda flotando, el aceite es como una barrera por la densidad de cada fluido”.



*Imagen 2. Interacción del: agua, alcohol*

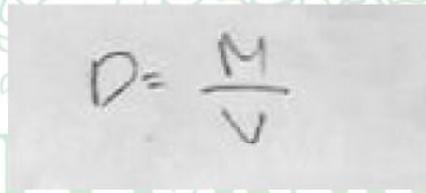
En esta situación C4, justificaba la flotabilidad de los sólidos en líquidos, de la siguiente manera: “cuando flotan creo que es porque son menos denso que el fluido y cuando se hunden es porque son más denso que los fluidos”. En esta explicación vemos como el caso utiliza expresiones como “más denso” y “menos denso”, expresiones, que según, Campbell (1921/1985), son las adecuadas para referirse a las magnitudes intensivas como la densidad, y que es la primera ordenación posible en este tipo de magnitudes, es decir, realizar la ordenación en términos de más o menos denso, sin que se asigne un número es una fase inicial, vía la cuantificación de la densidad.



Facultad de Educación

Para asignar el número y siguiendo la línea que Campbell (1921/1985) establece para la medición de magnitudes físicas, se plantea una tercera situación donde se busca comparar la masa de volúmenes iguales de diferentes líquidos, y para ello los casos miden en un beaker el mismo volumen de los líquidos (agua, aceite, alcohol), luego realizaron una comparación de la masa de cada líquido en una balanza no convencional, permitiendo ratificar el orden de los líquidos establecidos anteriormente, según densidad, “alcohol, aceite y agua”. Con esta actividad los Casos pudieron, a partir de la comparación de masas y volúmenes, caracterizar el comportamiento de estas propiedades extensivas (masa y volumen), tal como lo plantea Campbell (1921/1985), se pedía que adicionaran volumen y lograban evidenciar que el volumen final era la suma de los volúmenes agregados, igual lo hicieron con la masa.

Como actividad final se propone una situación donde se pretende cuantificar la densidad a partir de la relación masa-volumen, dado como C2 expresa la ecuación para representar la densidad “ $D=M/V$ ” como se ve en la **imagen 3**.


$$D = \frac{M}{V}$$

*Imagen 3. Fórmula para la densidad cuando el volumen es constante*

Luego con la ayuda de instrumentos (balanza convencional y beaker) midieron la masa y el volumen para representar la magnitud densidad numéricamente.

**Facultad de Educación**

En este sentido, esta última forma de proceder de algunos de los casos resulta de identificar la magnitud densidad como propiedad intensiva, haciendo una relación entre las propiedades extensivas (masa y volumen), que corresponde a la proporcionalidad que existe entre ellas, la **imagen 4**, muestra como a medida que se adiciona volúmenes de agua la masa también aumenta en proporciones iguales y la correspondencia que existe con el valor numérico que se le asigna a la densidad del agua, al respecto el C2 halla valores cercanos como “0,996 g/ml; 0,951 g/ml; 0,952 g/ml; 1,008 g/ml”.

Volúmen masa	50 ml	100 ml	150 ml	200 ml
Beake + AGUA	139,8g	185,1g	232,9g	291,7g
Beaker	90g	90g	90g	90g
AGUA	49,8g	95,1g	142,9g	201,7g
Densidad	0,996 g	0,951g	0,952g	1,008g

*Imagen 4. Tabla de valores para cuantificar la densidad del agua*

Complementario a lo anterior, se pudo interpretar que la gráfica elaborada por el C2 (**imagen 5**), la cual corresponde a una función lineal, permite visualizar la proporcionalidad que existe entre las propiedades extensivas de la magnitud densidad, a esto el C4 menciona que “a medida que aumenta el volumen aumenta la masa y que dicha relación es proporcional”, son justamente estas formas de caracterización que hacen los Casos las que permiten la formalización en la

Facultad de Educación

relación física-matemática a partir de la experimentación, puesto que se evidencia como la forma cualitativa y cuantitativa del fenómeno de la flotabilidad son de vital importancia en la cuantificación de la magnitud física densidad.

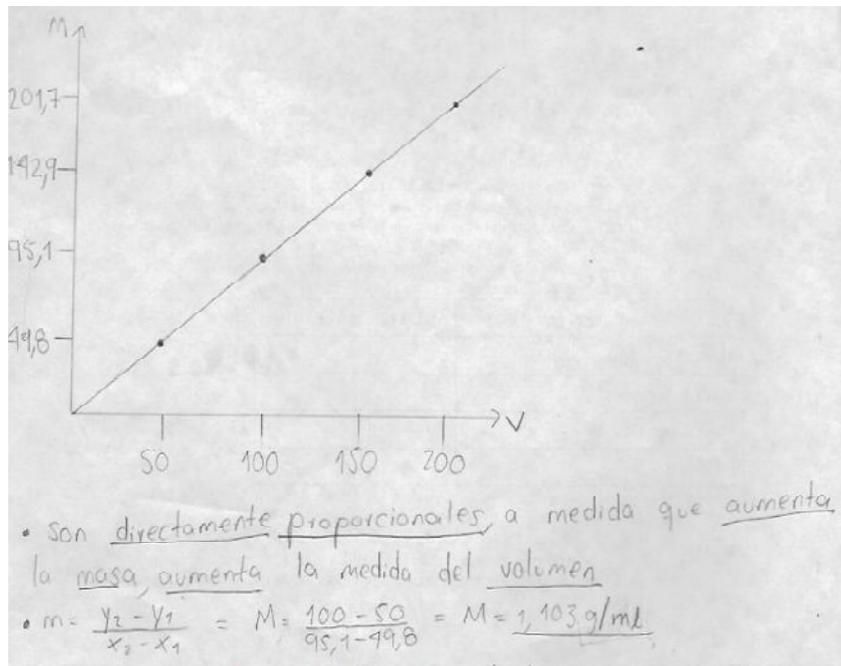


Imagen 5. Cuantificación de la densidad

Por lo tanto, la cuantificación de las magnitudes físicas no es sólo una cifra, sino que ésta da cuenta de la utilidad de cada propiedad medible, dejando ver que la física y la matemática se constituyen en la construcción de la magnitud densidad.

### **Capítulo 5. Implicaciones didácticas.**

En este capítulo se presentan las implicaciones didácticas, resultado de la investigación en torno a la relación física-matemática en la enseñanza de la ciencia, se propone el diseño de una secuencia didáctica, en la que se ejemplifica esta relación mediante la construcción de la densidad como magnitud intensiva.

Ahora bien, el enfoque histórico y epistemológico que tiene esta investigación proporciona procesos y experimentos que permiten formalizar el fenómeno de la flotabilidad, donde el papel del docente en la construcción del conocimiento, se centra en generar en la enseñanza de la ciencia una reflexión sobre su objeto, métodos que esta tiene, donde se evidencie un aprendizaje a partir del análisis de fenomenologías y su matematización.

Es preciso reiterar los diferentes planteamientos que las investigadoras consideraron para el desarrollo de este proceso investigativo. Por una parte, se examinaron diferentes modos de significar, en la enseñanza de la física, la relación física-matemática. Sobre este particular se pudo identificar una forma usual de significar tal relación en la que la matemática es la herramienta de la física. Al respecto se pudieron precisar algunas implicaciones en la enseñanza, en especial aquellas que resaltan el uso del algoritmo matemático como la única posibilidad para abordar las situaciones físicas, traduciendo esto en dificultades relacionadas con la comprensión y aprendizaje de conceptos físicos.

Por otra parte, se pudieron caracterizar algunas formalizaciones de los Casos seleccionados, las cuales fue posible ejemplificar a partir del fenómeno de la flotabilidad, lo cual permitió ilustrar una relación de constitución entre la física y la matemática. Todo esto fue posible a partir de los planteamientos Campbell (1921/1985), planteamientos que, a juicio de las investigadoras,

**Facultad de Educación**

fueron la clave para señalar una ruta alternativa en la enseñanza de la física: se lograron desarrollos que no solo sitúan a la actividad experimental como una tentativa que posibilita en el aula recrear situaciones en las que tiene lugar un análisis fenomenológico vía la construcción y cuantificación de magnitudes, sino que también la actividad experimental se constituye en un detonante para activar prácticas de aula que logran materializar actividades propias de la ciencia (debatir, argumentar, socializar y establecer consensos).

En el caso particular de la cuantificación de la densidad como magnitud intensiva, se aplicaron los planteamientos de Campbell (1921/1985), relacionados con las reglas de la adición (transitividad, uniformidad y adición), las cuales se cumplen para las magnitudes extensivas, pero no para las magnitudes intensivas. No obstante, con este mismo autor fue posible relacionar las reglas de la adición para las magnitudes intensivas, apelando a las desigualdades y estableciendo un orden con las reglas transitividad, monotonía y adición.

De todo esto es importante señalar que, en el aula, cualquier concepto por trivial que parezca debe ser analizado desde sus fundamentos y de ser posible reconstruido a partir de procesos experimentales que den lugar a un análisis de fenomenologías, de las cuales puede emerger el algoritmo matemático.

En el intento de concretar estas reflexiones en el aula, se ha planteado una secuencia didáctica en la que se retoman métodos y modos de significar la cuantificación de la densidad como un caso que ilustra la relación de constitución entre la física y la matemática.

### **5.1. Secuencia didáctica**

A partir de los hallazgos y la reflexión realizada en la investigación, se plantea una secuencia didáctica para mostrar la relación de constitución entre la física y la matemática, para esto se

**Facultad de Educación**

propone una pregunta central, que en este caso, es el resultado de los diferentes problemas abordados en esta investigación, ¿Cómo plantear una relación de constitución entre la física y la matemática en la construcción de magnitudes físicas que trascienda la aplicación matemática en el estudio de situaciones físicas?

En consecuencia, la pregunta que se plantea aborda las intencionalidades de las investigadoras, además de vislumbrar la relación que existe entre la física y la matemática, que desde el desarrollo de esta investigación tiene como enfoque el análisis de la historia y la epistemología como un factor relevante en la enseñanza de las ciencias.

De igual manera, la secuencia didáctica está enfocada en la construcción de la magnitud física densidad, y obedeciendo a la comprensión de la formalización como un proceso que permite relacionar y reflexionar sobre los fenómenos flotabilidad. En este sentido se planteó uno de los objetivos de la investigación el cual es:

**Objetivo:** Diseñar una estrategia didáctica en la que se ejemplifica la relación de constitución entre la física y la matemática a partir de la cuantificación de la magnitud física densidad.

***5.1.1. Fase de indagación***

Esta fase busca explorar y conocer contextos particulares en torno a las concepciones previas que tienen los estudiantes acerca de la densidad y las variables que intervienen en ella, también permite que los docentes generen diagnósticos que faciliten el desarrollo de otras actividades, realizando un cuestionario KPSI (Tamir & Lunetta, 1978) y una actividad experimental con el fenómeno flotabilidad.

**Facultad de Educación**

El cuestionario KPSI (Tamir & Lunetta, 1978) está diseñado para reconocer los saberes previos de los estudiantes sobre la densidad en torno al fenómeno flotabilidad, esta actividad se realizará en dos momentos.

En el primer momento se propone aplicar el KPSI al iniciar la secuencia didáctica para identificar las concepciones previas de los estudiantes respecto a la densidad, este tendrá un tiempo estimado de 30 minutos y se realizarán de forma individual.

El segundo momento de la aplicación del cuestionario KPSI se aplicará al finalizar la secuencia didáctica, debido a que se pretende evaluar y promover procesos de autorregulación con los estudiantes, este tendrá un tiempo estimado de 30 minutos y se realizarán de forma grupal.

**KPSI**

**(Knowledge and Prior Study Inventory)**

**Inventario de Conocimientos Antes de Estudiar**

Nombre: .....

Curso: ..... Fecha 1: ..... Fecha 2: .....

**Indicaciones:**

Esta Evaluación inicial tiene como propósito el darse cuenta de algunos aspectos de la Unidad que comenzaremos a trabajar; tus aprendizajes previos, con esa información podremos saber tu punto de partida, para posteriormente saber cuánto hemos aprendido.

**Utilizando las categorías siguientes, marca con una X en el recuadro que lo represente.**

**CATEGORÍAS:**



**Facultad de Educación**

<b>1. Lo sé y como lo sé lo podría explicar a alguien.</b>	<b>2. No estoy seguro de saber, no podría explicárselo a alguien.</b>	<b>3. No lo entiendo</b>	<b>4. o lo sé</b>
--	---	------------------------------	-----------------------

**1. NIVEL CONCEPTUAL**

<b>Planteamientos</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Flotabilidad				
Masa				
Densidad				
Volumen				

**2. NIVEL PROCEDIMENTAL**

<b>Planteamientos</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Ordenar según la flotabilidad las densidades de los líquidos				
Identificar masas de volúmenes iguales				
Comparar masas y volúmenes				
Resolver problemas con $d=m/v$				

**3. NIVEL ACTITUDINAL**

<b>Planteamientos</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Respetar opiniones de mis compañeros.				
Escuchar a mis compañeros.				



**Facultad de Educación**

Valorar el entorno natural.				
Participar en las actividades propuestas.				

Comentarios:

.....

.....

.....

.....

.....

Luego de aplicar el cuestionario KPSI se procede a conformar equipos de tres estudiantes, en donde se socializarán las respuestas obtenidas del cuestionario KPSI por cada uno de los integrantes del equipo, continuando con la ejecución de la actividad N°1, en la que se le permite a los estudiantes tener una interacción con el fenómeno de la flotabilidad, además el docente tendrá una participación activa donde acompañará los modelos explicativos de los estudiantes para que ellos los hagan más explícitos. Esta actividad tendrá una duración de 40 minutos.

**Actividad N°1: ¿Flota o se hunde?** 1 8 0 3

**Propósito:** indagar acerca de los factores que intervienen en el fenómeno flotabilidad

**Materiales:**

- 3 vasos grandes



**Facultad de Educación**

- *Un huevo*
- *Agua*
- *Sal*

**Procedimiento:** *Llene dos vasos con agua, añada sal a uno de ellos, agítelo para disolver la sal, luego, coloque el huevo en el vaso que tiene solo agua, y observe su comportamiento.*

*Colóquelo ahora en el que tiene agua con sal y En el tercer vaso ponga el huevo, añada agua hasta que lo cubra y un poco más. Agregue agua con sal, hasta que consiga que el huevo quede entre dos aguas*

***¿Qué sucede y por qué?***

---

Finalmente, se realiza un conversatorio donde se discuten los aspectos más importantes del cuestionario KPSI y lo sucedido durante la actividad experimental, el tiempo estimado para esta actividad será de 30 minutos.

A partir de los hallazgos de esta investigación con respecto al instrumento 1, se pudo identificar que algunos Casos tienen concepciones previas sobre el concepto de densidad, los cuales corresponden a ver el algoritmo matemático *sin relación con la fenomenología*, es decir, ver la matemática como herramienta de la física, es por esto que, se propone la aplicación del cuestionario KPSI y la actividad N°1, donde las respuestas obtenidas de los estudiantes se constituyen en la base para la siguiente fase (introducción nuevos modelos explicativos).

***5.1.2. Introducción a nuevos modelos explicativos***

Esta segunda fase tiene como fin acompañar a los estudiantes en el proceso de aprendizaje, luego de haber identificado las concepciones previas que los estudiantes tienen acerca del concepto densidad, se enfocan los esfuerzos para observar y caracterizar el fenómeno de la

**Facultad de Educación**

flotabilidad desde un proceso experimental de acuerdo a los planteamientos de Campbell (1921/1985).

En esta fase, se plantean dos actividades experimentales conformando grupos de tres estudiantes y tendrán un tiempo estimado de horas cada una, donde el papel del docente es fundamental como acompañante en el proceso de identificación y caracterización del fenómeno flotabilidad los cuales están enfocados en la relación entre líquidos y sólidos.

---

**Actividad N°2**

**Introducción**

*La densidad se le atribuye a Arquímedes (hacia el año 250 A.C), donde se refiere a: “Todo cuerpo sumergido en un fluido, sufre una fuerza ascendente (empuje) cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo.”.*

*Esta definición sobre el principio de Arquímedes da pie para comprender cuando un cuerpo flota en otro, algo que es relacionado a la tercera ley de Newton, el cual se conoce como acción y reacción. Este principio permite la medición de la densidad que hay en cada cuerpo (líquido, sólido y gaseoso), ya que en cada uno de ellos es único.*

**Propósito:** *Cuantificar la densidad a partir de su caracterización en el fenómeno de la flotabilidad de algunos cuerpos en interacción con diferentes líquidos.*

**Materiales:** *Alcohol etílico, aceite, agua, Beaker, 3 vasos de plástico transparentes altos idénticos, 3 velas pequeñas, 3 canicas de cristal, 3 cubos de madera wengue pequeños, Anilina.*



**Facultad de Educación**

**A. Procedimiento:**

- Se tienen tres vasos con agua, aceite y alcohol ( 150 ml c/u) y tres cuerpos diferentes:
- Coloque una vela en el vaso con agua, otra en el vaso con aceite y otra en el vaso con alcohol, luego observe los tres vasos y analice qué pasa con la vela.
- Repita el mismo procedimiento con las canicas y los cubitos de madera.

**B. Preguntas**

- Describa lo que sucede con cada cuerpo cuando se introduce en cada líquido:

<i>líquidos /sólidos</i>	<i>VELA</i>	<i>BOLA DE CRISTAL</i>	<i>CUBO DE MADERA</i>
<i>AGUA</i>			
<i>ACEITE</i>			
<i>ALCOHOL</i>			

- Ordene según la importancia de su intervención en las variables en el fenómeno observado en la situación anterior: densidad, peso, volumen, masa, forma, tamaño.
- ¿Por qué crees que algunos cuerpos flotan y otros se hunden en estos fluidos?
- ¿Qué puedes decir de la densidad de cada cuerpo en relación con los líquidos? (Más denso que, menos denso que). Justifica la respuesta.
- Ordene de menor a mayor la densidad los cuerpos utilizados anteriormente. Justifica dicha posición.

**Facultad de Educación**

**Actividad N° 3: la densidad desde la flotabilidad**

**Propósito:** *Cuantificar la densidad a partir de su caracterización en el fenómeno de la flotabilidad de diferentes líquidos.*

**Materiales:** *Alcohol etílico, aceite, agua, probeta o beaker, recipiente plástico, una vela pequeña, una canica de cristal, un cubo de madera wengue pequeño, Anilina.*

**A. Procedimiento:** *con la ayuda de la probeta calcular: 100 ml de agua, 100 ml de aceite y 100 ml de alcohol. Luego vierta 100 ml de aceite en el recipiente plástico, mezcla el agua con anilina e introdúcelo lentamente al recipiente y finaliza vertiendo con cuidado los 100 ml de alcohol.*

**B. Preguntas:**

- *Describe qué pasó con los líquidos cuando se vierten en el mismo recipiente.*
- *¿Por qué crees que ocurre lo que observas?*
- *Ordena los líquidos según la densidad, de menor a mayor.*
- *adiciona los sólidos observa lo ocurrido y asigna un orden de menor a mayor.*

---

Al culminar cada una de las actividades se propone realizar un conversatorio donde los estudiantes expongan las respuestas obtenidas en dichas actividades, permitiendo al docente tener elementos necesarios para ampliar los nuevos conceptos con relación a la teoría.

**5.1.3. Estructura de nuevos conocimientos**

Hasta ahora se ha observado y caracterizando cualitativamente el fenómeno de la flotabilidad, en esta fase lo que se pretende es que los estudiantes comparen, relacionen y cuantifiquen las variables que intervienen en la magnitud densidad, utilizando estrategias metacognitivas que

**Facultad de Educación**

destaquen la comparación y análisis de datos, y que permitan a los estudiantes una comprensión del concepto desde la práctica.

En este sentido se diseñaron dos actividades con una duración de dos horas cada una, la primera actividad se realizará en grupos de tres estudiantes, donde deben comparar masas de volúmenes iguales, contando con el acompañamiento activo del docente.

---

**Actividad N°4**

**Introducción:** *La masa y el volumen son propiedades generales o extensivas de la materia, es decir son comunes a todos los cuerpos materiales y además dependen de la cantidad o extensión del cuerpo. En cambio la densidad es una propiedad característica, ya que nos permite identificar distintas sustancias.*

**Propósito:** *Cuantificar la densidad a partir de la comparación de la masa de volúmenes iguales de diferentes líquidos.*

**Materiales:** *Balanza no convencional, Alcohólic etílico, aceite, Agua, 2 vasos de plástico transparentes altos idénticos.*

**A. Procedimiento:**

*Con la ayuda de una balanza no convencional compararemos el peso de los líquidos.*

- *Ponga a un lado de la balanza el vaso de agua con 100 ml y del otro lado el vaso de aceite con 100 ml, describa lo que ocurre, ¿por qué crees que ocurre esto?*
- *Ponga a un lado de la balanza el vaso de agua con 100 ml y del otro lado el vaso de alcohol con 100 ml describa lo que ocurre, ¿por qué crees que ocurre esto?*



**Facultad de Educación**

- *Ponga a un lado de la balanza el vaso de alcohol con 100 ml y del otro lado el vaso de aceite con 100 ml. describa lo que ocurre, ¿por qué crees que ocurre esto?*
- *De las siguientes variables marque las que intervienen en lo observado:*
  - Densidad*
  - Masa*
  - Forma*
  - Textura*
- *Compara y ordena de menor a mayor la masa de volúmenes iguales de cada líquido.*
- *Escriba una ecuación que dé cuenta del fenómeno observado en el procedimiento.*

---

Por otra parte, la segunda actividad se realizará en grupos de tres estudiantes, en la que se busca cuantificar la magnitud densidad asignando un número, donde el docente acompaña el proceso de análisis de las variables que realizan los estudiantes del fenómeno de la flotabilidad.

---

**Actividad N°5**

**Introducción:** *La masa y el volumen son propiedades generales o extensivas de la materia, es decir son comunes a todos los cuerpos materiales y además dependen de la cantidad o extensión del cuerpo. En cambio la densidad es una propiedad característica, ya que nos permite identificar distintas sustancias.*

**Propósito:** *Cuantificar la densidad a partir de la relación masa y volumen*



**Facultad de Educación**

**Materiales:** Balanza, Agua, Beaker, Recipiente plástico.

**A. Procedimiento**

- Averigüe la masa de un Beaker vacía. Registre la masa en gramos en el cuadro de la hoja de actividades.
- Vierta 50 ml, 100 ml, 150 ml, 200 ml de agua en probeta. Intente ser lo más preciso posible verificando su precisión en la marca de ml.
- Pese la probeta con el agua en su interior. Registre la masa en gramos.
- Calcule la masa solo del agua restando la masa de la Beaker vacía. Registre la masa de 100 ml de agua en el cuadro.
- Use la masa y el volumen del agua para calcular la densidad. Registre la densidad en g/ml en el cuadro.

	<i>50 ml</i>	<i>100ml</i>	<i>150 ml</i>	<i>200ml</i>
<i>Masa de la beaker + líquido</i>				
<i>Masa de la beaker</i>				
<i>Masa del líquido solo</i>				
<i>Densidad</i>				

- Realice un gráfico para el agua ubicando los valores de la masa en el eje vertical y los valores del volumen en el eje horizontal.
- ¿Qué crees que significa la inclinación del gráfico?
- Calcule ahora la pendiente de cada uno de los gráficos con la expresión siguiente:

---

**Facultad de Educación**

- *¿Qué unidades tiene está pendiente?, según las unidades, ¿Cuál es su significado físico?*

---

Al finalizar con las actividades de esta fase se propone realizar una exposición por parte de los estudiantes, donde den cuenta del proceso que siguieron para asignar un valor cuantitativo a la magnitud densidad.

Atendiendo a los resultados de los hallazgos, las actividades propuestas en esta fase se enfocan desde el análisis de los planteamientos de Campbell (1921/1985), en la construcción de la magnitud densidad, permitiendo que se comprenda la relación existente entre las variables extensivas (masa y volumen) y propiciando un acercamiento al valor numérico de la densidad como una magnitud intensiva.

***5.1.4. Aplicaciones a nuevas situaciones problemas***

Luego de construir la magnitud densidad desde la reflexión fenomenológica, esta fase tiene como finalidad llevar a los estudiantes a identificar la magnitud densidad en otros contextos, desde las diversas formas de aplicar y reconocer dicha magnitud. Para ello se utilizan un seminario con un tiempo estimado de dos horas, donde el docente ubicará a los estudiantes en dos contextos particulares con sus respectivas experiencias y explicaciones, permitiendo la participación activa y dando respuesta a los interrogantes por parte de los estudiantes, que a su vez generen en ellos nuevos cuestionamientos con referencia a la magnitud densidad. Para dicho seminario los estudiantes deberán diligenciar la bitácora entregada por el docente

---



Facultad de Educación

*Actividad N° 7: La densidad como motor del agua<sup>3</sup>*

***Materiales:***

*Colorante vegetal para alimentos.*

*Agua caliente.*

*Hielo.*

*Un frasco pequeño.*

*Una tuerca.*

*Un recipiente transparente grande.*

***Procedimiento:*** *Haz unos cubos de hielo azules añadiendo colorante vegetal al agua antes de meterla al congelador. Por otro lado calienta agua y ponle unas gotas de colorante rojo. Coloca el agua caliente y una tuerca o tornillo en el frasquito, sumergirlo destapado en un recipiente transparente grande que contenga agua, pon el hielo de color azul también en el mismo recipiente.*

***Observa:*** *El agua caliente roja dentro del frasco sube mientras que el agua fría azul del hielo derretido se sumerge.*

***Explícalo:*** *El agua cuando se calienta se expande, así ocupa más espacio con la misma cantidad de agua (es decir se hace más ligera) y asciende. Curiosamente el hielo flota en el agua por lo mismo, ya que cuando se congela se expande y se vuelve menos denso que el agua misma.*

*Cuando el hielo se derrite el agua sigue estando fría y es más densa que el agua que la rodea por lo que se sumerge. El agua tiene su mayor densidad a 4 °C, cuando aumenta o disminuye su temperatura el agua se expande y es menos densa.*

---

<sup>3</sup> Tomado de: Alaniz, S.A. y Nieto, Á. (2008). Experimentos simples para entender una tierra complicada. Centro de Geociencias de la Universidad Nacional Autónoma de México, México, primera edición. 18-21



**Facultad de Educación**

*Encuétralo en la Naturaleza: Siempre que se juntan dos fluidos (sean gas o líquido) con distinta temperatura, y por lo tanto distinta densidad, habrá movimiento. El papel que juega la convección (cuando se transmite el calor por el movimiento de un fluido) en el clima es muy importante. Por convección se generan los vientos y las corrientes oceánicas. El movimiento de las aguas oceánicas a nivel global se da, en parte, por el ascenso de aguas calientes y el descenso de aguas frías, trasladando así grandes cantidades de calor. El Gran Transportador Oceánico es la principal corriente oceánica; observa en la figura que las aguas calientes (en rojo) que vienen del ecuador y los trópicos viajan hacia el Atlántico Norte, esto permite que una corriente oceánica cálida se ponga en contacto con la Europa occidental. Esto explica que países que están a la misma latitud tengan distinto clima, así Inglaterra es menos fría que Canadá oriental, y Rusia más fría que Escocia.*

---

**Actividad N°8: La densidad como motor del viento**

**Materiales:**

Una lámpara.

Talco, harina, polvo o cualquier material fino.

**Procedimiento:** Prende la lámpara durante la noche. Esparce arriba del foco el talco (o cualquier otro material fino que flote en el aire).

**Observa:** El talco asciende junto con el aire que sale de la lámpara.

**Explícalo:** El aire se expande con el aumento de la temperatura disminuyendo su densidad. El

---

**Facultad de Educación**

*aire menos denso flota en el aire más frío y se eleva. En el experimento, el aire que se eleva arrastra con él las partículas de talco. Los gases aumentan su volumen con el aumento de la temperatura y la disminución de la presión.*

***Variaciones:** Este experimento lo puedes ver repetidamente a lo largo del día. Cuando alguien está fumando un cigarro, en un incendio o cuando hierves agua en la cocina.*

***¿Cómo la densidad afecta el clima?***

*El efecto del calentamiento del sol empieza cuando sus rayos tocan la superficie de la Tierra, calentando algunos lugares más que otros (por efecto del albedo mencionado anteriormente y por la inclinación de los rayos solares). El aire es más caliente a nivel del mar y por eso asciende, conforme va subiendo la presión atmosférica va siendo menor y las moléculas de aire pueden separarse, al separarse el aire se enfría.*

*En la atmósfera de la Tierra la temperatura va disminuyendo aproximadamente  $6.5\text{ }^{\circ}\text{C}$  por cada mil metros. Es por esto que los volcanes y las sierras más altos tienen nieve en su cima aunque se encuentren en una zona caliente como el ecuador (por ejemplo el volcán Cotopaxi) o bien en una zona tropical (por ejemplo el Pico de Orizaba y el Nevado de Colima). Esto también explica que la Ciudad de México esté a una temperatura agradable, alrededor de  $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mientras que el Popocatépetl, que está a un costado, tenga la cima nevada.*



**Facultad de Educación**

**BITACORA**

**Fecha**

**Grado**

**Docente:**

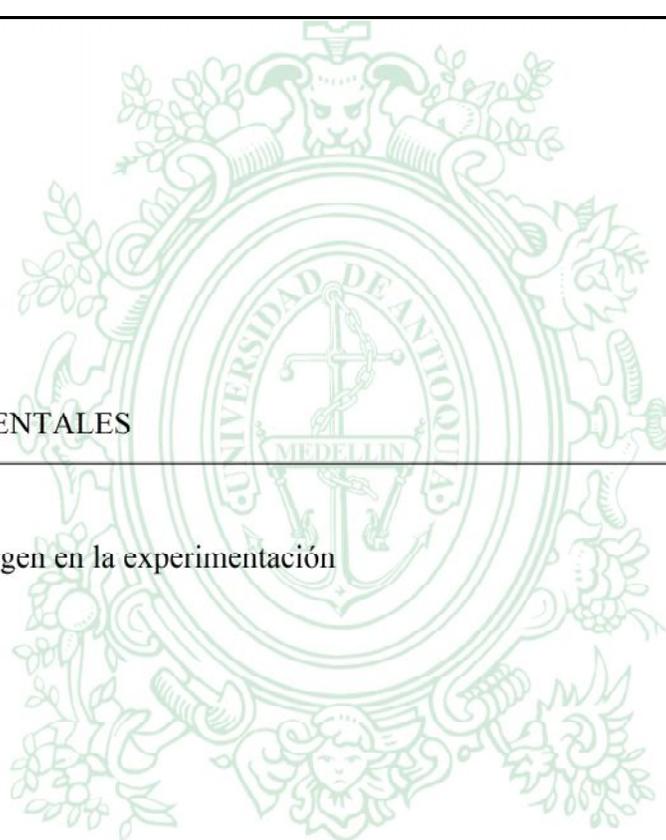
**Elaborado por:**

**Cronometrador:**

**DATOS EXPERIMENTALES**

Debate

Preguntas que surgen en la experimentación



**Elementos investigados que fueron parte del debate**

**Duración:**

✓

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**EXPLICACIÓN DEL DOCENTE**





---

**EVALUACIÓN DE LA SESIÓN**

**SUGERENCIA Y APRECIACIONES**

- ✓
  - ✓
  - ✓
  - ✓
- 

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

### **Capítulo 6. Consideraciones Finales**

Tal como se ha expresado en los capítulos anteriores, el objeto de estudio estuvo centrado en plantear una relación de constitución entre la física y la matemática en la construcción de magnitudes físicas que trascendiera la aplicación matemática en el estudio de situaciones físicas. Para este propósito, inicialmente se analizaron los planteamientos que Campbell (1921/1985) propone en la construcción de las magnitudes físicas, a partir de lo cual se acudió a cuatro Casos que fueron seleccionados del grado once.

Sobre este propósito debemos destacar que, si bien Campbell (1921/1985), no se ocupa de la relación física-matemática, su particular manera de abordar la cuantificación de magnitudes resultó de gran utilidad para ejemplificar la relación de constitución entre la física y la matemática, a partir de la cuantificación de la magnitud densidad. Es preciso decir entonces, que fue clave la propuesta de este autor en cuanto a la cuantificación de magnitudes apelando a las actividades experimentales.

Actuando en correspondencia con estos planteamientos, se eligió como fenómeno la flotabilidad de los cuerpos, a partir de lo cual se pudo, en primer lugar, analizar la fenomenología (componente físico) y fue justamente en este análisis que fue posible identificar las variables claves intervinientes en este fenómeno (densidad, masa y volumen). Una vez se identificaron las variables fue posible establecer una ordenación de los cuerpos, en términos de más denso y menos denso. Luego, para la cuantificación de la densidad, se realizó una relación entre estas variables (construcción del algoritmo  $D = M/V$ ).

Tal como se puede ver el procedimiento realizado, ilustra una manera de ejemplificar la relación entre la física y la matemática, en el análisis de la flotabilidad (análisis fenomenológico)

**Facultad de Educación**

emergen variables, que se relacionan y se expresan con un algoritmo matemático (matematización del fenómeno), aspectos que no tienen ocurrencia de manera separada ni en un modo unidireccional (ambos se constituyen en el devenir del proceso) y, en consecuencia, es posible afirmar que la cuantificación de la densidad, desde los planteamientos de Campbell (1921/1985), es un caso que permite ilustrar la relación de constitución entre la física y la matemática.

El análisis de las caracterizaciones que los Casos hicieron desde las interpretaciones de las investigadoras, dan una ruta para el uso de la historia y la epistemología de las ciencias, permitiendo identificar cómo se construye la relación de constitución entre la física y la matemática a partir de la formalización de la magnitud física densidad, desde los planteamientos de Campbell (1921/1985) se estableció que una manera de formalizar las magnitudes físicas se hace por medio de la observación, caracterización, relación de variables y la asignación de un número que se da por medio de la experimentación del fenómeno de la flotabilidad, una ejemplificación particular, es cuando algunos de los Casos establecieron una relación de proporcionalidad entre las propiedades extensivas (masa y volumen) que intervienen en la propiedad intensiva (densidad), puesto que en algunas situaciones los Casos pudieron identificar que al aumentar la masa aumenta proporcionalmente el volumen, lo que en acuerdo con Campbell (1921/1985) representa un modo significativo de adoptar un nuevo proceso para medir la densidad y así asignar una cifra que la represente.

Finalmente, las caracterizaciones de los Casos fueron de vital importancia, puesto que brindaron fundamentos y posibilidades para construir a partir del proceso de la experimentación el análisis de la fenomenología de la cual emerge el algoritmo matemático, es decir, tomar la

**Facultad de Educación**

actividad experimental como base para la construcción del conocimiento y darle un carácter de discusión, permite tener consideraciones relevantes al momento de construir, explicar, ejemplificar y justificar la densidad a partir del fenómeno de la flotabilidad. Por lo tanto, se plantea una estrategia didáctica ejemplificada en la magnitud física densidad que permita visualizar la relación de constitución entre la física y la matemática a partir de la cuantificación de la densidad como magnitud física intensiva.

En este sentido, la investigación proporcionó elementos relevantes en cuanto a la relación de constitución entre la física y la matemática, que si bien se ejemplificó a partir de la cuantificación de la densidad en el fenómeno de la flotabilidad, este proceder señala una ruta, no sólo para el análisis de situaciones en el contexto de la física, sino también en el contexto matemático como alternativa para la construcción de los objetos matemáticos.

Por otra parte, asumir la relación de constitución entre la matemática y la física supone la coexistencia de las dos en el análisis de una situación física y, en consecuencia, considerar una relación tributaria entre la matemática y la física. Esto permite señalar el interés que puede tener indagar por ¿Cómo articular procesos experimentales que permitan la construcción de los objetos matemáticos a partir del análisis de situaciones físicas?

### **7. Referencias Bibliográficas**

- Aguilar, Y. (2006). Apropósito de la hidrostática: una reorganización conceptual desde la perspectiva Euleriana (Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar título de magister en docencia de las ciencias experimentales). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Aguilar, Y., Restrepo, T. y Mejía, R. (2002). El movimiento desde la perspectiva de sistema, estado y transformaciones. Capítulo 2: cosmovisiones: realista y fenomenológica. Trabajo monográfico de la Especialización en Ciencias Experimentales. Universidad de Antioquia, Medellín.30-40. Recuperado de:  
<http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/297/1/JD0341.pdf> (03 Oct 2016)
- Ayala, M. M. (junio-abril, 2006). Los análisis históricos críticos y la reconstrucción de saberes científicos. Construyendo un nuevo espacio de posibilidades. Pro-Posições, 17, No. 1 (49), 19-37.
- Ayala, M.M., Garzón, M. y Malagón, F. (2007). Consideraciones sobre la formalización y matematización de los fenómenos físicos. Praxis Filosófica. (25), 39-54. Recuperado de:  
[http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0120-46882007000200003](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-46882007000200003)  
(23 Sep. 2016).
- Campbell, N. (1921/1985). Medición. [Tomado de What Is Science, 1921]. En: Newman, James R. (1985). Sigma, el mundo de las matemáticas, Tomo 5, Ed. Grijalbo, Barcelona, 1986. Pp.186- 201.
- Carr, E. (1983) ¿Qué es la historia? Ed. Ariel S.A., Barcelona, 1983. Capítulo 1. El Historiador y los hechos, 49-76.

**Facultad de Educación**

Cassirer, E. (1986) Fin y método de la física teórica. En: El problema del conocimiento. México:

Fondo de cultura económica.

Duhem, P. (1914, 2003) La teoría física, su objeto y su estructura. Ed. Herder, Barcelona, 2003, 353-356.

Fleck, L. (1986). Génesis y desarrollo de un hecho científico. Alianza Editorial 1986, 43-98.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006).Capítulo 14: Recolección y análisis de los datos cualitativos. Metodología de la investigación.581-685. Mexico. Interamericana Editorial S.A.

Kuhn, T. (1982).La tensión esencial. Estudios selectos sobre la tradición y el cambio en el ámbito de la ciencia. Madrid: Fondo de Cultura Económica

Lévy-Leblond, J. M. (1988). Física y matemáticas. En “Pensar la matemática”. Tusquets Editores, Barcelona, 75-92.

Machado, I.C., Restrepo, E.A., Sossa, I.E., y Aguilar, Y., (16 al 20 de mayo 2011).

Recontextualización en la enseñanza del concepto de gravedad a partir de un análisis histórico-epistemológico de la perspectiva galileana. Revista científica. Extra.116-120.

Recuperado de: <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/397/1/JD0717.pdf>

(23 Sep. 2016).

Ospina, A., Tobón, E. y Aguilar, Y., (2011). A propósito de la formalización de los fenómenos físicos: un análisis desde la perspectiva newtoniana. Revista científica. Extra. 215-224.

Recuperado de:

[http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/3507/1/AguilarYirsen\\_2011\\_Formalizaci](http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/3507/1/AguilarYirsen_2011_Formalizaci)

[onfenomenosfisicos.pdf](http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/3507/1/AguilarYirsen_2011_Formalizaci) (23 Sep. 2016).

**Facultad de Educación**

Romero, A (2013) Reflexiones acerca de la Naturaleza de las Ciencias como fundamento de propuestas de enseñanza. En: Romero, A. et al. La argumentación en la clase de ciencias. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, 71-98.

Romero, A.E., Rodríguez, L.D., Rincón, J.D. y Medina, J. (julio del 2002). Los procesos de matematización y la organización de los fenómenos físicos: el caso de los fenómenos mecánicos y térmicos. Análisis conceptuales y elementos para propuestas didácticas. Medellín. 1-160. recuperado de:  
<http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1911/1/JD0037.pdf>. (23 de sep.2016).

Rúa, E. M., Gómez, M.D., Salazar, A.S. y Aguilar, Y. (2012). A propósito de la óptica newtoniana: un proceso de recontextualización en la enseñanza de la física. Asociación Colombiana para la Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología. Revista EDUCyT; Extra. Diciembre. 1-16. Recuperado de:  
[https://www.researchgate.net/publication/267025444\\_a\\_proposito\\_de\\_la\\_optica\\_newtoniana\\_un\\_proceso\\_de\\_recontextualizacion\\_en\\_la\\_ensenanza\\_de\\_la\\_fisica](https://www.researchgate.net/publication/267025444_a_proposito_de_la_optica_newtoniana_un_proceso_de_recontextualizacion_en_la_ensenanza_de_la_fisica)

Stake, R.E. (1999). Investigación con estudios de casos. Editorial Morata S.L. Madrid, España.

Tamir, P.& Lunetta, V.N.(1878). An analysis of laboratory activities in the BSCS Yellow versión, *American Biology Teacher*, 40,426-428.

**Anexos**

**Anexo N°. 1: Instrumento de pilotaje**

**Introducción**

La densidad se define como la cantidad de materia que ocupa un cuerpo en estado inercial a razón del espacio que ocupa dicho cuerpo; las personas pueden distinguir cuando algo es más denso o menos denso, pero no es algo del sentido común ya que la densidad va mucho más allá de algo científico.

La densidad se le atribuye a Arquímedes (hacia el año 250 a.C), donde se refiere a: “Todo cuerpo sumergido en un fluido, sufre una fuerza ascendente (empuje) cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo.”.

Esta definición sobre el principio de Arquímedes da pie para comprender cuando un cuerpo flota en otro, algo que es relacionado a la tercera ley de Newton, la cual de acción y reacción. Este principio permite la medición de la densidad que hay en cada cuerpo (líquido, sólido y gaseoso), ya que en cada uno de ellos es único.

**Objetivo:** Cuantificar la magnitud densidad a partir de la flotabilidad de algunos cuerpos cuando interactúan con líquidos.

**Materiales:** Recipientes (vasos, probetas), líquidos (agua, aceite, glicerina, miel) y cuerpos sólidos (sacapuntas, borrador, clips, canicas, plastilina).

**A. Procedimiento1:**

Se tiene en un recipiente con dos líquidos: agua y aceite, y dos cuerpos de densidad desconocida.

✚ Describa lo que sucede con el cuerpo cuando se introduce en agua y luego en el aceite,

**Facultad de Educación**

- ✚ ¿Qué puedes decir de la densidad del cuerpo en relación con los líquidos? (Más denso que, menos denso que).
- ✚ Repita el mismo procedimiento con el otro cuerpo.
- ✚ Compare las densidades y ordénelas de menor a mayor según lo observado.

**B. Procedimiento 2.**

**Materiales:** Cuerpos sólidos diferentes (canicas, borrador, sacapuntas, plastilina, clips).

- ✚ Determine la masa y el volumen de cada uno de los cuerpos,
- ✚ Construya una tabla de datos con los valores obtenidos y para cada cuerpo realice un gráfico ubicando los valores de la masa en el eje vertical y los valores del volumen en el eje horizontal.
- ✚ Compare la inclinación de los gráficos, ¿Qué crees que significa físicamente la diferencia o igualdad de estas inclinaciones?
- ✚ Calcule ahora la pendiente de cada uno de los gráficos con la expresión  
$$(m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}),$$
- ✚ ¿Qué unidades tiene esta pendiente?,
- ✚ según las unidades, ¿Cuál es su significado físico?
- ✚ Atendiendo a la ordenación realizada en el procedimiento 1, asigne los valores a cada una de las densidades.

Escriba una ecuación que dé cuenta del fenómeno observado en el procedimiento 1



**Facultad de Educación**

**Anexo N°. 2: Matriz de pilotaje**

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	ASERTOS
C1	tipo de líquido, tiempo (tarda o cae más rápido), forma del objeto, freno, posición	más denso hunde más rápido sólido más denso que los líquidos,	sólidos : borrador plastilina sacapuntas canica líquidos : agua aceite glicerina miel	densidad altura peso velocidad tiempo	d=m/v	agua = 1 aceite = 1.5 glicerina = 2 borrador = 2.5 miel = 3 plastilina = 3.5 sacapuntas = 4 canica = 4.5	
C2	tiempo,(tarda o cae mas rápido) altura, tipo de líquido,	sólidos más denso que los líquidos	sólidos : borrador plastilina sacapuntas canica	altura tiempo densidad peso	d=m/v	agua = 1 aceite = 2 glicerina = 3 borrador = 4 miel = 5 plastilina = 6	



**Facultad de Educación**

	densidad, posición		líquidos : agua aceite glicerina miel			sacapuntas =7 canica = 8	
ASERTOS	tiempo,(tard a o cae mas rápido) posición	más denso sólido más denso que los líquidos,	sólidos : borrador plastilina sacapuntas canica  líquidos : agua aceite glicerina miel	densida d tiempo altura peso	$d=m/v$	agua = 1	

**Facultad de Educación**

**Anexo N°. 3: Instrumento 1: la densidad desde la flotabilidad**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

I.E. COMERCIAL DE ENVIGADO

**INTRODUCCIÓN**

La densidad se define como la cantidad de materia que ocupa un cuerpo en estado inercial a razón del espacio que ocupa dicho cuerpo; las personas pueden distinguir cuando algo es más denso o menos denso, pero no es algo del sentido común ya que la densidad va mucho más allá de algo científico.

La densidad se le atribuye a Arquímedes (hacia el año 250 a.C), donde se refiere a: “Todo cuerpo sumergido en un fluido, sufre una fuerza ascendente (empuje) cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo.”.

Esta definición sobre el principio de Arquímedes da pie para comprender cuando un cuerpo flota en otro, algo que es relacionado a la tercera ley de Newton, la cual de acción y reacción. Este principio permite la medición de la densidad que hay en cada cuerpo (líquido, sólido y gaseoso), ya que en cada **uno de ellos es único.**

**Objetivo:** Cuantificar la densidad a partir de su caracterización en el fenómeno de la flotabilidad de algunos cuerpos en interacción con diferentes líquidos.

**Materiales:** Balanza, Alcohol etílico, aceite, Agua, Cilindro graduado, 3 vasos de plástico transparentes altos idénticos, 3 velas pequeñas (iguales), , 3 canicas de cristal, 3 cubos de madera wengue pequeños, Anilina.

**A. Procedimiento:**



**Facultad de Educación**

1. Se tienen tres vasos con agua ,aceite y alcohol ( 150ml c/u) y tres cuerpos diferentes:

- Coloque una vela en el vaso con agua, otra en el vaso con aceite y otra en el vaso con alcohol, luego observe los tres vasos y analice qué pasa con la vela.
- Repita el mismo procedimiento con las canicas y los cubitos de madera.

**B. Preguntas**

- Describa lo que sucede con cada cuerpo cuando se introduce en cada líquido:

	<b>VELA</b>	<b>BOLA DE CRISTAL</b>	<b>CUBO DE MADERA</b>
<b>AGUA</b>			
<b>ACEITE</b>			
<b>ALCOHOL</b>			

- Ordena según la importancia de su intervención en las variables en el fenómeno observado en la situación anterior: densidad, peso, volumen, masa, forma, tamaño.
- ¿Por qué crees que algunos cuerpos flotan y otros se hunden en estos fluidos?
- ¿Qué puedes decir de la densidad de cada cuerpo en relación con los líquidos? (Más denso que, menos denso que). Justifica la respuesta.
- Ordena de menor a mayor la densidad los cuerpos utilizados anteriormente. Justifica dicha posición.

**Facultad de Educación**

**Anexo N°. 4: Instrumento 2: la densidad desde la flotabilidad**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

I.E. COMERCIAL DE ENVIGADO

**INTRODUCCIÓN**

**Objetivo:** Cuantificar la densidad a partir de su caracterización en el fenómeno de la flotabilidad de diferentes líquidos.

**Materiales:** Balanza, Alcohol etílico, aceite, Agua, Probeta, Recipiente plástico, 1 vela pequeña, 1 canica de cristal, 1 cubo de madera wengue pequeño, Anilina.

**A. Procedimiento:**

Con la ayuda de la probeta calcular: 100 ml de agua, 100 ml de aceite y 100 ml de alcohol.

Luego vierta 100 ml de aceite en el recipiente plástico, mezcla el agua con anilina e introdúcelo lentamente al recipiente y finaliza vertiendo con cuidado los 100 ml de alcohol.

**B. Preguntas:**

- Describa qué pasó con los líquidos cuando se vierten en el mismo recipiente.
- ¿Por qué crees que ocurre lo que observas?
- Ordena los líquidos según la densidad, de menor a mayor.

**Facultad de Educación**

**Anexo N°. 5: Instrumento 3: la densidad desde la comparación de masas de volúmenes iguales**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

.I.E. COMERCIAL DE ENVIGADO

**Introducción:** La masa y el volumen son propiedades generales o extensivas de la materia, es decir son comunes a todos los cuerpos materiales y además dependen de la cantidad o extensión del cuerpo. En cambio la densidad es una propiedad característica, ya que nos permite identificar distintas sustancias.

**Objetivos:** Cuantificar la densidad a partir de la comparación de la masa de volúmenes iguales de diferentes líquidos.

**Materiales:** Balanza no convencional, Alcohol etílico, aceite, Agua, 2 vasos de plástico transparentes altos idénticos.

**A. Procedimiento:**

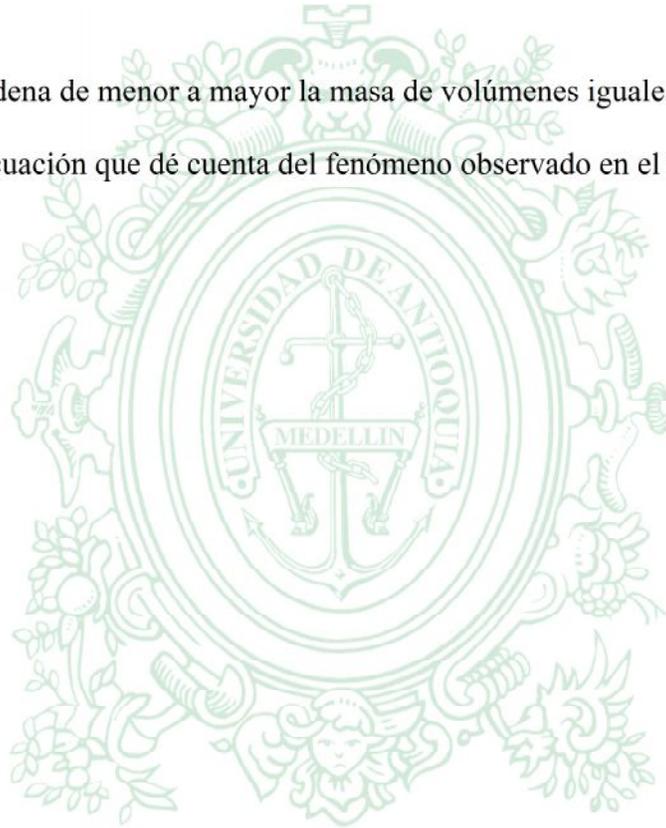
Con la ayuda de una balanza no convencional compararemos el peso de los líquidos.

- Ponga a un lado de la balanza el vaso de agua con 100 ml y del otro lado el vaso de aceite con 100 ml, describa lo que ocurre, por qué crees que ocurre esto?
- Ponga a un lado de la balanza el vaso de agua con 100 ml y del otro lado el vaso de alcohol con 100 ml describa lo que ocurre, por qué crees que ocurre esto?
- Ponga a un lado de la balanza el vaso de alcohol con 100 ml y del otro lado el vaso de aceite con 100 ml. describa lo que ocurre, por qué crees que ocurre esto?
- De las siguientes variables marque las que intervienen en lo observado:



**Facultad de Educación**

- a. densidad
  - b. masa
  - c. forma
  - d. textura
- Compara y ordena de menor a mayor la masa de volúmenes iguales de cada líquido.
  - Escriba una ecuación que dé cuenta del fenómeno observado en el procedimiento.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**Facultad de Educación**

**Anexo N°6: Instrumento 4: cuantificación de la densidad**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

I.E. COMERCIAL DE ENVIGADO

**Introducción:** La masa y el volumen son propiedades generales o extensivas de la materia, es decir son comunes a todos los cuerpos materiales y además dependen de la cantidad o extensión del cuerpo. En cambio la densidad es una propiedad característica, ya que nos permite identificar distintas sustancias.

**Objetivo:** Cuantificar la densidad a partir de la relación masa y volumen

- **MATERIALES:** Balanza, Agua, Beaker, Recipiente plástico.

**B. PROCEDIMIENTO**

Averigüe la masa de un Beaker vacía. Registre la masa en gramos en el cuadro de la hoja de actividades.

- Vierta 50 ml, 100 ml, 150 ml, 200 ml de agua en probeta. Intente ser lo más preciso posible verificando su precisión en la marca de ml.
- Pese la probeta con el agua en su interior. Registre la masa en gramos.
- Calcule la masa solo del agua restando la masa de la Beaker vacía. Registre la masa de 100 ml de agua en el cuadro.
- Use la masa y el volumen del agua para calcular la densidad. Registre la densidad en g/ml en el cuadro.

	50 ml	100ml	150 ml	200ml
<b>Masa de la beaker + líquido</b>				
<b>Masa de la beaker</b>				
<b>Masa del líquido solo</b>				
<b>Densidad</b>				

- Realice un gráfico para el agua ubicando los valores de la masa en el eje vertical y los valores del volumen en el eje horizontal.
- ¿Qué crees que significa la inclinación del gráfico?
- Calcule ahora la pendiente de cada uno de los gráficos con la expresión siguiente:
- ¿Qué unidades tiene esta pendiente?, según las unidades, ¿Cuál es su significado físico?



**Anexo N°7: Sistematización del instrumento N° 1.**

	<b>PREGUNTA 1</b>	<b>PREGUNTA 2</b>	<b>PREGUNTA 3</b>	<b>PREGUNTA 4</b>	<b>PREGUNTA 5</b>	<b>ASERTOS</b>
<b>CASO 1</b>	Denso, hunde, densidad, flotar	Densidad, masa, peso, volumen, tamaño, forma	Mas denso, menos denso	Mas denso, menos denso	Bolita de cristal, agua, vela, aceite, madera, alcohol	Densidad
<b>CASO 2</b>	Denso, hunde, densidad, flotar	Densidad, masa, peso, volumen, tamaño, forma	Flotan, no flotan, densidad	Mas denso, menos denso	Bolita de cristal, agua, vela, aceite, madera, alcohol	Densidad
<b>CASO 3</b>	Sumergió, densidad, cayó, floto, no se hundió	Densidad, masa, volumen, tamaño, forma, peso	Densidad, varia	Mas denso, menos denso	Bolita de cristal, agua, aceite, vela, madera alcohol	Densidad
<b>CASO 4</b>	Se hunde, flotar	Masa, volumen,	Flotan, menos	Mas denso, menos	Bolita de cristal, agua,	Densidad



**Facultad de Educación**

		densidad, peso, tamaño, forma	denso, hunde, mas denso	denso, se hunde, flota, densidad	vela, aceite, madera, alcohol	
<b>ASERT OS</b>	Hundir, flotar	1.Densidad, 2.masa	Mas denso, menos denso	Mas denso, menos denso	1.Bolita de cristal, 2.agua, 3.vela, 4.aceite, 5.madera, 6.alcohol	Densidad



**Anexo N° 8: Sistematización del instrumento N°. 2**

	<b>PREGUNTA 1</b>	<b>PREGUNTA 2</b>	<b>PREGUNTA 3</b>	<b>ASERTOS</b>
<b>CASO 1</b>	Pasa, Queda Encima	Menos denso Mas denso	Alcohol Aceite Agua	Flotabilidad Densidad
<b>CASO 2</b>	Hunde Flotabilidad Densidad	Densidad	Alcohol Aceite Agua	Flotabilidad Densidad
<b>CASO 3</b>	Queda Abajo Mitad Parte superior No se mezclaron	Densidad	Alcohol Aceite Agua	Flotabilidad Densidad
<b>CASO 4</b>	Floto Paso No se mezclaron	Densidad	Alcohol Aceite Agua	Flotabilidad Densidad
<b>ASERTOS</b>	Hundir Flotar	Densidad	Alcohol Aceite Agua	Flotabilidad Densidad



**Anexo N°. 9: Sistematización del instrumento N°.3**

	<b>PREGUN TA 1</b>	<b>PREGUN TA 2</b>	<b>PREGUN TA 3</b>	<b>PREGUN TA 4</b>	<b>PREGUN TA 5</b>	<b>PREGUN TA 6</b>	<b>ASERTO S</b>
<b>CASO 1</b>	Agua Mas masa Aserto	Agua Masa Alcohol	Aceite Mas masa Alcohol	Masa Densidad	Alcohol Aceite Agua	M=DxV	Masa Volumen
<b>CASO 2</b>	Masa mayor	Masa menor	Masa mayor	Masa Densdad	Alcohol Aceite Agua	M=DxV	Masa Volumen
<b>CASO 3</b>	Mas masa	Primando masa	Mas masa	Masa	Alcohol Aceite Agua	M=DxV	Masa Volumen
<b>CASO 4</b>	Agua Mas masa Aceite	Alcohol Menor masa Agua	Aceite Mas masa Alcohol	Masa	Alcohol Aceite Agua	M=DxV	Masa Volumen
<b>ASERTO S</b>	Masa	Masa	Masa	Masa	Alcohol Aceite Agua	M=DxV	Masa



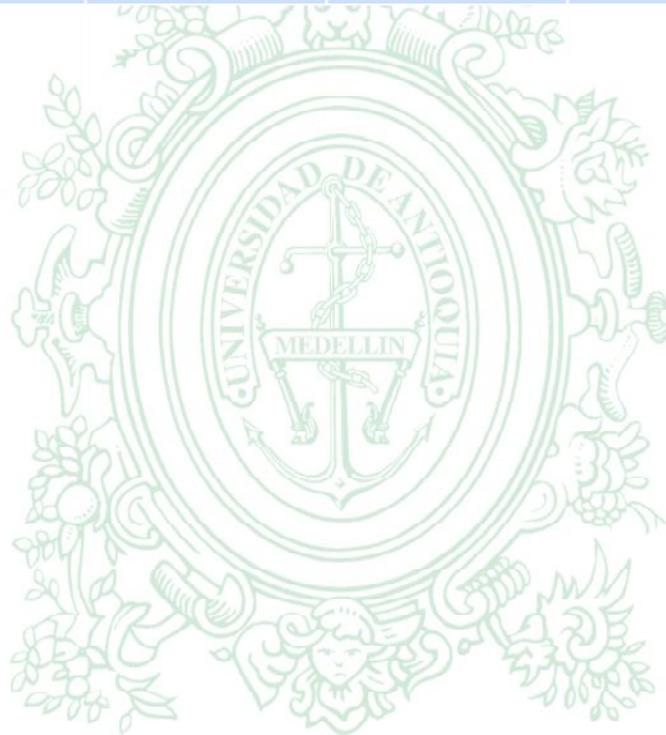
**Anexo N°. 10: Sistematización del instrumento N°4.**

	<b>PREGUNTA 1</b>	<b>PREGUNTA 2</b>	<b>PREGUNTA 3</b>	<b>PREGUNTA 4</b>	<b>ASERTOS</b>
<b>CASO 1</b>	Función lineal	Directamente Proporcional Aumenta Masa Volumen	1,103 g/ml	g/ml densidad	Densidad
<b>CASO 2</b>	Función lineal	Masa Volumen Directamente Proporcional	1,06g/ml	g/ml densidad	Densidad
<b>CASO 3</b>	Función lineal	Masa Directamente Proporcional Volumen	1,02 g/ml	g/ml densidad	Densidad
<b>CASO 4</b>	Función lineal	Masa Volumen Proporcional Volumen	0,94g/ml	g/ml densidad	Densidad



**Facultad de Educación**

<b>ASERTOS</b>	Función lineal	Directamente Proporcional Masa Volumen	1,03 g/ml	g/ml densidad	Densidad
----------------	----------------	---	-----------	------------------	----------



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**Facultad de Educación**

**Anexo 11: Protocolo De Compromiso Ético**

Ante esta instancia, como autoras de la investigación titulada **LA FÍSICA Y LA MATEMÁTICA: UNA RELACIÓN DE CONSTITUCIÓN EJEMPLIFICADA EN LA CONSTRUCCIÓN DE MAGNITUDES FÍSICAS**, presentamos nuestro compromiso ético con los participantes en este proceso. Entendemos como imperativo y deber, hacer uso adecuado y discrecional de la información recolectada en el marco de esta investigación, con el único fin de lograr los objetivos de la propuesta y en la perspectiva de contribuir con aportes para el mejoramiento de la educación en los ámbitos propios de la investigación.

El uso discrecional y adecuado de la información recogida y de su análisis, implica que la misma sólo será utilizada en el caso de publicación de los productos derivados de la investigación sobre algún tópico indagado y que, en relación con ello, se evitará la alusión a nombres propios, se valorará con respeto y responsabilidad los datos aportados y, finalmente, que los análisis y resultados serán dados a conocer en primera instancia a algunos de estos participantes, para su evaluación.

Desde esta perspectiva, las personas que firman este documento autorizan a las investigadoras para que las fuentes de información como escritos, entrevistas, observaciones, etc.; se constituyan en bases de datos para los eventos señalados. Al respecto, se solicita también a los firmantes de este documento anotar, algunas recomendaciones o sugerencias que consideren pertinentes en relación con la autorización que otorgan.



**Facultad de Educación**

Nombre	Firma	Edad	Sugerencia o recomendación

Autoras de la investigación:

**Sandra Milena Blandón**

**Ana Mercedes Gutiérrez Agudelo**

**Melissa Mayorga López**

**Estudiantes de la Licenciatura en Matemática y Física**

**Universidad de Antioquia**

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



**Facultad de Educación**

**Anexo 12: Formato de entrevista**

NOMBRE:

\_\_\_\_\_

GRADO: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_

PREGUNTAS:

- ✚ ¿Qué consideras que es flotabilidad?
- ✚ ¿Cuándo un cuerpo es flotable y cuando no?
- ✚ A partir de la experimentación anterior, puedes definir ¿Qué es masa?
- ✚ ¿Qué puedes decir de la densidad del cuerpo en relación con los líquidos?
- ✚ ¿Por qué crees que algunos cuerpos flotan y otros se hunden en estos fluidos?
- ✚ ¿Qué puedes decir de la densidad de cada cuerpo en relación con los líquidos?

ANALISIS:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_





**Facultad de Educación**

**Anexo N°. 13: Formato de observación de clase**

NOMBRE DE LA INSTITUCION EDUCATIVA:

\_\_\_\_\_

GRADO A OBSERVAR: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_

OBJETIVO DE LA OBSERVACION:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

DESCRIPCION DE LA SESION:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

REFLEXIÓN:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

ASPECTOS DIDACTICOS:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

