



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER Y LAS SITUACIONES DE
GENERALIZACIÓN MATEMÁTICA COMO EJES DINAMIZADORES DEL
PENSAMIENTO VARIACIONAL**

Trabajo para optar al título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

OMAR AUGUSTO AGUDELO DÍAZ.

MAURICIO GUTIÉRREZ RÚIZ.

Asesores

CARLOS JULIO ECHAVARRIA

CATALINA BERMUDEZ



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

**LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER Y LAS SITUACIONES DE
GENERALIZACIÓN MATEMÁTICA COMO EJES DINAMIZADORES
DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL**

OMAR AUGUSTO AGUDELO DÍAZ

MAURICIO GUTIÉRREZ RÚIZ

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN.

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y ARTES

PROGRAMA DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON

ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

MEDELLÍN 2015

AGRADECIMIENTOS

A la J.E. Centro Formativo de Antioquia CEF A, por brindarnos el espacio y los medios para desarrollar nuestra práctica.

A nuestros asesores, Carlos Julio y Catalina, por acompañarnos en este proceso, el cual ha marcado una forma de hacer las cosas en nuestro quehacer docente.

A nuestras madres Lenis Díaz y Cielo Ruiz, ya que sin ellas, lo que un día fue un sueño hoy no sería una realidad.

RESUMEN

Este trabajo de grado es una Sistematización de Experiencias de Aula, que se llevó a cabo en el CEFA con las estudiantes de 11° Alimentos 1, en el cual se trabajó bajo la Metodología de Aula Taller, y se muestran 5 guías de trabajo desarrolladas e implementadas con la intención de fortalecer las fases de generalización matemáticas (*ver, describir* y *escribir*) y mediante la reconstrucción de la experiencia, la recolección de datos y el análisis de éstos se determina de qué manera se dinamiza el desarrollo del pensamiento variacional en estas estudiantes.

Palabras Claves: Didácticas de las Matemáticas, Metodología de Aula Taller, Pensamiento Variacional, Procesos de Generalización, Sistematización de Experiencias de Aula.

ABSTRAC

This degree work is a class systematization of experiences, it was carried out whit students of grade 11° Alimentos 1 of CEFA, in which we work under Classroom-Workshop methodology, whit the intension to strengthen mathematical generalization phases (see, describe, writhe) it shows 5 work guides developed and implemented, by means of experience reconstruction, data compilation and analysis, There decides the way in which the development is stirred into action of student's variational thought.



TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS.....	ii
RESUMEN	iii
TABLA DE CONTENIDO	iv
LISTA DE FIGURAS Y TABLAS.	vii
INTRODUCCIÓN	11
JUSTIFICACIÓN.....	14
CAPITULO I: UN MUNDO FASCINANTE.	16
LECTURA DEL CONTEXTO ESCOLAR DEL CENTRO FORMATIVO DE ANTIOQUIA “CEFA”.	17
NUESTRO PRIMER ACERCAMIENTO AL CONTEXTO EDUCATIVO.	22
PREGUNTA ORIENTADORA.	27
OBJETIVO GENERAL.	27
OBJETIVOS ESPECIFICOS:	27
CAPITULO II: RUTAS A SEGUIR.	28
DESDE LA SISTEMATIZACION:	28
DESDE LA GENERALIZACIÓN MATEMÁTICA.	31
DESDE EL PENSAMIENTO VARIACIONAL:	35
DESDE LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER	39
CAPITULO III: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA.....	42



LAS GUÍAS SISTEMATIZADAS.....48

Guía de Probabilidad y el Juego Injusto. 49

Reconstrucción de la actividad:..... 50

Guía de “El Juego con los Botones y Los Números Cuadrados”. 64

Reconstrucción de la actividad:..... 65

Guía de los números poligonales: el problema de los saludos. 72

Reconstrucción de la actividad:..... 73

Guía Reconociendo Regularidades I 84

Reconstrucción de la actividad:..... 85

Guía Reconociendo Regularidades II 92

Reconstrucción de la actividad:..... 93

CAPITULO4: CONCLUSIONES 105

ANEXOS..... 108

Anexo 1 Guía de “Probabilidad”. 109

Anexo 2 Guía El Juego de los Botones. 111

Anexo 3 Guía de los números poligonales: el problema de los saludos. 119

Anexo 4 Guía de Reconociendo regularidades 1 128

Anexo 5 Guía de Reconociendo Regularidades 2. 131

Anexo 6: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “Probabilidad”. 134

Anexo 7: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “El Juego con los Botones”	144
Anexo 8: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “Los Números Poligonales: el Problema de los Saludos”	154
Anexo 9: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “Reconociendo Regularidades I”	163
Anexo 10: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “Reconociendo Regularidades 2”	171
REFERENTES DE LAS GUÍAS.....	181
REFERENTES TEORICOS.....	182



LISTA DE FIGURAS Y TABLAS.

Figura 1 Espacio físico del Aula Taller CEFA	24
Figura 2. Representación gráfica de la Metodología de Aula Taller.	44
Figura 3. Representación en una escala entre 0 y 1 de la frecuencia de ocurrencia de los eventos descritos en las guías implementadas por un subgrupo de estudiantes del CEFA en el desarrollo de la guía “Probabilidades”	54
Figura 4. Representación en una escala entre 0 y 1 de la frecuencia de ocurrencia de los eventos descritos en las guías implementadas por un subgrupo de estudiantes del CEFA en el desarrollo de la guía “Probabilidades”	55
Figura 5. Registro de datos mediante tabla realizada por una estudiante.	58
Figura 6. Tabla realizada por una estudiante para mostrar las posibilidades en el lanzamiento de dos dados.....	59
Figura 7. Evidencia de la generalización realizada por una estudiante.	60
Figura 8. Representación gráfica, numérica y algebraica de los números cuadrados.	66
Figura 9. Representación gráfica, numérica y algebraica de los números cuadrados.	67
Figura 10. Tabla de datos que da cuenta de la generalización algebraica para el caso de N cantidad de botones de un mismo color.	68
Figura 11. Tabla de datos y operaciones que muestran las representaciones en busca de la representación algebraica del caso de una cantidad N de botones de un color.	69
Figura 12. Se evidencia la relación y el significado de las variables usadas en el desarrollo de la guía.	71
Figura 13. Representación tabular de los primeros 8 polígonos regulares.	74

Figura 14. Descripciones escritas y representación tabular de las generalidades

halladas.....75

Figura 15. Se muestra el razonamiento de la estudiante para llegar a la expresión **$nn - 32$**
.....77

Figura 16.....79

Figura 17.....80

Figura 18. Evidencia del razonamiento algebraico utilizado como forma de escribir la
generalidad en lenguaje matemático.82

Figura 19. Evidencia de las cajas realizadas por las estudiantes con la guía Reconociendo
regularidades I.....86

Figura 20. Descripción en lenguaje normal de las generalidades presentes en la actividad
Reconociendo regularidades I.88

Figura 21. Representación tabular de los datos registrados y hallados por las estudiantes. .90

Figura 22. Se ve la generalización algebraica alcanzada por las estudiantes y propuesta en
la guía.91

Figura 23. Operaciones que se realizan para hacer los cortes en el triángulo para formar el
prisma recto de base triangular.....95

Figura 24. Tratamiento dado por las estudiantes para hallar los datos correspondientes al
ejercicio97

Figura 25. Tratamiento trigonométrico para hallar la longitud del segmento “a”98

Figura 26. Evidencia de las respuestas dadas por las estudiantes.....99

Figura 27. Tabla de datos recogidos cuando se pone a variar X 101

Figura 28. Tratamiento de las estudiantes para hallar el área de la figura para formar el
prisma recto de base triangular..... 102

Figura 29. Fórmula utilizada para hallar h.....103

Figura 30. Representación algebraica de los datos pedidos en la tabla.104

Tabla 1. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Probabilidad”134

Tabla 2. Identificación de conceptos en la guía de “Probabilidades”141

Tabla 3. Identificación de procedimientos en la guía de “Probabilidad”142

Tabla 4. Identificación de propiedades en la guía de “Probabilidades”144

Tabla 5. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “El Juego con los Botones”144

Tabla 6. Identificación de conceptos matemáticos en la guía de “El Juego con los Botones”

.....149

Tabla 7. Identificación de procedimientos matemáticos en la guía de “El Juego con los

Botones”152

Tabla 8. Identificación de propiedades matemáticas en la guía de “El Juego con los

Botones”153

Tabla 9. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Los Números Poligonales: el

Problema de los Saludos”155

Tabla 10. Identificación de conceptos matemáticos en la guía de “Los Números

Poligonales: el Problema de los Saludos”158

Tabla 11. Identificación de procedimientos en la guía de “Los Números Poligonales: el

Problema de los Saludos”160

Tabla 12. Identificación de propiedades en la guía de “Los Números Poligonales: el

Problema de los Saludos”161



Tabla 13. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Reconociendo

Regularidades 1”163

Tabla 14. Identificación de conceptos en la guía de “Reconociendo Regularidades 1”166

Tabla 15. Identificación de procedimientos en la guía de “Reconociendo Regularidades 1”

.....168

Tabla 16. Identificación de propiedades en la guía de “Reconociendo Regularidades 1” .169

Tabla 17. **Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Reconociendo Regularidades**

2”171

Tabla 18. Identificación de conceptos en la guía de “Reconociendo Regularidades 2”174

Tabla 19. Identificación de procedimientos en la guía de “Reconociendo Regularidades 2”

.....177

Tabla 20. Identificación de propiedades en la guía de “Reconociendo Regularidades 2” .179



INTRODUCCIÓN

El siguiente trabajo es una sistematización de experiencias de aula en torno a la siguiente pregunta de intervención: ¿Cómo a través de la metodología de Aula Taller y las situaciones de generalización matemática se dinamiza el desarrollo del pensamiento variacional, en algunas estudiantes de grado 11° Alimentos 1 del CEFA?

Como Licenciados en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas en formación, quisimos que nuestra intervención fuese en la educación media, con grupos de estudiantes de 10° y 11° del CEFA, pues creemos que el desarrollo del pensamiento variacional no es exclusivo de los grados 8° y 9°, sino que se extiende durante toda la vida académica de 1° a 11°, tal como lo promulgan los Lineamientos en Educación Matemática del Ministerio de Educación Nacional (MEN 2003), además quisimos desarrollar esta práctica desde una orientación diferente a la metodología clásica de enseñanza.

La Metodología de Aula Taller es una alternativa a la metodología tradicional, ya que esta brinda una dinámica diferente en el aula de clase, posibilitando un proceso de construcción de conocimiento a través de estrategias de pensamiento de forma colectiva y participativa, lo cual fortalece el trabajo interdisciplinario y en equipo, llevando a las estudiantes a innovar, plantear múltiples soluciones y conjeturas, en pocas palabras, la

Metodología de Aula Taller integra el pensar, hacer y sentir, siendo estas las bases para un aprendizaje significativo.

El trabajo fue realizado en el CEFA con algunos grupos de 10° y 11°, buscando la generalización matemática a partir de situaciones diseñadas en torno al pensamiento variacional, de este modo el desarrollo de estas experiencias posibilitó la sistematización de experiencias de aula, para lo cual nos apoyaremos en el método de estudio de casos.

Lo que pretendemos con la sistematización de nuestra experiencia de práctica profesional, es pues, enriquecer el co-aprendizaje en el cual estamos inmersos desde distintos enfoques teóricos, mediante un accionar planeado que haga visible los procesos y productos de conocimiento presentes en dicha práctica y responder a las preguntas planteadas. Para esto hemos separado nuestro escrito en capítulos.

En el capítulo 1: Un Mundo Fascinante, daremos cuenta de lo que fue la experiencia de esos primeros acercamientos a la cotidianidad vivida en el centro de práctica, interactuando con la planta humana de la institución, estudiantes y docentes, además de realizar la lectura institucional del Centro Formativo de Antioquia CEFA, gracias a lo anteriormente mencionado se logran establecer los tópicos sobre los cuales se desplegará nuestro accionar, se da paso a la formulación del tema, problema y objetivo.

En el capítulo 2: Rutas a Seguir, se deja en claro cuál será la metodología de intervención en el aula, la cual corresponde a la Metodología de Aula Taller se establecen algunos autores y los elementos teóricos sobre los cuales está fundamentado el desarrollo de la práctica.

En el capítulo 3: Aplicación de la Metodología, se muestra el diseño de la sistematización de experiencias de aula, se delimita la población con la que se realizara el trabajo, se establecen y aplican métodos de recolección y análisis de la información del estudio de casos.

En el capítulo 4: Conclusiones, analizamos la experiencia vivida bajo la luz de nuestros referentes teóricos, las categorías seleccionadas y como la sistematización de experiencias de aula, nos permite teorizar nuestra práctica, determinamos como se dinamiza el desarrollo del pensamiento variacional en un grupo determinado de estudiantes del CEFA; dando cuenta del proceso y los resultados obtenidos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

JUSTIFICACIÓN

El desarrollo del pensamiento variacional no se limita al trabajo de las matemáticas escolares en la educación básica, además ésta que se extiende durante toda la vida académica ya que los conceptos matemáticos no están exclusivamente ligados a un grado escolar en particular, sino que su desarrollo es continuo, por lo que se hace pertinente la intervención realizada en los grados 10 y 11 del CEFA.

En el CEFA se encuentran estudiantes de diferentes partes del departamento, las cuales han interactuado con diversas metodologías de enseñanza-aprendizaje y a su vez son de contextos socio-económicos diversos. Esta pluralidad hace del CEFA un escenario perfecto para la implementación de la Metodología de Aula Taller.

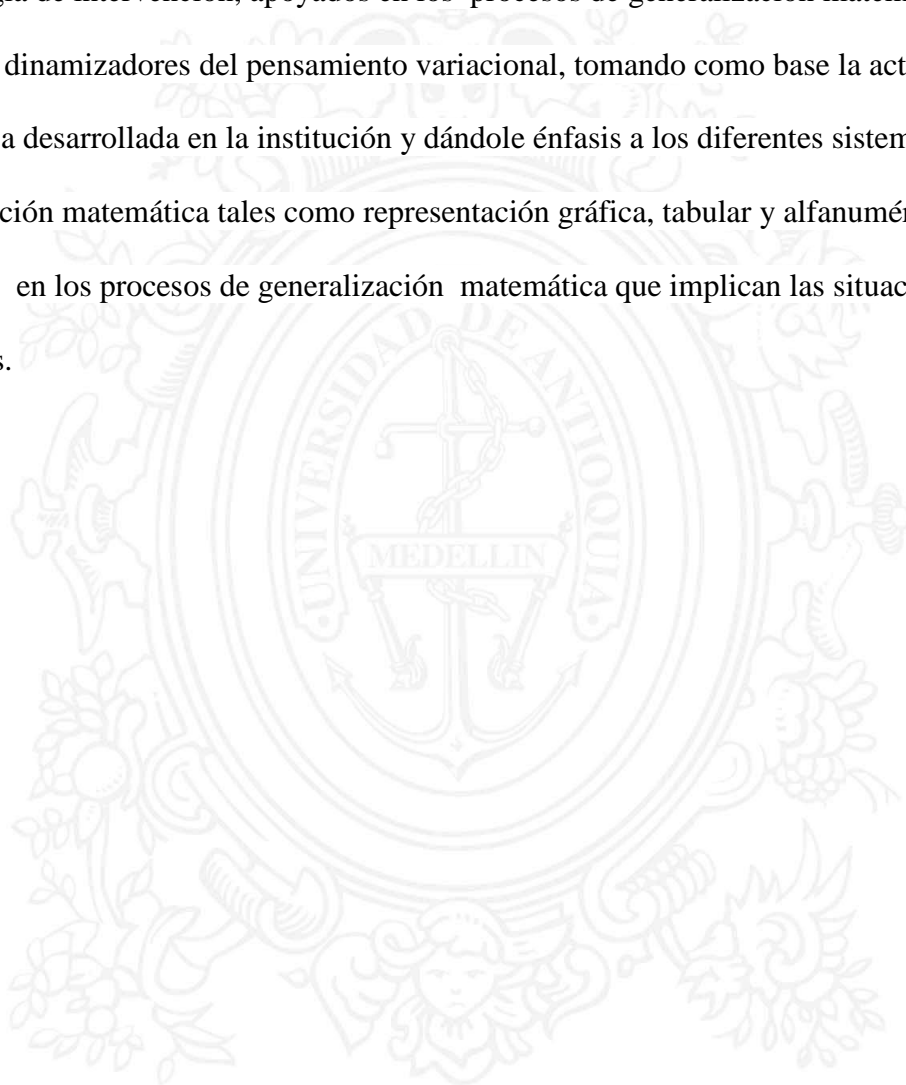
Consideramos a su vez, que en estos grados se sigue haciendo un trabajo significativo en torno al pensamiento variacional y que los elementos conceptuales que deben estar desarrollados en estos grados, permiten abstracciones y generalizaciones de mayor grado de dificultad, siendo éstos expresados y comunicados de una forma más concreta y menos ambigua, lo cual resulta transcendental para las aspiraciones de nuestro trabajo; además de poder desarrollarlo bajo una metodología.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Pues éste es un trabajo orientado desde la Metodología de Aula Taller como metodología de intervención, apoyados en los procesos de generalización matemática como ejes dinamizadores del pensamiento variacional, tomando como base la actividad matemática desarrollada en la institución y dándole énfasis a los diferentes sistemas de representación matemática tales como representación gráfica, tabular y alfanumérica o simbólica, en los procesos de generalización matemática que implican las situaciones propuestas.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

CAPITULO I: UN MUNDO FASCINANTE.

En el primer semestre de nuestra practica pedagógica (2013-2) con un horizonte hacia lo que queríamos realizar, trazado desde nuestras expectativas y desde las posibilidades brindadas por la universidad y en nuestro caso puntual por el asesor de práctica se dio paso a la división del grupo inicial en tres subgrupos, teniendo todos en común el enfoque hacia el pensamiento variacional, de ahí en adelante comenzamos por indagar de una manera minuciosa los posibles tópicos o temas sobre los cuales intervendríamos, para ello fue vital una lectura institucional profunda, donde se dio lugar a la lectura del Proyecto Educativo Institucional (PEI) y a la observación y análisis del contexto en el cual estaríamos inmersos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

LECTURA DEL CONTEXTO ESCOLAR DEL CENTRO FORMATIVO DE ANTIOQUIA “CEFA”.

El CEFA es un centro de formación femenino de carácter público, centra su trabajo en la educación media integrando la academia y la formación de valores, promoviendo la investigación y el continuo aprendizaje, respondiendo de esta manera a las necesidades y cambios de la sociedad, haciendo de este centro de formación uno de los mejores a nivel departamental.

El CEFA inicia labores en 1935 con el nombre de Instituto Central Femenino, ahora con el nombre de Centro Formativo de Antioquia CEFA, es una institución educativa de carácter público, aprobado legalmente por el Ministerio de Educación Nacional y la Secretaría de Educación Departamental, según Resolución 007248 del 23 de noviembre de 1992 hasta 1997, para impartir enseñanza de educación formal en los niveles de educación media técnica y educación media académica.

El domicilio está ubicado en la calle 50 41-55 del municipio de Medellín,
departamento de Antioquia.

La institución presta el servicio educativo para la población de 15 años a 17 años, que haya terminado la educación básica secundaria en Medellín y demás municipios del departamento de Antioquia, y casos excepcionales de otros departamentos. Cuenta con las siguientes especializaciones:

- Comercio
- Salud informática
- Ciencias químicas
- Alimentos
- Gestión comunitaria (deportes)
- Gestión cultural (artes).

Buscando con esto:

- La capacidad básica inicial para el trabajo.
- La preparación para vincularse al sector productivo y a las posibilidades de formación que éste ofrece.
- La formación adecuada a los objetivos de educación media académica, que permita al educando el ingreso a la educación superior.

El CEFA además ofrece en el bachillerato Media Académica, la profundización en Matemáticas, con los siguientes objetivos específicos:



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

- La profundización en un campo del conocimiento o en una actividad específica de acuerdo con los intereses y capacidades del educando.
- La profundización en conocimientos avanzados de las ciencias naturales
- La incorporación de la investigación al proceso cognoscitivo, tanto de laboratorio como de la realidad nacional, en sus aspectos natural, económico, político y social.
- El desarrollo de la capacidad para profundizar en un campo del conocimiento, de acuerdo con las potencialidades e intereses.
- La vinculación a programas de desarrollo y organización social y comunitaria, orientados a dar solución a los problemas sociales de su entorno.
- El fomento de la conciencia y la participación responsables del educando en acciones cívicas y de servicio social.
- La capacidad reflexiva y crítica sobre los múltiples aspectos de la realidad y la comprensión de los valores éticos, morales, religiosos y de convivencia en sociedad.

El personal con el que cuenta esta discriminado de la siguiente forma:

- Personal Directivo 4
- Personal Docente 104
- Personal administrativo 10
- Personal aseo 5

- Personal celaduría 2

La institución cuenta con los siguientes espacios dentro de su planta física, los cuales permiten el desarrollo de una educación integral:

- 31 Aulas de clase
- 11 Aulas especializadas
- 2 Laboratorios para física,
- 2 Laboratorios para química,
- 1 Laboratorio para biología,
- 1 Laboratorio para salud.
- 1 Aula Taller de matemáticas.
- Coliseo
- Biblioteca en dos niveles
- Espacios recreativos
- Espacios lúdicos: piscina, zona húmeda
- 2 Patios
- Área construida: 9.800 metros
- Área sin construir 1.870 metros

Misión.

Con el lema “Que vuestra luz resplandezca” el Centro Formativo de Antioquia

CEFA, tiene como misión la promoción y formación de la mujer, en el nivel de Educación Media Académica y Media Técnica, fundamentada en una cultura ciudadana que la prepara para la iniciación básica laboral y el ingreso a la Educación superior.

El CEFA forma ciudadanas comprometidas con la ciudad y el país.

Visión.

El Centro Formativo de Antioquia debe ser la mejor institución educativa de la ciudad de Medellín y el eje central de la ciudad educadora donde, se forme a la mujer con una cultura ciudadana, alta competitividad académica y sentido visionario para que explore horizontes para la iniciación básica a la vida laboral y el ingreso a la Educación Superior.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

NUESTRO PRIMER ACERCAMIENTO AL CONTEXTO EDUCATIVO.

Una vez nos encontramos puestos en escena en el centro de práctica, por medio de la interacción con las estudiantes y docentes del CEFA, siendo estas interacciones experiencias significativas, comenzamos a resolver las dudas iniciales a través del desarrollo de las primeras guías de trabajo.

Cabe resaltar que estas guías fueron previamente expuestas en el espacio de conceptualización del Seminario de Práctica Pedagógica para posteriormente ser llevadas al aula, ya que, mediante la puesta en común con nuestros pares académicos y los docentes que orientan dicho espacio de conceptualización, se hacen evidentes tanto las bondades como las dificultades inmersas en las guías.

También contamos con la suerte de poder desarrollar la mayoría de nuestras sesiones en el Aula Taller de la institución, con todos los beneficios que esto trae como lo exponen Echevarría y Bermúdez:

Otras de las herramientas asociadas a esta metodología es el espacio u escenario llamado Aula Taller, dotado con material didáctico,

en el que el estudio de las matemáticas y las ciencias naturales básicas se han tornaron agradables y con sentido para muchas personas; al mismo tiempo en que se ha convertido en un lugar de reflexión, en el que las diferentes metodologías han sido repensadas con el fin de tomar de ellas sus bondades y permitiendo al mismo tiempo el surgimiento de otras nuevas, lo cual ha favorecido las diferentes formas de aprender y enseñar las matemáticas y las ciencias naturales básicas. (2014).

En este espacio físico la sesión de clase se desarrolla de manera diferente, ya que, las estudiantes se toman otra disposición para realizar las actividades propuestas, la disposición física también es muy diferente ya que se busca el trabajo por grupos, como lo podemos ver en la figura 1

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



Figura 1 Espacio físico del Aula Taller CEFA

Durante este primer semestre el trabajo se realizó con los siguientes grupos: 10° Química 1, 11 Química 1, 11 informática 4, 11 alimentos 1, dicho trabajo se caracterizó por que todas las guías trabajadas eran autoría de la corporación Grupo ÁBACO, estas guías apuntan a la generalización matemática mediante situaciones planteadas, las cuales a partir de su desarrollo posibilitaron que las estudiantes encontraran las relaciones existentes desde los diferentes pensamientos matemáticos y logren la generalización matemática, la cual en caso de alcanzarse está movilizandando el pensamiento variacional.

1 8 0 3

Las guías desarrolladas durante el primer semestre fueron:

- Los números Poligonales
- Péndulo simple y ley de Hooke
- Rompecabezas Pitagóricos
- Cubo de Soma

Partiendo del trabajo realizado en el Aula Taller con los diferentes grupos, apoyándonos en la recolección de información que permite la sistematización de experiencias de aula, en nuestro caso las guías desarrolladas por las estudiantes, diarios de campo y bitácoras de clase, se evidenciaron algunas dificultades cuando se pretendía que las estudiantes pasaran de una representación gráfica, tabular o geométrica a un lenguaje simbólico o alfanumérico.

En la mayoría de las ocasiones las estudiantes encontraban las sucesiones cuando eran mostradas mediante representaciones gráficas, lo cual se evidenciaba por la descripción verbal del proceso y las operaciones aritméticas que llevan a resultados particulares, pero llegar a una ley de formación, generalizando alfanuméricamente la situación, solo fue logrado en algunas ocasiones.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Después de estos primeros acercamientos, luego de interacciones, optamos por realizar para nuestro trabajo una *sistematización de experiencias de aula*, en donde podamos determinar la manera en la que se relacionan la *Metodología de Aula Taller*, las *situaciones de generalización matemática* y el *pensamiento variacional*, pensándolo desde la pregunta, los objetivos generales y específicos que sigue a continuación.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

PREGUNTA ORIENTADORA.

- ¿Cómo a través de la metodología de Aula Taller y las situaciones de generalización matemática se dinamiza el desarrollo del pensamiento variacional, en algunas estudiantes de grado 11° Alimentos 1 del CEFA?

OBJETIVO GENERAL.

Determinar cómo a partir de la Metodología de Aula Taller y las situaciones de generalización matemática, se dinamiza el desarrollo del pensamiento variacional, en algunas estudiantes de grado 11° Alimentos 1 del CEFA.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Diseñar una serie de guías y materiales orientados desde la Metodología de Aula Taller, que posibiliten potenciar el pensamiento variacional, en algunas estudiantes de grado 11° Alimentos 1 del CEFA.
- Analizar a la luz de los diferentes referentes teóricos, las experiencias vividas dentro del Aula Taller con algunas estudiantes de grado 11° Alimentos 1 del CEFA.

CAPITULO II: RUTAS A SEGUIR.

En esta parte tendremos en cuenta elementos teóricos presentes en el desarrollo del trabajo, en este sentido hablaremos de la metodología de escritura: La sistematización de experiencias de aula, el pensamiento Variacional La Metodología de Aula Taller.

DESDE LA SISTEMATIZACION:

La sistematización de experiencias de aula la tomaremos como una actividad de construcción de conocimiento para la práctica y desde ella, estamos entonces refiriéndonos a la sistematización como un ejercicio centrado en las experiencias concretas, como dice Oscar Jara: “Estas experiencias son *procesos sociales dinámicos en permanente cambio y movimiento*” (1994), en ella se inicia con la definición e identificación de los factores objetivos y subjetivos que se interrelacionan en las experiencias: las condiciones del contexto, las situaciones particulares en relación dialéctica, las acciones intencionales que buscan fines determinados, las percepciones, interpretaciones e intenciones de los distintos sujetos que intervienen en ellos, los resultados, relaciones y acciones que se dan entre los sujetos que en él participan. Procesos inmersos dentro de una práctica social e histórica, dinámica y compleja que es la educación y que tienen la experiencia como punto de partida.

El autor afirma que:



la sistematización es aquella interpretación crítica de una o varias experiencias, que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso, como se ha relacionado entre sí, y porque lo habrán hecho de ese modo. (Jara, 1994).

Es la sistematización entonces un camino intermedio entre la descripción y la teoría, la sistematización no es solo narrar experiencias, describir procesos, clasificar experiencias por categorías comunes, ordenar y tabular información sobre experiencias, o hacer una disertación teórica ejemplificando con algunas referencias prácticas; aunque todos los elementos anteriormente citados son constitutivos de la sistematización de la experiencia; por lo cual plantea que el modo de pensar, indispensable para realmente sistematizar debe ser: dinámico, riguroso, procesual, crítico y creativo.

La importancia de sistematizar radica en la oportunidad de implementar nuevos métodos en la construcción de conocimiento, teniendo como punto de partida los aportes realizados desde nuestra propia práctica, buscando con ello enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje continuo y bilateral, orientado éste, desde un enfoque cualitativo, social, que se enmarca en la construcción de conocimiento encaminado a la comunidad académica.



El sistematizar es importante para hacer una recuperación crítica y reflexiva de las experiencias, fortalece la visión y accionar de los docentes en su práctica y pone de manifiesto la retroalimentación de la práctica educativa. La sistematización de experiencias de aula nos permite a los docentes, el no caer en la repetición mecánica de contenidos.

De esta manera la sistematización permite comprender como se desarrolló la experiencia, cuáles fueron los factores determinantes, los elementos y etapas que interactuaron, las incidencias, permanencias y continuidades que determinaron el desarrollo de las experiencias, ubicando coherencias e incoherencias para obtener conclusiones que nos sirvan para mejorar la práctica o bien *“la sistematización permite pensar en lo que se hace. El producto de ella ayuda a hacer las cosas pensadas”* (Jara, 1994), llevándonos a realizar nuestra labor de una forma más eficiente y beneficiosa para estudiantes y profesores.

El registro de la información será a través de distintos medios como lo son: nuestros diarios de campo, fotografías la recolección de evidencias del trabajo realizado en las guías desarrolladas como insumos para nuestros análisis, el cual estará apoyado en el Método estudio de casos, el cual lo asumimos como el *“método empleado para estudiar a un individuo o a una institución en un entorno o situación única y de una forma lo más intensa y detallada posible”* (Salkind, 1999:211), en nuestro caso un fenómeno educativo



en una población determinada, en el cual existen diferentes factores que interactúan entre sí.

DESDE LA GENERALIZACIÓN MATEMÁTICA.

Los procesos de generalización matemática se han tomado desde los expuestos por el Grupo Azarquiél, quienes diferencian tres pasos puntuales y bien definidos en el proceso de generalización como lo es el **VER**, **DESCRIBIR** y **ESCRIBIR**, y los definen así empezando por el **VER**:

Ver la configuración es un proceso mental por el cual la estructura, el modelo, aparece claramente, interrelacionando los diversos elementos, permitiendo por tanto observar la situación de una forma diferente, con una nueva perspectiva. Se trata de distinguir entre lo que es propio de cada situación, de cada ejemplo, y lo que es común a todos ellos; lo que no varía. Se trata de encontrar lo que se mantiene en cada caso, los factores clave, y conseguir, mediante una combinación adecuada, una regla, una expresión que resuma todas las situaciones, que permita «contar en general» sin referencia a los casos concretos. (Azarquiél, 1993).

Según los postulados de este grupo hay dos contextos en los cuales se

potencializa la visualización de regularidades y de variación, que desde nuestro contexto los podemos definir desde el pensamiento numérico y el geométrico, ya que, hacen más fácil la manipulación, visualización y reconocimiento de variantes e invariantes, después de esta primera etapa se propone la fase de **DESCRIBIR** la cual definen así:

Una segunda etapa en el proceso de generalización es el intento de describir la regularidad percibida. Esta descripción en el lenguaje natural es un raso que se da habitualmente al generalizar, y que permite posteriormente expresar por escrito, con precisión, la propiedad general que se ha obtenido. Con la expresión oral se trata de comunicar lo que se ha visto, la regularidad, el modelo detectado. (Azarquiel, 1993).

En esta etapa se busca entonces que las estudiantes por medio del lenguaje natural den cuenta de los procesos que se están llevando a cabo en la situación planteada, esta fase es indispensable para llegar a una generalización de tipo algebraica, ya que, para llegar a esta es necesario expresar las regularidades, en un primer momento de una forma fácil para los estudiantes, para después poder hacer una traducción al lenguaje matemático y llegar a la fase de **ESCRIBIR**, el cual se define así:

Se ha dicho anteriormente que el estudio de la generalización dentro del aprendizaje del álgebra tiene como objetivo la expresión escrita, en forma simbólica, de las relaciones cuantitativas que se observan. Pero la expresión escrita, el registro de las palabras y de las ideas, es una fase avanzada del proceso de generalización, y de todas las formas de expresar una regla por escrito, la simbólica suele ser la más difícil. Por ello ésta es la última fase, tanto en el proceso que lleva a generalizar como en su aprendizaje.

[...] Registrar por escrito una relación no significa necesariamente escribir una expresión simbólica. La expresión simbólica es sólo una forma de hacerlo, y no precisamente la más «natural» para el alumno. De hecho, la notación simbólica tiene ventajas con respecto a otras formas, únicamente cuando es preciso realizar transformaciones. Para la expresión por escrito de las relaciones generales se pueden utilizar palabras y dibujos, o bien sólo palabras, o combinaciones de palabras y símbolos, o únicamente símbolos... En todo caso, cuando un alumno se inicia en la escritura de la generalización es preciso animarle para que utilice todos estos elementos en la medida en que le sean útiles: palabras, dibujos, símbolos propios, símbolos generales y combinaciones de todo ello, manteniendo estas formulaciones el tiempo que sea necesario. (Azarquiel, 1993).

Así pues la generalización se puede ver desde diferentes tipos de representaciones y en diferentes formas, pero para el estudio del álgebra y la potenciación del pensamiento variacional se busca una expresión algebraica escrita de forma simbólica.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

DESDE EL PENSAMIENTO VARIACIONAL:

Nos parece importante desde el punto de vista social y cultural, retomar algunas de las condiciones de la aparición del simbolismo algebraico, teniendo en cuenta el vínculo existente entre la cultura y el conocimiento, y para ello nos remitiremos a algunos planteamientos realizados por Luis Radford. La perspectiva semiótica antropológica que define Radford (2006.b) en su artículo *the cultural-epistemological conditions of the emergente of algebraic symbolism*, aquí el autor se basa en la escuela socio-histórica de pensamiento desarrollada por Vigotsky, en la cual se considera las matemáticas como una producción humana. En ese mismo orden, el autor menciona tres elementos claves interrelacionados que sustentan la perspectiva semiótica antropológica:

-el concepto de actividad como una unidad de análisis: se refiere a lo que hacían los matemáticos y cómo lo hacían, además de la integración sociocultural de las formas en que las matemáticas se llevan a cabo.

-una reconceptualización de los conocimientos: aquí el conocimiento no se entiende como el descubrimiento de algo que ya existe, se refiere a la cultura en el sentido de que precisa que los objetos de conocimiento son el producto del pensamiento humano y el conocimiento es generado a partir de las actividades socioculturales.

-una definición cultural de pensar: las formaciones culturales, económicas y

conceptuales que sustentan el conocimiento imprimen sus marcas en los conceptos teóricos producidos en el curso de estas actividades. Entendiendo los conceptos teóricos como reflexiones que reflejan el mundo de acuerdo a los procesos sociales y a los conceptos culturales a disposición de las personas.

Por lo anterior, es que el simbolismo algebraico es considerado como una manera semiótica de reflexionar sobre el mundo y esto se hizo pensable en el contexto de un mundo en el que los cambios económicos y culturales transformaron la experiencia humana, generando así una serie de situaciones donde se hace necesario que los procesos de generalización aparezcan y se configuren en una herramienta de ayuda a la hora de predecir una serie de elementos venideros.

Dado que los procesos de generalización no son una actividad exclusiva de las matemáticas, en este sentido, es uno de los elementos que caracteriza todo tipo de conocimiento científico y no científico. Pero en la actividad matemática, los estudiantes tienen un objetivo primordial, pues mientras se desarrollan dicha actividad, están alcanzando esquemas generales de pensamiento, mediados por las situaciones planteadas, lo cual le permite ver elementos particulares a partir de generales, o generales a partir de particulares.

Es en este sentido donde la generalización algebraica cobra un papel fundamental

en el desarrollo del pensamiento variacional ya que:

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades de cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar [...] especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones [...] (Godino, 2000. pg,8).

Siguiendo la lógica anterior, es donde se hace necesario que los procesos de generalización se den bajo unas situaciones de variación en donde los estudiantes lleguen a estos niveles de abstracción “haciendo”, y no simplemente porque el docente les diga que es “así” mediante un algoritmo, lo cual supone una forma diferente de hacer las cosas en el aula de clase, lo cual sería una transformación a las prácticas pedagógicas que son frecuentes en la escuela, con el fin de potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico.

Interpretando a Kaput (2002), potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico implica una transformación en las prácticas pedagógicas de los docentes. Estos cambios los clasifica en tres aspectos:

- Algebrizar las situaciones diseñadas para la enseñanza.
- Identificar y apoyar los actos y contextos que promueven el razonamiento algebraico de los estudiantes.
- Consolidar una cultura de clase que promueva el razonamiento algebraico.

Algebrizar situaciones implica que se planteen dentro del aula una serie de situaciones, que le den una cierta libertad a los estudiantes, para que estos busquen regularidades, reconozcan las variaciones, generalicen y justifiquen lo realizado, y así obtengan elementos necesarios para realizar conjeturas, aprobarlas o reprobadas, con base en una serie de razones que validen o no el trabajo de generalización.

Identificar y apoyar los actos y contextos que promueven el razonamiento algebraico de los estudiantes, implica que los docentes reconozcan una serie de elementos discursivos, procedimentales y gestuales que posibilitan a sus estudiantes el construir generalidades con base en elementos particulares, apoyados en sus argumentos. En este sentido, lo importante no es como tal la generalización en sí misma, sino, el reconocimiento que le hace el docente al estudiante cuando este último realiza una serie de abstracciones que apuntan a la generalización, pero teniendo muy presente los elementos argumentativos que da el estudiante a partir de lo realizado en la situación.

Como consecuencia inmediata de lo anterior, se crea en el salón una cultura de clase que promueve el razonamiento algebraico. Lo que pretendemos al abordar con los tres



ítems anteriores es que las estudiantes construyan generalizaciones matemáticas, que les sea posible establecer modelos matemáticos que den cuenta de los fenómenos estudiados, esto se logra en dos fases fundamentales del trabajo, las cuales son: la primera de formulación, en donde el estudiante aborda la guía, relaciona los datos que intervienen en la situación o fenómeno que se estudia, para con estos formular conjeturas que las lleven a generalizaciones matemáticas que se expresan mediante modelos matemáticos. La segunda de validación, en donde los estudiantes establecen la validez o no, del modelo matemático, a partir de la comparación de este con la situación o fenómeno que lo origina.

DESDE LA METODOLOGÍA DE AULA TALLER

Para el desarrollo del trabajo dentro del aula se adoptara la Metodología de Aula Taller, una metodología que es una alternativa a la metodología tradicional de enseñar matemáticas, en la que priman la memorización de algoritmos y la resolución de ejercicios como forma de aprenderlas; y que localmente ha sido ampliamente trabajada por la corporación grupo ÁBACO, quienes la definen así:

Dicha metodología consiste básicamente en enseñar las matemáticas y ciencias naturales básicas (física, astronomía y meteorología) de una forma novedosa, la idea central es la realización de actividades en ambiente de taller, donde el conocimiento se adquiere por descubrimiento y asimilación propios, despertando curiosidad en torno al tema o

problema planteado, es decir, aprender-haciendo; esta metodología permite el trabajo interdisciplinario y en grupo. (Corporación grupo ábaco)

Por lo tanto con la Metodología de Aula Taller se pretende que, con el trabajo de situaciones propuestas mediante las guías de trabajo, se promueva el desarrollo y la construcción de conocimientos desde la experimentación que hacen las estudiantes con el material concreto para cada actividad (si está presente), también que con la utilización de materiales didácticos apropiados y la simulación de situaciones se dinamice el desarrollo de habilidades, destrezas y competencias matemáticas. Estos elementos forman parte del pensamiento, es decir no son solamente ayudas para el pensamiento, sino que se piensa con y a través de ellos.

La Metodología de Aula Taller propone un replanteo total en el método de aprendizaje. Si el aula es un taller, el alumno cambia del rol normal al de sujeto activo e inmerso en su propio aprendizaje. Del mismo modo, el docente, deja de ser el único depositario de la verdad, pasa a ser un sujeto más, con mayor conocimiento sí se quiere, en el proceso de aprendizaje y su tarea es, sobre todo, la de acompañar, coordinar y desencadenar, cuando esto no suceda espontáneamente, los procesos cognitivos, utilizando para ello el diálogo y el debate.

Vemos pues como las guías de trabajo son un elemento clave dentro de la Metodología de Aula Taller siendo estas elementos intencionados que buscan una finalidad específica a través de una secuencia lógica, según la corporación grupo ÁBACO la estructura de las guías desarrolladas bajo la Metodología de Aula Taller es la siguiente:

1. Título
2. Información sobre el proyecto al que se adscribe, en caso de ser así.
3. Materiales necesarios para su desarrollo
4. Una introducción o relato alusivo al tema, conceptos o idea a desarrollar
5. Desarrollo de la actividad, instrucciones y preguntas intencionadas.
6. Espacio para conclusiones
7. Autores
8. Referentes bibliográficos y/o cibergrafía
9. Fecha
10. Anexos tales como: lecturas o referentes teóricos (en caso de ser para docentes o monitores).

Son pues estas las bases teóricas sobre las cuales nos apoyamos para realizar nuestro trabajo, fundamentando todas las acciones al interior del mismo y haciendo evidentes las rutas que recorrimos hacia nuestro fin.

CAPITULO III: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Comenzando el año académico 2014 se definen los grupos a intervenir durante lo que fue el primer semestre académico del año en mención en el centro de práctica, los cuales fueron: 11° Química 1, 11° Alimentos 1, 11° Salud 4, 10° Informática 1 y 11° Salud 1.

Con dichos grupos se desplegó un accionar planeado e intencionado gracias al camino allanado en el semestre inmediatamente anterior, dicho accionar apunta a dar respuesta a la pregunta orientadora y hacia la consecución de los objetivos planteados, para poder lograrlo, ejecutamos tanto la metodologías de intervención la cual es la Metodología de Aula Taller propuesta por el Grupo ÁBACO, como también la metodología de escritura, La sistematización de experiencias de aula, además de guiarnos a la luz de los referentes teóricos seleccionados.

Como nos apoyamos en el método de estudio de casos para realizar nuestra sistematización de experiencias de aula, pasamos a definir el grupo a partir del cual se realizaría dicha sistematización, inclinándonos por **11° Alimentos 1**. Como estaba planeado la recolección de información se dio a través de diarios de campo, bitácoras de clase, registros fotográficos y las guías de trabajo desarrolladas por las estudiantes.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

En el segundo semestre académico del año 2014, los grupos con los que continuamos fueron 11° química 1, 11° alimentos 1, 11°salud 4 , 10° salud 5 y 10° informática 2, por lo que con los grupos 11° química 1, 11° alimentos 1, 11°salud 4 se logró tener una continuidad con el trabajo realizado durante el semestre inmediatamente anterior, lo que permitió consolidar con unas bases sólidas un ambiente de clase donde evidentemente habitaba el razonamiento algebraico en concordancia con la Metodología de Aula Taller y los postulados de Kaput, continuando con el seguimiento sistemático realizado sobre el trabajo desarrollado por el grupo 11° Alimentos 1.

En cuanto a la Metodología de Aula Taller, propició el desarrollo del trabajo por parte de las estudiantes en grupo y de una manera dinámica, en un ambiente donde el conocimiento matemático cobra valor, se vuelve importante. Una manera gráfica de explicar la Metodología de Aula Taller la podemos ver en la Figura 2:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

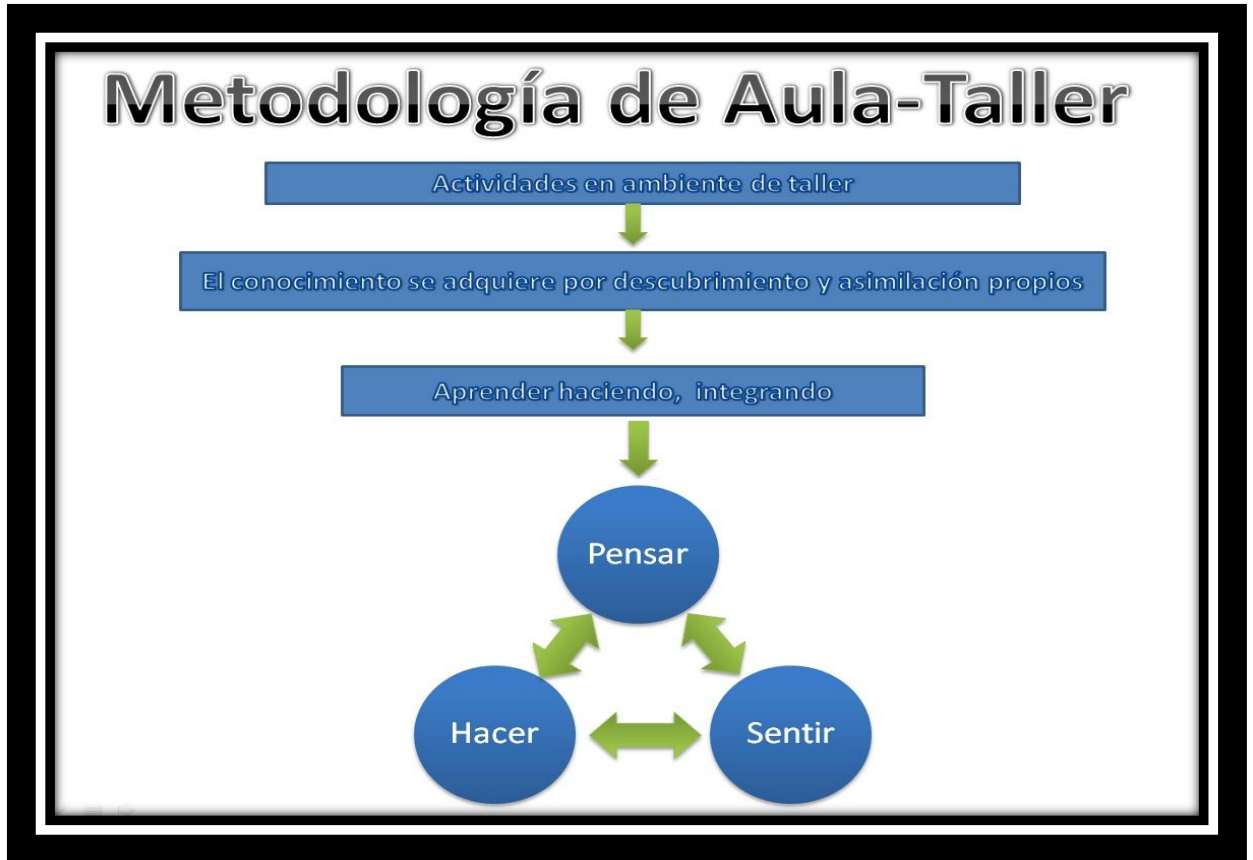


Figura 2. Representación gráfica de la Metodología de Aula Taller.

Basados en Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN), en cuya publicación propone un cambio en la concepción de la enseñanza de las matemáticas, por una donde se relacione tanto al estudiante como al contexto en el cual aprende y favorecerlo mediante formas de mostrarle las matemáticas escolares de manera que sean significativas para ellos, lo que está en total concordancia con la Metodología de Aula Taller, a lo anterior el MEN se refiere así:

Ha sido importante en este cambio de concepción, el reconocer que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias de personas que interactúan en entornos, culturas [...], además, es en el sistema escolar donde tiene lugar gran parte de la formación matemática de las nuevas generaciones y por ello la escuela debe promover las condiciones para que ellas lleven a cabo la construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos. (MEN, 1998, p.14).

En este mismo sentido es que la Metodología de Aula Taller habla de la creación de espacios propicios para la asimilación y elaboración de conceptos matemáticos, propiciando una cultura científica que utilice el conocimiento como una herramienta para hacer frente a las dificultades sociales e históricas que afronta.

Entendiendo que nuestros objetivos apuntan a potenciar el desarrollo del pensamiento variacional, si ponemos en diálogo lo expuesto por Kaput y la Metodología de Aula Taller, esta metodología, guiada intencionalmente, implica una profunda transformación en las prácticas pedagógicas propias de los docentes en relación con las prácticas tradicionales.

Adicional a los elementos para el diseño de guías de trabajo del GRUPO ÁBACO expuestos con anterioridad, quisimos implementar al diseño de las mismas, de manera

implícita y/o explícita según fuera el caso, situaciones en las que se hicieran presentes los elementos que propician las diferentes fases de generalización expuestas por el Grupo Azarquiel (*Ver, Describir, Escribir*) y los aspectos propuestos por Kaput, que implican la transformación de las prácticas pedagógicas propias de los docentes en búsqueda de potenciar el desarrollo del pensamiento variacional, posibilitando que esté presente durante el desarrollo de todas las sesiones de clase.

En la búsqueda de mejorar a partir de implementar prácticas que enriquezcan el accionar docente en el aula de clase, desde el 2014-1 se aplica a las guías de trabajo la herramienta denominada **Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS)** que posibilita un análisis epistémico, el cual en palabras de Castro, hace referencia a :

la identificación de los tipos de objetos o entidades primarias referidas, puestas en juego en la solución del problema, agrupadas en los siguientes tipos: elementos lingüísticos (términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas), conceptos (entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición), procedimientos (técnicas, operaciones, algoritmos), propiedades (enunciados para las cuales se requiere una justificación o prueba) y argumentos (justificaciones, demostraciones, o pruebas de las proposiciones usadas). Así mismo, para cada una de estas entidades se identifican

posibles conflictos de significado que podrían surgir durante la actividad de resolución del problema. (Castro, Godino & Rivas, 2011. p.5)

Este reconocimiento de objetos y significados nos permite ir un paso adelante en cuanto a los aspectos que puedan suponer un obstáculo para las estudiantes al tratar de desarrollar las guías, es aquí donde juega un papel fundamental nuestro accionar docente, dado que por medio de preguntas orientadoras o ejemplos que ilustren la situación planteada, un acompañamiento dirigido durante la ejecución de las guías desencadenará el razonamiento algebraico que posibilita a las estudiantes continuar con el desarrollo de la guía.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

LAS GUÍAS SISTEMATIZADAS.

Ya que bajo la Metodología de Aula Taller podemos desarrollar la experiencia en el aula mediante guías de trabajo, en las cuales vinculamos diversas formas de representación matemática, además del lenguaje normal, tomaremos como categorías a analizar los diferentes tipos de representaciones y los procesos de generalización inmersos en cada una de estas guías, para determinar cómo estos dinamizan la movilización de pensamiento variacional.

A continuación presentaremos cinco apartados, uno para cada una de las cinco guías sistematizadas en este trabajo, cada apartado consta dos momentos, el primero se realizó antes de que dichas guías fueran llevadas al aula de clase y consistió en un análisis epistémico realizado mediante la GROS, en un segundo momento el cual es posterior a la ejecución de las guías, se da paso a la sistematización de experiencias de aula, reconstruyendo la experiencia vivida y realizando todos los análisis que la sistematización permite.

La GROS nos permite en este punto visualizar, sí las guías a trabajar en cada sesión de clase enlazan de manera coherente una interpretación por parte de las estudiantes, ya que la intención de éstas se centra en la visualización de los procesos de generalización que determinamos desde nuestros referentes teóricos.



Guía de Probabilidad y el Juego Injusto.

Esta experiencia de aula se dio el día 31 de Marzo de 2014 en el CEFA dentro del Aula Taller del CEFA con la participación de las estudiantes de los grados 11° química 1, 11° alimentos 1, 11° salud 4, 10° informática 1 y 11° salud 1, del CEFA y los practicantes Omar Augusto Agudelo y Mauricio Gutiérrez Ruiz, cada sesión en un espacio de una hora clase.

El trabajo se realizó con la guía de “Probabilidades” del grupo Ábaco (ANEXO 1), la cual tiene como objetivo el de dar un acercamiento a la probabilidad, en un primer momento mediante la evaluación de proposiciones de la vida cotidiana y en un segundo momento mediante el “juego injusto”; además de enlazar las dos actividades de la guía con el fin de dar un acercamiento a la teoría de probabilidad.

En esta ocasión la intención de la observación de la experiencia de aprendizaje radica en mirar los procesos de generalización matemática que entran en el desarrollo de la guía y que se manifiestan en las estudiantes de diversas maneras y dar cuenta de ellos.

Para realizar la guía de Probabilidad en el aula de clase, le aplicamos previamente

la GROS como se muestra en el Anexo 6.

Después de este análisis quisimos ver si en esta guía se podía observar las fases de generalización matemáticas propuestas por el grupo Azarquiel, como lo son el VER DESCRIBIR y ESCRIBIR, enmarcados dentro de:

- Visualización de regularidades
- Exposición verbal
- Escribir

Los cuales se evidenciaron en la sesión, dando cuenta de ello mediante registros fotográficos del trabajo realizado por las estudiantes y en particular del caso de una estudiante del grupo de 11° alimentos 1, el cual hemos llamado “El caso de Laura”.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Reconstrucción de la actividad:

1 8 0 3

Para cada grupo se trabajó una sesión de clase, la actividad consistió en dos partes, primero en evaluar la probabilidad de algunas expresiones cotidianas y como segundo realizar el “juego injusto”, tomando como objetivo de la actividad dar respuesta a la pregunta de: ¿Por qué el juego es injusto? Buscando una argumentación que sustente la respuesta por parte de las estudiantes y tratando que estas lleguen a una representación matemática que la apoye.

Para esto las estudiantes se organizaron en parejas, se les suministro a cada pareja una guía de trabajo y un par de dados; y con la agenda del día en el tablero se procedió en cada caso a iniciar la actividad.

Para la primera parte de la guía se les explica a las estudiantes el cómo hacer la escala entre 0 y 1 dividiéndola en decimas con el propósito que ellas evalúen las proposiciones de la guía y las ubiquen, según su criterio, el grado de probabilidad que el evento ocurra, siendo esto algo subjetivo, ya que depende del valor que cada una de las estudiantes considere.

Esta actividad tiene como propósito que las estudiantes se acerquen al concepto de probabilidad de ocurrencia de un evento, el cual se expresa matemáticamente como un número comprendido entre 0 y 1, de esta manera las estudiantes logran determinar la probabilidad de ocurrencia de sucesos en contextos variados, además esta primera actividad

brinda el espacio para que las estudiantes debatan sobre la posición en la cual ubicar una u otra proposición, lo que promueve la argumentación al no tener un resultado único.

Para la segunda parte de la guía se le explicó a las estudiantes las reglas de juego, las cuales están en la guía, se les indico que quien jugara como banquero debía tomar los registros en una tabla en el cuaderno, luego cambiar de roles y tomar nuevamente los datos para después analizarlos y dar respuesta a la pregunta planteada: ¿Por qué el juego es injusto?

Esta actividad está encaminada a, que las estudiantes por medio de la Metodología de Aula Taller realicen un experimento aleatorio como lo es el lanzar un par de dados, el cual se enmarca en un juego de mesa, para luego analizar los resultados y mediante este proceso determinar la probabilidad de ganar o perder en el juego.

Una ayuda metodológica que tiene el juego se encuentra en la casilla denominada suma, ya que en esta las estudiantes deben registrar la combinación de los números que salen en cada lanzamiento; esto sirve para que ellas observen cuales son las únicas combinaciones posibles para ganar y lo relacionen con las posibilidades de perder.

Podemos decir después de realizada la actividad que, el trabajo realizado y el tratamiento dado por los grupos fue muy similar los unos con los otros, la forma de abordar

los enunciados y debatir sobre la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos fue propicia para dar un acercamiento al concepto de probabilidad de ocurrencia de un evento; en el transcurso de las sesiones en algunos casos fue necesario, para que las estudiantes comprendieran o lograran dar una valoración numérica a una expresión textual, proponerles multiplicar el decimal que consideraban correcto para la expresión por 100, con el fin de verlo expresado como un porcentaje; representación que para varios grupos fue más visible y entendible, lo cual hizo que para algunas estudiantes cobrara un mayor significado.

En la primera actividad podemos decir que el ejercicio fue bien aprovechado por parte de las estudiantes y propició el espacio de acercarse e incorporar el concepto de una manera más cómoda, ajustando el lenguaje cotidiano o natural a los conceptos matemáticos, lo que hizo el aprendizaje algo ameno, ya que se aprendió haciendo.

En esta etapa las estudiantes mostraron un manejo básico de lo que es la probabilidad y fueron capaces de expresarla con un valor entre 0 y 1 siendo 0 un evento que nunca ocurre y 1 un evento que siempre ocurre, lo anterior lo podemos ver en la figura 3 y Figura 4, manejando ya básicamente este concepto fue el momento de pasar a la segunda actividad.

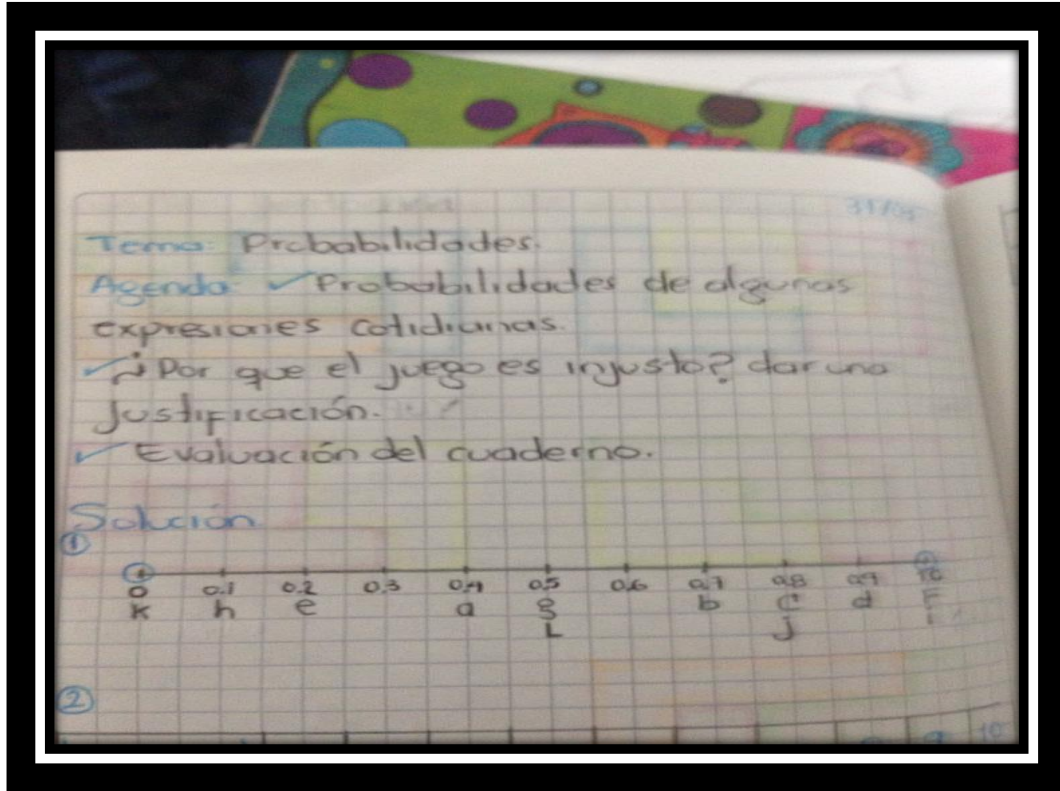


Figura 3. Representación en una escala entre 0 y 1 de la frecuencia de ocurrencia de los eventos descritos en las guías implementadas por un subgrupo de estudiantes del CEFA en el desarrollo de la guía “Probabilidades”.



Figura 4. Representación en una escala entre 0 y 1 de la frecuencia de ocurrencia de los eventos descritos en las guías implementadas por un subgrupo de estudiantes del CEFA en el desarrollo de la guía “Probabilidades”.

En la segunda actividad las estudiantes después de jugar 2 o 3 veces comenzaron a asegurar que quien ganaba en la mayoría de los casos era el banquero y que por esto, es que el juego era injusto, cuando los grupos llegaban a esta afirmación se les realizaba la pregunta ¿Cómo pueden comprobar que la mayoría de veces va a ganar el banquero?, ¿Cuál es la probabilidad que tiene el cliente de ganar?; con el fin que las estudiantes buscaran formas para representar o describir los eventos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

La segunda actividad busca evaluar la probabilidad de un experimento aleatorio, el cual es útil para la toma de decisiones al analizar el funcionamiento de situaciones extra-matemáticas, como lo es en este caso el lanzamiento de un par de dados.

Esta segunda actividad de la guía es un juego con dados para dos personas llamado “El juego injusto”, donde se deben registrar los datos solicitados en una tabla (resultado de cada dado al momento de realizar el lanzamiento simultaneo de ambos ejemplo 2+5, dinero del cliente y dinero del banquero luego de cada lanzamiento) y analizar los resultados obtenidos. Las reglas del juego son las siguientes:

- un jugador hace las veces de banco y el otro jugador hace de cliente, solo el cliente lanza los dados.
- ambos jugadores comienzan con \$2000.
- cada vez que el cliente lance una suma de 7, el banco le pagara \$300
- cada vez que el cliente saque una suma diferente de 7, deberá pagar al banco la suma de \$100.

Algunas comenzaron haciendo las veces de cliente mientras que su compañera tomaba los datos de los lanzamientos y ambas llevaban las cuentas de cuánto dinero les quedaba después de cada turno, antes de terminar los primeros lanzamientos algunas estudiantes aseguraban que -siempre o casi siempre ganaría el banquero, porque, tenía más opciones para hacerlo.



A manera de encaminar este intento de generalización verbal del modelo del juego, se les pregunto a las estudiantes en cada ocasión, -¿eres capaz de mostrarlo matemáticamente? a lo cual las estudiantes con frecuencia respondían que: “aún no lo puedo representar matemáticamente”.

Después de jugar en varias ocasiones, las estudiantes nos llamaban para decirnos que: “el dinero del cliente por lo general va disminuyendo... y la clave para dar la respuesta, está en los dados, ya que ellos determinan cuando sale el número 7.

Algunas de las respuestas de las estudiantes fueron: hay menor probabilidad de ganar ya que era menos posible que saliera 7 en el lanzamiento de los dados tratando así de dar una respuesta verbal, en la mayoría de los casos podemos decir que se presentó dificultad en la visualización del conjunto de posibilidades que limitan la ocurrencia del evento, quedando así en un proceso previo al de validación al no poder encontrar la argumentación matemática para la afirmación, en la Figura 5 podemos ver la forma en la cual las estudiantes tomaron los datos, mediante una tabla en sus cuadernos, estos datos son insumo para visualizar los eventos y posteriormente poder calcular la probabilidad de sacar 7 en el juego.

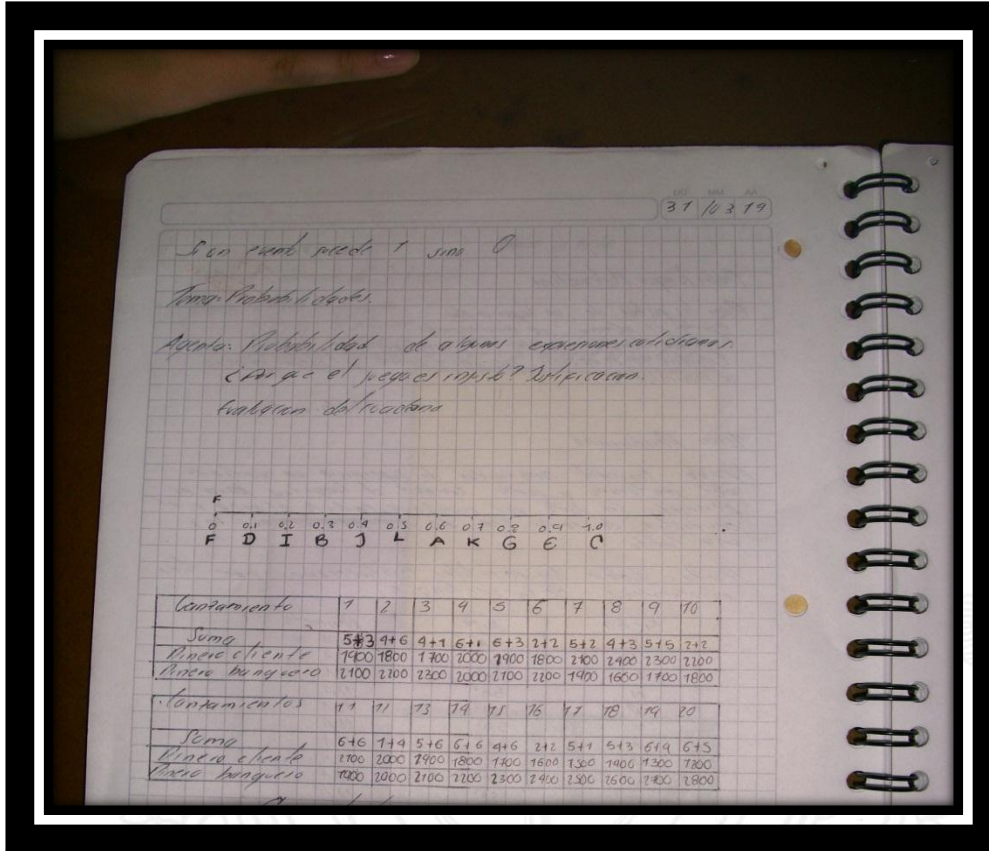


Figura 5. Registro de datos mediante tabla realizada por una estudiante.

Después de un momento algunas de las estudiantes se acercaban a nosotros para mostrarnos en sus cuadernos el conjunto total de posibilidades en las que se podían configurar los dados era de 36 y que las favorables para el cliente solo eran 6 y las del banco eran 30, y marcados con resaltador los casos favorables para el cliente, analizando así todos los sucesos aleatorios posibles, en este caso las combinaciones al lanzar un par de dados, lo cual se hace evidente en la Figura 6, seguidamente se les realizó la pregunta: - ¿Cómo expresarías entonces cada caso con un valor?

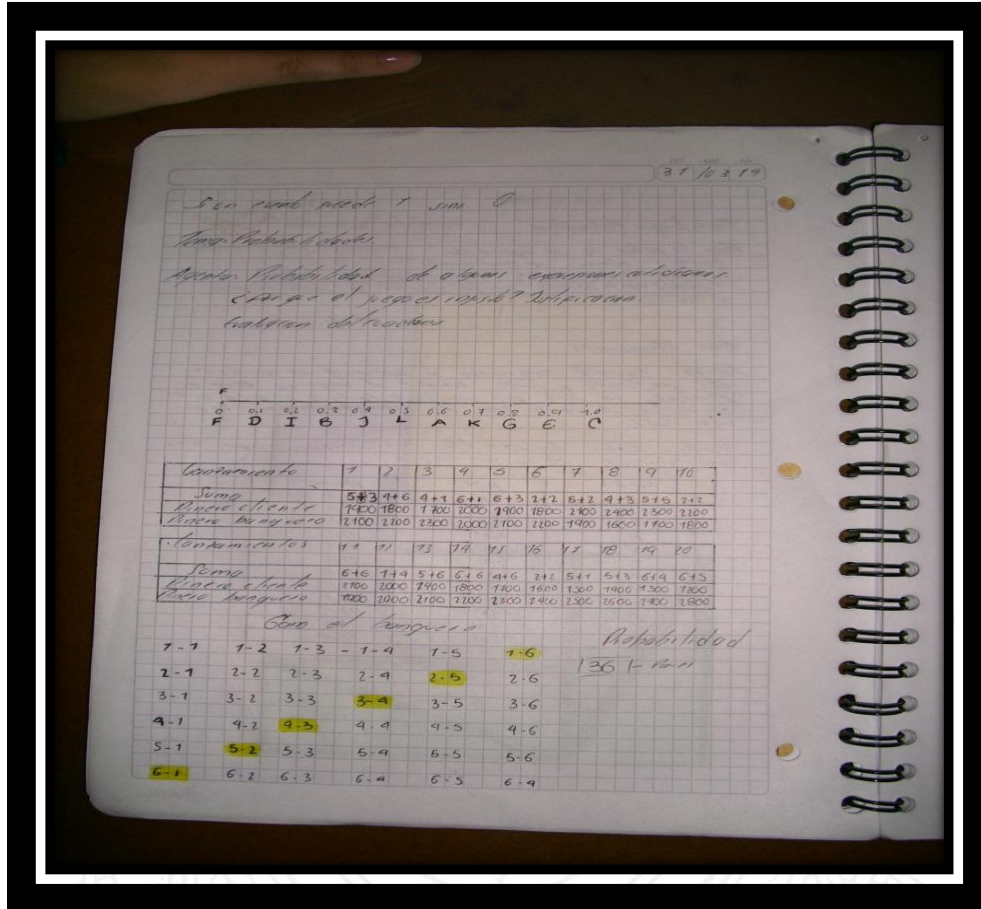


Figura 6. Tabla realizada por una estudiante para mostrar las posibilidades en el lanzamiento de dos dados.

Para responder a la pregunta las estudiantes escribían en su cuaderno que los casos favorables son 6 de 36 y lo expresaron $6/36$, y los casos favorables para el banco son 30/36 para después realizar la división planteada dando como resultado que la probabilidad que el cliente tiene de ganar es de 0.16 y la del banco es de 0.83, lo cual se ve en la siguiente

Figura 7.

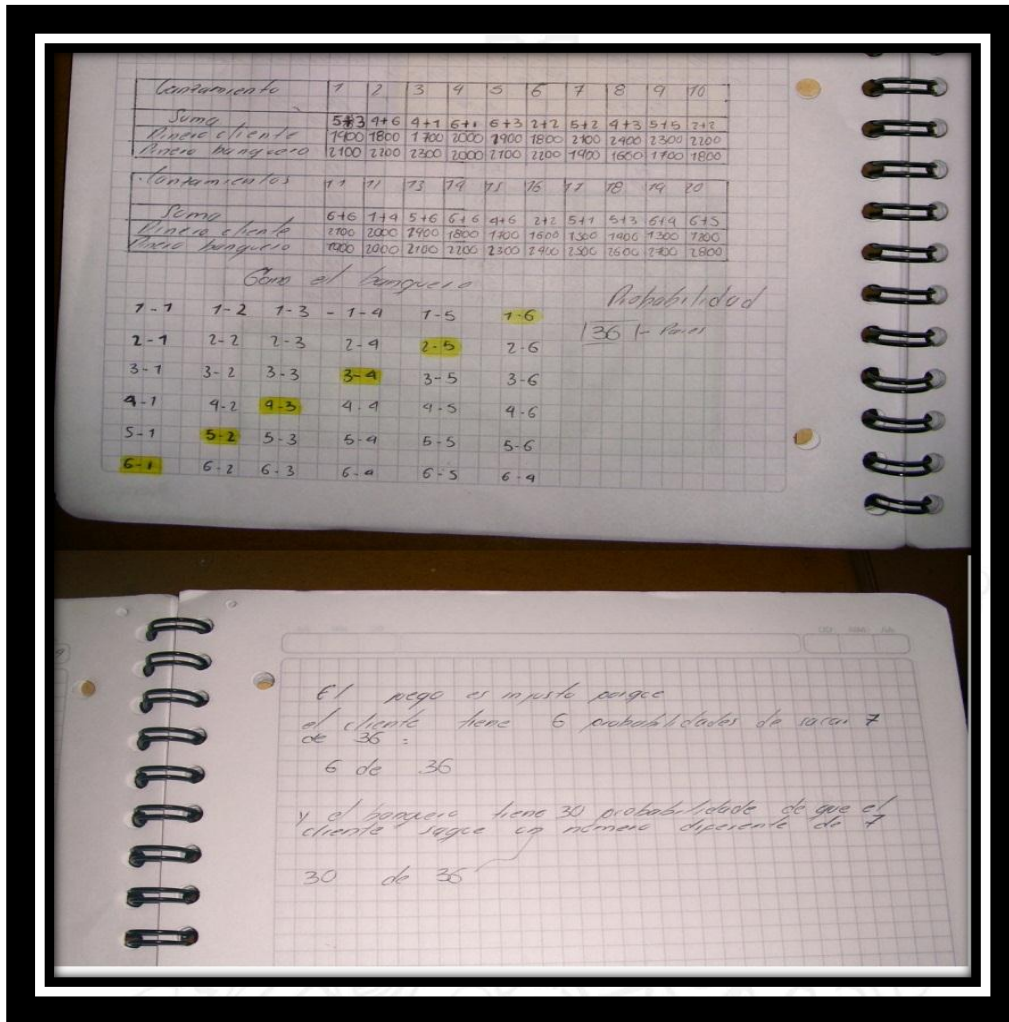


Figura 7. Evidencia de la generalización realizada por una estudiante.

En ese momento se les preguntaba a las estudiantes: –puedes mirarlo también como un porcentaje multiplicando cada cifra por 100 y tienes un 16.6% para el cliente y un 83.3% para el banco.

Lo cual llevaba a las estudiantes a concluir la respuesta que gira en torno al juego y su nombre, -el juego es injusto porque el banquero tiene muchas más posibilidades de ganar que el cliente.

En esta experiencia de aprendizaje se evidenciaron procesos de generalización matemática que entran en juego y que se manifiestan en las estudiantes de diversas maneras.

Dentro de este caso podemos visualizar diferentes fases de la generalización matemática, las cuales están presentes en la forma cómo abordaban el ejercicio las estudiantes con el fin de dar solución a la pregunta planteada, es entonces donde procesos como la *visualización de regularidades* con la que los eventos se dan, se vuelve una herramienta fundamental para la generalización matemática, por lo cual se pudo evidenciar en el momento en que ellas afirman que siempre o casi siempre va a ganar el banco y cuando dicen que aún no se les es posible comprobarlo matemáticamente.

En esta experiencia podemos ver algunos de los procesos de generalización matemática y como se evidenciaron y como mostraremos a continuación.

La *exposición verbal* de las regularidades está inmersa en el proceso de desarrollo de la guía, lo podemos ver en varias fases del desarrollo de la actividad, por ejemplo cuando

afirman quien tiene más posibilidades de ganar, cuando nos argumentan que el número de casos favorables para el cliente es menor mostrando las parejas ordenadas con las posibilidades totales.

En este caso la *exposición verbal* fue importante ya que después de cada una de estos argumentos, la estudiante encaminó lo planteado hasta el momento para dar el siguiente paso en la búsqueda de una solución.

El proceso de **ESCIBIR**, que hace parte de las fases de generalización, es evidente e hizo parte importante, ya que este fue el que dio cuenta de la forma en cómo las estudiantes organizaron, recopilaron y registraron la información; que se derivó del proceso que llevado a cabo y junto con la exposición verbal y la visualización de las generalidades llevaron a la movilización de pensamiento matemático y a generar procesos de generalizaciones como en este caso, referente a esto Múnera, Marín, Cárdenas, Carvajal & Bastidas plantean lo siguiente:

[...] el estudio del álgebra escolar al lado de los procesos de variación permite ver que este tipo de pensamiento involucra los otros tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico y estadístico. Esto, al menos por dos razones: de un lado, su estudio como parte de un proceso de búsqueda de una versión cada vez más general y abstracta del

conocimiento implica el reconocimiento de estructuras invariantes en medio de la variación y cambio; y de otro lado, todos ellos Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas ofrecen herramientas para modelar situaciones a través de las funciones como resultado de la cuantificación de la variación. (2005).

Por lo tanto podemos decir que aunque no se dio una generalización de forma algebraica, se logró movilizar pensamiento variacional con esta actividad, ya que las estudiantes pueden visualizar la estructura que hay en el juego y generalizar la probabilidad que tiene cada uno de los participantes de ganar.

Algunas estudiantes plantearon mediante una tabla la representación de todos los casos posibles al lanzar dos dados, llevando esto a una representación numérica donde se expresaba las posibilidades favorables para cada uno de los jugadores, dicha representación las llevó a expresar en forma de número racional la relación entre eventos favorables y eventos posibles para cada jugador, hallando así la probabilidad de ocurrencia de cada evento y darle respuesta a la pregunta planteada.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Guía de “El Juego con los Botones y Los Números Cuadrados”.

Esta experiencia de aula se dio el día 21 de abril de 2014 en el CEFA dentro del Aula Taller del CEFA con la participación de las estudiantes de los grados 11° química 1, 11° alimentos 1, 11° salud 4, 10° informática 1 y 11° salud 1, del CEFA y los practicantes Omar Augusto Agudelo y Mauricio Gutiérrez Ruiz, cada sesión en un espacio de una hora clase.

El trabajo se realizó con la guía de “El Juego con los Botones y los Números Cuadrados” (ANEXO 2) la cual fue creada por nosotros y orientada desde el trabajo de la profesora Sara María Velásquez, la guía está orientada a que las estudiantes mediante el juego y las regularidades presentes en el arreglo de los números cuadrados las estudiantes logren Ver, Describir y Escribir, procesos que están en la generalización matemática.

En esta ocasión la intención de la intervención en el aula y la observación de la experiencia de aprendizaje radican en mirar los procesos de generalización matemática que entran en juego en el Aula Taller y que se manifiestan en las estudiantes de diversas maneras y dar cuenta de ellos.



Para realizar la guía de El Juego con los Botones en el aula de clase, le aplicamos previamente la GROS como se muestra en el Anexo 7.

Reconstrucción de la actividad:

Cada grupo de trabajo fue de dos estudiantes, la primera parte de este se encuentra la sucesión de los números cuadrados, organizado desde una representación gráfica acompañada de una representación numérica que relaciona la posición con la cantidad de cuadros pequeños que está formando el cuadrado grande.

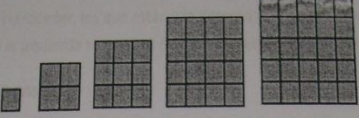
En esta primera parte las estudiantes mediante las preguntas ¿Qué nombre le darías a estos números?, ¿Cómo saber el número de cuadrados que se necesitan para dibujar el de la posición 6?, ¿Cuál sería la expresión general para el número de cuadrados que está en la posición n ?, las estudiantes observarían las regularidades y recordarían, en caso de no saberla, la ecuación algebraica para los números cuadrados, darían una descripción de cómo es su formación y expresarían su nombre; tal como se va en la Figura 8 y 9, para poder dar paso a la segunda parte de la guía en la cual se encuentra el juego.



Nº de páginas 5

Actividad 1 Números Cuadrados.

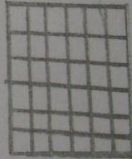
- Cada uno de los números de la siguiente secuencia puede representarse gráficamente con un cuadrado.



Posición	1	2	3	4	5	...	n
Número de cuadrados	1	4	9	16	25	...	?

- ¿Qué nombre le darías a estos números? Cuadrados

- ¿Cómo saber el número de cuadrados que se necesitan para dibujar el de la posición 6?
el número de la posición multiplicado por sí mismo.



- ¿Cuál sería la expresión general para el número de casillas que está en la posición n?
 n^2 o $n \cdot n$

Posición 6
de cuadros 36

1

Figura 8. Representación gráfica, numérica y algebraica de los números cuadrados.



Laura Quiñón

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
SEMINARIO DE PRÁCTICA PEDAGÓGICA II
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA ENFASIS EN MATEMÁTICAS

EL JUEGO CON LOS BOTONES

Proyecto	Seminario de practica pedagogía II
Materiales	Lápiz, hojas, borrador
Nº de paginas	5

Actividad 1 Números Cuadrados.

- Cada uno de los números de la siguiente secuencia puede representarse gráficamente con un cuadrado.

Posición	1	2	3	4	5	...	n
Número de cuadrados	1	4	9	16	25	...	?

- ¿Qué nombre le darías a estos números? *números naturales al cuadrado*
ejm: $1^2 = 1$, $2^2 = 4$

- ¿Cómo saber el número de cuadrados que se necesitan para dibujar el de la posición 6?
Esero 6 al cuadrado
ejm: $6^2 = 36$

- ¿Cuál sería la expresión general para el número de casillas que está en la posición n?
 n^2
na n.

Figura 9. Representación gráfica, numérica y algebraica de los números cuadrados.

Para la segunda parte de la guía le explicamos a las estudiantes las reglas de juego, las cuales están en la guía, se les explicó a todos los grupos como debían ser efectuados los movimientos, con los dos primeros juegos, uno con 1 botón de cada color y el otro con 2 botones de cada color, se prosiguió a indicarles que ellas debían tomar los datos que se piden en la tabla que se encuentra al final de la guía y se procedió a que ellas jugaran.


Esta actividad está orientada desde la Metodología de Aula Taller mediante la

lúdica, para que las estudiantes analicen los datos de la menor cantidad de movimientos en cada uno de los juegos realizados, por medio de la tabla propuesta en la guía, en busca de la generalización para el caso de un numero cualquiera de botones de un solo color como se ven en las Figuras 10 y 11.

SEMINARIO DE PRÁCTICA PEDAGÓGICA II
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA ENFASIS EN MATEMÁTICAS


UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

3. Juega con 3 Botones de cada color.



¿Cuántos movimientos realizaste? 15

4. Juega con 4 Botones de cada color.



¿Cuántos movimientos realizaste? 24

- En la siguiente tabla registra los datos de: cantidad de botones de un solo color, cantidad total de botones, y los movimientos necesarios para cumplir el objetivo del juego y re-escríbelos de la forma indicada.
- Encuentra un término general que para cualquier cantidad de botones de un color.

Cantidad de botones por color	Cantidad de botones total	Movimientos necesarios	Re-escríbe el resultado anterior De la siguiente forma.
1	2	3	$3 = 2 + 1$
2	4	8	$8 = 4 + 4$
3	6	15	$15 = 6 + 9$
4	8	24	$24 = 8 + 16$
5	10	35	$35 = 10 + 25$
N	$2N$	$X = 2N + N^2$	$X = N + N^2$

4

Figura 10. Tabla de datos que da cuenta de la generalización algebraica para el caso de N cantidad de botones de un mismo color.

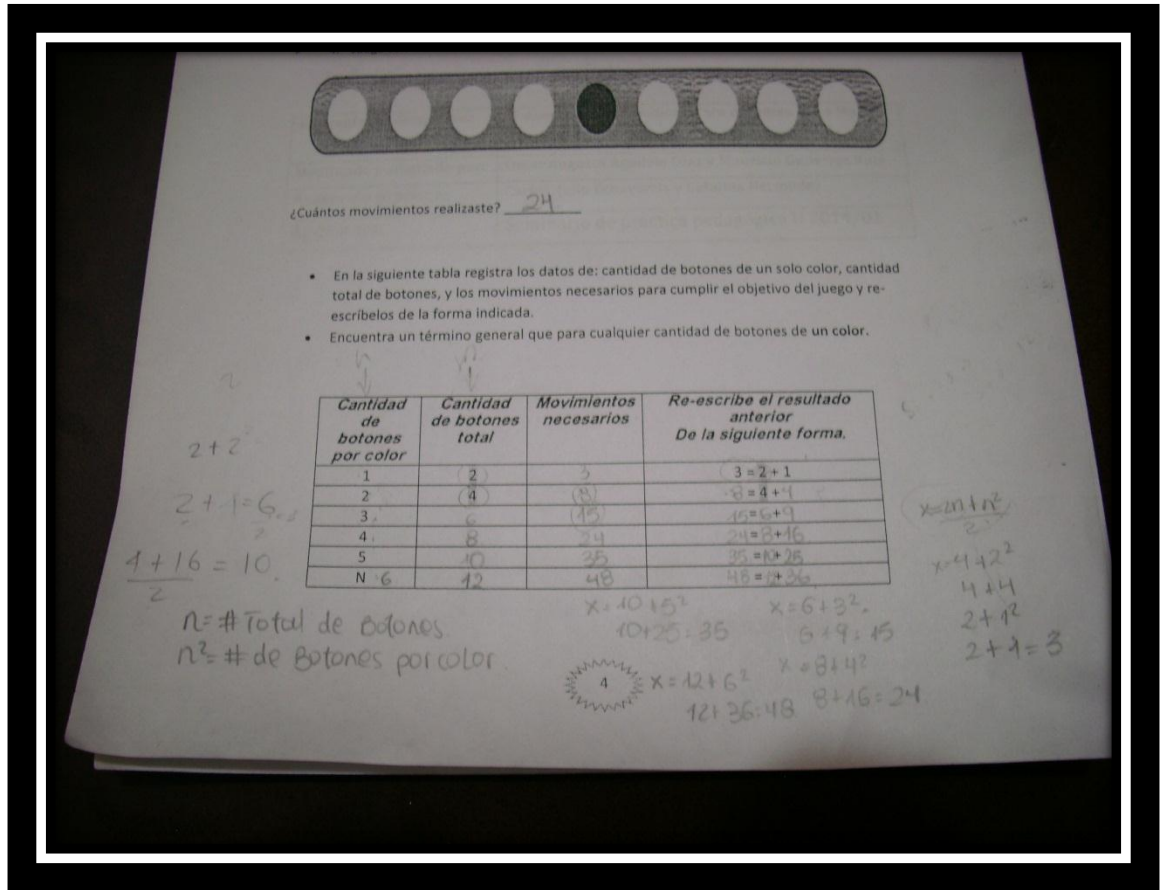


Figura 11. Tabla de datos y operaciones que muestran las representaciones en busca de la representación algebraica del caso de una cantidad N de botones de un color.

Podemos decir después de realizada la actividad que, el trabajo realizado y el tratamiento dado por los grupos fue muy similar los unos con los otros, ya fuese en la forma de realizar la toma de datos, de analizar los resultados; en la primera parte del taller quedan en evidencia los procesos de *Ver* y *Describir* relacionados con la generalización matemática en el momento cuando las estudiantes mediante la observación de los patrones presentes en esta primera situación da respuesta a las primeras preguntas orientadoras y el proceso de *Escribir* en el momento en el que escriben la formula general, pero este primer

trabajo es solo para entrar recordar procesos y algoritmos, en otras palabras hacer un calentamiento previo para lo que estaba propuesto con la tabla.

La tabla de datos que se encuentra en la guía (ver anexo 2), es una tabla incompleta en la cual hay una ayuda metodológica, presente en la casilla que dice “cantidad de botones total” y en la que dice “Re-escribe el resultado anterior de la siguiente forma”, ya que en las casillas que están llenas en un inicio se encuentran sombreadas, la primera el número que representa la “ $2N$ ” siendo “ N ” el número de botones por cada color en para luego llegar a generalizar una expresión algebraica que dé cuenta del fenómeno que se está estudiando y llegando a la expresión $2N + N^2$ como se muestra en la figura 12.

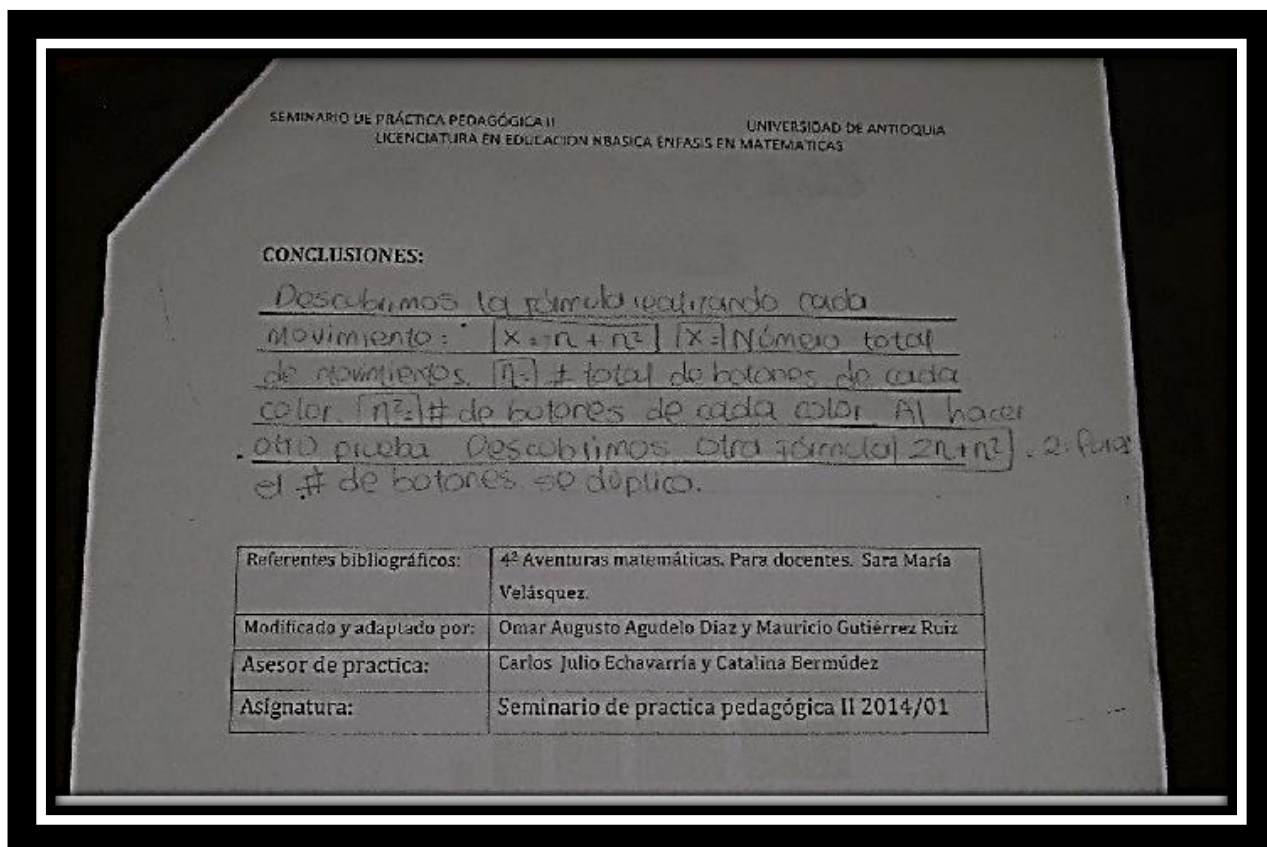


Figura 12. Se evidencia la relación y el significado de las variables usadas en el desarrollo de la guía.

En esta parte se puede ver como las estudiantes lograron la fase de **Escribir** propuesta por el grupo Azarquiél en donde las estudiantes logran escribir en este caso algebraicamente un modelo que representa la situación planteada, además dan una descripción de lo que significa la fórmula obtenida dando evidencia de la comprensión de la representación.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Guía de los números poligonales: el problema de los saludos.

Esta sesión se llevó a cabo el día 12 de mayo de 2014 en el CEFA en del Aula Taller de Matemáticas, la experiencia se dio con los grupos de 11° química 1, 11° alimentos 1, 11° salud 4, 10° informática 1 y 11° salud 1, cada sesión en un espacio de clase de 50 minutos.

La guía de “los números poligonales: el problema de los saludos” es una adaptación del trabajo realizado por el profesor John Jairo Múnera Córdoba en una de sus situaciones problema.

Dicha adaptación fue realizada teniendo en cuenta la estructura propuesta por el grupo ÁBACO para la realización guías, el desarrollo de la misma, apunta a la generalización matemática y previamente a la puesta en acción con las estudiantes en el aula se le realizó el siguiente análisis epistémico mediante la GROS como se evidencia en el Anexo 8.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Reconstrucción de la actividad:

La guía consta de dos momentos, en el primero se le presentan a las estudiantes a través de representaciones gráficas ocho polígonos regulares y se les pide que tracen las diagonales de cada uno, una vez realizada dicha labor se les pedía que organizaran los datos obtenidos en un arreglo tabular como son: nombre del polígono, número de lados y número de diagonales, esto para desencadenar la primera fase de generalización según el grupo Azarquiél **VER** además de propiciar el surgimiento de la representación tabular para hacer evidentes los aspectos numéricos de la situación, ya que por medio de este arreglo reconocerían los patrones y regularidades inmersos en la situación, como lo expresan Múnera, Marín, Cárdenas, Carvajal & Bastidas:

Los patrones permiten la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones de la vida diaria por ejemplo en la música, en el movimiento, la economía, la geografía y la variación en general. El análisis cuidadoso de patrones y regularidades Permite establecer generalizaciones.” (2005)

Buscamos que a través del reconocimiento de estos patrones las estudiantes puedan llegar a la generalización inmersa en la situación como lo vemos en la figura 13.



Actividad 1: Polígonos

En esta actividad debes trazar todas las diagonales de cada uno de los polígonos.

- Realiza una tabla para registrar los siguientes datos: nombre del polígono, número de lados, número de diagonales totales del polígono.

NOMBRE	NÚMERO LADOS	DIAGONALES TOTALES
Triángulo equi	3	0
Cuadrado	4	2
Pentágono	5	5
Hexágono	6	9
Heptágono	7	14
Octógono	8	20
Decágono	10	35
Dodecágono	12	54

Figura 13. Representación tabular de los primeros 8 polígonos regulares.

Luego por medio orientaciones tales como: escriban o dibujen las relaciones encontradas se busca que a través de las respuestas que den las estudiantes **Describan** con sus palabras que está sucediendo en la figura 14.



- Calcula el número de diagonales de un polígono de 15, 20 y 36 lados.
 $15 = 90$ Diagonales
 $20 = 170$ Diagonales
 $36 = 594$ Diagonales
- Suma el número de lados y de diagonales de cada polígono, ¿qué puedes decir de los resultados?
- En la casilla de la suma surgen los triangulares
- En la casilla de la suma los valores aumentan así: +3, +4, +5, +6, +7
- ¿puedes encontrar una expresión para calcular las diagonales de cualquier polígono? La expresión es $\frac{n(n-3)}{2}$ explicación otras

Polígono	Número de Lados	Diagonales	Suma
Triángulo	3	0	3
cuadrado	4	2	6
Pentágono	5	5	10
Hexágono	6	9	15
heptágono	7	14	21
octágono	8	20	28

Figura 14. Descripciones escritas y representación tabular de las generalidades halladas.

En la pregunta:

Suma el número de lados y de diagonales de cada polígono

- ¿Qué puedes decir de los resultados?

Vemos como logran identificar la secuencia numérica que se forma, la cual es la secuencia de los números triangulares, además de describir en sus palabras la siguiente regularidad: “En la casilla de la suma los valores aumentan así: +3, +4, +5, +6, +7 y lo mostraron como lo pudimos observar en la foto anterior, mediante una representación tabular en la figura 14.

En la pregunta

- ¿puedes encontrar una expresión para calcular las diagonales de cualquier polígono?

Vemos como lo expresan simbólicamente como $\frac{n(n-3)}{2}$, pero no se quedan ahí sino que lo explican en el reverso de la hoja como lo muestra la figura 15.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

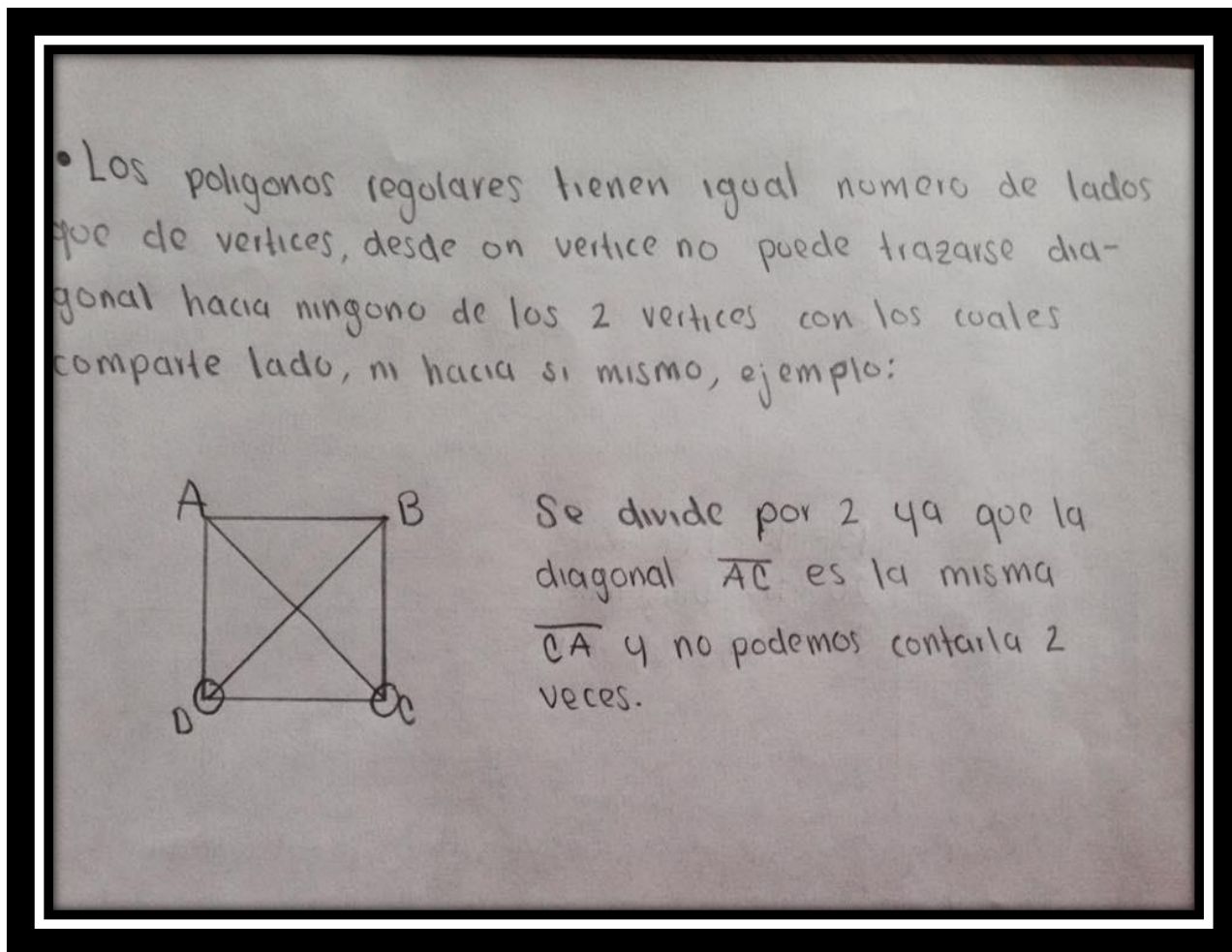


Figura 15. Se muestra el razonamiento de la estudiante para llegar a la expresión $\frac{n(n-3)}{2}$

Podemos apreciar como el ambiente desarrollado por medio de la metodología de aula taller posibilita una cultura de clase donde se promueve el razonamiento algebraico logrando abstracciones de este tipo, donde además de expresar simbólicamente una generalización matemática también la sustentan con argumentos sólidos.

En un segundo momento se presenta el problema de los saludos, donde se les plantea la siguiente situación: “En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente, estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?”

Teniendo en cuenta que lo que queríamos era evidenciar procesos de generalización, se dieron una serie de preguntas orientadoras como: ¿Cuántos saludos hay cuando llega el primer niño?, cuantos saludos existen cuando llega el segundo niño?, cuantos saludos **da** el tercer niño y cuantos hay en total?, para que las estudiantes abordaran la situación de manera adecuada, guiándolas durante la resolución de la misma, además se les pide que realicen una representación gráfica de la situación, es en este punto que las estudiantes conectan la primer actividad con la segunda, graficando la situación de manera tal que cada niño hizo las veces de vértice de un polígono, encontrando el mismo patrón en dos situaciones diferentes, lo que permite abordar varios pensamientos matemáticos a la vez en palabras de Múnera y otros :

“Es decir un mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes, tales como: situaciones físicas, geométricas, aleatorias y numéricas. Esto informa que hay una estrecha relación con cada uno de los otros pensamientos numérico, geométrico, estocástico y métrico.” (2005)

Lo cual podemos observar en la figura 16.



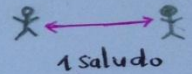
Actividad. 2 "El problema de los saludos."

En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente, estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

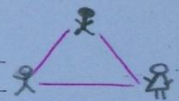
Primera parte

- Aquí algunas preguntas y orientaciones que te pueden ayudar:

— Si el encuentro fuera de 2 niños, ¿cuántos saludos (apretones de mano) surgirían? 1 saludo

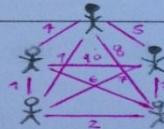
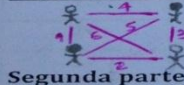


— Para el caso de 3 niños, ¿cuántos saludos surgen? Realice una representación de la situación. 3 saludos



— Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente. 4 = 6 saludos

S = 10 saludos



Segunda parte

— Organice los datos en una tabla y gráficamente, escribe todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

Figura 16

Ya con el camino allanado por el primer momento de la actividad, la solución fue muy rápida por parte de las estudiantes, realizando un arreglo tabular donde se evidenciaba la relación entre el número de estudiantes y el número de apretones de mano o saludos, concluyendo con la escritura en lenguaje matemático de la situación en la figura 17.

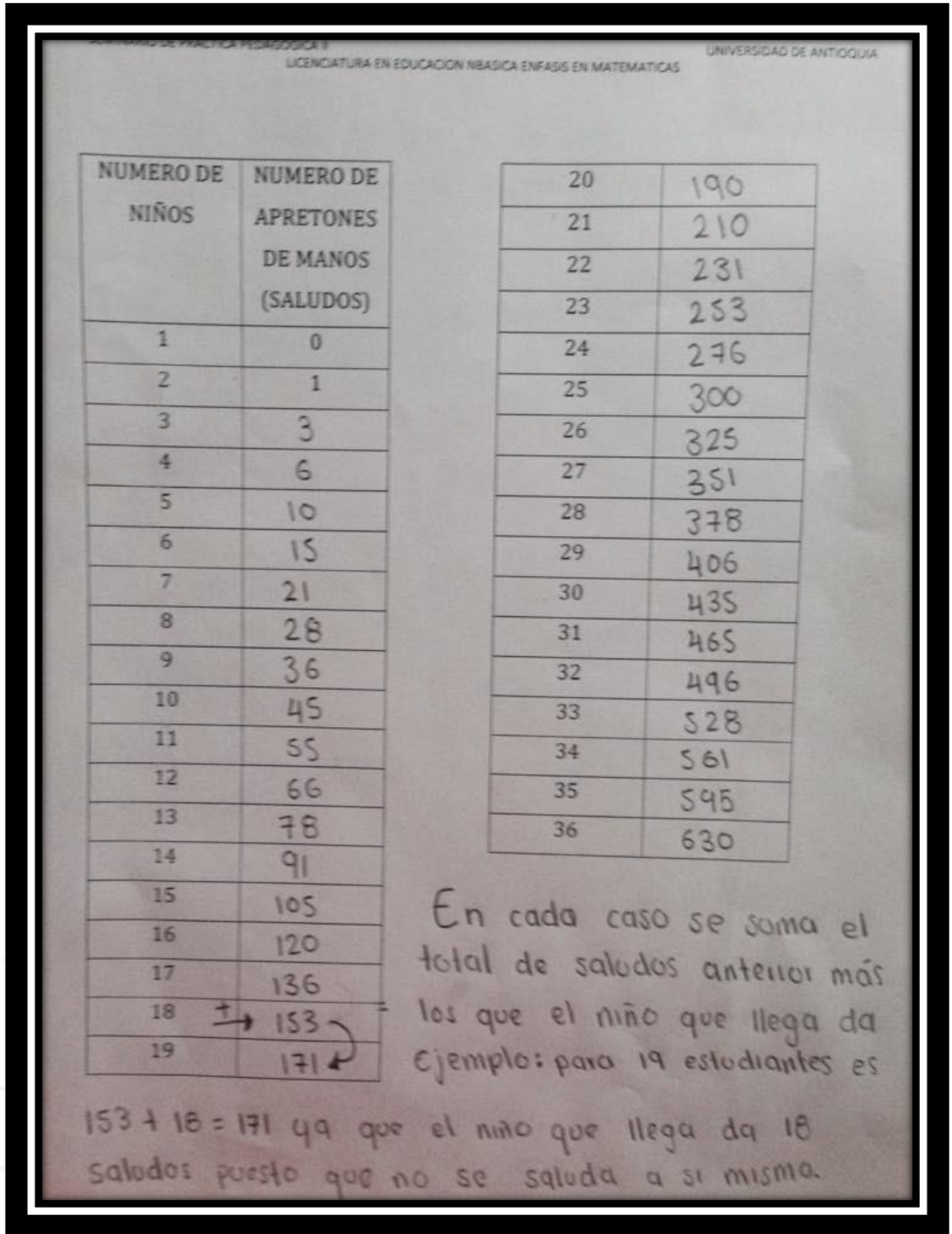


Figura 17.

Vemos como a través de la representación tabular pueden reconocer los patrones

inmersos, llegando a conjeturas válidas para la situación, como la enunciada en la resolución de esta guía

“en cada caso se suma el total de saludos anterior más los que el niño que llega da Ejemplo: para 19 estudiantes es $153+18=171$ ya que el niño que llega da 18 saludos puesto que no se saluda a sí mismo” (Fig. 17).



Lenguajes

SEMINARIO DE PRÁCTICA PEDAGÓGICA II UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
LICENCIATURA EN EDUCACION NBASICA ENFASIS EN MATEMATICAS

— Describe la forma para encontrar el número de saludos para cualquier cantidad par de personas.

$\frac{n+n(n-3)}{2}$ es igual al número de lados y el número de diagonales.

CONCLUSIONES:

$\frac{2n + n^2 - 3n}{2}$ Esta fórmula nos permite calcular el resultado de cada situación

$= \frac{2n + n^2 - 3n}{2}$

$= \frac{-n + n^2}{2} = n \frac{(n-1)}{2}$

Problema tomado de:	Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema (Munera, 2011)
Referentes bibliográficos:	http://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autos/pag/mat/Pitagoras11.asp.htm
Modificado y adaptado por:	Omar Augusto Agudelo Díaz y Mauricio Gutiérrez Ruiz
Asesor de practica:	Carlos Julio Echavarría y Catalina Bermúdez
Asignatura:	Seminario de practica pedagógica II 2014/01

Figura 18. Evidencia del razonamiento algebraico utilizado como forma de escribir la generalidad en lenguaje matemático.

Vemos en la figura 18 como las estudiantes logran relacionar el $\frac{n(n-3)}{2}$ encontrado

inicialmente para las diagonales de un polígono regular, con la representación gráfica que realizaron en la situación de los saludos, transformándola en $n + \frac{n(n-3)}{2}$, pues a las diagonales le sumaron el número de lados y obtuvieron el total de saludos para cualquier cantidad de personas; finalmente mediante tratamiento algebraico, como se evidencia en la figura 18, hallaron la expresión en $n \frac{(n-1)}{2}$ dando cuenta de una función en referencia a la cantidad de niños en la fiesta, concluyendo así el trabajo con esta guía.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Guía Reconociendo Regularidades I

Esta sesión se llevó a cabo el día 22 de Septiembre de 2014 en el CEFA en del Aula Taller de Matemáticas, la experiencia se dio con los grupos de 11° química 1, 11° alimentos 1, 11° salud 4, cada clase de 50 minutos.

El diseño de la guía fue pensado con el propósito que las estudiantes por medio de la manipulación, registro de datos, observación y aplicación de algunas fórmulas algebraicas, movilicen pensamiento variacional, en concordancia con lo planteado por Vasco:

el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad.(2003)

Además de este primer propósito también se busca llevar a cabo una transversalización con otros pensamientos, donde sea posible el surgimiento de diversas formas de representación además de hacer evidentes las diferentes fases de la generalización matemática. A esta guía se le realizó previamente el análisis mediante la GROS como se ve en el Anexo 9.

Reconstrucción de la actividad:

Para esta sesión las estudiantes se dividieron en equipos de trabajo de 4 estudiantes cada uno y se desarrolló la guía : “ Reconociendo Regularidades I” la cual apuntaba a usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas, dicha guía presentaba la situación de la construcción de una caja sin tapa a partir de un trozo de cartulina cuadrada de 21cm de lado, a la cual se le recortarían cuadrados de longitud X en sus cuatro esquinas para luego doblar las pestañas de la figura resultante dándole forma a nuestra caja.

El desarrollo de la actividad está planeado, en una primera parte con una cuota de trabajo individual de cada una de las integrantes de los sub grupos de trabajo, la cual consiste en fabricar su propia caja sin tapa con valores predeterminados para cada una de ellas con intervalos de 1cm $X= 1\text{cm}, X= 2\text{cm}, X= 3\text{cm}, X= 4\text{cm}$ esto con el material concreto como se ve en la figura 19, una vez construidas las cajas se espera que las estudiantes puedan **VER** la relación existente entre los diferentes valores de X que tomaron y la situación planteada.

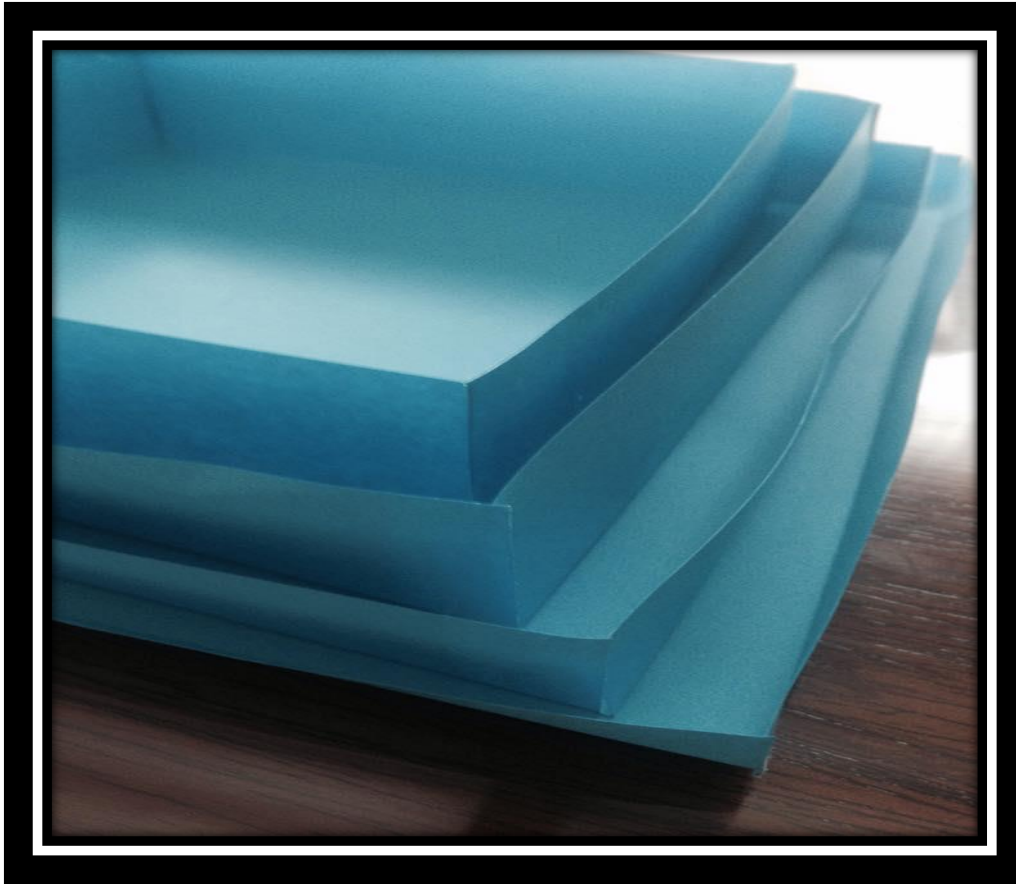


Figura 19. Evidencia de las cajas realizadas por las estudiantes con la guía Reconociendo regularidades I

Se pudo ver en el trabajo realizado por las estudiantes facilidad al realizar los cortes y construcción de la caja, lo cual proporciono un elemento concreto y además icónico, que sin lugar a dudas, al realizar con este simples comparaciones entre las cajas de las estudiantes del subgrupo al cual pertenecían, se desencadeno la movilización de pensamiento variacional en el aula de clase, ya que las estudiantes comenzaron a comunicar verbalmente regularidades y conjeturas con respecto a las cajas que habían formado.

Una vez realizadas las cajas físicas, se les propuso a las estudiantes que repitieran la actividad simbólicamente, esta vez con intervalos de 0.5cm: 1 cm, 1.5cm, 2cm, 2.5cm, 3cm, 3.5cm y 4 cm, una vez realizado el procedimiento individual que debían darle a la situación, las integrantes deben comunicar sus resultados para que en calidad de equipo los verifiquen, esto para que las estudiantes puedan resolver las preguntas enunciadas a continuación:

A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes

- ¿Qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?
- ¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?
- ¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?
- ¿Para qué longitud x del cuadrado recortado el volumen de la caja es el más grande?

A partir de la respuesta a estas preguntas, como se evidencia en la figura 20, se pretendía que las estudiantes **DESCRIBIERAN** que sucederá con las variables inmersas en la situación, pensando que no se debe forzar el surgimiento inmediato del lenguaje simbólico sin antes pasar por el lenguaje natural, además de esto, teniendo en cuenta el dialogo entre pares académicos que se desarrollara dentro de los subgrupos de trabajo con las diferentes conjeturas de cada integrante.

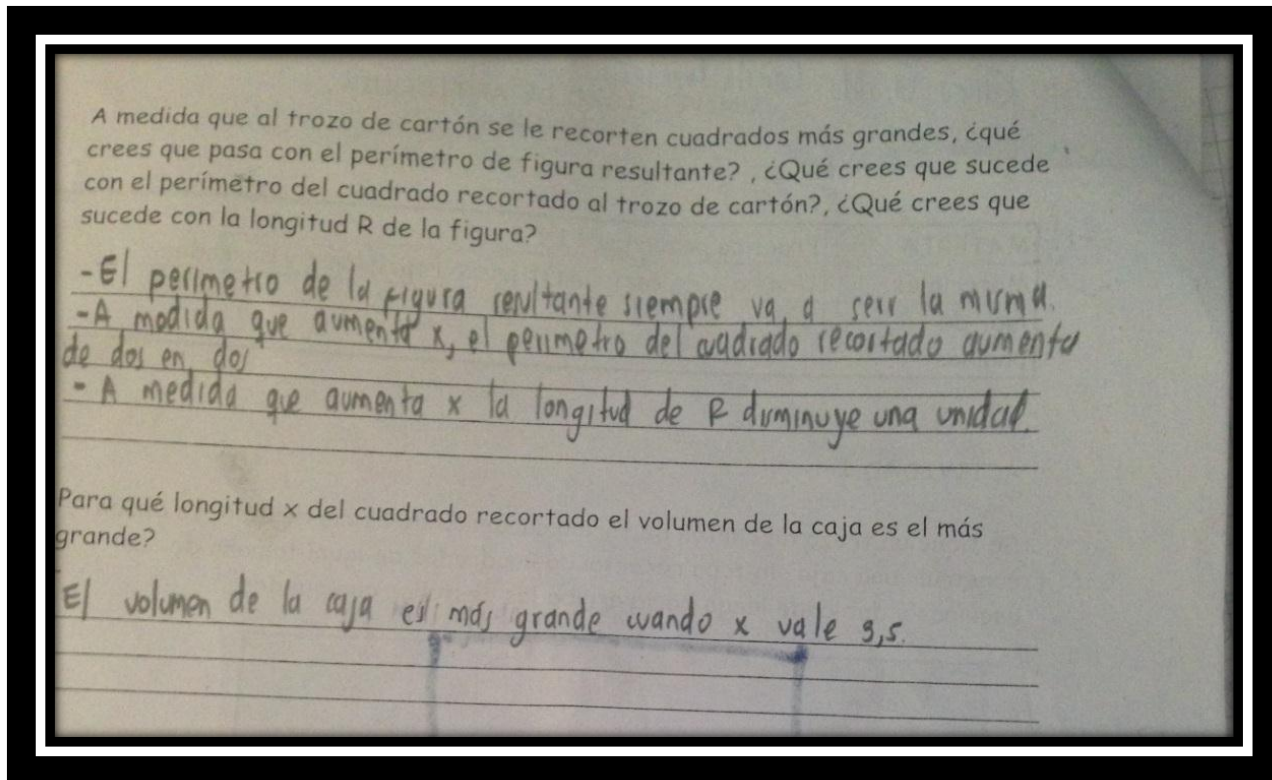


Figura 20. Descripción en lenguaje normal de las generalidades presentes en la actividad Reconociendo regularidades I.

Vemos en la figura 20 como las estudiantes logran identificar y comunicar la existencia de un elemento invariante en medio de la situación de cambio, con la descripción en lenguaje normal de las preguntas que se les hacen en la guía, la descripción hace referencia al perímetro de la figura resultante, además de una explicación que lleva de manera implícita el concepto de variación, pues como cada lado del cuadrado de lado X aumenta 0.5 cm, en total el perímetro del mismo cuadrado aumentara en 2 cm. Las estudiantes se refirieron como “de 2 en 2” centímetros cada vez que X aumente 0.5 cm.

También se aventuraron a afirmar que la longitud R disminuye una unidad

(teniendo en cuenta que la unidad de medida utilizada en este caso son centímetros) cada vez que la longitud de X aumenta en 0.5 cm. Para finalizar esta etapa de la actividad las estudiantes concluyeron que, la caja de mayor volumen que se podía construir para la situación y los valores planteados, era aquella que tuviese $X = 3.5$ cm en el lado del cuadrado recortado.

La respuesta en lenguaje natural además de **Describir** lo que hay inmerso en la situación, alcanzando la segunda fase de la Generalización Matemática planteada por el Grupo Azarquiel, dota de los elementos y procedimientos necesarios a las estudiantes para continuar con el desarrollo de la actividad, completando la tabla presentada en la figura 21.



Completa la siguiente tabla:

Caja rectangular						
X	Perímetro de la figura resultante	Perímetro del cuadrado recortado	longitud de R	Área de la figura para construir la caja	X, X Área del cuadrado cortado	Volumen de la caja
1	84	4	19	437cm ²	1	361cm ³
1,5	84	6	18	432cm ²	2,25	486cm ³
2	84	8	17	425cm ²	4	578cm ³
2,5	84	10	16	416cm ²	6,25	640cm ³
3	84	12	15	405cm ²	9	675cm ³
3,5	84	14	14	392cm ²	12,25	686cm ³
4	84	16	13	377cm ²	16	676cm ³

Figura 21. Representación tabular de los datos registrados y hallados por las estudiantes.

La finalidad del trabajo con la representación tabular fue hacer evidentes los aspectos numéricos y cuantitativos presentes en la situación, para que a su vez estos aspectos permitieran a las estudiantes reconocer patrones y regularidades validando las conjeturas realizadas en los apartados anteriores.

Finalmente se busca que las estudiantes encuentren una expresión matemática que represente cada una de las columnas de la tabla, es decir con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado del cuadrado recortado (X).

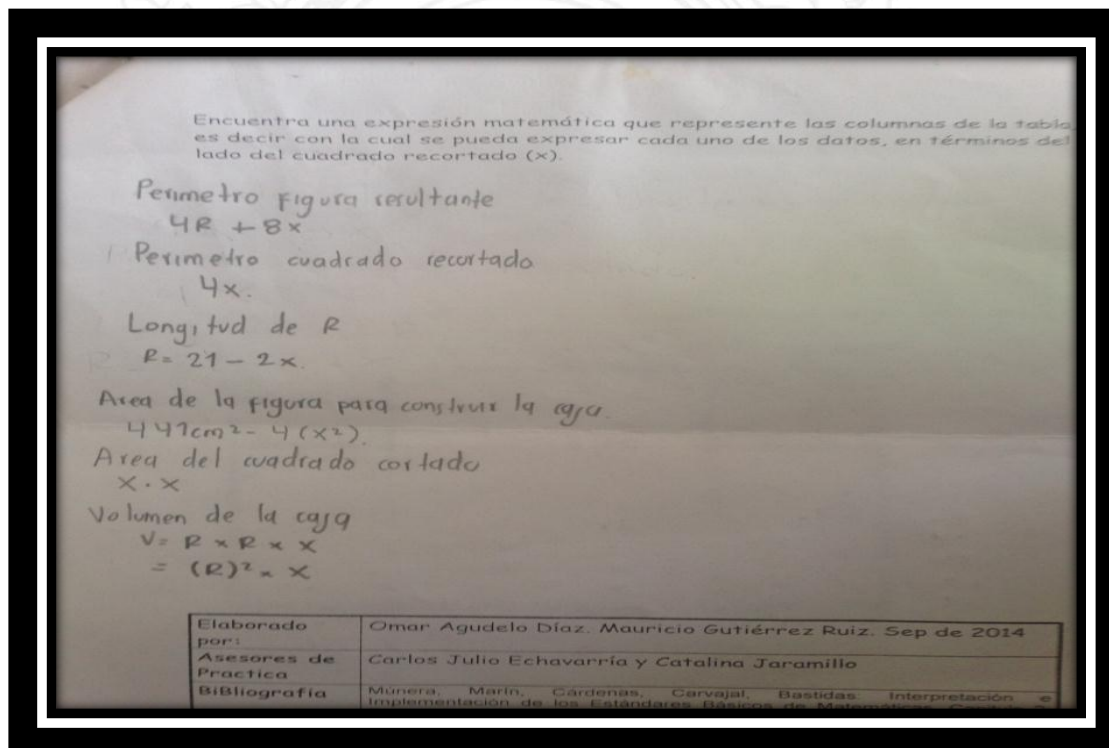


Figura 22. Se ve la generalización algebraica alcanzada por las estudiantes y propuesta en la guía.

Vemos en la figura 22 como finalmente lograron acceder a la **Escritura**, la cual es la tercera fase de generalización planteada por el grupo Azarquiel. Desarrollando un lenguaje simbólico que expresa las columnas en función del lado del cuadrado recortado X. Esto evidencia que el tratamiento en forma simbólica de las relaciones cuantitativas encontradas en la actividad, fue el correcto.

Guía Reconociendo Regularidades II

Esta sesión se llevó a cabo el día 27 de Septiembre de 2014 en el CEFA en del Aula Taller de Matemáticas, la experiencia se dio con los grupos de 11° química 1, 11° alimentos 1, 11° salud 4, cada sesión en un espacio de clase.

La guía “Reconociendo regularidades 2” es fruto de la búsqueda de una situación en la cual pudiésemos abordar varios tipos de pensamiento matemático a partir de los procesos de variación, siendo consecuentes con la propuesta de generalización que adoptamos del grupo Azarquiel, quisimos que en la guía se desarrollaran las 3 etapas de generalización (*ver, describir y escribir*). Sin apresurarnos a forzar la escritura de manera simbólica, pues pensamos que esta debe aparecer de manera natural, el propósito de la guía era poner de manifiesto diferentes procesos de pensamiento matemático como el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas. Para ello utilizamos diferentes tipos de representaciones: tabular, geométrica, numérica y algebraica, lo que está en concordancia con lo expuesto por Múnera, Marín, Cárdenas, Carvajal & Bastidas:

“El nivel de las representaciones ayuda a diferentes contextos propios de los tipos de pensamiento, una representación gráfica, se conecta con las potencialidades conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la geometría; la representación en forma de tabla, pone de manifiesto los aspectos numéricos y cuantitativos; las expresiones

simbólicas, se relacionan con el pensamiento variacional, mientras que la representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas y es básica para trabajar las competencias comunicativa, interpretativa, argumentativa y propositiva.” (2005).

Creemos que con estos elementos además de los proporcionados por la metodología de Aula Taller al ser tenidos en cuenta en el desarrollo de la guía, se propicia lo necesario para que con un desarrollo continuo e intencionado del trabajo con las estudiantes, se puedan realizar abstracciones conceptuales más complejas. A esta guía se le realizó previamente un análisis mediante la GROS como se evidencia en el Anexo 10.

Reconstrucción de la actividad:

El trabajo realizado en este día fue totalmente relacionado con la guía desarrollada la clase anterior, lo que motivó a las estudiantes, en esta sesión se presentaba una nueva guía, que se resolvía de manera análoga a la anterior, pero con un grado de complejidad mayor en los conceptos necesarios para su resolución.

Para esta sesión las estudiantes se dividieron en equipos de trabajo de 4 estudiantes cada uno y se desarrolló la guía: “Reconociendo Regularidades II”, la cual, al igual que su



predecesora apuntaba a usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas, dicha guía difería de la anterior; en esta ya no se construiría la caja físicamente, sino que se simularía la situación.

La guía consistía en la construcción de una caja a partir de un trozo de cartón de forma de triángulo equilátero que tenía 20cm de lado al cual se le recortaban las puntas a una distancia X cualquiera perpendicular a la cartulina, cada una de las estudiantes de los distintos equipos de trabajo tomo distintos valores para X (0.5 cm, 1cm, 1.5cm, 2 cm, 2.5 cm, 3cm y 4cm) esto con el fin de que el desarrollo individual de los mismos posibilitara un constante ir y venir entre el trabajo en grupo e individual, pues cada una de ellas tenía una cuota de trabajo asignada, además de la comunicación entre pares que se desata cuando por medio de un lenguaje propio de las estudiantes comunican conjeturas entre sí mismas.



- Luisa Fernanda Oribe
- Angie Higuita D.
- Ana Maria Calle

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Reconociendo Regularidades 2

MATERIA	Practica pedagógica I I I
Materiales:	compas, Papel, lápiz y borrador
No. de páginas:	3

ACTIVIDAD I:

Se tiene un trozo de cartón que tiene forma de triángulo equilátero de lado 20 cm y se desea construir la caja recortando las puntas a una distancia x cualquiera, perpendicular al lado de la cartulina y doblando luego hacia arriba las pestañas tal y como muestra la figura :

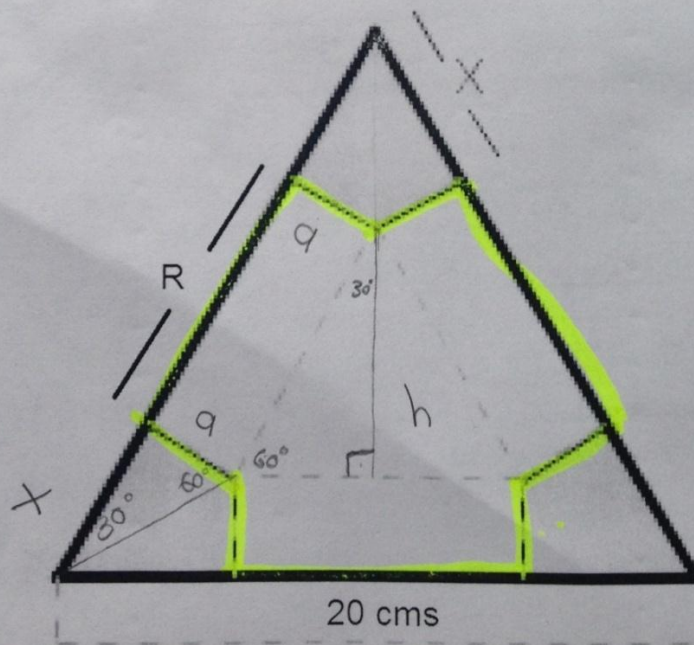


Figura 23. Operaciones que se realizan para hacer los cortes en el triángulo para formar el prisma recto de base triangular

Durante el desarrollo de toda la actividad las estudiantes se apoyaron en la primera hoja de la guía como se ve en la figura 23, pues en esta estaba la figura de la situación planteada, sobre la cual nombraron elementos existentes y crearon nuevos, los cuales fueron clave para la solución. Pues inicialmente no tenían todos los datos necesarios para responder la totalidad de las preguntas expuestas a continuación:

A medida que al trozo de cartón se le recorten deltoides más grandes

- ¿Qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?

Para responder esta pregunta las estudiantes necesitaban conocer el valor de los 9 lados de la figura resultante

- ¿Qué crees que sucede con el perímetro del deltoide recortado al trozo de cartón?

Para hallar el perímetro necesitan hallar el valor del par de lados que desconocen del deltoide

- ¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?

Esta era la única pregunta que podía resolverse con los datos del enunciado

- ¿Para qué longitud x del deltoide recortado el volumen de la caja es el más grande?

Acá debían saber la altura de nuestra caja, dato aún desconocido

En las siguientes fotos vemos el tratamiento que las estudiantes dieron a la situación, inicialmente en un triángulo equilátero, en este caso de 20cm de lado, como lo muestra la figura (anterior), tanto la altura como la bisectriz coinciden, podemos ver como se valen de esto para hallar el valor del lado que llamaron “a” y se muestra en la figura 24

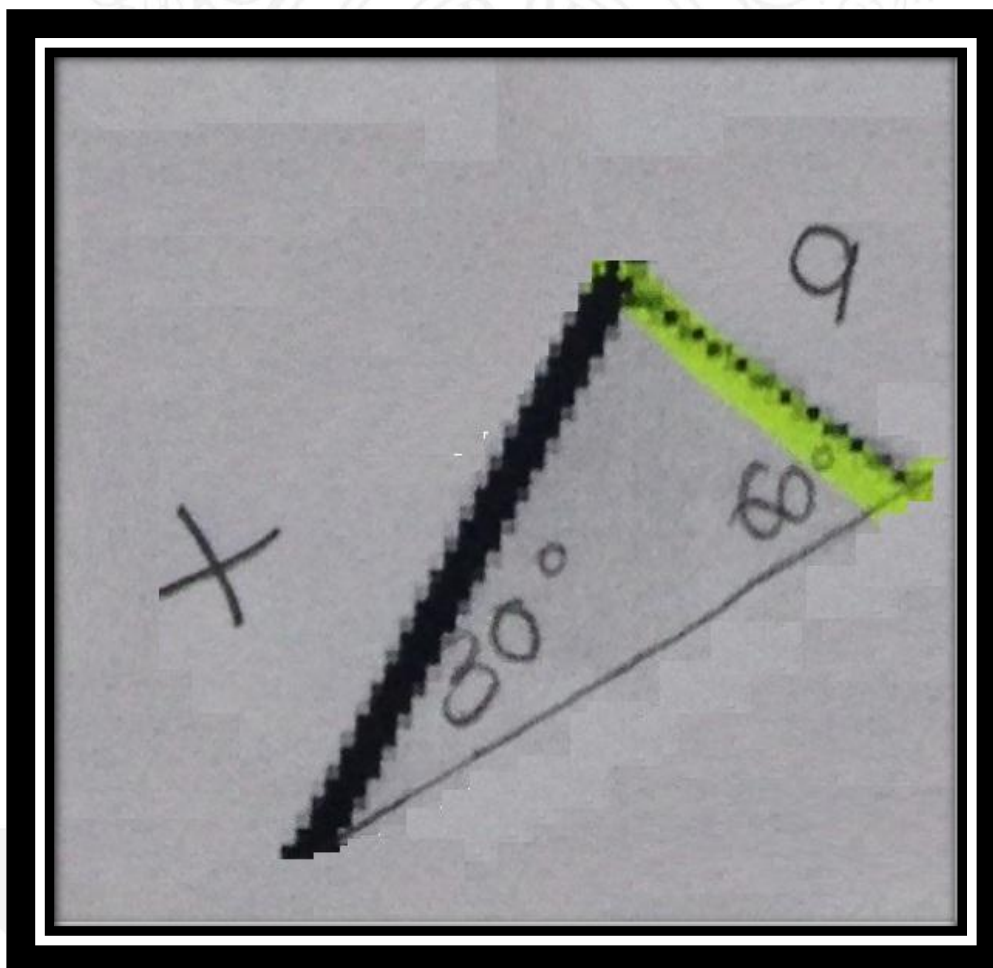


Figura 24. Tratamiento dado por las estudiantes para hallar los datos correspondientes al ejercicio

Acá vemos como a partir de la bisectriz del ángulo del triángulo equilátero inicial, surge un nuevo ángulo de 30°, y como ya tenían el ángulo de 90° que se forma con el lado

“a” el cual es perpendicular al lado del triángulo inicial y por suma de ángulos internos de un triángulo, el ángulo faltante era de 60°

Todo este razonamiento apuntaba a dar valores tanto al segmento “a”, para lo que se valieron de la trigonometría, como vemos a continuación en la figura 25

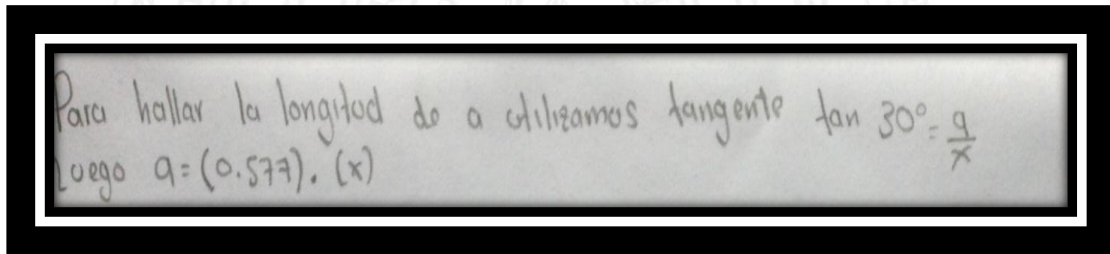


Figura 25. Tratamiento trigonométrico para hallar la longitud del segmento “a”

En este momento las estudiantes lograron **VER** lo que había inmerso en la situación, ya que identificaron los elementos que se hallaban en la misma y prosiguieron a darle un tratamiento matemático.

Ya con estos valores definidos continuaron con el desarrollo de la guía, respondiendo las preguntas presentes en la guía como se evidencia en la figura 26.

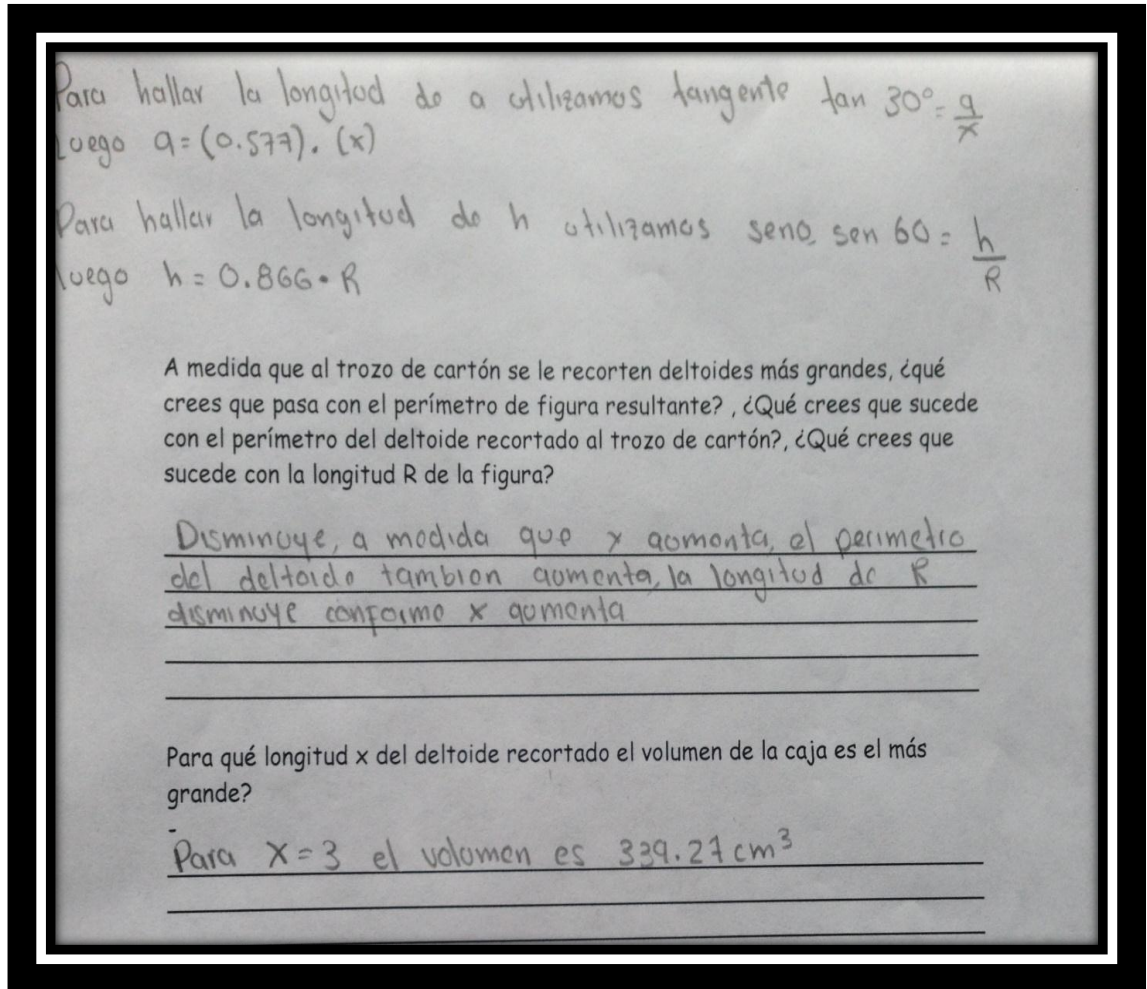


Figura 26. Evidencia de las respuestas dadas por las estudiantes

A medida que al trozo de cartón se le recorten deltoides más grandes

- ¿Qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?

Disminuye

- ¿Qué crees que sucede con el perímetro del deltoide recortado al trozo de cartón?

A medida que X aumenta el perímetro del deltoide recortado también aumenta

- ¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?

La longitud de R disminuye conforme X aumenta

- ¿Para qué longitud x del deltoides recortado el volumen de la caja es el más grande?

Para $X=3$ el volumen de la caja es 339.27cm^3

Con las respuestas a estas preguntas las estudiantes lograron **Describir** con sus palabras la situación, además de dotar de elementos necesarios a las chicas para completar la tabla presentada a continuación en la figura 27.



Ahora completa la siguiente tabla:

Caja Triangular						
X	Perímetro de la figura resultante	Perímetro del deltoide recortado	longitud de R	Area de la figura para construir la caja	Área del deltoide recortado	Volumen de la caja
1	57.46cm	3.15cm	18cm	171.45cm ²	0.577cm ²	186cm ³
1.5	56.19cm	4.73cm	17cm	169.24cm ²	1.29cm ²	249.9cm ³
2	54.92cm	6.30cm	16cm	166.23cm ²	2.30cm ²	295.42cm ³
2.5	53.64cm	7.88cm	15cm	162.22cm ²	3.6cm ²	324cm ³
3	52.386cm	9.46cm	14cm	157.56cm ²	5.19cm ²	339.27cm ³
4	49.8cm	12.6cm	12cm	145.15cm ²	9.2cm ²	331.2cm ³

Figura 27. Tabla de datos recogidos cuando se pone a variar X

Como la figura para construir la caja no era regular, las estudiantes se vieron obligadas a buscar alguna alternativa para calcular el área, a lo cual por medio de orientaciones, como decirles que visualizaran las formas geométricas independientemente, se animó a dividir dicha figura en un triángulo equilátero de lado R y tres rectángulos iguales de lados a y R respectivamente como se muestra en la figura 28.

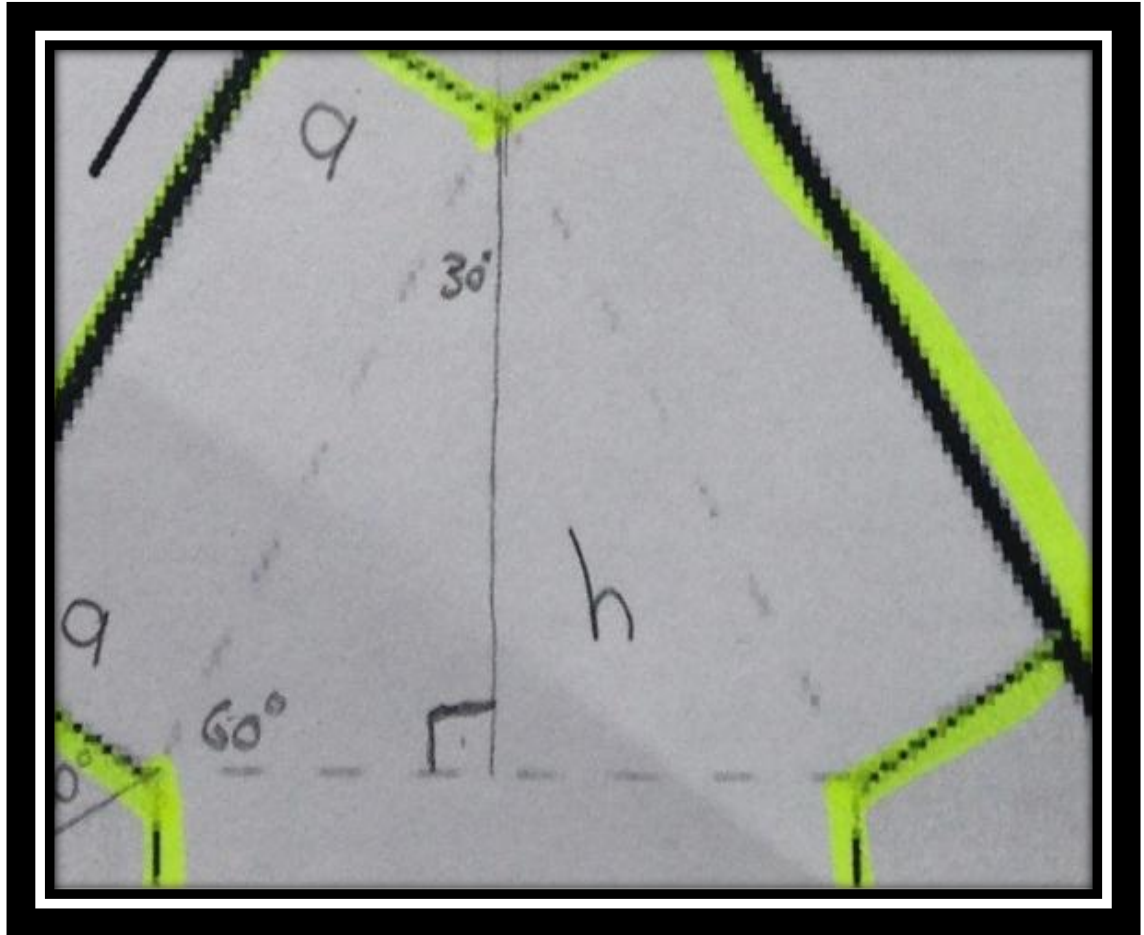


Figura 28. Tratamiento de las estudiantes para hallar el área de la figura para formar el prisma recto de base triangular.

En el triángulo equilátero de lado R , trazaron la altura y la llamaron h , como por tratarse de un triángulo equilátero la altura y la bisectriz coinciden, nuevamente vemos como se biseca un ángulo de 60° creando dos de 30° y como ya tenían el ángulo recto que se creó al ser h perpendicular a R , el ángulo restante sería de 60° ; para hallar h las estudiantes realizaron el siguiente cálculo como lo muestra la figura 29.

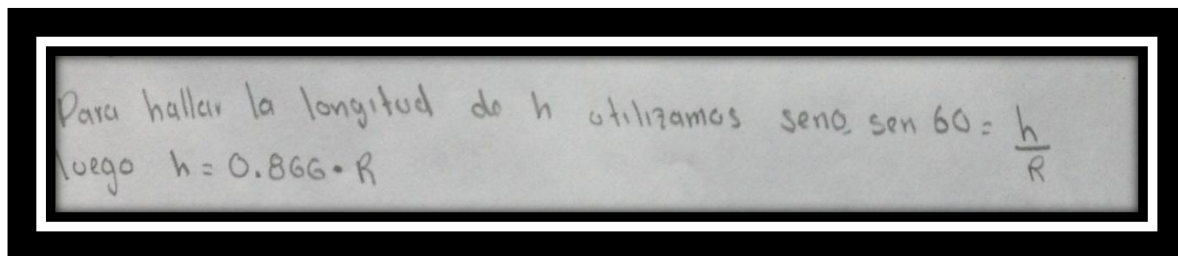


Figura 29. Fórmula utilizada para hallar h

Una vez las estudiantes completaron la tabla, pasamos a pedirles que encontraran una expresión matemática que represente las columnas de la tabla, es decir con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado recortado (x).

En la siguiente foto vemos como lograron expresar todas las columnas de la tabla en términos del lado recortado (X) como se ve en la figura 30

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Encuentra una expresión matemática que represente las columnas de la tabla, es decir con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado recortado (x).

1-) $3(R) + 6(a)$
2-) $2(x) + 2(a)$
3-) $R = 20\text{cm} - 2x$
4-) $\frac{R \times h}{2} + 3(R \times a)$
5-) $x \cdot a$
6-) $R \cdot R \cdot a$

Elaborado por:	Omar Agudelo Díaz. Mauricio Gutiérrez Ruiz. Sep de 2014
Asesores de Practica	Carlos Julio Echavarría y Catalina Bermúdez
BiBliografía	Posada, Villa El razonamiento algebraico y la modelación matemática

Figura 30. Representación algebraica de los datos pedidos en la tabla.

Podemos ver como lograron **Escribir** de manera simbolica la totalidad de columnas de la tabla en términos del lado recortado (X), reconociendo los patrones y regularidades inmersos en la guía.

CAPITULO4: CONCLUSIONES

Por medio del devenir propio de la sistematización de experiencias de aula, en el cual nos es posible teorizar nuestra práctica, nuestras vivencias, nos fue posible establecer a través de dicha sistematización, apoyados en el estudio de casos, aplicada al grupo 11 alimentos 1 durante el año 2014 que:

El ambiente de clase propiciado bajo la Metodología de Aula Taller, en el cual se ejecutaron las actividades planteadas, posibilitó el desarrollo en el aula de clase de lo que en palabras de Kaput sería una “cultura de clase que promueve el razonamiento algebraico”, dicho razonamiento algebraico como lo plantea Godino implica “*representar y generalizar patrones y regularidades de cualquier aspecto de las matemáticas*”. (2000. Pg. 8). Lo cual fue posible mediante el desarrollo del trabajo evidenciado en los diferentes medios para recolectar la información que nos permitió la sistematización de experiencias de aula, especialmente en las guías desarrolladas por las estudiantes en las cuales a modo general pudimos observar lo siguiente:

- Las guías pensadas, intencionadas, que presentan una secuencia lógica en su desarrollo, permitieron desde el mismo momento de su creación la transversalización del pensamiento variacional con los otros tipos de pensamiento matemático, ya que en las guías el diálogo entre pensamientos hacia que se transitaran por ellos de manera natural. Además de esto estas guías acompañadas de las demás características propias de la Metodología

de Aula Taller expuesta por la Corporación Grupo Abaco, siendo una de ellas la modificación o adaptación de las mismas atendiendo a el grado y el contexto en el cual se desarrollan, posibilitando así además el dialogo con otros autores, se tornan en una excelente herramienta que permite desplegar un accionar consiente por parte del docente en el aula de clase que permite mejorar las prácticas en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje refiere.

- El análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) permite develar elementos claves dentro de las guías, lo que solidifica más ese accionar planeado del docente, dotando su derrotero en cuanto a posibles preguntas orientadoras y eventuales explicaciones que harán posible el desarrollo de la guía.

Partiendo principalmente del trabajo realizado por las estudiantes, plasmado en el desarrollo de las guías, se dio paso al análisis a través de la categoría anteriormente mencionada, los diferentes tipos de representaciones matemáticas, donde se hacen evidentes las diferentes fases de generalización que expone el Grupo Azarquiel:

	Representación Geométrica	Representación Tabular	Representación Numérica	Representación Algebraica
Probabilidad y el juego injusto		✓	✓	
El juego con	✓	✓	✓	✓

los Botones y los números cuadrados				
Los números poligonales y el problema de los Saludos	✓	✓	✓	✓
Reconociendo regularidades 1	✓	✓	✓	✓
Reconociendo regularidades 2	✓	✓	✓	✓

Después de realizar este análisis, en el cual se reconstruyó la experiencia vivida y se volvió sobre las evidencias recolectadas, teniendo en cuenta los procesos de generalización presentes en cada sesión y las voces de los teóricos seleccionados, damos paso a afirmar que a medida que se desarrolla el pensamiento variacional, las estudiantes van progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar sus propias generalizaciones matemáticas, apoyadas en un proceso de construcción y abstracción pensado, teniendo el lenguaje simbólico como meta de llegada y no como punto de partida, como ocurre con la metodología tradicional. En las evidencias expuestas en el Capítulo III a partir de las guías sistematizadas vemos como los diferentes tipos de representación en ocasiones planteados en la guía y en ocasiones como un elemento



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

emergente en el razonamiento y la comunicación propia de las estudiantes, les permitieron a las estudiantes a partir de secuencias, regularidades, patrones, procesos de variación y cambio, representar y generalizar las situaciones propuestas, todo lo anteriormente mencionado es lo que en palabras de Godino implica el razonamiento algebraico, el cual es el motor que mueve el desarrollo del pensamiento variacional.

ANEXOS

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo 1 Guía de “Probabilidad”.



GRUPO ÁBACO

Probabilidades



No. de páginas:	2
Materiales:	Dados, Papel y lápiz

1. Reconocimiento de probabilidades en frases.

Veamos algunas frases que expresan probabilidad y señalemos en ella la expresión que la designa:

- Con frecuencia me sorprende a mi mismo pensando en mi mismo.
- En muy raras ocasiones la esperanza se esfuma totalmente.
- Cuando hay un mar de leva es casi seguro que se inunda la ciudad.
- Casi nunca estamos solos.
- Detrás de un gran hombre casi siempre hay una gran mujer.
- Nunca serás tan pobre como para no tener algo de ti mismo para ofrecer.
- Es posible que vuelva mañana.
- El turismo hacia la costa es bastante escaso.
- Encontrar un águila real por aquí es casi imposible.
- Es raro que yo me aprenda alguna poesía completa.
- Son muy frecuentes las quejas de los vecinos.
- Durante el día me encontrarás en la casa o en la oficina, miti + miti.

Una vez señaladas las frases que expresan probabilidad, se propone la tarea de ordenarlas según la mayor fuerza con que la expresen. A cada una de estas expresiones se le asigna la letra de la frase que la contiene y tratamos de colocarla en la escala horizontal de 0 a 1.



2. El juego injusto.

Este es un juego para dos jugadores. Cada equipo necesitará un par de dados. Las reglas de juego serían las siguientes:

- a. Uno de los jugadores es el cliente y el otro es el banquero. Solamente el cliente tira los dados,
- b. Cada jugador empieza con \$2000.
- c. Cada vez que el cliente tire una suma de 7, el banquero deberá pagarle \$300.
- d. Cada vez que el cliente tira cualquier otra suma diferente de 7, deberá pagarle al banquero \$100.
- e. Se registran los resultados de cada jugada en la tabla que se da a continuación. Deben registrarse además, el dinero que tiene al final de cada tirada de los dados tanto el cliente como el banquero,

Lanzamientos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sumas										
Dinero cliente										
Dinero banquero										
Lanzamientos	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sumas										
Dinero cliente										
Dinero banquero										

- f. El jugador con más dinero al final de las 20 vueltas es el ganador. Si uno de los jugadores está en quiebra antes de las 20 vueltas, el otro jugador es el ganador.
- g. ¿Por qué el juego es injusto?

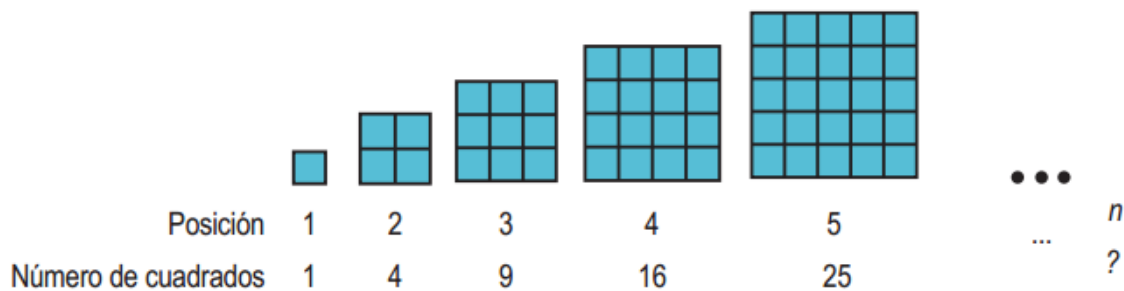
Autor:	Carlos Julio Echavarría.	Fecha: Octubre19/1998
Bibliografía:	Marco General, Matemáticas. Propuesta de programa curricular, noveno grado, 1991.	

EL JUEGO CON LOS BOTONES

Proyecto	Seminario de practica pedagogía II
Materiales	Lápiz, hojas, borrador, 4 botones de un color y 4 de otro
Nº de paginas	5

Actividad 1 Números Cuadrados.

- Cada uno de los números de la siguiente secuencia puede representarse gráficamente con un cuadrado.



- ¿Qué nombre le darías a estos números? _____



- ¿Cómo saber el número de cuadrados que se necesitan para dibujar el de la posición

6? _____

- ¿Cuál sería la expresión general para el número de cuadrados que está en la posición

n? _____

Actividad 2: Jugando con Botones.

Para iniciar el juego debes ubicar los botones de color 1 en un lado y los de color 2 en el otro, dejando libre la casilla del medio.

Objetivo:

Intercambiar las posiciones de los botones en **el menor número de movimientos posibles.**



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Reglas del juego:

1. Solo puedes mover un botón a la vez.
2. Los botones no pueden retroceder, los que están a la derecha solo pueden moverse hacia la izquierda y los que están a la izquierda solamente pueden moverse hacia la derecha.
3. Mueves cada botón hacia una casilla vacía:
 - Deslizándolo, si es contigua.
 - Saltando sobre un botón contrario, si la siguiente está vacía.
4. No puedes saltar sobre un botón del mismo color, tampoco sobre más de un botón contrario

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

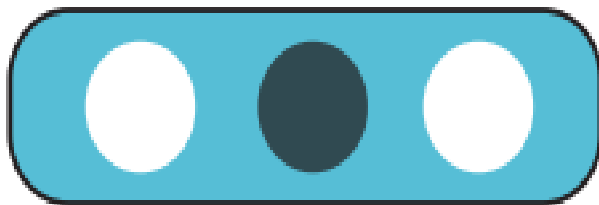
Facultad de Educación

¡AHORA A JUGAR!

Juega con dos botones.

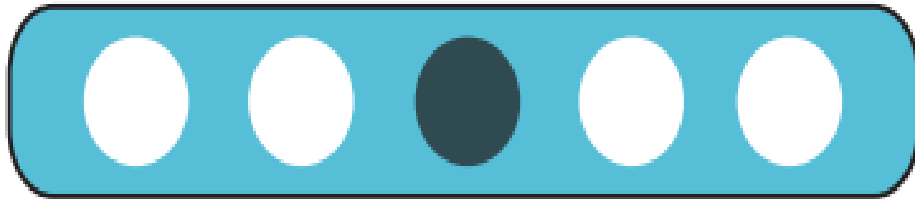
Ubica los botones de color 1 en los círculos de la izquierda y los botones de color 2 en los círculos de la derecha de cada una de las regletas que están a continuación. Primero juega con 1 botón de cada color, luego con 2, luego con 3 y así sucesivamente y recolecta los datos en la tabla.

1. Juega con 1 Botón de cada color.



¿Cuántos movimientos realizaste? _____ -

2. Juega con 2 Botones de cada color.



¿Cuántos movimientos realizaste? _____ -

3. Juega con 3 Botones de cada color.



¿Cuántos movimientos realizaste? _____

4. Juega con 4 Botones de cada color.



¿Cuántos movimientos realizaste? _____

- En la siguiente tabla registra los datos de: cantidad de botones de un solo color, cantidad total de botones, y los movimientos necesarios para cumplir el objetivo del juego y re-escríbelos de la forma indicada.
- Encuentra un término general que para cualquier cantidad de botones de **un color**.

<i>Canti dad de botones por color</i>	<i>Canti dad de botones total</i>	<i>Movimi entos necesarios</i>	<i>Re-escrive el resultado anterior De la siguiente forma.</i>
1	2	3	$3 = 2 + 1$
2	4		$= 4 +$
3			$= +$
4			$= +$



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

5			=+
N			= +

CONCLUSIONES:

Referentes bibliográficos:	4 ² Aventuras matemáticas. Para docentes. Sara María Velásquez.
Modificado y adaptado	Omar Augusto Agudelo Díaz y Mauricio Gutiérrez



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

por:	Ruiz
Asesor de practica:	Carlos Julio Echavarría y Catalina Bermúdez
Asignatura:	Seminario de practica pedagógica II 2014/01



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo 3 Guía de los números poligonales: el problema de los saludos.

LOS NÚMEROS POLIGONALES (EL PROBLEMA DE LOS SALUDOS).

Proyecto	Seminario de practica pedagogía II
Materiales	Lápiz, hojas, borrador
N° de paginas	7

Introducción:

Los números poligonales: Los pitagóricos solían representar los números mediante puntos en un pergamino o piedrecillas en la arena y los clasificaban según las formas poligonales de estas distribuciones de puntos, es decir, asociaban los números a figuras geométricas obtenidas por la disposición regular de puntos, cuya suma determina el número representado. Así obtenían los diversos tipos de números poligonales o figurados:

- Los número triangulares: 1, 3, 6, 10, 15, ...
- Los número cuadrados: 1, 4, 9, 16, 25, ...
- Los números pentagonales: 1, 5, 12, 22, 35, ...
-

Los números poligonales aparecieron en los albores de la *Escuela Pitagórica* como un elemento esencial de su misticismo numérico: «no sólo las cosas son en esencia



números sino que los números son concebidos como cosas», de modo que las expresiones «*números triangulares*» o «*números cuadrados*» no son meras metáforas sino que esos números son, efectivamente, ante el espíritu y ante los ojos, triángulos y cuadrados.

.La asociación del número con la imagen geométrica permitió a los pitagóricos la representación visual de los números combinando las dos esencias con que tiene que ver la Matemática: el número y la forma, confiriendo a los números propiedades y relaciones entre ellos que son completamente independientes de todo simbolismo introducido para representarlos, otorgándoles de este modo un carácter universal e inmutable.

La consideración de los números poligonales y su representación geométrico-visual permitía, por una parte, constatar que ciertos números tienen características diferentes que otros a tenor de las diferentes configuraciones geométricas a que dan lugar, y por otra, el descubrimiento de forma geométrico-empírica, casi corpórea, de importantes propiedades de los números y la obtención de interesantes relaciones entre ellos. La polifiguración numérica llevaba a extender conceptos de la Aritmética como generalización de la experiencia práctica, desarrollando un atomismo numérico bellamente ilustrado en una geometría de números figurados. Éstos, que son las primeras y las más simples estructuras de la Geometría numérica están en el corazón de las Matemáticas y constituyen la matriz del desarrollo ulterior de la *Teoría de Números*.

Tomado de :

<http://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/Pitagoras11.asp.htm>





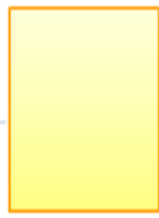
Actividad1: Polígonos

En esta actividad debes trazar todas las diagonales de cada uno de los polígonos.

- Realiza una tabla para registrar los siguientes datos: nombre del polígono, número de lados, número de diagonales totales del polígono.



Triángulo equilátero



Cuadrado



Pentágono



Hexágono



Heptágono



Octógono



Decágono



Dodecágono



- Calcula el número de diagonales de un polígono de 15, 20 y 36 lados.

- Suma el número de lados y de diagonales de cada polígono, ¿qué puedes decir de los resultados?

UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

- ¿puedes encontrar una expresión para calcular las diagonales de cualquier

polígono? _____



Actividad. 2 “El problema de los saludos.”

En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente, estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

Primera parte

- Aquí algunas preguntas y orientaciones que te pueden ayudar:

— Si el encuentro fuera de 2 niños, ¿cuántos saludos (apretones de mano) surgirían? _____

— Para el caso de 3 niños, ¿cuántos saludos surgen? Realice una representación de la situación.

— Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente.



Segunda parte

— Organice los datos en una tabla y gráficamente, escribe todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

NUMERO DE NIÑOS	NUMERO DE APRETONES DE MANOS (SALUDOS)
1	0
2	1
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	

— Describe la forma para encontrar el número de saludos para cualquier cantidad par de personas.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



CONCLUSIONES:

Problema tomado de:	Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema (Munera, 2011)
Referentes bibliográficos:	http://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/Pitagoras11.asp.htm
Modificado y adaptado por:	Omar Augusto Agudelo Díaz y Mauricio Gutiérrez Ruiz
Asesor de practica:	Carlos Julio Echavarría y Catalina Bermúdez
Asignatura:	Seminario de practica pedagógica II 2014/01

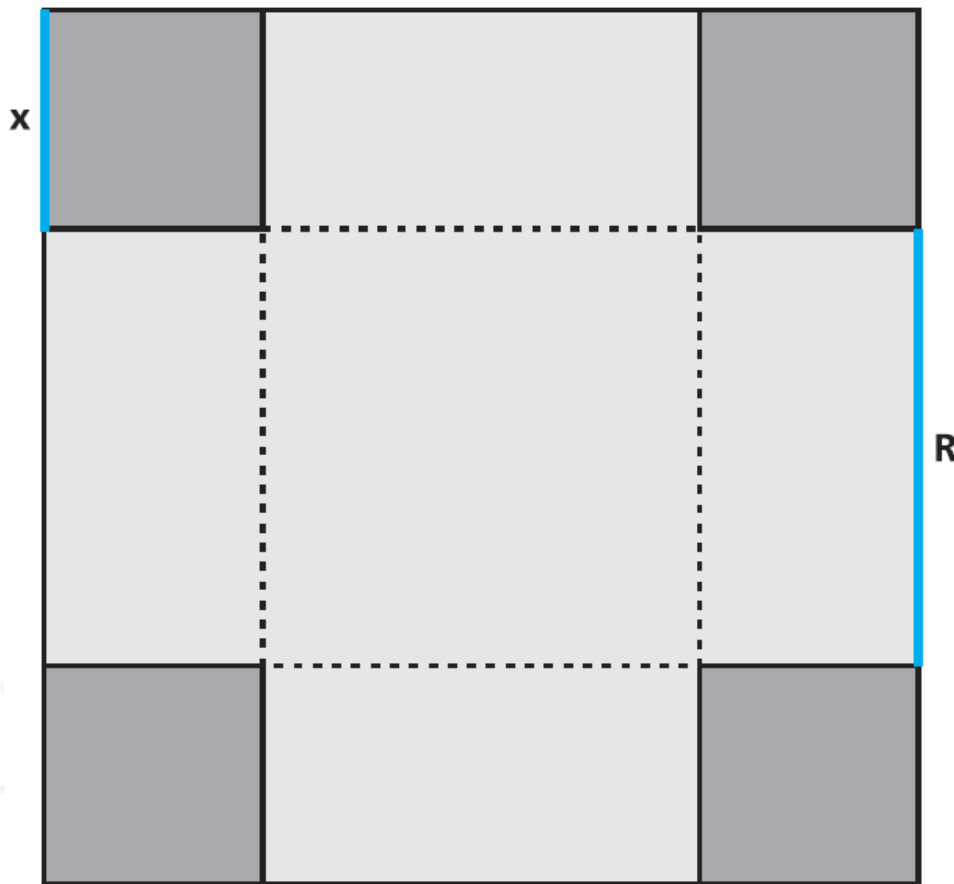
Anexo 4 Guía de Reconociendo regularidades 1

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA Reconociendo Regularidades

MATERIA	Practica pedagógica I II
Materiales:	Una hoja de cartulina, tijeras Papel, lápiz y borrador
No. de páginas:	3

ACTIVIDAD I:

Se tiene un trozo de cartón de forma cuadrada de 21 cm de lado, se desea construir una caja sin tapa recortando cuadrados de igual tamaño de sus esquinas y doblando luego hacia arriba las pestañas que quedan.



Encuentra una expresión matemática que represente las columnas de la tabla, es decir, con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado del cuadrado recortado (x).



Elaborado por:	Omar Agudelo Díaz. Mauricio Gutiérrez Ruiz. Sep de 2014
Asesores de Practica	Carlos Julio Echavarría y Catalina Jaramillo
BiBliografía	Múnera,Marín,Cárdenas,Carvajal,Bastidas: Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas.Capitulo 2: Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, 2005.

Anexo 5 Guía de Reconociendo Regularidades 2.

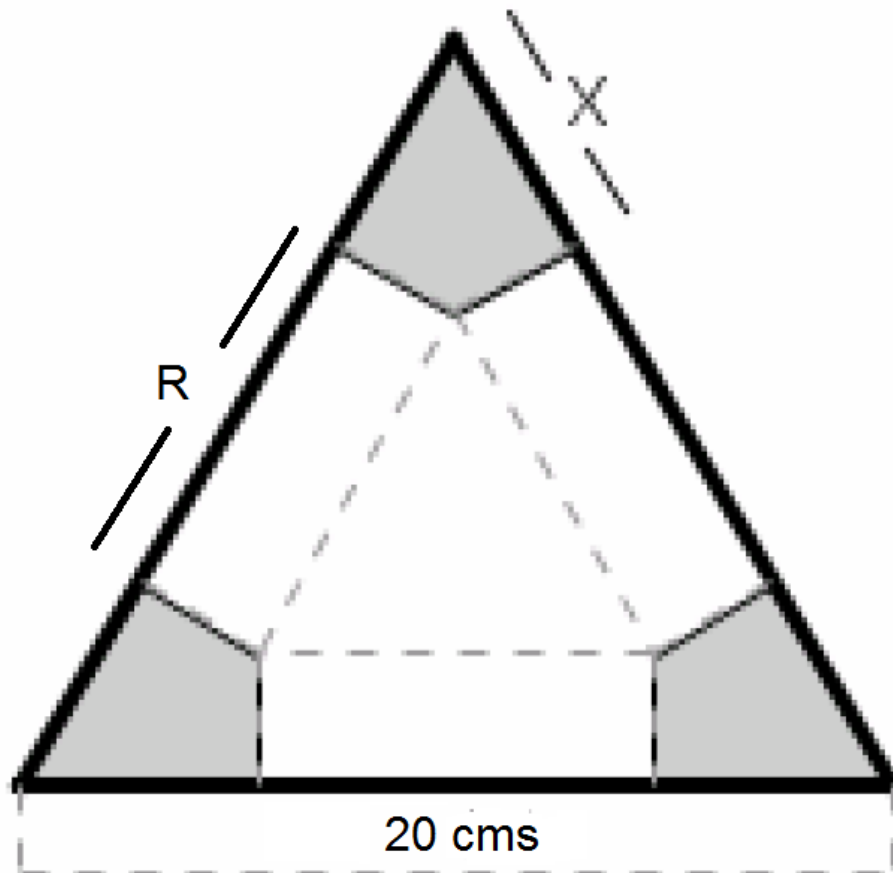
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Reconociendo Regularidades 2

MATERIA	Practicapedagógica I I I
Materiales:	Una hoja de cartulina, compas, tijeras Papel, lápiz y borrador
No.de páginas:	3

ACTIVIDAD I:

Se tiene un trozo de cartón que tiene forma de triángulo equilátero de lado 20 cm y se desea construir la caja recortando las puntas a una distancia x cualquiera, perpendicular al lado de la cartulina y doblando luego hacia arriba las pestañas tal y como muestra la figura :



Encuentra una expresión matemática que represente las columnas de la tabla, es decir con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado recortado (x).



UNIVERSIDAD

Elaborado por:	Omar Agudelo Díaz. Mauricio Gutiérrez Ruiz. Sep de 2014
Asesores de Practica	Carlos Julio Echavarría y Catalina Bermúdez
Bibliografía	Posada, Villa El razonamiento algebraico y la modelación matemática

Anexo 6: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “Probabilidad”.

Tabla 1. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Probabilidad”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
<p>Elementos lingüísticos: términos y expresiones matemáticas. (términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones graficas)</p>	
<p>En la primer actividad :</p> <p>Veamos algunas frases que expresan probabilidad</p> <p>señalemos en ella la expresión que la designa</p>	<p>Relaciona las frases que están en un lenguaje natural con la palabra probabilidad, la cual hace referencia directa a la matemática.</p> <p>Hace referencia a que, a cada una de las expresiones le corresponde un valor y que son mirados como eventos no relacionados</p>



	el uno con el otro.
<p>Frases:</p> <p>a. Con frecuencia me sorprendo a mí mismo pensando en mí mismo.</p> <p>b. En muy raras ocasiones la esperanza se esfuma totalmente.</p> <p>c. Cuando hay un mar de leva es casi seguro que se inunda la ciudad.</p> <p>d. Casi nunca estamos solos.</p> <p>e. Detrás de un gran hombre casi siempre hay una gran mujer.</p> <p>f. Nunca serás tan pobre como para no tener</p>	<p>A cada una de estas frases, las estudiantes le deben dar un valor que se encuentra entre 0 y 1.</p>



algo de ti mismo para ofrecer.

g. Es posible que vuelva mañana.

h. El turismo hacia la costa es bastante
escaso.

i. Encontrar un águila real por aquí es casi
imposible.

j. Es raro que yo me aprenda alguna poesía
completa.

k. Son muy frecuentes las quejas de los
vecinos.

l. Durante el día me encontrarás en la casa o
en la oficina, miti - miti.

La letra que designa a cada una de las frases



<p>[...] se propone la tarea de ordenarlas Según la mayor fuerza con que la expresen. [...] y tratamos de colocarla en la escala horizontal de 0 a 1.</p>	<p>es la que va a ayudar a organizar de mayor a menor los valores que se le asignen a cada una de las frases, las cuales están relacionadas con la frecuencia de ocurrencia que cada una de las estudiantes le dé, con un valor entre 0 y 1.</p>
<p>En el juego injusto:</p> <p>Este es un juego para dos jugadores. Cada equipo necesitará un par de dados.</p> <p>Las reglas de juego</p>	<p>La primera orientación hace referencia a la cantidad de personas que pueden participar y el elemento con el cual se jugará que es un par de dados.</p> <p>Cada una de estas reglas define de manera sencilla la metodología de juego:</p> <p>a. define cada uno de los roles de los participantes.</p>



a. Uno de los jugadores es el cliente y el otro es el banquero. Solamente el cliente tira los dados.

b. Cada jugador empieza con \$2000.

c. Cada vez que el cliente tire una suma de 7, el banquero deberá pagarle \$300.

b. describe un valor de inicio, del cual se parte para mirar el fenómeno que se va a estudiar implícitamente en el juego.

c. define uno de los sucesos relevantes en el juego, el cual ocurre dentro de unas características especiales y que desencadena un registro en la tabla de datos.

d. define el segundo suceso relevante de la situación y a su vez también genera un dato en la tabla de datos.

e. hace referencia al gráfico siguiente el cual es una tabla de datos en la cual se llevará el registro de los sucesos.



d. Cada vez que el cliente tira cualquier otra suma diferente de 7, deberá pagarle al banquero \$100.

e. Se registran los resultados de cada jugada en la tabla que se da a continuación.

f. El jugador con más dinero al final de las 20 vueltas es el ganador. Si uno de los jugadores está en quiebra antes de las 20 vueltas, el otro jugador es el ganador.

g. ¿Por qué el juego es injusto?

f. define quien gana y quien pierde el juego.

g. no hace referencia a una regla, esta pregunta se puede asumir como el objetivo del juego, ya que da una magnífica oportunidad para visualizar la generalidad del caso, donde el banco tiene mayor probabilidad de ganar que el cliente.



<p>En la tabla:</p> <p>Deben registrarse además, el dinero que tiene al final de cada tirada de los dados tanto el cliente como el banquero.</p>	<p>Relaciona la regla “e” con la tabla y los sucesos de los cuales se deben tomar los datos, haciéndolos explícitos, además se relacionan los 20 lanzamientos, la expresión obtenida por los dados y el valor del dinero que a cada uno de los participantes le queda después de cada uno de los lanzamientos; y es en esta representación semiótica que parte de la observación, en la que las estudiantes pueden hallar la regularidad inmersa en el juego y puedan dar respuesta a la pregunta.</p>

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA



Tabla 2. Identificación de conceptos en la guía de “Probabilidades”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Conceptos (entidades matemáticas para las cuales se puede dar una definición)	
En la actividad: Conteo Suma Probabilidad	Contar es un proceso de abstracción que nos lleva a otorgar un número cardinal como representativo de un conjunto, Operación que permite obtener el resultado de la unión de varios números llamados sumandos. Cálculo matemático de las posibilidades existentes de que un evento se cumpla o suceda.



Evento	Es un subconjunto de un espacio muestral, es un suceso que se puede dar en un experimento aleatorio.
Generalización	Es el proceso que se realiza para dar respuesta a la pregunta ¿por qué el juego es injusto?

Tabla 3. Identificación de procedimientos en la guía de “Probabilidad”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Procedimientos: técnicas (técnicas, operaciones, algoritmos)	
Representación gráfica y análisis de datos para la búsqueda y obtención de los resultados.	Los enunciados del taller están pensados para que se realice un primer acercamiento a la probabilidad y la teoría estadística.



<p>Traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático.</p>	<p>Se debe dar un valor entre 0 y 1 a la posibilidad de ocurrencia de un evento el cual se encuentra escrito en lenguaje natural, este valor es subjetivo ya que depende de la prueba.</p>
<p>Algoritmo de la suma</p>	<p>Se hace evidente en la interpretación que se hacen de los dados y en la tabla de datos que está en la guía.</p>
<p>Representación de una probabilidad como una fracción y como un porcentaje.</p>	<p>Se hace evidente para representar la probabilidad de ganar que tiene cada una de las partes en cada evento independiente y en general quien tiene mayor probabilidad de ganar, representando ésta de la forma $\frac{a}{b}$ y luego de la forma $\frac{a}{b} * 100 = c\%$</p>



Tabla 4. Identificación de propiedades en la guía de “Probabilidades”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Propiedades (enunciados para los cuales se requiere una justificación o prueba)	
Para la pregunta: ¿Por qué el juego es injusto?	Se promueve la movilización de pensamiento variacional dando paso a la generalización matemática, ya que la situación permite generalizar un porcentaje que tiene el banco sobre el cliente.

Anexo 7: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “El Juego con los Botones”

Tabla 5. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “El Juego con los Botones”



Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Elementos lingüísticos: términos y expresiones matemáticas. (términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones graficas)	
En la primer actividad : Cada uno de los números de la siguiente secuencia puede representarse gráficamente con un cuadrado	Se debe diferenciar el evento en cada uno de los casos, se busca la observación por parte de la estudiante con el fin de ver la regularidad presente.
Preguntas orientadoras: ¿Qué nombre le darías a estos números?	Hace referencia a los números que en la gráfica representados por n en relación a la posición de cada uno de ellos.



<p>¿Cómo saber el número de cuadrados que se necesitan para dibujar el de la posición 6?</p> <p>¿Cuál sería la expresión general para el número de cuadrados que está en la posición n?</p>	<p>Se busca que las estudiantes describan en lenguaje natural la forma como construir el sexto cuadrado y den así una primera respuesta.</p> <p>Se buscan las relaciones y patrones presentes en la actividad, para después expresarlas en lenguaje algebraico.</p>
<p>En la actividad 2:</p> <p>Para iniciar el juego debes ubicar los botones de color 1 en un lado y los de color 2 en el otro, dejando libre la casilla del medio.</p>	<p>La orientación hacer referencia directa a los dos colores de los botones y da las posiciones iniciales del juego.</p>
<p>En el Objetivo:</p> <p>Intercambiar las posiciones de los botones</p>	<p>Hacer referencia que al finalizar cada uno</p>



<p>en el menor número de movimientos posibles</p>	<p>de los juegos los botones que iniciaron a la izquierda terminarían a la derecha y los de la derecha terminarían en la izquierda, quedando implícito que también el espacio en blanco será el mismo al terminar cada juego. Además la restricción del menor número de movimientos posibles hace que el juego se torne competitivo.</p>
<p>En las reglas:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Solo puedes mover un botón a la vez.2. Los botones no pueden retroceder, los que están a la derecha solo pueden moverse hacia la izquierda y los que están a la izquierda solamente pueden moverse hacia la derecha3. Mueves cada botón hacia una casilla vacía:	<ol style="list-style-type: none">1. Restringe el movimiento a un solo botón.2. Aquí se da una dirección unilateral al modo en el cual se va a jugar el juego desde cada una de las partes.3 y 4. Aquí se delimitan las únicas formas



<p>- Deslizado, si es contigua.</p> <p>- Saltado sobre un botón contrario, si la siguiente está vacía.</p> <p>4. No puedes saltar sobre un botón del mismo color, tampoco sobre más de un botón contrario</p>	<p>en las que se pueden mover los botones, de tal forma que no hay ningún otro movimiento posible que los dados por las reglas.</p>
<p>En el juego:</p> <p>Ubica los botones [...] Primero juega con 1 botón de cada color, luego con 2, luego con 3 y así sucesivamente y recolecta los datos en la tabla.</p>	<p>Se da una introducción al trabajo a realizar, es claro el enunciado cuando dice que primero se jugará con 1 botón de cada color, luego con 2 y así sucesivamente y se hace referencia a la recolección de datos en una tabla.</p> <p>Hace referencia a un valor, un número que</p>



<p>¿Cuántos movimientos realizaste?</p>	<p>representa una cantidad de movimientos, que por el objetivo del juego debe ser la menor cantidad de movimientos posibles.</p>
<p>En la tabla:</p> <p>En la siguiente tabla registra los datos de: cantidad de botones de un solo color, cantidad total de botones, y los movimientos necesarios para cumplir el objetivo del juego y re-escríbelos de la forma indicada.</p> <p>Encuentra un término general que para cualquier cantidad de botones de un color.</p>	<p>Hacer referencia a tomar datos para ser analizados, se especifican los datos a recolectar y se hace referencia a la tabla en la que deben ir estos datos.</p> <p>Se busca la representación algebraica de la situación planteada, dando una orientación visual, al tratamiento de la situación, en la tabla de datos que está a continuación</p>

Tabla 6. Identificación de conceptos matemáticos en la guía de “El Juego con los Botones”

Tipo de objeto	Significados
----------------	--------------



	(relación de referencia o de uso)
Conceptos (entidades matemáticas para las cuales se puede dar una definición)	
En la primera actividad:	
Números cuadrados	Se hacer referencia al producto de dos enteros iguales y su sucesión en este caso se ve representada desde un arreglo gráfico, relacionándolo con su posición y el número de elementos para cada una de estas.
Conteo	Contar es un proceso de abstracción que nos lleva a otorgar un número cardinal como representativo de un conjunto,
	Operación que permite obtener el resultado de la unión de varios números llamados



<p>Suma</p>	<p>sumandos.</p> <p>Operación que permite obtener el resultado de la unión de varios números llamados sumandos</p>
<p>Multiplicación</p>	<p>sumandos</p> <p>Es la operación que permite obtener el resultado de multiplicar consecutivamente el mismo número n una cantidad x de veces en donde x se llama exponente y n se llama base.</p>
<p>Potenciación</p>	<p>Es el proceso que se realiza para obtener una expresión algebraica que representa la ocurrencia de un evento.</p>
<p>Generalización algebraica</p>	



--	--

Tabla 7. Identificación de procedimientos matemáticos en la guía de “El Juego con los Botones”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Procedimientos: técnicas (técnicas, operaciones, algoritmos)	
Representación gráfica y análisis de datos para la búsqueda y obtención de los resultados.	Los enunciados del taller están pensados para que se realice desde una representación gráfica que representa la situación planteada en cada uno de los casos, con el fin de ver las relaciones matemáticas presentes.
Traducción de las representaciones graficas	Después de observadas las relaciones estas pueden ser representadas por números y

<p>a lenguaje matemático</p> <p>Proceso de generalización matemática de un evento para X cantidad</p>	<p>operaciones que representan generalidades.</p> <p>Este proceso es producto del análisis de los datos desde los distintos tipos de representaciones, ya sean tabulares o numéricas y expresar algebraicamente la respuesta.</p>
--	---

Tabla 8. Identificación de propiedades matemáticas en la guía de “El Juego con los Botones”

<p>Tipo de objeto</p>	<p>Significados (relación de referencia o de uso)</p>
<p>Propiedades (enunciados para los cuales se requiere una justificación o prueba)</p>	
<p>En la guía se pone de manifiesto la relación de los pensamientos numérico, geométrico y la tabulación de datos con el fin de</p>	<p>La representación gráfica de los números cuadrados les da a las estudiantes la facilidad de recordar un concepto previo y</p>

<p>movilizar pensamiento matemático.</p> <p>Se promueve la movilización de pensamiento variacional y se da paso a la generalización.</p>	<p>da un componente básico para el desarrollo de la actividad, el cual se entrelaza con el juego y la recolección de datos.</p> <p>En el final de la tabla de datos se pretende que las estudiantes den una representación algebraica a la situación planteada.</p> <p>Se da espacio para las conclusiones de manera que las estudiantes puedan dar deducciones, ya sean desde el lenguaje natural o desde el matemático.</p>
--	---

Anexo 8: Análisis epistémico mediante la Guía de

Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de

“Los Números Poligonales: el Problema de los Saludos”

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Tabla 9. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Los Números Poligonales: el Problema de los Saludos”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Elementos lingüísticos: términos y expresiones matemáticas. (términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas)	
En la primer actividad : Trazar todas las diagonales de cada uno de los polígonos.	Relaciona con la gráfica de los 8 polígonos regulares, se hace referencia al total de diagonales sin repetir que tiene cada polígono.
Orientaciones: Calcula el número de diagonales de un polígono de 15, 20 y 36 lados.	Relaciona el trabajo realizado con los polígonos y lo lleva a otro nivel, en el cual las estudiantes pueden ver más generalidades



<p>Suma el número de lados y de diagonales de cada polígono, ¿qué puedes decir de los resultados?</p> <p>¿Puedes encontrar una expresión para calcular las diagonales de cualquier polígono?</p>	<p>Se busca que las estudiantes describan en lenguaje natural el proceso y den una primera aproximación a la respuesta.</p> <p>Se buscan las relaciones y patrones presentes para después expresarlas en lenguaje algebraico.</p>
<p>En la actividad 2:</p> <p>En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente, estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?</p>	<p>La orientación hace referencia a que cada que llega un niño saluda de mano a los que ya llegaron para calcular el total de saludos entre los 36 niños.</p>
<p>En las preguntas orientadoras:</p> <p>Si el encuentro fuera de 2 niños, ¿cuántos saludos (apretones de mano) surgirían?</p>	<p>Se inicia desde el segundo niño ya que cuando el primero llega no hay saludo con ningún otro niño.</p>



<p>Para el caso de 3 niños, ¿cuántos saludos surgen? Realice una representación de la situación.</p> <p>Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente.</p>	<p>Se busca que las estudiantes representen la situación utilizando los medios que ellas consideren necesarios para la solución.</p> <p>Se repite el proceso anterior con el fin de encontrar regularidades de la situación.</p>
<p>En la tabla:</p> <p>Organice los datos en una tabla y gráficamente, escribe todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños</p> <p>Describe la forma para encontrar el número de saludos para cualquier cantidad par de</p>	<p>Busca recolectar los datos en una tabla con el fin de mirar las generalidades desde el pensamiento numérico.</p> <p>Busca dar un primer acercamiento desde el</p>



personas	lenguaje natural a la respuesta que se está buscando.
----------	---

Tabla 10. Identificación de conceptos matemáticos en la guía de “Los Números Poligonales: el Problema de los Saludos”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Conceptos (entidades matemáticas para las cuales se puede dar una definición)	
En la primera actividad:	
Números poligonales	Hace referencia a un número natural que se puede recomponer en un polígono regular.
Polígono regular	Hace referencia a un polígono cuyos lados y ángulos internos son congruentes entre sí.



Conteo	Contar es un proceso de abstracción que nos lleva a otorgar un número cardinal como representativo de un conjunto,
Suma	Operación que permite obtener el resultado de la unión de varios números llamados sumandos.
Multiplicación	Operación que permite obtener el resultado de la unión de varios números llamados sumandos
Generalización algebraica	Es el proceso que se realiza para obtener una expresión algebraica que representa la ocurrencia de un evento.



--	--

Tabla 11. Identificación de procedimientos en la guía de “Los Números Poligonales: el Problema de los Saludos”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Procedimientos: técnicas (técnicas, operaciones, algoritmos)	
Representación gráfica y análisis de datos para la búsqueda y obtención de los resultados.	Los enunciados del taller están pensados para que se realice un primer acercamiento desde la geometría, para que, por representaciones gráficas que den cuenta de la situación planteada y tabulen los datos con el fin de ver las relaciones matemáticas presentes.

<p>Traducción de las representaciones graficas a lenguaje matemático.</p>	<p>Después de observadas las relaciones existentes en la actividad y al utilizar la gráfica y la tabla junto con el componente geométrico, las estudiantes deben relacionar los datos y ponerlos en lenguaje matemático con el fin de dar respuesta a la pregunta.</p>
<p>Proceso de generalización matemática de un evento para X cantidad</p>	<p>Este proceso es producto del análisis de los datos desde los distintos tipos de representaciones y expresar algebraicamente la respuesta.</p>

Tabla 12. Identificación de propiedades en la guía de “Los Números Poligonales: el Problema de los Saludos”

Tipo de objeto	Significados
1 8	0 (relación de referencia o de uso)



Propiedades (enunciados para los cuales se requiere una justificación o prueba)	
<p>En la guía se ve el uso de diferentes tipos de pensamientos matemáticos que se relacionan para dar respuesta a una interrogante.</p>	<p>La representación gráfica de los polígonos regulares les da a las estudiantes la facilidad de recordar un concepto previo y da un componente latente al desarrollo de la actividad, el cual se entrelaza con el problema de los saludos.</p>
<p>Se promueve la movilización de pensamiento variacional dando paso a la generalización matemática.</p>	<p>En el final de la tabla de datos se pretende que las estudiantes den una representación algebraica a la situación planteada.</p> <p>Se da espacio para las conclusiones de manera que las estudiantes puedan dar conclusiones desde el lenguaje natural.</p>

Anexo 9: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “Reconociendo Regularidades I”

Tabla 13. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Reconociendo Regularidades I”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Elementos lingüísticos: términos y expresiones matemáticas. (términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones graficas)	
En el primer enunciado: Se tiene un trozo de cartón de forma cuadrada de 21 cm de lado, se desea construir una caja sin tapa	Inicialmente hace referencia a una figura geométrica plana, un cuadrado, del cual se va construir un cuerpo geométrico, un paralelepípedo, al cual le falta una de sus caras, además se determina el lado del cuadrado inicial.



<p>cuadrados de igual tamaño de sus esquinas</p>	<p>Hace referencia a, que de la figura cuadrada inicial de 21 cm de lado, se van a recortar 4 cuadrados iguales de cada una de sus esquinas.</p>
<p>Orientaciones:</p> <p>[...] A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes [...]</p> <p>Primeras preguntas:</p> <p>¿Qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?</p> <p>¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?</p>	<p>Se utiliza esta frase para referir que el trabajo es progresivo y que hay un valor que va a cambiar.</p> <p>Estas preguntas relaciona el cambio en la medida X con diferentes valores como lo son la longitud, el perímetro y el volumen, de manera que las estudiantes den algunas predicciones sobre ellos, con el fin de validar o refutar estas conjeturas</p>



<p>¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?</p> <p>¿Para qué longitud x del cuadrado recortado el volumen de la caja es el más grande?</p>	<p>posteriormente.</p>
<p>En el final de la guía:</p> <p>Encuentra una expresión matemática que represente las columnas de la tabla, es decir, con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado del cuadrado recortado (x).</p>	<p>Se busca que las estudiantes después de realizar la tabla de datos puedan dar una respuesta para cada una de las expresiones de esta en función de X, de una manera algebraica, que dé cuenta de un proceso de generalización.</p>



Tabla 14. Identificación de conceptos en la guía de “Reconociendo Regularidades 1”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Conceptos (entidades matemáticas para las cuales se puede dar una definición)	
En toda la actividad:	
Cuadrado	Figura geométrica, paralelogramo cuyos lados son iguales y sus 4 ángulos internos miden 90° .
Caja sin tapa.	Hace referencia a un cuerpo geométrico, un paralelepípedo cuyas caras son rectángulos y al cual le hace falta una de sus caras.
Longitud	Es el número que determina una magnitud, en este caso una distancia.



<p>Perímetro</p>	<p>Hace referencia a la medida del contorno o la suma de los lados de una figura geométrica plana.</p>
<p>Área</p>	<p>Es la medida de la superficie de una figura geométrica plana.</p>
<p>Volumen</p>	<p>Expresa la medida en el espacio que ocupa un cuerpo geométrico.</p>
<p>Generalización algebraica</p>	<p>Es el proceso que se realiza para obtener una expresión algebraica, que representa la ocurrencia de un evento.</p>

Tabla 15. Identificación de procedimientos en la guía de “Reconociendo Regularidades

1”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Procedimientos: técnicas (técnicas, operaciones, algoritmos)	
Cálculo del perímetro de la figura resultante.	Relaciona la variable X, en cada caso, con su resultado.
Calculo del área de la figura para construir la caja.	Relaciona la variable X, con el cálculo del área de la figura resultante después de hacer los cortes en las esquinas del cuadrado inicial.
Calculo del volumen de la caja.	Relaciona un valor de un cuerpo geométrico con una variable X.
Traducción de las representaciones graficas	Después de observadas las relaciones existentes en la actividad y al utilizar la

<p>a lenguaje matemático.</p> <p>Proceso de generalización matemática de un evento para X cantidad</p>	<p>tabla de datos junto con el componente geométrico, las estudiantes deben relacionar los datos y ponerlos en lenguaje matemático.</p> <p>Este proceso es producto del análisis de los datos desde los distintos cálculos y representaciones para luego ser expresado algebraicamente en relación a X.</p>
--	---

Tabla 16. Identificación de propiedades en la guía de “Reconociendo Regularidades 1”

<p>Tipo de objeto</p>	<p>Significados</p> <p>(relación de referencia o de uso)</p>
<p>Propiedades</p> <p>(enunciados para los cuales se requiere una justificación o prueba)</p>	



La representación tabular de los datos que se piden.

Se promueve la movilización de pensamiento variacional dando paso a la generalización matemática.

La representación tabular que se lleva a cabo en la guía pone de manifiesto la variación y covariación en relación a una cantidad X.

En el final de la guía se pretende que las estudiantes den una representación algebraica de cada uno de los datos pedidos en la tabla, en función de X. dando cuenta de una movilización de procesos superiores de pensamiento algebraico lo cual en palabras de Godino es base para la movilización de pensamiento variacional.

Se da espacio para las conclusiones de manera que las estudiantes puedan dar conclusiones desde el lenguaje natural.

Anexo 10: Análisis epistémico mediante la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) a la guía de “Reconociendo Regularidades 2”

Tabla 17. Análisis de elementos lingüísticos en la guía de “Reconociendo Regularidades 2”

Tipo de objeto	Significados
	(relación de referencia o de uso)
Elementos lingüísticos: términos y expresiones matemáticas. (términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones graficas)	
<p>En el primer enunciado:</p> <p>Se tiene un trozo de cartón de forma triangular de 20 cm de lado, se desea construir una caja.</p>	<p>Inicialmente hace referencia a una figura geométrica plana, un triángulo, del cual se va construir un cuerpo geométrico, un prisma recto de base triangular al cual le falta una de sus bases, además se determina el lado del triángulo inicial.</p>



<p>recortando las puntas a una distancia x cualquiera, perpendicular al lado de la cartulina y doblando luego hacia arriba las pestañas</p> <p>tal y como muestra la figura</p>	<p>Hace referencia a, que del triángulo inicial de 20 cm de lado se van a recortar 3deltoides, iguales de cada una de sus puntas, para crear los lados laterales del cuerpo geométrico.</p> <p>Hace referencia a la figura que se encuentra como representación gráfica de la situación</p>
<p>Orientaciones:</p> <p>A medida que al trozo de cartón se le recorten <i>deltoides</i> más grandes,</p>	<p>Se utiliza esta frase para referir que el trabajo es progresivo y que hay un valor que va a cambiar.</p> <p>Aquí la palabra deltoide se les debe definir a las estudiantes, ya que, es un término geométrico poco utilizado.</p>



Primeras preguntas:

¿Qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante?

¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?

¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura?

¿Para qué longitud x del deltoide recortado el volumen de la caja es el más grande?

Estas preguntas relaciona el cambio en la medida X con diferentes valores como lo son la longitud, el perímetro y el volumen, de manera que las estudiantes den algunas predicciones sobre ellos, con el fin de validar o refutar estas conjeturas posteriormente.



<p>En el final de la guía:</p> <p>Encuentra una expresión matemática que represente las columnas de la tabla, es decir, con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado del cuadrado recortado (x).</p>	<p>Se busca que las estudiantes después de realizar la tabla de datos puedan dar una respuesta para cada una de las expresiones de esta en función de X, de una manera algebraica, que dé cuenta de un proceso de generalización.</p>
--	---

Tabla 18. Identificación de conceptos en la guía de “Reconociendo Regularidades 2”

<p>Tipo de objeto</p>	<p>Significados</p> <p>(relación de referencia o de uso)</p>
<p>Conceptos</p> <p>(entidades matemáticas para las cuales se puede dar una definición)</p>	
<p>En toda la actividad:</p> <p>Triángulo equilátero</p>	<p>Figura geométrica, de tres lados iguales y cuyos ángulos internos mide cada uno 60°</p>



<p>Caja sin tapa.</p>	<p>Hace referencia a un cuerpo geométrico, un prisma cuyos lados son rectángulos y sus bases son triángulos, al cual le hace falta una de sus bases que es la tapa.</p>
<p>Deltoide.</p>	<p>Es una figura geométrica también llamada romboide o cometa, cuyos lados contiguos son iguales dos a dos</p>
<p>Longitud</p>	<p>Es el número que determina una magnitud, en este caso una distancia.</p>
<p>Perímetro</p>	<p>Hace referencia a la medida del contorno o la suma de los lados de una figura geométrica plana.</p>
<p></p>	<p>Es la medida de la superficie de una figura</p>



Área	geométrica plana. Expresa la medida en el espacio que ocupa un cuerpo geométrico.
Volumen	Es el proceso que se realiza para obtener una expresión algebraica, que representa la ocurrencia de un evento.
Generalización algebraica	



Tabla 19. Identificación de procedimientos en la guía de “Reconociendo Regularidades 2”

Tipo de objeto	Significados (relación de referencia o de uso)
Procedimientos: técnicas (técnicas, operaciones, algoritmos)	
Seno	Se usa dependiendo de los lados que se quieran relacionar para hallar los datos del deltoide, se define como: Cateto Opuesto / Hipotenusa
Tangente	Se usa dependiendo de los lados que se quieran relacionar para hallar la los datos del deltoide, se define como: Cateto Opuesto/ Cateto Adyacente Relaciona la variable X, en cada caso, con



Calculo del perímetro de la figura
resultante.

Calculo del área de la figura para construir
la caja.

Área del deltoide recortado

Calculo del volumen de la caja.

su resultado.

Relaciona la variable X, con el cálculo del
área de la figura resultante después de hacer
los cortes en las esquinas del triángulo
inicial.

Relaciona los conocimientos previos de las
estudiantes en trigonometría con la
actividad.

Relaciona un valor de un cuerpo geométrico
con una variable X.

Después de observadas las relaciones
existentes en la actividad y al utilizar la
tabla de datos junto con el componente
geométrico, las estudiantes deben relacionar



<p>Traducción de las representaciones graficas a lenguaje matemático.</p> <p>Proceso de generalización matemática de un evento para una cantidad indeterminada X</p>	<p>los datos y ponerlos en lenguaje matemático.</p> <p>Este proceso es producto del análisis de los datos desde los distintos cálculos y representaciones para luego ser expresado algebraicamente en relación a X.</p>
--	---

Tabla 20. Identificación de propiedades en la guía de “Reconociendo Regularidades 2”

<p>Tipo de objeto</p>	<p>Significados</p> <p>(relación de referencia o de uso)</p>
<p>Propiedades</p> <p>(enunciados para los cuales se requiere una justificación o prueba)</p>	



La representación tabular de los datos que se piden.

Se promueve la movilización de pensamiento variacional dando paso a la generalización matemática.

La representación tabular que se lleva a cabo en la guía pone de manifiesto la variación y covariación en relación a una cantidad X.

En el final de la guía se pretende que las estudiantes den una representación algebraica de cada uno de los datos pedidos en la tabla, en función de X.

Se da espacio para las conclusiones de manera que las estudiantes puedan dar cuenta de la experiencia desde el lenguaje natural.

REFERENTES DE LAS GUÍAS

Corporación grupo ÁBACO.

Munera, J (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. 179Revista Educación y Pedagogía, vol. 23, núm. 59.

Múnera, Marín, Cárdenas, Carvajal, Bastidas: Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas. Capítulo 2: Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, 2005.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



REFERENTES TEORICOS

Corporación Grupo Ábaco. (s,f) Metodología de Aula Taller.

Godino, Juan D. 2000. La consolidación de la Educación

Grupo Azarquiél. (1993). Generalización. En G. Azarquiél, *Ideas y Actividades para enseñar Álgebra*. Madrid: Síntesis.

Múnera, Marín, Cárdenas, Carvajal & Bastidas. (2005). Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas. Capítulo 2: Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Jara, O (1999). Para sistematizar experiencias. Una propuesta teórica y práctica. Lima: Tarea.

Kaput, J (2002) Referenciado por: POSADA B, Fabián et al. (2006). Módulo 2. Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico. Ed. Artes y Letras. Gobernación de Antioquia

Radford, L (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. In Relime, versión impresa 1665-2436. México.

Salkind, N. (1999). Métodos de investigación. México: Prentice Hall.