

**Explicaciones de los estudiantes de grado quinto al resolver
problemas relacionados con progresiones aritméticas**

Cindy Catalina Mendoza Bedoya

Janeth Hurtado Betancur

Jorge Enrique Mercado Romero

Universidad de Antioquia

Medellín

2013

**Explicaciones de los Estudiantes de Grado Quinto al Resolver
Problemas Relacionados con Progresiones Aritméticas**

Cindy Catalina Mendoza Bedoya

Janeth Hurtado Betancur

Jorge Enrique Mercado Romero

**Trabajo de investigación para optar al título de Licenciado en Educación Básica con
Énfasis en Matemáticas**

Asesor:

John Henry Durango Urrego

**Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas**

Facultad de Educación

Universidad de Antioquia

Medellín

2013

Dedicatoria

Este trabajo es dedicado a nuestras familias,
a nuestros estudiantes y Maestros que nos han formado y
acompañado durante el transcurrir de la Licenciatura.

Agradecimientos

Esta investigación la debemos a un sinnúmero de personas que estuvieron involucrados, de forma directa o indirecta, en este logro.

Empezando por nuestras familias que comprendieron los sacrificios, la dedicación y el esfuerzo que implicaba llevar a cabo este proyecto.

A nuestro asesor que paciente y sabiamente acompañó nuestro proceso durante estos dos años.

A los compañeros del Seminario de Práctica que con sus valiosos aportes nos estuvieron complementando el trabajo.

A los estudiantes y la Maestra cooperadora del grado quinto de la Institución Educativa Bello Horizonte, quienes hicieron parte de ésta investigación y que de alguna u otra manera aportaron para su realización.

Contenido

CAPÍTULO I	1
1 Problema de investigación	1
1.1 Antecedentes	2
1.2 Descripción de la población.....	4
1.2.1 Macro contexto: contexto local e institucional.....	4
1.2.2 Micro contexto: grupo	6
1.3 Justificación	7
1.3.1 Observación de clases.....	8
1.3.2 Rastreo de textos escolares	10
1.3.3 Rastreo de Pruebas Saber	13
1.4 Pregunta y Objetivos de la investigación.....	16
1.4.1 Pregunta de Investigación.....	16
1.4.2 Objetivo General.....	16
CAPÍTULO II.....	17
2 Referentes teóricos	17
2.1 El Razonamiento.....	17
2.1.1 El Razonamiento inductivo	19
2.1.2 Procesos de validación con respecto a las explicaciones	21
2.2 Progresiones aritméticas	23
2.2.1 Definición de Progresiones aritméticas	23
2.2.2 Patrones y regularidades	24
2.3 Resolución de problemas	28
CAPÍTULO III	31
3 Metodología y método de investigación	31
3.1 Metodología Cualitativa	31
3.1.1 Naturaleza de la investigación cualitativa	32
3.2 Método: estudio de casos	34
3.2.1 ¿Cómo se escogieron los casos?.....	35
3.2.2 Los casos	39
3.3 Acciones para el diseño de los instrumentos de los casos seleccionados	41

CAPÍTULO IV	44
4 Análisis.....	44
4.1 Categorías emergentes	45
4.1.1 Categorías emergentes en el caso de Mateo	46
4.1.2 Categorías emergentes en el caso de Adrián	49
4.1.3 Categorías emergentes en el caso de Sebastián	51
4.2 Justificación de las explicaciones de Patrones.....	57
4.2.1 Patrón de repetición:.....	57
4.2.2 Patrón de crecimiento	58
CAPÍTULO V	60
5 Conclusiones	60
6 Bibliografía.....	66
ANEXOS	69
Anexo A - Formato diario de campo	69
Anexo B Mapa de Medellín y Robledo - Bello Horizonte	70
Anexo B1 - Mapa de Medellín.....	70
Anexo B2 - Robledo - Bello Horizonte.....	70
Anexo C – Malla Curricular de grado quinto – segundo período.....	71
Anexo D – Prueba de periodo.....	74
Anexo E - Problemas de secuencias en pruebas saber.....	75
Anexo E1 – Instrumento diagnóstico 1	75
Anexo E2 - Instrumento diagnóstico 2.....	77
Anexo F - Resultados prueba saber 2009 y 2012	79
Anexo F1 - Resultados prueba saber (2009)	79
Anexo F2 - Resultados prueba saber (2012)	79
Anexo G - Instrumentos de aplicación.....	80
Anexo G1 – Instrumento 1	80
Anexo G2 – Instrumento 2	82
Anexo H - Soluciones escaneadas de los instrumentos de aplicación	85
Anexo H1 – Solución de Instrumento 1, el caso de Mateo	85
Anexo H2 – Solución de Instrumento 1, el caso de Adrián	87

Anexo H3 – Solución de Instrumento 1, el caso de Sebastián.....	89
Anexo H4 – Solución de Instrumento 2, el caso de Mateo.....	91
Anexo H6 – Solución de Instrumento 2, el caso de Sebastián.....	97
Anexo I - Transcripción de las entrevistas.....	100
Anexo I1 – Entrevista Mateo	100
Anexo I1.2 - Entrevista Mateo	102
Anexo I2 – Entrevista Adrián.....	103
Anexo I3 – Entrevista Sebastián	106
Anexo J - Presentación en evento académico	110
Anexo K - Publicación del artículo en revista científica	111
Anexo L - Permisos de los estudiantes y sus acudientes	112
Anexo L1 – Permiso caso Mateo	112
Anexo L2 – Permiso caso Julián.....	113
Anexo L3 – Permiso caso Sebastián	114
Anexo M - Glosario	115

Índice de ilustraciones

Ilustración 1 - Capítulos de la Investigación	1
Ilustración 2 - División política Comunas de Medellín y barrios de Robledo	5
Ilustración 3 - Prueba de período- numeral cinco.....	10
Ilustración 4 - Texto escolar 1	12
Ilustración 5 - Texto escolar 2	13
Ilustración 6 - Algunos problemas propuestos en las Prueba saber grado 5° (2009).	14
Ilustración 7 - Algunos problemas propuestos en las Prueba saber grado 5° (2012).	14
Ilustración 8 – Justificación de la Investigación.....	15
Ilustración 9 - Referentes Teóricos I	22
Ilustración 10 - Referentes Teóricos II.....	27
Ilustración 11 - El razonamiento como punto de partida en la investigación.....	27
Ilustración 12 - Criterios para escoger los casos	37
Ilustración 13 - Ejercicio para el diseño de instrumento diagnóstico 1	38
Ilustración 14 - Ejercicio para el diseño de instrumento diagnóstico 2.....	39
Ilustración 15 - Instrumento 2, acción completar	42
Ilustración 16 - Instrumento 2, acción verificar	42
Ilustración 17 - Instrumento 2, acción proponer.....	43
Ilustración 18 - Instrumento 1, caso Mateo – Episodio 1	46
Ilustración 19 - Instrumento 1, caso de Mateo – Episodio 2	47
Ilustración 20 - Instrumento 1, caso Mateo - Episodio 3.....	48
Ilustración 21 - Instrumento 2, caso Adrián – Episodio 1	49
Ilustración 22 - Instrumento 2, caso Adrián – Episodio 2	50
Ilustración 23 - Instrumento 2, caso Adrián - Episodio 3.....	50
Ilustración 24 - Instrumento 2, caso Adrián - Episodio 4.....	51
Ilustración 25 - Instrumento 1, caso Sebastián - Episodio 1	52
Ilustración 26 - Instrumento 1, caso Sebastián - Episodio 2	53
Ilustración 27 - Patrón de repetición.....	58
Ilustración 28 - Patrón de crecimiento.....	58
Ilustración 29 - Conclusiones	65

Índice de Tablas

Tabla 1 - Textos escolares colombianos de educación matemática	11
Tabla 2 - Heurísticas	30
Tabla 3 - Casos escogidos	40
Tabla 4 - Elementos de un análisis de datos en una investigación cualitativa.	44

Resumen

En el marco de la práctica pedagógica se llevó a cabo una investigación en la cual se analizó el contenido de las explicaciones escritas y verbales en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Bello Horizonte al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas. La investigación tiene como justificación las observaciones de clases, el rastreo de textos escolares colombianos y pruebas saber; adicionalmente las lecturas de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), los Estándares Básicos de Competencias (2003), y algunas investigaciones relacionadas con el estudio de patrones y regularidades a nivel nacional e internacional. Se empleó una metodología cualitativa, considerando tres casos particulares en su contexto natural; se aplicó algunos instrumentos y entrevistas semiestructuradas para analizar la información, las cuales permitieron llegar a las conclusiones como la importancia de reconocer diversas formas de explicar, ofreciendo indicios del razonamiento de los estudiantes para entender sus puntos de vista mediados por el convencimiento personal explícito en sus declaraciones.

Palabras-clave: Razonamiento inductivo, resolución de problemas, patrones, progresiones aritméticas, explicaciones.

Introducción

Esta investigación se realiza entre los años 2012 y 2013 por maestros en formación de la Universidad de Antioquia, pertenecientes al programa “Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas”, cuya práctica pedagógica permitió detectar e intervenir una problemática particular referente al razonamiento inductivo en relación con la clase de matemáticas en la Institución Educativa Bello Horizonte. A su vez, es de corte cualitativo y se desarrolló de manera transversal, en donde se empleó el análisis de datos en las explicaciones escritas y verbales presentadas por los estudiantes.

En la Ilustración 1 se da a conocer la estructura general del presente trabajo de investigación

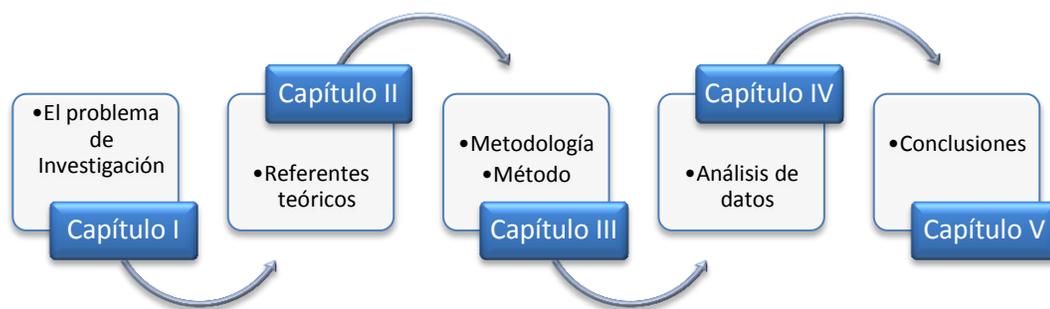


Ilustración 1 - Capítulos de la Investigación

En el **Capítulo I** se presenta el problema de investigación revelando los antecedentes, la justificación, el contexto institucional, la descripción de la población, la pregunta y los objetivos planteados.

En el **Capítulo II** se aborda lo relacionado con los referentes teóricos en los cuales se consideran conceptos como el de razonamiento, razonamiento inductivo, explicaciones, progresiones aritméticas, patrones, regularidades y la resolución de problemas a la luz de la revisión de literatura y textos de investigación.

En el **Capítulo III** se plantea la metodología desde un enfoque cualitativo y el método desde un estudio de casos intrínseco múltiple.

En el **Capítulo IV** se presenta el análisis de datos donde se evidencian categorías a priori y categorías emergentes a partir de la aplicación de instrumentos.

En el **Capítulo V** se establecen las conclusiones como resultado del análisis de datos, estableciendo una correlación con la pregunta y los objetivos de esta investigación.

Finalmente, se presentan los anexos que complementan el contenido de este trabajo de investigación.

CAPÍTULO I

“En la teoría de los números sucede con bastante frecuencia que las verdades más bellas brotan por inducción”.
Gauss

1 Problema de investigación

El problema de la presente investigación surge por el interés que tuvieron los investigadores acerca del razonamiento, por lo cual se hizo una lectura de los Lineamientos Curriculares (1998) y algunos referentes con relación a éste tema. Una vez realizadas las lecturas, se procede a hacer una observación del desarrollo de las clases de matemáticas de grado quinto en la Institución Educativa Bello Horizonte, en donde se detectó y se intervino una problemática particular basada en el razonamiento inductivo y en el tema de patrones y secuencias; la cual consistía en la poca relación entre los temas abordados en clase, el proceso de enseñanza, la prueba de período diseñada por la maestra cooperadora, las pruebas saber 2012, la malla curricular con respecto al contenido matemático y el libro de texto Proyecto Sé Matemáticas implementado por el Ministerio de Educación Nacional como texto guía en la Institución.

La información previamente descrita son datos relevantes que fundamentan el problema de investigación y los cuales serán detallados en el presente capítulo el cual contiene: antecedentes, justificación, contexto institucional, descripción de la población, la pregunta y los objetivos planteados.

1.1 Antecedentes

A partir de la necesidad de conocer las disposiciones del Ministerio de Educación Nacional¹ en referencia al razonamiento inductivo y las progresiones aritméticas plasmadas en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2003), se encontró que el razonamiento se asume como un proceso general, sin presentar una definición explícita sobre el razonamiento en las progresiones aritméticas. Además, se realizó una búsqueda de investigaciones y referentes en Colombia relacionados con el razonamiento inductivo, las progresiones aritméticas, los patrones y las regularidades, evidenciando que se ha encontrado poco en relación a estos temas y aún con el grado de escolaridad. En cuanto al contexto internacional, los trabajos de Cañadas (2007) y Merino (2012) fueron insumos para el presente trabajo.

Para ampliar lo anteriormente descrito, en el ámbito nacional, se encontró una tesis de maestría de la Universidad Nacional, donde se plasma una propuesta de enseñanza para el aula, desarrollada por Velásquez (2012) en la Institución Educativa Arzobispo Tulio Botero Salazar donde se aborda el análisis de regularidades para descubrir patrones en un contexto de grado cuarto de básica primaria, cuyo objetivo se centra en la construcción del concepto de sucesión numérica a través de la identificación de patrones de regularidad aditivo y multiplicativo para potenciar el desarrollo de competencias y el uso del pensamiento variacional.

Esta propuesta ofrece diversas actividades de intervención donde se presentan secuencias con palabras, formas, colores, posiciones, cantidades, tramas y números que se le proporcionan al estudiante para llevar a cabalidad el objetivo anteriormente mencionado y haciendo uso de registro de datos y cálculos, identificación del fenómeno de cambio, descripción del patrón y cuantificación de la variación, interpretación de la regularidad, comprensión de conceptos de patrón o regla y sucesión (Velásquez, 2012).

¹Ministerio de Educación Nacional, de ahora en adelante MEN

Capítulo I – Problema de investigación

Ahora bien, con respecto al ámbito internacional, se encontró la tesis doctoral de Cañadas (2007), en donde se detalla como tema de investigación el mismo razonamiento inductivo enmarcado en la línea del pensamiento numérico y cuyo interés estaba centrado en analizar producciones de los estudiantes al resolver problemas y observar si había un uso de procesos inductivos, se desarrolló con estudiantes de 3° y 4° curso de la ESO² en España y se buscaba describir y caracterizar el razonamiento inductivo empleado por estos estudiantes al resolver problemas que puedan ser modelizados mediante una progresión aritmética de números naturales de orden³ 1 ó 2 como objetivo central.

De esta investigación se toma el razonamiento como proceso de pensamiento que permite a los sujetos obtener conclusiones a partir de premisas establecidas previamente y se destaca la elaboración y consideración de un modelo teórico de razonamiento inductivo, compuesto por siete pasos y para los que toma de referencia el trabajo de Pólya (1945), esto se resume en el orden que se menciona a continuación: trabajo con casos particulares, organización de casos particulares, identificación de factores, formulación de conjeturas, justificación, generalización, y demostración, se aclara que no todos los estudiantes siguen esta estructura o utilizan todos los pasos sugeridos.

Por otro lado, encontramos en la misma línea, el trabajo de razonamiento inductivo llevado a cabo con doce (12) estudiantes de secundaria en la resolución de un problema matemático, en el que se sustenta desde los principios y Estándares para la Educación Matemática del NCTM que, para que un individuo entienda la matemática, es de suma importancia que sea capaz de razonar y que esto se entienda como un hábito mental que ha de desarrollarse mediante un uso coherente en muchos contextos matemáticos. Al respecto

² En España se denomina ESO a la Educación Secundaria Obligatoria.

³ Progresiones de orden 1: en este tipo de progresión hay una constante, tal que al sumarla a un término, se hallara el siguiente término. Esa constante es considerada diferencia de progresión. Como se muestra a_1 , $a_2=a_1+c$, $a_3=a_2+c$, $a_4=a_3+c$. Progresiones de orden 2: en este tipo de progresiones las diferencias de los términos nos genera una progresión de primer orden. Como se muestra a_1 , $a_2=a_1+b_1$, $a_3= a_2+b_1+c$, $a_4= a_3+b_1+2c$.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Cañadas (2005) considera el razonamiento, de manera general, como el modo de encadenar conceptos e ideas que permite llegar a una conclusión.

Al dar lectura a los planteamientos del MEN en los Lineamientos Curriculares en el área de matemáticas, se encuentra que el razonamiento es “la capacidad de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión” (1998, pág. 54). De igual modo, se plantea que, para trabajar el razonamiento en el aula de clase, es necesario tener en cuenta la edad de los estudiantes y su nivel de desarrollo⁴. El razonamiento tiene su epicentro en las explicaciones que puedan presentar los estudiantes acerca del por qué, o de los procesos que se llevan a cabo para llegar a una conclusión.

El razonamiento se relaciona con los procesos que se siguen y que se llevan a cabo en la resolución de problemas, así como en la elaboración de conjeturas, de hipótesis y de predicciones. Precisamente, el MEN plantea que “el razonamiento matemático tiene que ver estrechamente con las matemáticas como comunicación, como modelación y como procedimientos” (MEN, 1998, p. 77) es decir, está inmerso en la actividad matemática. Es por esto que se hace necesario que se considere dentro de la enseñanza de las matemáticas y en especial en la educación primaria, temas inmersos en el razonamiento inductivo como lo son secuencias, patrones y regularidades.

1.2 Descripción de la población

1.2.1 Macro contexto: contexto local e institucional

La Institución Educativa Bello Horizonte se encuentra ubicada en Robledo, comuna siete (7) de la zona Noroccidental de la Ciudad de Medellín, pertenece al barrio Bello

⁴Cuando hace referencia al nivel de desarrollo, los lineamientos (MEN, 1998, P. 77) se apoyan en las teorías de las etapas de desarrollo cognitivo; donde Piaget considera que la evaluación del pensamiento y el desarrollo cognitivo no es lineal, no obstante se describe dentro de su teoría que existen ciertos estadios y /o periodos en los cuales se van desarrollando esquemas específicos para poder pasar al siguiente estadio.

Capítulo I – Problema de investigación

Horizonte y como barrios aledaños se encuentran: Villa Flora, El Diamante, Villa Sofía, Aures y Kennedy. A continuación se presenta el mapa geográfico de las comunas de Medellín y de Robledo (comuna siete) los cuales brindan mayor ubicación (Ver Ilustración 2).

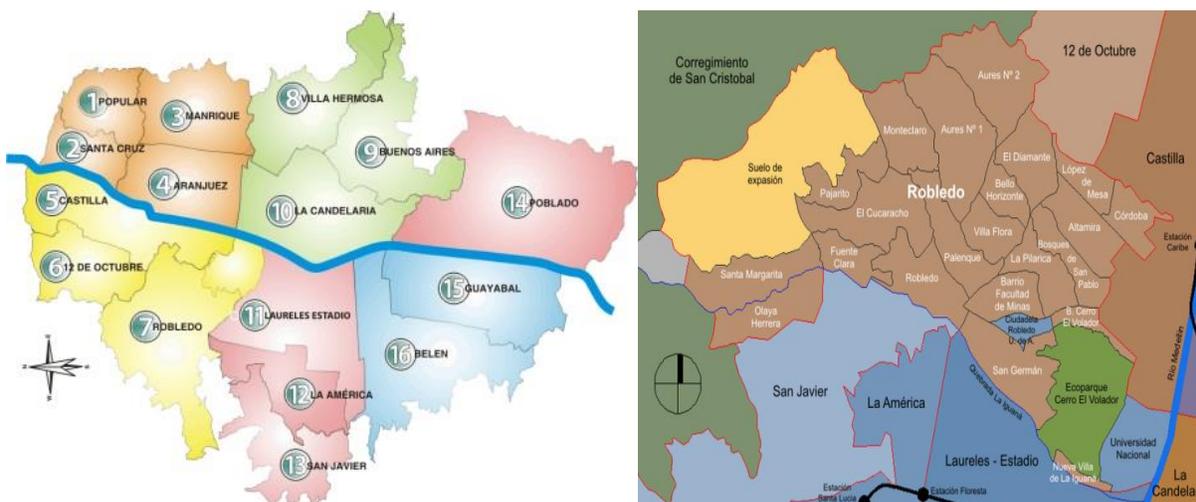


Ilustración 2 - División política Comunas de Medellín y barrios de Robledo

En concordancia con lo anterior y de acuerdo con la información extraída del apartado del contexto socio-cultural del Plan de Matemáticas (2012), de la Institución Educativa Bello Horizonte, los estudiantes son de estratos socioeconómicos 1 y 2, reflejan características propias de estos estratos como son: “problemas económicos, desnutrición, carencia de afecto, falta de concentración, dificultad al expresarse, timidez, poca autoestima, entre otros” (p. 9).

Así mismo, se tiene como única evidencia desde el PEI, que dentro del contexto sociocultural y familiar, se cuenta con empleos que apenas son suficientes para satisfacer sus necesidades primarias, un comercio incipiente y pequeñas microempresas artesanales e industriales, es de destacar que el nivel de desempleo es elevado. Con respecto a los servicios de salud, existen en el sector dos centros ubicados en Pilarica y otro en Civitón; en la actualidad hay espacios de cultura y esparcimiento como es la Biblioteca Tomás Carrasquilla en La Quintana y el parque Lineal Buen Paso.

1.2.2 Micro contexto: grupo

Desde los diarios de campo y las visitas realizadas a la Institución se consiguió elaborar una descripción, en donde los investigadores detectaron ciertas características en los estudiantes de grado quinto. Los dos grupos de quinto 1 y quinto 2 están conformados por 35 y 40 estudiantes respectivamente, cuyas edades oscilan entre los nueve (9) y los once (11) años.

Se percibe en los grupos, que los estudiantes hombres muestran más atención que las mujeres, ya que ellas, por lo general, están pendientes de su aspecto físico, de conversar con sus compañeras en vez de prestar atención a las explicaciones de la maestra, el registro del tema en su cuaderno y desarrollo de actividades propuestas en clase. No obstante, la mayoría de los estudiantes hombres, conversan menos y se preocupan por entender las temáticas y dar respuesta a dichas actividades.

Por otra parte, los estudiantes se mostraron receptivos frente a las normas disciplinarias de la maestra cooperadora en el aula de clase, ya que ésta utilizaba oraciones, frases cortas y canciones de estímulo respuesta que posibilitaban controlar la disciplina del grupo y así poder iniciar la clase. Finalmente se observó, que es un grupo heterogéneo en donde se encuentran algunos estudiantes que participan constantemente desde lo verbal, evidenciando motivación en la realización de actividades.

Los estudiantes en general, se muestran entusiasmados por el desarrollo de ejercicios mecánicos relacionados con las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales. Por el contrario, cuando se les solicita dentro de las clases que resuelvan los problemas que se encuentran en el libro de texto Proyecto Sé del Ministerio de Educación Nacional, se perciben ciertas dificultades en la mayoría de estudiantes, puesto que expresan verbalmente no comprenderlos y el camino a seguir para su solución.

1.3 Justificación

El aspecto fundamental en el desarrollo del trabajo surge a partir de: los antecedentes planteados en el numeral 1.1 y el desarrollo de clases de matemáticas en las que no se evidenció articulación con la prueba de período elaborada por la maestra cooperadora, lo planteado desde los lineamientos curriculares y estándares de competencias, lo encontrado en algunos libros de texto para grado quinto con respecto al tema de patrones y regularidades, la malla curricular de matemáticas de la Institución Educativa Bello Horizonte, lo exigido desde las pruebas saber y sus resultados. Éstos son por tanto, los aspectos que justifican este trabajo de investigación.

Por lo expuesto en el párrafo anterior, una situación que develó el problema de investigación, fue la observación del desarrollo de las clases, en las cuales se evidenció que los estudiantes resolvían ejercicios mecánicos a partir de la instrucción de la maestra cooperadora, en donde se hacía uso constante de los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, “dejando de lado” la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento inductivo. No obstante, la maestra cooperadora les pidió a los estudiantes en la evaluación de período, que resolvieran problemas matemáticos asociados con las cuatro operaciones mencionadas anteriormente, pero también problemas relacionados con secuencias, éstos últimos hacían referencia específicamente al tema de la identificación de patrones y regularidades los cuales no se enseñaron en clases (inclusive con algunos problemas de secuencias con números triangulares). Ver anexo D.

Esta situación prueba la inconsistencia entre la metodología de las clases y la propuesta de la evaluación de período, es decir, no se favoreció la resolución de problemas en las clases y tampoco el trabajo de temas relacionados con secuencias, patrones y regularidades.

Otra de las situaciones fue la poca coherencia entre algunos textos de matemáticas colombianos y lo establecido en los lineamientos y estándares curriculares de Educación Matemática, puesto que en éste se establece que al terminar el grado quinto se deben

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

desarrollar las temáticas asociadas al descubrimiento y predicción de patrones y regularidades, pero en algunos textos colombianos observados no se encuentra esta temática, y en aquellos que las contienen existe poca relación entre lo teórico y lo práctico, aspecto que será ilustrado en el apartado 1.3.2 relacionado con el rastreo de éstos. Se aclara que en la institución educativa, se implementa obligatoriamente por parte del Ministerio de Educación, el texto Proyecto Sé matemáticas para el grado quinto.

La situación descrita anteriormente, pone de manifiesto la debilidad que existe entre algunos libros de texto colombianos y lo exigido por el MEN.

Finalmente, otro aspecto que se consideró fue la revisión de las pruebas saber llevadas a cabo los años 2009 y 2012, las cuales muestran la no correspondencia entre lo enseñado en las clases y lo evaluado en dichas pruebas, en tanto, se observó nuevamente que dentro de la prueba se les solicitaba a los estudiantes la solución de problemas relacionados con progresiones aritméticas, específicamente en secuencias de tipo gráfico en donde era necesario la identificación de patrones y regularidades con base en los números triangulares y estos temas no eran desarrolladas en las clases, por lo tanto, es evidente que este aspecto es considerado como una falencia.

Lo descrito anteriormente será desarrollado a continuación de manera específica.

1.3.1 Observación de clases

Para determinar el problema de investigación, la observación encuentra sustento en los registros proporcionados por los diarios de campo, las pruebas de periodo, la revisión de cuadernos y la malla curricular.

1.3.1.1 *Diarios de campo.*

Con el fin de sistematizar la observación de clase de matemáticas en interacción con los estudiantes (en cuarto y quinto grado,) y la maestra cooperadora Martha Villa Arango, se implementaron los diarios de campo los cuales fueron consignados en un formato de

Capítulo I – Problema de investigación

observación basado en el estudio de casos como método de investigación en educación⁵ de Stake (1999), debido a que en la Institución Educativa Bello Horizonte no existe un formato de diario de campo para el registro de clases.

El formato contiene en su estructura elementos tales como: fecha, número de clase, nombre de la institución, grados en que se trabajó, nombre del realizador y de la maestra cooperadora, descripción de actividades y resumen de la clase, comentarios al respecto, descripción del aula, orientación pedagógica, objetivo del maestro y referencias. Ver anexo A.

Durante la observación de clases se evidenció que prevalecía la instrucción y la ejercitación inducida por la maestra “dejando de lado” la resolución de problemas, así mismo, el trabajo con el libro guía del Ministerio de Educación Nacional llamado Proyecto Sé (2012) en el cual los estudiantes lo trabajaban durante la mayor parte de la clase de acuerdo con las páginas asignadas por la maestra; donde se observó que los estudiantes se dedicaban a la transcripción del contenido de las páginas que a la realización de actividades y resolución de problemas. Éstas fueron evidenciadas en la revisión de los cuadernos y en los cuestionamientos constantes de los estudiantes por la no comprensión de los problemas planteados en el texto.

Los investigadores revisaban periódicamente los cuadernos de matemáticas de los estudiantes por petición de la maestra cooperadora; en dicha revisión se observó que predominaba la transcripción de los enunciados y problemas del texto, pero en la mayoría de los casos no se encontraban las respectivas soluciones.

1.3.1.2 *Pruebas de periodo y malla curricular*

Además de los diarios de campo, se presencié la realización de la prueba escrita del segundo período para los estudiantes de grado quinto fabricada por la maestra cooperadora

⁵ Observador tomado y adaptado por el grupo de práctica, del texto: Investigación con Estudio de Casos de Stake (1999).

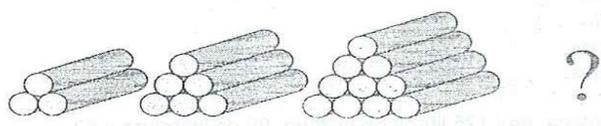
Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

- Ver anexo D; la cual al culminarse fue revisada y analizada por los investigadores. Entonces surgió la inquietud del por qué pocos estudiantes dieron respuestas acertadas a las preguntas de la prueba (que en su mayoría eran problemas), y especialmente al numeral cinco que se muestra en la **Ilustración 3**. La pregunta estaba relacionada con el razonamiento inductivo y la identificación de un patrón en una secuencia de tipo gráfico. Se aclara que esta pregunta no tenía correspondencia con los temas tratados durante período académico.

Entonces se consultó la Malla Curricular de Matemáticas para grado quinto de la institución para el segundo período (**ver anexo C**), y ésta no presentaba relación con la prueba. Posteriormente se realizó una revisión de cuadernos de los estudiantes y efectivamente, se pudo constatar que los bajos resultados de la prueba en parte se debían a que los estudiantes no habían tenido un acercamiento con el razonamiento inductivo, la resolución de problemas, los patrones y las regularidades, y las secuencias de tipo gráfico durante el período.

5. Observa el dibujo, analiza cómo el número de troncos aumenta en cada montón:

Primer montón	Segundo montón	Tercer montón	Cuarto montón
---------------	----------------	---------------	---------------



Si se arma un cuarto montón siguiendo esta secuencia ¿cuántos troncos tendría?

A. 11 troncos
B. 13 troncos
C. 15 troncos
D. 16 troncos

Ilustración 3 - Prueba de período- numeral cinco

1.3.2 Rastreo de textos escolares

Por directrices del MEN, y a través de su programa de transformación de la calidad educativa, en la institución Bello Horizonte se implementa el libro Proyecto Sé

Capítulo I – Problema de investigación

matemáticas 5° como texto guía para apoyar el proceso de aprendizaje y formación dentro de una perspectiva integral. A este libro de texto se le hizo un análisis del tema de secuencias, así como también, algunos textos de educación matemática colombianos con el objetivo de verificar si contenían dentro del pensamiento variacional ésta temática, además en caso tal de contenerla, analizar si había relación entre la teoría que allí se definía y la manera en cómo estaban planteados los problemas.

En este orden de ideas, el problema de investigación que se desarrolla en el presente trabajo está orientado al razonamiento inductivo, en el campo de la resolución de problemas relacionados con progresiones aritméticas, específicamente en el estudio de patrones y regularidades como objeto de conocimiento.

A continuación en la Tabla 1 se nombran los textos escolares que son objeto de análisis para caracterizar su contenido en cuanto al razonamiento inductivo.

Nombre del texto escolar	Autor	Año de edición	Editorial	N° de Páginas	Tema que se plantea
Espiral 4	Camargo y otros	(2003)	Norma	0	No se encontró contenido relacionado
Espiral 5	Camargo y otros	(2003)	Norma	0	No se encontró contenido relacionado
Saber Matemáticas 4	Ascencio, J. R	(2005)	Futuro	2	Secuencias y Variación Ejemplo – Define
Saber Matemáticas 5	Ascencio, J. R	(2005)	Futuro	3	Cambio o variación (Factor y patrón de cambio).
Amigos de las Matemáticas 5	Chizner, A	(2006)	Santillana	0	No se encontró contenido relacionado
Con Sentido Matemático 5	Días y otros	(2007)	Ingenio	3	Cambio o Variación (Factor de Cambio).
Proyecto Sé Matemáticas 4	MEN	(2012)	Ediciones sm.	2	Secuencias y variación (Patrón de cambio).
Proyecto Sé Matemáticas 5	MEN	(2012)	Ediciones sm.	2	Secuencias y variación (Patrón de cambio).

Tabla 1 - Textos escolares colombianos de educación matemática

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

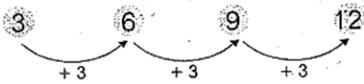
A partir de la información previamente descrita y analizada, se tiene que en algunos libros de texto no aparece el pensamiento variacional, y en aquellos que lo contiene junto con el tema de secuencias no se encuentra un amplio desarrollo del contenido; de hecho se pueden apreciar algunos errores con respecto a la teoría allí planteada y la propuesta de actividades y/o problemas.

1.3.2.1 *Un caso específico de incoherencia entre la teoría y problemas de secuencias.*

En el texto saber matemáticas 5°, se evidencia una incoherencia, ya que en primer lugar, el texto plantea que el patrón de cambio se expresa de manera cuantitativa y que es un número fijo que representa una diferencia entre una cantidad y otra. No obstante, se propone a los estudiantes un problema en donde el patrón de cambio no es un número fijo que se halla mediante una diferencia constante, si no que por el contrario, el patrón de cambio corresponde al de los números triangulares. (Ver la Ilustración 4, la Ilustración 5).

Aprende

El cambio se expresa cualitativamente cuando se describe su naturaleza.
 El cambio se expresa cuantitativamente cuando se da valor numérico a las características que varían en cada momento.
 El criterio o regla de cambio se llama patrón de cambio.



patrón de cambio: sumar 3

¿Abarca sólo la adición?

Ilustración 4 - Texto escolar 1

¿Cómo se expresa numéricamente?
¿Cuál es el patrón de cambio?

Identifica el patrón de cambio en cada secuencia y complétala.

3 — 7 — 11 — ○ — ○ — ○ patrón de cambio

100 — 115 — 130 — ○ — ○ — ○ patrón de cambio

1 — 4 — 16 — 64 — ○ — ○ patrón de cambio

¿Cuál es el patrón de cambio en la fila 3 y cómo se expresa de forma cuantitativa?

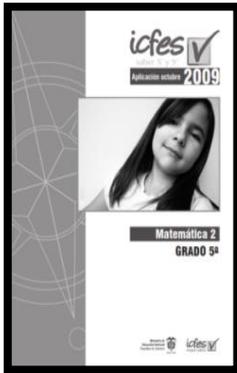
Ilustración 5 - Texto escolar 2

De los ocho (8) textos escolares de Colombia que fueron analizados se encontró que un 37.5% no contaba con el tema de referencia como lo son las secuencias, los patrones y las regularidades; otro 37.5% se abordó el tema en dos páginas y un 25% lo hizo en tres páginas siendo secuencias y variación, factor y patrón de cambio los temas representativos.

1.3.3 Rastreo de Pruebas Saber

Se analizaron las pruebas Saber de grado quinto que se implementaron en los años 2009 y 2012 y, se evidencia que en ellas se tiene en cuenta el razonamiento inductivo específicamente en temas como las secuencias, los patrones y las regularidades. A continuación, en la Ilustración 6 y la Ilustración 7, se exhiben algunos ejemplos tomados de las pruebas Saber en el cual se proponen problemas de secuencias de tipo gráfico.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas



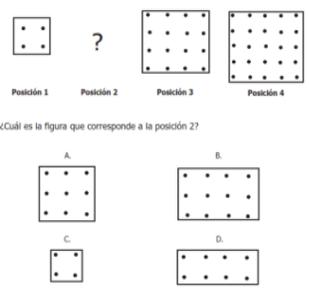
15. Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?

A. B. C. D.

34. Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 2.

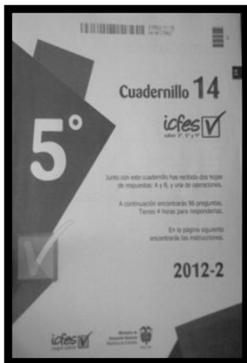


Posición 1 Posición 2 Posición 3 Posición 4

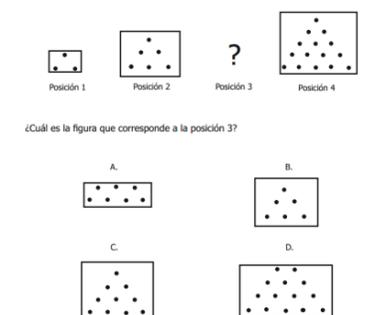
¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 2?

A. B. C. D.

Ilustración 6 - Algunos problemas propuestos en las Prueba saber grado 5° (2009).



30. Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



Posición 1 Posición 2 Posición 3 Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

A. B. C. D.

29. Marina, Diana y Luisa juegan a los dados. Cada una lanza tres dados y suma los puntos que aparecen en las caras superiores.

Observa los puntos obtenidos por cada una de ellas, en un lanzamiento.



Marina Diana Luisa

Diana y Marina lanzaron nuevamente los dados y obtuvieron la misma cantidad de puntos. Observa los puntos que obtuvo cada una.



¿Cuál de las siguientes figuras muestra los puntos obtenidos por Marina?

A. B. C. D.

Ilustración 7 - Algunos problemas propuestos en las Prueba saber grado 5° (2012).

Estas temáticas se soportan bajo lo establecido desde el MEN, en donde se propone que para el grado 5° se debe asumir la predicción de patrones y regularidades, pero ésta no se desarrolla ampliamente en los textos escolares como en el desarrollo de las clases del grado quinto evidenciadas en la observación de clases.

Aunado a lo anterior, se consultaron los resultados de la Institución Educativa Bello Horizonte en comparación con los establecimientos educativos con puntajes promedio

Capítulo I – Problema de investigación

similares en los componentes evaluados en matemáticas, para quinto grado los cuales realiza el ICFES. En éstos se encontró que para el año 2009⁶, la Institución fue:

- **Débil en Razonamiento y argumentación.**
- Débil en Comunicación, representación y modelación.
- Fuerte en Planteamiento y resolución de problemas.

Los resultados obtenidos por la Institución con respecto a las pruebas realizadas en el 2012 fueron publicados en la página del ICFES (2013) obteniendo los siguientes resultados:

- **Débil en Razonamiento y argumentación.**
- Débil en Comunicación, representación y modelación.
- Débil en Planteamiento y resolución de problemas.

En la Ilustración 8 se sintetiza la justificación de esta investigación, lo cual permitió la formulación del planteamiento de la pregunta y los objetivos que se establece en el numeral 1.4.



Ilustración 8 – Justificación de la Investigación

⁶ Información suministrada en la página del ICFES, entidad encargada de realizar las pruebas a nivel nacional. <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

1.4 Pregunta y Objetivos de la investigación.

A partir los elementos tales como la observación de clase (donde se encuentra una fragmentación con la malla curricular), su desarrollo, y la relación de que tiene ésta con la prueba del segundo periodo en temas como los patrones y las regularidades en secuencias a partir problemas; motivó a los investigadores a llevar a cabo una revisión de algunos textos escolares y las pruebas saber; además, de los antecedentes esbozados en el numeral 1.1 (concerniente con lo establecido desde los lineamientos curriculares y estándares de competencias), se establece el problema de investigación y por ende la pregunta y los objetivos.

1.4.1 Pregunta de Investigación

¿Cómo explican los estudiantes de grado quinto, problemas relacionados con progresiones aritméticas?

1.4.2 Objetivo General

Analizar las explicaciones escritas o verbales que manifiestan los estudiantes de grado quinto al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas.

1.4.2.1 *Objetivo específico.*

Categorizar y dar aportes a los maestros sobre las acciones de las explicaciones escritas o verbales que manifiestan tres estudiantes de grado quinto, de la Institución Educativa Bello Horizonte, al resolver problemas con progresiones aritméticas mediante un estudio de casos intrínseco – múltiple.

CAPÍTULO II

2 Referentes teóricos

2.1 El Razonamiento

Como se mencionó en el apartado 1.1, se entiende por razonar la capacidad de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión (MEN, 1998). Es de precisar que dentro del razonamiento matemático, se debe tener en cuenta la edad de los estudiantes pues esto influye en los niveles de razonamiento de cada uno de ellos.

De igual modo, el MEN (1998) plantea que el razonamiento en matemáticas tiene que ver con establecer y proponer explicaciones relacionadas con los procedimientos que se llevan a cabo al momento de establecer conclusiones o llegar a las soluciones; justificar los pasos y los procedimientos que se utilizan para resolver problemas; cómo se formulan hipótesis y conjeturas cuando se justifican soluciones. Además, el razonamiento tiene que ver con encontrar elementos que se repiten dentro de un problema y como se hallan patrones. Finalmente, el razonamiento tiene que ver con el por qué se utilizaron ideas propias al momento de resolver problemas matemáticos.

Ahora bien, el razonamiento tiene que ver con el cómo “utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar” (MEN, 1998, p. 54), esta idea se desarrolla en la observación y la praxis de esta investigación, donde a partir de instrumentos el estudiante se enfrenta a problemas relacionados con progresiones aritméticas, allí se le permite plasmar sus propias ideas para argumentar ciertas conclusiones.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

En adición, Cañadas (2007) establece que “el razonamiento es un proceso de pensamiento que permite obtener conclusiones a partir de las premisas previamente establecidas” (p. 52). Es claro que la autora considera que el razonamiento hace parte de una actividad de la mente humana, en la cual se procesa información y que, dependiendo de tal acción, el ser humano establece conclusiones a partir de información previa que le es suministrada.

En esa misma línea, Rico plantea que el razonamiento es la capacidad para establecer nuevas relaciones entre las unidades de información que constituyen un concepto y se expresan mediante una secuencia argumental, en otras palabras, el razonamiento es la capacidad de procesar conceptos, es decir derivar unos conceptos de otros y generar una nueva relación sobre la base de las relaciones previamente establecidas (1997, p. 33). Asimismo, se entiende que Rico (1997) considera el razonamiento como una acción intelectual en la cual se analizan y procesan premisas o conceptos iniciales para posteriormente generar nueva información.

Es de aclarar que en el presente trabajo de investigación, se tiene como eje central la definición de razonamiento que propone Balacheff (2000) al plantear que el razonamiento es la actividad intelectual no completamente explícita que se ocupa de la manipulación de la información dada o adquirida, para producir una nueva información, definición que se encuentra a tono con las propuestas por Cañadas (2007) y Rico (1997).

También se establece que se le asigna el término procesos de validación a esta misma actividad cuando tenga como fin asegurarse de la validez de una proposición y, eventualmente, producir una explicación (una prueba o una demostración (Balacheff, 2000, p. 13). Del anterior planteamiento, se toma la explicación como uno de los focos de esta investigación, ya que al considerarse como el proceso de validación inicial, las explicaciones se estudian de manera escrita y verbal a partir de la aplicación de algunos instrumentos basados en la resolución de problemas y en el razonamiento inductivo, tal y como se establece más adelante en los análisis de este trabajo de investigación.

2.1.1 El Razonamiento inductivo

Como se mencionó anteriormente, el presente trabajo se centrará en este tipo de razonamiento que según la RAE, consiste en extraer el principio general de una serie de regularidades a partir de varias observaciones particulares.

Castro, Cañadas y Molina (2010) plantean que:

El razonamiento inductivo es un medio potente de construcción de conocimiento tanto en el medio científico como en el social. Su potencialidad se debe, fundamentalmente, a que la generalización es una de las componentes del mismo. Es posible llegar a la generalización a través de la abstracción de lo que es regular y común en los sucesos y los hechos científicos, a partir del descubrimiento de patrones que constituyen el germen de leyes propias del nuevo conocimiento (p.1).

Otro aspecto que plantean es que, el razonamiento inductivo desde el punto de vista cognitivo, es un proceso que permite llegar a un conocimiento específico a través de la adquisición de información que se puede extraer de los datos que inicialmente se tienen. El razonamiento inductivo brinda grandes aportes al conocimiento científico, ya que permite el descubrimiento de leyes generales con base en el estudio, el análisis y la observación de eventos particulares (Castro, Cañadas y Molina, 2010, p. 55).

En consonancia con Castro, Cañadas y Molina (2010), se encuentra lo establecido por Valverde (2001) en relación con el razonamiento inductivo, ya que plantea por razonamiento inductivo, como aquel proceso que consiste en pasar de un conocimiento de menor grado de universalidad a uno de mayor grado (o sea, de algunos casos particulares se pasa a un juicio universal) (p. 40).

Ahora bien, lo anterior se articula con los planteamientos de Pólya (1945) quien argumenta que la inducción es un método usado por los grandes científicos para tratar de

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

validar la experiencia, además, estudia las regularidades en una serie de fenómenos para determinar ciertas propiedades que de ellos emergen y así poder llegar a una generalidad. Es decir, que el éxito de un razonamiento inductivo radica en el trabajo de casos particulares para formular conjeturas y luego poderlas comprobar a través de nuevos casos particulares.

Otra de las ideas que enriquece el presente trabajo es la de Poincaré, citado en Castro, Cañadas y Molina (2010) el cual plantea que para llegar al conocimiento en cualquiera de las ciencias y en particular en el de las matemáticas, es de vital importancia utilizar la vía de la inducción, la cual permite hacer un estudio de fenómenos y situaciones particulares para finalmente llegar a la generalización. A sí mismo, Jhonson - Laird y Byrne; Pólya citado por Cañadas plantean que el razonamiento inductivo:

[...] permite obtener reglas generalizando lo observado en unos pocos casos concretos. El razonamiento inductivo es un proceso que se inicia con el trabajo de casos particulares con la pretensión de llegar a nuevas conclusiones. También permite evaluar conclusiones ya formuladas comprobándolas con nuevos casos particulares (2007, p. 15)

En esta misma línea, Castro, Cañadas y Molina (2010) recoge algunos planteamientos y definiciones de éste tema entre los que se destaca los aportes de Pólya, quién define que el razonamiento inductivo es el razonamiento natural, que da lugar al conocimiento científico, mediante la obtención de leyes generales a partir de la observación de casos particulares. Lo anteriormente descrito se extiende cuando el mismo autor afirma que el razonamiento inductivo:

[...] requiere del trabajo con casos particulares, de la búsqueda de patrones basados en la regularidad observada en los casos particulares, de la formulación de una conjetura de acuerdo con el patrón, y de la comprobación posterior de dicha conjetura. (Pólya, 1945, p.45)

Finalmente Merino (2012) plantea que la observación de casos particulares y la abstracción, permite llegar a la generalización mediante el reconocimiento de patrones y regularidades de lo que es común.

Es preciso aclarar que, este trabajo de investigación asume finalmente la definición de Pólya (1945) acerca de razonamiento inductivo, ya que este objeto de estudio se aborda desde la resolución de problemas y desde las explicaciones como un proceso de validación inicial.

2.1.2 Procesos de validación con respecto a las explicaciones

Cuando el razonamiento tenga la intención de garantizar la validez de una proposición, produciendo una explicación, una prueba o una demostración a partir de un sujeto locutor, entonces ocurre un proceso de validación. (Balacheff, 2000), se aclara que en éste trabajo de investigación sólo se tienen en cuenta las explicaciones proporcionadas por los estudiantes al momento de la resolución de problemas sugeridos.

Balacheff (2000) aclara que “la ausencia de todo proceso de validación o la puesta en práctica de un proceso sólidamente fundado en la teoría está relacionado con el análisis que el individuo hace de la situación” (p. 14). Además, plantea que el nivel de la evaluación de riesgo y la toma de decisiones del sujeto y su nivel de validación, dependen de la naturaleza de sus conocimientos y del contexto en que opera el estudiante. De este modo estará listo para una evaluación (Balacheff, 2000).

De igual modo, dentro de éste trabajo se tienen en cuenta los planteamientos de NCTM cuando declara que “en los primeros niveles educativos, los estudiantes razonan de una manera informal. Las primeras tentativas de los estudiantes en la justificación, implican estrategias de ensayo y error o el tratamiento no sistemático de muchos casos” (2003, p. 62).

2.1.2.1 *Explicaciones*

Según la Real Academia Española (RAE), las explicaciones son consideradas como exposiciones o declaraciones de cualquier materia, doctrina o texto a través de ejemplos y palabras claras que permite una mejor percepción.

Lo anteriormente descrito se articula con la explicación entendida como un indicio de razonamiento, puesto que se genera a partir del discurso que permite expresar un punto de vista mediado por el convencimiento personal de una declaración, desde lo que constituye su racionalidad, es decir, establece sus propias reglas de decisión de verdad (Balacheff, 2000). “En el momento en que la explicación se expresa en un discurso, ésta pretende hacer inteligible a los espectadores la verdad de la proposición ya adquirida por el locutor” (Balacheff, 2000, p. 12).

En la Ilustración 9, se exhibe los temas antes abordados con los respectivos autores que sustenta el presente trabajo.

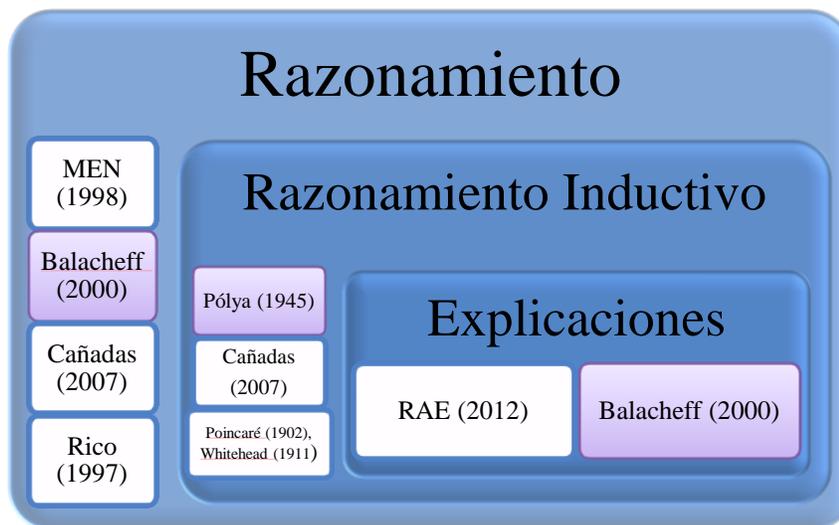


Ilustración 9 - Referentes Teóricos I

Capítulo II – Referentes teóricos

El razonamiento, y en especial el razonamiento inductivo, tienen estrecha relación con las progresiones aritméticas y con el estudio de patrones y regularidades, tal y como se plantea a continuación.

2.2 Progresiones aritméticas

Desde una perspectiva histórica, se aprecia que el uso de progresiones por el hombre aparece tempranamente, cercano al resurgir de las diferentes civilizaciones. Las progresiones aritméticas y geométricas son los primeros tipos de sucesiones y los más utilizados desde la antigüedad por su proximidad con problemas planteados en la vida cotidiana, sirviendo como herramienta para la resolución de ciertos problemas matemáticos.

El contenido de algunas tablillas mesopotámicas, que datan del Siglo IV a.C. muestra que en dicha época ya se conocían reglas de operaciones aritméticas tanto con números enteros como con fracciones. (Cañadas M. C., 2007, p. 89) lo que evidencia como se mencionaba inicialmente, la utilización y desarrollo histórico de las progresiones aritméticas.

2.2.1 Definición de Progresiones aritméticas

Con respecto a las progresiones aritméticas, el diccionario ilustrado de conceptos matemáticos establece que:

Una progresión aritmética es una lista de números que tienen la propiedad que cualesquiera dos consecutivos tienen una diferencia constante. El primer término de la lista se denota por a_1 y la diferencia constante por d . A su vez podemos calcular el n -ésimo término a_n de la progresión usando la fórmula: $a_n = a_1 + d(n - 1)$ y la suma de los primeros n términos S_n con: $S_n = n(a_1 + a_n)/2$ (Soto, 2011).

Por su parte, Cañadas define progresión aritmética como “toda sucesión de números tales que uno cualquiera de ellos es igual al anterior añadiéndole un número fijo d , positivo

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

o negativo, denominado razón de la progresión” (2007, p. 112), siendo ésta última definición la que retomaremos en este trabajo de investigación.

En particular, los elementos de las progresiones de tipo aritmético que se tienen en cuenta en la presente investigación, son el uso de patrones y regularidades.

2.2.2 Patrones y regularidades

Según Portan y Costa (1996) las investigaciones en matemáticas acerca de los patrones, son un elemento fundamental dentro del desarrollo de la Educación Matemática. Las autoras plantean que:

La investigación de regularidades es un contenido procedimental general de carácter transversal con respecto a todos los contenidos de las matemáticas y de las otras disciplinas. Por ejemplo, las fases de la luna, las sinfonías, los panales de las abejas, los algoritmos de las operaciones básicas, los pasos de una danza, las conjugaciones verbales, los papeles de la pared, las puntillas, los triángulos y cuadrados mágicos, los resultados de arrojar una moneda, muestran regularidades que los científicos de todas las disciplinas siempre han tenido y tienen interés por explicar (p. 3).

Ahora bien, dentro de las matemáticas, las regularidades se encuentran en conjuntos dados, y estos conjuntos pueden ser de varias naturalezas, por ejemplo de funciones, numéricos, de valores estadísticos, geométricos, de medidas, entre otros.

De aquí que se considere que “un patrón es una sucesión de signos (orales, gestuales, gráficos, de comportamiento, etc.) que se constituyen siguiendo una regla (algoritmo), ya sea de repetición o de recurrencia” como lo manifiestan Portan y Costa (1996).

Ahora bien, se aclara desde esta misma idea que los patrones se clasifican dependiendo su núcleo, es decir existen patrones de repetición y de recurrencia.

Según lo anterior:

Capítulo II – Referentes teóricos

“son patrones de repetición aquellos en los que los distintos elementos son presentados en forma periódica. Existen y se pueden crear diversos patrones de repetición teniendo en cuenta su estructura de base o núcleo, por ejemplo si el núcleo es de la forma:

AB, se repiten elementos alternadamente (1, 2, 1, 2, 1, 2...; cuadrado círculo, cuadrado círculo, ...; etc.)

ABC, se repiten tres elementos (do, re, mi, do, re, mi...)

AABB, se repite dos veces un elemento y a continuación dos veces otro (rojo, rojo, azul, azul, rojo, rojo, azul, azul, rojo...)

ABA, se repite por ejemplo: palmada, golpe, palmada” (Portan y Costa, 1996, pág. 4)

A su vez, estas autoras expresan que un patrón es de recurrencia cuando su núcleo está cambiando constantemente, y cada elemento de la progresión puede establecerse según los elementos anteriores, es decir en función de ellos, y, dependiendo de su análisis, se puede inferir una ley de formación.

- $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow$ (Un salto adelante, un salto atrás, dos saltos adelante, dos saltos atrás, tres saltos adelante, tres saltos atrás,...)
- xx xxxx xxxxxx..... Que traducido numéricamente es: 2, 4, 6, 8...
- 2, 2 + 4, 2 + 4 + 6 + 8,.... Lo que puede expresarse como: 2,6 12, 20,...
- 1, 10, 20, 30, 40,.... Lo que habitualmente se conoce como la escala del 10.
- 1, 3, 9, 27, 81,.... Que es la sucesión de cubos perfectos.

Por su parte, la RAE (2001), plantea que un patrón es un modelo que sirve de muestra para sacar otra cosa igual.

El estudio de patrones es considerado como un elemento importante para el desarrollo del pensamiento matemático y del pensamiento algebraico. Es así como Kaput (2000) sugiere que en las aulas los maestros deben promover la observación de patrones, propiedades matemáticas y relaciones. Para esto, aclara que los espacios destinados a la Educación Matemática, deben hacer parte de un ambiente escolar en donde los maestros

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

valoren y le den importancia a que los estudiantes exploren, predigan, discutan y argumenten.

De igual modo, Castro, Cañadas y Molina (2010) definen el patrón como: “lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse”, y adicionalmente, en Cañadas y Castro (2007), y en Merino (2012) se apunta a que los patrones matemáticos están relacionados con una regla general, no solo con casos particulares. Los estudiantes se basan en una conjetura que es cierta para casos particulares, y han de validarla para nuevos casos”.

Desde Pólya (1966), Mason (1999) y la Gobernación de Antioquia (2012) puede constatarse que el reconocimiento de patrones y regularidades conducen a la generalización. Los autores señalan que la habilidad para generalizar se lleva a cabo mediante un proceso de reconocimiento de patrones y regularidades. Ahora bien, Mason menciona la importancia de la identificación de patrones y regularidades para llegar al concepto de la generalización, y, que la identificación de patrones y regularidades en el ser humano llega desde antes de ingresar a la escuela. (Mason, 1999, p. 232)

Siguiendo esta misma idea que se tiene del reconocimiento de patrones, la Gobernación de Antioquia establece que: “un patrón es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición, composición, etc.” (2012, p. 51). Los patrones permiten la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones de la vida diaria por ejemplo en la música, en el movimiento, la economía, la geografía y la variación, entre otras. El análisis cuidadoso de patrones y regularidades permite establecer generalizaciones.

En la siguiente Ilustración 10 se exhibe los referentes a las progresiones aritméticas y los patrones.

2.3 Resolución de problemas

La resolución de problemas al desarrollar la comunicación permite convertirse en una herramienta para el desarrollo del objetivo de la investigación, es decir para analizar el razonamiento de tipo inductivo a través de las explicaciones escritas y verbales que plantea un estudiante al enfrentarse a un problema.

En adición, cabe señalar que desde la antigüedad, las matemáticas han alcanzado su desarrollo con la solución de problemas que fueron surgiendo de las necesidades de las diferentes culturas y de la cotidianidad, y el MEN (1998) en los lineamientos curriculares no alejado de esta realidad, propone la resolución de problemas como uno de los procesos generales que incide en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del propio conocimiento matemático, ya que este proceso ayuda en la confianza al uso de la misma y aumenta la capacidad de comunicación.

Los Lineamientos Curriculares (1998) plantean al respecto dos posturas, una es la de Pólya, para quien resolver un problema es encontrar un camino que no se conocía previamente, descubrir formas de salir de la dificultad, y conseguir lo esperado; por su parte, plantea cuatro fases para la resolución de un problema que por su estructura pareciera ser un ciclo: la primera, es la comprensión del problema, la segunda, está en relación con la concepción de un plan, la tercera, con la ejecución del mismo y por último, la visión retrospectiva (p. 74); y la otra propuesta que se encuentra en los Lineamientos es la de Schoenfeld, quien resalta el salón como un microcosmos de la cultura matemática en la práctica cotidiana y aprecia los siguientes factores que influyen directamente en la resolución de problemas: dominio del conocimiento, estrategias cognoscitivas, estrategias meta cognitivas y sistema de creencias, al igual que Pólya, piensa que la resolución de problemas desarrolla la comunicación matemática al expresar, interpretar y evaluar.

Por otra parte Fridman, citado por Céliz, Zingaretti y Feliziani, (2006) propone ocho (8) etapas para la resolución de problemas: análisis del problema, escritura esquemática del problema, búsqueda de un método de resolución, aplicación del método de resolución, prueba de la resolución, análisis del problema, formulación de la respuesta al problema,

Capítulo II – Referentes teóricos

análisis de la resolución del problema; etapas que comprenden toda la estructura de un problema y que complementan el trabajo de Pólya, pero que el estudiante difícilmente seguirá.

En ésta misma línea, Gallego (2000) plantea la resolución de problemas como una actividad intelectual que se compone de las siguientes fases: una pregunta específica sin posibilidad de respuesta inmediata, selección acertada de datos que permita definir presupuestos y demandas del problema, elaboración de un esquema o estrategia de solución del problema, visualizar unos caminos, analizarlos y definir el más apropiado, identificar las operaciones a realizar y jerarquizarlas de acuerdo al esquema definido, realizar las operaciones, sus algoritmos y encontrar la respuesta acertada y para finalizar la verificación de la respuesta, confrontarla con los presupuestos del problema.

Es de aclararse que la postura a tomar frente a la resolución de problemas, en la presente investigación, es la de Pólya quien brinda reflexiones y demuestra su pensamiento en la tarea del maestro como se denota en algunas de sus recomendaciones en *Mathematical discovery* en el nombramiento de sus diez mandamientos para el maestro, donde se destacan el interés por su materia, dominio de la materia, darles no solo información sino el “saber hacer”, actitudes intelectuales, el hábito de un trabajo metódico, permítales aprender conjeturando, permítales aprender demostrando, no revele de pronto toda la solución – deje que los estudiantes hagan conjeturas antes que usted se la diga – déjeles descubrir por ellos mismos tanto como sea posible (Malaspina, 2012).

En concordancia con lo anterior, un problema, como lo expresa la misma palabra no tiene una salida o respuesta inmediata, por lo que se requiere de una heurística para la resolución, como un proceso práctico que sirva de ayuda y tenga en cuenta los diferentes conocimientos matemáticos y las relaciones existentes entre estos. En la Tabla 2 se muestra un prototipo de heurística escogido para este trabajo apoyado en lo planteado por Pólya (1945) y Cañadas (2007) para el razonamiento inductivo.

Heurística Pólya	Heurística Cañadas	Descripción
Identificación y comprensión del problema	Trabajo con casos particulares, organización de casos particulares, identificación de factores	Observar e identificar las partes del problema. Completar, verificar, proponer
Concepción de un plan	Formulación de conjeturas	Que hacer frente a la acción requerida
Ejecución del plan	Justificación y generalización	Accionar lo planeado
Visión retrospectiva	Verificación	Examinar la solución del plan

Tabla 2 - Heurísticas

A continuación se propone la metodología de tipo cualitativo que se desarrollará con un estudio de casos tal y como se evidencia a continuación.

CAPÍTULO III

3 Metodología y método de investigación

En consonancia con la pregunta y la manera en que se lleva a cabo la presente investigación, el enfoque se aborda de manera cualitativa y el método, por medio de un estudio de casos.

3.1 Metodología Cualitativa

Teniendo en cuenta que la metodología en una investigación es la forma en cómo se construye el conocimiento y hace referencia a cómo tratamos los datos y cómo tratamos la teoría, se desarrolla en esta investigación una metodología cualitativa. En este sentido, Denzin y Lincoln (2005) afirman que la investigación cualitativa sitúa al investigador en un contexto espacio-temporal, para lograr una interpretación del mundo o del fenómeno estudiado mediante instrumentos. En este nivel la investigación cualitativa implica un acercamiento interpretativo y naturalista del mundo. “Esto significa que los investigadores cualitativos estudian los objetos en sus escenarios naturales, intentando dar sentido, o interpretar los fenómenos en términos de los significados que las personas les dan” (p. 4).

De este modo, se analizarán las explicaciones escritas y verbales que presentan los estudiantes del grado quinto al momento de resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas en las sesiones de intervención, se considera pertinente utilizar una metodología cualitativa para darle sentido a las interpretaciones en un escenario como la Institución Educativa Bello Horizonte.

3.1.1 Naturaleza de la investigación cualitativa

Para tratar la naturaleza de la investigación cualitativa, en el presente trabajo se tienen en cuenta los aportes de Stake (1999), en el que se introduce la idea de que éste surge de la evolución de la curiosidad humana por el conocimiento acerca de sí mismo; y se plantea desde Dilthey, citado en Richman, (1976) que:

Solo a partir de sus acciones, desde sus manifestaciones inmutables, desde el efecto que produce en otros, puede el hombre aprender sobre sí mismo; así que aprende a conocerse sólo por la vía de la comprensión. Lo que fuimos, como nos desarrollamos y nos convertimos en lo que somos, lo aprendemos por la forma en que actuamos, por los planes que una vez seguimos, por la forma en que nos sentimos en nuestra vocación, por los antiguos y caducos conocimientos, por los juicios que hace tiempo se nos hicieron. Nos comprendemos, a nosotros y a los otros, cuando transmitimos nuestras experiencias vividas a todo tipo de expresión propia y a las vidas de los demás. (p. 163)

Es de este modo, que se desarrolla en este trabajo de investigación en todo su contexto, los planteamientos establecidos por Stake (1999) con respecto a la investigación cualitativa, dentro de los cuales se destaca el concepto de la comprensión como punto de partida para entender las interacciones de los estudiantes y los investigadores.

A continuación se destacan la comprensión, la interpretación y el aspecto naturalista de la presente investigación.

En cuanto a la **comprensión**, Von Wright citado por Stake (1999), plantea que dentro de la investigación cualitativa se destaca la comprensión como elemento fundamental para encontrar las relaciones existentes entre los fenómenos que emergen de las condiciones situacionales. A su vez, la comprensión hace referencia al método característico de las humanidades como una forma de recreación del investigador con respecto a su clima mental; es decir, sus sentimientos, sus motivaciones y un carácter de intencionalidad.

Capítulo III - Metodología y método de investigación

Asimismo, el autor establece que la **comprensión** es una forma de empatía en donde el investigador puede llegar a conocer la situación del otro mediante la vivencia propia de la misma, y que la investigación cualitativa intenta brindarle al investigador una mejor comprensión empática mediante la descripción y la escritura de relatos los cuales evidencian lo característico, lo que sólo la experiencia transmite. (Stake, 1999)

La **comprensión**, a su vez se entiende desde los actos propios de los seres humanos, y se establece que “las acciones humanas importantes pocas veces tienen una causa simple, y normalmente no se producen por motivos que se puedan averiguar” (p. 43).

Es característico en esta investigación, que se establezcan relaciones armoniosas con los estudiantes participantes, en tanto que se crearán criterios para la escogencia de éstos con respecto a la aplicación de instrumentos, los cuales se caracterizan por desarrollarse dentro de un contexto natural.

En cuanto a la **interpretación**, es de aclarar que el presente trabajo de investigación se ajusta a lo planteado por Stake (1999) debido a que se asume con total responsabilidad el trabajo realizado en la institución en donde se lleva a cabo la propuesta y las interpretaciones que de él emergen, a partir de las observaciones y emitiendo juicios subjetivos a través del uso de descripciones abiertas, los cuales se analizan y se resumen para dar origen a los respectivos análisis y conclusiones que se detallaran en el capítulo IV y V del presente trabajo.

De igual modo, las preguntas que se llevan a cabo en esta investigación, van dirigidas a casos o fenómenos. Ahora bien, estos fenómenos que van aflorando a partir de lo observado durante las secciones de intervención con respecto al razonamiento inductivo, serán un punto de partida para analizar posteriormente las explicaciones de los estudiantes al momento de resolver problemas.

Ésta investigación es **naturalista** porque los investigadores estuvieron dentro de un contexto educativo (que en este caso es la Institución Educativa Bello Horizonte), observando e interpretando las explicaciones de los estudiantes en diversas actividades, para las cuales se han definido algunos acuerdos con los padres de familia y los estudiantes,

además de que no se alteraron las producciones escritas y verbales de los estudiantes. Es entonces como se ajusta la recolección de los datos cualitativos en el contexto investigado con el propósito de explorar los registros verbales y escritos para describir las explicaciones tal y como fueron experimentadas en su contexto natural.

Al estar inmersos en contexto educativo y acercamos a algunos estudiantes para analizar y comprender sus explicaciones a través de varios instrumentos, se empleará un estudio de casos en esta investigación.

3.2 Método: estudio de casos

En la investigación cualitativa, el método son las fases o etapas que se emplean para dar respuesta a la pregunta de investigación. También hace referencia al objeto de conocimiento y es el camino o la ruta para llegar a resolver el problema de investigación. Uno de los métodos en la investigación cualitativa es el estudio de casos; al respecto, Yin (1987) define un estudio de casos como una indagación empírica que “investiga un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real de existencia, cuando los límites entre el fenómeno y el contexto no son claramente evidentes y en los cuales existen múltiples fuentes de evidencia que pueden usarse” (p. 23).

A su vez Stake (1999) establece que el estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes, por ello se estudia un caso cuando se tiene un interés específico, además, el investigador recurre a la búsqueda detallada y la interacción de los contextos, para especificar el entorno habitual de los estudiantes que conforman los casos a analizar.

Ahora bien, este autor hace una clasificación para el estudio de casos dentro de los que se encuentra el estudio intrínseco, en el cual se presupone y se establece escoger un caso dado, el estudio instrumental en el que algunos casos servirán más que otros, y el estudio

colectivo de casos en el que se debe hacer una coordinación entre los casos locales, y casos de otros contextos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el estudio de casos que se lleva a cabo en este trabajo es de tipo intrínseco-múltiple, debido a la forma en que se escogieron los casos de los estudiantes, especialmente cuando plasmaron sus explicaciones escritas y verbales que serían relevantes para analizar. Además es intrínseco porque los casos escogidos nos vienen dados, se tiene curiosidad por determinados procedimientos que se generan en las de algunos estudiantes y por las características que se tuvieron en cuenta con respecto a la escogencia de los casos. Se aclara que es de tipo múltiple porque no se trabajará con un solo caso (tipo simple) si no que se escogieron tres estudiantes.

Es por esto que, los estudiantes se escogieron a partir de ciertas categorías que hacen parte de la investigación cualitativa, las cuales serán descritas en el siguiente apartado.

3.2.1 ¿Cómo se escogieron los casos?

Para llevar a cabo la recolección de la información en la población investigada, se llevó a cabo una exploración de los registros escritos para analizar las explicaciones tal y como fueron establecidas en su contexto natural. Para ello, los investigadores escogieron los casos de acuerdo con dos criterios que son: un muestreo teórico y dos instrumentos diagnósticos (pruebas escritas).

Con respecto al primer criterio de selección de los casos, los investigadores llevaron a cabo un muestreo de tipo teórico, el cual según Eisenhardt (1989) es también denominado muestreo intencionado, en el que los investigadores se basan en las necesidades de la información detectada esto es, inicialmente pueden haber estudiantes voluntarios y otros recomendados, pero finalmente la escogencia de la muestra radica en los criterios de los investigadores y en aquellos participantes que puedan aportar información a la investigación, es decir que se pretende extender la producción que se tenga a partir de la creación de categorías emergentes.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

En la primera prueba diagnóstica y por petición de la maestra cooperadora, se plantearon una serie de ejercicios y problemas extraídos de la prueba saber del año 2009, con el objetivo de preparar a los estudiantes para la prueba saber de 2013. En dicha prueba se incluyó un problema de cada pensamiento (es decir numérico, métrico, geométrico, variacional y aleatorio), dándole énfasis al pensamiento variacional, específicamente en un problema de secuencias gráficas en donde se les pidió a los estudiantes que explicaran de forma escrita la solución del numeral cinco.

Como las pruebas saber son de selección múltiple y lo que se pretendía era que los estudiantes además de seleccionar la respuesta, justificaran los procedimientos que cada quien utilizó para la solución, se pretendió de esta manera encontrar evidencias en los registros escritos de indicios de razonamiento (ver anexo E). Esta prueba diagnóstica se les aplicó y fue resuelta por todos los estudiantes de los grados 5° 1 y 5° 2 de la institución. Una vez culminada la prueba, los investigadores las calificaron e hicieron un análisis de ellas, especialmente de las explicaciones escritas del numeral cinco, para seleccionar las pertinentes y buscar categorías emergentes.

Después de analizar la prueba diagnóstica y las explicaciones del numeral cinco, los investigadores identificaron que sobresalieron por sus explicaciones escritas seis estudiantes a los cuales se les haría un seguimiento especial al aplicar la siguiente prueba diagnóstica.

La segunda prueba diagnóstica escrita tuvo el mismo propósito y una estructura parecida a la primera, es decir que se llevó a cabo para preparar a los estudiantes para la realización de la prueba saber 2013 y con preguntas basadas en los cinco pensamientos matemáticos. En esta ocasión, los investigadores extrajeron las preguntas de la prueba saber del año 2012, y se les brindó un espacio para que explicaran la solución del numeral cinco el cual consistía en un problema de secuencias de tipo gráfico, en donde era necesaria la identificación de un patrón para su solución. Una vez terminada la prueba (que se les aplicó a todos los estudiantes de 5°1 y 5°2), los investigadores nuevamente procedieron a revisarla y analizarla, especialmente las explicaciones de los estudiantes con respecto al numeral cinco, teniendo en cuenta los seis estudiantes que en la prueba anterior habían tenido las

Capítulo III - Metodología y método de investigación

explicaciones relevantes para los investigadores. De estos seis estudiantes, los investigadores seleccionaron (con el mismo criterio de la prueba anterior) tres de ellos con los cuales se haría el respectivo estudio de casos intrínseco-múltiple, el cual se llevó a cabo a través de dos pruebas escritas de aplicación y una entrevista semi-estructurada. Se clara que tanto la entrevista semi-estructurada como los instrumentos fueron aplicados a los tres estudiantes.

Ahora bien, un estudio de casos intrínseco no es la comprensión de lo general, sino de la particularidad y por tanto se han escogido tres estudiantes: uno del grupo quinto uno (5°1) y dos del grupo quinto dos (5°2), aunque los instrumentos implementados se hicieron para el grado quinto en general, prestando atención principalmente a estos casos, y para los cuales se hará un respectivo análisis, el cual se menciona en el apartado IV del presente trabajo.

En la Ilustración 12 se presenta los criterios mencionados anteriormente para escoger los casos que serán parte de la investigación.

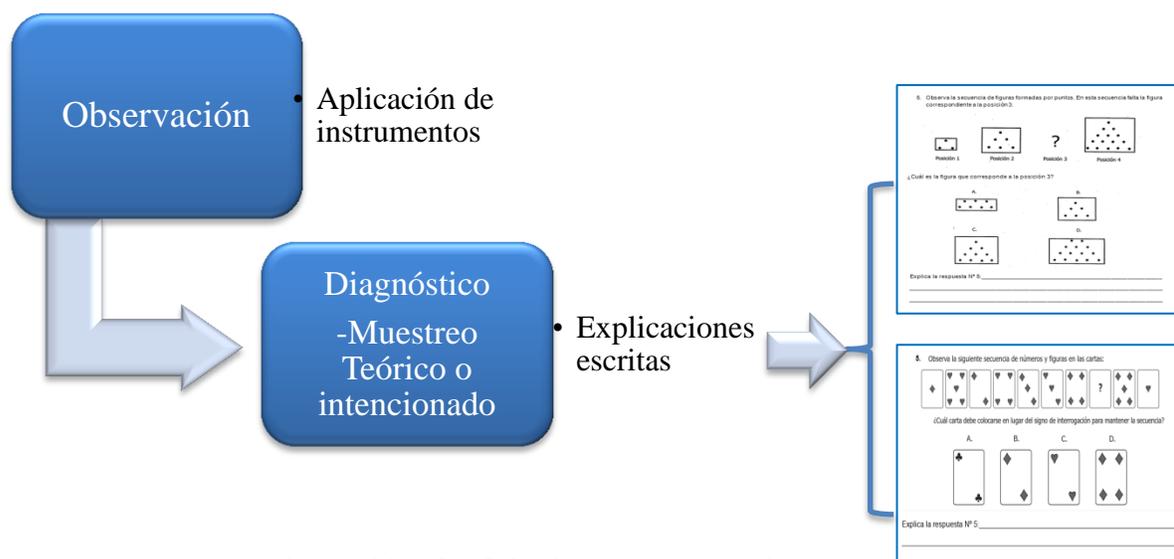
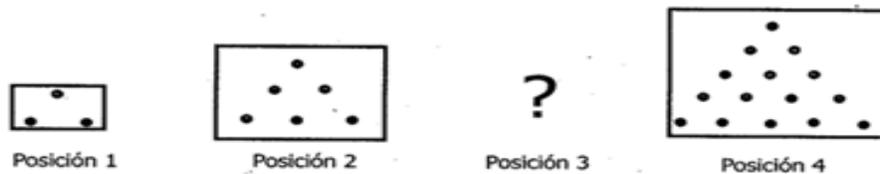


Ilustración 12 - Criterios para escoger los casos

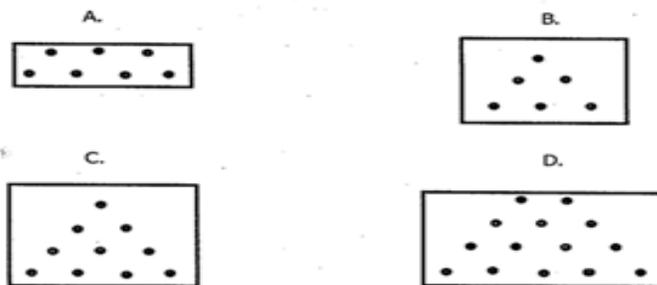
Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

En las Ilustraciones 13 y 14 que se muestran a continuación, se presentan los dos ejercicios que hicieron parte del diseño de los instrumentos diagnósticos y del cual se analizan las explicaciones de los estudiantes. En el Anexo E se muestra los instrumentos completos.

5. Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura correspondiente a la posición 3.



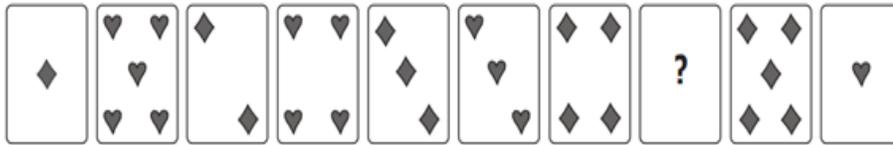
¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?



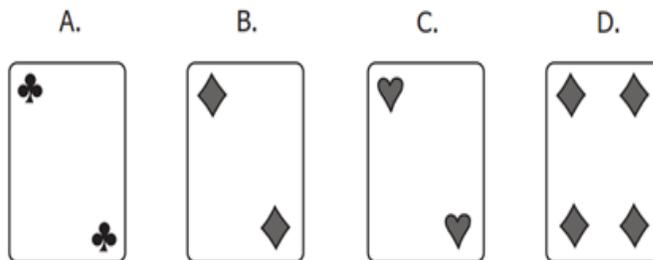
Explica la respuesta N° 5: _____

Ilustración 13 - Ejercicio para el diseño de instrumento diagnóstico 1

5. Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?



Explica la respuesta N° 5: _____

Ilustración 14 - Ejercicio para el diseño de instrumento diagnóstico 2

3.2.2 Los casos

Los casos particulares que se tomaron se deben detallar, no para ver en qué se diferencian de los otros sino para ver cómo son sus intervenciones durante la clase; y de forma general de cómo explican dado que el estudio de casos no atiende a muestras, si no que este tiene por objetivo la comprensión de las particularidades. En ese sentido, los investigadores tuvieron como propósito el aprender sobre un caso en particular, cada uno de ellos representó un interés diferente, y, por ende no hubo la necesidad de aprender sobre otros casos o problemas a nivel general, es decir que, de cada caso emergerán fenómenos propios y por ende conclusiones particulares, no generales.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Se presenta a continuación los estudiantes (a los que se les asignó por ética de la investigación un seudónimo) de grado quinto que se toman como casos para la investigación.

Casos-Estudiante- Seudónimo	Características observadas
Mateo	Se percibe como un estudiante poco participativo a nivel verbal, pero hace todas las actividades escritas que se le propone, inclusive cuando no alcanza a terminarlas se queda en el descanso para poder hacerlo. En sus explicaciones escritas (dentro de las actividades de clase y en la pruebas), se observa que demuestra ciertas habilidades matemáticas para argumentar la solución de ejercicios y problemas, pues estas las desarrolla con pertinencia y propiedad de conocimientos, es decir que utiliza explicaciones coherentes con respecto las temáticas dando una solución correcta a la mayoría ejercicios y problemas. Pertenece al grupo quinto uno (5°1).
Adrián	Se observa como un estudiante que prefiere trabajar solo, ofrece su ayuda incondicional al maestro con respecto a las temáticas de clase, especialmente a partir de frecuentes intervenciones y explicaciones verbales al momento de solucionar ejercicios matemáticos, además se observa que elabora sus explicaciones con argumentos matemáticos adecuados con respecto a las temáticas de clase. Frecuentemente se le escuchan frases como: “no profe, eso está muy fácil” o frases como: “profe esto se puede hacer de una forma más fácil así” entre otras. Pertenece al grado quinto dos (5°2).
Sebastián	Se percibe como un estudiante participativo a nivel escrito, es decir que es uno de los estudiantes que resuelve de manera rápida y correcta las actividades propuestas en clase; además se nota que demuestra su responsabilidad con la elaboración de trabajos y actividades de clase. Es poco participativo a nivel verbal pero a nivel escrito utiliza lenguaje matemático adecuado dentro de sus explicaciones.

Tabla 3 - Casos escogidos

3.3 Acciones para el diseño de los instrumentos de los casos seleccionados

Para hacer el estudio de casos, se construyeron dos instrumentos escritos de aplicación los cuales se implementaron por parte de los investigadores en un período de tiempo de dos clases, en donde se le solicitó a la maestra cooperadora la salida del aula de los tres estudiantes para la aplicación de los instrumentos.

Para implementar los dos instrumentos de aplicación escritos en los tres casos seleccionados, los investigadores proponen tres acciones iniciales que direccionaron los dos instrumentos de aplicación y el desarrollo de la entrevista semi-estructurada. Estas acciones fueron las de completar, verificar y proponer, en las que se les pedía a los estudiantes que desarrollaran una explicación de tipo escrito por cada una de ellas (dentro de cada acción se establecen varios problemas de secuencias de tipo gráfico), las cuales serían sustentadas de manera verbal a través de la entrevista semi-estructurada.

Con respecto a la acción de completar, se considera un aspecto inicial en tanto el estudiante debe reconocer lo común de una secuencia y completar algunos elementos de ésta. A su vez, se considera la acción de verificar como un paso más avanzado en donde el estudiante debe emitir un juicio de valor o un punto de vista con respecto a la elaboración del problema, es decir, no solo se trata de reconocer lo común en la secuencia sino también justificar el por qué está o no está bien elaborada la secuencia. Finalmente, la acción de proponer secuencias diferentes a las establecidas en los problemas del instrumento, es la última etapa en la que el estudiante debe elaborar secuencias correctas o incorrectas teniendo en cuenta el uso de los patrones de cambio, que bien pueden ser de crecimiento o de repetición. A continuación se muestra en la Ilustración 15 - Instrumento 2, acción completar, la Ilustración 16 - **Instrumento 2, acción verificar** y la Ilustración 17 - **Instrumento 2, acción proponer** parte de los instrumentos desde las acciones de completar, verificar y proponer respectivamente; no obstante, en el anexo G se encuentran completos los dos instrumentos de aplicación.

Completa las siguientes secuencias

1.



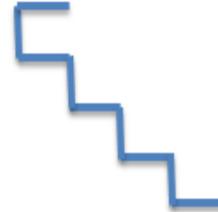
Posición 1



Posición 2



Posición 3



Posición 4

Posición 5

Ilustración 15 - Instrumento 2, acción completar

Verifica si las siguientes secuencias están bien elaboradas.

1.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

Explicación:

Ilustración 16 - Instrumento 2, acción verificar

Proponga 2 secuencias y explique porqué están “bien elaboradas”, según tus ideas.

1.



Ilustración 17 - Instrumento 2, acción proponer

Con base en lo planteado en este capítulo con respecto al estudio de casos, se procede a llevar a cabo un tratamiento de los datos recolectados (a partir de los instrumentos de aplicación) conservando su naturaleza textual, y así desarrollar una categorización para establecer un análisis de datos cualitativos.

CAPÍTULO IV

4 Análisis

Teniendo en cuenta los referentes conceptuales de Rodríguez, Gil y García (1996) y Mario Tamayo (2004, pág. 307) a continuación se presenta la Tabla 4 correspondiente a los elementos de un análisis de datos en una investigación cualitativa.

Elemento Conceptual	Definición
Análisis	Es el proceso que permite descomponer los elementos que conforman el total de los datos, para organizar el material recogido, optando de lo preciso y representativo, respondiendo así a los intereses de la investigación.
Dato	Es el producto de registro de una respuesta.
Análisis de datos	Es el conjunto de manipulaciones, transformaciones, operaciones, reflexiones, comprobaciones realizadas sobre los datos con el fin de extraer significado relevante en relación a un problema de investigación.
Análisis de datos cualitativos	Es el tratamiento de los datos que se llevan a cabo generalmente preservando su naturaleza textual, poniendo en práctica tareas de categorización y sin recurrir a las técnicas estadísticas.

Tabla 4 - Elementos de un análisis de datos en una investigación cualitativa.

En relación con los planteamientos de Stake (1999) al analizar los datos, no se pretende describir el mundo, ni siquiera el caso por completo; es decir se busca dar sentido a determinadas observaciones del caso, mediante el estudio atento y la reflexión. Este análisis es de carácter subjetivo, y se defiende porque es una forma de dar sentido a la complejidad

del caso (p. 71). Proponiendo así una interpretación directa, en la cual se da importancia a “poner el significado en un pequeño conjunto de impresiones de un mismo episodio, sin sentir conscientemente la necesidad de sumar datos” (p. 69).

Con respecto al rol del investigador en este análisis, Stake plantea que “el investigador cualitativo se concentra en el ejemplo, intenta ponerlo aparte, para devolverlo a su sitio cargado de mayor *significado* -análisis y síntesis en la interpretación directa y que mediante la experiencia y la reflexión, cada investigador debe encontrar las formas de análisis que a él le sean de utilidad” (1999, p. 70).

En adelante, se presenta el análisis de datos, teniendo en cuenta que lo representativo de la información recolectada fue seleccionado desde las explicaciones escritas y verbales de tres estudiantes que permitieron determinar las categorías emergentes.

Es de aclarar que las categorías emergentes surgen una vez aplicados los dos instrumentos antes mencionado y la entrevista semi-estructurada a los estudiantes. Ahora bien, en algunos casos las categorías surgen de uno o de ambos instrumentos.

4.1 Categorías emergentes

De acuerdo con Rodríguez, Gil y García (1996) categorizar es hacer una valoración de los datos seleccionados según su relevancia y pertinencia dentro de la investigación, para incluirlos bajo un nombre o código. De este modo se entienden las categorías emergentes como aquellas que surgen a medida que se analizan los datos. Estas pueden modificarse, redefinirse, suprimirse o ampliarse en el desarrollo de la investigación, es decir, no presentan una estructura fija, sino que por el contrario, son flexibles y están sujetas a cambios.

4.1.1 Categorías emergentes en el caso de Mateo

Los dos instrumentos se le aplicaron a Mateo, aunque sólo del instrumento uno surgieron las dos categorías nombradas como particularizar y desviación particular, que se plantean detalladamente a continuación.

4.1.1.1 *Particularizar*

Es una explicación que se elabora a partir de casos o de ejemplos concretos. La particularización por lo general consiste en la observación uno a uno de los elementos (por lo general en orden) para determinar el término siguiente. Este tipo de patrón identificado no es necesariamente numérico y varía dependiendo del tipo de problema.

Dos aspectos importantes de la particularización son que este procedimiento permite observar cada objeto o elemento separado de los demás y que para que la secuencia esté correcta, Mateo considera que debe conservar los mismos colores, es decir, igual propiedad o característica, en cuanto al color. En la Ilustración 18 - Instrumento 1, caso Mateo – Episodio 1, se observa la particularización a partir del instrumento y de su respectiva entrevista semi-estructurada.

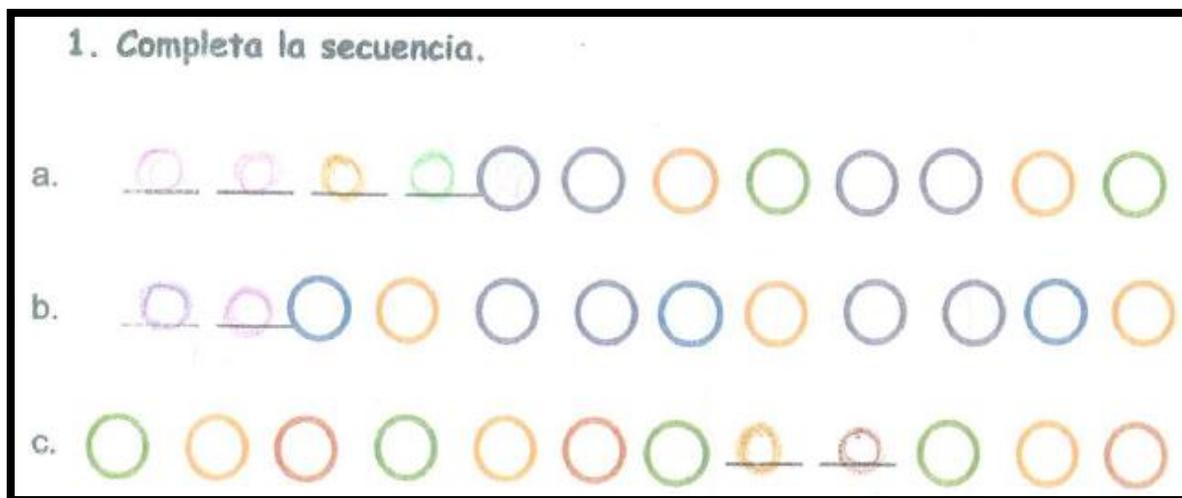


Ilustración 18 - Instrumento 1, caso Mateo – Episodio 1

Investigador: ¿Cuál punto te pareció más fácil, y por qué?

Mateo: el uno, porque había que seguir la secuencia y eso era muy fácil, morado, morado, morado, el verde, había que seguir la secuencia y completarla.

Investigador: ¿En qué punto tuviste más dificultades y por qué?

Mateo: en ninguno

Investigador: ¿Qué tuviste en cuenta para completar la secuencia correspondiente al literal c del primer punto?

Mateo: mire la secuencia y estaba así: verde, amarillo, café, verde amarillo y café, me dí cuenta lo que seguía por lo que había primero.

En la entrevista Mateo afirma que el punto 1 estaba fácil, lo explica a partir de ejemplos particulares.

En la Ilustración 19 Ilustración 19 - Instrumento 1, caso de Mateo – Episodio 2, se da cuenta de otro caso de particularización llevado a cabo por el estudiante Mateo en el instrumento 1 para la acción de verificar

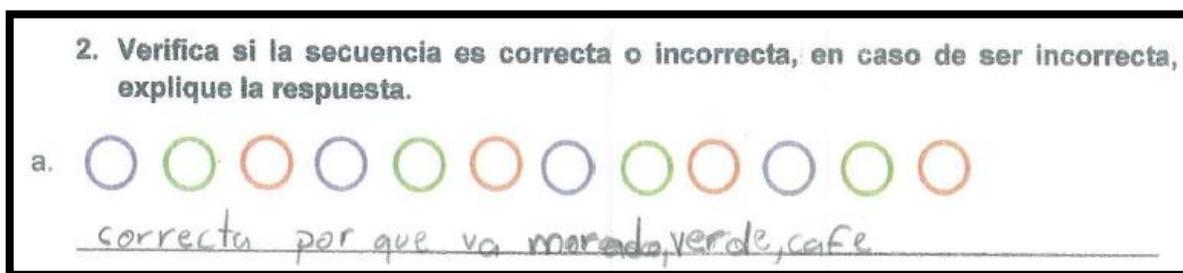


Ilustración 19 - Instrumento 1, caso de Mateo – Episodio 2

Investigador: ¿En el segundo punto, qué fue lo primero que tuviste en cuenta para determinar si la secuencia era correcta o incorrecta?

Mateo: primero había que observarla y ver los colores uno por uno. Primero era azul, verde café, azul verde café, y así tuve en cuenta los colores y en la secuencia en que iban.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

4.1.1.2 *Desviación particular*

La desviación particular consiste en identificar el cambio constante, es decir que cambia siempre la misma cantidad (ni una de más ni una de menos)

Cuando el estudiante dice que no se desvía o se desvía mencionando los colores, quiere decir que existe un cambio constante con base en el orden de los mismos. Es evidente que considera suficiente la ejemplificación en la explicación.

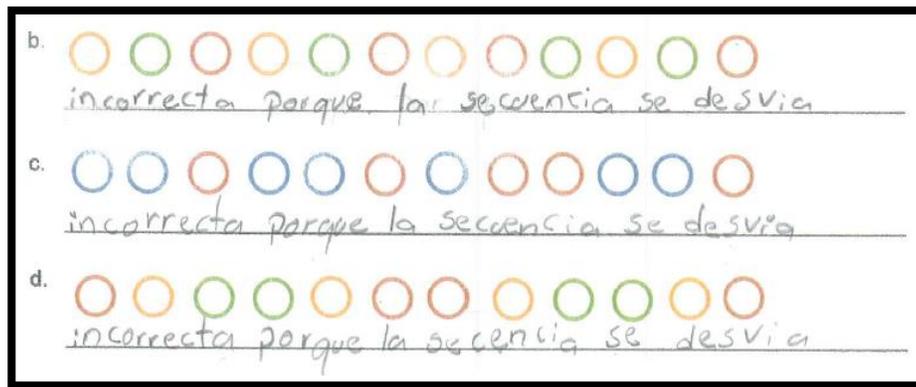


Ilustración 20 - Instrumento 1, caso Mateo - Episodio 3

Investigador: En los literales b, c y d del segundo punto, empleaste la expresión “se desvía” ¿qué significa que la secuencia se desvía?

Mateo: que se va por otro lado que ya no sigue la secuencia en que va. Si no se va por otro lado entonces no se desvía.

Investigador: En el tercer punto, siempre afirmas que la secuencia “no se desvía”, ¿cuándo podemos afirmar que una secuencia no se desvía?

Mateo: porque va en el orden en que tiene que ir como esta, amarillo, azul y rojo, amarillo azul y rojo, amarillo azul y rojo, amarillo azul y rojo amarillo azul y rojo y no se desvía, no se va por otra parte ni se cambia la esencia.

Investigador: ¿Podrías dar ejemplos de secuencias que se desvían y de secuencias que no se desvían?

Mateo: morado, amarillo, rojo, morado, amarillo y rojo, rojo, morado, amarillo ahí se desvía. Una que no se desvía triángulo, cuadrado, círculo, triángulo cuadrado círculo triángulo, cuadrado círculo.

4.1.2 Categorías emergentes en el caso de Adrián

Los dos instrumentos junto con la entrevista semi-estructurada fueron aplicados por los investigadores a Adrián, pero las dos categorías emergentes que se presentarán a continuación surgieron sólo del instrumento número dos.

4.1.2.1 *Aumentar constantemente*

Es una estrategia de conteo que permite determinar si la operación indicada es la adición o la sustracción sucesiva de la misma cantidad. En este caso el tipo de patrón identificado es numérico, y dependerá de la observación de un elemento cualquiera con respecto al anterior y al siguiente; en dicha observación se determina la operación.

Cuando se le pedía completar, verificar o proponer secuencias, el estudiante recurría a un aumento constante. Esto se evidencia en los episodios, que se muestran a continuación.

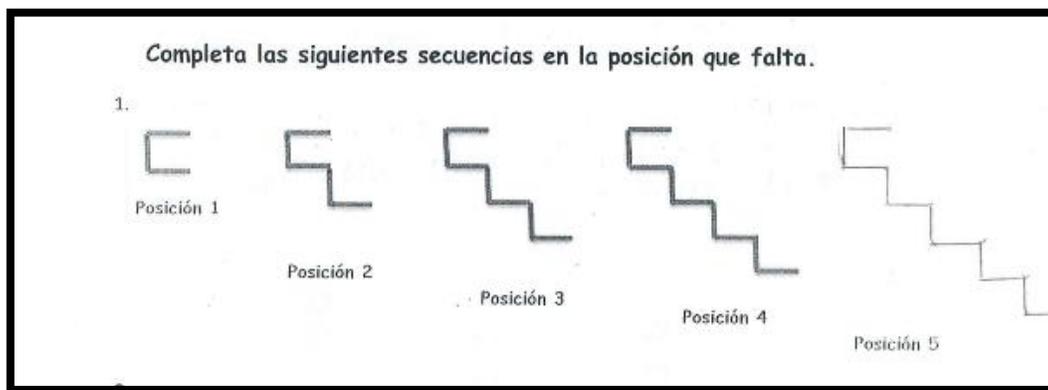


Ilustración 21 - Instrumento 2, caso Adrián – Episodio 1

Investigador: ¿Cómo pudiste deducir ésta última posición?

Adrián: Porque yo miraba y en cada posición aumentaba con un escalón

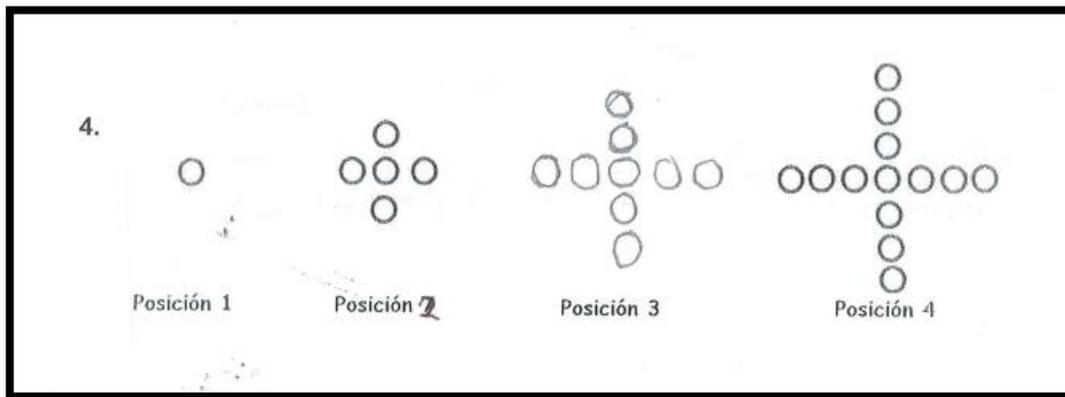


Ilustración 22 - Instrumento 2, caso Adrián – Episodio 2

Investigador: ¿qué recomendaciones darías a un compañero que quisiera completar correctamente la secuencia del cuarto punto?

Adrián: Yo la hice sumando en cada posición un círculo y yo la hice así, pues contándolos cuántos había que aumentarle y cuanto tenía que restarle.

4.1.2.2 Comparar uno a uno

Consiste en observar varios elementos de la secuencia (no necesariamente en orden), estableciendo relaciones o diferencias entre ellos, para luego identificar un patrón y así, completar una determinada posición.

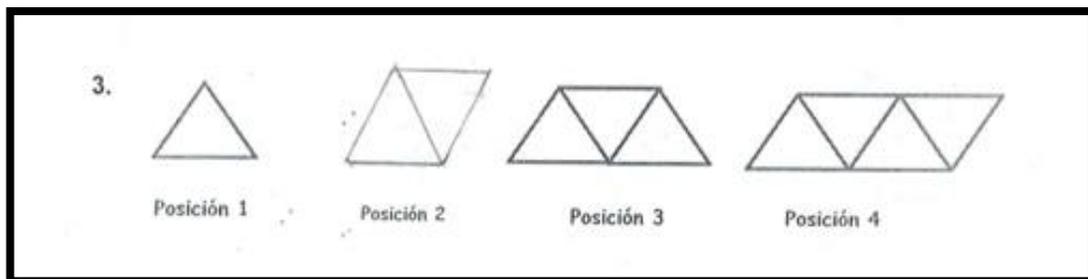


Ilustración 23 - Instrumento 2, caso Adrián - Episodio 3

Investigador: ¿Qué tuviste en cuenta para completar la secuencia correspondiente al tercer punto?

Adrián: Porque en esto se aumentaba en cada figura como un triángulo entonces por eso.

Investigador: ¿y cómo tenían que ser los triángulos?

Adrián: Pues uno de para arriba y uno para abajo y así sucesivamente y yo miré éste y miré los otros y luego saqué “este”, le botaba un triángulo y por eso me dio para hacer la posición.

De acuerdo con lo anterior, el estudiante expresa tener en cuenta tanto la figura anterior como la siguiente para determinar la posición que le falta. En esa misma línea y teniendo en cuenta la siguiente ilustración perteneciente a la aplicación del instrumento número dos, el estudiante expresa que “la secuencia esta mala la figura 4 tiene 3 y 2 estrellas y las otras están exactas”

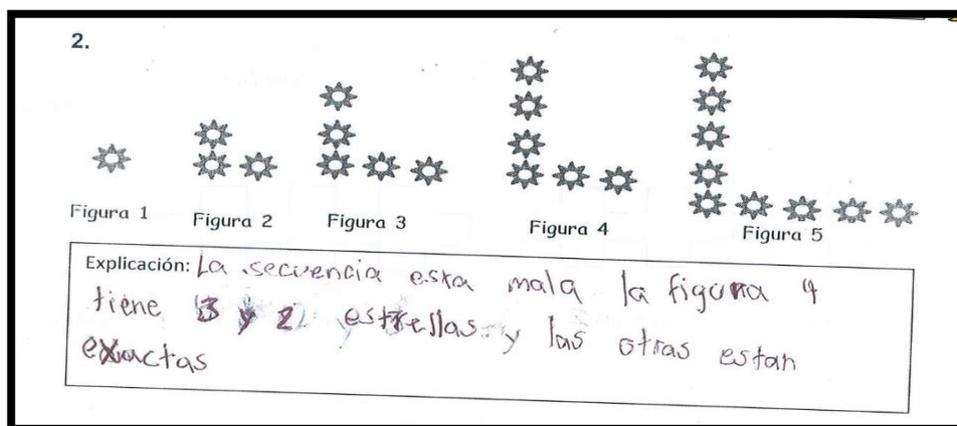


Ilustración 24 - Instrumento 2, caso Adrián - Episodio 4

4.1.3 Categorías emergentes en el caso de Sebastián

Los dos instrumentos se le aplicaron a Sebastián, de los cuales la categoría de repetición surgió del primer instrumento y la de orden emergió del segundo instrumento de aplicación.

4.1.3.1 *Repetición*

La repetición consiste en la observación de los elementos para determinar el siguiente término, aludiendo a que la figura, número u objeto recae en la misma acción o vuelve a comenzar regularmente, por lo que este tipo de patrón identificado no es necesariamente numérico y varía dependiendo de la secuencia propuesta.

Un aspecto a destacar de la repetición, es que este procedimiento permite ordenar los elementos tras la observación de las recurrencias, es un círculo en el que los elementos vuelven a suceder regularmente, se vuelve a poner o hacer lo que se había hecho, o decir lo que se había dicho como se define en la RAE.

De manera particular Sebastián afirma que para que la secuencia esté correcta, se debe ver muy bien, aludiendo a un proceso de observación y verificación en los colores como se muestra a continuación.

2. Verifica si la secuencia es correcta o incorrecta, en caso de ser incorrecta, explique la respuesta.

a. 
 Esta buena por que todas estan azul, verde, cafe

b. 
 Esta mala por que una esta amarilla, cafe, verde y todas estan amarilla, verde, cafe

c. 
 Esta mala por que todas estan azul, azul, cafe y una esta azul, cafe, cafe

d. 
 Esta mala por que dos estan buenas y dos malas.

Ilustración 25 - Instrumento 1, caso Sebastián - Episodio 1

Investigador: ¿Qué crees que debe saberse o tenerse en cuenta para verificar si una secuencia es correcta o incorrecta?

Sebastián: Tiene que ver muy bien

Investigador: Que significa estar bien

Sebastián: verificar bien, viendo los colores

Sebastián hace una equivalencia y relación directa entre los términos repetición, igualdad y regularidad, y se vale de estos elementos para completar la secuencia, él no solo manifiesta a través de la palabra repetición una posible definición a estas, sino que también se denota en sus explicaciones ejemplificadas como ha de observarse.

Investigador: ¿Qué tuviste en cuenta para completar la secuencia correspondiente al literal c del primer punto?

Sebastián: ... Como así

Investigador: Es decir como hiciste para saber que seguía amarillo y café

Sebastián: Porque ese tiene verde, amarillo, café, verde, amarillo, café, verde, amarillo, café

Investigador: ¿Cómo te diste cuenta que esos eran los colores que hacían falta para completar la secuencia del literal e en el primer punto?

Sebastián: porque la frecuencia estaba iguales.... Que todos están iguales --- hay repetición – regularidad.



Ilustración 26 - Instrumento 1, caso Sebastián - Episodio 2

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Es evidente que para Sebastián una secuencia siempre se repite, eso se muestra en el siguiente fragmento de entrevista que se le hizo y en el que se intentaba mostrar la existencia de otro tipo de secuencias.

Investigador: Que nos podrías decir y resumir que es una secuencia

Investigador: son dos palabras que son iguales y aquí que son diferentes

Sebastián: que están bien,

Investigador: iguales que

Sebastián: las figuras

Investigador: Si yo por ejemplo te propongo lo siguiente: 2, 4, 6, 8,10,...infinitos. ¿Sería una secuencia?

Sebastián: Si,

Investigador: por qué

Sebastián: porque después vuelve a empezar

Investigador: Como volvería a empezar

Sebastián: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14,16

Investigador: Pero si es una secuencia que es infinita, no se vuelve a repetir ejemplo 2, 4, 6, 8,10,12,14,16 infinitos

Investigador: Entonces que es una secuencia

Sebastián: Que se repite,

Investigador: pero que se repite

Sebastián: los número, figuras o cualquier cosa

Investigador: Entonces nosotros podríamos encontrar en cualquier cosa una secuencia

Sebastián: Si

Investigador: Por qué

Sebastián: Por qué se repite pero puede ser un valor o algo.

Investigador: Supongamos que estamos en el salón, cómo podemos encontrar una secuencia en el salón

Sebastián: Como las reglas

Investigador: En las reglas cual es la secuencia

Sebastián: la larga, el triángulo

4.1.3.2. Orden

Sebastián en sus explicaciones hace una asociación de secuencias bien elaboradas con las palabras están iguales, y las secuencias mal elaboradas con las palabras están diferentes, al respecto da una idea inicial de orden mediante el uso de conjunciones consecutivas como aquí esta y luego, para darlo por expreso en el transcurrir de su discurso y sus explicaciones con expresiones de orden como primero, segundo y tercero.

Investigador: En el numeral dos del tercer punto propusiste una secuencia donde afirmas que “están diferentes”, ¿qué significa que “están diferentes”?

Sebastián: Que este es naranjado, esta amarilla y aquí está morado y el naranjado es el primero

Sebastián: Que aquí esta amarillo, luego morado y aquí esta naranjado y luego amarillo

Investigador: En el numeral tres del tercer punto propusiste una secuencia donde afirmas que “están iguales”, ¿qué significa que “están iguales”?

Sebastián:que esta tiene amarillo, café y azul, este también, este también y éste también. Todas están iguales amarillo, café y azul....

Investigador: ¿Qué debería suceder para que quedaran iguales?

Sebastián: Poner naranjado de primero, el amarillo de segunda y el morado de tercero, naranjado de segundas y morado de terceras

La idea de orden se ve también implícita en la apelación a la autoridad, cuando se le solicitan diferentes ejemplos a los planteados en el instrumento como se muestra en el siguiente apartado.

Investigador: Supongamos que vamos hacer una secuencia diferente a las de las bolitas, que podrías decir

Sebastián: Verde, amarilla y azul, que tenga amarillo, azul y rojo,

Investigador: Otra distinta a la de colores

Sebastián: 1, 2, 3,

Investigador: ¿Cuál más?

Sebastián: triángulo, círculo, cuadrado

Investigador: Que sigue del cuadrado

Sebastián: El triángulo,

Investigador: triángulo, círculo, cuadrado. ¿Y no podría seguir aumentando ese número de lados?

Sebastián: Si.

Investigador: Pero entonces ese círculo no sobraría.

Investigador: Cómo podrías cambiar del círculo – tú dices triángulo círculo cuadrado, por cual cambiarías el círculo

Sebastián: Lo cambiaría por un rectángulo.

Investigador: Entonces cual seguiría

Sebastián: cuadrado

Investigador: habría dos cuadrados

Sebastián: No un círculo

Sebastián en sus explicaciones da una idea de orden al usar ciertas expresiones, cuando expone el ejemplo de triángulo, círculo, cuadrado, el investigador no encuentra coherencia con esta idea y existe un deseo de indagar sobre este aspecto que parecía tan claro en la argumentación de sus anteriores procedimientos y en su primer ejemplo, pero que con esta nueva idea se mostraba confuso, acaso como se podría percibir el orden es esa secuencia.

4.2 Justificación de las explicaciones de Patrones

Algunas de las explicaciones dadas por Mateo, son justificadas a partir de planteamientos de autores, tal y como lo es el caso de Portan y Costa (1996)

4.2.1 Patrón de repetición:

En el instrumento N°2, se le preguntó a Mateo acerca de qué entendía por secuencia, tal y como se ilustra a continuación.

Investigador: ¿qué es para ti una secuencia?

Mateo: es algo que se repite varias veces, lo mismo que se repite, algo que se repite varias veces. O sea varias cosas que van en orden y se repiten varias veces, así. Por ejemplo rectángulo, óvalo, cuadrado, círculo, rectángulo, óvalo, cuadrado, círculo, y eso se repite varias, varias veces.

Lo anterior, se relaciona con los planteamientos de Portan y Costa (1996) las cuales establecen que “son patrones de repetición aquellos en los que los distintos elementos son presentados en forma periódica. Existen y se pueden crear diversos patrones de repetición teniendo en cuenta su estructura de base o núcleo”.

En el caso de los instrumentos de aplicación, se aprecian secuencias que poseen núcleos de la forma ABA, que según Portan y Costa (1996) son aquellos en los que se repite por ejemplo: Palmada, golpe, palmada.

En este orden de ideas, en el documento *About patterns and algebra*. State of Queensland, Australia (Warren, 2005), se plantea que un patrón de repetición se define como aquel en el que hay una unidad discernible de repetición - una estructura cíclica que puede ser generada por la aplicación repetida de una porción más pequeña del patrón. El siguiente ejemplo es un patrón de repetición (p. 151). Ver la Ilustración 27 - Patrón de repetición

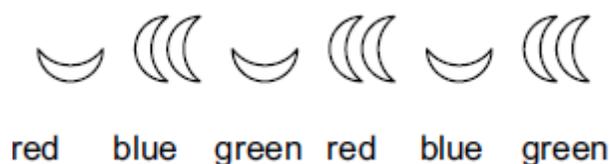


Ilustración 27 - Patrón de repetición

4.2.2 Patrón de crecimiento

Según (Warren, 2005), se establece que los patrones de crecimiento son aquellos en donde hay un cambio discernible en tamaño a medida que avanza patrón. Los patrones de crecimiento implican un cambio entre elementos sucesivos en el patrón, y este cambio se pueden describir utilizando una regla aritmética (p.152), además los patrones de crecimiento tienen unidades discernibles comúnmente llamados términos y cada término del patrón depende del término anterior y su posición en el patrón. Por ejemplo:

Lo anterior se evidenció en la entrevista tal y como se ilustra a continuación.

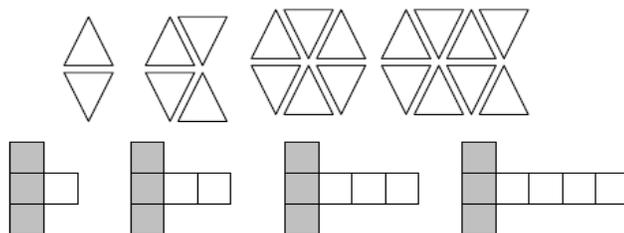


Ilustración 28 - Patrón de crecimiento

Investigador: ¿Siempre que haya aumento en las figuras, se puede hablar de “secuencias bien elaboradas”? ¿Por qué?

Mateo: porque se aumenta en cada lado y no hay una de más ni una de menos, y se va aumentando.

Capítulo IV – Análisis

Con base en los planteamientos previamente establecidos en los capítulos I, II, III y IV y, teniendo en cuenta la pregunta y el objetivo de investigación, se establecieron las conclusiones que se observan en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO V

5 Conclusiones

Las conclusiones que se presentan a continuación, se orientan bajo la idea dar respuesta a la pregunta de investigación, al objetivo general y al objetivo específico. De igual forma, se presentan los hallazgos y las conclusiones que se establecen a partir del análisis y de las categorías emergentes. Finalmente se anexan algunas recomendaciones y algunas preguntas a futuras investigaciones.

A nivel de los registros escritos, las explicaciones de los estudiantes se caracterizan por palabras, frases cortas o símbolos que denotan su interpretación de problemas con secuencias gráficas. A nivel verbal, los estudiantes explican con brevedad, razón por la cual la entrevista semi-estructurada facilitó tener mayor profundidad con respecto a sus indicios de razonamiento.

Para resolver problemas relacionados con secuencias, los estudiantes utilizan las acciones de particularizar, desviar, aumentar constantemente y comparar uno a uno que dan cuenta del razonamiento inductivo a través de las explicaciones escritas y verbales.

El caso de Mateo, tuvo como característica que dentro de sus explicaciones escritas recurre a la repetición como elemento esencial en la identificación de patrones. Además, Mateo considera la ejemplificación de problemas similares para explicar que el orden es importante al resolver una secuencia; es así, en donde el razonamiento inductivo como proceso de pensamiento se evidencia cuando el estudiante resuelve problemas a partir de las acciones de completar y verificar.

A su vez, Mateo en sus explicaciones verbales, expone dos acciones: el desviar los elementos de la secuencia y el particularizar a partir de ejemplos. En su discurso, hace referencia a las características similares de los elementos y de sus diferencias, lo que

Capítulo V - Conclusiones

permite evidenciar que el estudiante identifica patrones y resuelve problemas con secuencias.

Por otra parte, con respecto al caso de Adrián, se evidencian ciertas falencias en la acción de proponer secuencias de tipo gráfico, pues el estudiante explica de manera verbal que al no tener una secuencia de referencia es más complejo crear un patrón de cambio y así generar un problema de este tipo de progresión. Es por esto que se concluye que el estudiante presenta dificultades al momento de proponer secuencias y por ende su proceso de razonamiento inductivo en la acción anteriormente mencionada no es evidente.

Además, Adrián dentro de sus explicaciones de tipo verbal en la acción de completar, declara que es fácil establecer una posición determinada de cualquier elemento de la progresión si se identifica un patrón numérico, es decir una suma o una resta sucesiva de la misma cantidad, aclarando que, sin duda alguna es importante comparar los elementos, no necesariamente en orden, para establecer diferencias y similitudes, para finalmente definir el patrón de cambio de la progresión. Por ende, en Adrián se evidencia razonamiento inductivo y sabe resolver problemas con secuencias identificado el cambio numérico entre sus elementos.

En adición, a partir del razonamiento inductivo empleado por Adrián en los problemas de secuencias gráficas, se logran observar en sus declaraciones un alto grado de convencimiento personal, dejando claro lo que el estudiante entiende por patrón de cambio, y de este modo demuestra que tiene conocimiento y hace uso del razonamiento inductivo para resolver problemas con secuencias de tipo gráfico.

En el caso de Sebastián, el estudiante demostró una dificultad con respecto a cómo asume éste el concepto de secuencia, ya que para él solo tiene sentido una secuencia conformada a partir de un patrón de repetición, es decir no asume la existencia de secuencias con patrones de crecimiento o recurrencia. De acuerdo con lo anterior, le cuesta entender el cambio constante para resolver problemas con secuencias haciendo uso de razonamiento inductivo.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

En las explicaciones escritas y verbales de Sebastián se infiere el concepto de orden, ya que en ellas se nota de manera implícita al mencionar la posición de los elementos de la secuencia, lo anterior se denota en expresiones como “primero, segundo, tercero...”; el término anterior, el siguiente término. Sebastián resuelve problemas con secuencias haciendo uso de la posición de los elementos y de su orden.

Es importante reconocer diversas formas de explicar, puesto que las palabras y los registros escritos se complementan, ofreciendo indicios del razonamiento de los estudiantes para entender sus puntos de vista mediados por el convencimiento personal explícito en sus declaraciones.

En relación con los instrumentos de aplicación y con respecto a las acciones de completar, verificar y proponer, los estudiantes manifestaron que no están habituados a proponer problemas de secuencias, mientras que las tareas de completar y verificar les resultan familiares al momento de resolver problemas con secuencias de tipo gráfico.

A nivel verbal, se percibe que los estudiantes explican a partir de monosílabos y son tímidos en las respuestas, razón por la cual la entrevista semi-estructurada facilitó tener mayor profundidad con respecto a sus indicios. A nivel de los registros escritos, las explicaciones de los estudiantes se caracterizan por palabras, frases cortas o símbolos que denotan su interpretación de problemas con secuencias gráficas.

Es importante que los maestros de matemáticas de la institución educativa den a las explicaciones de tipo verbal y de tipo escrito la misma valoración que se les estipula a las respuestas de selección múltiple dentro de una prueba escrita y dentro de las actividades de clase.

Propiciar en el aula de clase contenidos relacionados con secuencias, patrones y regularidades al proceso de enseñanza, realizar una articulación con la malla curricular de matemáticas y las pruebas de periodo y tener en cuenta que las explicaciones escritas y verbales evidencian el razonamiento inductivo de los estudiantes. Por estas razones, este trabajo constituye un aporte a la Institución Educativa Bello Horizonte, a los Maestros de

Capítulo V - Conclusiones

matemáticas de primaria, y particularmente a la Maestra Cooperadora para su cualificación en su práctica.

Con respecto a los instrumentos empleados, es responsabilidad del maestro generar espacios, entendidos como interacciones con el estudiante, donde se valoren las producciones del estudiante, tanto la verbal a partir de la escucha como la escrita al momento de señalar y caracterizar estos registros, que ofrecen indicios de razonamiento.

La investigación está dirigida a maestros de matemáticas que ejercen en educación primaria, porque el estudio de patrones y regularidades de tipo gráfico es un tema que no ha sido enfático en la malla curricular de matemáticas de la Institución Educativa Bello Horizonte pese a que se propone en los estándares básicos de competencias y lineamientos curriculares de matemáticas. Además es un tema fundamental dentro de los exámenes de Estado para el grado quinto, particularmente en las Pruebas Saber Pro; por ende se recomienda fortalecer estas acciones para mejorar los resultados de dichas pruebas a nivel de razonamiento y de razonamiento inductivo.

Este trabajo aporta a investigadores interesados en temas como patrones, regularidades o progresiones aritméticas o en procesos de validación como las explicaciones, debido a que esta es una actividad transversal en los temas comprendidos en el currículo colombiano.

Esta investigación puede ser un aporte a futuras investigaciones que tengan como propósito el desarrollar las explicaciones escritas y verbales en resolución de problemas, así como aquellas en donde se pretenda llevar a cabo un estudio de casos con aquellos estudiantes que evidencian ciertos problemas al resolver y explicar problemas relacionados con secuencias de tipo numérico y de tipo gráfico.

De este trabajo investigativo surgen ciertas preguntas relacionadas con las explicaciones de tipo verbal y escrito, que pueden orientar futuras investigaciones en relación a las temáticas de la presenta investigación o en relación a otras temáticas. Tales preguntas podrían ser:

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

- ¿Cómo explican los estudiantes del grado 5° problemas relacionados con progresiones geométricas?
- ¿Cómo la resolución de problemas favorece el desarrollo del razonamiento inductivo en progresiones aritméticas y geométricas?
- ¿Cómo los estudiantes formulan problemas a partir de las progresiones aritméticas y geométricas?
- ¿Cómo favorecer en los estudiantes de grado quinto la acción de proponer problemas relacionados con progresiones de tipo aritmético?
- ¿Qué otras acciones deberían implementarse para favorecer el desarrollar razonamiento inductivo en el tema de progresiones aritméticas y secuencias de tipo gráfico, específicamente en la identificación, la verificación y la formulación de problemas?

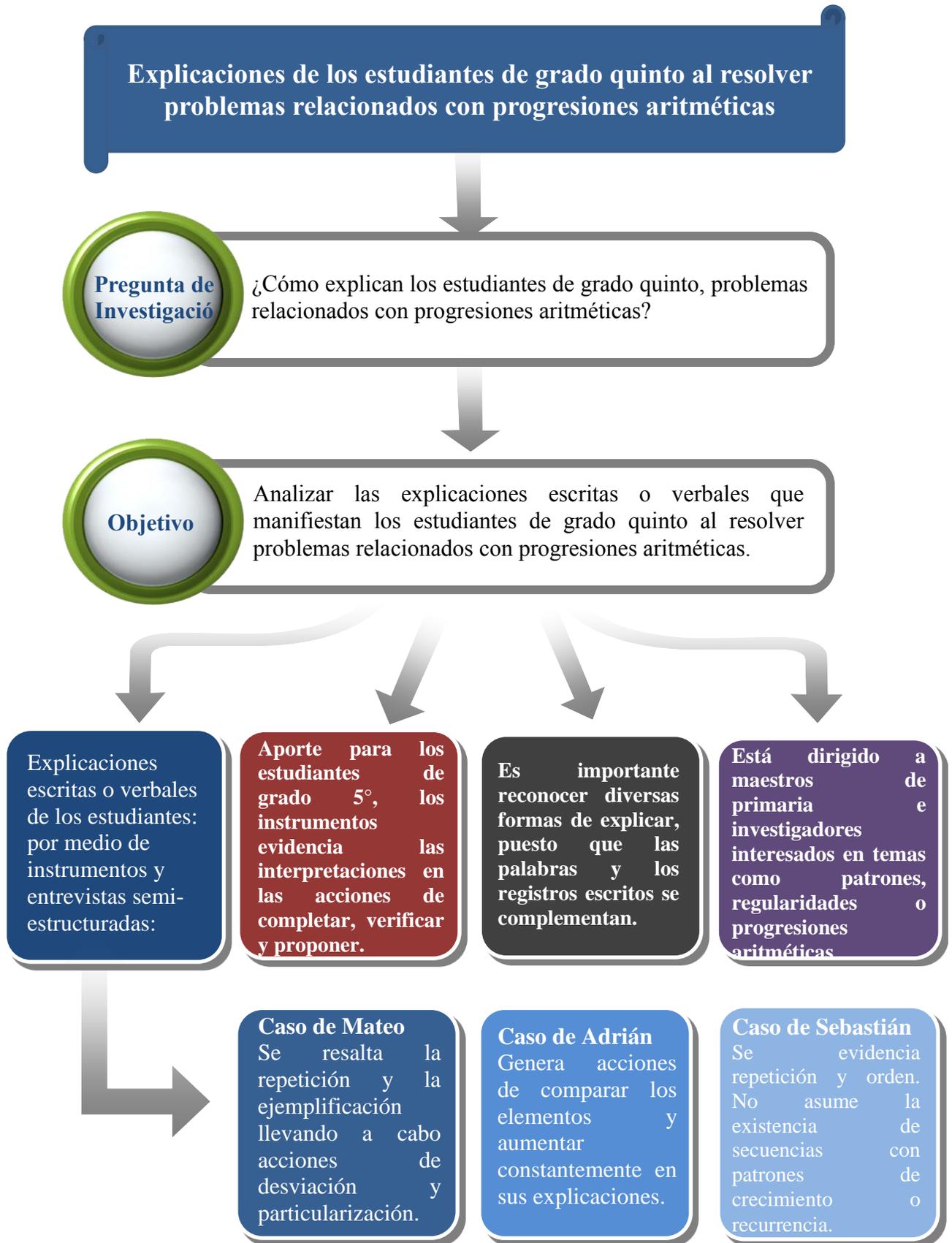


Ilustración 29 - Conclusiones

6 Bibliografía

Ascencio , J. R. (2005). *Saber Matemáticas 4*. Bogotá: Ed. Futuro.

Ascencio, J. R. (2005). *Saber Matemáticas 5*. Bogotá: Ed. Futuro.

Balacheff, N. (2000). *Los procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Santa Fé de Bogotá: Una empresa docente.

Camargo, L. (2003). *Espiral 4*. Bogotá: Grupo editorial Norma.

Camargo, L. (2003). *Espiral 5*. Bogotá: Grupo editorial Norma .

Cañadas, M. C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas*. Granada: Tesis Doctoral, Universidad de Granada.

Cañadas, M. C. (2007). *Universidad de Granada*. Retrieved mayo 11, 2012

Cañadas, M. C., & Castro, E. (2005). *Razonamiento inductivo de 12 alumnos de secundaria en la resolución de un problema matemático*. España: Actas del VIII Simposio de la SEIEM.

Cañadas, M. C., & Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 67-78.

Castro, E., Cañadas, M. C., & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 55-67.

Castro, E., Cañadas, M. C., & Molina, M. (2010, Abril). EL razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55-67.

Celiz, M. J., Zingaretti, M. L., & Feliziani, V. A. (2006). *La resolución de problemas como objeto de enseñanza y medio para el aprendizaje*. Retrieved from <http://unvm.galeano.com/cap09.pdf>.

Chizner, A. (2006). *Amigos de las Matemáticas 5*. Bogotá: Santillana.

Denzin, N., & Lincoln, Y. (2005). *Handbook of Qualitative Research*. Thosuan Oaks: Inc. Introduction.

Días, F. & otros. (2007). *Con sentido Matemático 5*. Bogotá: Editorial Ingenio.

Bibliografía

- Eisenhardt , K. M. (1989). Building Theories From Case Study Research. *Academy of Management. The Academy of Management Review*, 14(4), 53.
- Gallego, G. (2000). . . *Dificultades de aprendizaje en las matemáticas*. Medellín: Documento inédito.
- Gobernación de Antioquia. (2012, junio 6). *Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas*. . Retrieved from http://cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1161187088328_488799458_19195
- ICFES. (2009). *Resultados de quinto grado en el área de matemáticas Institución Educativa Bello Horizonte*. Retrieved agosto 13, 2013, from <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp#>
- ICFES. (2012). *Resultados de quinto grado en el área de matemáticas Institución Educativa Bello Horizonte*. Retrieved octubre 13, 2013, from <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp#>
- ICFES. (2013, septiembre 3). *mejor saber*. Retrieved from <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>
- Institución Educativa Bello Horizonte. (2012). *Plan de Matemáticas*. Medellín.
- Malaspina, U. (2012, diciembre). Enseñanza de las matemáticas: retos en un contexto global. *revista Iberoamericana de educacion matemática*(32), 9-27.
- Mason, J. (1999). La incitación del estudiante hacia el uso de su capacidad natural para expresar generalidad: Las secuencias de Tunja. *EMA*, 4(3), 232-247.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (2003). *Estándares Curriculares de Competencias*. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (2012). *Proyecto Sé Matemáticas 4*. Bogotá: Ediciones sm.
- MEN. (2012). *Proyecto Sé Matemáticas 5*. Bogotá: Ediciones sm.
- Mendoza Bedoya, C., Hurtado Betancur, J., & Mercado Romero, J. (2013). Explicaciones de los estudiantes de grado quinto en progresiones aritméticas. *Ciencia, Ingeniería y educación científica, edición especial*, 358-361.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

- Merino, E. (2012). *Patrones y representaciones de alumnos de 5° de educación primaria en una tarea generalización*. Granada: Tesis de Maestría.
- NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Andalucía.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. (T. c. Zugazagoitia, Trans.) Princeton: University Press.
- Pólya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos.
- Portan de Bressan, A. M., & Costa de Bogisic, B. E. (1996). *Las regularidades: fuentes de aprendizaje matemático*. Buenos Aires.
- Richman, H. (1976). *W. Dilthey, selected writings*. Cambridge: UK, Cambridge. University Press.
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. 15-59.
- Rico, L. (1997). *Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Rodriguez, G., Gil, J., & Garcia, E. (1996). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Granada, España: Ediciones Aljibe.
- Soto, E. (2011). *Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos*. Mexico.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Tamayo, M. (2004). *El proceso de la investigación científica*. México: Limusa.
- Velásquez, L. (2012). Enseñanza de sucesiones numéricas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria. Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Warren, E. (2005). *About patterns and algebra*. Queensland, Australia : Queensland studies authority.
- Yin, R. K. (1987). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park: CA: Sage.

ANEXOS

Anexo A - Formato diario de campo

<i>FORMULARIO DE OBSERVACION BASADA EN EL TEMA DE ESTUDIOS DE CASOS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA⁷</i>				
<i>OBSERVADOR #:</i>			<i>FECHA</i>	<i>HORA: De... a ...</i>
<i>Nombre-Edad</i> <i>Maestro</i>		<i>Edad</i>	<i>Grupo</i>	<i>Fecha de la transcripción el mismo día</i>
<i>Maestro en formación</i>				<i>Si</i> <i>No</i>
<i>Maestro cooperador:</i>				
<i>Experiencia del maestro</i>	<i>Enseñanza directa:</i>		<i>N° de estudiantes en el salón de clase:</i>	<i>Asignatura:</i>
	<i>Si</i>	<i>No</i>		<i>Tema: _____</i>
<i>RESUMEN DE LA CLASE, ACTIVIDADES</i>			<i>COMENTARIOS SOBRE LOS TEMAS DE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS</i>	
<i>DESCRIPCION DEL AULA</i>	<i>ORIENTACION PEDAGOGICA</i>		<i>OBJETIVO DEL MAESTRO</i>	<i>REFERENCIAS A:</i>
<i>Espacio de aprendizaje:</i>	<i>Libro de texto:</i>		<i>Didáctico:</i>	<i>Método científico:</i>
<i>Espacio de ciencias:</i>	<i>Ejercicios estándar:</i>		<i>Heurístico:</i>	<i>Tecnología:</i>
<i>Espacio de competición.</i>	<i>Resolución de problemas y razonamiento</i>		<i>Filetico:</i>	<i>Ética-religión-moral</i>

⁷ Observador tomado y adaptado por John Henry Durango Urrego, del texto: Investigación con Estudio de Casos de Stake (1999).

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Anexo B Mapa de Medellín y Robledo - Bello Horizonte

Anexo B1 - Mapa de Medellín



Anexo B2 - Robledo - Bello Horizonte



Anexo C – Malla Curricular de grado quinto – segundo período

ÁREA:	MAESTRA:	GRADO:	PERIÓDO:
MATEMATICAS		QUINTO	SEGUNDO

OBJETIVO DE GRADO:

Resolver situaciones matemáticas que incluyan las estructuras aditiva y multiplicativa, las propiedades y relaciones de los fraccionarios, en relación con el trabajo de cuerpos geométricos, media y moda, razones y proporciones, propiciando una lectura e interpretación de situaciones de la cotidianidad donde las investigaciones, comparaciones, aplicaciones y solución de problemas son necesarias para la integración de los conceptos descubiertos a su formación integral.

PREGUNTA PROBLEMATIZADORA:

¿Conoces algunas propiedades de los números?⁸

¿Trabajando a partir del cuerpo humano cada uno de sus tejidos, órganos y sistemas será posible desarrollar la temática contenida en este periodo?

EJES GENERADORES:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Pensamiento métrico y sistemas de medida.

Pensamiento Variacional y sistemas analíticos y algebraicos.

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

CONTENIDOS	ESTÁNDARES	COMPETENCIAS	INDICADORES DE DESEMPEÑO
<p>CONCEPTUALES:</p> <p>Conceptualización de divisibilidad, descomposición en factores primos.</p> <p>Realización de ejercicios de, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.</p> <p>Ángulos complementarios y suplementarios.</p> <p>Áreas de polígonos regulares y de figuras compuestas.</p> <p>Elaboración de diagramas de doble barra.</p> <p>Media aritmética y moda.</p>	<p>-Investigo y aplico las propiedades de los números naturales.</p> <p>-Represento y analizo las relaciones entre dos cantidades variables mediante tablas, gráficos en el plano cartesiano, palabras o ecuaciones.</p> <p>-Encuentro soluciones de una cantidad desconocida en una ecuación lineal sencilla.</p> <p>-Identifico y construyo parejas de ángulos con medidas dadas.</p> <p>-Desarrollo, comprendo y utilizo formulas para encontrar áreas de polígonos regulares y de figuras compuestas.</p> <p>-Manejo con fluidez las</p>	<p>*Deducir regularidades en los números que son divisibles por otro</p> <p>*Resolver y plantear situaciones cuya solución esté relacionada con multiplicación y división (múltiplos, divisores, m.c.m y M.C.D.)</p> <p>*Descomponer números en sus factores primos y resuelve problemas haciendo uso de ese hecho</p>	<p>Realiza la descomposición en factores primos de un número compuesto.</p> <p>Encuentra el máximo común divisor de dos o más números.</p> <p>Reconoce el comportamiento de dos magnitudes en un problema de variación constante.</p> <p>Halla el complemento de un ángulo.</p> <p>Determina el ángulo suplementario de un ángulo dado.</p> <p>Aplica las unidades de área y sus conversiones para la solución de problemas y ejercicios.</p> <p>Halla el área de polígonos regulares.</p>
<p>PROCEDIMENTALES:</p> <p>Resolución e ejercicios de descomposición de números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.</p> <p>Diferenciación sobre los ángulos complementarios y suplementarios y descripción en forma oral o escrita sus características.</p> <p>Aplica en forma adecuada los conocimientos adquiridos para hallar el área de polígonos regulares y de figuras compuestas.</p> <p>Recolección y organización de datos para poder obtener la media aritmética y la moda</p>	<p>-Encuentro soluciones de una cantidad desconocida en una ecuación lineal sencilla.</p> <p>-Identifico y construyo parejas de ángulos con medidas dadas.</p> <p>-Desarrollo, comprendo y utilizo formulas para encontrar áreas de polígonos regulares y de figuras compuestas.</p> <p>-Manejo con fluidez las</p>	<p>*Resolver y plantear situaciones cuya solución esté relacionada con multiplicación y división (múltiplos, divisores, m.c.m y M.C.D.)</p> <p>*Descomponer números en sus factores primos y resuelve problemas haciendo uso de ese hecho</p>	<p>Halla el complemento de un ángulo.</p> <p>Determina el ángulo suplementario de un ángulo dado.</p> <p>Aplica las unidades de área y sus conversiones para la solución de problemas y ejercicios.</p> <p>Halla el área de polígonos regulares.</p>

Anexos

<p>ACTITUDINALES:</p> <p>Realiza con dedicación e interés los ejercicios asignados de descomposición de los números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.</p> <p>Utiliza y maneja en forma adecuada los instrumentos de medición de ángulos.</p> <p>Promueve entre sus iguales la multiplicación de conocimientos adquiridos para el bien grupal.</p> <p>Plantea actividades, acciones concretas para superar sus dificultades en el área de matemáticas.</p>	<p>unidades métricas cuadradas.</p> <p>-Encuentro la media, la mediana y la moda de un sistema de datos e interpreto su significado.</p> <p>-Identificar el ángulo como giros , aberturas, inclinaciones en situaciones estáticas y dinámicas</p>	<p>*Relacionar el entorno con conceptos geométricos.</p> <p>*Analizar información representada en diagrama de barras</p>	<p>Encuentra el área de figuras compuestas.</p> <p>Interpreta y diseña diagramas de doble barra en una situación estadística.</p> <p>Determina la media y la moda de un grupo de datos.</p>
--	---	--	---

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Anexo D – Prueba de periodo



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE
Aprobada por Resolución No 4518 del 22 de noviembre de 2005

PRUEBA PERIODO II
GRADO QUINTO TEMA A
ÁREA MATEMÁTICAS

NOMBRE DE LA ESTUDIANTE _____

FECHA: 23 de mayo / 12

Antes de iniciar la prueba, lea atentamente el proceso desarrollado

adecuados, analice y responda según el caso. Recuerda que no hay calificación si no

Natalia tenía una tarea por hacer: una encuesta sobre programas de TV. Invitó a los niños de la fiesta a que escogieran sus preferencias y las organizó en la siguiente tabla:

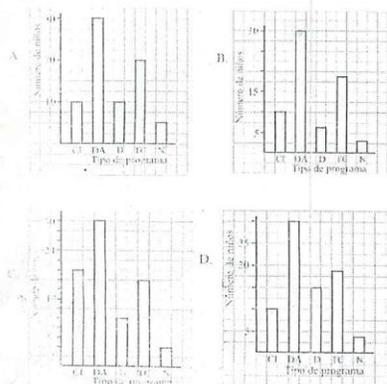
TIPO DE PROGRAMA	NÚMERO DE NIÑOS
Concursos Infantiles (CI)	10
Dibujos Animados (DA)	30
Deportivos (D)	7
Titeres y Cuentos (TC)	18
Ninguno (N)	3

Usa esta tabla para responder las preguntas 1 y 2

1. Si cada niño dio una única respuesta, ¿cuántos niños fueron encuestados?

- A. 30
- B. 45
- C. 65
- D. 68

2. De acuerdo con los datos presentados en la tabla, ¿cuál de las siguientes gráficas representa la información registrada?



3. Una chocolatina vale \$ 300. Si se compran 4 de estas chocolatinas, se pagará

- A. \$ 120
- B. \$ 304
- C. \$ 900
- D. \$ 1.200

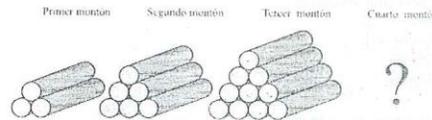
4.



De las siguientes operaciones planteadas, ¿en cuál NO se obtiene el total de círculos dibujados?

- A. $3 + 5$
- B. 3×5
- C. $5 + 5 + 5$
- D. $3 + 3 + 3 + 3 + 3$

5. Observa el dibujo, analiza cómo el número de troncos aumenta en cada montón:



Si se arma un cuarto montón siguiendo esta secuencia ¿cuántos troncos tendría?

- A. 11 troncos
- B. 13 troncos
- C. 15 troncos
- D. 16 troncos

6. se puede definir un polígono regular como:

- A. figura geométrica con lados iguales y cuatro vértices
- B. figura geométrica con lados y ángulos iguales
- C. figura geométrica con vértices y lados desiguales
- D. figura geométrica con lados y diagonales desiguales

7. dibuja y calcula el perímetro de un cuadrado de lado 5 cm.



Anexo E - Problemas de secuencias en pruebas saber

Anexo E1 – Instrumento diagnóstico 1

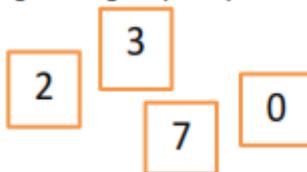


INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: _____ **Grado:** 5° **Fecha:** _____

Marca con una x la respuesta correcta

1. En la clase de matemáticas, la profesora Marta presenta las siguientes cuatro fichas marcadas con algunos dígitos para que los niños formen números



¿Cuál es el mayor número de tres dígitos que los niños pueden formar con las fichas?

- A. 327
- B. 372
- C. 732
- D. 735

RESPONDE LAS PREGUNTAS 2 Y 3 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

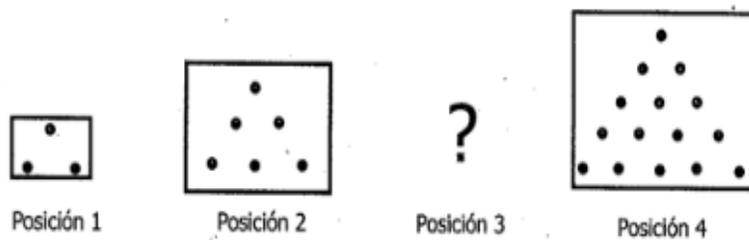
Los estudiantes de grado quinto votaron para escoger la actividad con la que participarán en la celebración del día del Colegio

Actividad	Quinto A	Quinto B
Danza	10	6
Teatro	7	10
Canto	9	9
Poesía	4	5

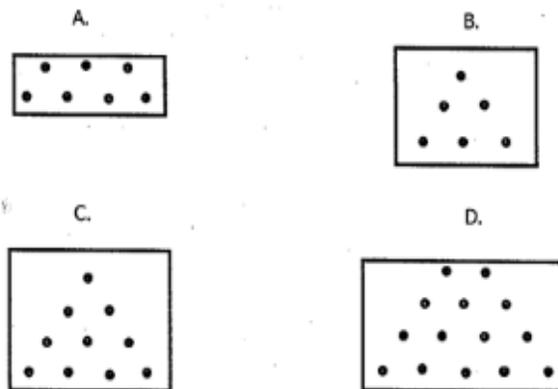
2. ¿Qué actividad fue escogida por la mayoría de estudiantes de grado quinto?
- A. Danza.
 - B. Teatro
 - C. Canto
 - D. Poesía
3. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones, acerca de la votación de los estudiantes de grado quinto, es o son verdadera (s)?
- I. La actividad favorita de Quinto A es canto.
 - II. La actividad favorita de Quinto B es teatro
 - III. El número de niños que prefieren la poesía en Quinto A y en Quinto B es el mismo
- A. I solamente
 - B. II solamente
 - C. I y III solamente
 - D. II y III solamente

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

4. Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?
- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas
 B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas
 C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
 D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.
5. Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura correspondiente a la posición 3.



¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?



Justifica la respuesta N° 5: _____

Anexo E2 - Instrumento diagnóstico 2

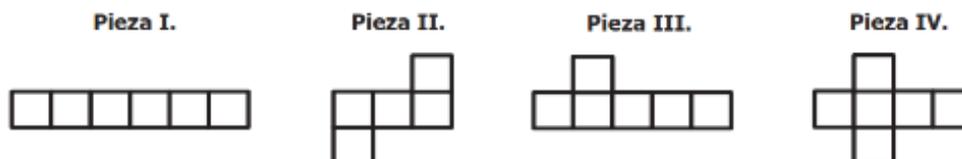


INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: _____ **Grado:** 5° **Fecha:** _____

Marca con una x la respuesta correcta

1. A Juana le dieron 4 piezas de cartulina como las que se muestran a continuación.



Ella quiere construir un cubo haciéndole dobleces a alguna de estas piezas; ¿cuál de las piezas debe seleccionar Juana?

- A. La pieza I.
- B. La pieza II.
- C. La pieza III.
- D. La pieza IV.

Responde las preguntas 2 y 3 de acuerdo con la siguiente información

Carlos, Juan y María son hermanos. Carlos tiene 25 años, Juan tiene 35 años y María tiene 17 años.

2. ¿Cuál es el orden de los hermanos del menor al mayor?

- A. Carlos - Juan - María.
- B. María - Carlos - Juan.
- C. Carlos - María - Juan.
- D. María - Juan - Carlos.

3. ¿Cuál será la diferencia entre las edades de Juan y de Carlos dentro de 15 años?

- A. 10
- B. 15
- C. 20
- D. 25

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

4. La siguiente gráfica muestra los puntajes obtenidos por unos jugadores, luego de lanzar varias veces dos dados y sumar los puntos de sus caras superiores.

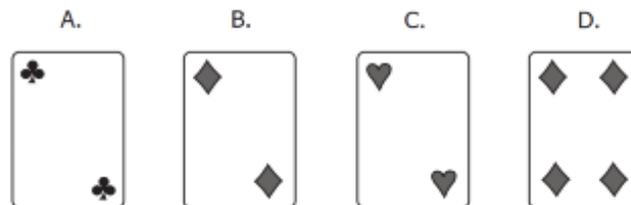


¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A. Los puntajes que salieron menos veces fueron el 5, el 9 y el 10.
 - B. Los puntajes que salieron más veces fueron el 6, el 7 y el 8.
 - C. El puntaje que salió menos veces fue el 12.
 - D. El puntaje que salió más veces fue el 4.
5. Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?



Justifica la respuesta N° 5: _____

Estudiante que Califica: _____ C= _____

Éxitos!!!

Anexo F - Resultados prueba saber 2009 y 2012⁹

Anexo F1 - Resultados prueba saber (2009)



MinEducación
Ministerio de Educación Nacional

PROSPERIDAD
PARA TODOS

Establecimiento educativo: INST EDUC BELLO HORIZONTE

Código DANE: 105001008249

Fecha de actualización de datos: viernes 16 de agosto 2013

Resultados de quinto grado en el área de matemáticas

En comparación con los establecimientos educativos con puntajes promedio similares en el área y grado, su establecimiento es, relativamente:

- Débil en Razonamiento y argumentación
- Débil en Comunicación, representación y modelación
- Fuerte en Planteamiento y resolución de problemas

Anexo F2 - Resultados prueba saber (2012)



MinEducación
Ministerio de Educación Nacional

PROSPERIDAD
PARA TODOS

Establecimiento educativo: INST EDUC BELLO HORIZONTE

Código DANE: 105001008249

Fecha de actualización de datos: viernes 16 de agosto 2013

Resultados de quinto grado en el área de matemáticas

En comparación con los establecimientos educativos con puntajes promedio similares en el área y grado, su establecimiento es, relativamente:

- Débil en Razonamiento y argumentación
- Débil en Comunicación, representación y modelación
- Débil en Planteamiento y resolución de problemas

⁹ Resultados de quinto grado en el área de matemáticas generado por el ICFES después de aplicarse la prueba para el año 2009 y 2012. Tomado de:

<http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx#>

Anexo G - Instrumentos de aplicación

Anexo G1 – Instrumento 1

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE****Nombre:** _____ **Grado:** 5° **Fecha:** _____**Taller 1****1. Completa la secuencia.**a. _____        b. _____          c.        _____   d.   _____    _____     e.              _____**2. Verifica si la secuencia es correcta o incorrecta, en caso de ser incorrecta, explique la respuesta.**a.            

b.            

c.            

d.            

3. Proponga tres (3) secuencias diferentes a las desarrolladas en los puntos 1 y 2, y luego explica el por qué están “bien elaboradas”.

1

2

3

Éxitos

Anexo G2 – Instrumento 2


INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE
Nombre: _____ **Grado:** 5^o **Fecha:** _____

Taller 2
Completa las siguientes secuencias en la posición que falta.

1.



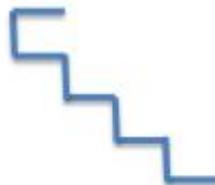
Posición 1



Posición 2



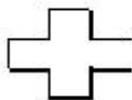
Posición 3



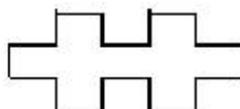
Posición 4

Posición 5

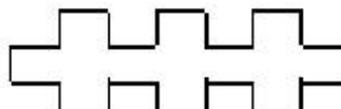
2.



Posición 1



Posición 2



Posición 3

Posición 4

3.



Posición 1



Posición 2

Posición 3



Posición 4

4.

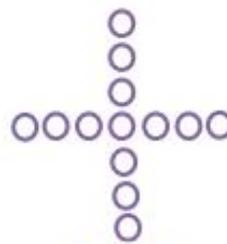


Posición 1



Posición 2

Posición 3



Posición 4

Verifica si las siguientes secuencias están bien elaboradas.

1.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

Explicación:

2.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

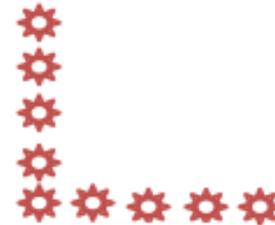


Figura 5

Explicación:

3.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

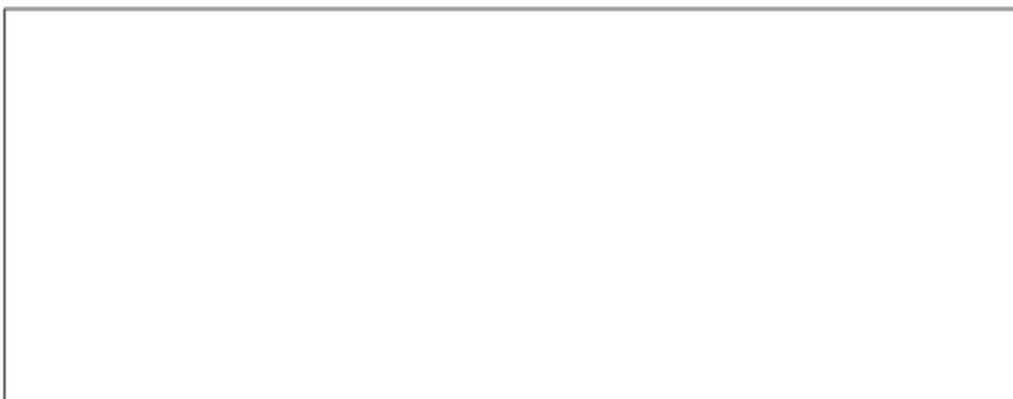


Figura 5

Explicación:

Proponga 2 secuencias y explique porqué están “bien elaboradas”, según tus ideas.

1.



2.



Anexo H - Soluciones escaneadas de los instrumentos de aplicación

Anexo H1 – Solución de Instrumento 1, el caso de Mateo



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: _____

Grado: 5º 1 Fecha: 24 de Mayo 2013

Taller 1

1. Completa la secuencia.

- a.
- b.
- c.
- d.
- e.

2. Verifica si la secuencia es correcta o incorrecta, en caso de ser incorrecta, explique la respuesta.

- a.
correcta por que va marado, verde, cafe
- b.
incorrecta porque la secuencia se desvia
- c.
incorrecta porque la secuencia se desvia
- d.
incorrecta porque la secuencia se desvia

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

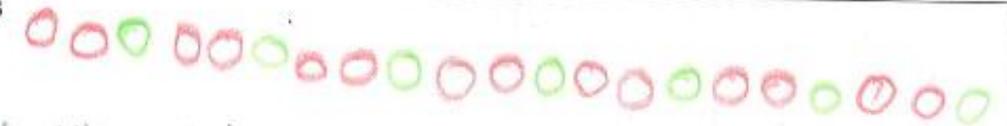
3. Proponga tres (3) secuencias diferentes a las desarrolladas en los puntos 1 y 2, y luego explica el por qué están "bien elaboradas".

1 

Por que va amarilla, Azul, rojo y no se desvia esta correcta

2 

Porque los colores van en orden y no se desvia esta correcta

3 

Va vien porque los colores van vien y no se desvian esta correcta



Anexo H2 – Solución de Instrumento 1, el caso de Adrián



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: _____

Grado: 5° 2 Fecha: 21/05/2017

Taller 1

1. Completa la secuencia.

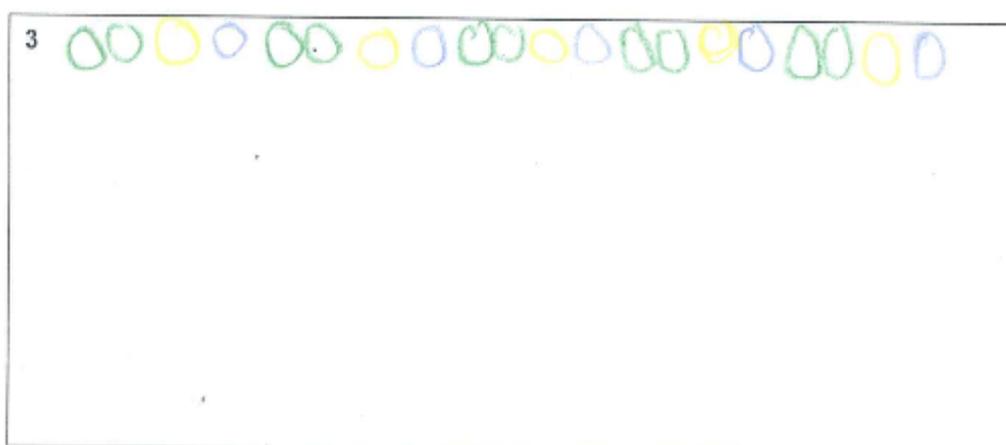
- a.
- b.
- c.
- d.
- e.

2. Verifica si la secuencia es correcta o incorrecta, en caso de ser incorrecta, explique la respuesta.

- a. _____
- b. _____
- c. _____
- d. _____

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

3. Proponga tres (3) secuencias diferentes a las desarrolladas en los puntos 1 y 2, y luego explica el por qué están "bien elaboradas".



Éxitos

Anexo H3 – Solución de Instrumento 1, el caso de Sebastián



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre:

Grado: 5° 2 Fecha: 21 de mayo

Taller 1

1. Completa la secuencia.

- a.
- b.
- c.
- d.
- e.

2. Verifica si la secuencia es correcta o incorrecta, en caso de ser incorrecta, explique la respuesta.

- a.
 Esta buena por que todas estan azul, verde, cafe
- b.
 Esta mala por que una esta amarilla, cafe, verde y todas estan amarilla, verde, cafe
- c.
 Esta mala por que todas estan azul, azul, cafe y una esta azul, cafe, cafe
- d.
 Esta mala por que que das estan buenas y das malas.

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

3. Proponga tres (3) secuencias diferentes a las desarrolladas en los puntos 1 y 2, y luego explica el por qué están "bien elaboradas".

1 

Estan buenas por que todas estan amarillo, cafe, azul

2 

estan malas por que todas son diferentes por que hay naranja, amarillo, azul y todas estan diferentes

3 

esta buena porque todas estan iguales y estan del color azul, cafe, morado

Éxitos

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Verifica si las siguientes secuencias están bien elaboradas y explica tu respuesta.

1.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

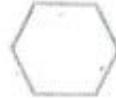


Figura 4



Figura 5

Explicación: la secuencia está bien elaborada por que a cada figura se le aumenta un lado la primera 3 lados, la segunda 4 lados la tercera 5 lados la cuarta 6 lados y la quinta 7 lados.

2.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

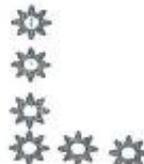


Figura 4

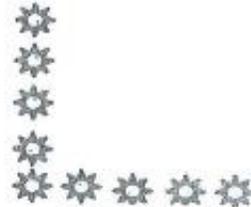


Figura 5

Explicación: esta mala la secuencia por que le falta una flor en la cuarta figura

3.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

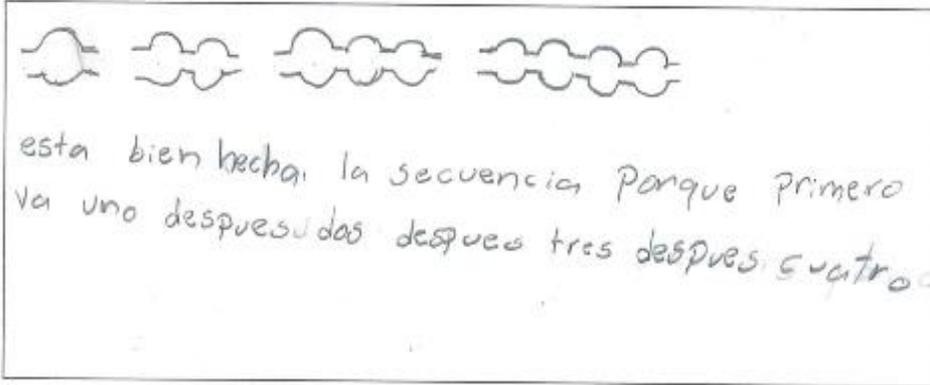


Figura 5

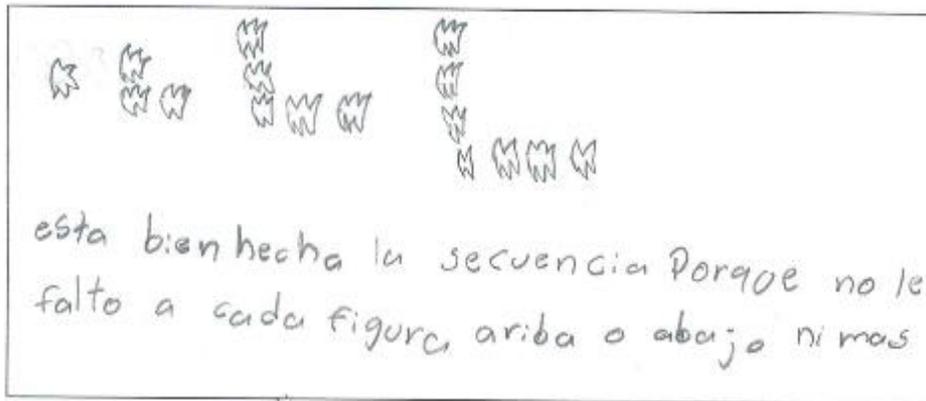
Explicación: esta bien la secuencia porque en ninguna de las figuras tiene demas diamante o menos diamantes

Proponga 2 secuencias y explique porqué están "bien elaboradas", según tus ideas.

1.



2.



Nunca consideres el estudio como un deber, sino como una oportunidad para penetrar en el maravilloso mundo del saber.

(A. Einstein)

Éxitos

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Anexo H5 – Solución de Instrumento 2, el caso de Adrián



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: .

Grado: 5º Fecha: 24/05/2013

Taller 2

Completa las siguientes secuencias en la posición que falta.

1.



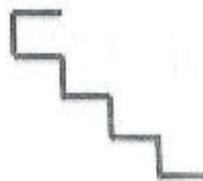
Posición 1



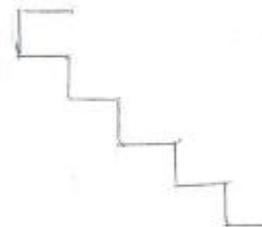
Posición 2



Posición 3



Posición 4

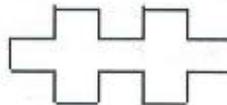


Posición 5

2.



Posición 1



Posición 2



Posición 3

Posición 4

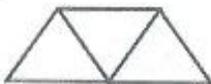
3.



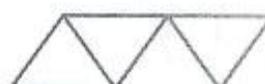
Posición 1



Posición 2



Posición 3

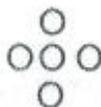


Posición 4

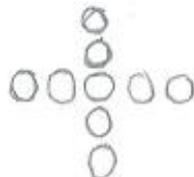
4.



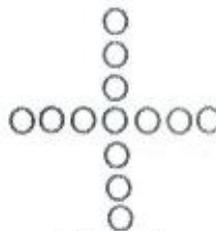
Posición 1



Posición 2



Posición 3



Posición 4

Verifica si las siguientes secuencias están bien elaboradas y explica tu respuesta.

1.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

Explicación: Las figuras están bien porque seguí la secuencia y es por los ángulos cada figura aumenta un ángulo.

2.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

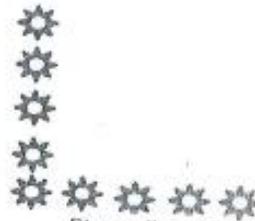


Figura 5

Explicación: La secuencia está mala la figura 4 tiene 3 ~~2~~ estrellas y las otras están exactas.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



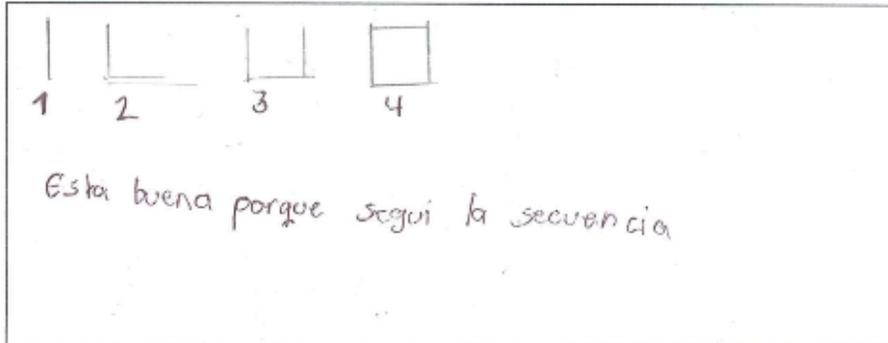
Figura 5

Explicación: La secuencia está buena porque está completa.

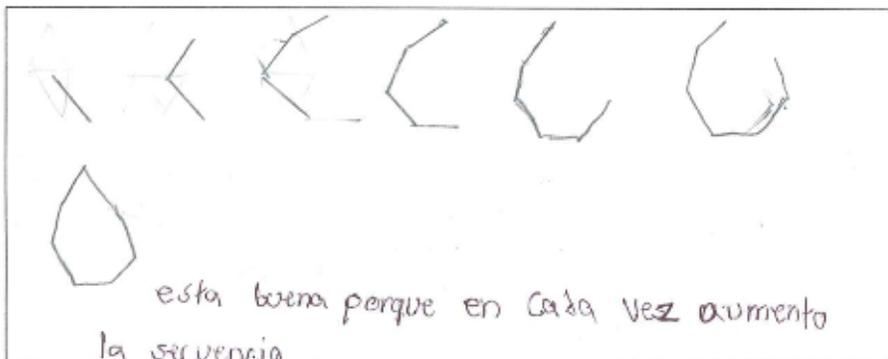
Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Proponga 2 secuencias y explique porqué están "bien elaboradas", según tus ideas.

1.



2.



Éxitos

Anexo H6 – Solución de Instrumento 2, el caso de Sebastián



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: Juan

lo: 5º 2 Fecha: mayo 20-2015

Taller 2

Completa las siguientes secuencias en la posición que falta.

1.



Posición 1



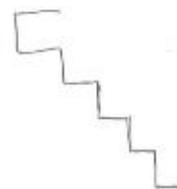
Posición 2



Posición 3

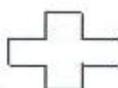


Posición 4



Posición 5

2.



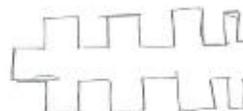
Posición 1



Posición 2



Posición 3



Posición 4

3.



Posición 1



Posición 2



Posición 3



Posición 4

4.



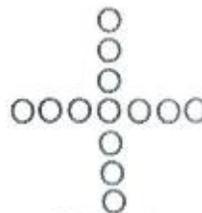
Posición 1



Posición 2



Posición 3



Posición 4

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Verifica si las siguientes secuencias están bien elaboradas y explica tu respuesta.

1.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

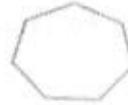


Figura 5

Explicación: Esta bien elaborada por que va desde figuras geométricas de esta manera: Triángulo, cuadrilátero, pentágono, Hexágono, Heptágono, 8

2.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

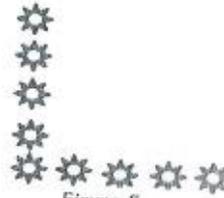


Figura 5

Explicación: Esta ~~está~~ elaborada por que por cada fase va sumando de a un ~~selecito~~ hasta que en la figura 4^a desde el punto de inicio hay a arriba hay 3 sales de los contrario por el otro lado hay solo 2.

3.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



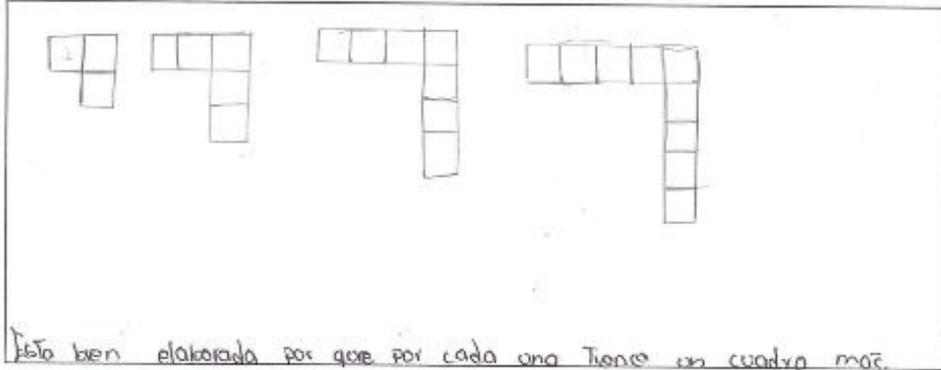
Figura 5

Explicación: Esta bien elaborada porque desde el punto de inicio es lo va sumando un ~~lemba~~ a cada figura.

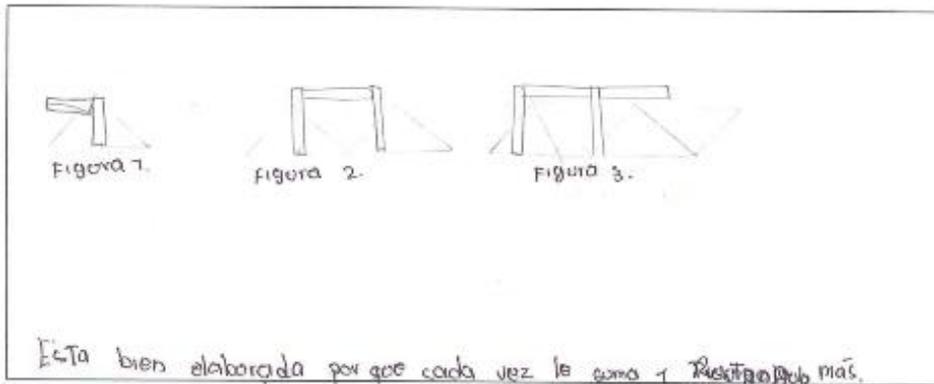
Anexos

Proponga 2 secuencias y explique porqué están "bien elaboradas", según tus ideas.

1.



2.



Éxitos

Anexo I - Transcripción de las entrevistas

Anexo II – Entrevista Mateo



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: Mateo Grado: 5º2

Investigador: Hola, ¿cómo estás?

Mateo: bien

Investigador: ¿Cómo te sentiste realizando el taller 1?

Mateo: Bien, muy entretenido

Investigador: ¿Por qué?

Mateo: (no responde)

Investigador: ¿Cuál punto te pareció más fácil, y por qué?

Mateo: el uno, porque había que seguir la secuencia y eso era muy fácil, morado, morado, morado, el verde, había que seguir la secuencia y completarla.

Investigador: ¿En qué punto tuviste más dificultades y por qué?

Mateo: en ninguno

Investigador: ¿Qué tuviste en cuenta para completar la secuencia correspondiente al literal c del primer punto?

Mateo: mire la secuencia y estaba así: verde, amarillo, café, verde amarillo, café, verde, amarillo y café y me di cuenta lo que seguía por lo que había primero.

Investigador: ¿En el segundo punto, qué fue lo primero que tuviste en cuenta para determinar si la secuencia era correcta o incorrecta?

Mateo: primero había que observarla y ver los colores uno por uno. Primero era azul, verde café, azul verde café, y así tuve en cuenta los colores y en la secuencia en que iban.

Investigador: Para que la secuencia correspondiente al literal b del segundo punto sea correcta, ¿cómo deben estar los colores?

Mateo: todos deben estar primero amarillo, verde y café, amarillo verde y café, si la cambiamos entonces esta mala. El error esta en lo último. *El estudiante nuevamente*

Anexos

desarrolla la secuencia explicando que si se cambia un color se altera el orden. Tiene que ver el orden

Investigador: En los literales b, c y d del segundo punto, empleaste la expresión “se desvía” ¿qué significa que la secuencia se desvía?

Mateo: que se va por otro lado que ya no sigue la secuencia en que va. Si no se va por otro lado entonces no se desvía.

Investigador: En el tercer punto, siempre afirmas que la secuencia “no se desvía”, ¿cuándo podemos afirmar que una secuencia no se desvía?

Mateo: porque va en el orden en que tiene que ir como esta, amarillo, azul y rojo, amarillo azul y rojo, amarillo azul y rojo, amarillo azul y rojo amarillo azul y rojo y no se desvía, no se va por otra parte ni se cambia la esencia.

Investigador: ¿Podrías dar ejemplos de secuencias que se desvían y de secuencias que no se desvían?

Mateo: morado, amarillo, rojo, morado, amarillo y rojo, rojo, morado, amarillo ahí se desvía.

Investigador: ¿Me podrías ejemplificar una secuencia que no se desvía?

Mateo: Una que no se desvía triángulo, cuadrado, círculo, triángulo cuadrado círculo triángulo, cuadrado círculo.

Investigador: En el numeral dos del tercer punto, haces mención al “orden” de los colores ¿crees que es importante el orden en una secuencia, y por qué?

Porque si no hay orden entonces si no, no está bien, está incorrecta.

Mateo: el orden es que están correctas, el orden es importante porque no está bien hecha si no hay orden.

Investigador: Muchas gracias campeón por tu disposición en esta entrevista.

Anexo II.2 - Entrevista Mateo

Investigador: ¿cómo se te sentiste realizando el taller 2?

Mateo: bien haciéndolo, este también hablaba de secuencias.

Investigador: ¿Cuál punto te pareció más fácil, y por qué?

Mateo: este (punto uno), porque primero va acá así, eso va como una escalera, entonces acá primero va un cuadrado así, después acá va un cuadrado y así como una escalera, acá ya van tres, uno dos tres, acá van cuatro, uno dos tres cuatro, y acá van cinco, uno dos tres cuatro y cinco, cinco escaleritas, cuando lo vi ya sabía.

Investigador: ¿En qué punto tuviste más dificultades y por qué?

Mateo: ninguno

Investigador: ¿Qué tuviste en cuenta para completar la secuencia correspondiente al tercer punto?

Mateo: porque primero iba el triángulo solo, después iba con otro ahí, después iba con este aquí, entonces yo tuve en cuenta porque mire, primero uno pues uno acá así normal y el otro así como voltea pa boca abajo, y ese otro así normal pa arriba, entonces como este estaba acá así entonces yo cogí el triángulo de acá y con este, porque así va la secuencia.

Investigador: AHH, entonces tu volteaste los triángulos para poderlos hacer, o sea tu tuviste en cuenta la posición.

Investigador: ¿Qué tuviste en cuenta para conocer la cantidad de círculos que conforman la figura de la posición 3, en el cuarto punto?

Mateo: porque acá primero iba una, después acá a lado iba una, y después aquí acá a cada lado iban de a dos, a no acá a cada lado iban de a tres, entonces de acá a cada lado iban de a dos

Investigador: ¿Por qué recomendaciones darías a un compañero que quisiera completar correctamente la secuencia del cuarto punto?

Investigador: ¿Qué recomendaciones le darías a un compañero que quisiera hacer una secuencia bien elaborada?

Mateo: en una secuencia de círculos, que primero viera los círculos que tenía a los lados y que sacara este para que viera bien y lo pudiera analizar bien.

Investigador: ¿y qué es para ti analizar?

Anexos

Mateo: es ver, estudiarlo y verificarlo

Investigador: Cuando se pedía “verificar” ¿qué fue lo primero que tuviste en cuenta para determinar si la secuencia era correcta o incorrecta?

Mateo: porque en la figura uno habían uno dos tres, en un triángulo y tenía tres lados y mientras avanzaban le ponían un lado más.

Investigador: ¿qué es para ti una secuencia?

Mateo: es algo que se repite varias veces, son varias cosas que van en orden y se repiten varias veces ejemplo rectángulo óvalo, círculo, rectángulo óvalo círculo

Investigador: ¿Siempre que se aumenta el número de las figuras se podría de hablar de secuencias bien elaboradas?

Mateo: sí, desde que no falte una o haya otra de más

Investigador: ¿Si en vez de aumentar la cantidad de elemento o de objetos, disminuye, también se podría hablar de secuencias? ¿Por qué?

Mateo: si, por ejemplo primero una figura que tiene cinco lados, después una que tiene cuatro lados, después una que tiene tres lados, después una de dos lados y después una de un lado, y después

Investigador: Que bien. Bueno Mateo gracias por tu disposición.

Anexo I2 – Entrevista Adrián



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE

Nombre: Adrián Grado: 5º2

Investigador: Buenas tardes.

Adrián: Buenas tardes.

Investigador: ¿cómo te sentiste realizando el taller N°2?

Adrián: Muy bien.

Investigador: y que le podrías decir a tus compañeros de éste taller ¿por qué?

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Adrián: me pareció bien este taller, estuvo fácil además también por las figuras y ahorita cuando acá por esta parte que había que hacer propiamente inventado unas figuras, me pareció muy bien.

Investigador: ¿Cuál punto te pareció más fácil, para ti que es fácil?

Adrián: las figuras, las secuencias también muestran las posiciones, por eso.

Investigador: ¿En qué punto tuviste más dificultades y por qué?

Adrián: este punto, el último porque no muestra cómo hay que seguir las secuencias y cómo hay que hacer las figuras.

Investigador: ¿Cómo pudiste deducir ésta última posición?

Adrián: Porque yo miraba y en cada posición aumentaba con un escalón.

Investigador: Ahora cuál te pareció más difícil, más complicado.

Adrián: en éste porque no lo entendí bien.

Investigador: ¿Qué no entendiste?

Adrián: pues acá hay que verificar si la secuencia está bien o mal y siempre me equivocaba por lo del medio porque había que contar bien tanto el lado o no y entonces por eso me equivoqué.

Investigador: ¿Qué tuviste en cuenta para completar la secuencia correspondiente al tercer punto?

Adrián: Porque en esto se aumentaba en cada figura como un triángulo entonces por eso.

Investigador: ¿y cómo tenían que ser los triángulos?

Adrián: Pues uno de para arriba y uno para abajo y así sucesivamente y yo miré éste y miré los otros y luego saqué “este”, le botaba un triángulo y por eso me dio para hacer la posición.

Investigador: ¿qué recomendaciones darías a un compañero que quisiera completar correctamente la secuencia del cuarto punto?

Adrián: Yo la hice sumando en cada posición un círculo y yo la hice así, pues contándolos cuántos había que aumentarle y cuanto tenía que restarle.

Investigador: Cuando se pedía “verificar” ¿qué fue lo primero que tuviste en cuenta para determinar si la secuencia era correcta o incorrecta?

Adrián:... fue por las figuras geométricas.

Investigador: dices que por los ángulos, ¿que son los ángulos para ti?

Anexos

Adrián: cada... la unión

Investigador: No se podría decir que se aumentaría por lo lados.

Adrián: si, aumentaba cada lado.

Investigador: ¿Qué crees que debe saberse o tenerse en cuenta para verificar si una secuencia es correcta o incorrecta?

Adrián:

Investigador: En el segundo punto ¿qué significa que “están exactas”?

Adrián:... Que están bien elaboradas y las estrellas están correctamente.

Investigador: Que tienen la misma cantidad arriba y abajo.

Investigador: En el tercer punto, ¿Qué quieres decir, cuando afirmas que la secuencia está completa?

Adrián: porque en cada figura se suma un rombo y miré bien y si estaba completa.

Investigador: donde dice proponer las secuencias, ¿qué significa aumentar la secuencia”?

Adrián: es como sumar un ángulo o una figura para a lo último completar una figura o una cosa.

Investigador: ¿cuál es la figura que está antes que ésta?

Adrián: ninguna porque ésta es con la que uno inicia y si antes de esta había alguna, estaría supuestamente repetida.

Investigador: si quisieras continuar las secuencias, ¿qué harías en cada caso?

Adrián:... sumarle más figuras.

Investigador: ¿Cómo sería la figura 5?

Adrián: sería como éste cuadro pero con otro lado.

Investigador: y la figura 6.

Adrián: Sería cómo éste sumándole otro lado.

Investigador: Muchas gracias por participar de ésta investigación

Anexo I3 – Entrevista Sebastián**INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE**

Nombre: Sebastián Grado: 5º2

Investigador: Hola, ¿cómo estás?**Sebastián:** bien**Investigador:** ¿Cómo te sentiste realizando el taller 1?**Sebastián:** bien**Investigador:** ¿Cuál punto te pareció más fácil, y por qué?**Sebastián:**todo, pero en específico el primero**Investigador:** ¿En qué punto tuviste más dificultades y por qué?**Sebastián:** los que tenía que leer para ver si estaban malos....en el punto que había que comprobar**Investigador:** ¿Qué tuviste en cuenta para completar la secuencia correspondiente al literal c del primer punto?**Sebastián:** ... Como así**Investigador:** Es decir como hiciste para saber que seguía amarillo y café**Sebastián:** Porque ese tiene verde, amarillo, café, verde, amarillo, café, verde, amarillo, café**Investigador:** ¿Cómo te diste cuenta que esos eran los colores que hacían falta para completar la secuencia del literal e en el primer punto?**Sebastián:** porque la frecuencia estaba iguales.... Que todos están iguales... hay repetición - regularidad**Investigador:** En el segundo punto, ¿qué fue lo primero que tuviste en cuenta para determinar si la secuencia era correcta o incorrecta? ¿Cómo podías decir que estaba buena o estaba mala?**Sebastián:** ... porque empiezan con azul y otras con amarillas tiene café. Porque debe tener verde por ejemplo en la segunda en vez de café debe seguir verde**Investigador:** Que paso con esos dos colores

Anexos

Sebastián: Se cambiaron

Investigador: ¿Qué crees que debe saberse o tenerse en cuenta para verificar si una secuencia es correcta o incorrecta?

Sebastián: Tiene que ver muy bien

Investigador: Que significa estar bien

Sebastián: verificar bien, viendo los colores

Investigador: En el numeral dos del tercer punto propusiste una secuencia donde afirmas que “están diferentes”, ¿qué significa que “están diferentes”?

Sebastián: Que este es naranjado, esta amarilla y aquí está morado y el naranjado es el primero

Sebastián: Que aquí esta amarillo, luego morado y aquí esta naranjado y luego amarillo

Investigador: ¿Porque hiciste una secuencia mala?

Sebastián: Para hacerla, para no hacer toda buenas,

Investigador: ¿Cuando leíste el enunciado no decía que formarás una secuencia bien elaborada?

Sebastián: No leí

Investigador: En el numeral tres del tercer punto propusiste una secuencia donde afirmas que “están iguales”, ¿qué significa que “están iguales”?

Sebastián:que esta tiene amarillo, café y azul, este también, este también y éste también. Todas están iguales amarillo, café y azul....

Investigador: ¿Qué debería suceder para que quedaran iguales?

Sebastián: Poner naranjado de primero, el amarillo de segunda y el morado de tercero, naranjado de segundas y morado de terceras

Investigador: Supongamos que vamos hacer una secuencia diferente a las de las bolitas, ¿qué podrías decir?

Sebastián: Verde, amarilla y azul, que tenga amarillo, azul y rojo,

Investigador: ¿Otra distinta a la de colores?

Sebastián: 1, 2, 3,

Investigador: ¿Cuál más?

Sebastián: triángulo, círculo, cuadrado

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Investigador: ¿Qué sigue del cuadrado?

Sebastián: El triángulo,

Investigador: triángulo, círculo, cuadrado. Y ¿no podría seguir aumentando ese número de lados?

Sebastián: Si

Investigador: Pero entonces ese círculo no sobraría

Investigador: Cómo podrías cambiar del círculo – tú dices triángulo círculo cuadrado, por cual cambiarías el círculo

Sebastián: Lo cambiaría por un rectángulo.

Investigador: Entonces ¿cuál seguiría?

Sebastián: cuadrado

Investigador: ¿habría dos cuadrados?

Sebastián: No un círculo...

Investigador: ¿Qué nos podrías decir y resumir que es una secuencia?

Investigador: son dos palabras que son iguales y aquí que son diferentes

Sebastián: que están bien,

Investigador: iguales que

Sebastián: las figuras

Investigador: Si yo por ejemplo te propongo lo siguiente: 2, 4, 6, 8, 10, ... infinitos. ¿Sería una secuencia?

Sebastián: Si,

Investigador: por qué

Sebastián: porque después vuelve a empezar

Investigador: Como volvería a empezar

Sebastián: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

Investigador: Pero si es una secuencia que es infinita, no se vuelve a repetir ejemplo 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 infinitos

Investigador: Entonces ¿qué es una secuencia?

Sebastián: Que se repite.

Investigador: pero ¿qué se repite?

Sebastián: los número, figuras o cualquier cosa

Anexos

Investigador: ¿Entonces nosotros podríamos encontrar en cualquier cosa una secuencia?

Sebastián: Si

Investigador: ¿Por qué?

Sebastián: Por qué se repite pero puede ser un valor o algo

Investigador: Supongamos que estamos en el salón, ¿cómo podemos encontrar una secuencia en el salón?

Sebastián: Como las reglas

Investigador: En las reglas ¿cuál es la secuencia?

Sebastián: la larga, el triángulo

Investigador: Bueno Sebastián, muchas gracias por tus aportes, es todo lo que queríamos preguntarte.

Anexo J - Presentación en evento académico

14º ENCUENTRO COLOMBIANO de matemática Educativa ECME - 14

La Universidad del Atlántico a través de su Facultad de Ciencias de la Educación y la Asociación Colombiana de Matemática Educativa - ASOCOLME

CERTIFICAN QUE

JORGE ENRIQUE MERCADO ROMERO, JANETH HURTADO BETANCUR, CINDY CATALINA MENDOZA BEDOYA

Presentaron la Comunicación Breve titulada

EXPLICACIONES DE LOS ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO AL RESOLVER PROBLEMAS RELACIONADOS CON PROGRESIONES ARITMÉTICAS

en el 14º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa ECME-14, realizado en la Universidad del Atlántico (Barranquilla - Colombia) los días 9, 10 y 11 de octubre de 2013.

JANETH DEL CARMEN TOVAR GUERRA
Decana Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad del Atlántico

GILBERTO DE JESUS OBANDO ZAPATA
Presidente Asociación Colombiana de Matemática Educativa

ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA ASOCOLME

Universidad del Atlántico FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

COLCIENCIAS

Anexo K - Publicación del artículo en revista científica

La publicación en la revista científica de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en su edición especial de octubre de 2013 se realiza en el marco del 14° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa ECME llevado a cabo el 9, 10 y 11 de octubre del 2013 en la ciudad de Barranquilla, con la ponencia del presente trabajo de investigación, “Explicaciones de los estudiantes de grado quinto en progresiones aritméticas” la cual puede ser consultada en la página 358. (2013)

Código ISSN: 0124 -2253

<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie>

Resumen: En la práctica pedagógica se adelanta una investigación en la cual se analizan las explicaciones escritas o verbales en estudiantes de grado quinto al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas.

La investigación tiene como antecedentes las observaciones de clases, el rastreo de textos escolares colombianos y pruebas saber; adicionalmente las lecturas de: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), los Estándares Básicos de Competencias (2003), y algunas investigaciones relacionadas con el estudio de patrones y regularidades a nivel nacional e internacional. (Merino, 2012; Castro, E, Cañadas, M. C. & Molina, M., 2010)

Se emplea una metodología cualitativa, considerando los casos particulares en su contexto natural. Es por esto que se aplican los instrumentos para analizar la información y proponer conclusiones.

Anexo L - Permisos de los estudiantes y sus acudientes

Anexo L1 – Permiso caso Mateo



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA EN MATEMÁTICAS
 INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE



Medellín, 30 de abril de 2013

Señores
 Padres de Familia
 Institución Educativa Bello Horizonte.

Reciban un cordial saludo.

En el marco de la práctica pedagógica para optar al título de Licenciatura en educación básica con énfasis en matemática en la Universidad de Antioquia, se viene desarrollando un trabajo de investigación en la Institución Educativa Bello Horizonte en los grados 5º 1 y 5º 2 con la colaboración de la profesora de matemáticas Martha Villa Arango, donde se pretende analizar el contenido de las explicaciones escritas o verbales que manifiestan los estudiantes de grado quinto al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas.

Queremos de manera formal solicitar su autorización para que su hijo (a) forme parte de la investigación, como protagonistas de la misma, y en esta medida presentar los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos registros de actividades de clase como grabaciones, videos, fotos, entre otros.

Agradecemos su atención y colaboración


 Cindy Catalina Mendoza Bedoya
 Estudiante Investigador


 Janeth Hurtado Betancur
 Estudiante Investigador


 Jorge Mercado Romero
 Estudiante Investigador


 John Henry Durango Urrego
 Asesor de Investigación
 Universidad de Antioquia


 Martha Olivia Villa Arango
 Maestra cooperadora
 I.E. Bello Horizonte

Margarita Causado
 Nombre del acudiente

Mauricio Maurt
 Nombre del estudiante

Margarita Causado
 Firma del acudiente

 Firma del estudiante
 Mauricio Maurt.

Anexo L2 – Permiso caso Julián



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA EN MATEMÁTICAS
 INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE



Medellín, 30 de abril de 2013

Señores
 Padres de Familia
 Institución Educativa Bello Horizonte.

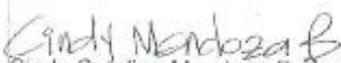
Reciban un cordial saludo.

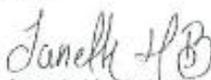
En el marco de la práctica pedagógica para optar al título de Licenciatura en educación básica con énfasis en matemática en la Universidad de Antioquia, se viene desarrollando un trabajo de investigación en la Institución Educativa Bello Horizonte en los grados 5° 1 y 5° 2 con la colaboración de la profesora de matemáticas Martha Villa Arango, donde se pretende analizar el contenido de las explicaciones escritas o verbales que manifiestan los estudiantes de grado quinto al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas.

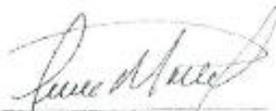
Queremos de manera formal solicitar su autorización para que su hijo (a) forme parte de la investigación, como protagonistas de la misma, y en esta medida presentar los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos registros de actividades de clase como grabaciones, videos, fotos, entre otros.

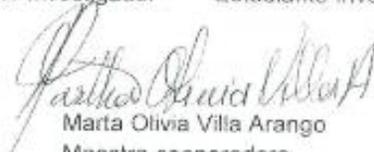
Agradecemos su atención y colaboración

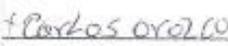

 Cindy Catalina Mendoza Bedoya
 Estudiante Investigador

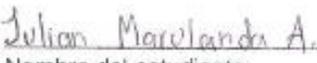

 Janeth Hurtado Belancur
 Estudiante Investigador

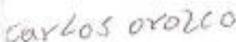

 Jorge Mercado Romero
 Estudiante Investigador

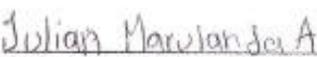

 John Henry Durango Urrego
 Asesor de Investigación
 Universidad de Antioquia


 Marta Olivia Villa Arango
 Maestra cooperadora
 I.E. Bello Horizonte


 Nombre del acudiente


 Nombre del estudiante

Firma del acudiente



 Firma del estudiante

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Anexo L3 – Permiso caso Sebastián



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA EN MATEMÁTICAS
INSTITUCIÓN EDUCATIVA BELLO HORIZONTE



Medellín, 30 de abril de 2013

Señores
Padres de Familia
Institución Educativa Bello Horizonte.

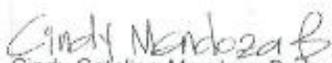
Reciban un cordial saludo.

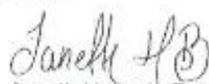
En el marco de la práctica pedagógica para optar al título de Licenciatura en educación básica con énfasis en matemática en la Universidad de Antioquia, se viene desarrollando un trabajo de investigación en la Institución Educativa Bello Horizonte en los grados 5º 1 y 5º 2 con la colaboración de la profesora de matemáticas Martha Villa Arango, donde se pretende analizar el contenido de las explicaciones escritas o verbales que manifiestan los estudiantes de grado quinto al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas.

Queremos de manera formal solicitar su autorización para que su hijo (a) forme parte de la investigación, como protagonistas de la misma, y en esta medida presentar los resultados.

Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos registros de actividades de clase como grabaciones, videos, fotos, entre otros.

Agradecemos su atención y colaboración


Cindy Catalina Mendoza Bejoya
Estudiante Investigador


Janeth Hurtado Betancur
Estudiante Investigador


Jorge Mercado Romero
Estudiante Investigador


John Henry Durango Urrego
Asesor de Investigación
Universidad de Antioquia


Marta Olivia Villa Arango
Maestra cooperadora
I.E. Bello Horizonte

Marilly Valencia Caicedo
Nombre del acudiente

José Miguel Sosa V.
Nombre del estudiante

Marilly Valencia Caicedo
Firma del acudiente

José Miguel Sosa V.
Firma del estudiante

Anexo M - Glosario

Actividad: Conjunto de operaciones o tareas propias de una persona o entidad

Completar: Acabar o terminar una secuencia establecida, teniendo en cuenta el patrón de cambio.

Desviación Particular: Proceso que consiste en identificar el cambio constante y fijo que se da dentro de una secuencia.

Explicación: Indicio de razonamiento, puesto que se genera a partir del discurso que permite expresar un punto de vista mediado por el convencimiento personal de una declaración, desde lo que constituye su racionalidad, es decir, establece sus propias reglas de decisión de verdad.

Factor de Cambio: Diferencia o número fijo d , positivo o negativo, entre los términos de una progresión aritmética.

Particularizar: Procedimiento que permite observar cada objeto o elemento por separado de los demás dentro de una secuencia.

Problemas: Actividad no conocida previamente, dificultad, que demanda cuatro fases para su resolución según Pólya, la comprensión del problema, la concepción de un plan, la ejecución del mismo y por último una visión retrospectiva.

Progresión Aritmética: Toda sucesión de números tales que uno cualquiera de ellos es igual al anterior añadiéndole un número fijo d , positivo o negativo, denominado razón de la progresión.

Proponer: Manifestar con razones algo para conocimiento de alguien, o para inducirle a adoptarlo.

Repetir: Los elementos vuelven a suceder regularmente, se vuelve a poner o hacer lo que se había hecho, o decir lo que se había dicho.

Representación: Figura con que se expresa la relación entre diversas magnitudes

Explicaciones de los estudiantes en Progresiones Aritméticas

Resolución de Problemas: Componente de los procesos generales y eje central del currículo. Pólya plantea cuatro fases para resolver el problema: Comprensión del problema, Concepción de un plan, Ejecución del plan y Visión retrospectiva.

Secuencia: Continuidad, sucesión ordenada. Serie o sucesión de cosas que guardan entre sí cierta relación.

Sucesión: Conjunto ordenado de términos, que cumplen una ley determinada

Variación: Cada uno de los subconjuntos del mismo número de elementos de un conjunto dado, que difieren entre sí por algún elemento o por el orden de estos.

Verificar: Comprobar o examinar la verdad de algo. Salir cierto y verdadero lo que se dijo o pronosticó.