PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA EN EL AULA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO DE LOS GRADOS SEGUNDO Y TERCERO DEL COLEGIO JUVENIL NUEVO FUTURO

GLORIA ESTELLA CALLE PÉREZ
JOYCE ZENITH OROZCO MURILLO
LINA MARCELA PIEDRAHITA BARRIENTOS
LUZ AMPARO GÓMEZ VALENCIA
STELLA SALDARRIAGA HERNÁNDEZ

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN
2003

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA EN EL AULA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO DE LOS GRADOS SEGUNDO Y TERCERO DEL COLEGIO JUVENIL NUEVO FUTURO

GLORIA ESTELLA CALLE PÉREZ
JOYCE ZENITH OROZCO MURILLO
LINA MARCELA PIEDRAHITA BARRIENTOS
LUZ AMPARO GÓMEZ VALENCIA
STELLA SALDARRIAGA HERNÁNDEZ

Trabajo de grado para optar al título de
Licenciadas en Educación Básica Primaria

Asesor
GILBERTO OBANDO ZAPATA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN
2003

Nota de aceptación

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

Medellín, 20 de febrero de 2003

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es una propuesta de intervención pedagógica para el desarrollo del pensamiento numérico en los grados segundo y tercero de la educación básica primaria.

Teóricamente esta sustentada en lo que plantean los lineamientos curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), en junio de1998 y en los estudios sobre didáctica de las matemáticas de algunos autores contemporáneos que sugieren el juego, las situaciones de la vida cotidiana y la resolución de problemas como eje transversal para la enseñanza de la aritmética, con el objetivo de posibilitar un aprendizaje significativo que ponga los contenidos de esta área en contextos cercanos al niño, impregnando el conocimiento de sentido, generando así procesos de pensamiento y propiciando una matemática para la vida.

Los lineamientos curriculares plantean un deber ser, es decir lo que todo maestro debe enseñar a los estudiantes en el área de las matemáticas, pero no le dice el cómo, es decir, que herramientas o estrategias utilizar para lograr ese deber ser. Es por esto que nuestra propuesta de intervención esta diseñada con el propósito de movilizar el pensamiento numérico de los estudiantes y ofrecer al maestro estrategias didácticas que le posibiliten lograr dicho objetivo.

Para el desarrollo de esta propuesta se han abordado fundamentalmente tres ejes temáticos:
Comprensión del sistema de numeración decimal

Comprensión de las operaciones básicas y sus propiedades (Estructuras aditivas y multiplicativas)
Comprensión de los algoritmos.

Estos ejes se desarrollan teniendo como referente el enfoque de sistema que aborda los conceptos de manera integrada permitiendo tener una línea de continuidad en la cual se establezcan relaciones entre los diferentes conceptos que hacen parte del pensamiento matemático.

Para mayor información consulte el video **presentación.mpg**

1. OBJETIVOS

GENERAL:

Realizar una propuesta de intervención pedagógica en el aula, que propenda por la construcción del pensamiento numérico en los estudiantes de los grados segundos y terceros del Colegio Juvenil Nuevo Futuro.

ESPECÍFICOS:

- Desarrollar habilidades para comprender los números mediante su uso y aplicación en diferentes situaciones de la vida diaria, tanto en el entorno escolar como fuera de él.

- Comprender y usar los números y las operaciones en métodos cuantitativos y cualitativos, como herramienta para interpretar y comunicar información en diversas situaciones.

- Implementar el juego como estrategia didáctica que posibilita el análisis y la reflexión del conocimiento matemático a través de la resolución de problemas.

- Permitir que los niños construyan herramientas más útiles y eficaces (algoritmos no convencionales) para realizar cálculos numéricos, dejando de lado el algoritmo como única estrategia para hacer cálculos.

2. JUSTIFICACIÓN

Se sugiere la consulta del video: pensamiento numérico.

Esta es una propuesta de intervención pedagógica en el aula, diseñada para el acompañamiento de los niños y niñas, de los grados segundos y terceros del Colegio Juvenil Nuevo Futuro, en su proceso de construcción del pensamiento numérico, entendido el pensamiento numérico, como: "La comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones, junto con la habilidad y la inclinación a usar esta compresión para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones"[1].

Es decir, el pensamiento numérico se refiere a la habilidad que posee una persona para usar números y métodos cualitativos como medios para comunicar procesar e interpretar la información.

El pensamiento numérico es el nuevo enfoque que se le está dando a la enseñanza de las matemáticas actualmente y tiene como objetivo fundamental formar a un individuo culto matemáticamente hablando, es decir, que integre este conocimiento a su vida.

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que las personas tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en diferentes contextos de manera significativa.

---

[1] MACINTOHS, 1992, citado en MEN, 1998, p.43

Esta propuesta se fundamenta en los planteamientos de los lineamientos curriculares para el área de las matemáticas, propuestos por el MEN en Julio de 1998, los cuales sugieren una serie de conocimientos básicos para el nivel de educación básica en el área de las matemáticas.

Los lineamientos curriculares retoman el enfoque de sistemas, el cual propone enseñar los diversos aspectos de las matemáticas como sistemas, es decir, acercarse a las distintas regiones de las matemáticas: los números, la geometría, las medidas etc, desde una perspectiva sistémica en la que se comprendan como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y relaciones.

Este enfoque de sistema fue propuesto por el doctor Carlos Eduardo Vasco cuando se nombró como asesor de la renovación curricular, desarrollada hacia finales del década de 1970 e inicios de la década de 1980. Esta se propuso reestructurar la enseñanza de las matemáticas escolares.

Los lineamientos currículares toman como punto de partida este enfoque con el fin de dinamizar el pensamiento matemático, el cual se asume formado por 5 tipos de pensamiento que son: Numérico, Espacial, Métrico, Estadístico y Variacional. Cada uno se relaciona e integra con los demás para formar un sistema estructurado de conceptos.

Para el desarrollo del pensamiento matemático los lineamientos proponen las situaciones problema procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias, siendo éstas el contexto apropiado para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura y el desarrollo de procesos de pensamiento, como la argumentación, la comparación, el análisis, la formulación y evaluación de hipótesis entre otros. Todo esto con la finalidad de contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas en la vida.

De la complejidad propuesta en los lineamientos curriculares, esta propuesta se centra en los aspectos relativos al pensamiento numérico, éste se entiende conformado por dos ejes fundamentales:

- El aspecto social del número que hace referencia al sentido y significado de los números y sus múltiples usos.
- Comprensión del sistema de numeración decimal, de los números y de las operaciones básicas.

Para la adquisición de dichos aspectos es necesario que proporcionar en el aula de clase situaciones ricas y significativas, teniendo en cuenta el contexto del sujeto.

Los lineamientos curriculares orientan al maestro en el conocimiento matemático que debe impartir a los estudiantes, pero no le dice el cómo, es decir, qué estrategias didácticas debe implementar para desarrollar el pensamiento numérico, el cual es el propósito fundamental que plantean los lineamientos.

En busca de este propósito se realiza esta propuesta de intervención que intenta ofrecer a los maestros herramientas que le permitan desarrollar en los estudiantes un pensamiento numérico.

Para ello implementamos dos tipos de actividades: situaciones de la vida diaria y juegos colectivos. Estas dos estrategias con frecuencia se han venido utilizando en la enseñanza de la aritmética elemental, sin embargo, sólo se han usado como complemento para reforzar los aprendizajes supuestamente alcanzados en lecciones y ejercicios escritos. Los juegos y situaciones problemas también se usan como premio o relleno para niños que han terminado su tarea.

Lo que se busca a través de la propuesta es que los juegos, en vez de ocupar un lugar secundario en la actividad escolar del alumno, pasen a desempeñar un papel principal, en tanto que éstos constituyen un medio más adaptado a las condiciones sociales y cognitivas de los estudiantes, que las lecciones y las hojas de ejercicios en la enseñanza tradicional de la aritmética. De esta manera se logra una estrategia de intervención en el aula que genera aprendizaje significativo en los estudiantes, pues mecanizar algoritmos sin una clara comprensión de éstos no permite el desarrollo del pensamiento numérico en particular, y del pensamiento matemático en general.

Las situaciones de la vida diaria y los juegos se constituyen en un elemento fundamental en la construcción del pensamiento matemático. Éstos sirven de mediadores entre el conocimiento espontáneo de los niños y el formal de las matemáticas, ya que al permitirles desplegar su creatividad, inventan diversas estrategias para resolver problemas, analizan y hacen juicios matemáticos, argumentan en pro de sus ideas, etc.. Así, ganan confianza en sí mismos, y se hacen protagonistas de su proceso de aprendizaje.

Las matemáticas conforman un cuerpo teórico formal basado en acuerdos convencionales, pero es importante entender que estos acuerdos no se comprenden sino se participa activamente en la construcción de los procesos que permitieron conformarla como tal, por lo tanto, es más importante hacer uso de la libertad para comprender y crear matemáticas, que aprender mecánicamente los productos que otros crearon.

En consonancia con lo anterior, adaptamos esta propuesta a los contenidos del currículo, pero a diferencia de lo que se ha hecho tradicionalmente, aprendiendo conceptos aislados y fragmentados, quisimos partir de un currículo integrado que le posibilitara al estudiante relacionar unos conceptos con otros y ver en el conocimiento una línea de continuidad. Para tal objetivo retomamos la idea de campo conceptual de Vergnaud y hacer así un trabajo fuerte en las estructuras aditivas y multiplicativas.

En palabras del autor, un campo conceptual es: "un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos, procedimientos y representaciones estrictamente interconectadas"[2].

La idea de campo conceptual es integrar los conceptos, estableciendo entre ellos relaciones de causa/efecto, semejanzas y diferencias, a partir del conjunto de situaciones en los que ellos tiene sentido y toman su significado. En este sentido se pretende en la enseñanza de las cuatro operaciones básicas trascender lo que tradicionalmente ha venido haciendo la escuela: de un lado, enseñanza memorística y mecánica de los algoritmos convencionales de la suma, la resta, la multiplicación y la división, y de otro, la enseñanza de la resolución de problemas. Lo que se pretende entonces es darle sentido y significado a la comprensión de los números y las operaciones básicas.

Se espera pues, desarrollar un material documental que sirva como orientación a la labor del maestro y cumpla con los propósitos trazados. No se trata de tampoco de presentar la última palabra sobre el tema ya que este es un proyecto en construcción permanente y abierto a las ideas de aquellos estudiantes y maestros que mediante su práctica deseen aportar al conocimiento pedagógico, y hacer del aula el mejor laboratorio.

[2] VERGNAUD, 1983, p.127

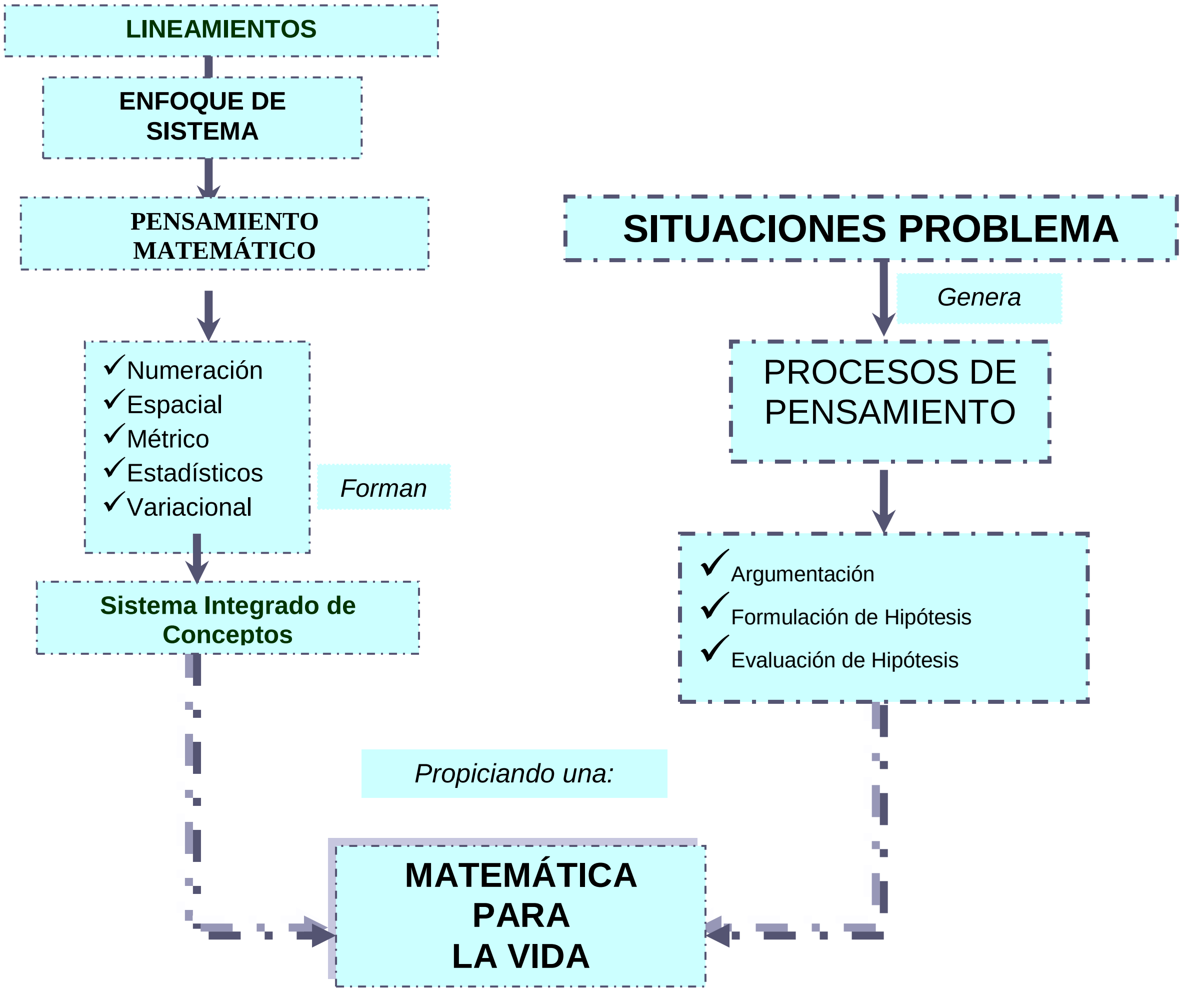


Figura 1. **Matemática para la vida**

3. DIAGNÓSTICO DE LA INSTITUCIÓN
COLEGIO JUVENIL NUEVO FUTURO:
ANÁLISIS GENERAL DE LA INSTITUCIÓN.

3.1 MARCO CONTEXTUAL:

3.1.1 Historia de la institución

3.1.1.1 Fundación:

El colegio 12 de Octubre fue fundado en 1972 con el nombre de Escuela Urbana Integrada 12 de Octubre, fundada por la señora Nora de Bernal quien en su afán de buscar cupos escolares propone instalar una escuela en la caseta que el Instituto Colombiano Territorial (ICT) tenia disponible para guardar el material de trabajo, esta idea tuvo acogida por parte de la gerencia del ICT y la Secretaria de Educación.

Las labores académicas se iniciaron el 8 de febrero de 1973 con un total de 62 alumnos, con 8 grupos y 8 educadores, siendo su primera rectora la Señora Marta Ruiz de Villada. Con la iniciación de las clases se inauguró la Escuela con la autorización de la Secretaria de Educación después de haber cumplido todos los requisitos permanentes. Desde su fundación en 1973 se iniciaron los tramites para la aprobación del plan de estudios y quedaron legalizados según la resolución 072 del mismo año emanada por MEN.

El colegio fue remodelado en su totalidad en el año de 1994, cumpliendo de esta forma con el requisito de ampliación para pasar de escuela a colegio. Actualmente Cuenta con una estructura adecuada y dotada de la siguiente manera:

13 aulas que cubren dos jornadas de estudio, una rectoría, una biblioteca, una sala de computo, sala de profesores, salón para restaurante, tienda escolar, apartamento para la acomodataria, patios recreativos, unidades sanitarias para niños y niñas, una cancha de microfutbol etc.

En el año de 1995 se inician los primeros tramites para cumplir con las normas dictadas por la ley 115 de 1994 de gradualmente ir convirtiendo las escuelas en colegios. Ya en 1996 se da inicio al grado sexto de la básica secundaria.

Fue aprobado como Colegio doce de Octubre, según el acuerdo 03 del 18 de abril de 1997. Legalizado por la resolución 7002 del 03 de agosto de 1999.

En el año 2000 se realizó un concurso en el cual se proponía cambiarle de nombre al colegio, ya que existe un Liceo ubicado en el mismo barrio que tiene el mismo nombre (Liceo 12 de Octubre) lo cual ocasionaba diferentes dificultades a nivel administrativo.

De dicho concurso surge el nombre actual del colegio: **COLEGIO JUVENIL NUEVO FUTURO.**

Se sugiere la consulta del video: **el colegio.**

3.1.2 Composición social de la Institución:

De acuerdo a los comportamientos observados en los jóvenes del Colegio identificamos los siguientes rasgos:

- Jóvenes con grandes falencias de afecto.
- Hijos de hogares descompuestos.
- Tienen poca estabilidad económica.
- Grandes problemas sicológicos debido a situaciones familiares (drogadicción, alcoholismo, prostitución, etc.).

- En muchos casos su figura paterna se ve representada por un extraño (padrastro) que los maltrata física y psicológicamente.
- En cuanto a la parte social, es un barrio que se ve afectado día a día por la violencia de bandas de delincuencia organizada.
- Los muchachos no encuentran un lugar sano para su esparcimiento ya que están ocupados por otros jóvenes con ideas de violencia y drogadicción. La mayoría llegan al colegio obligado por sus padres, esto se ve reflejado en su bajo rendimiento académico y en sus continuas faltas disciplinarias.
- Existen conflictos religiosos entre padres e hijos debido a su edad, muchos de ellos se ven obligados a asistir a los diferentes eventos religiosos que sus padres practican.
- En cuanto al aprendizaje, no tienen modelos que motiven positivamente esta conducta
- Muestran pereza mental que los limita a pensar.
- Muchos llegan al colegio con el fin de socializarse, conseguir amigos, novios.
- Diferencia de edades en los grupos.
- El mayor interés lo demuestran en las áreas de lúdica y recreación. Pues demuestran un profundo aprecio y admiración por el profesor del área de educación física.

3.1.3 Plan de estudios de matemáticas

3.1.3.1 Misión:

Con el trabajo curricular del área de matemáticas se pretende que el estudiante participe activamente en los procesos y aplique los conocimientos adquiridos, en su vida cotidiana siendo partícipe en la solución de problemas aplicados en el área del conocimiento permitiéndole el razonamiento lógico, crítico y objetivo.

3.1.3.2 Justificación:

Se debe formar un pensamiento crítico analítico en las diferentes situaciones de la vida cotidiana, aplicando conceptos lógicos y numéricos, tratando que el área tome el orden jerárquico en las demás áreas del conocimiento, estipuladas por la ley que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el proyecto educativo institucional.

3.2 MARCO CONCEPTUAL

Considerada la ciencia madre por la exactitud en sus demostraciones analíticas, lógicas y razonables, indispensable como instrumento en la solución de problemas que se presentan en la vida cotidiana. Tenida hasta hace poco como materia primordial, frente a las demás áreas; motivo por el cual era vista por los estudiantes como algo dificultoso y odioso, hoy según el artículo 23 (de la ley general de educación) que habla de las áreas obligatorias y fundamentales, es tomada como área igual que las otras que necesariamente se tendrá que ofrecer de acuerdo con el currículo y el PEI..

3.2.1 Fines del Sistema Educativo Colombiano

Están estipulados en el artículo 67 de la Ley General de Educación o Ley 115.

3.2.2 Objetivos comunes a todos los niveles:

Están estipulados en el artículo 13 de Ley General de Educación o Ley 115.

3.2.3 Objetivos generales del Área

- Diferenciar entre sí los conceptos de conjunto, clases y determinación empleando diferentes estrategias pera la reproducción de aprendizajes significativos en los alumnos.

- Distinguir los números naturales, símbolos y representaciones gráficas, mediante las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división en la solución de problemas que se presentan en la vida cotidiana.

- Interpretar los conceptos de números fraccionarios y clases mediante explicaciones de ejemplos sencillos y la aplicabilidad de los mismos desde la construcción y sentir de los estudiantes.

- Distinguir algunas medidas y figuras geométricas, por medio de ejemplos prácticos que permitan aprendizajes reales y significativos en la vida diaria de los estudiantes.

3.2.4 Enfoque

Se empleará un enfoque de análisis y razonamiento lógico mediante la preparación de los niños y niñas para la solución de situaciones que se presentan en la vida diaria rompiendo las barreras del temor y odio.

3.2.5 Metodología

Inductiva, deductiva, dinámica, participativa, divertida, constructiva y lógica de manera que el estudiante se enamore de la materia, proporcionando elementos prácticos que ayuden a la solución de problemas sencillos.

3.2.6 Criterios de evaluación

Nos debemos referir a la evaluación de procesos de construcción de conocimientos. Debe de asumirse como análisis objetivo, desapasionado y concreto de los aciertos y de los errores generados antes, ahora y después de creado el plan curricular.

Se comparten planteamientos formativos y antes de obtener los resultados apologéticos a la labor adelantada, debe ser asumida como un escenario de formación y crecimiento de los alumnos (as) involucrados en el proceso.

Debe tener en cuenta una concepción humanista de carácter cualitativo que valore la diferencia como una posibilidad para construir un tejido social permitiendo el análisis, la solución de pequeños problemas por medio de talleres individuales, colectivos y grupales. Aquí se deben tener en cuenta los artículos 47 – 48 de la ley general de educación.

3.2.7 Núcleos temáticos por grados:

El docente basado en el currículo y con relación al contexto enumera en orden lógico los contenidos que desarrollará en cada grado: es la base de la propuesta curricular.

3.2.7.1 Preescolar

- Sistema numérico
- Sistema lógico
- Sistema de conjuntos
- Sistema de relaciones
- Datos
- Sistemas geométricos y mixtos

3.2.7.1.1 Contenido:

- Clasificación.
- Correspondencia.
- Seriación.
- Cuantificadores: muchos, pocos, algunos y ninguno.
- Cardinalidad, ordinalidad.
- Construcción de los números en el círculo del 9.
- Composición y descomposición a partir de problemas cotidianos.
- Construcción del número 10.
- Formación de conjuntos (grupos).
- Relaciones de igualdad, de mayoranza y minoranza

3.2.7.2 Primero

3.2.7.2.1 Lógica y conjuntos

- Representación de conjuntos en figuras planas.
- Clases de conjuntos (vacío, unitario y universa

3.2.7.2.2 Relaciones y funciones

- Características de conjuntos (forma, color, textura, tamaño).
- Clasificación (mucho, poco e igual).
- Relación de pertenencia o no pertenencia.
- Unión de conjuntos (tres conjuntos hasta con 9 elementos).
- Representación de signos (menos, más, igual, por, mayor que, menor que, división, unión)

3.2.7.2.3 Sistemas numéricos

- Número natural hasta el cien (representación).
- Números romanos del 1 al 12 (representación).
- Operaciones suma y resta en el círculo del 1 al 100 con sus respectivos términos.
- Identificación de la decena, docena, quincena y centena.
- Ubicación de unidades, decenas y centenas en la casilla.
- El antes, después y terminación de series.
- Ordinalidad del número hasta noveno.
- Noción de repartición y veces (hasta 5).
- Cálculo mental (sumas y restas hasta el 20).
- Solución de pequeños problemas (suma y resta) hasta dos dígitos.

3.2.7.2.4 Sistemas geométricos

- Figuras geométricas planas (círculo, triángulo, cuadrado y rectángulo).
- Líneas (horizontales, verticales, curvas, quebradas, oblicuas y rectas).
- Simetría (mitad).
- Medidas de tiempo, el reloj. Hora exacta.

- Metro (medidas de longitud), centímetro.

3.2.7.3 Segundo

3.2.7.3.1 Lógica y conjuntos

- Utilización de las expresiones: todos, algunos, ningunos.
- Noción de pertenencia.
- Representación de conjuntos en forma numérica y gráfica.
- Relación de pertenencia.
- Clasificación de conjuntos: Vacío, unitario, infinito y finito.
- Designación de conjuntos. (nombres que les damos a los conjuntos)

3.2.7.3.2 Relaciones y funciones

- Comparación de números de 1 a 100.
- Según las relaciones: mayor.- menor que e igual.
- identificación de los números hasta el 1000.
- Relación de orden (primero... décimo)
- Descomposición de números menores de 90.

3.2.7.3.3 Sistemas numéricos

- Números romanos 10, 20, 30, 40, 50....100.
- descomposición de un número en unidades simples, decenas, centenas, unidades de mil, decenas de mil, centenas de mil.
- ampliando el círculo del 100 al 1000.
- Conceptualización de términos de suma, resta, multiplicación, división.
- Realización de adiciones con números menores de 100 sin reagrupar
- Realización de adiciones con números con números menores de 100 reagrupando.
- Elaboración de adiciones con tres números
- Interpretación de situaciones cuya solución requiera el uso de la adición.
- Reconocimiento del algoritmo de la sustracción.

- Realización de sustracciones sin prestar con dos y tres cifras.
- Interpretación y realización de problemas aplicando la sustracción.
- Reconocimiento de la adición de sumandos iguales como una multiplicación por dos.
- Formulación de las tablas de multiplicar: 2, 3, 4, 5.
- Propiedades de la multiplicación: modulativa y conmutativa.
- Realizar multiplicaciones en las que uno de los factores sea de dos cifras y el otro de una.
- Efectuando multiplicaciones abreviadas: 10, 100, 1000.
- Multiplicaciones en las cuales los dos factores sean de dos cifras.
- La división como una operación inversa a la multiplicación por una sola cifra en divisiones de números de dos cifras y entre números de una sola cifra.-329/12,---,9/2,---,829/4.
- Formulación de problemas que requieran de la división.
- El reloj. Minutos del día terrestre.

3.2.7.3.4 Sistemas geométricos

- Rectas paralelas que tienen la misma dirección.
- Movimientos de rotación alrededor de un eje representado gráficamente algunas rotaciones.
- Ángulos según su amplitud.
- Agudo, recto y obtuso.
- Rectas perpendiculares y paralelas.
- Figuras geométricas.
- Lados, ángulos y vértices.
- Sólidos geométricos
- Triángulos, rectángulos, cuadrado, rombo, octágono
- El metro como patrón de longitud.
- Longitudes utilizando el metro

3.2.7.4 Tercero

- Conjuntos (recordando conjuntos)
- Sistemas de numeración (nuestro sistema de numeración
- Números fraccionarios (estudiemos fracciones)
- Geometría (aprendamos geometría)
- Sistema de medidas (aprendamos a medir)

3.2.7.5 Cuarto

3.2.7.5.1 Lógica y conjunto

- Conjunto referencial con base en complemento y subconjunto.
- Unión de conjuntos trabajado desde determinación de conjuntos por comprensión y extensión.
- Representación de conjuntos mediante el diagrama Ven.
- Composiciones compuestas
- Cuantificadores en el sentido ordinario uno, solo, algunos, todos, ninguno.
- Proposiciones, significado, verdad, y falsedad.
- Proposiciones, conjuntivas y disyuntivas

3.2.7.5.2 Relaciones y funciones

- Operaciones inversas
- Propiedades simétrica – transitiva.
- Condición de los elementos de un conjunto
- Conocimiento del plano cartesiano
- Primer cuadrante positivo

3.2.7.5.3 Sistema numérico

- Números romanos del 100 al millón.(reglas)
- Números naturales
- Valor posicional (relativo, absoluto)

- Estructura del sistema de numeración decimal
- Hasta unidades de miles de millón.
- Operaciones: adición:
- Cálculo mental de números hasta por cinco cifras.
- Generalización del algoritmo para solucionar sumas hasta cinco sumandos y siete dígitos.
- Formular y resolver problemas que requieran el uso de la suma hasta por siete números.
- Sustracción: cálculo mental: resta con números hasta por siete dígitos.
- Generalización del algoritmo pera solucionar las sustracciones entre números que representen hasta por siete cifras y ceros intermedios.
- Formulas y resolver problemas que requieran usos de la suma y la resta.

3.2.7.5.4 Multiplicación

- Cálculo mental (tablas de 10, 11 ... 15).
- Generalización del algoritmo para multiplicar números hasta por cuatro cifras en el multiplicador.
- Multiplicaciones abreviadas 9, 99, 999.
- Multiplicaciones abreviadas por 11, 101, 1001.
- Múltiplos de un número dado.
- Números primos hasta cien.
- Números compuestos.
- Descomposición en primos (números hasta de cuatro dígitos).

3.2.7.5.5 Divisiones

- Generalización del algoritmo para dividir números hasta por tres cifras en el divisor.
- Concepto de divisibilidad (2, 3, 4, 5, 6, 4, 9, 10).
- Formular y resolver problemas que requieran el uso de las cuatro operaciones.
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

3.2.7.5.6 Fraccionarios

- Operaciones básicas con homogéneos y heterogéneos.
- Fracciones equivalentes.
- Números mixtos (conversiones).
- Amplificación y simplificación.
- Números decimales, operaciones de suma y resta.
- Solución de problemas con decimales.
- Sistemas de base2 en base 4.

3.2.7.5.7 Sistemas de medida

- Sistema métrico (múltiplos y submúltiplos).
- Metro cuadrado.
- Volumen.
- Peso, gramo, kilogramo.
- Unidades de capacidad.
- Conversiones con unidades de longitud, área, capacidad y peso.

3.2.7.5.8 Sistemas geométricos

- Manejo de la regla, escuadra, compás, a partir de la medida.
- Trazado de figuras planas.
- Modelos sólidos.
- Triángulo, cuadrilátero, polígono (área y perímetro).
- Segmentos.
- Círculo (diámetro y radio).
- Línea.

3.2.7.6 Quinto

3.2.7.6.1 Lógica de conjuntos

- Conectivos lógicos – simbología.
- Operaciones – valores de verdad.

- Tablas de verdad.

3.2.7.6.2 Relaciones y funciones

- Producto cartesiano.
- Funciones entre rango y dominio.
- Conjunto solución.
- Ordenador. Elaboración de los planos cartesianos (cuadrantes)

3.2.7.6.3 Sistemas numéricos

- Concepto.
- Números naturales y sus operaciones.
- Potenciación.
- Suma de naturales, resta, multiplicación y división.
- Números compuestos y factorización.
- Fracciones. Decimales.
- Razones – proporciones – probabilidades

3.2.7.6.4 Sistemas geométricos

- Exploración espacial, métrica y geométrica.
- Manejo de instrumentos.
- Regla, escuadra, compás, transportador.
- Doblado de papel.
- Construcciones con regla y compás.

3.2.7.6.5 Logros generales:

- Reconoce formas y figuras a través de la imaginación del dibujo o la construcción.
- Diferencia cuadrados, rectángulos y círculos.
- Identifica y clasifica en el plano y en el espacio.
- Reconoce y representa números en el círculo del cero al millón.
- Compara, describe, denomina y cualifica situaciones en la vida cotidiana utilizando los números hasta el millón.

- Establece relaciones con los números hasta el millón, mayor, menor, igual, conteo en forma ascendente y descendente.
- Resuelve cálculos mentales.
- Realiza operaciones de:
- Suma, resta, multiplicación, división.
- Soluciona y formula pequeños problemas.
- Compara, describe, denomina y cuantifica situaciones de la vida cotidiana, utilizando con sentido, números por lo menos hasta de cinco cifras.
- Expresa ideas y situaciones que involucran conceptos matemáticos, mediante lenguaje natural y representaciones físicas, gráficas, simbólicas y establece conexiones entre ellas.
- Formula, analiza y resuelve problemas matemáticos, a partir de situaciones cotidianas, considera diferentes caminos para resolverlas, escoge el que considera más apropiado, verifica y valora lo razonable de los resultados.
- Identifica en objetos y situaciones de su entorno, las magnitudes de longitud, volumen y capacidad, reconoce procesos de conservación y desarrolla procesos de medición de dichas magnitudes con patrones arbitrarios y con algunos patrones estandarizados.
- Relaciona los algoritmos convencionales o propios con los conceptos matemáticos que los sustenta identifica esquemas y patrones que le permiten llegar a conclusiones.
- Explora y descubre propiedades interesantes y regularidades den los números, efectúa cálculos con datos de la realidad y utiliza creativamente materiales y medios.
- Identifica el conjunto de los naturales.
- Establece relaciones de mayor que, menor que e igual entre números naturales.
- Generaliza algoritmos para efectuar multiplicaciones y divisiones.
- Identifica el conjunto de todos los múltiplos y divisores de un número dado.

- Identifica números primos y compuestos.
- Identifica el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de varios números.
- Reconoce conjuntos referenciales.
- Identifica los subconjuntos de un conjunto.
- Identifica expresiones del lenguaje que son proposiciones.
- Reconoce frases que contradigan otras.
- Reconoce unidades estandarizadas de área, volumen.
- Reconoce unidades de peso.
- Reconoce fracciones equivalentes.
- Representa un número decimal en forma de fracción y viceversa.
- Identifica cuadriláteros en fronteras de sólidos.
- Reconoce radios o diámetros.

3.3 OBSERVACIONES GENERALES DEL AULA DE CLASE

A nivel general se puede vislumbrar que se utiliza un método donde el profesor es el poseedor del conocimiento, el cual transmite a los alumnos de manera directa sin ninguna reflexión, ofreciendo fórmulas y claves preestablecidas que impiden la movilización del pensamiento y la construcción del conocimiento matemático en el proceso de aprendizaje.

Esta metodología tradicional y conductista lleva a que los alumnos accedan al conocimiento de una manera mecánica, repetitiva, carente de estrategias participativas; los niños actúan como agentes pasivos, es decir, receptores de información, expresan frente al conocimiento poco deseo de saber, se distraen con frecuencia y presentan dificultad para comprender lo que el profesor explica abstractamente. Esto quizás porque no encuentran en el conocimiento una relación con su vida cotidiana o por falta de estrategias por parte del docente que lo involucren de forma activa en el trabajo.

Los recursos y estrategias son escasos, el profesor por lo general se basa en la palabra, la tiza, el tablero y un texto guía. No hay vivencia, ni experiencia por parte de los estudiantes.

En cuanto a la parte evaluativa, es importante resaltar que el proceso de evaluación que se lleva a cabo en el aula es poco coherente con lo propuesto en el plan de estudios. En éste se plantea una evaluación por procesos, analizando los aciertos y desaciertos de los alumnos con el fin de valorar la diferencia. Por el contrario, en el aula se observa que si un alumno se equivoca en determinado procedimiento, no se hace énfasis en la evaluación del desacierto, sino que el error tomado como algo malo que debe ser penalizado y por tanto, no es tomado como parte del proceso de aprendizaje.

3.4 OBSERVACIONES GENERALES DEL PLAN DE ESTUDIOS Y DEL AULA DE CLASE

3.4.1 Justificación

Sería bueno que la justificación estuviera orientada a responder el por qué las matemáticas son importantes dentro del plan de estudios y en la cotidianidad de los alumnos y alumnas, pues tal como se plantea en el plan de áreas no responde claramente esta pregunta.

3.4.2 Enfoque

El enfoque hace referencia al “análisis y razonamiento lógico” es fundamental, investigar acerca de este aspecto, según la naturaleza de las matemáticas, para luego aplicar dicha investigación, al contexto del sujeto que aprende, en este caso sería la comunidad educativa Colegio Juvenil Nuevo Futuro. Además, hace falta especificar el cómo, el a través de qué se prepararía a los alumnos y alumnas en el análisis y razonamiento lógico para la solución de situaciones problema.

Al enfatizar en la profundización de dicho enfoque, y proponer formas de trabajo específico que hagan partícipe al alumno, el aprendizaje matemático se haría significativo. De esta manera la concepción que se tiene frente a las matemáticas cambia y el estudiante sería el protagonista en su propio aprendizaje

3.4.3 Metodología

La metodología no da cuenta de los instrumentos o mecanismos generales bajo los cuales se van a servir las matemáticas; cuál es el papel del alumno y cuál es el del docente.

Se puede decir que es tradicional y conductista, es decir, basada en el estímulo–respuesta, accediendo al conocimiento de una manera mecánica, repetitiva, carentes de estrategias lúdicas y participativas

Al observar los núcleos temáticos de los diferentes cursos se podría decir que los contenidos no tienen coherencia lógica, pues se repiten varios temas sin un objetivo claro. Además los ejes temáticos que se proponen en el plan de estudios para el ciclo de preescolar a noveno no están planteados a la luz de los lineamientos currículares en matemáticas del MEN, pues los núcleos temáticos que propone la institución son los siguientes:

- Lógica de conjuntos.
- Relaciones y funciones.
- Sistemas numéricos.
- Sistemas geométricos.

Los lineamientos currículares propuestos por el MEN, tienen los siguientes núcleos temáticos.

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos.
- Pensamiento espacial y sistemas geométricos.
- Pensamiento métrico y sistemas de medida.
- Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.
- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Es importante resaltar que en el plan de área de matemáticas no existe un proyecto pedagógico propio del área, creado por la institución acorde a las necesidades de los estudiantes. Siendo estos de vital importancia ya que posibilitan una reflexión matemática, que involucra al alumno de manera activa, poniendo en relación lo aprendido en el aula con su vida cotidiana. Igualmente, a nivel general en los diferentes grados dentro del plan de áreas, hace falta claridad en:

- ¿Qué se pretende que los niños aprendan en matemáticas?
- ¿Cuáles son las metas de aprendizaje para una tarea, actividad o proyecto?
- ¿Para qué le servirá a los alumnos lo aprendido?

Los objetivos son encaminados hacia los contenidos tradicionales, más no a la formación del sujeto como se plantea en la visión PEI.

Sería bueno que en la planeación de las diferentes actividades se tuviera claro lo que se pretende que los niños aprendan, así seria más fácil crear alternativas lúdicas que movilicen el pensamiento matemático y fomenten el objetivo que se propone, para que así en el momento de revisar la evaluación este acorde a dichos objetivos.

Otro aspecto a tener en cuenta es que entre más variados sean los estilos y técnicas de enseñanza será mucho más significativo el aprendizaje y la evaluación porque evita la desmotivación y además permite que aquellas personas que requieren más de una oportunidad para captar ciertos conocimientos, tengan la oportunidad de acceder a éste.

3.5 DIAGNÓSTICO

Se recomienda consultar el video: **diagnóstico**.

Este diagnóstico fue realizado con el fin de rastrear en los niños de la básica primaria del colegio juvenil nuevo futuro, las debilidades y fortalezas frente a los conceptos inherentes al pensamiento numérico. .

Realizado en el semestre II del año 2001. Diseñado con base a juegos que permitían analizar el estado de los niños de una manera espontánea y en un contexto significativo que posibilita además, ver que tanta relación encuentran entre los conceptos trabajados en el aula y otros contextos

3.5.1 Preescolar, primero y segundo

3.5.1.1 Grupos

- 2 preescolares
- 3 primeros
- 3 segundos

Total de niños: 300

Tabla 1. Relación de conceptos en preescolar, primero y segundo

Conceptos	Descripción	Porcentaje	Equivalente
CONTEO	Uno a uno señalando con el dedo	95%	285 niños

	De tres en tres controlando con los dedos.	33%	100 niños
	Recurriendo al cálculo mental, tanto en unidades simples como compuestas	5%	15 niños
	No cuenta unidades compuestas	96%	288 niños
	Cuenta a partir de una cantidad dada	9%	28 niños
	Totaliza a través del conteo uno a uno, teniendo como totalidad el cardinal	90%	272 niños
	Totaliza sin recurrir al conteo	9%	28 niños
COMPRENSIÓN DE LOS ALGORITMOS	Comprende el algoritmo del esquema aditivo	3%	10 niños
	Saben los algoritmos, pero no saben cual aplicar a la hora de resolver un problema	98%	294 niños
COMPRENSIÓN DEL S.N.D.	Comprensión de las relaciones de equivalencia	2%	8 niños

3.5.2 Tercero, cuarto y quinto

3.5.2.1 Grupos:

- 3 terceros
- 3 cuartos
- 1 quinto

Total de niños: 365 niños

Tabla 2. Relación de conceptos en preescolar, primero y segundo

Conceptos	Descripción	Porcentaje	Equivalente

CONTEO	Uno a uno señalando con el dedo	17%	65 niños
	De tres en tres controlando con los dedos.	19%	70 niños
	Recurriendo al cálculo mental, tanto en unidades simples como compuestas	12%	45 niños
	No cuenta unidades compuestas	2%	10 niños
	Cuenta a partir de una cantidad dada	95%	350 niños
	Totaliza a través del conteo uno a uno, teniendo como totalidad el cardinal	9%	33 niños
	Totaliza sin recurrir al conteo	54%	200 niños
COMPRENSIÓN DE LOS ALGORITMOS	Comprende el algoritmo del esquema aditivo	0.8%	3 niños
	Comprende el algoritmo de la estructura multiplicativa	0.8%	3 niños
	Saben los algoritmos, pero no saben cual aplicar a la hora de resolver un problema	94%	343 niños
COMPRENSIÓN DEL S.N.D.	Comprensión de las relaciones de equivalencia	2%	8 niños

Según lo arrojado por el diagnostico, es posible vislumbrar que los niños presentan muchas dificultades en la comprensión de las operaciones, el sistema de numeración decimal y en la resolución de problemas, por tal motivo diseñamos una propuesta de intervención pedagógica basada fundamentalmente en las estructuras aditivas y multiplicativas, teniendo como eje transversal la resolución de problemas.

4. INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA RECOGER LAS EVIDENCIAS DEL PROCESO

Los instrumentos utilizados para recoger las evidencias del desarrollo de la propuesta de intervención pedagógica son:

4.1 EL DIARIO DE CAMPO

El diario de campo es el instrumento que favorece la reflexión sobre la praxis docente, llevando a la toma de decisiones acerca del proceso de evaluación y la relectura de los referentes, acciones estas normales en un docente investigador, constituyéndose de esta forma el diario de campo en un agente mediador entre la teoría y la práctica educativa.

El diario de campo favorece el establecimiento de conexiones significativas entre conocimiento práctico, significativo, académico. A través del diario de campo se puede realizar focalizaciones sucesivas en las problemáticas cotidianas sin perder la relación de contexto; propicia el desarrollo de niveles descriptivos, analíticos, explicativos, valorativos y prospectivos dentro del proceso investigativo y reflexivo del docente educador. El diario de campo se convierte en el medio para analizar, categorizar, y por lo tanto someter a revisión crítica nuestras "maneras naturales" de desempeño docente.

- Análisis del material escrito por el estudiante en el desarrollo de la situación.
- Análisis de las tablas de registro utilizadas en los juegos
- Observación constante del proceso seguido por los niños durante el desarrollo de las actividades (antes, durante y después)

Se convierten en un mediador que nos permiten rastrear el nivel conceptual de los niños y generar reflexión matemática. A través de estas podemos ver como los niños se representan las acciones y como asimilan los juegos.

Estos instrumentos fueron elegidos por que se constituyen en herramientas importantes para el análisis y solución de problemas educativos. Igualmente, resultan muy valiosos en la investigación de campo para enriquecer la calidad de los datos y ampliar o esclarecer información.

Dichos instrumentos aplicados íntegramente, son una herramienta importante en la evaluación del currículo y en el análisis de los problemas que se presentan en el proceso enseñanza-aprendizaje.

5. ESTRUCTURAS BÁSICAS QUE SUBYACEN A LA ARITMÉTICA

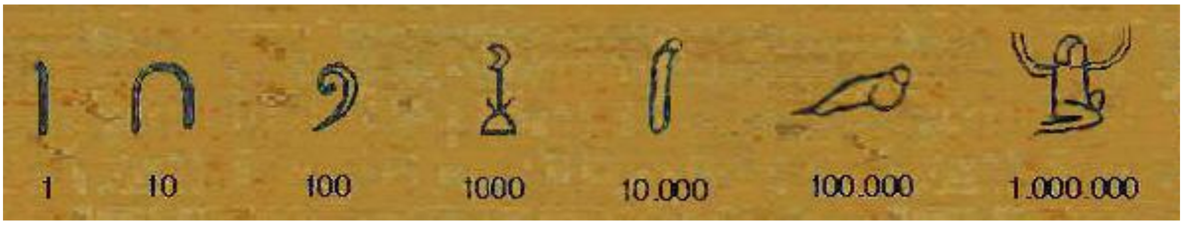
5.1 SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

5.1.1 Aspecto histórico

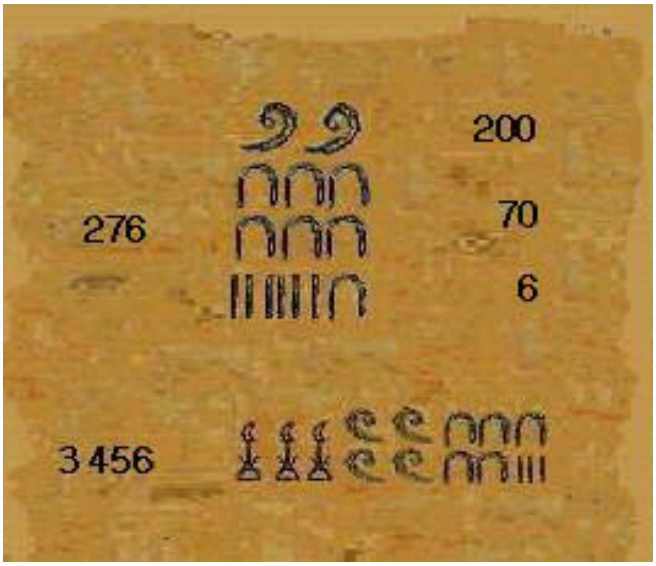
Este proceso se manifestó en diversas culturas como la Egipcia, la Babilónica, la Romana, la Inca, la Maya y la Hindú, debido a las necesidades, intereses y condiciones particulares de cada uno de ellas, es decir, diferentes culturas, en Distintas épocas, y de acuerdo a sus necesidades e intereses socio-culturales, políticos, económicos, etc., desarrollaron su propio sistema de numeración. Llega un momento en el que uno se impone sobre los demás, pero no es propiamente por un desarrollo evolutivo, sino por razones muy diversas, entre las que vale la pena destacar una: la colonización política y cultural de unos pueblos sobre otros

5.1.1.1 Cultura egipcia:

La Cultura Egipcia implementó un sistema de numeración decimal de carácter aditivo, que no necesita un símbolo para el cero, éste surgió posiblemente del uso de contar en los dedos de las manos. Dicho sistema agrupa las unidades de 10 en 10, emplea símbolos diferentes a nuestro sistema de numeración actual y posee signos particulares para unidades, decenas, centenas, unidades de mil, decenas de mil, centenas de mil y unidades de millón, tal como lo ilustra el siguiente diagrama:



Los signos mostrados en la figura, corresponden a un sistema que no es posicional. Este sistema es llamado cardinal, porque la forma de contar se basa en la Cardinalidad. Además la representación de un número se hace repitiendo tantas veces un símbolo como lo requiera el número a representar, veamos un ejemplo:



El sistema presenta deficiencias en cuanto a su escritura, pues para la representación de algunos números es indispensable escribir muchos símbolos, lo que conlleva a expresar errores en las diferentes operaciones a realizar.

5.1.1.2 Cultura babilónica:

La cultura Babilónica desarrolló un sistema de numeración posicional de base sexagesimal, permitiéndoles simplificar las operaciones y expresar con facilidad números grandes y pequeños. Dicho sistema era usado especialmente en los textos científicos, para expresar resultados matemáticos y astronómicos. Este sistema constaba solamente de dos símbolos: $\vee$**,** $<$ que tenían valores distintos según su orientación y su posición en el número. No tenían un símbolo específico que identificara el cero, así:

Sin embargo, tenían problemas a la hora de la interpretación del valor de un número, pues como ya se dijo, no disponían de un símbolo que indicara la ausencia de unidades, es decir el cero, y por tanto, una misma representación se prestaba para diferentes interpretaciones. Por ejemplo,:

<

∨ ∨ ∨

<

Podía representar:

10 + 10 + 1 + 1 + 1

360 + 360 + 1 + 1 + 1

360 + 360 + 60 + 60 + 60

5.1.1.3 La cultura romana:

Generó una numeración que es familiar en nuestra época, ya que se puede observar como por ejemplo en los relojes y los libros. Además en la enseñanza básica, se fomenta el aprendizaje y la escritura de dicha numeración. Algunos símbolos que se utilizan son los siguientes:

- 1: I
- 5: V
- 10: X
- 50: L
- 100: C

Estos símbolos tienen un valor constante, que no cambia así ocupen una posición diferente y se dividen en dos grupos:

Principales: son los que representan al 1 (I), 10 (X), 100 (C) y 1.000 (M).
Secundarios: son los que representan al 5 (V), 50 (L) y 500 (D).

Este sistema sustenta los siguientes principios:

- Principio aditivo: Si a la derecha de una letra se escribe otra u otras (hasta tres veces) iguales, el valor de la primera en el valor de las otras y se calcula con la suma de los valores de las letras. Ejemplo:

II	1 + 1 = 2
LXI	50 + 10 + 1 = 61
XXX	10 + 10 + 10 = 30
VII	5 + 1 + 1 = 7

- Principio de sustracción: Si a la izquierda de una letra se escribe otra menor, el valor de la primera queda disminuido en el valor de la segunda. Ejemplo:

IV	5 - 1 = 4
IX	10 - 1 = 9

- Principio de repetición: Los símbolos principales (I, X, C, M) se pueden repetir consecutivamente, un máximo de tres veces. Por ejemplo:

III	1 + 1 + 1 = 3
XXX	10 + 10 + 10 = 30
MM	1000 + 1000 = 2000

- Principio de no repetición: Los símbolos secundarios (V, L, D) no se pueden repetir. Por ejemplo:

VV X
LL C
DD M

- Principio multiplicativo: El valor de una letra queda multiplicado por mil si se coloca sobre ella una raya horizontal, y por un millón si se colocan dos rayas. Ejemplo:

IV = 4 $\overline{\text{IV}}$ = 4000

IX = 9 $\overline{\text{IX}}$ = 9000

Para escribir un número grande. Por ejemplo 1.995 en números romanos, se debe descomponer inicialmente, así:

1.995 = 1000 + 900 + 90 + 5 = 1000 + (1.000 – 100) + (100 – 10) + 5
1.995 = M CM XC V

Este sistema presenta limitaciones en cuanto a la escritura, por la cantidad de signos que se necesitan para escribir números grandes.

5.1.1.4 La cultura precolombina Inca:

En esta cultura predominó un sistema de numeración decimal posicional parecido al que utilizamos actualmente. El sistema se fundamentó en su estructura político – administrativa. Para comprender esto miremos el carácter jerárquico de la pirámide económico – social, la cual estaba organizada por trabajadores rasos o puric, por cada diez de éstos, había un supervisor que controlaba el trabajo, y por cada diez de estos supervisores había otro superior y así sucesivamente hasta llegar al jefe principal de la tribu.

El instrumento que utilizaban para representar la escritura numérica fue el quipu; que era una cuerda de lana o cabuya de la cual se desprendían otras cuerdas de diferente grosor y color. Con ella se registraban datos numéricos como la producción agrícola, económica y bienes entre otros. Los registros no numéricos carecían de un sistema convencional general y dependían de cada quipu – Camacho. De lo contrario se utilizaba un sistema estándar: "las unidades de mayor orden se registraban en la posición más alta cerca de la cuerda horizontal del quipu y posteriormente iban descendiendo de acuerdo al orden hasta llegar a las unidades, que se ubicaban en el extremo inferior"[3].

Algunos números se representaban así: el 1 un nudo simple, el 2 con un nudo en forma de ocho, el 3 nudo de tres lazadas y el cero con un trozo de cuerda sin nudo alguno.

Otro método de manipulación numérica, que utilizaron los Incas y que ofrecía la misma funcionalidad del ábaco, fue la yupana (figura rectangular 5 x 4 cuadrados. Allí se ubican los números conservando el mismo orden posicional que en el quipu).

Las cifras de los números se representaban por granos de maíz, así: cuatro granos del mismo color tenían el valor de 1, y un grano de color diferente valía 5 por lo tanto el 7 se representa con 2 granos del mismo color y uno de diferente color.

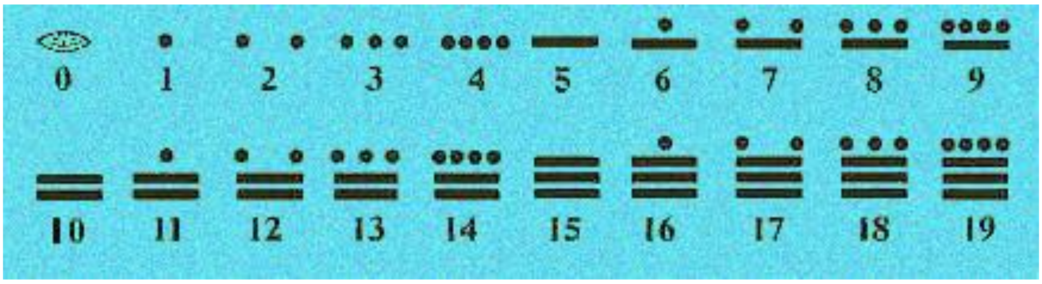
5.1.1.5 La cultura Maya:

Desarrolló un sistema vigesimal posicional de base 20, pero no estricto, por la correspondencia que tiene el sistema con el calendario solar:

[3] Ibid. p 53.

“El calendario seguía un patrón esencialmente vigésimo: un año definía un primer período, 20 años definía el siguiente período, correspondiente en nuestro calendario a una década; 20 períodos de 20 años definían una nueva etapa de 400 años, correspondiente a nuestro siglo; y 20 de períodos de 400 años definían la nueva etapa de 8000 años, correspondiente a nuestro milenio, y así sucesivamente. El sistema de numeración Maya por tal motivo es vigesimal”[4].

Este sistema de numeración tomó como base el número 20. Los dígitos usados fueron un punto (.) para el número uno, una barra horizontal (-) que tenía un valor de 5 y una especie de concha para simbolizar el cero. Así:



Es un sistema posicional, pero la progresión se hace de abajo hacia arriba y cada nivel es veinte veces más elevado que el precedente (aunque había algunas reparticiones en grupos de 18) Por ejemplo: para escribir 1987 tenemos, en el nivel más bajo, una barra y dos untos (7); más arriba, tres barras y cuatro puntos (19 x 20 = 380) y más arriba aún, cuatro puntos (4 x 400 = 1600)

[4] Ibid., Págs. 56 – 57

5.1.2 Nuestro sistema decimal

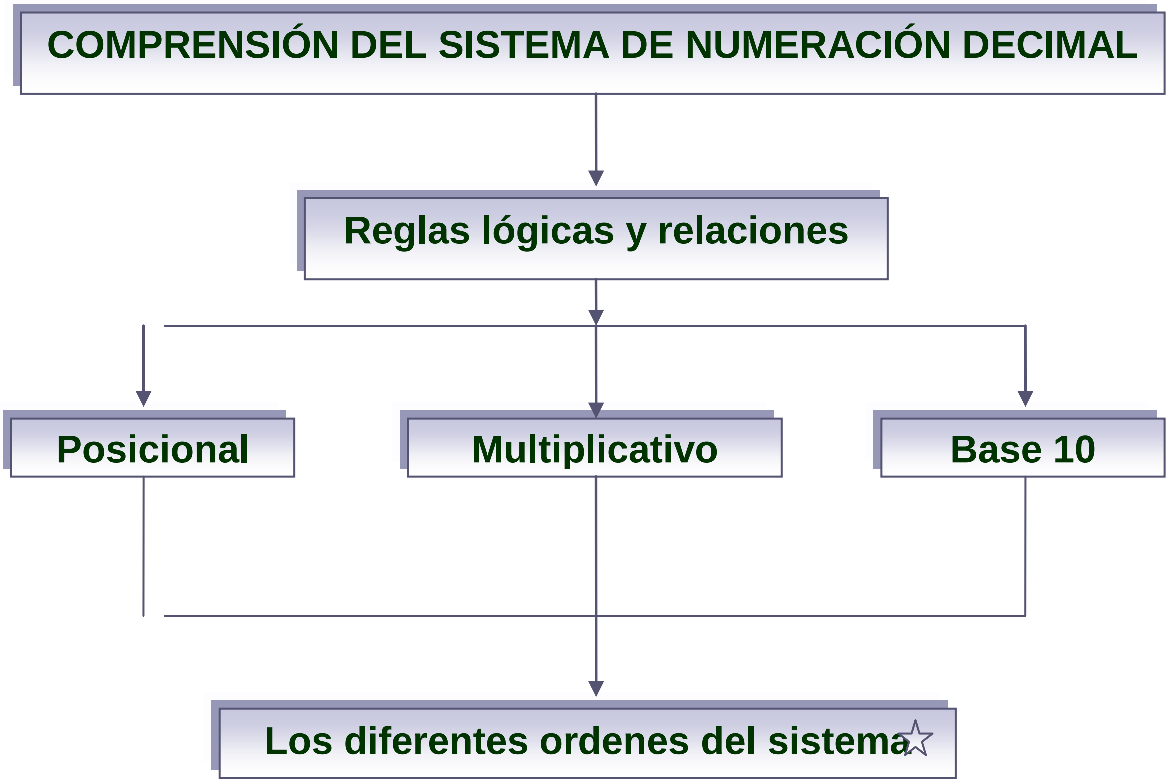


Figura 2. **Comprensión del sistema decimal**

Se han presentado algunos de los intentos hechos por la humanidad para establecer un sistema sencillo de numeración, que facilite los cálculos y permita mostrar resultados de una manera más sintética. Es así como se ha mostrado el camino seguido por las diferentes culturas y por varias civilizaciones, en su intento de representar los números de la manera más intuitiva posible.

Las culturas orientales, especialmente la hindú y la árabe desarrollaron el principio posicional. En primera instancia se dieron cuenta que era necesario introducir un sistema de numeración que empleara un pequeño número de signos con los cuales fuese posible representar números muy grandes o muy pequeños.

Este proceso no se dio de una manera inmediata sino en el transcurso de varios siglos. Sin embargo, ya en el siglo VII d.c. Los hindúes poseían un sistema numérico bastante claro y escalonado por decenas, que contaba solamente con nueve caracteres, entre los cuales no aparecía el cero.

Los Hindúes haciendo diferentes ensayos se dieron cuenta que algunas veces quedaba un espacio vacío en la columna del ábaco, para identificar esta columna emplearon puntos y cruces y finalmente ensayaron un redondel. El numeral cero se fue haciendo necesario, indicando que en el espacio correspondiente no había nada. “El adoptar un símbolo que permitiera capturar la nada constituyo un gran avance en la búsqueda de una representación adecuada y de fácil manipulación” (Ibíd. Pág. 50).

Nuestro sistema de numeración decimal posee diez dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, con los que es posible representar cualquier número por grande o pequeño que sea. Cada uno de los símbolos o dígitos, tienen un valor determinado, según el lugar que ocupe en la expresión del número, que se llama valor posicional del símbolo en el número. Así en el número 777, el primer 7 de izquierda a derecha representa 700 unidades, el del centro representa 70 unidades y el de la derecha representa 7 unidades.

Cada valor posicional del sistema decimal es 10 veces mayor que el de su derecha. De derecha a izquierda el valor que representa el carácter va aumentando: primero encontramos las unidades, posteriormente las decenas y luego las centenas, etc. De izquierda a derecha, después de la coma, van descendiendo de la siguiente manera: décima, centésima, milésima, diez milésimas, cien milésimas, millonésimas.

Tabla 3. Valores del sistema decimal

Millón	10 x 100.000
Cien mil	10 x 10.000
Diez mil	10 x 1000

Mil	10 x 100
Cien	10 x 10
Diez	10 x 1
Uno ó Unidad	1
Décimas	1/10 x 1
Centésimas	1/10 x 1/10
Milésimas	1/10 x 1/100
Diez milésimas	1/10 x 1/1000
Cien milésimas	1/10 x 1/10000
Millonésimas	1/10 x 1/100000

Este sistema de numeración tiene una importe propiedad que la diferencia de otros sistemas: **cada posición es 10 veces mayor que la inmediatamente inferior,** por tal motivo es de base diez. Cada posición equivale a un "paquete " de diez unidades de la posición anterior. Por ejemplo, tres unidades de mil es lo mismo que 30 centenas. Las unidades del sistema entonces, están organizadas mediante un orden jerárquico así:

- Las unidades simples son las unidades de orden cero
- Las decenas(unidades compuestas) son unidades de orden 1
- Las centenas son unidades de orden 2
- Los miles son unidades de orden 3 y así sucesivamente.

Además, es multiplicativo, ya que para hallar el valor relativo de una determinada cifra, éste se calcula a partir de la multiplicación de la cifra por alguno de los factores 10°, 10^1 10^{-1}, 10^2, 10^{-2}, 10^3, 10^{-3} etc. Según el lugar ocupado por la cifra. De esta manera, el valor total expresado en el numeral, queda determinado por la suma de los valores relativos de cada una de las cifras que lo componen. Veamos un ejemplo: el número 5324 equivale a:

$5 \times 10^3 = 5 \times 1000 = 5000$ (por encontrarse en la cuarta posición, que corresponde a los miles).

$3 \times 10^2 = 3 \times 100 = 300$ (por encontrarse en la tercera posición que corresponde a los cientos).
$2 \times 10^1 = 2 \times 10 = 20$ (por encontrarse en la segunda posición que corresponde a las decenas).
$2 \times 10^0 = 2 \times 1 = 2$ (por encontrarse en la primera posición que corresponde a las unidades simples).

Entonces: $5000 + 300 + 20 + 4 = 5324$

Este proceso es llamado expresión polinómica de un número natural.

5.1.2.1 Principios fundamentales de este sistema:

- Un número de unidades de un orden cualquiera, igual a la base, forma una unidad de orden inmediato superior.

- Toda cifra escrita a la izquierda de otra representa unidades tantas veces mayores que las que representa la anterior, como unidades tenga la base. Este es el principio de valor relativo.

- Con los 10 dígitos de este sistema (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9) se pueden escribir todos los números.

Es así como los hindúes después de varios siglos de ensayar diferentes signos (puntos, cruces, rayas) y finalmente un redondel que dio paso al cero, para indicar que en dicho espacio no había nada, dieron un gran paso en la formación definitiva de nuestro sistema de contar, y además con este sistema posicional, de base diez y multiplicativo se superó el problema de escribir una gran cantidad de símbolos facilitando el desarrollo operativo entre grandes y pequeños números.

6. ESTRUCTURA ADITIVA

6.1 CONCEPTO DE NÚMERO

6.1.1 Aspecto cognitivo:

El conocimiento y uso de los números para quien ya lo ha interiorizado, se constituye en algo simple y demasiado "fácil", pero para un niño que apenas esta construyendo sus primeros esquemas con respecto al número, se torna en algo demasiado complejo; tanto, que según Linda Dickson "un niño normal necesita alrededor de cinco años más o menos entre los dos y siete años de edad para aprender a manejar coherentemente tales números y saber como aplicarlos a una variedad de situaciones cotidianas". ¿Por qué se torna en algo tan complejo? Porque saberse los números no consiste únicamente en recitar de memoria y mecánicamente una lista de palabras número, sino entender que esa serie de palabras número, están estructuradas bajo un sistema de numeración con reglas, relaciones y operaciones lógicas que el niño debe seguir y comprender.

Es importante entender, y es en lo que hay que enfatizar, que la construcción del concepto de número requiere de un largo proceso cognitivo. Es así como Piaget plantea que el número es una estructura mental que construye cada niño mediante una aptitud natural para pensar, es decir, cada sujeto mediante su actividad cognitiva va desarrollando y complejizando su pensamiento a medida que va interactuando con el objeto de conocimiento. Dicha interacción es fundamental, porque los progresos de la inteligencia no se producen sólo por simple desarrollo genético, ni tampoco son sólo el resultado de la mera experiencia del niño en contacto con la realidad exterior; es la acción combinada de ambos factores (desarrollo genético, objeto de conocimiento), la que determina las diferentes formas que va adquiriendo el pensamiento, en el curso de su evolución.

En la relación reciproca entre lo genético y la experiencia, intervienen tres tipos de conocimiento:

- Conocimiento social.
- Conocimiento físico.
- Conocimiento lógico – matemático.

El conocimiento social hace alusión principalmente a las reglas arbitrarias que posee particularmente cada cultura, un ejemplo de ello es la lista de palabras número así: en Colombia la lista es uno, dos, tres, cuatro en Washington la lista es one, two, three y así sucesivamente cada lengua posee un conjunto de palabras para contar.

El conocimiento físico hace referencia, al conocimiento que da la experiencia al interactuar con los objetos de la realidad exterior, de donde la mente extrae, gracias a la abstracción empírica[5], las propiedades y cualidades físicas de los objetos (por ejemplo: peso, forma, color entre otras.).

El conocimiento lógico – matemático, por su parte, se refiere a las relaciones construidas mentalmente por cada individuo, es decir, la capacidad de establecer diferencias, relaciones, semejanzas, igualdad entre otras, relaciones que la mente establece por abstracción reflexionante[6], así, por ejemplo, aunque cada lengua posea un conjunto diferente de palabras para contar (conocimiento social) la idea de número subyacente es universal, ya que hace parte del conocimiento lógico matemático de los sujetos, visto como una clase general independiente de la cultura a la cual pertenece.

[5] Abstracción de las propiedades de los objetos: material, forma, color, etc.
[6] Se refiere a la construcción de relaciones entre objetos.

Veamos entonces como la consolidación del concepto de número depende de las interrelaciones que se dan en los tres tipos de conocimiento, siendo de vital importancia para la evolución del pensamiento numérico, puesto que se van complejizando según el tipo de relaciones que se establezcan entre ellas hasta culminar con dos tipos de relaciones que se constituyen en la síntesis en la construcción del concepto de número: el orden y la inclusión jerárquica.

- **El orden:** Según Piaget es una necesidad lógica de situar los objetos en un orden (mentalmente) para asegurarse que no se salta ninguno, ni los cuenta más de una vez. La única manera de asegurarse de no omitir o repetir un objeto es colocándolos en orden. Dicho orden no se refiere a un orden espacial, sino a un orden mental. Esta capacidad de ordenar mentalmente los objetos, le permite al niño establecer una correspondencia biunívoca (uno a uno) entre los objetos que cuenta y la lista de palabras números para designar dicho numeral. Un aspecto fundamental para poder contar, puesto que los números están dados en un orden inalterable que se debe poner en correspondencia uno a uno y en orden con los objetos a contar para poder contarlos de forma exacta.

- **La inclusión jerárquica:** unida a la acción mental del orden esta la inclusión jerárquica, la cual significa que el niño incluye mentalmente "uno en dos", "dos en tres", etc. Esta capacidad de incluir un número en otro de forma ascendente, le permite al niño acceder al aspecto cardinal del número, el cual se refiere a la utilización del número para denotar el tamaño de una colección. Así, por ejemplo, después de contar ocho objetos dispuestos ordenadamente como lo muestra la figura el niño afirma que hay 8, si entonces le pedimos que nos muestre los ocho algunas veces señala el último (el octavo)

♣ 1 ♣ 2 ♣ 3 ♣ 4 ♣ 5 ♣6 ♣ 7 ♣ 8

Esta conducta indica que el ocho representa el grupo entero donde los demás están incluidos tal como lo muestra la figura

De este modo es posible vislumbrar como una colección sólo se puede cuantificar numéricamente, cuando el niño logra establecer entre todos los objetos una relación reciproca entre el orden y la inclusión jerárquica (en este momento el niño ya está en capacidad de realizar operaciones entre cardinales).

Luego de lo anterior se concluye que el número es una construcción cognitiva que se desarrolla naturalmente mediante la abstracción reflexionante, mientras lo matemático obedece a una construcción social (no se desarrolla sola).

6.1.2 El proceso de conteo:

En el contexto matemático se encuentra definido el conteo como un proceso por el cual los elementos de un conjunto se designan uno a uno y cada elemento se designa una vez y solo una. Además al designar cada objeto se asocia con una palabra (el nombre de un número, por ejemplo 1, 2, 3,4; a, b, c, d; lunes, martes, miércoles; entre otros) y esta palabra se enuncia en un orden fijo (uno, dos tres, cuatro...). Este proceso de cuantificación se puede percibir a veces desde el exterior pero muchas otras se lleva a cabo en silencio (conteo interno).[7]

De esta manera vemos como la acción de contar conlleva un buen numero de facultades adicionales como la de ir señalando un objeto por vez y de llevar el control de los objetos que ya han sido contados; esto es asignar un numero a los objetos particulares que constituyen una serie.

Cuando a un niño se le asigna la tarea de contar una colección de elementos puede realizar el conteo de diversas formas según el nivel conceptual en el que se encuentre. De ahí que algunas investigaciones en el área de la matemática se han dedicado a estudiarlas y agruparlos. Así por ejemplo, las

[7]En el sentido estricto contar no necesariamente implica coordinar con las palabras número. Para contar solo basta con la coordinación uno a uno y no importa con que se haga la coordinación.

investigaciones llevadas a cabo por Steffe, Thomson y Richard, (1990) plantean los siguientes tipos de conteo:

- **Conteo perceptual:** el niño tiene la necesidad de manipular los elementos concretos para poder contarlos, ya sea objetos, sonidos o acciones, etc. Los niños que realizan dicho conteo se les denomina contadores unitarios preceptúales ya que requieren de material real para poder contar.

- **Conteo figural:** el niño es capaz de representarse objetos mentalmente, aun cuando no pueda percibirlos directamente por los sentidos. El niño puede representar los ítems de una colección y coordinarlas con la representación secuencial de las palabras numero.

- **Conteo motor:** el niño procede a contar acciones motoras, además de objetos reales o imaginarios.

- **Conteo verbal:** el niño es capaz de trabajar con la secuencia de los nombres de los números sin mayor apoyo concreto.

- **Conteo abstracto**: el niño es capaz de proseguir la cuenta desde un total sin repetición de la secuencia de números.

6.1.3 Composición y la descomposición

6.1.3.1 La composición:

La composición y la descomposición tienen que ver con aquellas relaciones que se establecen entre las partes y el todo.

Se entiende por composición el proceso mediante el cual se combinan dos o más cantidades para encontrar la cantidad resultante o total.

En un primer momento de la actividad intelectual del niño, la composición está ligada al conteo, ya que el solo acto de contar, de agregar, le da una noción clara de la suma, la cual va complejizándose en la medida que evolucione el concepto de número. De esta manera, la estrategia o el procedimiento utilizado para resolver situaciones que impliquen la composición determinan el nivel de abstracción que se a alcanzado en los esquemas de conteo .

De lo anterior se desprende que en ese proceso de construcción de los esquemas de conteo, existe una amplia gama de estrategias utilizadas por los niños para resolver problemas aditivos, lo que implica que al analizar los procedimientos que ellos utilizan, estamos abriendo la posibilidad de conocer los procesos y niveles de organización de sus pensamientos.

Cobra entonces gran importancia dirigir la atención al estudio de dichas estrategias, de lo cual ya existen algunas investigaciones, que agrupan las estrategias más comunes que siguen los niños en este tipo de actividades. Así por ejemplo, el profesor Gilberto Obando (2001, Pág. 6) plantea las siguientes estrategias:

- Conteo uno a uno: “esta es una estrategia que utilizan los niños cuando teniendo que hallar el total de dos cantidades dadas, cuentan uno a uno los elementos de ambas colecciones, determinando que la ultima palabra número pronunciado es el resultado de la totalidad. Parece ser, según el profesor Obando que el niño que realiza este tipo de estrategias está en una etapa en la que no logra representarse una cantidad como un todo a partir de la cual se puede reiniciar un nuevo conteo por esta razón para hallar el total debe contar uno a uno ambas cantidades. Así, por ejemplo, si deben saber cuánto es el total de bolas que hay, si en un circulo hay cuatro y en el otro seis, el niño cuenta uno a uno las dos colecciones para finalmente decir que hay diez.

Es importante anotar que el conteo uno a uno da resultado cuando el numero de objetos es relativamente pequeño, pero cuando hay que cuantificar conjuntos grandes, el conteo uno a uno no es eficiente y la probabilidad de cometer errores es bastante. Es fácil perderse y saltarse uno de los objetos o contarlos más de dos veces"[8].

- **Completar a partir de una de las cantidades dadas:** Cuando el niño utiliza esta estrategia, toma como base para hacer la composición una de las cantidades dadas y realiza un conteo completando la segunda cantidad a partir de la primera. Siguiendo con el ejemplo que planteábamos anteriormente, el niño en este caso en vez de contar uno a uno las bolas tomaría una de las cantidades por ejemplo la que tiene cuatro bolas y a partir de allí completaría la otra es decir, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, siendo 10 el resultado.

- **Totalizar sin realizar el conteo:** es una estrategia según la cual el niño logra realizar la totalización sin recurrir al conteo, lo cual hace por que ya ha interiorizado dicha composición como un hecho numérico.

Termina el profesor Gilberto aclarando, que estas estrategias no representan una estructuración jerárquica y creciente en el proceso de abstracción de la composición. Es decir, que el niño no necesariamente pasa de hacer una composición uno a uno a hacerla completando a partir de una de Las cantidades dadas y finalmente a una composición totalizando sin recurrir al conteo, sino que el niño según el contexto de la tarea y el rango numérico de la misma, desarrollará una u otra. De ahí la importancia de hacer un análisis profundo del diseño de las actividades con el fin de descubrir a que estrategia invita la actividad (según el material utilizado) y que conceptos matemáticos hay presentes en ella.

6.1.3.2 La descomposición:

Es el proceso mediante el cual se conoce el todo y una de las partes, siendo necesario hallar la otra parte.

---

[8] Aunque en estos casos, hay que verificar si el error se debe a estrategias equivocadas en la ejecución del conteo, o a errores conceptuales en el acto de contar.

Es la operación inversa a la composición, en la medida en que el niño va avanzando en el trabajo de componer, se le deben proponer actividades tendientes a la descomposición. Por lo tanto si la composición genera la suma, la descomposición genera la resta.

Las estrategias que el niño desarrolla para la descomposición son similares a las utilizadas para la composición. Estas estrategias pueden ser de tipo perceptual, cuando el niño necesita llevar a cabo la actividad física de realizar la sustracción o el completar. En el caso de que el niño se pueda representar las cantidades a operar, puede ser que la tarea sea realizada a partir de la acción de completar, en cuyo caso se trata de una composición, o puede ser que se realice la sustracción a través de un conteo descendente que determine el resultado final, y un conteo ascendente interno que determine cuándo parar el conteo descendente. Por ultimo puede darse el caso que el niño realice la operación sin la necesidad de recurrir al conteo.

La descomposición es una herramienta muy útil cuando el niño se ve enfrentado a la realización de la suma de dos o de más cantidades. Si el niño presenta un buen manejo para las composiciones y descomposiciones de las cantidades dentro del círculo del 10, tendrá más facilidad para luego realizarlas en los círculos del 100 y del 1000. Por ejemplo, si el niño debe realizar la suma de 4 y 3 puede descomponer el 4 en 3 + 1, por lo que su suma se transforma en 3 + 3 +1, la cual es más fácil de realizar. En cantidades mayores es mucho más útil esta herramienta, veamos; si el niño va ha realizar 40 + 30, puede descomponer la cantidad así: 30 + 30 + 10, también lo puede hacer así: 20 + 20 + 30. También así: 20 + 20 + 20 + 10.

6.1.4 Suma y resta:

La composición y la descomposición se constituyen en la base para generar la suma y la resta como operaciones inversas.

6.1.4.1 Suma:

Desde lo formal, se entiende como suma la operación que corresponde a la reunión de conjuntos. La suma de números conlleva la acción de realizar una operación y encontrar el resultado de la misma. Esta operación se simboliza matemáticamente así: a + b = c, al cual están asociados los esquemas a = c – b y b = c – a

Esta operación posee una serie de leyes que la conforman, entendiendo por ello las trasformaciones o cambios que se pueden hacer con los datos sin que cambie el resultado. En el caso de la suma se estudian los cambios de los sumandos que no afectan a la suma entre ellas tenemos:

- **Ley clausurativa:** ésta hace alusión a que la suma de dos números naturales, da como resultado otro número natural. De ahí que se plantea que el conjunto de los números naturales es un conjunto cerrado respecto de la suma.

- **Ley modulativa:** la suma de un número natural cualquiera con el número cero (0) es igual al mismo número natural. Esta ley se expresa simbólicamente así: a + 0 = a, cualquiera que sea el número natural a.

- **Ley uniforme:** expresa que si varios números son iguales a otros varios (coordinabilidad entre conjuntos) la suma de los primeros es igual a la suma de los segundos, es decir que sumando miembro a miembro varias igualdades se obtiene otra igualdad.

- **Ley Conmutativa:** alude a que el orden de los sumandos no altera la suma; a + b = b + a. Lo que quiere decir que el número de elementos de un conjunto no depende de su colocación (postulado fundamental de la aritmética).

- **Ley Asociativa:** es una propiedad de agrupamiento y plantea que si en una suma de varios sumandos se sustituyen parte de ellos por su suma efectuada, la suma total no cambia. En símbolos (a + b) + c = a + (b + c). Las operaciones que se hallan dentro del paréntesis están denotando las efectuadas.

- **Ley de Monotonía:** afirma que si a los dos miembros de una desigualdad se le suma un mismo número, se obtiene otra desigualdad del mismo sentido. Así por ejemplo: si Joyce tiene 8 pesos y Lina tiene 5 pesos, 8 > 5, y a cada una de las dos se le entregan 4 pesos se tendrá: 8 + 4 > 5 + 4.

6.1.4.2 Resta:

es la operación inversa a la suma y tiene por objeto hallar la diferencia entre una magnitud mayor (minuendo) y otro menor (sustraendo); se simboliza así a – b = c. Así, la diferencia 14 menos 9, se indica 14 – 9 = 5. El número 5 es la diferencia, porque sumado con el sustraendo, 9, nos da el minuendo: 5 + 9 = 14

6.1.4.2.1 Leyes formales de la sustracción:

Goza de las leyes modulativa[9] y uniforme

- **Ley Modulativa:** la diferencia de cualquier número natural menos cero es igual al mismo número natural. En símbolos a – 0 = a, cualquiera que sea el número natural a.

- **Ley Uniforme:** si dos números son iguales a otros dos, la diferencia de los primeros es igual a la diferencia de los segundos. En símbolos: si a = a’ y b = b’ Entonces a – b = a’ – b’

[9] Aunque esta en el sentido estricto no se cumple, pues, por ejemplo, 3-0=3, pero, 0-3=-3.

O sea: que restando miembro a miembro dos igualdades (siendo posible la resta) se obtiene otra igualdad.

- **Ley de Monotonía:** si a los dos miembros de una desigualdad se le resta un mismo número (siendo posible la resta), se obtiene otra desigualdad del mismo sentido. En símbolos: si es $a > b$, entonces: $a - c > b - c$

Así por ejemplo, Si Gloria tiene 10 pesos y Amparo 6 ($10 > 6$), y si a cada una le quitan 4, Gloria seguirá teniendo más dinero que Amparo, porque ($10 > 6$) y $10 - 4 > 6 - 4$.

La adición y la sustracción constituyen una relación fuertemente estructurada, esto es no se puede comprender la una sin la otra.

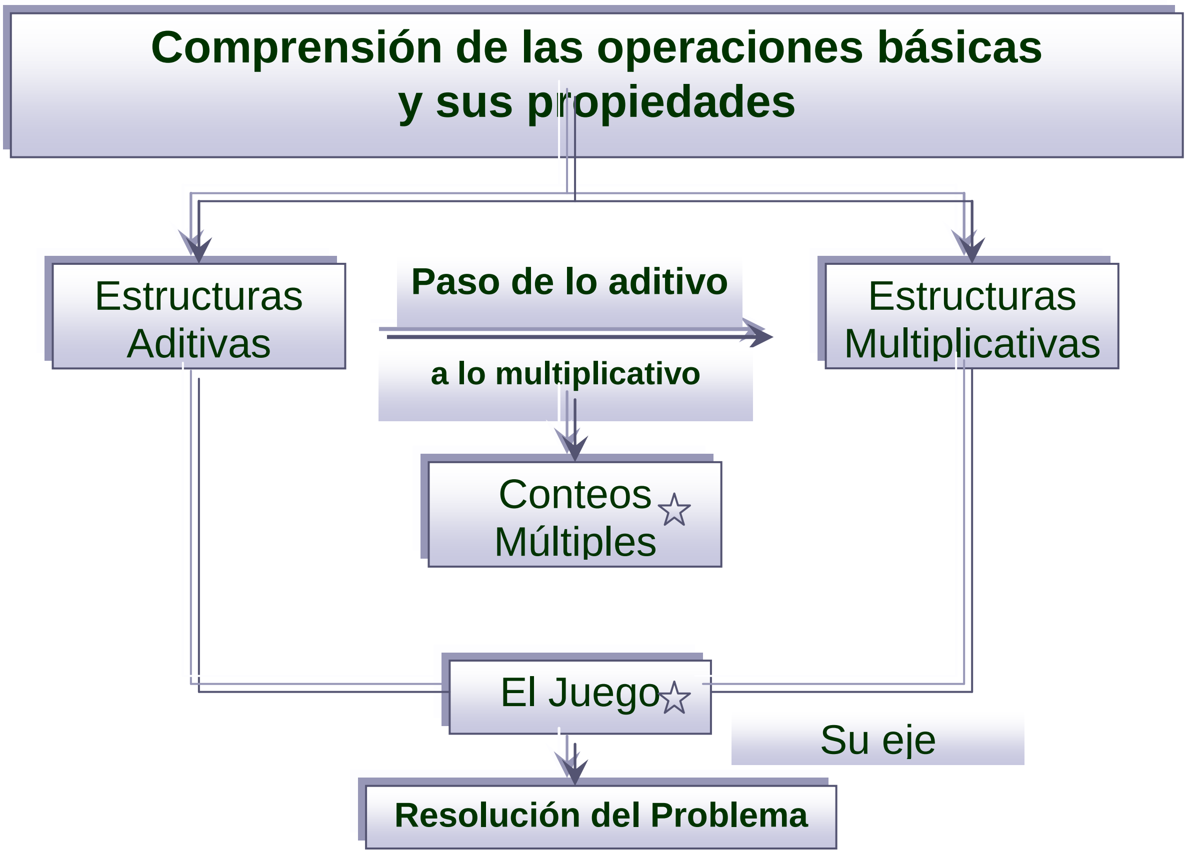


Figura 3. **Comprensión de las operaciones básicas y sus propiedades.**

6.2 SITUACIÓN PROBLEMA:

Un problema es una situación que necesita solución. Partiendo de esta base, se define el "problema matemático como una situación que atañe una meta a lograr y en donde casi siempre existirá un obstáculo para alcanzar dicha meta. La situación es normalmente cuantitativa y casi siempre se requieren técnicas matemáticas para su resolución pero es posible a veces resolverlo por cualquier otro procedimiento no convencional" (Castro, 1999 Pág. 30).

Siguiendo con esta misma línea teórica en lo que respecta a la aritmética encontramos que los problemas se clasifican en problemas de estructura aditiva y problemas de estructura multiplicativa.

Los problemas de estructura aditiva simple, son los que se resuelven por medio de una operación de suma o de resta. Están fundamentalmente determinados por dos estructuras básicas: La Estructura Simbólica y la Estructura Semántica se analiza desde dos puntos de vista: el gramatical y el lógico matemático, y de acuerdo a ellas, se clasifican según la posición que se le asigne a la variable.

Es así como encontramos que los problemas aditivos de Estructura Simbólica a+b=c se clasifican dependiendo del lugar donde se encuentre la incógnita en el problema, de acuerdo con esto se genera la siguiente clasificación:

Tabla 4. Estructura simbólica a+b=c

Para la suma	Para la resta
* a + b = ?	* a - b = ?
* a + ? = c	* a - ? = c
* ? + b = c	* ? - b = c
* ? = a + b	*¿ = a - b
* c = ? + b	* c = ? - b
* c = a + ?	* c = a - ?

Entre las estructuras que determinan los problemas, tenemos la Lógico Matemática inherente a las otras dos estructuras, pues ésta hace referencia a las acciones matemáticas que hay en el problema, de este modo lo que se traduce es la Estructura Lógico Matemática por ejemplo: en los problemas de comparación está en identificar cuál es el referente, el referido y la comparación y saber la relación que se establece entre ellos a través de una comparación.

De este modo podemos observar la complejidad de la formulación y resolución de problemas verbales; conceptos que el maestro debe tener muy claro por dos razones: la primera porque unos son más complejos que otros dependiendo de su estructura. Ejemplo: un problema cuya estructura simbólica sea $a + b = ?$ Presenta mayor dificultad en la categoría de cambio que en la categoría de combinación pues en ella no media la transformación (el completar no se ve).

En un problema del tipo $a + ? = c$ ó $? + b = c$ es mucho más fácil en la categoría de cambio que en la categoría de combinación, pues el problema no le dice de entrada que reste o sume (el completar no se ve).

La segunda razón es porque las variedades semánticas y sintácticas de la lengua, pueden afectar la interpretación de los enunciados de los problemas y la codificación en lenguaje lógico matemático. De esta manera las dificultades están dadas dependiendo del tipo de expresión simbólica, estructura gramatical y lógico matemática, es ahí donde varía el grado de dificultad de los problemas.

Igualmente, los problemas aditivos se clasifican según su estructura semántica, o sea, según las connotaciones de los signos, las palabras, las proposiciones y los vínculos que entre ellos se establece en el enunciado verbal del problema.

En este sentido, Neshes* clasifica los problemas atendiendo a la Estructura Semántica en cuatro categorías:

6.2.1 Categoría de Problemas de Cambio:

Es una categoría en la que los problemas implican un incremento o isminución de la cantidad inicial hasta crear una serie final, hay en ellos implícita una acción a través del tiempo y en la que intervienen tres cantidades: una inicial, una de cambio y otra final.

6.2.2 Secuencia en el tiempo

Como se trata de despejar la incógnita para hallar la solución, en la formulación del problema la cantidad desconocida (o incógnita) puede ser cualquiera de ellas, lo que da lugar a los tres primeros tipos de problemas de la Estructura Simbólica, así por ejemplo:

- - Cuando la cantidad inicial y la magnitud de cambio son conocidas debiendo en este caso hallar la cantidad final. Estructura Simbólica a + b = ? ó a – b = ?, ejemplo: Amparo tiene 5 lápices y compra 3 más. ¿Cuántos lápices tiene ahora? (problema aditivo de la categoría de cambio con estructura simbólica a + b = ?).

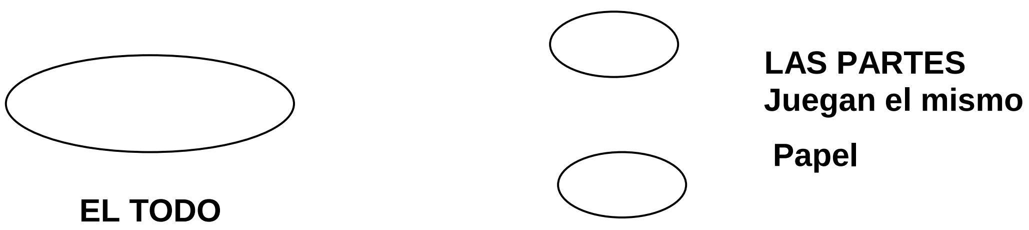
- - Cuando la cantidad inicial y el resultado del cambio son conocidos, cuya incógnita es hallar la magnitud de cambio. Estructura Simbólica a + ? = c o a - ? = c, ejemplo: Amparo tiene 5 lápices y quiere comprar algunos más

* Citado en el texto Estructuras Aritméticas Fundamentales y su Modelación de Encarnación

para obtener 8 ¿cuántos lápices debe comprar? (problema aditivo de categoría de cambio con estructura simbólica a + ? = c).

- **-** Cuando la incógnita es la magnitud inicial conociéndose la magnitud del cambio y del resultado. Estructura Simbólica? + b = c o ? + b = c, ejemplo: Amparo tenía algunos lápices, compro 3 más y reunió 8 ¿cuántos lápices tenía inicialmente (problema aditivo de categoría de cambio con Estructura Simbólica ? + b = c).

La segunda categoría es la Categoría de Problemas de Combinación: hacen referencia a los problemas que ponen en combinación el todo con las partes o las partes con el todo, es decir, que se refieren a la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma.



Esta categoría tiene una relación lógica diferente a la de cambio, pues la relación parte todo no está mediada por el tiempo, es decir que no implica acción.

En la categoría la combinación se da lugar a dos tipos de problemas:

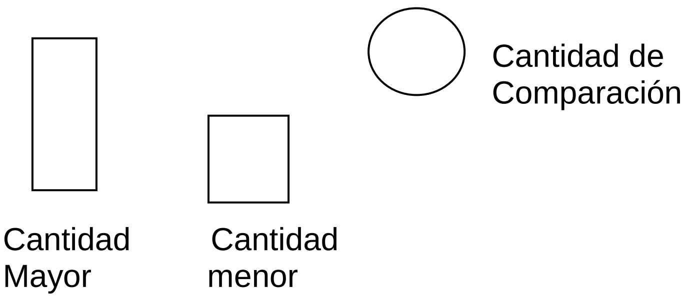
- Cuando se conoce la colección total y una de las subcolecciones debiendo hallar la otra subcolección. Ejemplo: Lina compra 8 blusas 5 de ellas son azules y el resto son amarillas, ¿cuántas blusas amarillas compró Lina?

(problema aditivo de categoría de combinación con Estructura Simbólica c = a + ?).

- Conocer las dos subcolecciones y desconocer la colección total. Ejemplo: Lina compró 5 blusas azules y 3 amarillas ¿cuántas blusas en total compró Lina? (problema aditivo de categoría de combinación con Estructura Simbólica a + b = ?).

La tercera categoría es la Categoría de Problemas de Comparación: éstos problemas implican una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos “más que” y “menos que”. Hay en

ellos tres cantidades: una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia.



Cualquiera de ellas en un problema determinado hace de referente o de referido. Si la cantidad comparada es más grande que la cantidad de referencia, la cantidad comparada es menos que la de referencia y viceversa, lo que determina los siguientes tipos de problemas:

- Cuando el referente y el referido son conocidos y se desconoce la comparación. Ejemplo: Gloria tiene 8 galletas, ella tiene 3 galletas menos que Lina, ¿cuántas galletas tiene Lina? (problemas aditivos de comparación con Estructura Simbólica: ? -3=8), en este caso 8 es la cantidad referente, 11 es la cantidad referida y 3 es la cantidad de comparación.

- Cuando el referente y la comparación son conocidos y se desconoce el referido. Ejemplo: Ignacio tiene 5 caramelos y María tiene tres caramelos más que él. ¿cuántos caramelos tiene María? (problema aditivo de comparación con Estructura Simbólica a + ? = c).

- Cuando el referido y la comparación son conocidos y el referente es desconocido. Ejemplo: Pilar tiene 3 galletas, ella tiene 2 galletas más que Pedro, ¿cuántas galletas tiene Pedro? (problema aditivo de comparación con Estructura Simbólica ? + b = c).

La última categoría es la de Problemas de Igualación: en ellas hay que responder que se hace con una colección para que represente el mismo número de elementos que la otra, dando lugar a dos tipos de problemas:

Cuando la acción hay que realizarla sobre la mayor de las colecciones en cuyo caso se tiene una separación – igualación – Ejemplo: Joyce tiene 8 confites y Gloria tiene 6 confites ¿cuántos confites se debe comer Joyce para tener los mismos que Gloria?. Otra forma: Andrés tiene 5 globos y Tomas tiene unos cuantos, si Tomas rompe 3 tendrá tantos como Andrés, ¿cuántos globos tenía Tomas?.

La invitación es entonces, que cuando se planteen problemas aditivos a los niños se haga énfasis en la búsqueda de la significación de los enunciados, antes que su codificación en símbolos matemáticos.

En este sentido Mesa (1997) sugiere que una táctica muy conveniente para lograr la significación, consiste en dialogar con los niños sobre lo que entienden acerca de los enunciados ¿cuál es la pregunta?, ¿qué datos existen?, ¿qué afirmaciones se presentan?, ¿cómo cree que lo puede resolver?, ¿cómo cree que lo puede resolver?, ¿cómo escribir matemáticamente las afirmaciones?.

Como uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de la aritmética es que el estudiante construya la habilidad de resolver problemas en su vida cotidiana, el currículo entonces debe girar con base en la formulación y resolución de éstos; una buena metodología sería utilizar juegos, ábacos, calculadoras o en fin, medios que permitan crear situaciones problemas, espacios para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar con el objeto de conocimiento, dinamizan la actividad cognitiva, generando procesos de reflexión que conducen a la adquisición de nuevos conocimientos. Es un espacio para generar y movilizar procesos de pensamiento que permitan la construcción de conceptos matemáticos impregnados de significado.

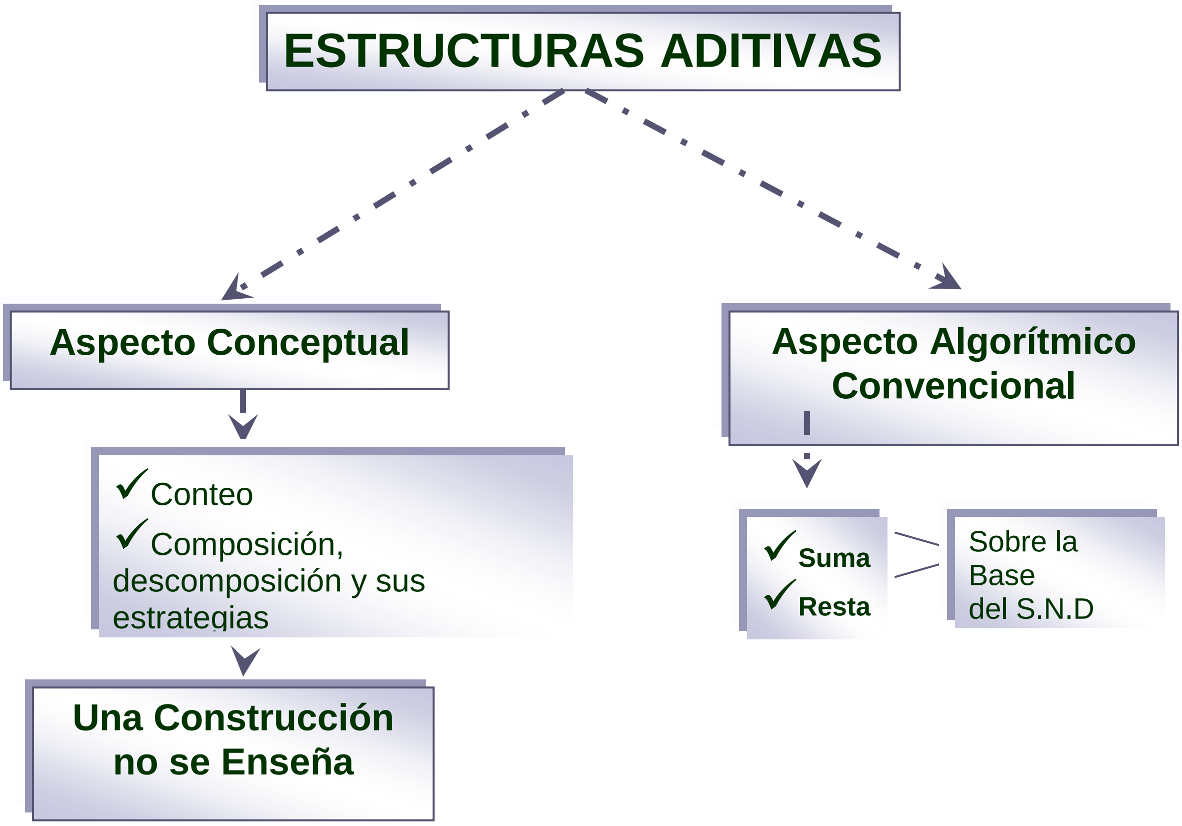


Figura 4. **Estructuras aditivas.**

6.3 ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS

Cuando se alude a la expresión “Estructuras multiplicativas” es para designar con ello todas aquellas situaciones que implican resolver un problema para cuya resolución se involucran las operaciones de multiplicación y división, o la combinación de ambas. En este sentido Vergnaud expresa:

> El campo conceptual de las estructuras multiplicativas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de los conceptos, teoremas, que permiten analizar esas situaciones: proporción simple y proporción múltiple, función lineal y no lineal, relación escalar directa e inversa, cociente y producto de dimensiones, combinación lineal y aplicaciones lineales, fracción, razón, número racional, múltiplo, divisor, entre otros”[10]

En este aporte de Vergnaud, es posible vislumbrar como las estructuras multiplicativas conforman un entramado conceptual que genera lo que dicho autor denomina campo conceptual, entendiendo por ello “Un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos, procedimientos y representaciones, estrechamente interconectados”[11].

Estos aportes cobran gran importancia dentro del currículo escolar puesto que obligan a que la escuela tenga una aproximación diferente hacia lo multiplicativo, haciendo necesario una metodología que permite integrar la gran variedad de conceptos que hay al interior de esta estructura, lo que crea una ruptura con la enseñanza tradicional, pues ya no se podría continuar con una enseñanza fragmentada de cada uno de los conceptos, es decir, enseñar por un lado a multiplicar y a dividir y por otro las razones, las funciones, sin reflexionar sobre las relaciones que existe entre estos conceptos y los demás.

---

[10] VERGNAUD, 1994 Pág. 133-170
[11] Op. Cit. VERGNAUD, 1983, Pág. 127

En este sentido, el estudio de las estructuras multiplicativas en la escuela tiene como meta fundamental el desarrollo del pensamiento proporcional y para ello hay que integrar el estudio de la multiplicación y la división con los conceptos básicos de proporcionalidad con el fin de articular una gran unidad conceptual y por ende posibilitar que los alumnos desarrollen un pensamiento matemático más avanzado. Según lo anterior, se hace necesario ver la multiplicación no solo como el número de veces sino como un proceso de cambios simultáneos de dos espacios de medida.

Esto implica comprender que el número de veces, es decir, la relación entre el multiplicando y el multiplicador es el primer paso en el acceso a lo multiplicativo. En esta etapa es fundamental que el niño adquiera domino en los conteos múltiples, es decir, aquellos conteos de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, etc, o sea aquellos conteos en los que el uno no es la unidad de conteo, lo que permite además construir las tablas de multiplicar con sentido.

La razón fundamental de esta afirmación se basa en las exigencias implícitas que existen para operar tanto con la multiplicación, como con la división, ya que el pensamiento multiplicativo a diferencia del aditivo exige la capacidad de operar simultáneamente, con dos o más clases (o colecciones).

Así por ejemplo en el caso de la multiplicación se opera con dos cantidades básicas: la cantidad que se repite formalmente denominada como multiplicando y el número de veces que se repite la cantidad inicial, conocida esta como multiplicador: el manejar estos dos factores multiplicando y multiplicador le exige al niño entender que simultáneamente, es decir, al mismo tiempo, tiene dos cantidades una de las cuales representa el operador multiplicativo y la otra que indica el tamaño de dicha colección.

Miremos un problema que nos permita ejemplificar lo anteriormente expuesto:

En la papelería quedan para la venta 4 cajas de lapiceros. Si cada caja tiene 8 lapiceros, ¿Cuántos lapiceros quedan por vender?

En este problema existen dos variables básicas: cajas de lapiceros (4) y lapiceros por cada caja (8). Cuya estructura sería:

Cajas de lapiceros	Total de lapiceros
1	8
2	16
3	24
4	32

Como puede observarse, el niño debe tener conciencia que el número de cajas son 4, ni más ni menos y que cada caja tiene 8 lapiceros, lo cual indica que al no controlarse cualquiera de las dos variables, alteraría la tercera variable que es el resultado final.

De este modo, puede verse, una de las grandes diferencias entre el esquema aditivo y las estructuras multiplicativas, pues en el esquema aditivo no hay que controlar variables, pues solo hay que adicionar sucesivamente el sumando que se repite hasta llegar a un resultado final sin tener en cuenta para nada el número de veces que se ha realizado la acción de añadir.

Este primer momento de lo multiplicativo que podríamos denominar el paso de lo aditivo a lo multiplicativo, tiene entonces como característica fundamental fortalecer los conteos múltiples. Pero esta es solo una primera interpretación de la multiplicación y es necesario enfatizar en ello, porque desafortunadamente aquí se queda la escuela, impidiendo el acceso a lo multiplicativo en sentido amplio, es decir, como un proceso de cambio.

Siguiendo en esta línea, tenemos como segundo paso de lo multiplicativo, las relaciones de cambio en dos espacios de medida, lo cual esta relacionado con la proporcionalidad, pues cualquier problema de multiplicación o de división, por elemental que este sea, esconde en su seno una proporcionalidad, la cual en la mayoría de los casos es directa. Veamos un ejemplo:

Una libra de sal cuesta 250 pesos, ¿4 libras de sal cuánto cuestan?

Estructura lógico matemática:

A B A B

1 ------------------- 250 1 ---------------f (1)

4-------------------- X 4 ---------------f (4)

Generalmente este problema se representa así:

250 . 4 = 1000 ó 4 . 250 = 1000

Dejando oculta la relación entre la unidad y el precio de la unidad, con base en la cual se puede hallar el valor de las cuatro unidades.

Hay 2 espacios de medida (A, B) el espacio de medida A expresa medidas de peso (1 libra, 4 libras) mientras que el espacio de mediad B expresa medida en dinero (250 pesos, X pesos).

En este problema es posible analizar como hay una correlación de dos espacios de medida. Dicha covariación implica que cualquier cambio que se produzca en uno de ellos, debe reflejarse en la misma proporción en el otro. (Covariación positiva) Así:

1------------ 250 1---------------250

------------------ 2-------------- 500

4------------ X 4-------------- 1000

Este tipo de situaciones también suele ser representada como una adición repetida de un sumando. En estos casos se esconde a un más la relación de proporcionalidad.

El estudio de las estructuras multiplicativas por medio de la proporcionalidad se convierte en una excelente estrategia para que los niños desarrollen un pensamiento matemático avanzado, permitiendo desarrollar procesos de pensamiento, alejándose de la idea de solo hacer énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos, buscando en cambio un aprendizaje de mayor alcance, más duradero, procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender como aprender, tal y como lo sugieren los lineamientos curriculares en matemáticas.

Esta afirmación se sustenta en el hecho que al trabajar con problemas del tipo: Un kilo de papas cuesta $1200. ¿ 6 kilos cuánto cuestan?

EM1	**EM2**	
1	1200	
6	X	

1 ------------------- 1200
2 ------------------- 2400
4 ------------------- 4800
6 ----------------- 7200

Se hace posible que el niño a medida que va aumentando el rigor de análisis, vaya estableciendo diferentes relaciones entre los dos espacios de medida, entre ellos tenemos:

- Ambos lados siempre aumentan en la misma proporción. Es así como vemos que en el EM1 se paso del 2 al 4 . 4 es el doble de 2 por lo tanto en el EM2 esto debe verse reflejado y por ello el doble de 2400 es 4800.

- Cualquier valor del EM2 es igual a la unidad por la constante (1200) ejemplo el valor de 4 kilos de papa es = 4 . 1200 = 4800, o sea, que cualquier f(a) = K . a.

De este modo, es posible observar como el estudio de la proporcionalidad como covariación ofrece una gran riqueza conceptual que moviliza el pensamiento y el razonamiento, lo cual permite analizar las grandes ventajas que tiene utilizar la proporcionalidad como eje articulador de toda la estructura multiplicativa, el cual conduce a un largo camino como lo lustra la siguiente figura:

6.3.1 Pensamiento proporcional

Suma de **Funciones** **Medidas**
proporcionalidad simple
sumandos
iguales

Nota: Todo esto se pierde cuando la estructura multiplicativa es estudiada de manera tradicional, basada en el estudio de los algoritmos convencionales.

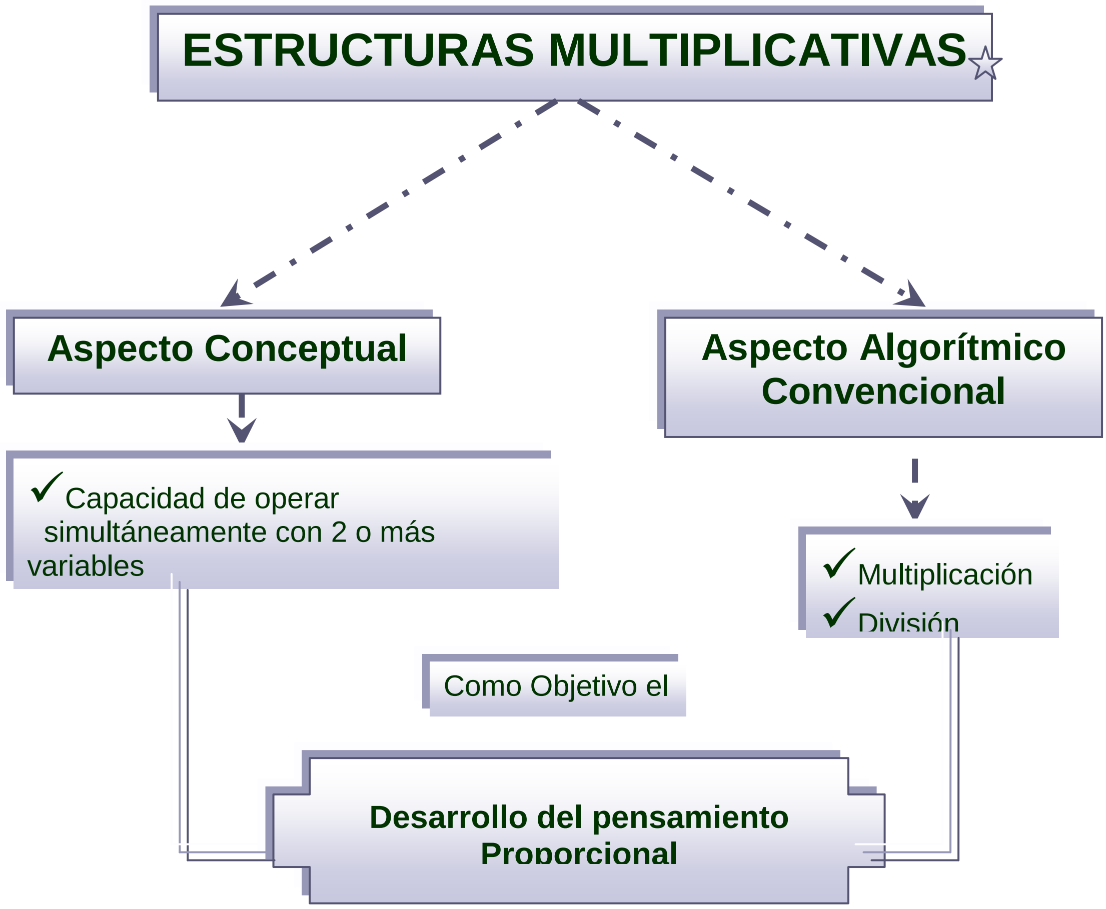


Figura 5. **Estructuras multiplicativas**

6.3.2 Clasificación de los problemas de estructura multiplicativa

El análisis que hace Vergnaud (1983) de los problemas que conllevan operaciones de multiplicación y división, muestran que los problemas de este tipo se sitúan en el marco de dos grandes categorías:

- Isomorfismo de medida
- Producto de medida

6.3.2.1 El isomorfismo de medida:

Es una clase que engloba a los problemas en los que subyace una proporcionalidad e intervienen cuatro magnitudes implicadas.

Dentro de la clase de problemas de isomorfismo de medida, hay tres grandes subclase de problemas: una subclase de multiplicación, una de división y una subclase de problemas de regla de tres.

6.3.2.1.1 Subclase de multiplicación:

Corresponde a la siguiente estructura matemática:

EM_1 **EM_2**

$$1 \longrightarrow C = f(1)$$
$$B \longrightarrow X = f(B)$$

Así por ejemplo: Juan compró 6 caramelos a 50 pesos, ¿cuánto tiene que pagar?.

En donde:

EM_1 = número de caramelos

EM_2 = valor de cada unidad

C = 50

B = 6

- Estructura matemática

$$1 \longrightarrow 50$$

$$6 \longrightarrow X$$

6.3.2.1.2 Subclase de división

En la subclase de división hay dos tipos de problemas los cuales corresponden a las siguientes estructuras matemáticas:

EM_1 **EM_2**

1 ------------------ X = f(1)

B ----------------- C = f(B)

Consiste en hallar el valor de la unidad f(1), conociendo " B" y f(B)

Ejemplo:

Elena quiere repartir sus caramelos con María y Carmen en partes iguales. Su madre le da 12 caramelos, ¿cuántos caramelos recibiría cada una?

En donde:

EM_1 = Número de niñas

EM_2 = Número de caramelos

B = 3

C = 1 2

- **Estructura matemática**

$1 \longrightarrow X$

$3 \longrightarrow 12$

2.2 **EM_1** **EM_2**

1 B = f (1)

X C = f (X)

Consiste en hallar X conociendo f (X) y F(1). Ejemplo:

Juan tiene 1500 peso para comprar helados. Cada helado cuesta 300 pesos, ¿cuántos helados puede comprar?

En donde:

EM_1 = Número de helados

EM_2 = Valor de helados

B = 300 pesos

C = 1500 pesos

- Estructura matemática:

$1 \longrightarrow 300$

$X \longrightarrow 1.500$

6.3.2.1.3 Subclase de problemas de regla de tres:

Corresponde a las siguientes estructuras:

EM_1	EM_2
a ------------	c = f (a)
b ------------	X = f (b)

Ejemplo:

Una carrera de autos cubre un trayecto de 274.760 kilómetros. Un auto consume 6.785 litros de gasolina cada 100 kilómetros, ¿cuánto consumirá dicho auto durante la carrera?.

- Estructura matemática

EM_1		**EM_2**
100 Km.	------------------------	6785 litros
247. 760 Km.	------------------------	X litros

EM_1	**EM_2**
a ---------------	X = f(a)
b --------------	c = f(B)

EM_1 EM_2

a ---------- b = f(a)

x ----------- c = f(X)

Ejemplo:

Si 5 bolas valen 15 puntos, 54 puntos ¿a cuantas bolas equivalen?

- Estructura matemática

5 bolas ---------------- 15 Puntos

X bolas ---------------- 54 puntos

EM_1 ------------------ EM_2

X ------------- b = f(X)

a -------------- c = f(a)

En esta clasificación puede analizarse como los problemas de multiplicación y división son casos simples de los problemas más generales de la regla de tres y se distingue de estos en que uno de los cuatro términos implicados es igual a uno (1), mientras que en los problemas de regla de tres no.

6.3.3 Análisis de los problemas de proporcionalidad simple

Los problemas de proporcionalidad simple, pueden ser resueltos mediante dos tipos de relaciones u operadores: El operador Escalar y el operador Funcional

- **Análisis escalar**: Este implica comparar cómo cambian las cantidades al interior de un mismo espacio de medida (vertical)

Ejemplo: A ---------- f(A)

Multiplica B --------- f(B) regresa dividiendo (./.)

- Análisis funcional: Este análisis conlleva a analizar las relaciones que se dan entre los dos espacios de medida, del uno al otro (horizontal).

	Divide	por K
Ejemplo:	A -------------- f(A)	A ------------- f(a)
	B -------------- f(B)	B ------------- f(B)
	Divide	Por K

Si 5 bolas valen 15 puntos, 54 puntos ¿a cuántas bolas equivalen?

Se divide por 3		por 3
5 bolas -------------15 puntos	o multiplicando	5 bolas ---------- 15 puntos
X bolas ------------- 54 puntos		18 bolas ----------- X puntos
Divide por 3		por 3

6.4 PRODUCTO DE MEDIDAS

Es una clase que engloba a los problemas en los que intervienen tres magnitudes, de tal manera que una de ellas es el producto cartesiano de las otras dos; en palabras del autor" es una relación ternaria entre tres cantidades de las cuales una es el producto de las otras dos" (Vergnaud, 1991)

$M_1 \; . \; M_2 = M_3$ Esta estructura describe un buen número de problemas relativos a: área, volúmenes y productos cartesianos de conjuntos discretos. Su forma general es una relación ternaria entre tres cantidades, una de las cuales está definida como un par ordenado cuyas componentes son las otras dos cantidades. Por ello la forma más natural de representar esta relación ternaria es mediante una representación cartesiana.

Dentro de la clase producto de medidas, se pueden distinguir dos subtipos de problemas:

6.4.1 Multiplicación:

En estos problemas se debe encontrar la medida producto, conocidas las medidas que lo componen. Por ejemplo, ¿cuál es el área de una habitación rectangular que mide 5 metros de largo por 3 metros de ancho?

M_1 = Largo
M_2 = Ancho
$M_1 \; . \; M_2$ = Área.

Ejemplo: Susana tiene una muñeca a la cual le tiene : 2 faldas (una rosada y otra azul) y 3 blusas (una blanca, una negra y una gris), ¿de cuántas maneras diferentes puede vestir Susana a su muñeca?

Analizando este ultimo ejemplo tenemos:

	BLUSAS		
	Blanca	Negra	Gris
FALDAS			
Rosada	(Rs.Bl)	(Rs .N)	(Rs.G)
Azul	(A.Bl)	(A.N)	(A.G)

6.4.2 División:

En estos problemas se debe encontrar una de las cantidades elementales que se componen , conociendo la otra y la cantidad compuesta, por ejemplo:

La superficie de una habitación rectangular es de $24m^2$ y el largo de ella es de 6m, ¿cuál es el ancho de la habitación?

En este punto del análisis dimensional el producto de medida tiene una gran diferencia con el isomorfismo de medida, pues mientras que en los isomorfismos el análisis dimensional produce medidas en uno de los espacios de medidas involucrados, por el contrario, en el producto de medidas se genera un producto de dimensión superior a la suma de los dos espacios de medida de los factores, así por ejemplo:

Una pieza rectangular tiene 4m de largo y 2 de ancho, ¿cuál es su área?

Como puede observarse, hay un cambio dimensional, ya que el cálculo del área es el resultado de multiplicar una longitud por otra longitud, lo que produce unidades de área.

La longitud es unidimensional, mientras que el área es bidimensional, por lo tanto no sólo se multiplican los valores de las longitudes, si no también, las dimensiones: $12m^2 = 4mx3m$, esto es, $4x3 = 12\ mxm = m^2$.

La noción de metro cuadrado tiene dos sentidos complementarios, el de el cuadrado de un metro de lado y el de producto de dos medidas de longitud. (metro por metro). Sólo el segundo sentido permite extender a formas que no se dejan descomponer en cuadrados (triángulos, círculos, etc) La relación fundamental: longitud por longitud = longitud^2 (longitud al cuadrado).

Esta relación es la que le da sentido a la escritura simbólica de las unidades de área: m^2, cm^2 Km^2 y etc.

6.5 ASPECTO ALGORÍTMICO CONVENCIONAL DE LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS

El aspecto algorítmico de las operaciones multiplicativas hace referencia a aquellos procedimientos convencionalmente establecidos para realizar los cálculos de multiplicación y de división.

Normal mente la escuela concibe la "enseñanza", de la multiplicación y la división, como el aprendizaje de los pasos de cada una de estas operaciones, olvidando que los algoritmos son una síntesis de todo un proceso de construcción y que cada uno tiene una razón (matemáticamente hablando) de por que se hace como se hace.

En este sentido es importante comprender que los algoritmos con que nosotros operamos están fundamentados en el sistema de numeración decimal, esta comprensión permite que los niños logren darle sentido a los algoritmos, así por ejemplo, en el caso de la multiplicación 825x23, Normalmente se representa así:

825 X → Multiplicando

23 → Multiplicador

2.475

1.650

18.965

y se enseña sin explicarle al niño:

- Por qué se empieza a multiplicar de derecha a izquierda, es decir en sentido contrario a como se escribe. En este caso el número 3
- Por qué hay que dejar un espacio cuando se multiplica por el segundo número.
- Por qué se dice que 3x5=15, coloco el 5 y llevo 1 y por qué no se coloca el 15 completo?
- Y menos a un que la expresión 825x23 quiere decir 825 veces 23, o sea, que el signo (X) por indica el número de veces que se repite determinada cantidad.

Estas reglas obedecen a las leyes formales del sistema, así por ejemplo el hecho de que se comience a multiplicar de derecha a izquierda, obedece a que siempre se opera empezando por las unidades de menor orden (unidades simples sueltas), ya que con éstas se conforman las de mayor orden, es decir las unidades compuestas (decenas, centenas, etc,), debido al principio de equivalencia con que funciona el sistema.

De igual forma es posible explicar el por que de cada uno de los pasos con que se opera con los algoritmos en este caso de la multiplicación y la división: que si llevo 1 es porque esta pertenece a un orden superior y así sucesivamente.

Para todas estas explicaciones el ábaco se convierte en una herramienta muy eficaz que permite que los niños comprendan el S N D   y a partir de dicha comprensión el porque se opera así.

En el caso de la división se hace aún más complejo aprenderse de memoria la manera como se opera con este algoritmo, pues el niño tiene que memorizarse una serie de reglas, como por ejemplo:

✷

384	8	8.550	76

64	48	095	112
0		190	
		38	

- Si hay una cifra en el divisor, se separa una en el dividendo, pero, ¿por qué hay veces que habiendo un solo cifra en el divisor se separan dos en el dividendo?
- ¿por qué en el segundo ejemplo el 5(✷) se convierte en 15 como si fuera mágico, y más aún la otra cantidad (8) no se ve afectada para nada?
- ¿Por qué se bajan los números (bajo el 5, bajo el 0)
- ¿Qué relación tiene el residió con las otras cantidades? ¿por qué en ocasiones no sobra nada y en otras sí?
- ¿Por qué en la división se comienza a operar tal y como se escriben los números, es decir de izquierda a derecha, diferente a como se hace con el algoritmo de las otras tres opresiones (suma, resta y multiplicación)

Estas y otras inquietudes, igualmente pueden ser resueltas, acudiendo a las reglas del sistema, de esta manera tenemos:

- El hecho de que cuando hay una cifra en el divisor, se separa una en el dividendo, obedece a que siempre hay que repartir cada una de las cantidades del dividendo comenzando por las unidades de primer orden (U. De mil, centenas, decenas unidades simples sueltas), y así sucesivamente; en el caso de la siguiente división tenemos:

842 ÷ 4 El 8 que es la unidad de mayor orden, está ubicado en el lugar de las centenas, por tanto su valor es 800, el cual se puede repartir perfectamente entre 4.

- El que se separen dos cifras en el dividendo habiendo una en el divisor, se debe a que la unidad de mayor orden, que siendo una unidad compuesta hay que descomponerla (menudearla). Miremos esto en el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 384 & 8 \\ \hline & \end{array}$$

Si tenemos 384 pesos para repartir entre 8 personas y se sigue la regla de comenzar por la unidad de mayor orden observamos que el3 equivale a 300 pesos (3 centenas), que alcanzan para repartir entre 8 personas de manera equitativa únicamente se se cambian por su equivalente, es decir, billetes de a 10 (decenas) en cuyo caso tenemos 30 billetes de 10 que sumados a los 8 que había en el lugar de las decenas, completamos 38 decenas en total, siendo esta la razón por la cual se separan dos cifras en el dividendo.

- ¿El hecho de que en la división $\begin{array}{r|l} 8550 & 76 \\ \hline & \end{array}$ el primer 5 se convierta en 15 como si fuera mágico?

- La razón por la cual se deben bajar los números obedece igualmente a las relaciones de equivalencia que se establece dentro del S N D.

Siguiendo con el ejemplo anterior tenemos:

$$\begin{array}{r|l} \underline{38}4 & 8 \\ \hline 6 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 384^{1} & 8 \\ \hline 64 & 4 \end{array}$$

Que después de haber repartido los 38 billetes de a 10 entre 8 personas, a cada persona le correspondieron 4 billetes y sobraron 6 billetes de a 10 que no alcanzan para repartirlos equitativamente, a menos de que se cambien por su equivalente (billetes de a 1). Una vez hecho este cambio se obtienen 60 billetes de a uno que sumados con los 4 que se encontraban en el lugar de las unidades sueltas, se completan 64 billetes de a uno (64 unidades sueltas) que al repartir equitativamente entre 8 personas, le toca a cada persona 8 billetes de 1 y no sobra nada, siendo esta la razón que explica el hecho de que en ocasiones en el residuo no sobre nada. En el caso de que sobre es porque no alcanza para repartir equitativamente, no habiendo después de las unidades sueltas ninguno que pueda cambiarlo por su equivalente (al menos en el caso de los números naturales).

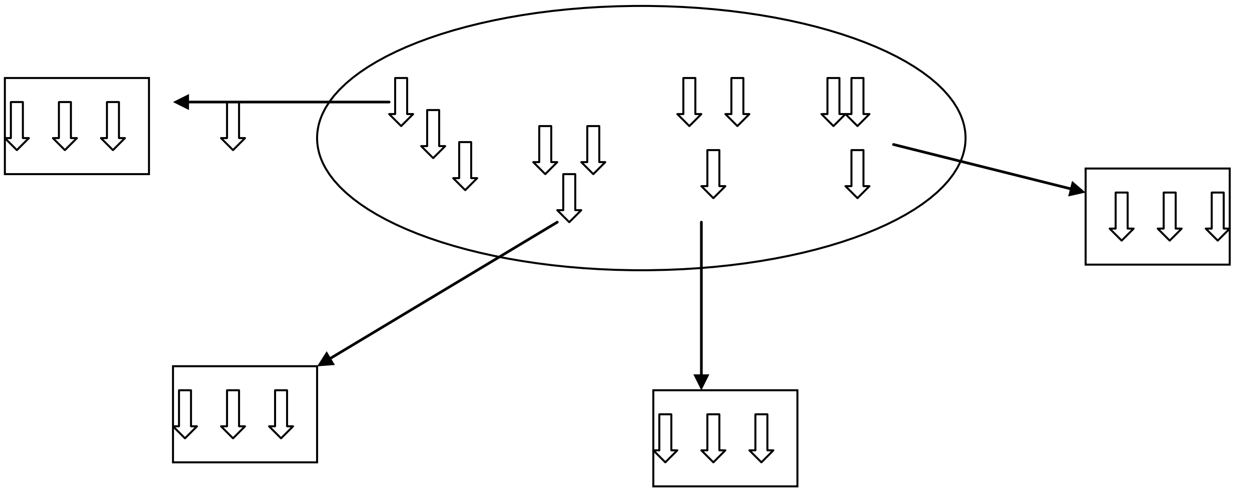
- Para responder a la pregunta ¿Por qué en la división se opera de izquierda a derecha contrario a como se procede con los otros tres algoritmos?. Es por razones similares a las anterior mente expuestas, relacionadas con el principio de equivalencia.

Dentro de las estrategias didácticas que pueden servirle al maestro para ayudar a los niños y niñas en la comprensión del algoritmo de la división se encuentran las siguientes:

- Desde el punto de vista pedagógico el doctor Carlos Educardo Vasco sugiere trabajar dos concepciones fundamentales de la repartición de objetos, el de a y el entre, para abordar la construcción significativa de división. Veamos a que se refiere con ello:

6.5.1 Concepto del de A:

Representa una división en la cual se debe hallar el valor de la unidad, es decir, una división en donde cada cantidad debe ser repartida en determinada cantidad de partes iguales, necesitando averiguar en cuantas partes, pero conociendo el tamaño de cada una de ellas (restas sucesivas) ejemplo: Si se tienen 12 colores y se necesita empacarlos en cajas. Si en cada caja deben ir 3 colores, ¿Cuántas cajas se necesitan?

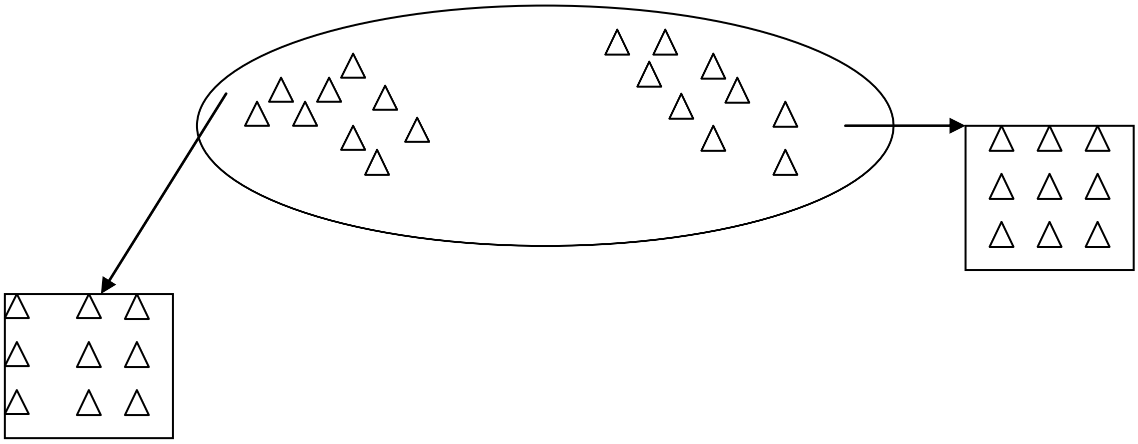


Esto se puede simbolizar como: $\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 4 \end{array}$ ó $12 \div 3 = 3x4+0$

En este tipo de división lo primero que se determina es el número de objetos que ven a ser repartidos, significando con ello el divisor y luego el cociente, es decir, el número de particiones efectuadas; el residuo es el número de objetos que no pueden ser repartidos un número entero de veces.

6.5.2 Concepto del entre:

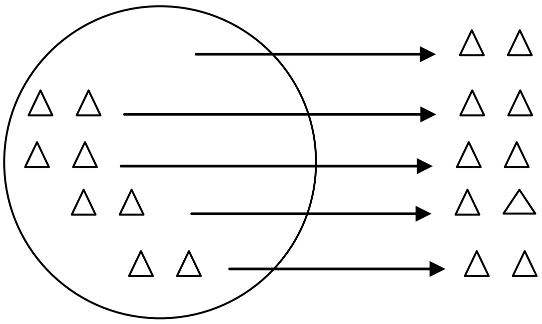
Es una división en la cual se debe hallar el valor de la unidad, cuando los números involucrados son números enteros, entonces se genera la división partitiva, es decir, una división en la cual una cantidad mayor debe ser repartida entre diferentes grupos los cuales son conocidos y lo que hay que averiguar es la cantidad de objetos correspondientes a cada grupo (se realiza por conteo uno a uno) Por ejemplo: 18 objetos repartidos entre dos personas.



Simbólicamente : 18 | 2
0 | 9   ó   18 $\div$ 2 = 9.   En este caso el divisor se interpreta como el número de grupos que se van a formar.   El cociente se refiere al número de elementos u objetos que conformaran el grupo.

6.5.3 División por restas sucesivas:

Por medio de esta estrategia se le puede enseñar al niño, niña, como la división es un caso particular de la resta.   Ejemplo: Diez repartido de a dos



De 10 quito 2, me quedan 8, o sea 10-2=8

De 8 saco 2, me quedan 6, o sea, 8-2=6

De 6 saco 2, me quedan 4, o sea, 6-2=4

De 4 saco 2, me quedan 2, o sea, 4-2=2

De 2 saco 2, me queda 0, o sea, 2-2=0

Simbólicamente 10 | 2
0 | 5

En donde el divisor es el sustraendo que se repite y el cociente indica el número de veces que puedo restar el divisor del dividendo.

Este concepto nos permite trabajar con los niños y niñas la generalización de otras magnitudes de orden mayor, conservando la misma estructura, así:

$100 \div 20$, equivale a :

$100 - 20 = 80$

$80 - 20 = 60$

$60 - 20 = 40$

$40 - 20 = 20$

$20 - 20 = 0$

Simbólicamente $\begin{array}{r|l} 100 & 20 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$

El 20 se puede restar 5 veces del 100.

Ese proceso es igualmente eficaz para trabajar con numerales más grandes: $15.420 \div 3.240$

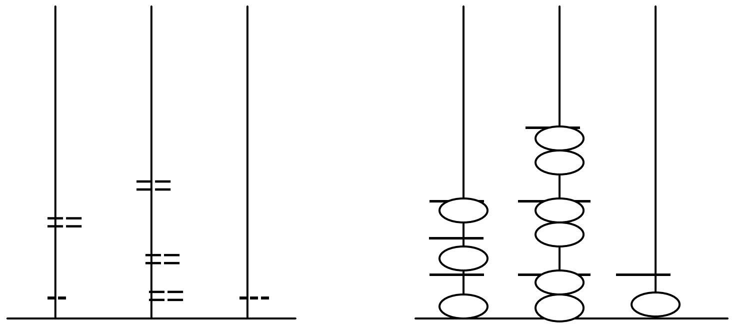
$$\begin{array}{r} 15.420 \\ 3.240 \\ \hline 12.180 \\ -3.240 \\ \hline 8.940 \\ -3.240 \\ \hline 5.700 \\ -3.240 \\ \hline 2.460 \end{array}$$

Simbólicamente $\begin{array}{r|l} 15.420 & 3.240 \\ \hline 2.460 & 4 \end{array}$

El 3.240, se puede restar 4 veces de 15.420 y sobren 2.460.

El ábaco es un instrumento muy útil que ayuda para una mejor comprensión de la significación inicial, tanto para interpretar el de a como el entre y también las restas sucesivas. Ejemplo: 361 ÷ 3

Se reparten los aros de cada barra entre tres



3 6 1 | 3 6 1 | 3

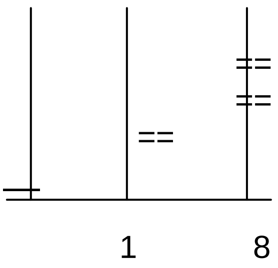
1 centena

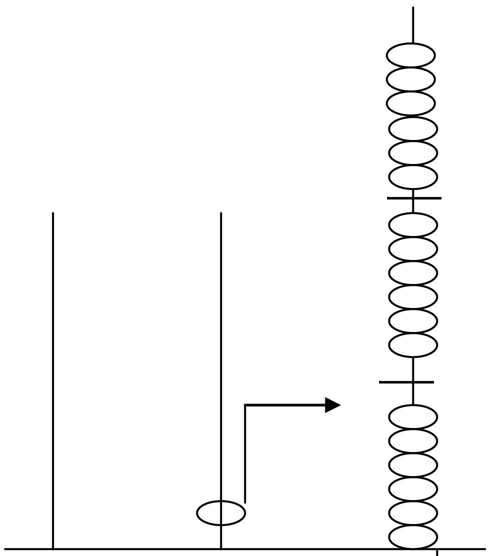
2 decenas = 120 unidades

y sobra 1.

```
                 1
Simbólicamente 361 | 3
                   |______
                0 6|  120
                 0 1
```

Otro ejemplo es: 18 ÷ 3 repartir 18 entre 3. Tengo una decena para repartir entre 3 no les puedo dar de a decena, entonces transformo la decena en unidades y obtenga 18 unidades en total. Ahora sí puedo repartir 18 unidades entre 3. Le corresponden de a 6 unidades a los 3 y no sobra nada.





1	8	3
-1	8	6 unidades
0	0	

6.5.4 La división por las unidades del sistema:

Observemos algunos ejemplos:

4.280	20
-2.000	100 + 100 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 = 214 y no sobra nada.
2.280	
-2.000	
280	
- 200	
80	
-20	
60	
-20	
40	
- 20	
20	

-20

0

Otro ejemplo:

328	4
-40	10+ 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 82 y no sobra nada
288	
-40	
248	
-40	
208	
-40	
168	
-40	
128	
-40	
88	
-40	
48	
-40	
8	
-4	
4	
-4	
0	

207.850	120
-120.000	1000+ 100+ 100+ 100+ 100+ 100+100+ 100+ 10+ 10+ 10+ 1+ 1=
87.850	1.732 y sobran 10
- 12.000	
75.850	
- 12.000	
63.850	
-12000	
51.850	
- 12.000	
39.850	
- 12.000	
27.850	
-12.000	
15.850	
-12.000	
3.850	
-1.200	
2.650	
-1.200	
1.450	
-1.200	
250	
- 120	
130	
- 120	
10	

Todos estos procesos permiten ir construyendo los algoritmos más sintéticos, es decir, los algoritmos convencionales, lo importante es que el maestro promueva en la búsqueda de algoritmos más eficientes, o por lo menos que comprendan el sentido económico de los procedimientos estándar utilizados para operar.

6.6 MUESTRA DE ALGUNAS DE LAS ACTIVIDADES QUE SE REALIZARON PARA CADA EJE TEMÁTICO

6.6.1 Actividades para la comprensión del sistema de numeración decimal

6.6.1.1 Nombre de la actividad: AGRUPEMOS DE 10 EN 10

6.6.1.1.1 Objetivo:

Trabajar la decena a través de la agrupación de unidades simples.

6.6.1.1.2 Recursos:

Palitos del mismo tamaño y cauchos o bandas plásticas.

6.6.1.1.3 Descripción de la actividad:

Se entrega inicialmente a cada niño una cantidad de palos no superior a 99, los cuales debe contar, anotando la cantidad total de ellos; luego debe formar grupos de a 10 palitos uniéndolos con un resorte. En este momento interviene la tutora con las siguientes preguntas a los niños, pidiendo que las respuestas sean consignadas en su cuaderno.

¿Cuántos paquetes de 10 palitos pudo formar cada uno?.

¿Cuantos palitos te quedaron sueltos?.

¿Por qué crees que sobraron palitos?

¿Qué relación hay entre los paquetes que se formaron y los palitos sueltos con la cantidad inicial que se contó?

Después de lo anterior se indaga sobre los saberes previos con respecto a las unidades simples y las decenas.

6.6.1.1.4 Representación de números de dos dígitos:

Desde lo concreto con el material construido (paquetes de 10 palitos o decena) así por ejemplo: Representar el número 63

Por último para afianzar el aprendizaje se realiza un taller con preguntas como:

- ¿Con cinco paquetes de 10 unidades y 2 unidades sueltas qué número se forma?.
- Con 49 palitos ¿Cuántos grupos de 10 unidades se puede formar? Y cuántas unidades quedan sueltas?
- ¿Por qué en el número 12 sólo hay un paquete de 10 unidades
- Completa la tabla colocando en ella el número que falta.

PAQUETES DE 10 UNIDADES	UNIDADES SUELTAS	CANTIDAD TOTAL
1	8	18
2		26
6	5	
7	9	

6.6.1.1.5 Conceptos matemáticos presentes en la actividad

- Conteo: Éste se presenta durante toda la actividad, en un principio el conteo de uno en uno cuando el niño cuenta el número de palos que posee y luego para agruparlos en los paquetes de diez unidades.

La composición se presenta cuando hace las diferentes representaciones.

Estrategias para la composición y la descomposición:

- Conteo 1 a 1
- Completar a partir de una cantidad dada

- Totalizar sin recurrir al conteo.

6.6.2 Actividades para la comprensión del sistema de numeración centenar

6.6.2.1 Nombre de la actividad: CONOCIENDO LAS CENTENAS

6.6.2.1.1 Objetivo:

Avanzar hacía las centenas y acercarse desde lo concreto a las equivalencias.

6.6.2.1.2 Recursos:

27 palos de 3 colores diferentes para cada niño (verde, rojo y amarillo). Monedas de peso, de diez pesos y 100 pesos.

6.6.2.1.3 Descripción de la actividad:

A cada niño se le entregan 27 palos, la tutora explica que se pueden agrupar de diferente manera con el fin de hacerlo más cómodo, procediendo a darle valor a los palitos en consenso con los niños para entender las equivalencias se ejemplifica con las monedas así: Sí en una mano tengo 10 monedas de un peso y en la otra mano una moneda de diez pesos ¿En cuál de las dos tengo más plata?¿Sí en ambas manos tengo el mismo dinero, cuál es más fácil de cargar; diez mondas de peso ó una de diez pesos?.

De igual forma se procede con diez monedas de diez y una de cien. Luego se procede a realizar lo mismo con los palos, dándoles valor según el color, de esta manera queda más fácil para los niños entender las equivalencias. Definiendo por último que los palos amarillos representan las unidades sueltas o simples (vale por 1). Los palos verdes representan las decenas (valen por 10 unidades), y los rojos representan las centenas (valen 100).

Así por ejemplo para representar el número 142 se necesita un palo rojo, 4 verdes y 2 amarillos.

Después de esta explicación se comienza hacer varios cambios de equivalencia así:

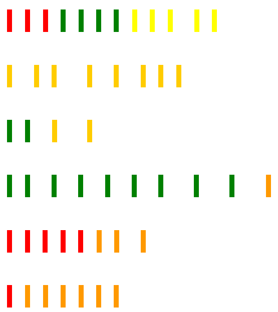
Con 15 palitos amarillos que número se forma? ¿Como se pueden cambiar? ¿Cuántas unidades sueltas quedan?

Sí tengo 11 palitos verdes y dos palitos amarillos ¿Qué número se forma? ¿Cuántas unidades sueltas quedan? ¿A cuántos palos rojos, verdes y amarillos equivalen? ¿Por qué?

La tutora pide a los niños que representen algunos números teniendo en cuenta el valor de los palitos. Se finaliza la actividad con un taller evaluativo que tiene como objetivo rastrear la comprensión del concepto por parte del niño.

6.6.2.1.4 Taller

Expresa el número que hay representado en la siguiente lista



Representa los siguientes números según el valor que tiene cada color del palito.

21

36

62

103

Expresa cuántas unidades, decenas, centenas hay en las siguientes representaciones de números.

I I I I I I

I I I I I I I I I

I I I I

I I I I I I I I

I I

I I I I I I I I I I I II II

6.6.2.2 Nombre de la actividad: Escala de numeración decimal

6.6.2.2.1 Objetivo:

Construir el concepto de unidades simples, decenas y centenas.

6.6.2.2.2 Recursos:

45 cuadrados sueltos de 1cm x 1 cm. para cada niño

colbón.

11 tiras de cartulina con 10 cuadritos de 1 cm. x 1 cm. dibujados, para cada niño.

6.6.3 Actividades para la comprensión del sistema de numeración centenar

6.6.3.1 Actividad 1

6.6.3.1.1 Descripción:

Se entrega los cuadritos a cada niño, para que los pegue en el cuaderno en forma ascendente. Es decir agregando de a uno cada vez (en forma de escalera). La tutora guía el trabajo representándolo en el tablero así:

	Le faltan nueve unidades sueltas para completar 1 decena	
		Le faltan ocho unidades sueltas para completar 1 decena

			Le faltan siete unidades sueltas para completar 1 decena						
				Le faltan seis unidades sueltas para formar 1 decena					
					Le faltan cinco unidades sueltas para formar 1 decena				
						Le faltan cuatro unidades sueltas para formar 1 decena			
							Le faltan tres unidades sueltas para formar 1 decena		
								Le faltan dos unidades sueltas para formar 1 decena	
									Le falta una unidad suelta para formar 1 decena

Luego de construir la serie, se hacen las diferentes lecturas correspondientes a cada una con respecto a la decena, hasta llegar a definir por medio de una lluvia de ideas el concepto de unidades simples o sueltas.

- Unidad simple: Son aquellas unidades que no alcanzan a completar una decena, es decir un paquete de 10.

Ejemplo: en el número 18 hay una decena y ocho unidades

18=

IIIIIIIIII	+ IIIIIIII
1 decena	8 unidades sueltas, porque le faltan 2 unidades para formar una decena.

6.6.3.1.2 Taller:

Descomponer los siguientes números, teniendo en cuenta el ejemplo anterior:

Cantidad total	decenas	Unidades sueltas	número
			45
			89

6.6.3.2 Actividad para el concepto de la decena:

(Sin todavía dar a conocer que está representando decena).

6.6.3.2.1 Descripción:

Se reparten las tirillas de decenas pidiendo a cada niño que observe que diferencias y semejanzas encuentran entre las unidades sueltas y las tirillas que acaban de recibir. Luego de que los niños dan sus opiniones con respecto al trabajo anterior la tutora interviene con las siguientes preguntas: ¿Cuántas unidades sueltas hay en una decena? y ¿Cómo podemos definir una decena?.

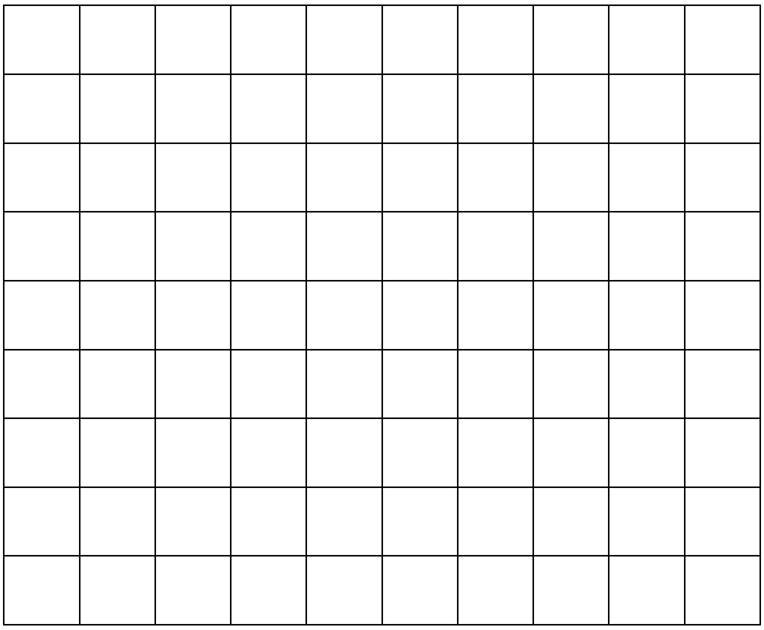
A través de una lluvia de ideas y la fundamentácion teórica de la tutora se define la DECENA: " como una unidad compuesta por diez unidades simples."

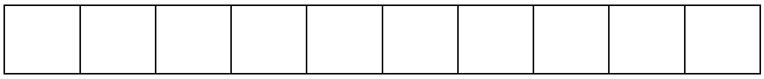
6.6.3.3 Actividad para el concepto de centena

6.6.3.3.1 Descripción:

Siguiendo con la misma línea, se aprovecha el trabajo realizado para el concepto de decena para a partir de este construir el concepto de centena.

Se entrega a cada niño 10 tirillas de decena, pidiéndoles que las peguen en el cuaderno en una misma línea secuencial así:





A continuación se inicia con preguntas para que los niños reflexionen:

- ¿Qué figura se formó?
- ¿Por cuántas decenas esta formada la figura?

¿Si la figura está formada por 10 decenas cuántas unidades en total tiene la figura? (Esta pregunta es de gran importancia porque permite analizar la manera como el niño ha aprendido el concepto. Si ante esta pregunta el niño procede a contar uno a uno los cuadritos para saber cuantos hay en total, podría deducirse que el niño no ha comprendido el concepto de decena, pues de lo contrario contaría de 10 en 10).

Según lo trabajado ¿Qué será entonces una centena?

Por lluvia de ideas y la aclaración de la tutora se define la **“centena como una unidad compuesta por diez decenas”**

6.6.3.4 Nombre de la actividad: “CONTANDO EN EL ÁBACO”

6.6.3.4.1 Objetivos:

-Elaboración del ábaco con los niños.

-Consolidar desde lo simbólico los conceptos aprendidos utilizando como mediador el ábaco.

-Identificar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.

6.6.3.4.2 Recursos:

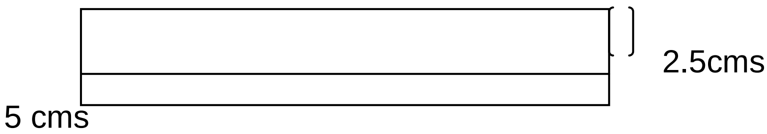
- 6 barras (palos de pincho, alambre, madera etc.) por cada niño

- Regletas (cartón de paja, listón de madera o cualquier otro tipo de material que sirva de base) de 30 cms x 5 cms.
- Plastilina.
- 60 aros para contar (chaquiras, círculos de cartón, tapas de gaseosa etc.)
- Tarjetas numéricas con los números de 0 al 9.

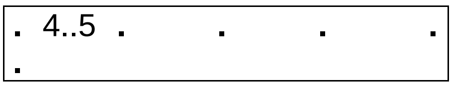
6.6.3.4.3 Descripción de la actividad:

La tutora previa a la actividad fabrica las regletas para el ábaco la cual va diseñada así:

- Se corta una regleta de 30 cms de largo por 5 cms de ancho. Buscamos la mitad del ancho: (2.5 cms) y trazamos una línea30 cms



- Cada 4.5 cms se hace un punto señalando que en ese lugar va una barra.
  4.5



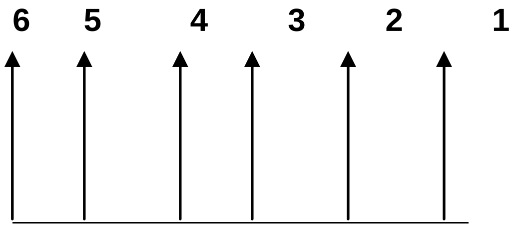
Se entrega las regletas a los niños, se les pide que saque la plastilina y hagan 6 bolitas del mismo tamaño y las fije en los puntos indicados de la regleta luego se introduce las barras.

Después de elaborado el ábaco se explica a los niños ¿qué es?, ¿para qué sirve? y ¿cómo funciona?

6.6.3.4.4 El ábaco:

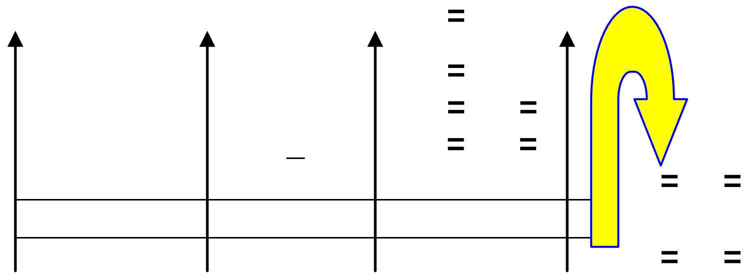
Es un instrumento utilizado para hacer cuentas. En la antigüedad se le usaba como una calculadora que permitía hacer las cuentas de forma más rápida y más exacta.

- ¿Cómo funciona el ábaco? Enumeramos las barras de la primera a la sexta de derecha a izquierda así:



En la primera barra se ubican las unidades simples o sueltas, en la segunda barra las decenas, en la tercera las centenas...

Siempre que ajustamos 10 aros en una de las barras las retiramos y las reemplazamos por una en la barra siguiente así por ejemplo:



Porque 10 unidades simples equivalen a una decena.

Una vez los niños han comprendido el funcionamiento del ábaco, se procede a utilizar diferentes representaciones utilizando conjuntamente las tarjetas con numerales para designar con ellas el número representado en el ábaco y relacionar la escritura de los números con el sistema de numeración decimal.

Finalizado con un taller de reflexión:

6.6.3.4.5 Taller

- Con tres chaquiras y utilizando las tres primera barras del ábaco ¿Cuál es el número más grande que se puede representar sin que quede ninguna barra vacía?
- Con cinco chaquiras y utilizando las dos primeras barras del ábaco escribe todos los números que se pueden representar

6.6.3.5 Nombre de la actividad: "REFLEXIONEMOS SOBRE LA ESCRITURA DE LOS NÚMEROS"

6.6.3.5.1 Objetivos :

- Análisis sobre la escritura de los números.
- Realizar descomposiciones de números en diferentes órdenes del sistema (Unidades, decenas y centenas)

6.6.3.5.2 Recursos:

- Ábaco
- Cuaderno y lápiz

6.6.3.5.3 Descripción de la actividad:

Recolección de saberes previos con las siguientes preguntas:

¿Por qué creen ustedes que el número ciento tres se escribe 103 y no 1003? Para encontrar respuesta a esta pregunta se utiliza el ábaco hasta que los niños logren descubrir que la escritura de los números esta relacionada con la posición de los mismos y sus respectivas equivalencias.

A continuación se hacen ejercicios de aplicación donde se vea claramente la descomposición de los números en diferentes ordenes del sistema así:

850 = 8 cientos o sea,	100+100+100+100+100+100+100+100 =	800
5 decenas o sea,	10 + 10 + 10 + 10 + 10 =	50
0 unidades sueltas o sea,	0 =	0
		———

850 unidades
en total

372=	3 cientos es decir,	100 + 100 + 100	= 300
	7 decenas o sea	10+10+10+10+10+10+10	= 50
	2 unidades sueltas	2	= 2

trescientos setenta y dos unidades en total 372

Por último se trabaja un taller de aplicación.

6.6.3.5.4 Taller:

Descomponer los siguientes números en forma larga:

- 215
- 999
- 727
- 17
- 108
- 5

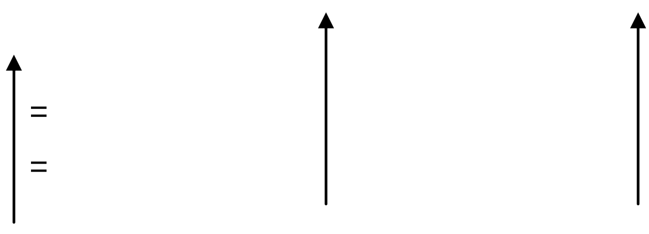
6.6.3.6 Nombre de la actividad: DESCOMPONIENDO NÚMEROS EN FORMA CORTA.

6.6.3.6.1 Objetivo:

Analizar una forma más corta para descomponer los números.

6.6.3.6.2 Descripción de la actividad:

Partiendo de la representación gráfica de números en el ábaco, por ejemplo el número 823



Se les pregunta a los niños:

¿Puede existir una forma más corta para descomponer los números sin necesidad de sumar centena tras centena?. Es decir sin decomponer ochocientos en 100 +100+100+100+100+100+100+100.

Después de recoger las ideas de los niños, se concluye que otra forma más corta de descomponer los números, es sumando las centenas, decenas etc., reuniéndolas en su totalidad y utilizando el total como resultado que las representa. Reformando el ejemplo anterior sería:

823= 800 ocho cientos es decir 800
+2 decenas, es decir 20

3 unidades sueltas o sea 3
----
823 unidades en total.

Se termina la actividad con un taller de aplicación:

6.6.3.6.3 Taller:

Descomponer los siguientes números como lo indica la tabla

Descomposición de números en forma larga	Descomposición de números en forma corta

720=	**720=**
315=	**315=**
16=	**16=**
7=	**7=**

6.6.3.7 Nombre de la actividad: "JUGANDO A GANAR UNIDADES, DECENAS Y CENTENAS ".

6.6.3.7.1 Objetivo:

Rastrear la conceptualización que han construido los niños de las unidades, decenas y centenas.

6.6.3.7.2 Recursos:

- Canasta de huevos 1 para cada equipo (4 personas).
- Monedas 5 por cada equipo.
- Tabla de registro

6.6.3.7.3 Tabla de registro:

RONDAS	C	D	U	VALOR TOTAL

TOTAL: ________________

6.6.3.7.4 Descripción de la actividad:

Se forman equipos de 4 personas, cada equipo tiene 5 monedas, una tabla de registro por cada niño, una canasta de huevos de 6 cajones x 5 pintado, dos hileras de 5 cajones del mismo valor, dichas hileras de derecha a izquierda representan las unidades, decenas y centenas. Colocando sobre cada representación una tarjeta que designa el valor de cada hilera así:

El juego consiste en acumular el mayor número de puntos. ¿Cómo se juega?. Se enumeran los niños autónomamente, de 1 a 4. La canasta se ubica a 1 metro de distancia de una raya desde donde se hacen los lanzamientos.

Cada jugador en su turno lanza las monedas en forma consecutiva, observa cuántos puntos ganó según la ubicación de las monedas registrando los puntos en su tabla, luego entrega las monedas al compañero siguiente y así sucesivamente hasta que cada jugador realice sus tres turnos correspondientes que equivalen a 15 lanzamientos por niño.

6.6.3.7.5 Reglas del juego

- **Quién inicia el juego:** Los niños se organizan libremente los turnos de juego.

- **Cómo jugar:** Cada jugador hace 5 lanzamientos en su turno.
    - Debe hacer el conteo correspondiente y registrarlo en su tabla.
    - Cada jugador tiene 3 rondas para lanzar en cada una 5 monedas.

- **Quién gana el juego:** Gana el jugador que al finalizar las 3 rondas haya acumulado la mayor cantidad de puntos.

6.6.3.7.6 Análisis de la actividad:

Conceptos matemáticos presentes en esta actividad.

- **Conteo:**
    - Se da en el momento de realizar los lanzamientos.
    - Conteo de las diferentes unidades en donde cayeron las monedas.

  - Al totalizar el puntaje de cada ronda y el puntaje total al finalizar el juego.

- **Composición:**
  - Se presenta al totalizar cada ronda y al finalizar el juego.

- **Concepto de las unidades del sistema:**
  - En el momento de identificar las unidades simples sueltas, las decenas y las centenas.

6.6.3.8 Nombre de la actividad: EL BANCO

Se recomienda la consulta del video: **El Banco**

6.6.3.8.1 Objetivo:

Facilitar la comprensión de las relaciones de equivalencia del sistema de numeración decimal.

6.6.3.8.2 Recursos:

- Billetes de las denominaciones 1, 10, 100 y 1000
- Banco de billetes o caja de cambio
- Tabla de registro por cada jugador
- Dos Dados (modificados con valores de 1, 10, 100 y 100) se pueden repetir 1 y 10

6.6.3.8.3 Descripción de la actividad:

Se forman grupos de 4 niños (as).

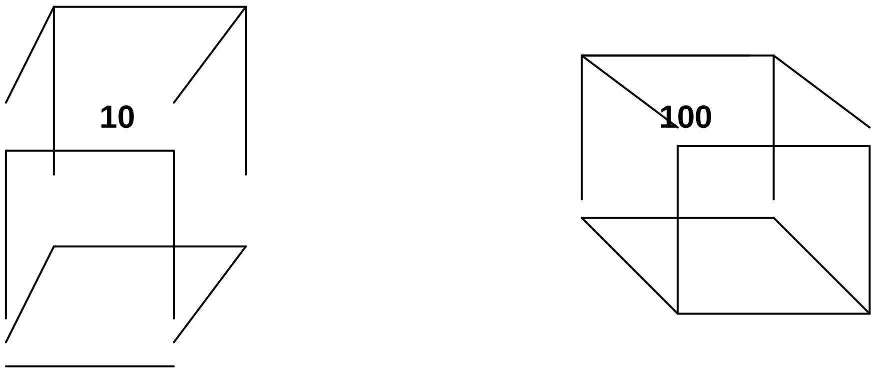
El juego consiste en acumular la mayor cantidad de dinero. Para ello cada niño en su turno, lanza los dados, el puntaje obtenido, será lo que los demás jugadores deberán pagar al que lanzó los dados. Una vez cada jugador haya hecho el lanzamiento procederá a anotar en su tabla de registro, el resultado obtenido y así sucesivamente. Quien dirige el juego hará la función de cajero, en donde cada jugador debe ir a realizar sus cambios.

6.6.3.8.4 Reglas del juego

- **Quien inicia el juego:** Cada equipo escoge el orden de turno por libre elección.

- **Cómo jugar:** El jugador en turno lanza los dados y los otros jugadores deberán pagar en billetes de las diferentes denominaciones mostradas por los dados.

  Ejemplo:



Cada jugador deberá pagar un billete de 100 y uno de 10.

Cada jugador al iniciar el juego tendrá 5 cinco billetes de cada denominación.

  - **Regla de oro:** cada jugador debe hacer el cambio cuando tenga 10 billetes de una misma denominación, por una unidad de orden superior. El juego termina cuando a uno de los jugadores se le acaban los billetes.

- **Quien gana el juego:** Gana el jugador que al terminar el juego haya acumulado la mayor cantidad de dinero

6.6.3.8.5 Tabla de registro

QUÉ SAQUÉ	CUÁNTO GANE

TOTAL: ______________________

6.6.3.8.6 Análisis:

Conceptos matemáticos presentes en la actividad:

- **Conteo:**
  - Se da en el momento en el cual los niños deben hacer el cambio de los billetes en el banco.
  - Al momento de controlar los billetes durante el juego.

- **Composición:**
  - Se presenta en el momento cuando se va recogiendo los billetes para efectuar el cambio correspondiente.
  - En el momento de registrar cuánto ganó.
  - En el momento de hacer la totalización.

Se presentan las siguientes estrategias de composición.

- Conteo uno a uno.
- Conteo a partir de una cantidad dada.
- Totalizar sin realizar el conteo.

- **Concepto de equivalencia del S.N.D**
  - En el momento de hacer los cambios en el banco.

A través de todo el juego el niño va tomando conciencia de que 10 unidades de un orden determinado equivalen a ana de orden superior.

6.6.4 Actividades para la comprensión de la estructura aditiva

6.6.4.1 Nombre de la actividad: JUGAR AL ARROYUELO

6.6.4.1.1 Objetivo:

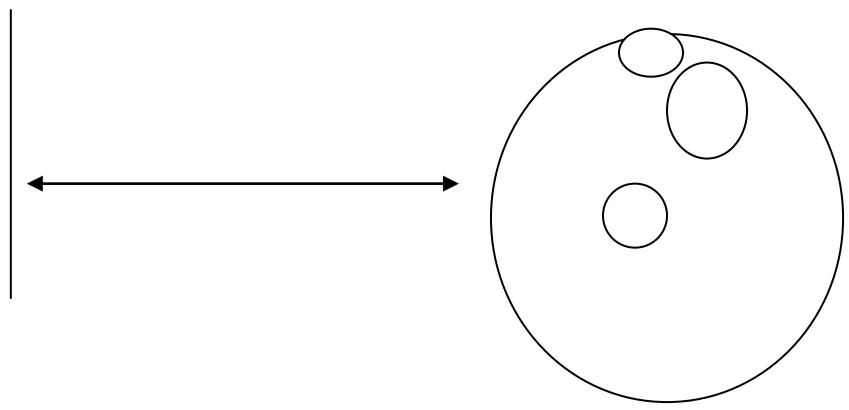
Fortalecer el conteo, la composición y descomposición de cantidades.

6.6.4.1.2 Recursos:

- Tizas
- Bolas agua marina, azul, rojo y verde, 3 de cada una. 13 bolas en total para cada equipo.
- Un dado
- Una tabla de registro para cada jugador.
- Un Lápiz.

6.6.4.1.3 Descripción del juego:

Formar equipos de cinco participantes, cada uno lanzará un boloncho desde una raya demarcada con anterioridad, para sacar el mayor número de bolas, de un círculo que contiene doce o quince (12 ó 15) bolas de cristal.



6.6.4.1.4 Reglas del juego:

- **¿Quién inicia?** El jugador que después de lanzar el dado saque el mayor número de puntos. El siguiente será el menor después de éste.

- **¿Cómo jugar?:** Después de que cada jugador lanza la pelota, deberá contar cuantas bolas sacó del círculo y las pondrá de nuevo dentro de éste. Luego debe escribir en su tabla de registro el número de bolas sacadas y su color en la casilla correspondiente.

- **¿Quién gana el juego?** El jugador que al terminar la tercera (3ª) ronda, haya sacado el mayor número de bolas del círculo y tenga más puntos acumulados.

6.6.4.1.5 El tipo de intervención:

Para reflexionar sobre el juego y reafirmar el propósito del mismo se hará una socialización del trabajo realizado por cada equipo y jugador.

El juego en general está diseñado para pensar en términos matemáticos, además, la tabla específicamente, es el instrumento que más permite movilizar el pensamiento,

Acompañado de las siguientes preguntas:

- ¿Cuál fue el primer equipo ganador entre todos?.
- ¿Cuantos puntos de ventaja hay entre el 1º, el 2º, el 3º, el 4º y el 5º ,?
- ¿Cuál fue el ganador de la primera ronda, la segunda y la tercera y por qué?
- ¿De cual color sacó mas bolas el jugador, cuantas.?

6.6.4.1.6 Anticipaciones:

- Puede emplear diversas estrategias para hallar los totales en la tabla.

- En el registro de la tabla el niño puede : hacer puntos, palitos, o escribir el número
- Para saber que puntaje obtuvo el niño puede: contar las que le quedaron en el círculo o contar las que sacó.

6.6.4.1.7 Variantes:

- Dar valor a las bolas que estarán dentro del círculo
    - rojas valen 3 puntos
    - verdes 4 puntos
    - azules 2 puntos
    - Agua marina 5 puntos

- Otra puede ser que las bolas verdes quitan puntos, dos rojas seguidas valen el doble del valor que tienen en el momento ejemplo dos rojas 3 x 3 = 6

6.6.4.1.8 Análisis de la actividad:

Conceptos matemáticos presentes en esta actividad:

- **Conteo:** Se puede presentar en tres momentos:
    - Al lanzar el dado
    - Al contar las bolas que salen o que quedan en el círculo.
    - Al totalizar en la tabla de registro.

- **Items de conteo:**
    - El perceptual y unitario
    - El figural, se puede dar al llenar la tabla.
    - Ítem de unidad verbal

- **Composición:** Esta puede analizarse a lo largo de toda la actividad. Estrategias para hacer la composición.

- Conteo uno a uno
- Completar a partir de una cantidad dada
- Totalizar sin recurrir al conteo

6.6.4.1.9 Diferentes niveles del juego

- **Nivel uno:** Con 10 bolas y cada una vale uno, 1
- **Nivel dos:** Con 12 bolas y valores 1 - 2 - 3 y 5

  Rojas vale 2 y multiplica con la amarilla

  Verdes vale 3 y resta

  Agua marina vale 5 y multiplica con rojas

  Azul vale 1 y resta

- **Nivel tres:** Con 12 bolas

  Blancas dividen por tres (3)

  Rojas valen 5 y suman

  Verdes valen 4 y se multiplican con las azules

  Azules valen 3 y se multiplican con las verdes

  Agua marina valen 2 y restan

- **Nivel cuatro:** Con 12 bolas

  Las rojas valen 6 puntos y multiplican

  Las azules valen 8 puntos y multiplican

  Las verdes valen 4 y dividen

  Las agua marina valen 12 y multiplican

  Las blancas valen tres y restan

Otra variación posible podría ser que en la 1ª. Y 2ª ronda
Las bolas se multipliquen entre si, por el valor que tenga cada una Ej. 4x4

Y en la tercera ronda el color azul vale 3 y divide, los otros colores toman el valor de 2.

Los cambios se deben registrar en la tabla también.

6.6.4.1.10 Tabla de registro individual

Nombre:____Grado____

	Primera ronda 1ª	**Segunda ronda 2ª**	**Tercera ronda 3ª**	**¿En total cuántas bolas sacó?**
Número de lanzamientos				
Bolas agua Marina				
Bolas Azules				
Bolas verdes				
Bolas blancas				
Bolas Rojas				
Total bolas sacadas en cada ronda				

Con estas actividades el maestro tiene la oportunidad de rastrear en los niños el conteo y las estrategias que utiliza para llevarlo a cabo, de una forma activa, lúdica y espontánea en un ambiente que favorece la reflexión matemática.

6.6.4.2 Nombre de la actividad: LA CANASTA MATEMÁTICA

Se recomienda la consulta del video: **La canasta**

6.6.4.2.1 Objetivo:

Fortalecer diferentes conteos (de 2 en 2, 3 en 3, 5 en 5 y 10 en 10)

6.6.4.2.2 Recursos:

- Tres monedas o tapas por equipo,
- Una canasta de huevos por equipo, pintada de 4 colores diferentes y cada uno con un valor diferente,
- tabla de registro, lápiz y niños.

6.6.4.2.3 Descripción de la actividad:

Formar equipos de cinco participantes, cada jugador en su turno lanzará tres monedas hacía la canasta matemática, tratando de ganar el mayor número de puntos. Cada niño después de haber realizado su turno anota su puntaje en la tabla de registro.

6.6.4.2.4 Reglas del juego:

Los niños se enumeran autónomamente de uno a cinco, esto determina el orden de lanzamiento.

- El juego consta de tres turnos para cada niño.
- Y cada turno consta de tres lanzamientos consecutivos con las respectivas monedas
- Una vez efectuado su turno el niño debe observar la ubicación de las monedas para determinar el puntaje obtenido y poder registrarlo en la tabla.
- El ganador es el niño que obtiene el mayor puntaje.

6.6.4.2.5 Conceptos matemáticos.

- **Conteo:** En esta actividad el conteo se puede observar en varios momentos. Cuando el niño cuenta los lanzamientos y los turnos, cuando contabiliza el puntaje de cada turno, al totalizar el puntaje de los tres turnos en la tabla de registro.

Items de conteo:

- Perceptual
- Figural
- Verbal
- abstracto
- motor.

- **Composición:** Se da en los momentos de saber el puntaje en cada uno de los turnos y al totalizar el puntaje, al finalizar el juego.

- **Estrategias para hacer la composición.**
  - Completar a partir de una cantidad dada.
  - Totalizar sin recurrir al conteo

6.6.4.2.6 Reflexión matemática del juego:

Teniendo como referente el juego, se hace necesario un trabajo que posibilite generar la reflexión matemática, es decir, extraer el contenido matemático que está presente en el juego.

Número de monedas encanastadas	Total de puntos ganados
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18
10	20

En la tabla anterior se ve el registro de puntos cuando cada moneda vale dos puntos.

6.6.4.2.7 Tabla de registro individual

NOMBRE______________________

GRADO_______________________

TURNO	PUNTOS GANADOS
1	
2	
3	

TOTAL DE PUNTOS____________

6.6.4.2.8 Problemas de aplicación:

Camilo y Pablo estaban jugando a la canasta matemática, ellos necesitan nuestra ayuda para saber quién ganó, sí cada moneda vale dos puntos.

Camilo encanastó diez monedas,

¿Cuántos puntos ganó?.

Pablo encanastó doce monedas,

¿Cuántos puntos ganó?

¿Quién fue el ganador?

Elabore las tablas de Camilo y Pablo.

Otra aplicación es analizar la información escrita en una tabla, en la cual hay espacios vacíos.

NOMBRE:

TURNOS	Puntos ganados
1	

2	
3	6

Total de puntos__________14

6.6.4.2.8.1 Variantes:

- **Composición:**
  - Cambiar el valor de cada cajón de la canasta, según el color.
  - Cambiar el valor de las monedas.
  - Iniciar con un puntaje previamente establecido.

- **Descomposición:** (PAGUE LA DEUDA)
  - Iniciar con puntaje previamente establecido del cual se disminuye el puntaje obtenido en cada turno. Gana el jugador que al finalizar el juego tenga menos puntos.

6.6.4.3 Nombre de la actividad: JUEGO DE BOLOS

Se recomienda revisar el video: **Juego de bolos**

6.6.4.3.1 Objetivo:

Analizar en los niños el proceso de conteo y las estrategias que utilizan para operar a través de éste.

6.6.4.3.2 Justificación:

Con esta actividad, el docente tiene la oportunidad de rastrear en los niños el conteo y sus estrategias, en donde el niño participa activo y espontáneamente, de manera lúdica en una ambiente que favorece la reflexión matemática.

6.6.4.3.3 Recursos:

- Bolos (10)
- Pelota

- Grupo de a 4 participantes
- Hojas de registro
- Lápiz
- Un espacio bastante amplio

6.6.4.3.4 Descripción de la actividad:

Se forman grupos de a dos y buscarán otra pareja contrincante.

El juego consiste en derribar el mayor número posible de bolos por equipo.

Una vez cada niño halla hecho el lanzamiento, procederá a anotar en la tabla de registros el resultado obtenido y así sucesivamente hasta completar tres rondas, que equivalen a seis tiros por equipo (tres el uno y tres el otro).

6.6.4.3.5 Reglas de juego:

- **¿Quién inicia el juego?** Cada equipo elige un líder y éste lanza la pelota para tumbar los bolos y empieza el equipo que tumbe más bolos.

- **¿Cómo jugar?**
    - Cada integrante del equipo tiras la pelota una vez
    - Después de cada lanzamiento se paran los bolos tumbados
    - El puntaje del equipo es la cantidad de bolos tumbados por los dos jugadores y ese puntaje se registra en la tabla.
    - Cada equipo, en turnos sucesivos realiza tres rondas

- **¿Quién gana el juego?** Gana el equipo que más puntos acumule después de terminar las tres rondas

6.6.4.3.6 Análisis:

Concepto matemáticos presentes en esta actividad:

- **Conteo:** En esta actividad el conteo podría analizarse en dos momentos:

- Cuando se cuentan los bolos tumbados por cada participante.
- Cuando se cuantifica el total de bolos tumbados por equipo.

- **Items de conteo:** figural, perceptual, motor.

- **Composición y descomposición:** La composición y la descomposición, podría analizarse en dos momentos:
  - Hay un total inicial (10) que se descompone en dos partes: os que se caen y los que no.
  - Cuando hay que hallar el total (composición), que ya es más complejo, porque no hay los bolos de referencia.
  - **Estrategias para hacer la composición:** Esta actividad se presta para que los niños solucionen la composición a través de estrategias como:
    - Conteo uno a uno.
    - Completar a partir de una de las cantidades dadas.
    - Totalizar sin realizar el conteo.

  - **Estrategias para hacer la descomposición:** Las estrategias utilizadas son iguales a las de la composición, pero en este caso para realizar la sustracción.

6.6.4.3.7 Tipos de intervención:

En este juego la reflexión matemática se genera a lo largo de toda la actividad, pero específicamente es la tabla de registros el mediador que más posibilita generar reflexión matemática.

6.6.4.3.8 Anticipaciones:

- Al principio los niños podrán tener complicaciones en el manejo de la tabla de registro.
- En el conteo de los bolos: El niño puede recurrir a cualquiera de las técnicas de conteo.

- En la composición y la descomposición:
- Para hallar los totales, puede suceder cualquiera de los conceptos de la composición, incluidas aquellas en donde el uno no es la unidad de conteo e incluso que los niños recurran a los algoritmos. Lo mismo para la descomposición.
- El niño puede registrar los puntos en la tabla utilizando los numerales o apoyándose en representaciones gráficas como puntos, dibujos, rayas, etc.

6.6.4.3.9 Tabla de registro:

Bolos 10 (número de bolos)

Número de bolos derribados	**Número de bolos no derribados**

Total de bolos derribados ______________________________

6.6.4.3.10 Preguntas:

¿Cuál fue el equipo ganador? (tiene que ver con el orden)

¿Cuántos bolos de ventaja obtuvo el ganador?

Nota: Es una tabla por equipo.

Se hacen tres rondas, en cada ronda son dos tiros del equipo, igual a seis. Tres tiros del uno y tres del otro.

6.6.4.3.11 Posibles variables:

Se le otorga valor a los bolos según el color, por ejemplo: hay una serie de bolos dentro de los cuales unos son bolos y otros azules. Los bolos azules dan puntos y los rojos quitan; hay 10 pero de estos hay 7 que suman y 3 que restan.

Variación de la TABLA

Número de bolos buenos	**Número de puntos malos**	**Total de puntos**

6.6.4.3.12 Combinaciones posibles:

- Combinar el valor de los bolos.
- Jugar con grupos de valores.
- Unos agregan (puntos positivos) otros quitan (puntos negativos).

6.6.4.3.13 Niveles del juego:

- **Primero de primaria**

  Niveles
  - Diez bolos y cada uno vale un punto
  - Diez bolos y cada uno vale 10 puntos
  - Diez bolos, dos colores cada bolo vale un punto, siete bolos azules y tres rojos, los azules suman (uno cada uno) y los rojos restan (uno cada uno **)**

  NOTA: Para este nivel cambia la tabla.

- **Segundo de primaria**
  - Conceptos a trabajar: Suma, resta, y algunos elementos de la multiplicación.

  Niveles
  - 10 bolos cada uno vale 10 puntos.
  - 10 bolos dos colores, cada bolo vale un punto, los azules suman los rojos restan. (7 bolos azules y tres rojos)

- 10 bolos dos colores, los que suman valen dos puntos, los que restan valen uno.

- **Tercero de primaria**
  Se juega el segundo y el tercer nivel de segundo de primaria, pero el puntaje obtenido por el equipo es el resultado de multiplicar los puntajes de los dos miembros.

6.6.5 ACTIVIDADES PARA LA COMPRENSIÓN DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

Algunas actividades para la comprensión de las estructuras multiplicativas:

6.5.5.1 Nombre de la actividad: CANASTA MULTIPLICATIVA

6.5.5.1.1 Objetivo:

Fortalecer los conteos múltiples y construir las tablas de multiplicar de una manera práctica y lúdica.

6.5.5.1.2 Recursos:

- Canasta de huevos pintada en forma de columna en 3 colores
- 5 monedas
- tabla de registro

6.5.5.1.3 Descripción de la actividad:

Se forman grupos de 4 jugadores, cada grupo debe tener :

Cada columna tendrá un valor según la tabla que el maestro necesite construir. Por ejemplo: **los espacios de color blanco toman un valor de 3,** los rojos de 6 y los verdes de 5.

Juego pactado a 3 rondas, con un lanzamiento de 5 monedas en cada una.
el juego consiste en acumular la mayor cantidad de puntos.

6.5.5.1.4 Reglas del juego:

- **Quién inicia el juego:** Se enumeran de 1 a 4 e inicia el 1.

- **Cómo se juega:** En cada ronda el jugador debe lanzar las 5 monedas en forma sucesiva, luego anotar el puntaje obtenido en su tabla de registro, teniendo en cuenta el valor de cada columna.

- **Quién gana el juego:** Gana el juego, el jugador que al finalizar las 3 rondas, obtenga el mayor puntaje.

6.5.5.1.5 Tabla de registro

Blancas (3)	Rojas (6)	Verdes (5)	En Total

Total: ______________________

6.5.5.1.6 Análisis de la actividad:

Conceptos matemáticos presentes en esta actividad.

- **Conteo:** Esta actividad exige en el niño un conteo más sofisticado, pues lo obliga a trabajar con unidades diferentes a la unidad (1)

- **Composición:** Esta se presenta cuando
  - El jugador totaliza, lo obtenido en cada columna.

- Cuando totaliza lo obtenido en cada ronda.
- Cuando totaliza lo obtenido al finalizar las 3 rondas.

- **Conteo múltiple:** Este ayuda o permite el paso de lo aditivo a lo multiplicativo..

6.5.5.2. Nombre de la actividad: LA TIENDA (Actividad para multiplicar y dividir)

6.5.5.2.1 Objetivo:

Ampliar el concepto de la multiplicación mediante la resolución de problemas.

6.5.5.2.2 Recursos:

Lista de artículos con sus respectivos precios.

Ejemplo:

LISTA DE PRECIOS

Artículo	**Precio**
Frunas	150
Chocolatinas	200
Bom Bom	250
Gala	350
Chocorramo	450
Lecherita	500

6.5.5.2.3 Descripción de la actividad:

El maestro diseña una serie de situaciones problemas, tendientes a trabajar los conceptos de multiplicación y división teniendo como referente los precios de la lista de los artículos involucrando en ellos una estructura lógico-matemática que obligue a la multiplicación y a la división.

6.5.5.2.4 Problemas

- Con 2400 pesos ¿Cuántas galas puedo comprar?¿Me sobra plata?
- Con 1000 pesos ¿Cuántos bombones puedo comprar? ¿Sobra plata? ¿por qué?
- ¿Cuánta plata necesito para comprar 12 galas?
- ¿Cuánto cuestan 4 lecheritas?
- Si Ana compra 14 chocolatinas, para repartirla entre tres amigas, tocándole a cada una la misma cantidad, ¿cuánto le toca a cada una?¿Sobran chocolatinas?

6.5.5.3 Nombre de la actividad: LA RATONERA

6.5.5.3.1 Objetivo:

Introducir al niño, niña en el campo de la división

6.5.5.3.2 Recursos:

- Ratonera (1 por equipo),
- bolas de cristal,
- tabla de registro.

6.5.5.3.3 Descripción de la actividad:

El juego consiste en tratar de introducir la mayor cantidad de bolas posibles en los huecos de la ratonera, durante 3 rondas.

El otro momento de la actividad (YA SIN EL MATERIAL PRESENTE), es donde el maestro con el fin de trabajar el concepto de división toma los valores que los niños obtuvieron en el juego y los invita a calcular dependiendo del valor que obtuvieron, cuantas bolas debieron meter para obtener dicho puntaje.

Los niños inicialmente realizaran los cálculos mediante la composición o descomposición.

Finalmente los niños y el maestro deberán terminar con el concepto de la división.

6.5.5.3.4 Reglas para jugar

- **¿Quién inicia el juego?** Cada equipo realiza el sorteo como mejor estime.

- **¿Como jugar?** Cada jugador en el momento en que le corresponde el turno, deberá lanzar las 10 bolas, una en seguida de la otra, una vez realizados estos lanzamientos procederá a hacer las cuentas, apuntando el resultado total obtenido (en la columna, de la tabla que indica puntaje total, dejando vacía la 1° columna de bolas que se introduce).

- **¿Quien gana el juego?** Gana el juego, el que al finalizar este, haya metido más bolas en la ratonera.

6.5.5.3.5 Tabla de registro

Cuántas bolas entraron	Puntos en total que obtuve

Total: ______________________________

6.5.5.3.6 Análisis de la actividad

Conceptos matemáticos presentes en la actividad

- **Conteo:** Al lanzar las bolas

- **Composición**: Está presente en esta actividad, aunque de una forma un poco más compleja ya que se realiza mediante conteos de 5 en 5, no siendo el uno la unidad de conteo. Se ve reflejado cuando se totaliza el puntaje obtenido en cada ronda, cuando se totaliza lo obtenido durante las 3 rondas.

- **Descomposición:** Puede estar presente cuando al pasar a la otra columna, donde el estudiante con base a un total obtenido en una ronda, debe calcular cuántas bolas entraron y puede a partir del total ir sacando el valor de cada bola.

- **Concepto de división:** A este se debe llegar al finalizar la actividad.

6.5.5.4 Nombre de la actividad: EL PARQUÉS

Se recomienda revisar el video: **El parqués**

6.5.5.4.1 Objetivo:

Ampliar el concepto de división

6.5.5.4.2 Recursos:

- Un parqués de mínimo 4 puestos
- dos fichas por cada jugador,
- dos dados, uno modificado.
- Tabla de registro individual.

6.5.5.4.3 Descripción de la actividad:

El juego conserva la estructura del parques tradicional, aunque se le han adaptado algunos cambios que posibiliten trabajar el concepto de la división.

6.5.5.4.4 Reglas modificadas para jugar parqués

- Los dados de multiplican entre sí.

- El niño después de lanzar los dados y calcular cuanto saco, debe decir: ¿ si cada casilla vale 5 y saco x puntaje cuántas casillas debe recorrer?

- **Quién inicia el juego:** El que al lanzar el dado, con valores de 1 a 6, obtenga el mayor puntaje y continúan los jugadores que están a la derecha del que inició.

- **Cómo jugar:** Cada jugador tiene dos fichas con las cuales debe recorrer todo el tablero, hasta llegar a la portería y entrar las fichas.

    - El jugador puede repartir su puntaje en dos cantidades como lo desee, buscando la manera de comer un ficho del otro jugador, SI NO ESTA EN SEGURO.
    - Cada casilla del parqués vale 5.

- **Quién gana el juego:** Gana quién logre llegar con sus dos fichas hasta la portería (hasta el último renglón).

6.5.5.4.5 Tabla de registro

SAQUE	CASILLAS RECORRIDAS

6.5.5.4.6 Análisis de la actividad:

Conceptos matemáticos presentes en esta actividad.

- **Conteo:**
    - Al contar el puntaje arrojado por los dados.
    - Al recorrer las casillas del parqués, siendo este un conteo múltiple.

- **Multiplicación:**
    - Al calcular el puntaje obtenido en los dados.

- **Descomposición:**
    - Al descomponer la cantidad obtenida al lanzar los dados, para hacer el recorrido por el parqués.

- **División:**
    - Al anticipar cuantas casillas debe recorrer dependiendo de el puntaje que se haya sacado en los dados .

7. JUEGO Y ENSEÑANZA

Se propone la consulta del video: **sobre el juego**

Cuando pensamos en la infancia, inmediatamente la asociamos con el juego. A través de éste el niño aprende, conoce, descubre el mundo, lo imagina, lo representa, lo verbaliza y se apropia de él. El juego crea disciplina, hace que se interioricen reglas; se comparta con otros, se elaboren hechos y situaciones, se profundicen conocimientos, se vaya construyendo mundo.

Sin embargo la relación entre juego y aprendizaje, ha estado a lo largo del tiempo caracterizada por posturas ambiguas, y a menudo excluyentes, sobre la pertinencia del juego para el desarrollo de los procesos de enseñanza. Pues la escuela se ha caracterizado por ser un lugar rígido donde se imparten conocimientos, tarea que implica orden, esfuerzo, dificultad y compromiso. El juego era entonces la actividad para el descanso, el tiempo libre y además exclusiva del mundo infantil.

La psicología pone en alerta a los pedagogos haciendo un llamado de atención sobre el juego como un elemento que puede llegar incluso a comprometer el logro de los objetivos escolares, es decir es una estrategia que enriquece los procesos de aprendizaje que se desarrollan en el aula.

A veces algunos maestros perciben el juego como un elemento de indisciplina, y en esta medida cuestionan su utilidad en el desarrollo de los procesos de enseñanza – aprendizaje, en cambio otros depositan gran confianza en el juego, pues plantean que el solo hecho de jugar es en sí mismo un elemento que contribuye a los procesos de desarrollo cognitivo de los niños y niñas, y se propone el juego dentro de la clase como una actividad que se sustenta en si misma es decir que éste es un mediador en la construcción del conocimiento.

La construcción del conocimiento es un proceso activo que realizan las niñas y los niños en constante interacción con el contexto. Esta construcción les permite establecer relaciones y elaborar significados amplios y diversificados, reelaborando conceptos y nociones que ya poseen como fruto de sus experiencias anteriores.

Es así como esta propuesta se fundamenta en uno de los postulados básicos del constructivismo consistente en reconocer al niño como asignador de significado. Es decir, se admite que el niño organiza la información que recibe de determinada manera, según el pensamiento que posee. Es necesario reconocer que los niños y jóvenes no se limitan a registrar explicaciones que se le proporcionan (las que da el profesor o las que se encuentran en los libros); ellos, necesariamente, las interpretan, y esto lo hacen según las posibilidades que le ofrece su pensamiento. Es desde ahí que, la acción pedagógica se debe orientar a ayudar a elevar el pensamiento del estudiante al nivel requerido para que él pueda hacer las interpretaciones que le permitan una adecuada comprensión de lo que se le enseña, en lugar de reducirse a presentar informaciones que él debe memorizar.

Ayudar a construir un concepto supone entonces una acción pedagógica capaz de desarrollar el pensamiento, al punto de poder efectuar las operaciones que el concepto manda.

Elevar el pensamiento de los alumnos para una buena comprensión de lo que se les enseña, es un proceso lento y complejo, que va más allá de ofrecer unas cuantas explicaciones y unos cuantos ejercicios que el alumno debe realizar .

Las situaciones significativas facilitan: crear necesidades y disponer tanto al individuo como al grupo para satisfacerlas, enriqueciendo las interacciones entre profesores y estudiantes y entre los mismos estudiantes.

Por ejemplo, la realización de la tienda, sea real o imaginaria, puede constituirse en una situación significativa. Al interior de ella los niños y las niñas resolverán una amplia variedad de preguntas que los obliga a idear soluciones y a tomar decisiones: ¿Cómo organizar la tienda? ¿Qué se vende? ¿Con qué se compra?; en el momento de vender y comprar, surgen nuevos problemas por resolver: hay que hacer cuentas, hay que contar el dinero, hay que dar vueltas, etc.

El juego al dar y recibir, el parqués y el paseo al zoológico entre otros, también pueden constituirse en situaciones significativas en las que los niños y las niñas se enfrentarán, entre muchos otros, problemas de medida y construcciones estadísticas. Aquí los niños y las niñas jugadoras diseñan estrategias para vencer, a la vez que ponen en práctica procedimientos para ejecutar acciones que las estrategias diseñadas requieren.

El que la situación sea realmente significativa depende de hasta que punto el maestro y los niños logran vincularse como grupo en la determinación de los fines y en la planeación de los medios para conseguirlos, o al menos, que logren hacerlos propios.

Los problemas que el juego le plantea a los niños y a las niñas no se dan en abstracto, por el contrario, se presentan al interior de la situación que el juego construye, por esta razón sugiere pistas para encontrar las soluciones.

El juego además resulta ser un elemento muy útil porque los ayuda a hacer construcciones cognitivas en situaciones plenas de significado, condición ésta que es necesaria en las etapas iniciales de la construcción de un concepto. En éste el maestro encuentra condiciones favorables, para hacer interpelaciones a los niños, ya que le resulta más fácil hacerlas comprensibles a los estudiantes.

En el juego se definen reglas que están presentes en todas las acciones lúdicas y le dan sentido. Confirmándonos esto que el juego no es una simple sumatoria de acciones inconexas o desvinculadas de la realidad. Estas reglas ponen a los niños en situaciones de interacción social, donde se sienten obligados a ser lógicos y a hablar con sentido al tener que coordinar sus acciones y las de los otros.

El papel que desempeña el maestro dentro del juego resulta necesario para generar y facilitar la apropiación del mismo por parte de los niños; aquí también el educador anticipa las posibles intervenciones que tienen por objeto dinamizar los procesos cognitivos, afectivos y sociales que suceden en el juego.

Las conexiones entre conocimiento, juego y materiales educativos ocurre de manera natural, siempre y cuando los maestros descubran los nexos que existen entre ellos. Construir conocimiento llega a ser para los niños y las niñas, tan entretenido como lo son sus juegos; las prácticas lúdicas se van interiorizando hasta conformar esquemas de acción y percepción con los cuales elaboran nuevos significados. El paso del juego a la actividad productiva de aprendizaje no es traumático ni le exige al niño renunciar a su imaginación, a su fantasía, a su movimiento y los materiales educativos operan como instrumentos que facilitan esos procesos.

Una reflexión del maestro sobre sus conceptos y convicciones acerca del juego y el conocimiento, pueden dar lugar a la creación de nuevas hipótesis sobre la manera de enseñar. Descubrir el mundo del niño a través del juego, vivir de cerca y observar la evolución del niño, puede resultar l fuente inagotable de la reflexión pedagógica. Con seguridad, ocurrirán transformaciones en los procedimientos, en los medios y en los materiales que apoyan la práctica en el aula.

Las diferentes alternativas que ofrece a la escuela el avance científico y tecnológico de hoy, hace imperdonable la existencia de aulas pasivas, aburridas, pobladas de niños y de niñas que no quieren aprender. Hoy se ha comprobado que el juego y el conocimiento, derrumban los viejos mitos de que para aprender es necesario sufrir, perder y volver a comenzar hasta que el cansancio se imponga y derrote a los niños.

7.1 ¿CÓMO UTILIZAR EL JUEGO EN EL AULA DE CLASE?

El juego es un instrumento de gran riqueza pedagógica que brinda amplias posibilidades para el desarrollo del pensamiento, permitiendo que el estudiante se apropie de su proceso de aprendizaje y construya los conceptos.

Tradicionalmente se ha utilizado el juego en el aula de clase, más no como herramienta pedagógica que posibilita el aprendizaje, si no más bien como una ayuda extra a las actividades escolares (como estímulo para los niños que han terminado su tarea, para los maestros que no han planeado su clase, entre otros).

En lo que concierne al área de las matemáticas, el juego cobra gran importancia como escena pedagógica, pues a través de éste, el niño logra construir pensamiento matemático mediante la experiencia, poniendo en práctica lo aprendido en el aula de clase, dándole sentido a lo que aprende.

Es fundamental resaltar; que cuando se utiliza el juego como estrategia pedagógica, el maestro debe tener claridad sobre los conceptos que quiere trabajar; partiendo de ellos, elegir el mediador más idóneo para lograr dicho objetivo; también debe hacer una serie de anticipaciones donde establezca posibles situaciones que se pueden presentar durante el desarrollo del juego. Pues solo a partir de ello puede tener para un mismo juego diferentes variantes, y grados de dificultad, o diferentes juegos que conserven la misma estructura, permitiéndole al niño poseer un pensamiento flexible, es decir, que el niño tenga la capacidad de identificar la misma estructura en diversas situaciones.

Todo lo anterior posibilita que el juego no se quede en el juego por el juego, sino que trascienda del juego a los conceptos y para ello es necesario que el maestro tenga en cuenta un antes, un durante, un después.

7.1.1 El antes:

Es el momento en el cual se da a conocer el juego: las reglas principales, ¿Quién inicia el juego?, ¿Cómo se juega?, ¿Quién gana el juego?

7.1.2 El durante:

Es el desarrollo como tal del juego. La función del maestro es observar las diferentes estrategias que utilizan los niños para resolver los problemas que se le presentan.

7.1.3 El después:

Es el momento más importante del juego , pues en él se extraen los conceptos matemáticos presentes en el juego, permite de esta forma la reflexión matemática y trascendiendo del juego por el juego. Durante esta fase de la actividad el maestro debe ser lo suficientemente hábil para diseñar numerosos problemas que tengan como referente el juego, con el fin de que el niño tenga de donde pensar el problema y así diseñe diferentes estrategias para resolver un mismo problema.

CONCLUSIONES

Se recomienda la consulta de los siguientes videos:

- Conclusión 01
- Conclusión 001
- Conclusión 1
- Conclusión 2
- Rectora
- Alumno 1

- Teniendo el juego como contexto fue posible que los niños desarrollarán estrategias para hacer cálculos numéricos.

- Los juegos colectivos y las situaciones de la vida diaria permitieron en los niños una actitud positiva frente al área de las matemáticas.

- Los niños han aumentado su capacidad para resolver problemas.

- Quedó en los niños una amplia comprensión del sistema decimal y de las operaciones.

BIBLIOGRAFÍA

ARVELAEZ, Gabriela; ANACONA, Maribel y RECALDE, Luis, Número y Magnitud: Una perspectiva histórica. Universidad del Valle, 1998.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Hojas Pedagógicas, serie lo numérico (2,3,4).

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos Curriculares para el área de las Matemáticas, 1998

DE LA CRUZ SOLÓRZANO, Máximo. Matemáticas moderna I. Editorial didáctica. Bogota 1974.

DICKSON, Linda; BROWN, Margaret y GIRSON, Olwen. El aprendizaje de las matemáticas. Ministerio de educación y ciencia.1991.

FRANCES, Flournoy. Las matemáticas en la escuela, Editorial Toquel S:A, Buenos Aires, Argentina 1998

KAMII, Constance. Reinventando la aritmética I, II, III. Editorial Visor, 1995

LOVELL, K. Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños.

MAZA GÓMEZ, Carlos. Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas. Editorial visor, 1991

MESA BETANCUR, Orlando. Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas. 1994. Primera edición.

OBANDO ZAPATA, Gilberto. Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica . Documento en preparación para la secretaría de educación departamental de Antioquia 2001.

OBREGOZO, Gonzalo. Aprendamos matemática moderna quinto grado. Cultural colombiana Ltda. Bogota 1970.

PARRA, Cecilia y SAIZ Irma, Didáctica de Matemáticas, Editorial Paidos, Buenos Aires, Argentina 1993-1994.

RESNICK, Lauren B. Enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.

RÍOS, Luis Alberto y CUERVO, Orlando. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en los niños de la básica primaria, Universidad de Antioquia 1992.

RODRÍGUEZ R., José María. Metodología de las matemáticas. Guía para los seis años de la escuela primaria.

SILVA RESTREPO, Guillermo; BUILES, Gabriela y RESTREPO, Asned. Estado y movilización del pensamiento lógico matemático en los niños de educación básica primaria Universidad de Antioquia 1994.

VASCO, Carlos Eduardo. Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas (vol. II). Santa fe de Bogotá . Pnto exe editores, 1996

VERGNAUD, Gerard. La teoria de los campos conceptuales. En lecturas de didáctica de las matemáticas. Escuela Francesa, compilación Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta, 1993.

--------. El niño, las matemáticas y la realidad, Editorial Trillas.