

**UNA APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN LINEAL DESDE LA
PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE EN SITUACIONES DE
VARIACIÓN DE LA VIDA COTIDIANA**

**TANITH IBARRA MUÑOZ
VANESSA MORENO YEPES**

**UNIVERSIDAD ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN**

2010

**UNA APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN LINEAL DESDE LA
PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE EN SITUACIONES DE
VARIACIÓN DE LA VIDA COTIDIANA**

TANITH IBARRA MUÑOZ

VANESSA MORENO YEPES

**Trabajo de grado para optar el Título de Licenciado en Educación
Básica con Énfasis en Matemáticas**

Asesora

YOLANDA BELTRÁN DE COVALEDA

UNIVERSIDAD ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2010

Dedicamos este trabajo a:

A los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa

Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo.

Nuestra asesora Yolanda Beltrán.

Nuestras familias.

Dios, por ser la luz que nos guió durante este proceso.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar queremos manifestar nuestro agradecimiento a Mónica, Carlos, Jefry, Jonathan y todos los demás estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, por sus aportes, su participación y motivación para la realización de este trabajo.

A nuestra maestra asesora Yolanda Beltrán por el apoyo y motivación que recibimos de ella.

A nuestras familias por mantener una actitud de apoyo y comprensión.

Y a Dios por darnos la vida y la luz para desarrollar este trabajo.

RESUMEN

TÍTULO: Una aproximación al concepto de función lineal desde la proporcionalidad directa simple en situaciones de variación de la vida cotidiana

AUTORES:

Vanessa Moreno Yepes

Tanith Celeny Ibarra Muñoz

PALABRAS - CLAVE:

1. Proporcionalidad directa simple
2. Función de proporcionalidad directa simple
3. Función lineal
4. Constante de proporcionalidad
5. Situaciones de la vida cotidiana

La pregunta de investigación a la cual pretendemos dar respuesta en el presente trabajo es: ¿Cuáles son las relaciones que establecen los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, a partir de la proporcionalidad directa simple en una aproximación al concepto de función lineal, en situaciones de variación de la vida cotidiana? Y cuyo objetivo general es identificar y analizar cuáles son las relaciones que establecen los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, a partir de la

proporcionalidad directa simple en una aproximación al concepto de función lineal, en situaciones de variación de la vida cotidiana.

El presente trabajo se fundamentó en el estudio de las relaciones de proporcionalidad directa simple, como un puente que permite una aproximación al concepto de función lineal, dicho estudio se abordó desde autores como Vergnaud (2003) con aportes como el análisis horizontal o funcional en funciones de proporcionalidad directa simple, el cual permite pasar de una magnitud a otra; Fiol (1990) con la caracterización y descripción de la función de proporcionalidad directa simple la cual es un caso particular de la función lineal y Chamorro (2003) con aspectos concernientes al razonamiento proporcional.

La metodología de este trabajo, está enmarcada en la investigación cualitativa con el método de investigación acción y centrado en la investigación acción participativa; la muestra que se tomó para efectos del análisis fue de cuatro estudiantes de los cuales se recolectaron los datos que al organizarlos y analizarlos, emergieron tres categorías que son: “La constante de proporcionalidad”, “La formulación de problemas de la vida cotidiana” y “Las características de la función de proporcionalidad directa simple”; éstas permitieron realizar una triangulación entre los resultados de los estudiantes participantes, los referentes teóricos y las observaciones y reflexiones de las investigadoras.

De acuerdo con el desarrollo de la propuesta de intervención y sus respectivos análisis, puede afirmarse que se puede llegar a una aproximación al concepto de función lineal desde la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad directa simple, al ser abordada desde las situaciones de variación de la vida cotidiana, donde se utilicen estrategias como la formulación de problemas, logrando establecer relaciones significativas desde el concepto de proporcionalidad directa simple hacia el concepto de función lineal.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	9
1. GENERALIDADES	11
1.1 CONTEXTO ESCOLAR.....	11
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	14
1.4 OBJETIVOS.....	16
1.4.1 <i>Objetivo general</i>	16
1.4.2 <i>Objetivos específicos</i>	16
2. MARCO TEÓRICO	17
2.1 PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE.....	17
2.1.1 <i>El razonamiento proporcional</i>	20
2.1.2 <i>Tablas de valores</i>	21
2.2 FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE	22
2.3 FORMULACIÓN DE PROBLEMAS	27
2.4 MEDIACIÓN INSTRUMENTAL.....	31
2.5 GEOGEBRA 3.2	34
3. DISEÑO METODOLÓGICO	36

3.1	INVESTIGACIÓN CUALITATIVA.....	36
3.2	INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	39
3.3	POBLACIÓN Y MUESTRA.....	42
4.	ANÁLISIS.....	65
5.	CONCLUSIONES.....	99
	REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS.....	101
	ANEXOS.....	104

INTRODUCCIÓN

El desarrollo del pensamiento variacional se inicia con el estudio de regularidades y la identificación de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite, elementos que serán útiles para abordar el presente trabajo, el cual está enmarcado a una aproximación a un caso particular de la función lineal, como lo es la función de proporcionalidad directa simple, pues se partió del estudio de la proporcionalidad directa simple como un medio que permitía establecer las bases para construir una aproximación al concepto de función lineal.

El pensamiento variacional ha sido propuesto por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares de Competencias para la Excelencia en la Educación como una manera dinámica de pensar, que permite describir situaciones de la vida cotidiana

Las actividades propuestas para este proyecto pedagógico se desarrollaron en dos momentos: uno que consta de actividades que involucraban situaciones de variación de la vida cotidiana, que permitieron una introducción al concepto de función de proporcionalidad directa simple; el otro momento estuvo orientado al fortalecimiento del concepto de función de

proporcionalidad directa simple mediado por el software GeoGebra, favoreciendo así una aproximación al concepto de función lineal.

1. GENERALIDADES

1.1 CONTEXTO ESCOLAR

Este proyecto se realizó con los jóvenes del grado 8° de La Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, ubicada en la comuna 10 de Medellín en el barrio Niquitao, ésta abrió sus puertas en febrero del 2009 y organizados por grados, llegaron a la institución cerca de 500 estudiantes de los sectores: Barrio Triste, Niquitao, Colón y Las palmas.

La institución cuenta con espacios administrativos, una aula donde funcionará la biblioteca (pues aún no cuenta con el material para abrir sus puertas), un laboratorio, un restaurante escolar, una aula en la que se desarrollará el proyecto Medellín Digital, un salón de preescolar, 8 salones de clase, una sala de profesores, baños, una tienda escolar, un cuarto de basuras y amplias zonas recreativas y deportivas.

Los estudiantes que participaron de este proyecto, pertenecen a estratos medio y bajo del sector centroriental de Medellín, y provienen de diferentes instituciones educativas de carácter oficial de la ciudad; sus edades oscilan entre los 13 y 17 años.

En el grado 8°, inicialmente se matricularon 30 estudiantes y en el transcurso del año 2009 desertaron 10, expulsaron a 1, e ingresaron 3 estudiantes, finalizando el año escolar con 22 estudiantes, de los cuales 13 estaban repitiendo este curso y 3 estuvieron desescolarizados en el año 2008.

De los 22 estudiantes sólo 7 viven en una familia nuclear, el resto de los estudiantes viven con uno de los padres, con otros familiares o en internados y una de las estudiantes es madre soltera.

La mayoría de ellos se sienten bien en la institución educativa porque el colegio es grande, agradable y bonito, pero resaltan que allí hay problemas de drogadicción y falta de compromiso de parte de los estudiantes. En cuanto al gusto por el área de matemáticas, 10 estudiantes manifiestan que les agrada las matemáticas y al resto no les gusta pues les parece que son aburridoras, difíciles y no las entienden. Como hay tantos repitentes en el grado 8°, entienden fácil y realizan las actividades propuestas con agilidad.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, presentaban dificultades en el área de matemáticas por algunas de las siguientes razones¹:

¹ Extraídas de las observaciones y encuestas realizadas a los estudiantes

- El desánimo de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas debido a la descontextualización de la matemática con su entorno y con sus vidas cotidianas.
- Los diferentes niveles de estudio en que se encontraban los estudiantes.

Además, se observó que la función lineal ha sido concebida en algunas instituciones educativas, en la mayoría de libros escolares de los dos últimos años y en la metodología empleada por el docente de la institución, de una manera mecánica y un poco estática, como la máquina que introduce valores, los procesa y genera otros valores, caracterizando su graficación como una imagen nada dinámica, desarrollada al margen de situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes. No obstante, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas proponen interpretar al mundo de forma variante y dinámica y desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas se plantea la importancia de conectar el estudio de la proporcionalidad directa simple como el puente que permite construir el concepto de función lineal.

De acuerdo a lo anterior se realizó una investigación cuya intervención pedagógica propone una aproximación al concepto de función lineal desde la proporcionalidad directa simple a través de situaciones de la vida cotidiana

que involucren procesos de variación. Planteando así la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son las relaciones que establecen los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, a partir de la proporcionalidad directa simple para una aproximación a la construcción del concepto de función lineal en situaciones de variación de la vida cotidiana?

1.3 JUSTIFICACIÓN

Es importante desarrollar el pensamiento variacional en los jóvenes de educación básica pues éste se encarga, fundamentalmente, de la modelación matemática y esto requiere activación constante de procesos de medición, elaboración de registros y establecimiento de relaciones entre cantidades y magnitudes y se fundamenta en el razonamiento algebraico, que implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades.

Los Lineamientos curriculares de Matemáticas invocan al pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos proponiendo:

El inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la educación básica, presupone superar la

enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998, p. 49)

Desde ésta perspectiva proponemos la construcción de una aproximación al concepto de función lineal desde el estudio de la proporcionalidad directa simple, de acuerdo a los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas donde se propone:

conectar el estudio de la proporcionalidad directa con las funciones lineales. Es importante también tener en cuenta que las funciones permiten analizar y modelar distintos fenómenos y procesos no sólo en problemas y situaciones del mundo de la vida cotidiana, sino también de las ciencias naturales y sociales y de las matemáticas mismas (MEN, 2002, p. 68).

De esta manera, la proporcionalidad directa simple, vista desde el pensamiento variacional, juega un papel importante en la construcción del concepto de función lineal pues permite establecer relaciones entre el

contexto cotidiano y la enseñanza de las matemáticas, además involucra situaciones referidas a fenómenos de variación de la vida práctica.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 *Objetivo general:*

Identificar y analizar cuáles son las relaciones que establecen los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, a partir de la proporcionalidad directa simple en una aproximación a la construcción del concepto de función lineal, en situaciones de variación de la vida cotidiana.

1.4.2 *Objetivos específicos:*

- Construir una aproximación al concepto de función lineal desde la función de proporcionalidad directa simple.
- Utilizar el software GeoGebra para fortalecer el concepto de función de proporcionalidad directa simple.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE

La proporcionalidad está presente en muchos aspectos de la vida cotidiana: casi todo tipo de transacciones comerciales, en la información de la prensa, en resultados deportivos, académicos, médicos y en la preparación de mezclas y soluciones

La proporcionalidad es un aspecto matemático que se maneja en la vida cotidiana, tanto la proporcionalidad directa como la proporcionalidad inversa.

El concepto de proporcionalidad involucra el concepto de magnitud que es entendida como *“un atributo o propiedad de colecciones de objetos percibida sin tener en cuenta otras propiedades que puedan presentar dichos objetos”* (Beltrán, Y & Díaz, L, 2005, p. 2), es una propiedad que poseen todos los cuerpos y fenómenos que permite que puedan ser medidos y dicha medida, representada en la cantidad, puede ser expresada mediante números. La magnitud es la propiedad, la cantidad es cuánto de eso tiene la magnitud. Por ejemplo, el tiempo es una magnitud, pero 12 horas es una cantidad.

Dos magnitudes son directamente proporcionales si

“son directamente correlacionadas² y si el cociente entre la magnitud dependiente³ y la magnitud independiente⁴ es constante. Si dos magnitudes X e Y tienen una relación simple de proporcionalidad, donde la variación es directa, significa que mientras una variable⁵ se incrementa, la otra también en forma proporcional.” (Beltrán, Y & Díaz, L, 2005, p. 5)

Salario de un trabajador	
Días trabajados	Salario (\$)
1	\$30.000
2	\$60.000
3	\$ 90.000
5	\$150.000
7	\$210.000
11	\$330.000
17	\$510.000

² Dos magnitudes están correlacionadas directamente si al aumentar una, aumenta la otra; o al disminuir, la otra también lo hace.

³ Es aquella magnitud cuyo valor de medida depende del valor de la magnitud independiente.

⁴ Como su nombre lo asigna el valor de una medida arbitrariamente, la persona que realiza el estudio lo coloca de acuerdo con lo que interesa investigar.

⁵ Variable es una cantidad que puede tener un número diferente de valores

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si

“son inversamente correlacionadas y si el producto entre la magnitud dependiente y la magnitud independiente es constante. Si dos magnitudes X e Y tienen una relación simple de proporcionalidad, donde la variación es inversa, significa que mientras una variable se incrementa, la otra disminuye en forma proporcional”. (Beltrán, Y & Díaz, L, 2005, p. 6)

Horas trabajadas	
Trabajadores	Horas de trabajo
1	24
2	12
3	6

Aumento El doble

Disminuye la mitad

Aumento El triple

Disminuye un tercio

Tanto la proporcionalidad directa como la inversa pueden ser simple o compuesta.

Un problema es de proporcionalidad simple si intervienen dos magnitudes distintas, y es de proporcionalidad compuesta si intervienen tres o más magnitudes. Al intervenir más de dos magnitudes las relaciones proporcionales pueden ser distintas, es decir, si tenemos las magnitudes A, B

y C, la relación proporcional entre A y B puede ser directa o inversa y entre B y C puede ocurrir lo mismo.

Teniendo en cuenta las definiciones antes expuestas, el trabajo se fundamentó en la proporcionalidad directa simple, pues éste nos permitió construir el concepto de función de proporcionalidad directa simple, visto éste como una aproximación al concepto de función lineal, además el concepto permitió desarrollar situaciones que involucraron el entorno de los estudiantes.

2.1.1 *El razonamiento proporcional.* Según Chamorro (2003) el razonamiento proporcional no es solo el uso de la regla de tres simple, ni la resolución de multiplicaciones en cruz en expresiones como:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

El razonamiento proporcional *“es el que se desencadena cuando se resuelven situaciones, reflejando, en las explicaciones que se puedan proporcionar, las relaciones estructurales de las situaciones”* (Chamorro, 2003, p. 208)

Las relaciones estructurales que se pueden establecer son de dos tipos.

a) Relación funcional: *“vincula magnitudes diferentes y refleja el sentido de la unidad razón”* (Chamorro, 2003, p. 209)

b) Relación escalar: Relaciona cantidades de la misma magnitud⁶.

Otro proceso, según Chamorro (2003) que se puede evidenciar en el razonamiento proporcional es hallar magnitudes desconocidas a través de adiciones de magnitudes conocidas; el cual se evidencia en el siguiente ejemplo:

Tiempo (horas)	1	2	3	$2+3=5$
Espacio recorrido (Km)	50	100	150	$100+150=250$

2.1.2 *Tablas de valores.* El hecho de llenar tablas permite al estudiante idear y explicitar estrategias que muestran relaciones estructurales que ponen en evidencia un razonamiento proporcional, además, el uso de ellas facilita establecer la correspondencia entre las diferentes magnitudes involucradas en una situación de proporcionalidad.

La propuesta de intervención estuvo enmarcada en situaciones donde los estudiantes llenaban tablas de correspondencia, *“las tablas con sucesiones de números [...] deben ser pensadas como instrumentos que faciliten el*

⁶ Las anteriores relaciones estructurales se explicarán más ampliamente en el capítulo de función de proporcionalidad directa simple.

desarrollo de maneras de pensar ante situaciones de proporcionalidad”
(Chamorro, 2003, p. 211).

Al respecto los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998, p. 73) argumentan: *“la tabla se constituye en un elemento para iniciar el estudio de la función, pues es un ejemplo concreto de función presentada numéricamente”*.

Según Vergnaud (2003, p. 238) *“el medio mas simple para completar tablas es evidentemente encontrar la regla que hace pasar de una columna a otra”* ésta regla no es otra cosa que la multiplicación por la constante de proporcionalidad o el valor correspondiente a una unidad de una de las magnitudes relacionadas.

2.2 FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE

Como aproximación al concepto de función lineal el trabajo está basado en conceptos como la proporcionalidad directa simple, pues como dice Fiol (1990, p.83) *“La proporcionalidad entre dos magnitudes puede interpretarse bajo el concepto de función como una cantidad variable que depende de otra cantidad variable”* puesto que en el concepto de proporcionalidad directa simple están implícitos tres aspectos que caracterizan la noción de función: variación, dependencia y correspondencia.

De acuerdo a lo anterior se hace énfasis en un caso particular de la función lineal como lo es la función de proporcionalidad directa simple, pues los puntos que describen su gráfica se encuentran sobre una línea recta y su expresión es del tipo $y = kx$ siendo k la constante de proporcionalidad. Este tipo de función lineal tiene las siguientes características:

- La expresión de proporcionalidad es del tipo $y = kx$; $k \neq 0$
- La pareja ordenada $(0,0)$ aparece en todas las gráficas de este tipo de función, lo que indica que las rectas siempre pasaran por el origen de coordenadas.
- Su expresión se obtiene multiplicando por la razón o constante de proporcionalidad.
- Al tomar valores en el eje horizontal y en el eje vertical, estos serán directamente proporcionales y la razón entre ellos será la constante de proporcionalidad.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas proponen *“conectar el estudio de la proporcionalidad directa con las funciones lineales”* (MEN, 1998, p. 68), así se estudió la función lineal como: *“una función f es lineal si cualquier cambio en la variable independiente causa un cambio proporcional o un incremento en la variable dependiente”* (García, Serrano & Espitia, 1997, p. 49) esta caracterización esta dada por la expresión $y = k.x$.

Para el desarrollo de la propuesta de intervención orientada al concepto de función de proporcionalidad directa simple se enfocaron las actividades, según lo que plantea Vergnaud, en un esquema multiplicativo cuaternario, en el cual están involucradas cuatro cantidades, dos cantidades son medidas de cierta magnitud y las otras dos son medidas de otra magnitud.

El siguiente ejemplo es tomado de una de las actividades de intervención:

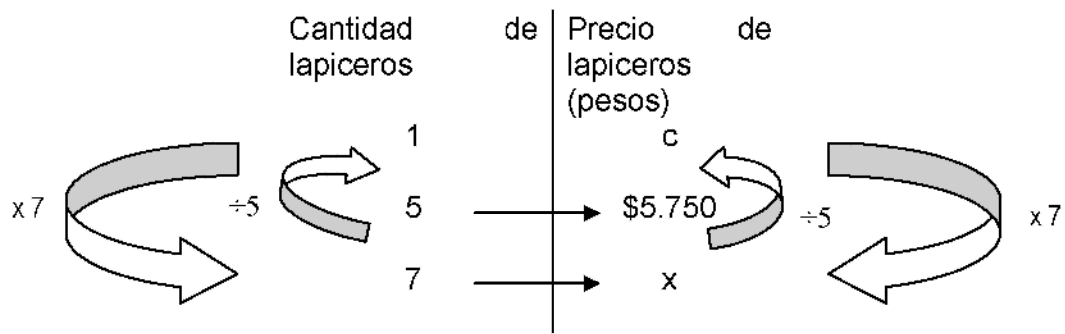
El precio de cinco lapiceros es de \$5.750 ¿Cuánto cuestan 7 lapiceros?

Cantidad lapiceros	de		Precio de lapiceros (pesos)
5	—	→	\$5.750
7	—	→	x

Esta tabla representa la relación cuaternaria presente en el esquema multiplicativo, representando así una correspondencia entre cantidades (cantidad de lapiceros y precio de lapiceros).

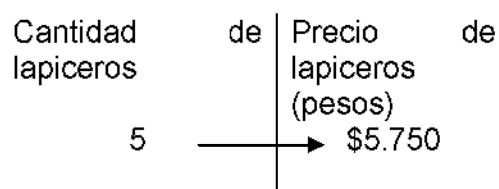
Conforme a lo anterior Vergnaud (2003, p. 197-223) plantea dos tipos de análisis bajo el esquema multiplicativo que proporcionan elementos para la solución de este tipo de relaciones:

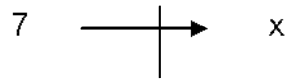
- a) Análisis vertical: éste nos permite pasar de una cantidad a otra en una misma magnitud.



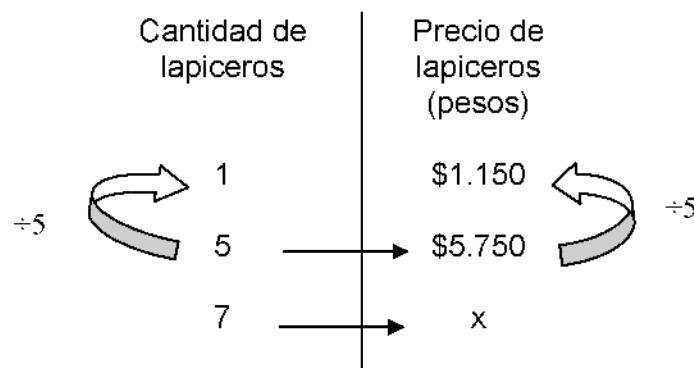
Para pasar del precio de 5 lapiceros al precio de 7 lapiceros es necesario saber el precio de un lapicero, para esto en la magnitud cantidad de lapiceros, se dividen los 5 lapiceros entre 5 y en la magnitud precio de lapiceros se divide \$5.750 entre 5, hallando así el valor de un lapicero que para este caso es la constante de proporcionalidad. Luego el paso de un lapicero a 7 lapiceros se obtendrá multiplicando por 7 y del mismo modo el precio de un lapicero se multiplicara por 7 y se obtendrá el precio de 7 lapiceros. Así si quisiéramos pasar de 5 lapiceros a 7 lapiceros y del precio de 5 lapiceros al precio de 7 lapiceros, simplemente multiplicaremos por 7 y dividiríamos por 5 ósea multiplicar por la constante de proporcionalidad $7/5$.

b) Análisis horizontal o funcional: éste nos permite pasar de una magnitud a otra.





Para pasar de la magnitud cantidad de lapiceros a la magnitud precio de lapiceros es necesario saber el valor de un lapicero.



Al obtener el precio de un lapicero obtendremos la razón o constante de proporcionalidad que será el operador función que me permitirá obtener el precio de cualquier cantidad de lapiceros. Ésta constante involucra las dos magnitudes que me permitirán hacer el cambio de una magnitud a otra.

$$7 \text{ lapiceros } \times \frac{\$1.150}{\text{lapicero}} = x \text{ pesos}$$

En nuestro trabajo es retomado el análisis horizontal planteado por Vergnaud puesto que permite que el estudiante, a partir del análisis de estas relaciones, pueda llegar a plantear la expresión de la función de proporcionalidad directa simple en una situación dada. Las situaciones

planteadas para la intervención, estaban enmarcadas en el contexto cotidiano de los estudiantes por lo que solo se involucraban cantidades positivas, de tal manera que los puntos alineados obtenidos siempre partían del punto (0,0) y eran graficados en el primer cuadrante del plano cartesiano.

2.3 FORMULACIÓN DE PROBLEMAS

La resolución y formulación de problemas hacen parte de los procesos generales que deben alcanzar los estudiantes de la educación básica y media, sin embargo

“No existe una línea de investigación sistemática que ayude a entender la naturaleza de la formulación de problemas como un proceso cognitivo [...] Es importante mencionar que la actividad de formular problemas incluye situaciones donde se le proporciona al estudiante cierta información y se le pide utilizarla para formular alguno, se le solicita que discrimine o complete cierta información dada y proponga un problema, o bien que reformule uno dado.”

(Kilpatrick, citado por Santos, 1997, p. 11)

Como es planteado desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas los problemas *“procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras*

ciencias son el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas” (MEN, 1998, p. 23). Además, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, proponen que para ser competente en matemáticas es indispensable:

“Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere [...] formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación”. (MEN, 2002, p.51)

Por lo anterior, el presente trabajo, posibilitó la formulación de problemas en situaciones de la vida cotidiana, que apuntaron tanto a factores sociales y culturales como propios de la clase de matemáticas. De aquí, que la formulación de problemas cobra sentido en la medida que las situaciones que se le plantearon a los estudiantes están ligadas al contexto cotidiano. Para esto, es importante que el estudiante, según Guzmán (1993, p. 73):

- Manipule los objetos matemáticos.

- Active su propia capacidad mental.
- Ejercite su creatividad.
- Adquiera confianza en sí mismo.
- Se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- Se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Algunos pasos que deben ser tenidos en cuenta a la hora de formular problemas son:

- Buscar un tema, es decir, sobre qué se va a realizar el problema, en este punto es necesario tener en cuenta que el tema para realizar el problema debe ser un objeto, contexto o una situación conocida por el alumno.
- Plantear una situación inicial, es decir, qué hay de conocido, y desmembrar el objeto de estudio en las partes que lo constituyen clasificando sus componentes.
- Asociar los componentes extraídos del objeto o situación de la cual se pretende partir, es decir, vincular a cada uno de los elementos una o más propiedades; mientras más propiedades se puedan enumerar mayor será la posibilidad de hallar más problemas.
- Buscar las relaciones existentes entre los elementos que se han clasificado.

- Plantear el problema, es decir, formular las preguntas, éstas deben ir dirigidas a qué se quiere saber de lo que se conoce en la situación que se ha elegido para ello.(Ramírez, M y otros, citado por Gallego, D y otros, 2007, p. 37)

En concordancia con la propuesta de intervención del presente trabajo, a continuación se mencionan algunos de los Estándares Básicos de Competencias, que deben alcanzar los estudiantes de educación básica relacionados con la formulación de problemas en relación con la función de proporcionalidad directa simple:

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.
- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.

2.4 MEDIACIÓN INSTRUMENTAL

El ser humano ha inventado instrumentos bien sea para satisfacer sus necesidades o para servir de amplificadores (hacer lo de antes, pero mejor) y reorganizadores (hacer nuevas cosas y reorganizar las anteriores en función de las nuevas posibilidades) a su cognición.

Según Luis Moreno (2002) uno de los primeros instrumentos mediadores fue la oralidad, principal organizador social, consolidando así la vida colectiva y permitiendo la elaboración de medios simbólicos. El hombre empezó a interpretar el mundo, pero tuvo que hacer uso de su memoria para poder saber, por ejemplo, que una nube negra significaba lluvia, apareciendo así los primeros rastros de escritura, en los cuales se registraban ciertos datos que eran antes almacenados en la memoria biológica. Uno de los registros de esta etapa fueron los calendarios, así se dio un paso de la memoria biológica a la memoria tecnológica.

La primera escritura que se conoció apareció entre los años 3500 y 2800 a.c y se le llamó escritura cuneiforme, los soportes de esta escritura eran tablillas de barro en donde se realizaban tres tipos de representaciones: sellos personales de identidad, dibujos que corresponden a mercancías comercializadas y números que corresponden a las cantidades de las mercancías.

Es así como aparece también la escritura numérica la cual tuvo un proceso para llegar a ser adoptada por las comunidades.

El sistema numérico de los babilónicos era sexagesimal, en base 60, pero para escribir los dígitos del 1 al 59 solo tenían dos signos uno para el 1 y otro para el 10.

Más adelante los árabes y los hindúes introdujeron el sistema posicional con el cero, en donde se simplificó la escritura numérica pues los números del 1 al 9 tenían su propio signo, constituyéndose en un sistema en base 10.

En cuanto a la aparición de las letras y las palabras, uno de los primeros alfabetos fue el fonético, el cual tenía 22 consonantes, pero los griegos le agregaron vocales logrando crear el primer alfabeto fonético genuino. Vale la pena resaltar que estas primeras escrituras aparecieron separadas de la oralidad. Citando a Moreno, *“El desarrollo de la escritura implicó un cambio que llevó de lo meramente auditivo a lo visual (proyectó el sonido sobre el espacio textual) y propició un redireccionamiento hacia medios no-biológicos para que sirvieran de soporte a los procesos mentales de razonamiento”* (Moreno, 2002, p. 75)

Tras la aparición de los primeros instrumentos que revolucionaron todos los procesos cognitivos del ser humano, aparece en los últimos siglos la computadora, que no sólo sirve para registrar datos sino para ampliar la capacidad de procesamiento de la mente humana

El uso de las nuevas tecnologías hace viable la exploración como actividad central en la actividad matemática del estudiante, tal como lo plantea Moreno (2002, p. 271), la actividad del conocimiento sólo es posible una vez realizado un trabajo exploratorio, guiado por la intuición y la imaginación y

uno de los instrumentos de mayor importancia para este proceso es la computadora que permite exploraciones de alto alcance e impactar los contenidos del conocimiento que se van construyendo, es decir, todo un mundo de variación queda a su disposición como parte de su campo de experiencias.

De hecho, *“las herramientas computacionales han generado un nuevo realismo matemático”* (Moreno, 2002, p. 81), logrando que los objetivos virtuales que aparecen sobre la pantalla se puedan manipular de tal forma que se genera una sensación de existencia casi material.

Es importante, tener clara la diferencia existente entre herramienta e instrumento, una herramienta es todo aquel objeto que provee de cierta ventaja al ser humano para realizar una tarea, por ejemplo, el lenguaje un lápiz, el teléfono, una olla; un instrumento es un medio por el cual se llega a un fin, entonces un instrumento es una herramienta que es usada en una situación, delimitado por un uso específico bajo las acciones del usuario, donde las características para las que fue creado no importan, sino los usos que el usuario le de, por ejemplo, una olla es una herramienta que normalmente sirve para hacer sopa, pero cuando un sujeto la utiliza para hacer ruido, se convierte en un instrumento. Según Moreno *“la herramienta no modifica, sino que complementa el pensamiento del estudiante. Podría decirse que la calculadora es una herramienta cuando genera tan sólo efectos de amplificación”* (Moreno, 2002, p. 85), pero esa herramienta se convierte en un instrumento cuando *“el pensamiento matemático del*

estudiante quede afectado radicalmente por la presencia de la herramienta” (Moreno, 2002, p. 86). Desde la perspectiva de nuestro trabajo, el software GeoGebra se implementó como un instrumento en la medida que permitió que el estudiante fortaleciera el concepto de función de proporcionalidad directa pues interpretó y describió las características de dicha función.

2.5 GEOGEBRA 3.2

GeoGebra es un software educativo matemático creado por Markus Hohenwarter, en el año 2001. Actualmente existen 19 versiones, las cuales se pueden descargar gratuitamente desde la página oficial (www.geogebra.org) y con facilidad de instalación, que permite desarrollar en el área de matemáticas conceptos de geometría, álgebra y cálculo, en los cuales hay una mejor visualización, precisión y agilidad, de conceptos que han sido desarrollados en la matemática de una manera abstracta.

Este software es de gran utilidad en el ámbito educativo ya que es libre, existen versiones en español y para los estudiantes es fácil aprenderlo a manejar.

GeoGebra es un programa innovador. Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica pero también de los programas de Cálculo Simbólico. Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

La característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada uno tiene dos representaciones, una, en la Vista Gráfica (Geometría) y otra, en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas.

En el área de álgebra permite graficar todas las clases de funciones con sus respectivas pendientes, derivadas, integrales; además tiene la característica de ser interactivo lo que posibilita que se puedan modificar los parámetros, analizar y establecer relaciones.

Este software fue pertinente para nuestro trabajo en la medida que nos permitió fortalecer el concepto de función de proporcionalidad directa simple, pues los estudiantes visualizaron las diferencias y similitudes existentes entre los puntos alineados que formaban dicha función; visualización que no se logró en los talleres en que se graficó manualmente éstas funciones.

3. DISEÑO METODOLÓGICO

3.1 INVESTIGACIÓN CUALITATIVA

Este trabajo está enmarcado en la investigación cualitativa ya que ésta tiene como propósito explorar las relaciones sociales y describir la realidad tal como la vive la población, buscando explicar las razones de diferentes aspectos del comportamiento humano. Para este tipo de investigación es necesario tener en cuenta algunos instrumentos para la recolección de datos, como: entrevistas, experiencias personales, historias de vida, observaciones, imágenes, sonidos; que describan las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas.

La investigación cualitativa se interesa en saber cómo ocurre el proceso en que se da el asunto o problema. Taylor y Bogdan citados por Rodríguez, Gil & García (1999) consideran la investigación cualitativa como "*aquella que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas, escritas y la conducta observable*" (Rodríguez, Gil & García, 1999, p. 33).

Por esta razón el presente trabajo se enmarcó en la investigación cualitativa puesto que se desarrolló en un contexto de vulnerabilidad, donde la población es diversa y es necesario tener en cuenta dicha diversidad.

Algunas de las características de la investigación cualitativa, válidas para el presente trabajo son:

- Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de estudio.
- Los investigadores cualitativos tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas.
- Para el investigador cualitativo todas las perspectivas son válidas.
- Los investigadores enfatizan tanto en los procesos como en los resultados.
- Se interesa mucho saber cómo los sujetos en una investigación piensan y qué significado poseen sus perspectivas en el asunto que se investiga.

El método particular para este proyecto fue la investigación acción participativa, según Rodríguez, Gil & García (1999) los sujetos que participan en este tipo de investigación son sujetos activos y toman como problemática aquellos problemas que surgen en la práctica educativa, reflexionando sobre ellos y relacionando así la teoría con la práctica. Kemmis citado por Rodríguez, Gil & García (1999, p.52) dice: *“la investigación-acción es una forma de investigación llevada a cabo por partes de los prácticos sobre sus propias practicas”*, así, la investigación acción implica una perspectiva

comunitaria y esta orientada hacia la creación de comunidades autocriticas con el objetivo de transformar el medio social.

De la investigación acción, centramos nuestro estudio en la investigación acción participativa. La investigación participativa, tal como lo afirma De Miguel, citado por Rodríguez, Gil & García (1999, p. 55), "*se caracteriza por un conjunto de principios, normas y procedimientos metodológicos que permiten obtener conocimientos colectivos sobre una determinada realidad social*", es decir, esta metodología trata de entender mejor la realidad y de utilizar la investigación como medio de movilización social, por lo cual se centra en grupos de personas oprimidas, explotadas, inmigrantes, indígenas, personas que se encuentran en estado de vulnerabilidad, como los niños y adolescentes del sector donde se realizó la intervención de este trabajo.

La participación significa que en el proceso están involucrados no sólo los investigadores, sino la comunidad destinataria del proyecto, que no son considerados como simples objetos de investigación sino como sujetos activos que contribuyen para conocer y transformar su propia realidad, por lo tanto, esta metodología de investigación acción participativa es pertinente para nuestro trabajo pues, nuestra propuesta de intervención es activa y participativa y centra su interés en la comunidad escolar.

3.2 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Los principales instrumentos con los cuales se recogieron datos para la presente investigación fueron:

3.2.1 *Diario de campo*: Es un escrito reflexivo y descriptivo de las situaciones que se presentaron en el entorno escolar durante la propuesta de intervención.

3.2.2 *Actividades*: son aquellas situaciones o acciones que invitan a la participación del estudiante y tienen un objetivo y una intencionalidad definida. Fueron empleadas con la finalidad de construir una aproximación al concepto de función lineal desde la proporcionalidad directa simple, que debían desarrollarse en equipos. Las actividades seleccionadas para el análisis fueron:

a) *Experimentemos*: consistía en un carrusel matemático compuesto por seis bases o puestos de experimentación; cada una tenía una botella de diferente capacidad y unos cuantos vasos desechables de la misma medida en cada base pero de diferentes onzas en cada una de las bases, el objetivo era llenar la botella con agua y luego llenar los vasos para observar la variación que se daba entre el número de vasos dependiendo de la capacidad, en onzas, y el número de litros,

cada grupo debía pasar por las seis bases y además cada base tenía una actividad diferente para realizar según la experiencia que se diera allí, al final cada grupo debía entregar seis actividades.

- b) Estructuras multiplicativas: tenía como objetivo construir las primeras aproximaciones al concepto de función de proporcionalidad directa simple desde la correspondencia e identificar la constante de proporcionalidad; para esto se les planteó un problema con el que posteriormente debían llenar una tabla de valores y completar una secuencia.
- c) Representaciones gráficas: cuyo objetivo era construir a partir de las representaciones gráficas una situación de la vida cotidiana que representara cada una de ellas e involucrar al estudiante tanto en el análisis de representaciones gráficas como en la asociación o identificación de situaciones de la vida cotidiana a partir de dichas representaciones.
- d) Experimento (GeoGebra – Excel): consistía en observar mediante el software GeoGebra y la hoja de cálculo de Excel una modelación de la situación vivida en el experimento planteado anteriormente, esta actividad tenía como objetivo apropiarse del concepto de función de proporcionalidad directa simple en una situación de variación de la

vida cotidiana, para esto se tenía una guía en la cual debían observar y manipular la modelación realizada en GeoGebra y utilizar los datos observados para llenar una tabla en la hoja de cálculo de Excel que permitía resolver un problema planteado.

- e) Función de proporcionalidad directa simple (GeoGebra): la actividad consistía en observar las gráficas **a**, **b** y **c**, realizadas en GeoGebra, luego plantear un problema que describiera la situación que representaba cada gráfica y establecer su correspondiente expresión matemática.

3.2.3 *Encuestas*: Se aplicaron con el objetivo de identificar en los estudiantes núcleos familiares, gustos, nivel de escolaridad, lugar de residencia, edad, entre otros.

3.2.4 *Fotografías*: Son las evidencias de la realización de la propuesta de intervención, pues muestran de manera directa lo ocurrido en cada una de las clases. Las fotografías son acompañadas de una reflexión en torno a la situación evidenciada en ese momento

3.3 MOMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN

El desarrollo de la propuesta de intervención se dividió en dos momentos correspondientes a los dos objetivos específicos.

Las actividades que se implementaron en la propuesta de intervención estaban permeadas por elementos como: tablas de valores, gráficas, situaciones cotidianas, lenguaje natural y simbólico y la noción de función como correspondencia.

- Momento uno: corresponde al primer objetivo específico, de aproximación al concepto de función lineal desde la función de proporcionalidad directa simple. Las actividades que se desarrollaron en este momento fueron realizadas en el aula de clase, en equipos de tres estudiantes y con lápiz y papel; éstas fueron:
 - a) Experimentemos
 - b) Estructuras multiplicativas
 - c) Representaciones gráficas

- Momento dos: Corresponde al segundo objetivo específico en el cual se utilizó el software GeoGebra para fortalecer el concepto de función de proporcionalidad directa simple. Las actividades que se desarrollaron en este momento fueron realizadas en la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede principal, en el aula Medellín

Digital, la cual contaba con 16 equipos de computo en buen estado, desarrolladas en parejas mediante la observación y manipulación de gráficas realizadas en el software GeoGebra. Éstas fueron:

- d) Experimentemos
- e) Estructuras multiplicativas

Con los datos arrojados de estas cinco actividades se realizó la organización de datos de donde surgieron las categorías para la realización de la triangulación entre la información obtenida de los estudiantes, los teóricos de referencia y el conocimiento de las investigadoras



EXPERIMENTEMOS

Objetivo: Realizar las primeras aproximaciones al concepto de función lineal a través de una situación de la vida cotidiana que involucra el concepto de proporcionalidad directa simple, las representaciones gráficas y las tablas de valores.

Materiales: botellas de diferente capacidad, vasos desechables de diferentes onzas.

Actividad: ésta se realizará en el laboratorio de matemática, se harán seis bases o puesto de experimentación cada una tendrá una botella de diferente capacidad y unos cuantos vasos desechables de la misma medida en cada base pero de diferentes onzas en cada una de las bases, el objetivo es que llenen la botella con agua y luego llenen los vasos, cada grupo debe pasar por las seis bases y además cada base tendrá una actividad diferente para realizar según la experiencia que se de allí, al final cada grupo deberá entregar seis actividades, las actividades de cada base son las siguientes:

Base 1: graficar en el plano cartesiano la situación descrita.

Base 2: representar los datos en una tabla.

Base 3: formular un problema que describa la situación.

Base 4: resolver el problema.

Problema: A don Luis le cuesta \$3800 una botella de gaseosa de dos litros y medio y la vende en vasos de 6 onzas cada vaso lo vende a \$600. ¿Cuál es la ganancia que le queda a don Luis por cada botella de gaseosa que venda?

Y si vende 7 botellas de dos litros y medio ¿Cuánto le queda de ganancia?

Base 5: establece algunas proporciones entre la cantidad de vasos y la cantidad de agua en la botella.

Base 6: completa la siguiente secuencia

Cantidad de vasos por 1 litro =

Cantidad de vasos por 2 litros =

Cantidad de vasos por 3 litros =

C (4) =

C (7) =

C (10) =

C (15) =

C (48) =

C (97) =

C (v) =

¿Qué puedes concluir del ultimo resultado? _____



ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS

Objetivos:

- Construir las primeras aproximaciones al concepto de función de proporcionalidad directa simple desde la correspondencia.
- Identificar la constante de proporcionalidad

María trabaja en la placita de flores y sabe que dos costales de papas pesan 240 kg, ayúdala a averiguar ¿Cuánto pesaran 9 costales de papas? ¿y 23 costales de papas? Y si Ana compra 1800 Kg de papa ¿Cuántos costales de papa compró Ana?

Número de costales	Kilogramos de papa	
1		
2	240 kg	
4		4x120
9		
	1800 kg	
23		

30		
		54x120
c		

¿Cómo hiciste para averiguar los kilogramos que había en un costal?

De acuerdo al problema y a los datos de la tabla ¿Qué significa para ti la expresión 54x120? _____

Completa la siguiente secuencia:

Cantidad de kilogramos de papa por 1 costal = =

Cantidad de kilogramos de papa por 2 costal = =

Cantidad de kilogramos de papa por 5 costal = 5x120 =

K (7) = =

K (9) = =

K (17) = =

K (25) = =

K (45) = =

K (97) = =

K (c) = =



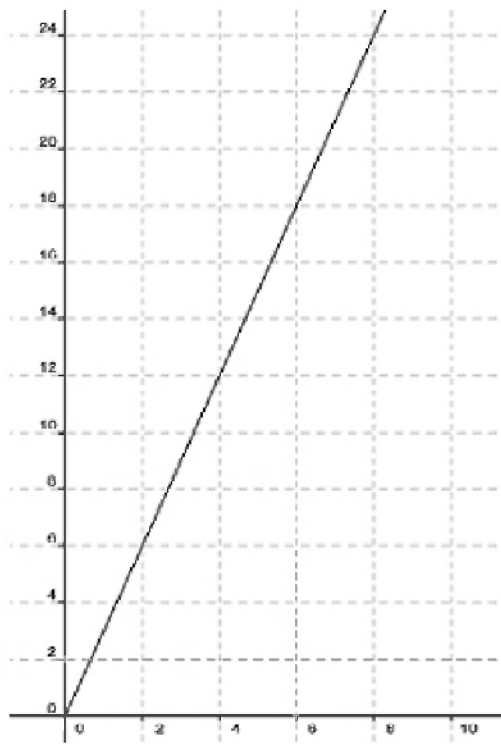
REPRESENTACIONES GRÁFICAS

Objetivos:

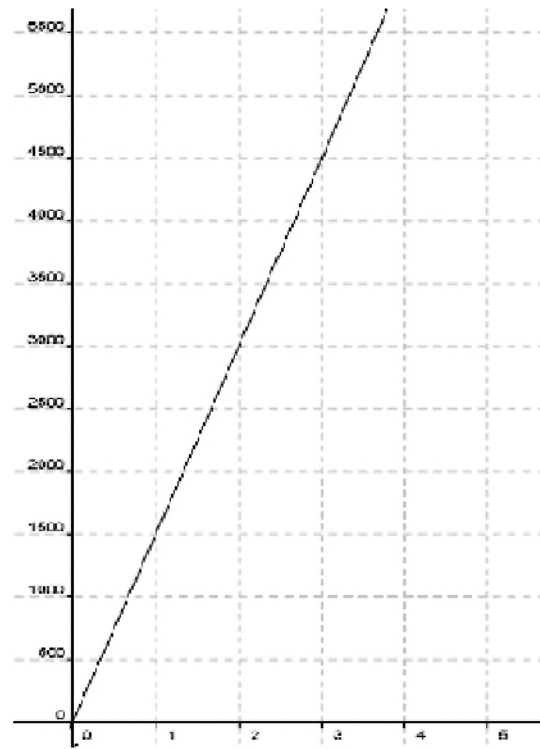
- Construir a partir de las siguientes representaciones gráficas una situación de la vida cotidiana que represente cada una de ellas.
- Involucrar al estudiante tanto en el análisis de representaciones gráficas como en la asociación o identificación de situaciones de la vida cotidiana a partir de dichas representaciones.

Actividad:

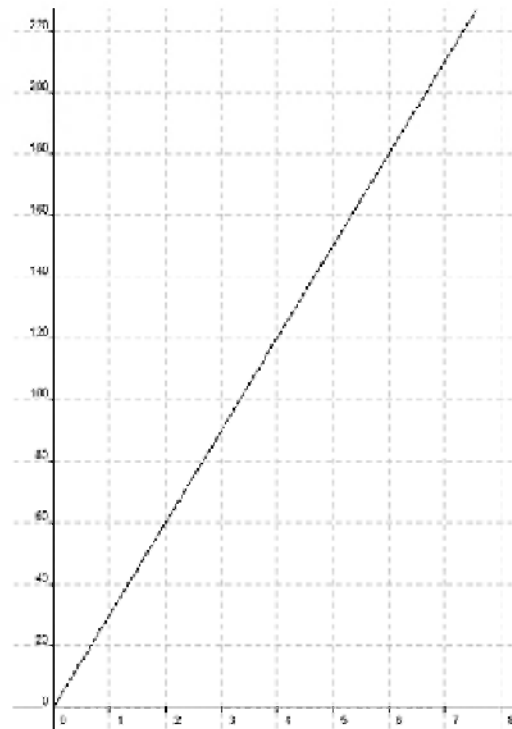
- Analiza cada una de las siguientes gráficas
- Identifica algunas de las parejas ordenadas de cada gráfica
- Construye una situación de la vida cotidiana de tal manera que la gráfica represente esa situación.



Gráfica 1



Gráfica 2



Gráfica 3



FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD (GEOGEBRA - EXCEL)

Objetivos:

- Fortalecer el concepto de función de proporcionalidad directa simple en una situación de variación de la vida cotidiana, con la ayuda del software GeoGebra y la hoja de cálculo de Excel.
- Identificar la función de proporcionalidad como un modelo matemático que relaciona el Número de vasos de n onzas y la cantidad de litros, en GeoGebra y el número de vasos de n onzas y el precio por vaso, mediante Excel

Momento 1 (GeoGebra)

GeoGebra es un software interactivo que nos permite graficar tres tipos de situaciones, como son: la cantidad de vasos de 6 onzas por litro, la cantidad de vasos de 7 onzas por litro y la cantidad de vasos de 9 onzas por litro.

Observa y analiza los tres tipos de gráficas y responde las siguientes preguntas:

- ¿Existe algún punto en el plano en que se encuentren la cantidad de vasos de 6,7 y 9 onzas, en la misma cantidad de litros? ¿Qué significa esto? _____
- ¿Qué sucede con Número de vasos de 7 onzas cuando la cantidad de litros es 2? _____
- ¿Qué sucede con Número de vasos de 9 onzas cuando la cantidad de litros es 4? _____
- En los puntos que se forman con los vasos de 6 onzas ¿Qué significa la pareja ordenada (3,16.5)? ¿Qué significa el número 16.5 en la situación planteada? _____
- ¿Cómo son las tres gráficas que describen la cantidad de vasos de n onzas por litro? _____
- ¿Cuál es el origen de las tres gráficas? _____
- ¿Qué diferencia encuentras entre las tres gráficas? _____

Observa los valores que se obtuvieron del Número de vasos de n onzas y la cantidad de litros y escribe una expresión matemática que relacione la cantidad de vasos de 6, 7 y 9 onzas con los litros de gaseosa.

Momento 2 (GeoGebra - Excel)

Teniendo en cuenta lo observado en GeoGebra y con la ayuda de la hoja de cálculo de Excel, ayúdanos a darle solución al siguiente problema.

Don Luis compra botellas de gaseosa de un litro y vende gaseosas en vasos de 6, 7 y 9 onzas; el vaso de 6 onzas lo vende a \$600, el vaso 7 onzas a \$800 y el vaso 9 onzas a \$1000. Si vende 5 litros de gaseosa en vasos de 7 onzas ¿cuánto dinero recibe?

Si vende 9 litros de gaseosa en vasos de 6 onzas ¿cuánto dinero recibe? Pero si vende esos mismos 9 litros en vasos de 7 onzas ¿cuánto dinero recibe? Y en vasos de 9 onzas ¿cuánto dinero recibe? ¿En qué caso Don Luis gana más dinero?

Observa por cada litro (1 litro, 2 litros, 3litros,...) cuánto dinero recibe don Luis por la venta de gaseosa en los tres diferentes tamaños de vasos (6, 7 y 9 onzas) y establece. ¿Con qué tamaño de vaso don Luis gana más dinero por cualquier cantidad de litros que venda?

- ¿Cómo son las tres gráficas que describen el precio de vasos de n onzas? _____
- ¿Cuál es el origen de las tres gráficas? _____
- ¿Qué diferencia encuentras entre las tres gráficas? _____

Mostrar vasos de 6 onzas

Mostrar vasos de 7 onzas

Mostrar vasos de 9 onzas

Rojo vasos de 7 onzas

Azul vasos de 9 onzas

Verde vasos de 6 onzas



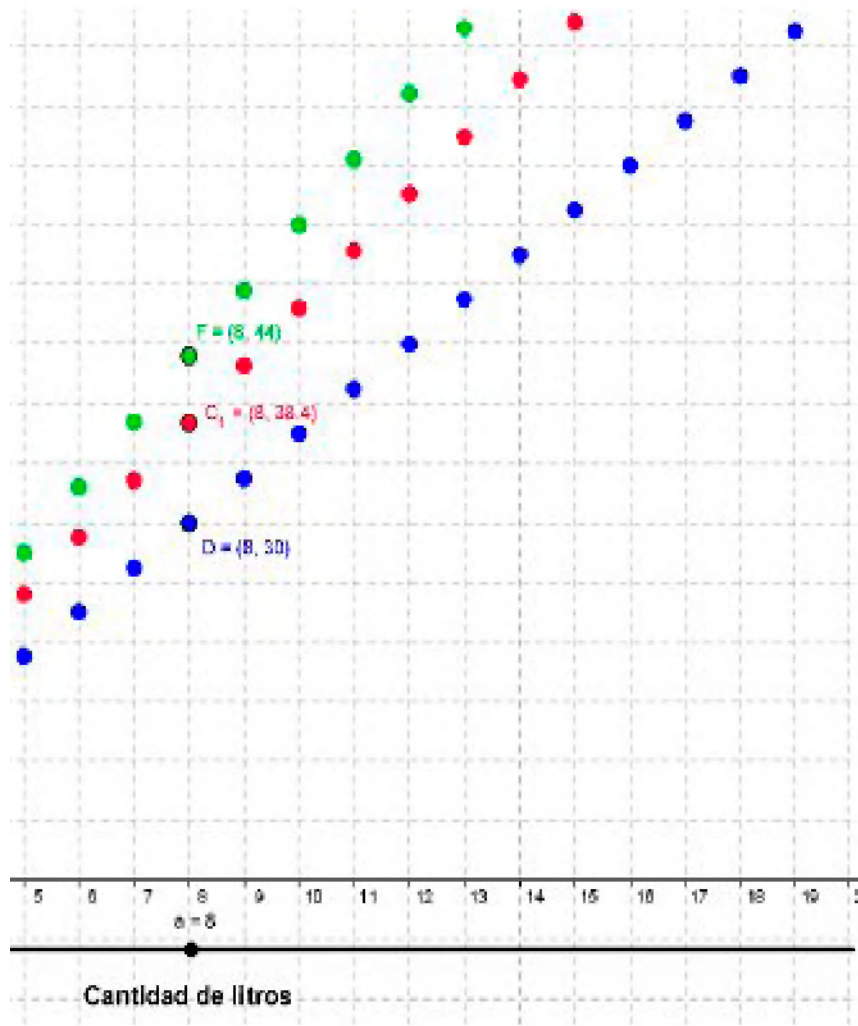


Imagen 1: GeoGebra



FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE

Objetivos:

- Plantear un problema que describa la situación que representa la gráfica dada.
- Establecer la expresión de la gráfica de la función de proporcionalidad directa simple.

Actividad: Observa las siguientes gráficas.

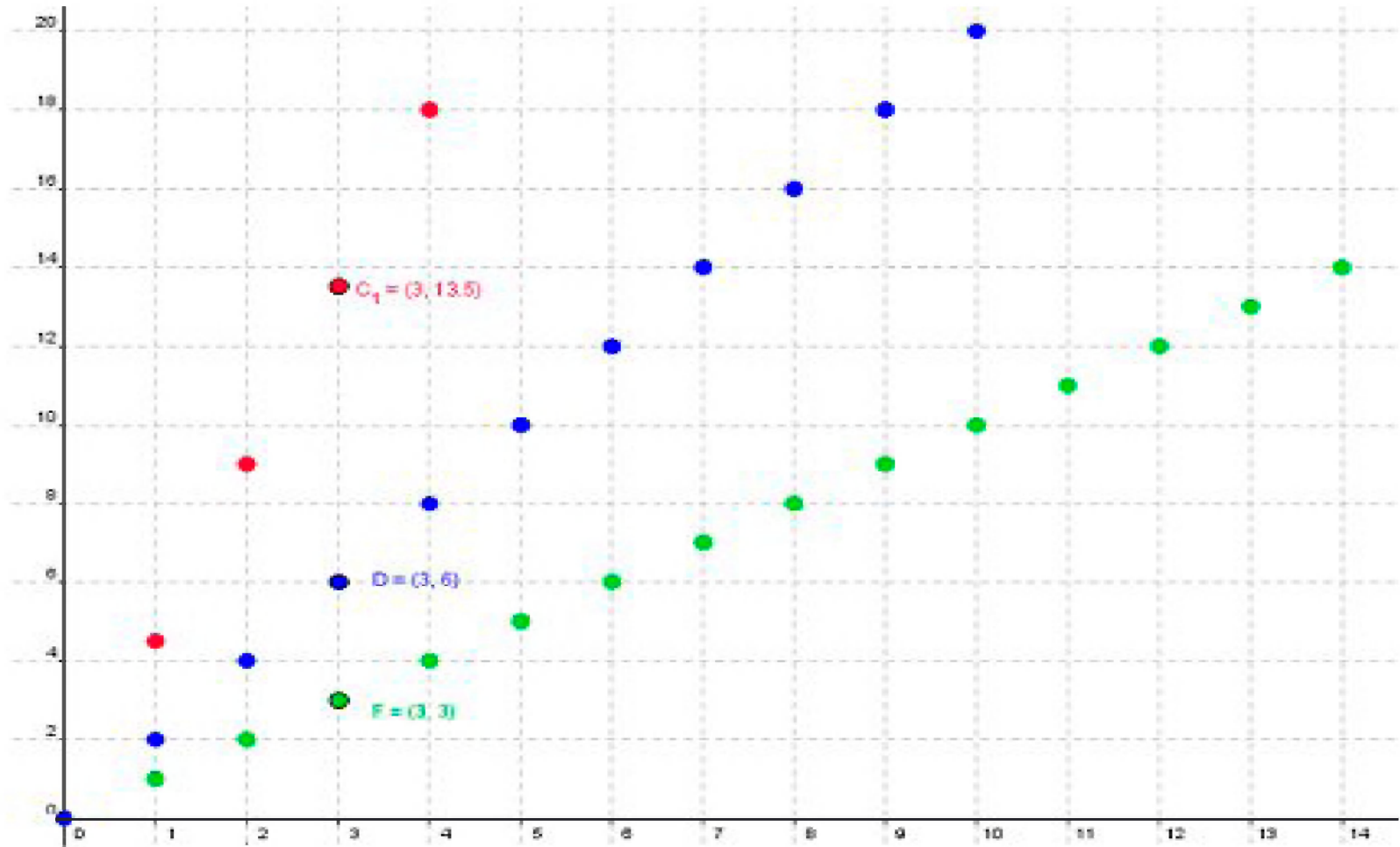


Imagen 1: GeoGebra

1. Observa la gráfica a (de color azul) y establece parejas ordenadas para llenar la siguiente la tabla:

Plantea un problema que describa la situación que representa la gráfica a

Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación _____

2. Observa la gráfica b (de color verde) y establece parejas ordenadas para llenar la siguiente la tabla:

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la gráfica b _____

Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación _____

3. Observa la gráfica c (de color rojo) y establece parejas ordenadas para llenar la siguiente la tabla:

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la gráfica c _____

Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación _____

4. ¿Qué características tienen en común estas 3 gráficas, con respecto a:

- La forma? _____
- Punto de origen? _____
- La expresión matemática? _____

¿Qué diferencias hay entre las tres gráficas? Explica _____

Estas gráficas que tienen estas características pertenecen a la función de proporcionalidad directa simple, siendo un caso particular de la función lineal

Con base en todo lo realizado, ¿Qué es para ti una función de proporcionalidad directa simple? _____

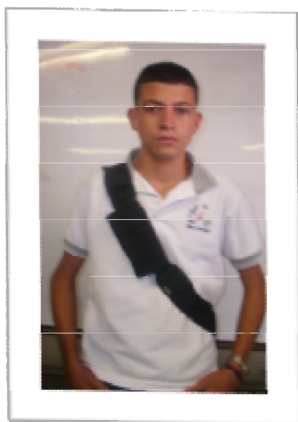
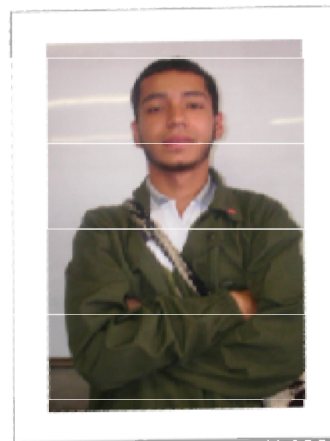
3.4 POBLACIÓN

La población con la cual se realizó el proyecto de investigación la conformaron los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, Sede San Lorenzo. En las intervenciones se evidenció que había poca regularidad en la asistencia a clases, por tal motivo se realizó un estudio de casos con cuatro estudiantes para efectos del análisis, de los que asistieron al mayor número de actividades. A continuación se presentan los cuatro estudiantes seleccionados.



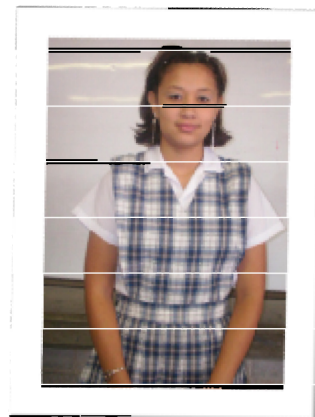
Jefry Ántury Ramírez tiene 14 años, está repitiendo octavo, su primer octavo lo realizó en el 2008, vive en una familia nuclear en el barrio Las Palmas, Medellín. Afirma que el área que más le gusta es ciencias naturales; pero también le gustan las matemáticas, pues cree que son muy útiles.

Carlos Alfredo Palacios Úsuga tiene 16 años, está repitiendo éste grado, su primer octavo lo curso en el 2007 y estuvo desescolarizado en el 2008, actualmente vive con su padre en el barrio Buenos Aires, Medellín. Su área preferida es la de ciencias sociales, pues desea estudiar ciencias políticas o filosofía, no le gustan las matemáticas.



Jhonatan Pino Muñoz tiene 15 años, está repitiendo, su primer octavo lo realizó en el 2008, vive con sus padres en el barrio Llanadas, Medellín. Sus áreas preferidas son ciencias naturales, artística y matemáticas.

Mónica Londoño Castaño tiene 16 años, vive con sus padres en el barrio San Diego. Curso en el 2008 el grado 7° en la Institución Educativa Darío Londoño Cardona en Niquia. Su área preferida es las matemáticas.



Cabe anotar que a los acudientes de cada uno de los cuatro estudiantes presentados anteriormente les solicitamos autorización para publicar sus registros de clase como videos, fotografías, audio, guías de clase, entre otros datos tomados. La siguiente imagen corresponde a una de las autorizaciones, las cuales fueron firmadas por nuestra asesora de práctica, los padres o acudientes de los niños y nosotras en calidad de investigadoras. Hay que tener presente de igual manera, que los nombres mencionados anteriormente son reales y que para cada uno de ellos, fue diseñada una carta de autorización.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS
EN MATEMÁTICAS

Medellín, 6 de noviembre de 2009

Señores Padres de Familia y acudientes
De la estudiante Mónica Londoño Castaño

Cordial saludo.

En la clase de matemáticas se está desarrollando el proyecto de investigación denominado 'Una aproximación al concepto de función lineal desde la proporcionalidad directa simple en situaciones de variación de la vida cotidiana'. Dicho proyecto tiene el aval de las directivas de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez.

Queremos solicitar formalmente su autorización para que Mónica Londoño Castaño como estudiante de dicha Institución, sede San Lorenzo, forme parte de nuestro grupo de investigación como sujeto de la misma e igualmente tener la posibilidad de presentar a su hija en la publicación de los resultados. Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo en forma de: grabación, fotos, videos, guías de clase, entre otras.

Agradecemos su atención y colaboración

Tanith Ibarra Muñoz

Estudiante investigadora

Vanessa Moreno Yepes

Estudiante investigadora

Yolanda Beltrán de C.

Docente Asesora

Autorizamos la participación de Mónica Londoño Castaño en la investigación "Una aproximación al concepto de función lineal desde la proporcionalidad directa simple en situaciones de variación de la vida cotidiana"

cc 43-035-955-41

cc 71-544220-41

4. ANÁLISIS

Para la realización del análisis se organizaron los datos⁷ con la información obtenida de los 4 estudiantes, para esto se tuvo en cuenta las respuestas y procesos que llevaron a cabo y lo común que había entre éstas; de éste análisis inicial, emergen tres categorías que darán cuenta de las relaciones que establecen a partir de la proporcionalidad directa simple para una aproximación al concepto de función lineal en situaciones de variación de la vida cotidiana, con las cuales se hace una triangulación entre la información obtenida de los estudiantes, los teóricos de referencia y el conocimiento de las investigadoras.

Las categorías de análisis de acuerdo a la organización de datos recogidos, a la pregunta y objetivos de investigación y a los referentes conceptuales son:

- Constante de proporcionalidad
- Formulación de problemas de la vida cotidiana
- Características de la función de proporcionalidad directa simple

⁷ La organización de los datos se realizó mediante tablas, éstas se pueden ver en el anexo A.

Constante de proporcionalidad

La constante de proporcionalidad es entendida como el valor correspondiente a una unidad de una de las magnitudes relacionadas. La razón o constante de proporcionalidad, según Vergnaud (2003, p. 210) es el operador - función que permite obtener el valor de cualquier cantidad que hace pasar de una categoría a la otra (de una magnitud a otra) y no es otra cosa que la multiplicación por la razón. Esta constante involucra dos magnitudes que posibilitan hacer el cambio de una magnitud a otra.

Al comienzo de la intervención, “se pudo evidenciar como los estudiantes establecían relaciones de proporcionalidad, primero buscando el valor del espacio recorrido correspondiente a una unidad de tiempo (1 hora), para con éste hallar el segundo y el tercer dato, y a partir de estos, una gran mayoría, comienza a realizar sumas para hallar los demás datos” (Tomado del diario pedagógico de Vanessa Moreno del 29 de julio de 2009), por ejemplo:

La siguiente tabla se les entregó a los estudiantes para que ellos completaran.

Tiempo (horas)	1	2	3	5	8
Espacio recorrido (Km)		100			

La mayoría de los estudiantes realizaron el siguiente procedimiento para completar la tabla:

Tiempo (horas)	1	2	3	$2+3= 5$	$5+3= 8$
Espacio recorrido (Km)	50	100	150	$100+150= 250$	$250+150= 400$

Tal como lo dice Chamorro (2003), uno de los rasgos del pensamiento proporcional se evidenció en las primeras intervenciones con los estudiantes, pues aunque no tenían la idea de estructura multiplicativa si existía en ellos un razonamiento proporcional pues establecían relaciones entre los datos que iban encontrando.

Una de las primeras situaciones que se les planteó consistió en un carrusel matemático el cual tenía 6 bases con diferentes actividades; en la base 6 había un litro de agua y vasos de 1,5 onzas, los estudiantes debían averiguar cuántos de esos vasos se llenaban con un litro de agua y completar un esquema (El esquema ayudaba a que los estudiantes identificaran la constante de proporcionalidad y construyeran una generalización para dicha situación).

En esta actividad se evidenció que los cuatro estudiantes identificaron el número de vasos que resultaba por un litro de agua como la constante de proporcionalidad y con ésta hallaban los demás valores que se les pedía. En el caso de Mónica, afirmaba que *“con un litro de agua se llenan 27 vasos y para saber cuántos vasos se llenan con 3, 4 y cualquier cantidad de litros, se multiplica 27 por los litros”* (Tomado del diario pedagógico del 2 de septiembre de 2009). Mónica logró llegar a una generalización de esta

situación, obteniendo la siguiente expresión $C(v) = 27v$, donde concibió el término n-ésimo, en este caso v , como el valor correspondiente a cualquier cantidad de litros, es decir, entendía el término n-ésimo como la generalización de dicha expresión mostrando, como lo afirma Fiol, (1990, p. 84) que la “expresión de proporcionalidad es del tipo $y = kx$ siendo k la constante de proporcionalidad”

BASE 6

Completa el siguiente esquema:

$$\text{Cantidad de vasos por 1 litro} = 27 \times 1 = 27$$

$$\text{Cantidad de vasos por 2 litros} = 27 \times 2 = 54$$

$$\text{Cantidad de vasos por 3 litros} = 27 \times 3 = 81$$

$$C(4) = 27 \times 4 = 108$$

$$C(7) = 27 \times 7 = 189$$

$$C(10) = 27 \times 10 = 270$$

$$C(15) = 27 \times 15 = 405$$

$$C(48) = 27 \times 48 = 1296$$

$$C(97) = 27 \times 97 = 2019$$

$$C(v) = 27 \times v =$$

Imagen 1. Mónica Londoño, Experimento, Base 6, 2 de septiembre de 2009.

En la misma actividad también se evidenció que Carlos llegó a la expresión propuesta por Fiol, sin embargo no concebía el término n-esimo (v) como cualquier cantidad de litros, sino que asoció la letra v al número 5 en romano, como lo expresó en la socialización de dicha actividad.

Completa el siguiente esquema:

$$\begin{aligned}
 \text{Cantidad de vasos por 1 litro} &= 24 = 1 \times 24 = 24 \\
 \text{Cantidad de vasos por 2 litros} &= 48 = 2 \times 24 = 48 \\
 \text{Cantidad de vasos por 3 litros} &= 62 = 3 \times 24 = 62 \\
 C(4) &= 96 = 4 \times 24 = 96 \\
 C(7) &= 168 = 7 \times 24 = 168 \\
 C(10) &= 240 = 10 \times 24 = 240 \\
 C(15) &= 360 = 15 \times 24 = 360 \\
 C(48) &= 1152 = 48 \times 24 = 1152 \\
 C(97) &= 2328 = 97 \times 24 = 2328 \\
 C(v) &= V = v \times 24 = 720
 \end{aligned}$$

Imagen 2. Carlos Palacios Úsuga, Experimento, base 6, 2 de septiembre de 2009.

Jefry al igual que Carlos sabía que debía multiplicar la cantidad de vasos correspondiente a un litro por la cantidad de litros que se le pedía, sin embargo en su esquema solo se pueden observar los resultados de dichas multiplicaciones, observándose que también concibió la letra v como el número 5 romano.

Completa el siguiente esquema:

Cantidad de vasos por 1 litro =	= 26
Cantidad de vasos por 2 litros =	= 52
Cantidad de vasos por 3 litros =	= 78
C (4) =	= 104
C (7) =	= 182
C (10) =	= 260
C (15) =	= 390
C (48) =	= 1298
C (97) =	= 2522
C (v) =	= 130

Imagen 3. Jefry Ántury, Experimento, base 6, 2 de septiembre de 2009.

En esta situación los estudiantes hallaron el valor de la cantidad de vasos correspondientes a un litro, es decir, identificaron la constante de proporcionalidad, y establecieron estructuras multiplicativas para hallar los demás valores, esto es, establecen relaciones estructurales que muestran el razonamiento proporcional, como lo son: la relación funcional planteada por Chamorro y el análisis horizontal según Vergnaud.

En la actividad “Estructuras multiplicativas” se les planteó el problema: María trabaja en la placita de flores y sabe que dos costales de papas pesan 240 kg, ayúdale a averiguar ¿Cuánto pesaran 9 costales de papas? ¿y 23 costales de papas? Y si Ana compra 1800 Kg de papa ¿Cuántos costales de papa compró Ana?; donde debían llenar una tabla. Al respecto los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998, p. 73) plantean: “*la tabla se constituye en un elemento para iniciar el estudio de la función, pues es un ejemplo concreto de función presentada numéricamente*”.

En las siguientes imágenes se evidencia como los estudiantes identificaban la constante de proporcionalidad para completar tablas y esquemas que les propiciaban elementos para resolver los problemas que se les planteó.

Número de costales	Kilogramos de papa	
1	120 kg	1 x 120
2	240 kg	2 x 120
4	480 kg	4 x 120
9	1080 kg	9 x 120
75	1800 kg	7500 x 120
23	2760 kg	23 x 120
30	3600 kg	30 x 120
54	6480 kg	54 x 120
110	13200 kg	110 x 120
c		c x 120

Imagen 4. Carlos Palacios
Estructuras multiplicativas, 23
de septiembre de 2009

Número de costales	Kilogramos de papa	
1	120 kg	1 x 120
2	240 kg	2 x 120
4	360 kg	4 x 120
9	1080 kg	9 x 120
15	1800 kg	15 x 120
23	2760 kg	23 x 120
30	3600 kg	30 x 120
54	6480 kg	54 x 120
110	13200 kg	110 x 120
c		c x 120

Imagen 5. Mónica Londoño
Estructuras multiplicativas, 23
de septiembre de 2009

Número de costales	Kilogramos de papa	
1	120 kg	1x120
2	240 kg	2x120
4	480 kg	4x120
9	1080 kg	9x120
15	1800 kg	15x120
25	2760 kg	23x120
30	3600 kg	30x120
54	6480 kg	54x120
110	13200 kg	110x120
0		0x120

Imagen 6. Jhonatan Pino
Estructuras multiplicativas, 23
de septiembre de 2009

Número de costales	Kilogramos de papa	
1	120 kg	1x120
2	240 kg	2x120
4	480 kg	4x120
9	1080 kg	9x120
15	1800 kg	15x120
25	2760 kg	23x120
30	3600	30x120
54	6480	54x120
110	13200	110x120
0	0 kg	0x120

Imagen 7. Jefry Antury
Ramírez, Estructuras
multiplicativas, 23 de
septiembre de 2009

Los cuatro estudiantes, hallaron los kilogramos de papa que había en un costal correspondiente a 120 kg y con éste valor hallaron la cantidad de kilogramos para cualquier número de costales, es decir, pasaban de número de costales a cantidad de kilogramos de papa. Tal como lo dice Vergnaud (2003, p. 209): *“este análisis horizontal esta centrado en la noción f. operador – función que hace pasar de una categoría a la otra”*.

Era evidente que Mónica, como se puede ver en la siguiente imagen, utilizó la constante de proporcionalidad para hallar el valor de cualquier cantidad de kilogramos y completar la tabla, lo que ratifica, según Vergnaud (2003, p.

238) que “el medio más simple para completar tablas es evidentemente encontrar la regla que hace pasar de una columna a otra”.

¿Cómo hiciste para averiguar los kilogramos que habían en un costal? _____

Primero dividi 240 entre 4 y luego multiplique por el número de costales.

Imagen 8. Mónica Londoño Castaño, Estructuras multiplicativas,

23 de septiembre de 2009

En esta actividad también se pudo evidenciar que Jefry llegó a la expresión planteada por Fiol, del tipo $y = kx$ e identificó a k como la constante de proporcionalidad, la expresión de generalización para esta actividad era $y=120c$, pero continuaba planteando que el término n -ésimo tenía que tener algún valor, le daba a x un valor determinado. En la socialización Jefry afirmó que “ c es una cantidad cualquiera, que puede tomar cualquier valor”, sin embargo cuando lo plasmaba en papel le daba un valor determinado

En la actividad “Función de proporcionalidad directa simple”, la cual consistía en observar las gráficas a , b y c , realizadas en GeoGebra, plantear un problema que describiera la situación que representaba cada gráfica y establecer su correspondiente expresión, se ratifica que Carlos, Mónica y Jefry continúan utilizando la constante de proporcionalidad para generalizar situaciones mediante símbolos matemáticos.

Plantea un problema que describa la situación que representa la recta a

Don Luis en su tienda vende galletas y por la compra encima el doble C según la compra de la galletas en la tabla responde cuántas se lleva?

Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación

$2XC=J$ C =cantidad de galletas J =galletas de encima

Imagen 9. Carlos Palacios y Jefry Ántury, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

Plantea un problema que describa la situación que representa la recta a

Don Jose tiene una tienda y por cada Vulto de papa salen 2 kilos ¿cuantos kilos de papa me salen con 11 Vultos?

Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación

$C(V) = 2V$

Imagen 10. Mónica Londoño, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

Solo uno de los estudiantes al finalizar la intervención correspondiente a esta actividad, utilizó el lenguaje natural para describir o generalizar expresiones matemáticas, puesto que escribió el tipo de generalización propuesto por Fiol (1990) pero sin hacer uso del lenguaje simbólico. La expresión correspondiente a esta situación estaba dada por $y=1x$, que Jhonatan expresó como "n pesos de arracacha trae n kilos de arracacha". Como se puede apreciar en la siguiente imagen

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la recta b

Doña monica ~~trae~~ compra en la tienda mas cercana que hay en su barrio 1 kilo de arracacha que le cuesta \$1. y trae 6 arracachas a cuánto le cuesta cada arracacha que compra monica?

Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación

entonces n pesos de arracacha trae n kilos de arracacha.

Imagen 11. Jhonatan Pino Muñoz, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

De manera general de esta categoría podemos concluir que los estudiantes hallaron el valor correspondiente a una unidad de una de las magnitudes relacionadas, asumiendo ésta como la constante de proporcionalidad que les permitió hallar cualquier cantidad que se les pedía, pasar de una magnitud a otra y construir generalizaciones de las situaciones planteadas.

Formulación de problemas de la vida cotidiana

La resolución y formulación de problemas fue una de las estrategias del presente trabajo aunque se realizó mayor énfasis en la formulación de problemas por parte de los estudiantes, quienes hicieron sus formulaciones desde situaciones de su diario vivir, a partir del análisis de gráficas en el plano cartesiano y tablas de valores.

La resolución de problemas constituye una parte importante en el currículo de las matemáticas, sin embargo es necesario insistir en la formulación *“ya que es gracias a ella, que los estudiantes adelantan procesos mentales que involucran no solo los conocimientos previos que se puedan tener con respecto a un tema específico, sino que a su vez en ellos está involucrada de forma implícita la creatividad y la imaginación”* (Gallego, D y otros, 2007, p. 36).

En la actividad “representaciones gráficas”, se les entregó a los estudiantes tres gráficas en el plano cartesiano, con las cuales debían formular problemas que describieran las diferentes situaciones.

La primera gráfica correspondía a una recta en el plano cartesiano que parte del punto (0,0), con escalas de dos en dos en ambos ejes y cuya expresión es igual a $y = 3x$. A partir de ella los estudiantes plantearon los siguientes problemas:

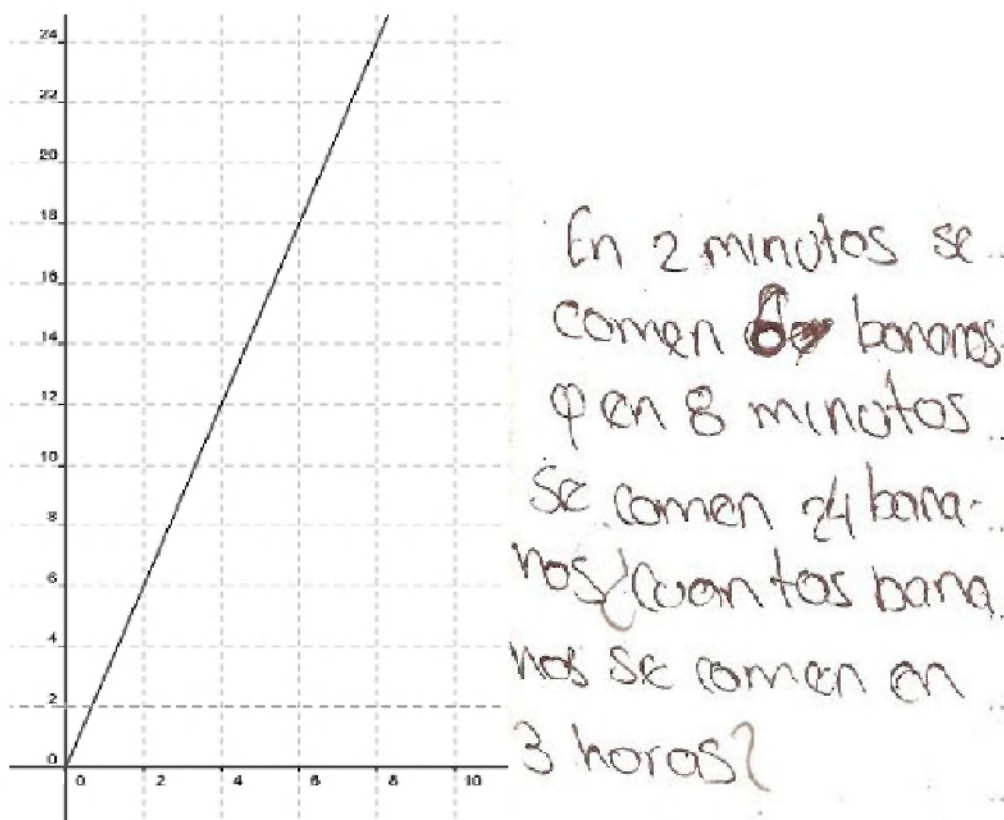


Imagen 12. Jefry Ántury, Representaciones gráficas, Gráfica punto 1, 26 de agosto de 2009

En el estudiante Jefry, se evidenció una particularidad y es que establece proporciones y las plantea dentro del problema, es decir, existe un razonamiento proporcional en sus planteamientos, que salen del gráfico, sin embargo para dar respuesta a la pregunta que plantea en el problema, hay que hacer cálculos con cantidades grandes, 3 horas es igual a 180 minutos, valores que no están en el gráfico.

La siguiente imagen muestra un problema formulado por uno de los estudiantes, correspondiente al mismo gráfico, el cual hace referencia a una

situación que es frecuente observar en el contexto donde viven los estudiantes y donde está ubicada la institución, con éste se pretende mostrar la situación matemática presente y la realidad del contexto, sin pretender juzgar ni hacer juicios de ninguno de los estudiantes.

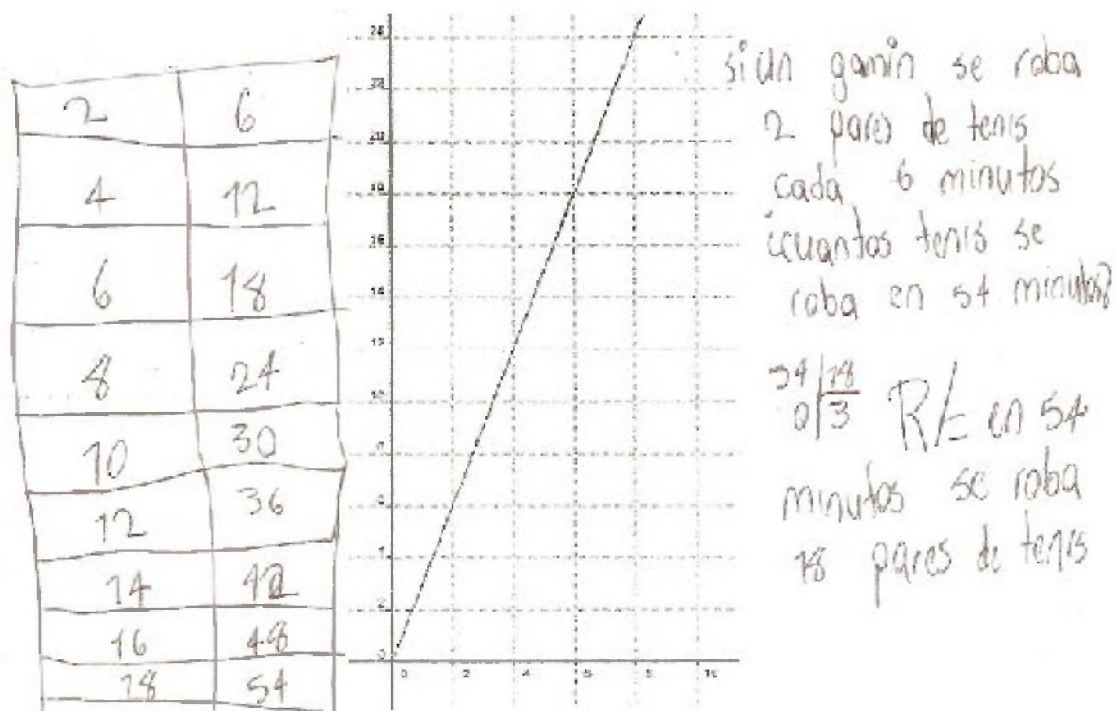


Imagen 13. Jhonatan Píno Muñoz, Representaciones gráficas, Gráfica punto 1, 26 de agosto de 2009

En estos enunciados se puede observar que sus contextos cotidianos influyen mucho al momento de formular un problema, pues éstos describían su realidad tal como ellos la percibían, al respecto los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas afirman: *“En esta interpretación intervienen tanto factores sociales y culturales propios de la clase de*

matemáticas, como los que median a través del ambiente de aprendizaje y el clima institucional y los que provienen del contexto extraescolar” (MEN, 2002, p. 72), Kilpatrick, citado por Santos (1997, p. 11) señala que “No existe una línea de investigación sistemática que ayude a entender la naturaleza de la formulación de problemas como un proceso cognitivo”

Para la segunda gráfica correspondiente a una línea recta en el plano cartesiano que parte del punto (0,0) y con escalas diferentes sobre los ejes, en el eje horizontal de uno en uno y en el eje vertical de quinientos en quinientos y cuya expresión es del tipo $y=1500x$, los estudiantes continuaban formulando los problemas que describían situaciones cotidianas, como se puede ver a continuación:



Imagen 14. Mónica Londoño, Representaciones gráficas, Gráfica punto 2,

26 de agosto de 2009

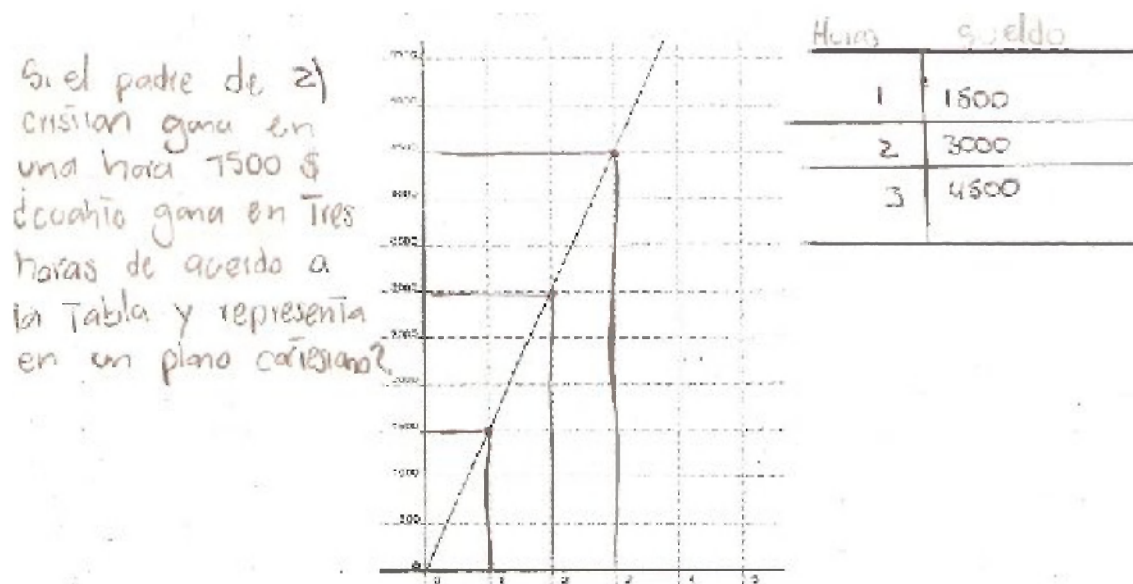


Imagen 15. Carlos Palacios, Representaciones gráficas, gráfica punto 2, 26 de agosto de 2009

En los anteriores problemas se resalta el hecho de que sus formulaciones son alusivas al trabajo diario y la venta de legumbres, pues son actividades que realizan comúnmente la mayoría de los estudiantes o que ven realizar en la comunidad del sector donde viven.

En la tercera gráfica correspondiente a una línea recta en el plano cartesiano que parte del punto (0,0) y con escalas diferentes sobre los ejes, en el eje horizontal de uno en uno y en el eje vertical de veinte en veinte y la expresión de la recta estaba dada por $y = 30x$, tres de los estudiantes asociaron sus planteamientos de problemas a una situación que apuntaba a las magnitudes espacio y tiempo (tomando el tiempo en el eje horizontal y el espacio en el eje vertical), posiblemente porque algunos de los estudiantes

en sus actividades diarias se relacionan con vehículos (cuidan o lavan carros).

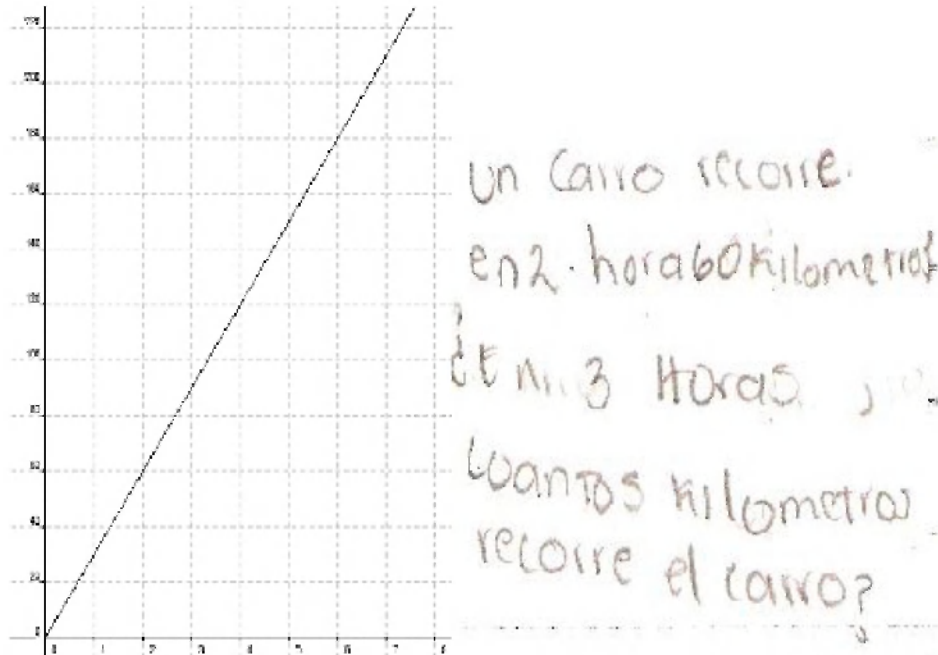


Imagen 16. Mónica Londoño, Representaciones gráficas, Gráfica punto 3, 26 de agosto de 2009

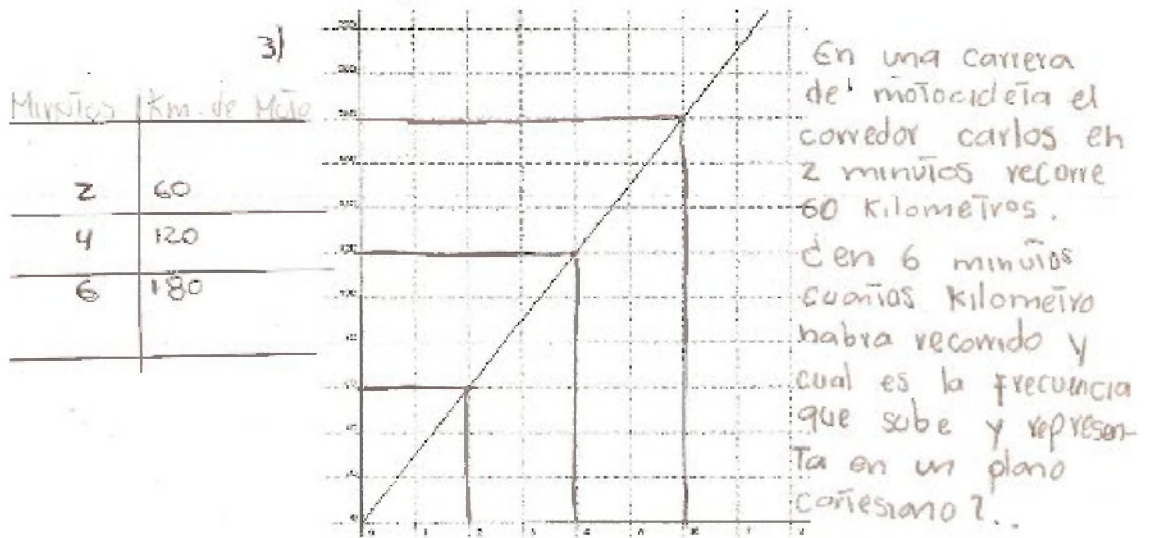


Imagen 17. Carlos Palacios, Representaciones gráficas, Gráfica punto 3, 26 de agosto de 2009

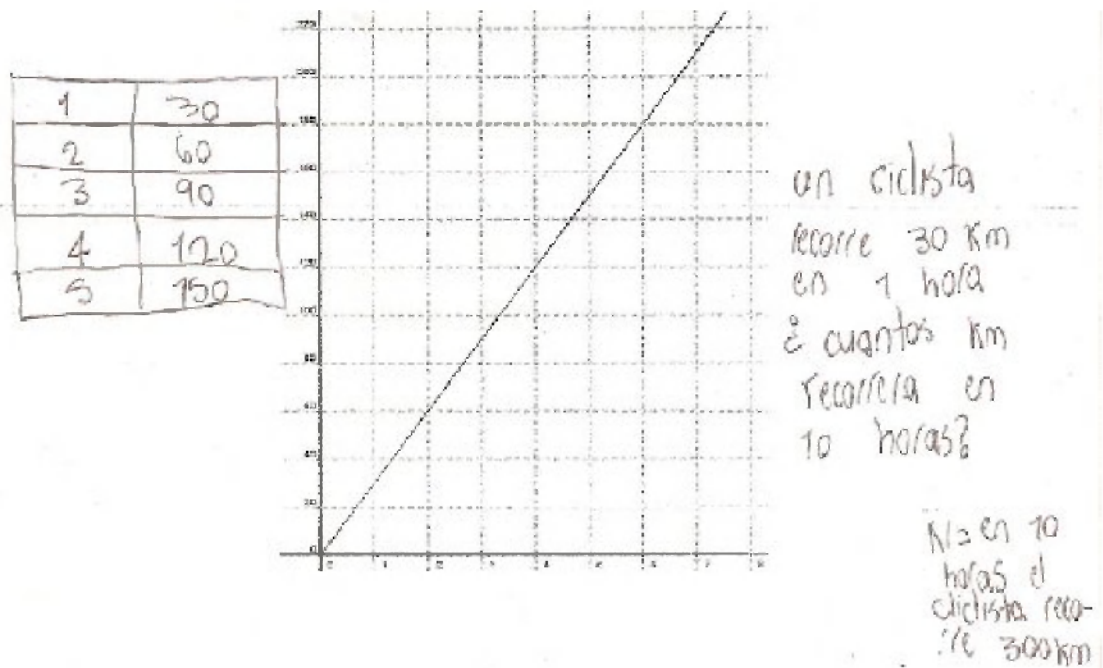
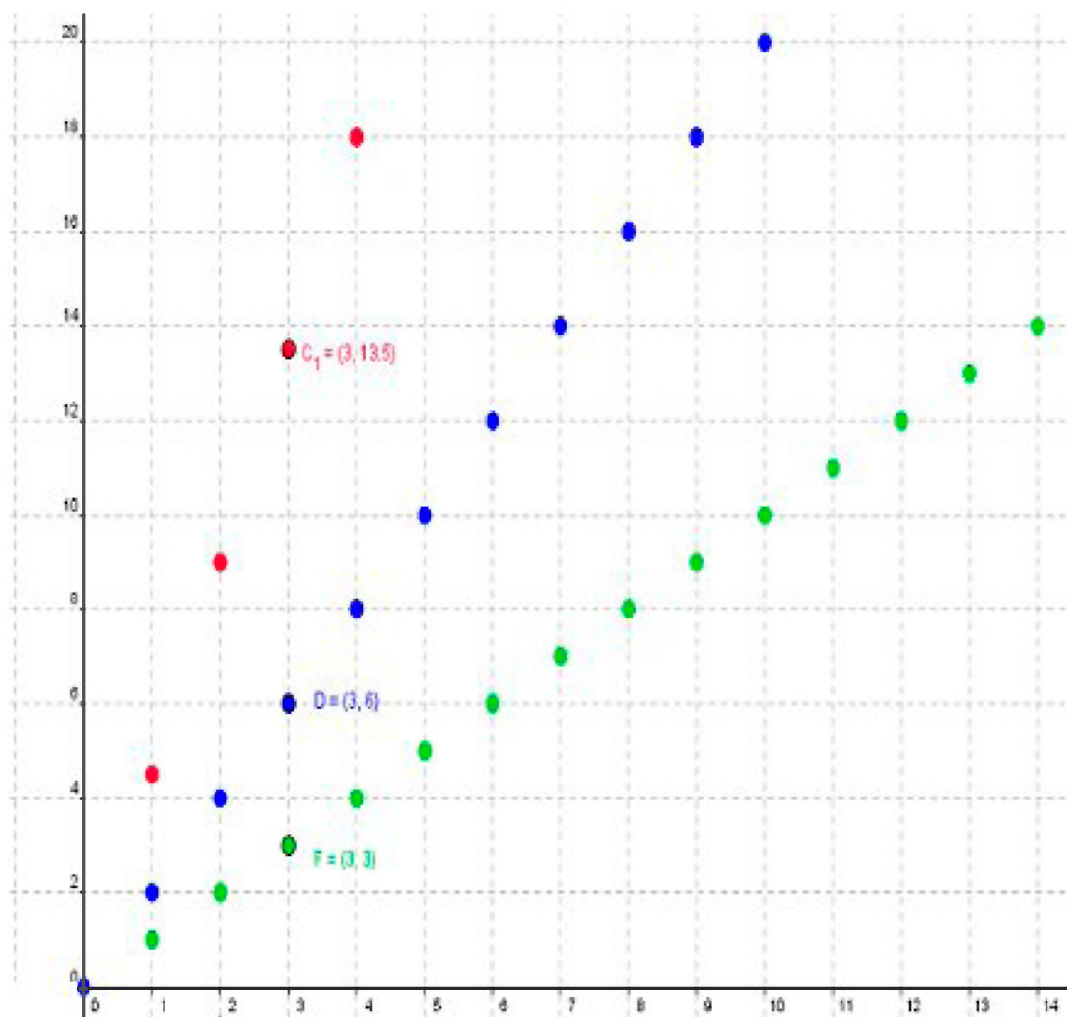


Imagen 18. Jhonatan Pino Muñoz, Representaciones gráficas, Grafica punto 3, 26 de agosto de 2009

Una de las formas que emplearon para formular los problemas, Carlos y Jhonatan fue: primero realizaban tablas de valores extrayendo los datos de las gráficas y posteriormente planteaban los problemas, pues esto les daba facilidad al establecer la correspondencia que había entre los valores de las gráficas, según Vergnaud (2003, p. 238) *“el medio más simple para completar tablas es evidentemente encontrar la regla que hace pasar de una columna a otra”*

Otra de las actividades en la que se hizo mayor énfasis en el planteamiento de problemas fue “función de proporcionalidad directa simple”, la cual fue desarrollada en el software GeoGebra, programa en el cual observaron tres gráficas en el mismo plano cartesiano (ver la siguiente imagen), con las

cuales debían formular problemas que describieran las diferentes situaciones.



Plantea un problema que describa la situación que representa la recta a

DON JOSE TIENE UNA TIENDA Y POR CADA VILLO DE
PAPA SALEN 2 KILOS ¿CUANTOS KILOS DE PAPA
ME SALEN CON 11 VILLOS?

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa
la recta b

DON LUIZ VENDE 12 ZAPATOS Y ENTREGA 12
ZAPATOS ¿CUANTOS ZAPATOS ENTREGA DON LUIZ
SI VENDE 15 ZAPATOS?

*Imagen 19. Mónica Londoño, Función de proporcionalidad directa simple,
6 de noviembre de 2009*

Mónica, en los dos primeros problemas que planteó en ésta actividad, continúa teniendo en cuenta su contexto, de ventas y compras, los cuales son acertados con respecto a las gráficas.

El tercer problema formulado por Mónica, sigue enmarcado en su contexto cotidiano en la medida que plantea la compra de las uñas postizas, el enunciado corresponde a la vida cotidiana del estudiante, pero los valores numéricos del problema no son acordes a los valores reales, aunque este matemáticamente bien formulado

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la recta c

Xiomara compra un paquete de uñas postizas y le salieron 4.5 uñas si compra 4 paquetes cuantas uñas postizas le salen

Imagen 20. Mónica Londoño, Función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

Para esta actividad, Carlos y Jefry trabajaron juntos y en sus formulaciones se puede corroborar que al igual que Mónica continúan inmersos en su contexto; asimismo, los valores numéricos del tercer problema tampoco corresponden a los valores reales de la situación, logrando percibir en la recta del tipo $y=4,5x$ que los estudiantes presentan dificultades para identificar situaciones con números decimales.

Plantea un problema que describa la situación que representa la recta a

Don Luis en su tienda vende galletas y por la compra encima el doble de según la compra de la galletas en la tabla responde cuantas se lleva?

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la recta b

Don pepe se come 2 bananos cada 2 horas ¿cuantas bananos se come en 14 horas?

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la recta g

Don Mario vende Guayabas en una tienda, una guayaba la vende a 4.5 pesos, cuanto valen las 10 Guayabas

Imagen 21. Carlos Palacios y Jefry Ántury, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009.

Jhonatan de manera similar a sus compañeros, formuló los problemas en relación a su vida cotidiana, pero los valores numéricos del problema no son acordes a los valores reales, aunque este matemáticamente bien formulados.

Según Santos Trigo (1997, p. 11) “Es importante mencionar que la actividad de formular problemas incluye situaciones donde se le proporciona al estudiante cierta información y se le pide utilizarla para formular alguno, se le solicita que discrimine o complete cierta información dada y proponga un problema, o bien que reformule uno dado”

Plantea un problema que describa la situación que representa la recta a

Don Jefry vende el paquete de caramelos a \$ 12 y el paquete trae 20 caramelos ¿a cuanto sale cada caramelo que vende don Jefry en su tienda?

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la recta b

Doña Monica ~~compra~~ compra en la tienda mas cercana que hay en su barrio 4 kilo de arracacha que le cuesta \$ 2, y trae 6 arracachas a ¿a cuanto le cuesta cada arracacha que compra Monica?

Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la recta g

Don Carlos vende ~~18 pesos~~ el paquete de moras
a 18 pesos y trae 36 moras. Cuanto le queda
de ganancia a don Carlos si el paquete le cuesta
6 pesos?

Imagen 22. Jhonatan Pino Muñoz, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

Del anterior análisis, se observa que el desempeño de Mónica, Carlos y Jefry corresponde al estándar Básico de Competencias en Matemáticas: “Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos”, correspondiente a los grados sexto y séptimo a pesar de estar ellos en octavo grado, dado que hay altos niveles de deserción y repitencia escolar.

En los problemas formulados por los estudiantes se evidenció que éstos seguían algunos de los pasos planteados para formular problemas (Ramírez, M y otros, citado por Gallego, D y otros, 2007, p. 37) como lo son:

- Buscar un tema, es decir, un objeto, contexto o una situación conocida por el alumno; este paso fue evidente en la medida que todos los estudiantes formularon problemas con situaciones de su contexto sociocultural.
- Plantear una situación inicial y buscar las relaciones existentes entre los elementos que se han clasificado; efectivamente los estudiantes para formular el problema primero identificaban los datos

provenientes de las tablas o gráficas que se les daban, luego establecían relaciones entre estos datos para luego relacionarlos con situaciones de su cotidianidad.

Podemos concluir que la formulación de problemas por parte de los estudiantes favoreció un proceso de reversibilidad, entendida ésta como el proceso contrario de resolver problemas, formularlos a partir de gráficos, tablas y datos, que permitió identificar que para ellos los problemas contextualizados de la vida cotidiana permiten dar sentido y utilidad a las matemáticas, pues como es planteado desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas

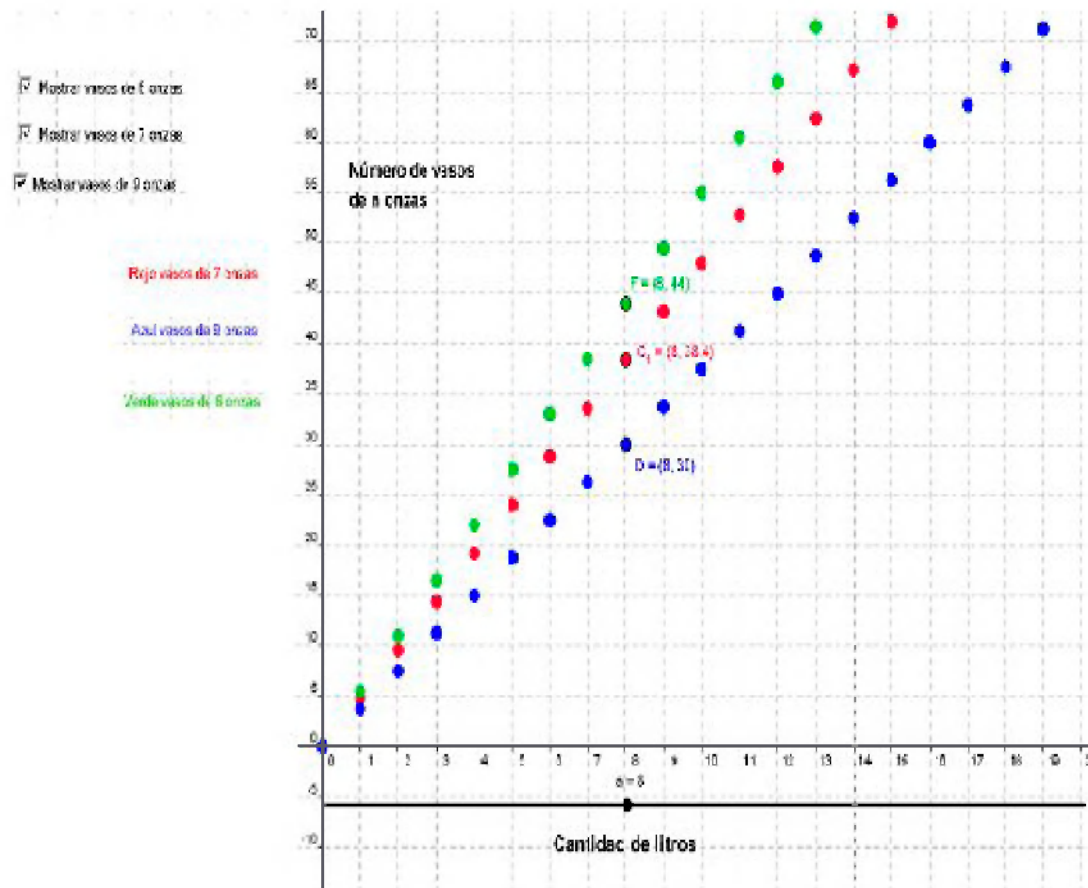
“los problemas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias son el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas” (MEN, 1998, p. 23)

Características de la función de proporcionalidad

Como la función de proporcionalidad directa simple es un caso particular de la función lineal, identificar algunas de sus características permitirá a futuro construir dicho concepto.

Las dos actividades que posibilitaron establecer esta categoría fueron realizadas con el software GeoGebra, el cual les permitió a los estudiantes identificar similitudes y diferencias entre los puntos alineados que describían las gráficas. Este software se puede descargar gratuitamente y con facilidad de instalación, es un software libre y para los estudiantes es fácil aprenderlo a manejar, permite desarrollar en el área de matemáticas conceptos de geometría, álgebra y cálculo

En las preguntas planteadas en estas actividades se hizo referencia a la identificación del punto de origen de las gráficas, a las similitudes y diferencias respecto a la forma y a la expresión matemática.



- ¿Cuál es el origen de las tres graficas? en cero

Imagen 27. Carlos Palacios y Jefry Ántury, función de proporcionalidad (GeoGebra-excel), 30 de octubre de 2009

- ¿Cuál es el origen de las tres graficas? El punto cero

Imagen 28. Jhonatan Pino Muñoz, función de proporcionalidad (GeoGebra-excel), 30 de octubre de 2009

En cuanto a la pregunta por el origen de las gráficas, los estudiantes identificaron que todas partían del mismo punto, “*el punto de origen es cero*” (Mónica, función de proporcionalidad directa simple (GeoGebra-excel), 30 de octubre de 2009)

Al respecto Fiol (1990, p. 84). argumenta que “*las funciones $y= kx$ dan pares de números (x,y) de los que obtenemos puntos de las gráficas de estas funciones [...] como el par de valores $(0,0)$ aparece en todas ellas, las gráficas siempre pasan por el origen de coordenadas*” Esta característica la identificaron fácilmente los estudiantes, pues la situaciones que se trabajaron eran de su contexto cotidiano y describiendo gráficas que partían del punto cero, sin hacer referencia a la pareja ordenada $(0,0)$.

Otra de las características que identificaron los estudiantes fue el proceso de multiplicación, el cual estaba presente en la expresión matemática que generalizaba dichas situaciones; esto fue posible gracias a que entendieron la constante de proporcionalidad como el operador-función, según Vergnaud (2003, p. 210), o desde Fiol (1990, p. 84) “*la expresión de proporcionalidad es del tipo $y= kx$ siendo k la constante de proporcionalidad*” y que los estudiantes entendieron como la realización de una multiplicación que permitió llegar a construir la expresión de proporcionalidad.

En la actividad “Función de proporcionalidad directa simple” se pedía encontrar las características que tenían en común las tres gráficas, con respecto a la forma, el punto de origen y la expresión matemática.

- La expresión matemática? son multiplicaciones

Imagen 29. Carlos Palacios y Jefry Ántury, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

- La expresión matemática? que todas son operaciones y vienen de multiplicaciones

Imagen 30. Jhonatan Pino Muñoz, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

- La expresión matemática? todo se multiplica por la cantidad.

Imagen 31. Mónica Londoño, función de proporcionalidad directa simple, 6 de noviembre de 2009

Como se puede ver, llama la atención que al preguntarles por la diferencia entre las gráficas, algunos de los estudiantes, identificaron los colores como una de estas diferencias, sin embargo también visualizaron aspectos concernientes a la pendiente de la recta que serán la base para la construcción de dicho concepto.

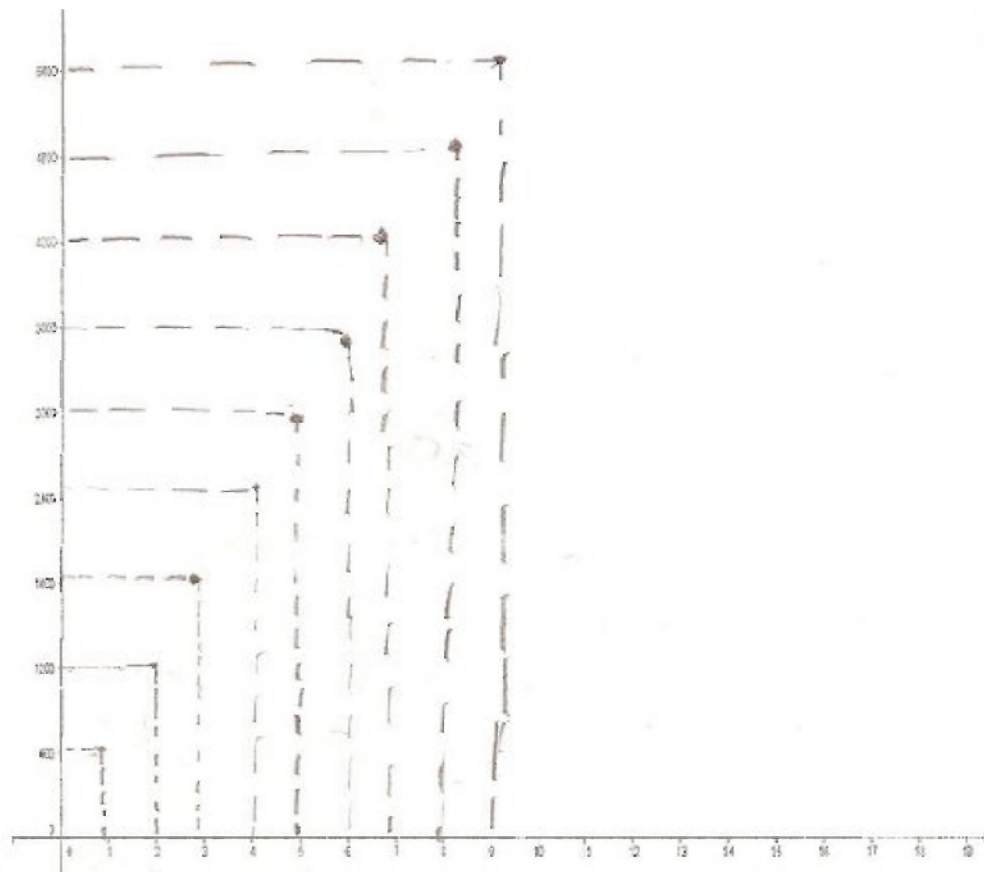
- ¿Qué diferencia encuentras entre las tres graficas? colores hay unas mas inclinadas que otras

Imagen 32. Carlos Palacios y Jefry Ántury, función de proporcionalidad (GeoGebra-excel), 30 de octubre de 2009

- ¿Qué diferencia encuentras entre las tres graficas? Que no todas van en una misma recta.

*Imagen 33. Mónica Londoño, función de proporcionalidad (GeoGebra-excel),
30 de octubre de 2009*

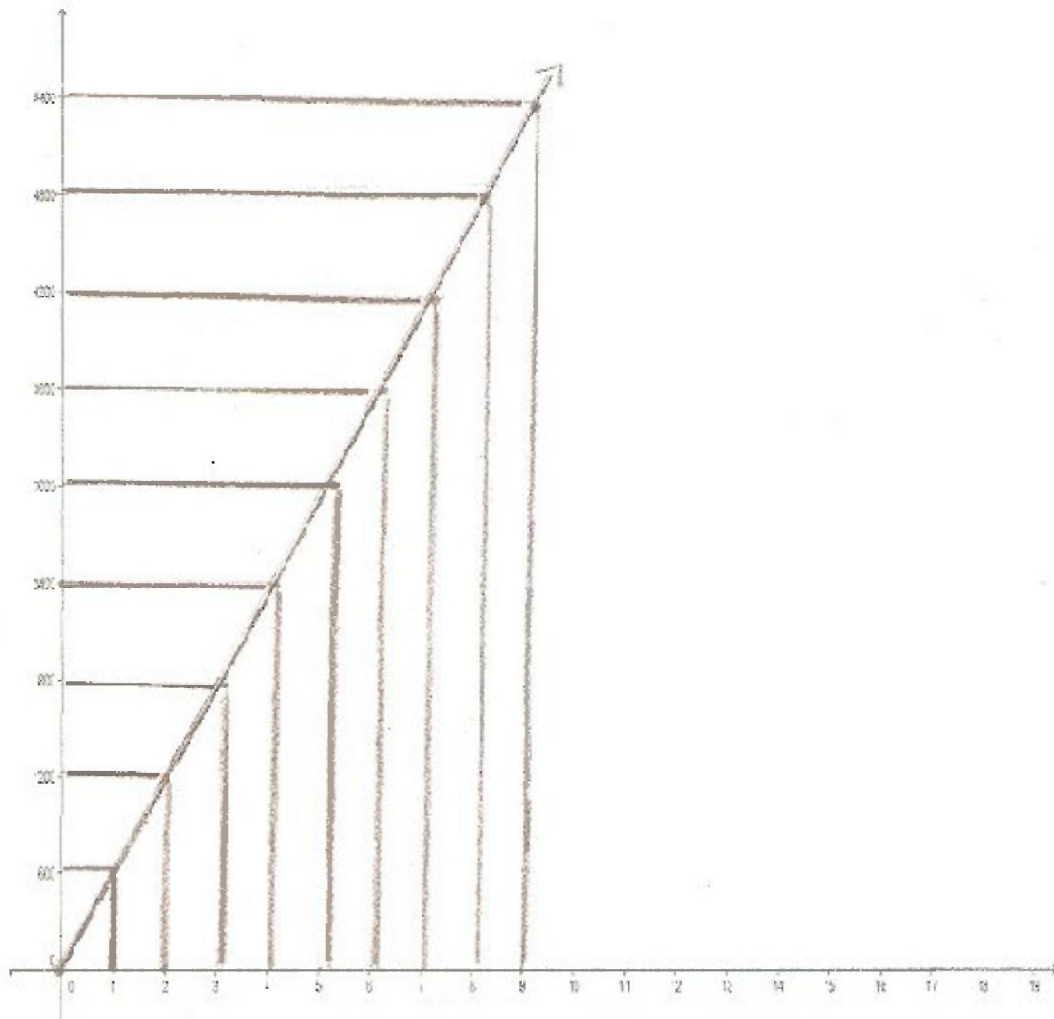
Las anteriores características mencionadas no fueron identificadas en actividades de graficación realizadas por los estudiantes en papel y lápiz; a continuación se muestran algunas de las gráficas y características en común que encontraban los estudiantes cuando realizaban dichas graficaciones.



Durante este tiempo has graficado en el plano cartesiano diferentes situaciones. ¿Qué características en común has encontrado en estas graficas?

Problemas como los de metro que consisten en
hallar distancias recorridas y después graficar
en el plano cartesiano muy sencilla del plano
nos distancias cubrir de la secuencia y a veces
ver en el plano los puntos.

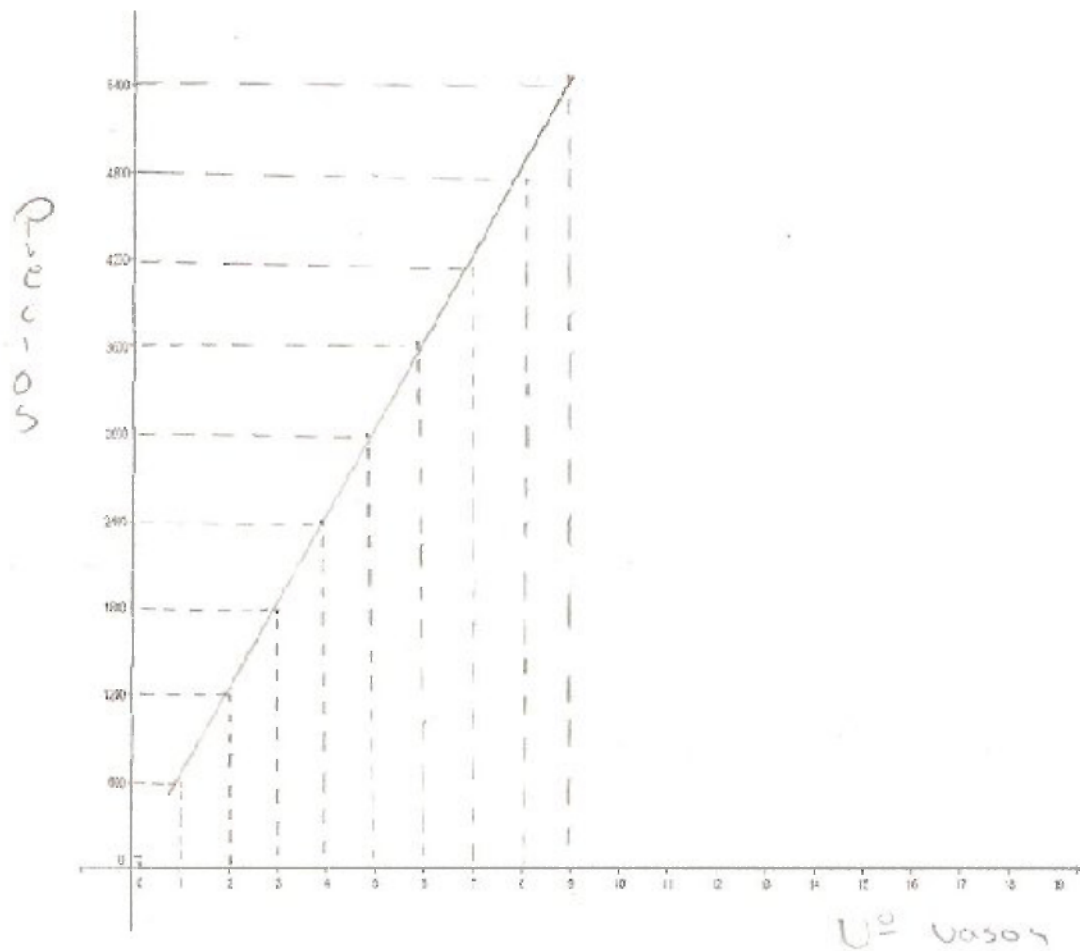
Imagen 34. Jefry Ántury, 23 de septiembre de 2009



Durante este tiempo has graficado en el plano cartesiano diferentes situaciones. ¿Qué características en común has encontrado en estas graficas?

he aprendido cual es Precio de los productos y cuanto es su cantidad, identificar que parejas ordenadas se forman en cada grafica y construye una situación de la vida cotidiana para tal grafica de tal manera que la grafica represente esa situación.

Imagen 35. Carlos Palacios y Jhonatan Pino, 23 de septiembre de 2009



Durante este tiempo has graficado en el plano cartesiano diferentes situaciones. ¿Qué características en común has encontrado en estas graficas?

el plano cartesiano nos sirve para ver la proporcionalidad de una incógnita.

Imagen 36. Mónica Londoño, 23 de septiembre de 2009

Es evidente que en las graficaciones previas a las que se realizaron con el software GeoGebra, los estudiantes no identificaban características como las mencionadas anteriormente; como por ejemplo el punto de origen que no fue señalada como una característica en común a pesar de que Carlos y Jhonatan si partían de la pareja ordenada $(0,0)$, incluso ni siquiera mencionaban el hecho de que eran puntos alineados como lo graficó Jefry ó líneas rectas como lo hicieron Carlos, Jonathan y Monica, sin embargo ésta última característica si fue mencionadas por ellos en la primera actividad que se realizó con el software GeoGebra⁸; en las siguientes imágenes se puede ver como los estudiantes en esta actividad identificaron este tipo de característica, propia de la función lineal.

• ¿Como son las tres graficas que describen la cantidad de vasos de n onzas por litro? Pareciera que fueron lineas rectas

Imagen 37. Mónica Londoño, función de proporcionalidad (GeoGebra-excel), 30 de octubre de 2009

• ¿Como son las tres graficas que describen la cantidad de vasos de n onzas por litro? Forman lineas rectas

Imagen 38. Jhonatan Pino, función de proporcionalidad (GeoGebra-excel), 30 de octubre de 2009

⁸ Función de proporcionalidad (GeoGebra- excel), 30 de octubre de 2009.

- ¿Cómo son las tres gráficas que describen la cantidad de vasos de nenzas por litro? son líneas rectas

Imagen 39. Carlos Palacios y Jeffry Ántury, función de proporcionalidad (GeoGebraexcel), 30 de octubre de 2009

Esta categoría permitió marcar una diferencia entre las relaciones que establecen los estudiantes con los gráficos realizadas en papel y lápiz y las que los estudiantes podían visualizar en el software GeoGebra, puesto que antes de la utilización del software los estudiantes no lograron identificar las características antes mencionadas, mientras que en GeoGebra las gráficas pudieron verse más precisas y compararse con más agilidad. En términos de Moreno (2002), el software GeoGebra “*se ha tornado un instrumento matemático, cuando tiene efectos de reorganización conceptual*” (Moreno, 2002, p. 86), es decir, “*el pensamiento matemático del estudiante quede afectado radicalmente por la presencia de la herramienta*” (Moreno, 2002, p. 86).

5. CONCLUSIONES

- Los estudiantes identificaron la constante de proporcionalidad como el valor que les permitía pasar de una magnitud a otra y construir generalizaciones de las situaciones planteadas, construyendo así una aproximación al concepto de función lineal, como lo es la función de proporcionalidad directa simple.
- A partir de gráficos y tablas, los estudiantes formulan problemas en los cuales se involucran situaciones de proporcionalidad directa simple, relacionados con la vida cotidiana.
- La formulación de problemas contextualizados por parte de los estudiantes posibilitó un proceso de reversibilidad, puesto que no solo resolvían problemas sino que los formulaban a partir de gráficos y tablas.
- El software GeoGebra se tornó en un instrumento, en la medida que fortaleció el concepto de función de proporcionalidad directa simple, favoreciendo que los estudiantes identificaran características de la

gráfica, tales como: la expresión matemática del tipo $y = kx$, la pareja ordenada $(0,0)$ como punto de origen y la alineación de los puntos que la conforman.

- De acuerdo con el desarrollo de este proyecto pedagógico, es factible llegar a una aproximación del concepto de función lineal, desde la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad directa simple, abordada en situaciones de la vida cotidiana, estableciendo relaciones significativas entre el concepto de proporcionalidad directa simple y el concepto de función lineal.

REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Beltrán, Y & Díaz, L. (2005) La proporcionalidad. Medellín: Universidad de Antioquia.

Chamorro, M. y otros. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En: Didáctica de las matemáticas para primaria. España: Pearson Education.

Fiol, M. (1990). El lenguaje funcional. En: proporcionalidad directa: la forma y el número. Editorial síntesis. Madrid, España.

Gallego, D y otros. (2007). El desarrollo del pensamiento variacional y la formulación de problemas en los grados 2º, 3º, 4º y 9º de la educación básica. Tesis para obtener el título de Licenciados en educación básica énfasis en matemáticas. Medellín: Universidad de Antioquia.

García, G., Serrano, C. & Espitia, L. (1997). Hacia la noción de función como dependencia y patrones de la función lineal. Colciencias: Universidad Pedagógica Nacional

Guzmán M. de. (1993). Tendencias e innovaciones en educación matemática. En: Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Tendencias e Innovaciones. OEI. Recuperado el 18 de marzo de 2010 de: <http://www.oei.org.co/oeivirt/ciencias.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas. Editorial Magisterio. Bogotá, D.C., Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2002). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Editorial Magisterio. Bogotá, D.C., Colombia.

Moreno, L. (2002). Evolución y tecnología. En: Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. MEN. Bogotá, D.C., Colombia.

Moreno, L. (2002). La nueva matemática experimental. En: Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. MEN. Bogotá, D.C., Colombia.

Moreno, L. (2002). Instrumentos matemáticos computacionales. En: Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. MEN. Bogotá, D.C., Colombia.

Santos Trigo, L (1997). La transferencia del conocimiento y la formulación o rediseño de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. En: Revista Mexicana de Investigación Educativa, Vol 2 N°3. Pág. 11-30

Rodríguez, Gil & García. (1999). Investigación acción (I-A). En: Metodología de la investigación cualitativa. Editorial Aljibel, S.L. Málaga.

Rodríguez, Gil & García. (1999). Enfoques en la investigación cualitativa. En: Metodología de la investigación cualitativa. Editorial Aljibel, S.L. Málaga.

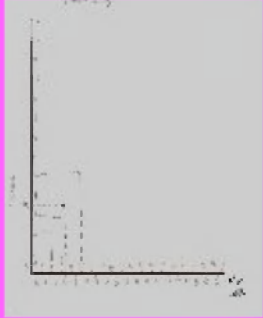
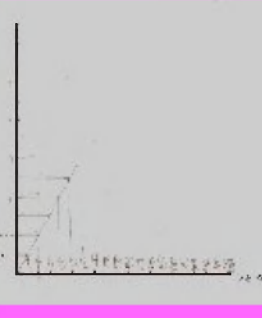

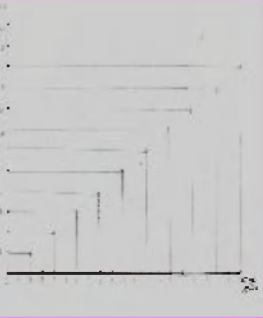
Vergnaud G. (2003). Los problemas de tipo multiplicativo. En: El niño, las matemáticas y la realidad; problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Editorial trillas. México. D.F.

ANEXOS

Anexo A

Fichas de organización de datos

Ficha 1

EXPERIMENTOS (carrusel matemático)	Mónica Londoño	Carlos Palacios	Jonathan Pino	Jefry Ánturi
BASE 1 graficar en el plano cartesiano la situación descrita				
Base 3: formular un problema que describa la situación.	De una botella de $2\frac{1}{2}$ salen 11 vasos de agua. ¿Cuántos vasos salen de 5 litros?		Si con $2\frac{1}{2}$ se llenan 11 vasos de 7 onzas ¿Cuántos vasos se podrán llenar $14\frac{1}{2}$ litros?	en un restaurante se necesitan 10 vasos de agua para hacer una sopa ¿Cuántos vasos de agua se necesitan para 4 sopas?

<p>Base 5: establece algunas proporciones entre la cantidad de vasos y la cantidad de agua en la botella.</p>	$\frac{1 \text{ litro}}{9 \text{ vasos}} = \frac{2 \text{ litros}}{18 \text{ vasos}}$
	$\frac{2 \text{ litros}}{18 \text{ vasos}} = \frac{3 \text{ litros}}{27 \text{ vasos}}$
	$\frac{1 \text{ litro}}{9 \text{ vasos}} = \frac{\frac{1}{2} \text{ litro}}{4.5 \text{ vasos}}$
	$\frac{8 \text{ litros}}{72 \text{ vasos}} = \frac{10 \text{ litros}}{90 \text{ vasos}}$

<p>1 litro de agua se llenan 10 vasos pequeños</p> $1 = 10$ $\frac{1}{2} = 5$ $\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}$	<p>Un litro de agua llena 8 vasos de 3,5 onzas al igual que $\frac{1}{2}$ de litro nos da 4 vasos de 3.5 onzas al igual que 2 litros de agua nos da 16 vasos de 3.5 onzas</p>	$\frac{1 l}{7 v} = \frac{2 l}{14 v} = \frac{3 l}{21}$ $\frac{4 l}{28} = \frac{5 l}{35} = \frac{6 l}{42}$ $\frac{7 l}{49} = \frac{8 l}{56} = \frac{9 l}{63}$ <p>*Realizaron divisiones para hallar la constante de proporcionalidad</p>
--	--	--

Base 6: completa la siguiente secuencia	Cantidad de vasos por 1 litro = $27 \times 1 = 27$ Cantidad de vasos por 2 litros = $27 \times 2 = 54$ Cantidad de vasos por 3 litros = $27 \times 3 = 81$ $C(4) = 27 \times 4 = 108$ $C(7) = 27 \times 7 = 189$ $C(10) = 27 \times 10 = 270$ $C(15) = 27 \times 15 = 405$ $C(48) = 27 \times 48 = 1296$ $C(97) = 27 \times 97 = 2019$ $C(v) = 27 \times v$
--	--

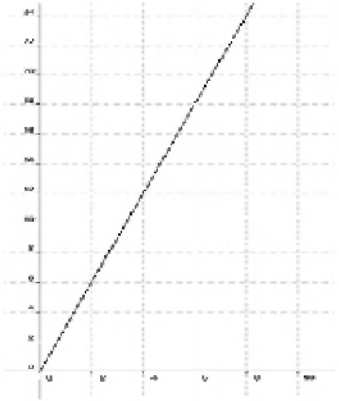
<p>Cantidad de vasos por 1 litro = $24 = 1 \times 24 = 24$ Cantidad de vasos por 2 litros = $48 = 2 \times 24 = 48$ Cantidad de vasos por 3 litros = $62 = 3 \times 24 = 63$ $C(4) = 96 = 4 \times 24 = 96$ $C(7) = 168 = 7 \times 24 = 168$ $C(10) = 240 = 10 \times 24 = 240$ $C(15) = 360 = 15 \times 24 = 360$ $C(48) = 1152 = 48 \times 24 = 1152$ $C(97) = 2328 = 97 \times 24 = 2328$ $C(v) = v = v \times 24 = 120$</p> <p>*El valor v lo tomaban como el numero romano 5</p>	<p>Cantidad de vasos por 1 litro = $24 = 24 \times 1$ Cantidad de vasos por 2 litros = $48 = 24 \times 2$ Cantidad de vasos por 3 litros = $62 = 24 \times 3$ $C(4) = 24 \times 4 = 96$ $C(7) = 24 \times 7 = 168$ $C(10) = 24 \times 10 = 240$ $C(15) = 24 \times 15 = 360$ $C(48) = 24 \times 48 = 1152$ $C(97) = 24 \times 97 = 2328$ $C(v) = 24 \times v$</p>	<p>Cantidad de vasos por 1 litro = $= 26$ Cantidad de vasos por 2 litros = $= 52$ Cantidad de vasos por 3 litros = $= 78$ $C(4) = = 104$ $C(7) = = 182$ $C(10) = = 260$ $C(15) = = 390$ $C(48) = = 1298$ $C(97) = = 2522$ $C(v) = = 130$</p> <p>*El valor v lo tomaban como el numero romano 5</p>
--	--	---

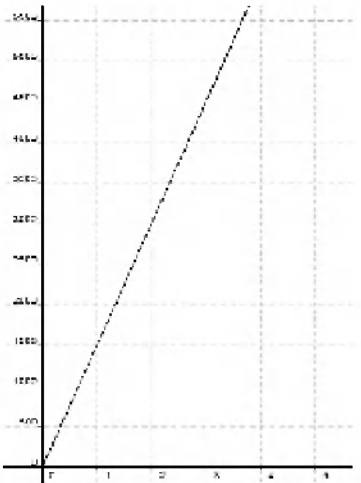
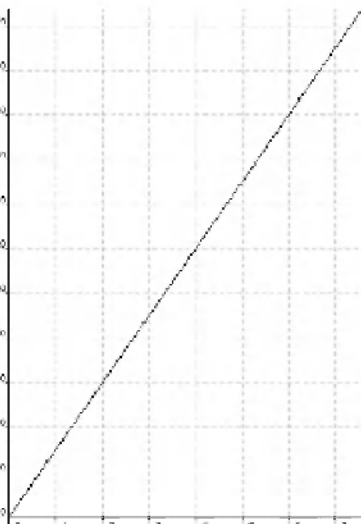
Ficha 2

ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS	Mónica Londoño			Carlos Palacios			Jonathan Pino			Jefry Ánturi		
<p>María trabaja en la placita de flores y sabe que dos costales de papas pesan 240 kg, ayúdale a averiguar ¿Cuánto pesaran 9 costales de papas? ¿y 23 costales de papas? Y si Ana compra 1800 Kg de papa ¿Cuántos costales de papa compró Ana?</p>	# de costales	Kg de papa	Cantidad de kg de papa por costal	# de costales	Kg de papa	Cantidad de kg de papa por costal	# de costales	Kg de papa	Cantidad de kg de papa por costal	# de costales	Kg de papa	Cantidad de kg de papa por costal
	1	120 kg	1x120	1	120 kg	1x120	1	120 kg	1x120	1	120 kg	1x120
	2	240 kg	2x240	2	240 kg	2x120	2	240 kg	2x120	2	240 kg	2x120
	4	360 kg	4x120	4	480 kg	4x120	4	480 kg	4x120	4	480 kg	4x120
	9	1080 kg	9x120	9	1080 kg	9x120	9	1080 kg	9x120	9	1080 kg	9x120
	15	1800 kg	15x120	15	1800 kg	1800x120	15	1800 kg	15x120	15	1800 kg	15x120
	23	2760 kg	23x120	23	2760 kg	23x120	23	2760 kg	23x120	23	2760 kg	23x120
	30	3600 kg	30x120	30	3600 kg	30x120	30	3600 kg	30x120	30	3600 kg	30x120
	54	6480 kg	54x120	54	6480 kg	54x120	54	6480 kg	54x120	54	6480 kg	54x120
	110	13200 kg	110x120	110	13200 kg	110x120	110	13200 kg	110x120	54	6480 kg	54x120
	c		Cx120	c		Cx120	c		Cx120	11	13200 kg	110x120
										e	360 kg	Cx120
	Primero dividí 240 entre 2 y			Multiplicando el numero de			Multiplicaba el número de			Multiplique 120x1=120		

¿Cómo hiciste para averiguar los kilogramos que habían en un costal?	luego multiplique por el número de costales	costales por 120 kg lo que había en cada costal	costales y con el número de kilogramos	
Completa la siguiente secuencia	Cantidad de kilogramos de papa por 1 costal = $1 \times 120 = 120$ Cantidad de kilogramos de papa por 2 costales = $2 \times 120 = 240$ Cantidad de kilogramos de papa por 5 costales = $5 \times 120 = 600$ $k(7) = 7 \times 120 = 840$ $k(9) = 9 \times 120 = 1080$ $k(17) = 17 \times 120 = 2040$ $k(25) = 25 \times 120 = 3000$ $k(45) = 45 \times 120 = 5400$ $k(97) = 97 \times 120 = 11640$ $k(c) = cx120$	Cantidad de kilogramos de papa por 1 costal = $1 \times 120 = 120$ Cantidad de kilogramos de papa por 2 costales = $2 \times 120 = 240$ Cantidad de kilogramos de papa por 5 costales = $5 \times 120 = 600$ $k(7) = 7 \times 120 = 840$ $k(9) = 9 \times 120 = 1080$ $k(17) = 17 \times 120 = 2040$ $k(25) = 25 \times 120 = 3000$ $k(45) = 45 \times 120 = 5400$ $k(97) = 97 \times 120 = 11640$ $k(c) = cx120$	Cantidad de kilogramos de papa por 1 costal = $1 \times 120 = 120$ Cantidad de kilogramos de papa por 2 costales = $2 \times 120 = 240$ Cantidad de kilogramos de papa por 5 costales = $5 \times 120 = 600$ $k(7) = 7 \times 120 = 840$ $k(9) = 9 \times 120 = 1080$ $k(17) = 17 \times 120 = 2040$ $k(25) = 25 \times 120 = 3000$ $k(45) = 45 \times 120 = 5400$ $k(97) = 97 \times 120 = 11640$ $k(c) = cx120$	Cantidad de kilogramos de papa por 1 costal = $1 \times 120 = 120$ Cantidad de kilogramos de papa por 2 costales = $2 \times 120 = 240$ Cantidad de kilogramos de papa por 5 costales = $5 \times 120 = 600$ $k(7) = 7 \times 120 = 840$ $k(9) = 9 \times 120 = 1080$ $k(17) = 17 \times 120 = 2040$ $k(25) = 25 \times 120 = 3000$ $k(45) = 45 \times 120 = 5400$ $k(97) = 97 \times 120 = 11640$ $k(c) = cx120 = 360$ *se evidencia que la c la tomaron como el valor de 3 kg

Ficha 3

REPRESENTACIONES GRÁFICAS	MÓNICA LONDOÑO	CARLOS PALACIOS	JONATHAN PINO	JEFRY ÁNTURI												
	<p>Si Mariana recorre 2 cuadras en 6 minutos ¿Cuántos minutos tarda en recorrer en 3 cuadras?</p> <p>*Eje x: cuadras Eje y: tiempo</p>	<table border="1" data-bbox="1031 423 1310 683"> <thead> <tr> <th>minutos</th> <th># de carros</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Con la siguiente tabla calcula cuál es la frecuencia del número de carros que aumenta de a cuerdo a los minutos y representa en un plano cartesiano</p>	minutos	# de carros	2	6	4	12	6	18	8	24			<p>Si un gamín se roba 2 pares de tenis cada 6 minutos ¿Cuántos tenis se roba en 54 minutos?</p>	<p>En 2 minutos se comen 6 bananos y en 8 minutos se comen 24 bananos ¿Cuántos bananos se comen en 3 horas?</p> <p>*Eje x: minutos Eje y: número de bananos</p>
minutos	# de carros															
2	6															
4	12															
6	18															
8	24															

	<p>Un kilo de mango vale 1500 ¿Cuánto valen 2 kilos?</p> <p>*Eje x: kilos Eje y: precio</p>	<table border="1" data-bbox="1039 243 1316 389"> <thead> <tr> <th>horas</th> <th>Sueldo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1500</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3000</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4500</td> </tr> </tbody> </table> <p>Si el padre de Cristian gana en una hora 1500\$ ¿Cuánto gana en 3 horas de acuerdo a la tabla? Representa en un plano cartesiano</p>	horas	Sueldo	1	1500	2	3000	3	4500	<p>Don Luis vende bolis en la farmacia, cada bolis cuesta 1500 ¿Cuánto cuestan 5 bolis?</p>	<p>Si mi papá gana 1500 dólares al día ¿Cuánto ganará a la semana?</p> <p>*Eje x: días Eje y: precio</p>
horas	Sueldo											
1	1500											
2	3000											
3	4500											
	<p>Un carro recorre en 2 horas 60 kilómetros en 3 horas ¿Cuántos kilómetros recorre el carro?</p> <p>*Eje x: tiempo Eje y: kilómetros</p>	<table border="1" data-bbox="1039 787 1316 966"> <thead> <tr> <th>minutos</th> <th>Km de moto</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>180</td> </tr> </tbody> </table> <p>En una carrera de motocicletas el corredor Carlos en 2 minutos recorre 60 kilómetros. En 6 minutos ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido? ¿Cuál es la frecuencia que sube? Representa en el plano cartesiano</p>	minutos	Km de moto	2	60	4	120	6	180	<p>Un ciclista recorre 30 km en 1 hora ¿Cuántos km recorrerá en 10 horas?</p>	<p>Dos carros pasan cada 60 minutos por una gasolinera ¿Cuántos carros pasan en 1024 horas?</p>
minutos	Km de moto											
2	60											
4	120											
6	180											

de litros y escribe una expresión matemática que relacione la cantidad de vasos de 6, 7 y 9 onzas con los litros de gaseosa.		7 onzas → 7.5 x el número de litros		7 onzas → 7.5 x el número de litros
¿Cómo son las tres gráficas que describen el precio de vasos de n onzas?	Son líneas rectas	Que en las tres graficas los puntos forman una línea recta		Que en las tres graficas los puntos forman una línea recta
¿Cuál es el origen de las tres gráficas?	El punto cero	El origen es 0		El origen es 0
¿Qué diferencia encuentras entre las tres gráficas?	La finalidad de las rectas. No todas van para el mismo lado	Que esas líneas rectas unas están más inclinadas que otras		Que esas líneas rectas unas están más inclinadas que otras







Ficha 5

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA SIMPLE (GEOGEBRA)	MÓNICA LONDOÑO	CARLOS PALACIOS	JONATHAN PINO	JEFRY ÁNTURI
Plantea un problema que describa la situación que representa la gráfica <u>a</u>	Don José tiene una tienda y por cada bulto de papa salen 2 kilos ¿Cuántos kilos de papa me salen de 11 bultos?	Don Luis en su tienda vende galletas y por la compra encima el doble. Según la compra de las galletas en la tabla, responde cuando se lleva	Don Jefry vende el paquete de caramelos a \$12 y el paquete trae 24 caramelos ¿a cuánto sale cada caramelo que vende don Jefry en su tienda?	Don Luis en su tienda vende galletas y por la compra encima el doble. Según la compra de las galletas en la tabla, responde cuando se lleva
Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación	$C(v) = 2v$	$2xc = j$ c: cantidad de galletas j: galletas de encima	Que a don Jefry vende caramelos y el paquete le cuesta 10\$ ¿Cuánto gana Don Jefry?	$2xc = j$ c: cantidad de galletas j: galletas de encima
Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la gráfica <u>b</u>	Don Luis vende 12 zapatos y entrega 12 zapatos ¿Cuántos zapatos entrega don Luis si vende 15 zapatos?	Don Pepe se come 2 bananos cada 2 horas ¿Cuántos bananos se come en 14 horas?	Doña Mónica compra en la tienda más cercana que hay en su barrio un kilo de arracacha que le cuesta \$1 y trae 6 arracachas ¿a	Don Pepe se come 2 bananos cada 2 horas ¿Cuántos bananos se come en 14 horas?

			cuánto le cuesta cada arracacha que compre Mónica?	
Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación	$C(z) = 1xz$	$hx1=b$ h: cantidad de bananos b: horas que tarda en comérselos	Entonces n pesos de arracacha trae n kilos de arracacha	$hx1=b$ h: cantidad de bananos b: horas que tarda en comérselos
Plantea un problema diferente al anterior que describa la situación que representa la gráfica c	Xiomara compra un paquete de uñas postizas y le salieron 4.5 uñas, si compra 4 paquetes ¿Cuántas uñas postizas le salen?	Don Mario vende guayabas en una tienda, una guayaba la vende a 4.5 pesos ¿Cuánto valen las 10 guayabas?	Don Carlos vende el paquete de moras a \$8 y trae 36 moras ¿Cuánto le queda de ganancia a don Carlos si el paquete le cuesta 6 pesos?	Don Mario vende guayabas en una tienda, una guayaba la vende a 4.5 pesos ¿Cuánto valen las 10 guayabas?
Teniendo en cuenta la tabla y el problema que planteaste, establece una expresión matemática que generalice dicha situación	$C(u) = 4.5u$	El precio de cualquier guayaba es = a la cantidad de guayabas por 4.5	Que don Carlos vende moras a 8\$ y le cuesta 6\$	El precio de cualquier guayaba es = a la cantidad de guayabas por 4.5
¿Qué características tienen en común estas 3 gráficas, con respecto a la forma?	Que las 3 son rectas	El plano cartesiano Las rectas	Una es más pendiente que la otra	El plano cartesiano Las rectas

		Las parejas ordenadas		Las parejas ordenadas
Punto de origen?	El punto de origen es cero	El cero	Salieron de 0	El cero
La expresión matemática?	Multiplicación	Son multiplicaciones	Que todas son operaciones y vienen de multiplicaciones	Son multiplicaciones
¿Qué diferencias hay entre las tres gráficas? Explica:	Son rectas pero no van para el mismo lado	Que hay rectas más elevadas que otras y diferentes parejas	Que son de diferentes colores	Que hay rectas más elevadas que otras y diferentes parejas
¿Qué es para ti una función de proporcionalidad directa simple?	Es una línea recta que parte desde el mismo origen y una multiplicación	Son proporcionales directamente simple, cuando aumenta una aumenta la otra	Que son líneas rectas y parten de multiplicaciones	Son proporcionales directamente simple, cuando aumenta una aumenta la otra

Categorías:

1. Constante de proporcionalidad: 
 - Expresión de proporcionalidad concibiendo el termino n-esimo: 
 - Expresión de proporcionalidad sin concebir el termino n-esimo: 
 - Expresión de proporcionalidad en Lenguaje natural: 
2. Planteamiento de problemas de la vida cotidiana: 
3. Características de la función de proporcionalidad: 

Anexo B

Macrocontexto

Hasta 1900, el poblamiento se acentuaba en las salidas del sitio de la ciudad, más que en el propio centro. Así la sociedad católica de la época ve la necesidad de lugares para pedir y rogar a Dios y para enterrar sus muertos. Ubicado, en El Colón, el barrio de los ricos de aquel entonces, El San Lorenzo, fundado en 1826, era el cementerio donde las comunidades religiosas arraigadas en la ciudad tenían los panteones para la inhumación de los cuerpos de las monjas.

Se reportan asentamientos en la ladera del camino de Guarne llamado "Callejón del Mico" y alrededor del Cementerio, desde donde se fueron extendiendo hasta formar el barrio Guanteros y La Asomadera.

A medida que se construían nuevas moradas alrededor de Niquitao y el Camellón del Cementerio, se fueron dando nombres a las agrupaciones de vivienda: Las Palmas, La Victoria, San Diego, Potosí, Barrio Colón. De una u otra forma este camellón fue para estos barrios la calle madre.

El sector de Guayaquil, con la construcción de la plaza de mercado y la estación del ferrocarril, inauguró un nuevo desarrollo de tipo comercial y social para el presente siglo. Este era un sector más o menos alejado del marco de la Villa, o mejor, del Parque Berrío. Entre uno y otro, aún existían

extensas mangas baldías. A Guayaquil convergían de manera obligada las vías transportadoras principales, las férreas, las carreteables y los caminos de herradura. Además de abastecedor de productos se comporta entonces como sitio de llegada, distribución y congregación de la ciudad dando cabida a otra serie de servicios, cantinas, hoteles, depósitos, cacharrerías, salas de billar y juego, etc.

El proceso de expansión de la red de poblamiento originaria hasta 1930, genera un mayor crecimiento del área que rodea el centro tradicional y del sector oriental del mismo.

La migración campesina, principalmente del oriente en los años 20-30, es generada por diversos factores, entre ellos la crisis minera y la depresión económica en el oriente antioqueño, especialmente en la agricultura. A su vez, Medellín constituía un atractivo para esta población migrante debido a las expectativas de crecimiento que venía insinuando. Esta población migrante es acogida en buena parte en la zona centroriente. Los inquilinatos de Niquitao por ejemplo, comienzan a jugar un papel importante para aquella población transeúnte y comerciante.

En las décadas de los 60 y 70, con la construcción y ampliación de vías y edificaciones como la Avenida Oriental, Bolívar, Carabobo, La Alhambra, Amador y San Juan, la proliferación del subempleo en Guayaquil llegó a un tope incontrolable. Literalmente, la gente ya no cabía allí.

Niquitao ya se venía deteriorando con la instalación de las flotas Magdalena, Occidental, Arauca y Rápido Ochoa en la carrera Pedro de Castro. Y con el fenómeno del subempleo de Guayaquil, se volvió el inquilinato de celadores, chóferes, lustrabotas, campesinos, atracadores, prostitutas y comerciantes menores (Chaux, & Merlano, 2008).

Este sector que hoy está constituido por los barrios San Lorenzo (también conocido como Niquitao), San Diego, Las palmas y Barrio Triste sirvió, en estas décadas, de refugio y pasaje de los campesinos que venían de las zonas aledañas de la ciudad a comercializar sus productos así como también de aquellos que llegaban de lejanos lugares a buscar un mejor futuro. Más adelante durante los años 80's, tras la explosión urbanística, crecimiento económico y demográfico, esta zona tendió a convertirse en hospedaje de indigentes y personas con muy bajos recursos, favoreciendo la posterior característica de los inquilinatos como lugares inundados de mugre, vicio y resquebrajadas paredes que no pueden abrigar otra cosa que los desechos de una modernidad fracasada y consecuencia de pésimas administraciones estatales. Alimentó esta concepción el arraigamiento del consumo, fabricación, oferta y demanda de alucinógenos en las llamadas plazas y en medio, por supuesto, de la Medellín estereotipada por la proliferación de bandas al servicio del narcotráfico con Pablo Escobar a la cabeza.

Así se fue conformando un sector con diferencias socio-culturales, económicas y educativas, muy demarcadas y separadas unas de otras, sólo

por una calle. Estos barrios (San Lorenzo (Niquitao), San Diego, Las Palmas y Barrio Triste) son parte de una zona de Medellín denominada comuna 10.

Los sectores de San Lorenzo y barrio triste son los de mayor vulnerabilidad de esta zona, pues Los niños y las familias que los habitan, por lo general provienen de grupos disfuncionales a nivel relacional, ya que no cumplen con las condiciones necesarias con respecto al cuidado y a la educación de sus integrantes.

Aunque pagar una pieza les puede costar más que un arriendo, entre 5.000 y 12.000 pesos diarios, las personas que recurren a ellos son de una alta vulnerabilidad económica.

Sólo en Niquitao hay 102 inquilinatos, muchos en precarias condiciones. Hay problemas de salud pública, saneamiento, hacinamiento, riesgo de drogadicción, alcoholismo y explotación sexual. Las familias llegan a estos inquilinatos huyendo de la violencia en barrios periféricos de la ciudad o municipios cercanos, o en algunos casos viven allí cuando pasan por dificultades económicas y no pueden pagar el alquiler de sus casas. En esos casos ellos encuentran en los inquilinatos una opción de refugio que puede pagarse diariamente con el dinero que recogen en sus actividades informales. Estas residencias tienen bajos niveles de iluminación, ventilación y condiciones sanitarias. Todos los habitantes comparten baños y lavaderos

y no existe un espacio donde las personas puedan preparar sus alimentos bajo unas mínimas condiciones de higiene.

En habitaciones que miden entre 12 y 30 m², residen familias constituidas por dos y hasta siete personas que duermen, cocinan, comen, juegan y guardan sus pertenencias bajo esas condiciones. En la mayoría de los casos no hay una regulación legal para la convivencia interna, ocasionalmente se generan algunas reglas que impiden que el micromundo sea perturbado.

“Las personas que podrían llamarse habitantes de este sector, son en realidad una población flotante que va de paso. La población que está en el día no es la misma que habita en la noche”

Esta comunidad está conformada en su mayoría por recicladores, indigentes, vendedores ambulantes y familias indígenas pertenecientes a los Emberá Katios. Por este motivo las personas de estos grupos familiares, en la actualidad tienen condiciones socioeconómicas bastante precarias y por lo tanto se encuentran en alto riesgo o ejercicio de la prostitución, la mendicidad y/o drogadicción. La mayoría de la población vive en inquilinatos y casas dedicadas al expendio y consumo de sustancias psicoactivas, que se ubican en este sector. Las madres son en su mayoría quienes sostienen el hogar con ayuda de sus hijos e hijas quienes desde muy pequeños deben comenzar a trabajar.

Los sectores de Guayaquil y Barrio Triste tienen una característica especial y es la facilidad que tienen los niños para acceder al centro de la ciudad, colocándolos en una situación de alto riesgo. Debido a que permanecen gran parte del tiempo solos en sus casas, empiezan a pasar mucho tiempo por fuera sin reparo de nadie y paulatinamente van estableciendo un contacto con la calle que los conduce a adquirir conductas como consumo de drogas, robo, prostitución y por último pueden convertirse en niños habitantes de calle.

En los pobladores de este sector se puede observar el abandono en términos de nutrición, salud y educación; es decir se nota el abandono y despreocupación por parte del Estado; pero no por las instituciones privadas pues es muy común ver numerosas fundaciones sin ánimo de lucro que ayudan, alimentan, dan albergue y protección a muchos niños de esta comunidad, pues son la población más vulnerable del sector.

Uno de los puntos críticos de su población infantil esta relacionado con el maltrato, la prostitución y la mendicidad obligada, problemática que las últimas administraciones municipales han querido enfrentar con programas sociales y de atención a la niñez abandonada.

En cuanto a los barrios San Diego y Las Palmas, con el tiempo, ese arrume de casas con espacios verdes sin estética, se fueron transformando en un barrio ordenado, limpio y sano.

Pero de un momento a otro estos barrios pasaron de ser tranquilos y sin sobresaltos a ser objeto de algunas inversiones importantes en infraestructura y espacio público en los últimos años.

Primero fue el parque San Lorenzo, una audaz obra en un sector dominado por las sombras y la delincuencia, aprovechando la cercanía a un cementerio. Después fue la ampliación de la avenida Girardot desde San Juan hasta la vía de las Palmas, lo que posibilitó una salida del centro más rápida hacia el sur del Valle de Aburrá. Y finalmente, la construcción del colegio Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo en el sector conocido como Niquitao. Estas tres obras le han cambiado la cara a barrios como el propio Niquitao, Las Palmas y San Diego.

Lo que más agradece la gente con las obras es la valorización de sus viviendas:

"La importancia de esas obras es que convirtieron a los barrios San Diego y Las Palmas en un sector con mejores posibilidades". (El Colombiano, 11 de Noviembre de 2008)

Los problemas más predominantes de esta zona son:

– En educación, la carencia de locales o el mal estado en que se tienen, la falta de recursos propios para el mantenimiento y dotación de ayudas didácticas, el poco cubrimiento de la demanda educativa especialmente en secundaria y la falta de maestros.

– Problemática referida a la ausencia de lugares adecuados para la práctica del deporte e inseguridad en los que existen y falta de un compromiso serio de las diferentes autoridades para el apoyo a jóvenes deportistas.

– Gran concentración del desempleo, el empleo informal y el subempleo, situación que se enfatiza para las nuevas generaciones. Desmotivación del sector empresarial para generar empleo y escasa presencia estatal en la creación y ampliación de empresas.

– El espacio público en el área central presenta problemas que tienen que ver entre otros con la localización indiscriminada de ventas ambulantes, con la saturación de avisos de forma incontrolada, así como por la congestión vehicular, la carencia de espacios públicos que alberguen las necesidades colectivas, incremento de población con graves problemas sociales como prostitución, drogadicción, alcoholismo.

-La inseguridad: Sus causas se pueden vincular a la inexistencia y deficiencia en la obtención de unas condiciones mínimas de vida digna por parte de un grueso de población, muchos de ellos indigentes definidos; pero igualmente otra enorme cantidad de sectores pobres y marginales provenientes de diversos lugares de la ciudad, del departamento y del país⁹

⁹ La anterior descripción del contexto la realizamos el grupo de estudiantes de Seminario integrativo y Práctica Pedagógica I.

Algunas fundaciones del sector, son:

La FUNDACIÓN VIENTO FRESCO INFANCIA Y FAMILIA es una entidad privada, de carácter social, creada por un grupo de personas interesadas en mejorar la calidad de vida de los niños y las familias provenientes de inquilinatos de los barrios Niquitao, San Diego, Barrio Colón y Guayaquil, que tiene como objetivo proteger a la niñez en alto riesgo de prostitución, drogadicción, explotación sexual, laboral y de toda violación a sus derechos fundamentales consignados en la Constitución Política Nacional, en los Derechos Humanos de los Niños y en la Ley de infancia (Comunidad Cristiana de fe, 2008).

Fundación JARDÍN DE AMOR dedicada a los niños de la calle, recompensada con la apropiación de un espacio digno donde florecen esperanzas de una vida mejor.

Yolanda comenzó la fundación con una finca en Belén Altavista donde instaló 8 niños de Niquitao, luego un grupo de empresarios le pagaron un arriendo en Guarne que permitió que reclutara más niños. Durante los últimos años trabajaba en un "hogar de paso" con 150 niños del sector de San Lorenzo, donde los pequeños iban en la mañana pero regresaban a sus viviendas o inquilinatos en la tarde, lo que solo era una solución parcial a la problemática social que afecta a estos menores.

Desde principios de junio pudo llevarse a 25 niños para un lugar más digno que la Junta de Acción Comunal le cedió, con los que vive diariamente, y que permanecen en la Fundación para estudiar y recrearse y así aislarlos de un ambiente que no les conviene.

Doña Yolanda posee la autorización de los padres de los niños, plasmada en un convenio de apoyo ante una notaría, lo que la avala para vivir con ellos y para movilizarlos a otros lugares.

Jardín de Amor está ubicado en un tercer piso. Es una casa de ladrillo con 7 habitaciones y 25 camas, con baño, patio y una cocina que fue remodelada recientemente gracias a una donación. Uno de los cuartos es una zona social, donde se reúnen a ver televisión y películas infantiles, en un Dvd aportado por la señora Ballesteros.

La fundación PODER JOVEN "Casa Karah" que es un Hogar ubicado en Barrio Triste, donde atienden a 60 niños entre 3 y 12 años de edad que viven con sus familias en Inquilinatos y Hospedajes del sector. Son niños maltratados en sus hogares, y que además viven en un entorno caracterizado por el consumo y expendio de drogas, mendicidad e indigencia. Es por esta razón que la fundación se concentra en el aspecto educativo, construir con ellos nuevas opciones de vida y los ayudarlos a reflexionar acerca de su futuro. Allí reciben las atenciones básicas como

alimentación, atención médica, psicológica, acompañamiento pedagógico y vinculación a la escuela del sector (Cuevas, 2008).

Referentes:

- Millán, A. El estrecho paso de Los Andes. *El Colombiano*. Recuperado el 20 de noviembre de 2008, <http://agora.unalmed.edu.co/docs/Inquilinatos-EI-Colombiano-Oct.31-06.PDF>
- Chaux, D. & Merlano, L. (2008). Niquitao ¿una llaga incurable?. Recuperado el 20 de noviembre de 2008, en <http://lengua-niquitao.blogspot.com/>
- Comunidad Cristiana de fe. (2008). Fundación Viento Fresco. Recuperado el 20 de noviembre de 2008, en <http://www.fepaisa.com/mostrar.php?s=fundacion>
- Mamá Yolanda de Niquitao. *Centropolis*. Recuperado el 20 de noviembre de 2008, en http://centropolis.com.co/index.php?option=com_content&task=view&id=902&Itemid=2
- Cuevas, A. (2008). En medio del peligro, una alternativa. *Momentos de ocio*. Recuperado el 2 de diciembre de 2008, en <http://momentosdeocio.wordpress.com/tag/poder-joven/>