



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**El juego en formato digital como mediador para la
formulación y resolución de problemas en el pensamiento
variacional en una institución educativa de contexto rural**

Autor(es)

Gloria Steffany Acelas Chávez

Johanna Alexandra Villazón Ramírez

Universidad de Antioquia

Facultad de educación

Departamento de Educación Avanzada

Medellín, Colombia

2021



El juego en formato digital como mediador para la formulación y resolución de problemas en el pensamiento variacional en una institución de contexto rural

Gloria Steffany Acelas Chávez

Johanna Alexandra Villazón Ramírez

Trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

Magister en educación

Asesora:

Norma Lorena Vásquez Lasprilla

Magister en Educación

Línea de Investigación:

Educación Matemática

Universidad de Antioquia

Facultad de educación, Maestría en educación

Medellín, Colombia

2021

Nota de aceptación

Firma de Jurado

Firma de Jurado

Firma de Jurado

Medellín, _____ de 2021.

DEDICATORIA

A Dios y a la vida por bendecirnos en el momento exacto con esta oportunidad, por darnos la sabiduría y fortaleza para culminar en victoria este sueño.

A nuestras familias que son nuestro motor para luchar y nuestra mayor bendición.

¡GRACIAS!

AGRADECIMIENTOS

Llegar al final de esta formación como magister deja una sensación de alegría en nuestros corazones, fue una etapa en la que experimentamos un sin fin de emociones, sentimientos y muchos aprendizajes que solo nos resta agradecer todo el camino que recorrimos.

*Damos **GRACIAS** a Dios por ser tan bueno y darnos siempre más de lo que merecemos, su sabiduría y bendición permanentemente nos acompañó en este camino, por lo que siempre depositamos nuestra confianza en Él y por eso hoy tenemos más de lo que un día soñamos.*

***GRACIAS** a la Universidad de Antioquía por convertirse en nuestra alma máter, permitiéndonos formarnos con unos excelentes maestros y soñar con una mejor educación*

***GRACIAS** a la Gobernación de Antioquia por habernos permitido realizar esta Maestría como becarias, de lo contrario, no habría sido posible.*

*Nuestra **GRATITUD** y **CARIÑO** infinito a nuestros asesores Norma Lorena Vásquez Lasprilla y Gilberto Obando Zapata, quienes vivieron este proyecto como si fuera suyo, sus conocimientos, paciencia y comprensión iluminaron nuestro camino formativo. Nos enseñaron la importancia de aprender y desaprender al momento de luchar por una meta, su amabilidad y humildad siempre la recordaremos.*

***GRACIAS** a nuestras familias quienes pacientemente nos han acompañado y esperado durante este duro camino, pues son nuestro motor de vida que nos impulsa a ser mejores cada día.*

*De manera especial **AGRADECEMOS** a la Institución Educativa Rural San Miguel Del Tigre por creer y darnos su apoyo al permitirnos llevar a cabo este proyecto en pro de nuestros estudiantes.*

***ETERNAS GRACIAS** a nuestros niños del grado cuarto que con sus sonrisas y ocurrencias nos alegraron los momentos de llevar a cabo este proyecto. **GRACIAS** por su compromiso y ganas de aprender, sin ustedes no tendría razón la educación.*

***GRACIAS** a nuestros compañeros por su disposición y apoyo, por ustedes este fue un viaje maravilloso.
¡A TODOS, MIL GRACIAS!*

Tabla de contenido

RESUMEN	xv
1 Justificación y planteamiento del problema	5
1.1 Sobre las investigaciones en el campo de formulación y resolución de problemas.....	6
1.1.1 Acercamiento a través de las heurísticas	6
1.1.2 Acercamiento a la Solución de problemas.....	10
1.1.3 Acercamiento a la formulación de problemas matemáticos.	11
1.1.4 Una mirada a los referentes curriculares.....	13
1.1.5 La formulación y resolución de problemas como estrategia de enseñanza	16
1.2 Una mirada a los resultados Prueba Saber y al currículo institucional en cuanto a la formulación y resolución de problemas	18
1.3 Programa para la Transformación de la Calidad Educativa de la Institución Educativa Rural San Miguel del Tigre (PTA).....	23
1.4 Consideraciones del uso de recursos digitales en la actividad matemática y en el contexto rural.	27
1.5 Formulación del problema de investigación	34
2 Objetivos.....	36
2.1 Objetivo general	36
2.2 Objetivos específicos.....	36
3 Referente conceptual	37
3.1 Mediación: sujeto-objeto-instrumento	37
3.2 Teoría de la Actividad	39
3.3 El juego como actividad rectora.....	44
3.3.1 El juego en relación con las matemáticas y resolución de problemas	47
3.4 Actividad matemática.....	50
3.5 Actividad matemática de resolución de problemas.....	52
3.5.1 Actividad matemática de resolución de problemas desde el enfoque didáctico.....	55
3.6 Actividad matemática de formulación de problemas	59
3.7 Pensamiento variacional.....	66
4 Camino metodológico.....	70
4.1 Paradigma de investigación: cualitativo.....	70
4.2 Investigación acción participativa como lente de abordaje.....	72
4.3 Etapas de desarrollo de la investigación	74

4.4	Caracterización de la institución y participantes	76
4.5	Instrumentos de producción y registro de datos	78
4.6	Presentación de los juegos propuestos	80
4.7	Gestión de los juegos.....	81
4.8	Descripción de los juegos propuestos	83
4.8.1	Juego 1 “Tiro con arco”	83
4.8.2	Juego 2 “Serpientes y escaleras”.....	86
4.8.3	Juego 3 “Los Bolos”.	88
4.9	Análisis de datos y proceso de sistematización.....	91
4.9.1	Presentación de las categorías de análisis de la actividad matemática de resolución de problemas.....	94
4.10	Consideraciones éticas	97
5	Análisis de la información.....	99
5.1	Actividad matemática de resolución de problemas.....	100
5.1.1	Búsqueda y tratamiento de la información	101
5.1.2	Toma de decisiones.....	112
5.1.3	Comunicación	121
5.1.4	Diseño de estrategias.....	128
5.1.5	Conocimiento matemático	137
5.2	Actividad matemática de formulación de problemas.....	152
5.2.1	Narrativas creadas en el marco del Juego “tiro con arco”	155
5.2.2	Narrativas creadas en el marco del Juego 3 “Los bolos”.....	166
6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	171
7	Bibliografía.....	179
8	ANEXOS.....	184

Lista de figuras

Figura 1 Comparación de porcentaje según niveles de desempeño por año en matemáticas de tercero. Fuente: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Recuperado el 11.10.2018.....	20
Figura 2 Comparación de porcentaje según niveles de desempeño por año en matemáticas de quinto. Fuente: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Recuperado el 11.10.2018.....	21
Figura 3 problemas resueltos por estudiantes de 4°	25
Figura 4 Problemas resueltos por estudiantes de cuarto grado.	26
Figura 5 El uso coordinado de herramientas digitales para involucrar a los estudiantes en experiencias de resolución de problemas por Santos Trigo 2016.	33
Figura 6 Modelo de la estructura de mediación en Fuente : (Vygotsky, (1978), pág. 23)	38
Figura 7 Estructura de la actividad humana según Leontiev. (Fuente: Daniels (2003), p. 123)..	42
Figura 8 . Estructura de un sistema de actividad humana según Engrestom . (Fuente: Daniels (2003), p. 130).....	43
Figura 9 Estructura del sistema de actividad matemática de resolución de problemas escolares. (Fuente: Juradk (2016), p. 56).....	54
Figura 10 Desarrollo de la creatividad a través de la formulación de problemas. Pág. 33 Callejo (2003).....	62
Figura 11 Espiral de ciclos de la investigación acción. Tomada de La investigación-acción Conocer y cambiar la práctica educativa Antonio Latorre 2005.	73
Figura 12 Etapas de desarrollo de la investigación.....	76
Figura 13 Modelo del diario de registro del juego Tiro con arco.	84
Figura 14 Ejemplo de tabla de registro del juego 2 serpientes y escaleras.....	86
Figura 15 Modelo del diario de registro del 3° juego los bolos.....	89
Figura 16 Sistematización de los datos.	92
Figura 17 Respuesta diario de registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes juego.....	101
Figura 18 Respuesta diario de registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes juego.....	101
Figura 19 Imágenes de las respuestas EA en el diario de registro, momento 1, juego 3 "Los bolos". Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.	103
Figura 20 Tabla de registro diligenciada EE sobre el puntaje obtenido en el lanzamiento de las flechas en cada fase del juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	104
Figura 21. Tabla de registro diligenciada sobre los lanzamientos de los dados, EE, momento 1, juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.	106
Figura 22. Respuesta EE, momento 2, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	108
Figura 23 . Narración hecha EN con base en la tabla de registro del EA del momento 1 del juego 3 “Tiro con arco” Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	109

Figura 24 Registro EA momento 1, juego 3 “Tiro con arco” dado a EA. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	109
Figura 25. Respuesta del diario de registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.	113
Figura 26. Respuesta ED, momento 3, juego 1 “Tiro con arco” Tomado de los registros de los estudiantes del juego.	115
Figura 27 Respuesta EA, momento 3, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.	115
Figura 28 Respuesta EE momento 3, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.	116
Figura 29. Respuesta EE, momento 3, juego 3 " “Serpientes y escaleras”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.	117
Figura 30 Narración hecha por ED del registro de EE del momento 1, juego 1 “Tiro con arco” . Tomado de los registros de los estudiantes del juego.	123
Figura 31. Registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco” dado ED. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	123
Figura 32 Registro ED momento 1, juego 1 “Tiro con arco” dado a la EE. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	125
Figura 33 Narración hecha por la EE del registro de ED del momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	125
Figura 34 Registro EA, momento 1, juego 1 “Tiro con arco” dado al EN. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	126
Figura 35 Narración hecha EN del registro del EA del momento 1, juego 1 “Tiro con arco” Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	126
Figura 36 Respuesta del diario de registro EA momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes.....	129
Figura 37 Respuesta de un estudiante del momento tres del juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	131
Figura 38 Respuesta EA, momento 3, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.	131
Figura 39 Respuesta EA, momento 3, juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	134
Figura 40 Respuesta EE, momento 3, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	135
Figura 41 Respuestas EE-EC-EA, momento 3, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes.....	136
Figura 42 Ejercicio del momento 3, juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomadas de los registros de los estudiantes.	137
Figura 43 Procedimiento ED, momento 3, juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomada de los registros de los estudiantes del juego.....	138
Figura 44 Respuesta EA, momento 3, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	141

Figura 45 Respuesta EE, momento 3, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	142
Figura 46 Procedimiento EA, momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomada de los registros de los estudiantes del juego.	143
Figura 47 Procedimiento ED, momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	144
Figura 48 Procedimientos EE. Tomada de los registros de los estudiantes del juego 1. “Tiro con arco”.....	146
Figura 49 Procedimiento del EA del momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	146
Figura 50 Respuesta EE, momento 2, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego 3.....	148
Figura 51 Respuestas ED, momento 3, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego 3.....	150
Figura 52 Tabla de registro de puntajes EE obtenido en el momento 2, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.	155
Figura 53 Narración hecha por ED con base en la tabla de registro de puntajes del EE del momento 2, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego....	156
Figura 54 Procedimiento de EE del momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomada de los registros de los estudiantes del juego.....	161
Figura 55 Narrativa de ED del momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomada de los registros de los estudiantes del juego	162
Figura 56 Procedimiento EE del momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.....	164
Figura 57 Tablas para analizar el puntaje entre los dos jugadores del momento 3, juego 3 “Los bolos”	166
Figura 58 Narración hecha por EE del momento 4, juego 2 “Los Bolos” . Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	167
Figura 59 Narración hecha por EC del momento 4, juego 2 “Los Bolos” . Tomado de los registros de los estudiantes del juego.....	168

Lista de imágenes

Imagen 1 Grupo de WhatsApp de las investigadoras y participantes.....	82
Imagen 2 Encuentro de las investigadoras y participantes por la plataforma Zoom	82
Imagen 3 Elementos del juego Tiro con arco. Tomado de la aplicación del celular.	83
Imagen 4 Tablero de la pista del juego 2 serpientes y escaleras. Tomada de la aplicación del celular.....	87
Imagen 5 ejemplo de tabla de registro del juego 3 los bolos. Tomada de la aplicación del juego.	90
Imagen 6 Tablas generadas por la aplicación del juego 3 Los bolos.....	90
Imagen 7 tabla de registro del juego 3 enviada por un estudiante al grupo de WhatsApp.....	148

Lista de fotografías

Fotografía 1 EN completando la tabla de registro del puntaje obtenido en el lanzamiento de las flechas en cada fase del juego “Tiro con arco”. Tomada del video 2020-06-08	104
Fotografía 2 ED apoyándose en los datos de la tabla de registro sobre el puntaje obtenido en los dados del juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomada del video 2020-07-15	107
Fotografía 3 EN escogiendo la flecha para el juego 1 “Tiro con arco”. Tomada del video 2020-06-08	113
Fotografía 4 EE y ED apoyándose en la imagen del tablero del juego 3 “Serpientes y escaleras”. Tomada del video 2020-07-15	118
Fotografía 5 Imagen de la EE y ED apoyándose en la imagen del tablero del juego “Serpientes y escaleras”. Tomada del video 2020-07-15	127
Fotografía 6 EA jugando la aplicación y apuntando al puntaje 10. Tomada del video 2020-06-08	128
Fotografía 7 EE implementando los dedos para realizar el conteo de los puntajes en el ejercicio del momento tres del juego 3. Tomada del video 2020-07-23	151
Fotografía 8 EC resolviendo y explicando el momento 3, juego 3 “Los bolos” . Tomada del video 2020-07-23	152

Lista de tablas

Tabla 1 Reporte individual de resultados (2017).....	22
Tabla 2 Categorías de análisis de la actividad de formulación.....	93
Tabla 3 Categorías de la actividad de resolución.....	93

Lista de anexos

Anexo 1 Niveles de desempeño grado tercero.....	184
Anexo 2 Niveles de desempeño grado quinto.....	185
Anexo 3 Juego 1 “tiro con arco”.....	187
Anexo 4 Juego 2 “serpientes y escaleras”.....	194
Anexo 5 Juego 3 “los bolos”.....	199

RESUMEN

Título: El juego en formato digital como mediador para la formulación y resolución de problemas en el pensamiento variacional en una institución de contexto rural

Autoras: Gloria Steffany Acelas Chávez, Johanna Alexandra Villazón Ramírez

Descripción:

En esta tesis presentamos el informe de una investigación orientado por la pregunta ¿Cómo el juego presentado en formato digital contribuye a la actividad matemática de formulación y resolución de problemas de los estudiantes de una institución de contexto rural? En virtud de lo anterior, nos propusimos como objetivos: (1) describir las prácticas Matemáticas de los estudiantes en la actividad de formulación y resolución de problemas en el pensamiento variacional en una institución rural; (2) Analizar el papel del juego presentado en formato digital en la actividad matemática de los estudiantes en formulación y resolución de problemas, para así lograr caracterizar la contribución del juego presentado en formatos digitales, como mediador en la actividad Matemática de resolución y formulación de problemas.

El desarrollo de la investigación se soportó a partir del enfoque histórico-cultural retomando elementos claves de la teoría de la actividad como la mediación, instrumento y artefacto, lo cual permitió analizar las acciones de los estudiantes en relación a la constitución del conocimiento matemático. Además, desde el punto de vista metodológico se trabajó bajo un paradigma de investigación cualitativa y con el enfoque de la investigación acción participativa la cual se ejecutó en cuatro fases: primera, la identificación y consolidación del problema. Segunda, construcción y apropiación de aquellos referentes teóricos. Tercera, diseño y desarrollo de la investigación. Última, análisis de la información producida. Los datos generados se originaron en la observación participante, los registros escritos de los estudiantes, y los registros en fotografías, audios y videos al momento de la interacción de los estudiantes con los juegos y las 3 tareas que se desencadenaron de los juegos.

Esto favoreció la apropiación de conceptos y significados propios del área de matemáticas al enfatizar en los procesos de resolución de problemas matemáticos pues se observó como el juego en formato digital fue el motivo que generó las relaciones matemáticas en los sujetos, pues establecieron relaciones numéricas, identificaron cantidades, hallaron, contabilizaron y calcularon puntajes, registraron y analizaron información, planificaron procedimientos y estrategias, identificaron los objetos matemáticos que le permitían acumular y avanzar en los juegos. En cuanto la formulación de problemas los estudiantes para poder realizar las narrativas de los enunciados con lógica y coherencia emplearon distintos procesos cognitivos como editar, seleccionar, comprender y organizar la información, interpretar la información de una forma de representación a otra, además realizan procesos de razonamiento como identificar y correlacionar la imagen con los datos numéricos. Entonces, los juegos presentados en formato digital permitieron que los estudiantes ampliaran su actividad matemática ya que las prácticas matemáticas que desplegaron los estudiantes fueron producto de la mediación del juego y por ubicar su proceso de aprendizaje en un contexto histórico-cultural específico.

Palabras claves: Teoría De La Actividad, Actividad Matemática, Actividad de Formulación Y Resolución de Problemas, Juego, Recursos Digitales.

ABSTRACT

Title: The game in digital format as a mediator for the formulation and resolution of problems in variational thinking in an institution in a rural context

Author: Gloria Steffany Acelas Chávez, Johanna Alexandra Villazón Ramírez

Description: In this thesis we present the report of an investigation oriented by the question: How does the game presented in digital format contribute to the mathematical activity of formulating and solving problems of the students of an institution in a rural context? By virtue of the above, we set ourselves as objectives: (1) to describe the mathematical practices of the students in the activity of formulating and solving problems in variational thinking in a rural institution; (2) Analyze the role of the game presented in digital format in the mathematical activity of the students in formulating and solving problems, in order to characterize the contribution of the game presented in digital formats, as a mediator in the mathematical activity of resolution and formulation of problems.

The development of the research was supported from the historical-cultural approach, taking up key elements of the activity theory such as mediation, instrument and artifact, which made it possible to analyze the actions of the students in relation to the constitution of mathematical knowledge. In addition, from the methodological point of view, we worked under a qualitative research paradigm and with the focus of participatory action research, which was carried out in four phases: first, the identification and consolidation of the problem. Second, construction and appropriation of those theoretical references. Third, design and development of the research. Last, analysis of the information produced. The data generated originated from the participant observation, the written records of the students, and the records in photographs, audios and videos at the time of the interaction of the students with the games and the 3 tasks that were triggered from the games.

This favored the appropriation of concepts and meanings typical of the area of mathematics by emphasizing the processes of solving mathematical problems, since it was observed that the game in digital format was the reason that generated mathematical relationships in the subjects, since they established numerical and they identified quantities, found, counted and calculated scores, recorded and analyzed information, planned procedures and strategies, identified the mathematical objects that allowed them to accumulate and advance in the games. Regarding the formulation of problems, in order to carry out the narratives of the statements with logic and coherence, the students used different cognitive processes such as editing, selecting, understanding and organizing the information, interpreting the information from one form of representation to another, and they also performed reasoning processes such as identifying and correlating the image with the numerical data. Then, the games presented in digital format allowed the students to expand their mathematical activity since the mathematical practices that the students displayed were the product of the mediation of the game and by locating their learning process in a specific historical-cultural context.

Keywords: Activity Theory, Mathematical Activity, Problem Formulation And Solving Activity, Game, Digital Resources.

INTRODUCCIÓN

En este documento presentamos el proceso de investigación que desarrollamos en el marco de la Maestría en Educación, modalidad Virtual, en la línea de Educación Matemática de la Universidad de Antioquia. En la investigación describimos las prácticas matemáticas de los estudiantes cuando participan en juegos presentados en formatos digitales. Practicas relacionadas con los procesos de formulación y resolución de problemas en el pensamiento variacional. Es así como esta descripción nos permitió reconocer y analizar las prácticas que realizaron los estudiantes del grado cuarto y de esta manera caracterizar la contribución del juego presentado en formatos digitales en la actividad matemática de formulación y resolución de problemas.

Si bien es cierto que, sobre el tema de la formulación y resolución de problemas matemáticos, la bibliografía es amplia, la mayoría de trabajos coinciden en afirmar que cuando se trata de enfrentar problemas que implican la búsqueda, el análisis e interpretación de información, o combinar diferentes procedimientos matemáticos, los niveles de desempeño de los estudiantes están por debajo de lo esperado. En los ámbitos escolares se ve reflejado que dichos procesos en los estudiantes merecen la atención de los investigadores, pues es común encontrar que los estudiantes presentan un nivel de desempeño no positivo. Una prueba de ello son los resultados de las evaluaciones de competencias que tiene la educación de nuestro país al nivel de básica primaria (pruebas Saber en 3° y 5°). Estos resultados no nos dicen a ciencia cierta que los estudiantes están fallando exactamente en los procesos de formulación y resolución, pero si nos dan un indicio de que hay que seguir investigando para la reflexión constante de la actividad pedagógica como maestras e investigadoras. Esto muestra, entonces, que el impacto de estas investigaciones en los entornos educativos sigue siendo necesaria para el conjunto de

problemáticas asociadas al aprendizaje o la enseñanza de los objetos de conocimiento matemático.

Nuestra propuesta de investigación surge de la reflexión, que como maestras en ejercicio hacemos de las prácticas de aula que desarrollamos en nuestra institución. Reconocemos que dichas prácticas corresponden a las acciones que surgen de los intereses de los estudiantes y por eso se le deben brindar a ellos ambientes de aprendizaje que faciliten que sean más competentes, interactúen, social y culturalmente, y que los lleven apropiarse de nuevos conocimientos. (ver capítulo 1 para detalles)

De acuerdo con lo anterior, nuestra propuesta se enmarca en un enfoque histórico-cultural en el que es fundamental la interacción social en la formación del ser humano y donde las prácticas sociales permiten a los estudiantes la apropiación de nuevos conocimientos, los cuales han sido constituidos a lo largo de procesos culturales e históricos.

Asimismo, tomamos aspectos de la teoría de la actividad la cual, al establecer esa relación entre lo individual, lo social y lo cultural, genera un vínculo para la constitución del conocimiento. Tal como lo menciona Leontiev A (1978) la actividad “es la unidad de vida mediatizada por el reflejo psicológico, cuya función real consiste en que orienta al sujeto en el mundo objetivo” (p. 66). Entonces desde esta teoría de la actividad el conocimiento del mundo está mediado por la interacción con él y, por lo tanto, el comportamiento y el pensamiento humano ocurren a medida que las personas realizan actividades específicas dirigidas a objetivos. De manera que, se orienta las acciones como el motor que moviliza la actividad humana en cierta dirección a satisfacer una necesidad del sujeto. (ver capítulo 3 para detalles)

Es por eso que la presente investigación se alineó bajo la pregunta: ¿Cómo el juego presentado en formato digital, contribuyen en la actividad matemática de formulación y resolución de problemas de los estudiantes de una institución de contexto rural?

Para dar respuesta a la pregunta se llevaron a cabo tres tareas que se desencadenaron de tres juegos presentados en formato digital, las cuales apuntaban a que nos proporcionaran los elementos para caracterizar esas prácticas propias de la actividad matemática de formulación y resolución de problemas en los estudiantes.

Para la producción de registros y datos empleamos instrumentos tales como la observación participante, producciones o registros de los estudiantes y material audio visual (fotografías, audio y video). Estos instrumentos de recolección y análisis permitieron identificar las heurísticas y acciones comunes que se observaron a medida que se leían los datos que se recopilaban. Todo esto con la finalidad de analizar y caracterizar todo en correspondencia con el marco teórico propuesto por la teoría de Actividad. Registros de los cuales emergieron cinco categorías de descripción de las prácticas de la actividad de resolución y tres de formulación de problemas matemáticos. (ver capítulo 4 para detalles)

El equipo investigativo para realizar el análisis de los registros resalta el marco grande de las etapas para solucionar problemas que nos han facilitado los autores como Polya (1965), Schoenfeld A. (1985), Santos (1992) quienes han sido nombrados en el marco teórico (ver capítulo 3 para detalles) etapas a las cuales nos acogemos, pero debido a que el objetivo de este proyecto es ver cómo los estudiantes llevan a cabo su actividad matemática de resolver y formular problemas, estas etapas al ser generales no nos estaban dando cuenta del cómo transcurría el estudiante de un momento a otro. Por eso, recurrimos a la teoría de la actividad ya que esta aparece con ciertos elementos centrales que nos permiten explicar el funcionamiento

desde la teoría, para lograr una caracterización de la práctica matemática de los estudiantes indagando las acciones que constituyen esos diferentes momentos. Esas son las categorías que afloraron durante la ejecución de las tareas propuestas. (ver capítulo 5 para detalles).

Este documento se conforma de seis capítulos en los cuales se presenta todo el proceso investigativo. En el primer capítulo, nombrado Justificación y planteamiento del problema, presentamos el estado del arte, la justificación y la consolidación del problema de investigación. En el segundo capítulo presentamos los objetivos a alcanzar en la investigación. En el tercer capítulo, denominado Referente conceptual, destacamos los asuntos teóricos que dieron sentido y soporte al análisis de esta investigación. En el cuarto capítulo, llamado El camino metodológico, describimos los elementos centrales del paradigma metodológico: el enfoque de investigación, las etapas de desarrollo de la investigación, instrumentos de producción y registro de datos, la presentación de las tareas propuestas, la descripción del contexto y los participantes. En el capítulo quinto, llamado Análisis de la información, presentamos el análisis a partir de los datos que obtuvimos en el trabajo de campo; relatamos los resultados de investigación a partir de la descripción y análisis de las cinco categorías de la actividad de resolución de problemas, a saber: (i) Búsqueda y tratamiento de la información, (ii) Toma de decisiones, (iii) diseño de estrategias, (iv) Comunicación y (v) Uso del conocimiento matemático y las tres categorías de la actividad de formulación de problemas, (i) Estructura semántica (ii) Estructura matemática y (iii) Estructura sintáctica. En el sexto capítulo, llamado Conclusiones, presentamos los principales hallazgos y aportes de este trabajo de investigación con relación a la pregunta que se formuló. Por último, incluimos las referencias bibliográficas y los anexos.

1 Justificación y planteamiento del problema

*Si no puedes resolver un problema, entonces hay una manera más sencilla de resolverlo:
encuétrala.*

George Pólya

La formulación y resolución de problemas matemáticos se ha considerado un aspecto importante en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas porque los toma como punto de partida para que los estudiantes se aproximen al conocimiento matemático. La importancia de estos procesos se ha incorporado en los documentos curriculares como eje estructurador de las prácticas escolares, en esa medida, las instituciones educativas los han incorporado paulatinamente en los planes de estudio y en las planeaciones de clase para promover la construcción de significados sobre los objetos matemáticos.

Polya (1965); Schoenfeld (1985); Kilpatrick (1987); Guzmán (1984) (2007); Kilpatrick, Gómez, Rico (1998); Liljedahl, Santos, Malaspina, Bruner (2016); coinciden en sus investigaciones al ver la solución de problemas¹ como medio para mejorar las habilidades y generar conocimiento matemático en los estudiantes. Estos autores expresan que los conocimientos matemáticos ganan sentido para los estudiantes desde el momento en que los ponen en juego para resolver una situación problemática. En ese mismo sentido, se encuentran los documentos oficiales del Ministerio de Educación nacional. Por un lado, los normativos como la Ley 115 (1994), la cual indica que uno de los objetivos específicos de la educación en la básica primaria es el desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos; y, de otro lado, los

¹ **Solución de Problemas:** hace referencia al campo teórico de investigación de educación matemática.
Resolución: hace referencia a la acción y proceso del sujeto de solucionar un problema.

documentos de orientación curricular como los Lineamientos Curriculares –LC-MEN (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas -EBC-MEN (2006), los manifiestan que las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido a partir de la interdisciplinariedad ya que la actividad matemática no se ve aislada a las demás áreas del conocimiento. Por último, en los de documentos de actualización curricular, tal como, Los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas -DBA- MEN (2016), se alude a los procesos de formulación y resolución de problemas matemáticos como uno de los ejes fundamentales del currículo de matemáticas en las Instituciones Educativas, proponiendo que formular y resolver problemas es un proceso básico que debe estar integrado al trabajo de aula de las matemáticas.

1.1 Sobre las investigaciones en el campo de formulación y resolución de problemas

En la perspectiva de investigación en el campo de la solución de problemas existe una amplia producción de investigación. A continuación, se referencian algunas de ellas que se consideran las más coherentes con el objeto de investigación.

1.1.1 Acercamiento a través de las heurísticas

Los trabajos pioneros sobre la formulación y resolución de problemas como medio para enseñar las matemáticas se centraron en las heurísticas, es decir, en los procedimientos para la solución de los problemas. En esta perspectiva se inscribe el trabajo de George Polya (1965) sobre los aspectos que facilitan el razonamiento en la solución de problemas. En su libro “*Cómo Plantear Y Resolver Problemas*” muestra que detrás del deseo de resolver correctamente un problema abunda el interés de comprender los caminos, medios, motivos y procedimientos para su solución.

Polya (1965) sintetiza el proceso resolución de problemas a partir de cuatro pasos:

1. Entender el problema: este paso consiste en ser capaz de contar el problema con palabras propias, en no irse a ciegas. Aquí, se identifica lo que están pidiendo resolver, a dónde llegar o qué se debe conseguir, es decir, la incógnita. Además, se fija la atención en cualquier dato interesante que puede ser importante para enfrentar y resolver el problema.

2. Concebir un plan: en este paso se aventuran posibles soluciones y se buscan diferentes caminos para elegir estrategias con las cuales resolver el problema. Es el momento para experimentar, empezar por lo más fácil, dividir el problema en partes, proponer ejemplos, realizar esquemas que permitan representar, ordenar y organizar los datos o ideas de diferentes formas. Además, aquí se puede recurrir a la memoria de algún problema parecido y a los conocimientos previos para escoger la mejor solución.

3. Llevar a cabo el plan: una vez se haya escogido la estrategia que se cree adecuada se debe seguir con su ejecución para solucionar el problema. En este momento se revisa, se comprueba si se ha llegado a la solución y se toma consciencia de lo que se ha hecho.

4. Mirar hacia atrás: en este último paso es donde se examina el camino que se ha seguido, se reflexiona sobre el proceso de cómo se llegó a la solución o, por el contrario, sobre el por qué no se ha encontrado. Se hace consciencia de las equivocaciones y aciertos que se ha obtenido. Además, la reflexión de este paso permite mirar si hay alguna forma o modo más sencillo de resolver el problema.

Así, Polya brinda un referente sobre cómo aprender a solucionar problemas, ofreciendo pautas acerca de cómo realizar el análisis detallado a un problema para encontrar respuestas. Este

análisis permite al estudiante elegir y ejecutar una estrategia (o varias) para llegar a la solución, y de esta manera, aprender los conocimientos matemáticos implicados en la solución de tales problemas. Este referente no se trata de seguir una serie de pasos o procedimientos, sino que además se haga uso de los conocimientos y habilidades de pensamiento que requiere la competencia resolución de problemas. Es por esto, que el autor hace la invitación a todos los interesados en este aspecto a interiorizar con la esencia de la educación matemática.

La solución de problemas es una escuela de la voluntad. Resolviendo problemas que parecen difíciles, el alumno aprende a perseverar pese a los fracasos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a hacer un llamado a toda su fuerza de concentración. Si el alumno no encuentra en la escuela la oportunidad de familiarizarse con las diversas emociones que ofrece el esfuerzo con vista a la solución, su educación matemática ha fallado en su objeto más esencial. (Polya G. , 1965, pág. 81)

El modelo de Polya fue el punto de partida de otras investigaciones que propusieron modelos diferentes del proceso de resolución de problemas en el contexto de las matemáticas. Estas nuevas perspectivas ampliaron las comprensiones acerca de lo que sucede cuando los estudiantes asumen el reto de resolver problemas, sobre todo, develando el tipo de habilidades que se desarrollan durante el proceso. Una de estas investigaciones es la de Schoenfeld (1985) quien en su texto *Mathematical Problem Solving* refinó a nivel práctico y empírico las heurísticas de cómo resolver problemas. Este estudio afirma que no basta con instruir a los estudiantes en la aplicación de cada una de las estrategias heurísticas. Ellos deben ser capaces de elegir los medios adecuados para cada problema y emplear las distintas heurísticas según se requiera. Si los estudiantes carecen de esa habilidad no podrán obtener beneficios de los recursos heurísticos que poseen. También enfatizó en que los currículos debían estar orientados metacognitivamente, es decir, apuntar a que los estudiantes logren tener conocimiento sobre los procesos de pensamiento y autorregulación durante la resolución de problemas.

Schoenfeld (1985) propone que, al momento de enfrentar un problema el solucionador debe recurrir a otros factores o categorías a saber:

1. Recursos: hace referencia a los conocimientos previos que debe tener el solucionador, es decir, aquellas fórmulas, conceptos, algoritmos y nociones necesarias para implementar y diseñar sus estrategias de solución.

2. Heurísticas: alude a las diferentes maneras y estrategias para solucionar problemas. Dichas estrategias dependen de los conocimientos previos de quien soluciona el problema y de cómo haya comprendido el problema.

3. Control: se refiere a que el estudiante maneje su proceso entendiendo de qué trata el problema, considere varias formas de solución, seleccione una específica, monitoree su proceso para verificar su utilidad y revise que sea la estrategia adecuada. Además, que reconozca si debe retroceder y empezar de nuevo el proceso de solución por otro camino.

4. Sistema de creencias: estas son las comprensiones y sentimientos de un individuo al resolver matemáticamente un problema, es decir, los comportamientos que van a afectar la forma en la que el estudiante se enfrenta a un problema matemático. Estos comportamientos condicionan qué tan dispuestos están los estudiantes para trabajar y aprender matemáticas.

A modo de conclusión se puede decir que las heurísticas son esas estrategias que le permiten a los estudiantes visualizar, explorar y relacionar el problema o reformularlo. Además, son técnicas muy generales que le permitirán a quienes resuelven el problema transformarlo en una situación comprensible y favorecer la búsqueda de la solución.

De acuerdo con los autores anteriores podemos asumir que en la resolución de problemas existe

distintas estrategias y en un solo problema inciden varias de ellas. Es importante tener en cuenta que en el proceso de resolución de problemas no es solo el conjunto de acciones o pasos que implemente el estudiante, sino que son todos los procesos de diferente naturaleza (matemáticos, cognitivos, metacognitivos, actitudinales, etc.) que incurren de manera diferente en los resolutores de problemas al momento de ellos enfrentarlos y lograr un aprendizaje del conocimiento matemático.

1.1.2 Acercamiento a la Solución de problemas.

Stanic y Kilpatrick (1989) como se citó en Schoenfeld, (1992) dejan ver tres interpretaciones sobre la formulación y resolución de problemas. Primero, como contexto, es decir, los problemas se emplean como rutas de ayuda de otros programas curriculares. Segundo, como habilidad que permite a los estudiantes comprender el conocimiento y la comprensión matemática de los hechos y procedimientos que han estudiado. Y tercero, como arte, en otras palabras, el corazón de las matemáticas y las matemáticas en sí.

En las investigaciones sobre el conocimiento matemático en el contexto colombiano, se aprecia el interés en particular de Miguel de Guzmán sobre la importancia de las estrategias de formulación y resolución de problemas. En su modelo de cómo formular y resolver problemas describe que el estudiante debe examinar y remodelar sus propios métodos de pensamientos, eliminar obstáculos y llegar a establecer hábitos mentales. Además, Guzmán (1984), establece las semejanzas entre el juego y la matemática, específicamente con la resolución de problemas y, por ende, presenta una forma para favorecer el desarrollo heurístico basada el juego y en las fases propuestos por Polya.

La solución de problemas desde la mirada de Liljedahl nos presenta los problemas como aquellas tareas que no pueden resolverse mediante un esfuerzo directo y requerirán alguna idea

creativa para resolver. En su libro *Problem Solving in Mathematics Education* Liljedahl deja ver su apreciación sobre los trabajos realizados por otros autores e investigadores, cuyos aportes nos ofrecen la información progresivamente según él de las más creativas heurísticas de resolución de problemas para resolver problemas reales. De los cuales, concluye que: “Los verdaderos problemas necesitan los procesos extra lógicos de creatividad, perspicacia e iluminación para producir soluciones” (Liljedahl P, 2016, pág. 19)

1.1.3 Acercamiento a la formulación de problemas matemáticos.

Así como se encuentran trabajos que estudian los procesos de resolución, hay otros que se dirigen hacia la formulación de problemas. Estos últimos, muestran una interpretación en torno al asunto de plantear problemas al momento de hablar de aprendizaje por situaciones problemáticas. Entonces, tanto el aspecto de formular como el de resolver son necesarios para la matemática. Como lo hizo ver Polya en un señalamiento al respecto:

La experiencia de un alumno en matemáticas será incompleta mientras no tenga ocasión de resolver problemas que él mismo haya inventado. Enseñando a los alumnos el modo de derivar un nuevo problema de un problema ya resuelto, el profesor logrará suscitar la curiosidad de sus alumnos (Polya G. , 1985, pág. 173).

Según los diferentes puntos de vista el concepto de formulación de problemas matemático han sido varias las definiciones dadas, Labarrere (1988) Campistrous & Rizo (1996). Este trabajo entiende la concepción dada por Gonzales (2001) quien asume “la formulación de un problema matemático con texto relacionado con la práctica, desde el punto de vista operativo, es la actividad de estudio que consiste en identificar, crear, narrar y redactar un problema matemático, en forma colectiva o individual, a partir de una situación inicial identificada o creada por la(s) persona(s) que la realiza(n)”. (p.54)

La propuesta de Kilpatrick (1987) F. Singer, N. Ellerton y J. Cai (2015), dan igual jerarquía tanto a la formulación y a la solución de problemas en la enseñanza del conocimiento matemático. Pues, vivir la experiencia de descubrir y plantear sus propios problemas es parte integral de la formación del conocimiento matemático de los estudiantes. “La formulación de problemas debe verse no solo como un objetivo de instrucción sino también como un medio de instrucción” (Kilpatrick 1987, p. 123). Es decir, la importancia de formular problemas matemáticos radica en que la veamos tanto medio como meta de la enseñanza del conocimiento matemático.

En los estudios sobre la formulación de problemas como parte esencial en los procesos de aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos Malaspina (2015) ve pertinente expresar la cita de Bonotto (2013):

El proceso de crear problemas representa una de las formas de auténtica investigación matemática, que adecuadamente implementada en actividades de clase, tiene el potencial de llegar más allá de las limitaciones de los problemas verbales, por lo menos como son típicamente tratados. Impulsar la creación de problemas es una de las formas de lograr el desarrollo de diferentes potencialidades de los estudiantes y de estimular una mayor flexibilidad mental. (p. 53)

Al realizar una mirada retrospectiva de los trabajos a cerca del proceso de formular problemas Malaspina (2016) encuentra que son menos los estudios encontrados con comparación al proceso de solución de problemas, pero, aun así, estos permiten ver y reflexionar sobre la práctica de formular en el aprendizaje matemático de los estudiantes. Además, fija su interés en las nuevas direcciones de las investigaciones sobre la formulación de problemas matemáticos como la de Singer (2013) quien vincula este proceso como una experiencia ligada a la educación matemática general y al desarrollo de habilidades, actitudes y creatividad; y también a su interrelación con la

resolución de problemas. Pues un estudiante que formule problemas es visto como un creador matemático que domina y ejecuta determinadas acciones para la solución de un problema.

1.1.4 Una mirada a los referentes curriculares

El MEN (2006) en sus directrices curriculares en el área de matemáticas habla de formar estudiantes matemáticamente competentes, y en sus documentos de referencia asume las competencias como “...un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (pág. 49). Por lo tanto, se hace necesario generar ambientes de trabajo de aula encaminados hacia la promoción de estas formas de pensamientos con los objetos matemáticos. En ese sentido, los procesos de formulación y resolución de problemas hacen parte y se constituye en un núcleo central que apoya a los estudiantes a desarrollar competencias a partir del análisis de contextos e información, de la formulación de hipótesis, del establecimiento de relaciones entre cantidades e incógnitas, de la toma de decisiones en función de un reto, de la comunicación y la argumentación de procedimientos, de la verificación de resultados, entre otras habilidades, para obtener una respuesta a la situación formulada.

Esta propuesta sobre ser matemáticamente competente avanza hacia una idea de competencia que enfatiza no solo en el saber hacer en contexto, sino que señala disposiciones e intenciones que permiten la organización de acciones intencionadas hacia un fin tomando para su ejecución las herramientas culturales propias del contexto donde se inscribe el estudiante. Así, los Estándares Básicos de competencias expresan que:

La acepción ‘ser matemáticamente competente’ presupone centrar la atención en la actividad matemática de los estudiantes, y a su disposición positiva para usar las

matemáticas en variedad de situaciones en las que éstas son la base para la toma de decisiones informadas. (MEN, 1998) (2006)

Ser matemáticamente competente se refiere al posicionamiento crítico frente a las situaciones a las que se enfrenta el estudiante que se está formando, a su capacidad de reconocer, relacionar, organizar y utilizar, de forma eficiente y eficaz los conocimientos matemáticos que poseen en la formulación y resolución de problemas. Es decir, al uso con sentido que hace el estudiante de las matemáticas para la toma de decisiones bien informadas.

Los referentes curriculares que orientan la educación matemática en el país proyectan que el aprendizaje de las matemáticas esté enfocado en que los estudiantes sean capaces de analizar situaciones y apliquen los conocimientos aprendidos en sus actividades diarias. Este uso sistemático, analítico e intencionado de las matemáticas se espera haga parte de las prácticas sociales que despliega el estudiante en las interacciones sociales: toman decisiones, exponiendo sus opiniones y siendo receptivo a las de los demás, compras y ventas, análisis de causas y posibles impactos, análisis de noticias, etc.

Para lograr la meta de formar estudiantes matemáticamente competentes², los LC proponen que las prácticas de enseñanza deben privilegiar 5 procesos generales, entre ellos, la formulación y resolución de problemas. Este énfasis marcado en torno a la formulación y resolución de problemas hace considerar que este proceso debe estar relacionado a los ambientes que rodean al estudiante. Entonces, los problemas matemáticos trabajados en el aula de clase deben ser significativos para los estudiantes, y no solo una trasmisión de fórmulas y conceptos.

² En el contexto de este trabajo ser Matemáticamente competentes se refiere a la reflexión que debe hacer los estudiantes al proceso realizado al momento de resolver algo, teniendo un hilo conductor coherente al comprender y comunicar no solo el cómo lo hizo sino también el por qué y el para qué de sus acciones.

De manera particular, en el documento de fundamentación de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje en el componente Matemáticas se expresa que:

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas se promueven por una situación problema y permiten desarrollar una actitud mental que despliega una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Los problemas que se llevan al aula de clase, pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (MEN, 2016, pág. 44)

Tomando en cuenta tanto lo expresado en los documentos de referencia curricular (LC y EBC) como en los de actualización (DBA y Mallas) la formulación y resolución de problemas es un eje fundante de la enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas en contextos escolares. Estos se promueven como procesos transversales a lo largo de toda la escolaridad para que los estudiantes avancen gradualmente MEN (2016, pág. 9).³ Además, plantean el manejo de estos procesos de formulación y resolución bajo dos perspectivas. Una, como estrategia didáctica, a través del diseño didáctico de situaciones problemáticas como espacio de interacción en clase. Otra, como habilidad de pensamiento, mediante la promoción del análisis de problemas donde el estudiante despliegue sus capacidades, habilidades y actitudes que lo conduzcan a encontrar respuestas a los retos formulados.

Por lo tanto, a partir de los documentos de orientación curricular del MEN y los estudios anteriores se ve la necesidad y pertinencia de promover la formulación y resolución de problemas en las aulas como eje central en la formación de ciudadanos competentes con las

³ Para ampliar información puede consultar en http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf

matemáticas. Pues estos muestran una comprensión de cómo los estudiantes resuelven problemas y cómo se podría llevar a cabo la enseñanza de los procesos de formulación y resolución de problemas, y lleva a la necesidad de caracterizar las diferentes prácticas matemáticas de los estudiantes al resolver problemas, para comprenderlos y emplear nuevas estrategias con el fin de que ellos mejoren sus procesos de comprensión de las matemáticas. Además, es indispensable proyectar el aprendizaje en la aplicación de los conocimientos fuera del ámbito escolar mediante la formulación y resolución de problemas reales.

En definitiva, se manifiesta que la formulación y resolución son procesos que deben estar integrados al trabajo de aula de las matemáticas, pues formular y resolver problemas mejoraría el aprendizaje de los conocimientos matemáticos. Además, estos dos procesos están entrelazados entre sí, pues, el éxito de uno tiene que ver con el éxito del otro, lo que garantiza un papel activo de los estudiantes ya que no serían solo receptores si no creadores de problemas.

1.1.5 La formulación y resolución de problemas como estrategia de enseñanza

En las secciones anteriores se ha adelantado un número de estudios que han mostrado que la formulación y resolución de problemas representan una alternativa para la enseñanza o el desarrollo de las clases del área de matemáticas. Pues, es una metodología que convierte a los estudiantes en protagonistas de su aprendizaje y les proporciona la responsabilidad y autonomía para enfrentar determinados retos. Lo que lleva a que los buenos resolutores de problemas se caractericen por disponer de un conjunto de estrategias o heurísticas que guían su accionar y que les ayudan a sobrepasar las dificultades que van descubriendo durante el proceso de resolución.

Dentro este contexto, la resolución de problemas es un mediador para el desarrollo del pensamiento matemático, pues se interactúa con aquellas situaciones que demandan la aplicación

de los conocimientos matemáticos fomentando en los estudiantes el trabajo de manera cooperativa en pro de alcanzar un objetivo. Además, junto a la capacidad de formular y resolver problemas, esta estrategia de enseñanza de solución de problemas enriquece habilidades y destrezas necesarias para vida como la toma de decisiones, capacidad de analizar e investigar y de comunicación.

Ante esto se admite que:

La resolución de problemas es un dominio insusceptible donde los estudiantes constantemente formulan preguntas, identifican conjeturas o relaciones, buscan varias maneras de sustentarlas (incluyendo argumentos formales), y comunican resultados. (Santos Trigo, 2008, págs. 17-18)

Aquí la solución de problemas es vista como esa estrategia que colocan en primer plano los procesos de la actividad matemática y media el progreso del pensamiento matemático en los estudiantes Schoenfeld (1992). En este sentido, se ve que la enseñanza de este proceso de solucionar problemas contribuye a desarrollar la capacidad de resolver, comunicar, formular y razonar matemáticamente, por lo cual se debe proporcionar a los educandos actividades de aprendizaje que involucren la solución de problemas.

En la estrategia de enseñanza basada en la resolución de problemas se destaca que la evaluación de aprendizajes se da en un marco de socialización y no mediante la repetición individual, ya que formular y resolver problemas es todo un proceso que se realiza dentro de un marco flexible, pues se da la adquisición de nuevos conocimientos, planeación de una situación inicial y de nuevas situaciones siempre en busca de encontrar varias vías de resolución.

El análisis del proceso de resolución permite conocer la evolución de las acciones de los estudiantes pues esta estrategia de enseñanza ve los problemas como el contexto que incentiva la

curiosidad de los estudiantes y los estimulan a la reflexión, brindándoles herramientas que los anima a descubrir por si mismos las vías de solución a los problemas presentados. Tal como lo expresa Polya (1985) “detrás del deseo de resolver este o aquel problema que no aporta ventaja material alguna, debe haber una honda curiosidad, un deseo de comprender los caminos y medios, los motivos y procedimientos de la solución. (pág. 6)

1.2 Una mirada a los resultados Prueba Saber y al currículo institucional en cuanto a la formulación y resolución de problemas

El Instituto Colombiano para el Fomento de la educación superior (ICFES), en la prueba SABER de matemáticas privilegia como contexto de evaluación, las situaciones problemáticas. Por lo que, declara en las matrices de evaluación, que el estudiante en la prueba va a interactuar con procesos como “simbolizar, formular, cuantificar, validar, representar, generalizar, entre otros. [...] estas actividades le permitirán al educando hacer descripciones matemáticas, dar explicaciones o seleccionar posibles construcciones” (ICFES, 2017, pág. 34).

Los procesos sobre los cuales se concentra SABER se organizan en tres bloques de competencias, a saber:

1. **Razonamiento y argumentación:** esta competencia hace referencia a la capacidad de los estudiantes para proponer ideas, opiniones, identificar esquemas y expresarlos matemáticamente. Además, de saber justificar las estrategias y procedimientos desarrollados en las situaciones problemas propuestos.
2. **Comunicación, representación y modelación:** se refiere a la capacidad que tiene el estudiante para describir las relaciones matemáticas, expresar ideas, interpretar, utilizar variables y describir sus argumentos de forma oral y escrita.

3. Planteamiento y resolución de problemas: es la capacidad para formular problemas a partir de situaciones, aplicar diversas estrategias para dar solución al planteamiento, justificar, verificar e interpretar la elección del método para la solución del problema.” (ICFES, 2017, pág. 34).

Estas competencias estructuran los contenidos curriculares, agrupados en 3 bloques: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio. Siguiendo esta organización, en las pruebas SABER se indaga el nivel de competencia alcanzada por los estudiantes para brindar resultados que sirvan de indicadores para que, las instituciones educativas diseñen planes de mejoramiento de la calidad de la educación, en este caso, de la educación matemática. El carácter periódico de la prueba brinda la posibilidad de hacer seguimiento a los desempeños de los estudiantes.

Cabe anotar que, pese a que la prueba SABER no evalúa todos los contenidos del área de matemáticas, puede ser tomada para analizar el proceso de formación que se está llevando a cabo en una institución educativa. Justamente, con el informe por colegio que remite el ICFES, cada institución puede revisar el proceso que ha sido objeto de evaluación y analizar su contexto y factores escolares que están incidiendo en tales resultados.

Los resultados de la prueba se organizan en cuatro categorías de desempeño, donde se ubican los estudiantes de acuerdo con un nivel alcanzado: Insuficiente, Mínimo, Satisfactorio y Avanzado. (ver Figura 1 y Figura 2) En cada categoría se describen las habilidades y conocimientos, detallando las acciones que realiza el estudiante para responder correctamente las preguntas formuladas.

Ahora bien, debido al interés de la investigación, se centrará la atención en el análisis de resultados del componente numérico-variacional, enmarcado en la competencia de planteamiento y resolución de problemas. El ICFES define el componente numérico-variacional como:

Aspectos asociados a los números y la numeración, su significado y la estructura del sistema de numeración; las operaciones, sus propiedades, su efecto y las relaciones entre ellas; el reconocimiento de regularidades y patrones que implica establecer cuál es el cambio constante de una serie de valores o cómo estos se comportan, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal en contextos aritméticos y geométricos, el lenguaje simbólico (algebraico) articulado entre convenciones y esquemas o representaciones introductorias al manejo de variables, a la variación inversa y el concepto de función. (ICFES, 2017, pág. 35)

A continuación, se analizan los resultados obtenidos en las pruebas SABER en 3° y 5° en el área de matemáticas a lo largo de los años 2014 - 2017 en la institución educativa Rural San Miguel del Tigre.

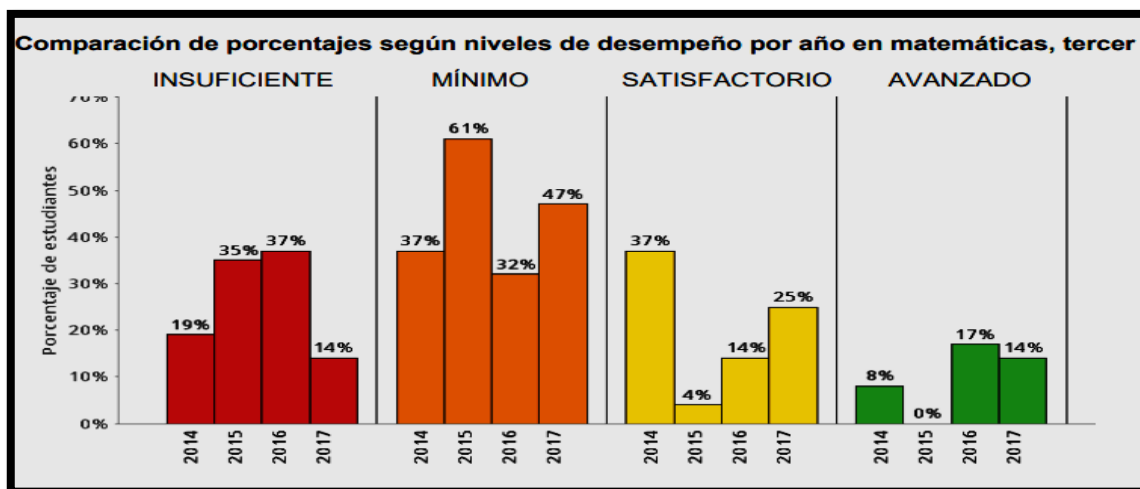


Figura 1 Comparación de porcentaje según niveles de desempeño por año en matemáticas de tercero. Fuente: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Recuperado el 11.10.2018

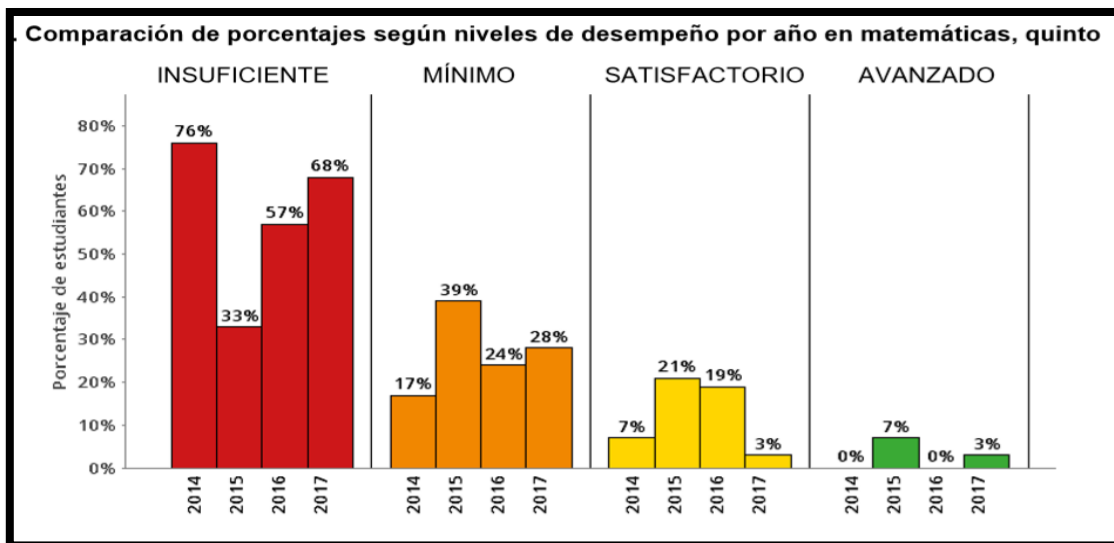


Figura 2 Comparación de porcentaje según niveles de desempeño por año en matemáticas de quinto.
Fuente: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Recuperado el 11.10.2018

La información contenida en la Figura 1 y Figura 2 muestran el desempeño obtenido en las pruebas SABER por los estudiantes de tercero y quinto respectivamente. En términos generales, se concluye que los estudiantes de tercero tienen mejores desempeños que los estudiantes de quinto, ya que los porcentajes de desempeño de grado quinto se concentran en el nivel insuficiente. Además, el grado tercero desmejoró sus desempeños entre los años 2015 y 2016, con un repunte de mejora en los resultados en el año 2016 (ver nivel insuficiente). Por su parte, el panorama de quinto grado es más preocupante, pues si bien entre los años 2014 – 2017 hubo variaciones la tendencia al desempeño insuficiente se mantiene. De acuerdo con estas fluctuaciones, se puede decir que en quinto grado la mayoría de los estudiantes no han alcanzado el nivel esperado (satisfactorio o avanzado).

Al analizar el componente numérico variacional y sus aprendizajes asociados para quinto grado, se observa que los estudiantes tienen dificultades al resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación y fallan en la

interpretación de condiciones necesarias para su solución. Además, cometen errores al resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. Situación similar sucede cuando abordan procesos de formulación y resolución de problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa o que involucran los diferentes significados de la fracción.

Los aprendizajes evaluados en quinto grado develan la necesidad de revisar de manera detallada cómo se aborda el proceso de formulación y solución de problemas en el contexto institucional, puesto que es notorio que en este nivel de escolaridad la mayoría de los estudiantes no han desarrollado las habilidades y capacidades esperadas en torno al proceso evaluado.

Es importante mencionar que, a lo largo de los años comparados, se ha presentado un aumento en el porcentaje de estudiantes con resultados insuficientes en los procesos evaluados, ubicando a la Institución Educativa por debajo del promedio nacional y de la Entidad Territorial Certificada (ETC) (ver Tabla 1). La reiteración de resultados puede considerarse un indicador de que en la Institución Educativa es necesario atender el tratamiento didáctico que se realiza en torno a los procesos de formular y resolver problemas.

Tabla 1 Reporte individual de resultados (2017)

	Desempeño	Estudiantes Tercero	Desempeño	Estudiantes Quinto
Nivel de desempeño del colegio Mínimo (300) puntaje promedio	Insuficiente	5	Insuficiente	21
	Mínimo	15	Mínimo	5
	Satisfactorio	7	Satisfactorio	0
	Avanzado	2	Avanzado	1
	Total	29	Total	27
				Nivel de desempeño del colegio Insuficiente (261) puntaje promedio

1.3 Programa para la Transformación de la Calidad Educativa de la Institución Educativa Rural San Miguel del Tigre (PTA)

Debido a los bajos resultados obtenidos en las Pruebas Saber, la Institución Educativa Rural San Miguel del Tigre se encuentra focalizada por el programa de Transformación De La Calidad Educativa Todos a Aprender (PTA). El programa tiene como objetivo acompañar las instituciones a través de trabajos en comunidades de aprendizaje de maestros para ajustar prácticas de aula, reflexionar sobre elementos curriculares, diseñar estrategias de aula, acompañar el desarrollo de las clases para tomar insumos, y en general, configurar estrategias institucionales para lograr el mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes de Básica Primaria priorizando las áreas de Matemáticas y Lenguaje.

En el marco del acompañamiento situado brindado por el PTA, los docentes se reúnen en Comunidad de Aprendizaje (CDA), donde sostienen conversatorios sobre sus fortalezas y debilidades en sus prácticas de enseñanza. En las memorias y actas de reunión de la CDA se pueden identificar que los docentes han expresado su preocupación frente al proceso de planteamiento y resolución de problemas, como se observa en los siguientes apartados:

“Mi mayor dificultad ha sido que los estudiantes no comprenden a la hora de leer los problemas matemáticos y no saben sacar los datos para darle solución a las situaciones matemáticas”. (IERSMT, Acta N°4, 2018)

“El grado 4° demuestra mayor dificultad en la resolución de problemas, ya que los estudiantes preguntan qué operación deben realizar, sin embargo, se evidencia que han mejorado un poco cuando yo les explico según el contexto” (IERSMT, Acta N°8, 2018)

Al interpretar lo expresado por los docentes se puede decir los estudiantes no evidencian buena comprensión de los problemas planteados por los docentes en el aula de clase, lo que

influye directamente en su proceso de resolución, pues, al no comprender lo que le pide el problema no podrá buscar las estrategias o caminos para su solución. Esta dificultad es tangible en tanto se observa que los estudiantes preguntan qué operación deben realizar, situación que refleja que ellos no han construido significados para las operaciones y les cuesta reconocer los modelos usuales donde las operaciones con números naturales cobran sentido. De ahí que los estudiantes indaguen solo por el tipo de cálculo que tienen que emplear para dar solución al problema planteado.

Para proyectar acciones de mejora que permitan focalizar la problemática en torno a la formulación y solución de problemas, la institución educativa incorpora en su del Plan de Mejoramiento Institucional (2015-2018) elementos como:

- ✓ Actualizar y ajustar las mallas curriculares de las áreas de Matemáticas y Humanidades, de acuerdo con los lineamientos del MEN, sobre todo en las competencias de comprensión lectora y resolución y formulación de problemas.
- ✓ Con el apoyo del programa de todos a aprender socializar y ampliar lo que se tiene de acuerdo con lo que el MEN tiene plasmado en los estándares. (IERSMT, 2015)

De esta manera, se espera que las prácticas de aula se fortalezcan y privilegien ambientes donde los estudiantes analicen y establezcan relaciones entre la información del problema, identifiquen de cantidades relevantes, relacionen el contexto donde se desarrolla el problema, formulen enunciados de situaciones, tomen decisiones sobre la información dada, determinen cantidades constantes o variables, diseñen estrategias de solución, experimenten alternativas de solución, validen sus resultados en contexto, comuniquen y expliquen sus acciones, entre otras acciones propias del proceso de formulación y resolución de problemas.

Esta intencionalidad declara amerita que en la institución debe priorizarse la formación de los estudiantes en la competencia matemática de formulación y resolución de problemas, para lograr mejorar el desarrollo del pensamiento matemático y, por ende, los resultados en las pruebas censales.

Si bien los resultados de las pruebas SABER señalan unas falencias en los desempeños de los estudiantes evaluados, es necesario un acercamiento directo al proceso que están empleando los estudiantes con los que se espera realizan el trabajo de campo. Así, para identificar si ellos presentan dificultades similares a las descritas en el análisis de los resultados se aplicó una tarea diseñada por las maestras investigadoras en torno a la solución de problemas en el marco de las estructuras multiplicativas. A continuación, se presentan algunos registros del desarrollo de situaciones de aula propuestas a los estudiantes por las investigadoras.

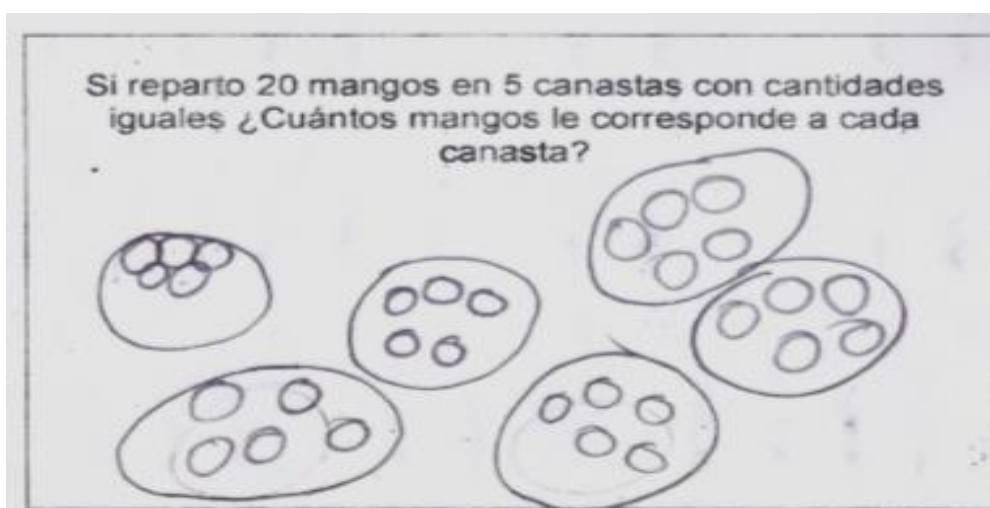


Figura 3 solución del problema propuesto en el aula de clase por las investigadoras por un estudiante de 4°.

En este registro se observa que el estudiante da solución a la situación a través de un gráfico (ver Figura 3) donde plasma las relaciones establecidas entre las cantidades. En primer lugar, se nota que el estudiante aplica la noción de repartición de cantidades puesto que en cada

canasta ubica una cierta cantidad de mangos. En segunda instancia, se observa que para él los números 20 y 5 no significan lo mismo, 20 hace referencia a la cantidad de mangos a repartir (dividendo) y 5 alude a la cantidad de elementos que deben ir en cada canasta, pese a que este último significado no sea el enunciado en el problema. En ese orden de ideas, en la resolución de problemas, el estudiante emplea solo un significado de la división, repartir de a...un cierto número, dejando de lado otro significado relacionado con formar n grupos.

En el salón de grado 4ª los estudiantes están ahorrando \$500 por semana. Si son 22 estudiantes ¿cuánto dinero recogen en mes?

$$\begin{array}{r} 500 \\ \times 22 \\ \hline 1000 \\ 10000 \\ \hline 2000 \end{array}$$

Rta: 2000 por semana

Figura 4 solución del problema propuesto en el aula de clase por las investigadoras por un estudiante de 4°.

En la Figura 4 se observa que el estudiante para plantear una solución solo toma los datos numéricos que están explícitos en el enunciado. Además, reconoce que por cada estudiante se recogen \$500 por semana y que, si son más estudiantes, la cantidad de dinero aumenta y se obtiene a partir de una multiplicación. Es decir, el estudiante identifica la relación de covariación entre la cantidad de estudiante y el dinero recogido, y en función de ello procede a realizar los cálculos. Sin embargo, no tiene en cuenta la unidad de tiempo por la que se indaga “una semana” y considera que ha terminado el problema al realizar una operación. Tampoco se preocupa por contrastar el resultado obtenido en la multiplicación con el contexto del problema ya que no se percata que \$2000 es muy poco dinero para la recolecta de un 1 día.

De otra parte, en la gestión de las situaciones en la clase, los estudiantes generalmente expresan a la docente preguntas como: ¿Qué operación debo realizar?, ¿es una suma o resta?, ¿debo multiplicar profe?, ¿no entiendo lo que dice el problema?, develando que hay dificultades en el momento de formular y plantear un problema. Quizás solo se guían por los algoritmos convencionales de las operaciones para calcular los resultados con las cantidades dadas en la situación o intentan aplicar algunas de las técnicas que han aprendido en las clases anteriores.

Ante el desarrollo y manifestaciones encontradas en la Figura 3 y Figura 4, las reflexiones y preocupaciones de los maestros expresadas en las CDA, los bajos resultados obtenidos por los estudiantes evaluados en las pruebas SABER en el área de matemáticas, se identifica que existen dificultades para comprender, formular y solucionar un problema. Por tanto, es pertinente que desde las clases de matemáticas se brinde un contexto detonador de la actividad matemática de los estudiantes en relación con la competencia de planteamiento y resolución de problemas.

1.4 Consideraciones del uso de recursos digitales en la actividad matemática y en el contexto rural.

En la actualidad el mundo se enfrenta al reto sin precedentes por el coronavirus. Esta pandemia ha provocado muchos cambios en todos los ámbitos, pues es un escenario de incertidumbre que está cambiando el comportamiento de las personas, ha diversificado la forma de trabajar de las empresas y escuelas, echando mano a los recursos que ofrece la tecnología y el trabajo a distancia.

En el ámbito educativo, gran parte de las medidas que el país ha adoptado ante la crisis sanitaria tiene que ver con la suspensión de las clases presenciales en todas las instituciones educativas, lo que ha dado paso al despliegue de modalidades de aprendizaje a distancia, mediante la utilización de una diversidad de formatos y plataformas digitales. Dichas medidas

están contempladas en la normatividad impulsada por el MEN para atender la emergencia sanitaria como:

- ✓ Decreto 660 de 2020: Por el cual se dictan medidas relacionadas con el calendario académico para la prestación del servicio educativo, en el marco del Estado de Emergencia Económica, Social y Ecológica.
- ✓ Circular 11 de 2020 (MEN - MINSALUD): Recomendaciones para prevención, manejo y control de la infección respiratoria aguda por el nuevo coronavirus, en el entorno educativo.
- ✓ Circular 19 de 2020. Orientaciones con ocasión a la declaratoria de emergencia sanitaria provocada por el coronavirus COVID-19.
- ✓ Circular 21 de 2020: Orientaciones para el desarrollo de procesos de planeación pedagógica y trabajo académico en casa como medida para la prevención de la propagación del coronavirus (COVID-19), así como para el manejo del personal docente, directivo docente y administrativo del sector educación.
- ✓ Directiva 04 de 2020: Orientaciones en el uso de tecnologías en el desarrollo de programas académicos presenciales.
- ✓ Directiva 06 de 2020: Uso de tecnologías en el desarrollo de programas de Educación para el Trabajo y Desarrollo Humano.
- ✓ Directiva 11 de 2020: Orientaciones para Continuar con el trabajo académico en casa, la organización del calendario académico y el retorno gradual y progresivo a los establecimientos educativos. (MEN, 2020, pág. 257)

En las anteriores normativas se puede ver que los recursos tecnológicos y herramientas digitales han sido una respuesta clave, y hoy, las plataformas educativas online y offline son una

realidad que llegó para quedarse. Herramientas como los teléfonos inteligentes, las tabletas, los computadores, las videollamadas empleando Zoom y Meet están viviendo un auge entre el ámbito educativo puesto que permiten mantener la comunicación entre la comunidad educativa y han ayudado a darle continuidad al proceso educativo.

Cabe recordar que los participantes de esta investigación habitan una zona rural y no cuentan con recursos económicos para disponer del servicio de internet de forma permanente. Así, el teléfono celular se convierte en el único recurso que tienen para comunicarse con el resto de comunidad, como herramienta de diversión, como posibilidad de acceder a información y con la practicidad de la portabilidad. Entonces, la institución educativa en la que se llevó a cabo esta investigación no fue ajena a estas circunstancias, por ende, las investigadoras aprovecharon el contexto de los juegos digitales como un escenario propicio para poner a los estudiantes en la actividad de solución de problemas y lograr trabajar en unas condiciones específicas de acuerdo a las dinámicas impuestas por la pandemia. Por eso, la propuesta de trabajar en matemáticas a partir de juegos en formato digital responde a la accesibilidad que pueden tener los estudiantes a un teléfono celular y a la posibilidad de recargas para disponer de conexión a internet.

Gracias a lo que el mundo ha vivido estos últimos meses por la pandemia, se ha evidenciado los límites de los sistemas educativos, al recurrir a la enseñanza a distancia para mantener las relaciones entre la escuela, estudiantes y el conocimiento. Los recursos digitales han sido ese puente que ha permitido continuar la comunicación, pero se han convertido también en todo un reto, pues las dificultades van más allá de los temas de conectividad y de recursos, pues, los contextos rurales exigen una educación que responda a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, para lograr una mejora y cerrar la brecha de desigualdad.

Es por eso que el gobierno nacional ha asumido desafíos orientados a cerrar esas brechas e impulsar el desarrollo integral y el bienestar de los estudiantes del contexto rural, y desde el Ministerio se ha creado estrategias para la garantía de permanencia escolar con acciones como:

- ✓ El fortalecimiento de la prestación del servicio educativo a través de la dotación de material educativo correspondiente a los Modelos Educativos Flexibles Escuela Nueva, Post primaria Rural, Caminar en Secundaria, Aceleración del Aprendizaje y Media Rural a 23 Secretarías de Educación de Entidades Territoriales Certificadas.
- ✓ El trabajo con el Ministerio de Tecnologías de la Información y Comunicaciones (MinTIC) en el Proyecto Nacional de Acceso Universal para Zonas Rurales del MinTIC ha permitido avanzar en la conectividad de las zonas rurales del país. Con este proyecto se pretende llevar conectividad a internet a cerca de 10 mil centros poblados hasta el 2029. (MEN, 2020, pág. 240)

Además, en abril de 2020 con el propósito de brindar condiciones para garantizar la permanencia en el sistema educativo de los niños, niñas, adolescentes y jóvenes, el MEN ha desarrollado 3 estrategias que buscan apoyar a los hogares más vulnerables del país.

- ✓ La primera busca facilitar el acceso de conectividad a docentes, padres de familia y estudiantes de zonas rurales y urbanas del país, a través de una opción de navegación gratuita de la versión móvil de la Plataforma Aprender Digital Colombia Aprende, sin consumir datos, para los usuarios con servicios de telefonía móvil (voz y datos) en la modalidad de prepago y pospago de hasta dos UVT. El acceso gratuito a este portal se convierte en una oportunidad de aprovechamiento de material pedagógico a través de los teléfonos móviles.

- ✓ La segunda estrategia es el programa de última milla, enfocado a llevar internet a bajo costo a hogares de estrato 1 y 2. Con este programa, denominado Hogares Digitales para la Educación, se hace un llamado a los estudiantes que vivan en hogares de estrato 1 y 2 para que revisen quién presta el servicio en su municipio, y llamen para adquirir el servicio. En la página web del MinTIC se encuentra el listado de municipios que se verán beneficiados por esta iniciativa y los operadores.
- ✓ Con la tercera iniciativa, realizada en articulación con Computadores para Educar, se entregaron a docentes y estudiantes de zonas rurales 83.345 computadores con contenidos educativos de la Rendición de cuentas y agradecimiento 2019 - 2020 pág. 242 Plataforma Aprender Digital precargados, esto es, que funcionan con o sin conectividad; beneficiando a 79.345 niños, niñas, adolescentes y jóvenes de 750 instituciones educativas distribuidas en 291 municipios de los 32 departamentos del país, y a 4.000 para uso de los docentes. (MEN, 2020, pág. 241)

Estas acciones por parte del ministerio de educación dejan ver la importancia y el giro que han tomado los recursos digitales en la práctica educativa, pues estas han permitido seguir con la formación docente, el mejoramiento de los espacios de aprendizaje y fomentar trayectorias educativas tanto en zonas urbanas y rurales. Ratificando así que la educación es el camino que lleva al progreso social de nuestro país.

De otra parte, la literatura Gros (2016) Maquilón (2016) Santos (2016) Guzmán (2018) señala que con el uso de las nuevas tecnologías ayuda a dibujar nuevas rutas para que los estudiantes aprendan un conocimiento disciplinario, en este caso el del saber específico de las matemáticas.

Gros (2016) refiere que la implementación de la tecnología está cambiando lo que

aprendemos, la manera de cómo aprendemos, el lugar dónde se aprende y el tiempo cuándo aprendemos, pues la presencia de la tecnología ofrece nuevas oportunidades para satisfacer las necesidades individuales de aprendizaje. Nuestro mundo está en constante cambio, siendo la tecnología digital un factor influyente en la forma de realizar las actividades diarias. Es por eso, que la enseñanza y el aprendizaje tienen que ir de la mano de la evolución tecnológica incorporando actividades de aula que implementen estos recursos, para brindar a los estudiantes una formación creativa, ingeniosa y productiva.

La incorporación de las nuevas tecnologías digitales en los procesos curriculares, no solo se destaca en la actualidad, ya venía siendo acuñado por los fines mismos de la educación: “la promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo”. (MEN, 1994, pág. 4)

De manera puntual, al referirse a los procesos que despliegan los estudiantes en experiencias de resolución de problemas con el uso de herramientas digitales, Santos (2016) expresa que: “Al ocuparse de tareas matemáticas, los estudiantes, con el uso de la tecnología, tienen la oportunidad de confiar en los recursos tecnológicos para representar y explorar formas de comprender conceptos matemáticos y resolver problemas matemáticos” (pág. 74)

Además, el conocimiento matemático está perfectamente acoplado con el desarrollo de las tecnologías, en particular las tecnologías digitales. Leung (2011) afirma que “una razón pedagógica para usar la tecnología es capacitar a los alumnos con habilidades ampliadas o amplificadas para adquirir conocimiento [...] la tecnología puede potenciar sus habilidades cognitivas para razonar de manera novata” (pág. 327). Dicho de otra manera, los estudiantes, con

el uso de la tecnología digital, pueden explorar y mejorar sus formas de razonar para formular y apoyar conjeturas, pues, aunque sean principiantes o inexpertos se les facilitará aprender rápido.

El uso de las tecnologías puede facilitar y enriquecer las discusiones matemáticas dentro y fuera de la comunidad de aprendizaje, pues estas diferentes herramientas les permite buscar, aprender, ampliar, representar y comunicar cualquier actividad relacionada con la resolución de problemas matemáticos. Tal como, lo muestra la siguiente figura:

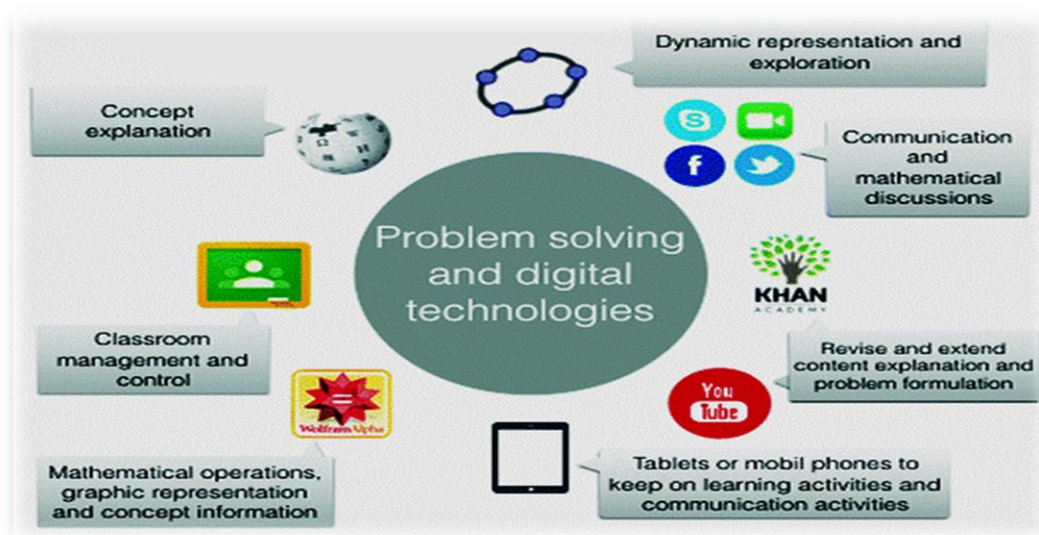


Figura 5 El uso coordinado de herramientas digitales para involucrar a los estudiantes en experiencias de resolución de problemas. Fuente: Santos Trigo 2016.

Gros (2016) afirma que "la tecnología debe permitir y acelerar las relaciones de aprendizaje entre profesores y estudiantes y entre estudiantes y otros socios de aprendizaje, como compañeros, mentores y otros con intereses de aprendizaje similares" (p.18). Es decir, las tecnologías podrían expandir las formas en que aprenden y se relacionan los estudiantes y toda la comunidad de aprendizaje, ya que permite que compartan, discutan y participen cooperativamente en la construcción del conocimiento matemático.

Por otra parte, en contextos escolares la implementación de las TIC's favorece las diversas dimensiones de la niñez (Carmona, 2016).Específicamente, en la resolución de problemas este autor evidenció que cada niño soluciona las situaciones problemáticas presentes en aplicaciones multimedia de manera autentica, personal y particular.

Retomando los argumentos e ideas expuestas por los autores señalados, se tiene que existe una relación positiva entre la resolución de problemas con mediación de la tecnología y el uso de herramientas digitales en contextos escolares. En primera instancia porque los recursos tecnológicos funcionan como instrumentos con los que los estudiantes amplían su actividad matemática de resolución de problemas y se fortalece el aprendizaje cooperativo. Además, disponer de un recurso digital apoya la experimentación, la toma de decisiones y la validación de resultados, brindando mayor confianza a los estudiantes en su proceso de resolución de la situación dada. Asimismo, disponer de espacios de aula vinculados con la tecnología pueden ser un medio que le permita a los estudiantes reforzar y construir conocimientos de manera fácil y diferente. En definitiva, se evidencia la necesidad de presentar nuevas tareas de resolución de problemas que le permitan al estudiante desplegar su actividad matemática.

1.5 Formulación del problema de investigación

Retomando las ideas centrales de los ejes revisados en cuanto la Solución de Problemas a partir de la investigación, nos damos cuenta que las diversas perspectivas teóricas nos brinda los momentos generales que enmarcan dicho proceso y los cuales nos guían para analizar una situación de problema. En el eje de la enseñanza, nos permitió reconocer como este proceso es fundamental para acercar a los estudiantes a nuevos conocimientos matemáticos y su aplicación en las actividades del diario vivir. También teniendo en cuenta los resultados y el contexto de la

institución educativa reafirmamos como el proceso de formulación y resolución de problemas son necesarios para el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes y como estrategia mediadora para potencializar la actividad matemática de los estudiantes en la enseñanza de este conocimiento debe ser una prioridad.

Finalmente, la presente investigación, busca aportar al campo de educación matemática desde el reconocimiento de estrategias que permitan el desarrollo de habilidades en su actividad matemática en los educandos y que potencien el proceso de formulación y resolución de problemas, pues estos dos procesos son vistos como practicas matemáticas que permiten desplegar la actividad matemática de análisis, reflexión, síntesis y que dan pie al gusto e interés por aprender.

En este orden de ideas, atendiendo a las necesidades de los estudiantes este proyecto se orienta a partir de la siguiente pregunta de investigación: ***¿Cómo el juego presentado en formato digital contribuye a la actividad matemática de formulación y resolución de problemas de los estudiantes de una institución de contexto rural?***

2 Objetivos

2.1 Objetivo general

Caracterizar la contribución del juego presentado en formato digital, como mediador en la actividad matemática de formulación y resolución de los estudiantes del grado 4° en una institución de contexto rural.

2.2 Objetivos específicos

- Describir las prácticas matemáticas de los estudiantes en la actividad de formulación y resolución de problemas en el pensamiento variacional en una institución rural.
- Analizar el papel del juego presentado en formato digital en la actividad matemática de los estudiantes en formulación y resolución de problemas en el pensamiento variacional en una institución de contexto rural.

3 Referente conceptual

3.1 Mediación: sujeto-objeto-instrumento

Dentro del campo general de la psicología histórica – cultural Daniels (2003) identifica como concepto clave en todo el estudio de Vygostky a *la mediación*, esta es un sello característico de la conciencia humana al estar asociada con el uso de herramientas. Además, esta idea abre el camino para entender cómo los mediadores funcionan como medios por los que el individuo recibe la acción de factores sociales, culturales e históricos y actúa sobre ellos.

Se entiende a la mediación como toda aquella actividad que genere o construya habilidades y procesos mentales superiores a partir del uso de las herramientas como los símbolos o el comportamiento de un ser que cumple su papel de mediador. Como proceso la mediación busca que las personas logren su desarrollo humano, su autonomía, su conciencia y transformar su cognición. En este sentido, la mediación es la que está con varios intermediarios (los instrumentos psicológicos y el contexto o ambiente socio-cultural) entre el sujeto que aprende y el objeto de conocimiento. Esta facilita a los sujetos interiorizar y transformar las ayudas que reciben de otros, usando los medios que le guían la forma de adquirir un aprendizaje.

El desarrollo de mecanismos de comportamiento y de los procesos mentales en los seres humanos está asociado con el uso de herramientas. Entonces esos procesos mentales que están mediados por aquellos instrumentos son llamados *funciones psicológicas superiores* pues, son el resultado de la adquisición y dominio de los instrumentos psicológicos, pero sobre todo son construcciones sociales. Al respecto (Vygotsky, 1978) dice que:

El uso de medios artificiales, la transición a la actividad mediata, cambia fundamentalmente todas las funciones psicológicas, al tiempo que el uso de herramientas ensancha de modo ilimitado la serie de actividades dentro de las

que operan las nuevas funciones psicológicas. En este contexto, podemos emplear el término de función psicológica superior, o conducta superior, al referirnos a la combinación de herramienta y signo en la actividad psicológica. (p. 92)

Vale aclarar que, Vygotsky identifica en los individuos tanto funciones elementales como superiores y para entender al individuo, primero se debe entender las relaciones sociales en la que éste se desenvuelve ya que de estas relaciones depende las conductas y pensamientos de un tejido social. Ayora (2014) explica que:

Las funciones psicológicas elementales son naturales, dependen del entorno o sea su estimulación ambiental (no consciente), en cambio las funciones psicológicas superiores dependen de la autorregulación y su estimulación, en consecuencia, la intelectualización que regulan la conducta, las cuales son de naturaleza social (consciente). (p 13)

Según Wertsch (2007) en el pensamiento de Vygotsky se puede encontrar la mediación como un asunto de medios de estímulos, es decir como una cuestión de significados y construcciones semióticas. El uso de signos como mediadores de las funciones psicológicas superiores lleva a la transformación del sujeto y mediante su existencia en un campo de actividad humana estos signos van adquiriendo significado y valor.

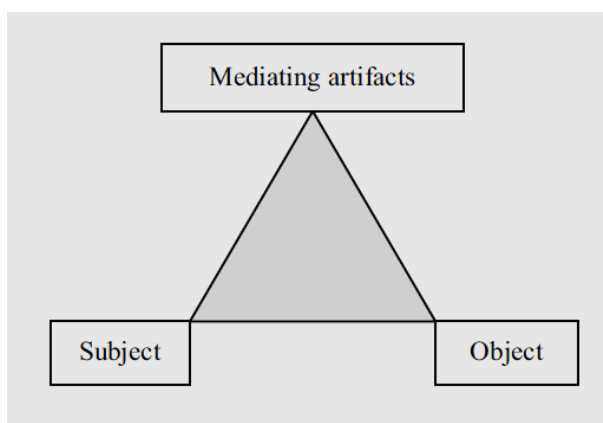


Figura 6 Modelo de la estructura de mediación en
Fuente : (Vygotsky, (1978), pág. 23)

La idea de Vygotsky de mediación cultural de acciones o mediación instrumental la presenta en las relaciones que hay entre el sujeto, objeto a través de los artefactos (ver Figura 7). En este modelo él representa las interacciones posibles entre sujeto y objeto, las cuales pueden que no estén mediadas y son

directas, o bien estén mediadas por los artefactos disponibles culturalmente.

Los instrumentos psicológicos son producto de la experiencia humana acumulada ya que son de origen social, y al mismo tiempo, son recursos para dominar los procesos mentales. Además, estos son presentados por un adulto a los niños para que ellos los adquieran y los dominen. Por lo tanto, el punto de inicio del desarrollo de un proceso mental superior en los niños puede empezar con la experiencia o situación de comunicación con un adulto.

En Daniels (2003) encuentra a los instrumentos psicológicos:

Como recursos para dominar los procesos mentales y la conducta, por otra parte, los instrumentos técnicos se utilizan para provocar cambios en otros objetos. En lugar de cambiar objetos del entorno, los instrumentos psicológicos son medios para influir en la mente y en la conducta de uno mismo o de otros. (p.24)

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede decir que desde la perspectiva Vygotskiana se puede reconocer que el ser humano es un agente activo de su desarrollo a través de sistemas culturales externos gracias al uso de instrumentos que están disponibles en el lugar y momento dado.

Estos instrumentos son medios para influir la mente y conducta en la actividad humana, pues el desarrollo y aprendizaje de cada individuo es la construcción de los saberes culturales que se tiene como resultado de la interiorización.

3.2 Teoría de la Actividad

La relación que establece el ser y el mundo se da a través del pensamiento. Vygotsky (1986) en su enfoque histórico-cultural, reconoce que las interacciones sociales, culturales e históricas en el desarrollo individual de una persona son fundamentales en la apropiación de los conocimientos. Estas interacciones que se dan entre los sujetos de una colectividad involucran una actividad que les facilita relacionarse y aprender sobre el mundo, aquí el aprendizaje se ve influenciado por la

cultura que lo compone puesto que, esta coloca a disposición de los individuos ciertos instrumentos que le permite llegar a conocer y así el individuo no tendrá que reinventarse para si todo el conocimiento construido por la humanidad entera.

La teoría de la actividad es el aspecto conceptual, dentro de la psicología histórico-cultural, que ha guiado este trabajo para el análisis de las prácticas educativas que se desarrollaron a partir de tareas mediadas por el juego presentado en recursos digitales. En L.S. Vygotsky, creador de la psicología histórico-cultural, se encuentran las bases de la teoría de la actividad humana. Posteriormente, como responsable de la formulación general encontramos a A.N. Leóntiev. Asimismo han contribuido a su explicación, investigadores como A.R.Luria; P.Y. Galperin; V.V. Davíдов; V.P. Zínchenko, entre otros.

A partir de la base de esta teoría, Daniels (2003) nos plantea que en Vygotsky se encuentra que, lo social es la esencia de lo psíquico y el carácter mediatizado de la psiquis humana es a través de los signos y los instrumentos (instrumentos psicológicos). Además, desde el fundamento de esta teoría se indica que no existe sujeto sin actividad, puesto que, no se puede ver el sujeto fuera de su actividad ya que esta es la que construye la conciencia. Se entiende también que la actividad se ve primero, a nivel social, y más tarde, a nivel individual; primero, entre personas, y después, en el interior del propio del individuo.

A las ideas anteriores del modelo de la actividad le surgen nuevos elementos de la mano de Leontiev (1972) al formular que en la relación del individuo con el ambiente debe existir la acción de la colectividad. Este autor explica la diferencia fundamental entre una acción individual y una acción colectiva. Pues Leontiev, analiza la actividad como aquello que permite comprender la constitución de la conciencia humana como un fenómeno colectivo y no como un fenómeno individual.

Leontiev (1978) dice que la actividad “es la unidad de vida mediatizada por el reflejo psicológico, cuya función real consiste en que orienta al sujeto en el mundo objetivo” (p. 66). En este sentido, la actividad es un sistema que tiene una estructura, transformaciones y transiciones que depende de cada hombre, del lugar que este ocupe en su comunidad y de cómo se vaya formando en sus situaciones individuales, pues la actividad es esa relación que existe entre el hombre y la sociedad enfrentada a él.

Al respecto (Dávídov, 1988) también nos dice que la actividad es:

La relación del sujeto humano como ser social hacia la realidad externa, relación mediatizada por el proceso de transformación y cambio de esta realidad. La forma inicial y universal de tal relación son las transformaciones y los cambios instrumentales dirigidos a una finalidad, realizados por el sujeto social, de la realidad sensorial-objetal, o sea, la práctica material productiva de las personas. (p,11)

Entonces, la actividad la vemos como la relación del sujeto como ser social hacia la realidad externa, teniendo como base la interacción, donde el sujeto hace de su práctica un objeto de reflexión y transforma su acción para así construir su conocimiento y cambiar su realidad. El sujeto al reflexionar delibera sobre sí mismo y a través de la acción y los instrumentos que le proporciona la cultura, el sujeto tiene la posibilidad de transformar y resignificar su práctica.

Como lo menciona Leintiev (1978) el desarrollo humano se estructura a partir de la actividad social e histórica de los individuos, pues, el desarrollo de la psiquis humana se logra por la apropiación de la cultura humana material, simbólica producida y acumulada objetivamente a lo largo de la historia de la humanidad.

Siguiendo con los aportes de Leontiev (1978) encontramos que él propone dos clases de actividad, la actividad externa, práctica, y la actividad interna, teórica, las cuales permiten conducir los análisis a las formas en que ambas trascurren. Lo anterior, llevó a este autor a

construir una estructura de actividad, en la cual resalta lo fundamental y lo que diferencia una actividad de otra. Cabe resaltar que dichos elementos de la estructura no se presentan de manera lineal, sino que ocurren simultáneamente de manera dinámica y flexible.

En su estructura Leontiev (1978) expone los siguientes elementos :

- **objeto/motivo:** “el concepto de actividad está necesariamente unido al concepto de motivo. No hay actividad sin motivo; la actividad “no motivada” no es una actividad carente de motivo, sino una actividad con un motivo subjetivo y objetivamente oculto” (p.82)
- **Las acciones:** “el proceso subordinado a la representación que se tiene como resultado que debe lograrse, es decir, ...un fin conciente” (p. 82)
- **Las operaciones:** “domino de las circunstancias y condiciones de los medios con los cuales ejecuta la acción” (p. 85)

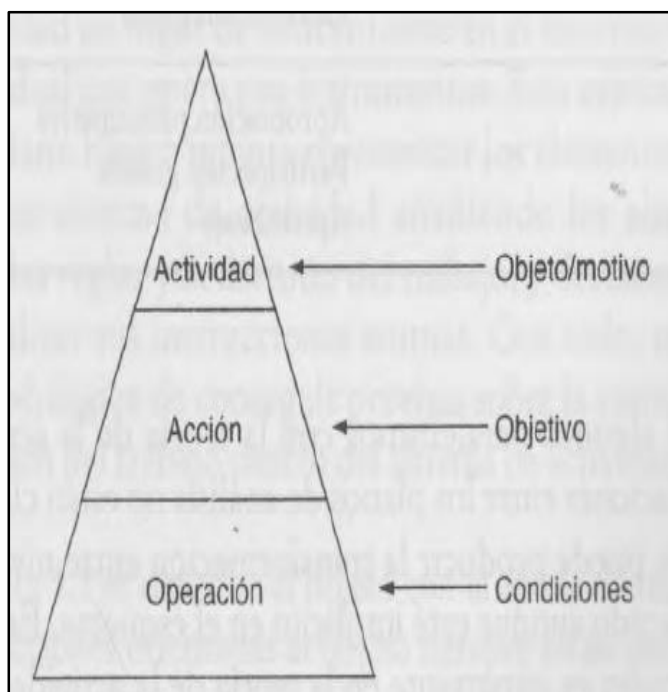


Figura 7 Estructura de la actividad humana según Leontiev.
(Fuente: Daniels (2003), p. 123)

Más adelante, en los aportes de Daniels (2003) podemos encontrar una representación gráfica de los elementos y su correlación entre sí de la anterior estructura propuesta por Leontiev (ver Figura 7).

Con base a esta estructura, se puede decir que el motivo está correlacionado con actividad, siendo entonces el motivo lo que mueve al sujeto a una acción para lograr satisfacer determinada necesidad.

actividad es una actividad colectiva con un propósito en el que un sujeto (o sujetos) está comprometido para lograr un objeto compartido por una comunidad, utilizando artefactos mediadores donde las responsabilidades se asignan colectivamente entre los miembros de la comunidad (división del trabajo) de acuerdo con las políticas dentro del contexto social cultural (reglas).

En esta teoría de la actividad el conocimiento del mundo está mediado por la interacción con él y, por lo tanto, el comportamiento y el pensamiento humano ocurren a medida que las personas realizan actividades específicas dirigidas a objetivos. Además, la actividad se orienta en determinada dirección por parte del sujeto, porque este tiene necesidades que satisfacer. Es en ese sentido que se habla de la orientación objetiva de la acción, y el porqué de las acciones como el motor que moviliza la actividad humana en cierta dirección.

3.3 El juego como actividad rectora

La actividad caracteriza una unidad de la vida del hombre que abarca en una estructura integral las correspondientes necesidades, motivos, finalidades, tareas, acciones y operaciones. En los niños, la actividad además de abarcar todo lo anterior, también está vinculada a sus emociones y condiciones de formación.

La relación del hombre con la realidad social se realiza por medio de la actividad humana y si se refiere específicamente a los periodos evolutivos del niño, su desarrollo depende directamente de una actividad rectora. En este sentido, A. Leóntiev, como es citado por Davidov expresa esa actividad como “la que condiciona las principales transformaciones en las particularidades psicológicas del niño en el período dado de su desarrollo, donde se forman y reestructuran los procesos psíquicos particulares” (Davidov, 1988, pág. 71). Es necesario tener en cuenta que en sus periodos evolutivos de infancia (2-5 años) y niñez (6- 11 años) la actividad lúdica es propia de

los niños, por lo tanto, sobre su base surge la conciencia, el pensamiento teórico y se pueden encaminar acciones que desarrollen capacidades de reflexión, análisis, planeación mental y también las necesidades y motivos de estudio.

“Vyotsky (1978) considera que el juego es "una actividad detonadora del aprendizaje" y que "en el juego, el niño siempre está por delante de su edad, por delante de su propio comportamiento normal", y "a través del juego, se producen cambios de carácter más general en las necesidades y la conciencia." (Schousboe, I. Winthwer, L, 2013). Entonces, por así decirlo, Vyotsky le otorga al juego el papel de potencialmente creador de Zonas de Desarrollo Próximo (ZDP), pues, este vendría siendo la forma detonante que le permite al niño participar en la cultura e interactuar socialmente con otros.

Además, Vyotsky identifica elementos comunes entre las situaciones de juego y las del aprendizaje escolar. Entre esos elementos se encuentran la representación de roles, la presencia de reglas de comportamiento y una definición social de la situación. Se debe tener en cuenta que, es de manera espontánea que la actividad lúdica actúa o interviene en el desarrollo, pero también con un doble papel, pues en el juego al momento que el niño está jugando planifica procedimientos, estrategias y representa roles en diferentes situaciones cotidianas, en las que el niño pone en juego sus capacidades tratando de atenerse a las reglas socialmente elaboradas.

Vyotsky (1978) habla de las actividades desarrollantes y actividades rectoras, deja ver que de la misma forma que el juego es la actividad que marcó el desarrollo en los años previos de los niños, en la edad escolar de los 8 a 10 años de edad, es la actividad de estudio la que moviliza el desarrollo, pues la actividad de estudio empieza a influir sobre el desarrollo intelectual: la lectura, la escritura, el cálculo preparan a los niños para un complejo trabajo de estudio.

Davidov (1988) en su estudio sobre La educación y la enseñanza como forma universal del

desarrollo de la psiquis infantil resalta la idea de S. Rubinstein, el cual expresa que:

Para el niño no hay nada más natural que desarrollarse, formarse, volverse lo que él es en el proceso de educación y enseñanza. Y más adelante: El niño se desarrolla, educándose y aprendiendo; no se desarrolla y se educa y aprende. Esto significa que la educación y la enseñanza se incluyen en el proceso mismo de desarrollo del niño y no sólo se estructuran sobre él. (pág. 57)

Es decir, no debe existir una ruptura del proceso de desarrollo con respecto a la educación y la enseñanza, si no que la actividad propia del niño debe ser orientada teniendo en cuenta sus particularidades y así introducir a los niños al proceso pedagógico. Y como docentes formadores se debe dirigir o mediar la actividad de los estudiantes y no sustituirla.

Schousboe, I. Winthwer, L, (2013) enfatiza que: “el desarrollo individual de los seres humanos ocurre mientras y porque participan en comunidades sociales” Por lo tanto, se considera el juego como una actividad que está ligada a la comunidad donde ocurre pues, es esa comunidad la que invita a discurrir el hecho de que existen muchas formas de jugar y muchas formas de pensar fuera del juego.

Cuando se implementa actividades mediadas por el juego se obtiene que el aprendizaje este integrado a prácticas significativas, entonces, las prácticas cobran sentido tanto cultural como personal, pues, se logra la participación auténtica, independiente, crítica y responsable de los estudiantes. El juego impregna de tal modo el aprendizaje, que puede llegar brindar a los educandos ambientes motivados, estimulantes, incluso agradables, pues es una actividad de su interés que los niños tienen inmersa en su diario vivir. Lo que hace un llamado a aprovechar el juego como estímulo y motivación para propiciar en los estudiantes el desarrollo de los procesos y las competencias básicas que les facilitarán desenvolverse en su vida cotidiana.

Es el juego el detonante que lleva al estudiante a preguntarse qué hacer, cómo hacerlo y por

qué hago dichas acciones para dar solución a un problema. Es decir, es el contexto para que el estudiante origine y propicie una actividad o un proceso, ya que el juego desempeña un papel en el desarrollo de la preparación escolar en los niños. Tal como lo apoya la declaración de la Asociación Nacional para la Educación de Niños Pequeños citada por Karpov (2014) considerando claramente que “el juego parece apoyar las habilidades que subyacen al aprendizaje [académico] y, por lo tanto, para promover el éxito escolar” (p.84). A la hora de desarrollar una actividad de juego, se puede generar el conocimiento y esta actividad desempeña un papel en el aprendizaje y adquisición de conocimiento científico de los estudiantes.

El juego se proyecta como mediador que podría facilitar a los estudiantes a adquirir destrezas y habilidades en el desarrollo del conocimiento matemático, empleándolo en la enseñanza y el aprendizaje de este saber específico. Además, que sea una práctica propia de los estudiantes para fortalecer el proceso de formulación y resolución de problemas, pues en los juegos los estudiantes se esmeran por ganar poniendo en práctica estrategias, habilidades y movimientos para salir victoriosos. Al mismo tiempo, el juego es una actividad por excelencia que promueve el desarrollo en los niños, pues les brinda espacios de alegría, entusiasmo, competitividad, curiosidad y de descubrimiento, por lo cual, no alejaría a los estudiantes de su realidad y estarían acorde a su edad, contexto y necesidad.

3.3.1 El juego en relación con las matemáticas y resolución de problemas

Si se da una mirada al juego en la enseñanza y más del conocimiento matemático surgen algunas preguntas como: ¿De qué forma se pueden utilizar los juegos con provecho en la enseñanza matemática? ¿Qué juegos serían? ¿Qué objetivos pueden conseguirse a través de los juegos en la enseñanza?

Ante estos interrogantes, hay que tener en cuenta que las matemáticas han tenido un

componente lúdico, donde el juego ha sido protagonista en la forma de transmitir este aprendizaje de manera significativa a los estudiantes. Esto va acorde con los planteamientos de Guzmán (1992) cuando afirma que: “La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, si bien este juego implica otros aspectos, como el científico, instrumental, filosófico, que juntos hacen de la actividad matemática uno de los verdaderos ejes de nuestra cultura” (p.20). En efecto, se puede decir que el juego y las matemáticas, en su propia naturaleza, poseen características comunes, de las cuales se pueden nombrar: el juego comienza impartiendo reglas o condiciones, poseen cierto número de jugadores u objetos que deben estar regidos por esas reglas, las piezas de un juego se pueden relacionar e interactuar con otras, en el juego se puede aprender por ensayo y error. Asimismo, la matemática es un juego que presenta estímulos, estrategias, operaciones y procesos necesarios para el aprendizaje matemático, como son la atención y la concentración, la percepción, la memoria, la resolución de problemas y búsqueda de estrategias, etc. También al momento que se pretende impartir un concepto o una teoría matemática es elemental tener claro las reglas, las pautas y las condiciones que presenta el conocimiento que se está aprendiendo. Además, se relaciona y complementa los conocimientos matemáticos que ya se poseen.

Las matemáticas se pueden entender como un área que ofrece a los estudiantes juegos exigentes, rigurosos y de diferentes niveles, pues dejando claro que el fundamento del juego es la diversión y el aprendizaje, y el de las matemáticas es que es una ciencia e instrumento que no está desconectada del mundo físico.

Guzmán (1984) expresa que “la matemática es, en gran parte juego, y el juego puede en muchas ocasiones, analizarse mediante instrumentos matemáticos.” Ahora específicamente a la formulación y resolución de problemas, un proceso de enseñanza – aprendizaje a través del juego

proporciona a los estudiantes la posibilidad de adquirir prácticas para desarrollar estas habilidades de resolución y formulación de problemas, tal como lo menciona Guzmán (1984)

Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas apropiadas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas. Muchos de estos elementos pueden adquirirse igualmente en el enfrentamiento con problemas que constituyen los juegos matemáticos (p. 11-12).

En cuanto a la manera de desarrollar un juego orientado a la resolución de problemas, Guzmán (1984, p.12 -13) recrea las directrices fundamentales de la obra de Polya, (1965), pero basadas en el juego:

1. Antes de hacer trataré de entender: en esta etapa se debe asegurar de que entiendo a fondo las reglas del juego y familiarizarse con la forma y el funcionamiento para saber actuar.
2. Tramaré una estrategia: se debe tratar de concebir la mayor cantidad posible de estrategias de ataque, de acuerdo con las pistas que se vieron. Deben fluir de la mente muchas ideas para tratar de ganar, las cuales pueden ser con las que se ganó en otro juego, y así escoger la estrategia pertinente.
3. Miraré si mi estrategia me lleva al final: se lleva adelante la estrategia con decisión, si no resulta puede probar una a una las estrategias planteadas en la etapa 2.
4. Sacaré jugo al juego: se hace las reflexiones sobre todo el proceso, para darse a uno mismo una idea de cuáles fueron las dificultades y cómo podría proceder en el futuro para resolver mejor otros juegos semejantes, o no.

Dicho de otra manera, el juego como formato o contexto para el aprendizaje del conocimiento matemático, es una actividad que plantea un reto motivador y es una herramienta metodológica

para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas. Por lo mismo, las fases de resolución a partir de un juego deben ser tratadas y estudiadas con la misma seriedad e importancia que la resolución de un problema típicamente matemático.

3.4 Actividad matemática

Las prácticas que desarrollan al ser humano para que se apropie de la cultura (subjetivación), son donde se pueden dar la acción reflexiva sobre su accionar en ella y así constituirse como sujeto en el marco de una comunidad.

Leontiev, (1981) citado en (Jurdak, 2016) define actividad como:

La unidad de vida mediada por la reflexión mental. La función real de esta unidad es orientar a los sujetos en el mundo de los objetos. En otras palabras, la actividad no es una reacción o conjunto de reacciones, sino un sistema con su propia estructura, sus propias transformaciones internas y su propio desarrollo. (pág. 52)

A medida que las personas llevan a cabo actividades intencionadas dirigidas a objetivos su comportamiento y pensamiento está inmerso en contextos significativos lo que lleva a los seres humanos a la interacción y a tener un conocimiento del mundo.

Los conocimientos llevan a los sujetos a satisfacer sus necesidades a lo largo de su vida. Como se ha expresado antes, la actividad se define en relación con las formas de acciones o finalidad de acciones socialmente dirigidas al alcanzar un fin, pues si quitamos de la actividad las acciones que la realizan, nada queda de la actividad. Además, la actividad se ve como el instrumento de la mente para construir la realidad. Ahora, desde esta perspectiva, se puede considerar el conocimiento matemático como una actividad humana que tiene en cuenta las necesidades e intereses de los sujetos.

Específicamente, la actividad matemática es el resultado de una evolución histórica y de un proceso cultural, la cual la constituyen como una práctica para el desarrollo de habilidades de pensamiento del ser humano. Ya que, se relaciona tanto con el despliegue de unos conocimientos, pero más con la capacidad de los sujetos de reconocer, relacionar, organizar y utilizar, de forma eficiente y eficaz en resolución de problemas que requieran el tratamiento de la cantidad, de la forma, de la variación y de la información. (MEN, 2016)

Entonces, la actividad matemática en los sujetos le permite según Jurdak (2016) la habilidad de identificar, comprender, interpretar, crear, comunicar matemáticamente información en diferentes contextos. Asimismo, es una ayuda a las personas para darle sentido al mundo que les rodea y así comprendan los significados que otros han construido. Pues la actividad matemática en el ser humano es una capacidad de pensamiento y de reflexión a través de instrumentos que le permiten explorar y actuar en esa realidad.

Los sujetos al realizar acciones como visualizar, identificar patrones y regularidades, formular, conjeturar, verificar, justificar y generalizar “contribuyen al desarrollo de procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje matemático, tales como la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (MEN, 1998, pág. 35). Al respecto Obando (2015) expresa que:

Estas acciones son mediadas a partir del conjunto de recursos culturales disponibles (medios semióticos de objetivación), a saber, los instrumentos, las técnicas, los discursos, los conceptos, los objetos de conocimiento, los problemas. Estos conjuntos de recursos se organizan de una forma particular, se combinan de una manera específica, interactúan unos con otros, en función la episteme desde son vistos, organizados, estructurados. (p.56)

En síntesis, lo anterior nos plantea que estas acciones de la actividad matemática permite al sujeto no solo distinguir las características o propiedades de un objeto, sino también comunicarlas ya sea de forma oral o simbólica. Además de organizar y clasificar información de esos objetos en registros a través de un lenguaje matemático propio. Al acudir a los objetos de conocimiento, a los contextos y al usar las matemáticas, y los procesos de pensamiento matemático lo hace una actividad humana.

3.5 Actividad matemática de resolución de problemas

La resolución de problemas cumple con las características para ser considerada una actividad humana, pues al momento de llevarse a cabo, las acciones son mediadas por artefactos y su objetivo es orientado a un fin. Además, por su accionar la resolución de problemas apunta a que el sujeto debe tomar decisiones para adoptar una solución, y así, resolver una cierta dificultad y suplir su necesidad. También, está mediado por artefactos, los cuales lleva al sujeto a utilizar todas las herramientas disponibles para abordar el problema en cuestión.

La resolución de problemas es un proceso en el cual toma significado al ocurrir en un contexto cultural, es decir, en un espacio -tiempo específico. Además, los artefactos que se usan para lograr el objetivo son productos construidos culturalmente.

Ahora, al referirnos a la actividad matemática de resolución de problemas, hacemos alusión específicamente a la actividad que hace parte de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de la investigación en educación matemática. Tal y como lo menciona Jurdak (2016):

La resolución de problemas en el contexto matemático escolar se refiere a una situación en la que el estudiante participa en tareas de resolución de problemas como parte de una secuencia de instrucción y como aplicaciones a conceptos matemáticos, principios y algoritmos enseñados. (p. 55)

Asimismo, en los documentos base de MEN se asume la actividad matemática de resolución de problemas como:

El macro-proceso alrededor del cual se articulan, desarrollan y estructuran los otros procesos del ser matemáticamente competente mencionados en los EBC en Matemáticas (MEN, 2006): la modelación, la comunicación, el razonamiento, la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. (MEN, 2016, pág. 33)

Ahora, al ver a la resolución de problemas matemáticos como actividad en el marco de la teoría de la Actividad se debe considerar que su estructura (el sujeto, los artefactos mediadores y el objeto) consta de varios componentes y las interacciones entre en su mayoría están formados por el contexto escolar, las cuales se pueden sistematizar de la siguiente manera: Primero, la **Actividad** (modo de actuar) es decir, el problema a resolver, la elaboración o aplicación conceptos. Segundo, las **Acciones** (Métodos) lo que se refiere a los teoremas, procedimientos y estrategias de trabajo. Por último, las **Operaciones** que son aquellos procedimientos específicos según las condiciones de los problemas.

Según Engeström (1987) citado en (Jurdak, 2016), desde una perspectiva teórica de la actividad expresa que:

La identidad de un alumno en la actividad de resolución de problemas matemáticos escolares es un producto y un subproducto de esta actividad. Por lo tanto, los estudiantes, e incluso los maestros, no solo se dedican a producir soluciones a problemas matemáticos, sino también a producir y reproducirse como participantes en esa actividad. (p. 56)

A continuación, se presenta la estructura del sistema de actividad matemática de resolución de problemas escolares, la cual representa el carácter estructural de la actividad matemática, no en un conjunto de acciones o pasos, sino en un proceso que tiene como resultado poder resolver un determinado problema.

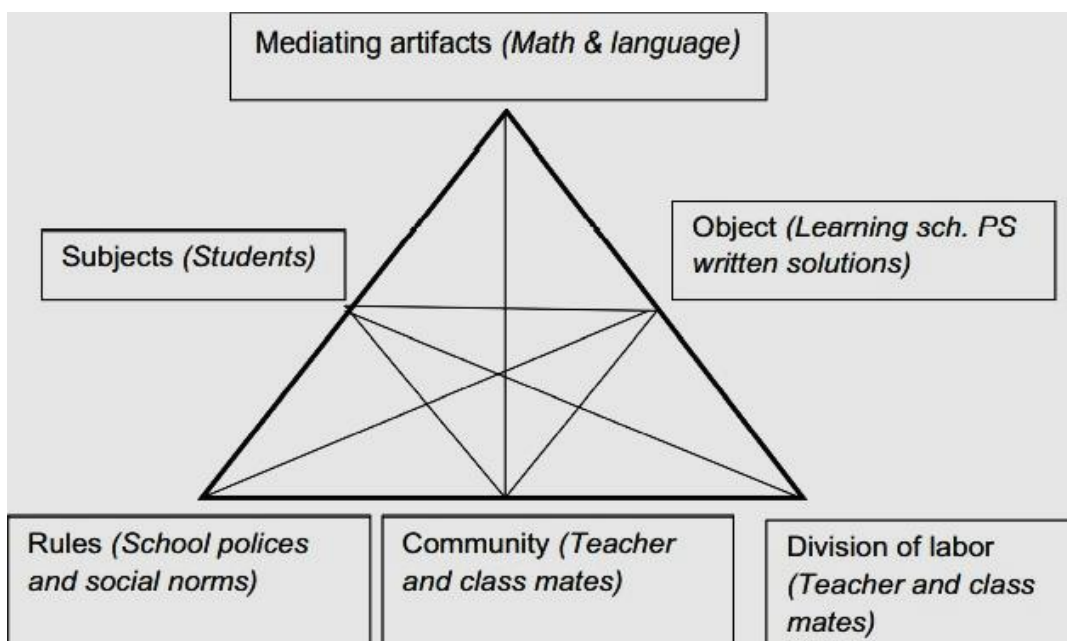


Figura 9 Estructura del sistema de actividad matemática de resolución de problemas escolares.
(Fuente: Juradk (2016), p. 56)

La Figura 9 muestra que en su estructura como actividad de resolución de problemas en la escuela participa la comunidad escolar (docente – estudiantes compañeros de clase), como necesidad o motivo para la acción del estudiante el problema matemático podría ser el impulsor de esa actividad, la indagación de los conceptos o procedimientos son los objetivos parciales y los artefactos los mediadores para actuar en las condiciones específicas del problema dado. Estos artefactos mediadores utilizados en la resolución de problemas escolares pueden ser también persuasivos de manera implícita o explícitamente, por el maestro o la escuela, estos mediadores facilitarían conceptos, procedimientos, estrategias, herramientas lingüísticas y distintos formatos de instrucción.

La resolución de problemas constituye una actividad primordial para el desarrollo intelectual y social de los estudiantes, al ser colectiva, lo que hace necesario algunas reglas en este proceso para que regulen las acciones de la actividad, las cuales pueden ser normas sociales y culturales

del contexto escolar. De igual forma, se requiere de la presencia de la división del trabajo entre los participantes para la distribución de sus roles en la actividad, definiendo el rol que desempeña el maestro, el estudiante como individuo y como grupo en su accionar en el aula.

3.5.1 Actividad matemática de resolución de problemas desde el enfoque didáctico

¿Qué implica resolver un problema matemático?

“Resolución de problemas” es una expresión que va más allá del ámbito matemático, la cual demanda procesos de razonamientos y no es simplemente un ejercicio de rutinaria. Labarrere (1988) expresa que “La solución de un problema no debe verse como un momento final, sino como todo un complejo proceso de búsqueda, encuentros, avances y retroceso en el trabajo mental” (p.86).

Ante lo anterior, nos remitimos a la literatura de resolución de problemas, en la cual se puede abordar diferentes aportes de autores como Polya (1965), Schoenfeld (1985), Guzmán (1992) Santos (1992), etc. Estos han propuesto estrategias o métodos heurísticos y para cada una de las fases de sus heurísticas estos autores proponen acciones concretas que facilitan aproximarse, ordenar y comprender sus recursos para resolverlo.

A continuación, se presentan heurísticos generales propuestos por los diferentes autores consultados en torno a la resolución de problemas.

<p>Polya (1945)</p>	<p>Shoenfeld (1985)</p>	<p>Brandsford y Stein (1986)</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Comprender problema. • Concebir el plan. • Ejecución plan. • Visión retrospectiva 	<ul style="list-style-type: none"> • Analizar y comprender problema. • Diseñar y planificar la solución. • Explorar soluciones. • Verificar 	<p>Identificación del problema</p> <p>Definición y representación del problema.</p> <p>Exploración de posibles estrategias.</p> <p>Actuación, fundada en una estrategia.</p> <p>Logros. Observación y evaluación de los efectos de nuestras actividades</p>

<p>Maza (1991)</p>	<p>Miguel de Guzmán (2006)</p>	<p>Manuel Santos Trigo (2007)</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Análisis del problema. • Representación del problema. • Planificación • Ejecución • Generalización, 	<ul style="list-style-type: none"> • Familiarizarse con el problema. • Búsqueda de estrategias. • Llevar adelante la estrategia • Revisar el proceso y sacar consecuencias de él 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprensión del problema. • Búsqueda de argumentos matemáticos. • Búsqueda de otros métodos de solución y extensiones

Las anteriores conceptualizaciones no se contradicen, sino más bien se complementan a partir de la sistematización de las diferentes estrategias para resolver un problema, pues cada uno de los autores, caracterizan su ideal proceder al momento de resolver un problema; aunque suministran nombres diferentes a sus fases, en su contenido, encierran lo mismo; sin embargo, cada uno de ellos difieren en la forma en que desarrollan las fases. Por ejemplo, el de Polya (1945) es un cuestionario descriptivo cuya intención clara es actuar como guía para la acción, en el caso de Schoenfeld (1985) quien ve incompleta la estrategia planteada por Polya ve la necesidad de involucrar y tener en cuenta unos elementos de carácter emocional, comportamental, sociocultural y emocional por parte de los estudiantes al momento del proceso de resolución de problemas, ya que estos influyen en el control de tal proceso, a través de sus decisiones. El de Maza (1991) reformula el modelo de Polya, y diferencia dos procesos en la primera fase de Comprensión del problema, además ve pertinente extender la fase de rectificar con una donde el estudiante generaliza su solución con algún principio general que permita resolver ejercicios similares en el futuro.

Otra descripción de fases fue la realizada por Brandsford y Stein (1986). El llamado método I.D.E.A.L el cual sigue el modelo desarrollado por Polya, pero haciendo una subdivisión de algunos pasos en otros. Cada fase de resolución corresponde a la sigla elaborada con el nombre de su método.

Guzmán (2006), teniendo en cuenta los aportes antes mencionados tanto de Polya y Shoenfeld elabora su propio modelo de resolución de problemas, con el cual busca que los estudiantes se examinen y reconstruyan sus propias formas de pensar y lleguen a establecer hábitos mentales eficaces de manera sistemática. Por otro lado, Santos (2007) en su modelo busca potenciar o amplificar las heurísticas que poseen los estudiantes y para eso plantea que el contexto del uso de

los recursos tecnológicos influye directamente en la forma de interactuar y conceptualizar cuando están resolviendo un problema.

Finalmente, el papel que juega en este trabajo investigativo las propuestas anteriores es que ellas ofrecen una ruta clara para comprender las distintas interpretaciones de la resolución de problemas en la práctica de la enseñanza. Por supuesto, deja ver los aspectos cognitivos y afectivos que influyen el comportamiento y la acción de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento matemático. Asimismo, las creencias, las emociones y actitudes que abordan de manera recurrente los estudiantes al momento de resolver un problema.

Ahora, teniendo de referencia aquellos estudios mencionados anteriormente, nos genera la inquietud de averiguar ¿Qué más hace falta para enfrentar un problema? y en esa búsqueda de nos encontramos autores como Campistrous y Rizo (2013) que plantean que:

Una estrategia (de resolución de problemas) es un procedimiento generalizado constituido por esquemas de acciones cuyo contenido no es específico, sino general, aplicable en situaciones de diferente contenido, que el sujeto utiliza para orientarse en situaciones en las que no tiene un procedimiento "ad hoc" y sobre la base de las cuales decide y controla el curso de la acción de búsqueda de la solución. (p,294)

No obstante, también dan a conocer que con tener conocimientos no es suficiente para abordar la resolución de un problema matemático, sino que precisan, además lo siguiente:

- La utilización de un **pensamiento lógico** no asociado estrictamente a las operaciones aritméticas.
- La **sistematicidad** de su pensamiento y la cualidad de la **perseverancia** que le haga seguir una línea de trabajo sin cansarse, hasta que consiga una solución o vea que el camino emprendido no le lleva a ningún sitio.

- **El gusto de la exploración matemática**, encontrando placer hasta cuando se equivoca, y la ilusión de emprender un nuevo camino distinto al anterior si aprecia que éste no es el correcto.
- **Apertura de pensamiento** para llegar a entender que un problema puede tener una, muchas o ninguna solución, sin que por ello sea más o menos valioso.
- Las **estrategias o recursos heurísticos** específicos más significativos que pueden ser empleados en la solución de problemas y que deben ser enseñados como un contenido más son, entre otros, los siguientes (Campistrous P - Rizo C, 2013)

3.6 Actividad matemática de formulación de problemas

La formulación de problemas matemáticos, como la actividad propia del estudiante en el que él inventa sus propios problemas, es una actividad de estudio que consiste en promover su participación, favoreciendo el pensamiento crítico y matemático de orden superior, la conexión con la realidad y el contexto, la capacidad de razonar y comunicarse matemáticamente, es decir, redactar un problema matemático en forma individual o colectiva a partir de una situación inicial.

Malaspina (2017) propuso dos formas de iniciarse en la formulación de problemas, primero por *variación* de problemas dados, es decir, proceso según el cual se construye un nuevo problema, modificando uno o más de los elementos dados, segundo por *elaboración* de un problema, haciendo referencia, al proceso por el cual se construye un nuevo problema, ya sea de forma libre o a partir de una situación suministrada por el autor.

Este autor plantea que no hay una receta específica para crear o para resolver problemas matemáticos, menciona que la base fundamental es la creatividad y los conocimientos

matemáticos, sin embargo, ante la importancia de la creación de problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, propone desarrollar pistas y estrategias para crear problemas y por esto planteo cuatro elementos esenciales de todo problema:

- **Información:** se refiere a los datos cuantitativos que aparecen en el problema (figuras, ecuaciones, datos numéricos)
- **Requerimiento:** lo que se pide que se encuentre, examine o se concluya, los cuales pueden ser cuantitativo o cualitativo.
- **Contexto:** puede ser intra matemático o extra matemático.
- **Entorno matemático:** en el cual se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden llegar a interferir para resolver el problema matemático (teoría de números, geometría analítica, signos matemáticos...)

Fernández, Reyes, & Alfonso (2016), destacan la formulación de problemas como una actividad que les permite a los estudiantes desarrollar hábitos y habilidades necesarias para el trabajo individual, afirman que es una competencia que involucra la aplicación de diferentes estrategias, recursos o métodos. En este proceso de formular problemas matemáticos el estudiante se siente creador y poco a poco va perdiendo el miedo que se crea sobre esta actividad matemática.

La formulación de problemas como actividad matemática, también se refiere al proceso que realiza el sujeto cuando se enfrenta a la tarea de inventar un problema. Según Ayllón, Gómez, & Ballesta (2016), la invención de problemas permite adquirir aprendizajes significativos y obliga al sujeto a reflexionar, a establecer relaciones entre los distintos conceptos matemáticos, la persona que inventa un problema matemático parte de sus propias ideas y exige un proceso creativo para la construcción del conocimiento matemático.

En este mismo sentido, sobre la invención de problemas matemáticos, encontramos a Barbarán y Huguet (2013), citado por Ayllón, Gómez, & Ballesta (2016) quienes plantean:

Las tareas de invención y reconstrucción de problemas matemáticos fomentan el desarrollo de la creatividad. Afirman que estas impulsan, de forma activa, la creatividad de los escolares al obligarlos a proyectar sus ideas generando problemas que sean originales. También apuntan que la invención de problemas favorece que el profesorado utilice una metodología donde el protagonista principal de su propio aprendizaje es el alumno, promoviendo así el desarrollo de su creatividad. (pág. 175)

Lo anterior deja ver, que el proceso de invención de problemas matemáticos no solo desarrolla habilidades de razonamiento, sino también habilidades creativas. El estudiante, al crear problemas matemáticos inventa situaciones más cercanas y reales a él, haciendo que su implicación en la tarea matemática contribuya a la construcción de su conocimiento matemático.

La creación de problemas matemáticos a partir de situaciones, reales contribuye al educando a tener una mirada crítica y analítica sobre la realidad. También, es esencial el rol que cumple el docente como mediador, orientando adecuadamente la enseñanza de formulación de problemas, ya que esta requiere el dominio de técnicas y estrategias específicas que contribuyan a un aprendizaje.

- **Creatividad en la formulación de problemas**

La invención de problemas como actividad creativa, autores como (Espinoza, Lupiañez, & Isidoro, (2015), mencionan que la formulación de problemas tiene una incidencia positiva en el desarrollo de la creatividad de los estudiantes, pues dependiendo del tipo de actividades que se les brinda puede tener diferentes propósitos como: analizar la comprensión del problema, indagar sobre sus habilidades y buscar diferentes significados de los conceptos matemáticos aprendidos.

Además, se responsabilizan de su propio aprendizaje, muestran mayor curiosidad y entusiasmo durante las clases.

Así mismo, Koichu & Kontorovich, (2012), citado por Ayllón, et al., (2016), cuando el estudiante se enfrenta a la creación de problemas matemáticos le exige realizar una aportación personal, propia y creativa, quiere decir, que la invención de problemas está relacionado con la creatividad del sujeto, permite que los individuos sean mejores resolutores de problemas y ayuda a que comprendan mejor los conceptos matemáticos, generando en ellos un aprendizaje autónomo.

Por otra parte, Silver (1994), analiza la creatividad de los alumnos atendiendo a tres variables: fluidez, flexibilidad, y originalidad, esta idea fue adaptada por Callejo De La Vega (2013), (ver Figura 10).

CREATIVIDAD	
	Formulación de Problemas
FLUIDEZ	<ul style="list-style-type: none"> • Formular varios problemas a partir de una situación
FLEXIBILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • Formular problemas que se pueden resolver de diferentes formas • Formular nuevos problemas a partir de la cuestión: "¿Qué pasaría si ...?"
ORIGINALIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • Examinar algunos problemas ya formulados y luego proponer otros diferentes

Figura 10 Desarrollo de la creatividad a través de la formulación de problemas. Pág. 33 Callejo (2003)

Se puede diferir que la *fluidez* se relaciona con el número de problemas formulados, la *flexibilidad* se asocia con crear problemas que se pueden resolver de diferentes maneras y por último la *originalidad* para resolver y solucionar los diferentes problemas planteados.

- **Enunciado inventado**

Ayllón, Gallego, & Gómez, (2016), valoraron las producciones de los estudiantes en función de cinco aspectos: si el enunciado se considera o no un problema, el número de operaciones necesarias en su resolución, la estructura numérica de la operatoria, la estructura semántica y el significado de los números. Otro estudio realizado por Cazáres, Castro, & Rico, (1998) consideraron la estructura semántica de los enunciados formulados por los estudiantes, y establecieron cinco categorías para valorar las producciones realizadas por los estudiantes, estas ideas fueron adaptadas y modificadas por Espinoza, Lupiañez, & Isidoro, (2015), en el cual presentaron una propuesta para analizar las producciones de los educandos con el fin de caracterizar el talento matemático y estudiar los beneficios que proporcionan para mejorar las habilidades matemáticas. Las categorías son:

1. **Estructura Sintáctica**, es la primera categoría del problema y se analizó con base en tres variables:

- **Longitud del enunciado**, esta variable hace referencia al número de proposiciones que utilizan. Las proposiciones son aquellas expresiones explícitas en el enunciado en el cual le asignan un valor numérico o una cantidad a una variable. Cada una de estas expresiones aportan un dato importante al problema. Ejemplo: “el bus se desplaza 100 KM/H”, “Carlos caminó 100 metros menos que Darío”, “Carla tiene el doble de edad que Mercedes”.
- **Tipo de proposición interrogativa**, esta variable se relaciona con el tipo de pregunta del

problema y se enmarca en tres proposiciones: la proposición interrogativa de asignación, puede ser ¿Cuántas personas hay en un bus”, una relacional es una declaración como: “cuántas veces tiene Carla las muñecas que tiene Mercedes”, y una proposición interrogativa condicional es una declaración como: “Si Carlos caminó 100 metros más que Darío, ¿cuántos metros recorrió Carlos?”

- **Tipo de número empleado**, esta variable se estudia el tipo de número que el estudiante emplea para su creación pueden ser: números naturales, decimales, fracciones, enteros...

2. **Estructura matemática**, la segunda categoría corresponde a la estructura matemática del problema y se basa en tres variables:

- **Tipo de estructura operatoria**, esta variable clasifica al tipo de operación, estructura aditiva (suma, resta) y los de estructura multiplicativa (multiplicación, división), y el número de etapas del problema.
- **Tipo de operación y cantidad de procesos de cálculo distintos implicados en la solución del problema**, como parte del análisis matemático, se toman en cuenta los distintos procesos de cálculo para resolver el problema.
- **Cantidad de pasos distintos para resolver el problema**, esta variable corresponde a la cantidad de distintos pasos que realiza el estudiante para resolver el problema implicando una relación semántica.

3. **Estructura semántica**, en los problemas creados por los estudiantes se estudia los distintos significados en los que puede crear el problema.

En definitiva, la invención de problemas matemáticos involucra distintos procesos como: seleccionar, comprender, organizar y traducir la información de una forma de representación a

otra. Además, inventar problemas puede generar en los sujetos habilidades, niveles de creatividad y competencia matemática.

Cuando el sujeto se enfrenta a la invención de problemas matemáticos, al crear un enunciado desarrolla los siguientes aspectos:

- Inventar un problema exige una redacción clara del enunciado de forma ordenada y precisa.
- Comprender cuales fueron las variables de la actividad para poder crear una situación con coherencia.
- Edita, selecciona, comprende y organiza la información.
- Crea problemas que involucre conocimientos matemáticos que aún desconocía.
- Piensan matemáticamente y desarrolla sus conocimientos.
- Potencializa sus habilidades escritoras y flexibiliza su pensamiento mental.
- Reflexiona sobre lo creado y realiza ajustes pertinentes para su coherencia y cohesión.
- Utiliza un lenguaje acorde a sus necesidades y comunica su creación

La invención de problemas matemáticos permite establecer en los estudiantes diferentes niveles de riqueza en las producciones creadas, contribuyendo a la construcción del conocimiento lógico-matemático e incrementando el desarrollo de su razonamiento, autores como Ayllón Gómez & Gómez Pérez (2014), mencionan que la invención de problemas se encuentra estrechamente relacionada y vinculada a la resolución de problemas, pues cuando el estudiante inventa un problema sabe cómo resolverlos, así mismo, el que es un buen resolutor de problemas es capaz de inventarlos.

3.7 Pensamiento variacional

En las prácticas de la vida cotidiana de los seres humanos, es una herramienta necesaria la toma de decisiones para comprender y actuar en un mundo que se muestra cada día más cambiante. En lo que concierne al saber matemático, el estudio de la variación y el cambio, son los ejes desde los cuales se despliegan las ideas, nociones y conceptos de una de las áreas de la matemática.

El aprendizaje del pensamiento variacional desarrolla no solo nuevas herramientas para comprender las relaciones matemáticas, sino también nuevos hábitos mentales. Tal como lo describe (Jinfa Cai, Eric Knuth):

No se trata solo de símbolos literales, sino más bien de formas de pensar: pensar en lo general en lo particular, pensar en reglas sobre patrones, pensar relacionalmente sobre cantidad, número y operaciones numéricas, pensar representacionalmente sobre las relaciones en situaciones problemáticas y pensar conceptualmente sobre lo procedimental. Los procesos que constituyen estas formas de pensar incluyen generalizar, anticipar, conjeturar, justificar, gesticular, visualizar y lenguajear. (2011, pág. 591)

En la cita anterior, se puede ver que en el pensamiento matemático variacional, se derivan unos factores o componentes que se deben tener en consideración en el procedimiento de interpretación de este pensamiento:

- ✓ **Pensar en lo general en lo particular:** En el corazón mismo del pensamiento variacional está la expresión de generalidad, pues es considerada como la ruta y

como una característica, pues los estudiantes en su accionar ven lo general a través de lo particular

- ✓ **Pensar en las reglas sobre los patrones:** Es el cambio de lo puramente numérico al diseño de una regla o método de cálculo que involucre indeterminados lo que constituye una generalización (patrón) que es de naturaleza variacional.
- ✓ **Pensar relacionalmente sobre cantidad, número y operaciones numéricas:** Implica el uso por parte de los niños de las propiedades fundamentales de las operaciones y la igualdad para analizar un problema en el contexto de una estructura de objetivos y luego simplificar el progreso hacia ese objetivo; También se dice que tal pensamiento incluye la anticipación de aquellas relaciones y acciones que lo mueven efectivamente hacia el objetivo final de una situación dada.
- ✓ **Pensar representacionalmente sobre las relaciones en situaciones problemáticas:** Es utilizar enfoques aritméticos y variacional y compararlos. El uso de múltiples enfoques (que incluyen el aritmético, algebraico, pictórico) fomentan una comprensión más profunda de la relación entre cantidades, así como su representación.
- ✓ **Pensar conceptualmente sobre el procedimiento:** Es ser capaz de ver relaciones, como la equivalencia entre expresiones; y poder ver a través de transformaciones variacionales al cambio subyacente en la forma del objeto y ser capaz de explicar y justificar estos cambios.

- ✓ **Anticipar, conjeturar y justificar:** Prever algunos aspectos de la forma final del objeto a transformar, relacionándolo con la meta a alcanzar, y con algunas posibilidades de transformación. Es cuando en el avancen en su pensamiento los estudiantes tiene la capacidad de explicar y justificar su propio pensamiento e indagar más profundamente las ideas relevantes y desafiantes.

- ✓ **Gestos, visualización y lenguaje:** El pensamiento se considera una actividad reflexiva sensorial y mediada por signos encarnada en la corporeidad de acciones, gestos y artefactos. La concepción del pensamiento está indisolublemente relacionada con el papel que juegan los sentidos humanos en él. (Jinfa Cai, Eric Knuth, 2011, págs. 581-591)

Por otra parte, desde los documentos del MEN encontramos los aspectos relacionados y tenidos en cuenta en el aprendizaje del pensamiento varacional, uno de ellos es el ICFES al tomar este pensamiento como:

Los aspectos asociados a los números y la numeración, su significado y la estructura del sistema de numeración; las operaciones, sus propiedades, su efecto y las relaciones entre ellas; el reconocimiento de regularidades y patrones que implica establecer cuál es el cambio constante de una serie de valores o cómo estos se comportan, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal⁸ en contextos aritméticos y geométricos, el lenguaje simbólico⁹ (algebraico) articulado entre convenciones y esquemas o representaciones introductorias al manejo de variables, a la variación inversa y el concepto de función. (ICFES, 2017, pág. 34)

Este pensamiento variacional se describe como una forma de pensar dinámica, en el cual se intenta relacionar las diferentes variables que cambian un estado inicial, al hacerlo los estudiantes se ven obligados a acciones como: analizar las relaciones entre cantidades, notar la estructura, estudiar el cambio, generalizar, resolver problemas, justificar, probar y predecir. Tal como lo describe los estándares de matemática.

Este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (MEN, 2006, pág. 66)

Estructurar y presentar actividades de aprendizaje que permitan alcanzar un desarrollo completo de cada una de las anteriores acciones brinda la oportunidad a los estudiantes de estudiar la variación de acuerdo a sus conocimientos previos y a su propia experiencia. El movimiento mental de este pensamiento lleva a la captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos.

4 Camino metodológico

En este capítulo se describen los elementos centrales del diseño metodológico que permitieron responder al planteamiento del problema y al desarrollo del objetivo de investigación. Iniciando con la argumentación del paradigma y enfoque de investigación, se pasa luego a descripción de las etapas de desarrollo de la investigación, el reconocimiento del contexto y los participantes, la especificación del trabajo de campo junto con los procedimientos e instrumentos de recolección de la información. Con base en la información recolectada, se aborda el análisis y la construcción de categorías de la mano de los aspectos éticos considerados en el proceso.

4.1 Paradigma de investigación: cualitativo

El trabajo se orientó bajo el paradigma de investigación cualitativa dentro de la investigación social, en tanto la indagación por el cómo el juego presentado en formato digital, contribuyen en la actividad matemática de formulación y resolución de problemas, requiere de un análisis detallado que revele interrelaciones entre las acciones empleadas, los argumentos esbozados, los procedimientos usados, los significados asociados con la multiplicación y la división, que ponen en acto los estudiantes cuando participan de este tipo de tareas en el contexto escolar. La inscripción en un enfoque cualitativo permitió identificar y comprender qué preguntas y retos fungieron como detonantes para que el estudiante tomara decisiones, estableciera relaciones entre cantidades, diseñara estrategias para encontrar soluciones, entre otras acciones propias de la actividad matemática de formular y solucionar problemas.

Además, las investigadoras hacían parte activa del contexto escolar donde se adelantó la investigación (institución educativa San Miguel del Tigre en el municipio de Yondó). Ellas, motivadas por las problemáticas identificadas en sus estudiantes cuando participan en situaciones de formulación y solución de problemas, decidieron cuestionar sus prácticas de aula y las

orientaciones curriculares institucionales, para iniciar un estudio sistemático en torno al trabajo de sus estudiantes y comprender cómo desarrollaban esta actividad matemática. En ese sentido, el proceso se ajustó a lo definido de la investigación cualitativa por Creswell (2017) como:

Un proceso interrogativo de comprensión basado en distintas tradiciones metodológicas de indagación que exploran un problema social o humano. El investigador construye un panorama complejo y holístico, analiza discursos, refiere visiones detalladas de los informantes y lleva a cabo el estudio en un entorno natural. (pág. 13)

Hernández, Fernández y Baptista (2010) postulan que, en este paradigma cualitativo, la “realidad” se define a través de las interpretaciones de los participantes en la investigación, es por eso, que la información se origina de las múltiples miradas y voces de los participantes. Debido a que, el objetivo de investigación buscaba caracterizar cómo el juego presentado en formato digital contribuye en la actividad matemática de formulación y resolución de problemas desplegada por los estudiantes, el equipo investigador centró la mirada en las acciones, en las representaciones, en las argumentaciones, en las decisiones que tomaron, en los cálculos que realizaron los estudiantes cuando participaron en juegos presentados en formato digital y en otras tareas derivadas de este contexto. Así, al momento de comprender los procesos matemáticos empleados por los estudiantes, se estudió cómo cada sujeto diseñó sus propias estrategias y formas de dar solución. Al describir e interpretar las expresiones y comunicaciones de los estudiantes, se detectaron significados producidos por la experiencia misma del juego, acercándose así a las particularidades que configuraron la actividad matemática de formulación y solución de problemas.

4.2 Investigación acción participativa como lente de abordaje

La investigación se orientó a partir del enfoque de la investigación acción, la cual es definida por Elliott (1993) citado por Latorre (2005) como “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma” (p.24). En este sentido, la investigación acción brindó la posibilidad de construir sentido en torno a las acciones organizadas por los estudiantes cuando participan de procesos de formulación y solución de problemas. La observación e interacción permanente con los estudiantes permitió proponer tareas mediadas con juegos en formato digital que detonaran la actividad matemática de formulación y solución de problemas. Así, las investigadoras pudieron acercarse y reconocer las practicas matemáticas que desplegaban los estudiantes cuando se enfrentaban con este tipo de tareas, para ofrecer alternativas de trabajo de aula tendientes al desarrollo de pensamiento matemático.

Siguiendo a Kemmis (1984), quien amplía elementos que intervienen en la investigación acción, se detalla que este enfoque de trabajo es:

Una forma de indagación autoreflexiva realizada por quienes participan (profesorado, alumnado, o dirección, por ejemplo) en las situaciones sociales (incluyendo las educativas) para mejorar la racionalidad y la justicia de: a) sus propias prácticas sociales o educativas; b) su comprensión sobre las mismas; y c) las situaciones e instituciones en que estas prácticas se realizan. Kemmis citado por (Latorre, 2005, pág. 24)

En la investigación acción el proceso metodológico puede visualizarse como un espiral en el que las investigadoras van alternando la acción y la reflexión, de manera que ambos momentos queden integrados y se complementen permitiendo que el proceso sea flexible e interactivo en todas las fases o pasos. En virtud de ello, las investigadoras partieron de una revisión bibliográfica sobre la problemática objeto de estudio para ir decantando y analizando dicha

situación en el contexto institucional. Sobre esa base, se pasó a focalizar las prácticas matemáticas de los estudiantes cuando solucionaban problemas que involucraban contextos de uso de la multiplicación y división. Esta mirada reflexiva sobre los aprendizajes logrados por los estudiantes y las formas de trabajo de aula permitieron identificar problemáticas a estudiar. De una parte, surgieron preguntas sobre alternativas de trabajo de aula para favorecer la actividad matemática de formulación y solución de problemas, qué tipo de recursos y contextos involucrar, cómo organizar el currículo institucional para propender por el desarrollo de estas habilidades y destrezas matemáticas. De otra, cómo los estudiantes van configurando su actividad matemática de formulación y solución de problemas a partir de la mediación de juegos en formato digital.

A modo de síntesis, la investigación acción es un ir y venir de las siguientes fases: planificar, actuar, observar y reflexionar. Tal como se puede observar en la Figura 11

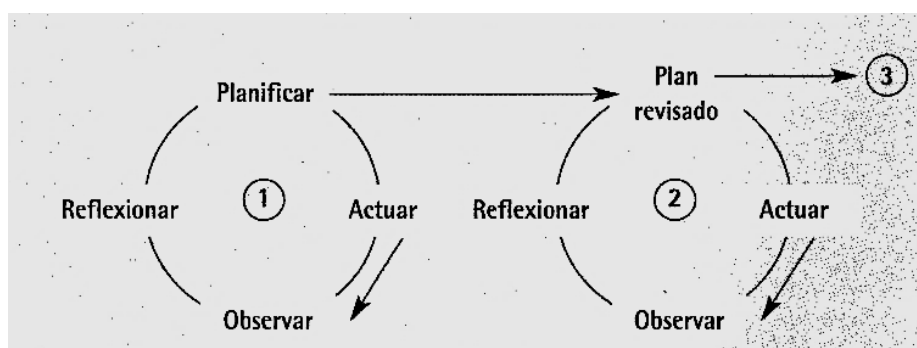


Figura 11 Espiral de ciclos de la investigación acción. Tomada de La investigación-acción Conocer y cambiar la práctica educativa Antonio Latorre 2005.

Desde esta concepción este trabajo presenta que, desde la mediación del juego presentado en formato digitales, los estudiantes pueden mejorar y construir sus prácticas matemáticas en actividades encaminadas a la resolución y formulación de problemas. El enfoque de la investigación acción permitió la transformación mediante la acción reflexionada, pues se pudo

analizar el cambio sobre la práctica de aula, ver qué articular y enfatizar en esa práctica para lograr movilizar actividad matemática en los estudiantes. Y de la mano, caracterizar el cambio observado en los estudiantes cuando resuelven problemas que tienen una mediación de un juego en formato digital. Además, proporcionó la información necesaria para la interpretación y comprensión de las prácticas matemáticas de los estudiantes para encaminar la acción para lograr el cambio.

En definitiva, esta investigación fue de beneficio para la institución educativa pues, al indagar sobre sus problemáticas curriculares y de aprendizaje el docente se transforma en un maestro reflexivo, lo que posibilita el enriquecimiento de su práctica pedagógica, cualificando y contextualizando así los procesos de enseñanza y aprendizaje con los estudiantes.

4.3 Etapas de desarrollo de la investigación

El desarrollo de esta investigación fue en cuatro (4) fases. En la primera fase (I) gracias a los insumos obtenidos de la reflexión sobre la práctica pedagógica de las docentes investigadoras en el contexto institucional, surge la identificación y consolidación del problema que se quería abordar. Acto seguido y para revisar los desarrollos investigativos logrados en torno a dicha problemática se adelantó un acercamiento a la revisión del estado del arte. Ahí se pudo identificar entre otros aspectos que, a pesar de que la formulación y solución de problemas en contexto de aula de matemáticas cuenta con una tradición de varios años, todavía se requieren reflexiones puntuales sobre todo desde la caracterización de la actividad matemática desplegada por los estudiantes.

En la segunda fase (II) se logró la construcción y apropiación de aquellos referentes teóricos que brindaban perspectivas de análisis y estudio de la problemática de investigación. En esa

medida se adoptó la teoría de la actividad como horizonte explicativo de los aprendizajes de los estudiantes, de la mano de la actividad matemática de formulación y solución de problemas. Además, se avanza en la búsqueda de elementos apropiados para el diseño metodológico y los instrumentos que nos facilitara la recolección de la información. El proceso de esta fase tuvo que ser repensado para ajustarse a la estrategia de trabajo escolar en casa dada la situación de contingencia sanitaria del Covid -19.

En la tercera fase (III), se procedió al diseño e implementación del trabajo de campo a través de la gestión de las tareas para el trabajo de aula mediado por los juegos presentados en formato digital. Este trabajo se llevó a cabo a través de estrategias envío de material impreso y con el apoyo de grupos de trabajo colaborativo mediante la plataforma Zoom, video llamadas de WhatsApp y llamadas telefónica.

En la última fase (IV) se llevó a cabo el análisis de la información producida para la elaboración de la escritura del reporte final de la investigación.

En la siguiente Figura 12 damos a conocer cómo fue el desarrollo en nuestro proceso investigativo.



Figura 12 Etapas de desarrollo de la investigación.

4.4 Caracterización de la institución y participantes

Este proyecto de investigación se desarrolló en la sede principal de la Institución Educativa Rural San Miguel del Tigre ubicada en el corregimiento con el mismo nombre, la cual se ubica en la región del Magdalena Medio Antioqueño, a la ribera del Río Magdalena, sector nororiental, jurisdicción del municipio de Yondó. Se encuentra localizada a 16 km al norte de la cabecera municipal, Yondó.

Es una institución pública que atiende una población mixta en niveles de educación preescolar, básica primaria, básica secundaria y educación media. Esta institución está conformada por 6 sedes: *IER San Luis Beltrán, IER Ciénaga, IER Alto San Francisco, IER Caño Don Juan, IER El Campo y IER Santa clara*, todas ellas ubicadas en la zona área rural del municipio. Además, a diferencia de la sede principal, las sedes trabajan bajo modelos flexibles Escuela Nueva y Postprimaria. La institución atiende en total una población estudiantil de 625

alumnos y una planta de cargos de 28 docentes, 2 auxiliares administrativos y 1 directivo docente: la rectora.

Con relación a los habitantes del corregimiento se puede decir que, se dedican generalmente al cultivo del arroz, a la ganadería, la a siembra de maíz y a la pesca. Los habitantes de este corregimiento han sufrido, como toda Colombia, la violencia de los grupos al margen de la ley, por esto en la comunidad existen reinsertados y desplazados haciendo una nueva vida. Estas condiciones sociales hacen que la población no cuente con muchos recursos económicos y tecnológicos lo que llevan una vida humilde.

Para la implementación de este proyecto de investigación se seleccionó el grupo del grado de 4°01 de la sección de básica primaria de la Institución Educativa Rural San Miguel del Tigre. La elección de los sujetos participantes de la investigación se debe a la que el grado cuarto es un año en que los estudiantes se enfrentan a nuevas temáticas y porque son los próximos estudiantes a enfrentar nuevamente las pruebas SABER, prueba que evalúa todo el proceso de básica primaria. Además, cumplen y están dispuestos a mantener la armonía y convivencia sana en el desarrollo de las actividades. También se suma a que este grupo ha estado orientado por una de las investigadoras, situación que permite la reflexión directa sobre las prácticas de enseñanza y de aprendizaje. Todo lo anterior los hace candidatos para participar en la investigación en tanto se puede observar y rastrear su proceso de trabajo en la clase de matemáticas y las investigadoras están en contacto permanente con los desarrollos alcanzados.

Este grupo está conformado por 22 estudiantes de los cuales son 10 niñas y 12 niños que se encuentran entre los 8 a 12 años. Pero debido la contingencia sanitaria generada por el Covid-19, se seleccionó un pequeño grupo de estudiantes que tuvieran acceso a la herramienta del celular Smartphone e internet para poder llevar a cabo el desarrollo de las tareas y espacios de reflexión

e interacción con las investigadoras. En total se contó con la participación activa de 6 estudiantes.

4.5 Instrumentos de producción y registro de datos

Hernández, Fernández y Baptista (2010) expresan que la recolección de datos “ocurre en los ambientes naturales y cotidianos de los participantes o unidades de análisis”. Nuestro interés fue estudiar las prácticas matemáticas desplegadas por los estudiantes al momento de participar en situaciones de formulación y solución de problemas. En ese sentido, fue necesario recoger registros escritos, audios, grabaciones de video llamadas, fotografías, análisis de diálogos para caracterizar esas prácticas. Así, la atención se centró en identificar las representaciones empleadas, las decisiones tomadas, las estrategias de solución que diseñaron los estudiantes para ganar los juegos, los argumentos que explicaban sus acciones y cálculos, derivados de las interacciones con los juegos y con los diálogos orientados por las investigadoras.

En coherencia con la problemática de estudio y con base en la dinámica de trabajo gestada con los estudiantes, se seleccionaron como instrumentos para la producción conjunta de registro de datos, la observación participante, material audiovisual constituido por los registros fotográficos sobre la producción escrita y gráfica, las grabaciones en audio de las interacciones con los estudiantes, las comunicaciones asincrónicas por WhatsApp, material escrito conformado por los portafolios elaborados por los estudiantes con el desarrollo de las tareas.

La observación participante:

Esta técnica hizo posible acceder y obtener la información de las acciones, interacciones y producciones escritas tal y como van ocurriendo en el ámbito natural del trabajo de aula.

Mediante este espacio las investigadoras se permitieron reconstruir la realidad de los

participantes desde sus perspectivas. Es decir, vivenciaron la realidad de las prácticas matemáticas, vieron los gestos, las reacciones y las acciones organizadas de los estudiantes al momento de participar en los juegos presentados en formato digital. Esta posibilidad de escuchar y observar a los estudiantes en su proceso de formular y solucionar problemas matemáticos, permitió recoger insumos que se contrastan con los referentes teóricos y así generar producir comprensiones sobre los procesos de desarrollo de competencia matemáticas. Tales comprensiones son una base indispensable para la reformulación de las prácticas de enseñanza y la organización curricular en el entorno institucional.

Material audiovisual:

Los instrumentos de recolección de datos empleados aluden a todos los registros fotográficos y de audio que se emplearon durante los encuentros sincrónicos, asincrónicos y presenciales donde hubo interacción, trabajo cooperativo o socializaciones en torno al desarrollo de las tareas propuestas. Por ejemplo, para el análisis de las reacciones y expresiones de los participantes se tomaron fotografías y grabaciones (video y audio), ya que estos registros brindaban la posibilidad de capturar elementos propios del despliegue de la actividad matemática durante la construcción colectiva de significados y estrategias de juego, .Estos registros, según Hernández, Fernández y Baptista (2010), se asumen como “Materiales audiovisuales, grupales, imágenes, grafiti, cintas de audio o video, páginas web, etc., producidas por un grupo con objetivos oficiales, profesionales u otras razones” (p. 433). Los registros escritos se contrastan con las expresiones capturadas en los audios y videos para construir categorías emergentes que ayuden a la caracterización de la actividad matemática de formulación y resolución de problemas. Los datos resultantes del análisis del material audiovisual se clasificaron, en principio, por categorías y subcategorías en función de los referentes teóricos consultados, para luego cruzarlos con las

categorías emergentes del proceso de interacción y reflexión pedagógica y didáctica. Las categorías responden a la mirada detallada sobre la actividad matemática de formular y solucionar problemas matemáticos evidenciada en los estudiantes.

Producciones o registros de los estudiantes.

Estos se refieren a los registros escritos y gráficos que realizaron los estudiantes cuando participaban en las diferentes tareas que se desencadenaron de los tres juegos presentados en formato digital. Este insumo brindó la posibilidad de capturar elementos propios del despliegue de la actividad matemática tales como cálculos, procedimientos, elección de información para el diligenciamiento de tablas, análisis de conceptos empleados a través de la cadena de acciones registradas, argumentos y explicaciones de sus procedimientos, representaciones gráficas que complementan los cálculos, entre otras, al caracterizar sus prácticas matemáticas y reflexiones con relación a los datos obtenidos.

4.6 Presentación de los juegos propuestos

Debido a la contingencia sanitaria generada por el covid-19 que se está presentando en el país se toma como punto de partida las indicaciones de la Circular Conjunta número 11 de 9 de marzo de 2020, donde los Ministros de Educación Nacional y de Salud y Protección Social, emitieron las recomendaciones para la prevención, manejo y control en el entorno educativo de la infección respiratoria aguda por Coronavirus. Además, se adoptan las orientaciones dadas en la Circular número 19 del 14 de marzo de 2020, con la que se comunican medidas alrededor de estrategias de apoyo para los procesos de aprendizaje y planeación educativa, preparando la respuesta del sistema educativo, con estrategias flexibles.

De acuerdo con las medidas presentadas desde el MEN para el trabajo escolar se introducen cambios que llevan a que las escuelas se vieran en la necesidad de pasar de la educación

presencial a la virtual. Por lo tanto, las investigadoras se ven obligadas a rediseñar su trabajo de campo de la investigación. En un principio, se tenía planeado trabajar con juegos de puntajes de forma presencial con material concreto, pero tuvieron que ser cambiados por juegos en formato digital para poder que los estudiantes los realizaran de manera remota por el trabajo escolar en casa.

4.7 Gestión de los juegos

Para cumplir con las condiciones del trabajo escolar en casa se hicieron c adecuaciones para lograr entregar el material de trabajo y acompañar su desarrollo:

1. La interacción de los niños con los juegos en formato digital se dio por medio del celular ya que es el recurso disponible en la comunidad. Ahí instalaron la versión offline de los juegos. Los juegos empleados fueron **Archery King “Tiro con arco”, Snake & ladder “Serpientes y escaleras” y strike “Los bolos”**.⁴

2. Debido a que las investigadoras viven en un municipio diferente a aquel donde se ubica la escuela, el material requerido para realizar las tareas derivadas de los juegos, se les hizo llegar a los estudiantes guías impresas a través de un padre de familia que se desplazaba entre el municipio y el corregimiento.

3. El acompañamiento a los estudiantes por parte de las investigadoras se realizó a través de comunicaciones en un grupo de WhatsApp, en el cual se orientaron las acciones centrales y las dudas e inquietudes que surgieron durante el desarrollo de las tareas .

4. Durante el desarrollo de los momentos del juego, se realizaron unos conversatorios

⁴ De aquí en adelante en el documento solo se referirá los juegos por su nombre en español “Tiro con arco”, “Serpientes y escaleras” y “Los bolos”.

presenciales, otros se llevaron medio de la plataforma Zoom y llamadas telefónicas (multiconferencias) con el objetivo de conocer, intercambiar y entender los procesos que ejecutan los estudiantes al momento de realizar las acciones del juego.

5. Se realizó la gestión y acompañamiento de los padres de familia para que los estudiantes contaran con la herramienta del celular y su respectiva recarga, para que los niños pudieran acceder a internet y estar sintonizados en las plataformas de las reuniones. Además, con la rectora se gestionaron los espacios y ajustes al cronograma escolar necesarios para disponer del tiempo de los estudiantes.

Imagen 2 Encuentro de las investigadoras y participantes por la plataforma Zoom

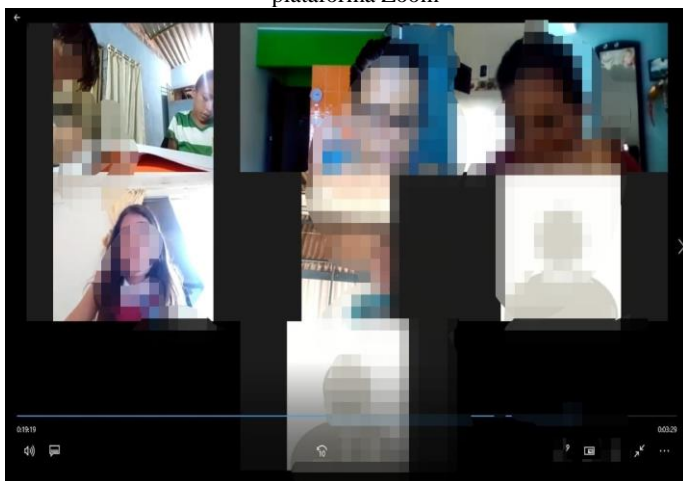


Imagen 1 Grupo de WhatsApp de las investigadoras y participantes.



Teniendo claro las adecuaciones anteriores, se presentan estos juegos. Los juegos fueron concebidos como dispositivos que detonan y orientaran las acciones de los estudiantes y a la vez,

focalizan la acción pedagógica del maestro. Con base en las instrucciones dadas en los juegos los estudiantes desplegaron su actividad matemática haciendo uso de los instrumentos culturales que tenían a su disposición y en correspondencia con los retos y problemas que debían resolver. En otras palabras, los juegos se constituyeron en mediadoras para orientar las reflexiones, las acciones y en última instancia, propiciar el desarrollo de competencias matemáticas, pues recogen las decisiones, la información hallada, los conocimientos matemáticos usados, las comunicaciones de los resultados y la validación de los procedimientos empleados.

4.8 Descripción de los juegos propuestos

4.8.1 Juego 1 “Tiro con arco”



Imagen 3 Elementos del juego Tiro con arco. Tomado de la aplicación del celular.

El proceso de estudio del primer juego “Tiro con arco” se organizó en 4 momentos. Cada uno de ellos enfocado a que los estudiantes afronten retos y desplieguen algunos aspectos de la actividad matemática de formular y resolver problemas matemáticos.

los puntos ganados, qué estrategias pudieron implementar los jugadores que obtuvieron esos resultados, qué cálculos hicieron para ganar la medallería en cada fase del juego. Así, este momento está diseñado para focalizar la atención en la actividad de formulación de problemas en tanto se explicitan contextos, relaciones entre variables y cantidades para obtener las respuestas dadas en la tabla de registro de puntajes. Además, consideran elementos semánticos que les proporcionen relaciones lógicas para formular preguntas y respuestas en el marco del juego manipulado.

En el tercer momento, siguiendo la dinámica del juego, los estudiantes se alejan de la manipulación directa del juego y se enfrentan a situaciones hipotéticas donde deben completar valores faltantes en unas tablas de registro de puntajes. Este momento les propone los niños situaciones problemas ideales con bases en las variables que involucraba el juego: puntajes en cada fase, medallerías, cantidad de lanzamientos, cantidad de flechas para así ganar el juego y ser campeones. De esta manera, las situaciones hipotéticas proponen el reto de completar cantidades a partir de un valor dado, establecer relaciones de orden, ejecutar cálculo con cantidades. Aquí los estudiantes analizan información y toman decisiones sobre la operatoria con las cantidades que disponen para llegar a producir un resultado acorde con los parámetros dados en la tabla de registro de puntajes. En esa medida el foco está centrado en la actividad de resolución de problemas puesto que analizan las condiciones de la situación, relacionan variables, toman decisiones y realizan cálculos para obtener resultados. Por último, los estudiantes describen las acciones realizadas para explicar su proceso de resolución y validar con sus compañeros los resultados obtenidos.

Como cuarto y último momento de esta tarea, nombrado “Completando historias”, los estudiantes deben escribir diferentes posibilidades de historias tomando como base los resultados

dados en varias tablas de registro de puntajes obtenidos por jugadores durante ciertas fases del juego. Nuevamente se presenta el reto de describir y crear contextos donde la información suministrada tenga sentido, acción relacionada con la actividad matemática de formulación de problemas. A diferencia del momento 2, este momento es más abierto porque sólo se presenta la medallería obtenida en el juego y se dan pista del inicio de la narración. Así que el estudiante debe evocar las variables involucradas en el juego, hacer una conexión para narrar una historia coherente con esas variables que conlleve cálculos posibles, descartar situaciones imposibles en el juego, seguir los elementos discursivos para lograr un texto lingüísticamente coherente y matemáticamente correcto. El juego completo se encuentra en el **Anexo 3**

4.8.2 Juego 2 “Serpientes y escaleras”

Mis lanzamientos			Contrincante celular		
Lanzamiento	Puntaje dado	Casilla	Lanzamiento	Puntaje dado	Casilla
1	5	5	1	1	1
2	6	11	2	1	2
3	5	16	3	4	6
4	4	20	4	1	7
5	3	23	5	6	13
6	1	24	6	5	33
7	5	29	7	2	50
8	2	26	8	6	74
9	5	31	9	1	15
10	3	34	10	6	21
11	3	37	11	2	23
12	1	38	12	?	25
13	1	100			

Figura 14 Ejemplo de tabla de registro del juego 2 serpientes y escaleras.

El proceso de estudio del segundo juego se organizó en 4 momentos de la siguiente manera:

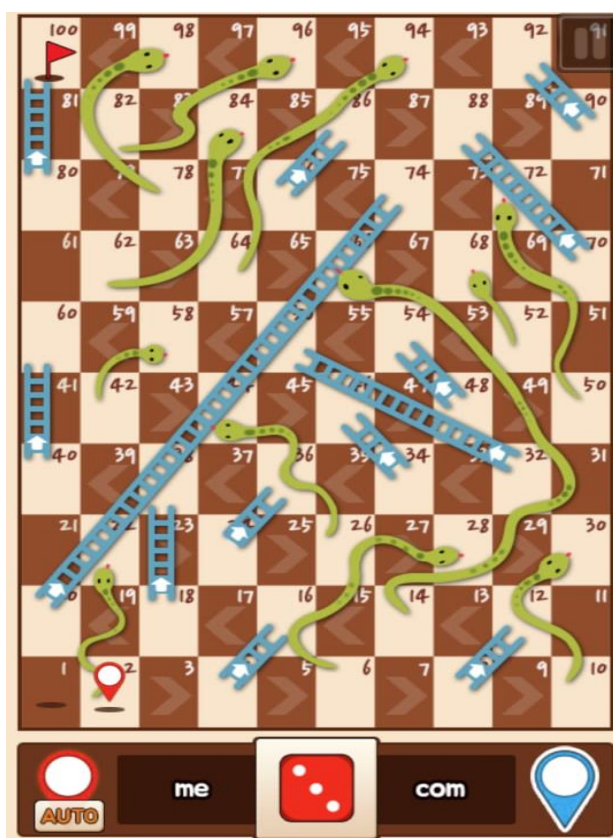
El primer momento enfocado en la exploración del juego, el registro de las jugadas propias y las del contrincante ⁵(movimientos gestionados por la aplicación en el celular) como se observa en la tabla de la Figura 14.

⁵ La aplicación del juego tiene la posibilidad de jugarse en línea o no. Para el caso de la investigación, se optó por jugar fuera de línea, luego el contrincante es el usuario generado por el mismo dispositivo.

En este momento inicial, los estudiantes identifican los controles del juego: el dado, herramienta que les suministraba la cantidad de casillas a recorrer; el tablero, que incluía las casillas que funcionaba como pista donde avanza la ficha propia y la del contrincante. Además, reconocieron el papel de las serpientes (descender y retroceder cierta cantidad de casillas) y de las escaleras (subir y avanzar casillas rápidamente). El foco de este momento se centró en el reconocimiento del efecto de los movimientos en relación con los obstáculos de la pista. Dichos movimientos fueron analizados a través del registro de los movimientos alcanzados de acuerdo con los puntos obtenidos en el dado. Asimismo, los estudiantes podían sacar conclusiones, establecer comparaciones con las tablas registro de su compañero. Esta cadena de acciones estaba relacionada con la actividad matemática de resolución de problemas.

El segundo y tercer momento, los estudiantes debían hacer predicciones y analizar los posibles lanzamientos obtenidos para avanzar desde una cierta posición a otra. Se presentan entonces situaciones hipotéticas que esperan detonar la actividad matemática de los estudiantes y develar cómo hacen uso de su conocimiento matemático para realizar cálculos matemáticos, conteo y combinaciones de cantidades, interpretando las variables del juego dispuestas espacialmente sobre el tablero para lograr recorrer el trayecto que se le pide en la tarea. En adición, se solicita al estudiante una explicación sobre por qué de esos

Imagen 4 Tablero de la pista del juego 2 serpientes y escaleras. Tomada de la aplicación del celular.



puntajes en su solución y cómo los obtienen en el marco del juego. Esta propuesta de trabajo que involucra la búsqueda de posibles soluciones para llegar a una casilla determinada, la toma de decisiones, la interpretación de la información y la validación de sus procedimientos y estrategias, la realización de cálculos, la discusión de movimientos, conlleva a la construcción colectiva del conocimiento matemático. Por lo tanto, apunta a la actividad matemática de resolución de problemas guiada por medio de preguntas.

Como último momento de este juego, se les propone a los estudiantes el diseño de una estrategia de movimientos que los conduzca de manera rápida a la meta. Este reto involucra la condición de escribir y comunicar los posibles movimientos justificando la viabilidad de las jugadas de acuerdo con la experiencia que les ofreció el juego en el momento anterior. Además, se propone completar una narrativa que describe el juego realizado por un compañero, tomando como base una cierta cantidad de desplazamientos por el tablero. Este proceso de completar la narrativa involucra con la comprensión e interpretación de las variables incidentes en el juego y el manejo de cálculos numéricos para lograr una composición coherente. En esa medida, propende por las acciones propias de la formulación de problemas. El juego se completa se puede ver en el **Anexo 4**.

4.8.3 Juego 3 “Los Bolos”.

El proceso de estudio del tercer juego se organizó en 3 momentos orientados hacia la actividad matemática de resolución y formulación de problemas matemáticos

¿Qué puntajes lograste esta vez en el juego? <u>En este juego baje de puntaje, el mayor era 146 y saque 111.</u>	¿Has tenido lanzamientos que no logres puntos? ¿Cuál? <u>No en ninguno.</u>
¿Cuántas chuzas o media chuzas lograste? <u>Tres media chuzas.</u>	
¿A qué bolo le estas apuntando más para tumbar la mayoría? ¿porqué? <u>Al del medio, porque tumba a los del lado.</u>	¿Cuáles han sido los bolos más difíciles de tumbar? ¿porqué? <u>Los que quedan separados porque me queda un 50 dado.</u>

Figura 15 Modelo del diario de registro del 3° juego los bolos.

Un primer momento donde los estudiantes leían las reglas del juego, las cuales involucraban la forma de asignar los puntajes, la cantidad de tiros para lograr el puntaje y la cantidad de bolos que disponían, para luego, iniciar con la exploración del juego interactivo en el recurso digital. A cada estudiante se le entregó un

diario de registro, (ver Figura 15) para

que describieran las características y las acciones realizadas guiados por una serie de preguntas sobre su desempeño en el juego. Además, en este momento los estudiantes deben realizar acciones como tomar la decisión sobre las características que debe tener su herramienta de juego para ganar y poner en marcha su estrategia, en este caso los bolos. Asimismo, observar la ubicación de los bolos, con el fin de analizar y exponer sus argumentos sobre si la ubicación en un determinado lugar (derecha-izquierda) influía en su desempeño para tumbarlos. Entonces, estas acciones por parte de los estudiantes de buscar y comprender información pertinente del juego para decidir y manejar las variables que afectan el juego se ven relacionadas con la actividad de resolución.

En el segundo momento, los estudiantes disponían de 45 minutos para jugar con la aplicación, luego de haber completado los 10 lanzamientos del juego, los estudiantes debían enviar un pantallazo al grupo de WhatsApp de la tabla de resultado (ver Imagen 5) para luego proyectarlas e intercambiar experiencias, argumentos y analizar su juego en comparación de sus compañeros,

en este momento los estudiantes debían comunicar los retos que le impuso el juego, las estrategias que emplearon y de esta manera las investigadoras identificar en los estudiantes como ellos comprendieron y aplicaron su conocimiento matemático en situaciones en las que se despliega la actividad de resolución de problemas.



Imagen 5 ejemplo de tabla de registro del juego 3 los bolos. Tomada de la aplicación del juego.

Como último momento, los estudiantes debían analizar el registro de un campeonato entre dos jugadores, (ver Imagen 6), dónde un jugador no tenía completos los registros de sus puntajes y por lo tanto dieron como ganador al segundo jugador, este tipo de momento deja ver cómo los estudiantes deben analizar la situación y cuestionarse sobre la decisión tomada, para dicho análisis los niños se ven obligados a realizar cálculos usando sus conocimiento matemático y así hallar el valor de cada silla, además, de esta manera pueden realizar sus razonamientos sobre los faltantes en la tabla del jugador y hacer una posible hipótesis del por qué no aparecieron los puntajes escritos al jugador 1.

Resultado primer jugador

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	2 2	5	7 1	6 1	8	5 4	4	5	9
12	16	24	32	39	54	63	72	91	

Resultados segundo jugador

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3 6	9 -	6 3	6 1	4	4 4	5 4	5 1	6 -	7 5
9	18	27	34	48	56	65	71	77	92

Imagen 6 Tablas generadas por la aplicación del juego 3 Los bolos.

Al completar primeramente la tabla este momento nos muestra que el estudiante relaciona las variables del juego, pues los posibles puntajes que ellos completen depende y son de acuerdo a las reglas del juego. Cada uno de los momentos mencionados anteriormente están entrelazados y articulados para que el estudiante construya su propio conocimiento y mejore su capacidad argumentativa, propositiva y razonamiento lógico, cuyas habilidades hacen parte de la actividad matemática de resolución y formulación de problemas. Ver **Anexo 5**.

4.9 Análisis de datos y proceso de sistematización

En el proceso investigativo se propusieron tres juegos presentados en recursos digitales, de los cuales se desencadenan tres tareas. Al organizar y sistematizar la información recolectada por cada una, se está considerando a estas tareas como unidades de análisis de la investigación. Pues al finalizar cada tarea las dos investigadoras, de manera independiente realizamos las transcripciones de los audios, videos y revisamos el avance en cada uno de los registros escritos de los estudiantes. La información anterior se sistematizó, asignando un código a cada elemento (la muestra esta sistematización). Luego triangulamos la información de los tres instrumentos empleados para describir las prácticas matemáticas de los estudiantes y así pasar a caracterizar su actividad matemática de formulación y resolución de problemas.

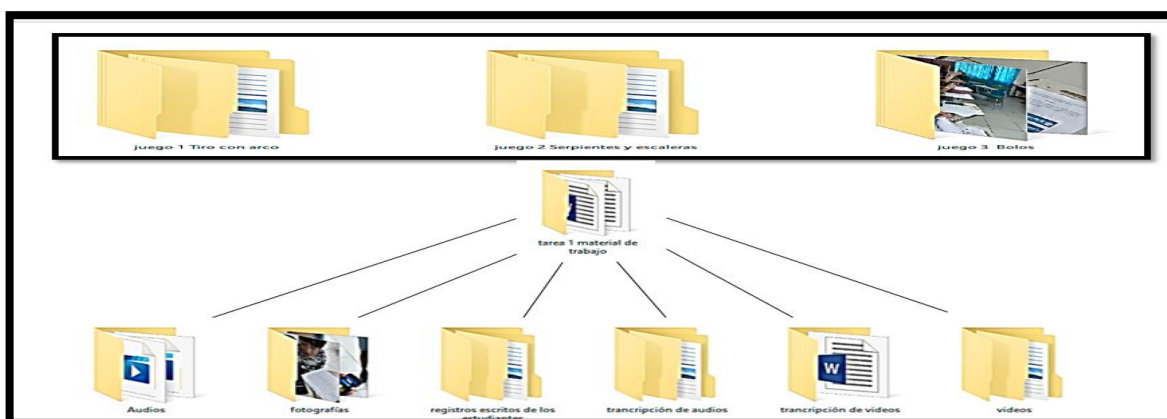


Figura 16 Sistematización de los datos.

Para el análisis de la información fue necesario reducir los datos obtenidos para delimitar y seleccionar los datos de la investigación, usamos el método de categorización y codificación, para ello, realizamos una selección de las categorías de análisis tanto para la actividad matemática de formulación y actividad matemática de resolución de problemas. Cada categoría se definió con una codificación teniendo en cuenta la teoría y a partir de la lectura que se realizó de los datos obtenidos, estas categorías nos guiaron hacia la solución de la pregunta y el objetivo de la investigación.

Como categorías para analizar e interpretar las prácticas matemáticas de los estudiantes del grado cuarto con relación a la actividad matemática de formulación, empleamos las tres propuestas por Espinoza , Lupiañez , Segovia (2015). Con estas categorías presentadas en la Tabla 2 ,las cuales su descripción se encuentran en el marco conceptual hicimos el análisis de resultados y las conclusiones.

Tabla 2 Categorías de análisis de la actividad de formulación.

Categorías de análisis de la actividad matemática de formulación
Estructura sintáctica
Estructura matemática
Estructura semántica

Asimismo, con relación a la actividad matemática de resolución de problemas empleamos cinco categorías, las cuales surgieron de la necesidad de explicar e interpretar específicamente las acciones realizadas por los estudiantes al momento de resolver los juegos propuestos, tal como lo muestra la Tabla 3. En el siguiente apartado describimos la interpretación que le dimos a las categorías que surgieron.

Tabla 3 Categorías de la actividad de resolución.

Categorías de análisis de la actividad matemática de resolución
Búsqueda y tratamiento de la información
Toma de decisiones
Diseño de estrategias
Uso del conocimiento matemático
Comunicación

La triangulación de la información la realizamos entre los diversos registros y datos producidos conjuntamente con los estudiantes, las interpretaciones de las investigadoras y los

referentes conceptuales asumidos para esta investigación. Cada una de las fuentes de información usadas durante el proceso investigativo nos suministró datos importantes para la descripción de la actividad matemática de formulación y resolución que se daba en los niños, lo que permitió dar respuesta a la pregunta y objetivo propuesto.

4.9.1 Presentación de las categorías de análisis de la actividad matemática de resolución de problemas

El equipo investigativo resalta que en el marco grande de las etapas para solucionar problemas que nos han dado los autores clásicos como Polya (1965), Schoenfeld (1985), Santos (1992) son válidos y nos acogemos a ellas, pero debido a que el objetivo de este proyecto es ver cómo los estudiantes llevan a cabo su actividad matemática de resolver y formular problemas, estas etapas al ser globales no nos están dando cuenta del cómo transcurre el estudiante de un momento a otro. Ante lo anterior, recurrimos a la teoría de la actividad ya que esta aparece con ciertas nociones centrales que nos permiten explicar el funcionamiento desde la teoría, desde cómo se ve la acción directa en los sujetos al momento del juego y del desarrollo de las tareas, asimismo, desde cómo estaría funcionando la mente de los estudiantes en ese momento.

Durante el trabajo de campo vimos las acciones en vivo y en directo a través de lo que hacían los niños, es por eso, que requerimos unas categorías emergentes, las cuales son construcciones que se derivan de la literatura que se ha estudiado y analizado en todo este proceso investigativo. Entonces, en este proyecto se propone y explica la siguiente alternativa, la cual parte de considerar precisamente las ideas como estructura general para resolver problemas y se particulariza en unas acciones específicas por parte de los estudiantes en la ejecución del trabajo de aula, teniendo en cuenta lo que implica la actividad matemática de resolución de problemas.

✓ **Búsqueda y tratamiento de la información:** esta acción permite devolverse sobre el problema para interpretar la información ya sea la que está implícita o explícita, al buscar datos en el problema, desde la mirada de Vygotsky sería a través de mediadores, los cuales pueden ser las representaciones, imágenes y el contexto de la situación que nos permite saber los significados de lo que no se conoce para solucionar el problema. Aquí los estudiantes identifican y relacionan la información con respecto a lo que está resolviendo, para hacer uso de los recursos que tienen disponible o conocen de la práctica matemática escolar, es decir, los instrumentos culturales para la acción que deben tener en cuenta para poder darle solución, ya que después de buscarla los estudiantes deben organizar la información para determinar qué es relevante para darle solución al problema.

✓ **Toma de decisiones:** esta no es una acción al azar o aislada, sino que debe hacerse sobre los elementos bases que le plantea el problema en ese momento histórico y contexto particular (que me están preguntando o pidiendo, que me dicen, que quiero comunicar) ya que estas decisiones son en función del objeto para cumplir el objetivo que se quiere alcanzar a través de las acciones que se decidan. Esta le permite identificar las palabras claves y las variables que se pueden manejar o controlar dentro del problema, ya que serían las herramientas o instrumentos psicológicos que están permeando la situación para lograr el objetivo y desechar esos elementos que no sirven o no le aportan. Estas decisiones se toman de acuerdo a las condiciones de la actividad según Leontiev (operaciones), pues me permiten determinar cómo proceder, con los medios o procedimientos para efectuar la acción.

✓ **Diseño de estrategias:** consiste cuando se hace la selección de la hipótesis

más adecuada y una determinación de la situación en la que la solución de un problema es aplicable, ya que se hace la relación entre los objetos y se busca ideas de la posible vía de solución más simple en el problema y así poner en marcha la mejor acción. Es buscar regularidades, encontrar una ley o patrón para generalizar, pues considera al problema matemático como esa necesidad o motivo de la acción.

✓ **Uso del conocimiento matemático:** es traducir el problema a una expresión matemática, para que el estudiante pueda plantear cuestiones en las que utilice conceptos y destrezas matemáticas. Es decir, el sujeto al realizar acciones como visualizar, representar, usar el lenguaje simbólico, formal y técnico, operaciones del conocimiento matemático; combinar e integrar modelos, conjeturar, argumentar, comprobar y generalizar. Desde la mirada de Jurdak (2016) estos conocimientos matemáticos llevan a los sujetos a generar diferentes procesos para satisfacer sus necesidades de la actividad matemática, pues son el conjunto de prácticas de acciones socialmente dirigidas con el objetivo de alcanzar el fin que se proponen.

✓ **Comunicación:** se refleja en el momento que se convierten en actores activos del acto enunciativo y toman diferentes roles en el proceso, permitiendo identificar a través de su actividad de resolver problemas los roles, tonalidades y las orientaciones sociales del discurso. Además, es el instante para expresar sus opiniones libremente, reflexionando y argumentando sus ideas matemáticas fundamentadas en sus conocimientos previos, para Engeström (2006) la comunidad es ese proceso de colaboración y comunicación entre los sujetos involucrados en la actividad colectiva (profesor-estudiante; estudiante-estudiante),

pues está orientada hacia un objeto compartido. Estas acciones comunicativas llevan al sujeto a cuestionarse, preguntar, proponer, recomendar, sugerir o anticipar una respuesta. Al respecto Obando (2015), define que estas acciones de la actividad matemática son mediadas a partir del conjunto de recursos culturales disponibles (artefactos mediadores).

4.10 Consideraciones éticas

El ejercicio de la investigación científica y el uso del conocimiento demandan conductas éticas en el investigador y en el maestro quien la realiza, pues la investigación es una contribución social y humana al progreso y desarrollo del conocimiento de nuestra sociedad. Por lo tanto, si se va a efectuar investigación social científica, se necesita estar al tanto de los acuerdos generales que comparten los investigadores sobre lo correcto y lo incorrecto al desarrollar una indagación científica

Galeano (2004) define la ética como el saber que reflexiona sobre las acciones reguladoras de los comportamientos sociales, la constituye como referente a través del cual se establece un reordenamiento de las acciones sociales. En consecuencia, quienes realizan una investigación deben tener claro criterios éticos como la responsabilidad, el respeto, disponibilidad y compromiso durante todo proceso investigativo, pues, con estas acciones se les dará veracidad y validez a los resultados encontrados. Según Galeano (2004) las consideraciones mínimas y ejes con las que debe llevarse a cabo una investigación son: integridad del proceso, responsabilidad hacia los informantes (consentimiento informado, confidencialidad, anonimato y derechos de autor), pertinencia de las técnicas de recolección y registro de la información, manejo del riesgo y reciprocidad.

Respecto a lo anterior, las investigadoras informarán a todos los participantes sobre el objetivo de la investigación y se solicitará los permisos informados necesarios para poder realizar las actividades y análisis de los trabajos de los estudiantes que participaran en la investigación. Se respetará la privacidad de los participantes, pues, permitirá que los mismos puedan expresar sus opiniones libremente, asimismo, se mantendrán informados de cualquier cambio en el proceso investigativo con el fin de darle credibilidad al proceso y por último se socializará con los mismos los resultados obtenidos de la investigación.

5 Análisis de la información

Los escenarios fueron generados a partir de tres juegos presentados en formato digital, tomando como elemento de diseño el juego como actividad rectora que permite evidenciar acciones organizadas e intencionadas a un fin. Permitiendo que el objeto-motivo inicial jugar y ganar movilizará a los estudiantes para que, a través de las acciones desplegadas, se pudiera caracterizar sus prácticas matemáticas en torno al proceso de formulación y resolución de problemas matemáticos.

El primer juego titulado “**Juego 1: Tiro con arco**”, constaba de cuatro momentos: Momento 1: soy el mejor jugador del tiro al blanco; Momento 2: narradores deportivos profesionales; Momento 3: momentos hipotéticos; Momento 4: completando historias.

El segundo juego titulado: “**Juego 2: Serpientes y escaleras**”, se organizó en cuatro momentos: Momento 1, exploración y registro de sus jugadas y el de su contrincante; Momento 2: enfocado en hacer predicciones sobre la ocurrencia de posibles lanzamientos; Momento 3: diseño de estrategias de juego para alcanzar un determinado resultado; Momento 4: comunicación de estrategias y movimientos para alcanzar una meta.

El tercer juego titulado: “**Juego 3: Los bolos**”, fue diseñado en tres momentos: Momento 1: exploración de la aplicación del juego; Momento 2: juego y argumentación de procedimientos y estrategias; Momento 3: análisis de registro de jugadas para argumentar las decisiones tomadas.

En general, esta organización de las tareas devela cómo el estudiante ejecuta el juego, toma registros de su desempeño, analiza resultados de otros juegos y describe procesos de juego a partir de unos puntajes dados.

Todas las acciones desplegadas por los estudiantes se registraron a través de diferentes recursos para poder identificar los elementos que caracterizaron sus prácticas matemáticas, Estas prácticas se observaron, analizaron y organizaron a partir de categorías derivadas de las reflexiones teóricas en el marco de la actividad matemática, el juego como actividad rectora y los desarrollos del campo de la formulación y resolución de problemas matemáticos.

En esta medida el detonante de interacción con juegos en formato digital motiva la acción de los estudiantes para explorar los instrumentos que brinda el recurso digital y definir posibilidades de acción que los conduzcan a la meta: ganar. Unido a ello, su experiencia de juego va dejando la traza de la organización de sus acciones para formular y resolver los problemas que se gestan entorno a la dinámica del juego

5.1 Actividad matemática de resolución de problemas

Desde la literatura se señalan 4 momentos generales que enmarcan dicho proceso, a saber: comprender el problema, concebir el plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva Polya (1965). Pero para lograr una caracterización de la práctica matemática de los estudiantes es necesario indagar por las acciones que constituyen esos diferentes momentos. Esas son justamente, las categorías que afloraron durante la ejecución de los juegos propuestos. Estas categorías como búsqueda y tratamiento de la información, toma de decisiones, diseño de estrategias, uso del conocimiento matemático y comunicación se describen en el apartado anterior y las cuales se agrupan en torno a las acciones que desplegaron los estudiantes durante el proceso de resolución de problemas.

5.1.1 Búsqueda y tratamiento de la información

Durante el primer momento de contacto con el juego “Tiro con arco” los estudiantes exploraron la interfaz y los comandos del juego. En dicha exploración identificaron las condiciones y variables que podían controlar en el juego y que incidía en su resultado final. (Ver Figura 17) Por ejemplo, en la primera ⁶fase, el tablero de la diana

¿Cuál era el reto que me planteaba la fase?
Pues ya que es la primera fase para mí no planteaba nada porque la primera fase estaba fácil ya que todo estaba quieto y no había viento a diferencia de otros niveles.

¿Qué cambios tuvo el juego en la fase?
En las primeras fases todo era fácil porque no había viento y el tablero está quieto, pues a medida que vas avanzando más se te dificulta, y piden más puntos.

Figura 17 Respuesta diario de registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes juego.

permanecía en un lugar fijo de la pantalla y no había incidencia del viento durante el lanzamiento de las flechas. Esta variable determinaba las condiciones del desarrollo del juego, haciendo evidentes elementos que permanecen en una constante del juego. La Figura 18 y el Diálogo 1, muestra como los estudiantes identifican que en cada fase cambian ciertas condiciones del juego,

¿Cuál era el reto que me planteaba la fase?
Muy difícil, porque el viento aumenta, se mueve, se aleja, más puntaje.

Figura 18 Respuesta diario de registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes juego.

aumentando el nivel de dificultad del mismo, por parte de los estudiantes también se constata en la expresión donde manifiestan que el viento es incidente, el movimiento de la diana, la distancia a la que ésta se ubicaba y el puntaje asignado a los diferentes círculos hacen que la fase sea más difícil de jugar.

⁶ En los diálogos los estudiantes se refieren a las fases como niveles, a pesar que en el contexto del juego se denomina “Fase”.

En el Diálogo 1 (min 01:45) se observa que los estudiantes identificaron que la distancia (expresada en metros) a la cual se ubica la diana y el viento son variables que se deben tener en cuenta al momento de jugar para poder avanzar en el juego. Esto hace evidente que los estudiantes estaban estableciendo relaciones entre las cantidades el cual es un factor del pensamiento variacional. Ahora para los estudiantes identificar y comprender las condiciones del juego dependían de las acciones que ejecutaban y poder definir la estrategia que iban a realizar. Estas acciones dejan ver que los estudiantes estaban haciendo conjeturas al tener en cuenta las reglas de los patrones del juego para así anticipar las estrategias que los hicieran a ganar.

Diálogo 1 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 8

01:25 FI: bueno, ¿cómo manejaron la herramienta del juego, les pareció fácil o difícil?

01:31 ES: bueno, a mí al principio me pareció fácil, pero a medida que avanza van habiendo niveles más difíciles

01:45 EA: bueno, al inicio sí fue muy fácil lo mismo que dice ES pero a medida que los niveles iba aumentando los niveles iba haciendo más difícil aumentando más metros 70-90 metros y 110 metros, iba habiendo viento y eso era lo que la flecha no dejaba avanzar

02:15 EN: Pues, a medida que uno va avanzando de nivel la dificultad va aumentando existen obstáculos como el viento que apuntas a un lugar y ahí no vas a dar tenlo por seguro y cada vez hay más obstáculos más cosas de las que tienes que pasar para ganar cada vez se requieren más puntos.

Situación similar sucedió en el marco del juego 3 “Los bolos”, para que los estudiantes conocieran la estructura y reglas del juego fue necesario para ellos explorar el juego instalado en sus dispositivos móviles. Resultado de ese espacio inicial, los estudiantes pudieron comprender el porqué de sus puntajes y cómo se generaba el acumulado. Además, reconociendo la dinámica de juego podían planear su estrategia para ganar el juego. Las ideas expresadas en los registros de la Figura 19 dan cuenta de no solo de la estrategia que están tejiendo los estudiantes para alcanzar un mayor puntaje sino también del reconocimiento de ciertos elementos y variables del

juego a saber: la ubicación y distribución espacial de los bolos. En función de esta identificación de información los estudiantes toman decisiones hacia dónde apuntar el tiro de la bola (al centro y tumbar los del lado, al centro para que empujen los de atrás, al primero para que haga cadena), teniendo en cuenta derribar la mayor cantidad posible de bolos y así obtener un mayor puntaje en cada ronda y ser el ganador. Este registro del diario deja ver como los estudiantes anticipan con la información del juego y en su experiencia en él, para conjeturar sus estrategias que puedan justificar el porqué de su acción.

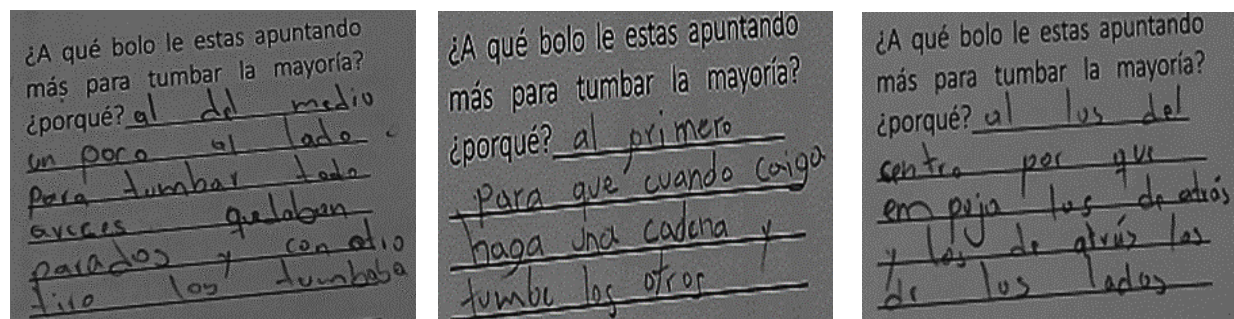


Figura 19 Imágenes de las respuestas EA en el diario de registro, momento 1, juego 3 "Los bolos". Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.

En ese sentido, los estudiantes ante el reto de reconocer las dinámicas, características y



Fotografía 1 EN completando la tabla de registro del puntaje obtenido en el lanzamiento de las flechas en cada fase del juego “Tiro con arco”. Tomada del video 2020-06-08

condiciones de los juegos determinan sus particularidades y elementos constantes en cada una de las fases (diferentes niveles de juego) y rondas, a la vez que deciden cuáles son relevantes para el avance de una fase a otra y ganar.

De otra parte, en la tarea 1 del juego “Tiro con arco”, para completar la tabla de registro del puntaje obtenido en el lanzamiento de cada flecha durante cada fase, los estudiantes advirtieron que era

necesario ir de la mano con la información que arrojaba el juego para completar cada uno de los datos requeridos (Ver Fotografía 1 y Figura 20). Esta acción evidencia como los estudiantes generalizan partiendo de las particularidades del juego.

Esta manera simultánea de manipulación de la información, se presenta el tratamiento de la información a partir de dos formas de registro. En primer lugar, la que otorga el juego con sus reglas y condiciones. En segundo lugar, el diligenciamiento y organización de la tabla de registro, aquí se evidencia que la actividad central de los estudiantes consiste en transformar la información suministrada por el juego y

fase del juego	Puntuación-Objetivo	Puntaje flechas					Puntaje total logrado	Medalla lograda
		1	2	3	4	5		
Uno	10	9	10				19	Oro
Dos	12	10	10				20	Oro
Tres	14	9	10				19	Oro
Cuatro	16	9	9				18	Oro
Cinco	18	8	7	6			21	Oro
Seis	20	9	8	7			24	Oro
Siete	22	10	9	9			28	Oro
Ocho	25	9	10	10			29	Oro
Nueve	27	9	9	6	5		29	Oro
Diez	125	25	20	20	10	15	95	Bronce
Once	29	10	9	10			29	Oro
Doce	31	10	9	8	4		31	Oro
Trece	33	8	8	5	10	2	33	Oro
Catorce	35	9	10	10	8		37	Oro

Figura 20 Tabla de registro diligenciada EE sobre el puntaje obtenido en el lanzamiento de las flechas en cada fase del juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

organizarla en la tabla. Este proceso de transformación de la información reveló que los estudiantes identificaron los datos que le estaban solicitando del puntaje obtenido en el lanzamiento de las flechas. Así, reconocieron qué debían buscar en cada fase del juego, cuál era la puntuación objetivo correspondiente, demarcaron la cantidad de flechas empleadas en los lanzamientos y el correspondiente puntaje logrado por cada acierto, de tal forma que pudieran declarar el puntaje total obtenido en cada fase y el tipo de medalla a que diera lugar (Ver Figura 20). De lo anterior se deriva que, los estudiantes identifican la información suministrada en la interfaz gráfica del juego para establecer correspondencias entre los puntajes acertados por cada flecha, la cantidad de flechas lanzadas y el puntaje total logrado en cada fase, problema que debía ser resuelto para ir configurando la tabla de ganadores. La combinación de estos elementos les permitió tomar decisiones y actuar dentro del marco del juego en busca de su objetivo: ganar. Es así como la delimitación de la lógica central del juego de puntajes los impulsa a develar y controlar información para alcanzar la meta de obtener medallas y buscar estrategias ganadoras.

En consecuencia se observa que, lo expresado en la Figura 20 demarca una búsqueda de información como insumo básico para lograr completar tablas de registro que luego son empleadas para establecer puntajes en las fases del juego. En efecto, la búsqueda de información se instaura como una acción central en la solución de problemas derivados del contexto del juego, sea para determinar el mayor puntaje y el jugador ganador, o modelar juegos hipotéticos para completar las tablas de registro.

De manera similar se observan las acciones desplegadas por los estudiantes al diligenciar la

Momento 1:

a) Registra en la tabla los lanzamientos de tus dados y el del contrincante durante 30 minutos.

Mis lanzamientos			Contrincante celular		
Lanzamiento	Puntaje del dado	Casilla	Lanzamiento	Puntaje del dado	Casilla
	5	5	1	1	1
2	6	11	2	1	2
3	5	16	3	4	6
4	4	20	4	1	7
5	3	23	5	6	13
6	1	24	6	3	38
7	5	29	7	2	40
8	2	31	8	6	46
9	5	36	9	1	47
10	3	39	10	6	53
11	3	42	11	2	55
12	1	46	12	?	75
13	1	100			

Figura 21. Tabla de registro diligenciada sobre los lanzamientos de los dados, EE, momento 1, juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

tabla de registro del lanzamiento de los dados en el juego 2 “Serpientes y escaleras” (Ver Figura 21) Así, a medida que transcurren las rondas del juego, los estudiantes debían ir buscando, en la interfaz gráfica del juego, la información que arroja tanto el puntaje propio como el de su contrincante para llevar el control de los desplazamientos realizados en el tablero y saber si los movimientos estaban correctos o se habían cometido errores.

La información registrada en la tabla le sirvió de insumo al estudiante para luego hacer sus reflexiones durante el conversatorio con P11, tal como lo muestra el siguiente Diálogo 2

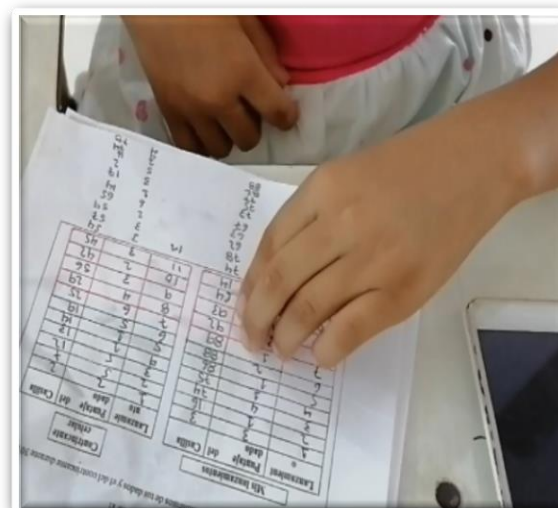
Diálogo 2. Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 - 07 - 15

04:28 P11: EA en su tabla si se puede ver ¿cuándo retrocedió usted o el contrincante?

04:34 EA: si, cuando yo subí en el primer lanzamiento en la 16 baje por la serpiente que está al lado de la escalera más grande, por eso retrocedí mucho porque quede en el número 2

05:15 ED (señalando la tabla), profe aquí porque yo estaba en el 93 y baje al 64, no iba llegar a donde tenía que llegar

Cuando P11 realiza algunas preguntas a los estudiantes (min 04:28) sobre los movimientos realizados en ciertos momentos del juego, se puede observar que (min 05:15) para ED fue necesario volver sobre la información que tenía en sus registros (ver Fotografía 2) para dar una respuesta precisa y coherente en cuanto al desplazamiento realizado con la ficha en función del puntaje obtenido en el dado.



Fotografía 2 ED apoyándose en los datos de la tabla de registro sobre el puntaje obtenido en los dados del juego 2 “Serpientes y escaleras”.
Tomada del video 2020-07-15

Aquí esa búsqueda de información en la tabla de registro sobre el puntaje obtenido y la casilla

alcanzada por la ficha le permitió justificar por qué había un retroceso en el camino, debido a la no coincidencia en la suma habitual de los puntajes obtenidos en los dados. Esto alude a que, identifica y contrasta la información cuantitativa relacionada con la posición de la ficha se deriva del análisis aditivo sobre los puntos obtenidos en los dados en combinación con los obstáculos y escaleras que se presentan en el tablero del juego. En ese sentido, se evidencia que el estudiante va más allá de solo buscar información y permite otras posibilidades de análisis de los datos obtenidos (organiza, manipula, compara datos, interpreta, transforma y da significados a los datos numéricos). La tabla se convierte en el instrumento que media la actividad matemática de los estudiantes. Además, hace evidente como el estudiante piensa conceptualmente sobre los procedimientos realizados, ya que es capaz de ver las relaciones y explica la equivalencia entre las expresiones acciones propias del pensamiento variacional.

Justamente este cruce de información es la que realiza ED para validar su respuesta frente a P11.

Por otro lado, en el momento tres del juego “Los bolos” fue necesario que los estudiantes buscarán información tanto en la interfaz del juego como en la tabla de registro para completar posibles jugadas realizadas en un campeonato de bolos. Es decir, el estudiante retomó la tabla de puntajes que la misma App generaba junto con los registros que anotó en su diario cada vez que lanzaba para poder dar respuestas a los interrogantes que planteaba la tarea, pues debía buscar e identificar cómo estaban organizados los puntajes de sus tiros, qué puntajes había logrado, entender qué era chuzas o media chuzas y con dicha información armar su estrategia de juego.

(Ver Figura 22)

e) Explica la forma como fueron registrados los puntajes de los lanzamientos que obtuviste.

La tabla está conformada por lanzamientos que son 10, la cantidad de bolos tumbarados, el puntaje total.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	→ lanzamientos				
9	-	7	2	8	7	8	1	8	-	5	2	9	-	→ Bolos tumbarados
9	16	25	32	51	60	68	75	94	103	→ Puntajes totales				

d) Lee y responde las siguientes preguntas

1. De acuerdo con lo que sacaste en tu tabla, ¿qué es lo más frecuente que sucedió con tus puntajes en el juego?

Que casi siempre tuve 8 y 9 puntos, no falle en los lanzamientos.

2. ¿Por qué fue que tuviste el mayor o menor puntaje?

Ya quede de primer lugar a diferencia de mis compañeros porque saque 111.

3. ¿Qué estrategias utilizaste para tumbar la mayoría de los bolos?

Darle al del medio para que el bolo tumbara a los del al lado.

Figura 22. Respuesta EE, momento 2, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.

En coherencia con los análisis precedentes, en figura 23 y figura 24 ambas figuras corresponden al registro del momento dos del juego “Tiro con arco” donde los estudiantes fungen como narradores deportivos y deben contar cómo discurrió la partida de juego con base en la tabla de registro de otro jugador. Es decir, la figura 23 es el insumo sobre el cual se construye la narración de la figura 23

c) Registra el puntaje obtenido en el lanzamiento de cada flecha en la siguiente tabla

fase del juego	Puntuación-Objetivo	Puntaje flechas					Puntaje total logrado	Medalla lograda
		1	2	3	4	5		
1	10	10					10	010
2	12	10	10				20	110
3	14	10	10				20	010
4	16	10	10				20	010
5	18	9	9				18	010
6	20	10	10				20	010
7	22	10	10	10			30	010
8	25	10	10	10			30	010
9	27	10	9	9			28	010
10	125	25	25	25	25	25	125	010
11	29	10	10	10			30	010
12	31	10	10	10	10		40	010
13	33	9	8	8	7	8	40	010
14	35	10	10	10	9	10	39	010

Figura 24 Registro EA momento 1, juego 3 “Tiro con arco” dado a EA. Tomado de los registros de los estudiantes del juego

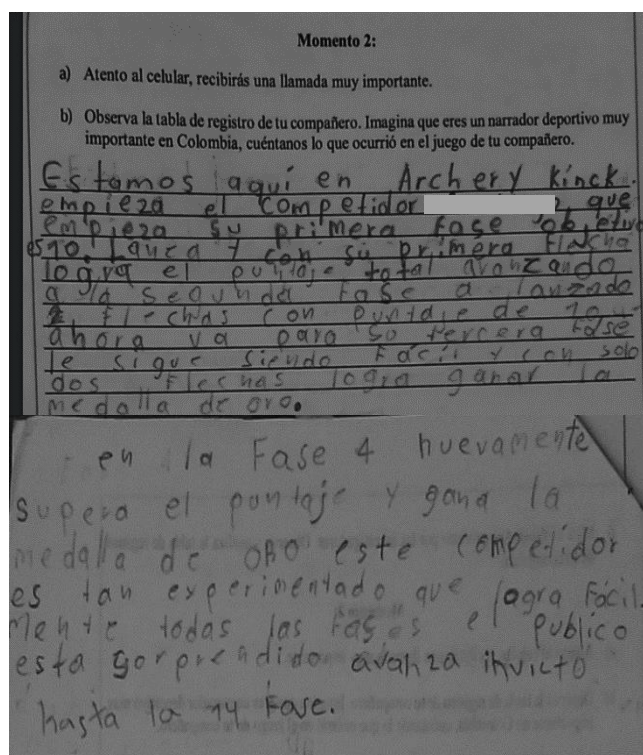


Figura 23 . Narración hecha EN con base en la tabla de registro del EA del momento 1 del juego 3 “Tiro con arco” Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

Transcripción para una mejor lectura de la narración hecha EN de la Figura 23

Estamos aquí en Archery King empieza el competidor X, empieza su primera fase-objetivo es 10. Lanza y con su primera flecha logró el puntaje total avanzado, a la segunda fase ha lanzado dos flechas con puntaje de 10, ahora va para su tercera fase le sigue siendo fácil y con sólo dos flechas logra ganar la medalla de oro, en la fase 4 nuevamente supera el puntaje y gana la medalla de oro. Este competidor es tan experimentado que logra fácilmente todas las fases, el público está sorprendido avanza invicto hasta la 14 fase.

La comunicación elaborada por EN deja en evidencia que para desempeñar su rol como narrador deportivo debió acceder y hacer una interpretación detallada de la información que estaba consignada en la tabla de registro de su compañero EA, ya que para describir las jugadas realizadas debía leer cada entrada de la tabla de registro y contextualizar las acciones en el marco de juego. Esta búsqueda e interpretación de información se logra en tanto que el estudiante que funge como narrador tuvo una experiencia previa con el juego y conoce las dinámicas y variables que se emplean fase a fase. En este sentido, la practica previa con el juego le brindó al narrador la posibilidad de dar significado a la información presentada en forma numérica y construir un discurso coherente que diera cuenta de las acciones centrales que aparecieron durante el juego como: no era necesario utilizar todas las flechas para cumplir con la puntuación- objetivo del juego, identificaron las condiciones que le ofrecía cada fase, relacionaron la información numérica suministrada por la tabla para realizar su narración deportiva, comprendieron que cada número cumplía una función en la tabla. Estas narrativas dejan ver componentes propios del pensamiento variacional como el pensar representacionalmente sobre las situaciones ya que muestran elementos de como los estudiantes representaban las cantidades, las relaciones y como ellos las dicen o expresa.

Las acciones anteriores también evidencian como el juego es ese mediador en el proceso de construcción de conocimiento de los estudiantes. Pues, es la ayuda pedagógica ajustada a la enseñanza que hace énfasis en el "cómo" del aprendizaje. Es decir, la mirada se pone en el proceso y no en la respuesta, y finalmente al aprendizaje, el cual viene a ser determinado por las experiencias y conocimientos previos traducidos en la interiorización de los instrumentos disponibles para la acción.

Como se ha mostrado a lo largo de los diferentes episodios retomados, se advierte que los juegos generaron en los estudiantes la necesidad de buscar, interpretar, comparar y transformar la información. En un primer momento durante el espacio de exploración e interacción con la interfaz de los juegos ya que los estudiantes podían identificar información clave, elementos o variables que inciden de manera directa en el desarrollo del juego, para diseñar estrategias de juego y lograr ser vencedor. En una segunda instancia, les facilitó a los estudiantes recolectar y organizar la información de tal forma que se pudiera emplear ya fuera para realizar operaciones y cálculos, tabular los puntajes o describir desplazamientos sobre un tablero. Además, el acceso a la información plasmada en diferentes registros ya sea verbal, numérica o gráficamente dinamizó significados sobre las acciones realizadas. Es decir, los estudiantes pudieron buscar diferentes fuentes y tipos de información y desplegar interpretaciones en torno a ella, en el marco de referencia de los juegos con los que estaban interactuando.

De otra parte, se evidencia en los diferentes episodios que la búsqueda y tratamiento de la información se dio en el marco mismo de las acciones desencadenadas en los juegos. Si bien el objeto motivo del estudiante se articula y se orienta en función de jugar y ganar, las dinámicas y las acciones desplegadas por los estudiantes dan cuenta de los procesos matemáticos empleados para alcanzar la meta: realizan cálculos para encontrar los valores numéricos faltantes y hallar la totalidad del puntaje, identifican, comparan y analizan la información suministrada para dar solución a los interrogantes, responden a preguntas justificando según lo interactuado con los juegos. Ciertamente, las profesoras investigadoras intervienen durante algunos espacios de los juegos para hacer explícitas ciertas acciones que son propias de la actividad matemática de solucionar y resolver problemas. De este modo, el juego para el estudiante es una actividad

desarrollante y actividad rectora tal como lo propone Vygotsky (1978), quien considera que el juego es "una actividad detonadora del aprendizaje".

Ahora bien, de acuerdo con los episodios presentados a lo largo de este apartado se observa que, la búsqueda y tratamiento de la información hace parte fundamental de las acciones desencadenadas por los estudiantes para solucionar situaciones matemáticas y no matemáticas. En relación con las situaciones matemáticas que surgieron en el marco de los juegos de “Tiro con arco”, “Serpientes y escaleras” y “Los bolos” se advierte que se orienta en función de la necesidad suscitada por el juego, a saber: como reconocimiento de su contexto durante los espacios de exploración de la interfaz de los mismos, como insumo para la organización y el registro de los puntajes de las fases de juego, como recurso para la realización de cálculos aditivos y multiplicativos y la posterior totalización de puntajes, como fuente para analizar el discurrir de las fases de un juego.

De esta manera se observa que el objeto motivo -jugar y ganar- detonado a partir de los juegos en formato digital promueven situaciones donde el estudiante se ve abocado a buscar información expresada en diferentes registros (gráficos, numérico, tabular) para organizar, analizar y relacionar variables y cantidades que les permitan encontrar posibles respuestas al reto formulado.

5.1.2 Toma de decisiones

En el marco de la actividad de resolución de problemas se busca alternativas de solución. Para ello el estudiante debe analizar el contexto de acción y reconocer las dinámicas propias que impone el reto. En esa medida produce y se constituye como participante de esa actividad, tal como lo señala Polya (1965). De ahí que, la toma de decisiones y la elección de un camino a seguir sea necesario para alcanzar el objetivo trazado. La designación de una alternativa no es al

azar o aislada, sino que se hace sobre los elementos bases que plantea el problema, en este caso el juego en formato digital: reporte de puntajes, variables dinámicas y estáticas del juego, registros y análisis de puntajes. Estos elementos junto con los elementos contextuales y las preguntas orientadoras planteadas en la guía de trabajo constituyen los insumos fundamentales para orientar las acciones de juego hacia el objetivo que se quiere alcanzar “ganar”.

En el juego 1 “Tiro con arco” los estudiantes debieron tomar decisiones de diferente orden, a saber: escoger qué flecha era mejor utilizar, comparar los valores de los círculos de la diana para identificar el de mayor valor, determinar a qué número de la diana apuntar su flecha para lograr el puntaje objetivo de la fase, calcular cuántas flechas lanzar para componer el puntaje requerido para lograr el puntaje objetivo en la menor cantidad de lanzamientos, analizar cuándo lanzar sus flechas para superar los obstáculos (movimiento, viento, distancia de la diana). La cadena de acciones y de decisiones tomadas los condujo a avanzar en el juego. (Ver Figura 25)

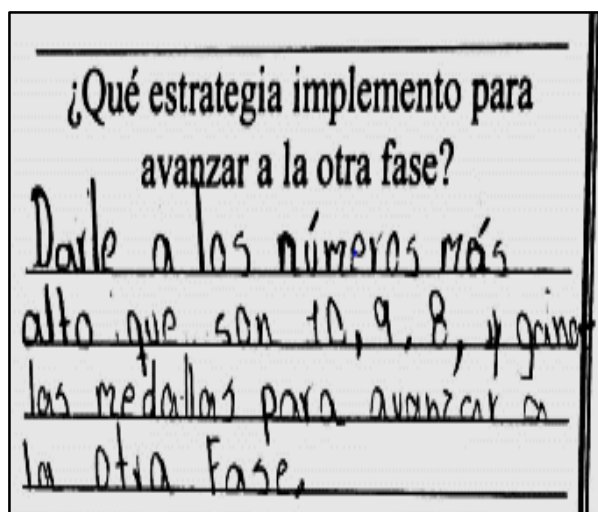


Figura 25. Respuesta del diario de registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.



Fotografía 3 EN escogiendo la flecha para el juego 1 “Tiro con arco”. Tomada del video 2020-06-08

La Fotografía 3, muestra como EN identifica y estudia las características de cada una de las flechas que el juego le proporciona para sus lanzamientos, pues con base a ellos escoge la flecha más conveniente para jugar. Además, EN tuvo en cuenta su puntaje acumulado en el juego pues de acuerdo con el monto podía adquirir o no a la flecha que se le ajustará a su estrategia como jugador. Esto también se puede ver en el siguiente Diálogo 3 entre EN y la profesora investigadora. Aquí es evidente como los estudiantes en su accionar ven lo general a través de lo particular elemento característico del pensamiento variacional.

Diálogo 3 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 08

PI: ¿EA dónde estás metido que puedes ver todas esas flechas?

EA: Profe, como yo estoy jugando con mis datos pude reunir algunas monedas y ellas me sirven para comprar estas flechas que tiene el juego

PI: ahhh que bien no sabía eso EA ¿cómo fue la escogencia de tú flecha? ¿por qué escogió esa?

EA: porque primero esta flecha vale menos de lo que reuní en mis monedas y dice que tiene el seis por ciento (6%) menos para prevenir el viento y así puedo apuntar mejor y el viento no me la corre y gano más puntos

PI: excelente estrategia EA

En el momento 3 que plantea juegos hipotéticos registrados en tablas de puntajes, los estudiantes analizaron diferentes posibilidades para obtener el puntaje indicado a través de cálculos numéricos. Aquí la toma de decisiones se deriva del análisis de los resultados de los cálculos numéricos realizados de tal forma que se cumpla con las condiciones dadas en la tabla de registro. (Ver Figura 27, Figura 26, Figura 28)

Momento 3:

a) Sigue las instrucciones de las investigadoras

b) Analiza las tablas, las cuales son los puntajes obtenidos de los juegos de un compañero. Realiza los cálculos o procedimientos en la hoja de registro.

FASE 4						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
6	4	3			10	ORO

FASE 7						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
7	7	5			19	ORO

Figura 26. Respuesta ED, momento 3, juego 1 “Tiro con arco”
Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

FASE 10						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
25	10	9	4	9	57	bronze

FASE 16						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
10	10	5	10		35	bronze

FASE 2						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
10	10	10	10	10	65	mi con todas las flechas logaba un puntaje de 65 en la cual des el puntaje para ganar la medalla de oro es 70

FASE 14						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
10	10	10	5	4	39	ORO

Figura 27 Respuesta EA, momento 3, juego 1 “Tiro con arco”.
Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.

FASE 4					Puntaje total logrado	MEDALLA OBTENIDA
1	2	3	4	5		
5	2	3			10	No la obtuve

FASE 7					Puntaje total logrado	MEDALLA OBTENIDA
1	2	3	4	5		
7	3	5	4		19	Plata

Figura 28 Respuesta EE momento 3, juego 1 "Tiro con arco".
Tomadas de los registros de los estudiantes del juego.

En los ejemplos anteriores se muestran diferentes respuestas que dieron los estudiantes para cumplir con las condiciones dadas: un puntaje fijo alcanzado por una flecha y el puntaje total logrado en la fase. Unido a ello y con base en su experiencia de juego, reconocieron que era posible obtener el puntaje

total a través de la combinación de puntajes alcanzados al lanzar flechas restantes. Esto es, lograron identificar los valores fijos de las ecuaciones y las incógnitas que podían hacer verdaderas dichas relaciones: $7 + \mu + \pi + \rho + \theta = 19$ o $3 + \beta + \delta + \varepsilon + \theta = 10$ ya fuera combinando 1, 2, 3 o 4 incógnitas. Esto deja en evidencia como los estudiantes piensan relacionadamente sobre cantidad, número y operaciones numéricas al implicar propiedades fundamentales de las operaciones para analizar la situación que se está presentando, todo esto es un aspecto propio del pensamiento variacional.

De otra parte, en el Diálogo 4 y Figura 28 se observa cómo la toma de decisiones está marcada fuertemente por la experiencia de juego y las variables de este. En ese sentido, los cálculos numéricos realizados por los estudiantes son situados y responden a las condiciones del juego. Así, los estudiantes identifican que varias de las hojas de registro de puntajes no corresponden con los puntajes máximos que se pueden obtener en la fase señalada., Ellos al interpretar la información registrada en las tablas y la comparan con los datos reales que obtuvieron durante el juego interactivo y no encuentran coherencia entre ellos. Dicho contraste

los lleva a tomar la decisión acerca del tipo de medalla obtenida y los puntajes alcanzados por cada flecha para que se ajuste a la realidad. Esa articulación de factores y el análisis realizado fue

expr Diálogo 4 Fragmento tomado del archivo de audio del vídeo de la 2° parte del encuentro por zoom. del juego “Tiro con arco”

23:28 EA: profe, esa estaba mal porque se pasó de los puntos porque los puntos que tenía la fase era 65, entonces yo le puse medalla de oro porque yo le puse un 10 porque no estaba el puntaje que tenía que dar
 23:48 P1: ustedes se acuerdan la fase dos ¿qué puntaje les pide?
 23:58 EA-EE-EN 7, 10 y 12
 24:13 P1: ¿es posible que el niño haya podido sacar 65 puntos en esa fase?
 24:18 EA-EE: no señora,
 24:22 EA: no, porque ahí no estaba el puntaje total que estaba pidiendo
 24:30 P1: es decir, ¿las cinco flechas alcanzarían para que él tuviera ese puntaje 65 puntos?
 24: 37 EA-EE-EN-ED no
 24:57 P1: ¿cuál es el puntaje más alto 10? y si todas las cinco flechas las tira al puntaje 10, ¿alcanza a tener 65 puntos?
 25:10 EA: No, necesitaría dos flechas demás. sacó 50 puntos entonces tenía que estar dos flechas más para sacar un 10 y luego un 5, es decir que, en esta, está equivocada sí.

Otra circunstancia de toma de decisiones se aprecia en momento tres del juego “Serpientes y escaleras” donde los estudiantes buscaban dos posibles lanzamientos para obtener en los dados puntajes ideales que les permitieron mover las fichas de una casilla específica a otra de acuerdo

con lo planteado en la

tarea. Al igual que en

el juego “Tiro con

arco” aquí los

estudiantes lograron

identificar los valores

fijos de las ecuaciones

y las incógnitas que

podían hacer

verdaderas dichas

c) Completa la tabla con los posibles puntajes, puedes utilizar máximo cinco lanzamientos.

Posición inicial	Puntaje de posibles lanzamientos	Posición final
25	5 3 2 1	57

Explica tu primer procedimiento para alcanzar la casilla 57:

Primero tiro un 5 quede en el 29, segundo tiro un 3, avanza al 32, luego saque un 2 y subi una escalera quede en el 56, saque un 7 y llegue al 57.

		56
		32
		24

Posición inicial	Puntaje de posibles lanzamientos	Posición final
25	5 6 6 5 2	57

Explica tu segundo procedimiento para alcanzar la casilla 57:

Primero saque un 5, luego un 6 subi una escalera quede en el 46, saque otro 6 y quede en el 52 y por ultimo saque un 5 y quede en el 57.

Figura 29. Respuesta EE, momento 3, juego 3 "Serpientes y escaleras". Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

relaciones: $25 + \mu + \pi + \rho + \theta = 57$ pero introduciendo los desplazamientos ganados por toparse con escaleras que hacen avanzar la ficha rápidamente. De igual forma, los controles de los desplazamientos se realizan sobre la base de adiciones a partir del punto de partida. (Ver Figura 29)

La Fotografía 4, evidencia que EE y ED, realizaron varios intentos para encontrar la



Fotografía 4 EE y ED apoyándose en la imagen del tablero del juego 3 “Serpientes y escaleras”. Tomada del video 2020-07-15

combinación adecuada de movimientos de tal forma que pudieran llevar su ficha a la casilla 57. Sobre la base de ese análisis toman la decisión que se ajusta a las condiciones. Aquí el tablero del juego interactivo se constituye en un instrumento para la acción, pues los movimientos podían ser modelados y verificar si se llegaba a la casilla deseada. Si no era correcto, se podían hacer varias repeticiones que incluyeran los atajos -escaleras- y peligros -serpientes- a que se enfrentaba en el recorrido que habían elegido. Así que la disposición del tablero digital brindó la posibilidad de controlar e impulsar la toma de

decisión acertadas para llegar a la casilla correspondiente. En sus escritos evidencian que relacionaron diferentes variables del juego como el puntaje obtenido en cada lanzamiento del dado para alcanzar una casilla óptima, el control del conteo de puntos para avanzar en el recorrido, la disposición espacial de las escaleras -más cercanas-, la ubicación de la ficha en la base de las escaleras más largas para avanzar rápidamente y evitar las serpientes que lo retroceden, el manejo de la secuencia numérica que ordena el sentido del movimiento en el tablero. Esta organización para la toma de decisiones se puede evidenciar en el Diálogo 5 Diálogo 5.

Diálogo 5. Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 07 - 15

08:57 P1: ¿Cómo podrían avanzar más rápido en el juego?
 09:12 EE primero la escalera más cerca se sacaría un 4 y subiría a un 16 y si sacaría un 5 subiría a un 74 y si saca un 6 hay una escalera chiquita para ganar enseguida, gracias a esas escaleras largas uno puede llegar más rápido a la meta
 09:58 EA: 4 para llegar al 16 y 4 para llegar al 76 y 6 para llegar al 100 (Observa que ese fue el juego que le realizó su contrincante y le ganó con solo 3 lanzamientos)
 10:24 EC: la que dijo EA es la más rápida porque saca 4, vuelve a sacar otros 4 llega al 76, vuelve a sacar 6 y llega a la meta.

En el Diálogo 5, se observa la organización de acciones descritas por los estudiantes para llegar más rápido a la meta. En el (min 09:58) se puede leer que EA organiza sus explicaciones con base en su experiencia de juego, pues recuerda que de esta manera le ganó el contrincante.

Considerando ahora las acciones desplegadas por los estudiantes en el juego “Los bolos” se tiene que, luego de explorar el nuevo juego y tener claro las reglas que lo comandan, optan por experimentar y organizar sus ideas frente a las diferentes estrategias que pueden emplear para tumbar todos los bolos en el lanzamiento de la bola. Ver Diálogo 6

Diálogo 6. Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 07 - 23

06:17 P1: En el juego le da la opción de escoger la bola y le dan la opción de escoger los bolos por ejemplo EA ¿qué bolos escogiste?
 06:27 EA: yo escogí lo de los cilindros para tumbar los bolos
 06:36 P1: los de cilindro ¿porque?
 06:45 EA: yo nada más quería probar para ver cómo era también, era fácil porque los cilindros cómo eran tan largos ellos a los que se caían de lado seguían rodando y tumbaban los bolos que estaban atrás
 07:03 ED: yo escogí unos pequeños que tenían como una cinta porque me parece que son más fáciles de tumbar
 07:14 EE: yo dejé los mismos
 07:37 P1: EA escogió unos de forma cilindros y ED escogió unas bolitas más pequeñas, más cortas, ustedes creen que esa estrategia que ellos utilizaron le facilitaron para ganar más puntos
 07:48 EA: sí, porque mire ahí le daban tres lanzamientos, en los bolos normales apenas le daban 1 y en éste le daban dos, cómo los tres lanzamientos no funcionaban tiene el segundo lanzamiento, usted los tumbaba todos le dan una oportunidad con el tercero
 08:19 ED: ellos rodaban y se tumbaban los demás

En el Diálogo 6, (min 6:45, min: 7:48 y min: 8:39) se observa cómo cada uno de los estudiantes dan su explicación para justificar su decisión en cuanto a la escogencia del tipo de bolos con los que jugó. Algunos se basan en la forma, otros en el tamaño y otros en el número de jugadas disponibles para completar la chuzza. Es notorio el manejo y comprensión de las variables del juego para el diseño de las estrategias y acumular un mejor puntaje. Las elecciones de las herramientas del juego, por parte de los estudiantes no fueron al azar, ya que tenían que escoger las que tenían disponibles según las condiciones del juego y dirigir las en función de cumplir con el objetivo del juego: derribar la mayor cantidad de bolos y ser el campeón. Estas acciones dejan en evidencia los aspectos de pensamiento variacional de anticipar, conjeturar y justificar por parte de los estudiantes.

De acuerdo con las evidencias presentadas y la interacción con los estudiantes, se puede observar que la toma de decisiones se desencadena cuando los estudiantes deben elegir qué variables de los juegos pueden manipular para alcanzar el reto formulado. El establecimiento de dependencia entre variables, acciones y reacciones, puntos de partida y puntajes iniciales, puntajes obtenidos, junto con el reconocimiento de las condiciones de juego, se constituyen en la base para la toma de decisiones ya sea en las partidas de juego real o en los registros de juegos hipotéticos.

Además, la toma de decisiones por parte de los estudiantes fue motivadas por ganar en los juegos o por dar respuesta a los interrogantes planteados en los diferentes momentos de las tareas. Es decir, ninguna toma de decisiones de los estudiantes fue aislada del objeto- motivo o del contexto de las tareas, pues las decisiones que tomaban involucraban directamente las características y condiciones de los juegos. Por ejemplo, en el juego “Tiro con arco”, los estudiantes manipularon las condiciones iniciales (la distancia, el viento, la cantidad de flechas

que tenían disponible para obtener el puntaje objetivo) poder avanzar de una fase a otra.

Situación similar se evidencia en el juego “Serpientes y escaleras”, donde las características del tablero del juego, recorridos, puntajes de los dados les permitía buscar los caminos ideales para llegar a la meta. En el juego “Los bolos”, fue decisivo analizar las características de los bolos (su forma y tamaño), pues esta decisión fue determinante para poder tumbarlos.

5.1.3 Comunicación

Los estudiantes comunican sus opiniones, reflexiones y conocimientos matemáticos libremente al momento de expresar cómo han logrado avanzar en las fases del juego, al exponer y defender su estrategia de juego demostrando la evidencia de sus registros a los demás de sus resultados. Aquí la comunicación se da por medio del discurso, es decir, por medio de enunciados que dan a conocer los saberes, las dudas e inquietudes de los participantes.

Los estudiantes al interactuar con sus compañeros y profesoras, no solo dan a conocer su avance en el juego interactivo, sino también las dificultades que se le han presentado en determinadas fases, como se evidencia en el Diálogo 7. En la respuesta de EE (min: 1:27) al decir “atrasada” deja ver que ella comunica un sentimiento de preocupación ya que escucha y hace una comparación con las respuestas de sus compañeros.

Diálogo 7. Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 8

00:48 EC: Elen, profe no he avanzado más de la tabla del registro porque no he podido avanzar el nivel 23
 01:12 P1: ¿usted por cuál nivel va E?
 01:15 EN 22
 01:18 ED 27
 01:22 P1: ¡27 Caramba! y EE?
 01:27 EE: atrasada
 01:28 P1: pero en ¿cuál?
 01:30 EE:19 no he podido pasar de ahí
 01:36 ES:19
 01:52 P1: ¿por qué les ha parecido difícil pasar ese nivel?
 01:58 EN: el 19 lo pasé, pero está muy difícil porque había mucho viento había 1.1 y 1.5 de viento
 02:09 P1: tú que vas súper adelantada ¿cómo te han parecido esos niveles?
 02:12 ED: son muy difíciles profe porque la flecha siempre se nos mueve se nos mueve mucho por el viento
 02:36 EC: lo máximo que he podido llegar del nivel 23, la flecha más o menos a 6 a 10 porque las flechas son 5, entonces como hay mucho viento el viento lleva la flecha a otro lugar entonces más o menos sacaba 7.
 02:57 P1: y no te alcanza el puntaje. ¿qué puntaje te piden para poder avanzar?
 03:04 EC: me piden 36

Diálogo 8. Fragmento tomado del archivo de audio del video de la 2° parte del encuentro por zoom. del juego 1

06:04 P1: ED ¿cómo hiciste díctame los números?
 06:40 ED en el primero 6 puntos, en el segundo 1, el tercero 3
 06:57 P1: y ¿qué medalla logró?
 07:00 ED oro
 07:02 EA: profe no logró ninguna medalla, porque no sacó el puntaje correcto que tenía que sacar
 07:09 P1: el procedimiento que hizo ED si le quedó bien, en la flecha 4 y en la flecha 5 qué puntaje se colocó EA
 09:10 EA: profe yo al inicio creí que debía llenar todos los cuadritos para que diera el número correcto. Yo llené todos los cuadritos en el primero puse 2, en el segundo 3, en el tercero ya estaba el tres, en el cuarto y en el quinto puse uno.
 13:06 P1: ¿qué medalla pusiste EA?
 13:22 EA: puse ninguna porque no da el puntaje total que era para sacar medalla de bronce plata u oro
 15:22 P1: ¿qué medalla pusiste?
 15:30 EN plata
 15:40 P1: ¿por qué pusiste plata?
 15:43 EA: profe daba bronce porque para plata era un puntaje bajo
 15:53 P1: EA y ¿por qué pusiste bronce? ¿cuál era la puntuación?
 15:58 EA: la puntuación tenía que ser una puntuación más alta como 20 para sacar plata y él sólo sacó 19

En el Diálogo 8, se evidencian momentos de intercambio y de reflexión sobre el juego, de modo que los estudiantes al comunicar cada uno sus experiencias, ellos podían tomar información útil de la forma de jugar de sus compañeros para perfeccionar sus estrategias y forma de resolver las actividades. Además, los participantes se anticiparon o corrigieron en ocasiones los errores que posiblemente estaba cometiendo su compañero, este momento de diálogo de información fue decisivo para justificar y exponer sus argumentos sobre las decisiones tomadas, para esto realizaban comparación de las cantidades y el valor correspondiente a la medallería que debían obtener. También giran su discurso entorno al contexto del lenguaje que presentaba el juego con palabras como diana, arco, viento, flecha, puntaje, medalla.

Ahora en la forma de dar a conocer los datos vistos en la tabla de registro de sus compañeros, podemos ver como en su rol de narradores deportivos los estudiantes estructuran la comunicación de esos registros en el momento dos del juego “Tiro con arco”.

c) Registra el puntaje obtenido en el lanzamiento de cada flecha en la siguiente tabla

fase del juego	Puntuación-Objetivo	Puntaje flechas					Puntaje total logrado	Medalla lograda
		1	2	3	4	5		
Uno	10	9	10				19	Oro
Dos	12	10	10				20	Oro
Tres	14	9	10				19	Oro
Cuatro	16	9	9				18	Oro
Cinco	18	8	7	6			21	Oro
Seis	20	9	8	7			24	Oro
Siete	22	10	9	9			28	Oro
Ocho	25	9	10	10			29	Oro
Nueve	27	9	9	6	5		29	Oro
Diez	25	25	20	25	10	15	95	Bronce
Once	29	10	9	10			29	Oro
Doce	31	10	9	8	4		31	Oro
Trece	33	8	8	5	10	2	33	Oro
Catorce	35	9	10	10	8		37	Oro

Figura 31. Registro EE, momento 1, juego 1 “Tiro con arco” dado ED. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

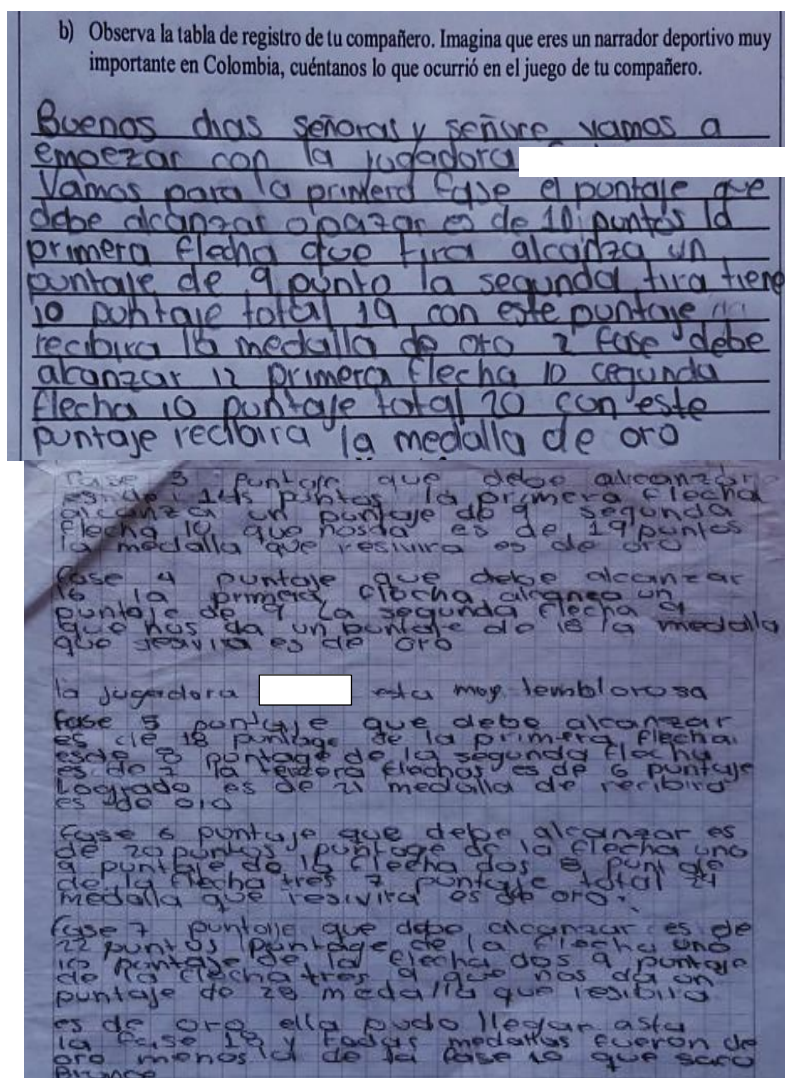


Figura 30 Narración hecha por ED del registro de EE del momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

Transcripción para una mejor lectura de la narración hecha ED de la Figura 30

Buenos días señoras y señores vamos a empezar con la jugadora x vamos para la primera fase el puntaje que debe alcanzar a pasar es de 10 puntos, flecha que tira alcanza un puntaje de 9 puntos, la segunda tira tiene 10, puntaje total 19 con este puntaje recibirá la medalla de oro

Segunda fase debe alcanzar 12: primera flecha 10, segunda flecha 10, puntaje total 20 con este puntaje recibirá la medalla de oro

Fase 3 puntaje que debe alcanzar es de 14 puntos: la primera flecha alcanza un puntaje de 9, segunda flecha 10, que nos da es de 19 puntos, la medalla que recibirá es de oro

Fase 4 puntaje que debe alcanzar 16: la primera flecha alcanza un puntaje de 9, la segunda flecha 9, que nos da un puntaje de 18, la medalla que recibirá es de oro

La jugadora x está muy temblorosa.

En la Figura 30 ED nos deja ver que en su estructura comunicativa tuvo en cuenta la información que aparece en la tabla de la Figura 31, ya que en su escrito se aprecia la narración de línea por línea destacando y detallando todos los elementos del juego. Además, se ve claramente que reconoce la información de la tabla de registro de su compañera y la logra codificar, mostrándonos todo el proceso que ella hizo en su escrito utilizando expresiones como “tiene un total”, “esta” “la medalla que recibirá es de oro” ya que ese fue su propio estilo de narrar el juego de su compañera de manera más descriptiva de fase por fase contando cuales fueron sus puntos y que medalla alcanzo. También se observa como transforma la información de la tabla en un texto narrativo, usando en su escrito figuras narrativas para indicar suspenso, anticipación de posibles resultados, así mismo realiza cálculos aditivos de los puntajes obtenidos en las flechas y brinda al lector un texto fácil de comprender. Es decir, la Figura 31 es el insumo sobre el cual se construye la narración de la Figura 30.

Otro episodio, se ve que la estudiante estructuró su comunicación de otra manera fijándose solamente en los puntos acumulados y en el total de puntaje de fase a fase sin entrar en detalles del desempeño de su compañera. Pero, aun así, se logra identificar que la narradora tradujo la información que aparece en la tabla que le correspondió, ya que agrupa varias fases en la que identifica que los puntajes alcanzados cumplen con las mismas características, además al final de su relato determina que no le asigna puntos a su compañera en ciertas fases pues ella no registro completa la información de sus puntajes en su tabla de registro. (Ver Figura 32 y Figura 33)

c) Registra el puntaje obtenido en el lanzamiento de cada flecha en la siguiente tabla

Fase del juego	Puntuación-Objetivo	Puntaje flechas 1 2 3 4 5	Puntaje total logrado	Medalla lograda
1	10	10	10	ORO
2	12	10 10	20	ORO
3	14	10 9	19	ORO
4	16	9 9	18	ORO
5	18	7 10 8	26	ORO
6	20	9 10 9	28	ORO
7	22	8 10 7	26	ORO
8	25	6 8 10 8	32	ORO
9	27	8 8 9 6	31	ORO
10	25	7 8 10	25	BRONCE
11	29	9 8 10 10	37	ORO
12	31	10 9 9 10	38	ORO
13	33	8 8 8 6 8	36	ORO
14	35	8 8 10 4 9	43	ORO
15	37	10 7 6 8 10	43	ORO
16	34	7 8 7 8 8	33	Plata
17	41	9 9 10 8	36	Plata
18	43	9 10 10 9 10	48	ORO
19	45	8 7 8 5 8	35	Plata
20	45			Chance
21	32			ORO
22	34			ORO

Figura 32 Registro ED momento 1, juego 1 "Tiro con arco" dado a la EE. Tomado de los registros de los estudiantes del juego

b) Observa la tabla de registro de tu compañero. Imagina que eres un narrador deportivo muy importante en Colombia, cuéntanos lo que ocurrió en el juego de tu compañero.

Buenas tardes son [redacted] y los voy a narrar el juego de tiro al blanco de dejimeth, en la primera fase tenta que obtener diez puntos para ganar la medalla de oro pues la obtuvo, ya en la fase 2, 3, 4 obtuvo sus medallas de oro pero con 2 flechas, en las siguientes fases obtuvo más flechas ya que a medida que más avances más flechas pues [redacted] pudo hasta la fase 17 porque a los demás no le anota puntos, en la fase 18, 19, 20, 21, 22 no obtuvo los puntos porque no los registro. Muchas gracias.

Figura 33 Narración hecha por la EE del registro de ED del momento 1, juego 1 "Tiro con arco". Tomado de los registros de los estudiantes del juego

Por el lenguaje y expresiones que deja ver esta narración del EN, en su estructura comunicativa trae o sigue modelos de narradores deportivos que ha escuchado en su diario vivir, incorporando palabras y emociones que describen un contexto de juego real sin dejar atrás los elementos propios del juego de la aplicación (fase-objetivo-flecha-puntaje-medalla-oro) y los datos que registro su compañero como: (las fases, el puntaje que obtuvo de los lanzamientos de las flechas, el puntaje total logrado y la medalla obtenida. (Ver Figura 34 y Figura 35)

c) Registra el puntaje obtenido en el lanzamiento de cada flecha en la siguiente tabla

fase del juego	Puntuación-Objetivo	Puntaje flechas					Puntaje total logrado	Medalla lograda
		1	2	3	4	5		
1	10	10					10	010
2	12	10	10				20	010
3	14	10	10				20	010
4	16	10	10				20	010
5	18	9	9				18	010
6	20	10					20	010
7	22	10	10	10			30	010
8	25	10	10	10			30	010
9	27	10	9	9			28	010
10	125	25	25	25	25	25	125	010
11	29	10	10	10			30	010
12	31	10	10	10	10		40	010
13	33	9	8	8	7	8	40	010
14	35	10	10	10	9	10	39	010

Figura 34 Registro EA, momento 1, juego 1 “Tiro con arco” dado al EN. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

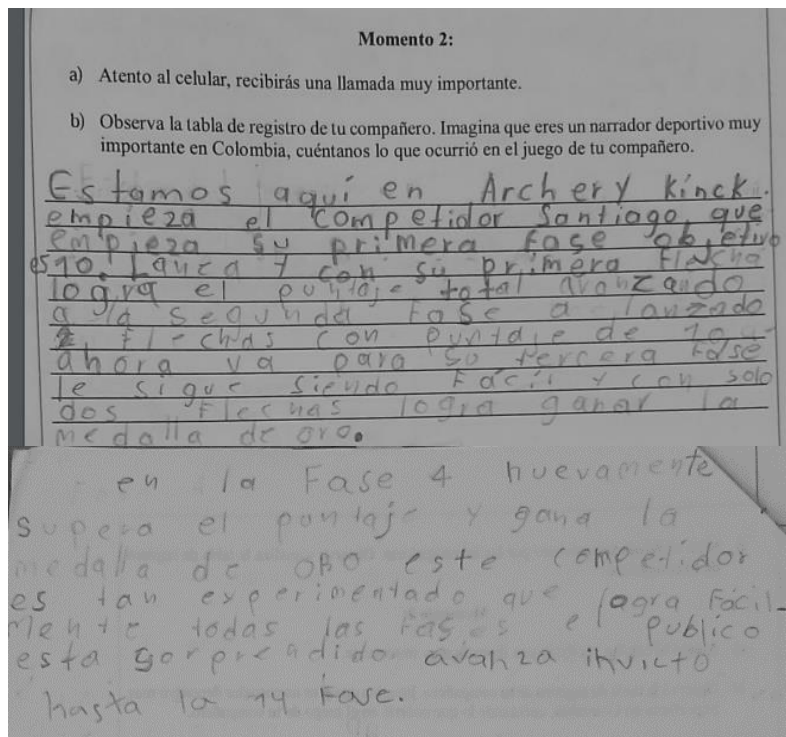


Figura 35 Narración hecha EN del registro del EA del momento 1, juego 1 “Tiro con arco” Tomado de los registros de los estudiantes del juego

Transcripción para una mejor lectura de la narración hecha EN de la Figura 35

Estamos aquí en Archery King empieza el competidor X, empieza su primera fase-objetivo es 10. Lanza y con su primera flecha logró el puntaje total avanzado, a la segunda fase ha lanzado dos flechas con puntaje de 10, ahora va para su tercera fase le sigue siendo fácil y con sólo dos flechas logra ganar la medalla de oro, en la fase 4 nuevamente supera el puntaje y gana la medalla de oro. Este competidor es tan experimentado que logra fácilmente todas las fases, el público está sorprendido avanza invicto hasta la 14 fase

En el Diálogo 9, se puede observar la descripción que hace EE, en el juego “Serpientes y escaleras” del momento dos, realizando un recorrido para iniciar en la casilla 25 y llegar a la 57, pero no quiere utilizar la escalera, para ello inicia con el conteo en un orden determinado secuencial. La ED al observar el procedimiento que está realizando su compañera (min 00:48), comunica el error que está cometiendo, pues en vez de avanzar se encuentra retrocediendo, aquí

la situación comunicativa entre ED y EE, (Ver Fotografía 5) deja en evidencia una actividad colectiva dónde gracias a la participación e interacción mediadora se da cuenta del error cometido. Ahora (min: 01:20) la EE atenta a lo que su compañera expresa deduce que se equivocó, en este caso se muestra que la mediación del diálogo fue fundamental para favorecer la claridad de la información y el objetivo que se proponía la tarea.

00:01 EE : Pro voy a mirar si puedo para hacer sin utilizar la escalera, (contando)1-2-3-4-5 un dos- tres- cuatro- cinco -seis subí, quedo en el 46, 1-2-3-4-5-6 otro 6
 00:40 ED: Usted está corriendo hacia atrás está cometiendo el mismo error que yo cometí
 00:45 PI1: ella dice que estás cometiendo un error
 00:48 ED: porque tú caíste aquí y estaba retrocediendo, no estabas avanzando sino retrocediendo
 00 :55 EE: Ahh si
 00:57 PI1: cómo se da cuenta usted que ella está retrocediendo
 00:59 ED: porque puedo mirar los números de atrás y veo que aquí está en el 46 y está el 45 y al subir en esta escaleritas subiría del 40 al 60
 01: 20 EE: me equivoqué

Diálogo 9 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 07 - 15



Fotografía 5 Imagen de la EE y ED apoyándose en la imagen del tablero del juego “Serpientes y escaleras”. Tomada del video 2020-07-15

Como se observó en este apartado, la categoría de comunicación se evidencia en el proceso de interacción social y diálogos discursivos entre (estudiante-estudiante; estudiante-profesoras) en el que se favoreció el consenso, el diálogo, el debate, este espacio les permitió expresar sus opiniones libremente, reflexionar y argumentar sus ideas matemáticas. Estas acciones comunicativas llevan al sujeto a cuestionarse, preguntar, proponer, recomendar, sugerir o anticiparse a una respuesta.

Los diferentes momentos de los juegos generaron en los estudiantes actos comunicativos, en torno a la comunicación y la actividad escrita, los estudiantes se dispusieron a organizar las ideas para producir un texto, en este caso, los narradores deportivos, las jugadas ideales para llegar a la meta, decisiones sobre un campeonato.

5.1.4 Diseño de estrategias

Es importante hacer notar que los estudiantes al momento de explorar e interactuar con los juegos, identifican la forma de como algunas cantidades son variables que inciden en el progreso del juego y desarrollan al menos cualitativamente, estrategias para controlar tales



Fotografía 6 EA jugando la aplicación y apuntando al puntaje 10.
Tomada del video 2020-06-08

efectos para obtener los resultados deseados al poner en marcha la mejor acción.

La anterior Fotografía 6 corresponde al primer momento del juego “Tiro con arco” en la cual se aprecia al estudiante manejando la aplicación y utilizando el número 10 como base para su puntaje en el lanzamiento, pues identifiqué que, para poder acumular, avanzar y obtener medalla de oro en el juego, debía apuntar con su flecha que era el artefacto disponible para su accionar, y así obtener la puntuación más alta para seguir avanzando en el juego.

Se evidencia que EA identificó una variable que debía controlar cuando él tira al arco para poder sumar y alcanzar los puntajes con la menor cantidad de lanzamientos posibles y así avanzar más rápido de fase.

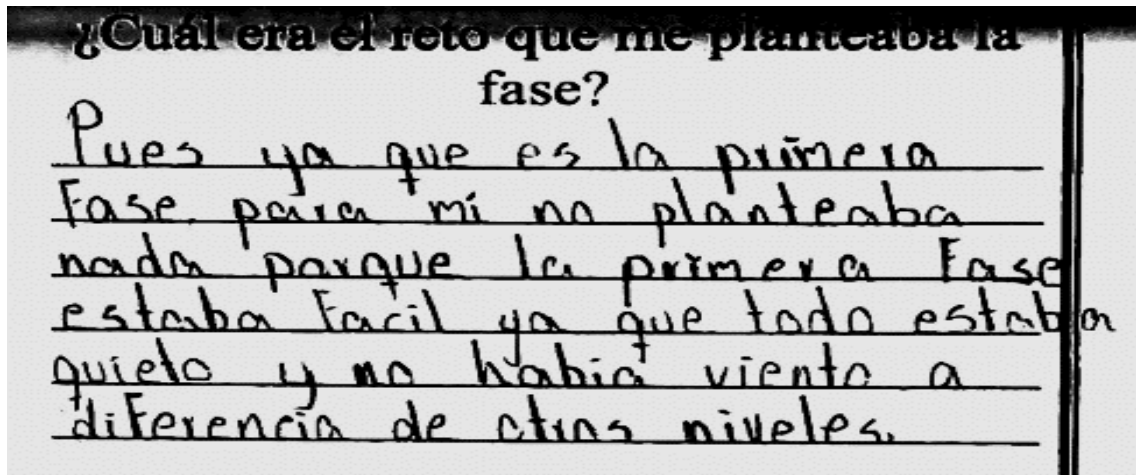


Figura 36 Respuesta del diario de registro EA momento 1, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes

En la Figura 36 se puede leer en la respuesta EA que la fase 1, para él no representó mayor esfuerzo pues no existía ningún obstáculo que le dificultará su lanzamiento de las flechas, ya que controlaba las variables del juego al comprender que la distancia del tablero era menor, la trayectoria y fuerza del viento no influía en su lanzamiento lo que logró la puntuación objetivo 10 en cada flecha que lanzaba y así lograr acumular los puntajes más altos en cada fase, obteniendo la medalla de oro.

En el proceso heurístico de Polya (1965) concebir y llevar a cabo un plan son dos de los cuatro pasos por lo que una persona pasa para solucionar un problema y en las conversaciones de

reflexión se puede evidenciar, cómo cada uno de los participantes logró diseñar y ejecutar su propia estrategia de acuerdo a lo vivenciado o interactuado con el juego.

En el Diálogo 10 se observa como los estudiantes llegaron a diseñar una solución para ganar en el juego, obtener siempre medalla de oro y avanzar a las siguientes fases. Lo que deja en evidencia que los estudiantes anticipan al proveen algunos aspectos del juego para conjeturar sus estrategias para alcanzar la meta.

00:27 P1: han avanzado mucho, han tenido mucho tiempo para jugar, bueno como ya han jugado muchas fases, ya
Diálogo 10 .Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 8

00:44 EA: profe en los primeros niveles nunca había dificultad, sino que a veces la dejaba hasta 70 (REFIRIENDOSE A LA DISTANCIA) esa era la dificultad porque el arco no tiene mira, a uno le tocaría comprar una mira que el arco trae para acercarlo más, la dificultad era que se alejaba del blanco. Pero, en los niveles más altos había viento. Entonces, le tocaba mirar hacia dónde apuntaba el viento para uno lanzar a los números más bajos para que le dieran puntos más altos y obtener más puntos y ganar. A lo que el blanco se mueve también le toca seguirlo a veces si no usted solamente le apunta y le tira para no demorarse tanto.

01:35 EE: mi estrategia fue como él se mueve en diferentes formas (refiriéndose al tablero el blanco) yo lo persigo para no demorarme tanto y tratar de perseguirlo para dar el puntaje exacto y cuando va muy lento trato de quedarme en el punto exacto, pero me voy moviendo poco a poco (movimiento con sus manos)

02:34 EC: yo juego especialmente cuando hay mucho viento por ejemplo en 1.5 a uno se le va la flecha, uno intenta tirarlo en el medio y se le va para otro lado, entonces cuando se le va para el otro lado tiene que mirar el número de ese lado y observar dónde ponen el viento en la flechita, esa flechita te puede indicar cómo jugar

03:12 EN: mi estrategia era esperar a que el viento y el blanco pasará por el lugar donde voy a apuntar y en vez de apuntarla al centro justo cuando esté en el lugar donde debería disparar apunto al 5, mientras que cuando va avanzando en el tiempo en que la flecha va avanzando llegando hacia el blanco, el blanco va avanzando de justo en el 10

FASE 10						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
25	10	9	4	9	57	bronce

FASE 16						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
7	10	5	10		35	bronce

“Ni con todas las flechas lograba ese puntaje en la fase 2, el puntaje para ganar la medalla de oro es 12”.

FASE 2						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
7	10	10	10	10	65	Pl con todas las flechas lograba ese puntaje

En la fase dos el puntaje para ganar medalla de oro es 12

FASE 4						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
5	2	3			10	Ni la obtuve

FASE 7						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
7	3	5	4		19	bronce

Figura 37 Respuesta de un estudiante del momento tres del juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego

En la Figura 38 y Figura 37 podemos ver las diferentes posibilidades de solución que plantearon los estudiantes, ante encontrar o combinar los puntajes de las flechas para obtener el puntaje total de varias fases del juego. En sus procedimientos se ve una relación o dependencia entre los puntajes obtenidos de las flechas para componer el puntaje total. Los puntajes de las flechas estaban determinados por el valor que otorga la diana, pues estos son específicos del 1 al 10, entonces esta condición de acción no dejó

que los estudiantes distribuyeran los números al azar si no que su acción estaba controlada por las condiciones o características del juego.

El elemento contextual de cómo y porqué actuó el estudiante de esa manera está dado por el juego. Primero, en su decisión de distribuir las cantidades, segundo en su dependencia con los valores de la diana, tercero que se puedan acumular en solo 5 flechas o menos y por último en la asignación de la medalla de acuerdo al puntaje total alcanzado. Este accionar de los estudiantes dejan ver que ellos piensan en las particularidades del juego para lograr así generalizar.

Se puede decir que la estrategia que los estudiantes construyeron en el juego directo, de darle al puntaje más alto se quedó en su forma de actuar, pues completaron con los valores más altos tanto en las fases que tenían el 10 como su puntaje mayor o el 25 en unas fases especiales, todo esto derivado de la interacción con el juego.

Debido a que los puntajes de las flechas eran números menores los estudiantes concibieron su solución mediante el cálculo mental, ya que esta fue la forma de buscar las diferentes posibilidades para obtener cantidades que cumplieran con las reglas del juego y combinaciones de los puntajes.(ver Diálogo 11 *Diálogo 11*)

Diálogo 11 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 8

04:25 EE: profe, si yo ya se me las sumas mentales las debo hacer en la hoja de cálculo
 04:30 PI: si usted es capaz de hacer sin necesidad de hacer procedimientos hágala directa
 04:38 EA: no pasa nada si uno quiere hacer el puntaje que quiera
 04:42 EP: si, no pasa nada
 04:44 EA: a bueno, yo quería hasta los 18 cuadros, toca fijar la mira bien

De esta manera podemos analizar que el objeto-motivo de la actividad era completar los valores correspondientes y definir la medalla obtenida según el puntaje logrado, las acciones

fueron las estrategias implementadas para resolver y las operaciones fueron los procedimientos específicos que realizaron, en este caso el cálculo mental.

Diálogo 12 Fragmento tomado del archivo de audio del video de la 2° parte del encuentro por zoom. del juego 1 "Tiro con arco".

02:39 P1: les voy a repetir la fase 14: 30 puntos se ganaba bronce, 33 se ganaba plata, 35 se ganaba oro. Por lo tanto, sacó 39. ¿EA hiciste de otra manera o también lo hizo así?
03:23 EA: yo lo hice igual, pero en vez de colocar un 9 coloqué un 5 y un 4
03:32 P1: usted utilizó todas las flechas. es decir, colocaste 5 y en el último 4
03:43 EA: porque yo entendí que debíamos utilizar todas las flechas, no entendía la fase 2 todavía entonces pasé a la de abajo a hacer esa y yo lo hice con todas las flechas.
04:26 P1: entonces ahí miramos dos procedimientos diferentes, ¿EE tú cómo lo hiciste, uno diferente o cómo el de EA o cómo el de EN? colocaste los mismos números o cambiaste.
04:39 EE: cambié 04:40 P1: dime los números
04:43 EE: 9, 9, 10, 5 y 6
04:58 P1: Entonces, vamos a mirar $9 + 9$ es
05:00 EE: 18
05:03 P1: $18 + 10$
05:06 EE: 28
05:09 P1: $28 + 5$
05:16 EE: (contando con los dedos) 33
05:27 P1: $33 + 6$
05:30 EE: 39
05:34 P1: es decir que también es otra forma de darnos la puntuación

En el Diálogo 12, se observa como los estudiantes siguen con el paso de mirar hacia atrás que propone Polya (1965). Pues examinan y reflexionan sobre el proceso de cómo llegó a la solución, tomando conciencia de sus aciertos o equivocaciones. Además, es evidente que en esta

Posición Inicial	Puntaje de Posibles Lanzamientos					Posición Final
25	6	1	1			57

avanzo seis casillas y caigo en la 31
 avanzo una sobre la escalera caigo en el cinco y seis avanzo una y llego

Posición Inicial	Puntaje de posibles Lanzamientos					Posición Final
25	6	6	6	5	3	57

avanzo seis avanzo seis avanzo 5 avanzo 5 sobre la escalera avanzo 3 y llego

acción de diseñar estrategias deja conocer diferentes formas sencillas o complejas de resolver un mismo problema.

Durante el momento 3, del juego 2

“Serpientes y escaleras” la Figura 39

evidencia posibles soluciones realizadas

por EA al buscar dos formas de llegar de la

casilla 25 a la 57, donde podía utilizar

máximo 5 lanzamientos, el estudiante

Figura 39 Respuesta EA, momento 3, juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomado de los registros de los estudiantes del

buscó los lanzamientos ideales que le permitiera llegar teniendo en cuenta las variables del juego como las escaleras que le permiten escalar casillas y las serpientes que representan peligros que te hacen descender.

En el tercer momento del juego “Los bolos” los estudiantes tuvieron que plantear soluciones

de acuerdo al contexto del juego y a lo que solicitaba la tarea desencadenada de él. (ver Figura 40)

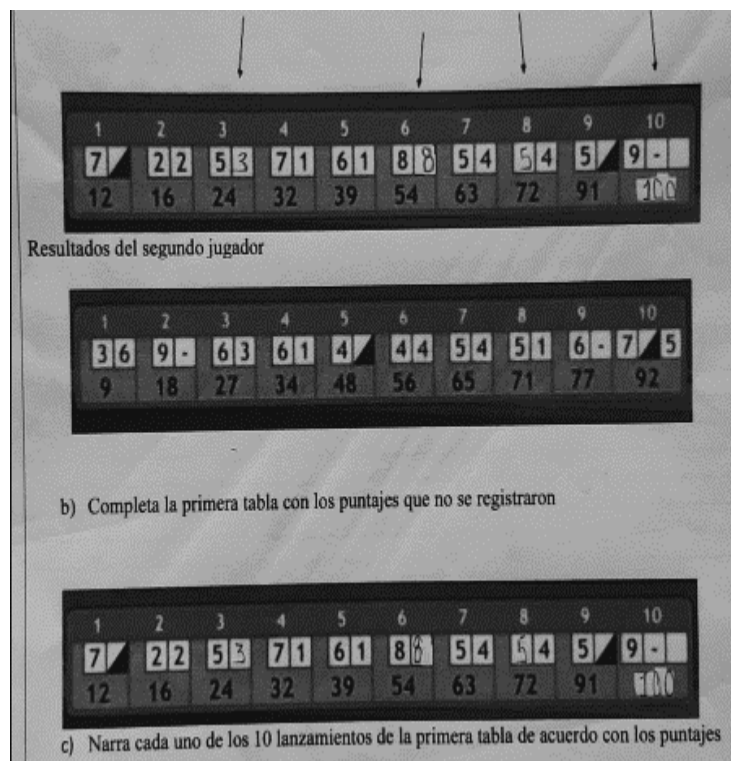


Figura 40 Respuesta EE, momento 3, juego 3 “Los bolos”.
Tomadas de los registros de los estudiantes del juego

EE buscó la solución adecuada la cual consistía en ubicar en los espacios en blanco los números que encajaban tanto en el puntaje del tiro del bolo y el valor acumulado que llevaba la tabla del jugador, además encontrar la solución a esta actividad le permitía a la estudiante poder avanzar al siguiente punto de narrar cada lanzamiento pues era

necesario tener la tabla completa.

Otro episodio clave para la acción de diseñar sus estrategias, es cuando los estudiantes son orientados a tomar una posición en cuanto a la situación de premiación de un campeonato hipotético del juego “Los bolos” decidiendo que si fue correcto o incorrecto para ellos lo que en el punto está planteado. A continuación, en la Figura 41 vemos algunas de las posturas que optaron los participantes ante la situación

Se puede observar como los estudiantes establecen el orden entre las cantidades obtenidas en el puntaje de juego y de acuerdo a su conocimiento del reglamento y en su experiencia en el juego tomaron una decisión y una postura de no estar de acuerdo ya que para ellos existía varias maneras de darle solución a la situación planteada. Dejando en evidencia que los estudiantes

pensaban relacionando las cantidades, números y operaciones numéricas aspectos propios del pensamiento varacional.

<p>e) ¿Crees que la decisión de dar como ganador al segundo jugador es la correcta? ¿Sí o no? ¿por qué?</p> <p>no, porque pudo sumar y mostrar que ganaba y no podría ser injusto</p>
<p>e) ¿Crees que la decisión de dar como ganador al segundo jugador es la correcta? ¿Sí o no? ¿por qué?</p> <p>no, por que así se borran los puntajes debían dar empate porque de punto el segundo no ganaría o el primero se quedara con la duda.</p>
<p>e) ¿Crees que la decisión de dar como ganador al segundo jugador es la correcta? ¿Sí o no? ¿por qué?</p> <p>No, porque el primer jugador tuvo un puntaje mayor que el segundo.</p>

Figura 41 Respuestas EE-EC-EA, momento 3, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes

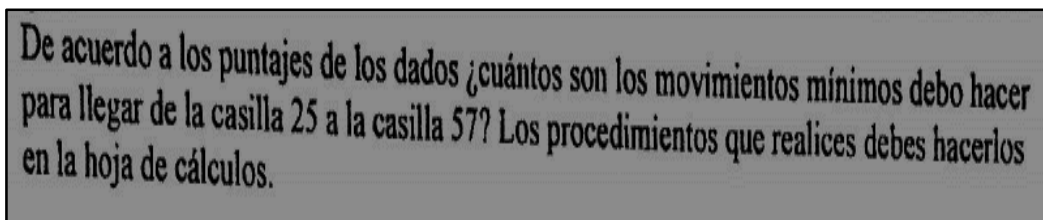
A lo largo de las evidencias de esta categoría se puede observar que estos juegos generaron en los estudiantes la necesidad de diseñar estrategias según lo que se le estaba proponiendo o planteando en la actividad de resolución de problemas. Demostrando que cada estudiante diseñó, buscó y ejecutó su propia estrategia de acuerdo a lo vivenciado o interactuado con el juego.

En los diferentes momentos de los juegos: “Tiro con arco”, “Serpientes y escaleras” y “Los bolos”, apuntan a que el sujeto debe tomar decisiones para diseñar una estrategia de solución, y así, resolver una cierta dificultad y suplir su necesidad que en este caso era tumbar la mayoría de

bolos y así ganar el juego. Por ejemplo, cuando debían buscar las combinaciones numéricas exactas de las flechas y los bolos para hallar la totalidad del puntaje logrado, buscar los lanzamientos ideales para llegar de una casilla a otra y conocer las variables de cada juego que influía en su puntaje, pues era decisivo para poder avanzar y ser el campeón en el juego. En las acciones de los estudiantes en esta categoría dejaron ver también como los estudiantes identificaban irregularidades a lo largo del proceso, aspecto propio del pensamiento variacional. que corresponde al pensar en las reglas de los patrones.

5.1.5 Conocimiento matemático

En el momento 2 del juego “Serpientes y escaleras” se formularon preguntas que estuvieran enfocadas a que los estudiantes hicieran predicciones sobre la ocurrencia de posibles lanzamientos, la Figura 42 es una ilustración de una de las preguntas realizadas y la Figura 43 es el desarrollo de uno de los estudiantes para encontrar posibles respuestas y en la cual se puede evidenciar el uso de su conocimiento matemático en la actividad de resolución de problemas.



De acuerdo a los puntajes de los dados ¿cuántos son los movimientos mínimos debo hacer para llegar de la casilla 25 a la casilla 57? Los procedimientos que realices debes hacerlos en la hoja de cálculos.

Figura 42 Ejercicio del momento 3, juego 2 “Serpientes y escaleras”. Tomadas de los registros de los estudiantes.

Puntaje del dado	Cantidad de movimientos
1	32
2	16
3	10,2
4	8
5	6,2
6	5,2

Procedimientos

dado 1 $\frac{32}{1}$ 32 tiros de dados si es posible

dado 2 $\frac{32}{2}$ 16 tiros de dados es posible

dado 3 $\frac{32}{3}$ 10,2 cuando cuento los 10 lanzamientos en el tablero no es posible llegar a la casilla 57 por el contrario llega a la 58

dado 4 $\frac{32}{4}$ 8 si llega al 57

dado 5 $\frac{32}{5}$ 6,2 no es posible llegar al 57 porque llega al 61

dado 6 $\frac{32}{6}$ 5,2 no es posible llegar al 57 por que llega al 61

Figura 43 Procedimiento ED, momento 3, juego 2 "Serpientes y escaleras". Tomada de los registros de los estudiantes del juego.

Se puede mostrar que ED, (ver Figura 43) para buscar la respuesta válida al problema, primero analiza que desde la casilla 25 para llegar a la 57, son 32 casillas que debe recorrer y que de esta manera puede resolver la cantidad de movimientos que se requieren para llegar a la posición final. Ya en el desarrollo opta por realizar divisiones, tomando como dividendo las 32 casillas que debe recorrer y como divisor la cantidad del puntaje

que le proporciona el dado, de esta manera procede a realizar el algoritmo, el cual le da la cantidad de casillas que debe recorrer y pasa a comparar ese resultado con la distancia total a la cual debe llegar y a tomar decisiones si con esos números es posible o no llegar a la casilla requerida. Como lo menciona Jurdak (2016) los conocimientos matemáticos adquiridos, llevan al sujeto a buscar y aplicar diversas estrategias para satisfacer la actividad matemática, en este caso buscar los procedimientos específicos para solucionar el problema planteado.

En el desarrollo y respuesta sobre la división con puntaje del dado 3 es diciente que el estudiante entiende y hace una interpretación de la naturaleza del número 10,2 como un número

decimal, ya que al tomar el cociente como movimientos en el juego caen en cuenta que no llegara a la casilla requerida si no que significa que debe recorrer un poco más de la posición correspondiente. Aquí en este episodio nos dejó ver claramente cómo el estudiante estaba razonando pues, primero realiza la división y después ese número lo empieza a comparar con el punto inicial para hacer la secuencia o conteo sucesivo para ver si alcanza la posición final, luego cuando contrasta la posición del final del conteo con la que le pide el problema ahí si concluye si es válida o no.

Diálogo 13 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 07 - 15

00:01 P1: vamos a socializar las actividades con los procedimientos que nos dio algunos puntos. A con el puntaje del dado número 2 cómo supiste ¿cuántas veces tenías que dar en el dado?
 00:23 EA: Yo dividí 32 entre 16
 00:29 P1: que significa 32
 00:32 EA: 32 es la cantidad de Casillas que hay entre el 25 y 57
 00:43 P1: ¿qué significa el número dos?
 00:44 EA: es el número que me da el dado, me dio 16, significa que debía ser 16 lanzamientos
 01:42 P1: el puntaje dos cae en el 57 exactamente
 01:45 EA: si
 01:46 P1: usted ¿cómo se da cuenta en la operación que hiciste en la división si cae en el 57 o no cae en el 57
 01:54 EA: la división es exacta, cuando uno hace una división y el resultado que le da en la parte del número que yo puse para poderlo dividir abajo si da cero es una división exacta
 02:17 P1: pasa lo mismo con el dado tres
 02:20 EA: no, porque en el dado 3 faltaban 3 casillas yo llegué hasta la 55 con 10 lanzamientos, yo iba contando de tres en tres con los lanzamientos que hice me llegó hasta la casilla 55, por eso aquí en la división abajo quedaba un dos, que significaba que faltaban dos casillas

En el Diálogo 13 podemos corroborar que el concepto de la división fue potente y que los estudiantes le dieron un significado, ellos usaron esta operación como la herramienta disponible para su acción por que les facilitaba su búsqueda de la respuesta válida al problema, que además tuviera en cuenta las condiciones que le dio el juego, es decir, el valor de los dados que condicionaban la forma de como contar el recorrido de las casillas.

El anterior diálogo nos deja ver que cada número de la división no fue puesto al azar, qué

cada uno tiene un significado, nos da cuenta de cómo fueron sus movimientos, qué le sobró y qué le faltó para llegar a la casilla requerida y así obtener una respuesta válida.

En el episodio del (min 00:29 a 00:32) se puede ver una interpretación de un concepto matemático, el de la diferencia el cual tiene que ver con la resta que hicieron para saber cuántas casillas le faltaban para llegar a la casilla solicitada.

Asimismo, este diálogo dejar ver cómo EA usa un lenguaje matemático propio del área como la palabra cantidad y al usar la expresión “entre” para referirse a la división, además en el (min 01:54), reconoce e identifica que el algoritmo realizado pertenece a una división exacta, pues al resolverla su residuo le dio cero, lo que lo llevó exactamente a la hora de realizar el conteo a la casilla requerida. Por otra parte, en la cantidad de movimientos que debe realizar con el dado 3, expresa (min 02:20), que no es posible llegar a la casilla 57, pues al realizar la división su residuo termina en 2, a lo que hace alusión que al momento de realizar el conteo de los movimientos este número significa que le faltaron dos casillas para llegar a la correspondiente.

Los procedimientos realizados por los estudiantes dejan en evidencia el proceso de apropiación de la división y como esta puede ser la solución más viable para resolver la situación propuesta, dándole significado a cada uno de los elementos involucrados en la pregunta y poder proceder a validar o no si era posible alcanzar la casilla. EA y ED, analizan la actividad matemática, como lo menciona Jurdak (2016) pues, identifican, comprenden, interpretan y comunican matemáticamente las acciones que deben ejecutar y las estrategias que deben aplicar, finalizando con la operación, en este caso, la división con el fin de dar una respuesta viable sobre los lanzamientos que se requieren según el puntaje del dado.

El momento de los eventos hipotéticos del juego “Tiro con arco”, los estudiantes debían analizar, resolver y completar según la información suministrada de la medallería obtenida por

un jugador. Aquí se evidenció que se generaron confusiones en algunos momentos pues al observar los puntajes y al relacionarlos en las casillas, no comprendían si habían cometido algún tipo de error o por el contrario la P11 se había equivocado (ver Figura 44 y Diálogo 14)

FASE 2					Puntaje total logrado	MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas						
1	2	3	4	5	65	Ni con todas las flechas lograba ese puntaje para ganar medalla de oro es 12.
10	10	10	10	10		

En la fase dos el puntaje para ganar medalla de oro es 12

Ni con todas las flechas lograba ese puntaje, en la fase dos el puntaje para ganar medalla de oro es 12.

Figura 44 Respuesta EA, momento 3, juego 1 "Tiro con arco". Tomadas de los registros de los estudiantes del juego

Diálogo 14 Fragmento tomado del archivo de audio del video de la 2° parte del encuentro por zoom. del juego 1 "Tiro con arco"

23:12 P1: EE fase 2
 23:25 EE-EA: profe esa yo no la hice porque no la entendí
 23:28 EA: profe esa estaba mal porque se pasó de los puntos, porque los puntos que tenía la fase era 65, entonces yo le puse medalla de oro porque yo le puse 10 puntos, porque no estaba el puntaje que tenía que dar
 23:48 P1: si ustedes se acuerdan la fase dos qué puntaje les pide
 23:58 EA-EE-EN 7, 10 y 12
 24:13 P1: y es posible que el niño haya podido sacar 65 puntos en esa fase
 24:18 EA-EE: no señora,
 24:22 EA: no porque ahí no estaba el puntaje total que estaba pidiendo
 24:30 P1: es decir, las cinco flechas alcanzarían para que él tuviera ese puntaje 65 puntos
 24:37 EA-EE-EN-ED: no
 24:57 P1: cuál es el puntaje más alto
 24:58 EA-EE-EN-ED: 10
 24:59 P1: y si todas las cinco flechas las tira al puntaje 10, alcanza a tener 65 puntos
 25:10 EA: No, necesitaría dos flechas demás para sacar 50 puntos entonces tenía que estar dos flechas más para sacar un 10 y luego un 5, es decir que, en esta, está equivocado

En el desarrollo de estos ejercicios se logra ver que los números utilizados por los estudiantes no son colocados sin pensar, pues estos corresponden a las características que trae el juego y los cuales condicionan los puntajes obtenidos para asignar la medallería en cada fase. Además, se evidencia que hacen una composición aditiva de las cantidades pues cuando empiezan a verificar como obtener el puntaje total en esa verificación hacen los cálculos o composiciones del número total de diferentes maneras teniendo en cuenta las flechas disponibles.

En el Diálogo 14 (min 25:10), se observa que el estudiante analiza la situación y expresa una posible solución, argumentando que se debían crear dos casillas más para cumplir con la totalidad del puntaje requerido, para dar ese argumento el estudiante verifica como podría lograr el puntaje total teniendo en cuenta la condición del juego de la cantidad de flechas y de los puntajes que le proporciona la diana, es decir pudo llegar a la conclusión que había una equivocación, haciendo un razonamiento lógico de las relaciones de las cantidades para justificar su respuesta como: el puntaje que debía obtener la fase 2 del juego, la cantidad de flechas que podía lanzar y el puntaje máximo que en este caso era 10, que podría obtener.

Por otra parte en la fase 14 EE (ver Figura 45 *Figura 45*) buscó los números que se pudieran combinar para obtener el puntaje requerido, de esta manera, realizó cálculos y sumo para hallar los valores correspondientes en cada casilla (ver Diálogo 15)

Diálogo 15 Fragmento tomado del archivo de audio del video de la 2° parte del encuentro por zoom. del juego 1 "Tiro con arco"

Figura 45 Respuesta EE, momento 3, juego 1 "Tiro con arco".
Tomadas de los registros de los estudiantes del juego

FASE 14					MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					
1	2	3	4	5	
9	9	10	5	6	39
					Oro

04:40 P1: Dime los números, fase 14
 04:43 EE: 9, 9, 10, 5 y 6
 04:58 P1: Entonces vamos a mirar 9 + 9 es
 05:00 EE: 18
 05:03 P1: 18 + 10
 05:06 EE: 28
 05:09 P1: 28 + 5
 05:16 EE: (contando con los dedos) 33
 05:27 P1: 33 + 6
 05:30 EE: 39

En el Diálogo 15, se puede evidenciar que EE puede resolver rápidamente la suma realizando el ejercicio mediante cálculo mental ya que las cantidades son menores, sin embargo, al combinar números mayores o con decenas ($28+5$), debe recurrir al conteo utilizando sus dedos.

Diálogo 16 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 8

01:54 PI: ¿las cinco flechas les alcanzaban a ustedes para alcanzar el puntaje que le requería?

01:57 EA: sí, si cada puntaje de los 10 puntos digamos eran 40 puntos, eran cinco flechas con que se le daba 5 veces al 10 le daban 50 o sino le daba las 4 era más bajo le iba a dar el mismo número, entonces va aumentando a 50 o a veces a 125 porque era con globos uno al reventarlos todos le daba 125 puntos entonces uno iba reventando con las cinco flechas cómo eran 125 puntos y a uno le daba 25 puntos por cada globo que reventara para 5 flechas 25 repetido 5 veces sería 125 entonces así completaba bien las flechas

En el Diálogo 16 (min 01:57) se puede leer en la respuesta de EA, que hace de manera implícita un razonamiento de la multiplicación, pues él al expresar o manifestar que “5 veces al 10 me dan 50 o 25 repetido 5 veces da 125” está haciendo de forma aditiva acumulaciones sucesivas de una cantidad. (Ver también Figura 46 y Diálogo 17)

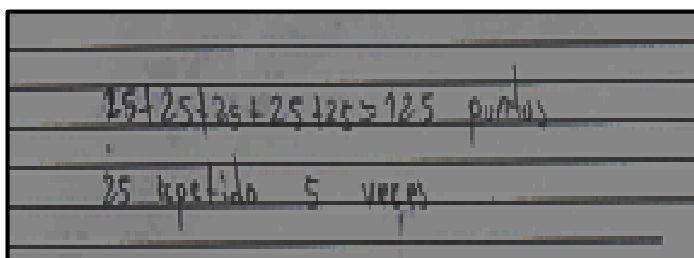


Figura 46 Procedimiento EA, momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomada de los registros de los estudiantes del juego.

Diálogo 17 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 8

15:05 EA: Laura en la fase 10 del juego comenzó a jugar en el primer lanzamiento de su flecha sacó 25 puntos, en el segundo 25, en la tercera flecha sacó 25, en la cuarta 25 y en la quinta 25, sacó medalla de oro porque en esta fase no había viento logró pasar sin ningún inconveniente

15:34 PI: ¿Cómo hiciste para saber qué puntaje obtuviste?

15:40 EA: hice una suma, sume el 25 cinco veces y el total que me daba era 125

15:51 PI: hiciste una suma y ¿todos los números eran qué?

15:55 EA: iguales

15:57 PI: ¿qué otra operación hubieses podido hacer?

15:59 EA: una multiplicación, porque multiplicar 25×5 daba 125

16:07 PI: y ¿por qué por 5?

16:08 A: por que el 5 se repetía 5 veces

EA, al escribir su historia en el Diálogo 17 (min 15:05) reconoce e identifica una variable que condiciona el juego en esta fase que fue el viento, para lo cual asegura que fue fácil para “Laura” obtener el mayor puntaje en todos sus lanzamientos, en este caso 25 puntos en cada flecha sin perder ninguna.

Por el contrario, ED identifica otra variable del juego pues, ya no era al tablero sino a una fila globos a los que debían dirigir sus lanzamientos, donde “Laura” en un lanzamiento perdió una de sus flechas y le otorga como puntaje cero, esto deja ver que ED interpreta a este número en su signo numérico de valor nulo, en otro lanzamiento expresa que no obtuvo el mayor puntaje ya que, reconoce que entre más cantidad de globos rompa el puntaje que le otorgan es mayor (Ver Figura 47), en esta fase al obtener 90 puntos concluye que la medalla que se le debe otorgar es bronce.

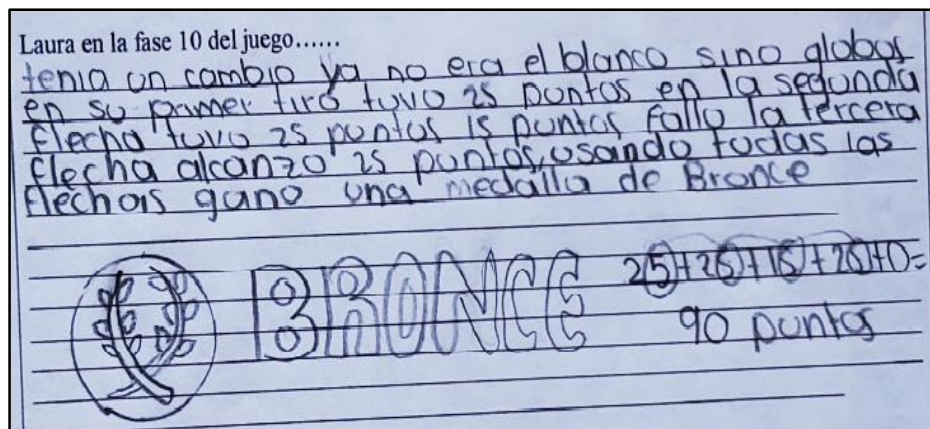


Figura 47 Procedimiento ED, momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego

Para resolver y conocer el puntaje, ED identifica los datos numéricos para luego proceder a realizar una suma de forma horizontal, entendiendo que la adición es la operación que le facilita combinar o añadir dos o más cantidades con el fin de obtener una cantidad final o total. ED deja

ver que tiene en cuenta que cada lugar del número tiene un valor, por lo tanto, toma primero todas las unidades de las cantidades y las encierra, después observa que su número es igual en todas las unidades y se repite, lo que la lleva a realizar sus cálculos multiplicando el número 5 por las veces que se repite, por último toma las decenas y suma los elementos iguales para luego sumar el total y obtener el resultado (Ver Diálogo 18).

Diálogo 18 Fragmento tomado del archivo de audio del video momento cuatro del juego 1 "Tiro con arco" (2020 – 06 – 8)

18:06 P1: ¿cómo supiste cuál fue el puntaje de ella en total?
 18:08 ED porque sume $25 + 25 + 15 + 25$ me daba 90 puntos
 18:23 P1: Explica cómo sumaste de forma horizontal
 18:33 ED llegué y cogí El $5 + 5$ me da 10 o 5×2 me da 10, entonces aquí y multiplique también o también sumar 5 por 3 me da 15 es lo mismo que $5 + 5 + 5$ me da 15, entonces sume el otro que me daba 20, entonces 0 y llevo 2, entonces $2 + 2 + 2$ me da 6 y $1 = 7$ y $2 = 9$ y me da 90

En otro tipo de tarea los estudiantes también dejaron ver que comprenden el uso y significados de los números, el sentido y significado de las operaciones y de las relaciones de los números y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo pues, utilizaron algoritmos ya formalizados como la adición (Ver Figura 48). Además, evidencian que las tablas fue una de las herramientas para su acción de organizar sus datos de manera rápida y ordenada, determinándole a los datos características y a la vez cantidad organizándolos en filas y columnas (ver Figura 49)

. Estas formas de realizar sus cálculos les permitían resolver con precisión operaciones matemáticas y llevar sus registros, esto también deja ver que ellos no utilizan los algoritmos al azar, sino que han desarrollado habilidades cognitivas que les permiten establecer relaciones entre el objeto de conocimiento y su conceptualización.

En el Diálogo 20 se evidencia cuando EE identifica en su ejercicio que el número 0 es el signo numérico de valor nulo y en el contexto del juego significa que no dio al blanco tal como lo expresa en el (min 15:18).

Diálogo 20 Fragmento tomado del archivo de audio del video de la 2° parte del encuentro por zoom. del juego 1 “Tiro con arco”

13: 47 P1: listo, seguimos con la fase 7, EE ¿cuáles fue los números que pusiste en la flecha para lograr el puntaje
 14: 26 EE 7-3-5 y 4
 14:56 P1: qué número colocaste en la flecha 5 para que no altere
 15: 02 EE 0
 15: 08 P1: entonces, es decir, que pasó con esa flecha
 15: 18 EN no apuntó al blanco
 15:22 P1: que medalla pusiste
 15:30 EN plata
 15:40 P1: por qué pusiste plata
 15:43 EA: profe daba bronce porque plata era un puntaje más bajo
 15:53 P1: Ay Por qué pusiste bronce, cuál era la puntuación
 15:58 EA: la puntuación tenía que ser una puntuación más alta como 20 para sacar plata y él sólo sacó 19

Como lo menciona Obando (2015), se puede evidenciar las acciones de la actividad matemática de los estudiantes, pues se puede ver el doble papel que se les presenta en el juego, ya que al momento de jugar también están planificando procedimientos, estrategias, identificando los objetos matemáticos que le permiten acumular y avanzar para obtener la medalla de oro, además analizan la distancia del tablero y sus variables como el viento, el puntaje objetivo de la fase y las cinco opciones que tienen para lanzar las flechas, todos estos elementos les permitió a los estudiantes comprender las reglas del juego, donde la meta era acumular la mayor cantidad de puntaje y como debían jugar para seguir avanzando.

Los estudiantes dispusieron de aquellos conceptos previos como el uso de las propiedades de los números, al identificar la forma ordenada que estaban los números en el tablero, de tal forma que, siendo los números de los extremos los más pequeños y los otros más centrados de mayor

valor. Así mismo, que a mayor o menor era el número de la distancia comprendió cuánto es que esta más lejos o cerca la diana en el juego.

En el juego 3 “Los bolos”, podemos observar la tabla de registro que le arrojó el juego a EE (Ver Imagen 7), cuando el estudiante hace la explicación escrita de como se hizo ese registro se puede analizar que comprendió la función de cada uno de los números en la tabla y le designa nombres como: lanzamientos, bolos tumbados y puntajes totales (Ver Figura 50). Este análisis lo hace a partir de la experiencia e interacción que tuvo con el juego, comprendiendo su función, es decir, como debía jugar para poder seguir avanzando y obtener un mayor puntaje en sus lanzamientos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9	7	7	2	8	7	2	8	1	8
9	16	25	42	51	60	68	75	94	103

Imagen 7 tabla de registro del juego 3 enviada por un estudiante al grupo de WhatsApp

Explica la forma como fueron registrados los puntajes de los lanzamientos que obtuviste.

La tabla esta conformada por lanzamientos que son 10, la cantidad de bolos tumbados, el puntaje total.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10							
9	-	7	7	2	8	7	2	8	1	8	-	5	2	9	-	
9	16	25	42	51	60	68	75	94	103							

→ lanzamientos
→ Bolos tumbados
→ Puntajes totales

Figura 50 Respuesta EE, momento 2, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego 3.

Cuando se analiza la tabla de registro con sus compañeros en el Diálogo 21, se observa que los niños tienen un razonamiento a partir de la observación del juego, ya que le dan significado a los números, símbolos representados en la tabla, relacionan las rayitas (-) con los lanzamientos que no obtuvieron puntaje, la imagen coloreada en negrilla que significan las chuzas y medias

chuzas, y como se debe realizar la sumatoria de los números para poder obtener el puntaje total. Esta tarea es un ejemplo claro de los planteamientos de Vygotsky (1978), evidenciando el doble papel que cumple el juego en el contexto de la EE, pues al momento de ella jugar comprendió las reglas, planificó procedimientos y estrategias que le permitieron realizar razonamientos, con todo esto podemos decir que el juego es una actividad detonadora del aprendizaje.

Diálogo 21 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 07-23

07:28 P1: si sacas la mayoría de lanzamientos en blanco qué pasa con los puntajes y el juego en esta tabla, en cuál lanzamientos no registró puntos vamos a mirar cómo está compuesta esta tabla de registro, aquí arriba donde hay unos números ¿Qué significa?
 08:41 EA: son los tiros
 08:45 P1: y los cuadros que están debajo de cada tiro son los que..
 08:51 EA: los puntos, ahí se ponen las chuzas, las medias chuzas
 09:00 P1: en el último que hay unos números más grandes que significa eso
 09:32 ED: se suma $9 + 7$ y da 16
 09:38 P1: en qué lanzamiento en esta tabla el compañero no tuvo puntos
 09:44 EE: en el uno, en el dos, en el siete y en el diez
 10:02 P1: si la mayoría de estos puntajes estuvieran igual de los que acabaron de decir qué quiere decir
 10:05 EE: sacaría un puntaje menos que 103 bajaría
 10:13 EA: el puntaje bajaría porque no hubiese sacado los puntos le restarían el número 103 le restarían la cantidad de puntos que perdió por no tumbar bolos

En el momento 3 del juego “los bolos”, los estudiantes debían completar algunos datos numéricos de un jugador, pues la tabla de registro se le habían borrado y otorgaron como campeón a su contrincante, para hallar los números correspondientes los estudiantes calcularon, completaron, sumaron y buscaron una estrategia para poder justificar su respuesta (Ver Figura 51 y Diálogo 22)

Resultado del primer jugador

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	2 2	5 3	7 1	6 1	8 7	5 4	5 4	5	9 -
12	16	24	32	39	54	63	72	91	100

Resultados del segundo jugador

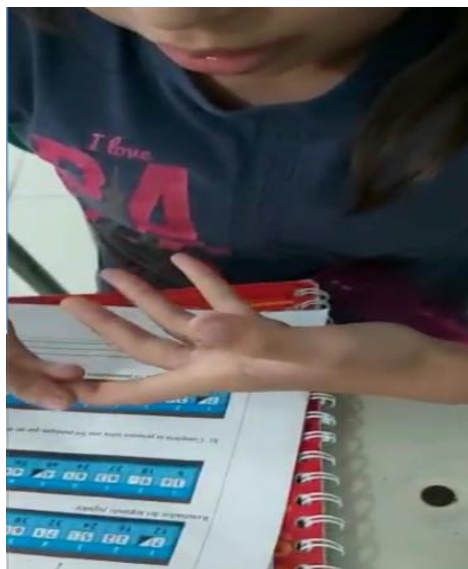
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3 6	9 -	6 3	6 1	4	4 4	5 4	5 1	6 -	7 5
9	18	27	34	48	56	65	71	77	92

Figura 51 Respuestas ED, momento 3, juego 3 “Los bolos”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego 3.

Diálogo 22 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 07-23

00:01 P1: Bueno ED ¿Cómo estás haciendo?
 01:17 P1 :¿cómo sabes aquí qué puntaje debes poner qué estás haciendo?
 01:19 ED estoy contando este número con esto
 01:23 ED ahh cuenta es el puntaje del lanzamiento anterior
 01:48 P1: ¿cómo supiste que estaba ese número acá?
 01:55 EE estaba en 16, entonces le sumamos 5 (17-18-19-20-21) **contando con los dedos**
 Entonces 21, cuánto le falta para llegar a 24, tres, aquí hice mismo así y acá
 02:35 P1: ¿cuánto logró en puntaje total?
 02:38 EE 100
 02:40 P1: y el segundo jugador
 02:42 EE 92
 02:43 P1: entonces, ¿quién ganó?
 02:44 EE él, pero como se le borraron los puntajes le dieron la medalla a él
 02:54 P1: fue correcto o incorrecto darle esa medalla a ese jugador
 02:59 EE incorrecto porque pues si hubieran mirado o corregido le darían la medalla a él porque él tuvo un puntaje más alto que fue 100 y el 92
 03:21 P1: ¿cuál es la diferencia?
 03:24 EE 8
 03:25 P1: ¿cómo sabes?
 03:52 EE pongamos un ejemplo tenemos 2 para llegar a 10 son ocho

En el Diálogo 22 (min 01:55) EE, al explicar cómo realizó la sumatoria de los puntajes para poderlos completar, su estrategia fue analizar el puntaje total anterior, en este caso 16 y sumó los



Fotografía 7 EE implementando los dedos para realizar el conteo de los puntajes en el ejercicio del momento tres del juego 3.

Tomada del video 2020-07-23

bolos derribados, es decir 5, luego vuelve y mira que el puntaje de ese lanzamiento fue 24, pero debe completar cuantos bolos tumbó, para esto se pregunta: ¿cuánto le falta 21 para llegar a 24?, y así deduce el número faltante en la casilla. Además, tiene en cuenta los datos que se encuentran explícitos en la tabla y los toma como estrategia para realizar su procedimiento. Para realizar la suma de las cantidades, recurre al uso de sus dedos a la hora de contar o efectuar cálculos (ver Fotografía 7), pues le permite establecer correspondencias y habilidad

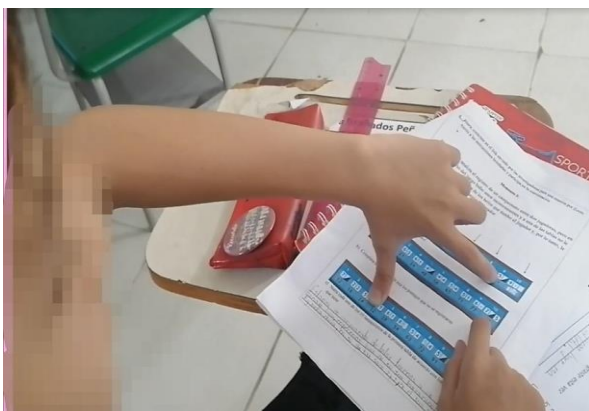
para discriminar entre las cantidades representadas.

En el Diálogo 23, sobre la decisión realizada en el campeonato, EE justifica su respuesta, pues argumenta que ella se basó con la puntuación final, es decir, al entregarle la guía sin haber completado aún los puntajes, analizó que el ganador fue el jugador 1, pues en su razonamiento analiza que el jugador 2, en su décimo lanzamiento el puntaje total era 92 y el jugador 1 en su noveno lanzamiento tenía 91 puntos y aun le faltaba un lanzamiento por realizar, con esto ella deduce que así se hubiesen borrado los puntajes la decisión tomada fue incorrecta.

Diálogo 23 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 07-23

05:09 P1: crees que la decisión de dar como ganador al segundo jugador fue correcta o incorrecta
 05:17 EE (saca su guía de trabajo y explica su respuesta) para mí fue incorrecta, porque si fueran revisado el puntaje pues ahí yo cuando estaba normalmente vi que el ganador era el primero, porque acá termina en 92 y ya el último lanzamiento, pero él tiene primero tiene 91 en el noveno y ya le suman 9 al contar esto yo diría que él sería el ganador, acá él está en el noveno y tiene un 91 y le sumarían 9 serían 100, pero él con su último lanzamiento termina en 92

En la Fotografía 8, se puede apreciar que toma como instrumento la tabla de puntajes



Fotografía 8 EC resolviendo y explicando el momento 3, juego 3 “Los bolos” . Tomada del video 2020-07-23

para poder argumentar su decisión y explicar a la PI1 la estrategia que realizó, tiene en cuenta los lanzamientos, el puntaje parcial y la diferencia de la cantidad numérica entre los dos puntajes. Se puede evidenciar la actividad matemática de resolución de problemas pues EE apuntó a resolver cierta dificultad y expresar matemáticamente la

respuesta acorde al planteamiento planteado.

En conclusión, las evidencias presentadas en esta categoría se observan como el juego en formato digital fue el motivo que generó las relaciones matemáticas en los sujetos, pues establecieron relaciones numéricas, identificaron cantidades, hallaron, contabilizaron y calcularon puntajes, registraron y analizaron información, planificaron procedimientos y estrategias, identificaron los objetos matemáticos que le permitían acumular y avanzar en el juego.

5.2 Actividad matemática de formulación de problemas

Desde la literatura estudiada los autores Cazáres, Castro, & Rico (1998) consideran que la estructura semántica de los enunciados formulados por los estudiantes puede ser foco de análisis en tanto, el proceso de formular implica reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas, al proporcionarle una estructura y representación matemática a un problema, que lleva a traducir una situación descrita en contexto no matemático al área de las matemáticas. Con base en ello, se establecieron cinco categorías para valorar las producciones escritas de los

estudiantes. Esta perspectiva de trabajo fue adaptada y modificada por Espinoza, Lupiañez, & Isidoro (2015) quienes señalaron 3 estructuras generales que enmarcan la actividad matemática en formulación de problemas: *estructura matemática*, *estructura semántica* y *estructura sintáctica*, las cuales se tomaron como base para el análisis de las acciones que ejecutaron los estudiantes durante las tareas propuestas pues sus elementos descriptos ayudan a develar la actividad matemática que está desarrollando el estudiante. Los análisis se presentarán en función de las narrativas elaboradas por los estudiantes en el discurrir de cada tarea propuesta e integrarán las reflexiones derivadas de las tres categorías.

En cada narrativa se notarán las tres categorías que van dando significado a la formulación de problemas matemáticos en el marco de los juegos empleados. Estas tres estructuras develan la actividad matemática en formulación de problemas pues permiten analizar las relaciones de orden y equivalencia, el tipo de problemas empleados, el tipo de estructura operatoria, la longitud y el tipo de proposiciones que utilizaron al enfrentarse a crear los enunciados.

En primer lugar, la estructura sintáctica del problema permite estudiar la extensión del enunciado y el tipo de proposiciones que utiliza. Además, proporciona la visión de cualquier característica del problema que tiene que ver con el orden y las relaciones de las palabras y símbolos en los enunciados. Pues, es importante tener en cuenta si el orden de presentación de los datos en el enunciado creado por los estudiantes se corresponde o no con el orden en que éstos han de ser considerados al efectuar la operación requerida.

En segundo lugar, la estructura matemática analiza la complejidad matemática y el tipo de estructura operatoria. Aquí se puede ver si las narrativas de los estudiantes utilizan un vocabulario especializado y limitado, los cuales promueven o dan indicios de las operaciones matemáticas que utilizó. Además, esta estructura es cruciales a la hora ver como los estudiantes

establecen la conexión existente entre las incógnitas y los datos al momento de formular sus narrativas.

En tercer lugar, la estructura semántica, que indica las relaciones entre la información o palabras y el nivel de complejidad que puede crear el problema. Es decir, en función de la estructura semántica, se puede tener la visión de, si los problemas escritos por los estudiantes son de cambio, comparación, combinación e igualación y si las operaciones que deben realizarse para darle solución a un problema se deducen de forma inmediata del enunciado, a partir de indicios verbales o palabras claves hechas en la narración.

Por tanto, esos aspectos que se develan al analizar las narrativas elaboradas por los estudiantes van dando pistas acerca de la organización de los significados y de los razonamientos lógicos que van constituyendo los estudiantes durante la formulación de los problemas y la resolución de los juegos propuestos.

Es importante mencionar que, la creatividad no fue considerada como categoría de análisis en la formulación de problemas, pues el tipo de tareas que se diseñaron estaba enmarcado en las variables del juego, lo cual no posibilitaba que el estudiante creará libremente el enunciado, debía seguir unos parámetros como: (imágenes, puntajes, flechas), para poder crear la narración y de esta manera cumplir con el objetivo del juego.

5.2.1 Narrativas creadas en el marco del Juego “tiro con arco”

En el segundo momento del juego 1 “Tiro con arco”, denominado “Narradores deportivos”, los estudiantes intercambiaron las tablas de registro de puntajes, y a partir de esa información, ED debía emulando ser un narrador deportivo (Ver Figura 52 y Figura 53) y construir una narrativa que tomara como base los datos del juego.

c) Registra el puntaje obtenido en el lanzamiento de cada flecha en la siguiente tabla

fase del juego	Puntuación-Objetivo	Puntaje flechas					Puntaje total logrado	Medalla lograda
		1	2	3	4	5		
Uno	10	9	10				19	Oro
Dos	12	10	10				20	Oro
Tres	14	9	10				19	Oro
Cuatro	16	9	9				18	Oro
Cinco	18	8	7	6			21	Oro
Seis	20	9	8	7			24	Oro
Siete	22	10	9	9			28	Oro
Ocho	25	9	10	10			29	Oro
Nueve	27	9	9	6	5		29	Oro
Diez	125	25	20	25	10	15	95	Bronce
Once	29	10	9	10			29	Oro
Doce	31	10	9	8	4		31	Oro
Trece	33	8	8	5	10	2	33	Oro
Catorce	35	9	10	10	8		37	Oro

Figura 52 Tabla de registro de puntajes EE obtenido en el momento 2, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

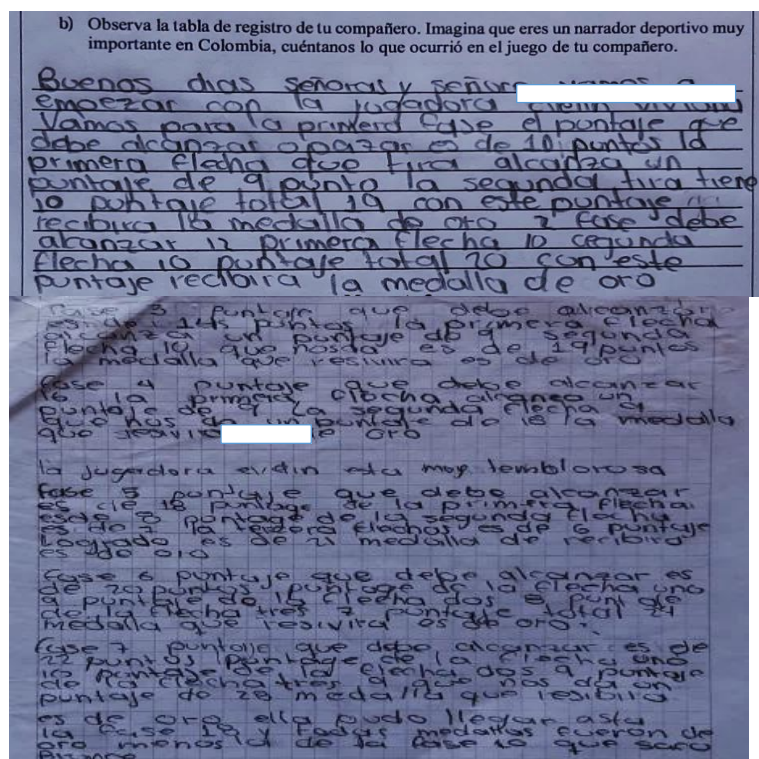


Figura 53 Narración hecha por ED con base en la tabla de registro de puntajes del EE del momento 2, juego 1 “Tiro con arco”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

Con respecto a la *estructura*

semántica se observa que ED

traduce de manera directa e integra

en su discurso la información

proporcionada en la tabla de

registro de puntajes, pues identifica

el orden en que sucedieron las

jugadas guiándose por los números

de las fases, representado en el

escrito por cada uno de los

subtítulos empleados para describir

los hechos acontecidos: “Señoras y

señores vamos a empezar”.

Transcripción para una mejor lectura de la narración hecha ED de la Figura 53

Buenos días señoras y señores vamos a empezar con la jugadora x vamos para la primera fase el puntaje que debe alcanzar a pasar es de 10 puntos, flecha que tira alcanza un puntaje de 9 puntos, la segunda tira tiene 10, puntaje total 19 con este puntaje recibirá la medalla de oro

Segunda fase debe alcanzar 12: primera flecha 10, segunda flecha 10, puntaje total 20 con este puntaje recibirá la medalla de oro

Fase 3 puntaje que debe alcanzar es de 14 puntos: la primera flecha alcanza un puntaje de 9, segunda flecha 10, que nos da un puntaje de 19 puntos, la medalla que recibirá es de oro

Fase 4 puntaje que debe alcanzar es de 16: la primera flecha alcanza un puntaje de 9, la segunda flecha 9, que nos da un puntaje de 18, la medalla que recibirá es de oro

La jugadora x está muy temblorosa.

Fase 5 puntaje que debe alcanzar es de 18: puntaje de la primera flecha es de 8, puntaje de la segunda flecha es de 7, la tercera flecha es de 6, puntaje logrado es de 21, medalla que recibirá es de oro

Fase 6 puntaje que debe alcanzar es de 20 puntos: puntaje de la flecha uno 9, puntaje de la flecha dos 8 puntos, de la flecha tres 7, puntaje total 24, medalla que recibirá es de oro

Fase 7 puntaje que debe alcanzar es de 22 puntos: puntaje de la flecha uno 10, puntaje de la flecha dos 9, puntaje de la flecha tres 9, que nos da un puntaje de 28, medalla que recibirá es de oro. Ella pudo llegar hasta la fase 18 y todas las medallas fueron de oro menos la de la fase 10 que sacó Bronce

En la narrativa de ED al escribir “fase 6 puntaje que debe alcanzar es de 20 puntos. Puntaje de la flecha uno 9, puntaje de la flecha dos 8, puntaje de la flecha tres 7. Medalla que recibirá es de oro” la estudiante establece relaciones entre los datos para darle coherencia al discurso “. Por ejemplo, toma en cuenta el puntaje objetivo en una fase del juego (6) y en su narración, señala cómo se va alcanzado dicho puntaje a través de la valoración alcanzada con cada una de las flechas lanzadas, hasta nombrar el puntaje final obtenido (24) y el tipo de medalla alcanzada (oro). En ese sentido, ED reconoció los datos registrados en la tabla a partir de su experiencia con el juego “Tiro con arco”, logró establecer relaciones aditivas de composición entre cantidad de flechas lanzadas y el puntaje obtenido en la fase, comprendiendo así, la cadena de acciones que se llevaron a cabo en el juego, acciones que dejan en evidencia que el estudiante estaba pensando relacionamente sobre la cantidad, el número y operaciones numéricas Cabe resaltar que esta narración de ED está ligada a su experiencia como jugadora, pues ella también vivió el momento de exploración del juego y reconoce los elementos y variables propios del contexto, condición que le permite construir un discurso con acciones propias del juego Tiro con arco. Esta narrativa del estudiante deja ver como su pensamiento esta mediado por los signos presentes en los juegos, pues su lenguaje (elemento del pensamiento variacional) está relacionado con la interacción que tuvo con él.

La Figura 53 da cuenta de todo el proceso construido al expresar detalladamente los lanzamientos y puntuación obtenida. Si bien la tabla de registro de puntajes contenía varios números, cada uno de ellos respondía a una acción en particular, significado que ED logró comprender y describir en su narración. Justamente, esa comprensión de la estructura operatoria aditiva. le permitió controlar las cantidades que debían ser sumadas para obtener el total y comparar con la puntuación objetiva para ratificar el tipo de medalla obtenida por el jugador en

ese episodio. Así, su narración se construye sobre la base de oraciones cortas que ilustran paso a paso el tipo de cálculos que se van realizando para encontrar una respuesta. A la vez, reflejan un nivel de complejidad medio en tanto la cadena de enunciados conectan varias operaciones para encontrar una respuesta: total de puntos obtenidos en cada lanzamiento y puntaje acumulado. Esta narrativa de ED deja ver como las acciones de la estudiante están mediadas por los recursos que tuvo disponible, pues ella dirige sus acciones a la meta de elaborar una comunicación escrita sobre episodios de juego de su compañero, utilizando el recurso de conocer la dinámica misma del juego, el cual conoció anteriormente en la exploración de la aplicación.

De manera particular, se observa que las expresiones como “la primera flecha es de 8, de la segunda flecha es de 7 y de la tercera flecha es de 6, puntaje logrado es de 21, la medalla que recibirá es de oro” deja ver que ED interpreta la acción de juntar para ir acumulando puntaje (sumando puntajes), al tiempo que establece una comparación con el puntaje mínimo de la fase, ya sea por sustracción o completando, de tal forma que alcance la meta de la fase. Estas acciones de la estudiante implican un reconocimiento de los problemas de tipo transformación y de comparación, ya que describen acciones sucesivas en el tiempo que modifican la cantidad inicial (puntaje obtenido por el lanzamiento de la primera flecha) y, además, compara cantidades para saber cuánto le falta para igualar el puntaje final de la fase, y obtener la medalla correspondiente.

Por otra parte, también se puede ver que en la narración ED identifica los datos y los clasifica, ya que entiende que hay números que marcan un orden, es decir se hace uso del número natural como ordinal para secuenciar las fases del juego, mientras que, otros números juegan una doble connotación pues actúan como cardinal (puntaje parcial obtenido) y van acumulando el puntaje total. Si bien los cálculos numéricos involucrados en cada fase son sencillos (suma de dos cantidades para obtener un total) para los estudiantes de cuarto grado, implican un manejo

operatorio de dos cálculos a saber: suma de puntajes obtenidos por el lanzamiento de las flechas y resta con respecto al puntaje objetivo de la fase. Es decir, para elaborar las oraciones que describen estas relaciones cuantitativas, ED comprendió las dos etapas de cálculo involucradas en el contexto del juego, identificando y ordenando las cantidades para obtener el valor de la incógnita – el total de punto obtenidos y la diferencia con el puntaje objetivo para ganar una medalla. Aquí, se evidencia como los estudiantes llegaron a pensar representacionalmente sobre las relaciones en situaciones problemáticas ya que utilizaron enfoques aritméticos y varacional y los compararon.

La forma en que cada estudiante realiza los cálculos varía dependiendo de las habilidades numéricas que tenga, unos podrán proceder por conteo uno a uno, sobre conteo a partir de un primero puntaje obtenido en el lanzamiento de la flecha, sumas de puntajes o restas. Estas formas de acción específicas no quedaron evidentes en los registros de trabajo, aunque en los diálogos si afloraron en el discurso de los estudiantes. (ver Diálogo 24)

Diálogo 24 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06 - 8

18:28 P1: ED la fase 16 qué pusiste
 19:01 ED en la primera 10, en la segunda 9, en la tercera 6, en la quinta 7 tengo $10 + 9 = 19$, $19 + 6$ (contando con los dedos) $25 + 10 = 35$, $35 + 7 = 42$
 20:11 P1: mira que el puntaje que se debió tener era 35, qué quiere decir eso EA
 20:18 EA: que se pasó del puntaje que tenía quedar y cómo tuvo el puntaje 35 sacó una medalla de bronce, el puntaje que hubiera puesto era en la primera hubiese puesto 10, en la segunda 10, en la tercera 5 y en la cuarta 10
 20:54 P1: pero entonces miremos ese procedimiento, sí hasta aquí ya lleva 35 qué podemos hacer en la flecha 5
 21:04 EA: lanzarla en un lugar donde no le dé puntos para que no se pase, no saqué más de lo que es


Con respecto a la *estructura sintáctica* empleada en la narrativa de ED, se evidencia el empleo de proposiciones derivadas de los datos que le proporciona la tabla de registro de puntajes. Las proposiciones son cortas y reportan cada suceso del juego desde el lanzamiento de

las flechas hasta la adjudicación de la medalla. Cada enunciado involucra cantidades dependiendo de la función que cumpla (ordinal o cardinal). Cabe anotar que en este momento del juego no se formulaban interrogantes, por lo cual la actividad matemática estaba centrada en reconocer el contexto de juego y relacionar cuantitativamente las variables para dar cuenta de los puntajes obtenidos. En ese sentido las preguntas sobre las acciones y cálculos realizados estaban implícitas y no hacían parte de la narrativa. Si bien los enunciados construidos no evocan preguntas, si incluyen valores por encontrar incógnitas, que se ubican al final de las oraciones como resultado de los cálculos aditivos.

Otro espacio de narrativas se encuentra en el momento cuatro del juego 1 “Tiro con arco” denominado “Completando historias” donde se brinda una imagen de la medallería obtenida por un jugador y se da un contexto inicial del juego. Los estudiantes deben completar la narrativa de lo que pudo haber ocurrido en ese escenario de juego.

En la narrativa de EE en lo relacionado con la *estructura semántica* se puede observar que, reconoció y comprendió cuáles eran las variables de la Fase 14 (medallería, puntuación objetivo, cantidad de flechas) para realizar la narrativa de la Figura 54. En primer lugar, identifica el contexto de juego y les asignó significados a los números presentados en la imagen, con base en ellos describe las circunstancias de juego (las vacilaciones del jugador “no logra concentrarse” “ella se enfoca en el tablero” “ya que quedan pocas flechas se concentra y aprovecha la flecha 4”), toma decisiones acerca de los puntajes obtenidos para que correspondan con la información brindada en la imagen y así poder concluir la narración del evento. Es decir, los números empleados para expresar los puntajes obtenidos no fueron escritos al azar, cada uno pertenece al intervalo numérico posible que ofrece el juego para obtener el puntaje final. Otro elemento que

a) observa la medallería de la fase 14 del juego y ten en cuenta la puntuación objetivo de las flechas.



b) Lee la siguiente historia y sigue narrando lo que crees que sucedió en el juego.

Evelyn se encuentra jugando la fase 14, pero se encuentra muy nerviosa porque su tablero se mueve en dirección de derecha a izquierda, ... ya han pasado 5 minutos y Evelyn no logra concentrarse, ella se enfoca en el tablero da su 1 flecha el puntaje 3, su 2 flecha el puntaje 10 su 3 flecha el puntaje 9, ya que quedan pocas flechas se concentra y da la flecha 4 el puntaje 10. Evelyn logra su medalla de oro ya que su puntaje es de 36. Felicidades.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ + 9 \\ \hline 36 \end{array}$$

Figura 54 Procedimiento de EE del momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomada de los registros de los estudiantes del juego

da cuenta de la comprensión de la situación es el empleo de palabras directamente asociadas con el contexto de juego: medalla, flechas, lanzamientos, puntajes, puntaje objetivo, tablero en movimiento. Así, el reconocimiento de los elementos y variables del juego permiten que EE configure una lógica del juego para redactar el episodio hipotético solicitado. (ver Figura 58Figura 54). En esta narrativa el nivel de complejidad de los enunciados refiere a la acción simple

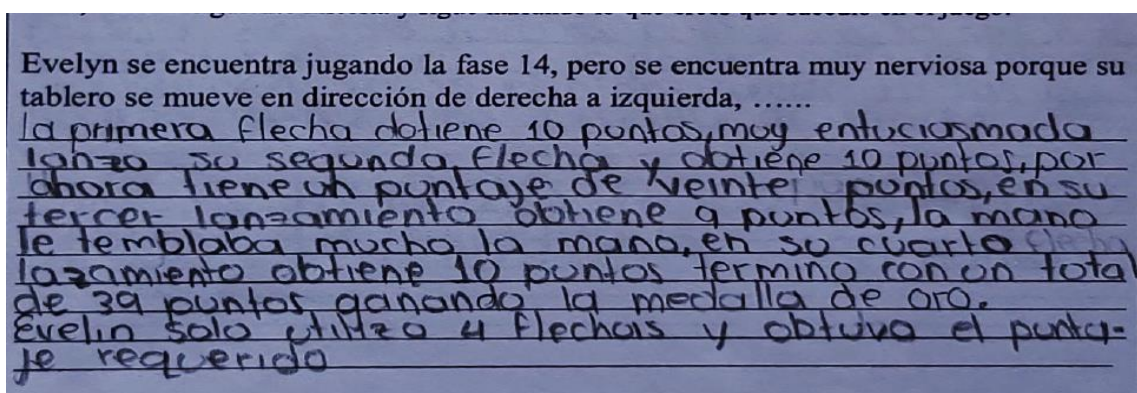
a una operación, en este caso una adición para hallar la respuesta del total del puntaje y así designar la medalla que le corresponde.

El estudiante EE dentro de su narrativa deja ver que identifica esas variables y esas relaciones del contexto del juego. Primero, antes que nada, el estudiante debió comprender correctamente la construcción de sus enunciados y así aislar las variables (lanzamientos, flechas y puntaje) y sus relaciones para pasar a plantear su solución en el lenguaje matemático que fue realizando una adición. Además, vemos como la relación directa entre las variables y sus relaciones determinan la dificultad de su narrativa y por ende la dificultad del problema matemático a resolver y pues en este ejemplo fue básico.

Por otra parte, en su estructura matemática se evidencia que las oraciones se organizan para responder a una relación aditiva de transformación. Así, la narrativa alude a un problema de

estructura aditiva de transformación donde cada puntaje alcanzado por el lanzamiento de las flechas va modificando el puntaje acumulado hasta alcanzar el puntaje objetivo de la fase. Además, lleva un control de las posibles combinaciones de puntajes que se pueden obtener para alcanzar la medallería. Es decir, compone cantidades de diferentes maneras para obtener un total que le permita alcanzar las medallas que se ilustran en la imagen. Las relaciones narradas en el escrito son validadas a través de una suma que ubica las cantidades en el orden en que van acaeciendo los hechos. Esto deja ver un elemento del pensamiento variacional pues los estudiantes están pensando representacionalmente sobre las cantidades en situaciones problemáticas.

En coherencia con la estructura matemática empleada en la narrativa, EE plantea el problema empleando proposiciones simples que involucran cantidades y acciones propias del juego como el lanzamiento y la asignación el puntaje obtenido: 1 flecha el puntaje 7, 2 flecha puntaje 10, 3 flecha puntaje 9, 4 flecha puntaje 10, medalla de oro, puntaje 36. Las proposiciones mencionadas se organizan en función de los puntajes parciales que se van obteniendo, empleando el número natural desde su sentido cardinal.



Evelyn se encuentra jugando la fase 14, pero se encuentra muy nerviosa porque su tablero se mueve en dirección de derecha a izquierda, la primera flecha obtiene 10 puntos, muy entusiasmada lanzo su segunda flecha y obtiene 10 puntos, por ahora tiene un puntaje de veinte puntos, en su tercer lanzamiento obtiene 9 puntos, la mano le temblaba mucho la mano, en su cuarto lanzamiento obtiene 10 puntos termino con un total de 39 puntos ganando la medalla de oro. Evelyn solo utilizo 4 flechas y obtuvo el puntaje requerido

Figura 55 Narrativa de ED del momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomada de los registros de los estudiantes del juego

Otro ejemplo construcción de enunciados verbales se encuentra en Figura 55, donde ED usa expresiones como “entusiasmada y temblaba” al referirse a la jugadora Evelyn⁷, con el fin de dar coherencia a su ejercicio escritural siguiendo la introducción dada, elemento característico del pensamiento variacional al tener en cuenta gestos y relacionar sentidos humanos a la actividad reflexiva. Además, articula proposiciones que dan cuenta del discurrir del juego a medida que lanzan las flechas. En particular, se nota que las proposiciones se separan con comas y no con puntos seguidos como se observa en otras narrativas, sin afectar la coherencia de la narrativa. Esto en especial deja ver que la estudiante hace una relación con los momentos y acciones que experimento del juego cuando ella era la jugadora.

En el Diálogo 25 (min 13:11) se observa que ED realiza la suma de los puntajes con cálculo mental, pues son cantidades pequeñas que se le facilita para realizar el conteo y conocer el puntaje total para designar la medallería obtenida. También se advierte que lleva el control de las cantidades que está sumando al emplear expresiones como “por ahora tiene un puntaje de...” aspecto del pensamiento variacional al pensar relacionalmente sobre las cantidades y número. Esta forma de manejo de las cantidades muestra que la organización lógica de la narrativa responde a los problemas de transformación en el marco de la estructura aditiva, donde el puntaje obtenido se va modificando a medida que se realizan más lanzamientos de flechas. Así, ED debió realizar varias sumas o conteos para ir obteniendo resultados parciales por cada lanzamiento.

⁷ Los nombres utilizados en las actividades propuestas en las tareas no corresponden a la realidad, pues son inventados por las investigadoras.

Diálogo 25 Fragmento tomado del archivo de audio del video 2020 – 06-18

13:01 P11: ¿Cómo registraste?, ¿qué método utilizaste para realizar el cálculo?
 13:11 ED: Lo sume sola, me dio 39 puntos. sume $10 + 10$ me daban 20, $20 + 9 = 29$ y $29 + 10 = 39$ puntos
 13:15 P11: ¿y dónde están esos números? ¿de dónde los sacaste?
 13: 19 ED: profe esos números los escribí yo aquí (señalando su hoja) pues para lograr el puntaje que dice de la fase 14.

En cuanto a *la estructura sintáctica*, ED organiza su escrito con datos numéricos importantes como el puntaje obtenido en cada flecha, la cantidad de flechas que utilizaron en la fase y la medalla que obtuvo. Cada acción la describe con un enunciado corto separado por comas sin emplear preguntas explícitas en el escrito, pero sí encadenando las acciones de tal forma que obtenga los puntajes finales de acuerdo con el objetivo del juego.

Laura en la fase 10 del juego.....
 Buenos días, espero que se encuentren bien buena
 hay vamos a analizar el juego de Laura, comencemos
 Laura para esta fase tiene 5 flechas, Laura
 se concentra en los globos, la 1 flecha su puntaje es
 2 flecha su puntaje es 10, 3 flecha logró 29 puntos
 su 4 flecha el puntaje es 5 ya le queda una
 flecha y su puntaje es de 3. sumando todo
 esto el resultado es 39, buena su medalla es de bronce

25
 15
 10 +
 5
 + 3

 58

d) Conéctate en el link enviado por las investigadoras para una reunión por Zoom

Figura 56 Procedimiento EE del momento 4, juego 1 “Tiro con arco”. Tomadas de los registros de los estudiantes del juego

La Figura 56 se observa otro estilo en la invención de problemas matemáticos a partir de la información suministrada en la Fase 10 del juego. En su narrativa, EE involucra una variable propia del contexto del juego que son “los globos” que funcionan como obstáculos durante el lanzamiento, ante esto se puede observar que, reconoció y comprendió cuáles eran las variables de la Fase 10 tanto como las que habían experimentado en las fases anteriores (medallería, puntuación objetivo, cantidad de flechas) como la nueva variable (globos) y así realizar la narrativa de la

Figura 56. Por ello EE menciona que la jugadora

hipotética “Laura” se debe concentrar. En la descripción del juego su estilo es impersonal

circunscribiéndose a lo acontecido con los puntajes en cada lanzamiento. Asigna un valor numérico a los puntajes obtenidos en cada lanzamiento de flecha con el fin de que se explicite cuál fue el puntaje obtenido.

En la *estructura matemática* se evidencia las relaciones aditivas entre las cantidades asociadas con los puntajes obtenidos por cada lanzamiento de flecha. En particular, la narrativa describe un lanzamiento tras otro hasta agotar 4 de las 5 flechas disponibles. Esto evidencia un doble conteo sobre el puntaje obtenido en cada lanzamiento y la cantidad de flechas empleadas, situación que permite tomar decisiones acerca del puntaje final que debe alcanzar el jugador para ganar la medalla de la imagen. El control de las cantidades se realiza por medio de una adición con los puntajes obtenidos en los 4 primeros lanzamientos y cuando completa el último lanzamiento. (ver Figura 57)

Con respecto a la *estructura sintáctica*, en el párrafo elaborado por EE se encuentran proposiciones que aportan datos importantes al problema en tanto describe el orden del lanzamiento de la flecha y el puntaje obtenido. Además, involucra el manejo de un lenguaje propio del juego como: fase, puntaje, puntos, flechas, medalla, bronce, estas palabras fueron claves para la construcción de la narrativa del enunciado, pues le permitieron a EE identificar y comprender las relaciones cuantitativas existentes entre los datos numéricos y variables de la fase 10 del juego.

Resultado primer jugador

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	2 2	5	7 1	6 1	8	5 4	4	5	9 -
12	16	24	32	39	54	63	72	91	

Resultados segundo jugador

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3 6	9 -	6 3	6 1	4	4 4	5 4	5 1	6 -	7 5
9	18	27	34	48	56	65	71	77	92

Figura 57 Tablas para analizar el puntaje entre los dos jugadores del momento 3, juego 3 “Los bolos”

5.2.2 Narrativas creadas en el marco del Juego 3 “Los bolos”

En el momento tres del juego, los estudiantes debían analizar el registro de un campeonato entre dos jugadores, donde un jugador no tenía completos los registros de sus puntajes y por lo tanto, otorgaron como ganador al segundo jugador, los estudiantes, debían analizar y hallar los valores numéricos faltantes y exponer sus argumentos sobre la decisión tomada en el campeonato (ver Figura 58).

En la narrativa expuesta en la Figura 58, se observa que en la *estructura semántica* EE establece relación con los datos de la tabla para la construcción del párrafo, pues tiene en cuenta los puntajes obtenidos en cada lanzamiento y otorga significado a los números en función de los lanzamientos, la cantidad de bolos derribados, las chuzas y las rondas de juego para poder construir la narrativa. Por ejemplo, cuando dice en su escrito que en su primer lanzamiento tuvo como puntaje “media chuzas”, este lenguaje lo utiliza a partir de la exploración previa que tuvo con el juego, pues debía conocer las reglas para poder comprender cómo jugar para ganar.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	2 2	5 3	7 1	6 1	8 8	5 4	5 4	5	9 -
12	16	24	32	39	54	63	72	91	100

c) Narra cada uno de los 10 lanzamientos de la primera tabla de acuerdo con los puntajes que tiene

Estamos en campeonato de bolas tenemos a un joven llamado Juan, esperemos Juan en su 1er lanzamiento tuvo 7 y media chuzo, en su 2da tiro saca 2 y 2, en el 3er tiro saca 5 y 3, en su 4to tiro saca 7 y 1, en su 5to tiro saca 6 y 1, en su 6to tiro saca 8 y 8, en su 7to tiro saca 5 y 4, en el 8vo tiro saca un 5 y 4 nuevamente, en su 9na tiro saca un 5 y media chuzo y por ultimo sumando todo saca 100.

Figura 58 Narración hecha por EE del momento 4, juego 2 “Los Bolos”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

En la *estructura matemática*, se observa que EE para poder inventar la narrativa, tuvo que realizar un razonamiento lógico con los números faltantes en cada casilla, en este caso serían los bolos tumbados y el puntaje obtenido, pues debía conocer las incógnitas y datos numéricos faltantes para hallar los valores correspondientes, es decir, analizar la tabla y sumar las cantidades para obtener el puntaje final (100). Esta forma de hallar los valores faltantes en cada casilla corresponde a los problemas de transformación en el marco de la estructura aditiva, pues la variable del juego le proporcionaba una cantidad inicial, en este caso (7 bolos tumbados y 12 puntos acumulados), pero que en el transcurso de la tabla tiene transformaciones para hallar las cantidades faltantes, de esta manera, para conocer el puntaje final (100), tuvo que realizar completación de cantidades con combinaciones de posibles números para que la sumatoria de la tabla concordara con los bolos tumbados y el puntaje acumulado.

Con respecto a la *estructura sintáctica*, EE tuvo la capacidad de inventar y proponer una situación problema, proporcionando datos y narrando de forma precisa cada uno de los lanzamientos con sus respectivos puntajes. Por el contrario, en la Figura 59, se puede evidenciar

un estilo particular sobre el escrito inventado por EC que se enfoca en explicar el contexto de la situación y los inconvenientes que sucedieron con los registros de puntajes del juego, pero no alude a ninguna cantidad particular. Pese a que no registra datos numéricos, en la narrativa se evidencia que EC realizó un razonamiento lógico entre los datos numéricos de la tabla y su escrito: los encadena en temporalidad, revisa los resultados parciales obtenidos entre los dos jugadores, diferenciando y comparando los dos resultados para concluir qué sucedió al final. Esta forma de elaborar narrativas puede considerarse como un primer momento para la actividad de formulación de problema en tanto el estudiante inicia con el reconocimiento del contexto, las variables y comprendiendo la cadena de acciones que se ejecutan para producir resultados

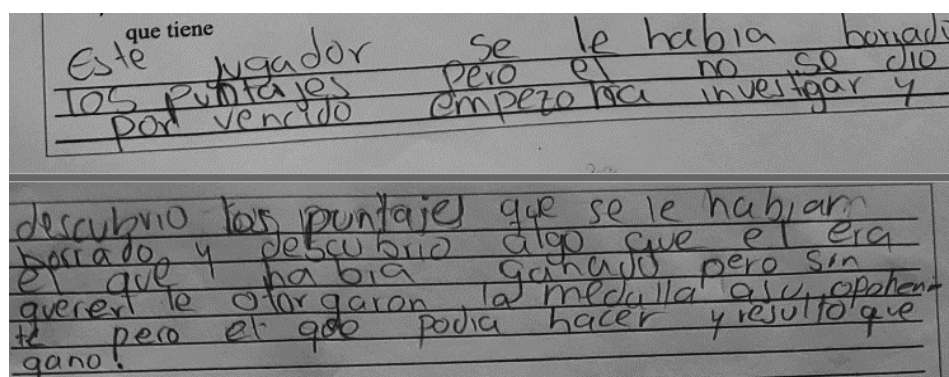


Figura 59 Narración hecha por EC del momento 4, juego 2 “Los Bolos”. Tomado de los registros de los estudiantes del juego.

Tomando en cuenta los análisis realizados a las narrativas elaboradas por los estudiantes se advierte que, gracias a la exploración e interacción que tuvieron con los juegos en formato digital se les facilitó la invención de problemas verbales, pues crearon situaciones más cercanas y reales según lo vivenciado en los juegos, indagaron y comprendieron los conceptos matemáticos y las relaciones que se establecían entre las cantidades para dar respuesta a las preguntas formuladas

El juego fue el gran contexto - pretexto donde los estudiantes dieron sentido a las acciones que pretendían comunicar, y desde allí, se desplegaron su actividad matemática de formulación de problemas, pues fue el motivo que condujo el establecimiento de relaciones matemáticas de comparación e igualdad. Así, para crear las narrativas los estudiantes dieron significado a la información presentada en las tablas de registro de resultados, insumo básico para organizar temporalmente las acciones y asociar significados a las diferentes cantidades involucradas en los juegos. Además, el haber vivido el juego en el rol de jugadores y estar en competencia con sus compañeros les permitió planificar las estrategias ganadoras. Desde allí emerge el objeto motivo de la actividad, pues cuando empiezan a jugar solo piensan en ganar y ser los campeones del juego. El afán de alcanzar la meta, los guía a través de las diferentes situaciones para planificar estrategias, realizando cálculos numéricos y combinaciones, comprendiendo y articulando las variables del juego, y así finalmente, producir las narrativas con formulación de problemas como parte misma del contexto del juego, Es decir, el juego como actividad rectora fue eje articulador de la actividad de formulación de problemas matemáticos.

Teniendo en cuenta que el juego es una actividad bastante natural para los niños, cuando ellos participan en estos espacios disponen de sus capacidades y habilidades para lograr la meta trazada en cada ambiente. En este sentido, durante el proceso de invención de problemas los estudiantes emplean distintos procesos cognitivos como editar, seleccionar, comprender y organizar la información, interpretar la información de una forma de representación a otra, además realizan procesos de razonamiento como identificar y correlacionar la imagen con los datos numéricos, para poder realizar la narrativa del enunciado de los problemas con lógica y coherencia. Al respecto Obando (2015), expresa que estas acciones de la actividad matemática son mediadas por los recursos culturales disponibles y los instrumentos socialmente elaborados,

permitiendo al sujeto distinguir las características del objeto de conocimiento y así usar las matemáticas según el contexto que se presenten.

6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se planteó como meta, caracterizar los objetos y procesos matemáticos involucrados, a partir de la identificación de variables del juego, del establecimiento de relaciones cuantitativas, del análisis de situaciones hipotéticas en el marco de acción del juego. contribución del juego presentado en formato digital como mediador en la actividad matemática de formulación y resolución de los estudiantes del grado 4° en una institución de contexto rural. Objetivo, que gracias al proceso investigativo permitió en primer lugar, describir las practicas matemáticas propias de los estudiantes en su actividad matemática de formulación y resolución de problemas. En segundo momento, hacer el análisis del papel del juego presentado en formato digital en la actividad matemática de los estudiantes en formulación y resolución de problemas en el pensamiento variacional.

El juego se integró en las tareas como contexto de acción para los estudiantes. Así las guías de trabajo, las preguntas y retos formulados adoptaron el juego como una actividad rectora para el estudiante, cumpliendo con una doble funcionalidad. De un lado, como contexto que detona la acción del sujeto para ganar. De otro, como contexto que ofrece y desencadena significados sobre las variables que ofrecía cada juego.

Lo anterior se evidencia entre otros, cuando los niños en sus narrativas retomaban los contextos de los juegos para dar sentido a las acciones que se pretendían comunicar. Para ellos, el problema se configuraba en alcanzar puntajes y ganar, Así, los **juegos “Tiro con arco”, “Serpientes y escaleras”** y **“Los bolos”** fueron el pretexto o contexto para activar su actividad matemática de formular y resolver problemas matemáticos. Para las investigadoras el juego fungió como orientador para la planeación del trabajo de aula que proponía espacios donde se rastreaba e identificaba la acción de los estudiantes. Se evidencia entonces, que el juego conjuga

una doble connotación como objeto-motivo para el estudiante, a la vez que funge como orientador de la práctica de enseñanza desde el rol del docente.

Dicho lo anterior, se destaca que, para llevar a cabo el análisis de la información, el marco de la teoría de la actividad fue potente ya que permitió caracterizarla actividad matemática de formular y resolver problemas.

Primeramente, la búsqueda de información y su posterior uso se hizo en el marco de los contextos de los juegos. No fue una exploración de información al azar, las condiciones propias de los juegos de puntajes orientaron la acción de los estudiantes: por ejemplo, apuntar la fecha al máximo puntaje para avanzar rápidamente y ganar. Así, el ámbito de los juegos (tableros de puntajes, variables que inciden en el juego, obstáculos en el recorrido, distribución y ubicación de los bolos, etc) junto con los instrumentos para la acción (lanzamiento de flechas, lanzamiento y puntaje obtenido en los dados en combinación con los obstáculos del camino, lanzamiento de la bola para derribar los bolos) delimitaron las posibilidades de actuación que tuvieron los estudiantes, a la vez que les formulaban retos para el avance en el juego. Justamente, la interacción entre las variables de los juegos y los instrumentos para la acción es la dinámica que impulsaba y orientaba la actuación de los estudiantes. En ese camino hacia la meta la búsqueda de información se constituye en pieza fundamental para resolver los problemas que surjan en el largo recorrido hacia la meta: ser el ganador del juego.

Ahora, en cuanto la toma de decisiones los estudiantes involucraron el reconocimiento de información, las condiciones y reglas de los juegos en función del reto y pregunta formulada en las tareas. El estudiante familiarizado con los contextos de los juegos organizó sus acciones con base en los instrumentos disponibles y en sus experiencias para alcanzar la meta señalada. La validación de los resultados obtenidos ya sea a través del ensayo y error, por realización de

cálculos numéricos o por repetición en la aplicación de la estrategia, hacen parte de la satisfacción y ratificación de la toma de decisiones.

Por otra parte, los estudiantes giraron su discurso entorno al contexto del lenguaje que les presentaba los juegos con palabras como (diana, arco, viento, flecha, puntaje, medalla, fase, bolos, tablero, puntos acumulados, lanzamientos), esta construcción de significados emerge en los procesos interactivos e interpretativos de la acción del sujeto elaborada con la interacción con el objeto -motivo. Lo que deja concluir que la escritura asumió un papel importante, pues los estudiantes organizaron las ideas con una coherencia según el léxico desencadenado del juego y así le dio sentido a lo que querían comunicar.

Los estudiantes para comunicar matemáticamente información en diferentes contextos tuvieron que concebir, buscar y ejecutar soluciones realizando procedimientos específicos en la actividad matemática como: identificar, comprender, interpretar, ordenar, completar, realizar cálculos, comprobar las hipótesis y realizar aproximaciones de ensayo y error, con el fin de validar las acciones ejecutadas si eran correctas o incorrectas al planteamiento que se le presentaba. Estos aciertos o equivocaciones que cada sujeto realizó le permitieron validar sus procesos y estrategias para buscar una solución pertinente.

Así mismo, los participantes realizaron algoritmos como suma, multiplicación y división, evidenciando su apropiación en su proceso de resolución, además usaron un lenguaje matemático propio y utilizaron expresiones como: división exacta, cantidad, total, puntajes acumulados. Estos conceptos y procedimientos hacen parte de las herramientas culturales que el sujeto ha aprendido y adquirido a lo largo de su vida escolar, puede decirse que el conocimiento matemático es un producto de la actividad humana del sujeto. Es decir, el conocimiento

matemático comprende las experiencias que ha enfrentado el sujeto cuando interactúa con los entornos socio-culturales dándole sentido a la actividad matemática.

Al momento de crear sus narraciones los estudiantes incluyeron en los enunciados más de tres proposiciones, con el fin de brindar al lector datos precisos y pistas para su solución. Ellos involucraron en sus narrativas números naturales, valores propios del contexto de juego. siempre optaron por realizar como operación la adición para dar respuesta al planteamiento, incluían en su escrito un léxico acorde a las condiciones del juego, pues era necesario para comunicar las ideas.

En este camino de investigación no todo salió como se tenía planeado. Surgieron dificultades debidas al contexto de emergencia sanitaria generado por el Covid 19. Esta circunstancia de salud pública, que impuso otras dinámicas sociales, hizo que se tuviera que replantear todo el trabajo de aula que ya se tenía elaborado sobre la base de juegos de puntajes con interacción grupal. Así, la etapa práctica de la investigación se reorienta en función de los recursos disponibles, configurando el trabajo de aula a través de guías que involucraban el juego en formato digital, recurso disponible en las circunstancias actuales de trabajo escolar en casa. La contingencia sanitaria llevó a las investigadoras a entender que el mundo está en constante cambio y que, el docente debe irse adaptando a ellos. Además, dimensionar que los procesos de enseñanza y de planeación educativa deben ajustarse y articularse a esas múltiples nuevas variables. Por lo tanto, el ejercicio profesional docente conlleva el proceso de formación y actualización constante, de la mano de un pensamiento flexible para asumir los retos que surgen cotidianamente.

Adaptarse a esta nueva modalidad no fue fácil y exigió horas de preparación, dedicación y esfuerzo por seguir adelante con el proceso investigativo. Cabe mencionar que el sector rural fue el más

afectado en ese momento, pues a nuestra comunidad educativa no llegaron las ayudas digitales (sim card con internet y minutos, portátiles, conectividad en las escuelas) estos recursos no fueron vinculados en el contexto institucional. Y actualmente, la escuela fue beneficiada con el recurso satelital pero el internet solo funcionó por una semana, lo que quiere decir que hasta el momento la institución sigue sin conectividad.

En este punto, la investigación-acción se convierte en una herramienta para la reconfiguración de la práctica profesional docente, pues nos llevó a identificar las necesidades que presentó en el contexto, ya que no solo se identificaron y caracterizaron el proceso de aprendizaje enmarcado en la actividad matemática desplegada por los estudiantes, sino que también se reconocieron esos elementos importantes en el proceso de planeación del trabajo de aula como el reconocimiento de contextos sociales, intereses de los estudiantes, recursos disponibles para las acciones y tareas escolares.

Primeramente, se habían diseñado tres juegos, de los cuales se alcanzó a ejecutar uno con los estudiantes, pero debido a la suspensión de las clases presenciales, las investigadoras junto a los asesores tenían una ardua tarea de repensar como se iba a llevar a cabo el proceso investigativo. También, la mirada interna a la práctica de docente evidenció la necesidad de hacer un seguimiento detallado al proceso de aprendizaje de los estudiantes, adaptar los diseños de aula a las condiciones del contexto usando los recursos disponibles, integrar los centros de interés para desencadenar la acción de los estudiantes, convertir los estudiantes en los protagonistas del proceso escolar para conseguir un proceso de aprendizaje exitoso, aquí es cuando la pandemia nos obligó a tomar decisiones que respondieran a la necesidad de llevar a cabo el proceso investigativo: buscar los juegos en formato offline que desplegará la actividad matemática en formulación y resolución de problemas, escoger a los estudiantes que tuvieran en casa un

dispositivo móvil, pensar en el proceso de comunicación e interacción entre investigadoras y estudiantes, buscar los medios para recolectar la información. Así mismo, al diseño de las tareas se le realizaron varias versiones con el fin de cumplir a cabalidad con los objetivos investigativos, especialmente, la primera “tiro con arco”.

Ahora, en cuanto al trabajo de campo en pandemia fue todo un desafío y reto personal lleno de emociones, incertidumbres, frustraciones y angustias que tuvimos que enfrentar, pero gracias a este tiempo replanteamos ideas, trabajamos con los recursos disponibles y buscamos alternativas para cumplir a cabalidad con el proceso investigativo.

El trabajo colaborativo entre las investigadoras orientado por la reflexión constante sobre el ejercicio profesional develó la importancia de diseñar estrategias auténticas y de interés para los estudiantes a la hora de planear y elaborar las clases de matemáticas. En este caso, el marco para la acción gestado por los juegos en formato digital, no solo desencadenó reflexiones en torno a las matemáticas sino que también potenció en los estudiantes aspectos como: el respeto y la cooperación. La motivación generada por la interacción con el juego en formato digital llevó a los estudiantes a encaminar sus acciones y trabajar conjuntamente con sus compañeros para lograr el objetivo de alcanzar una meta común.

Por eso se sugiere que los futuros diseños de trabajos de aula integren formatos y herramientas digitales que acerquen la escuela a los hogares, pues actualmente la educación afronta el reto y la reformulación de los currículos que se puedan implementar en diferentes ambientes ya sean presenciales o virtuales, desde casa. Es por eso que se ve pertinente fomentar el proceso de enseñanza a través de las diferentes herramientas digitales pues así no solo garantizamos el proceso educativo, sino que también facilitamos un aprendizaje autónomo y flexible a los estudiantes.

De igual forma, se hace imperioso implementar dentro del aula procesos de investigación en relación con la actividad matemática de formulación y resolución de problemas como estrategia de enseñanza mediada por el juego, pues enriquece, fortalece y desarrolla mayor receptividad y cambio de actitud en el aprendizaje de las matemáticas. Pues, al caracterizar las prácticas matemáticas vistas desde la teoría de la actividad en conjunto con la integración del juego presentado en formato digital; observamos en los estudiantes unas acciones de carácter lúdica y educativa, las cuales estuvieron permeadas por el entorno cultural al que pertenecen, como lo fue el empleo del celular como recurso para llevar a cabo las tareas. Para ellos los juegos representaba el objeto/motivo, en el cual debían ganar y resolver con conocimientos matemáticos ciertas situaciones de formulación y resolución que se presentaban en el juego y en las tareas que se desencadenaron de ellos.

Como futuras líneas de trabajo, se propone que se realicen diseños de tareas que involucren juegos en formato digital con reflexiones en torno la estructura multiplicativa, ya que este campo conceptual es articulador del currículo de matemáticas en tanto involucra nociones, conceptos y relaciones en torno a la proporcionalidad. Así mismo, este campo conceptual involucra varios tipos de conceptos matemáticos que son necesarios para el desarrollo del pensamiento multiplicativo que requiere la coordinación entre la multiplicación y la división.

Enfrentar los estudiantes a situaciones que implican su pensamiento multiplicativo hace que al solucionarlo ellos vayan haciendo generalizaciones en relación con su estructura y usen representaciones de acuerdo con sus niveles de comprensión y complejidad.

La enseñanza de los conceptos que componen el pensamiento multiplicativo no puede hacerse de una manera aislada, ni a partir de una sola situación problema, por el contrario, deben estar enmarcados dentro de un conjunto de situaciones que involucren diversos conceptos y teoremas.

En los juegos en formato digital vemos esa estrategia que permite no solo la realización de situaciones que ponen en juego las multiplicaciones y divisiones, sino que favorecen la comprensión de relaciones entre estas operaciones y otros conceptos asociados.

7 Bibliografía

- Ayllón Gómez, M. F., & Gómez Pérez, I. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta* (17), 29-40.
- Ayllón, M., Gallego, J., & Gómez, I. (2016). La actuación de estudiantes de educación primaria en un proceso de invención de problemas. *Pérfiles Educativos*, 38 (152), 51-67.
- Ayllón, M., Gómez, I., & Ballesta, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones*, 4 (1), 169-218.
- Ayora, M. A. (2014). Análisis de la teoría de vygotsky para la reconstrucción de la. Cuenca-ecuador: editorial universitaria catolica (edúnica).
- Callego de la vega, m. L. (2013). Creatividad matemática y resolución de problemas. *Sigma. Revista de matemáticas*. Número 22, 25-34.
- Campistrous & rizo, c. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. Editorial pueblo y educación.
- Campistrous p - rizo c. (2013). *La resolución de problemas en la escuela*. Centro de Investigación en Matemática Educativa Universidad Autónoma de Guerrero.
- Campistrous, L. Y Celia Rizo. (1997). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. Habana, Pueblo y Educación.
- Carmona, B. (2016). *Uso de aplicaciones multimedia y dispositivos móviles para favorecer la habilidad de resolución de problemas en niños. Una estrategia de formación*. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Cazáres, Castro, & Rico. (1998). La invención de problemas en escolares de primaria un estudio evolutivo. *Aula. Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca* Núm. 10, 19-39.
- Cazáres, J. A., Castro, E., & Rico, L. (1998). La invención de problemas en escolares de primaria un estudio evolutivo. *Aula. Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca* Núm. 10, 19-39.
- Creswell. (2017). *Investigación Cualitativa y Diseño Investigativo*. Documento en proceso de construcción traducción del libro original en inglés producto de la línea de investigación en juventud Doctorado en ciencias sociales niñez y juventud. UTP, academia.
- Creswell, J. (s.f.). *Investigación cualitativa y diseño investigación*. Documento en proceso de construcción traducción del libro original en inglés producto de la línea de investigación en juventud. Doctorado en ciencias sociales niñez y juventud.

- Daniels, H. (2003). *Vygotsky y la pedagogía*. Barcelona • Buenos Aires • México: PAIDÓS.
- Davíдов, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscú: Progreso.
- De Guzmán, M. (enero-abril de 2007). *Enseñanza de las ciencias y la matemática*. Revista Iberoamericana de Educación (numero 043), Pp. 19-58.
- Espinoza Gonzalez, J., & Isidoro, S. (2013). *La invención de problemas como actividad matemática*. Comunicación presentada en IV Encuentro de Enseñanza de la Matemática, UNED , (págs. 1-12). San José, Costa Rica.
- Espinoza, J., Lupiañez, J. L., & Isidoro, A. (2015). *Un esquema para analizar los enunciados de los estudiantes en contextos de invención de problemas*. *Uniciencia*. Vol. 29, No. 1., 58-81.
- Espinoza, Lupiañez, & Isidoro. (2015). *Un esquema para analizar los enunciados de los estudiantes en contextos de invención de problemas*. *Uniciencia*. Vol. 29, No. 1., 58-81.
- Fernández, R., Reyes, I., & Alfonso, I. (2016). *La formulación de problemas: una competencia indispensable en la formación inicial de maestros primarios*. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.*, 1-17.
- González, D. (2001). *La superación de los maestros primarios en la formulación de problemas matemáticos*. (Tesis doctoral). Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona.
- Gros, B. (2016). *The dialogue between emerging pedagogies and emerging technologies*. . En B. Gros, *The future of ubiquitous learning. Learning designs for emerging pedagogies* (págs. P. 3–23). New York: Springer.
- GUZMÁN, J. (2018). *La Resolución de Problemas Matemáticos a través de un Ambiente de Aprendizaje mediado por TIC*. Chía, Colombia: Universidad de la Sabana.
- Guzmán, M. D. (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Universidad Complutense.
- Guzmán, M. D. (1992). *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. . Cátedra Miguel de Guzmán Facultad CC. Matemáticas – UCM Plaza de las Ciencias, 3. Obtenido de Cátedra Miguel de Guzmán Facultad CC. Recuperado en: blogs.mat.ucm.es/catedramdeguzman
- Harry Daniels, Michelle Cole, James V. Wertsch. (2007). *The Cambridge Companion to VYGOTSKY*. New York: Cambridge University Press.
- Hernández Sampieri, R, Fernández Collado y Baptista. (2010). *Metodología de la investigación: Roberto Hernández Sampieri, Carlos Fernández Collado y Pilar Baptista Lucio (5a. Ed. -- .)*. México D.F: mcgraw-Hill.
- ICFES. (Agosto de 2017). *Guía de orientación. Saber 3°*. Bogotá.
- ICFES. (Febrero de 2018). *Guía de Uso e Interpretación de Resultados. Reporte de estudiantes 3°, 5° y 9°*. Bogotá.

- IERSMT, D. (2015). Plan de mejoramiento institucional 2015 – 2018. Barrancabermeja.
- Iersmt, d. (2018). Acta n°4. Barrancabermeja.
- IERSMT, D. (2018). Acta N°8. Barrancabermeja.
- Jeremy Kilpatrick, Pedro Gómez, Luis Rico. (1998). Primer Simposio Internacional de Educación Matemática. Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia (pág. 131). Bogotá: Editorial Iberoamérica, S.A.
- Jinfa Cai, Eric Knuth. (2011). Avances en la educación matemática. Verlag Berlin: Springer.
- Jurdak, M. (2016). Learning and Teaching Real World Problem Solving in School Mathematics . Beirut , Lebanon : Springer.
- Jurdak, M. (2016). Learning and Teaching Real World Problem Solving in School Mathematics. A Multiple-Perspective Framework. Switzerland : Springer.
- Kilpatrick, J. (1897). Formulación del problema: ¿De dónde vienen los buenos problemas? . (A. S. (Ed.), Ed.) Ciencia cognitiva y educación matemática., págs. 123-147.
- Labarrere, A. (1987). Como enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas. . Editorial Pueblo y Educación.
- Labarrere, A. F. (1988). Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas. . La Habana: La Habana, Pueblo y Educación.
- Latorre, A. (2005). La investigación- acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. Barcelona, España: Editorial Graó, de IRIF, S.L. Ed- 1.
- Leontiev. (1972). Problems of the development of the mind. Moscow: Progress.
- Leontiev, A. (1978). Actividad, conciencia, personalidad. Editorial Cartago Mexico.
- Leung, A. (2011). An epistemic model of task design in dynamic geometry environment. . ZDM.
- Liljedahl P, S.-T. M. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. Cham: Springer.
- Liljedahl P., Santos-Trigo M., Malaspina U., Bruder R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. Hamburg, Germany: Springer.
- Malaspina, U. (2017). ¿Cómo crear problemas de matemáticas?. Experiencias didácticas con profesores en formación. Revista Iberoamerica en educación Matemática, 307-313.
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la instrucción matemáticos, (pág. 14). Perú.
- Maquilón, B. (2016). Resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC. Medellín, Colombia.: Universidad Nacional de Colombia.

- MEN. (1994). Fines De La Educación. Ley 115 De Educación en Colombia.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Bogotá.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares. Matemáticas. Bogotá. Obtenido de Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Bogotá.
- MEN. (2016). Derechos Básicos De Aprendizaje De Matemáticas V2. Bogotá.
- MEN. (2016). Obtenido de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- MEN. (2016). Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas. Bogotá.
- MEN. (2020). Rendición de cuentas y agradecimiento 2019-2020.
- Montalegre, R. (2005). La actividad humana en la psicología histórico-cultural. Avances en Psicología Latinoamericana, 23, 33-42. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/799/79902304.pdf>
- Oers, B. V. (2013). An Activity Theory View on the Development of Playing. Springer.
- Polya, G. (1965). How to solve it. (d. J. Princenton University Press (Traducción: Cómo plantear y resolver problemas, Trad.) México: Ed. Trillas.
- Polya, G. (1985). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.
- Radford, B. D. (2017). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y práctico. Bogotá, Colombia : Universidad Distrital Francisco.
- Rodríguez, M. A. (2013). La perspectiva vygotskiana y el aprendizaje: una reflexión necesario en la practica educativa. Teacs, 109-117.
- Santos Trigo, M. (2008). La resolucion de problemas matematicos: avances y perspectivas en la construccion de una agenda de investigación y práctica. Actas del XII simposio de la soociedad Españolade investigaión en Educación Matemática. (págs. 1-24). España: Badajoz: SEIEM.
- Santos, L. M. (1992). "Resolución de problemas. El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a Considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas". Revista Educación Matemática, 4(2).
- Santos, M. (2016). Mathematical Problem Solving and the Use of Digital Technologies. En M. S. Peter Liljedahl, Mathematical Problem Solving. Current Themes, Trends, and Research (págs. 63-90). Hamburg, Germany: Springer.

- Schoenfeld. (1992). Learning to think mathematically. En Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics (págs. 334-389). New York. Macmillan: D.A. Grouws.
- Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press.
- Schousboe, I. Winthwer, L. (2013). Introduction. En Children's Play and Development. In play development of children. Historical- cultural perspectives. (págs. 1-11). Springer.
- Vygotsky, L. (1978). Desarrollo de los procesos psicológicos superiores. . Barcelona: Crítica.
- Vygotsky, L. (1986). Concrete Human Psychology. Moscow University, 51-64.
- Wertsch, J. V. (2007). Readings of Vygotsky. Mediation . En H. I. Daniels, the cambridge companion to Vygotsky (págs. 178- 192). New York: Cambridge University Press.
- Yrjö engeström. (2001). El aprendizaje expansivo en el trabajo: hacia una reconceptualización teórica de la actividad. Journal of Education and Work, 14, 1-16.

8 ANEXOS

Anexo 1 Niveles de desempeño grado tercero

Grado tercero	
Niveles de desempeño	Descripción
Insuficiente Puntaje en la prueba de 100-252	<p>El estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce relaciones de pertenencia de los elementos de un conjunto y los enumera. • Comprende la operación suma, reconoce atributos de forma o tamaño en las figuras, y reconoce la relación de orden de los números naturales.
Mínimo Puntaje en la prueba de 253-305	<p>Además de lo descrito en el nivel anterior, el estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Soluciona problemas rutinarios utilizando la estructura aditiva cuando estos implican una sola operación y establecer relaciones de equivalencia entre expresiones que involucran sumas de números naturales. • Reconoce diferentes representaciones y usos del número y describe secuencias numéricas y geométricas. • Identifica frecuencia y moda de un conjunto de datos; interpreta información sencilla en diagramas de barras y pictogramas. • Localiza objetos de acuerdo con instrucciones dadas; identifica atributos medibles y los instrumentos apropiados para medirlos, y finalmente, identifica figuras semejantes y congruentes entre sí.
Satisfactorio Puntaje en la prueba de 306-353	<p>Además de lo descrito en los niveles anteriores, el estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de estructura aditiva que implican más de una operación e interpreta la multiplicación como adición repetida de una misma cantidad. • Reconoce y determina frecuencias de un conjunto de datos e interpreta datos a partir de dos formas de representación. Establece la posibilidad de la ocurrencia de un evento simple; clasifica, ordena y describe características de un conjunto de datos. • Reconoce patrones e instrumentos de medida para longitud, área, tiempo y atributos de las figuras planas y los sólidos. Localiza objetos o figuras en el plano de acuerdo con instrucciones dadas.
	<p>Además de lo descrito en los niveles anteriores, el estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Usa operaciones de los números naturales, para establecer relaciones y regularidades. Interpreta

Avanzado Puntaje en la prueba de 354-500	<p>condiciones necesarias para la solución de problemas que requieren del uso de estructuras aditivas y reconoce fracciones de uso común.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determina medidas con patrones estandarizados; reconoce las condiciones para la construcción de figuras bidimensionales e identifica magnitudes asociadas a figuras tridimensionales. • Construye y describe secuencias numéricas y geométricas, y organiza, clasifica e interpreta información estadística usando diferentes formas de representación de datos.
---	---

Recuperado de guía de orientación, prueba saber 3°, pág. 22. (2017)

Anexo 2 Niveles de desempeño grado quinto

Grado Quinto	
Niveles de desempeño	Descripción

<p>Insuficiente Puntaje en la prueba de 100-279</p>	<p>El estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica unidades de medida e instrumentos de medición, reconoce información contenida en herramientas de análisis de datos, y además, compara figuras y sólidos a partir de atributos de forma y tamaño.
<p>Mínimo Puntaje en la prueba de 280-334</p>	<p>Además de lo descrito en el nivel anterior, el estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza operaciones combinadas como suma, resta y multiplicación para solucionar situaciones problema; identifica secuencias numéricas a partir de representaciones gráficas y reconoce relaciones de proporcionalidad directa entre dos magnitudes; finalmente, el estudiante organiza y clasifica información estadística.
<p>Satisfactorio Puntaje en la prueba de 335-382</p>	<p>Además de lo descrito en los niveles anteriores, el estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica y utiliza propiedades de las operaciones para solucionar problemas, resuelve situaciones problema utilizando la proporcionalidad inversa, diferencia y calcula medidas de longitud y superficie, identifica y describe transformaciones en el plano, reconoce relaciones de semejanza y congruencia entre figuras, establece conjeturas a partir de la lectura directa de información estadística y estima la probabilidad de eventos simples.
<p>Avanzado Puntaje en la prueba de 383-500</p>	<p>Además de lo descrito en los niveles anteriores, el estudiante que se ubica en este nivel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas relacionados con la división entre naturales, reconoce y utiliza la fracción como operador, compara diferentes atributos de figuras y sólidos a partir de sus medidas y establece relaciones entre ellos; establece conjeturas sobre conjuntos de datos a partir de las relaciones entre diferentes formas de representación de los mismos, e interpreta el grado de probabilidad de un evento aleatorio.

Recuperado de guía de orientación, prueba saber 5°, pág. 38. (2017)

Anexo 3 Juego 1 “tiro con arco”

Autoras	
Nombres y Apellidos	Gloria Steffany Acelas Chavez-Johanna Alexandra Villazón Ramírez
Institución Educativa	Institución Educativa Rural San Miguel del Tigre
Ciudad, Departamento	Yondó, Antioquia
Descripción general de los juegos	
Título	Juguemos con las matemáticas: “Campeonato Tigrillos”
Área	Matemáticas
Elementos curriculares	
Estándares Curriculares	<p>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos. • Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. • Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.
Desempeños	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce e interpreta números naturales en diferentes contextos. • Reconoce diferentes representaciones de un mismo número y hace traducciones entre ellas. • Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones. • Traduce relaciones numéricas expresadas en tablas y simbólicamente. • Formulan y resuelven situaciones matemáticas registrando información. • Identifica las variables de las tablas correlacionando el valor de la figura. • Realiza predicciones y correspondencias que hay entre la figura geométrica y el puntaje del color. • Identifica a doble relación que se establece con la acción que se presenta en la instrucción.

	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrolla habilidades de liderazgo, trabajo en equipo y cooperación.
Procedimientos para trabajar	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta las variaciones obtenidas en el puntaje del juego representadas en tablas • Registrar las variaciones en tablas de los puntajes que los estudiantes establecen en el juego. • Formula un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita resolver la situación problema planteada. • Identifica en situaciones de conteo reiterado una serie de números • Conjetura acerca de la definición de múltiplo. • Deduce la relación de los múltiplos con la multiplicación por números naturales. • Encuentra los múltiplos de un número dado • Reconoce en situaciones de repartos, números que le generan repartos exactos • Conjetura acerca de la relación entre el número inicial y los números encontrados • Construye una definición adecuada de divisor • Encuentra los divisores de un número dado • Representa en geoplanos diferentes figuras geométricas.
¿Quién?	
Grado	5°
¿Dónde? ¿Cuándo? – Escenario del juego.	
Lugar	Aula de clase.
Tiempo aproximado	Tres horas
juego Archery King “Tiro con arco”	
<p>Pon a prueba tu habilidad y compite en todos los campos y descubre su secreto.</p> <p>1. Momento 1:</p> <p style="text-align: center;">Soy el mejor jugador del tiro al blanco</p> <p>Para el desarrollo de este momento, a cada estudiante se les entregará el boceto de un diario de registro para que cada vez que supere un nivel del juego ellos describan información de:</p>	

- ¿Qué pudiste hacer en el juego en esta fase?
- ¿Cómo empezaste a jugar?
- ¿Qué clave encontraste para seguir jugando y lograr los puntos?
- ¿Qué cambios tuvo el juego en la fase?
- ¿Qué estrategia implemento para avanzar a la otra fase?
- ¿Cuál era el reto que me planteaba la fase?

Los estudiantes dispondrán de 45 minutos para jugar, en cada nivel deben ir registrando el puntaje obtenido en el lanzamiento de cada flecha.

fase del juego	Puntuación- Objetivo	Puntaje flechas					Puntaje total logrado	Medalla lograda
		1	2	3	4	5		

- finalizado los 45 minutos de juego los estudiantes deberán enviar una foto de su tabla de registro al grupo de trabajo de [WhatsApp](#).
- Después de verificar que todos los niños hayan enviado sus registros se le convocarán a una reunión a través de zoom. Para revisar e intercambiar los procedimientos y actividades que realizaron durante el juego.
- La reunión se direccionará con preguntas como:
 1. ¿Cómo se sintió cuando estaba jugando?
 2. ¿cómo manejan la herramienta del juego?
 3. ¿cómo les fue con la tabla de registro?
 4. ¿qué tipos de medallas lograste más?
 5. Comparemos en las primeras fases del juego con respecto a las últimas
 6. ¿Cómo son tus puntajes?
 7. ¿qué pasaría si en la fase 7 obtuviste la puntuación de 21?
 8. ¿cuál era el puntaje al que más apuntabas para lograr superar las fases del juego?
 9. ¿las cinco flechas que te daba el juego eran suficiente para lograr los puntajes?
 10. ¿la ubicación de los arcos era importante para lograr el puntaje con las flechas?
- Seguidamente, en la reunión se proyectará las fotos de las tablas de registro de los estudiantes y cada uno escogerá la de un compañero para continuar con el siguiente momento. La escogencia la hace los estudiantes de manera libre sin tener ninguna característica o patrón a seguir.
- A cada niño se le enviará la tabla del compañero que escogió a su WhatsApp personal para que la observe y analice el desarrollo del juego de ella.

Momento 2:

Narradores deportivos profesionales

- *Para iniciar este momento, cada una de las investigadoras realizará una llamada multiconferencia con un grupo de tres estudiantes. En esta llamada la maestra les contará su experiencia y vivencia de su juego.*

Espacio para la historia

- Seguidamente se les pedirá a los niños que observen la tabla de registro de su compañero y que imaginen que es un narrador deportivo profesional y nos cuenten o describan lo que ocurrió en el juego de su amigo.

2. Momento 3:

La hora de momentos hipotéticos

Cada estudiante tendrá de manera física un registro que presenta eventos hipotéticos a partir del resultado obtenido de un estudiante en la ejecución del juego. También, tendrán una hoja donde realizará los cálculos necesarios para completar la tabla.

La orientación de las investigadoras se realizará a través de una reunión de zoom, en la cual los estudiantes irán mostrando los procedimientos que realicen para poder completar la tabla. Con el fin de mirar el cómo logra encontrar el valor de cada posición

- Primero analiza las siguientes tablas

FASE 4					MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					
1	2	3	4	5	
		3			

FASE 7						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
7					19	

FASE 10						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
				9	57	

FASE 16						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
			1 0		35	

FASE 2						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
					65	

FASE 14						MEDALLA OBTENIDA
Puntaje flechas					Puntaje total logrado	
1	2	3	4	5		
					39	

- Seguidamente completa la tabla con las posibles combinaciones para lograr el puntaje total que está registrado. Todos los procedimientos que realices deben estar evidenciados en la hoja de cálculos.
- Para continuar, nos reuniremos por zoom para socializar las tablas que hicieron los niños. A cada estudiante se le pedirá que narre una fase asignada por la docente especificando lo que el creyó que ocurrió en el juego.
- **Momento 4:**

Completando historias

- Cada estudiante tendrá de manera física la siguiente información, en la cual deberán observar la medallaría de la fase 14 del juego y tener en cuenta la puntuación objetivo de las flechas.



- a) Después de haber observado el cuadro anterior lee la siguiente historia y sigue narrando lo que crees que sucedió en el juego.

Evelyn se encuentra jugando la fase 14, pero se encuentra muy nerviosa porque su tablero se mueve en dirección de derecha a izquierda, en su primera flecha logró 2 puntos,

- Ahora, observa la medallería de la fase 10 del juego y ten en cuenta la puntuación objetivo de las flechas para que sigas contando un posible desarrollo del juego en esa fase de Laura



Laura en la fase 10 del juego.....

- Para finalizar este momento entraremos a una reunión por zoom para que cada estudiante comparta y lea la historia que escribió. Aquí las investigadoras orientaran y realimentaran lo que los niños escribieron.

Materiales y Recursos

Celular
Hojas
Lápiz
Borrador

Anexo 4 Juego 2 “serpientes y escaleras”

Juego: Snake & ladder

- **Momento 1:**

Los estudiantes dispondrán de 30 minutos para jugar, en cada lanzamiento del dado deben ir registrando el desarrollo de su juego y el de su contrincante (celular).

Mis lanzamientos			Contrincante celular		
Lanzamiento	Puntaje del dado	Casilla	Lanzamiento	Puntaje del dado	Casilla

Terminado el tiempo de jugar los estudiantes deberán enviar la foto de sus tablas de registro al grupo de WhatsApp.

Se continuará con una reunión por la plataforma Zoom donde las investigadoras proyectarán las fotos de las tablas y direccionarán la conversación con los siguientes interrogantes:

- Siguiendo estos criterios ¿cómo te fue en el juego en comparación del contrincante (celular)?
 - ¿Quién avanzó más rápido? ¿Usted o el contrincante?
 - ¿Quién ganó el juego? ¿Por qué?
 - ¿Cómo fueron los puntajes de los dados suyos y el del contrincante?
 - ¿Quién recortó más el camino subiendo por las escaleras? ¿usted o el contrincante?
 - ¿Quién retrocedió más veces por las serpientes? ¿usted o el contrincante?
- ¿Cómo podrías avanzar más rápido en el juego?
- ¿Cuántos lanzamientos alcanzaste hacer y hasta que casilla llegaste?

En la pantalla se proyectará dos tablas que enviaron los niños y a quien corresponde cada tabla contestará los siguientes interrogantes.

- ¿Cómo crees que fue tu juego al compararlo con el de tus compañeros?
 - ¿Quién avanzó más rápido? ¿tú o él?
 - ¿Quién ganó el juego? ¿Por qué?
 - ¿Cómo fueron los puntajes de los dados suyos y el del su compañero?

- ¿Quién recortó más el camino subiendo por las escaleras? ¿usted o su compañero?
-
- En tus lanzamientos del juego. ¿Cuál fue el puntaje que más se repitió?

En la pantalla se les mostrará el tablero de la escalera y se orientará la reflexión por medio de estas preguntas.



- ¿Cuál era el peligro más grande del juego?
- ¿Qué es lo que tienes que hacer para no correr ese peligro?
- ¿te sucedió eso en el juego o a tu contrincante?
- ¿qué otras posibilidades hay para no llegar a ese peligro?
- Si llegó a la posición de la casilla 54 ¿Cuáles son los peligros más cercanos? ¿Cómo los puedo esquivar?

• Momento 2:

Calculando probabilidades

En la pantalla se les mostrará el tablero de la escalera y los puntajes de las caras que tienen el dado del juego.

Las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Observa las caras del dado y el tablero de del juego Snake & ladder.



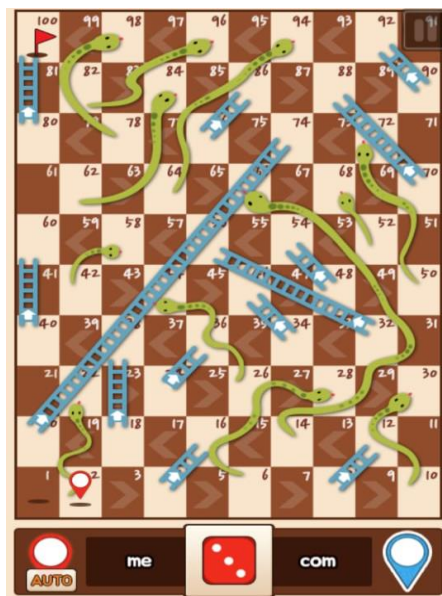
Al lanzar un dado, cuál es la probabilidad de:

- Obtener 6 en un lanzamiento
- Sacar un número impar
- Sacar más de 7
- ¿Cuál es puntaje mayor que se puede sacar con el dado?
- ¿Es posible que yo saque 12? ¿cómo es posible avanzarlos en el juego?
- ¿Puedo avanzar 7 casillas en un solo lanzamiento? ¿Es posible? ¿sí o no? ¿por qué? ¿Cómo si lo puedo avanzar?
- si usted saca 4 en el dado, pero en vez de avanzar se regresó ¿cómo es eso posible?
- ¿Usted siempre va avanzar en el juego?

- **Momento 3:**

Cada estudiante tendrá de manera física la siguiente guía para resolver esta actividad desencadenada del juego.

Observa el tablero del juego.



Si me encuentro en la casilla 25 y quiero llegar a la casilla 57. ¿Cuáles podrían ser dos posibles formas de juego para llegar? Completa la tabla con los posibles puntajes, puedes utilizar máximo cinco lanzamientos.

Posición inicial	Puntaje de posibles lanzamientos					Posición final
25						57

Explica tu primer procedimiento para alcanzar la casilla 57:

Posición inicial	Puntaje de posibles lanzamientos					Posición final
25						57

Explica tu segundo procedimiento para alcanzar la casilla 57:

Para la socialización de este momento se realizará por la plataforma Zoom. con el fin de compartir las diferentes respuestas de los estudiantes y realizar un conversatorio direccionado con los siguientes interrogantes.

¿es posible llegar desde la casilla 25 a la casilla 57 en un solo lanzamiento? ¿sí o no? ¿Por qué? De acuerdo a los puntajes de los dados ¿cuántos son los movimientos mínimos debo hacer para llegar de la casilla 25 a la casilla 57? Los procedimientos que realices debes hacerlos en la hoja de cálculos.

Puntaje del dado	Cantidad de movimientos
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- **Momento 4:**

¿Cuál sería los movimientos ideales para llegar más rápido a la meta?

Seguidamente, a los estudiantes se les enviará un audio de una narración de un posible juego. Después de escuchar el audio los estudiantes deberán escribir una hipótesis de cómo terminaría la narración de este juego. Deben tener en cuenta estos interrogantes:

¿Qué pasó?

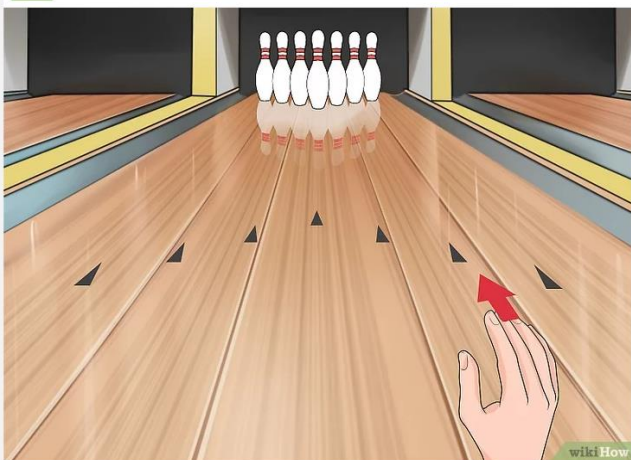
¿Pudo haber llegado o no la meta?

¿si saco esos puntajes que es lo más posible que pasó?

Anexo 5 Juego 3 “los bolos”

Juego Strike “ los Bolos”
<p>Reglas del juego</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cada juego consta de 10 turnos por persona. • Cada jugador tiene dos tiros por turnos a menos que en su primer tiro logre derribar los 10 pinos. • Se suma el número de pinos derribados en los dos tiros para contar los puntos realizados en cada turno. • Al realizar chuzas, la puntuación en ese turno es 10 más el número de pinos que se derriben en el próximo turno. • Cuando se derriban los 10 pinos en el segundo lanzamiento, se llama media chuzas y la puntuación de ese turno son 10 más el número de pinos que se derriben en el siguiente lanzamiento <p>Primeramente, los estudiantes exploraran la aplicación del juego y cada para el desarrollo de este juego, a cada estudiante se les entregará el boceto de un diario de registro para que cada vez que juegue ellos describan información de:</p> <p>¿Qué puntajes lograste esta vez en el juego? ¿Cuántas chuzas o media chuzas lograste? ¿a qué bolo le estas apuntando más para tumbar la mayoría? ¿has tenido lanzamientos que no logres puntos? ¿Cuáles han sido los bolos más difíciles de tumbar?</p> <p>Momento 1:</p> <p>Se realizará una reunión por zoom y se proyectará las siguientes imágenes alusivas al juego para reflexionar y conversar con los estudiantes.</p>

Observa la ubicación de los bolos y responde:



- Hacia dónde ubico la bola para que me tumbe la mayoría de bolos
- ¿Si yo apunto la bola hacia el lado derecho o izquierdo es por qué quiero tumbar cuales bolos?
- Crees que la forma de ubicación de los bolos influye en el juego

Momento 2:

En este momento se les dará a los estudiantes 45 minutos para que jueguen en la aplicación en el celular.

- Luego de haber completado los 10 lanzamientos del juego, los estudiantes deben enviar un pantallazo al grupo de WhatsApp de la tabla de resultado.
- Los niños deben explicar la forma como fueron registrados los puntajes de los lanzamientos que obtuviste.

- De acuerdo con lo que sacaste en tu tabla ¿qué es lo más frecuente que sucedió con tus puntajes en el juego?

- ¿Por qué fue que tuviste el mayor o menor puntaje?

- ¿Qué estrategias utilizaste para tumbar la mayoría de los bolos?

Seguidamente se realizará una reunión por zoom con los niños para intercambiar las experiencias de lo vivido en el juego. Durante la reunión se proyectará las tablas de puntaje y se compartirá las respuestas realizadas. La conversación se guiará por estos interrogantes.

¿Cómo obtienes el puntaje máximo?

¿Qué podrías haber hecho si quedas en el último lugar? ¿en qué te tienes que enfocar en el próximo nivel?

¿Si sacaste todos los puntajes con chuzas cuál sería el mayor valor del puntaje?

- ¿Si sacaste la mayoría de lanzamientos en blanco que pasa con los puntajes y el juego?
 ¿Si quedaste en el último lugar qué podrías hacer para recuperar el primer puesto?
 ¿Cuál sería la regla del juego que cambiarías para obtener un mejor puntaje?

Momento 3:

A los estudiantes se les hará llegar el registro de un campeonato entre dos jugadores. En el transcurso del juego hubo unos inconvenientes y a una de las tablas no le registraron los puntajes de los bolos que tumbo el jugador y, por lo tanto, le otorgaron el premio al segundo jugador.

Observa las tablas:

Resultado primer jugador

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7 /	2 2	5	7 1	6 1	8	5 4	4	5 /	9 -
12	16	24	32	39	54	63	72	91	

Resultados segundo jugador

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3 6	9 -	6 3	6 1	4 /	4 4	5 4	5 1	6 -	7 / 5
9	18	27	34	48	56	65	71	77	92

Completa la primera tabla con los puntajes que no se registraron

Narra cada uno de los 10 lanzamientos de la primera tabla de acuerdo con los puntajes que tiene y una posible hipótesis de por qué no aparecieron los puntajes escritos

¿crees que la decisión de dar como ganador al segundo jugador es la correcta? ¿Sí o no? ¿por qué?

Para finalizar este momento se trabajará por medio de la plataforma zoom para compartir y socializar con los estudiantes las posibles historias de los puntajes anteriores.