

INFORME TÉCNICO Y FINANCIERO

PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN: QUÉ ES Y QUÉ DEBE SER EN EDUCACION ESTADISTICA

Contenido del Informe

Identificación del Proyecto	2
Resumen de los resultados de conocimiento obtenidos y de las principales conclusiones	2
Sinopsis de Resultados	7
Synopsis of the Results.....	8
Cuadro N.1 Resultados de conocimiento.....	9
Cuadro No. 2 (Otros resultados obtenidos)	12
Descripción del impacto actual o potencial de los resultados.....	14
Referencias Bibliográficas.....	16
Anexo 1. Artículo Publicado en Revista Indexada	18
Anexo 2: Ponencia en Evento Internacional.....	28
Anexo 3. Artículo en revisión para ser publicado	40
Anexo 4: Ponencia en Evento Internacional.....	51
Anexo 5: Curso ofrecido en el marco del XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística	53
Anexo 6: Ponencia en Evento Nacional	60
Anexo 7: Artículo en revisión para ser publicación	68
Anexo 8: Ponencia en evento Internacional. ICME 12.....	80
Anexo10: Carta de aceptación de ponencia Internacional. PME.....	84
Anexo 11: Carta de aceptación ponencia Nacional ASOCOLME	85
Anexo 12: Carta de aceptación ponencia Internacional ICME 12.....	86
Anexo 13: Certificado participación em Evento Internacional CIAEM	87
Anexo 14: Certificado participación evento Internacional PME.....	88
Anexo 15: Certificado de participación en Curso. Coloquio Distrital	89
Anexo 16: Certificado de participación en evento de carácter Nacional ASOCOLME	90
Anexo 17: Certificado de participación en evento de carácter Nacional. ASOCOLME	91
Anexo 18: Certificado Publicaciones en revisión. Tecné, Episteme y Didaxis	92
Anexo 19: Certificado de publicaciones en revisión. Educación y Educadores	93
Anexo 20: Resúmenes de Trabajos de Grado y de Maestría	94
Anexo 21: Carta certificación Asesoría Trabajo de Maestría	97
Anexo 23: Convenio de cooperación entre la Universidad de Antioquia y Distrital	100
ANEXO N.24: INFORME DE EJECUCIÓN FINANCIERA CONSOLIDADO.....	101
ANEXO N.25. INFORME DETALLADO DE GASTOS POR RUBRO	102
Anexo 26: Informe Contrapartida Universidad Distrital Francisco José de Caldas	110

Identificación del Proyecto

1. **Título y código** del proyecto: Que es y que debe ser en Educación Estadística, Código1115-489-25309

Número del contrato que lo respalda: 782 de 2009

2. **Entidad ejecutora:** Universidad de Antioquia,
Investigador principal: Olga Lucia Zapata Cardona
Grupo de investigación GECEM – Grupo de Educación en Ciencias Experimentales y Matemáticas.

Resumen de los resultados de conocimiento obtenidos y de las principales conclusiones

El estudio llamado “Qué es y qué debe ser en Educación Estadística” está enmarcado en la línea de investigación *Formación de Profesores* del grupo de enseñanza de las ciencias experimentales y matemáticas GECEM y en la línea de *Educación Estadística* del grupo de investigación Crisálida.

El presente estudio surge en respuesta a una problemática nacional discutida en varios espacios académicos. En Colombia la enseñanza de la estadística es asumida por los profesores de matemáticas quienes en la mayoría de los casos no tienen una formación específica en la enseñanza de la estadística. Este estudio explora cómo esta carencia de orientación afecta la enseñanza de la estadística y afecta los intereses del Ministerio de Educación Nacional expresados en los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio (MEN, 2003). Las preguntas centrales de investigación con las cuales se ha comprometido el equipo de trabajo son las siguientes:

(1) ¿En qué medida la educación estadística actual responde a las sugerencias hechas en los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio? (2) ¿Cuál es la naturaleza del conocimiento pedagógico estadístico de los profesores de matemáticas que enseñan estadística en la escuela básica y media? (3) ¿Cuáles son las concepciones de los profesores en la enseñanza de la estadística? (4) ¿Qué recursos pedagógico didácticos usan los profesores que enseñan estadística para el diseño, gestión y evaluación de sus clases?

Intentando dar respuesta a estas preguntas se adoptó una metodología cualitativa de corte interpretativo como es sugerida por Latorre, del Rincón, y Arnal (1996) y Hernandez-Sampieri, Fernandez-Collado, y Baptista-Lucio (2008) y se incluyó un componente cuantitativo. La recolección de información para el componente cualitativo se orientó a través de entrevistas a profundidad y observaciones de clase a dieciocho profesores de estadística en ejercicio de la educación básica y media de dos ciudades colombianas. Las entrevistas fueron grabadas en audio y las clases fueron grabadas en video. Entrevistas y clases fueron transcritas *verbatim* para facilitar el análisis posterior. También se tuvo en

cuenta los artefactos documentales usados por los profesores para la preparación, gestión o evaluación de la clase. La información de tipo cuantitativo se recogió de 115 profesores de estadística en ejercicio quienes voluntariamente diligenciaron una encuesta fundamentada en una escala tipo Likert que indagaba sobre las actitudes de los profesores. Encontramos varias limitaciones para concretar los participantes para este estudio. Muchos de los profesores que habían expresado su interés de participar tuvieron que desistir porque aunque eran profesores de matemáticas no incluían la estadística en sus programas de curso. Ser profesor de estadística era una condición *sine qua non* de los participantes y esto redujo los potenciales participantes. A continuación se resumen algunos de los resultados más relevantes del estudio.

A pesar de la libertad de cátedra expresada en el Artículo 27 de la Constitución Política de Colombia (República de Colombia, 1991), los profesores de estadística de nuestro país deben seguir los lineamientos mínimos para el currículo expresados en los estándares de calidad emitidos por el Ministerio de Educación Nacional (2003). Sin embargo, la reducción abrupta de los potenciales participantes puede ser interpretada como que a pesar de la inclusión oficial de la estadística en los currículos escolares esto no es garantía de la adopción de la estadística en los planes de curso.

Tomando en cuenta la exigencia de los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio, encontramos que nuestros profesores de estadística (aquellos que logran incluir la estadística en sus planes de curso) enfrentan múltiples tensiones para poder responder a las exigencias del currículo oficial. La razón es que estos profesores no cuentan con una comunidad de apoyo que los pueda orientar y asesorar en los requerimientos específicos que surgen de la enseñanza de la estadística (Zapata-Cardona y Rocha, en revisión). Encontramos que los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio (MEN, 2003) parecen reconocer que la inclusión de la estadística en la escuela va mucho más allá de aprender y aplicar procedimientos y que en cambio, esta inclusión, debe aportar elementos para estimular el desarrollo del razonamiento estadístico. Sin embargo, el marcado énfasis en el aprendizaje de los algoritmos fue recurrente en las clases de estadística estudiadas. Parece que nuestras políticas educativas entienden la inclusión de la estadística en la escuela como una herramienta que puede apoyar al ciudadano común a desenvolverse en un mundo colmado de información. No obstante, la realidad de los salones de clase parece alejarse de las metas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional.

Con respecto al conocimiento estadístico del profesor, este fue el aspecto a nuestro parecer, más complejo de estudiar puesto que el conocimiento es un constructo abstracto que sólo es posible evidenciarlo en la acción del profesor en la clase, en lo que hace visible durante la instrucción y en cómo trata lo que hace visible. Por tal razón tomamos como referente el trabajo de Ball y colegas (Ball, Hill, y Bass, 2005; Ball D. L., 2007; Hill y Ball, 2004; Hill, Rowan, y Ball, 2005) en el cual intentan resolver la pregunta: ¿Qué hacen los profesores al enseñar y en qué forma lo que hacen demanda razonamiento, comprensión y habilidad? Para este componente de la investigación las observaciones de las clases, las entrevistas a profundidad y los artefactos de los profesores fueron esenciales. Nos enfocamos en la práctica del profesor en la clase y prestamos especial atención al tipo de preguntas que hace a sus estudiantes, explicaciones, representaciones, respuestas a preguntas de los estudiantes, material didáctico, lenguaje propio de la disciplina, elección de ejemplos y predicción de dificultades de los estudiantes y evaluación.

Las preguntas que el profesor hace en la clase pueden ser: *preguntas cerradas*, que indagan por un valor o dato específico. Por ejemplo ¿Cuál es el espacio muestral en este experimento? *Preguntas de procedimiento*, ejemplo ¿Cómo se encuentra el promedio aritmético? *Preguntas de monitoreo*, que son usadas esencialmente para verificar si los estudiantes llevan el ritmo de la clase, tal como ¿Cuál es la muestra en este ejemplo? y *Preguntas de análisis* que demandan justificación, razonamiento, predicción o toma de decisiones. Encontramos que la mayoría de las preguntas que despliegan los profesores en la clase de estadística son preguntas cerradas y de procedimiento. Las preguntas de análisis sólo sucedieron en las clases estudiadas el 17.5% de las veces (Zapata-Cardona, Rocha, en revisión). Este es un indicador que revela que en la clase de estadística se estimula más el aprendizaje de hechos y procedimientos que el aprendizaje conceptual y el razonamiento estadístico, lo cual es contrario a las propuestas curriculares nacionales (MEN, 2003).

Los profesores en ejercicio que asumen el reto de enseñar estadística hacen su mejor esfuerzo, pero lo hacen más atendiendo a su sentido común que a una reflexión profunda de las potencialidades de la estadística en la clase y de lo que representa este nuevo elemento del currículo. Se encontró que en las pocas clases donde se enseña estadística, no parece existir diferencia en las temáticas ni en la profundidad con la que se abordan en los diversos niveles educativos. Al comparar la estadística enseñada en la básica primaria, secundaria y media vocacional no se halló diferencia sustancial. En las dieciocho clases estudiadas en profundidad, a los estudiantes de cuarto, octavo y onceavo grado se les enseñaba a organizar datos en tablas de frecuencia y a calcular las medidas de tendencia central. Aunque en los estándares para matemáticas hay diferencias explícitas con respecto a lo que los estudiantes de los diferentes grados deben saber, en la práctica esto no se ve. Parece que sin importar el nivel escolar, la enseñanza de la estadística se centra en lo descriptivo más que en lo inferencial.

La no divergencia en clases de diferente nivel educativo puede ser explicada si se considera que de los 115 profesores participantes en este estudio, el 20% no había tomado un sólo curso de estadística en su formación profesional y el 50% solo había tomado un curso. Otro aspecto que podría ayudar a explicar este hallazgo es que los profesores de matemáticas en servicio tienen formación mucho más profunda en lo aritmético, algebraico y geométrico. Esta característica, en la práctica, hace que los profesores privilegien aquellos componentes del currículo de matemáticas que han tenido desarrollos epistemológicos más antiguos y en los cuales se sienten más competentes. Además, es necesario considerar que la estadística es una ciencia que ha florecido en el último siglo y la educación estadística es un campo científico muy joven que data de menos de 50 años. Es posible que estos desarrollos recientes apenas estén permeando el sistema escolar en nuestro país y por ello no sorprende que el papel de la estadística en la clase sea percibido únicamente como una herramienta para la organización de datos y el cálculo de medidas descriptivas sin importar el nivel educativo.

El tipo de ejemplos que los profesores plantean en la clase de estadística influyen lo que los estudiantes aprenden (Hiebert & Wearne, 1993) pero también revelan el conocimiento pedagógico estadístico del profesor (Ball, Hill, y Bass, 2005; Ball D. L., 2007; Hill y Ball, 2004; Hill, Rowan, y Ball, 2005). En los ejemplos que los profesores proponen a los estudiantes encontramos diferentes tipologías. Cerca del 50% de los ejemplos propuestos fueron situaciones que preguntaban a los estudiantes por un *valor*

exacto. Por ejemplo, "se lanza un dado ¿Cuál es la probabilidad que el resultado sea par?" Aproximadamente el 28% de los ejemplos buscaban *representaciones gráficas*. Se ofrecían datos (reales o ficticios) o se generaban en la clase para que los estudiantes hicieran representaciones y encontraran medidas descriptivas. Sólo el 14% de los ejemplos estaban orientados a la *toma de decisiones*. Un ejemplo: "usted le propone a su hermanito lo siguiente: si al lanzar el dado cae un número divisible por 3, yo lavo los platos, pero si cae un número divisible por 2, usted los lava. ¿Cree que su hermano aceptaría? ¿Es justa la propuesta?". Estos hallazgos refuerzan que el tipo de conocimiento que los profesores privilegian en la clase de estadística es el procedimental y esto nos lleva a pensar que es necesario estimular a los profesores en la reflexión profunda de su práctica pedagógica. Las acciones del profesor en la clase dan cuenta de sus actitudes, sus creencias y su conocimiento. Las tareas propuestas a los estudiantes fueron de un nivel básico y los estudiantes necesitan ser desafiados mucho más allá pero esto sólo sucederá si el profesor también es desafiado en la revisión constante del diseño de su clase, la gestión y la evaluación.

Al estudiar los recursos didácticos que los profesores usan en la clase de estadística, se encontró que los profesores confían en el uso de guías didácticas que son diseñadas en su mayoría por los mismos profesores. Lo que parece relevante es que no se observó el uso del libro de texto en ninguna de las clases estudiadas (para la gestión de la clase, pero tampoco encontramos evidencias para el diseño) lo que nos ayuda a reforzar lo que se había planteado anteriormente, los profesores "lo hacen atendiendo a su sentido común". Tampoco se observó en una sola clase de las estudiadas a profundidad el uso de la tecnología para apoyar la dinámica de la clase. No se tuvo en cuenta el uso de salas de computadores, calculadoras graficadoras, calculadoras básicas, applet, u hojas de cálculo ni para suministrar soporte en la exploración de conceptos ni para facilitar los cálculos. Se confió todo el tiempo en los cálculos llevados a cabo a lápiz y papel. Este resultado parece desconocer las recomendaciones de la investigación en educación estadística que insisten en que la tecnología debe ser usada como un recurso para apoyar la comprensión de conceptos abstractos y para invertir más tiempo en la interpretación (Aliaga, Cobb, Cuff, y Garfield, 2007; Franklin, y otros, 2007). Este es un resultado contundente porque confirma lo que se ha sugerido previamente: en la enseñanza de la estadística se privilegia lo procedimental sobre lo conceptual.

Se evidenció en este estudio que hay variables asociadas con la actitud de los profesores hacia la estadística y su enseñanza. La experiencia docente parece ser una variable que contribuye a mejorar las actitudes de los profesores ante la estadística y su enseñanza. Este hallazgo es contrario a la sugerencia que hace Estrada y colegas (2004) con relación a que las actitudes del profesor en ejercicio se deterioran en la práctica debido a la dificultad que el mismo encuentra en la materia. Este resultado obtenido estudiando las respuestas de una muestra de 115 profesores de estadística en ejercicio podría explicarse con varias razones. Primero, puede pensarse que estos docentes en su experiencia como enseñantes han adquirido unas disposiciones y habilidades que les han permitido enfrentarse con éxito a las condiciones de incertidumbre que están inmersas en una clase de estadística y como consecuencia mejoren las actitudes. Segundo, es posible que en su experiencia como profesores de estadística hayan adquirido formación en el conocimiento disciplinar que les ha permitido mejorar su desempeño en el aula de clase y en consecuencia mejorar sus actitudes. Tercero, puede pensarse que los profesores en su

experiencia docente han descubierto que, por las características de la estadística, esta puede ser una herramienta transversal a muchas ciencias y aplicable a muchas situaciones cotidianas. Este descubrimiento puede generar una mayor disposición a explorar otras aplicaciones y como consecuencia mejorar las actitudes hacia la estadística y la enseñanza.

Otro resultado de este estudio y que ha sido digno de debate en muchos espacios educativos es la influencia del título universitario en las actitudes de los profesores en servicio. En Colombia, como en muchos países del mundo, los profesionales en educación no alcanzan a ser suficientes para atender las demandas educativas y se ha tenido que acudir a profesionales en áreas afines a la matemática (ingeniería, economía, contaduría pública) para que enseñen matemáticas y estadística en nuestros centros educativos. Este estudio mostró que hay diferencia estadística en las actitudes de los profesores profesionales en educación y en los profesores profesionales en áreas afines a la matemática, siendo mucho más positiva las actitudes de los profesionales en educación. Este es un resultado bastante interesante y poco documentado en la literatura; no obstante, no es sorprendente. Los profesionales en educación están mucho mejor preparados para atender los desafíos que demanda una clase de estadística con todos sus bemoles. Esto podría leerse como una necesidad urgente de programas de desarrollo profesional para la enseñanza de la estadística para profesionales en áreas afines que les ayude a sentirse más competentes en la enseñanza de la estadística y contribuir así a mejorar sus actitudes hacia la estadística y su enseñanza.

Otro resultado que merece ser destacado es que en general los profesores tienen actitudes positivas ante la estadística y su enseñanza pero reconocen que necesitan fortalecer su formación. Este resultado no es gratuito ya que en nuestro contexto sociocultural nuestros programas de formación de profesores de matemáticas la estadística no siempre es una de las áreas fundamentales. Muchos programas sólo requieren un curso de estadística y muy pocos no tienen un sólo curso de didáctica de la estadística. Este resultado es un evidente llamado a fortalecer la formación de profesores no solo en el aspecto disciplinar de la estadística sino en su didáctica.

La evaluación de los estudiantes también fue objeto de estudio en esta investigación. Coincidimos en la concepción de evaluación sugerida por Aliaga, Cobb, Cuff, y Garfield, (2007) y Franklin, y otros (2007) y consideramos que es un proceso continuo y no un punto final de la instrucción. La evaluación debe ser una oportunidad para ofrecer retroalimentación útil y oportuna que conduzca al aprendizaje, y debe enfocarse no solo en el dominio de habilidades, procedimientos y cálculos sino en la comprensión de ideas claves y en la interpretación en contexto. Para ser coherente con esta visión de evaluación, el evaluador debe tener instrumentos claros. Sin embargo, en este estudio la evaluación fue un aspecto complejo de estudiar, en ningunas de las clases estudiadas hubo instrumentos claros de evaluación. La evaluación fue subjetiva porque al preguntársele a los profesores como evaluarían ellos expresaban aspectos generales tales como: con la participación en clase, con el trabajo de los estudiantes en la clase, con el desarrollo de la guía y otros similares. Durante el desarrollo de las clases tampoco se observó un sólo instrumento desarrollado para este fin. Sin embargo, en las entrevistas posteriores a las clases observadas cuando se les preguntaba a los profesores con respecto a la evaluación de la clase, los profesores coincidían en decir que percibieron que los estudiantes comprendieron

la temática enseñada. Pero de nuevo esta fue una percepción subjetiva porque no hubo referencia a instrumentos de evaluación.

Los resultados de este estudio son un claro llamado a pensar en programas de desarrollo profesional para profesores en ejercicio, pues el profesor debe estar en condiciones de apoyar a sus estudiantes no solo con cálculos y representaciones gráficas de datos sino también ayudar a sus estudiantes a interpretar, predecir, comparar, conjeturar, justificar, diseñar experimentos y a proponer modelos alternativos. También es necesario fortalecer la formación estadística en los programas de formación de maestros de matemáticas. Los programas de formación continuada de profesores deben orientar a los profesores a pensar profundamente en su propia práctica y a crear grupos de apoyo en la comunidad educativa. Creemos que este camino podría ser un inicio para empezar a incorporar paulatinamente en el salón de clase los requerimientos curriculares relacionados con la estadística y la probabilidad.

Sinopsis de Resultados

La investigación “Que es y que debe ser en educación estadística” estudia la enseñanza de la estadística y la probabilidad en dos grandes ciudades colombianas y la correspondencia con las políticas educativas actuales. Para dar cuenta de este objetivo se centra en las acciones del profesor de estadística en ejercicio en el aula de clase y en las actitudes de los profesores con respecto a la estadística y a su enseñanza.

El estudio atiende a un diseño metodológico cualitativo con componente cuantitativo. Los participantes fueron 115 profesores de estadística en ejercicio y se recogió información de una encuesta tipo Likert, observaciones de clase, entrevistas a profundidad y artefactos documentales que los profesores usaron para el diseño gestión o evaluación de sus clases. Los resultados revelan que aunque la estadística está explícita en el currículo oficial colombiano, pocos son los profesores que se atreven a enfrentar el desafío de incluirla en sus planes de curso. Aquellos valientes profesores que asumen el reto de incluirla, lo hacen más atendiendo a su sentido común que a una reflexión profunda de las potencialidades de la estadística en la clase.

Los hallazgos muestran también que los profesores de estadística en servicio tienen actitudes positivas con respecto al área pero reconocen las limitaciones en su preparación profesional para asumir exitosamente el reto de su enseñanza pues un 20% de los participantes no tienen un sólo curso de estadística en su formación profesional y un 50% sólo tiene un curso. Se encontró que las clases de estadística quedan cortas para ser consideradas coherentes con las actuales exigencias curriculares; mientras que los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio demandan por una clase en la que se prime la interpretación, la explicación, la comparación y la predicción, la realidad de la clase privilegia el procedimiento. El nivel de conocimiento estadístico desplegado en las clases, el tipo de preguntas, y el tipo de ejemplos propuestos revelan desafíos mínimos para los estudiantes que no corresponden con el objetivo de incluir la estadística en los niveles preuniversitarios “formar un ciudadano estadísticamente culto”.

Con respecto a los recursos usados por el profesor en la clase se encontró que los profesores confían en las guías que ellos mismos desarrollan, pero no se evidenció el apoyo

en libro de texto ni en recursos tecnológicos para el diseño, gestión o evaluación de la clase. Estos resultados revelan que es necesario fortalecer los programas de formación de profesores de matemática en el componente estadístico y promover programas de formación continuada de profesores en servicio. Estos programas deben ser diseñados de forma tal que los profesores tengan oportunidad de reflexionar profundamente en su propia práctica, que puedan crear grupos colaborativos que se constituyan en comunidades de aprendizaje, y que desde esos programas se atienda específicamente a las disposiciones curriculares y a las orientaciones sugeridas por los resultados de la investigación.

Synopsis of the Results

The research “What is it and should it be in statistical education” studies the teaching of statistics and probability in two Colombian cities and their correspondence with the current educational policies. To accomplish this goal, this study focuses on the statistics teacher actions in the classroom and on the teachers’ attitudes about statistics and its teaching.

This study deals with a qualitative design with quantitative component. Participants were 115 in-service statistics teachers and the data was collected from a Likert scale survey, classroom observations, in-depth interviews and documentary artifacts that teachers used to design, manage or evaluate their classes. The results reveal that although the statistic is explicit in the Colombian official curriculum, few teachers are those who dare to face the challenge of include it in their syllabus. Those brave teachers who take on the challenge of inclusion, they do it more based on their common sense than on a depth reflection of the potential of statistics in the class.

The findings also show that the in-service statistics teachers have positive attitudes to the subject but they recognize the limitations in their professional training to successfully face the challenges of the teaching statistics due to the fact that 20% of participants did not have a single course in statistics in their professional training and 50% only have one course. It was found that the statistics class falls short to be considered consistent with the current curriculum requirements, while the performance standards for statistics demand for a class that privileges the skills of interpretation, explanation, comparison and prediction, the reality of class focuses on the procedure. The level of statistical knowledge displayed in the classroom, the kinds of questions, the type of examples given show minimal challenges for students that do not correspond with the goal of including statistics in the pre-tertiary levels: “educating for the statistical literacy”.

Regarding the resources used by the teachers in the classroom, it was found that teachers rely on the guidelines that they developed, but there was no evidence of supporting on textbook or technological resources for the design, management or evaluation of the class. These results reveal the need to strengthen the pre-service mathematics teachers programs in the statistical component and promote professional development programs for in-service mathematics teachers. These programs should be designed so that teachers have an opportunity to reflect deeply on their own practice, create groups that constitute collaborative learning communities, and from them deal specifically with the official curriculum requirements and the guidelines suggested from the research results.

Cuadro N.1 Resultados de conocimiento

OBJETIVOS¹ <i>(del proyecto aprobado)</i>	RESULTADOS ESPERADOS² <i>(según proyecto aprobado)</i>	RESULTADOS OBTENIDOS³	INDICADOR VERIFICABLE DEL RESULTADO⁴	No DE ANEXO SOPORTE⁵	OBSERVACIONES⁶
<p>1. Realizar un estudio enmarcado en la línea de investigación en Educación Estadística que permita determinar si la enseñanza de la probabilidad y estadística actual en los niveles de educación básico y medio en Colombia está conforme con los estándares de calidad para el núcleo de pensamiento aleatorio propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.</p>	<p>1 artículo 2 ponencia</p>	<p>3 artículos 5 ponencias</p>	<p>Se escribieron 3 artículos.</p> <p>Zapata- Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? <i>Revista Virtual Universidad Católica del Norte</i> , 33.</p> <p>Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (en revisión). La clase de estadística más allá de la reforma. <i>Revista Educación y Educadores</i>.</p> <p>Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (en revisión). Equidad de género en la clase de matemáticas. <i>Revista Tecné Epistemé y Didaxis</i>.</p> <p>Se socializaron los resultados del estudio en 5 ponencias: Tres internacionales y dos nacionales</p>	<p>Anexos, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, y 8</p>	<p>Un artículo ya está publicado y dos están en revisión para publicación.</p> <p>Cuatro ponencia ya se han hecho efectivas, una está pendiente para socializarse en julio de 2012</p>

¹ Se debe indicar el objetivo planteado de acuerdo con la ficha aprobada del proyecto.

² Se debe especificar el resultado esperado comprometido, correspondiente al objetivo planteado

³ Elaborar una breve reseña del resultado obtenido

⁴ Especificar el indicador de producto con el cual se puede verificar el logro de los resultados (artículo o libro publicado, manuscrito de artículo o libro sometido para publicación, nombre de patente presentada u homologada, norma establecida, software registrado, prototipo desarrollado, etc.).

⁵ Relacionar el número del anexo que soporta o contiene el indicador del producto obtenido (copia de la publicación, patente, registro, norma, etc. o de la fuente de certificación o verificación respectiva).

⁶ Incluir aquella información adicional que el investigador considere importante o necesario que Colciencias conozca, con relación al cumplimiento de los compromisos adquiridos contractualmente con el proyecto.

			<p>Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (2011). Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza. <i>CIAEM</i>. Recife, Brasil.</p> <p>Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (2011). Teachers' attitudes toward statistics and its teaching. <i>PME</i>, Ankara, Turkia</p> <p>Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (en revisión). Teachers' questions in the statistics class. Ponencia a presentar en el ICME 12: Seoul Korea.</p> <p>Bedoya, H., López, J. Echavarría, E., y Zapata-Cardona, L. (2011). Intuiciones combinatorias en cuarto grado de primaria. <i>ASOCOLME</i>, Armenia.</p> <p>Zapata-Cardona, L. (2011). El profesor de Estadística en Escena. XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá.</p>		
2. Determinar el tipo y nivel de conocimiento estocástico que se produce en las aulas de clase de matemáticas de los niveles de básica y media.		1 ponencia	<p>Una ponencia internacional</p> <p>Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (en revisión). Teachers' questions in the statistics class. Ponencia a presentar en el ICME 12: Seoul Korea.</p>	Anexo 8 y 12	Está pendiente para socialización pero ya fue aceptada
3. Investigar las concepciones de los profesores de matemáticas de educación básica y media con respecto a las formas de enseñar probabilidad y estadística		2 ponencias	<p>Se presentaron 2 ponencias en eventos internacionales en los que se divulgaron los resultados obtenidos con respecto a las actitudes de los profesores hacia la estadística.</p> <p>Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (2011). Actitudes de</p>	Anexo 2 y 4	

			profesores hacia la estadística y su enseñanza. <i>CIAEM</i> . Recife, Brasil. Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (2011). Teachers' attitudes toward statistics and its teaching. PME, Ankara, Turkia		
4. Determinar la naturaleza y extensión del conocimiento pedagógico estadístico de los profesores de matemáticas que enseñan estadística en educación básica y media		2 (una ponencia y un curso)	Se dictó un curso en un evento nacional y se participará en una ponencia de carácter internacional. Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (en revisión). Teachers' questions in the statistics class. Ponencia a presentar en el ICME 12: Seoul Korea. Zapata-Cardona, L. (2011). El profesor de Estadística en Escena. XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá.	Anexo 5, 8 y 12	La ponencia ya está aceptada y será socializada en julio de 2012
5. Hacer un inventario de los recursos pedagógicos didácticos utilizados por los profesores que enseñan estadística para el diseño, gestión y evaluación de sus clases.		1 curso	Se dictó un curso para profesores de estadística y para investigadores en Educación Estadística en un evento nacional. Se publicó un artículo que da cuenta de algunos recursos didácticos que se pueden tener en cuenta a la hora de enseñar estadística. Zapata-Cardona, L. (2011). El profesor de Estadística en Escena. XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá.	Anexo 1 y 5	

NOTA:

Si como resultado de la ejecución del proyecto se hubieren logrado resultados de conocimiento adicionales a los planteados y comprometidos en la propuesta original, el investigador puede relacionarlos y documentarlos en este informe en una sección aparte, demostrando su relación directa con el proyecto.

Cuadro No. 2 (Otros resultados obtenidos)

OTROS RESULTADOS <i>(comprometidos contractualmente)</i>	COMPROMISO ADQUIRIDO	LOGROS	ANEXO SOPORTE
Formación de recurso humano (trabajo de grado o maestría o tesis de doctorado)	4 pregrado Iniciar la formación de dos estudiantes de maestría	<p>1. Se consiguió la formación de cuatro estudiantes de pregrado con los siguientes trabajos de grado:</p> <p>Bedoya, H., López, J. Echavarría, E., (2011) Intuiciones combinatorias en cuarto grado de primaria. Trabajo de grado para optar al título de licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas. Universidad de Antioquia.</p> <p>Marrugo, L. (2011). Significado sobre promedio aritmético de estudiantes de quinto grado. Trabajo de grado para optar al título de licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas. Universidad de Antioquia.</p> <p>2. Se consiguió la formación de un estudiante de maestría con el siguiente trabajo:</p> <p>Restrepo, E. (2012). Aleatoriedad: nociones previas en estudiantes de enseñanza media. Trabajo final para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín.</p> <p>3. Se está formando a la estudiante doctoral Difariney González quien está trabajando en la formulación de una propuesta sobre formación de maestros en estadística.</p>	<p>Copia del resumen del trabajo o tesis y de la carta de aprobación de la Universidad o programa académico correspondiente.</p> <p>Anexo copia de los resúmenes de los trabajos asesorados. Anexo 20</p> <p>Anexo carta universidad que certifica la asesoría del trabajo de grado y la culminación exitosa Anexo 21</p> <p>Resolución de admisión de estudiantes doctorales Anexo 22</p>

Cursos organizados por el grupo, relacionados con el proyecto	1	Curso: El profesor de Estadística en Escena. Ofrecido en el marco del XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística 20 participantes El programa es descrito en el Anexo 5	Certificación de realización del curso. Anexo 15
Participación en eventos científicos	2	Bedoya, H., López, J. Echavarría, E., y Zapata-Cardona, L. (2011). Intuiciones combinatorias en cuarto grado de primaria. ASOCOLME, Armenia. Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (2011). Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza. CIAEM, Recife Brasil. Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (2011). Teachers' attitudes toward statistics and its teaching. PME, Ankara, Turkia. Zapata-Cardona, L. (2011). El profesor de Estadística en Escena. XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca. P. (En revisión). Teachers' questions in the statistics class. Ponencia a presentar en el ICME 12: Seoul Korea.	Carta de aprobación Anexo 11, copia del resumen de ponencia, Anexo 6. Carta de aprobación Anexo 9, copia del resumen de ponencia, Anexo 2. Carta de aprobación Anexo 10, copia del resumen de ponencia, Anexo 4 Copia del resumen de ponencia, Anexo 5 Carta de aprobación Anexo 12, copia del resumen de ponencia, Anexo 8
Convenio de cooperación	1	Se consiguió la firma del convenio de cooperación entre la Universidad de Antioquia y la Universidad Distrital.	Primera página del convenio. Anexo 23
Cooperación internacional	1	Se consiguió concretar la pasantía de la estudiante doctoral Difariney González en la Universidad de Georgia Estados Unidos	Convenio verbal
Fortalecimiento de la comunidad científica	4	Se mantuvo relación constante con las instituciones que participaron en el estudio. Convenio verbal de cooperación con los centros de práctica donde los estudiantes desarrollaron su práctica pedagógica.	

Descripción del impacto actual o potencial de los resultados.

Creación de una línea de investigación en educación estadística. El grupo de investigación GECEM ya tiene disponible la línea de investigación en educación estadística que se está ofertando en las nuevas convocatorias de cohortes para maestría. Adicionalmente, hay cuatro egresados de pregrado en esta línea de investigación, uno de ellos ya está vinculado a una institución educativa y está apoyando la enseñanza de la estadística. Este es un resultado relevante para el fortalecimiento de la educación estadística en nuestro país ya que hace visible esta emergente línea de investigación.

Diseño y ejecución de un proyecto de práctica pedagógica para estudiantes de pregrado que vincula a instituciones educativas de carácter público y permite fortalecer las relaciones entre la comunidad educativa. Se gestionó la propuesta de práctica pedagógica “¡Oh no! Tengo que enseñar estadística”, la cual parte de este proyecto macro y en la que estuvieron vinculados 4 estudiantes de pregrado, un profesor de matemáticas y cerca de 160 estudiantes de básica primaria de una institución educativa de carácter oficial: Institución Educativa Capilla del Rosario. El proyecto tuvo un impacto positivo en la comunidad educativa y permitió fortalecer la relación universidad – escuela.

Dos monografías en educación estadística. Los estudiantes de finalizaron sus monografías en dos temáticas de la educación estadística. Un equipo trabajó en las nociones intuitivas de los estudiantes de la educación básica primaria en el promedio aritmético y otro equipo en los esquemas combinatorios de los estudiantes de la básica primaria. Se terminó un trabajo de maestría sobre la aleatoriedad en estudiantes de enseñanza media vocacional. Estos trabajos son aportes valiosos para la educación estadística en nuestro país ya que los recursos para la enseñanza de la estadística son limitados y en estos trabajos se presentan algunas ideas.

El artículo publicado en la Revista Virtual de la Universidad Católica del Norte que saldrá en el número 33 es un artículo que surge de las revisiones teóricas que se han adelantado en el equipo investigativo con respecto a la enseñanza de la estadística (Zapata-Cardona, 2011). Esta es una contribución que promueve revisiones teóricas con respecto a las formas en las que se puede abordar la alfabetización estadística.

Creación de apoyos internacionales. En el mes de noviembre de 2010 estuvo el asesor internacional Manfred Borovcnik de la Universidad de Klagenfurt Austria para apoyar al equipo investigativo en el avance del proyecto. Esta visita fue bastante productiva y permitió avances claves en el proyecto, clarificar algunos aspectos con respecto a la metodología, refinar instrumentos de recolección de información y establecer apoyos internacionales. La visita del profesor Borovcnik fue fundamental para ayudarnos a responder la pregunta de investigación relacionada con las concepciones de los profesores con respecto a la estadística. De esta revisión teórica surgió la ponencia “Actitudes de profesores ante la estadística y su enseñanza” que se presentó en el CIAEM en Brasil en junio de 2011 (Zapata-Cardona y Rocha Salamanca, 2011). Adicionalmente, la visita del profesor Borovcnick tuvo un impacto positivo en la comunidad de profesores de estadística ya que se ofreció una conferencia abierta a la comunidad en la que se discutieron algunos problemas en la enseñanza de la estadística.

Similarmente, en mayo de 2011, la visita de la profesora Christine Franklin de la Universidad de Georgia de los Estados Unidos fue un apoyo valioso para la culminación exitosa de la propuesta. La profesora Franklin apoyó con la revisión exhaustiva de las monografías de pregrado y se vinculó con un seminario de métodos cuantitativos para la maestría pero en el cual también asistieron profesores de la Universidad de Antioquia. Además se aprovechó la oportunidad para explorar las posibilidades de intercambio de estudiantes y ya se tiene comprometida la pasantía de la estudiante Difariney González en la Universidad de Georgia.

Se tienen dos artículos en revisión uno en la Revista Tecné, Epistemé y Didaxis y el otro en la revista Educación y Educadores. Estos artículos son el resultado del trabajo del equipo de investigación intentando responder a la pregunta ¿Cuál es la naturaleza del conocimiento pedagógico estadístico de los profesores? En estos artículos se discuten las tensiones que enfrentan los profesores de estadística cuando intentan llevar el currículo al aula de clase y las tensiones al tratar de conseguir la equidad de género. Estos artículos se constituyen en contribución y reflexión que puede orientar a los diseñadores de políticas educativas.

Vinculación de tres estudiantes de pregrado como jóvenes investigadores al proyecto. Esta vinculación ha sido esencial para fortalecer la formación investigativa desde el pregrado. Por la universidad Distrital participaron las estudiantes Jina Paola Triana y Nelly Yureima Martínez, y por la Universidad de Antioquia participó el estudiante Daniel Alexander Arango.

Adicionalmente, este proyecto congregó a los profesores de estadística de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia y a algunos de los profesores de básica y media que participaron del estudio. Esto ha sido un producto de los más destacados porque los profesores en ejercicio se vincularon a las reflexiones en torno a la enseñanza de la estadística y han servido de multiplicadores en sus centros de trabajo.

3. **Anexos:**

Anexo 1: Artículo Publicado en Revista Indexada. Zapata- Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte* , 33.

Anexo 2: Ponencia en Evento Internacional. Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (2011). Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza. *CIAEM*. Recife, Brasil.

Anexo 3: Artículo en revisión para ser publicado. Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (en revisión). Equidad de género en la clase de matemáticas. *Revista Tecné Epistemé y Didaxis*.

Anexo 4: Ponencia en Evento Internacional. Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (2011). Teachers' attitudes toward statistics and its teaching. *PME*, Ankara, Turkia.

Anexo 5: Curso ofrecido en el marco del XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Zapata-Cardona, L. (2011). El profesor de Estadística en Escena. XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá.

- Anexo 6: Ponencia en evento Nacional. Bedoya, H., López, J. Echavarría, E., y Zapata-Cardona, L. (2011). Intuiciones combinatorias en cuarto grado de primaria. ASOCOLME, Armenia.
- Anexo 7: Artículo en revisión para ser publicado. Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (en revisión). La clase de estadística más allá de la reforma. *Revista Educación y Educadores*.
- Anexo 8: Ponencia en evento Internacional. Zapata-Cardona, L. y Rocha Salamanca, P. (en revisión). Teachers' questions in the statistics class. Ponencia a presentar en el ICME 12: Seoul Korea.
- Anexo 9: Carta de aceptación de ponencia CIAEM 12
- Anexo 10: Carta de aceptación de ponencia Internacional. PME
- Anexo 11: Carta de aceptación ponencia Nacional. ASOCOLME
- Anexo 12: Carta de aceptación ponencia Internacional. ICME 12
- Anexo 13: Certificado participación en Evento Internacional. CIAEM
- Anexo 14: Certificado participación evento Internacional. PME
- Anexo 15: Certificado de participación en Curso. Coloquio Distrital
- Anexo 16: Certificado de participación en evento de carácter Nacional. ASOCOLME
- Anexo 17: Certificado de participación en evento de carácter Nacional. ASOCOLME
- Anexo 18: Certificado Publicaciones en revisión. Tecné Episteme y Didaxis
- Anexo 19: Certificado de publicaciones en revisión. Educación y Educadores
- Anexo 20: Resúmenes de Trabajos de grado y de Maestría
- Anexo 21: Carta certificación Asesoría Trabajo de Maestría
- Anexo 22: Resolución admisión estudiantes doctorales
- Anexo 23: Convenio de cooperación entre la Universidad de Antioquia y Distrital

Referencias Bibliográficas

- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., & Garfield, J. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE): College report*. (R. Gould, L. Robin, T. Moore, A. Rossman, B. Stephenson, J. Utts, y otros, Edits.) Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Ball, D. L. (2007). What kind of mathematical work is teaching and how does it shape a core challenge for Teacher Education? *Judith E. Jacobs lecture*. Irvine, CA: Association of Mathematics Teacher Educators.
- Ball, D., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows math well enough to teach third grade and how can we decide? *American Educator*, 14-46.

- Estrada, A., Batanero, C., & Fortuny, J. M. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las ciencias*, 22(2), 263–274.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y otros. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Hernandez-Sampieri, R., Fernandez-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2008). *Metodología de la investigación*. México: McGrawHill.
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and student learning in second grade. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393-425.
- Hill, H. C., & Ball, D. L. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's Mathematics Professional Development Institutes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 330–351.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(5), 371–406. doi:10.3102/00028.
- Latorre, A., del Rincón, D., & Arnal, J. (1996). Naturaleza de la investigación educativa. En A. Latorre, D. del Rincón, & J. Arnal, *Bases metodológicas de la investigación educativa* (págs. 24-50). Barcelona: GR92.
- MEN. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Centro de Pedagogía Participativa.
- República de Colombia. (1991). *Constitución Política de Colombia*. Recuperado el 25 de enero de 2012, de Presidencia de la República:
<http://web.presidencia.gov.co/constitucion/index.pdf>
- Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (en revisión). La clase de estadística más allá de la reforma. *Educación y Educadores*.
- Zapata-Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 33.
- Zapata-Cardona, L., & Rocha Salamanca, P. (2011). Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza. *CIAEM*. Recife, Brasil.

Anexo 1. Artículo Publicado en Revista Indexada

Redalyc
Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal



Zapata Cardona, Lucía

¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística?

Revista Virtual Universidad Católica del Norte, núm. 33, mayo-agosto, 2011

Fundación Universitaria Católica del Norte

Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=194218961013>



Revista Virtual Universidad Católica del Norte

ISSN (Versión impresa): 0124-5821

asanchezu@ucn.edu.co

Fundación Universitaria Católica del Norte

Colombia

¿Cómo citar?

Número completo

Más información del artículo

Página de la revista

www.redalyc.org

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

¿CÓMO CONTRIBUIR A LA ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA?⁷

HOW TO CONTRIBUTE TO THE STATISTICAL LITERACY?

Recibido el 4 de noviembre de 2010

Lucía Zapata Cardona

Ph.D en Educación Matemática

CC 43'587.093

luzapata@ayura.udea.edu.co

Teléfono 219 5727

Universidad de Antioquia, Grupo GECEM

Tipo de Artículo: Artículo Corto

Contenido

1. Introducción
2. Razonamiento estadístico y cultura estadística
3. El lenguaje en la clase de estadística
4. Algunos modelos para la enseñanza de la estadística
 - 4.1 El modelo PPADC
 - 4.2 El modelo GAISE
5. Conclusiones
6. Referencias

Resumen: *El ciudadano común enfrenta el desafío permanente de leer e interpretar datos estadísticos que surgen de diferentes fuentes. Infortunadamente, nuestros ciudadanos cuentan con una alfabetización estadística insuficiente para enfrentar con éxito estos retos que la cultura le demanda. En este artículo se revisan algunos elementos de la enseñanza de la estadística que contribuyen a la alfabetización estadística de nuestros estudiantes. Se abordan aspectos como: los constructos de cultura estadística y razonamiento estadístico; el lenguaje y la terminología de la clase de estadística, y algunas reflexiones sobre modelos que podrían ayudar a educar estadísticamente a nuestros ciudadanos.*

Palabras clave: Educación Estadística, cultura estadística, razonamiento estadístico.

⁷Este artículo surge en el marco del proyecto de investigación "Qué es y qué debería ser en Educación Estadística" el cual es auspiciado por el Instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología "Francisco José de Caldas" –Colciencias– bajo el contrato 782 de 2009 Código 1115-489-25309. Fecha de inicio 25 de febrero de 2010, fecha de culminación febrero 25 de 2012. Línea de investigación Educación Matemáticas.

Abstract: *The common citizen faces the constant challenge to read and interpret statistical data arising from different sources. Unfortunately, our citizens have insufficient statistical literacy to successfully face the challenges the culture demands. In this article some elements of the teaching statistics that contribute to the statistical literacy of our students are revised. It also addresses issues such as: the concepts of statistical literacy and statistical reasoning, the language and terminology of the statistics classroom, and some reflections on models that might help to educate statistically our citizens.*

Keywords: Statistics Education, statistical literacy, statistical reasoning

1. Introducción

La alfabetización estadística es un elemento primordial para los individuos de la sociedad moderna. El ciudadano común necesita formación estadística esencial para entender el entorno en el que se desempeña, para evaluar críticamente la información estadística relacionada con contextos sociales en los cuales se está inmerso y para tomar decisiones informadas.

En los últimos años la estadística ha venido ganando lugar en la formación escolar básica del ciudadano y prueba de ello es que ha sido incluida formalmente en los currículos de muchos países tales como Estados Unidos (NCTM, 1989), Inglaterra y Gales (DES, 1991), España (MEC, 1988a; MEC, 1988b) y recientemente Colombia (MEN, 2003). La inclusión de esta ciencia en los currículos constituye el reconocimiento del trascendental papel de la estadística en el desarrollo de la sociedad moderna la cual se caracteriza por la disponibilidad de información y por la necesidad de tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. No obstante, la inclusión de la estadística en los currículos también constituye un gran reto para los países si se considera que el recurso humano calificado para apoyar este objetivo es bastante limitado. Por años, la enseñanza de la estadística se ha desarrollado al amparo de la enseñanza de las matemáticas y por ser las matemáticas una ciencia de naturaleza determinística, la enseñanza de la estadística también ha adoptado este carácter. La estadística en sí misma ostenta una naturaleza no determinística porque la variación es una de sus particularidades. Parece ser que a pesar de esta peculiaridad, por mucho tiempo, la enseñanza de la estadística ha ignorado su naturaleza.

Pensemos por un momento en la estructura tradicional de una clase de estadística y tratemos de describir su trayectoria. El profesor explica un procedimiento, luego ilustra con un ejemplo y por último es labor del estudiante hacer ejercicios para poner en práctica lo aprendido en la clase. Aunque esto puede parecer una sobre simplificación de lo que sucede en el aula de clase, esta trayectoria podría ajustarse bien a la mayoría de las clases de estadística desde nivel primario hasta el nivel universitario en diferentes contextos socioculturales. Es posible que no haya mucha diferencia si se piensa en una lección de estadística de un salón de clase de Colombia, de México, de España o incluso de Estados Unidos. Este modelo de enseñanza puede ser desafiado con modelos más eficientes que se discutirán en este manuscrito.

Pfannkuch y Wild (1998) llevaron a cabo un estudio en el cual entrevistaron a profundidad a estadísticos en ejercicio para indagar sobre la trayectoria de razonamiento

estadístico que siguen los estadísticos profesionales. Infortunadamente, se encontró que la trayectoria del razonamiento estadístico que siguen los estadísticos de profesión es diferente a la trayectoria que sigue la clase de estadística. El citado estudio reveló que los estadísticos (en diferentes campos de aplicación tales como: ciencias ambientales, agricultura, biología, medicina, mercadeo, y control de calidad), valoran todo el proceso desde el planteamiento del problema hasta la comunicación de la solución. Mientras que la enseñanza de la estadística se ha centrado en la enseñanza de las técnicas y procedimientos; pero ha fallado al promover la comprensión y el razonamiento estadístico. Hay una necesidad de centrar la enseñanza en actividades auténticas que involucren al estudiante en la resolución de problemas reales, proyectos estadísticos y análisis de datos reales.

La pregunta ¿cómo contribuir a la alfabetización estadística? no es una pregunta fácil y por supuesto no tiene una respuesta inmediata. Para responder esta pregunta es necesario explorar qué se entiende por alfabetización estadística y razonamiento estadístico, estudiar un poco la importancia del lenguaje en el aula de clase, y discutir algunos modelos que parecen haber sido exitosos en la enseñanza de la estadística.

2. Razonamiento Estadístico y Cultura Estadística

La investigación en Educación Estadística ha generado dos constructos que son ampliamente aceptados en la comunidad académica: *Cultura Estadística* (algunos autores como Batanero [2002] la han llamado *alfabetización estadística*) y *Razonamiento Estadístico*. La sociedad actual está fundamentada en la toma de decisiones basada en información y los ciudadanos necesitan una sólida comprensión de estadística básica para tomar decisiones informadas. Pero ¿cuál es el nivel de conocimiento estadístico requerido para un ciudadano informado? Educadores estadísticos han intentado responder a esta pregunta mediante el constructo de *Cultura Estadística* (Gal, 2003). Este constructo incluye las habilidades básicas necesarias para entender información estadística. La cultura estadística está orientada a los consumidores de estadística a través de los medios de comunicación, sitios de Internet, periódicos y magazines. Una persona estadísticamente culta puede leer interpretar, organizar, evaluar críticamente y apreciar información estadística relacionada con contextos sociales en los cuales se está inmerso (Batanero, 2002; Ben-Zvi & Garfield, 2004; Gal, 2002; Gal, 2003).

Profesionales de la estadística conocen que las conclusiones determinantes para estudios de mercados, por ejemplo, no pueden ser hechas basadas en evidencia anecdótica. Estos profesionales saben que deben entender el contexto en el cual trabajan y encontrar formas de resumir y representar los datos que tengan sentido y que aun así consideren la presencia de la variabilidad. De esta forma el trabajo de los profesionales de estadística requiere conocimiento sofisticado de métodos formales de estadística: saber diseñar preguntas apropiadas, diseñar experimentos, recoger datos y analizarlos con procedimientos estadísticos formales y sacar conclusiones apropiadas del análisis. Este nivel de conocimiento es abordado por la comunidad de Educación Estadística mediante el constructo de *Razonamiento Estadístico*.

El fundamento del razonamiento estadístico es producir una mejor comprensión dentro de un contexto particular. Pfannkuch y Wild (2000) se plantean cuatro elementos como fundamentos del razonamiento estadístico. El primer elemento es la toma en consideración

de la variación. El segundo es la "*transnumeración*," un proceso fundamentalmente estadístico que consiste en transformar la información usando conocimientos básicos de aritmética para facilitar la comprensión. Se presenta: cuando hay una descripción cuantitativa del sistema real; cuando los datos se transforman en el sistema estadístico, y cuando se cambian los resúmenes estadísticos a formas que se relacionan más directamente con el problema del sistema real. El tercero es la construcción y el razonamiento a partir de modelos. El cuarto es la integración o síntesis del problema en contextos particulares y la comprensión estadística. El conocimiento estadístico y el conocimiento del contexto deben sustentarse en estos cuatro elementos para que ese razonamiento tenga lugar. Algunos factores o atributos personales (por ejemplo, la imaginación, la lógica, el escepticismo, la curiosidad), que se han entendido como disposiciones personales, también juegan un papel importante en el razonamiento estadístico (Pfannkuch & Wild, 2000).

3. El lenguaje en la clase de estadística

Varias investigaciones han estudiado la comprensión de los estudiantes de los diversos conceptos probabilísticos y estadísticos (Barr, 1980; Birnbaum, 1982; Batanero, Godino, Green, Holmes, & Vallecillos, 1994; Shaughnessy, 1992). Los resultados de estas investigaciones se pueden resumir en tres conclusiones principales: (1) Los estudiantes entran a los cursos de estadística con fuertes intuiciones que usualmente son incorrectas, (2) Estas intuiciones parecen extremadamente difíciles de cambiar, y (3) La transformación de las intuiciones puede ser difícil por el hecho que un estudiante puede tener creencias múltiples, y a menudo contradictorias, acerca de una situación (Konold, 1995). Una de las razones por la cual los estudiantes desarrollan estas fuertes intuiciones podría estar asociada con el lenguaje propio de la estadística. Desde hace tiempo se reconoce que el lenguaje es un tema importante en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística y la discusión continúa hasta la fecha, como lo muestran algunos autores (Rangecroft, 2002; Rumsey, 2009; Kaplan, Fisher, & Rogness, 2009).

El lenguaje es usualmente el principal medio para comunicar las ideas estadísticas, el medio por el cual los estudiantes construyen su conocimiento y el medio para procesar ideas. Sin embargo, el lenguaje en la clase de estadística es un lenguaje particular. Muchas de las palabras y expresiones que se usan en la clase de estadística son también usadas por los estudiantes en su cotidianidad. Palabras como asociación, confianza, significativo, independencia, sesgo, condición y error hacen parte del lenguaje habitual de los estudiantes pero cuando se llega a la clase de estadística estas palabras tienen un significado diferente. Este doble uso de palabras crea ambigüedad en la clase de estadística y hace mucho más difícil el aprendizaje.

Un ejemplo para ilustrar esta discusión es la "o" en el lenguaje cotidiano comparado con la "ó" (unión) en teoría de probabilidades. Si hacemos una visita formal y el anfitrión nos pregunta "¿quiere tomar, té o café?" La pregunta sugiere que nuestra elección debería ser una de las dos opciones, bien sea té o bien sea café. Nunca nos atreveríamos a elegir ambas opciones. Por el contrario, en teoría de probabilidades la unión significa el té, el café o ambas (el té y el café).

Otro ejemplo es el concepto de *esperanza*. En el lenguaje cotidiano esperanza es una virtud que presupone confianza en conseguir aspectos futuros. “Confianza en que ocurrirá o se logrará lo que se desea” (WordReference, 2010). En el lenguaje estadístico esperanza matemática hace referencia al valor promedio de un experimento aleatorio. En los juegos de azar, que es donde nace el término, esperanza matemática es la cantidad promedio que se gana en cada juego después de un número alto de ensayos y se determina multiplicando cada cantidad que se gana o se pierde por su respectiva probabilidad y se suman los resultados.

Un ejemplo adicional es el término *error*. En el lenguaje cotidiano error significa algo equivocado. Pero en estadística la expresión *margen de error* no tiene nada que ver con una equivocación sino que está asociado directamente a una medida de variabilidad.

Estos ejemplos ilustran lo complejo que puede ser, tanto para profesores como para estudiantes, institucionalizar el lenguaje estadístico en el salón de clase. La investigación en educación estadística revela que algunos profesores en ejercicio pretenden contribuir a evitar esta ambigüedad eliminando la terminología estadística de la clase de estadística (Zapata-Cardona & Rocha, 2010). Es decir, en la clase de estadística usan lenguaje no convencional o un lenguaje que no es riguroso. Para referirse a una tabla de distribución de frecuencias usan la expresión “cuadro”. Esta forma de abordar el problema contribuye poco al desarrollo del lenguaje estadístico.

El desarrollo del lenguaje propio de la estadística no surge espontáneamente, se hace necesaria la labor del profesor en la articulación del lenguaje cotidiano con el lenguaje especializado de la clase de estadística. Además, esta es una buena oportunidad para ayudar a los estudiantes a profundizar en su pensamiento estadístico.

El proceso de integrar los conceptos en la clase de estadística con el lenguaje cotidiano ha demostrado que es un camino productivo para desarrollar el razonamiento estadístico. Esto no implica que uno debe enseñar el lenguaje no convencional en la clase de estadística como una forma de promover el desarrollo de la intuición de los estudiantes en la estadística, sino para fomentar que ese lenguaje estadístico cobre sentido partiendo del lenguaje cotidiano (Makar & Confrey, 2005).

4. Algunos modelos para la enseñanza de la estadística

Inicio esta sección citando a George Box “Todos los modelos son incorrectos, pero algunos son útiles”. En este apartado se presentarán dos modelos que han sido conocidos ampliamente en la literatura en educación estadística. Alguno de ellos podría ser útil.

4.1 El modelo PPDAC

Este es un modelo inicialmente propuesto por MacKay y Oldford (1994) y luego divulgado por Pfannkuch y Wild (1998; 2000; Wild & Pfannkuch, 1999). Este modelo surge de la preocupación de algunos profesionales en estadística, ejerciendo como profesores de estadística a nivel universitario, de promover el razonamiento estadístico y de estimular el acercamiento a la estadística desde contextos reales. Es decir, que los

estudiantes puedan usar la estadística como una herramienta para solucionar problemas de la vida real.

La enseñanza de la estadística puede ser abordada siguiendo el método estadístico que siguen los estadísticos profesionales. Este método puede ser representado como una serie de cinco etapas: Problema (pliego de preguntas de investigación), Plan (los procedimientos utilizados para llevar a cabo el estudio), Datos (el proceso de recopilación de la información), Análisis (resúmenes estadísticos y análisis utilizados para responder a las preguntas planteadas), Conclusiones (declaraciones acerca de lo que se ha aprendido con respecto a las preguntas de investigación). Se usa el PPDAC para referirse a esta serie. Cada etapa del método estadístico viene con sus propios problemas para ser comprendidos y tratados. Una etapa lleva a la otra, y depende de las fases anteriores. Es necesario mirar hacia atrás, esto significa que cada etapa se lleva a cabo y se legitima (o no) en el contexto de las etapas que preceden a él (por ejemplo, tiene poco valor un plan que no resuelva el problema, en cuyo caso, una de las dos fases del proceso debe ser modificada). En cualquier etapa, las decisiones pueden ser tomadas de forma que simplifiquen las acciones de una etapa posterior (por ejemplo, un plan bien diseñado puede simplificar el análisis). Trabajar hacia adelante y hacia atrás entre las etapas es común para el desarrollo de la estructura completa del PPDAC (MacKay & Oldford, 2000).

4.2 El modelo GAISE

El modelo GAISE es una guía para la evaluación y la instrucción en Educación Estadística (por sus siglas en inglés). Este modelo fue sugerido por un equipo interdisciplinario de profesionales en campos de estudio como estadística, matemáticas, educación estadística y educación matemática que estaban preocupados por promover el razonamiento estadístico y la alfabetización estadística en los estudiantes, desde preescolar hasta formación universitaria (Franklin, y otros, 2007).

Este modelo plantea que en la enseñanza de la estadística se debe seguir una trayectoria que contenga las siguientes etapas: (1) Formulación de preguntas, (2) Recolección de datos, (3) Análisis de datos, (4) Interpretación de resultados. Estas etapas comparten mucho en común con el modelo PPDAC descrito en el apartado anterior. Las diferencias entre GAISE y PPDAC son mínimas. En el modelo GAISE, por ejemplo, no hay una etapa específica para planear las estrategias para resolver las preguntas de investigación, pero la etapa “recolección de datos” implica un plan. La mayor diferencia entre estos dos modelos está en las recomendaciones adicionales que ofrece la guía GAISE con respecto a la enseñanza de la estadística. Esta guía recomienda: (1) Enfatizar alfabetización estadística y desarrollar razonamiento estadístico, (2) Usar datos reales, (3) Enfatizar la comprensión conceptual más que el aprendizaje de procedimientos, (4) Promover el aprendizaje activo en el salón de clase, (5) Usar tecnología para desarrollar comprensión conceptual y analizar datos, no solamente para calcular procedimientos, (6) Usar la evaluación para mejorar el aprendizaje (Aliaga, Cobb, Cuff, & Garfield, 2007).

Bajo la guía GAISE la alfabetización estadística involucra tres aspectos esenciales: (1) Tener conocimiento básico de términos y símbolos estadísticos, (2) Tener habilidad para leer gráficos y (3) Ser capaz de entender ideas fundamentales de estadística. En contraste, el razonamiento estadístico involucra: comprender la necesidad de los datos y la importancia

de la producción de datos, entender la omnipresencia de la variabilidad y ser capaz de cuantificarla y explicarla.

El llamado a usar datos reales está asociado con la importancia de la autenticidad de los datos, pero también con cuestiones relacionadas con la producción y recolección de datos, con la posibilidad de relacionar el análisis al contexto del problema y con la posibilidad de acercar a los estudiantes a conceptos estadísticos. Los datos reales pueden ser datos de archivos de estadísticas oficiales o publicados en la Web, pero también podrían ser generados por la clase o simulados. Trendalyzer, por ejemplo, es un software libre con conjuntos de datos reales que los estudiantes podrían usar en sus clases de estadística.

La recomendación acerca de enfatizar la comprensión de conceptos sobre la aplicación de procedimientos se justifica en que sin el aprendizaje del concepto, el procedimiento tiene poco valor para los estudiantes. Además, los estudiantes que logran un sólido fundamento conceptual están bien preparados para estudiar técnicas estadísticas adicionales. La enseñanza de la estadística bajo esta recomendación no debería enfocarse en el método sino en el concepto.

Promover el aprendizaje activo en el salón de clase es una forma valiosa para promover el aprendizaje colaborativo. Asimismo, esta recomendación ayuda a los estudiantes a descubrir, construir y entender la importancia de las ideas estadísticas. El aprendizaje activo ayuda además a los estudiantes a comunicar sus ideas en lenguaje estadístico y a los profesores les ofrece un método informal de evaluar el aprendizaje de los estudiantes. Algunas actividades que podrían ser consideradas para promover el aprendizaje activo son: resolución de problemas en equipos o individual, proyectos de grupo, laboratorios, demostraciones basadas en datos generados en la clase.

La tecnología en la clase de estadística debería ser usada para analizar datos enfatizando en la interpretación de los resultados más que en los mecanismos computacionales. La tecnología también debería ser usada para ayudar a los estudiantes a visualizar conceptos y entender las ideas abstractas mediante simulaciones. Algunos ejemplos de tecnología que puede ser usada en el aula de clase de estadística son: salas de computadores, calculadoras graficadoras, software, applets, y websites.

En la guía GAISE la evaluación en la clase de estadística es parte del proceso y debería enfocarse en la comprensión de ideas claves, no sólo en habilidades, procedimientos y computación. La evaluación no es sólo el punto final de la instrucción sino una forma de ofrecer realimentación útil y oportuna que conduzca al aprendizaje. Algunas opciones para la evaluación en la clase de estadística son, proyectos de clase, presentaciones orales, reportes escritos, críticas de artículos, talleres y exámenes.

Esta concepción de la evaluación en la clase de estadística sugiere transformar la visión que tradicionalmente se ha tenido sobre evaluación. En esta perspectiva, la evaluación como una herramienta para filtrar y seleccionar ya no tiene sentido. La evaluación en cambio se transforma en una herramienta para asegurar que todos los estudiantes logren su potencial. De forma similar, los estudiantes ya no están condenados a una única forma de demostrar su conocimiento sino que tienen múltiples formas para hacerlo. Además la evaluación ya no es esporádica y concluyente sino que es continua y recursiva.

5. Conclusiones

En este manuscrito se han revisado algunos elementos esenciales para contribuir a la alfabetización estadística de nuestros estudiantes. Se exploraron constructos como el

razonamiento estadístico y la cultura estadística. Aunque la discusión de estos constructos es interesante, el llamado primordial es a concebir la estadística como una herramienta y no como un conjunto de técnicas. Parece minúsculo este llamado pero solo esta noción puede tener interesantes implicaciones en la forma en la que nos aproximamos a la enseñanza de la estadística. La concepción de la estadística como una herramienta para la solución de problemas sugiere la presencia de un problema y como tal un plan estratégico para la solución, un desarrollo de un plan, un contraste para verificar si el problema inicial fue resuelto exitosamente, y la comunicación de una solución. La concepción de la estadística como un conjunto de técnicas no supone la presencia de un problema. Bajo esta idea, el aprendizaje de las técnicas preceden al problema, y cuando los problemas lleguen no se tiene certeza de cuál es la técnica apropiada para la solución. La metáfora de hacer que la enseñanza de la estadística siga la trayectoria que los estadísticos siguen en la solución de problemas cobra mucho sentido.

Hacer estadística no significa tratar de encontrar la respuesta exacta a situaciones. En efecto con la variación que es una característica esencial de la estadística el encontrar respuestas exactas es un objetivo sin sentido. Pues un mismo problema en estadística puede ser resuelto de múltiples formas. Lo que realmente interesa en la estadística es encontrar las formas más eficientes.

Los modelos para la enseñanza de la estadística que se han presentado en este manuscrito parecen haber sido exitosos en otros contextos socioculturales y han tenido extensa participación de equipos interdisciplinarios. Estos modelos podrían ser considerados como orientaciones preliminares para los nuevos profesores que inician el reto de alfabetizar estadísticamente a sus estudiantes.

6. Referencias

- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., & Garfield, J. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE): College report*. (R. Gould, L. Robin, T. Moore, A. Rossman, B. Stephenson, J. Utts, y otros, Edits.) Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Barr, G. V. (1980). Some student ideas on the median and the mode. *Teaching Statistics*, 2 (2), 38–41.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística: Conferencia inaugural. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires.<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CULTURA.pdf>
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P., & Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25 (4), 527–547.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi, & J. Garfield, *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (págs. 3 – 15). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Birnbaum, L. (1982). Interpreting statistical significance. *Teaching Statistics*. *Teaching Statistics*, 4 (1), 24–27.
- DES. (1991). *Mathematics in the national curriculum*. London: Department of Education.

- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y otros. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70, 1– 25.
- Gal, I. (2003). Expanding conceptions of statistical literacy: An analysis of products from statistics agencies. *Statistics Education Research Journal*, 2, 3 – 21.
- Kaplan, J. J., Fisher, D. G., & Rogness, N. T. (2009). Lexical ambiguity in Statistics: What do students know about the words association, average, confidence, random and spread? *Journal of Statistics Education*, 17 (3).<http://www.amstat.org/publications/jse/v17n3/kaplan.html>
- Konold, C. (1995). Issues in assessing conceptual understanding in probability and statistics. *Journal of Statistics Education*, 3 (1), 1 – 11.
- MacKay, R. J., & Oldford, R. W. (2000). Scientific method, statistical method and the speed of light . *Statistical Science*, 15 (3), 254–278.
- MacKay, R., & Oldford, W. (1994). Stat 231 Course Notes Fall 1994. *Notas de clase* . Waterloo, Canadá: University of Waterloo.
- Makar, K., & Confrey, J. (2005). "Variation-talk": Articulating meaning in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 4 (1), 27 – 54.
- MEC. (1988a). *Diseño curricular base para la enseñanza primaria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- MEC. (1988b). *Diseño curricular base para la enseñanza secundaria obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- MEN. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Centro de Pedagogía Participativa.
- NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (1998). Investigating the nature of statistical thinking. *Fifth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 5)*. Singapore: IASE.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2000). Statistical Thinking and Statistical Practice: Themes Gleaned from Professional Statisticians. *Statistical Science*, 15 (2), 132–152.
- Rangecroft, M. (2002). The language of statistics. *Teaching Statistics*, 24 (2), 34–37.
- Rumsey, D. J. (2009). Watching our language when we teach statistics. *Journal of Statistics Education*, 17 (1).<http://www.amstat.org/publications/jse/v17n1/rumsey.html>
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En A. Grouws, *Handbook of research in teaching and learning mathematics* (págs. 465-494). New York: McMillan.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67 (3), 223 – 265.
- WordReference. (2010). Recuperado el 5 de Noviembre de 2010, de Wordreference: <http://www.wordreference.com/definicion/esperanza>
- Zapata-Cardona, L., & Rocha, P. (2010). El lenguaje en la clase de estadística. Manuscrito no publicado.

Anexo 2: Ponencia en Evento Internacional

Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza⁸ **Teachers' attitudes toward statistics and its teaching**

Lucia **Zapata** Cardona

Universidad de Antioquia – Grupo de investigación GECEM

Colombia

luzapata@ayura.udea.edu.co

Pedro **Rocha** Salamanca

Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Grupo de investigación Crisálida

Colombia

pgrocha@udistrital.edu.co

Resumen

Este documento describe un estudio que investigó las actitudes hacia la estadística de una muestra de 115 profesores de estadística de educación básica y media en dos grandes ciudades colombianas. El estudio indagó la influencia de variables relacionadas con las actitudes hacia la estadística y la enseñanza de la estadística. Se usó una encuesta y un cuestionario tipo Likert para recoger la información de los participantes y se corrió un análisis de varianza y un análisis factorial exploratorio. Los resultados revelan que un título profesional en educación y la experiencia docente son factores asociados con actitudes positivas de los profesores de estadística en ejercicio.

Palabras clave: Educación Estadística, Actitudes, Escalas de actitud, Profesores de estadística

Abstract

This paper describes a study that investigated the attitudes towards statistics of a sample of 115 teachers of statistics of primary and secondary education in two major Colombian cities. The study investigated the influence of variables related to attitudes towards statistics and its teaching. We used a survey and a Likert questionnaire to collect information from participants and we did a variance analysis and an exploratory factor analysis. The results show that a degree in education and teaching experience are factors associated with positive attitudes of statistics in service teachers.

Keywords: Statistics Education, Attitude, Attitude scales, Statistics teachers.

Introducción

⁸ Trabajo auspiciado por el Instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología "Francisco José de Caldas" –Colciencias– bajo el contrato 782 de 2009 Código 1115-489-25309

Estudiar las actitudes de los profesores de estadística es esencial en el campo de la educación estadística ya que la actitud del profesor puede suponer una ventaja o un obstáculo a la hora de enseñar estadística e influenciar las acciones en el aula de clase. En nuestro contexto sociocultural, la enseñanza de la estadística es una materia frecuentemente abandonada por el profesor, a pesar de la utilidad reconocida y de las exigencias curriculares. Suponemos que este fenómeno podría estar relacionado con la preparación de los profesores pero también con las actitudes que se tengan hacia la estadística. Las investigaciones que han explorado las actitudes de los estudiantes hacia la estadística han revelado una asociación en términos de desempeño. Quienes han tenido actitudes más positivas hacia la estadística han tenido un más alto desempeño en la materia y viceversa. Creemos que una asociación similar podría tener lugar en los profesores pero en términos de la enseñanza. Las actitudes de los profesores hacia la estadística podrían condicionar altamente su enseñanza e influir en las actitudes de los estudiantes. En este trabajo presentamos un estudio en el que indagamos sobre las actitudes de profesores en ejercicio hacia la estadística y hacia su enseñanza y estudiamos las variables asociadas que tienen efecto sobre este constructo psicológico. La investigación llevada a cabo se inscribe dentro de un proyecto más amplio en educación estadística orientado al conocimiento del profesor de estadística y cuyo objetivo es fundamentar las orientaciones didácticas y mejorar la educación estadística.

Marco Teórico

Aunque la investigación en educación estadística es un campo de reciente exploración, varios autores han enfocado sus esfuerzos al estudio de las actitudes hacia la estadística (Wise, 1985; Schau, Stevens, Dauphinee, & Del Vecchio, 1995; Roberts & Bilderback, 1980; Estrada, Batanero, & Fortuny, 2004; Auzmendi, 1992). Una de las conclusiones de estos autores es que las actitudes que se tengan hacia la estadística pueden influenciar positiva o negativamente el desempeño de los estudiantes en la materia.

Los trabajos de McLeod (1988; 1989; 1992,1994;) han ayudado a reconocer la importancia de los asuntos afectivos en la enseñanza de la matemática. En estos trabajos, las actitudes aparecen como un aspecto de difícil definición por ser entidades abstractas. Las actitudes son constructos teóricos que se pueden inferir de acuerdo a ciertos comportamientos externos y a expresiones verbales.

Una actitud es relativamente estable durante un periodo de tiempo y puede ser definida como un sentimiento intenso que se desarrolla como una respuesta emocional repetida de carácter positivo o negativo la cual es automatizada a través del tiempo (Gal, Ginsburg, & Schau, 1997). Las actitudes se expresan en un continuo positivo negativo (me gusta-no me gusta; me agrada, me desagrada) y puede representar los sentimientos hacia un libro, una escuela, un profesor, una temática específica o un proyecto. Según Auzmendi (1992), el constructo psicológico de actitud está relacionado con "aspectos no directamente observables sino inferidos, compuestos tanto por las creencias como por los sentimientos y las predisposiciones comportamentales hacia el objeto al que se dirigen" (p.17).

Una actitud puede ser entendida como una "tendencia psicológica que es expresada a través de la evaluación de una entidad particular favorable o desfavorablemente en cierto grado" (Eagly y Chaiken 1998, citado por Carmona, 2004). De acuerdo a Gal, Ginsburg y Schau (1997), y en el caso particular de la estadística, la actitud es una tendencia que se

forma a lo largo del tiempo como consecuencia de las emociones y sentimientos experimentados en el contexto del aprendizaje de las matemáticas y la estadística.

La mayoría de autores que han estudiado las actitudes hacia la estadística han coincidido en esta noción de actitud; sin embargo, no existe un acuerdo acerca de cuáles son las dimensiones que constituyen este dominio psicológico. Aunque hay similitud en el contenido de las escalas que se han usado para estudiar las actitudes hacia la estadística, la configuración de las dimensiones ha sido diferente. Por ejemplo, la escala SAS –*Statistics Attitude Survey*– desarrollada por Roberts y Bilderback (1980) es esencialmente unidimensional mientras que la escala ATS –*Attitude Toward Statistics*– propuesta por Wise (1985) ha estudiado el constructo de *actitudes hacia la estadística* bajo dos dimensiones (1) las actitudes hacia la asignatura en la que están matriculados y (2) las actitudes hacia el uso de la estadística. Por otro lado, la escala SATS –*Survey of Attitudes Toward Statistics*– desarrollada por Schau, Stevens, Dauphinee y del Vecchio (1995) sugiere que las actitudes hacia la estadística se pueden estudiar bajo cuatro dimensiones a saber: Afectos, Competencia Cognitiva, Valor y Dificultad. Estas estructuras dimensionales para el estudio del constructo de actitudes hacia la estadística han servido de base para muchos trabajos posteriores.

La mayoría de los estudios que han investigado las actitudes hacia la estadística han usado instrumentos tipo Likert y se han enfocado en las actitudes de los estudiantes universitarios. Muy pocos se han enfocado en estudiar las actitudes de los profesores, y quienes lo han hecho han considerado a los profesores como aprendices de estadística y no como enseñantes (ej Estrada, Batanero, & Fortuny, 2004). Uno de los pocos estudios que ha investigado las actitudes de los profesores hacia la estadística y que ha considerado a los profesores como enseñantes y no como aprendices ha sido el estudio adelantado por Hassad y Coxon (2007). Suponemos que este fenómeno se debe a la mayor disponibilidad de estudiantes universitarios que de profesores de estadística en ejercicio o tal vez porque la estadística no es una materia obligatoria en la formación de profesores.

Desde mediados de los años 50 hubo intentos por adelantar estudios de actitudes hacia la estadística, como el estudio de Bending y Hughes (1954); pero la década de los 80 fue crucial para este campo de estudio en donde se diseñaron varias escalas para medir actitudes hacia la estadística. En la actualidad las escalas más conocidas y más usadas en investigación para medir la actitud hacia la estadística son: SAS *Statistics Attitude Survey*– (Roberts & Bilderback, 1980) que fue concebida como una escala unidimensional pero cuando se hace un análisis factorial confirmatorio esta responde a una estructura bidimensional; ATS *Attitudes Toward Statistics Scale* (Wise, 1985); y el SATS *Survey of Attitudes Toward Statistics* (Schau, Stevens, Dauphinee, & Del Vecchio, 1995).

Otras escalas para medir la actitud hacia la estadística son: *Students’ Attitudes Toward Statistics* de Sutarso (1992), la cual es similar al SAS y al ATS; *Statistics Attitude Scale* de McCall, Belli y Madjidi (1991); *Attitude Toward Statistics* de Miller, Behrens, Green y Newman (1993); *Quantitative Attitudes Questionnaire* de Chang (1996); *Escala de actitudes em relação à Estatística* de Cazorla, Silva, Vendramini y Brito (1999); la *EAE – Escala de Actitudes hacia la Estadística*–de Auzmendi (1992) la cual parece ser una versión mejorada de la escala de Schau y es una de las pocas escalas en español; la *EAE – Escala de Actitudes hacia la Estadística*– de Velandrino y Parodi (1999); la escala de actitudes hacia la estadística de Estrada, Batanero, y Fortuny (2004) que fue inspirada en el

SAS, ATS y la EAE de Auzmendi; y *Attitudes toward Concept-Based Teaching of Introductory Statistics* de Hassad y Coxon (2007) que estudia aspectos propios de la enseñanza de la estadística. Una detallada revisión bibliográfica con respecto a las escalas de medición de actitudes puede encontrarse en el trabajo de Carmona (2004).

Metodología

Para estudiar las actitudes hacia la estadística de los profesores construimos un instrumento tipo escala Likert con 56 ítems. Los primeros 28 ítems corresponden a la escala SATS *Survey of Attitudes Toward Statistics* de Schau et al. (1995). Los tomamos literalmente sin ninguna modificación porque es una de las escalas que encontramos más apropiadas para nuestros intereses investigativos, además atendiendo a la crítica de Blanco (2008) y Carmona (2004) que hay gran proliferación de instrumentos de actitud con pobre evidencia de validez, que son insuficientemente utilizados, y que no hay sustanciales diferencias entre ellos. SATS es una escala que ha pasado muchos filtros de validez y de acuerdo a Carmona (2004) es una escala que puede ser usada con ciertas garantías. La estructura de cuatro dimensiones para estudiar las actitudes parece ser una estructura posible para estudiar el constructo psicológico de las actitudes (Dauphinee, Schau, & Stevens, 1997) y es una de las pocas escalas que además del análisis factorial exploratorio ha usado análisis factorial confirmatorio para contrastar las dimensiones.

Los restantes ítems fueron contruidos por el equipo de investigación y fueron validados mediante el juicio de expertos. El equipo de investigación consideró que estos ítems indagaban acerca de aspectos más específicos de la enseñanza de la estadística que no habían sido considerados en las escalas disponibles. Se estudiaron estos aspectos bajo dos dimensiones: *El Conocimiento Pedagógico Disciplinar del profesor y la utilidad percibida de la formación del profesor para enseñar estadística*. Se recogió información de 115 participantes (51 hombres, 63 mujeres⁹), todos profesores de estadística en ejercicio. Algunos ítems fueron redactados en forma negativa para evitar el problema de la aquiescencia en la respuesta y al hacer el análisis se tuvo en cuenta invertirlos para que todos los ítems de la escala tuvieran el mismo sentido (en la Tabla 1 aparecen con asterisco los ítems que fueron invertidos).

Adicional a los ítems de las escalas, también se indagó a los profesores por información de variables de tipo demográfico que el equipo de investigación consideró que podrían estar relacionadas con la actitud hacia la estadística y su enseñanza. Estas variables se describen a continuación:

Cuidad: Teniendo en cuenta que las variables relacionadas con el entorno afectan los procesos de enseñanza y aprendizaje, consideramos esta una variable relevante porque nos permite constatar si hay diferencia en las actitudes de los profesores de acuerdo a la ciudad en la cual se desempeñan. El estudio se realizó en dos grandes ciudades colombianas: Bogotá y Medellín.

Nivel: Esta variable indaga sobre el nivel educativo en el que se desempeña el profesor y se clasifica en los niveles: básica primaria, básica secundaria, media vocacional u otro. En el sistema educativo colombiano el nivel básica primaria corresponde a los grados 1° a 5°; básica secundaria a los grados 6° a 9°; y media vocacional a los grados 10° y 11°.

⁹ Un participante no aportó información de género

Género: Esta variable es importante porque nos permite contrastar si la actitud hacia la estadística es diferente entre hombres y mujeres.

Experiencia: Esta variable es de interés porque nos permite determinar si los años de experiencia docente enseñando estadística tienen algún efecto sobre las actitudes de los profesores.

Título universitario: Se sospecha que los profesionales en educación pueden estar mejor preparados para enfrentar los desafíos de la enseñanza de la estadística que aquellos que son profesionales en áreas diferentes a la educación pero relacionadas con las matemáticas.

Número de cursos de estadística: Se indaga por el número de clases de estadística cursadas como estudiantes en su formación profesional. Sospechamos que el número de cursos de estadística podrían influir en actitudes positivas hacia la estadística y hacia la enseñanza de la estadística.

Número de cursos de didáctica de la estadística: Similar a la variable anterior, sospechamos que los profesores que tienen una fuerte formación en didáctica podrían revelar actitudes más positivas hacia la estadística y su enseñanza que aquellos que no tienen en su *currículum vitae* cursos de didáctica de la estadística.

Resultados

Se corrió un análisis factorial exploratorio con rotación Varimax en los ítems correspondientes a la escala SATS y se encontró que no se agrupan en las cuatro dimensiones presentadas por Schau et al. (1995) Afectos, Competencia Cognitiva, Valor y Dificultad sino en ocho dimensiones. Esto podría deberse al número pequeño de la muestra, pues estudios de análisis factorial confirmatorio con muestras cercanas a mil participantes muestran que cuatro dimensiones son las más apropiadas para la escala (Dauphinee, Schau, & Stevens, 1997). Se corrió un análisis factorial exploratorio con los restantes ítems del instrumento y no se encontró una clara estructura factorial como se había predicho por los investigadores, pero el análisis agregado de los ítems nos ayudó a describir las actitudes de los profesores con respecto a la estadística y a la enseñanza de la estadística.

Se calculó la media para cada ítem y la media total de la escala para cada participante. En la Figura 1 presentamos el histograma de frecuencias de la media total en la escala de actitudes hacia la estadística y su enseñanza para el total de la muestra. Se evidencia que los profesores participantes en el estudio tienen actitudes positivas hacia la estadística y su enseñanza ya que solamente 5 profesores tienen medias por debajo de 3 y la gran mayoría se concentra alrededor del intervalo 3,5 –3,8.

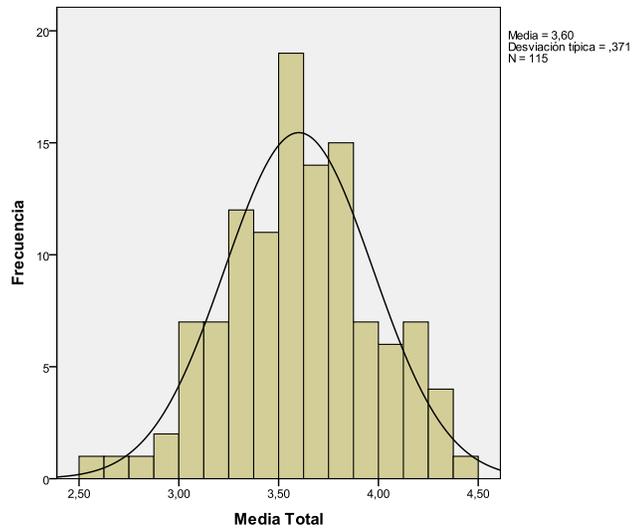


Figura 1: Histograma de frecuencias Media Total

Un análisis descriptivo de las respuestas de los participantes se exhibe en la Tabla 1. Se presentan los resultados referentes a cada uno de los 56 ítems tal como se presentaron a los participantes. Reportamos el número de casos en cada una de las categorías (1= muy en desacuerdo, 2= en desacuerdo, 3= indiferente, 4= de acuerdo, 5= muy de acuerdo), la media y la desviación estándar para el total de la muestra. Los ítems 2, 3, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 16, 19, 20, 21, 22, 25, 26, 27, 28, 34, 35, 36, 38, 46, 47, 49, 54, y 55 tienen un enunciado desfavorable a la actitud que tratamos de medir y para poder interpretar los resultados es necesario considerar que una puntuación alta realmente significa una actitud negativa por lo cual los ítems tuvieron que ser invertidos para su análisis. El promedio de todas las puntuaciones representará la actitud de cada participante y será más favorable mientras más alta sea la puntuación.

Las medias y las desviaciones estándar se calculan respecto a la puntuación dada en cada respuesta y en consecuencia siempre se deben interpretar en forma positiva. Por ejemplo en el ítem 5 “la estadística no sirve para nada” hemos obtenido una media global de 4,70 que indica una actitud positiva. En este caso 97 profesores están en desacuerdo con este ítem, es decir que los profesores en ejercicio son contrarios al ítem y piensan que la estadística es útil. El ítem 42, por ejemplo, fue redactado en forma positiva “al enseñar estadística puedo hacer integración con otras áreas” y hemos obtenido una media global de 4,1 que indica una actitud positiva. En este ítem 80 profesores manifestaron estar de acuerdo con el enunciado.

Tabla 1
Frecuencias de respuesta, media y desviación estándar de cada ítem

Ítem	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Muy de acuerdo	Media	Desviación estándar
1. Me gusta la Estadística.	0	2	2	47	64	4,50	,62
2. *Me siento inseguro cuando hago problemas de Estadística.	11	33	15	48	6	2,90	1,20
3. *No entiendo mucho la estadística debido a mi manera de pensar.	39	48	15	11	2	3,97	1,00
4. Las fórmulas estadísticas son fáciles de entender.	3	36	12	49	15	3,32	1,12
5. *La Estadística no sirve para nada.	97	13	1	0	1	4,70	,92
6. *La Estadística es una asignatura complicada.	26	50	15	16	6	3,59	1,22
7. La Estadística es un requisito en mi formación como profesional.	0	4	3	31	77	4,57	,71
8. Mis habilidades estadísticas me facilitan mi desempeño laboral.	1	5	9	57	43	4,18	,82
9. *No tengo ni idea de qué trata la Estadística.	87	25	3	0	0	4,73	,50
10. *La Estadística no es útil para el profesional típico.	76	27	4	6	2	4,47	,92
11. *Me siento frustrado al hacer pruebas de Estadística.	34	48	16	14	3	3,83	1,06
12. *Los conceptos estadísticos no se aplican fuera de mi vida laboral.	72	33	6	3	1	4,50	,78
13. Utilizo la Estadística en la vida cotidiana.	0	4	9	59	41	4,14	,91
14. *En las clases de Estadística estoy en tensión.	34	44	22	13	2	3,83	1,03
15. Disfruto en clase de Estadística.	0	7	10	47	51	4,23	,85
16. *Las conclusiones estadísticas raramente se dan en la vida.	53	47	5	8	2	4,23	,94
17. La mayoría de la gente aprende Estadística rápidamente.	15	55	13	26	6	2,59	1,13
18. Aprender Estadística requiere mucha disciplina.	3	18	16	55	23	3,67	1,04
19. *En mi profesión no uso Estadística.	74	39	0	0	0	4,57	,77
20. *Cometo muchos errores matemáticos cuando hago Estadística.	19	57	16	21	1	3,60	1,05
21. *Me da miedo la Estadística.	59	39	11	5	1	4,30	,88
22. *La Estadística implica mucho cálculo.	6	39	15	48	7	2,90	1,10
23. Puedo aprender Estadística.	2	0	1	28	84	4,67	,67
24. Entiendo las formulas estadísticas.	0	10	12	67	25	3,90	,89
25. La Estadística no es importante en mi vida.	81	29	3	1	1	1,37	,66
26. La Estadística es muy técnica.	13	37	27	32	5	2,79	1,12
27. *Me resulta difícil comprender los conceptos estadísticos.	22	66	11	14	2	3,80	,94
28. *La mayoría de la gente debe cambiar su manera de pensar para hacer Estadística.	6	17	21	41	29	2,37	1,18
29. Una buena formación matemática es insuficiente para enseñar estadística.	8	34	13	41	18	3,21	1,26
30. Si mis estudiantes tienen preguntas, puedo encontrar ejemplos ilustrativos que ayuden a aclarar sus inquietudes.	0	13	9	65	28	3,94	,88
31. Si mis estudiantes no comprenden, puedo encontrar explicaciones satisfactorias.	1	11	11	67	23	3,82	1,00
32. Siento que tengo habilidades para enseñar estadística.	1	5	10	72	26	3,99	,84
33. Tengo la formación académica apropiada para enseñar estadística.	9	38	19	37	9	2,91	1,23
34. * La enseñanza de la estadística es problemática para mí.	21	51	19	24	0	3,60	1,01
35. * Tengo dificultades para organizar mi curso de manera que pueda lograr la alfabetización estadística en mis estudiantes.	18	54	20	21	2	3,57	1,01
36. *Siento que mi formación académica es insuficiente para enseñar estadística.	11	43	16	36	9	3,10	1,17
37. Incorporo estrategias de aprendizaje activo en mi clase tales como: proyectos, manipulaciones, simulaciones, análisis crítico de información y redacción de informes.	5	22	17	50	20	3,48	1,16
38. *Siento que necesito más preparación en estrategias didácticas para la enseñanza de la estadística.	0	5	7	50	52	1,68	,79
39. Al preparar una clase tengo en cuenta prever posibles dificultades de mis estudiantes.	1	14	9	70	20	3,79	,96
40. Siento que soy competente para enseñar estadística.	2	16	16	60	16	3,50	1,20
41. Se cuando mis estudiantes no entienden.	0	5	11	80	17	3,90	,83

42. Al enseñar estadística puedo hacer la integración con otras ciencias.	0	2	8	67	34	4,10	,82
43. Siento que mis estudiantes podrían desempeñarse muy bien en el componente estadístico de las pruebas estandarizadas.	0	28	28	44	15	3,40	,99
44. Identifico problemas claves para las clases de estadística.	1	22	21	59	12	3,51	,94
45. Tengo pericia para escoger textos de estadística apropiados para la enseñanza y las características de los estudiantes.	5	37	24	38	9	3,03	1,14
46. *Mi formación estadística es muy básica para abordar exitosamente las temáticas de los nuevos currículos.	5	37	14	45	13	2,77	1,17
47. *Yo enseño estadística porque tengo que enseñarla, pero preferiría enseñar otras áreas.	46	44	13	8	2	4,03	1,11
48. Puedo enseñar cualquier temática de la estadística.	10	46	19	35	4	2,77	1,10
49. *Tengo dificultad para identificar cuando un estudiante tiene una concepción errónea.	14	56	18	24	2	3,46	1,06
50. Identifico respuestas incorrectas en mis estudiantes.	2	11	10	77	14	3,76	,91
51. Reconozco definiciones imprecisas en los libros de texto.	0	23	25	56	5	3,29	,98
52. Reconozco cuando la notación científica es usada inapropiadamente.	3	23	14	64	10	3,48	,99
53. Si mis estudiantes cometen errores en el razonamiento, puedo identificar la fuente de su error.	2	23	16	62	11	3,50	,98
54. *†Considero la evaluación como punto final del proceso educativo.	14	23	2	3	1	4,06	,93
55. *†Uso la evaluación para identificar primordialmente el uso apropiado de procedimientos.	3	14	1	23	2	2,83	1,15
56. †Con la evaluación aseguro que los estudiantes tengan múltiples oportunidades de desarrollo.	0	10	4	24	5	3,56	,98

* Ítems que han sido invertidos

† Ítems adicionados a la escala posteriormente y no se tiene información de 53 participantes

Entre los ítems mejor valorados por los participantes están los ítems 5 (**La estadística no sirve para nada*) con una puntuación promedio de 4,70, el ítem 7 (*La Estadística es un requisito en mi formación como profesional*) con una puntuación promedio de 4,57 y el ítem 10 (**La Estadística no es útil para el profesional típico*) con una puntuación promedio de 4,47. Estos ítems corresponden a la dimensión que Schau y colegas (1995) han llamado *Valor*. Esto quiere decir que los profesores en ejercicio valoran mucho la presencia de la estadística en el currículo.

En contraste, los ítems más pobremente valorados son: ítem 2 (**Me siento inseguro cuando hago problemas de Estadística*) con una media de 2,9, ítem 17 (*La mayoría de gente aprende estadística rápidamente*) con una media de 2,59, ítem 22 (**La estadística implica mucho cálculo*) con una media de 2,90 e ítem 26 (*La estadística es muy técnica*) con una media de 2,79. Curiosamente estos ítems están relacionados con la dimensión que Schau y colegas (1995) llamaron *Dificultad*. Esto quiere decir que con respecto a la dificultad de la estadística como asignatura los profesores participantes tienen actitudes negativas, en otras palabras que consideran la estadística una disciplina difícil. Otros ítems pobremente valorados fueron: ítem 33 (*Tengo la formación académica apropiada para enseñar estadística*) con una media de 2,91; ítem 38 (**Siento que necesito más preparación en estrategias didácticas para la enseñanza de la estadística*) con una media de 1,68, ítem 46 (**Mi formación es muy básica para abordar exitosamente las temáticas de los nuevos currículos*) con una media de 2,77 e ítem 48 (*Puedo enseñar cualquier temática de la estadística*) con una media de 2,77. Este último bloque de ítems está asociado con la dimensión que los investigadores llamaron *utilidad percibida de la formación del profesor para enseñar estadística*. Esto quiere decir que en términos generales, aunque los

profesores tienen una actitud positiva hacia la estadística y su enseñanza, reconocen que su formación es débil y necesitan fortalecerla.

Se corrió un análisis de varianza univariado para cada una de las variables de interés y los resultados se expresan en la Tabla 2. Estos resultados nos dicen que las actitudes de los profesores no difieren con respecto a la ciudad en la que laboran. Los puntajes totales en la escala de actitudes tampoco difieren dependiendo del nivel en el que los profesores se desempeñen. En otras palabras, que no hay diferencia significativa en las actitudes de los profesores de básica primaria, básica secundaria y media vocacional. Las actitudes de los profesores de estadística tampoco difieren de acuerdo al género. El número de cursos de estadística que los profesores hayan tomado no influye en las actitudes de los profesores. Este es un resultado contrario a nuestra sospecha inicial en la que establecimos que un número considerable de cursos de estadística podría tener un efecto positivo en las actitudes de los profesores. El número de cursos en didáctica de la estadística no influye en las actitudes de los profesores con respecto a la estadística y a su enseñanza. Los factores que mostraron tener una influencia estadísticamente significativa en las actitudes de los profesores son: La experiencia: mientras más años de experiencia se tenga mejor es la actitud de los profesores; y El título universitario: los profesionales en educación tienden a tener actitudes más positivas que los profesionales en áreas diferentes a la educación que por su formación científica podrían enseñar estadística.

Tabla 2
Análisis de varianza de la puntuación total en función de las variables asociadas

Variable	Grados de libertad	Valor F	Valor P
Ciudad	2	0,813	0,446
Nivel	2	0,453	0,640
Género	1	1,093	0,298
Experiencia	16	1,801	0,043*
Título Universitario	2	4,387	0,015*
Cursos de estadística	7	1,173	0,325
Cursos de Didáctica	3	1,835	0,145

*Significativo al 5%

Discusión y Conclusiones

Uno de los resultados más relevantes de este trabajo es determinar que la experiencia docente es una variable que contribuye a mejorar las actitudes de los profesores ante la estadística y su enseñanza. Este resultado es contrario a la sugerencia que hace Estrada y colegas (2004) con relación a que las actitudes del profesor en ejercicio se deterioran en la práctica debido a la dificultad que el mismo encuentra en la materia. Este resultado obtenido en este grupo particular de profesores podría explicarse con varias razones. Primero, puede pensarse que estos docentes en su experiencia como enseñantes han adquirido unas disposiciones y habilidades que les han permitido enfrentarse con éxito a las condiciones de incertidumbre que están inmersas en una clase de estadística y como consecuencia mejoren las actitudes. Segundo, es posible que en su experiencia como profesores de estadística hayan adquirido formación en el conocimiento disciplinar que les ha permitido mejorar su desempeño en el aula de clase y en consecuencia mejorar sus

actitudes. Evidencia de este hecho se encuentra en la respuesta de los profesores al ítem 23 (*puedo aprender estadística*) con una media de 4,67 donde los profesores admiten que pueden aprender estadística. Tercero, puede pensarse que los profesores en su experiencia docente han descubierto que, por las características de la estadística, esta puede ser una herramienta transversal a muchas ciencias y aplicable a muchas situaciones cotidianas. Este descubrimiento puede generar una mayor disposición a explorar otras aplicaciones y como consecuencia mejorar las actitudes hacia la estadística y la enseñanza.

Otro de los resultados importantes de este trabajo y que ha sido digno de debate en muchos espacios educativos es la influencia del título universitario en las actitudes de los profesores en servicio. En Colombia, como en muchos países del mundo, los profesionales en educación no alcanzan a ser suficientes para atender las demandas educativas y se ha tenido que acudir a profesionales en áreas afines a la matemática (ingeniería, economía, contaduría pública) para que enseñen matemáticas y estadística en nuestros centros educativos. Este estudio mostró que hay diferencia estadística en las actitudes de los profesores profesionales en educación y en los profesores profesionales en áreas afines a la matemática. Este es un resultado bastante interesante y poco documentado en la literatura; no obstante, no es sorprendente. Los profesionales en educación están mucho mejor preparados para atender los desafíos que demanda una clase de estadística con todos sus bemoles. Esto podría leerse como una necesidad urgente de programas de desarrollo profesional para la enseñanza de la estadística para profesionales en áreas afines que les ayude a sentirse más competentes en la enseñanza de la estadística y contribuir así a mejorar sus actitudes hacia la estadística y su enseñanza.

Un resultado importante de este estudio es que los profesores tienen actitudes positivas ante la estadística y su enseñanza pero reconocen que necesitan fortalecer su formación. Este resultado no es gratuito ya que en nuestro contexto sociocultural nuestros programas de formación de profesores de matemáticas la estadística no siempre es una de las áreas fundamentales. Muchos programas solo requieren un curso de estadística y muy pocos no tienen un solo curso de didáctica de la estadística. Este resultado es un evidente llamado a fortalecer la formación de profesores no solo en el aspecto disciplinar de la estadística sino en su didáctica.

Referencias Bibliográficas

- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitaria*. Bilbao, España: Ediciones Mensajero.
- Bending, A. W., & Hughes, J. B. (1954). Student attitude and achievement in a course in introductory statistics. *Journal of Educational Psychology*, 45, 268–276.
- Blanco, Á. (2008). Una revisión crítica de la investigación sobre las actitudes de los estudiantes universitarios hacia la Estadística. *Revista Complutense de Educación*, 19 (2), 311–330.
- Carmona, J. (2004). Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística. *Statistics Education Research Journal [on line]* en: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3\(1\)_marquez.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(1)_marquez.pdf), 3 (1), 5–28.
- Cazorla, I. M., Silva, C. B., Vendramini, C., & Brito, M. R. (1999). Cazorla, I. M., Silva, C. B., Vendramini, C., y Brito, M. R. F. (1999). Adaptação e validação de uma Escala de Atitudes em Relação à Estatística. *Comunicação apresentada en la Conferência*

- Internacional Experiências e Expectativas do Ensino da Estatística: Desafios para o Século XXI*. Florianópolis, Brasil. <http://www.inf.ufsc.br/cee/pasta1/art2.html>.
- Chang, L. (1996). Quantitative Attitudes Questionnaire: Instrument development and validation. *Educational and Psychological Measurement*, 56 (6), 1037–1042.
- Dauphinee, T. L., Schau, C., & Stevens, J. J. (1997). Survey of Attitudes Toward Statistics: Factor structure and factorial invariance for women and men. *Structural Equation Modeling*, 4 (2), 129–141.
- Estrada, A., Batanero, C., & Fortuny, J. M. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las ciencias*, 22 (2), 263–274.
- Gal, I., Ginsburg, L., & Schau, C. (1997). Monitoring attitudes and beliefs in statistics education. En I. Gal, & J. B. Garfield, *The Assessment Challenge in Statistics Education* (págs. 37–51). ISI.
- Hassad, R., & Coxon, A. (2007). Development and Initial Validation of a Scale to Measure Instructors' Attitudes toward Concept-Based Teaching of Introductory Statistics in the Health and Behavioral Sciences. *56th Annual session of the International Statistical Institute*.
- McLeod, D. B. (1988). Affective issues in Mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 134–140.
- McLeod, D. B. (1989). Beliefs, attitudes and emotions: new views of affect in mathematics education. En D. B. McLeod, & V. M. Adams, *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (págs. 245–258). New York: Springer-Verlag.
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (6), 637–647.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D. G. (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (págs. 575–596). New York: Macmillan N.C.T.M.
- McCall, C. H., Belli, G., & Madjidi, F. (1991). The complexities of teaching graduate students in educational administration introductory statistical concepts. *PIC TeachSt3*, 2, 495–497.
- Miller, R. B., Behrens, J. T., Green, B. A., & Newman, D. (1993). Miller, R. B., Behrens, J. T., Green, B. A., y Newman, D. (1993). Goals and perceived ability: Impact on student valuing, self-regulation and persistence. *Contemporary Educational Psychology*, 18, 2–14.
- Roberts, D. M., & Bilderback, E. W. (1980). Reliability and validity of a statistics attitude survey. *Educational and Psychological Measurement*, 40, 235–238.
- Schau, C., Stevens, J., Dauphinee, T. L., & Del Vecchio, A. (1995). The development and validation of the Survey of Attitudes Toward Statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 55, 868–875.
- Sutarso, T. (1992). Some variables in relation to students' anxiety in learning statistics. *Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association*. Knoxville, TN, EE. UU.
- Velandrino, A. P., & Parodi, L. H. (1999). La Escala de Actitudes Hacia la Estadística (EAE): Desarrollo y Propiedades Psicométricas. *Comunicación presentada en la Conferência Internacional Experiências e Expectativas do Ensino da Estatística*:

*Desafios para o Século XXI, Florianópolis, Brasil. [Online: Florianópolis, Brasil
[Online: <http://www.inf.ufsc.br/cee/comunica/EAE.html>].*

Wise, S. L. (1985). The development and validation of a scale measuring attitudes toward statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 45, 401–405.

Anexo 3. Artículo en revisión para ser publicado

Equidad de Género en la Clase de Matemáticas¹⁰

Gender Equity in the Mathematics Classroom

Lucia Zapata-Cardona y Pedro Rocha Salamanca

Universidad de Antioquia, Grupo GECEM, luzapata@ayura.udea.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, pgrocha@distrital.edu.co

Resumen

El presente manuscrito describe algunos incidentes de la clase de matemáticas de un profesor de octavo grado. Estos incidentes son mirados bajo una perspectiva crítica postmodernista con la cual se analiza la equidad de género. Se encuentra que la clase del profesor queda corta para ser considerada equitativa en términos de género debido a que inconscientemente la clase promueve: sesgo de texto, bajas expectativas para las mujeres y privilegio a las interacciones de los hombres. Se concluye la urgente necesidad que los cursos de formación inicial y continuada de profesores incluyan reflexiones profundas en como estimular la equidad de género desde el aula y desarrollen el sentido crítico para evitar cualquier episodio de discriminación.

Palabras clave: Equidad de género, Educación Matemática, Formación de Profesores

Abstract

The following manuscript describes some incidents from an eighth-grade mathematics teacher. These incidents are analyzed under a postmodernist point of view to discover gender equity. It is found that the teacher's class is short to be considered equitable in terms of gender due to the unconscious promotion of; text bias, low expectations for women and men privileges in the classroom interactions. It is concluded the urgent need that the professional development programs for pre-service and in-service teachers should include depth reflections about how to stimulate gender equity from the classroom and how to develop critical sense to avoid discrimination incidents.

Keywords: Gender equity, Mathematics Education, Teachers Training

Introducción

La presente reflexión surge de un estudio cuyo propósito fundamental fue investigar el conocimiento pedagógico estadístico de los profesores que tienen bajo su responsabilidad la enseñanza de esta área. La investigación de referencia tuvo como participantes dieciocho profesores de estadística de la educación básica y media de dos grandes ciudades

¹⁰ Trabajo auspiciado por el Instituto colombiano para el desarrollo de la ciencia y la tecnología–Colciencias– bajo el contrato 782 de 2009 Código 1115-489-25309

colombianas. El análisis profundo de algunos episodios con uno de los participantes de la investigación en mención, nos desvió del objetivo inicial—el conocimiento pedagógico estadístico del profesor—y nos llevó a pensar en las tensiones que se viven en la clase de estadística relacionadas con la equidad de género. Consideramos que aunque la equidad de género no era nuestro propósito inicial, no podíamos dejar pasar esta oportunidad para reflexionar acerca de esta problemática que es recurrente en la clase de matemáticas.

La Republica de Colombia consciente que la discriminación por género es un hecho, contempla en sus artículos 13 y 43 de la Constitución Política de Colombia que “Todas las personas nacen libres e iguales ante la ley, recibirán la misma protección y trato de las autoridades y gozarán de los mismos derechos, libertades y oportunidades sin ninguna discriminación por razones de sexo, raza, origen nacional o familiar, lengua, religión, opinión política o filosófica” y que “La mujer y el hombre tienen iguales derechos y oportunidades. La mujer no podrá ser sometida a ninguna clase de discriminación [...]” (Presidencia de la República, 1991).

Los citados Artículos pretenden garantizar igualdad de derechos, no discriminación y las mismas oportunidades para hombres y mujeres. Sin embargo, en la cotidianidad del salón de clase de matemáticas hay complejas tensiones con respecto a la equidad de género que en muchos casos son imperceptibles porque hemos convivido con ellas por mucho tiempo.

A pesar de los esfuerzos manifiestos en la legislación colombiana, los maestros y estudiantes de matemáticas siguen padeciendo los prejuicios de género en las interacciones en el aula y los estereotipos en el currículo. Muchos profesores han recibido poca preparación para hacer frente a estos sutiles y no tan sutiles tipos de discriminación. Asimismo, los programas de formación docente a menudo dedican poco tiempo a reflexionar sobre los prejuicios de género, y los programas de formación continuada de maestros en ejercicio para asumir estos desafíos son casi inexistentes.

Antecedentes

No es de extrañar que muchos educadores ignoren que es equidad de género, por qué es importante, y la forma de lograrlo en sus aulas. Esto es particularmente cierto en áreas tradicionalmente dominadas por hombres, como las ciencias y las matemáticas. La equidad de género en el aula de clase, generalmente, se ha asumido como la posibilidad de crear y mantener entornos en los cuales mujeres y hombres tengan: (1) las mismas oportunidades de aprendizaje en todas las materias y desde el principio (Streitmatter, 1994; Zittleman, 2004), (2) expectativas académicas y de aprendizaje igualmente altas e (3) igualdad de oportunidades y soporte para participar y completar los cursos que los preparen para la educación futura y para una amplia gama de opciones de programas profesionales (Zittleman, 2004).

En las últimas décadas, la discriminación en contra de la mujer ha recibido atención importante. Históricamente, las mujeres y las niñas han tenido mayores restricciones y barreras que aquellas que tienen que pasar los hombres y los niños y el efecto ha sido que las mujeres han tenido que padecer consecuencias negativas. La discriminación en contra de la mujer es una forma dañina de prejuicio que priva de la igualdad de oportunidades en el campo laboral. La discriminación en el aula de clase de matemáticas ha sido ampliamente reportada en la literatura (Tiedemann, 2000; Reed y Oppong, 2005; Mejía-Martínez, 2010) y es mucho más nociva que la discriminación en contra de la mujer.

Aunque los niños y las niñas se sienten en el mismo salón de clase, escuchen al mismo profesor, y usen los mismos libros de texto, estos dos grupos experimentan una educación diferente. Para las niñas hay expectativas mucho más bajas que para los niños y hay mucho menos oportunidades de participación en clase y de retroalimentación útil por parte del profesor.

Hay muchas formas de discriminación imperceptible que están inmersas en el sistema educativo y que parece ser el resultado de siglos de suposiciones acumuladas y de prácticas sociales perpetuadas. Muchos currículos en el mundo tienen en cuenta las poblaciones pobremente representadas. Por ejemplo, los Estados Unidos en su documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989) plantean la preocupación por la equidad. En el citado documento, El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM por sus siglas en inglés) hace una mención especial a la necesidad de mejorar las experiencias educativas de aquellos grupos de estudiantes marginados y menos representados en carreras profesionales en matemáticas y en ciencias tales como estudiantes afroamericanos, estudiantes de bajos recursos económicos y mujeres. Pero en nuestro contexto sociocultural esas consideraciones ni siquiera se hacen explícitas en el currículo. Solo hay tímidas consideraciones en documentos como la Constitución Política de Colombia.

El género es un elemento esencial de la identidad de cada estudiante. Pero ¿será este un factor determinante en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas? De acuerdo al reporte del Panel Asesor Nacional para las Matemáticas (U.S Department of Education, 2008) “las diferencias promedio en género son pequeñas o inexistentes, y enfocarse en ellas como nuestra sociedad lo hace nos ha llevado a alejarnos de la tarea esencial de elevar el desempeño [en matemáticas] de hombres y mujeres” (p. 32)¹¹.

Hay una gran cantidad de estudios que se enfocan en las diferencias en el desempeño en matemáticas entre hombres y mujeres en vez de enfocarse en las similitudes. Esta tendencia resalta y refuerza las creencias populares y estereotípicas acerca de las diferencias debidas al género en el aprendizaje de las matemáticas. Además, es una mirada anacrónica puesto que estudios recientes evidencian que las diferencias en desempeños de matemáticas entre hombres y mujeres se han hecho más pequeñas con el paso del tiempo y por el contrario estas diferencias tienen un componente transcultural (UNESCO, 2008; Hanna G. , 2003) y no biológico. Es decir, hay culturas en las cuales los desempeños en matemáticas de las mujeres son superiores a los de los hombres. Esto sucede especialmente países que promueven la equidad de género y las oportunidades para las mujeres no solo desde la escuela (Baker y Jones, 1993). Estos resultados ponen en duda la cantidad de investigaciones que han revelado que la mujer y el hombre tienen diferencias biológicas innatas para la habilidad matemática (Fennema, 1974; Leder, 1992) y más bien refuerzan los resultados de aquellas investigaciones que sostienen que las diferencias se deben a factores culturales y sociales (Burton, 1990; Hanna G., 1996; Rogers y Kaiser, 1995; Ding, Song, y Richardson, 2006) y que siguen siendo perpetuados por la familia, los profesores y la sociedad (Gunderson, Ramirez, Levine, y Beilock, 2012).

Según Zittleman (2004), la literatura ha identificado varias formas de discriminación en el aula de matemáticas:

¹¹ Traducción de los autores

Interacciones en el salón de clase, ¿Quién habla?: Investigaciones han mostrado que los profesores dan la palabra más a los hombres que a las mujeres, esperan por más tiempo las respuestas de los hombres y los involucran cuando hablan en la clase. Asimismo, han revelado que la calidad de la retroalimentación es diferente. Las niñas reciben comentarios relacionados con pulcritud, mientras que los niños tienen más probabilidades de recibir elogios y críticas por la calidad intelectual de sus esfuerzos.

Atribuciones: Los hombres son inteligentes y las mujeres tienen golpes de suerte (Gunderson, Ramirez, Levine, y Beilock, 2012). Usualmente los varones atribuyen su éxito a su inteligencia y el fracaso a la falta de suerte o esfuerzo, mientras que las mujeres atribuyen su éxito a suerte y su fracaso a inhabilidad. Este atributo negativo ofrecido a las estudiantes es desfavorable y puede convertirse en una profecía dañina.

Actuar como niña: La presión social de actuar siguiendo los estereotipos de género aumenta en la adolescencia. La cual es un periodo de tiempo en que la aceptación de los pares es mucho más importante que el éxito académico. Como resultado muchas niñas deciden actuar femeninas a ser inteligentes. Los profesores animan a los hombres a persistir y a solucionar problemas, pero inconscientemente terminan las tareas de las mujeres cuando estas llegan a un obstáculo. Consecuentemente, ellas aprenden que son incapaces de conseguir una solución por sus propios medios.

Sesgo de texto: Los materiales curriculares que usan sesgo masculino en el lenguaje, contenidos e ilustraciones, refuerzan que las matemáticas y las ciencias son un dominio masculino.

El Caso del Profesor Manuel

En este reporte describimos incidentes críticos de la clase de estadística de grado octavo del profesor Manuel¹², e ilustramos que su clase queda corta para ser considerada equitativa en términos de género. Para la época que se estudió la clase del profesor Manuel (segundo semestre de 2010), él tenía aproximadamente 35 años y un título de licenciado en matemáticas y física pero en su formación académica no había tomado un solo curso de estadística. El profesor Manuel tenía seis años de experiencia docente en matemáticas y una actitud muy positiva hacia la estadística como se pudo comprobar con una escala de actitudes hacia la estadística y su enseñanza (ver Zapata y Rocha, 2011).

Sesgo de Texto

La clase de Manuel empezó con un ejemplo relacionado con futbol. Se quería predecir, de los equipos que aún no habían clasificado a las semifinales del campeonato nacional de futbol profesional y que aún tenían opción, cuáles tendrían mayor favoritismo para clasificar de acuerdo a la percepción de los estudiantes de la clase. Para la fecha ya habían clasificado siete equipos y sólo faltaba uno para completar el grupo de los ocho que juega la semifinal. Este ejemplo aunque interesante por su vigencia y actualidad, tiene varios problemas cuando se mira desde una perspectiva crítica. En nuestro contexto socio cultural el futbol es de naturaleza masculina; jugadores, directores técnicos, entrenadores y casi la totalidad de comentaristas de futbol son hombres. Con este panorama pocas mujeres se involucran con la pasión que lo hacen los hombres en conversaciones relacionadas con este deporte.

¹² Los nombres usados en este reporte son seudónimos para proteger la identidad de los participantes

El profesor dijo a la clase que sólo faltaba un equipo para completar el grupo de los ocho. Los estudiantes hombres se involucraron en esta discusión y empezaron a dar opiniones y nombres de los equipos que podrían entrar a completar este grupo. Dieron los nombres de los cuatro equipos que aún no había clasificado y que aún tenían opción de entrar a los octogonales (América, Cali, Millonarios, y Cúcuta. Millonarios era el equipo local de los estudiantes). En contraste, las mujeres de la clase no hicieron un solo comentario al respecto. Una vez hecha la lista de los equipos, el profesor dijo a la clase “levanten la mano *los que entran con el América*”¹³. Los estudiantes que apoyaban al equipo América levantaron la mano, el profesor contó las manos levantadas y registró la cantidad en el tablero en un formato como el presentado en la tabla 1. A continuación hizo las preguntas correspondientes a los otros equipos y también registró los resultados. En la clase había 39 estudiantes y sólo se consiguió el voto de 30. El profesor no llevó registro de quienes no habían votado pero la mayoría de quienes se abstuvieron de expresar su preferencia eran mujeres.

Tabla 1. Equipos a clasificar

Equipo	Apoyos
América	7
Cali	0
Millonarios	23
Cúcuta	0

Luego, el profesor solicitó voluntarios para hacer en el tablero un gráfico de barras con los datos recolectados. Como era de esperarse, la participación en este ejemplo fue abundante por parte de los hombres pero tímida por parte de las mujeres de la clase. Sutilmente y sin notarlo, el profesor excluyó a sus estudiantes mujeres de participar activamente en la clase. Otro problema que percibimos con este ejemplo es que el profesor no utilizó datos reales del desempeño de los equipos para predecir la clasificación. Simplemente, preguntó a los estudiantes su equipo favorito y dejó la decisión a la percepción de los estudiantes y no al desempeño, fundamentado en datos reales, de los equipos. Este incidente es un ejemplo de lo que se llama en la literatura *sesgo de texto* (Zittleman, 2004) y consiste en ignorar uno o varios de los grupos a quien va dirigida la clase. Los ejemplos e ilustraciones representan el grupo estereotipo.

Interacciones en el Aula de Clase y Actuar como Niña

El siguiente incidente crítico estuvo enmarcado en el contexto de la situación que se describe a continuación. El profesor Manuel pidió a cada estudiante que escribiera en un papel el nombre de su candidato presidencial favorito (uno de los dos candidatos que había llegado hasta la segunda vuelta en las elecciones presidenciales de Colombia en mayo de 2010). Es necesario comentar que la clase en mención tuvo lugar en noviembre de 2010 y para entonces ya había pasado el periodo de elecciones y ya era oficial el nombre del presidente electo. En otras palabras, el escenario propuesto por el profesor ya no era vigente. El profesor recogió los papeles y designó a un estudiante hombre para que ayudara

¹³ Esta es una expresión coloquial que usó el profesor para significar los que apoyan que el equipo América entra al grupo de los ocho.

con el conteo. Este conteo arrojó los resultados mostrados en la Tabla 2 con los que se quería enseñar a los estudiantes a construir un diagrama circular.

Tabla 2: Resultados de la consulta Candidatos Presidenciales

Candidato	Votos	Grados Correspondiente en la Circunferencia
Santos†	23	201,90°
Mockus‡	8	70,20°
Voto en Blanco	9	79,02°
Voto Nulo	1	8,78°

†Juan Manuel Santos (Presidente electo en Colombia para el periodo 2010 – 2014)

‡Antanas Mockus (Candidato presidencial en las elecciones de 2010)

Aunque este escenario tiene varios inconvenientes nos enfocaremos en los incidentes relacionados con la equidad de género. El profesor explicó en el tablero como calcular los grados correspondientes a la circunferencia de acuerdo a la proporción de votos obtenida por cada candidato. Luego, el profesor dibujó en el diagrama circular la porción correspondiente al candidato *Santos* como se muestra en la Figura 1 y pidió a una estudiante que dibujara la porción correspondiente a 70,20 grados en el diagrama, es decir la porción del candidato *Mockus*.

Figura 1: Diagrama circular
de los votos de *Santos*



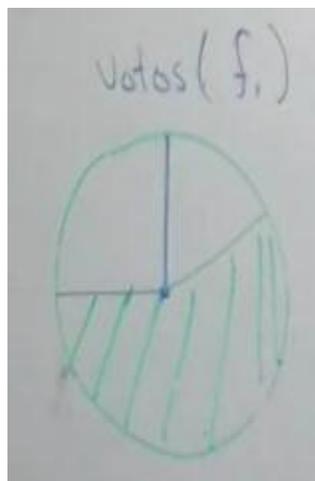
Hasta el momento de la clase, el profesor había permitido la participación voluntaria de los estudiantes y los hombres eran los únicos que se ofrecían como voluntarios, pero esta vez se acercó directamente a una estudiante y le entregó el marcador como una señal que indica ponerse de pie para resolver la tarea sugerida en el tablero. Mientras la estudiante estaba de pie frente al tablero sin emprender ninguna acción, el profesor dibujó un diagrama adicional en el tablero (Figura 2) y dijo “¿cuánto es la mitad de la mitad [de los grados de la circunferencia]? Noventa. Y ¿cuánto tengo que graficar? Setenta. O sea ¿un poquito más o un poquito menos [de esos noventa grados]? Un poquito menos”. Sentimos que con el diagrama que hizo el profesor y sus comentarios, prácticamente hizo lo que la estudiante debía hacer en el tablero.

Figura 2: Diagrama hecho por el profesor para apoyar la participación de la estudiante



Cuando la estudiante terminó su trabajo en el tablero (Figura 3), el profesor dijo “Si señor, lo hizo bien la niña”. El profesor preguntó a la estudiante cuál era la porción que representaba setenta grados y la estudiante señaló la porción de la derecha. El profesor objetó que él la “hubiera hecho por el lado izquierdo”. Mientras la estudiante aún estaba en el tablero dudando de lo que había hecho, un estudiante hombre en la parte de atrás del salón dijo al profesor que lo que hizo la estudiante era una opción apropiada para representar los setenta grados porque esa parte se compensaba con la porción de la circunferencia que se había tomado al representar los 201 grados (Ver Figura 1). Textualmente dijo: “Son 180 [grados] la mitad y para [llegar a] 200 son 20 y [sumo] 70, [el resultado es] 90. Más o menos queda ahí en esa línea [la que hizo la estudiante]”. Inmediatamente, el profesor llamó la atención al grupo sobre la argumentación del estudiante y lo invitó a exponer su razonamiento en público y a hacerlo en el tablero.

Figura 3: Representación de la estudiante para 70 grados



El estudiante pasó al tablero, borró la línea que había hecho la estudiante mujer, expuso de nuevo el argumento y dibujó una línea exactamente igual a la hecha por la mujer.

El profesor solo consideró como válida la solución dada por la mujer cuando otro hombre la validó. Note que hay un trato diferencial en la clase para los hombres y las mujeres. A la mujer se le dieron claves literales para que completara la tarea pedida en el tablero. No se le confrontó intelectualmente. Al hombre por el contrario se le desafió a exponer su argumentación en público aunque el hombre y mujer hayan hecho la misma línea en el gráfico. Esta es una evidencia de las diferencias en la interacción en el aula de clase que menciona Zittleman (2004), y que son una clara muestra de discriminación. A las mujeres se le ofrecen elogios desde lo estético mientras que los hombres son desafiados intelectualmente.

A continuación, el profesor pidió explícitamente la participación de otra estudiante. La tarea encomendada era idear una convención diferente para la porción del diagrama circular que representaba los 70,20 grados correspondientes a la votación de Mockus (esta es una tarea de un bajo nivel cognitivo y que no lleva implícito un razonamiento matemático). El profesor dijo: "Una señorita que nos ayude con la otra convención. Si quiere hacer corazones hágale corazones". Con este comentario el profesor explícitamente le pide a la estudiante actuar como niña.

Atribuciones: Bajas Expectativas

El incidente narrado en la sección anterior muestra las bajas expectativas del profesor con las mujeres. A una estudiante el profesor prácticamente le hizo su tarea y de la otra esperaba que pintara corazones. Este es un mensaje sutil pero rápidamente los miembros de una clase captan el mensaje "las mujeres son incapaces y no pueden conseguir una solución sin ayuda". Al hombre se le animó ante la clase a expresar su argumentación, este mensaje sutil también se aprende "los varones dicen cosas interesantes". La retroalimentación que dio el profesor a la mujer indica que él no quedó satisfecho con lo que ella hizo, mientras que la retroalimentación fue mucho más positiva para el hombre aunque hubiera hecho exactamente lo mismo que su compañera.

La conducta irreflexiva y los comentarios no intencionados pueden crear dos realidades muy diferentes en las aulas, una para niñas y otra para niños. Si un maestro espera que los niños tengan éxito y las niñas tengan que luchar en la clase, los estudiantes rápidamente comprenden estas expectativas y actúan de acuerdo a ellas.

En una entrevista posterior con el profesor Manuel, él manifestó que su clase fue muy exitosa, que él sintió que todos los estudiantes estuvieron involucrados en las actividades que él propuso pero esto no es del todo cierto. Las estudiantes fueron las menos involucradas en las actividades. El hecho de elegir a los hombres con más frecuencia para presentar el trabajo en el tablero muestra una idea de percibir a las mujeres como matemáticamente menos capaces. La clase del profesor Manuel duró noventa minutos, el grupo estaba compuesto por 39 estudiantes (22 hombres y 17 mujeres). El profesor constantemente solicitó la participación de los estudiantes respondiendo a preguntas simples como ¿Qué diagramas vamos a hacer? ¿Cómo se llama este total? ¿Cuántos grados tiene la circunferencia? ¿Cuál es la muestra? Los estudiantes levantaban la mano para responder a estas preguntas y a los hombres era a quienes más se les daba el privilegio de responder. En otras ocasiones los estudiantes participaron con tareas en el tablero asignadas por el profesor. En toda la clase hubo 9 participantes en el tablero de los cuales sólo dos

fueron mujeres. Esta dinámica de privilegiar lo que los hombres tienen que decir en la clase de matemáticas sigue perpetuando la inequidad de género.

Los incidentes que se describen en esta reflexión pueden sonar desalentadores para niñas y mujeres en las clases de matemáticas. Sin embargo, nuestra intención es explicitar ciertas prácticas que están escondidas en la clase de matemáticas y que evidencian los estereotipos asignados a hombres y mujeres y que inconscientemente se reproducen perpetuando esos imaginarios.

Parece que las estudiantes se encuentran en desventaja con respecto a sus compañeros hombres. Este comportamiento evidenciado en el profesor sugiere la necesidad de reflexión crítica de su parte acerca de cómo él está siendo influenciado por creencias ampliamente sostenidas y perpetuando las inequidades sociales con respecto a género.

Este panorama puede sonar desalentador, pero hay algunas formas de evitar esta inequidad en el aula de clase. Un ejemplo es promover colaboración. Esta clase fue dominada por los hombres mientras que las mujeres estuvieron calladas la mayor parte del tiempo. Es fácil promover la colaboración haciendo equipos de trabajo de ambos géneros. En equipos pequeños es más probable que las mujeres sientan confianza para hacer contribuciones y se sientan menos intimidadas. Sin embargo, esto tampoco es garantía porque la investigación ha mostrado que las mujeres no tienen problema en apoyar ambos géneros mientras que los hombres se sienten más tentados a apoyar otros hombres. Además algunos hombres, especialmente los menos excepcionales académicamente, tienen problemas para hacer preguntas, prefieren pensar en voz alta que admitir que no saben. Otra forma de promover la equidad de género es desestimular el trabajo competitivo entre hombres y mujeres.

Conclusiones

Como se ilustra con el caso del profesor Manuel, no importa cuánto tratemos de ignorar como los asuntos de raza, clase social y género nos ayudan a organizar nuestro mundo pero estos constructos aún existen e influyen nuestras formas de enfrentarnos a la diversidad en el aula de clase. Concluimos que el profesor Manuel no es consciente de la exclusión que él genera en las mujeres de su clase.

Estos estereotipos reflejados en la clase del profesor Manuel no son exclusivos de este profesor. Nuestra sociedad sigue manejando estos prototipos que son nocivos para la promoción de la equidad de género. Además de la escuela, los padres de familia también perpetúan estos patrones. Una numerosa cantidad de investigaciones ha mostrados que los estereotipos, creencias y expectativas de los padres de familia y profesores con respecto a la habilidad matemática tienen un efecto negativo en las posteriores actitudes y desempeño de los estudiantes de una forma que perpetua los estereotipos (Gunderson, Ramirez, Levine, y Beilock, 2012; Eccles, Jacobs, y Harold, 1990).

La reflexión crítica con respecto a la inequidad de género debe ser abordada no solo en la preparación de los profesores en formación sino con los profesores en servicio. Es necesario que el profesor en su formación confronte sus propias ideas acerca de la equidad antes de reflexionar en su propia enseñanza. Otros valores además del conocimiento matemático deben tomar lugar en el aula de clase, el currículo de matemáticas debe ser problematizado y como un asunto crucial que contribuya a la equidad de género.

Bagnall (1996) describe los atributos necesarios de los educadores en una época postmodernista, muchos de los cuales parecen consistentes con la literatura feminista. Estos incluyen: la conciencia crítica propia, tolerancia y respeto a la diferencia, la comprensión cordial y sensibilidad ante acontecimientos vividos, respeto de las personas y sus realidades, y la mitigación de la discriminación injusta.

Los problemas críticos de la equidad de género en educación matemática no están asociados al acceso de las mujeres a la educación sino que están asociados a la inclusividad de la enseñanza, al contenido de los cursos, a las facilidades, equipo y servicios de soporte tales como asesoramiento extra (Powles y Anderson, 1996).

Los incidentes críticos descritos nos llevan a plantear el siguiente interrogante ¿Cómo preparar a los profesores para pensar críticamente acerca de estos asuntos sobre equidad? Pensar críticamente no sucede espontáneamente. Hay que enseñarlo y una forma es hacer explícito aquello que por tanto tiempo ha estado oculto. La creencia que solo algunos estudiantes son capaces de aprender matemáticas conduce a bajas expectativas. Las bajas expectativas son un problema en la educación porque generalmente los estudiantes que caen bajo esas bajas expectativas son los estudiantes de bajos recursos económicos, los estudiantes afro y las mujeres.

Referencias Bibliográficas

- Bagnall, R. G. (1996). The situationally sensitive wayfarer: Adult and vocational education practice in postmodernity. *In Learning and work: The challenges: 4th Annual International Conference on Post-Compulsory Education and Training. 4*, págs. 7—20. Brisbane: Centre for Learning and Work Research, Griffith University.
- Baker, D. P., y Jones, D. P. (1993). Creating gender equality: Cross-national gender stratification and mathematical performance. *Sociology of Education* , 66 (2), 91—103.
- Burton, L. (1990). *Gender and mathematics: An international perspective*. London, England: Cassell.
- Ding, C. S., Song, K., y Richardson, L. I. (2006). Do Mathematical Gender Differences continue? A Longitudinal Study of Gender Difference and Excellence in Mathematics Performance in the U.S. *Educational Studies: A Journal of the American Educational Studies Association* , 40 (3), 279—295.
- Eccles, J. S., Jacobs, J. E., y Harold, R. D. (1990). Gender role stereotypes, expectancy effects, and parents’ socialization of gender differences. *Journal of Social Issues* , 46, 183—201. DOI:10.1111/j.1540-4560.1990.tb01929.x.
- Fennema, E. (1974). Mathematics learning and the sexes: A review. *Journal for Research in Mathematics Education* , 5 (3), 126—139.
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C., y Beilock, S. L. (2012). The Role of parents and teachers in the development of gender-related Math attitudes. *Feminist Forum* , 66, 153—166 DOI 10.1007/s11199-011-9996-2.
- Hanna, G. (2003). Reaching gender equity in Mathematics Education. *The Educational Forum* , 67 (3), 204—214.
- Hanna, G. (1996). *Towards gender equity in mathematics education*. Dordrecht, Holland: Kluwer.
- Leder, G. (1992). Mathematics and gender: Changing perspectives. En D. A. Grows, *Handbook of research in mathematics teaching and learning: A project of the*

- National Council of Teachers of Mathematics* (págs. 597—622). New York: Macmillan.
- Mejia-Martínez, Y. F. (2010). Él estudia, Ella estudia: Representaciones sociales de las matemáticas y de género. *Congreso Iberoamericano de Educación*. Buenos Aires. Congreso Iberoamericano de Educación. Buenos Aires Consultado el 10 de marzo de 2012 de http://www.adeepa.org.ar/congresos/Congreso%20IBEROAMERICANO/MUJERYEDUCACION/RLE3298_Mejia.pdf
- NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Powles, M., y Anderson, D. (1996). Participation and access in TAFE: Social service or economic utility? *Australian & New Zealand Journal of Vocational Education Research* , 4 (1), 97—129.
- Presidencia de la República. (1991). *Constitución Política de Colombia*. Bogotá.
- Reed, J., y Oppong, N. (2005). Looking Critically at Teachers' Attention to Equity in their Classrooms. *TME , Monograph* (1), 2—15.
- Rogers, P., y Kaiser, G. (1995). *Equity in mathematics education: Influences of feminism and culture*. Washington, D.C.: Falmer.
- Streitmatter, J. (1994). *Toward gender equity in the classroom: Everyday teachers' beliefs and practices*. Albany: State University of New York.
- Tiedemann, J. (2000). Gender-Related beliefs of teachers in elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics* , 41 (2), 191—207.
- U.S Department of Education. (2008). *The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Recuperado el 8 de junio de 2011, de <http://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>
- UNESCO. (2008). *Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe*. Santiago: OREALC/UNESCO .
- Zapata, L., y Rocha, P. (2011). Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática CIAEM*. Recife, Brasil.
- Zittleman, M. P. (2004). *Making Public Schools Great for Every Girl and Boy. Gender Equity in the Mathematics and Science Classroom: Confronting the Barriers that Remain*. Washington, DC: National Educational Association.

Anexo 4: Ponencia en Evento Internacional.

TEACHERS' ATTITUDES TOWARD STATISTICS¹⁴

Lucia Zapata-Cardona

Universidad de Antioquia, Colombia

Pedro Rocha

Universidad Distrital, Colombia

This paper investigated the attitudes towards statistics of a sample of 115 statistics in-service teachers. The study explored the influence of certain variables on the attitudes towards statistics and its teaching. A survey and a Likert scale were used to collect information from participants. Analysis of variance was done to analyze the data. The results show that a degree in education and teaching experience are factors associated with positive attitudes of statistics teachers.

Teachers' attitudes toward statistics might represent either an advantage or an obstacle in teaching (Estrada, Batanero, & Fortuny, 2004). To study teachers' attitudes we gathered information from 115 elementary and secondary statistics in-service teachers from two major cities in Colombia. A 56-item Likert scale was designed for this purpose. The first items correspond to the four dimensions suggested by Schau et al. (1995) in the SATS scale: Affect, Cognitive Competence, Value and Difficulty. The rest of the items explored two dimensions related to attitudes toward teaching (1) Pedagogical Content Knowledge and (2) Perceived utility of teacher preparation. We also collected information about demographic variables that might be related to teachers' attitudes toward statistics such as: city, educational level, gender, teaching experience, professional degree, and number of statistics classes taken.

Results revealed that, in general, teachers have positive attitudes toward statistics and its teaching. The items that received a better punctuation are those related to the dimension that Schau et al. (1995) called *Value* (example: statistics is useful for the typical professional). In contrast, the items that received the poorer punctuation were those associated with the dimension of *Difficulty* (example: I feel insecure doing statistics problems). Other items poorly assessed were associated with the dimension of *perceive utility of teacher preparation* (example: I have the academic training required to teach statistics). This means that although teachers have positive attitudes toward statistics and its teaching, they recognize that their training is weak.

Results also revealed that the variables *teaching experience* and *being professional in education* positively contribute to the teachers' attitudes toward statistics.

¹⁴ This research has been sponsored by the Colombian Institute for Science and Technology Development "Francisco José de Caldas" –Colciencias– contract 782 of 2009 Code 1115-489-25309

REFERENCES

Estrada, A., Batanero, C., & Fortuny, J. M. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las ciencias* , 22 (2), 263–274.

Schau, C., Stevens, J., Dauphinee, T. L., & Del Vecchio, A. (1995). The development and validation of the Survey of Attitudes Toward Statistics. *Educational and Psychological Measurement* , 55, 868–875.

Anexo 5: Curso ofrecido en el marco del XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística

EL PROFESOR DE ESTADISTICA EN ESCENA¹⁵

Lucia Zapata

Universidad de Antioquia, Medellín, luzapata@ayura.udea.edu.co

Resumen. En este curso se revisan aspectos relacionados con el conocimiento pedagógico disciplinar del profesor de estadística puesto en escena. Se parte de episodios reales de una clase de estadística para orientar la reflexión en torno conocimiento disciplinar y al conocimiento pedagógico disciplinar del profesor de estadística y se revisan opciones de intervención didáctica que ayuden a los profesores a rediseñar sus clases.

Palabras clave: Conocimiento disciplinar, educación estadística, profesor de estadística

1. INTRODUCCIÓN

La sociedad actual se caracteriza por recientes desarrollos en ciencia y tecnología y por la abundancia de información en temas variados que demandan un estudiante altamente calificado que razone críticamente, interprete información estadística, interprete los juicios de los demás y tome decisiones basados en evidencia objetiva (Batanero, 2000). Estas características de los estudiantes suponen profesores entrenados apropiadamente para atender las demandas de la nueva sociedad y ello implica un profesor con un conocimiento disciplinar y un conocimiento pedagógico disciplinar desarrollado e integrado. Es decir, un profesor que sea capaz de transformar el conocimiento estadístico en formas accesibles a los estudiantes y adaptarlo al contexto específico de aprendizaje.

Varios estudios en el campo de la educación matemática han reportado la relación entre el conocimiento matemático del profesor y el desempeño de los estudiantes (Charalambos, 2010; Powell y Hanna, 2006). Esta relación parece cumplirse también en el campo de la educación estadística. Es claro que el profesor de estadística no solo requiere de un conocimiento específico sino también un conocimiento especializado para la enseñanza. De esta manera, el conocimiento disciplinar de los profesores, competencia pedagógica y reflexiones profundas en el razonamiento y desarrollo de las ideas de los estudiantes son claves para mejorar el desempeño de sus aprendices.

Actualmente en Colombia, el profesor que tiene bajo su responsabilidad la enseñanza de la estadística enfrenta ciertas tensiones con relación al conocimiento disciplinar que en algunos casos no se hacen conscientes pero están presentes en el aula de clase. En nuestro país, la inclusión de la estadística en el currículo de básica y media es relativamente reciente. La promulgación de los estándares de calidad por del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998; MEN, 2003) ha hecho oficial esta inclusión. Lo particular de este asunto es que a pesar de la inclusión en el currículo, los profesores actuales siguen

¹⁵ Trabajo auspiciado por el Instituto colombiano para el desarrollo de la ciencia y la tecnología–Colciencias– bajo el contrato 782 de 2009 Código 1115-489-25309

enfrentando tensiones de cómo atender estas demandas en la clase de estadística. Esto ha ocurrido esencialmente porque se ha pensado que para mejorar la calidad de la educación basta con transformar el currículo, pero poco se puede mejorar si no se dirige la atención a la práctica del profesor. Ningún currículo enseña por sí mismo, y los estándares no operan independientemente de la interpretación profesional que se haga de ellos (Ball, 2003). Trabajar responsablemente con los estándares depende del entendimiento que se tenga de la disciplina. El conocimiento disciplinar de los profesores es fundamental para usar materiales de instrucción exitosamente, evaluar el progreso de los estudiantes, y tomar decisiones con respecto a la presentación, énfasis y secuencia del currículo. Varios estudios han mostrado que hay una fuerte relación entre conocimiento matemático para la enseñanza y la selección de tareas, la presentación y la acción en el aula (Charalambos, 2010). Mejorar el aprendizaje de las matemáticas de cada estudiante está profundamente asociado con enfatizar las oportunidades de aprendizaje de los profesores. No se puede esperar que los profesores sepan o hagan lo que ellos no han tenido oportunidades de aprender. El presente curso revela las tensiones de algunos profesores de estadística que pretenden seguir las directrices curriculares pero su conocimiento disciplinar los limita.

Este curso corto surge en el marco de un proyecto macro en el que se estudia el conocimiento pedagógico disciplinar del profesor de estadística. En dicho proyecto se tiene una vasta información en video de clases de estadística de profesores en ejercicio en diferentes niveles y en diferentes tópicos. Se ha hecho una selección intencionada de algunos episodios de estas clases que puedan ilustrar ciertas tensiones del profesor de estadística en acción y que puedan orientar la reflexión en torno al conocimiento disciplinar del profesor. Estos episodios brindan oportunidades prácticas para pensar profundamente en las implicaciones del conocimiento disciplinar y del conocimiento pedagógico disciplinar del profesor de estadística y ofrecen elementos para pensar críticamente en el diseño de intervenciones didácticas. Se presenta un episodio, algunas reflexiones en torno al conocimiento del profesor y algunas ideas para tener en cuenta en el rediseño de la instrucción.

2. EPISODIOS

2.1 EPISODIO 1: RECOLECCIÓN Y REPRESENTACIÓN DE DATOS

La profesora Carmen presentó a sus estudiantes de grado quinto de básica primaria el objetivo de la lección escribiendo en el tablero el logro esperado: “Recolectar datos, ubicarlos en gráficas e interpretarlos”. Luego, escribió el título *Actividad* y seguidamente hizo que los estudiantes escribieran en sus cuadernos el siguiente enunciado: “Pregunto a mis compañeros cuanto calza y ubico los datos en el *cuadro*.” Carmen dibujó entonces en el tablero un cuadro como el mostrado en la Tabla 1 y explicó a los estudiantes que debían pasar por los puestos de cada compañero, preguntar la talla del calzado y registrar el valor en la columna *compañero* con una marca vertical. Carmen insistió que el número 30 en el cuadro significaba que eran 30 compañeros y que cuando llegaran a 30 marcas debían parar de preguntar. Carmen anunció a los estudiantes que tendrían alrededor de quince minutos para recoger los datos. Con este anuncio los estudiantes empezaron su acción, recolectando la información de sus compañeros.

Tabla1: Cuadro dibujado por Carmen en el tablero

Talla	Compañero	Total
33		
34		
35		
36		
37		
38		
		30

Una vez los estudiantes terminaron la recolección de datos y los ubicaron en el cuadro sugerido, Carmen anunció que los ubicarían en un gráfico. Carmen dibujó en el tablero una línea horizontal y una línea vertical que se cortaban como formando el primer cuadrante de un plano cartesiano, e indicó que en el eje horizontal se ubicaría la *talla* y en el eje vertical la *cantidad de alumnos*. Carmen pretendía hacer las marcas para el eje de la frecuencia y preguntó a los estudiantes “¿cuál fue el máximo número que les dio?”. La pregunta generó múltiples respuestas: 30, 8, 6, 7, 9, y 10. Carmen sistemáticamente ignoró las respuestas incorrectas y solo admitió las que parecían responder cercanamente a su pregunta.

2.2 DISCUSIÓN EPISODIO 1

La descripción de la clase de Carmen es un buen ejemplo de lo que comúnmente se encuentra en una clase de estadística de básica primaria. Sin embargo, hay algunos detalles que parecen problemáticos de la clase en términos del conocimiento disciplinar del profesor. Primero, aunque la actividad fue de interés para los estudiantes, la forma en que esta fue propuesta redujo el potencial en la construcción de conocimiento. El solo hecho de sugerir el cuadro para organizar los datos condicionó a los estudiantes quienes no tuvieron ninguna posibilidad de proponer estrategias diferentes de organización de la información.

Segundo, la clase no inició con una pregunta estadística y esto disminuyó la posibilidad que los estudiantes siguieran la ruta de razonamiento estadístico que siguen los estadísticos de profesión y que es sugerida por varios educadores estadísticos en: (1) La GAISE: guía para la instrucción y la evaluación en educación estadística (Franklin et al., 2007; Aliaga et al., 2007) y (2) El ciclo investigativo PPDAC: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones (Wild y Pfannkuch, 1999; Pfannkuch y Wild, 1998; Pfannkuch y Wild, 2000). Tercero, hubo varios aspectos que Carmen no predijo en el diseño de la clase y que se tornaron complejos en la gestión. Por ejemplo, Carmen no predijo que la forma de orientar la actividad podía generar diferentes conjuntos de datos en los estudiantes que sería un potencial problema a la hora de socializar.

Reflexiones en torno al episodio de Carmen se discutieron con estudiantes de último semestre de un programa de formación de profesores de matemáticas. Estas discusiones terminaron en varias propuestas de diseño instruccional que son cognitivamente desafiantes para los estudiantes y que parecen responder a las tensiones enfrentadas por Carmen.

2.3 EPISODIO 2: INDEPENDENCIA VERSUS EXCLUSIÓN MUTUA

La profesora Sonia inició su clase de grado once con la siguiente pregunta “¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados comunes se presenten valores tal que la suma de sus puntos sea tres o tal que su suma sea cuatro?” Después de plantear la pregunta, Sonia sugirió a los estudiantes encontrar el espacio muestral de este experimento. Una estudiante construyó en el tablero las treinta y seis parejas que forman el espacio muestral al tirar dos dados. Una vez construido el espacio muestral, Sonia orientó a los estudiantes a que observaran esas parejas que cumplían la característica que la suma de los puntos fuera tres y los estudiantes señalaron las parejas (1,2) y (2,1). Sonia preguntó a los estudiantes si estas parejas eran diferentes. Ante esta pregunta un estudiante respondió que en efecto las parejas eran diferentes. Aunque la respuesta del estudiante fue correcta, no se le animó a justificar su razonamiento. A continuación, Sonia alentó a los estudiantes a que encontraron las parejas del espacio muestral cuya suma de puntos fuera cuatro y los estudiantes señalaron las parejas (2,2), (1,3) y (3,1). Se finalizó sumando estas tres parejas con las dos encontradas previamente para concluir que la probabilidad por la cual se indagaba en la pregunta propuesta por la profesora era $5/36$. Es decir, cinco pares cumplían las condiciones dadas de un total de treinta y seis posibles parejas. Una vez encontrado este valor, la profesora Sonia sugirió una pregunta adicional con respecto al experimento de lanzar los dados. “¿Son los eventos de lanzar los dados excluyentes o no excluyentes? Es decir, ¿un evento depende del otro?” Un estudiante respondió “no” pero no se le alentó a que expusiera su razonamiento. Sonia quedó satisfecha con la respuesta del estudiante y agregó “No depende del otro. O sea que efectivamente son excluyentes [...] Cuando los eventos son excluyentes, es decir, que lanzo un dado y no tiene nada que ver que lance este [otro]. O sea que al lanzar un dado no interfiera en nada [en el resultado del otro]”

2.4 DISCUSIÓN EPISODIO 2

Esta es una situación comúnmente evidenciada en la clase de estadística. Se han confundido los conceptos de Independencia y de exclusión mutua. Sonia ha tratado los conceptos de independencia y de exclusión mutua como sinónimos cuando en realidad son de naturaleza diferente. La literatura en educación estadística ha mostrado que este es un error mucho más común de lo que parece. Los conceptos de *independencia* y *exclusión mutua* han sido objeto de estudio de varios autores debido a la recurrente confusión que se ha reportado en los estudiantes de probabilidad de todos los niveles educativos (Gibbons, 1968; Manage y Scariano, 2010; Durbach y Barr, 2008). Estos conceptos aparecen en los currículos de secundaria y cursos introductorios de nivel universitario pero parece que las ideas básicas que tienen los estudiantes sobre independencia y exclusión mutua no son suficientes para garantizar una clara comprensión de la relación entre dichos conceptos.

La pregunta que nos compete a partir del análisis de este episodio es ¿cómo abordar estos conceptos en el aula de clase de matemáticas para garantizar que se comprendan los conceptos y la relación entre ellos? Este episodio fue estudiado en un grupo colaborativo en el que participó la profesora Sonia, dos educadores matemáticos y un estudiante de último semestre de un programa de formación de profesores de matemáticas. El producto de este grupo fue el rediseño de la clase de estadística y la escritura de un artículo en el que se exponen algunas ideas para abordar la enseñanza de los conceptos de independencia y exclusión mutua.

2.5 EPISODIO 3: LA MEDIANA

El profesor Manuel dijo a sus estudiantes del grado octavo que en la clase trabajarían algunos conceptos claves en estadística como el promedio, la mediana y la moda. Se refirió al procedimiento para encontrar la mediana diciendo que hay dos casos: uno cuando se tiene un número impar y otro cuando se tiene un número par de datos. Explicó que cuando se tiene un número impar basta con organizar los datos de menor a mayor y tomar el número del centro. Manuel, para ilustrar con un ejemplo, escribió en el tablero los números 5, 9, 12, 15 y 13 y tal cual estaban los números (sin organizar ascendentemente) explicó que el valor exactamente en el medio era el correspondiente a la mediana. Manuel encerró en un círculo el número 12 indicando que esa era la mediana de ese conjunto de datos. Para ilustrar el caso de datos pares, Manuel escribió en el tablero los números 5, 6, 7, y 8 y dijo que los organizaría de menor a mayor y tomaría los dos de la mitad. No fue claro si el profesor presentó las cantidades organizadas a propósito o si el orden fue producto de como la mente genera ciertos números (él no tenía estas cantidades escritas en su planeador sino que surgían a medida que los iba escribiendo en el tablero). El profesor Manuel indicó que en este caso se sumaba el 6 y el 7 y se dividía por 2 para encontrar el valor correspondiente a la mediana que era 6,5.

Después de esta breve explicación, Manuel propuso a los estudiantes tres listas de números que escribió en el tablero para que los estudiantes encontraran la mediana. La primera lista de datos fueron los números: 5, 10, 2, 3, 1, 4, 7, 8, 9, 12, 13. Un estudiante manifestó no entender. Ante esta declaración del estudiante, Manuel dijo que pondría esos números en la “vida real” (se refería a dar un contexto específico para esos datos). Dijo “¿cuántos hijos tuvieron mis abuelitos?”. A continuación Manuel explicó que cada número representaba los hijos que tuvieron los abuelitos en cada una de esas familias y que el número cinco significaba que en esa familia los abuelitos tuvieron cinco hijos. Luego, Manuel organizó las cantidades en el tablero de menor a mayor, escribió la siguiente lista: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, y dijo que la mediana era el número exactamente en la mitad. A continuación pidió a una estudiante que saliera a señalar el valor correspondiente a la mediana. La estudiante se dirigió al tablero y encerró en un círculo el número siete. Otro estudiante preguntó “¿eso es todo profesor?” a lo que el profesor afirmó: “si eso es todo”.

2.6 DISCUSIÓN EPISODIO 3

Hay varios aspectos de la clase del profesor Manuel que merecen ser discutidos. Primero, las cantidades presentadas a los estudiantes para ilustrar el cálculo de la mediana no tuvieron un contexto mediante el cual los estudiantes pudieran dar sentido a esa medida de tendencia central. Manuel sólo dio a la situación el contexto de *número de hijos de las familias* cuando un estudiante manifestó no comprender; sin embargo, el contexto asociado fue bastante artificial. Ningún dato de los 11 que fueron dados se repitió y se sabe que la distribución de la variable discreta *número de hijos* sigue una distribución cercana a lo simétrico, lo que implica valores repetidos. Segundo, las explicaciones del profesor Manuel se caracterizaron por ser de carácter procedimental y no hubo evidencias que la interpretación de la mediana en el contexto particular tuviera importancia en la clase. Es posible que el estudiante que manifestó sorpresa al encontrar que eso era todo lo que el profesor esperaba que hicieran estuviera esperando algo más profundo como la interpretación de la mediana o por lo menos hablar de las diferencias prácticas de las

medidas de tendencia central. Tercero, cuando el estudiante manifestó no entender, el profesor interpretó esa apelación como un llamado para que el profesor hiciera el ejercicio. Actuando de esa forma el profesor razonó por el estudiante reduciendo así el nivel cognitivo de la tarea que de hecho era una tarea simple. Cuarto, el nivel cognitivo de las tareas fue muy básico. Las tareas propuestas fueron demasiado simples como para ser consideradas cognitivamente desafiantes. Quinto, en estadística muchos autores expresan que el razonamiento estadístico inicia con una pregunta que debe ser respondida mediante la recolección de datos (Franklin, y otros, 2007). En este caso los datos sucedieron primero que la pregunta y se desperdició toda oportunidad de llevar a los estudiantes a razonar estadísticamente.

Las discusiones con un grupo de seminario de estudiantes de último semestre de un programa de preparación de profesores de matemáticas a partir del episodio del profesor Manuel han generado importantes resultados. Se propusieron algunas reflexiones en torno al conocimiento disciplinar y al conocimiento pedagógico disciplinar del profesor y se establecieron algunos principios para el diseño de la instrucción en estadística descriptiva. Además se ha conseguido una conclusión importante con respecto a la acción de enseñar estadística. Enseñar estadística requiere habilidades adicionales al conocimiento disciplinar. Enseñar estadística requiere justificar, analizar errores, generalizar, definir e interpretar. Requiere conocer procedimientos en detalle y conocerlos suficientemente bien para estar en condiciones de representarlos y explicarlos hábilmente en más de una forma.

3. CONCLUSIONES

Los episodios presentados en este curso son casos reales de profesores de estadística que comparten las mismas tensiones de muchos profesores de estadística en torno al currículo y a cómo llevar esas exigencias curriculares al aula de clase. Estos casos han funcionado como dispositivos para estimular la reflexión en varios espacios académicos y pueden funcionar como dispositivos para estimular la reflexión del profesor acerca del conocimiento disciplinar y del conocimiento pedagógico disciplinar. Adicionalmente, el estudio de estos episodios se puede convertir en aporte importante a la hora de diseñar intervenciones didácticas.

REFERENCIAS

- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., & Garfield, J. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE): College report*. (R. Gould, L. Robin, T. Moore, A. Rossman, B. Stephenson, J. Utts, y otros, Edits.) Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Ball, D. (2003). What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics. *Paper presented at the U.S. Department of Education, Secretary's Mathematics Summit*. Washington, DC.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2–13.
- Charalambos, Y. (2010). Mathematical knowledge for teaching and task unfolding: An exploratory study. *The Elementary School Journal*, 110 (3), 247–278.

- Durbach, I., & Barr, G. (2008). Illustrating dependence between random variables using slot machines. *Teaching Statistics* , 30 (3), 89-92.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y otros. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Gibbons, J. D. (1968). Mutually exclusive events, independence and zero correlation. *The American Statistician* , 22, 31-32.
- Manage, A. B., & Scariano, S. M. (2010). A classroom note on: Student misconceptions regarding probabilistic independence vs. mutual exclusivity. *Mathematics and Computer Education* .
- MEN. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Centro de Pedagogía Participativa.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (1998). Investigating the nature of statistical thinking. *Fifth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 5)*. Singapore: IASE.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2000). Statistical thinking and statistical practice: Themes gleaned from professional statisticians. *Statistical Science* , 15, 132–152.
- Powell, A. B., & Hanna, E. (2006). Researching teachers' knowledge for teaching mathematics. En S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez (Ed.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North America chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, págs. 377–383. Mérida: México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review* , 6, 223–265.

Anexo 6: Ponencia en Evento Nacional

Nociones intuitivas sobre combinatoria en primaria¹⁶

Hernán Bedoya, bedoyin78@hotmail.com

Javier López, jelb74@hotmail.com

Eder Echavarría, eder11100@yahoo.es

Lucía Zapata, luzapata@ayura.udea.edu.co

Universidad de Antioquia

Resumen. En el presente escrito se exponen algunos resultados preliminares de una investigación que estudió las aproximaciones intuitivas de estudiantes de cuarto grado a las nociones de combinatoria. Ocho estudiantes en edades entre nueve y diez años fueron los participantes de este estudio. Se les presentaron algunos problemas que involucraron la combinatoria y se les pidió que los resolvieran sin recibir ninguna enseñanza o instrucción formal. Se analizó el razonamiento de los estudiantes y las estrategias que emplearon para la solución. Los problemas combinatorios fueron resueltos por ensayo-error o por la aplicación de una estrategia intuitiva. Algunas estrategias intuitivas fueron más sofisticadas que otras y el contexto en el cual estuvieron enmarcadas influyó en la solución.

Palabras claves: Educación estadística, combinatoria, noción intuitiva, situación problema.

1. Presentación

Diversos autores como Ferreira y Fernandes (2007), y Batanero, Godino y Navarro-Pelayo (1996) reconocen la importancia del trabajo combinatorio en la escuela porque favorece el desarrollo de las capacidades de razonamiento, es un componente esencial en el desarrollo formal y es la base de las matemáticas discretas. A pesar de esta reconocida importancia, la enseñanza de la combinatoria es muy ausente en nuestro sistema educativo. Una de las razones de esta ausencia es el limitado número de estudios en enseñanza de la combinatoria y la poca disponibilidad de material de apoyo para los profesores. Aunque la combinatoria no sea un componente presente en nuestros currículos creemos que antes de la instrucción los estudiantes llegan al salón de clase con algunas nociones que podrían ser útiles a la hora de emprender la enseñanza de la combinatoria.

En este estudio se exploran las estrategias intuitivas de los estudiantes de cuarto grado al resolver problemas combinatorios. Creemos que si podemos dar cuenta de las formas en que los estudiantes se aproximan a la noción de combinatoria podríamos tener más elementos para diseñar material didáctico y para orientar la enseñanza. También nos podría ayudar a mostrar que, si bien los estudiantes cuentan con algunas nociones, la instrucción es necesaria (Ferreira & Fernandes, 2007).

2. Marco teórico

En esta sección discutiremos algunas ideas que son fundamentales en el desarrollo de esta investigación tales como los conceptos de combinatoria, noción e intuición.

¹⁶ Trabajo auspiciado por el Instituto colombiano para el desarrollo de la ciencia y la tecnología–Colciencias– bajo el contrato 782 de 2009 Código 1115-489-25309

También se discutirán otras ideas asociadas como problema y situación problema que son la base para el diseño de las situaciones que permiten estudiar el razonamiento de los estudiantes, las estrategias y argumentos que emplean, los tipos de errores que cometen y la funcionalidad del concepto de combinatoria, en situaciones particulares.

Algunos autores como D' Amore (2001) y Ferrater (1994) no hacen una gran diferenciación cuando se refieren a *conceptos, nociones e ideas*, ya que plantean que éstos pueden ser considerados análogos dependiendo de la situación en la que se utilice. Sin embargo, otros autores sugieren que el concepto es el conjunto de todas las nociones que se tienen de un mismo objeto y que permiten conocer sus propiedades (De Zubiría & De Zubiría, 1992). Es decir que, a partir de las nociones se puede dar cuenta de la construcción de un concepto.

De esta manera, el concepto matemático puede ser considerado como la construcción que el sujeto realiza cuando logra relacionar sin contradicciones las diferentes representaciones que posee del objeto matemático (Hitt, 2000). Apoyados en estas concepciones de concepto, consideramos que el concepto matemático se refiere al conjunto de representaciones (verbales y no verbales) de las que dispone un sujeto para referirse a un mismo objeto matemático; además, en la medida en que ese conjunto de representaciones sea más variado, el concepto matemático será más elaborado.

Para efectos de esta investigación, y teniendo en cuenta lo propuesto por Cameron, (1997, citado por Zapata, Quintero y Morales, 2010) y Ribnikov (1988, citado por Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1996) entendemos la combinatoria como la forma de seleccionar, listar, arreglar, organizar y clasificar los elementos de un conjunto, teniendo en cuenta la importancia del orden dentro de la selección de los elementos. Esto nos lleva a pensar que hay varias tipologías de problemas combinatorios. Algunos solo implican el principio aditivo, otros el principio multiplicativo y otros implican arreglos en los que pueda o no importar el orden. Estas tipologías sugieren diferentes niveles de dificultad y diferentes estrategias de solución en los estudiantes.

Con respecto a la intuición, esta puede ser entendida como una actitud cognitiva que goza de ciertas características: es estable en el tiempo, es flexible, tiene consistencia interna, generalidad y coercividad (Fischbein & Grossman, 1997). Además, ciertos autores asumen la intuición como una función de percepción y por lo tanto un proceso natural del ser humano (Lorenz 1993, citado por Ramirez, 2009); mientras que otros consideran la intuición como una suma de experiencias (Memmert, 1976) o como un modo de conocimiento primario y fundamento absoluto de dicho conocimiento (Ferrater, 1994). Así, la intuición será entendida en esta investigación como aquella relación que se presenta entre el conjunto de experiencias de cualquier sujeto, que son aplicadas a determinados problemas y que generan ciertas nociones y conjeturas. De esta forma, una noción intuitiva es entonces, una idea o concepción que se genera a partir del enfrentamiento a un problema y que puede interpretarse o exponerse de acuerdo a las estrategias que se empleen para la solución de dicho problema.

Hay trabajos que han estudiado el pensamiento combinatorio de los estudiantes antes de la instrucción en combinatoria y se ha encontrado que las intuiciones de los estudiantes no fueron intuiciones ciegas. Por el contrario esas primeras intuiciones llevaban implícita un esquema combinatorio y en ocasiones una computación asociada.

La literatura sobre situaciones problema ha sido fundamental para el diseño de las tareas propuestas a los estudiantes. Las situaciones problema son espacios y oportunidades que favorecen el aprendizaje. En ellas se construyen relaciones entre los sujetos y los conocimientos (conceptos) orientados con una serie de preguntas (Mesa, 1998), donde un problema es también aquella situación que le permite al estudiante desarrollar una actividad intelectual y construir saberes matemáticos (Bellome, Zuvialde, & Rey, 2006).

Proponemos para nuestro trabajo de investigación que un problema debe ser una situación que pueda ser real o ficticia, para la que se puede o no determinar una solución, y por lo cual quien se enfrenta al problema no dispone de un medio matemático o de un plan para lograr resolverlo. Además, consideramos que los problemas pueden ser relativizados, ya que lo que para alguna persona en particular puede ser un problema, para otra puede ser tan solo un ejercicio; esto dependerá fundamentalmente de las herramientas matemáticas (conocimientos, habilidades previas, e intuiciones) que el sujeto dispone para enfrentarse a la solución. Los problemas combinatorios pueden ser resueltos por ensayo y error o por la aplicación de una estrategia intuitiva. Algunas, estrategias intuitivas son más sofisticadas que otras y el contexto en el cual estén enmarcadas también contribuye a la solución.

Si tenemos en cuenta que, si bien, no pretendemos enseñar el concepto de combinatoria de forma directa, no se puede evitar que se presente un aprendizaje del concepto. Por esta razón, consideramos que la resolución de problemas podrá ser una metodología apropiada para nuestra investigación por varias razones. Primero, estamos interesados en las formas en que los estudiantes se aproximan a las nociones de combinatoria y la resolución de problemas pone al participante en una condición en la que debe tomar alguna acción sobre el problema. Segundo, aunque nuestro interés inicial no es la instrucción, la resolución de problemas puede ayudar a la construcción de conceptos matemáticos, debido principalmente a la diversidad de estrategias que pueden ser utilizadas.

El principal objetivo de usar la resolución de problemas en este estudio fue ubicar al estudiante en una situación para la cual él no tuviera una solución experta y de esa manera asegurar que las intuiciones como actitud cognitiva pudieran aflorar. Adicionalmente, los problemas estuvieron enmarcados en un contexto familiar para el estudiante de tal forma que pudieran dar solución a los problemas propuestos aplicando los recursos cognitivos existentes.

3. Metodología

Este estudio está enmarcado dentro de un enfoque interpretativo del paradigma cualitativo de investigación (Latorre, del Rincón, & Arnal, 1996). Es interpretativo porque busca comprender las estrategias intuitivas de solución que los estudiantes usan cuando se enfrentan a problemas de tipo combinatorio y que pueden dar cuenta de las posibles nociones que tienen los estudiantes frente a este concepto. Para atender al propósito de este estudio se describirán los participantes, instrumentos y procedimientos.

Participantes. Para recoger información, se seleccionaron ocho estudiantes (cuatro mujeres y cuatro hombres) en edades entre los nueve y diez años. Fueron seleccionados por sus capacidades para comunicar y argumentar sus razonamientos y por su desempeño al resolver algunos problemas matemáticos y/o cotidianos. Algunos estudiantes se organizaron por parejas teniendo en cuenta su género porque sospechábamos que el trabajo

en equipo podría ser un dispositivo apropiado para estimular la discusión entre los participantes.

Instrumentos. Para estudiar las intuiciones de los estudiantes en la solución de problemas combinatorios se diseñó un instrumento inspirado en la teoría de situaciones problema para la cual autores como Mesa (1998), Múnera (2001) Obando y Múnera (2003) plantean la situación problema como un espacio diseñado para el aprendizaje a partir de dos características principales. Por una parte, la relación, que permite el objeto matemático, entre quienes dirigen la situación y quienes se enfrentan a ella. Por otra, las preguntas orientadoras; preguntas que pueden ser de quien orienta o de quien se enfrenta al problema.

Esta teoría es esencial porque: Primero, según lo proponen ciertos autores:

“las situaciones problemáticas y sus soluciones son socialmente compartidas” (Godino & Batanero, 1994, pág. 333)

Lo que es pertinente para el análisis que se propone en esta investigación; un análisis basado en categorías recurrentes. Segundo:

“La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva [...]” (Moreno, 2000, citado por Múnera 2001, pág 27, y Obando y Múnera 2003, pág 186).

Lo que es fundamental para nuestro interés de estudiar las estrategias que surgen de la solución de estas situaciones. Y tercero porque, las situaciones problema movilizan procesos de pensamiento, orientados a la construcción de los conceptos matemáticos involucrados en las situaciones (Múnera, 2001).

Este instrumento incluyó varias tipologías de los enunciados de problemas combinatorios: principio multiplicativo, arreglos en los cuales importa el orden y arreglos en los que no importa el orden. Inicialmente se presentaron tres problemas que de una u otra forma están relacionados con las experiencias de los participantes; esto es, problemas cercanos a su contexto.

Problema 1. Se tienen cuatro camisas (una roja, una amarilla, una verde y una blanca) y tres pantalones (uno amarillo, uno azul y uno verde), para vestir a un oso. Forme los conjuntos posibles con los que se puede vestir al oso

Problema 2. Tres niños quieren bailar en una fiesta. Formen las parejas posibles

Problema 3. De cuántas maneras puedo formar \$200 utilizando diferentes o iguales tipos de monedas (\$50, \$100, \$200 y \$500)

Todos los grupos entrevistados utilizaron material concreto ofrecido por los investigadores y que sirvieron de apoyo en el proceso de solución de los problemas.

Se diseñaron los problemas de tal manera que permitieran a los estudiantes desarrollar su capacidad cognitiva y sus procesos de pensamiento. Es decir, favorecer el desarrollo del pensamiento matemático propio. De esta forma, se esperaba que los problemas estimularan a los estudiantes a revelar algunas nociones de combinatoria a partir de la solución.

Procedimientos. Los problemas fueron presentados a los estudiantes mediante entrevistas semi-estructuradas que fueron grabadas en video y transcritas *verbatim* para facilitar el análisis posterior. Los videos fueron observados por los miembros del equipo investigativo en forma individual y en equipo y se tuvo un seminario semanal para discutir

hallazgos y refinar el análisis, del que también hacían parte nuestra asesora y otros compañeros que desarrollaban también su trabajo de grado. Se estudiaron las estrategias de solución y los razonamientos que tienen cuando se enfrentan a la solución de problemas de combinatoria, para poder así dar cuenta de las nociones intuitivas.

4. Análisis

El uso de video fue esencial para hacer el análisis de la información. En esta sección se describen algunas de las estrategias intuitivas de los estudiantes al resolver los problemas combinatorios propuestos. En esta oportunidad presentaremos un análisis preliminar de los resultados obtenidos, los cuales fueron categorizados según las estrategias y argumentos utilizados frente a la solución de los problemas. Se construyeron categorías de acuerdo a las respuestas de los participantes y son presentadas desde la más simple a la más sofisticada.

Combinaciones empíricas. Esta categoría se caracteriza porque los estudiantes no evidencian un sistema bien desarrollado que les permita encontrar todas las posibles formas. Los participantes simplemente toman los elementos a ser combinados pero no hay orden en la selección de los procedimientos. En el problema de vestir al oso en el que había cuatro camisas y tres pantalones, muchos estudiantes se conformaron con hacer la correspondencia uno a uno y al quedar una camisa sin pantalón allí pararon su estrategia. Así les sucedió a Esteban, Mariana y Carolina¹⁷ quienes inicialmente solo dieron cuenta de tres conjuntos y cuando se les preguntó qué harían con la camisa que les sobraba respondieron de la siguiente manera:

“solo hay una camisa y no hay más pantalones” (Esteban, 2011)

“La podemos guardar [la camisa] para otra ocasión” (Mariana & Carolina, 2011)

Rechazo de elementos inapropiados: Esta categoría se caracteriza porque los participantes en el proceso de encontrar todas las posibles combinaciones de los elementos del problema descartan uno de ellos por considerar que no es útil para darle solución al problema. En el problema de las monedas algunos participantes descartaron la moneda de \$500 porque no era conveniente para solucionar el problema. Sin embargo, algunos consideraron cambiarla por otras de menor valor, determinando que con ellas se forman las mismas posibilidades que tenían antes. Estas son algunas de las respuestas de los estudiantes en el problema de las monedas cuando se quiso saber si era posible formar \$200 con la moneda de \$500:

“[...] dejemos esta moneda de quinientos por ahí” (Mario & Beto, 2011)

“No, es más grande” (Esteban, 2011)

“Ésta es mayor” (Mariana & Carolina, 2011)

“Porque esta es más grande” (Julian & Valeria, 2011)

En los últimos tres fragmentos los niños señalaron la moneda de \$500 refiriéndose a ella como la de mayor valor o la más grande, comparada con el valor que se pedía formar (\$200). Con ello los niños descartaban la moneda de \$500 como un elemento no pertinente para usarlo cuando se debe formar \$200. Es importante aclarar que esta categoría sólo se observó en la solución del problema de las monedas pues, de los tres problemas

¹⁷ Los nombres son seudónimos para proteger la identidad de los menores

presentados inicialmente, es éste el que realmente maneja un elemento que se deba descartar para usarlo en la solución. Dentro de este problema es donde se ve con mayor claridad como el contexto posibilitó mayor éxito para encontrar todas las posibles soluciones a este problema, ya que, los participantes con frecuencia manejan estas cantidades de dinero, realizan arreglos para recibir o hacer pagos de esta suma.

Búsqueda de un sistema: Esta categoría se caracteriza porque hay evidencia de un sistema así sea rudimentario. En algunas ocasiones este sistema no es suficiente para que los estudiantes logren encontrar todas las posibles formas de la tarea en cuestión porque no son consistentes con la estrategia. Así se evidenció con la entrevista de Esteban en la que él debía decidir cuántas parejas de baile se podían formar con tres niños y tres niñas. Inicialmente, Esteban dejó fijos a los hombres y combinó las mujeres. Esto fue un buen indicio, infortunadamente fue insuficiente porque no hubo una estrategia similar para organizar a las mujeres. Las mujeres fueron organizadas sin una estrategia clara y esto hizo que Esteban repitiera parejas.

Descubrimiento de un sistema. Esta categoría se caracteriza porque el participante emplea una estrategia consistente durante todo el problema, es exhaustivo, no hay repetición e identifica por el mismo que ha terminado de encontrar todas las posibilidades.

En el problema de las monedas, cuatro de los cinco grupos consiguieron determinar el total de combinaciones. Esto se debe, desde nuestro punto de vista a que tal problema es realizado por los estudiantes cotidianamente. Además que el número de combinaciones (espacio muestral) para este problema es el menor si se compara con los otros dos problemas. A pesar de este logro, los participantes solo expresaron haber terminado de hallar todas las posibilidades cuando se les preguntó explícitamente si había otras formas.

El problema de las monedas fue en el que los estudiantes obtuvieron mejores resultados; un mayor éxito en la cantidad de combinaciones. Debido tal vez a que los estudiantes continuamente, en sus actividades cotidianas, están relacionados con el dinero. Quizás por ello que, para determinar el número de combinaciones totales para este problema, los estudiantes invirtieron menor tiempo. Sin embargo, las estrategias intuitivas empleadas fueron muy empíricas.

5. Conclusiones

Las estrategias intuitivas más recurrentes en los estudiantes cuando se enfrentan a problemas que involucran la combinatoria fueron las combinaciones empíricas. Los estudiantes asocian los elementos del conjunto mediante correspondencia biunívoca. Es decir, tratan de formar parejas haciendo corresponder un elemento del primer conjunto con un elemento de segundo conjunto y así sucesivamente hasta agotar el cardinal de uno de los conjuntos. Esta estrategia fue muy evidente en la actividad de vestir al oso, ya que, varios de los grupos hicieron corresponder una camisa para cada pantalón, sobrando una de las camisas. Los participantes no emplearon estrategias sistemáticas que les permitieran encontrar el número de combinaciones posibles dentro de los problemas propuestos.

Las nociones intuitivas que se logran percibir con las estrategias empleadas en la solución de los problemas propuestos, sugieren que los estudiantes deben ser más estimulados mediante la exposición a resolución de problemas de tipo combinatorio. Los resultados también sugieren que es necesaria una instrucción que enfatice en la necesidad de ser sistemático y ordenado en las estrategias que se emplean. Los estudiantes participan

de manera activa frente algunos problemas, aún sin tener ninguna instrucción teórica o formal, frente a la combinatoria, mostrando que tienen algunas aproximaciones al concepto.

6. Referencias Bibliográficas

- Batanero, C., Godino, J., & Navarro-Pelayo, V. (1996). *Razonamiento Combinatorio*. Madrid: Síntesis S.A.
- Bellome, G., Zuvialde, M., & Rey, J. (2006). Múltiples estrategias para la resolución de problemas. *Novedades Educativas*, 18 (182), 48-51.
- D' Amore, B. (2001). Una contribución sobre el concepto y objetos matemáticos: la posición "ingenua" en una teoría "realista vs el modelo "antropológico" en una teoría "pragmática". *Uno*, 27, 51-76.
- De Zubiría, M., & De Zubiría, J. (1992). *Biografía del pensamiento; estrategias para el desarrollo del pensamiento*. Bogotá: Ediciones Magisterio.
- Esteban. (26 de Febrero de 2011). Entrevista #1. (Eder, Entrevistador)
- Ferrater, J. (1994). *Diccionario de Filosofía* (Vol. 2). Barcelona: Ariel S.A.
- Ferreira, P., & Fernandes, J. A. (2007). Estratégias intuitivas de alunos do 9.º ano de escolaridade na resolução de problemas de combinatória. *Revista Galego-Portuguesa de Psicologia e Educação*, 1256-1267.
- Fischbein, E., & Grossman, A. (1997). Schemata and intuitions in combinatorial reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 27-47.
- Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Hitt, F. (2000). *Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras cognitivas*. México.
- Julian, & Valeria. (26 de Febrero de 2011). Entrevista # 1. (Eder, Entrevistador)
- Latore, A., del Rincón, D., & Arnal, J. (1996). Naturaleza de la investigación educativa. En A. Latore, D. del Rincón, & J. Arnal, *Bases metodológicas de la investigación educativa* (págs. 24-50). Barcelona: GR92.
- Laura. (12 de Marzo de 2011). Entrevista #1. (Eder, Entrevistador)
- Mariana, & Carolina. (26 de Febrero de 2011). Entrevista #1. (Eder, Entrevistador)
- Mario, & Beto. (26 de Febrero de 2011). Entrevista #1. (Eder, Entrevistador)
- Memmert, W. (1976). Intuición y medios intuitivos. *Educación*, 14, 82-94.
- Mesa, O. (1998). *Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Centro de Pedagogía Participativa.
- Múnera, J. J. (2001). Las situaciones problema como fuente de matematización. *Cuadernos pedagógicos* (16), 25-33.
- Obando, G., & Múnera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Educación y Pedagogía*, 35 (15), 183-199.

- Ramirez, C. A. (2009). Análisis de la intuición. *Revista de Psicología Universidad de Antioquia*, 1 (1), 103-104.
- Zapata, L., Quintero, S., & Morales, S. (2010). *La enseñanza de la combinatoria orientada bajo la teoría de las situaciones didácticas*. Bogotá: 11 Encuentro Nacional de Matemática Educativa ASOCOLME.

Anexo 7: Artículo en revisión para ser publicación

LA CLASE DE ESTADÍSTICA MÁS ALLÁ DE LA REFORMA¹⁸

Lucia Zapata-Cardona
Universidad de Antioquia
luzapata@ayura.udea.edu.co

Pedro Rocha Salamanca
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
pgrocha@distrital.edu.co

Resumen

El presente artículo describe una clase de estadística en un grado quinto de la básica primaria en una institución educativa colombiana. Se contrasta esta clase con las demandas de una reciente reforma nacional relacionada con los estándares mínimos de calidad para el área de matemáticas. La reforma contempla por primera vez la inclusión oficial de la estadística en los currículos escolares de primaria y secundaria. Se centran las reflexiones sobre las tensiones que una profesora de estadística tiene que enfrentar para atender las demandas de la reforma. Finalmente, se resalta la importancia de los programas de desarrollo profesional como aliados en el éxito de la implementación de cualquier reforma curricular.

Palabras Clave: reforma educativa, formación de docentes, educación estadística,

THE STATISTICS CLASS BEYOND THE REFORM

Abstract

This article describes a five grade statistics class at the elementary school level in a Colombian school. This class is contrasted with the demands of a recent national reform associated with the minimum performance standards for the mathematics subject. The reform considers, for the first time, the official inclusion of the statistics in the national school curriculum. Reflections are centered on the tensions that a statistics teacher has to face to meet the demands of the reform. Finally, it is highlighted the importance of professional development programs as allies in the successful implementation of any curricular reform.

Keywords: educational reform, teacher education, statistics education

INTRODUCCION

La presente reflexión surge de un estudio cuyo propósito fundamental fue investigar el conocimiento pedagógico estadístico de los profesores que tienen bajo su responsabilidad la enseñanza de esta área. La investigación de referencia tuvo como participantes dieciocho profesores de estadística de la educación básica y media de dos grandes ciudades colombianas. La información para este estudio fue recogida de video grabaciones de clase, entrevistas a profundidad con los profesores antes y después de las clases, y artefactos

¹⁸ Trabajo auspiciado por el Instituto colombiano para el desarrollo de la ciencia y la tecnología-Colciencias- bajo el contrato 782 de 2009 Código 1115-489-25309

documentales. El análisis profundo de una clase de estadística de uno de los participantes de la investigación en mención, nos llevó a pensar en las tensiones que viven los profesores de estadística colombianos cuando tienen que asumir las demandas de una reforma curricular relacionada con la inclusión de la estadística en los niveles preuniversitarios. Consideramos que la problemática descrita en este manuscrito es solo un ejemplo de lo que sucede en muchos salones de clase, es una problemática recurrente y debe ser urgentemente atendida.

Colombia, como muchos países, ha tenido grandes reformas en educación pero la historia ha mostrado que los resultados de la implementación de dichas reformas son simplemente modestos, pues la dinámica de los salones de clase cambia muy poco. Incluso profesores ávidos de cambio no logran transformar su enseñanza porque asimilan las estrategias de las reformas a su actual repertorio con muy poco cambio sustantivo (Penuel, Fishman, Yamaguchi, y Gallagher, 2007). La última directriz que tienen los profesores de Colombia en cuanto a la enseñanza de la estadística son los lineamientos curriculares (MEN 1998) y los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio (MEN 2003). Esta reforma curricular es transcendental en muchos aspectos pero especialmente en el área de matemáticas porque es la primera vez que la estadística hace parte oficial del currículo de matemáticas. En esta reforma no solo se espera que los estudiantes de educación básica y media sean expuestos a contenidos estadísticos sino que los sepan utilizar apropiadamente para clasificar, organizar, describir, representar, explicar y predecir fenómenos fundamentados en datos reales. Además se espera que los estudiantes desarrollen habilidades para formular y resolver problemas, interpretar información estadística, diseñar experimentos y desarrollar razonamiento estadístico (MEN, 2003).

En este artículo describimos las tensiones por las que pasa Carmen¹⁹, una profesora de matemáticas que tiene bajo su responsabilidad la enseñanza de la estadística, en su afán de atender las demandas de la reforma. Consideramos que la historia de Carmen es ejemplar y especialmente llamativa y que muchos profesores en el resto del mundo pasan por tensiones similares. Carmen es una profesora, con cerca de quince años de experiencia docente, que orienta el área de matemáticas en los grados cuartos y quintos de la educación básica. Ella tiene un título profesional en educación (Licenciada en educación primaria), lo cual la certifica para enseñar todas las áreas de formación en la escuela primaria. Carmen se describe a sí misma como una profesora que le gusta partir de los intereses de sus estudiantes, que favorece el trabajo colaborativo, y que le gusta aprender. Es una profesora de mente abierta y quien constantemente está en busca de nuevas formas y nuevas prácticas para implementarlas en su salón de clases. Ella misma percibe sus clases de matemáticas como exitosas, pero nosotros que estuvimos en su salón de clase percibimos complejidad.

La institución donde Carmen es profesora es un centro educativo de carácter público y está ubicado en una zona rural, en jurisdicción de la segunda ciudad más grande de Colombia, y en un barrio relativamente nuevo. El barrio nació hace unos veinte años como respuesta a un proyecto de reubicación de familias que habían padecido desastres naturales y posteriormente para acoger a familias desplazadas por la violencia. La comunidad donde está ubicada la institución se caracteriza por los bajos ingresos económicos de sus habitantes (aproximadamente el 87% de la población es desempleada), altos índices de

¹⁹ Los nombres usados en este reporte son seudónimos para proteger la identidad de los participantes.

maternidad adolescente y madresolterismo. Los últimos resultados de las pruebas SABER²⁰ del área de matemáticas para el grado 5° de esta institución revelan que el 50% de los estudiantes se ubica en los niveles de desempeño insuficiente y mínimo y solo un 2% se ubica el nivel avanzado (ICFES 2010).

En este artículo describimos una clase de estadística diseñada y gestionada por Carmen para el grado quinto de la básica primaria y además resaltamos las tensiones que enfrenta esta profesora en la enseñanza de la estadística. La temática de la clase en palabras de Carmen fue “recolección, organización e interpretación de datos” y también en palabras de Carmen “diseñada atendiendo a las exigencias de la reforma” (entrevista Carmen, Mayo 2010).

LA DINÁMICA DE LA CLASE DE ESTADÍSTICA

Antes de la clase, Carmen y nos expresó en una entrevista que el objetivo de la lección era que “los estudiantes aprendieran a recolectar datos, ubicarlos en una gráfica e interpretarlos”; además nos señaló varias razones para enseñar este tema en su clase. Primero, es un tema que generalmente aparece en las pruebas estandarizadas que deben tomar los estudiantes al finalizar la básica primaria. Segundo, desde la coordinación del área de matemáticas de la institución educativa en la que se desempeña ha habido una extensa discusión sobre la importancia de la estadística en todos los niveles. Valga aclarar que la formación de base de Carmen no es la estadística. Tercero, la reforma demanda la inclusión del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en la clase de matemáticas (entrevista Carmen, mayo 2010).

Al iniciar la clase los estudiantes estaban ubicados en asientos individuales, dispuestos en forma semicircular y dejando libre el espacio del centro del salón. Carmen presentó a los estudiantes el objetivo de la lección escribiendo en el tablero el logro esperado. Luego, escribió el título *Actividad* y seguidamente preguntó a un estudiante “María, ¿usted cuanto calza?” Hasta ese momento los estudiantes aun no sabían que iban a hacer ni la razón de la pregunta. Un poco después descubrimos que esta pregunta era esencial para Carmen poder establecer ciertos límites de una distribución de frecuencias que se generaría. En seguida, la profesora hizo que los estudiantes escribieran en sus cuadernos el siguiente enunciado: “Pregunto a mis compañeros cuanto calza y ubico los datos en el *cuadro*.” Carmen dibujó entonces en el tablero un cuadro como el mostrado en la Figura 1 y explicó a los estudiantes que debían pasar por los puestos de cada compañero, preguntarle la talla del calzado y registrar el valor en la columna “compañero” con una marca vertical. Carmen insistió que el número 30 en el cuadro significaba que eran 30 compañeros y que cuando llegaran a 30 marcas debían parar de preguntar. Carmen comunicó a los estudiantes que tendrían alrededor de 15 minutos para recoger los datos. Con este anuncio los estudiantes empezaron su acción, recolectando la información de sus compañeros.

²⁰ La prueba SABER es una prueba estandarizada nacional que se aplica en los grados quintos y novenos cada tres años y se evalúa en cuatro niveles de desempeño; insuficiente, mínimo (básico), satisfactorio y avanzado.

Figura 1: Propuesta de Carmen para organizar la información

Talla	Compañero	Total
33		
34		
35		
36		
37		
38		
		30

Hay varios aspectos interesantes hasta el momento que vale la pena resaltar. La clase empezó con una actividad cuya ventaja fue que permitió a los estudiantes recolectar sus propios datos; datos que además tenían relevancia para el grupo. No obstante, el hecho de enunciar esta situación como una actividad y no como un problema redujo el potencial en la construcción de conocimiento de los estudiantes. El solo hecho de sugerir el cuadro para organizar los datos condicionó a los estudiantes quienes no tuvieron ninguna posibilidad de proponer estrategias diferentes de organización de la información. La dinámica de la clase hubiese sido diferente planteando la misma situación en términos de problema y no en términos de actividad. La actividad, concebida desde el punto de vista de Carmen, sugiere una acción, mientras el problema sugiere la búsqueda de solución y desde este punto de vista el problema tiene mayor potencial didáctico. Un problema por definición “exige experimentar, es en cierta forma una aventura intelectual completa” (Pérez, 2009, p.5). Enunciar la misma situación en términos de problema hubiera llevado a preguntas como ¿Qué tan grande es el pie de mis compañeros de clase? ¿Si fuéramos a comprar zapatos para los compañeros de mi clase que números tendríamos que comprar? ¿Si fuéramos a comprar un par de zapatos para rifar en nuestra clase que número compraríamos para que se beneficiaran más estudiantes? Note que enunciarlo en términos de problema hubiera llevado no solo a preguntar a los compañeros de la clase por su talla en calzado, sino que hubiera llevado a plantear el diseño para la recolección de datos, estrategias de organización de los datos, análisis e interpretación. Es decir, se hubiera llevado a los estudiantes a simular la ruta que siguen los estadísticos en la resolución de problemas. Esta ruta ha sido sugerida por varios educadores estadísticos en: (1) La GAISE: guía para la instrucción y la evaluación en educación estadística (Franklin y otros 2007; Aliaga, Cobb, Cuff, y Garfield 2007) y (2) El ciclo investigativo PPDAC: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones (Pfannkuch y Wild 1998; Wild y Pfannkuch 1999; Pfannkuch y Wild 2000).

La forma en la que se orientó la actividad dejó varios asuntos que al parecer Carmen no pudo predecir en la gestión de su clase. Tan pronto anunció a sus estudiantes que podían empezar a recoger información muchos salieron de sus lugares preguntando a sus compañeros “¿cuánto calza?” El caos generado hizo que los estudiantes recogieran la información sin llevar un registro para no repetir o dejar por fuera informantes.

Una vez los estudiantes terminaron la recolección de datos y los ubicaron en el cuadro sugerido, Carmen anunció la segunda parte de la actividad “ubica los datos en el gráfico”. Hasta el momento los estudiantes parecían no saber a qué tipo de gráfico se refería el enunciado de la actividad. Ellos se miraban pero no emprendían acción alguna y parecían esperar indicaciones mucho más específicas con respecto a la actividad. Por tal razón, Carmen dibujó en el tablero una línea horizontal y una línea vertical que se cortaban como

formando el primer cuadrante de un plano cartesiano, e indicó que en el eje horizontal se ubicaría la talla y en el eje vertical “la cantidad de alumnos”. Carmen nunca se refirió a esta “cantidad de alumnos” usando el término estadístico de *frecuencia*. Carmen pretendía hacer las marcas para el eje de la frecuencia y preguntó a los estudiantes “¿cuál fue el máximo número que les dio?”. La pregunta generó múltiples respuestas por parte de los estudiantes tales como: treinta, ocho, seis, siete, nueve y diez. Carmen sistemáticamente ignoró las respuestas incorrectas y sólo admitió las que ella pensó que respondían cercanamente a su pregunta. No se detuvo a indagar porque algunos estudiantes dieron *treinta* como respuesta a su pregunta. En este momento de la clase, Carmen ya había notado que los estudiantes habían conseguido diferentes conjuntos de datos y tuvo que ingeniarse una forma de solucionar este inconveniente. Ella aclaró:

Si las tablas nos dieron diferentes fue porque hubo compañeros que nos dieron tallas diferentes, a unos les dieron una y a otros les dieron otra. Pero no importa. Quiere decir que este gráfico a todos les va a quedar diferente (entrevista Carmen, mayo 2010).

En una entrevista posterior se preguntó a Carmen como podía explicar que los estudiantes habían obtenido conjuntos de datos diferentes y ella lo explicó así: “cuando estuve revisando [los cuadernos de los estudiantes] inmediatamente se detectó que les dieron valores diferentes. Lo que pasa es que hay niños que a unos les dan una información y a otros les dan otra. Cambian la información” (entrevista Carmen, mayo 2010). Es claro que Carmen no relacionó las diferencias en los conjuntos de datos a la falta de un plan de recolección de la información. A pesar de esta situación, que para nosotros fue inconveniente, Carmen pudo orientar el resto de la clase. Pensamos, sin embargo, que esta dificultad no se habría presentado si todos los estudiantes hubieran tenido la posibilidad de tener el mismo conjunto de datos.

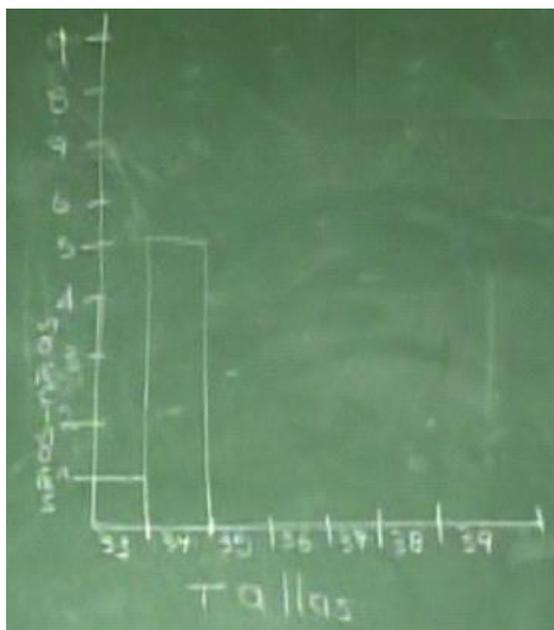
Aunque parece que Carmen no le dio mucha importancia a la diferencia en los conjuntos de datos generados por los estudiantes, este si es un asunto importante. Todos los estudiantes estaban interesados en la misma población y los resultados debían ser los mismos, no había posibilidad de variación como sucede en las distribuciones muestrales. Percibimos que el mensaje que recibieron los estudiantes es que si una distribución de frecuencia de un conjunto de datos es hecha por diferentes personas los resultados pueden variar, lo cual no es cierto. La distribución de frecuencias de un conjunto de datos es única. Además, esta forma de orientar la recolección de los datos pudo haber generado confusión en los estudiantes en los conceptos muestra y censo.

Una vez resuelto como proceder con las diferencias en los conjuntos de datos, Carmen pidió a los estudiantes que ubicaran los datos del cuadro en el gráfico que les había sugerido pero los estudiantes empezaron a hacer preguntas de clarificación. Las preguntas indicaron que aún no estaban seguros acerca de lo que tenían que hacer en el gráfico. Carmen no respondió a las preguntas sino que decidió darles una ayuda adicional: “voy a mostrarles con un ejemplo y ya el resto lo hacen ustedes”. Inmediatamente, Carmen hizo la primera barra de lo que sería un gráfico de barras, pero al que no llamó gráfico de barras. Una vez Carmen ubicó el primer dato dijo a la clase: “Muy bien cada uno hace su tabla [refiriéndose al gráfico de barras] y me la muestra”. Es necesario recordar que previamente Carmen había usado la palabra *cuadro* para referirse a la *tabla de distribución de frecuencias* y en este episodio que acabamos de describir usó la palabra *tabla* para referirse al *gráfico de barras*. Creemos que la falta de consistencia en el lenguaje puede ser

problemático. Con el propósito de estimular la clase a la acción, Carmen dijo a sus estudiantes “Voy a poner quince excelentes a los primeros quince que me muestren la tabla”.

Los estudiantes continuaron haciendo preguntas de clarificación y Carmen terminó por acceder a ubicar en el gráfico el segundo dato. La Figura 2 muestra los esbozos que Carmen hizo en el tablero para sugerir a los estudiantes como realizar el gráfico. Similar a como sucedió con la primera actividad, solo se esperaba que los estudiantes ubicaran los datos en formatos predeterminados. No se les dio la oportunidad de crear gráficos que tuvieran sentido para ellos.

Figura 2: Representación sugerida por Carmen en el tablero



En las actividades propuestas por Carmen la variable de interés era *talla en el calzado*; sin embargo, durante la clase no se mencionó el término *variable*. Se asumió que los estudiantes comprendían que se estaba manejando un atributo. Es interesante resaltar que la variable *talla en el calzado* es una variable de tipo discreto pero en el gráfico que insinuó Carmen (Figura 2) parece sugerir que se manejó como una variable de tipo continuo. Note que la Figura 2 tiene barras juntas; en vez de un gráfico de barras Carmen dibujó un histograma.

Cuando los estudiantes terminaron los gráficos sugeridos, Carmen les propuso unas tareas adicionales: (a) Responder las preguntas ¿Cuánto calza la mayoría? ¿Cuál es la talla que menos calzan? (b) Se hizo una encuesta en 5º2 y estos fueron los datos (Tabla 1), ubícalos en el gráfico.

Tabla 1: Datos dados por Carmen para la tercera actividad

Calzado	Niños
33	2
34	1
35	15
36	7

Para esta actividad los estudiantes respondieron las preguntas en forma individual en sus cuadernos y se acercaban a Carmen con sus producciones en busca de aprobación. En algunos momentos Carmen enseñó a la clase algunos cuadernos de estudiantes que habían hecho gráficos organizados y que habían puesto color. No hubo discusión ni puesta en común de las respuestas que dieron los estudiantes. Estas preguntas eran buenas oportunidades para introducir y aclarar conceptos, pero esto no tuvo lugar en la clase. Es de resaltar que las preguntas propuestas a los estudiantes en esta actividad eran preguntas que sólo demandaban una lectura literal de los datos. No hubo preguntas que llevaran a los estudiantes a establecer comparaciones o a pensar más allá de los datos. De acuerdo a Curcio (1989, citado por Batanero, Godino, Green, Holmes, y Vallecillos 1994) un componente esencial en la alfabetización cuantitativa es la destreza en la lectura crítica de datos. Curcio enuncia tres niveles: (a) leer los datos, (b) leer entre los datos y (c) leer más allá de los datos. El primer nivel es literal mientras que los dos siguientes requieren interpretación y hacer inferencias. Es evidente que la clase de Carmen no llevó a los estudiantes más allá del primer nivel.

Adicionalmente, los estándares de calidad (MEN 2003) sugieren que los estudiantes recojan datos relevantes a su entorno pero que esta acción conlleve al desarrollo de habilidades y de formas de pensamiento superiores como clasificar, organizar, representar, explicar, justificar, resolver, predecir, interpretar, modelar, reformular, y sugerir nuevas formas. Pero la clase de Carmen parece ser más intencionada a seguir procedimientos que a fortalecer estas formas superiores de pensamiento. Así lo confirmó Carmen en una entrevista posterior en la cual se le preguntó qué era lo que privilegiaba en una clase y ella respondió:

Para mí es muy importante el procedimiento [...] porque me parece que la comprensión es el resultado del procedimiento. De un buen procedimiento ya los niños comprenden lo que están haciendo. Mientras haya un buen procedimiento es mucho más fácil que ellos comprendan. En caso de que no, ahí es donde yo ya intervengo y vengo a orientarlos. Pues si no hay una adecuada comprensión, entonces ahí es donde está mi labor; pero yo si le hago mucho énfasis al procedimiento (entrevista Carmen, agosto, 2010).

Aunque el objetivo de la clase era: “aprender a recolectar datos, ubicarlos en una gráfica e interpretarlos” parece que la mayor parte del tiempo de la clase se la llevó la recolección y fueron pocos los elementos que estimularon la interpretación. Para contrastar estas apreciaciones, preguntamos a Carmen en una entrevista posterior acerca del componente interpretativo de la clase y ella dijo “Pues la interpretación la enfoqué desde las preguntas. En el momento en que hicimos las preguntas de cuanto calza la mayoría, [...] hasta ahí llego la interpretación. Ahí fue donde yo enfoqué la interpretación, con esas preguntitas” (entrevista Carmen, agosto, 2010).

La evaluación propuesta por Carmen fue una actividad para hacer en casa y se enunció así: "Realiza la misma encuesta en tu casa y ubica los datos en el gráfico". Esta actividad tiene varios inconvenientes. Primero, se favorece el aspecto procedimental más que el conceptual. El estudiante solo tiene que repetir lo que hizo en clase y no hay mayores retos. Segundo, el promedio de personas por familia en esta comunidad es cinco, pero hay familias con solo dos miembros. Esto hace que una distribución de frecuencias tenga poco sentido. Tercero, las condiciones de la tarea son diferentes a las condiciones en la clase. En una familia pequeña por ejemplo es muy poco probable que se repitan frecuencias.

En la clase de Carmen ningún estudiante fue invitado a explicar su razonamiento. Fue difícil detectar como los estudiantes entendieron o que tan bien los estudiantes entendieron el tema porque la actividad de evaluación fue replicar exactamente lo que se había hecho en la clase. ¿Podría esta actividad revelar las dificultades del estudiante? ¿Podría esta actividad revelar los aciertos del estudiante? ¿Podría esta actividad revelar el grado en el que se cumplió el objetivo? En una entrevista posterior a la clase se le preguntó a Carmen si la actividad evaluativa fue suficiente para valorar el aprendizaje de los estudiantes. Carmen respondió: "No, todavía quedan faltando más actividades. Uno en una clase no detecta las dificultades y las fortalezas. De pronto se detectan las fortalezas en los primeros que terminan, en los que están más activos" En esto coincidimos con Carmen, sentimos que la actividad fue insuficiente para evaluar el conocimiento de los estudiantes. Pero también sentimos que Carmen lo percibe así por la estrategia evaluativa que ella usó de incentivar el trabajo de los primeros.

DISCUSIÓN

En efecto la clase de Carmen es una clase muy diferente a la que se puede encontrar en una clase de matemáticas tradicional. Carmen ha hecho un esfuerzo consciente para involucrar los aspectos sugeridos por la reforma y por las nuevas tendencias en educación estadística en su salón de clases. Ella incluyó actividades que son de interés para los estudiantes pero pareciera sugerir que ella piensa que con el desarrollo de las actividades todas las ideas estadísticas están implícitas o que su desarrollo es espontáneo, pero la realidad es mucho más compleja. Con la información disponible, no tenemos evidencia para determinar la profundidad del desarrollo de las ideas de los estudiantes.

La organización de los estudiantes en la clase no fue convencional. Los estudiantes estaban organizados en semicírculo. Parece que esta distribución es favorable porque los estudiantes tienen la posibilidad de mirarse los unos a los otros cuando comparten su punto de vista. Sin embargo, en esta clase no hubo discusiones. No hubo argumentación por parte de los estudiantes, el trabajo principal lo hizo la profesora. Aunque el salón estaba dispuesto para favorecer la discusión y la argumentación, la clase se llevó a cabo centrada en la profesora. Ningún estudiante habló con otro acerca de ideas estadísticas, Carmen tampoco animó este tipo de conversaciones entre los estudiantes. Carmen siempre inició todas las interacciones en el salón de clase, bien fuera con toda la clase o con cada estudiante. El papel de estudiante fue responder, no iniciar. Sin duda alguna, la clase estaba dispuesta en una forma relajada. Esta es una innovación de la profesora, disponer el salón en una forma no tradicional, pero no se le sacó ventaja a esta disposición.

La clase de Carmen se desarrolló dócilmente. Es decir los estudiantes atendían con prontitud las propuestas y demandas de la profesora. Una de las razones para que el control

de la clase, en términos de las normas, haya sido tan tranquilo podría estar asociada con la cultura de este salón de clases. Los estudiantes hacen silencio cuanto la profesora habla. La voz de Carmen es suave pero enérgica y los estudiantes atienden lo que se les propone; la profesora inicia las interacciones y el rol de los estudiantes es responder a ellas. Pero esto también puede ser debido al conocimiento pedagógico estadístico de Carmen. Ella no tenía un conocimiento estadístico profundo. Quienes no tienen un conocimiento profundo podrían no ser conscientes de todas las formas que puede tomar la temática enseñada. Adicionalmente, aunque Carmen tuviera un conocimiento estadístico, este parecía ser un conocimiento estático, una cadena de verdades y no un conocimiento flexible y una forma de solucionar problemas. Preguntar, explicar, justificar y argumentar parecían formas extrañas de orientar su clase. Su rol al parecer era hacer el conocimiento accesible a los estudiantes. Es decir, explicarles detalladamente que era lo que se esperaba que ellos hicieran. Carmen, sin duda alguna es una profesora comprometida; sin embargo, la enseñanza de la estadística de esta forma superficial in-visibiliza muchas posibilidades pedagógicas. Aunque también podría protegerla de preguntas profundas, de confusiones, y de incertidumbres.

La forma de orientar la clase no garantiza que los estudiantes hayan logrado el objetivo propuesto. A los estudiantes se les pidió sistematizar los datos en una tabla pero esta acción pudo haber sido llevada a cabo por estudiantes sin comprender el resultado final de la tabla. No tuvimos oportunidad de contrastar esta información con los estudiantes.

Aunque en la clase hubo conocimiento estadístico, el lenguaje estadístico fue el más ausente. Carmen usó el mismo término para referirse a dos conceptos diferentes y usó términos que no corresponden al lenguaje estadístico. Creemos que esta es una más de las tensiones con las que los profesores de estadística tienen que luchar cada día.

REFLEXIONES EN TORNO A LA REFORMA

Muchas de las reformas en educación demandan de los profesores acciones para las que ellos no han sido preparados. Los profesores con el ánimo de responder a los requerimientos de la reforma emprenden nuevas formas que pretenden innovar su enseñanza. Infortunadamente, estas nuevas formas se construyen fundamentadas en pasadas prácticas, en muchos casos en la experiencia que los profesores han tenido como estudiantes. Recordemos que hace veinte años, cuando Carmen aún era estudiante, la estadística no aparecía en los currículos colombianos, mucho de lo que Carmen enseña es lo que ella considera que se debe enseñar y no necesariamente porque haya tenido un sólido desarrollo profesional.

Los estándares de calidad parecen sugerir cambios fundamentales en la enseñanza y como consecuencia en el aprendizaje de los estudiantes. Parece ser que el Ministerio de Educación Nacional (2003) ha diseñado un ambicioso programa y establecido estándares para mejorar la educación pero ha fracasado al identificar las dificultades que los profesores tienen en la instrucción y al diseñar programas para el desarrollo profesional que les permita superar estas dificultades. Es claro que los estudiantes no aprenderán estadística si los profesores no tienen un conocimiento estadístico flexible y menos aún si la estadística no se enseña en la escuela. Esto sugiere que las prácticas del salón de clase no se pueden cambiar solo con la divulgación de la reforma, es necesario que quienes enseñan estadística tomen un rol activo y reflexivo en el cambio y tengan los recursos necesarios que los

apoyen en la transición. Si ya se ha reportado que los estudiantes tienen dificultades aprendiendo estadística (Batanero, Godino, Green, Holmes, y Vallecillos 1994), ¿qué nos hace pensar que es más sencillo para los profesores? Muchos profesores, como Carmen, no aprendieron estadística cuando eran estudiantes, así que el desafío es doble. Muchos otros que sí tuvieron la fortuna, la aprendieron desde un punto de vista formal, bajo la concepción de la estadística como un conjunto de procedimientos (Watson, 1998). Para estos profesores el desafío no es más sencillo. Tendrán que re-aprender una nueva versión de la estadística de modo que se ajuste a los requerimientos de la reforma; esto es, desaprender lo aprendido, adoptar una nueva forma de pensar acerca de la estadística y adoptar una nueva forma de aprenderla. La concepción de la estadística como un conjunto de herramientas que se aprende *a priori* para solucionar problemas que se tendrán *a posteriori* no es pertinente. El punto de partida de la enseñanza de la estadística debe ser los problemas reales. ¿Cómo pueden los profesores de estadística ser responsables del aprendizaje estadístico de sus estudiantes si ellos apenas están aprendiendo la estadística? Visto de esta manera Carmen realmente progresó en la enseñanza de la estadística. Es fácil para los diseñadores de políticas educativas proponer cambios drásticos en el currículo. Infortunadamente, los profesores tienen pocas posibilidades de aprendizaje en sus instituciones y muy poca ayuda para afrontar los problemas que este aprendizaje conlleva.

Los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio (MEN 2003) parecen reconocer algunos problemas que los estudiantes tendrían aprendiendo estadística; pero desde la perspectiva de Carmen el estado no ha actuado como si reconociera los problemas de los profesores. El estado ha actuado como si él asumiera que la reforma ocurrirá si a los profesores se les dice que hay que reformar. Nuevas metas fueron establecidas y nuevas demandas para conseguir las metas también fueron establecidas. ¿Por qué si los estudiantes necesitan tiempo para aprender no se considera que los profesores también necesitan este espacio? ¿Cuál es la ayuda que los profesores necesitan para asumir este cambio?

El salón de Carmen revela muchas ambigüedades. Sin embargo, ella ha sido más exitosa apoyando a sus estudiantes en el aprendizaje de la estadística que lo que ha sido la reforma apoyándola a ella en la enseñanza de la estadística como está descrito en los estándares de calidad. Esto parece admirable. Carmen ha buscado la forma de incluir la enseñanza de la estadística en su currículo de matemáticas y ella lo ha hecho de una forma que parece bien adaptada a su institución. Carmen sin duda alguna es una profesora excepcional. Aunque ella no ha tenido preparación formal para enseñar estadística, ha buscado los medios para que la estadística tenga lugar en su aula de clase. Esto es único, pues numerosos son los casos de profesores que sintiéndose no competentes para enseñar estadística simplemente la excluyen de los currículos. Sabemos que allá, en la realidad escolar, hay muchos profesores que como Carmen están haciendo un gran esfuerzo por incluir la estadística en el aula de clase pero también sabemos que hay muchos otros que al contrario de Carmen excluyen la estadística de la enseñanza. Tanto los primeros como los últimos necesitan de comunidades de apoyo para conseguir retroalimentación en sus esfuerzos y para ganar la confianza necesaria para iniciar algún esfuerzo.

CONCLUSIONES

La descripción presentada en este artículo es solo un ejemplo de lo que pasa en uno de nuestros salones de clase de matemáticas. Nosotros nos hemos atrevido a describirlo y a reflexionar sobre él, pero sabemos que este caso no es particular. Por el contrario, este caso

ejemplifica lo que pasa en muchos salones de clase. Los profesores tienen múltiples demandas en su labor pero para asumir algunas ellos no están preparados.

La clase de Carmen fluyó tranquilamente y a los ojos de muchos podría considerarse una clase modelo. Los estudiantes hicieron lo que se les propuso, estuvieron involucrados en las actividades, Carmen tuvo el control de la clase (en términos de las normas) pero el lenguaje estadístico estuvo ausente. Aunque en esta clase se estudió una *distribución de frecuencias*, el lenguaje asociado a esta temática tal como: *frecuencias, variable, tabla de frecuencias, gráfico de barras, histograma, muestra, población* no fue evidente. Carmen reconoce que el lenguaje es importante pero reconoce también que no lo hace porque no sabe cómo hacerlo.

La clase de Carmen se fundamentó en la acción del estudiante, pero fue una acción que siguió paso a paso las orientaciones de la profesora. Al estudiante se le demandó acción, pero estas acciones correspondían a seguir formatos predeterminados que ayudaron poco a la comprensión de los objetos estadísticos. En esta clase el procedimiento primó sobre la comprensión y los estudiantes no tuvieron oportunidad de explicar, justificar, resolver, predecir, modelar, reformular, y sugerir nuevos modos como es indicado en la reforma. Aunque Carmen declaró seguir las orientaciones de la reforma, la clase muestra que es necesario incluir elementos adicionales para que la clase de cuenta de los nuevos desafíos curriculares.

Es este entonces un llamado a escuchar la voz de los profesores. Muchos profesores, como Carmen, están interesados, están abiertos, están dispuestos pero necesitan asistencia. Es necesario el diseño de propuestas de desarrollo profesional para apoyar a los profesores como Carmen que tienen bajo su responsabilidad la enseñanza de cursos que no son su especialidad. Por nuestra experiencia sabemos que esto es más común de lo que se suele pensar. Hay cantidad de profesores que están asumiendo la enseñanza de la estadística y no están preparados para ellos. Creemos que estimular la reflexión crítica y profunda de los profesores sobre su propia práctica podría ser un camino para apoyar la adopción de la reforma, pero esto requiere el diseño e implementación de programas de formación continuada de profesores que sean interactivos con su propia práctica (Penuel, Fishman, Yamaguchi, y Gallagher, 2007)

Agradecimientos

Agradecimientos especiales a Carmen, una profesora excepcional y comprometida que muy amablemente nos abrió su salón de clases y estuvo dispuesta a compartir todas las tensiones que enfrenta en la enseñanza de la estadística.

Agradecemos al Instituto colombiano para el fomento de la ciencia y la tecnología –Colciencias– su apoyo bajo el contrato 782 de 2009 Código 1115-489-25309

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., y Garfield, J. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE): College report*. (R. Gould, L. Robin, T. Moore, A. Rossman, B. Stephenson, J. Utts, y otros, Edits.) Alexandria, VA: American Statistical Association.

- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P., y Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527–547.
- Carmen. (10 de Mayo de 2010). Entrevista. (L. Zapata, Entrevistador)
- Carmen. (11 de Agosto de 2010). Entrevista . (L. Zapata, Entrevistador)
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y otros. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- ICFES. (2010). *ICFES mejor Saber 5° y 9°*. Recuperado el 5 de Agosto de 2010, de Instituto colombiano para la evaluación de la educación:
<http://www.icfes.gov.co/saber59/>
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- MEN. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Centro de Pedagogía Participativa.
- Penuel, W. R., Fishman, B. J., Yamaguchi, R., y Gallagher, L. P. (2007). What makes professional development effective? Strategies that foster curriculum implementation . *American Educational Research Journal*, 44(4), 921-958.
- Pérez, P. (2009). Problemas y ejercicios en matemáticas. *Innovación y Experiencias Educativas*, 15, 1–9.
- Pfannkuch, M., y Wild, C. (1998). Investigating the nature of statistical thinking. *Fifth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 5)*. Singapore: IASE.
- Pfannkuch, M., y Wild, C. (2000). Statistical Thinking and Statistical Practice: Themes Gleaned from Professional Statisticians. *Statistical Science*, 15(2), 132–152.
- Watson, J. M. (1998). Professional development for teachers of probability and statistics: Into an era of technology. *International Statistical Review*, 66(3), 271-289.
- Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223 – 265.

Anexo 8: Ponencia en evento Internacional. ICME 12

TEACHERS' QUESTIONS IN THE STATISTICS CLASS²¹

Lucia Zapata

luzapata@ayura.udea.edu.co

Universidad de Antioquia, Colombia

Pedro Rocha

pgrocha@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Abstract

This study investigated the statistical knowledge for teaching but focused mainly in the type of questions that the teachers ask in the classroom. Information was gathered from classroom observations and interviews. The information was analyzed using discourse analysis and learning community meetings. Main results reveal that the predominant types of questions in Colombian statistics classroom are low order thinking.

INTRODUCTION

There is empirical evidence that teachers' knowledge strongly influence students' learning (Hill & Ball, 2004). Teachers' knowledge has been a matter of interest in research. Some authors have studied teachers' knowledge as the result of teacher preparation and teachers experience while others have studied what teachers do with that content knowledge. This is the abilities of the teacher to understand and use subject matter knowledge to accomplish the tasks of teaching. In other words, how the content knowledge is used in the class. In this view, teachers' knowledge goes beyond subject courses taken in college or results in content tests. Consequently, teachers' knowledge cannot only be pictured by means of teachers' subject matter skills but by means of teachers' use of specific representations, explanations, and analysis of students' solutions. The skills the teacher places on the design of student' assignment, management of class discussion and questioning in the class is a better indicator of teacher knowledge than that offered by the teachers' subject matter skills.

In this research, we were interested in the teachers' knowledge that is displayed in the statistic class at different educational levels. We studied different aspects that account for statistical knowledge for teaching such as teachers' explanations and representations, type of examples displayed, ways of dealing with students' difficulties; class design and evaluation, and type of questions exhibited. In spite of the different aspects studied, in this paper and because of space constrains we will only report the results related to the teachers' questions posed in the statistics class.

BRIEF LITERATURE REVIEW

Questions in the classroom play a very important role in the teaching and learning. Effective questioning reveals the teachers' knowledge about the subject and about students' information processes (Moyer & Milewicz, 2002). The importance of teachers' questions

²¹ This research was supported under a grant from COLCIENCIAS – Colombian Institute for Science and Technology Development "Francisco José de Caldas"– contract 782 of 2009 Code 1115-489-25309

in the statistics classroom cannot be underestimated. The questions the statistics' teacher exhibits in class are a very good way to look at the class quality and at the teachers' knowledge. These questions are important in shaping the classroom atmosphere that allows the development of students' statistical thinking. Questions in the statistics classroom have different intentions. Some questions can be used for provoking students thinking, for analyzing students' thoughts, for initiating students' discussions and for reviewing material. Several studies have focused on teachers questioning in the classroom. Some scholars have categorized and count the teachers' questions in an effort to predict students' achievement (Cotton, 1989; Hancock, 1995; Adedoyin, 2010). Others have focused on the different types of questions and have studied if different types of questions lead to different levels of students thinking. Some of these studies have focused on higher order questions (Brualdi, 1998), factual questions (Vacc, 1993), open-ended questions (Hancock, 1995; Vacc, 1993) and probing questions (Newmann, 1988).

METHODOLOGY

We gathered information from: Twenty Colombian elementary through high school statistics classrooms observations, teachers' interviews before and after a statistics class, teachers' artifacts and research group discussions meetings. Classroom observations were kept in video and interviews were kept in audio. We analyzed the information using discourse analysis technique with the aim of Atlas.ti software. Additionally, we get together in a learning community in which some of the members were the statistics teachers. Although our focused was primarily the statistical knowledge for teaching, we also took some time in the learning community to rethink and redesign the statistics classes. This last aspect has the purpose of trying to respond the observed tensions and having something for teachers to take to the classroom.

KEY RESULTS

Several patterns emerged from the questioning that took place in the classrooms observations that seemed indicative of differences in questioning. We categorized these patterns as:

Close Questions: These are the questions the teacher posed when interested in getting a specific answer. Most of the time these were related to the expressions such as: how many, which one, what is. From time to time teachers specifically asked for definition of concepts. Some examples of questions in this category are: How many red cards are there in a deck of cards? What is the sample space in this experiment? In tossing a fair coin, what is the probability of getting heads? What is probability for you? How can we define random?

Procedural Question: Sometimes teachers were interested in examining the way of carrying out certain algorithmic routine. Examples of these questions are: How can you find the average? How can we calculate probability? How can we get a specific value of the sample space?

Monitoring Questions: Sometimes teachers used these questions to check if students were following certain explanations. These questions are intended for examining students' pace in the class but not necessarily to study students' understanding in a deep way. Some

examples of these questions are: What is the sample in this example? What is what we need to find in this exercise? Does somebody have any question up to hear? Is this a possibility in the game?

Analysis Questions: These are the higher order questions and different versions of them included teachers demand for justification, reasoning, prediction or decision making. Teachers explored the reasons students give for certain actions or decisions, checked on students' ability to use information for making conclusions, pushed students to reason about the validity of certain information, gave information and asked students to make decisions. Although these types of questions were very absent in the classification, we present some examples: What are the reasons you have to say that player A has some advantages over player B? What would be the usefulness of knowing the probability of an event? What do you think of your classmate reasoning? We toss a die, if we get a divisor of three I clean the dishes, but if we get a divisor of two you clean the dishes. Is this proposal fair?

The classification revealed that *Close Questions* took place in the classroom 50.5% of the times, *Procedural Questions* 13.4%, *Monitoring Questions* 15.4%, and *Analysis Questions* 17.5%. These results make public that we are still privileging the low order questions and using very few questions to stimulate higher order thinking. This suggests that it is necessary to think the design of Colombian statistics classes in terms of challenging questions that contribute to high quality learning.

REFERENCES

- Adedoyin, O. (2010). An investigation of the effects of teachers' classroom questions on the achievements of students in mathematics: Case study of botswana community junior secondary schools. *European Journal of Educational Studies* , 2 (3), 313–329.
- Brualdi, A. (1998). Classroom questions. *ERIC/AE Digest*, ED422407.
- Cotton, K. (1989). *Classroom questioning*. Northwest Regional Educational Laboratory: School improvement research series (SIRS).
- Hancock, C. L. (1995). Enhancing, mathematics learning with open-ended questions. *The Mathematics Teacher* , 88 (6), 496–499.
- Hill, H. C., & Ball, D. L. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's Mathematics Professional Development Institutes. *Journal for Research in Mathematics Education* , 35 (5), 330-351.
- Moyer, P. S., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: Categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education* (5), 293–315.
- Newmann, F. (1988). A test of higher-order thinking in social studies: Persuasive writing on constitutional issues using NAEP approach. *Social Education* , 54 (4), 369–373.
- Vacc, N. (1993). Implementing the professional standards for teaching mathematics: Questioning in the mathematics classroom. *Arithmetic Teacher* , 4 (2), 88–91.

Anexo 9: Carta de aceptación de ponencia CIAEM



CIAEM CME

Organización Afiliada - Organização Afiliada - Affiliate Organization
International Commission on Mathematical Instruction

Comité Interamericano de Educación Matemática
Comitê Interamericano de Educação Matemática

Inter American Committee of Mathematics Education

Fundado Foun

DIRECTIVA

Comité ejecutivo

Presidente

Angel Ruiz (Costa Rica)
angelruizz@racsa.co.cr
<http://angelruizz.com>

Vicepresidentes

Eduardo Mancera (México)
eduardo_mancera@prodigy.net.mx

Patrick Scott (Estados Unidos)
pスコット@nmsu.edu

Secretario

Hernán Miranda (Chile)
hernan.miranda.vera@gmail.com

Vocal

Hugo Barrantes (Costa Rica)
habarran@gmail.com

Presidenta anterior

Salett Biembengut (Brasil)
salett@furb.br

Consejo de coordinadores especiales

Coordinadores XIII CIAEM

Rute Borba (Brasil)
rborba@ce.ufpe.br

Carlos Monteiro (Brasil)
cefmonteiro@hotmail.com

Coordinador de medios tecnológicos

Hernán Miranda (Chile)
hmiranda@nmsu.edu

Expresidentes

Ubiratan D'Ambrosio (Brasil)
ubi@usp.br

Eduardo Luna (República Dominicana-USA)
eluna@mail.barry.edu

Fidel Oteiza (Chile)
foteiza@comenius.usach.cl

Carlos Vasco (Colombia)
carlos@pz.harvard.edu

Salett Biembengut (Brasil)
salett@furb.br

Página XIII CIAEM
<http://xiii.ciaem-iacme.org>

March 13, 2011
San José, Costa Rica

Professor
Lucia Zapata cardona
Colombia

Dear professor,

I am very pleased to inform you that your submission with the title **"Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza"** has been accepted by the *International Program Committee* of our *XIII Inter American Conference on Mathematics Education (XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática)*, to be held in Recife, Brazil, June 26-30, 2011.

As you should know, for a definitive inclusion of a contribution in the scientific program at least one of its authors must pay the conference fees before April the 30th, 2011.

Thank you very much for accompanying us in our conference. We are looking forward to see you in Recife.

Regards

Angel Ruiz
President
IACME-CIAEM

Cc/ files iacme-xiii-ciaem

Anexo10: Carta de aceptación de ponencia Internacional. PME



35TH CONFERENCE OF
THE INTERNATIONAL GROUP
FOR THE PSYCHOLOGY OF
MATHEMATICS EDUCATION
10 - 15 JULY 2011 ANKARA / TURKEY
<http://www.pme35.metu.edu.tr/>

Dr. Lucia Zapata-Cardona
Universidad de Antioquia
Cra 88 N 92 F 81 Apto 14-201
00000 Medellín
Colombia

Ankara, Turkey, 03/jun/2011

To Whom It May Concern

This is to confirm that **Dr. Lucia Zapata-Cardona** is welcome to participate in **The 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, to be held in Ankara, 10-15 July 2011.

Please note that registration fees, travel, living and accommodation expenses will not be supported by the conference organization.

Dr. Lucia Zapata-Cardona is author/co-author of the following accepted contribution(s):

Title: Teachers' Attitudes toward Statistics

Type of Submission: Short Oral (SO)

Author(s): Zapata-Cardona, Lucia

Presenting Author: Zapata-Cardona, Lucia

Status: Congratulations! Your Short Oral has been accepted for PME 35.

We look forward to seeing Dr. Lucia Zapata-Cardona.

Yours sincerely,

Behiye Übüz
PME 35 Conference Chair
Orta Doğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ)
Middle East Technical University (METU)
Ankara, Turkey

Anexo 11: Carta de aceptación ponencia Nacional ASOCOLME

ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA - ASOCOLME -

Julio 27 de 2011

Profesor(as)
Hernán Bedoya
Javier López
Eder Echavarría
Lucía Zapata
Cordial saludo.

El Comité Organizador del 12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, le informa que su propuesta **NOCIONES INTUITIVAS SOBRE COMBINATORIA EN PRIMARIA**

Ha sido evaluada y aceptada en la modalidad de **COMUNICACIÓN BREVE**

Le recordamos que para su publicación en la memoria del Encuentro debe enviarla ajustada a las normas correspondientes a la modalidad en la que fue aprobada y con el formato básico de publicación entre el 20 y 30 de agosto del presente año. Debe anexar la copia de la inscripción al congreso. Si no se cumple con estas condiciones y no es enviada en las fechas solicitadas no será publicada en las memorias.

Cordialmente,

Pedro J., Rojas, Gloria García, Arbey Grisales, Hno José Julián Muñoz, Liliana Patricia Ospina, Eliecer Aldana, Efraín Hoyos

Comité Organizador

Anexo 12: Carta de aceptación ponencia Internacional ICME 12

[ICME-12] Notification of Abstract Acceptance

De: icme12@icme12.org

Enviado: miércoles, 01 de febrero de 2012 06:05:34 p.m.

Para: minervaluka@hotmail.com



TOPIC: **[TSG12] Teaching and learning of statistics**

PAPER NUMBER: #950

PAPER TITLE: Teachers' questions in the statistics classroom

AUTHORS: * Lucia Zapata, Pedro Rocha

Dear Lucia Zapata,

Thank you for your contribution to the 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12), to be held in Seoul, Korea from July 8th to 15th, 2012.

With recommendations of reviewers of TSG12, it is my pleasure to inform you the above referenced proposal has been accepted for ICME-12.

*Title : **Teachers' questions in the statistics classroom***

*Presentation Type : **Long***

The detailed presentation schedule will be announced afterward from the ICME-12 website.

We kindly request you to submit the final version of paper via the on-line submission system by April 10, 2012. Please follow the instruction below and upload your final paper formatted with the ICME-12 Template. The final paper will be taken in the USB electronic pre-proceedings, which is to be distributed to the participants at the Conference.

It is highly requested that you refer to the ICME-12 Template at the website so that you become fully aware of the submission instructions. We express once again our wholehearted gratitude to you for your overall support and work for ICME-12. For any inquiries, please do not hesitate to contact the Secretariat of ICME-12 at icme12@icme12.org

Best Regards,

Dani Ben-Zvi
Co-chair of TSG 12

Anexo 13: Certificado participación em Evento Internacional CIAEM

Certificado



Certificamos que **Lucia Zapata Cardona** apresentou a Comunicação Oral **Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza** na XIII CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática realizada no período de 26 a 30 de junho de 2011 na Universidade Federal de Pernambuco - Recife - PE - Brasil.

Recife, 30 de junho de 2011.

Angel Ruiz
Presidente
Comitê Interam. de Educação Matemática

Carlos Monteiro
Comissão Organizadora Local

Rute Borba
Comissão Organizadora Local

Anexo 14: Certificado participación evento Internacional PME



**35th CONFERENCE OF THE
INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION**

10-15 JULY 2011 ANKARA / TURKEY

CERTIFICATION

This is to verify that Mr. / Ms.

Lucia Zapata-Cardona

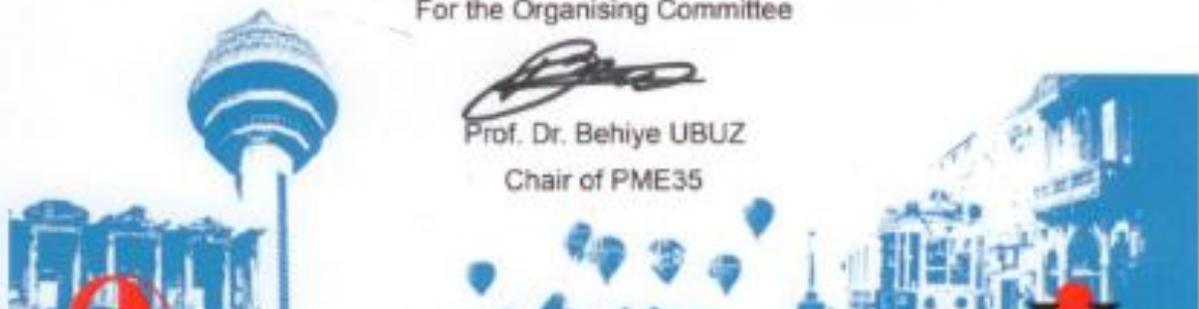
has presented the paper entitled

TEACHERS' ATTITUDES TOWARD STATISTICS

**in the context of the scientific program
of the 35th Conference of the International Group
for the Psychology of Mathematics Education
held in Ankara, Turkey, on the 10 - 15th of July, 2011**

For the Organising Committee

Prof. Dr. Behiye UBUZ
Chair of PME35



Anexo 15: Certificado de participación en Curso. Coloquio Distrital



Anexo 16: Certificado de participación en evento de carácter Nacional ASOCOLME

		
CERTIFICAN QUE:		
EDER AUGUSTO ECHAVARRÍA		
PARTICIPÓ COMO PONENTE		
EN EL 12º ENCUENTRO COLOMBIANO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, REALIZADO EN ARMENIA, QUINDÍO, LOS DÍAS 6, 7 Y 8 DE OCTUBRE DE 2011.		
 GLORIA GARCÍA OLIVEROS PRESIDENTA ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA ASOCOLME	 HNO. JOSÉ JULIÁN MUÑOZ BURGOS RECTOR COLEGIO SAN JOSÉ, ARMENIA HERMANOS MARISTAS DE LA ENSEÑANZA	 ARLES LÓPEZ ESPINOSA DECANO FACULTAD DE EDUCACIÓN UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

Anexo 17: Certificado de participación en evento de carácter Nacional. ASOCOLME



CERTIFICAN QUE:

HERNÁN DARÍO BEDOYA B.

PARTICIPÓ COMO PONENTE

**EN EL 12º ENCUENTRO COLOMBIANO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA,
REALIZADO EN ARMENIA, QUINDÍO, LOS DÍAS 6, 7 Y 8 DE OCTUBRE DE 2011.**

GLORIA GARCÍA OLIVEROS
PRESIDENTA ASOCIACIÓN COLOMBIANA
DE MATEMÁTICA EDUCATIVA ASOCOLME

HNO. JOSÉ JULIÁN MUÑOZ BURGOS
RECTOR COLEGIO SAN JOSÉ, ARMENIA
HERMANOS MARISTAS DE LA ENSEÑANZA

ARLES LÓPEZ ESPINOSA
DECANO FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

Anexo 18: Certificado Publicaciones en revisión. Tecné, Episteme y Didaxis

TECNÉ, EPISTEME Y DIDAXIS

Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología * Universidad Pedagógica Nacional



INICIO ACERCA DE... ÁREA PERSONAL BUSCAR ACTUAL ARCHIVOS ANUNCIOS

RESÚMENES DE TESIS

[Inicio](#) > [Usuario/a](#) > [Autor/a](#) > [Envíos activos](#)

Envíos activos

ACTIVO ARCHIVO

ID	MM-DD ENVIAR	SECC.	AUTORES	TÍTULO	ESTADO
906	03-16	ART	Zapata Cardona, Rocha Salamanca	EQUIDAD DE GÉNERO EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS	Esperando asignación

CONTENIDO DE LA REVISTA

Buscar

Todos

Buscar

Navegar

- [Por número](#)
- [Por autor](#)
- [Por título](#)
- [Otras revistas](#)

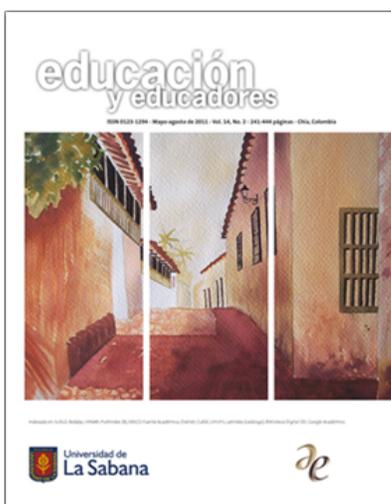
Anexo 19: Certificado de publicaciones en revisión. Educación y Educadores



Universidad de
La Sabana

Busc
DII

INICIO ACERCA DE... BUSCAR ACTUAL ARCHIVOS



Inicio > Usuario > Autor > Envíos activos

ACTIVO		ARCHIVO			
ID	MM-DD ENVIAR	SECC.	AUTORES	TÍTULO	ESTADO
2141	03-21	ART	Zapata Cardona, Rocha Salamanca	LA CLASE DE ESTADÍSTICA MÁS ALLÁ DE LA REFORMA	Esperando asignación

1 - 1 de 1 elementos

Comenzar un nuevo envío

PULSE AQUÍ para ir al primer paso del proceso de envío (5 pasos).

Anexo 20: Resúmenes de Trabajos de Grado y de Maestría

Trabajo: Intuiciones Combinatorias en Cuarto de Primaria

Estudiantes:

Hernán Darío Bedoya Bustamante

Javier Enrique López Bedoya

Eder Augusto Echavarría Mendoza

Nivel: Pregrado

Asesora: Lucía Zapata

Resumen

En este estudio se exploran las estrategias intuitivas de estudiantes de cuarto grado al resolver problemas combinatorios. La información se recogió mediante entrevistas semi-estructuradas con ocho estudiantes en edades entre ocho y diez años. Se diseñaron tareas combinatorias que funcionaron como dispositivos en las entrevistas, las cuales fueron grabadas en video y audio. El análisis se llevó a cabo mediante el análisis de contenido con apoyo del software Atlas.ti. Los resultados revelan que los estudiantes tienen diferentes formas de aproximarse a la solución de problemas de tipo combinatorio. Algunos se aproximan usando estrategias de ensayo error, otros exploran mediante formas sistemáticas rudimentarias, otros mediante formas un poco más sistemáticas y además consistentes pero que no siempre ayudan a encontrar todo el espacio muestral, y otros logran encontrar un sistema consistente.

Trabajo: Significado sobre Promedio Aritmético de Estudiantes de Quinto Grado

Estudiante: Luis Miguel Marrugo Escobar

Nivel: Pregrado

Asesora: Lucia Zapata

Resumen

El promedio aritmético es un objeto matemático que cuenta con una definición formal en nuestros días, pero su evolución histórica ha mostrado que hay varias ideas primitivas a este; las cuales en la actualidad continúan funcionando como fundamento para la formalización de los significados sobre concepto de promedio. En esta investigación se estudió cómo la presentación de problemas relacionados con el promedio aritmético desde un planteamiento histórico epistemológico modifica el significado y por ende la solución de dichos problemas.

Esta propuesta se desarrolló bajo el enfoque interpretativo de la investigación cualitativa. Los participantes fueron ocho estudiantes con edades entre los 9 y 12 años que cursaban el grado quinto de primaria. La información se recogió mediante entrevistas semi-estructuradas que proponían resolver dos problemas asociados con el promedio aritmético. Dichos problemas fueron formulados desde cinco perspectivas que atienden al desarrollo epistemológico del concepto de media: Promedio aritmético, valor típico, valor representativo, punto de equilibrio y reparto justo. Los problemas fueron presentados a los estudiantes empezando por el planteamiento que es, epistemológicamente, más reciente; hasta llegar al que es, epistemológicamente, más primitivo. Las entrevistas fueron grabadas en video para facilitar el análisis posterior. El análisis se llevó a cabo mediante el análisis de contenido. Los hallazgos más relevantes muestran que los estudiantes dan diferentes significados al promedio aritmético y que el planteamiento de los problemas desde la concepción más primitiva del promedio, tiene una fuerte influencia en la solución exitosa.

Palabras claves: Educación estadística, promedio aritmético, valor típico, valor representativo, punto de equilibrio, reparto justo.

Trabajo: Aleatoriedad: Nociones previas en estudiantes de enseñanza media

Estudiante: Edison Alexander Restrepo Gil

Nivel: Maestría

Asesora: Lucia Zapata

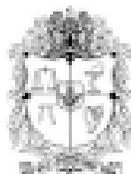
Resumen:

El presente trabajo indagó las nociones previas de aleatoriedad en estudiantes de décimo grado. Es importante estudiar las nociones previas de aleatoriedad puesto que son el fundamento del desarrollo de la teoría combinatoria. Este trabajo se llevó a cabo bajo el enfoque interpretativo del paradigma de investigación cualitativo y tuvo como participantes 35 estudiantes del grado decimo de una institución educativa de carácter público en un municipio del Valle de Aburrá. El trabajo de campo se llevó a cabo en cinco secciones de clase de una hora cada una y se orientó con la ayuda de dos guías de trabajo inspiradas en el ciclo investigativo PPDAC propuesto por (Wild y Pfannkuch, 1999).. La información se recogió de los artefactos documentales de los estudiantes al solucionar las guías de trabajo, observaciones en el aula de clase y entrevistas semi-estructuradas con algunos de los estudiantes de la clase al terminar el trabajo de campo. Los resultados más destacados revelan que los estudiantes tienen diferentes nociones sobre aleatoriedad. Algunos estudiantes tienen nociones que he llamado ingenuas que se caracterizan por atribuir los resultados exclusivamente a la suerte. Otros estudiantes han revelado nociones subjetivas y se caracterizan porque están basadas en creencias, gustos, convicciones, deseos, ilusiones o expectativas personales. Y finalmente otros estudiantes tienen nociones sustentadas y se caracterizaran porque identifican regularidades o patrones que son determinantes en la toma de decisiones.

Referencia

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review* (67), 223-248.

Anexo 21: Carta certificación Asesoría Trabajo de Maestría



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN

FACULTAD DE CIENCIAS
MAestría EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Medellin, 21 de marzo de 2012

Señores
Colciencias

Cordial saludo

La coordinación de la Maestría informa la profesora Olga Lucia Zapata Cardona identificada con cédula de ciudadanía número 43587093, asesoro el Trabajo Final de Maestría, "Aleatoriedad: Nociones previas en estudiantes de Enseñanza Media" del Estudiante, Edison Alexander Restrepo Gil (cédula 15453633),

El trabajo ya fue en entregado y se encuentra en proceso de evaluación

La coordinación de la Maestría agradece su participación, colaboración y compromiso con nuestro programa y con la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellin.

Cordialmente,

Arturo Jessie Manuel
Coordinador

Gloria A. Ruiz:

Calle 59A No.63-20 BLOQUE 21 piso 2 Oficina 205
Teléfono: (057) 4309888 Extensión 46358
Correo electrónico: maescen@unal.edu.co
Portal: <http://maescen.medellin.unal.edu.co>
Medellin Colombia, Sur América

Anexo 22: Resolución admisión estudiantes doctorales



1803

RESOLUCIÓN DEL DEPARTAMENTO DE ADMISIONES Y REGISTRO 002

18 de enero de 2012

Por la cual se notifica la aceptación de 9 aspirantes al programa de **Doctorado en Educación**, adscrito a la Facultad de Educación, de la Universidad de Antioquia, para el primer semestre del 2012.

EL JEFE DEL DEPARTAMENTO DE ADMISIONES Y REGISTRO de la Universidad de Antioquia, en uso de sus atribuciones legales y estatutarias y en especial la que le concede la Resolución Rectoral No. 5550 del 13 de febrero de 1995.

CONSIDERANDO:

1. Que mediante Resolución 645, del 28 de octubre de 2011, el Comité Central de Posgrado, fijó los criterios de admisión, los cupos y el punto de corte para la octava cohorte de la **Doctorado en Educación**.
2. Que los admitidos certificaron la competencia lectora en lengua extranjera, establecido como requisito de admisión por el Acuerdo Académico 334 del 20 de noviembre de 2008.
3. Que la evaluación de la propuesta de investigación (30%), la sustentación oral de la propuesta ante una Comisión Académica designada por el Comité de programa de Doctorado (20%), la entrevista (20%) y la evaluación de la hoja de vida (30%), fueron realizados por la Facultad de Educación.
4. Que mediante comunicación recibida el 18 de enero, la jefa del departamento de Educación Avanzada María Alexandra Rendón Uribe de posgrado, reportó los resultados obtenidos por los estudiantes admitidos.

RESUELVE:

Artículo único: Notificar la aceptación para ingresar al programa de **Doctorado en Educación**, adscrito a la Facultad de Educación, para el primer semestre de 2012 a los siguientes aspirantes:

- | | | |
|-------------|-----------------------------------|--------------------|
| 1. 71714609 | Horacio Pérez Henao | Educación Superior |
| 2. 34566084 | Gina Ingrid Guerra Castillo | Educación Superior |
| 3. 43737849 | Luz Bibiana Marín Flórez | Educación Superior |
| 4. 87450742 | Miguel Orlando Betancourt Cardona | Educación Superior |

Anexo 23: Convenio de cooperación entre la Universidad de Antioquia y Distrital

CONVENIO DE COOPERACIÓN PARA LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA
No. 8707-001-2009
CELEBRADO ENTRE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA (CENTRO DE
INVESTIGACIONES EDUCATIVA Y PEDAGÓGICAS –CIEP- DE LA FACULTAD DE
EDUCACIÓN) Y LA UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

MARTA LORENA SALINAS SALAZAR, mayor de edad, con domicilio en la ciudad de Medellín, con cédula de ciudadanía 42.999.839, en su calidad de Decana de la Facultad de Educación, quien en virtud de la Resolución Rectoral 21000 del 14 de junio de 2005, obra en nombre de LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA, ente universitario autónomo con régimen especial, vinculado al Ministerio de Educación Nacional, sin ánimo de lucro y cuya creación fue determinada por la Ley 71 de 1878 del extinguido Estado Soberano de Antioquia, y cuya personería jurídica deriva de la Ley 153 de 1887, regida por la Ley 30 de 1992 y demás disposiciones aplicables de acuerdo a su régimen especial, quien en adelante se denominará LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA; y, CARLOS OSSA ESCOBAR, mayor de edad identificado con cedula de ciudadanía 17'183.982 de Bogotá, quien debidamente autorizado en su calidad de RECTOR, actúa en nombre y representación de LA UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS, quien en adelante se denominará LA UNIVERSIDAD DISTRITAL se ha celebrado el presente Convenio de Investigación, previas las siguientes

DECLARACIONES:

1. La UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA –CIEP- declara:

1.1. Que es un Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas, adscrito a la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, Institución de Educación Superior y pública, con capacidad jurídica de conformidad con su ley orgánica de celebrar convenios que ayuden al cumplimiento de sus objetivos como son impartir educación superior y realizar investigaciones principalmente acerca de las condiciones y problemas nacionales.

1.2. Que desde 1967 ha desarrollado importantes proyectos de investigación educativa con COLCIENCIAS, el Ministerio de Educación Nacional, las Facultades de Educación del país, el CORPES de Occidente y otros importantes organismos nacionales e internacionales de gestión educativa.

1.3. Que nombra a LUCIA ZAPATA CARDONA docente de la Facultad de Educación adscrita el departamento de enseñanza de las ciencias y las artes como investigadora principal, responsable de la ejecución de la investigación “Qué es y qué debe ser en Educación Estadística” del presente convenio.

1.4 LUCIA ZAPATA CARDONA declara que tiene su domicilio legal en Medellín, Departamento de Antioquia, República de Colombia y que tiene conocimiento de la importancia de la investigación “Qué es y qué debería ser en Educación Estadística”.

2. La UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS declara:

ANEXO N.24: INFORME DE EJECUCIÓN FINANCIERA CONSOLIDADO

							Cifras en pesos (\$)	
Período de ejecución	Febrero 25 de 2010 Febrero 25 de 2012			Fecha de presentación del informe	Marzo 26 de 2012			
Entidad ejecutora	Universidad de Antioquia							
Entidad beneficiaria	Universidad de Antioquia							
Título del Proyecto:	QUÉ ES Y QUÉ DEBE SER EN EDUCACIÓN ESTADÍSTICA EN COLOMBIA							
Código	1115-489-25309			Contrato No.	782 de 2009			
RUBROS	APORTES DE COLCIENCIAS				APORTES DE CONTRAPARTIDA			
	PRESUPUESTO APROBADO	MODIFICACIÓN		PRESUPUESTO VIGENTE	TOTAL EJECUCIÓN ACUMULADA	PRESUPUESTO APROBADO	TOTAL EJECUCIÓN ACUMULADA	
		REDUCCIÓN	AUMENTO					
1. Personal Científico								
Contratado para el Proyecto	24.965.025		4.000.000	28.965.025	24.679.000	93.697.823	160.405.078	
2. Equipos								
Equipo Propio								
Adquirido o arrendado	18.176.800			18.176.800	15.574.800	1.000.000	359.895	
3. Materiales	2.627.975			2.627.975	1.969.694	300.000	33.127	
4. Software	4.000.000	4.000.000		0				
5. Viajes	11.250.000			11.250.000	11.250.000	7.500.000	6.002.862	
6. Salida de campo	3.000.000			3.000.000	1.236.800			
7. Servicios Técnicos	5.000.000			5.000.000	4.441.800		360.200	
8. Capacitación								
9. Bibliografía	3.000.000			3.000.000	3.469.000	345.000	0	
10. Publicaciones	2.000.000			2.000.000	2.000.000			
11. Propiedad Industrial/Intelectual								
10. Administración	2.220.594			2.220.594	0			
TOTALES	76.240.394	4.000.000	4.000.000	76.240.394	64.621.094	102.842.823	169.482.162	
Director Financiero				Contador				
Nombre: OLGA LUCÍA ZAPATA CARDONA				Nombre:	MARTHA NELLY MARULANDA			
				No. Tarjeta Profesional				
Firma: _____				Firma	_____			

ANEXO N.25. INFORME DETALLADO DE GASTOS POR RUBRO

Entidad Ejecutora Universidad de Antioquia

Código del Proyecto 1115-489-25309

Número del contrato: 782 DE 2009

Cifras en Pesos (\$)

1. PERSONAL: DE LA ENTIDAD O CONTRATADO PARA LA EJECUCION DEL PROYECTO				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
Feb. 2010 a Feb. 2012	Nómina U de A	Investigadora Principal - Olga Lucía Zapata		\$ 41.736.714
Feb. 2010 a Feb. 2012	Nómina U. Distrital	Coinvestigador - Pedro Rocha		\$ 118.668.364
10/12/2010	O.P. 574729	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
10/01/2010	O.P. 576234	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
10/02/2011	O.P. 581153	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
10/03/2011	O.P. 584208	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
08/04/2011	O.P. 588806	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
10/05/2011	O.P. 591783	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
10/06/2011	O.P. 595112	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
10/08/2011	O.P. 601842	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
12/09/2011	O.P. 605159	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
11/10/2011	O.P. 610570	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 810.000	\$ 90.000
15/11/2011	O.P. 616298	Auxiliar investigación - Daniel Arango	\$ 1.316.000	\$ 84.000
10/11/2010	O.P 569139	Auxiliar investigación - Jina Paola Triana	\$ 810.000	\$ 90.000
10/12/2010	O.P 574729	Auxiliar investigación - Jina Paola Triana	\$ 810.000	\$ 90.000
16/12/2010	O.P 576234	Auxiliar investigación - Jina Paola Triana	\$ 810.000	\$ 90.000
10/02/2011	O.P 581153	Auxiliar investigación - Jina Paola Triana	\$ 810.000	\$ 90.000

10/03/2011	O.P 584208	Auxiliar investigación - Jina Paola Triana	\$ 810.000	\$ 90.000
08/04/2011	O.P 588806	Auxiliar investigación - Jina Paola Triana	\$ 810.000	\$ 90.000
10/05/2011	O.P 591783	Auxiliar investigación - Jina Paola Triana	\$ 810.000	\$ 90.000
19/12/2011	O.P 622080	Auxiliar investigación - Nelly Yureima Martínez	\$ 1.316.000	\$ 84.000
16/12/2010	R. 3143	Asesor - Manfred Borovnick	\$ 5.440.500	\$ 409.500
30/05/2011	R. 5622	Asesora - Christine Annette Franklin	\$ 2.836.500	\$ 213.500
TOTAL PERSONAL			\$ 24.679.000	\$ 162.726.078

Cifras en Pesos (\$)

EQUIPOS				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
27/07/10	O.P. 138866	SONY ICD-SX700D GRABADOR DE VOZ DIGITAL - JAIRO FLÓREZ CONSUEGRA	490.000	
27/08/10	O.P. 140418	SONY ICD-SX850D GRABADOR DE VOZ DIGITAL - JAIRO FLÓREZ CONSUEGRA	674.535	24.465
19/08/10	O.P. 140048	SONY ICD-SX850D GRABADOR DE VOZ DIGITAL - DELL COLOMBIA INC	4.398.000	
06/09/10	O.P. 140815	DISCO DURO - OCHOA LEON ESTEBAN AOL GLOBAL	249.000	
14/12/11	O.P. 169174	APPLE IPAD2 - VIRTUAL S.A.S	1.650.150	59.850
24/09/10	O.P. 141966	VIDEO CÁMARA - OCHOA LEON ESTEBAN	1.398.285	50.715
22/10/10	O.P. 143687	KIT SONY - JAIRO FLOREZ CONSUEGRA	169.000	
15/02/12	O.P. 170440	DISCO DURO USB EXTERNO - C & S TECNOLOGÍA	263.044	
17/02/12	O.P. 170549	PRESENTADOR LASER MULTI / CURSOR - C & S TECNOLOGÍA	82.967	

22/02/12	O.P. 170778	VIDEO PROYECTOR INFOCUS - C & S TECNOLOGÍA S.A.	1.866.796	67.708
24/02/12	O.P. 171414	DOS IPAD - C & S TECNOLOGÍA S.A.	3.499.383	126.921
24/02/12	O.P. 171333	DISPOSITIVOS - C & S TECNOLOGÍA S.A.	833.640	30.236
TOTAL EQUIPOS			15.574.800	359.895

Cifras en Pesos (\$)

MATERIALES Y OTROS				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
23/08/10	O.P. 556912	Fotocopias - Datecsa	314	
09/09/10	O.P. 559875	Fotocopias - Datecsa	516	22
27/10/10	O.P. 565575	Fotocopias - Datecsa	86	4
26/11/10	O.P. 569476	Fotocopias - Datecsa	989	41
31/05/11	O.P. 593862	Fotocopias - Datecsa	688	29
30/12/10	O.P. 578433	Afiche la probabilidad de la investigación - Litoimpresos y servicios	50.000	
29/09/10	O.P. 142315	Insumos - Papelería Marión	77.725	12.436
25/10/10	O.P. 142411	Insumos - Papelería El Cid	10.600	1.696
08/09/10	O.P. 141171	Insumos - Suministros Mejía Gaviria	3.440	550
08/10/10	O.P. 142913	Insumos - Papelería El Punto	7.950	1.272
24/02/11	O.P. 149873	Maletín para portátil - Calderón Cardona Ltda	72.000	
15/06/11	R. 5660	Almuerzo académico con asesora Christine - La Receta y Cía S.A.	115.966	4.206
22/07/11	O.P 599263	Elaboración de afiches - Litoimpresos y Servicios Ltda	50.000	
20/09/11	S.P. 529929	Fotocopias - Datecsa	304	13
23/09/11	S.P. 529939	Fotocopias - Datecsa	1.268	

01/12/11	S.P. 529959	Fotocopias - Datecsa	2.092	
16/12/11	S.P. 353961	Fotocopias - Datecsa	254	
21/02/12	S.P. 153965	Fotocopias - Datecsa	507	
16/06/11	T.I. 26250	Alquiler auditorio - Vicerrectoría de Extensión	80.340	
24/02/12	S.P. 530959	Fotocopias - Datecsa	127	
31/08/11	S.P. 629889	Fotocopias - Datecsa	8.169	340
19/09/11	O.P. 163227	Materiales y tintas impresora - Uniplés S.A.	250.000	
06/09/11	O.P. 162635	Insumos - Papelería Marión	30.500	
28/02/12	O.P. 170938	Insumos - Papelería Marión	37.159	
10/02/12	O.P. 170295	Insumos - Suministros Mejía Gaviria	46.474	1.627
24/02/12	O.P. 171120	Insumos - Uniplés	233.895	
24/02/12	O.P. 171084	Insumos - Papelería El Punto	22.000	
24/02/12	O.P. 171070	Insumos - Jairo Flórez Consuegra	18.000	
24/02/12	O.P. 171089	Insumos - Papyser	71.700	
24/02/12	O.P. 171770	Insumos - Papelería El Cid	63.000	
24/02/12	O.P. 171791	Tintas -Uniplés	247.965	
24/02/12	O.P. 171628	Insumos - Papelería Marión	116.062	
24/02/12	O.P. 171187	Insumos - Suministros Mejía Gaviria	16.180	566
24/02/12	R. 10080	Correo - Servientrega	48.750	
24/02/12	O.P. 182668	Estuche cámara de video - AOL Global	284.675	10.325
TOTAL MATERIALES			1.969.694	33.127

Cifras en Pesos (\$)

SERVICIOS TÉCNICOS				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
27/01/11	O.P 579945	Servicio de traducción simultánea - Succes Communication Service S.A.S	441.000	49.000
18/11/11	O.P. 617522	Servicio de traducción simultánea - Succes Communication Service S.A.S	675.000	75.000
19/09/11	O.P. 607200	Diseño página web - Giovanni Montoya Alzate	1.200.000	
24/02/12	O.P. 630544	Servicio de traducción de dctos - Thomas Harold Finken	2.125.800	236200
TOTAL SERVICIOS TECNICOS			4.441.800	360.200

Cifras en Pesos (\$)

VIAJES				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
15/06/2011	O.P 596004	Tiquete aéreo Med-Bogotá-Frankfurt - Olga Lucía Zapata	3.844.326	
27/05/2011	O.P 593824	Tiquete aéreo Munich-Madrid-Panamá-Medellín-Bogotá-Madrid-Munich - Manfred Borovnick	1.769.294	
14/12/2010	R. 2994	Tiquete aéreo Atlanta-Miami-Med-Miami-Atlanta - Christine Annette Franklin	2.340.112	
06/12/2010	R. 3144	Viáticos internacionales Nov. 20 al 29 de 2010 - Manfred Borovnick	1.600.000	

30/05/2011	R. 5621	Viáticos internacionales del 23 al 28 de Mayo de 2011 - Christine Annette Franklin		1.600.000
28/06/2011	O.P. 597681	Inscripción evento de matemáticas - Olga Lucía Zapata	18.938	1.122.862
04/06/2010	O.P. 555485	Viáticos Mayo 23 al 28 de 2011 - Olga Lucía Zapata		500.000
30/06/2010	O.P. 550729	Tiquete aéreo Medellín-Bogotá-Medellín - Olga Lucía Zapata	292.867	
29/09/2010	O.P. 566197	Viáticos Oct. 2 al 10 en Bogotá - Olga Lucía Zapata		500.000
08/10/2010	O.P. 564585	Tiquete aéreo Medellín-Bogotá-Medellín - Olga Lucía Zapata	399.427	
03/12/2010	O.P. 572538	Tiquete aéreo Medellín-Bogotá-Medellín - Pedro Rocha Salamanca	403.727	
29/11/2010	O.P. 577131	Viáticos Nov. 20 al 29 de 2010 - Pedro Rocha Salamanca		780.000
11/05/2011	O.P. 584605	Tiquete aéreo Bogotá-Medellín-Bogotá - Pedro Rocha Salamanca	345.437	
06/05/2011	O.P. 595626	Viáticos Mayo 23 al 28 de 2011 - Pedro Rocha Salamanca		500.000
07/06/2011	R. 5773	transporte Medellín-aeropuerto para la asesora Christine Annette Franklin - Luís Angel Cano	60.000	
20/05/2011	O.P. 593187	Penalidad Tiquete aéreo Bogotá-Medellín-Bogotá - Pedro Rocha Salamanca	89.472	
20/05/2011	O.P. 593187	Penalidad Tiquete aéreo Bogotá-Medellín-Bogotá - Pedro Rocha Salamanca	86.400	
25/07/2011	R. 6183	Viáticos internacionales para asistir al evento PME (Psychology of Mathematics Education) que se celebrará en Ankara Turquía del 10 al 15 de Julio - Olga Lucía Zapata		1.000.000
TOTAL VIAJES			11.250.000	6.002.862

Cifras en Pesos (\$)

SALIDAS DE CAMPO				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
25/05/11	R. 5112	Transporte visita a institución educativa en Copacabana el día 15 de abril - Daniel Alexander Arango	40.000	
08/06/11	R. 5740	Transporte el día 27 de mayo visita institución educativa - Daniel Alexander Arango	40.000	
16/06/11	R. 5878	Transporte trabajo de campo en el Municipio de Copacabana, el 8 de junio de 2011 - Daniel Alexander Arango	40.000	
23/06/11	R. 5741	Transporte visita a institución educativa el 31 de mayo - Luis Miguel Marrugo	40.000	
23/05/11	O.P 593334	Transporte Trabajo de campo Entreríos Mzo. 31/2011 - Daniel Alexander Arango	56.800	
27/10/11	O.P. 611056	Asistencia evento Asocolme Oct. 6 - 9 - Javier López Bedoya	300.000	
13/10/11	O.P. 611055	Asistencia evento Asocolme Oct. 6 - 9 - Eder Echavarría	300.000	
13/10/11	O.P. 611054	Asistencia evento Asocolme Oct. 6 - 9 -Hernán Bedoya Bustamante	300.000	
22/11/11	R. 8501	Transporte salidas pedagógicas a las instituciones Federico Carrasquilla y Fe y Alegría Oct. 28 y Nov. 8 - Daniel Alexander Arango	80.000	
12/01/12	R. 9062	Transporte institución educativa Federico Carrasquilla Nov. 21 de 2011 - Daniel Alexander Arango	40.000	
TOTAL SERVICIOS TECNICOS			1.236.800	0

Cifras en Pesos (\$)

BIBLIOGRAFÍA				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
13/12/11	O.P. 168708	Compra libros - MARÍA CRISTINA REALPE	394.000	
09/08/11	R. 6352	Material bibliográfico comprado en Turquía - varios	1.000.000	
24/02/12	IMP-905448	Compra bibliografía - SPRINGER	970.000	
24/02/12	IMP-905463	Compra bibliografía - NCTMS DEFERAL	1.105.000	
TOTAL BIBLIOGRAFÍA			3.469.000	0

Cifras en Pesos (\$)

PUBLICACIONES				
FECHA DE PAGO	No. CMPBTE DE PAGO O DE EGRESO	DESCRIPCIÓN DEL GASTO	FUENTE COLCIENCIAS - VALOR EJECUTADO (\$)	FUENTE CONTRAPARTIDA - VALOR EJECUTADO (\$)
24/02/12	T.I. 34889	Publicación Libro Facultad de Educación	2.000.000	
TOTAL PUBLICACIONES			2.000.000	0

Director Financiero o quien haga sus veces
Nombre: OLGA LUCÍA ZAPATA CARDONA

Firma: _____

Contador
Nombre:
No. Tarjeta
Profesional
Firma

MARTHA NELLY MARULANDA

Anexo 26: Informe Contrapartida Universidad Distrital Francisco José de Caldas

CUADRO No. 1

Pesos (\$)

INFORME DE EJECUCION FINANCIERA		Informe No.		Periodo comprendido entre: Febrero 25 de 2010 y febrero 25 de 2012				
Entidad : Universidad Distrital Francisco José de Caldas		Unidad Ejecutora:						
Título del Proyecto: Que es y que debe ser en Educación Estadística		Código1115-489-25309		Convenio: 8707-001-2009 Contrato: 782 de 2009				
Fuentes Rubros	Aportes de COLCIENCIAS				Contrapartida			
	Total Aprobado (1)	Total Desembolsado (2)	Total Ejecutado (3)	Ejecutado durante este Periodo	Total Aprobado (1)	Total Desembolsado (2)	Total Ejecutado (3)	Ejecutado durante este Periodo
1. Personal de la Entidad Contratado para el Proyecto	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	51.961,109	118.668.364	118.668.364	118.668.364
2. Equipos Equipo Propio Adquirido o arrendado	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
3. Materiales	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
4. Viajes	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
5. Salidas de Campo (Medios de Transporte propios, Adquiridos o alquilados)	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
6. Bibliografía	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
7. Capacitación Personal	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
8. Mantenimiento y Suministros	▲ ▲	▲ ▲	▲ ▲	▲ ▲				
9. Administración	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
10. Servicios Técnicos y Consultorías	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
11. Gastos de Propiedad Industrial/Intelectual	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
12. Otros (4)	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
13. Imprevistos	▲ ▲	▲ ▲	▲ ▲	▲ ▲	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
14. Publicaciones	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
TOTALES	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	51.961,109	118.668.364	118.668.364	118.668.364

(1) Incluye las modificaciones aprobadas por COLCIENCIAS a la fecha del informe.

(2) Valores brutos, es decir, sin restar descuentos ni deducciones

(3) Incluye lo ejecutado durante el periodo del informe

(4) Se refiere a otros rubros que no figuran en este cuadro.

NOTA: Los rubros correspondientes a las casillas señaladas con: ▲ ▲ no son financiables por Colciencias, pero dependiendo de la convocatoria podría modificarse ésta condición.

Nombre y firma Director del Proyecto:

Nombre, firma y tarjeta profesional del Revisor Fiscal o Contador Fecha: Marzo 26 de 2012
 JESUS ALVARO MAHECHA RANGEL T.P. 27945-T

CUADRO No. 2

ANEXO DETALLADO DE GASTOS DE EJECUCION
 AL INFORME DE EJECUCION FINANCIERA

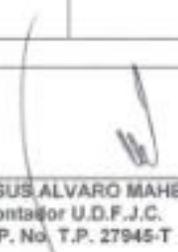
FECHA : Marzo 26 de 2012
 NOMBRE DE LA ENTIDAD: UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS
 TITULO DEL PROYECTO: QUE ES Y QUE DEBE SER EN EDUCACION ESTADISTICA
 CODIGO DEL PROYECTO: 1115-489-25309
 CONVENIO : 8707-001-2009

Pesos (\$)

RELACION DE COSTOS DEL PROYECTO					
1. PERSONAL: DE LA ENTIDAD O CONTRATADO PARA LA EJECUCION DEL PROYECTO					
FECHA DE PAGO	No. COMPROBANTE DE PAGO	CARGO	COLCIENCIAS	CONTRAPARTIDA	NOMBRE DEL PERSONAL
Feb 25/10 Hasta Feb 25/12	Nómina	Profesor		118.668.364	Pedro Gerardo Rocha Salamanca
TOTALES: CIENTO DIECIOCHO MILLONES SEISCIENTOS SESENTA Y OCHO MIL TRESCIENTOS SESENTA Y CUATRO PESOS MDA/CTE					

2. EQUIPO ADQUIRIDO, ARRENDADO O PROPIO						
FECHA DE PAGO	No. FACTURA	NO. COMPROBANTE DE PAGO	DESCRIPCION	COLCIENCIAS	CONTRAPARTIDA	PROVEEDOR
TOTAL EQUIPOS						

NOMBRE Y FIRMA DEL DIRECTOR DEL PROYECTO


 JESUS ALVARO MAHECHA RANGEL
 Contador U.D.F.J.C.
 T.P. No. T.P. 27945-T