

**PRÁCTICAS MATEMÁTICAS EN TORNO A LA SUMA CON ESTUDIANTES DE
PRIMER GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAMÓN GIRALDO
CEBALLOS**



Trabajo presentado para optar al título de Licenciado(a) en Educación Básica con
Énfasis en Matemáticas

HAROLD WINSTON MOSQUERA DELGADO
ASTRID MILENA RESTREPO MUÑOZ

Asesora
NORMA LORENA VÁSQUEZ LASPRILLA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
MEDELLÍN
2014



**PRÁCTICAS MATEMÁTICAS EN TORNO A LA SUMA CON ESTUDIANTES DE
PRIMER GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAMÓN GIRALDO
CEBALLOS**

Trabajo presentado para optar al título de Licenciado(a) en Educación Básica con
Énfasis en Matemáticas

HAROLD WINSTON MOSQUERA DELGADO
ASTRID MILENA RESTREPO MUÑOZ

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
MEDELLÍN
2014

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de investigación no hubiera sido posible sin el apoyo y colaboración de muchas personas, las cuales merecen todo nuestro agradecimiento por estar presentes en las diferentes etapas de su elaboración, por sus observaciones y aportes que permitieron la construcción de éste.

A Dios, por permitirnos estar vivos y por encaminarnos en nuestro proceso formativo

A nuestras familias y seres más queridos, por su amor y apoyo incondicional

A nuestra asesora, por su constante ayuda y entrega durante todo este proceso

A la Universidad de Antioquia, por la formación profesional brindada

A nuestros amigos y compañeros, por sus aportes para el mejoramiento del trabajo realizado

A la institución educativa, por brindarnos el espacio para realizar la investigación, y especialmente a los estudiantes que participaron en el trabajo, por su compromiso y esfuerzo.

RESUMEN

En este trabajo de grado se caracterizan las diferentes prácticas matemáticas que despliegan 6 estudiantes de primer grado de la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos de la ciudad de Medellín, al resolver tareas que involucran sumas. Para esta caracterización se asume como marco teórico el enfoque histórico-cultural desde la teoría de la actividad... y por medio de las cuales se analizarán los diferentes significados que los estudiantes constituyen en torno al concepto suma, esto se hace enfocando el trabajo en el estudio de las prácticas matemáticas.

Las prácticas matemáticas se analizan a partir de cinco elementos: *los objetos de conocimiento, los conceptos, los instrumentos, las técnicas y las formas de discursividad* (Obando, 2013). Las relaciones que se establecen de estos objetos básicos se toman como base para analizar los significados que constituyen los estudiantes y que son evidencia de la actividad matemática que despliegan (Obando, 2013).

Se plantean 4 tareas que involucran situaciones de comparación, completación y transformación propias de las estructuras aditivas. Estas tareas se enmarcan en el contexto de juego, y se analizan desde la perspectiva del estudio de casos.

TABLA DE CONTENIDO

Contenido

AGRADECIMIENTOS.....	- 3 -
RESUMEN	- 4 -
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	- 7 -
ÍNDICE DE FIGURAS	- 8 -
ÍNDICE DE TABLAS	- 9 -
ÍNDICE DE DIÁLOGOS	- 10 -
1. INTRODUCCIÓN.....	- 11 -
2. CONTEXTO INSTITUCIONAL.....	- 13 -
2.1 Aspectos generales.....	- 13 -
2.2 Reseña histórica	- 13 -
2.3 Contexto social.....	- 14 -
2.4 Principios filosóficos.....	- 14 -
2.5 Modelo pedagógico, Objetivo y Metodología del ciclo I.....	- 14 -
3. JUSTIFICACIÓN.....	- 16 -
3.1 La importancia de la suma desde los RBC.....	- 16 -
3.2 Trabajos sobre la problemática.....	- 20 -
3.3 Estudiando el marco institucional.....	- 26 -
3.4 Formulación del problema	- 32 -
4. OBJETIVOS.....	- 34 -
4.1 Objetivo general.....	- 34 -
4.2 Objetivos específicos.....	- 34 -
5. MARCO TEÓRICO.....	- 35 -
5.1 Teoría de la actividad	- 35 -
5.2 Estructuras aditivas	- 39 -
6. METODOLOGÍA.....	- 43 -
6.1 Elementos generales	- 43 -
6.2 Estudio de casos.....	- 44 -
6.3 Diseño de tareas.....	- 48 -

6.4	Aplicación de las tareas.....	- 52 -
6.4.1	Carta mágica.....	- 52 -
6.4.2	Bolos.....	61
6.4.3	Recorriendo mi ciudad.....	68
6.4.4	Recorriendo mi ciudad 2.....	72
7.	CARACTERIZACIÓN DE LAS PRÁCTICAS MATEMÁTICAS.....	75
7.1	Los objetos de conocimientos.....	75
7.2	Los conceptos.....	77
7.3	Los instrumentos.....	82
7.4	Las técnicas.....	83
7.5	Las formas de discursividad.....	84
7.6	Configuraciones obtenidas.....	87
	CONCLUSIONES.....	88
	REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS.....	94
	ANEXOS.....	97
	Anexo 1.....	97
	Anexo 2.....	104
	Anexo 3.....	105

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1.....	- 54 -
Ilustración 2.....	56
Ilustración 3.....	57
Ilustración 4.....	58
Ilustración 5.....	60
Ilustración 6.....	60
Ilustración 7.....	63
Ilustración 8.....	64
Ilustración 9.....	65
Ilustración 10.....	65
Ilustración 11.....	66
Ilustración 12.....	67
Ilustración 13.....	68
Ilustración 14.....	69
Ilustración 15.....	70
Ilustración 16.....	70
Ilustración 17.....	71
Ilustración 18.....	72
Ilustración 19.....	72
Ilustración 20.....	73
Ilustración 22.....	74
Ilustración 21.....	74

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.....	- 25 -
Figura 2.....	- 41 -
Figura 3.....	- 47 -
Figura 4.....	87

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	- 19 -
Tabla 2	- 29 -

ÍNCIDE DE DIÁLOGOS

Diálogo 1.....	55
Diálogo 2.....	79
Diálogo 3.....	80
Diálogo 4.....	81

1. INTRODUCCIÓN

Desde los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998), como desde los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN, 2006), se muestra la importancia de trabajar lo que es el concepto de suma desde los primeros años de escolaridad ya que esto permite formar ciudadanos competentes, tanto para la vida diaria como para abordar otros conceptos matemáticos. Cuando se trabaja este concepto en la educación primaria se aborda desde ciertas clases de ejercicios o problemas, los cuales van a determinar ciertas formas de acción que se evidencian en las prácticas realizadas al momento de resolver las situaciones propuestas. El estudio de estas prácticas, que para el caso de la suma son prácticas matemáticas, permite establecer las relaciones que se tejen entre estas y a partir de estas relaciones se manifiestan las concepciones o los significados que se tienen sobre el concepto de suma.

El conocimiento que el sujeto desarrolla a lo largo de su vida lo constituye a través de la interacción con los demás miembros de la sociedad en la cual el sujeto está inmerso. También, para acceder al conocimiento de ciertos objetos de conocimiento intervienen agentes que median en dicha relación, agentes que pueden ser psicológicos o materiales, según esto el pensamiento se constituye en uno de esos agentes mediatizadores ya que éste se da mediante la interacción con ciertos artefactos, por lo tanto se piensa mediante los artefactos culturales Radford (2006).

Por su parte, el aprendizaje de los estudiantes se ve influenciado por su contexto social, político, cultural e histórico donde cada sociedad tiene diferentes formas de apropiarse del conocimiento matemático y de enseñarlo. Esta enseñanza se da a través de instrumentos que posibilitan a los estudiantes una comprensión del conocimiento matemático. Para lograr comprender cómo están aprendiendo matemáticas los estudiantes, es necesario estudiar la actividad que ellos llevan a cabo cuando se enfrentan a ciertas situaciones, ésta actividad es un proceso interno

de cada sujeto por tanto sólo se puede analizar por medio de las prácticas matemáticas.

Desde la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, más específicamente lo que trata de estructuras aditivas, se reconocen cinco tipos de relaciones o problemas que se pueden trabajar con las estructuras aditivas, dentro de estos tipos de problema surgen tres tipos de significados para la suma los cuales son; la suma como agrupación, completación y comparación.

Desde las ideas anteriormente planteadas, este trabajo busca a partir del diseño de tareas enmarcadas en un contexto del juego, las cuales involucran situaciones aditivas, poder evidenciar las prácticas matemáticas que los niños despliegan para dar solución a dichas tareas. El planteamiento de las tareas de carácter aditivo se da siguiendo la teoría de campos conceptuales de Vergnaud (1990) y el análisis de lo realizado en estas tareas propuestas se hace a través del estudio de las prácticas matemáticas desde lo propuesto por Obando y otros (2014).

Este trabajo pretende mostrar las prácticas matemáticas que predominan dentro del aula de clase al momento de enfrentarse a situaciones del orden aditivo, prácticas que se dan según los tipos de problemas propuestos en el aula de clase. A partir de esto, se reflexionará sobre la necesidad de plantear otros tipos de problemas que puedan movilizar otro tipo de prácticas matemáticas, las cuales favorecerán la constitución de otros significados de la suma.

2. CONTEXTO INSTITUCIONAL

Es relevante para esta investigación conocer el contexto institucional donde se lleva a cabo el trabajo, ya que esto permite diseñar planes de acción que estén en concordancia con las dinámicas que se dan en la institución educativa, para esto se muestran los aspectos generales, la reseña histórica, el contexto social, los principios filosóficos y el modelo pedagógico, objetivo y metodología del ciclo I.

2.1 Aspectos generales

- **Nombre:** Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos.
- **Ubicación:** se localiza en la ciudad de Medellín, Antioquia, Colombia; en la Calle 21 N° 82A-56, en el Barrio Belén AltaVista parte baja.
- **Estrato socioeconómico:** 1, 2 y 3.
- **Niveles:** transición, Básica Primaria, Básica Secundaria, Media Académica.
- **Jornada:** mañana (Secundaria y Media), tarde (transición y Primaria).
- **Carácter:** mixto con 1420 estudiantes.
- **Docentes:** cuenta con 45 profesores.

2.2 Reseña histórica

En 1968 se fundaron la Escuela Urbana de varones y la Escuela Urbana de niñas Ramón Giraldo Ceballos. Luego el 27 de Noviembre de 2002 se fusionan las dos instituciones y se crean los niveles de transición, básica primaria, básica secundaria y media. El señor Ramón Giraldo dejó estipulado que el establecimiento sería destinado principalmente para la enseñanza primaria y la alfabetización de personas mayores que no habían tenido la oportunidad de estudiar.

2.3 Contexto social

La comunidad del barrio, inició su asentamiento con inmigrantes, quienes invadieron la parte alta del sector, que hoy se llama Zafra. Esta comunidad tiene algunos problemas como lo son: los conflictos sociales y conflictos entre: padres, padres e hijos, hermanos, tíos y sobrinos y primos. También los estudiantes tienen algunas necesidades principalmente de nivel psicológico y de alimentación.

2.4 Principios filosóficos

- **Misión:** Formar niños y jóvenes autónomos, y competitivos, capaces de interactuar en el contexto social en el cual se desempeñen, a través del desarrollo de un currículo pertinente, que favorezca la inclusión.
- **Visión:** La institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos al 2020 será una empresa educativa reconocida por el mejoramiento continuo, que permita formar personas autónomas, autorreguladas y competitivas, las cuales evidencien en sus actuaciones personales, familiares y sociales un alto sentido de pertenencia por su entorno.
- **Filosofía institucional:** Se enmarca en los principios de singularidad, sociabilidad y la trascendencia, formando un ser autónomo, autorregulado y competitivo, promoviendo los valores institucionales.
- **Valores:** Disciplina, Libertad y Honestidad, Respeto, Responsabilidad y la cooperatividad.

2.5 Modelo pedagógico, Objetivo y Metodología del ciclo I

- **Modelo desarrollista:** en este modelo la adquisición de los conocimientos se logra a través de los sentidos y según las necesidades e intereses de los estudiantes; las experiencias perceptivas y la observación son la condición y garantía del aprendizaje.
- **Objetivo ciclo I:** desarrollar en los estudiantes un pensamiento numérico, variacional, aleatorio y espacial, a partir de la solución de problemas que involucren los números naturales, las operaciones básicas y el reconocimiento de formas geométricas de su entorno.
- **Metodología ciclo I:** se da una permanente aproximación al conocimiento a través de situaciones y problemas que propician la reflexión, exploración y apropiación de los conceptos matemáticos. Desarrollan el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de situaciones. Estimulan la aptitud matemática con actividades lúdicas que ponen a prueba la creatividad y el ingenio de los estudiantes, donde el maestro además de orientar al estudiante a través de preguntas, para que mediante su imaginación halle diferentes formas de encontrar respuestas, comparte sus conocimientos y experiencias con actividades prácticas.

3. JUSTIFICACIÓN

En la presente investigación se argumenta sobre la necesidad de ahondar en el análisis y las reflexiones didácticas sobre las prácticas matemáticas en torno a la suma. Se tomará como base, los referentes básicos de calidad (RBC¹) en trabajos de pregrado y artículos de investigación relacionados con enfoques didácticos sobre la problemática. El análisis crítico de los RBC y los reportes de investigación se contrastarán con realidades escolares frente al trabajo curricular y prácticas de aula en torno a la suma. De esta manera se espera esbozar qué tipos de significados de la suma están circulando en las aulas de clase y en función de los mismos, proponer tareas de aula para propender por otras prácticas matemáticas en torno a dicho concepto.

3.1 La importancia de la suma desde los RBC

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas² se proponen como guía para el desarrollo de procesos curriculares en el área de matemáticas y brindan referentes en cuanto a la naturaleza de las matemáticas, al trabajo del docente y del alumno, lo que permite al docente determinar formas de abordar los objetos matemáticos en el aula de clase. En este sentido, se propone que el docente reflexione sobre su quehacer y fundamente su práctica pedagógica de manera creativa, participando en grupos de estudio autónomos, propendiendo por la innovación para una mejor formación de los colombianos (MEN, 1998). Por su parte, Los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas³ buscan dar parámetros al sistema escolar, sobre la evaluación de los aprendizajes y los procesos que se deben privilegiar para propender por el desarrollo de competencias en y con las matemáticas. Se busca en

¹ En adelante se utilizará la abreviación RBC para referirse a los referentes básicos de calidad.

² En adelante se utilizará la abreviación LCM para referirse a los lineamientos curriculares de matemáticas.

³ En adelante se utilizará la abreviación EBCM para referirse a los estándares básicos de competencias en matemáticas.

RBC que los docentes y estudiantes interactúen para construir y validar conocimiento, aplicando éste en diversas situaciones y contextos.

“Las matemáticas como herramienta esencial para la solución situaciones cotidianas están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes [...]. Se propone pues una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender cómo aprender”. (MEN, 1998, p 18). En este sentido, las matemáticas constituyen una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento, lo que posibilita la toma de decisiones y la resolución de problemas por parte del individuo en su cotidianidad, considerando entonces a esta ciencia de gran utilidad para el progreso de la cultura.

Los LC declaran que el pensamiento numérico se refiere a la comprensión de los números y la numeración, comprensión del concepto de las operaciones, y cálculo con números y aplicaciones de números y operaciones. Es decir, se enfoca en situaciones donde el estudiante pueda usar los números para constituir significados sobre cantidad, relaciones de orden, magnitud, aproximación y estimación, a la vez que establecer relaciones entre dichos conceptos y procesos.

Para organizar el currículo se propone estructurar el pensamiento numérico desde tres aspectos: comprensión de los números y la numeración, comprensión del concepto de las operaciones, y cálculo con números y aplicaciones de números y operaciones. En este caso se profundizará en la comprensión del concepto de las operaciones, particularmente en la operación suma con números naturales, ya que la comprensión de ésta es primordial en los primeros años de escolaridad del alumno para que logre resolver situaciones desde la cotidianidad y desde las matemáticas, de esta manera puede constituir significados sobre los números y comprender las demás operaciones numéricas, como la multiplicación la cual se puede ver como sumas reiteradas.

Antes de ingresar a la escuela los estudiantes de los primeros grados están familiarizados con prácticas de conteo y comparación, las cuales realizan diariamente en su contexto social en el momento de solucionar situaciones y tomar decisiones. Uno de los primeros conceptos que enseña la escuela es la suma ya que permite que el estudiante genere una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas. En los LC se plantea que la adición se puede abordar a través de cinco tipos de problemas, de tal manera que se involucren diversos significados de este concepto. Estos problemas son: *unión parte-parte-todo donde* se tiene cierta cantidad a la cual se le une otra cantidad de la misma naturaleza para obtener el total; *añadir o adjunción*, a partir de un valor inicial se le añade otro valor para conocer el valor final; *comparación*, a partir de dos cantidades que se conocen se hace una comparación entre ellas para conocer el resultado final; *sustracción complementaria*, para encontrar una cantidad inicial se hace una suma entre dos cantidades que se conocen donde una de ellas denota lo que disminuyó la cantidad inicial y la otra lo que resultó de dicha disminución; y la *sustracción vectorial*, partiendo de dos cantidades conocidas, donde una ellas denota pérdida y la otra ganancia, se hace una suma entre ellas para obtener una cantidad final.

De acuerdo a lo anterior, la escuela tiene la responsabilidad de propiciar ambientes que favorezcan la constitución de significados de conceptos matemáticos como la adición y la sustracción, teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes: como compras y ventas en tiendas, ganancia en juegos e incremento en la edad o estatura, entre otros, esto se debe a que los estudiantes diariamente se enfrentan a situaciones de comercio de ciertos artículos como dulces, juguetes, entre otros.

También, porque los niños constantemente juegan involucrando puntajes de los cuales deben llevar un control para saber cuándo ganan y pierden en un juego, y por último porque los niños se encuentran en una etapa de desarrollo donde están en crecimiento y se interesan por saber cuánto ha aumentado su estatura.

Respecto al pensamiento numérico, los EBCM proponen dimensionar el significado de número a partir del establecimiento de relaciones entre conceptos del pensamiento métrico y del numérico, a través de situaciones que involucren magnitudes y sus medidas. La cuantificación de magnitudes discretas y continuas remite el uso de otros sistemas numéricos (rationales y reales), que posibilita al estudiante comprender el funcionamiento y propiedades de la suma en otros sistemas numéricos. En cuanto a la operación suma es conveniente analizar y centrarnos en algunos estándares de primero a tercero referentes al pensamiento numérico, los cuales son:

Pensamiento numérico y sistemas de numeración	Estándares básicos de competencias en matemáticas
Primero a tercero	
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). 2. Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación 3. Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Tabla 1
(Ministerio de Educación Nacional, 2006, p.80)

De la tabla anterior, se alude a que el estudiante participe en situaciones donde pueda desplegar prácticas matemáticas que involucren localizar objetos o eventos, cuantificar magnitudes, compararlas entre otros. De igual forma se destaca que el trabajo escolar debe estar enfocado en situaciones donde se empleen diversas estrategias de cálculo (conteo, sobre conteo, algoritmo canónico, representaciones analógicas, entre otros) y diferentes contextos de uso como composiciones, transformaciones y comparaciones.

Por consiguiente, los RBC brindan parámetros y orientaciones a los maestros e instituciones educativas en torno a qué y cómo enseñar, y qué y cómo evaluar respecto al concepto de suma. De ahí se explicita la necesidad de diseñar tareas y proponer situaciones de aula que le permitan al estudiante pensar con las matemáticas.

3.2 Trabajos sobre la problemática

En los últimos diez años se han realizado investigaciones acerca del desarrollo del pensamiento numérico, particularmente, en la enseñanza y aprendizaje del concepto de la suma. Analizar investigaciones de este corte es importante el presente trabajo porque permite conocer posibilidades de abordaje a problemáticas curriculares, diseños de trabajo de aula, concepciones de maestros, desarrollos teóricos en didáctica entre otros, relacionados con el concepto de suma y también reconocer líneas abiertas útiles para esta investigación.

Se estudiaron en este caso cuatro tesis de grado: (Agreda, Fonnegra & Franco, 2012) *Construcción de significados del número natural en niños de primer grado*, (Calle, Orozco, Piedrahita, Gómez & Saldarriaga, 2003) *Propuesta de intervención pedagógica en el aula para el desarrollo del pensamiento numérico de los grados segundo y tercero del colegio juvenil nuevo futuro*, (Ospina & Salgado, 2011) *Configuraciones epistémicas presentes en los libros de tercer grado, en torno al campo conceptual multiplicativo* y (Vásquez, L. , 2010) *Un ejercicio de transposición didáctica en Torno al Concepto de Número Natural en el Preescolar y el Primer Grado de Educación Básica*.

La primera tesis, (Agreda, Fonnegra & Franco, 2012) se enfoca en el análisis de las acciones del estudiante para identificar los sentidos y significados que constituyen sobre el número natural a partir del análisis de las prácticas matemáticas que emplean en la interacción con otros sujetos y con objetos de conocimiento. Estas prácticas matemáticas se caracterizan desde: el *lenguaje* a través de las palabras-

número empleadas por los estudiantes para expresar una cantidad, de las *acciones* y *técnicas* realizadas para establecer correspondencia uno a uno en el conteo y las técnicas a través de la utilización de los dedos, manos y pies. A partir del análisis de estas prácticas matemáticas las cuales, desde la teoría de la actividad, permiten la constitución del conocimiento matemático se encontró que los estudiantes tienen sentidos y significados del número natural en un contexto de conteo, más no en otros contextos, como el de localización y el de medida.

Los autores dejan líneas abiertas tales como ¿cuáles son las prácticas que despliegan los profesores para dotar de sentido y significado al número natural? y ¿cómo diseñar situaciones en otros contextos de uso del número natural que propicien espacios de reflexión y permitan a los estudiantes establecer relaciones sobre los otros significados del número natural? De estas líneas se retoma la segunda orientada a explorar diseños de trabajo de aula en torno a otros significados del número natural como los contextos de medida involucrando sumas.

Para este trabajo se retomará también, las prácticas matemáticas realizadas por los estudiantes para identificar las acciones que llevan a cabo en las prácticas mencionadas, teniendo en cuenta que esta investigación se enfocará en el concepto de suma más no en el del número natural.

La segunda tesis, (Calle, Orozco, Piedrahita, Gómez & Saldarriaga, 2003), plantea una propuesta de intervención pedagógica en el aula que propende por la construcción del pensamiento numérico en los estudiantes de los grados segundos y terceros del Colegio Juvenil Nuevo Futuro. Esta propuesta se fundamenta en uno de los postulados básicos del constructivismo consistente en reconocer al niño como asignador de significado. Es decir, se admite que el niño organiza la información que recibe de determinada manera, según el pensamiento que posee. Para la propuesta de intervención pedagógica se proponen juegos que involucran la interacción entre pares y la búsqueda de estrategias para ganarles a sus compañeros. Como conclusión, los autores argumentan que teniendo el juego como contexto fue posible que los niños desarrollaran estrategias para hacer cálculos numéricos. Además, los

juegos colectivos y las situaciones de la vida diaria permitieron en los niños una actitud positiva frente al área de las matemáticas, aumentaron su capacidad para resolver problemas y construyeron una amplia comprensión del sistema decimal y de las operaciones. De acuerdo con lo anterior se retoma la mediación del juego como una realidad que permite que el niño se concentre, explore mientras aprende de manera divertida, y que logre de esta manera dotar de significados el concepto de suma.

La tercera tesis (Ospina & Salgado, 2011) se enfoca en el estudio de las configuraciones epistémicas en torno a la estructura multiplicativa presente en las propuestas de trabajo en libros de texto de grado tercero de primaria. Ello les permite caracterizar el tipo de práctica que se privilegia para la enseñanza de la multiplicación. Las autoras analizan, en dos libros de texto,⁴ las configuraciones epistémicas⁵, en términos de los elementos lingüísticos, situaciones problemas, conceptos-definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos que se involucran en las actividades propuestas. Para la construcción del conocimiento matemático, en este caso la multiplicación, se toma como referencia lo planteado por Vergnaud acerca del campo conceptual multiplicativo. De acuerdo con lo anterior se concluye que las configuraciones epistémicas presentes en los dos libros, al igual que los problemas y situaciones que proponen para estudio de la multiplicación se enmarcan, en gran medida, en el modelo de producto de medidas de Vergnaud. También, se puede señalar que las situaciones propuestas involucran no sólo la multiplicación sino también otras nociones y conceptos que se ha trabajado previamente, tales como la suma y la resta.

⁴Los libros de texto escogidos para el análisis son: Amigos de las Matemáticas 3.- Ed. Santillana S.A y Espiral 3. – Ed. Norma.

⁵Se entenderá por configuraciones la “red de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de práctica y están ligados a la solución de un problema” (Godino, 2009). Donde las configuraciones epistémicas permiten analizar el tipo de relaciones que se tejen entre seis elementos (lenguaje, conceptos, situaciones-problema, proposiciones, procedimientos y argumentaciones) y brindan información sobre cómo se concibe y desarrolla un concepto matemático.

Las autoras dejan algunas líneas abiertas como las siguientes; a) observar configuraciones epistémicas en la unidad de multiplicación y en otras y b) analizar configuraciones epistémicas para la unidad de división. De esta tesis se retoma la línea referida para el análisis de las prácticas matemáticas para conocer la configuración de la episteme en torno al concepto suma.

En la última tesis (Vásquez, 2010) se hace un análisis transpositivo en torno al concepto de número natural, donde se realizan reflexiones y estudios del saber didáctico y libros de textos que orientan el trabajo del docente de preescolar y primer grado de básica primaria. Luego de hacer el estudio se logró identificar la forma cómo se abordó el concepto de número natural y los factores que determinan la manera en que se trabaja dicho concepto como lo son los factores políticos sobre la educación, las políticas económicas y desarrollos del país, los procesos evolutivos del sistema escolar, las formas de enseñanza implementadas por los maestros, entre otros. Además, se deben considerar los factores mencionados y hacer un análisis desde ciertos campos como son: el histórico-epistemológico, el didáctico, la caracterización del saber didáctico de los docentes, las propuestas que presentan los libros de texto, y el análisis de los procesos cognitivos que se ponen en juego en el proceso de construcción del concepto de número natural, para estudiar no solo el concepto anterior sino otros conceptos matemáticos. Lo anterior le aporta a la elaboración de propuestas curriculares en torno a la enseñanza del número natural.

Para esta investigación se tendrá en cuenta lo mencionado anteriormente que incide en la construcción del número natural, pero enfocado a la construcción del concepto de suma para saber cómo los estudiantes lo comprenden, y la elaboración de una propuesta curricular para abordar dicho concepto y lograr de esta manera trabajar los diferentes significados que se dan en torno al concepto suma.

Además de las tesis de grado se estudiaron también dos artículos de revista, relacionados con nuestro objeto de estudio, los cuales son;(Godino, Font, Wilhelmi& De Castro, 2009) *Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico*, página 59-76 Tomado de *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, y(Obando,

Arboleda & Vasco, 2014) *Filosofía, Matemáticas y Educación: una perspectiva Histórico-Cultural en Educación Matemática*.

En (Godino, Font, Wilhelmi & De Castro, 2009) pretenden mostrar una perspectiva que integra las nociones de contrato didáctico, norma social y sociomatemática, nociones claves en distintas teorías didácticas, desde un enfoque ontosemiótico dando lugar a una categorización de las normas de los procesos de estudio, tales como normas: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica. Es relevante resaltar de este artículo las normas epistémicas, porque éstas orientan el estudio de las configuraciones epistémicas. Por medio de ellas y de las prácticas matemáticas se tratarán los significados institucionales que emergen sobre el concepto de suma.

Las normas epistémicas regulan la actividad matemática que se despliega en una institución y determinan las configuraciones epistémicas y las prácticas matemáticas que se establecen dentro de dicha configuración. Donde las normas epistémicas hacen parte de los elementos que constituyen las configuraciones epistémicas, estos elementos son: definiciones, proposiciones, procedimientos, argumentos, lenguajes y situaciones problema donde los tres primeros se refieren a las normas epistémicas.

A continuación se mostrará un gráfico de los componentes y relaciones que se dan en una configuración epistémica presentado en el artículo. El cual es apropiado para mostrar cómo se establece por medio de la práctica matemática dicha configuración y cómo se dan las relaciones entre los seis elementos anteriormente mencionados.

Componentes y relaciones en una configuración epistémica:

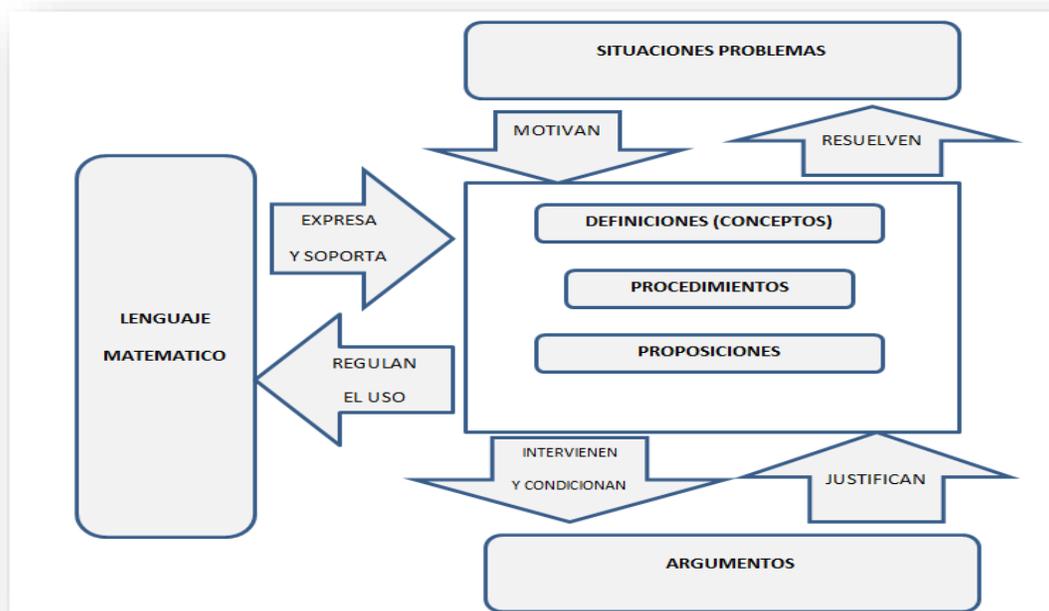


Figura 1
(Godino y otros, 2009, p.65)

En Obando y otros (2014) parten desde unas posturas epistémicas dadas en la teoría de la actividad, donde se habla del conocimiento matemática y la dualidad dialéctica que se da entre la constitución individual y social del conocimiento. A partir de los planteamientos anteriores y de la noción de configuración epistémica se muestra una caracterización de los sistemas de práctica matemática.

Desde Obando y otros (2014) plantean la definición de configuración epistémica de Godino y Font (2007) como aquella que no solo se aplica en un contexto meramente matemático, sino también en un contexto escolar, los cuales permiten estudiar la constitución del conocimiento matemático. Partiendo de lo anterior, donde el contexto escolar es importante para estudiar el aprendizaje de las matemáticas y además porque dicho contexto se puede entender como una institución la cual determina sentidos y significados sobre conceptos matemáticos, por consiguiente la noción de configuración epistémica que se concibe es la siguiente:

“Una configuración epistémica se refiere a la estructura de objetos y sus respectivos sistemas de significados, al conjunto de elementos inmediatos al entorno del aula de clase, sus formas de organización, sus formas de significación [...] El estudio de las

configuraciones epistémicas centra la mirada en el cómo se constituyen los sistemas de práctica matemática en el aula de clase, en la forma cómo se estructuran los sentidos y significados de los elementos que la constituyen y que se construyen a partir de la práctica misma, y por ende, de los sentidos y significados para los objetos de conocimiento matemático desde el punto de vista del saber institucionalizado, para diferenciarlo del conocimiento como fue apropiado por el alumno” (Obando y otros, 2014)

Esta definición se tomará para este trabajo ya que el objetivo es estudiar las prácticas matemáticas que se dan en torno al concepto de suma y a partir de este estudio conocer los diferentes significados que se tienen sobre éste concepto. Además, esta definición es más amplia que otras puesto que evidencia la actividad del estudiante, mientras que otras no permiten ver de forma detallada sentidos y significados que se dan sobre cierto objeto matemático que se estudia, sino que se centra solamente en las prácticas matemáticas.

3.3 Estudiando el marco institucional

Además de analizar textos que señalan líneas abiertas y énfasis sobre los cuales adelantar investigaciones en torno a la suma, es importante tener en cuenta la realidad escolar para conocer el contexto en el que se enmarca la problemática.

En el marco de la práctica pedagógica en la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos, se realizaron observaciones de clase, a la vez que se revisaron documentos institucionales, a partir de los cuales, se pudo analizar la formación académica que se plantea en la institución desde el Proyecto Educativo Institucional (PEI⁶) y la forma de implementarse en las aulas de clase. Por consiguiente el trabajo se centrará en la formación que se concibe y ejecuta respecto al área de matemáticas en el grado primero de dicha institución.

La revisión del macrocurrículo de matemáticas permite analizar las concepciones y prácticas que se asumen a nivel institucional para la enseñanza y aprendizaje de las

⁶En adelante se utilizará la abreviación PEI para referirse al proyecto educativo institucional

matemáticas. Para realizar dicha revisión se tuvieron en cuenta el PEI y el ciclo I de matemáticas. Este último comprende el plan de área de matemáticas para los grados 1, 2 y 3, mostrando los estándares a trabajar en cada grado con su respectivo objetivo.

Desde el PEI la institución educativa adopta como modelo pedagógico el desarrollista. En este modelo, la adquisición de los conocimientos se logra a través de los sentidos y según las necesidades e intereses de los estudiantes; las experiencias perceptivas y la observación son la condición y garantía del aprendizaje. El estudiante de la Institución se forma como ciudadano responsable y comprometido con el desarrollo de su sociedad y del cosmos. Los estudiantes desarrollarán la capacidad de análisis, síntesis y abstracción, capacidad analítica, deductiva e inductiva, capacidad para desarrollar procesos de investigación, desarrollar un pensamiento lógico y gusto por la lectura. Estudioso y reflexivo, tener gusto por el conocimiento y desarrollar con eficiencia competencias (propositiva, interpretativa y argumentativa).

En cuanto a la evaluación, desde el PEI se concibe como un proceso integral que brinda oportunidades para todos los estudiantes, esta evaluación debe realizarse de forma continua y permanente, permitiendo verificar que el estudiante está en capacidad de aplicar lo aprendido en la solución de problemas propios del área de matemáticas y de su vida cotidiana.

En consonancia con el modelo pedagógico el profesor de la Institución se concibe como un profesional de la educación, una persona íntegra, poseedora de los valores que la Institución Educativa desea formar en sus estudiantes, de un alto sentido de pertenencia y compromiso con la Institución.

El ciclo I de matemáticas declara como objetivo para el grado primero, “desarrollar en los estudiantes un pensamiento numérico, variacional, aleatorio y espacial, a

partir de la solución de problemas que involucren los números naturales, las operaciones básicas y el reconocimiento de formas geométricas de su entorno”⁷.

Este ciclo tiene como metodología la siguiente:

- “Dar una permanente aproximación al conocimiento a través de situaciones y problemas que propician la reflexión, exploración y apropiación de los conceptos matemáticos.
- Desarrollar el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de situaciones.
- Estimulan la aptitud matemática con actividades lúdicas que ponen a prueba la creatividad y el ingenio de los estudiantes.
- El maestro además de orientar al estudiante a través de preguntas, para que mediante su imaginación halle diferentes formas de encontrar respuestas, comparte sus conocimientos y experiencias con actividades prácticas.”⁸

Los estándares que tiene en cuenta este ciclo por periodos son:

Estándares	
Grado 1	
P1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretar, plantear y resolver situaciones problema de la vida cotidiana teniendo en cuenta relaciones y operaciones numéricas 2. Busco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). 3. Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad,

⁷Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos. (2014). Wiki. Recuperado el 21 de Octubre de 2014, del sitio Web <http://ieramong.wikispaces.com/1.6+SISTEMA+INSTITUCIONAL+DE+EVALUACION+DE+LOS+ESTUDIANTES+-+SIEE>.

⁸Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos. (2014). Wiki. Recuperado el 21 de Octubre de 2014, del sitio Web <http://ieramong.wikispaces.com/1.6+SISTEMA+INSTITUCIONAL+DE+EVALUACION+DE+LOS+ESTUDIANTES+-+SIEE>

	<p>paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.</p> <p>4. Dar la razón de la congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).</p>
P2	<p>5. Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.</p> <p>6. Identifico propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, entre otros).</p>
P3	<p>7. Explico Desde mi experiencia, la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.</p> <p>8. Resuelvo y formulo Problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.</p> <p>9. Problemas en situaciones de variación proporcional.</p>
P4	<p>10. Construyo Secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.</p> <p>11. Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.</p> <p>12. Exploró el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas.</p>

Tabla 2
(Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos, 2012)

De lo anteriormente declarado tanto en el PEI como en el ciclo I se puede decir que:

- Se observa coherencia entre el modelo pedagógico y el objetivo del ciclo; en ambos se tiene en cuenta el entorno del estudiante para trabajar sobre las necesidades e interés de los niños y así crear situaciones problemas que estén relacionadas con el contexto.
- El objetivo del ciclo presenta el concepto de número desde la perspectiva del conteo. En esta visión se propone al conteo como un proceso de razonamiento mental, y no sólo como una repetición de una serie numérica, donde la interacción social y la

comunicación en el aula son mecanismos mediadores en el aprendizaje, perspectiva que se ajusta con el modelo pedagógico y la metodología de trabajo con situaciones problema.

Con base en el análisis anterior, se puede decir que las matemáticas en este ciclo se configuran a partir de las prácticas matemáticas que pueden desplegar los estudiantes al resolver juegos o situaciones problema. En este sentido, los conceptos matemáticos se van constituyendo en función de los conceptos de uso, como resultado de las interacciones y comunicaciones de los estudiantes. Es decir, las matemáticas son asumidas como una construcción social. Esta visión hace necesario un contraste con el currículo ejecutado a partir de la observación de las prácticas de aula. Es importante hacer estas observaciones para determinar cómo se desarrollan las matemáticas dentro de la institución y más específicamente qué prácticas matemáticas orientan el estudio del concepto de suma.

Con respecto a las observaciones realizadas dentro del aula de clase se hicieron las siguientes reflexiones:

- La maestra desempeña un papel principal en el proceso de formación dentro del aula: transmitiendo su saber y Los estudiantes son agentes pasivos; se evidencia una contradicción con lo propuesto en el modelo pedagógico ya que el agente principal en su proceso formativo es el estudiante y no el docente.
- El docente utiliza en sus prácticas de enseñanza pocos recursos; como es el tablero, algunas copias y libros, donde los últimos se utilizan para transcribir. El uso de estos recursos no permite que los estudiantes construyan su propio conocimiento, ya que pertenecen a la metodología conductista, donde el conocimiento se imparte, más no se construye.
- El docente hace énfasis en la ejercitación de los algoritmos de suma y resta, sin permitir un razonamiento sobre estos, ya que el alumno solo memoriza el algoritmo convencional y no se le permite experimentar diferentes formas de calcular, ni

reflexionar sobre los contextos de uso los cuales posibilitan una mayor comprensión de los algoritmos.

- Frecuentemente las preguntas propuesta por la maestra son contestadas por ella misma; en este punto se está olvidando dar la palabra al escolar como lo pretende el modelo pedagógico de la institución.
- En algunas clases observadas no se evidencia la metodología, propuesta por el ciclo, ya que la maestra no crea problemas y situaciones que propicien la reflexión, exploración y apropiación de conceptos matemáticos. Tampoco se utiliza prácticas lúdicas como se señala en el ciclo.
- El concepto de número es utilizado en su mayoría en el contexto de conteo, si bien estas prácticas están relacionadas con el objetivo del ciclo, no se tiene en cuenta que los números también sirven para localizar, medir, enumerar etc. impidiendo así una comprensión más amplia del número natural como lo propone los LC.
- Dentro de la clase se concibe sólo una matemática; estática y terminada; ya que la maestra sólo concibe un único camino en la solución de situaciones problemáticas.
- Los diferentes pensamientos matemáticos se trabajan de forma separada; esto está en contradicción con la metodología del ciclo que propende por el trabajo a partir de situaciones problema contextualizadas. Además sólo se hace énfasis en la ejercitación de operaciones dejando de lado otros procesos generales.
- Se evidencia en los estudiantes desmotivación a la hora de realizar los ejercicios propuestos en clase, ya que las tareas y ejercicios planteado por las maestra se enfocan en procesos algorítmicos dejando de lado las necesidades e interés que tienen los alumnos. Dicha ejercitación no representa un reto para los estudiantes.

De las observaciones y reflexiones realizadas sobre el PEI, ciclo I y las prácticas de aula, se concluye que se deben proponer diferentes situaciones donde se involucren los diferentes contextos de la suma y del número natural. Además, es necesario propiciar retos de tal forma que el estudiante despliegue prácticas matemáticas⁹. Así el estudiante pueda intervenir activamente dentro de su proceso formativo, como lo propone el modelo pedagógico, ya que su aprendizaje será más significativo y permitirá que los alumnos sean más autónomos en el momento de adquirir nuevos conocimientos.

3.4 Formulación del problema

Teniendo en cuenta lo estudiado en las tesis, artículos y lectura del contexto institucional se observa la importancia de proponer en el aula de clase situaciones contextualizadas que le permitan al estudiante tener una mejor apropiación de los conceptos matemáticos ya que sí las situaciones están relacionadas con la cotidianidad del alumno posibilita entonces dotar de sentido y significados el concepto abordado. Para entender cómo está aprendiendo el estudiante cuando soluciona tareas en cierto contexto, es necesario hacer un análisis sobre las prácticas, en esta investigación prácticas matemáticas, ya que permite comprender las relaciones que se tejen entre ellas, el análisis de estas relaciones permite conocer qué significados se tienen sobre un concepto matemático.

Es interés de esta investigación identificar qué prácticas matemáticas se llevan a cabo cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones que involucren sumas, porque el análisis de dichas prácticas permite comprender qué tipos de significados

⁹ Desde Obando (2013), las practicas matemáticas son formas de acción de los individuos que pueden ser identificadas con las formas culturales de acción que llamamos matemáticas [...] orientadas a la solución de ciertos tipos de problemas que tienen que ver con la cantidad y la forma (por ejemplo medir, contar, comprar, vender, intercambiar, construir, fabricar, estimar, describir, localizar, etc.).

se desarrollan acerca del concepto suma, lo cual conlleva hacer una posible reestructuración de las prácticas educativas dentro del aula de clase. Por lo tanto se tiene como pregunta problematizadora la siguiente:

¿Qué prácticas matemáticas constituyen los niños de primer grado de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos en torno a la suma en el trabajo escolar con situaciones aditivas?

4. OBJETIVOS

A partir de la pregunta problematizadora, se tiene entonces que el objeto de estudio de esta investigación serán, las prácticas matemáticas desplegadas en torno a la suma, por lo tanto surgen los siguientes objetivos.

4.1 Objetivo general

Caracterizar las prácticas matemáticas que despliegan los estudiantes en torno a la suma en el trabajo escolar con situaciones aditivas

4.2 Objetivos específicos

- Analizar los objetos de conocimiento, los conceptos y las formas de discursividad que se evidencian en las acciones de los estudiantes en el proceso de solución de tareas aditivas.
- Analizar las diversas técnicas e instrumentos que emplean los estudiantes cuando resuelven tareas aditivas.

5. MARCO TEÓRICO

Para caracterizar las prácticas matemáticas en torno a la suma se tomará como referente general de la acción humana la teoría de la actividad Radford (2009) y Obando (2013) enmarcada dentro del paradigma socio-histórico, esto permite analizar y reflexionar los diferentes significados que constituye el sujeto en torno al objeto que ha sido centro de su actividad.

Como referente particular para revisar los diferentes significados de la suma se abordará la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1990) respecto a las estructuras aditivas.

Si bien, las dos teorías anteriores no se fundamentan en los mismos principios epistemológicos, si permiten revisar la problemática de manera integral. En ese sentido, la teoría de los campos conceptuales se constituye en la base para comprender los posibles significados, relaciones y conceptos que se involucran cuando un sujeto resuelve situaciones aditivas. Estos elementos teóricos servirán para el diseño de las tareas. Por su parte, la teoría de la actividad permitirá el análisis de la constitución de significados dimensionando las relaciones de lo social (intersubjetivo) y lo individual (intrasubjetivo) presentes en las prácticas matemáticas de los sujetos.

5.1 Teoría de la actividad

La teoría de la actividad está relacionada con el enfoque socio-histórico de Lev Vygotsky (Daniels, 2003). Este enfoque se opone a lo postulado por los conductistas, los cuales afirmaban que el ser humano se relacionaba de forma directa con los objetos de su ambiente. Dentro de este nuevo enfoque socio-histórico se manifiesta que en la relación que se da entre el sujeto y los objetos de su ambiente, intervienen lo que son agentes mediadores, los cuales son factores

culturales, instrumentos y señales. Desde este principio el ser humano llega a conocer a través de esto agentes mediadores y por medio de la interacción con los demás miembros de su cultura.

Las interacciones que se dan entre los sujetos de una misma sociedad involucran una actividad del pensamiento que les permite interactuar en ella, donde el pensamiento se ve influenciado por la cultura que lo forma puesto que ésta pone a disposición del individuo ciertos instrumentos que le facilitan conocer, es por esto que se considera al pensamiento como un agente mediatizador, como lo expone Radford (2006) citando a Vygotsky (1981) “el carácter mediatizado del pensamiento se refiere al papel que desempeñan los artefactos (objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc.) en la realización de la práctica social. Los artefactos son partes constitutivas y consustanciales del pensamiento. Se piensa con y a través de los artefactos culturales”. De esta manera, el pensamiento está sujeto a los agentes mediatizadores que la cultura le proporciona a los individuos y en los cuales éste los puede modificar, se puede entender entonces que el artefacto y el pensamiento dados en la cultura están estrechamente relacionados y es por esta relación que se logra que los individuos constituyan conocimiento, el cual se da a través de una reflexión sobre la realidad en la cual está inmerso, como lo plantea Radford (2006) “el pensamiento es una re-flexión, es decir, un movimiento dialéctico entre una realidad constituida histórica y culturalmente y un individuo que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios”. La reflexión es entonces una de las manera que tiene el sujeto de cambiar sus acciones las cuales se ven influenciadas por los instrumentos que la cultura pone a su disposición, lo cual evidencia que la acción del individuo no es pasiva respecto a los instrumentos, como lo dice Obando (2013) la acción reflexiva y activa del individuo frente a los instrumentos los transforma y los resignifica.

Es través de la relación que se da entre la cultura, los instrumentos y el individuo que, éste último, logra constituir su subjetividad, siguiendo a Obando (2013) “La subjetivación es entonces el acto por medio del cual el individuo se constituye como ser, en función de su acción reflexiva sobre el mundo. Es la manera como el

individuo constituye el conjunto de mecanismos a través de los cuales regula su participación en los entornos de la actividad práctica social”. Además, por medio de la acción reflexiva y activa que el sujeto realiza, éste constituye su subjetividad, y por medio de esta subjetividad aporta conocimiento a un legado cultural.

Para que el sujeto logre reflexionar sobre su realidad, es necesario que interactúe con otros miembros de su cultura y así logrará desempeñarse dentro de ella, donde el sujeto se convierte entonces en un ser activo que busca constituir el conocimiento dado por la cultura en la cual se encuentra. Esta búsqueda permite que el sujeto despliegue actividad, la cual es entendida como el conjunto de acciones que desarrolla un sujeto en el momento de resolver un problema. Como lo plantea Obando (2013) “la actividad es un proceso colectivo en el cual la *inter-acción* es la base fundamental para la construcción de sentidos y significados, es decir, de la construcción de una conciencia individual en el marco de los procesos sociales subyacentes”. La construcción de dicha conciencia individual se da a través de la objetivación, la cual según Radford (2003a, 2009) citado por Obando (2013) “es un proceso social activo y creativo de construcción de sentidos y significados (para los objetos de conocimiento) en relación con las formas culturales de conocimiento matemático aceptado, y por ende, de la construcción por parte del individuo de formas diversas de *subjetividad* y de *conciencia*”.

Además, la objetivación permite que el individuo reconstruya para sí los sentidos y significados propios de las matemáticas constituidas históricamente por la humanidad. Estos sentidos y significados descansan no sólo en el cuerpo de conocimientos estructurados formalmente (conceptos, objetos, axiomas, teoremas, etc.), sino también, en las acciones (gestos, técnicas, modos de hacer) y en los medios para dichas acciones (signos, instrumentos, etc.), en las formas de razonamiento y formas de enunciación (géneros discursivos, si se quiere en términos bajtinianos) aceptadas como válidas, y, en general, en el conjunto de ideologías que permiten ciertas formas de significación en relación con los objetos de conocimiento Obando (2013). Se puede afirmar entonces que para lograr que un individuo constituya significados sobre ciertos conceptos matemáticos es necesario

que se interactúen con los medios dados por la cultura, tales como el lenguaje, conocimientos estructurados formalmente, enunciados, conceptos, entre otros. Por lo tanto el sujeto debe estar enfrentado a situaciones que demanden el despliegue de dichas acciones, de lo contrario él no podrá una verdadera significación de los objetos, en este caso matemáticos, que se están estudiando.

Desde los planteamientos por Obando (2013), donde se considera la actividad como un proceso colectivo, se puede decir entonces que al estar los significados que se constituyen sobre los conceptos matemáticos sujetos a la actividad desarrollada por el individuo, sólo se pueden llegar dar cuando se interactúa con los otros ya que por medio de esta interacción se estará evaluando la validez de su accionar.

La actividad que despliega un individuo solo puede ser comprendida a través de las prácticas, las cuales son las ideas que expresan los sujetos por medio del lenguaje, ya sea escrito u oral, pues no es posible observar directamente lo que sucede en la mente de un sujeto en el momento de solucionar un problema, siguiendo a Obando (2013) “la práctica es entonces el observable, lo tangible, lo visible de la actividad, y por ende, es desde la práctica donde se puede comprender cómo es la actividad de las personas en contextos institucionales específicos”.

En la realización de una investigación se pueden analizar diversas formas de prácticas, que permiten comprender la forma de pensar de un individuo, como lo son las prácticas matemáticas, las cuales son el conjunto de acciones que realiza un individuo cuando busca resolver una situación propia de las matemáticas. El estudio de estas prácticas matemáticas posibilita entender cómo son pensados los conceptos matemáticos y determinar si estos son correctos según las formas establecidas por una sociedad matemática. Siguiendo a Obando (2013) las prácticas son siempre realizadas por personas, y por tanto, al decir ‘práctica matemática’ se están refiriendo cierta forma de acción de los individuos, en sus relaciones entre sí, y con el medio, a través de los procesos de objetivación tanto de la cantidad y la forma (por ejemplo, medir, contar, comprar, vender, intercambiar, construir, fabricar, estimar, describir, localizar, etc.), como de la variación de una u otra (movimiento, cambio, comparación, transformación, etc.).

La manera en la que se despliega toda una herencia cultural de cualquier práctica matemática, se puede caracterizar como lo plantea Obando (2013) a partir de seis elementos: *los objetos de conocimientos* con, y sobre los cuales se actúa, los conceptos que se enuncian sobre tales objetos, *los instrumentos para la acción*, *las técnicas* que permiten tales instrumentos, *los problemas*, en tanto metas que orientan la acción, *las formas de discursividad* que permiten poner el hacer en el lenguaje (formas de decir, de escribir, de comunicar), y finalmente el conjunto de *visiones metamatemáticas* que permiten la toma de decisiones sobre el hacer (cosmovisiones, valoraciones sobre las matemáticas, fines de las matemáticas, posturas filosófica y ontológicas).

Los elementos anteriormente mencionados no son estáticos sino que cambian con el tiempo y con una cultura determinada, donde dicho cambio delimita la forma en la que se constituye un conocimiento matemático.

En esta investigación se considerarán las prácticas matemáticas para analizar los significados que un individuo constituye de cierto concepto matemático, donde estos significados se ven afectados por los objetos establecidos por una cultura y por sus relaciones. Para este trabajo se entiende que las relaciones se dan entre el conjunto de objetos que intervienen en las prácticas matemáticas, cuando se enfrenta a situaciones aditivas.

5.2 Estructuras aditivas

En el marco de las prácticas matemáticas se constituyen significados en torno a un concepto u objeto matemático¹⁰. Teniendo en cuenta como objeto matemático la

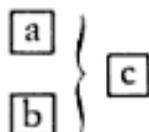
¹⁰ Los objetos matemáticos provienen, no de la abstracción de los objetos reales mediante la descripción de sus características principales, sino de un proceso de *objetivación de procedimientos*. Ellos no provienen de una realidad exterior, independiente del hombre, representando la esencia desprovista de impurezas materiales, sino que ellos formalizan la acción humana. (Guisti, 2000, pp25-26, énfasis en el original) citado por (Obando, 2013).

suma, se puede saber los significados que se tienen sobre ésta al hacer un estudio de las acciones que se dan cuando se resuelven situaciones aditivas.

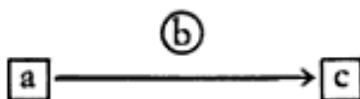
Según Vergnaud (1990) “el campo conceptual de las estructuras aditivas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas. De este modo son elementos constitutivos de las estructuras aditivas, los conceptos de cardinal y de medida, de transformación temporal por aumento o disminución, de relación de comparación cuantificada, de composición binaria de medidas, de composición de transformaciones y de relaciones, de operación unaria, de inversión, de número natural y número relativo, de abscisa, desplazamiento orientado y cantidad”. Dentro de estas estructuras se trabajan con medidas y transformaciones. Las medidas se consideran como números naturales y las transformaciones se consideran como los números enteros.

Existen cinco categorías de relaciones numéricas aditivas, las cuales involucran lo que son las medidas y las transformaciones, las cuales son:

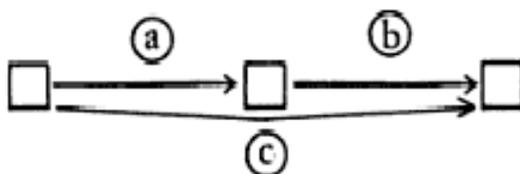
- Dos medidas que se componen en una tercera:



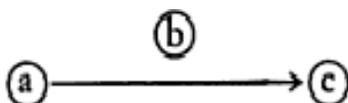
- Una transformación que opera sobre una medida para dar una medida:



- Dos transformaciones que se componen en una tercera:



- Una transformación que opera sobre un estado relativo para dar un estado relativo:



- Dos estados relativos que se componen en un tercero:

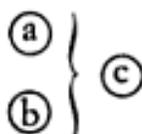


Figura 2
(Vergnaud, 1990, p.11)

Dentro de esta investigación se realizará un estudio de las tres primeras categorías, ya que de estas es que se derivan las demás. Estas tres categorías permiten ver ciertos significados que se puede llegar a tener la operación suma, cuando se plantean este tipo de problemas aditivos.

En cuanto a la primera categoría la cual se refiere a la composición de dos medidas, se puede encontrar que hay un significado de la suma como agrupación, ya que en esta categoría al hacer la composición de medidas, donde se da la relación parte-parte-todo donde el todo se obtiene por la unión de las partes o viceversa. En este tipo de problemas siempre se habla de combinar, unir, reunir o poner juntos ciertas medidas y este resultado será siempre una medida mayor a las otras dos.

En la segunda categoría se habla de la transformación de medidas en la cual se puede ver un significado de la suma como un aumento o disminución dependiendo de cómo sea la transformación (positiva o negativa), relación entre estado inicial de transformación y estado final y su recíproca. Los problemas que se dan en este tipo de categoría son aquellos que involucran cambios que dependen del tiempo o de acciones que se realicen sobre la medida inicial.

La tercera categoría hace referencia a la comparación de medidas, en este caso se puede hablar de la suma como una completación para llegar a tener medidas iguales. La relación presente entre las medidas implica identificar un referido, una comparación, un referente y su recíproco.

Se tiene entonces que para cada categoría de problemas aditivos lleva consigo un significado de la suma, estos significados son entonces el significado de suma: combinación, aumento o completación. El trabajo de investigación tendrá en cuenta el análisis de estos significados, para el diseño de las tareas y la caracterización de las prácticas matemáticas.

6. METODOLOGÍA

6.1 Elementos generales

Debido a la complejidad de caracterizar las prácticas matemáticas, y de analizar las acciones que despliegan los estudiantes y sus conocimientos matemáticos, el presente trabajo se situará en el paradigma cualitativo. En el cual se requiere estudiar de manera detallada un problema humano o social, en un momento y un lugar específico, por tal motivo una investigación de este corte requiere centrarse en una institución determinada, donde sus análisis y conclusiones no son comparables con otras investigaciones dado que este fenómeno no se generaliza sino que por el contrario es particular como lo propone Creswell (2007) citando a Denzin & Lincoln (2005, pp.3) nos dice que la investigación cualitativa es una actividad situada que localiza al observador en el mundo. Consiste en un conjunto de prácticas interpretativas materiales que hacen visible el mundo. Estas prácticas transforman el mundo. A su vez este tipo de investigación muestra el mundo desde una serie de representaciones, incluyendo las notas de campo, entrevistas, conversaciones, fotografías, grabaciones y notas libres. A este nivel, la investigación cualitativa implica un enfoque interpretativo, naturalista del mundo. Esto significa que un estudio de investigación cualitativa se lleva a cabo en su entorno natural, tratando de darle sentido e interpretando, los fenómenos en términos de los significados que las personas tienen de ellos. Además como las prácticas matemáticas obedecen a las dinámicas contextuales e institucionales, al tipo de tareas y a los instrumentos que dispone el estudiante al momento de participar en los juegos o situaciones propuestas, una investigación de corte cualitativo permite estudiar los discursos, las representaciones, los procedimientos, los instrumentos para la acción, las técnicas, las ideas, la vida de los individuos implicados en éste.

6.2 Estudio de casos

Con la intención de responder a la complejidad de este fenómeno y tomando como referente el paradigma de investigación cualitativo, la caracterización de las prácticas matemáticas en torno al concepto de suma se analizará por medio del estudio de casos, donde se estudiarán las prácticas matemáticas que despliegan seis estudiantes del grado primero cuando desarrollan tareas que involucran situaciones aditivas. Las prácticas matemáticas implican hacer un análisis en torno a la suma, donde se analizarán los objetos de conocimiento, los conceptos, los instrumentos, las técnicas, las formas discursivas y las visiones matemáticas. Un estudio de casos el cual según Stake (1999) debe ser de interés en la educación y se debe analizar por medio de la observación y de la recolección de datos. Dicha elección se hace porque el estudio de casos permite caracterizar las prácticas realizadas por los seres humanos de forma detallada y a partir del estudio de estas prácticas es que se puede comprender a los individuos. Stake (1999) hace una distinción entre lo que es un estudio de casos cualitativo y uno cuantitativo, afirma que la diferencia fundamental entre estos dos, no se da en los datos sino que se da entre sus objetivos, ya que una investigación cualitativa busca comprender las relaciones que se dan en su caso a estudiar y una investigación cuantitativa se preocupa por dar explicaciones. Por lo anterior se puede afirmar que la presente investigación se ubica en lo que es un estudio de casos de corte cualitativo, pues el objetivo de este es el de caracterizar las prácticas matemáticas, encontrar cómo estas se relacionan y poder así mostrar que concepciones se dan en torno al concepto suma.

Con el análisis interpretativo de las prácticas matemáticas y los significados que constituyen los estudiantes a través de sus acciones e interacciones en los juegos y tareas aditivas, se pueden formular alternativas para el trabajo de aula que favorezcan otros significados de la suma. Así, se espera caracterizar los elementos discursivos, los procedimientos, las representaciones, los instrumentos para la

acción, las técnicas, de los estudiantes implicados en esta investigación, para identificar los significados de suma que constituyen.

Para el análisis de las prácticas matemáticas se focalizarán 6 estudiantes del grado primero. La selección de estos estudiantes, de un grupo de estudio conformado con 41 alumnos, se realizó teniendo en cuenta el rendimiento académico. Con ayuda de las maestras cooperadoras se eligieron dos niños que tuvieran bajo desempeño en el área de matemáticas, otros dos con desempeño básico y los dos últimos con alto desempeño en esta área, con el fin de impulsar dinámicas de interacción que movilicen diferentes estrategias para participar en las tareas propuestas. Durante la realización del estudio de casos se propusieron tareas que involucran la suma en contexto de juego.

Como se anota en el marco teórico la constitución de significados se suscita cuando la cultura proporciona a un individuo ciertos instrumentos para que establezca su conocimiento, y además el individuo mediante su acción reflexiva y activa transforma y resignifica dichos instrumentos. Es en la acción donde el sujeto constituye su subjetividad y por medio de ésta aporta conocimiento a un legado cultural.

La búsqueda de conocimiento permite que el sujeto despliegue actividad matemática, la cual sólo es posible comprender mediante la práctica matemática. Para hacer un análisis de dicha práctica se requiere estudiar un contexto institucional particular para saber cómo se constituyen los diferentes significados en torno a la suma.

A partir de la revisión del currículo y las prácticas de aula de las docentes cooperadoras, se puede comprender el sistema de prácticas matemáticas que se toma como referencia para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De igual forma, para analizar los significados que constituyen los estudiantes en torno a la suma, es necesario estudiar en detalle las prácticas matemáticas que ellos despliegan cuando participan y resuelven tareas aditivas. De ahí que esta investigación opta por el estudio de casos instrumental porque da pautas de acción y de estudio para posibles análisis en otros contextos escolares.

Como técnicas de recolección de información¹¹ se empleó 1) El análisis textual de (a) escrito de los alumnos (b) registros audiovisuales (c) documentos institucionales (d) reportes de investigación y tesis de grado; 2) observación participante (a) de las sesiones de clase (b) de las prácticas matemáticas desplegadas en el desarrollo de los juegos y tareas; 3) notas reflexivas, en relación con los análisis realizados y datos obtenidos. Por su parte las técnicas (1 (a),(b) y 2 (a)) permitieron caracterizar las prácticas de aula y el tratamiento curricular que se daba a las estructuras aditivas (aspectos referidos en la justificación, ver páginas 29, 30 y 31), la (1 (c), (d)) permitió realizar la justificación de la investigación, conocer el contexto de la institución educativa en la cual se viene realizando el trabajo, a través de la lectura de los documentos como el PEI, manual de convivencia y las wikis. También se pudo realizar mediante las lecturas de investigaciones estructurar el marco teórico del trabajo y llevar a cabo el diseño de tareas. Con base en las estrategias mencionadas se logró determinar los objetivos de investigación y la pertinencia de desarrollar trabajos de investigación enfocados en las prácticas escolares en torno a la suma y a la resta. La (2 (b)) permitió reconocer el contexto escolar para desarrollar la propuesta de tareas en torno a la suma y conocer los diferentes significados que los estudiantes constituyeron sobre ésta y por último la (3) posibilita proponer ambientes donde el sujeto pueda desplegar prácticas matemáticas y poder analizar los elementos que subyacen en ésta.

Para recolectar la información se utilizaron fotos y videos de las prácticas de los estudiantes, y registros escritos de hojas de trabajo. Se realizaron con el fin de conocer cómo los participantes de estudio están comprendiendo el saber, en este caso matemático, en torno a la suma.

¹¹ Véase Ilustración 5

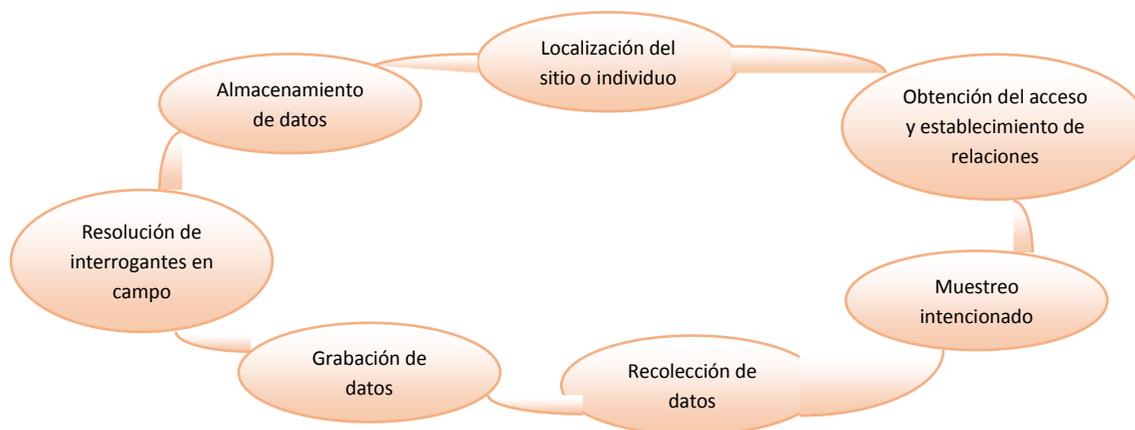


Figura 3
(Creswell, 1988, p.110, traducido por Vásquez, 2010)

El análisis de la información se hará con base en los elementos que permiten caracterizar las prácticas matemáticas, a saber: los objetos de conocimiento, los conceptos, los instrumentos, las técnicas, las formas discursivas y las visiones matemáticas. Para ello se diseñan y se aplican las tareas aditivas. Además, se organiza la información por sesiones y fechas para ir realizando la lectura reflexiva. Luego se confrontan las categorías con distintas fuentes y se estructuran los datos. De esta manera se puede caracterizar las prácticas matemáticas de los estudiantes que brindan un referente acerca de los significados constituidos en torno a la suma.

Como forma de validación de la información se asumirá la triangulación de la información que permite establecer relaciones entre los objetos de conocimiento, los conceptos, los instrumentos, las técnicas, las formas discursivas y las visiones matemáticas, para identificar los significados constituidos en torno a la suma. De igual forma se hizo una devolución de la información a los participantes del estudio. La información que se entrega a las maestras cooperadoras es el análisis de las prácticas matemáticas desplegadas por los estudiantes en torno a la suma.

6.3 Diseño de tareas

Para realizar el diseño de tareas se tuvieron en cuenta contextos de juego para generar la necesidad de actuar en las situaciones. El eje curricular privilegiado en el diseño fue la comprensión del concepto de las operaciones (MEN, 1998) (básicamente lo que respecta a operación suma) debido al tema de interés. Los significados de la suma que se pretendían analizar fueron: de composición, comparación y transformación. Además las tareas propuestas involucraban contextos de uso del número para contar y medir.

A continuación presentamos las cuatro tareas llevadas a la práctica, las cuales se articulan en: Eje curricular, comprensión de los números y la numeración, comprensión del concepto de las operaciones y cálculos con números y aplicación de números y operaciones, el número de jugadores son 6 estudiantes y el grado es primero.

➤ **Tarea 1: Carta mágica**

1. **Conocimientos básicos:** suma con reagrupación, unidades del SND (unidades, decenas).
2. **Procesos:** comunicación de cantidades y resolución de problemas aditivos de composición y comparación, el conteo, composición y descomposición de cantidades, codificación y decodificación.
3. **Estándares asociados:** Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
4. **Contextos:** juego de puntajes
5. **Descripción general de la actividad:**

Materiales: cartas y dados.

Cómo jugar: Se reparten siete cartas enumeradas del 1 al 10 a cada participante, y se coloca el resto de cartas en la mesa. Cada jugador debe arrojar al centro 3 cartas, con la condición de que estas sumen el número que

arrojen los dados. Después de haber elegido las 3 cartas deberán ponerlas en la mesa, para que los demás compañeros validen la información. El que primero arroje todas las cartas de la mano gana. Después de una ronda si los estudiantes no tienen las cartas pedidas, todos tendrán la oportunidad de pedir una carta a un compañero, quien tendrá que compartirla si la tiene. Al final del juego se mostrará a los estudiantes las diferentes formas en las que se puede descomponer un mismo número.

6. **Análisis de procesos:** El estudiante comunica cantidades cuando identifica que cartas sumadas dan el número arrojado por los dados, también resuelve problemas aditivos de composición cuando suma las tres cartas para obtener el número pedido, utilizando en esta suma procesos de codificación y decodificación. Establece comparaciones para determinar la carta que debe poner para completar el número arrojado por los dados.

➤ **Tarea 2: Bolos**

1. **Conocimientos básicos:** suma con reagrupación, unidades del SND (unidades, decenas), relaciones de orden y pictogramas.
2. **Procesos:** comunicación de cantidades, resolución de problemas aditivos de composición y comparación, ejercitación del algoritmo de la suma y codificación.
3. **Estándares asociados:**
 - ✓ Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.
 - ✓ Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas descomposición y de transformación.
 - ✓ Reconozco propiedades (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
4. **Contextos:** juego de puntajes.
5. **Descripción general de la actividad:**

Materiales: 20 botellas de gaseosa plástica y 2 pelotas.

Cómo jugar: Se divide los estudiantes en grupos de 3, a cada grupo se le entrega diez botellas de gaseosa y una pelota, las botellas estarán a tres metros de distancia del lanzador, cada lanzador tendrá dos turnos para tumbar las botellas y escribirá el resultado en una tabla de registro que se le dará a cada grupo. Después de lanzar todos los integrantes de cada equipo sumará el puntaje total y compara resultados para definir el equipo ganador.

6. **Análisis de procesos:** El estudiante comunica cantidades cuando identifica qué valor tiene cada botella, cuando lo escribe en la tabla, y cuando identifica los números que representan los símbolos y las palabras número. También resuelve problemas aditivos de composición cuando suma los puntajes obtenidos en los dos lanzamientos y se ejercita en el algoritmo de la suma cuando quiere obtener su puntaje total y cuando calcula el puntaje total del equipo.

➤ **Tarea 3: Recorriendo mi ciudad**

1. **Conocimientos básicos:** valor de posición, relaciones de orden, conteo.
2. **Procesos:** comunicación de cantidades, resolución de problemas aditivos, ejercitación del algoritmo de la suma, conteo y medición de longitudes.
3. **Estándares asociados:** Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.
4. **Contextos:** juego de medida.
5. **Descripción general de la actividad:**

Materiales: dibujo de una cancha donde se ubican 4 lugares de la ciudad (escuela, zoológico, biblioteca y parque).

Cómo jugar: todos los estudiantes se ubican en la escuela como punto de salida y cada uno elige uno de los tres lugares propuestos (biblioteca, zoológico y parque) para hacer el recorrido. Cada uno debe medir la distancia (longitud) recorrida con sus pasos desde la escuela al otro sitio deseado, para

determinar cuántos pasos da en total, el ganador es el que realice una distancia más corta, es decir el que menos pasos de.

6. **Análisis de procesos:** El estudiante comunica cantidades al medir una distancia determinada y escribir el resultado obtenido, resuelve problemas aditivos de composición al contar los pasos para medir la distancia desde la escuela hasta el otro sitio y decir cuántos pasos hay en total.

➤ **Tarea 4: Recorriendo mi ciudad 2**

1. **Conocimientos básicos:** valor de posición, relaciones de orden, conteo.
2. **Procesos:** comunicación de cantidades, resolución de problemas aditivos, ejercitación del algoritmo de la suma, conteo y medición de longitudes.
3. **Estándares asociados:** Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.
4. **Contextos:** juego de medida.

5. **Descripción general de la actividad:**

Materiales: cuatro dibujos de la ciudad (escuela, zoológico, biblioteca y parque) hecho en una hoja cuadriculada, lápiz y colores.

Cómo jugar: Para iniciar con esta tarea se le entrega a cada estudiante una hoja cuadriculada, la cual tiene dibujada los siguientes lugares; la escuela (punto de salida), el zoológico, el parque y la biblioteca. También, se hacen algunos obstáculos en forma de rectángulo para que los estudiantes crucen por los lados y no por encima de estos. Además deberán contar cuántos cuadritos utilizan para hacer el recorrido y poder identificar quien hace el recorrido más corto.

6. **Análisis de procesos:** El estudiante comunica cantidades al medir una distancia determinada y escribir el resultado obtenido, resuelve problemas aditivos de composición al contar los cuadritos para medir la distancia desde la escuela hasta el otro sitio y poder decir cuántos cuadritos hay en total.

6.4 Aplicación de las tareas

6.4.1 Carta mágica

Antes de iniciar con la tarea se hace una presentación al grupo donde se explica a los estudiantes el tipo de trabajo y los juegos que se van a desarrollar para el trabajo de investigación. En este mismo espacio se presentan los seis niños, para establecer una cercanía y confianza entre los investigadores y los estudiantes. Se inicia la situación exponiendo el juego y disponiendo el espacio de trabajo en mesa redonda para que todos los participantes puedan interactuar y reconocerse. Después se reparten 7 cartas a cada estudiantes y comienzan a lanzar los dados y a sumar la cantidad de puntos que arrojaron éstos (en este punto se observa que algunos estudiantes cuentan con los dedos, otros simplemente hacen cálculo mental). Al principio es complicado para ellos encontrar las tres cartas cuyos valores al ser sumados les dé como resultado el total de puntos obtenidos en los dados, pero a medida que transcurre el juego los estudiantes encuentran procedimientos eficientes para totalizar los puntos de los dados y componer el valor de las cartas para representar un valor equivalente. Cabe anotar que cada estudiante resolvió la situación con los instrumentos y conceptos que tenían constituidos, ello dinamizó ritmos y formas de trabajo diferentes. Si bien los estudiantes asumieron la dinámica de trabajo con 3 cartas, se observó que era necesario cambiar las reglas de juego y proponer componer las cantidades solo con 2 cartas para que los estudiantes pudieran abordar los cálculos sin mayores complicaciones. Otra variación que se introdujo en las reglas de juego fue que los estudiantes lanzaran 3 dados, con la intención de observar cómo se movilizaban otro tipo de acciones frente al nuevo reto. Aquí la situación se complica un poco, incluso algunos niños no lograron realizarla y tuvieron que acudir a sus compañeros para indagar por alternativas para encontrar una respuesta, este último momento fue el de mayor complejidad para los niños y de mayor riqueza en la negociación de significados.

En el desarrollo de este juego se pudo observar que la mayoría de los niños no distinguían las constelaciones de los puntos de los dados (subitising), por lo tanto,

para saber la cantidad de puntos que mostraban los dados, contaban punto por punto.

Al jugar con tres dados la tarea se tornó compleja para los niños, dado que al tirarlos obtienen valores mayores que 10, lo cual ofrece un reto mayor en el conteo de puntos y en la determinación de los valores de las cartas. Por ejemplo, si en los dados se obtuvo 18, un estudiante tenía la primera carta con el 5 y la segunda carta con 8, se le hacía complicado contar con los dedos para determinar cuál debería ser el valor de la tercera carta.

6.4.1.1 Prácticas matemáticas observadas en cada estudiante

Para caracterizar las prácticas matemáticas que los estudiantes despliegan cuando participan en tareas aditivas e identificar los significados que van constituyendo en torno a la suma, se detallarán las acciones que cada uno de ellos llevó a cabo frente a la tarea en mención. Cada estudiante se denominará como “Estudiante x” para guardar su identidad.

Estudiante 1: En el juego *carta mágica*, se observó que la estudiante reconoce las constelaciones de los puntos de los dados porque verbaliza inmediatamente la cantidad obtenida en uno de ellos (por ejemplo “cuatro”- que corresponde a los



puntos obtenidos)y para encontrar el total procede a contar los puntos del otro dado utilizando sus dedos. Para ello establece una correspondencia entre cada uno de los puntos del dado, cada dedo que levanta y cada palabra número que enuncia. De esta manera puede controlar el conteo realizado y emitir una respuesta que corresponde al total de puntos obtenidos. En este procedimiento, la estudiante reconoce el cardinal correspondiente a los puntos de un solo dado, (proceso de codificación) y utiliza el sobre conteo para hallar el total de los puntos obtenidos en los dados. De igual forma, se puede decir que la estudiante reconoce las partes que se combinan para obtener el total de puntos, en este sentido la suma es entendida desde la agrupación.

Al buscar las cartas que sumadas dieran el total de puntos mostrado por los dados, la estudiante reconocía que debía utilizar cartas con representaciones simbólicas del número menores que el total señalado, para que al sumarlos no se excediera dicho total. En el proceso de selección de las cartas, ella inicia poniendo la carta que más se acerque al valor total pero que no lo supere. De esta manera la selección de las cartas faltantes se hace rápidamente, puesto que el valor excedente se puede contar fácilmente con los dedos. Esto muestra que la estudiante emplea la composición y descomposición de cantidades, teniendo en cuenta que las partes son menores que el todo.

Cuando la suma de los puntos de los 3 dados es mayor que 10, se evidencia dificultad al momento de decidir con qué cartas se puede completar el total de puntos. En una situación la estudiante lanzó 3 dados y estos le arrojaron 13 puntos, identificó que podía utilizar la carta con el número 10 pero tuvo dificultad para determinar las otras dos cartas, pues ella utilizaba sus dedos para



Ilustración 1

representar el número 10 y no disponía de más dedos para continuar el conteo para llegar a 13. Recurre entonces a realizar un proceso de ensayo y error. La estudiante observaba sus dos manos para representar el número 10, las pone sobre sus piernas indicando que esos “diez” ya son de ella (Ilustración 1). Se balanceaba de adelante hacia atrás mientras miraba sus manos, mira hacia arriba, hacia los lados, en busca de los dos números faltantes para componer el número 13. En este proceso mental de búsqueda de los números faltantes, al darse cuenta que los números que pensaba sobrepasan el valor de 13, hace gestos de negación con la cabeza y sacude sus manos frente a su cara e inicia nuevamente el proceso, volviendo a poner sus dos manos en las piernas para iniciar el conteo a partir de 10. Con base en las acciones anteriores se puede decir que el sobre conteo a partir de 10 la estudiante no lo tiene establecido, dado que su técnica de conteo requiere el uso exclusivo de sus dedos y

para representar la cantidad 10 se usan todos los dedos de sus manos, lo cual le impide seguir realizando conteo por encima de 10. Esto se ilustra en el diálogo siguiente:

Estudiante: diez

Profesor: recuerda que son tres números que sumados le den trece

Estudiante: diez, necesito un uno

Profesor: un uno y ¿cuál más?

Estudiante: un uno y... diez y necesito un uno

Profesor: un uno bueno, entonces diez más uno ¿cuánto nos da?

Estudiante: me falta un uno y un dos.¹²

Estudiante: diez más uno...

Profesor: ¿diez más uno?

Estudiante: diez y le pongo uno... once

Profesor: once y necesita llegar al trece

Profesor: entonces ¿cuánto le falta?

Estudiante: dos

Profesor: ¿Cuál sería el otro número que le falta?

Diálogo 1

Tomado de la tarea 1 *carta mágica*

De acuerdo con lo expresado en el diálogo y en las acciones de la estudiante se puede decir que, reconoce los símbolos numéricos y la forma como se van componiendo las cantidades a partir de agregar uno más, principio básico de los números naturales y que cimienta la adición. Además, logra componer y comparar cantidades, realiza procesos de codificación y utiliza el sobre conteo pero solamente con números entre 1 y 10.

¹² Diálogo tomado de la tarea 1 *carta mágica*, disponible en https://docs.google.com/file/d/0B-VqzWbG-PmEQzBBRGFOQzhDWGc/edit#MVI_0039.AVI - Google Drive

Estudiante 2: Durante el juego se observó que la estudiante reconoce las constelaciones de los puntos de los dados porque logra decir rápidamente la cantidad obtenida al sumar los puntos de estos. Para obtener dicho total la estudiante recurre al cálculo mental, debido a que ella utiliza el conteo mental para encontrar la suma de los puntos. Por ejemplo logra identificar el cardinal cuatro en un dado y para agregarle el valor tres del siguiente dado, señala cada punto de éste mientras realiza cálculo mental, además de utilizar el sobre conteo, procede a decir “siete” (véase Figura 2). Esto muestra que la estudiante reúne o compone los números dados para obtener el total.



Ilustración 2

Cuando la estudiante intentaba buscar las cartas cuyos valores sumados le dieran el total arrojado por los dados, identifica que debía utilizar cartas menores que el total para lograr realizar la composición. En el proceso de discriminación de las cartas ella comienza poniendo una carta que se logre aproximar al 7 pero que no lo sobrepase, en este caso la carta con el número 5, esto lo realiza para lograr hacer la descomposición de manera rápida puesto que

las cartas faltantes (1 y 1) las puede encontrar fácilmente utilizando el cálculo mental. Lo anterior es evidencia de que la estudiante emplea la composición, descomposición y comparación de cantidades, teniendo en cuenta que las partes son menores que el todo.

En el momento que la estudiante realiza la tarea lanzando 3 dados y obtiene un resultado mayor que 10, cambia su estrategia de cálculo mental, por conteo con los dedos. Comienza a buscar las tres cartas cuyos valores sumados le den el total mostrado por los dados, pero para encontrar la tercera carta ella hace uso del conteo con los dedos. En una situación ella lanzó los dados y le arrojaron el número 13, utilizó las cartas con los valores 5 y 2, para encontrar la tercera carta ella realiza conteo con los dedos para saber cuánto le hacía falta para completar el número 13.

Este caso refleja que el cálculo mental ya no es una estrategia tan fácil de utilizar porque el rango numérico donde ella debe hacer la comparación sobrepasa a 10. De acuerdo con esto se puede decir que en este tipo de problemas de comparación la estudiante toma como base la cantidad menor (7), procede por competición a



Ilustración 3

través de una estrategia por conteo de dedos hasta alcanzar el total pedido (13), es decir

añade a la cantidad menor lo que le falta para igualar la mayor (ver Ilustración 3).

Teniendo en cuenta lo anterior se puede decir que, en el rango numérico de 1 a 18, la estudiante reconoce los símbolos numéricos y la cardinalidad de los puntos obtenidos en los dados, logra componer y comparar cantidades, realiza procesos de codificación y utiliza el sobre conteo como estrategia para igualar cantidades, sin importar que el número sea mayor o menor que diez, además de utilizar el cálculo mental en el rango de 1 a 10.

Estudiante 3: En el juego se observó que el estudiante reconoce las constelaciones de los puntos de los dados cuando lanza 2 de ellos, porque manifiesta de forma verbal la cantidad arrojada por los dados, cosa que no sucede cuándo lanza 3 dados, pues se evidencia dificultad para calcular el total de puntos obtenidos. En una situación el estudiante lanzó 3 dados y en cada uno obtuvo 6 puntos. Él inicia el cálculo haciendo uso del proceso de codificación ya que reconoce el valor de un solo dado y luego continua con sobre conteo para obtener el resultado de la suma, utilizando los dedos como estrategia de conteo, pero se le hace complicado encontrar el resultado total, por tanto la *estudiante 1* que se encontraba al lado, le ayuda y así logra obtener 18 que era el resultado de dicha suma. Cuando intentaba buscar las 3 cartas cuyos valores sumados dieran el valor mostrado por los dados, igualmente tenía dificultad porque él pone en el suelo la carta con el valor 7 y dice

“me faltan dos unos, porque diecisiete y después dieciocho” (ver Ilustración 4). Esto muestra que el estudiante estaba centrado en la representación simbólica del número en el sistema de numeración decimal y no en la selección de cartas cuyo valor sumado fuera equivalente al total de puntos obtenidos en los dados. Así, un 1 le permitía completar 8 y el otro 1 colocado al lado del 8 producía el 18. Esta forma de



Ilustración 4

obtener el número 18 la trasladó a la selección de cartas, donde utilizaba las cartas 1 y 7 una puesta al lado de la otra para representar el 8, para después agregarle el 1 y obtener el total 18. Aunque él estaba enfocado en el proceso de representación simbólica del número (situación quizás reflejo de las prácticas de aula) no perdió de vista la tarea de componer cartas para obtener una cantidad dada.

Además cuando el estudiante buscaba las cartas que sumadas dieran 18, reconoció que debía utilizar números menores al que iba a componer, dando evidencia que ha constituido significados en torno a la relación parte-todo con números naturales. Pero aunque el estudiante sabía que debía buscar números menores que el 18 se le dificultaba encontrar dichos números porque no podía llevar control de la suma con sus dedos.

En otra situación el estudiante lanza 2 dados y obtiene 1 y 2 puntos, donde inmediatamente expresa que la suma es 3. Para seleccionar las cartas inicia buscando 3 de estas y no encuentra ninguna para poner, por lo cual recurre a pedir las prestadas, comienza a pedir cartas con valores 1, obteniendo así dos de éstas, después manifiesta que le hace falta otro 1 para poder completar el resultado. Lo anterior permite decir que el niño logra realizar comparaciones de números cuando éstos son menores que 10, pero se le dificulta comparar números mayores que 10.

En conclusión podemos decir que el estudiante reconoce los símbolos numéricos que se emplean para comunicar cantidades y algunos principios del sistema de numeración decimal como lo es el empleo de 10 símbolos y la agrupación de 10. Además, logra componer y comparar cantidades cuando son menores que 10, realiza procesos de codificación y utiliza el sobre conteo pero de igual manera con números entre 1 y 10.

Estudiante 4: Reconoce fácilmente las constelaciones de los puntos de los dados, ya que muestra con sus dedos la cantidad de puntos que ha obtenido en uno de los dados (por ejemplo “tres”- que corresponde a los puntos obtenidos) y procede de igual manera con los dedos, para contar los puntos del otro dado y así hallar el puntaje total. Con sus manos lleva control de los puntos obtenidos al lanzar los dados, puesto que establece una correspondencia entre cada punto y cada uno de sus dedos. El estudiante realiza un proceso de codificación cuando establece rápidamente el cardinal que marcan los puntos de un dado, y realizando conteo con sus dedos, establece el cardinal del otro. En este procedimiento se puede evidenciar que el estudiante hace uso del sobre conteo para hallar el puntaje total obtenido en los dados. De lo anterior se puede decir que el estudiante ha constituido un significado de agrupación respecto a la suma, ya que realiza una composición de partes para llegar a un todo.

Al momento de encontrar las tres cartas cuyos valores sumados dieran como resultado el total de puntos obtenidos en los dados, el estudiante reconocía que debía utilizar cartas con valores menores que el número a componer. En el proceso de selección de las cartas, el estudiante escoge la carta más cercana al valor a representar, así la elección de las otras dos cartas que completan el total es más fácil. De esto se puede evidenciar que reconoce que las partes son menores que el todo, al momento de realizar descomposición y composición de cantidades.

Cuando el juego se realizó con el lanzamiento de tres dados, el estudiante utilizó la misma técnica que cuando se realizó el juego con dos dados, con sus dedos va representando los puntos del primer dado y realizando sobre conteo halla el puntaje total. (Véase Ilustración 5)



Ilustración 5

Estudiante 5: Al momento de lanzar los dados y expresar el total de puntos obtenidos, no reconoce las constelaciones de los puntos, puesto que debe contar punto por punto para encontrar el total. Al realizar el conteo de los puntos la estudiante toca cada punto de los dados con sus dedos, de esta manera lleva control del conteo.

Cuando busca las tres cartas cuyos valores sumados den el número pedido, se le dificulta encontrarlas, ya que no tiene clara una estrategia para hacerlo y pone las cartas sin tener en cuenta si la carta elegida es menor que el valor a componer. Por ejemplo pone la carta 6 sin tener en cuenta que los tres dados arrojaron un puntaje de 6 (ver Ilustración 6) y solo cae en cuenta de su error, cuando se le interroga sobre por qué dicha escogencia. En particular, inicia la selección de las cartas con aquella cuyo valor es 1, ya que identifica fácilmente que esta es menor que el valor a componer.



Ilustración 6

Por otra parte, la estudiante ha constituido el orden de la secuencia numérica desde la verbalización de la “cancioncilla” razón por la cual aún no establece relaciones de orden entre cantidades, principio básico para componer números. Así, no logra visualizar que necesita números menores que el todo para realizar la composición. Por esta razón se

puede señalar que está en proceso de constitución del número como cardinal y ordinal situación que afecta las relaciones aditivas de agrupación.

Estudiante 6: Reconoce las constelaciones de los puntos de los dados, ya que enuncia de forma inmediata el número de puntos que hay en un dado y a partir de ahí realiza sobre conteo para encontrar el puntaje total. Lleva control de las cantidades a través del conteo con los dedos.

Cuando el estudiante se encuentra en el proceso de encontrar las cartas cuyos valores sumados dieran el número de puntos, se evidenció cierta dificultad pues aunque identificaba que debía usar números menores que el puntaje total, sus compañeros debían ayudarlo a escoger las cartas. Lo hacían sugiriéndole una carta de menor valor que el total y a partir de esto, el estudiante seleccionaba con mayor facilidad las otras dos cartas faltantes para completar el total. Con esa ayuda podía hallar las dos cartas a partir del sobre conteo. Además, cuando las cantidades son mayores que 10 se le dificulta hacer la comparación para determinar los valores de las cartas que le permiten obtener el total. De lo anterior se puede notar que el estudiante ha constituido significados de agrupación en relación con la suma, ya que identifica que la suma de las partes conforma el todo y que dichas partes no exceden el todo.

6.4.2 Bolos

En este juego se formaron dos equipos, uno de niñas y el otro de niños. Cada estudiante tenía la posibilidad de lanzar 3 veces la pelota para derribar los bolos (3 turnos). Cada jugador anotaba en una hoja de registro el puntaje obtenido en cada turno, luego estos puntajes eran sumados para saber el total de puntos obtenidos por cada equipo. Finalmente estos puntajes totales de cada equipo eran comparados entre todos los jugadores para determinar el equipo ganador. Cabe anotar que los puntajes asociados a cada bolo estaban representados de diversas

formas: representaciones análogas¹³, símbolo numérico, palabra -número y constelaciones¹⁴.

6.4.2.1 Prácticas matemáticas observadas en cada estudiante

Estudiante 1: En el juego se observó que la estudiante reconoce las cantidades numéricas representadas por figuras (representaciones análogas) y por palabras-número porque verbaliza inmediatamente los valores que muestran los bolos, sin recurrir al conteo. En el momento que la niña necesitaba sumar los valores representados por los bolos, para obtener el puntaje total, comienza contando las cantidades de los tres primeros bolos derrumbados, estableciendo una correspondencia 1-1 entre cada punto dibujado y la palabra-número enunciada en el conteo, empleando el dedo como instrumento para llevar control de los puntos contados (debido a que estos tres bolos tenían dibujados caras de dados con 3, 5 y 6 puntos). El señalar con el dedo también le sirvió para tener control de las cantidades a sumar, logrando así encontrar un resultado parcial de “14”. Luego haciendo uso del sobre conteo prosigue con la suma, primero agrega 5 unidades más, llegando al “19”. Continúa con el último bolo que tiene dibujado el símbolo numérico 10. Aquí la estudiante hace uso de sus dos manos para representar el 10 y cuenta cada dedo para encontrar el puntaje total “29”. Esta situación muestra que la estudiante no reconoce el número 10 como unidad múltiple base del sistema de numeración decimal, sino que lo divide en unidades para tener un mejor control del conteo. Además podemos decir que la estudiante reconoce los números en diversas representaciones, ha constituido significados en torno a la suma como agrupación

¹³Desde Brissiaud (1993) Cuando una cantidad se representa por una colección de muestra, se representa de un modo muy similar a la forma en que se ha percibido: cuatro ovejas se representan por medio de cuatro piedras, cuatro surcos sobre la corteza o cuatro dedos levantados. Por eso se podría afirmar que la representación de una cantidad por una colección de muestra es una *representación analógica*.

¹⁴ Desde Brissiaud (1993) las constelaciones son las representaciones análogas que se hacen de la cantidad a través del conjunto de puntos que se dan en cada cara de los dados

porque logra mediante la acción del conteo unir todos los valores que obtuvo al derrumbar los bolos.

Estudiante 2: Durante el juego se observó que la estudiante logra comunicar cantidades cuando codifica y decodifica las representaciones analógicas, los símbolos numéricos y las palabras- números asignadas a cada bolo. Esto se evidencia cuando la estudiante tumba los bolos e inmediatamente comunica los valores asignados a ellos sin necesidad de recurrir al conteo. En una situación la estudiante derrumba 2 bolos con el símbolo numérico 5 (representado en la cara de un dado) y la palabra- número “diez”, inmediatamente reconoce la cantidad representada y toma como base el número mayor (10) para comenzar la suma, luego haciendo uso del sobre conteo utiliza cinco de sus dedos para determinar el puntaje total “15”. De lo anterior se puede notar que la estudiante ha constituido el significado de agrupación en torno a la operación suma, ya que identifica que la suma de las partes conforma el todo y así poder encontrar el puntaje. Además, ha identificado la base 10 como eje central para realizar conteos en la primera decena y sus dedos se constituyen en instrumentos de su acción.

Estudiante 3: En sus acciones se observó que el estudiante comunica cantidades, cuando codifica la palabra - número “diez” escrita en un bolo como el valor representado en éste. En una situación él lanza una pelota para tumbar los bolos, logrando derrumbar 3 de estos. El primero mostraba la palabra- número “diez”, el segundo la representación simbólica 5 y el otro el 20. Como la dinámica del juego implicaba calcular el puntaje de cada turno, el niño comienza a realizar el cálculo teniendo como base el número 10, obtenido a partir del proceso de codificación de la palabra número a



Ilustración 7

la cantidad que esta representa. Luego procede a utilizar el proceso de sobre conteo para hallar el valor total de puntos obtenidos con los 2 primeros bolos. Esto lo realiza utilizando sus dedos como instrumento de conteo y obtiene un resultado parcial de 15. Dado que el proceso de suma se debe continuar con 20 (ver Ilustración 7), el estudiante utiliza una hoja y un lápiz, para dibujar rayitas como instrumento de conteo, obteniendo de esta manera la respuesta 35. El empleo de la herramienta lápiz y papel surge por la necesidad de realizar cálculos con números mayores a 10, dado que los dedos de las manos ya no eran suficientes para controlar cantidades grandes. De acuerdo con lo anterior se puede decir que el estudiante ha constituido significados en torno a la suma como agrupación puesto que muestra cada número mediante representaciones análogas, en esta caso representó cada número por medio de rayitas y a partir del conteo de éstas encontró el puntaje total, de esta manera se ve la suma como una agrupación de rayitas. Además, pese a que escribe el algoritmo de la suma lo utiliza sólo para indicar la operación a realizar con las cantidades dadas y procede por conteo de rayitas para hallar el total, de ahí que el algoritmo todavía no se constituye en un instrumento para realizar sumas.



Ilustración 8

Estudiante 4: Al momento de lanzar la pelota para derribar los bolos le fue fácil establecer el total de puntos obtenidos, ya que reconoció el puntaje asignado a cada bolo, los cuales estaban escritos con símbolos numéricos, representaciones analógicas y palabras número. En una ocasión reconoció rápidamente los puntajes de dos de los tres bolos que derribó, ya que estos tenían los símbolos numéricos 5 y 15, mientras que el otro bolo tenía 5 caritas felices que no reconoció tan fácilmente y se dispuso a contarlas empleando sus dedos (véase Ilustración 8). Al sumar los puntajes de los bolos lo hace de forma mental, sin ninguna dificultad, afirmando que obtuvo 25 puntos (ver Ilustración 9). De esto se puede decir que el estudiante,

reconoce los números a partir de su representación simbólica y a través de representaciones análogas. También se observó que puede hacer sumas de 5 en 5 sin necesidad de usar sus dedos, lo cual indica que ha constituido significados en torno al 5 como una unidad múltiple para hacer conteos iterados. Se observa en este ejercicio, que el estudiante reconoce un



Ilustración 9

significado de la suma como composición, ya que entiende que la suma de los puntajes de cada bolo da el puntaje total. Se puede decir que el significado de la suma como transformación, también está presente pues nota que el puntaje que va obteniendo en cada uno de los lanzamientos se va afectando (transformación de aumento), a medida que suma los puntajes obtenidos en cada nuevo lanzamiento.

Estudiante 5: Al realizar el ejercicio de lanzar los bolos e identificar los valores representados en ellos, se observó cierta dificultad a la hora de comunicar las cantidades. En una ocasión el estudiante derribó 3 bolos, uno tenía 5 caritas felices, otro mostraba la representación simbólica 5 y el tercero la palabra-numero “diez”



Ilustración 10

(véase Ilustración 10). Al momento de identificar la cantidad que determinaban las 5 caritas felices, el estudiante procedió a contar las caras, señalando cada una con el dedo. Con el bolo que tenía la representación simbólica del 5 no tuvo problema e identificó fácilmente la cantidad,

en el bolo con la palabra-número se le hace difícil saber la cantidad que ésta representa porque su proceso de lectura no se encontraba consolidado, por tal motivo sus otros compañeros le dan la respuesta. Al momento de encontrar el puntaje obtenido en el lanzamiento, empieza sumando las cantidades de los dos primeros bolos (5 y 5) utilizando sus dedos, llegando a la cantidad “diez”. Al momento de sumar la cantidad obtenida con el último bolo “diez”, el estudiante trata de utilizar sus dedos para realizar la suma ($10 + 10$) pero no logra llegar al resultado. Por lo anterior se le facilita una hoja y un lápiz para que realice la suma utilizando el algoritmo convencional. El estudiante dispone los números en forma vertical como se hace cotidianamente, pero cumplida la ubicación espacial de las cantidades, no realiza los cálculos sino que procede a trazar rayas (palitos) para realizar el conteo (véase Ilustración 11).

De acuerdo con el proceso descrito, se puede decir que el estudiante, reconoce ciertas representaciones de la cantidad, como símbolos numéricos y representaciones análogas, aunque se le dificulta leer lo que son las palabras-número. En cuanto al algoritmo de la suma, vemos que no ha constituido un significado a dicho procedimiento, dado que aún asume los números de manera discreta como una colección de unidades representadas por la rayitas que plasmó en la hoja de trabajo. Esta idea se refuerza por el hecho de no haber utilizado el algoritmo al momento de sumar los puntajes obtenidos en cada bolo para saber el puntaje total sino que optó por utilizar el conteo de rayas para ello. En este sentido se puede decir que hay un significado de la suma como agrupación, y el reconocimiento de sumadas o que las partes compuestas dan lo que es el todo.

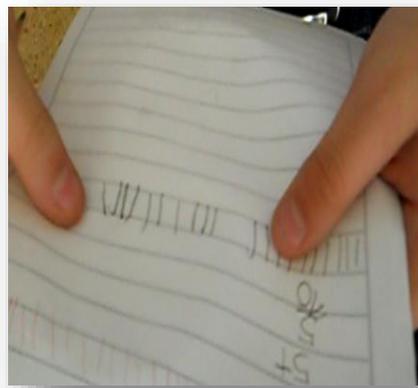


Ilustración 11

Estudiante 6: En un momento del juego la estudiante reconoce fácilmente los valores de los bolos que tienen el número 5 y el número 10 pero se le dificulta sumar estos dos valores para saber el puntaje obtenido en el lanzamiento. Frente a ello trata de usar sus dedos para contar pero no lleva un orden para hacerlo, puesto que no establece una correspondencia univoca entre cada número que enuncia y cada dedo que muestra. Cuando se le pregunta por la suma 5 más 10,(ver Ilustración 12) la



Ilustración 12

estudiante con sus dedos cuenta hasta diez, al ver que se queda sin dedos para seguir contando y representar el 5, asume a éste como una unidad y no como la cantidad que denota 5, así comunica que la suma es “once”. Se le cuestiona esta respuesta al estudiante y trata de resolverla nuevamente pero persisten las dificultades en el proceso de conteo. Se le facilita entonces una hoja para que realice la suma utilizando el algoritmo convencional. La estudiante escribe las cantidades como se hace habitualmente pero al momento de resolver el cálculo no logra trascender el conteo de las unidades así que opta por utilizar rayitas para hallar una respuesta a la operación. De lo anterior se nota entonces que el estudiante sabe que puede utilizar los dedos para efectuar las sumas, pero no tiene muy claro la técnica correcta para hacerlo. Al momento de resolver la suma por medio del algoritmo, se evidencia que el estudiante debe recurrir al uso de representaciones análogas de las cantidades tanto de unidades como decenas, para poder resolver la suma, esto muestra que el algoritmo aún no se constituye en un instrumento de cálculo para ella.

6.4.3 Recorriendo mi ciudad

Todos los estudiantes se ubican en la escuela como punto de salida y cada uno elige uno de los tres lugares propuestos (biblioteca, zoológico y parque) para hacer el recorrido. Cada uno debe medir la distancia (longitud) recorrida con sus pasos desde la escuela al otro sitio deseado, para determinar cuántos pasos da en total, el ganador es el que realice una distancia más corta, es decir el que menos pasos da. Luego de que cada uno hiciera la tarea, se realizó una socialización donde todos mencionaron las distancias que encontraron. Cada niño utilizando sus pasos como unidad de medida para lograr encontrar la distancia, algunos dieron más cantidad de pasos que otros. Por esta razón, se llega a la conclusión, mencionada por uno de los alumnos: “se necesita un mismo paso para todos porque algunos tienen pies más grandes que otros y la distancia para estos será menor, por lo cual ganaran más fácil que los que tienen pies más pequeños”. Dada la necesidad mencionada por los estudiantes de unificar el patrón de medida, se dispuso de huellas de pie trazada en cartulina para hacer las mediciones de longitud.

6.4.3.1 Prácticas matemáticas observadas en cada estudiante

Estudiante1: La estudiante comunica cantidades al medir la distancia desde la escuela hasta el parque. En una situación se le pide que elija uno de los tres lugares ella decide ir al parque. Comienza su recorrido desde la escuela y utilizando como instrumento de medida huellas, la niña ubica una huella a continuación de la otra siguiendo un camino marcado con pita. Al finalizar su recorrido obtiene como resultado “15 huellas”. (Ver Ilustración 13).



Ilustración 13

Esto muestra que la estudiante identifica

que el número 15 hace referencia a la distancia entre la escuela y el parque, reconociendo los números en un contexto de medida. Además como la estudiante debía contar cuantos pasos dio para llegar al sitio deseado, evidencia que hace uso de la suma por composición.

Estudiante2: Durante el juego se observó que la estudiante logra comunicar cantidades al momento de tener que socializar con sus compañeros la distancia recorrida desde la escuela hasta el zoológico. En una situación se le propone a la niña que escoja uno de los tres lugares y la estudiante decide hacer el recorrido hasta el zoológico. Inicia desde la escuela utilizando huellas y ubicándose por medio

del camino formado con pita (véase Ilustración 14). Al finalizar el recorrido obtiene como distancia “13 pasos”. Durante el recorrido se observa que la estudiante ubica una huella delante de la otra, sin dejar espacios entre las



Ilustración 14

logra medir correctamente la distancia recorrida. De lo anterior podemos decir que la estudiante resuelve problemas aditivos de composición a partir de los cuales reconoce la suma como agrupación al utilizar las huellas para medir y decir cuántas hay en total.

mostrando así que

logra medir

correctamente la distancia recorrida. De lo anterior podemos decir que la estudiante resuelve problemas aditivos de composición a partir de los cuales reconoce la suma como agrupación al utilizar las huellas para medir y decir cuántas hay en total.

Estudiante3: El estudiante comunica cantidades al tener que expresar la distancia recorrida desde la escuela hasta el zoológico. En una situación se le pide que seleccione uno de los tres lugares propuestos, él decide ir al zoológico. Comienza su recorrido iniciando desde la escuela y utilizando como instrumento de medida huellas, el estudiante ubica una huella delante de la otra, a través de un camino hecho con pita. En algunos momentos ubica una huella un poco encima de la otra

por el afán de concluir rápido la tarea, pero esto no afecta en mayor medida el resultado que debe obtener (ver Ilustración 15). Al finalizar su trayecto obtiene como resultado “13 huellas”. Luego de que el niño comunica la distancia encontrada, le preguntamos al estudiante que el número 13 a qué hace referencia, y él explica que es la cantidad de huellas que dio en su recorrido. Lo cual nos permite inferir que el estudiante identifica que dicho número se refiere a una distancia y no un número absoluto. Mostrando así que reconoce los números en un contexto de medida.



Ilustración 15

Estudiante4: Decide realizar el recorrido desde la escuela hacia el parque, comienza entonces por poner las huellas una tras otra. Al principio el estudiante no tiene un cuidado al momento de realizar el recorrido con las huellas de no poner una sobre la otra (ver Ilustración 16), pero cuando se le realiza la pregunta “¿Están bien puestas las huellas?” el estudiante corrige la forma de hacer el recorrido y pone cuidado en no poner las huellas una sobre otra sino poner una a continuación de la otra. Acá el estudiante comunica el valor “15 huellas” con esto se puede evidenciar que el estudiante comprende que el valor obtenido “15 huellas” determina una medida de la distancia recorrida. En este ejercicio aunque lo que se realiza es más



Ilustración 16

una acción de conteo el estudiante puede llegar a encontrar un significado de la suma como agrupación, ya que entiende que la suma o la unión de cada huella da como resultado la medida de la distancia recorrida, aquí entonces hay un significado de que la unión de las partes

conforman el todo.

Ilustración 17

Estudiante5: El recorrido escogido por el estudiante fue el de la escuela a la biblioteca. En su recorrido el estudiante trata de no sobreponer una huella sobre la otra (ver Ilustración 17), cuando hace el recorrido el estudiante no enuncia la cantidad de huella que está dando, sino que lleva el conteo de



forma mental. Al final el trayecto el estudiante comunica que la distancia recorrida equivale a “13”, pero luego de preguntarle sobre que significaba ese 13, él responde que corresponde al número de huellas que utilizo en el recorrido, “13 huellas”. Así, el estudiante identifica que ese número 13 huellas, representa una medida y no un número absoluto. De igual forma, en sus acciones de medición se reconoce la comprensión de la relación parte-parte-todo que le permite establecer la cantidad de magnitud asignada a la longitud medida.

Estudiante6: La estudiante decide dirigirse hacia el parque partiendo desde la escuela. Al principio cuando se le facilitan las huellas para que realice la medición, la estudiante no sabe muy bien cómo debe utilizarlas, así que se le muestra cómo debe hacer el recorrido con las huellas (véase Ilustración 18). De esta manera a medida que ella va avanzando cuenta en voz alta las huellas que va dando, al final llega al parque y enuncia el valor “15”, pero cuando se le pregunta cuantas huellas media la distancia que recorrió, la estudiante no supo que responder. De acuerdo con estas acciones se puede decir que ella no reconoce que el último número dicho al contar, determina el número de huellas que mide la distancia recorrida, por lo tanto, ella se encuentra en proceso de constitución de significados del número en los contextos de medida. En cuanto al significado de agrupación de la suma, la

estudiante evidencia que no lo ha constituido, ya que no comprende que el último número dicho al terminar de contar representa la suma de todas y cada una de las huellas dadas.

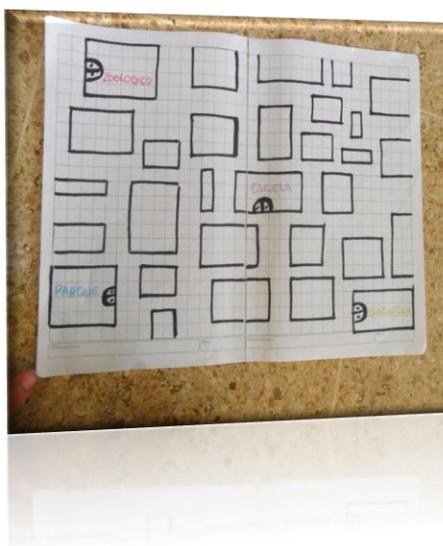


Ilustración 18

6.4.4 Recorriendo mi ciudad 2

Para iniciar con esta tarea se le entrega a cada estudiante una hoja cuadriculada, la cual tiene dibujada los siguientes lugares; la escuela (punto de salida), el zoológico, el parque y la biblioteca. También, se hacen algunos obstáculos en forma de rectángulo para que los estudiantes crucen por los lados y no por encima de estos, como lo muestra la siguiente imagen (ver Ilustración 19).

Ilustración 19



Además de que cada estudiante tiene la hoja para hacer su recorrido se les dibuja en otra hoja más grande el mismo esquema (ver Ilustración 20), con la intención de dibujar todos los recorridos hechos por los estudiantes al finalizar la tarea, y así poder definir quien hizo el recorrido más corto.

Ilustración 20



Primero se les pide a los niños que realicen el recorrido hasta el zoológico, por lo cual todos inician marcando el recorrido con diferentes colores para identificar el recorrido de cada uno, además ellos deben contar los cuadritos que se gastaron para hacer su trayectoria y al finalizar lograr identificar quien hizo el recorrido más corto. La mayoría utiliza una línea para marcar su trayecto (ver Ilustración 21) y otros dibujan puntos (ver Ilustración 22) para llevar la cuenta de la cantidad de cuadros que utilizaron, esto permite ver las diferentes técnicas que utilizan los niños para hacer el recorrido. Mientras unos hacen líneas y luego cuentan los cuadritos para obtener el total, otros hacen puntos para llevar la cuenta de manera más rápida.

Cuando todos lograron hacer este recorrido y después de que se dibujó dichos caminos en la hoja grande, los estudiantes eligen el ganador, el niño que hizo el recorrido más corto, es decir el que eligió un camino más corto. Al observar todos los trayectos dibujados por los estudiantes, se señalan caminos muy similares por lo

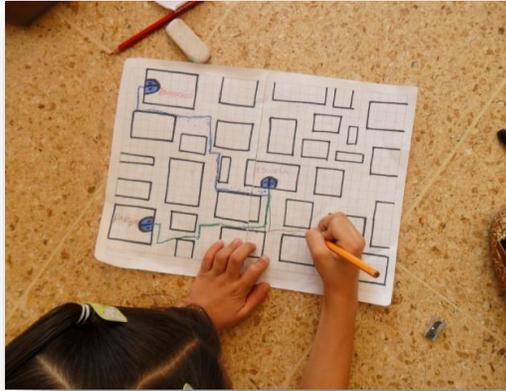
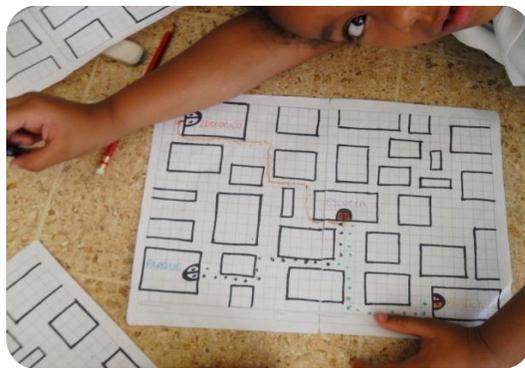


Ilustración 21

que las diferencias en las longitudes recorridas son mínimas. Lo cual nos permite ver que los estudiantes reconocen que deben elegir el camino más corto para hacer el recorrido y poder ganar, ellos logran manejar la ubicación espacial.

Al terminar este recorrido se les pide que realicen los otros dos, de la escuela hasta el parque y de la escuela hasta la biblioteca. A medida que realizaban su trayectoria no se observa mayores dificultades cada uno continúa con la estrategia que utilizó en el primer recorrido, ya fuera con líneas o puntos. Al finalizar cada recorrido se hace la socialización y se identifica quien hizo el recorrido más corto. Para obtener al final los tres ganadores de cada trayectoria. Se puede observar entonces que la suma juega un papel fundamental puesto que los estudiantes al agrupar cada cuadrado pueden encontrar la medida de su recorrido.

Ilustración 22



7. CARACTERIZACIÓN DE LAS PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

Una vez descrito las acciones que desplegaron los estudiantes durante el desarrollo de las tareas, es necesario analizar las prácticas matemáticas que emplearon en torno a la suma. Para ello, se presentan los objetos de conocimiento, los conceptos, los instrumentos, las técnicas, y las formas discursivas.

7.1 Los objetos de conocimientos

Según Obando (2013) los objetos de conocimiento son aquellos con y sobre los cuales se actúa. En las tareas propuestas el objeto de conocimiento es la suma ya que estas involucran realizar composición, completación y/o transformaciones para solucionarlas, estas categorías hacen referencia a los tres significados de la suma trabajados en esta investigación.

En la primera tarea *carta mágica* los estudiantes deben hacer una composición de cantidades cuando suman los puntos obtenidos al arrojar los dados, realizan completación cuando a partir de la selección de una primera carta buscan obtener las otras dos cartas que les permitirán obtener el valor a representar.

En la segunda tarea los *bolos* igual que en la primera, se ve una composición de cantidades cuando se suman el total de puntos obtenidos al derribar los bolos, se evidencia también una transformación de la cantidad cuando los estudiantes observan que los puntos que obtienen van aumentando a medida que pasa el tiempo.

En las dos últimas tareas *recorriendo mi ciudad* y *recorriendo mi ciudad 2* se trabaja la composición de cantidades debido a que los estudiantes van agregando huellas o cuadritos para medir la distancia total recorrida.

En las tareas descritas, involucran diferentes significados de la suma: combinación, aumento y completación. Algunas tareas implicaban el manejo de puntajes, por lo

tanto, los estudiantes comprendían que debían llevar un control de estos para conocer el ganador. Este control lo realizaban por medio de sumas de puntajes obtenidos en cada turno. Para desencadenar estas prácticas, los estudiantes sólo tendrían en cuenta el puntaje de los bolos derribados y el valor asociado a cada uno de ellos. Dicho valor debía ser reconocido a partir de diferentes representaciones numéricas y ser asociado a una categoría “puntajes”, con los cuales se realiza la combinación para obtener el puntaje total. También se pudo constituir un significado de la suma como aumento, cuando los estudiantes notan que su puntaje aumenta en cada turno, luego de totalizar el puntaje obtenido hasta el momento.

Otras tareas implicaban la composición y descomposición de cantidades. Cuando los alumnos necesitaban seleccionar algunas cartas para componer el puntaje total, la mayoría iniciaba poniendo la carta de valor más alto y que no superara al valor total. De esta manera la selección de las cartas faltantes se hace con mayor agilidad, ya que la cantidad excedente se puede contar fácilmente con los dedos (estrategia que fue utilizada por todos los estudiantes). Acá los estudiantes reconocen las constelaciones de los dados a partir de las cuales realizaban conteos para saber el puntaje total. En el momento de comunicar el puntaje obtenido, el estudiante realiza una codificación de la cantidad. Al buscar las cartas que sumadas dieran como resultado el valor total, hicieron una descomposición de este y por último ejecutan una composición de los valores de las cartas para obtener un resultado equivalente. De esta manera, las prácticas matemáticas reflejan una comprensión de la suma desde dos sentidos: como combinación en el momento de totalizar los puntos de los dados; como completación cuando seleccionan una primera carta y a partir de esta, igualan la cantidad total.

Las tareas finales implicaban la medición de longitudes de los recorridos que hacían los estudiantes cuando se dirigían a un sitio en particular, para esto se dispuso de huellas¹⁵ de pie trazada en cartulina como instrumento para hacer las mediciones. Los estudiantes se ubican en un punto de salida (la escuela) y reconocen un lugar

¹⁵Se dispuso de huellas de cartulina como patrón de medida, luego de que los estudiantes vieron la necesidad de estandarizar el patrón ya que los pies de ellos tenían diferentes tamaños.

de llegada que está separado a una cierta distancia. Para obtener la distancia entre los dos lugares procedieron a recubrir el camino en su totalidad con las huellas, teniendo cuidado de no dejar espacio entre una y otra. En este sentido, los estudiantes comprendieron que el proceso de medición directa de longitudes se puede realizar por yuxtaposición de patrones de medida y que el resultado de la medición se obtiene por la agrupación de las longitudes de dichos patrones. Para determinar quién realizó un menor desplazamiento, se comparaban los resultados de la medición de las longitudes y se elegía el estudiante que hubiera empleado un menor número de huellas para cubrir la distancia entre los dos lugares.

En la mayoría de los casos el significado de la suma que más predomina es de la agrupación o combinación, dado que la medición directa de longitudes implica el empleo iterado del patrón de medida (suma de unidades). También se ve el significado de suma como comparación cuando los estudiantes identifican la diferencia entre el número de huellas obtenidas por cada uno de ellos.

7.2 Los conceptos

Son los que se enuncian a partir de los objetos de conocimiento Obando (2013). En las tareas que involucraban comparaciones, puntajes y medidas se logra ver que los estudiantes han constituido significados en torno a la suma como composición, comparación y agrupación. Cuando se les pedía componer los números representados en las cartas para obtener el puntaje total, lograban realizarlo de forma adecuada, para esto realizaban el proceso de codificación y utilizaban el sobre conteo como estrategia para igualar cantidades.

En las tareas que involucraban puntajes se logró observar que los estudiantes comprenden la suma desde dos significados; *completación*, cuando los estudiantes necesitaban completar el valor total de puntos obtenidos en su turno de juego, iniciaban colocando una carta que no sobrepasara el total alcanzado, y a partir de dicha carta buscaban las otras dos para completar el valor inicial; y como *transformación*, los estudiantes lanzaban una pelota para derribar los bolos y encontrar el puntaje obtenido en su turno, este puntaje debía agregarse a los que

iban obteniendo sus compañeros de grupo. Se observa entonces la transformación cuando los niños añaden puntajes en cada turno de juego para encontrar el puntaje total del equipo (cantidad final). También los estudiantes lograron encontrar otro significado de la suma y es como *combinación*. En las tareas de medición implicaba hacer un conteo de longitudes, en este sentido los estudiantes comprenden que deben llevar un control de longitudes para encontrar la medida de las distancias recorridas.

Se miden longitudes, que expresan la distancia entre dos lugares en la ciudad, la distancia entre un lugar y otro debía ser medida con el patrón de medida “huella”, de esta manera los estudiantes tomaron la cantidad de huellas como partes de longitud que podían ser combinadas para cubrir la distancia total entre lugares. Aquí la huella tiene una doble connotación como patrón de medida con una longitud específica y a la vez como unidad simple para establecer conteo.

A través de las prácticas matemáticas desplegadas en la participación en los juegos propuestos, se pueden identificar ciertas expresiones lingüísticas y afirmaciones que emplean los estudiantes y que brindan referentes acerca de los conceptos que están constituyendo sobre la suma.

Durante el desarrollo de los juegos se reconoce, en las afirmaciones que expresan los estudiantes, una concepción de suma como composición. Esto se evidencia en los diálogos, ya que en la mayoría de los juegos los estudiantes manifiestan que los resultados obtenidos se calcularon a través de sumas entre las cantidades involucradas. Expresiones como “esta cantidad *más* tal cantidad nos da el total de...” constituye una evidencia de que los estudiantes han constituido significados de la suma como una composición de partes de naturaleza similar, que pueden ser reunidas para obtener un todo. El reconocer la relación existente entre partes y todo, le permite al estudiante dimensionar que el total de puntos obtenidos durante varios turnos de un juego va a ser mayor que el obtenido en un sólo turno. En este sentido, el estudiante ha identificado que bajo la relación parte-parte-todo entre números naturales, el todo es mayor que las partes. El uso de dicha relación le brinda al estudiante un mecanismo de control de los cálculos realizados, ya que

fácilmente puede darse cuenta cuándo sus procesos de conteo están errados. Las afirmaciones anteriores se pueden recrear a partir de los siguientes diálogos:

Línea 1 Profesor: cuáles valores tumbo

Línea 2 Estudiante: el quince y el cinco

Línea 3 Profesor: ¿y ese cuál es?

Línea 4 Estudiante: caritas felices

Línea 5 Profesor: y qué número representaría esas caritas felices

Línea 6 Estudiante: cinco

Línea 7 Profesor: y entonces...

Línea 8 Estudiante: serían veinticinco.

Línea 9 Profesor: y por qué veinticinco

Línea 10 Estudiante: quince y más cinco son veinte y más otros cinco son veinticinco.¹⁶

Diálogo 2
(Tomado de la tarea 2 *bolos*)

A continuación recreamos otras afirmaciones de los estudiantes que permiten comprender han logrado constituir el significado de la suma como agrupación.

Línea 1 Profesor: qué valor es este, ¿cuánto sacó acá?

Línea 2 Estudiante: diez

Línea 3 Profesor: diez, y ¿por qué diez?

Línea 4 Estudiante: cinco más cinco, diez

¹⁶Diálogo 2 tomado de la tarea *bolos*, disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=n-6CLh-yPQg&list=UUg7zB6JYu-QwM0XDBksCeiw>

Línea 5 Profesor: listo

Línea 6 Estudiante: más cinco: quince

Línea 7 Profesor: quince puntos¹⁷.

Diálogo 3
(Tonado de la tarea 2 bolos)

Particularmente en la línea 10 del diálogo 2 y las líneas 4 y 6 diálogo 3, reflejan el momento cuando el estudiante enuncia que está realizando una suma, y se evidencia al expresar la palabra “más”. Además, se observa que el estudiante lleva un control de los puntajes, el cual lo realiza por medio de sumas de los puntajes obtenidos, y para conocer el puntaje total realiza una combinación de las partes para encontrar el valor total. Mostrando así la relación parte-parte-todo que se da en la suma.

También, esta situación evidencia que el estudiante realiza un proceso de cálculo mental, cuando se le pregunta por el puntaje total obtenido y el niño inicialmente observar los valores arrojados y luego procede a decir el puntaje total de forma correcta, sin necesidad de hacer conteo de dedos o “rayitas” como se muestra en el diálogo 3.

El desarrollo de las tareas además de mostrar que los estudiantes reconocen la suma como composición, también, se evidencia una concepción de suma como comparación en el momento que los estudiantes seleccionan un valor inicial (en el juego la carta mágica) y a partir de este, igualan la cantidad total. Estas afirmaciones se pueden recrear a partir del siguiente diálogo:

Profesor: coja los dados y lance

Profesor: qué número le salió

¹⁷ Diálogo 3 tomado de la tarea *bolos*, disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=-fdE5PX00Ww&list=UUg7zB6JYu-QwM0XDBksCeiw&index=1>

Estudiante: siete

Profesor: siete, entonces mira a ver si en las cartas que tienes en la mano te dan el número siete, recuerda que son tres.

Profesor: ¿Cuánto va en lo que llevas?

Estudiante: falta un uno (nota al pie: la estudiante en este momento tenía seleccionado dos cartas con los valores cinco y uno)

Profesor: ¿Cuál carta le falta?

Estudiante: un uno¹⁸

Diálogo 4
(Tomado de la tarea 1 *carta mágica*)

Podemos observar por medio de este video que la estudiante a partir del sobre conteo obtiene el total de los puntos arrojado por los dados, luego de esto el estudiante mira las cartas que tiene en sus manos para poder hacer una selección de las tres cartas que necesita, de esta manera logra encontrar dos cartas una con el valor cinco y otra con el valor uno, luego menciona que le hace falta una carta con el valor uno. Esto refleja que el estudiante está comparando los dos valores que tiene seleccionado con el total, para poder encontrar la carta que le hace falta, el uno, y así finalizar de manera correcta con su turno de juego.

De esta manera las prácticas matemáticas reflejan una comprensión de la suma desde dos sentidos: como combinación en el momento de totalizar los puntos de los dados y como completación cuando seleccionan dos cartas y a partir de estas, iguala la cantidad total.

¹⁸ Diálogo 4 tomado de la tarea *carta mágica*, disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=brG7Sg8QgD0&list=UUg7zB6JYu-QwM0XDBksCeiw&index=3>

7.3 Los instrumentos

Los instrumentos son ese conjunto de recursos simbólicos (signos, símbolos, textos, fórmulas, medios gráfico-simbólicos, artefactos, software, gestos, etc.) que constituyen los medios para la acción matemática. En el momento de realizar sumas, los estudiantes en todos los juegos usaban como instrumento sus dedos para contar y para llevar el control del mismo, mueven su cabeza en correspondencia con el movimiento de cada dedo o ubican cada uno sus dedos sobre la pierna. Es decir, los movimientos con los dedos les permite a los estudiantes “sentir” y controlar la cantidad y ofrece un referente del proceso de adición que están realizando: agregar uno más a la colección.

En la primera tarea *las cartas* los estudiantes utilizaban como instrumento los dedos para llevar un control de las cantidades a sumar y poder encontrar las cartas que necesitaban para componer el valor arrojado por los dados.

En la segunda tarea *los bolos*, de igual manera que en la primera, los estudiantes hacen uso de sus dedos para calcular el total de puntos obtenidos por los bolos derrumbados. También, utilizaban papel y lápiz para sumar sus puntajes por medio del trazo de “rayitas”, la cual funciona como un instrumento para obtener el puntaje total, pero cabe resaltar que hacían uso de este cuando los valores a sumar sobrepasaban la cantidad 10.

En la tercera tarea *recorriendo mi ciudad 1*, los niños lograron calcular la distancia recorrida utilizando como instrumento de medida huellas de pies. Por último, en la tarea *recorriendo mi ciudad 2* como instrumento se utilizó los cuadritos que se encontraban en los planos entregados a los estudiantes, esto les permitió hallar la medida de cada recorrido realizado sumando cada cuadrito que el recorrido tenía.

7.4 Las técnicas

Las técnicas son las que permiten utilizar los instrumentos que orientan la acción Obando (2013). Las técnicas más practicadas por los estudiantes durante los juegos tanto en la *carta mágica* como en los *bolos* fue el conteo por medio de los dedos. Por ejemplo, en el juego de las cartas los estudiantes utilizaban sus dedos para contar el número de puntos de los dados. Cuando sacan 5 en los dados, los estudiantes muestran los dedos de una mano y completan la otra cantidad levantando el dedo meñique y sus contiguos hasta agotar el número. De esta manera pueden llevar control de los valores de las cartas y saber la carta faltante para formar el número requerido. También hubo casos de estudiantes que identificaban las constelaciones, reconociendo así de forma rápida el número de puntos obtenidos a partir de sobre conteo. Al momento de mostrar las cartas seleccionadas, los estudiantes las ubicaban de forma horizontal una al lado de la otra, para llevar el control de las cantidades sumadas y semejando la disposición espacial de las cantidades en un algoritmo de suma. De acuerdo con lo anterior se puede concluir que la técnica de conteo con dedos está ligada al rango (1-18) de las cantidades involucradas en la situación.

En el juego de los bolos la mayoría de los estudiantes utilizaba el conteo con los dedos para obtener la suma de los puntos conseguidos (como en el juego anterior). En particular, un estudiante empleo sus dedos para realizar conteos múltiples, es decir, le asigno a cada dedo un valor diferente a la unidad y de esta forma procedió a contar de 5 en 5 o de 10 en 10 para obtener el total de puntos alcanzados en su turno de juego. Otros estudiantes utilizaban “rayitas” para representar cada una de las cantidades y con base en el conteo de estas, hallaban la suma para calcular el puntaje obtenido en ese turno, mientras otros podían hacer los cálculos de forma mental. Dado que los puntajes obtenidos en cada turno no excedían el valor de 60, el algoritmo de la suma no fue utilizado durante los ejercicios ya que muchos estudiantes encontraban más fácil hacer cálculo con los dedos o con otro tipo de técnicas que involucraban “rayitas” y “bolitas”. Algunos alumnos planteaban el

algoritmo de la suma y procedían por conteo de “rayitas” para calcular las cifras de cada orden de magnitud. Esto muestra que el algoritmo de la suma no tiene significados para ellos cuando los valores a operar pueden ser fácilmente manipulados a partir de colecciones de muestra.

En los juegos de medición la técnica utilizada por todos los estudiantes fue el conteo de la cantidad de huellas y de cuadritos (patrones de medida) que cabían en la longitud recorrida. Los estudiantes en estas tareas no se vieron en la necesidad de utilizar cálculo con los dedos ni el algoritmo de la suma, ya que llevaban control de la cantidad de huellas y cuadrados que emplearon en el recorrido.

Las formas de acción observadas en los estudiantes permiten ver la suma como composición cuando se le agrega una unidad más a una cantidad inicial y como comparación al momento de buscar la equivalencia entre dos cantidades.

7.5 Las formas de discursividad

Se refiere a las formas de decir, de escribir y de comunicar que utilizan los niños al tratar de resolver situaciones aditivas de comparación, composición y transformación. En la realización de los juegos propuestos, cuando los niños necesitaban completar el total de puntos obtenidos, comenzaban un proceso de cálculo mental para buscar los números faltantes. Al darse cuenta que los números que pensaba sobrepasan el valor pedido, hacen gestos de negación con la cabeza (la mueven de lado a lado) y sacudían sus manos frente a la cara e iniciaban nuevamente el proceso volviendo a poner sus dos manos en las piernas para iniciar el conteo. Estos gestos de negación permiten decir que los estudiantes reconocen que están fallando y deben replantear sus acciones, para continuar con la búsqueda de una respuesta correcta. Por su parte, el sacudir las manos frente a la cara puede indicar una pausa en el proceso, declinar las acciones realizadas (“borrar los cálculos hechos”) para iniciar un nuevo cálculo que se controla a partir de la ubicación de las manos sobre las piernas. Es decir, el manejo corporal de los dedos de las manos se convierte en un mecanismo para regular el proceso de conteo.

También cuando se les pregunta por un resultado y ellos no saben la respuesta miran hacia arriba o hacia los lados en busca del valor pedido. Esto puede evidenciar que los estudiantes realizan acciones de pensamiento en las cuales tratan de organizar sus ideas, evocan procesos realizados, buscando en su entorno pistas que les permitan llegar a una respuesta correcta.

En general estos gestos muestran que los estudiantes organizan su pensamiento y evalúan sus procesos realizados, esto conlleva a una autorregulación del aprendizaje.

Los argumentos dados por los estudiantes para explicar que sus procedimientos eran válidos, se daban en su mayoría de forma gestual a través de la muestra de sus dedos con los cuales realizaban sus cálculos, esto se daba tanto en los juegos de las cartas donde con sus dedos mostraban porque era válido poner la carta escogida como en los bolos cuando explicaban de dónde salía el total de puntos obtenidos. En otros casos los argumentos eran dados de forma verbal, donde comunicaban los estudiantes paso a paso los cálculos mentales que llevaban a cabo al momento de resolver los problemas.

Ocurrió un caso particular en el juego de bolos, en el cual un estudiante derribó tres bolos los cuales tenían las cantidades 15, 5 y 5, el estudiante rápidamente dijo que el puntaje obtenido había sido 25, cuando se le interrogó el porqué de ese valor el estudiante argumentó diciendo lo siguiente:

“quince y más cinco son veinte y más otros cinco son 25” como se mostró en el *video 1*. De este argumento se puede ver que el estudiante emplea dos significados de la suma para resolver la tarea; el de suma como agrupación, ya que en su argumento se evidencia entiende que cada vez que suma cantidades positivas va aumentando la cantidad total (refuerza la relación parte-parte-todo), y el de transformación, ya que identifica que está aumentando (transformando) la medida inicial, cada vez que suma cantidades positivas, esto se ve cuando el estudiante dice *“y más”*.

Otros estudiantes realizaban la suma de los puntos obtenidos al derribar los bolos, pero al momento de interrogarlo del porque obtuvieron el valor mencionado por ellos, los estudiantes no sabían qué responder, se quedaban callados mirando hacia los lados. Esta situación se describió en la categoría elementos lingüísticos.

En los otros juegos de recorriendo mi ciudad, los estudiantes debían establecer quién había realizado el recorrido más corto. Para ello usaban como base en sus argumentos la comparación del total de huellas obtenidas a través de la relación de orden. De forma verbal mostraban cuál recorrido era más corto y cual más largo, diciendo cual era el número mayor y menor de huellas.

7.6 Configuraciones obtenidas

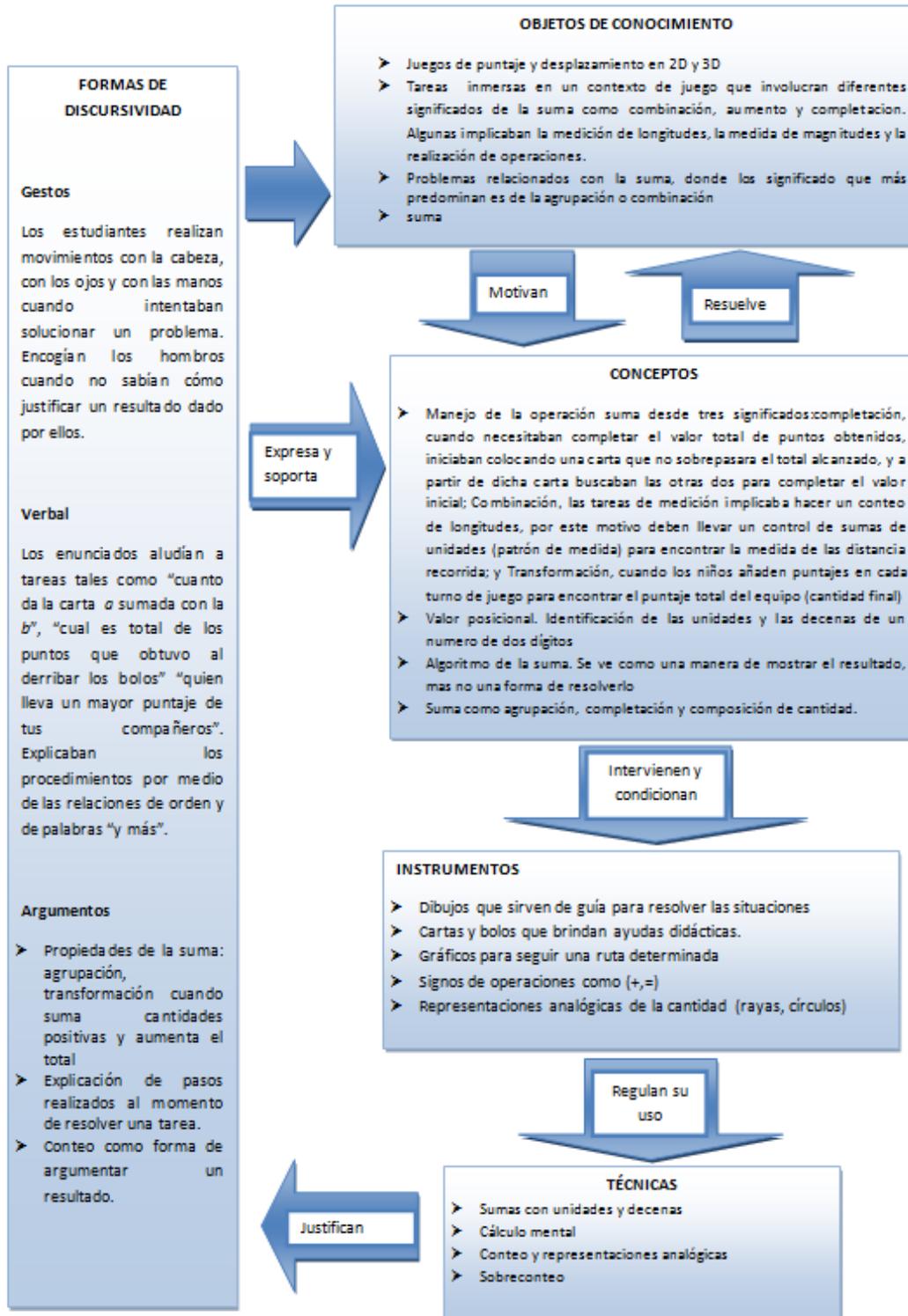


Figura 4

CONCLUSIONES

De acuerdo con el trabajo realizado las conclusiones se organizan en torno al ejercicio de la práctica docente, el proceso de investigación adelantado como docentes en formación teniendo en cuenta el problema y los objetos declarados. En este sentido, se presentan los significados constituidos por los estudiantes y la caracterización de las prácticas matemáticas desplegadas por los niños, para señalar algunos aportes y recomendaciones para el trabajo escolar en torno a la estructura aditiva.

Durante la investigación realizada se observó que el trabajo con los estudiantes demanda bastante tiempo, tanto en la planeación de las tareas a proponer, como en la ejecución de las mismas. Las tareas deben representar una necesidad para el estudiante, ser motivantes para que sean significativas y así generar en el estudiante un verdadero aprendizaje. El trabajo con las tareas enmarcadas en el contexto del juego fue muy acertada, ya que permitió ver de una forma natural las acciones desplegadas por parte de los estudiantes al momento de resolver situaciones que involucran la suma, sin sentirse explícitamente evaluados. Además, porque el juego como contexto para la acción le permite al niño aprender con el otro de manera divertida y sin dificultad, en palabras de Kozulin (1998) citando a Vygotsky *“el juego es una realidad cambiante y sobre todo impulsora del desarrollo mental del niño”*.

Como maestros en formación se tuvo un acercamiento a la organización de una institución educativa. Se conocieron los documentos institucionales como el PEI, los planes de área y las planeaciones. El reconocimiento de estos documentos permitió conocer la concepción que se tiene sobre la educación, el ideal de estudiante y de maestro así como los contenidos que se deben trabajar con los estudiantes en el área de matemáticas. Con esta experiencia se puede tener un primer acercamiento al contexto escolar para reconocer algunas realidades y dinámicas del que hacer docente e institucional que recrean, de alguna manera, el ejercicio docente que se asumirá una vez se obtenga el título profesional. Dicho acercamiento al contexto institucional también permite reflexionar en torno a qué aportes se pueden brindar

desde el rol del docente para contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación. Por ejemplo el diseño y presentación de tareas que estén relacionadas con situaciones de la vida real, donde se puedan desarrollar otras potencialidades en el estudiante y no solamente la ejercitación de procedimientos.

De acuerdo con el análisis de las prácticas matemáticas desplegadas por los estudiantes al momento de participar en las tareas formuladas, se observa que han logrado constituir los significados de la suma como agrupación, comparación y completación. Esto se evidencia cuando en uno de los juegos los estudiantes encontraban la distancia total de su recorrido por medio de la suma de la cantidad de huellas empleadas para cubrir la distancia. En otros juegos que implicaban el manejo de puntajes los estudiantes procedían por medio de sumas de los puntajes obtenidos en cada turno y para conocer el puntaje total realizaban combinación de cantidades. De igual forma, los estudiantes comprendían la suma como combinación en el momento de totalizar los puntos obtenidos cada vez que se lanzaban los dados y como completación cuando seleccionaban una primera carta y a partir de esta escogían otra para igualar la cantidad total. De esta manera las prácticas matemáticas reflejan una comprensión de la suma desde tres sentidos: como agrupación, como combinación y como completación.

Con base en las acciones desplegadas por los estudiantes se logró realizar una caracterización de las prácticas matemáticas teniendo en cuenta a Obando (2013) los elementos que se proponen para tal fin del análisis, se pudo observar que la técnica del conteo con los dedos es la que más emplean los estudiantes al momento de enfrentarse a una situación aditiva. Lo anterior permite concluir que el significado de la suma que más impera es de composición, ya que a partir del conteo con los dedos realizan una relación de parte-parte-todo, donde las partes se unen para componer el todo.

En una de las tareas propuestas para los estudiantes, se pretendía que hicieran uso del algoritmo de la suma como técnica para sumar fácilmente los valores obtenidos en los juegos. Pero como los puntajes obtenidos en cada turno no excedían el valor de 60 resultaba más fácil para los niños hacer conteo con los dedos para calcular el

total. Es por esto que el algoritmo de la suma no fue utilizado durante los ejercicios ya que muchos estudiantes encuentran más fácil hacer cálculo con los dedos o con otro tipo de técnicas que involucran “rayitas” o “bolitas”. Algunos alumnos planteaban el algoritmo de la suma y procedían por conteo de “rayitas” para calcular las cifras de cada orden de magnitud. Esto muestra que están en procesos de constitución de significado para el algoritmo de la suma dado que reconocen este procedimiento como válido para calcular el resultado de una suma pero desconocen el funcionamiento interno del mismo, en relación con las reagrupaciones propias del sistema de numeración decimal. De acuerdo con lo anterior, los estudiantes eligen la técnica para encontrar el resultado de una suma según el rango numérico de las cantidades involucradas.

En cuanto a los conceptos y formas de discursividad enunciadas por los estudiantes al momento de realizar las tareas propuestas, permiten ver que han constituido el significado de la suma como agrupación, esto se evidencia en el momento en que los estudiantes recurren al conteo para hallar el resultado de la suma, pues entienden que cada elemento que cuentan tienen la misma naturaleza de los demás y que la unión de éstos forma igualmente un elemento o una cantidad de la misma naturaleza pero mucho mayor que las que la conforman. Los otros dos significados de la suma como aumento y completación no sobresalieron tanto como se esperaba quizás por el diseño mismo de las tareas. A pesar de esto se observó que algunos estudiantes tenían acercamientos a los otros dos significados de la suma, esto se vio en las tareas de las cartas (completación) y en el juego de los bolos (aumento).

En cuanto a los aprendizajes de los estudiantes, tenemos que pudieron continuar con el proceso de constitución de significados en torno a la suma, a partir del desarrollo de tareas cotidianas que hace parte de su contexto como son los juegos. Además, las comprensiones logradas con la suma permitieron que los estudiantes asumieran la resolución de ciertos problemas como los de completación que no son muy usuales en los contextos escolares. Cabe resaltar que los niños no vieron la suma solamente como algo mecanizado, es decir como un algoritmo, sino que mediante el juego lograron resolver las situaciones planteadas en el marco de las

acciones propias de un juego de puntajes empleando el conocimiento como técnica básica.

Durante las observaciones realizadas en el aula de clase, se pudo evidenciar que las maestras al momento de enseñar la suma abordan situaciones donde se privilegia el significado de agrupación, y a las formas de enseñanza de las maestras, se pudo evidenciar que ellas al momento de enseñar la suma la mostraban desde el significado de agrupación, pues trabajaban con los niños tareas que involucraban el conteo de colecciones como las fichas del ábaco y de otros objetos. También las maestras impulsaban a sus estudiantes a realizar acciones de conteo con el empleo de los dedos para resolver ciertas tareas que involucraban sumas. De lo anterior y de los análisis de las prácticas matemáticas se ve que la forma de enseñanza de las maestras influye en el significado que los estudiantes constituyen en torno a la suma, ya que los estudiantes durante la realización de las tareas, realizaban tanto el conteo con dedos como el conteo con uso de representaciones analógicas tal y como se realizaban en el aula de clase con las maestras. Cabe mencionar que el algoritmo de la suma fue abordado una gran parte del año escolar, pero a pesar de esto los estudiantes no hicieron uso del algoritmo para resolver las tareas propuestas, esto muestra que no se ha constituido significado para este procedimiento. En este sentido, se evidencia los principios de la teoría de la actividad en cuanto a que *la actividad es situada y mediada por los instrumentos que la cultura pone a su disposición, mostrando así que las acciones del sujeto son activas frente a tales instrumentos que los transforma y los resignifica* Obando (2013).

Desde la metodología, se tiene que el estudio de casos se ajustó con las acciones realizadas para caracterizar las prácticas matemáticas en torno a la suma, porque permitió conocer las ideas, el lenguaje y las acciones que los estudiantes participantes en la investigación expresaban y argumentaban, además de conocer un poco la vida de estos niños al dialogar e interactuar con ellos. También, porque las recolecciones de datos a través de videos, diálogos, diarios de campo, registros escritos por los estudiantes e imágenes posibilitaron observar y analizar las

acciones que desplegaban al momento de participar en los juegos. El tipo de caso instrumental fue pertinente para este trabajo pues los análisis y caracterizaciones señaladas en el presente documento se constituyen en insumo para otros estudios acerca de las prácticas matemáticas en torno a la suma. Cabe resaltar que este es un estudio específico y de ninguna manera se puede generalizar o comparar con otros similares.

Los aportes que se brindan en la escuela están orientados en dos sentidos: uno hacia los estudiantes, relacionado con los conocimientos que le transmitimos a los niños cuando intervenimos en el aula de clase. El otro es hacia las docentes, específicamente a las maestras cooperadoras, quienes recibieron un paquete de tareas que apoyan el trabajo de aula respecto de la suma. Este paquete de tareas contiene el análisis didáctico de todos los juegos y situaciones que se diseñaron y aplicaron durante la práctica en la institución. Se espera que éste paquete de tareas sirva para crear en los docentes reflexiones sobre los ejercicios que diseñaran para trabajar con los estudiantes y también se espera que se aprovechen de la mejor manera, e incluso se les realicen mejoras.

Como líneas abiertas para futuras investigaciones, se propone modificar algunas variables didácticas de las tareas. De manera particular, en la tarea de los bolos donde los valores asignados estén en un rango numérico mayor a 100, para que los niños tengan la necesidad de desplegar otro tipo de técnicas como las algorítmicas o de conteo iterado. Otra variable es incluir en algunos de los juegos propuestos puntajes negativos para que los estudiantes se enfrente a la solución de tareas que involucren sumas y restas. Aquí queda delimitada la necesidad de analizar las prácticas matemáticas relacionadas con la resta puesto que este campo aborda problemas que pueden ser tratadas en relación con la suma.

Para el diseño de las tareas se notó la necesidad de tener en cuenta varios factores que determinan la pertinencia de las situaciones a trabajar. Algunos de estos factores son: el contexto en el cual se encuentra inmerso el estudiante ya que permite relacionar las matemáticas con su vida cotidiana, el nivel de escolaridad para proponer las situaciones en concordancia con las competencias que ha

desarrollado el niño en ese momento. De igual forma, se debe tener en cuenta los RCB para articular los procesos y ejes conceptuales que deben fundamentar el currículo, a la vez reconocer las prácticas matemáticas institucionalizadas. Esto es de gran aporte para la labor docente, pues brinda pautas sobre el qué y cómo enseñar.

Las prácticas matemáticas como una herramienta de análisis de los sentidos y significados que constituyen los estudiantes en torno a la suma, permite el desarrollo y la constitución de estos conceptos para lograr dotarlos de significados y para que el docente tenga una guía de qué enseñar cuando trabaje con situaciones aditivas. También, pone la acción del estudiante en el centro de atención, ya que es fundamental para que puedan constituir su conocimiento, por lo tanto hay que diseñar tareas contextualizadas, para lograr en las aulas de clase desplegar actividad matemática y que de esta manera los niños logren obtener un conocimiento que sea verdaderamente significativo.

Finalmente, Cada elemento analizado evidenció significados que los estudiantes constituían en torno a la suma cuando se enfrentaban a las tareas. En los objetos de conocimiento, reconocidos como las 4 tareas, los significados que se manejan son los de combinación, completación y transformación, ya que como se explicó en apartados anteriores las tareas se diseñaron teniendo en cuenta los tipos de problemas planteados por Vergnaud (1990). Los conceptos que intervenían para la solución de los problemas, mostraban la constitución de ciertos significados por parte de los estudiantes. Lo anterior se hacía explícito en los instrumentos que les permitían realizar acciones para resolver los problemas, acciones que se convertían en técnicas las cuales servían a las formas discursivas que argumentaban la solución del problema. Estos elementos y las relaciones que entre ellos se tejieron, mostraron que los significados que el estudiante constituye de cierto concepto matemático, tal vez se ven influenciados por la forma en cómo se diseñan y proponen las situaciones de aula. Es por tanto responsabilidad del docente diseñar y trabajar situaciones que estén bien pensadas, para obtener los resultados que se desean alcanzar.

REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Agreda, O., Fonnegra, S., y Franco, N. (2012). *Construcción de significados del número natural en niños de primer grado*. Tesis para optar el título de Licenciado(a) en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Medellín.

Calle, G., Orozco, J., Piedrahita, L., Gómez, L., & Saldarriaga, S. (2003). *Propuesta de intervención pedagógica en el aula para el desarrollo del pensamiento numérico de los grados segundo y tercero del colegio juvenil nuevo futuro*. Trabajo de grado para optar al título de Licenciadas en Educación Básica Primaria. Medellín.

Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos.(2012).*Ciclo I grados 1-2-3*.

Coll, César. (2002). *Psicología genética y aprendizajes escolares*. pp. 105-128. España. Siglo XXI.

Creswell, J. (2007). *Qualitative inquiry & research design*. Second edition. SAGE.

Daniels, H. (2003). *Vygotsky y la pedagogía*. Paidós, Barcelona.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M., y Lurduy, O. (2009). *Systems of practices and configurations of objects and processes as tools for the semiotic analysis in mathematics education*. Semiotic Approaches to Mathematics, the History of Mathematics and Mathematics Education - 3rd Meeting. Aristotle University of Thessaloniki, July 16-17, 2009.

Kozulin, A. (1998). *Instrumentos psicológicos*. Paidós, Buenos Aires.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Santafé de Bogotá. Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Santafé de Bogotá.

Obando, G., Arboleda, L. & Vasco, C. (2014). *Filosofía, Matemáticas y Educación: una perspectiva Histórico-Cultural en Educación Matemática*. Revista científica, (artículo en revisión).

Obando, G., Arboleda, L. & Vasco, C. (2013). *Filosofía, Matemáticas y Educación: por un enfoque Histórico-Cultural en Educación Matemática*. Capítulo de tesis doctoral en prensa.

Ospina, M., & Salgado, J. (2011). *Configuraciones epistémicas presentes en los libros de tercer grado, en torno al campo conceptual multiplicativo*. Tesis para optar el título de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Universidad del Valle.

Radford, L. (2004). *Semiótica cultural y cognición*. Artículo que proviene de un programa de investigación subvencionado por The Social Sciences and Humanities Research Council of Canada (SSHRC/CRSH).

Radford, L. (2006). *Elementos de una teoría cultural de la objetivación*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME). pp. 103-129.

Radford, L. (2014). *De la teoría de la objetivación*. Revista Latinoamericana de Etnomatemática. pp. 132-150.

Ramírez, M., & Ortiz, D. (2008). Cálculo mental como estrategia para desarrollar el pensamiento numérico. Tesis para optar el título de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Medellín.

Brissiaud, R. (1993). *El aprendizaje del cálculo más allá de Piaget y la teoría de conjuntos*. Edición Madrid.

Ruiz, L. (2003). *La invisibilidad institucional de los objetos matemáticos. Su incidencia en el aprendizaje de los alumnos*. Madrid: ediciones.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: ediciones Morata.

Vásquez, N. (2010). *Un ejercicio de transposición Didáctica en Torno al Concepto de Número Natural en el Preescolar y el Primer Grado de Educación Básica*. Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Educación, con énfasis en docencia de las matemáticas.

Vergnaud, G. (1990). *La teoría de los campos conceptuales*. Investigación en didáctica de las matemáticas, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170.

ANEXOS

Anexo 1



Estimado padre de familia

Cordial saludo,

Actualmente se viene realizando una investigación en la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos para conocer los sentidos y significados que tienen los alumnos de primer y segundo grado respecto a la operación suma.

Se trata de una serie de actividades, que tiene la finalidad de conocer los aspectos mencionados. A través de este estudio pretendemos partir del conocimiento de la situación en la que se encuentran los alumnos para preparar mejor sesiones educativas sobre estas cuestiones.

Se solicita por medio de esta carta la autorización para contar con la participación de su hijo en esta investigación

Los resultados generales de esta actividad se pondrán a disposición de la institución educativa. Cuando los investigadores publiquen datos globales de este estudio, nunca se darán a conocer resultados concretos los alumnos.

Estas actividades forman parte de la tesis de grado realizado por estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidadde Antioquia, en el programa de Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Matemáticas, el cual tiene como pregunta de investigación ¿Qué configuraciones epistémicas pueden constituir los niños de primer grado de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos en torno al número natural a partir del estudio de las situaciones aditivas?

Esperamos contar con su autorización para poder seguir llevando a cabo la investigación.

Muchas gracias por su atención y colaboración.

Leidy Cristina Balcón Díaz

Firma padre de familia



Estimado padre de familia

Cordial saludo,

Actualmente se viene realizando una investigación en la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos para conocer los sentidos y significados que tienen los alumnos de primer y segundo grado respecto a la operación suma.

Se trata de una serie de actividades, que tiene la finalidad de conocer los aspectos mencionados. A través de este estudio pretendemos partir del conocimiento de la situación en la que se encuentran los alumnos para preparar mejor sesiones educativas sobre estas cuestiones.

Se solicita por medio de esta carta la autorización para contar con la participación de su hijo en esta investigación

Los resultados generales de esta actividad se pondrán a disposición de la institución educativa. Cuando los investigadores publiquen datos globales de este estudio, nunca se darán a conocer resultados concretos los alumnos.

Estas actividades forman parte de la tesis de grado realizado por estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, en el programa de Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Matemáticas, el cual tiene como pregunta de investigación ¿Qué configuraciones epistémicas pueden constituir los niños de primer grado de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos en torno al número natural a partir del estudio de las situaciones aditivas?

Esperamos contar con su autorización para poder seguir llevando a cabo la investigación.

Muchas gracias por su atención y colaboración.

Lenis Marin

Firma padre de familia



Estimado padre de familia

Cordial saludo,

Actualmente se viene realizando una investigación en la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos para conocer los sentidos y significados que tienen los alumnos de primer y segundo grado respecto a la operación suma.

Se trata de una serie de actividades, que tiene la finalidad de conocer los aspectos mencionados. A través de este estudio pretendemos partir del conocimiento de la situación en la que se encuentran los alumnos para preparar mejor sesiones educativas sobre estas cuestiones.

Se solicita por medio de esta carta la autorización para contar con la participación de su hijo en esta investigación

Los resultados generales de esta actividad se pondrán a disposición de la institución educativa. Cuando los investigadores publiquen datos globales de este estudio, nunca se darán a conocer resultados concretos los alumnos.

Estas actividades forman parte de la tesis de grado realizado por estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, en el programa de Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Matemáticas, el cual tiene como pregunta de investigación ¿Qué configuraciones epistémicas pueden constituir los niños de primer grado de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos en torno al número natural a partir del estudio de las situaciones aditivas?

Esperamos contar con su autorización para poder seguir llevando a cabo la investigación.

Muchas gracias por su atención y colaboración.

Hermelina Cano. 22004730.

Firma padre de familia



Estimado padre de familia

Cordial saludo,

Actualmente se viene realizando una investigación en la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos para conocer los sentidos y significados que tienen los alumnos de primer y segundo grado respecto a la operación suma.

Se trata de una serie de actividades, que tiene la finalidad de conocer los aspectos mencionados. A través de este estudio pretendemos partir del conocimiento de la situación en la que se encuentran los alumnos para preparar mejor sesiones educativas sobre estas cuestiones.

Se solicita por medio de esta carta la autorización para contar con la participación de su hijo en esta investigación

Los resultados generales de esta actividad se pondrán a disposición de la institución educativa. Cuando los investigadores publiquen datos globales de este estudio, nunca se darán a conocer resultados concretos los alumnos.

Estas actividades forman parte de la tesis de grado realizado por estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, en el programa de Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Matemáticas, el cual tiene como pregunta de investigación ¿Qué configuraciones epistémicas pueden constituir los niños de primer grado de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos en torno al número natural a partir del estudio de las situaciones aditivas?

Esperamos contar con su autorización para poder seguir llevando a cabo la investigación.

Muchas gracias por su atención y colaboración.

Firma padre de familia



Estimado padre de familia

Cordial saludo,

Actualmente se viene realizando una investigación en la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos para conocer los sentidos y significados que tienen los alumnos de primer y segundo grado respecto a la operación suma.

Se trata de una serie de actividades, que tiene la finalidad de conocer los aspectos mencionados. A través de este estudio pretendemos partir del conocimiento de la situación en la que se encuentran los alumnos para preparar mejor sesiones educativas sobre estas cuestiones.

Se solicita por medio de esta carta la autorización para contar con la participación de su hijo en esta investigación

Los resultados generales de esta actividad se pondrán a disposición de la institución educativa. Cuando los investigadores publiquen datos globales de este estudio, nunca se darán a conocer resultados concretos los alumnos.

Estas actividades forman parte de la tesis de grado realizado por estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidadde Antioquia, en el programa de Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Matemáticas, el cual tiene como pregunta de investigación ¿Qué configuraciones epistémicas pueden constituir los niños de primer grado de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos en torno al número natural a partir del estudio de las situaciones aditivas?

Esperamos contar con su autorización para poder seguir llevando a cabo la investigación.

Muchas gracias por su atención y colaboración.

MARCELA CASTAÑEDA

Firma padre de familia



Estimado padre de familia

Cordial saludo,

Actualmente se viene realizando una investigación en la institución educativa Ramón Giraldo Ceballos para conocer los sentidos y significados que tienen los alumnos de primer y segundo grado respecto a la operación suma.

Se trata de una serie de actividades, que tiene la finalidad de conocer los aspectos mencionados. A través de este estudio pretendemos partir del conocimiento de la situación en la que se encuentran los alumnos para preparar mejor sesiones educativas sobre estas cuestiones.

Se solicita por medio de esta carta la autorización para contar con la participación de su hijo en esta investigación

Los resultados generales de esta actividad se pondrán a disposición de la institución educativa. Cuando los investigadores publiquen datos globales de este estudio, nunca se darán a conocer resultados concretos los alumnos.

Estas actividades forman parte de la tesis de grado realizado por estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidadde Antioquia, en el programa de Licenciatura en educación Básica con Énfasis en Matemáticas, el cual tiene como pregunta de investigación ¿Qué configuraciones epistémicas pueden constituir los niños de primer grado de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos en torno al número natural a partir del estudio de las situaciones aditivas?

Esperamos contar con su autorización para poder seguir llevando a cabo la investigación.

Muchas gracias por su atención y colaboración.

Harío M. Ortiz

Firma pádre de familia



Señores:
Institución educativa Ramón Giraldo Ceballos

Docente:

Con un atento saludo,

Nosotros practicantes de la Universidad de Antioquia Harold Winston Mosquera y Astrid Milena Restrepo, nos dirigimos a ustedes con el fin de solicitarles un permiso para estudiar con tres de sus alumnos en una investigación sobre las concepciones que ellos tiene sobre el número natural. Nos comprometemos en el tiempo que los niños estén con nosotros a nivelarlos con su grupo de estudio, con el fin de que los estudiantes lleven normalmente su ritmo de estudio y no se atrasen en éste. De igual manera esperamos que ustedes se comprometan a dejar que los niños participen de nuestra investigación.

Muchas Gracias.

Sandra Vásquez

Firma de la docente

Licenciatura en básica matemáticas

Anexo 2

Los siguientes son los enlaces que se encuentran en la Web, los cuales permiten ingresar a la Wiki de la Institución Educativa Ramón Giraldo Ceballos.

<http://ieramong.wikispaces.com/1.6+SISTEMA+INSTITUCIONAL+DE+EVALUACI%C3%93N+DE+LOS+ESTUDIANTES+SIEE>.

<http://ieramong.wikispaces.com/1.6+SISTEMA+INSTITUCIONAL+DE+EVALUACI%C3%93N+DE+LOS+ESTUDIANTES+SIEE>

Anexo 3

Los siguientes son los enlaces que se encuentran en la Web, los cuales permiten ver los videos de los estudiantes.

<https://www.youtube.com/watch?v=n-6CLh-yPQg&list=UUg7zB6JYu-QwM0XDBksCeiw>

<https://www.youtube.com/watch?v=-fdE5PX00Ww&list=UUg7zB6JYu-QwM0XDBksCeiw&index=1>

<https://www.youtube.com/watch?v=brG7Sg8QgD0&list=UUg7zB6JYu-QwM0XDBksCeiw&index=3>