

INFORME DE GRADO

ANDRÉS FELIPE PIEDRAHITA ALZATE

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
MEDELLÍN
2013**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

MEDELLÍN



LA RELACIÓN DE LA ENTROPÍA CON LA ESTADÍSTICA Y EL CÁLCULO

Trabajo de grado para optar al título de licenciados (as) en Matemáticas y física

AUTOR:

Andrés Felipe Piedrahita Alzate

ASESORA

Sandra María Quintero

Correa

Magister en Educación

Faculta de Educación

Línea Ciencias Experimentales y Matemáticas

Universidad de Antioquia

Medellín, Diciembre de 2013

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN CAPÍTULO

PRIMERO PLANTEAMIENTO DEL

PROBLEMA

<i>DESCRIPCIÓN Y JUSTIFICACIÓN</i>	<i>Pág 8</i>
<i>ANTECEDENTES</i>	<i>Pág 11</i>
<i>Evolución del concepto de entropía</i>	<i>Pág 11</i>
<i>Aplicaciones</i>	<i>Pág 12</i>

CAPÍTULO SEGUNDO

OBJETIVOS

<i>OBJETIVO GENERAL</i>	<i>Pág 18</i>
<i>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</i>	<i>Pág 18</i>

CAPÍTULO TERCERO

MARCO TEÓRICO *Pág 19*

APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP)

Rol del maestro ABP *Pág 25*

TEORÍA CONSTRUCTIVISTA *Pág 27*

MARCO CONCEPTUAL *Pág 29*

CAPÍTULO CUARTO

DISEÑO METODOLÓGICO *Pág 36*

Diseño *Pág 36*

Tipo de investigación *Pág 37*

Contexto de la investigación. *Pág 37*

Participantes de la investigación *Pág 39*

Diseño de los instrumentos de recolección de la información *Pág 39*

<i>Ciclo de aprendizaje</i>	<i>Pág 40</i>
<i>Ciclo de Aprendizaje y unidad didáctica</i>	<i>Pág 43</i>
CAPÍTULO QUINTO	
<i>RESULTADOS Y ANÁLISIS</i>	<i>Pág 60</i>
CAPÍTULO SEXTO	
<i>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</i>	<i>Pág 89</i>
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	<i>Pág 92</i>
ANEXOS 8	

TABLA DE ANEXOS

Anexo 1 UD actividad 1	Pág 95
Anexo 2 UD actividad 2	Pág 99
Anexo 3 UD actividad 3	Pág 105
Anexo 4 Referentes teóricos primera sesión	Pág 109
Anexo 5 Diario pedagógico	Pág 116
Anexo 6 Entrevista semiestructurada	Pág 126
Anexo 7 Cuestionario KPSI	Pág 130
Anexo 8 Tabulación cuestionarios	Pág 132

INTRODUCCIÓN

La articulación conceptual acompañada de una metodología apropiada contribuye al afianzamiento de ciertos saberes y conceptos, es por esta razón que en el presente trabajo de investigación se indaga por el vínculo existente entre la entropía, la estadística y el cálculo, implementando una unidad didáctica direccionada a partir de la metodología ABP.

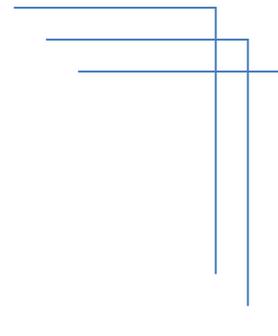
Es de notar que se indagó por cuales eran las relaciones que los maestros en formación de la licenciatura en matemáticas y física de la Universidad de Antioquia establecían entre la entropía, la estadística y el cálculo, dicha relación permite reconocer elementos académicos y disciplinares relevantes a partir de las relaciones de conceptos con otras áreas o temáticas, en esta medida, el concepto de entropía posibilita relacionar el cálculo y la estadística, además tiene una aplicación práctica y cotidiana, que mejora los posibles análisis que se pueden establecer alrededor de experiencias habituales.

Es de señalar que inicialmente los docentes en formación limitaban el concepto de entropía a su relación con la física, puntualmente la segunda ley de la termodinámica, sin embargo después de la implementación de la unidad didáctica reconocieron como el concepto desde su formalización matemática y desde su conceptualización teórica vinculaba directamente el cálculo y la estadística, además permitía analizar dinámicas empresariales, económicas, personales e incluso estéticas, ya que el concepto de entropía permite hacer análisis detallados y contundentes al momento de tomar decisiones, describir una imagen, entre otras aplicaciones.

Esta investigación se fundamentó en la necesidad de reconocer las relaciones que se

pueden establecer a nivel disciplinar y pedagógico con el objetivo de fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje considerando para éstos el trabajo colaborativo y la construcción de conocimiento.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), Constructivismo, Trabajo Colaborativo, Entropía, Estadística, Cálculo.



CAPÍTULO

PRIMERO

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

DESCRIPCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Uno de los problemas actuales en nuestra educación es formar sujetos teniendo en cuenta la transdisciplinariedad¹ de los saberes, cuyos principios se han sustentado desde la realidad, la lógica y la complejidad y no adquirir conocimientos como se plantea en el método de Descartes,² donde se adquieren conocimientos aislados sin saber cómo se integran y aplican en determinados contextos de la vida real.

Dentro del estudio de la Física se evidencian situaciones similares, donde los conceptos se han trabajado de manera independiente, de manera intangible y en lo cual solo se ha tenido en cuenta su relación con la matemáticas, descontextualizándola del entorno social, solo vista a partir de explicar fenómenos generalizadores, posibilitando su desvinculación con su naturaleza. Donde solo se ha fundamentado en la idealización de dichos fenómenos con el argumento de matematizar la física obviando la realidad empírica, propuesta por Galileo³ alejándose del pensamiento Aristotélico el cual se centraba en la materia y su forma, siendo estos pensamientos los que han estado presentes en nuestro mundo pero no se utilizan en la enseñanza de la física; porque no

¹“La transdisciplinariedad se concibe como una visión del mundo que busca ubicar al hombre y a la humanidad en el centro de nuestra reflexión, y desarrollar una concepción integradora del conocimiento”. Mancipas, A. Elementos para una didáctica de la transdisciplinariedad y pensamiento complejo. En documentos de Multiversidad Mundo Real Edgar Morin, Sonora, México, 2006.

²“ El método, entendido como conjunto de reglas a seguir para llegar a la verdad, supone un orden, no en el sentido del orden de exposición de lo ya sabido, sino un orden inventivo que pretende hacer avanzar el saber” Tomado de <http://plesiologos.blogspot.com/2008/01/el-metodo-de-descartes.html>

³Pero es a Galileo a quien tocará la tarea de una «racionalización» matemática de la naturaleza física. La materia sensible y física era el obstáculo que se oponía a la aplicación de la matemática pura a la realidad empírica. Tomado SEMINARIO «OROTAVA» DE HISTORIA DE LA CIENCIA - AÑO XI-XII, La matematización de la naturaleza como vía única de la ciencia, Montesinos Sirera ,J (2011)

le damos ni la razón a la matemática, a la observación, y ni a la evolución de los conceptos. Entonces ¿A que le estamos dando razón? y ¿Cómo lo estamos haciendo?,

En algunos cursos de física de Educación media y en Educación superior, uno de los problemas radica en la forma de enseñar, donde son pocos los docentes que dedican tiempo de las clases a analizar los conceptos desde el componente epistemológico y se limitan en cambio a utilizar fórmulas que resuelven de manera mecánica una situación problema, sin permitir que el estudiante interiorice los conceptos y los aplique hacia el desarrollo de competencias.

Lo anterior lleva a que diversos profesionales en distintos campos del conocimiento como los abogados, economistas, contadores públicos, administradores, sociólogos, entre otros, sostienen que la física como ciencia no representa para ellos ninguna relevancia en su campo de acción. En el campo de la educación se evidencian comentarios similares, debido a procesos de formación que carecen de estrategias metodológicas que conllevan a los estudiantes a generar aprendizajes significativos dentro de su contexto real.

Otro problema que se presenta es la falta de profundización que dan los docentes a los diferentes temas abordados dentro del aula desde el área de física, ante lo cual argumentan la falta de formación obtenida durante pregrado. Al respecto, específicamente en el tema de la termodinámica cuando se habla del concepto de entropía, en el cual prefieren no explicarlo porque ni entienden el concepto y mucho menos su aplicación, presentándolo de forma intrínseca en todos los campos del conocimiento.

Con la presente investigación se pretende dar a conocer la aplicabilidad de la entropía en algunas áreas de conocimiento, específicamente en la física, la estadística y el cálculo, por ser un tema de gran relevancia que no ha sido bien explorado desde sus conceptos del siglo XVII hasta la fecha y que no se comprende muy bien. Lo anterior obedece a la posibilidad de vincular la mecánica-estadística en algunos procesos de optimización dentro del curso de Cálculo III, en el cual se utilizan técnicas como los multiplicadores de LaGrange.

La presente investigación tiene como objetivo en darle respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cuál es la incidencia que tiene la implementación de una Unidad Didáctica que relacione el concepto de Entropía con la estadística y el cálculo en los procesos de formación en estudiantes de la Licenciatura en Matemática y Física (UdeA), a través de la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas?

ANTECEDENTES

En la actualidad el concepto de entropía en los procesos de enseñanza y aprendizaje ha sido abordado desde posturas netamente teóricas, sin considerar de manera relevante las aplicaciones de este concepto en diferentes disciplinas del saber, dejando solo concepto abstracto

Diversas investigaciones y artículos a nivel nacional e internacional han mostrado que el concepto no ha sido muy bien explorado, pero también se han visto trabajos de doctorado que le han dado interés al en el tema de aplicaciones en diversos campos como la economía, medicina, biología, la geología, la ingeniería, entre otros.

A continuación se presenta los resultados de una búsqueda bibliográfica de investigaciones y experiencias que trabajan la evolución del concepto de entropía y aplicaciones en otras áreas del conocimiento, siendo estas las dos categorías en las que se fundamenta el rastreo bibliográfico de este proyecto.

Evolución del concepto de Entropía

Este tema no ha sido muy bien explorado, sin embargo todos los trabajos intentan dar una historia que se centra a partir del siglo XIX, siendo ésta de forma general.

De lo anterior en este trabajo el que más me parece más acertado es que presento a continuación

(Pohl&Cala, 2009), presenta un artículo de una investigación realizada sobre “El desarrollo conceptual que desembocará en la formulación de la conservación de la energía y en el concepto de entropía” es abordado en la primera parte del presente trabajo. La segunda parte dibuja brevemente el panorama histórico de la termodinámica, llamando la atención sobre los variados significados históricos que tuvieron los conceptos de la energía y la entropía y sobre su influencia en el mundo social y cultural de la época. Un aspecto puntual de la interacción entre termodinámica y sociedad fue analizado en la última parte del artículo, al explorar la forma como las leyes de la termodinámica fueron influenciadas por cuestiones teológicas y cómo a su vez estas leyes articularon discursos tanto materialistas y naturalistas como de apología cristiana. Al final no hay conclusiones debido a que este artículo solo pretende dar información histórica de la ciencia y su relación con los debates cosmológicos y religiosos de finales siglo XIX.

Aplicaciones

Tejeida (2007), realizó una investigación centrada en proponer el paradigma sistémico donde explica que varias variables independientes, se tienen que agrupar lógicamente entre si para poder formar un sistema que propugna la necesidad de no limitarse a explicar y comprender el fenómeno, sino que además se deben provocar cambios encaminados a mejorar la situación o el sistema.

Centra su objetivo en la aplicación de los conocimientos para transformar la realidad. Dentro de la Teoría General de Sistemas esta investigación contempla varias propiedades importantes de los sistemas, una de ellas es la evolución de la sociedad

La cual es abordada y descrita desde diferentes teorías: la creacionista, teoría de Lamarck, el Darwinismo, la teoría de Mendel y el Neodarwinismo, las anteriores posturas teóricas posibilitan comprender y direccionar análisis alrededor de las actividades humanas que su mejoren la eficacia y eficiencia. Es de notar que dichos análisis tendrían mayor nivel de complejidad ya que para poder ser lo suficientemente detallados y precisos es necesario contemplar en estos procesos el concepto de entropía y su evolución.

La entropía y la Evolución de los sistemas son dos propiedades que se mantienen en una relación de interacción mutua y afectan en buena medida a los sistemas en lo que respecta a su equilibrio viable y trascendencia (Tejeida, 2007) Así, teniendo en cuenta que en las organizaciones se propende por mantener condiciones de equilibrio viable, que garanticen el desarrollo de la organización es de gran importancia entonces, considerar y cuantificar el Proceso Akastásico., éste proceso consiste en la degeneración que sufren las organizaciones en su período de actividad, en el cual van perdiendo su capacidad de llevar a cabo sus funciones para el cumplimiento de los objetivos que se fijaron en su formación. Siendo esta Akastasis que afecta en dos formas interna y externa, desequilibrando la organización: cuantificándolo de la siguiente manera:

Adaptación de la fórmula de entropía del número de estados posibles para encontrar el grado de akastasis y obtuvo que:

$$G_a = - \sum_{n=1}^n P_n \log P_n$$

Donde:

Ga= Grado de akastasis

Pn= n probabilidad asociada con su correspondiente n alternativa

En la cual se afirmó que “El grado de akastasis es inversamente proporcional al control dentro de la organización y directamente proporcional a la aplicación de recursos”

Pensando en la misma curva de demanda Vs oferta, también se presenta el de costo vs Exelísis (Proceso en el que se dirige a las organizaciones a su adaptación a las condiciones del medio en el que se desenvuelven para lograr su mantenimiento en equilibrio viable y su complejificación). Que mostro que si se conoce el punto de equilibrio entre el grado de akastasis y el grado de control se podrán diseñar el número de niveles óptimos para la organización, lo que se traduce en menor aplicación de recursos y mayor utilidad.

En el avance de esta investigación, se discuten las aplicaciones potenciales de los conceptos de entropía y evolución en una nueva teoría propuesta para la administración llamada: “Teoría Exelíxica (evolución) de las Organizaciones”

Rodriguez y Otros (2009), enfocaron su trabajo de investigación en el estudio de las proteínas del merozoito de Plasmodium falciparum, la EBA- 140, también conocida como BAEBL o PfEBP-2, comparte características estructurales y homología con EBA-175 y EBA-181. Estudios de la localización sub-celular sugieren que está localizada en los micronemas. Por medio de la construcción de un espacio de probabilidad, donde se cuantificó la posibilidad de aparición por posición para los 20 aminoácidos en péptidos con tamaño de 20 residuos para 6 secuencias de alta unión de la proteína EBA-140, se calculó la probabilidad, sumatoria de probabilidad y Entropía para las 61 secuencias de

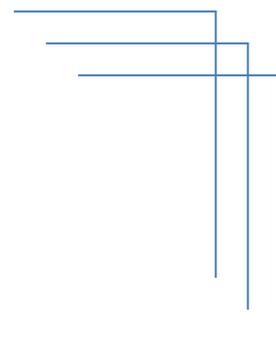
20 residuos de la proteína EBA-140, para posteriormente caracterizar matemáticamente los péptidos de alta unión y los que no lo son.

Los autores manifestaron que los valores de probabilidad, Sumatoria de Probabilidad y Entropía para las secuencias comprobadas experimentalmente de alta unión, que variaron entre los rangos asociados al macroestado unión, mientras que todos estos mismos valores para los péptidos comprobados de baja unión, encontraron fuera de los rangos asociados al macroestado de unión. Los valores de probabilidad, sumatoria de probabilidad y Entropía diferencian los péptidos de alta unión de los de baja unión, acertando en el 100% de los casos estudiados, según estudios experimentales.

Concluyeron que el fenómeno de unión de la proteína estudiada presentó un orden subyacente, que es caracterizable a partir de las leyes de la probabilidad y de la entropía de forma objetiva y reproducible.

Xiaosi&Du Shanghai, (2011) nos presenta un trabajo denominado “Información Entropía Evolución del flujo de agua subterránea, sistema afectado por la actividad humana”, donde los sistemas de aguas subterráneas tiene características de flujo de estructura disipativa, y el sistema de flujo de agua subterránea es evolutivo que puede ser descrito con el flujo de agua subterránea de información del sistema entropía de variación, donde son tomados los flujos de aguas subterráneas de la ciudad de Shijiazhuang, entre 1960 y 2005, fueron calculados utilizando la entropía como metodología y los resultados mostraron que las entropías desistema de flujo de agua subterránea tiene una tendencia a la baja a través de las etapas del período de investigación , y se pueden dividir en cuatro estados basados en el sistema de flujo de

agua subterránea con respecto a la variación de entropía de la siguiente manera: la entropía período estable (1960-1965), período de disminución (1965-1980), período de aumento 1980-1995) y la disminución secundaria de la entropía período (1995-2005), la comprensión de importantes fuerzas motrices para cambiar los patrones de las aguas subterráneas de los niveles, es esencial para las aguas subterráneas ya que presenta un nuevo método de gestión de análisis de correlación gris y los resultados mostraron que, el grado de correlación entre gris flujo del agua subterránea entropías del sistema de información y la precipitación serie es $\gamma_{01} = 0.749$, el grado de correlación entre gris flujo del agua subterránea entropías del sistema de información y las aguas subterráneas serie extracción es $\gamma_{02} = 0.814$, ya que la extracción de agua subterránea es la principal fuerza impulsora del sistema de flujo de agua subterránea de entropías de variación.



CAPÍTULO

SEGUNDO

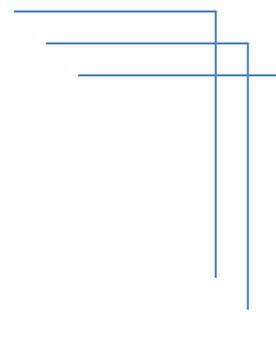
OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Analizar la incidencia que tiene la implementación de una Unidad Didáctica que relacione el concepto de Entropía con la estadística y el cálculo en los procesos de formación en estudiantes de la Licenciatura en Matemática y Física (UdeA), a través de la metodología del Aprendizaje Basado en Problema.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ❖ Identificar la relación que existe entre el concepto de Entropía, la Estadística y el Cálculo.
- ❖ Implementar la metodología del ABP, como estrategia didáctica para mostrar la relación entre el concepto de entropía, la estadística y el cálculo.
- ❖ Describir el efecto que tiene abordar situaciones problema que vinculen el concepto de entropía y su relación de la Estadística y el Cálculo a través de la metodología del ABP



CAPÍTULO

TERCERO

MARCO TEÓRICO

APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP)

A través del tiempo los seres humanos se han preocupado por mejorar, aprender diseñar, recordar; este último elemento se evidencia en la historia que han elaborado diversas civilizaciones y culturas, curiosamente en la actualidad existe una “búsqueda en la calidad de la enseñanza” (Margie & Jessup, SF) lo cual conlleva a que constantemente se diseñen diferentes investigación, estrategias pedagógicas y metodologías de enseñanza que respondan a las diversas maneras de aprender de los estudiantes, en los cuales la memoria, la creatividad, el contexto, las habilidades, actitudes e innovación juegan un papel determinante, dado que se relacionan directamente con la vida cotidiana, por tanto para Edelman (1989) “cada acto de percepción es, a cierto grado un acto de creación y cada acto de memoria es a cierto modo un acto de imaginación”. Existen diferentes estrategias de enseñanza que pretenden fortalecer el pensamiento creativo de los estudiantes y el proceso de construcción del conocimiento, ya que según el tercer estudio internacional sobre ciencias y matemáticas -TEIMC- particularmente en Colombia aparte de tener resultados bajos parece existir insuficiencias en el desarrollo del pensamiento creativo (Summa, 1997) por esto las últimas tendencias en didáctica de las ciencias están enfocadas en el desarrollo de una actividad reflexiva y autónoma, donde la enseñanza de la física se concibe como una actividad investigadora (García, 2009).

En consonancia con estos tópicos hay un método de enseñanza- aprendizaje que invierte el proceso de aprendizaje convencional dicho método es denominado El aprendizaje basado en problemas (ABP) y se caracteriza principalmente por situar al estudiante en un rol activo, de hecho, es el estudiante el protagonista de su propio aprendizaje, ya que es tanto aprendiz como constructor de su propio conocimiento; por lo cual, adquiere

nociones y las apropia e interpreta a su realidad.

Para el ABP la adquisición de habilidades y actitudes tiene la misma importancia que el aprendizaje de conocimientos, de esta manera se facilita la interdisciplinariedad y la integración de conocimientos.

El ABP tiene una estructura básica que a grosso modo consiste en presentar un problema, identificar las necesidades de aprendizaje, inquirir la información necesaria y finalmente regresar al problema planteado inicialmente. (PDHD, SF)

Entre las características diferenciadoras del ABP con otros métodos de enseñanza está el trabajo en equipo, espacio en el cual los estudiantes observan, reflexionan, trabajan de manera colaborativa y autónoma por lo cual desarrollan habilidades y adquieren un pensamiento crítico dado el hecho de que este método de aprendizaje está orientado a la construcción del conocimiento tanto de forma participativa, colectiva como individual. (Morales & Landa, 2004)

El método de aprendizaje basado en problemas se sustenta desde diferentes corrientes teóricas sobre el aprendizaje, pero principalmente en la teoría constructivista y el desarrollo de pensamiento crítico en los procesos de enseñanza y aprendizaje; estas posturas teóricas se abordan en el campo conceptual de la pedagogía (Zuluaga, 2000) por diferentes ponentes entre ellos Piaget (1952), Bruner (1960), Watzlawick (1960), Ausubel (1963), Vygotsky (1978), Glasersfeld (1995).

En lo que respecta al ABP, los anteriores autores presentaron aportes teóricos en el campo de la pedagogía, la psicología, el lenguaje, la comunicación de los seres humanos, la inteligencia y lo social que deviene como eje transversal en estas diferentes posturas teóricas. Por tanto, se detallan a continuación algunos aspectos esenciales de cada teórico, los cuales constituyeron parte esencial en el diseño del método de aprendizaje basado en problemas.

En primer lugar Jean Piaget (1952) reúne en una nueva epistemología denominada epistemología genética una perspectiva biológica, lógica y psicológica, entendiendo epistemología como la investigación de las capacidades cognitivas, y no como suele entenderse, como la ciencia que estudia a la ciencia.

En el desarrollo teórico de Piaget se resalta la estrecha relación que existe entre la inteligencia y la capacidad cognitiva ligadas a partir del medio social físico. En cuanto a la inteligencia Piaget le asigna dos características esenciales la primera es la organización la cual consta de las estructuras o esquemas de conocimiento que conducen a diferentes conductas en situaciones concretas, la segunda es la adaptación la cual se desarrolla con base a dos procesos que son la asimilación y la acomodación, estos procesos posibilitan el ingreso de nuevos elementos a las estructuras o esquemas de conocimiento iniciales (Tezanos, 1997)

En conclusión los sujetos pasan de un punto estable a un desequilibrio generado por alguna situación específica, posteriormente resuelven dicho conflicto para ubicarse en nueva posición de equilibrio.

Otra postura es la que presenta Jerome Bruner (1960) con su teoría caracterizada por su “Radicalismo social”, en esta, las consideraciones que relacionan el aprendizaje, lenguaje y el mundo social son esenciales ya que los sujetos desarrollan la inteligencia cuando trascienden el aprendizaje por condicionamiento vinculándolo lo aprendido con la realidad cotidiana. (Norman y otros, 1996)

Seguidamente la postura de Watzlawick (1960), presenta 5 axiomas de la teoría de la comunicación humana que son

- *“Es imposible no comunicarse*
- *Cada comunicación tienen un aspecto de contenido y otro de relación, de modo tal que el último determina al primero y genera, por lo tanto, una metacomunicación.*
- *La relación entre los interlocutores está moldeada por la puntuación del desarrollo de la comunicación*
- *La comunicación humana utiliza las modalidades analógica y digital.*
- *La comunicación se realiza de manera simétrica o complementaria.”(Nagy,2000)*

En estos axiomas se presentan el hecho de que siempre “Se habla aún cuando no se dice nada” además las múltiples significaciones que posee un mensaje de acuerdo al contexto en el cual se da, ya que la comunicación es un proceso cíclico donde hay diferentes intercambio tanto verbales como no verbales.

Ahora, otro teórico muy importante para la conceptualización del ABP es David Ausubel (1963), ya que entre sus características se encuentra la necesidad de que se establezca una interacción entre la nueva información con la que se encuentran en la estructura cognitiva; además, el aprendizaje nuevo requiere interactuar con la noción cognitiva para que adquiera significado y de esta forma se contribuya a la estabilidad de la estructura conceptual preexistente.

La teoría del aprendizaje significativo y su relación con el ABP se encuentra en la importancia de los preconceptos ya que en palabras de Ausubel (1986)

*"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un sólo principio, enunciaría éste:
el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe.*

Averígüese esto y enséñese consecuentemente"

Finalmente la postura teórica quizás más importante para el ABP es el constructivismo, por tanto Vygotsky (1978), con su teoría del constructivismo social es uno de los teóricos más representativos de este método de aprendizaje.

En su teoría Vygotsky desarrolla aspectos fundamentales de la cognición relacionada con los contextos culturales de cada individuo, de hecho la inteligencia se desarrolla gracias a ciertas herramientas (como el lenguaje) que se encuentra en el entorno, de esta forma los procesos de enseñanza y aprendizaje se llevan a cabo empleando los conocimientos y el trabajo en equipo, ya que de esta forma se potencian habilidades en los estudiantes.

Desde la teoría del constructivismo epistemológico la realidad es hasta cierto punto “inventada” o construida por quien la observa, de hecho el estudiante debe ir “en contra del conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza la espiritualización” (Bachelard, 1938)

Por consiguiente, el ABP se retoma este elemento y se contrasta con las miradas del constructivismo pedagógico por tanto es el estudiante el responsable de su propio conocimiento y el docente le entrega herramientas que le permitan resolver un problema basado en el mundo real lo cual implica que el estudiante modifique sus ideas y siga aprendiendo ya que se consideran a los dicentes dinámicos, participativos e interactivos en el proceso de aprendizaje (Tezanos 1997)

Ante todo el ABP parte entonces de la comprensión de situaciones de la realidad, desde las interacciones con el medio ambiente, la estimulación del aprendizaje a partir del conflicto cognitivo y por último el desarrollo del conocimiento partiendo de los procesos sociales y la evaluación e interpretación individual de los fenómenos. (Morales & landa 2004)

Rol Maestro en el ABP

Principalmente el maestro se constituye como un mediador o facilitador en el desarrollo de procesos o actividades que permitan a los estudiantes conseguir la construcción del conocimiento.

El maestro deber ser reflexivo y autónomo, para de esta forma ser capaz de aprender y reaprender continuamente a partir de una revisión constante de su práctica docente, es decir, el maestro se constituye como un investigador de su actividad profesional, a partir de la reflexión y evaluación permanentemente de los efectos que produce su enseñanza; para de esta forma reformular las estrategias pedagógicas que emplea. (Iglesias, 2002)

En el ABP el maestro debe estar actualizado en las temáticas a tratar en el aula de clase y comprenderlas de manera amplia

Al respecto Iglesias (2002,2) afirma:

“fundamentar sus decisiones en la aplicación crítica del conocimiento actualizado de su especialidad y, en particular, demostrar que comprende y utiliza adecuadamente los procesos y metodologías de la disciplina o disciplinas que enseña”

El maestro además de manejar los aspectos disciplinares debe poseer amplios conocimientos de las diferentes metodologías y técnicas pedagógicas, ya que por su papel activo como investigador debe emplear una mirada crítica, que permita modificar o elaborar nuevas estrategias en caso de que sea necesario.

TEORÍA CONSTRUCTIVISTA

La teoría constructivista considera perspectivas de tres modelos psicológicos y pedagógicos que son: La teoría Evolutiva y la psicología de la inteligencia de Jean Piaget (1947), el aprendizaje significativo de David Ausubel (1960) y el enfoque socio cultural de Lev Vigostsky (1934)

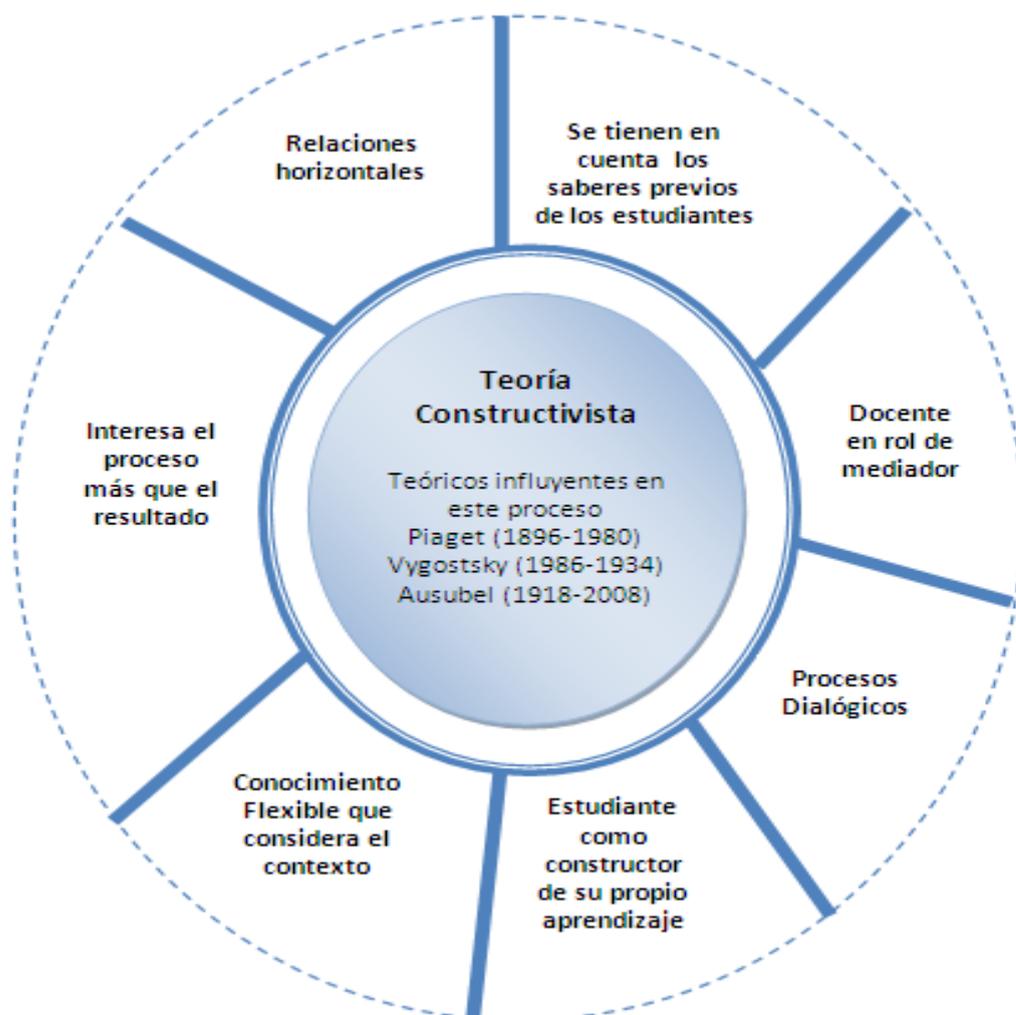
Dichos modelos son importantes para el desarrollo teórico de la teoría constructivista, ya que en dichos modelos y enfoques se empieza a posicionar al estudiante en un rol más activo en su proceso de aprendizaje y el docente entonces asume funciones más como mediador entre el saber y el estudiante, de esta forma el profesor acompaña el proceso, pero no impone una única ruta para acceder a el conocimiento.

Adicionalmente en la teoría constructivista el conocimiento lo va construyendo y estructurando el estudiante por esta razón es indispensable en estos procesos de enseñanza y aprendizaje considerar los saberes previos de los educandos, ya que estos indican el punto de partida del proceso y a partir de estos saberes previos se estudian los contenidos logrando que las personas asignen nuevos significados a ciertos conceptos teniendo como punto de partida los conocimientos de base anteriores.

De hecho se puede entender el constructivismo como “una cosmovisión del conocimiento humano como un proceso de construcción y reconstrucción cognoscitiva llevada a cabo por los individuos que tratan de entender los procesos, objetos y fenómenos del mundo que los rodea, sobre la base de lo que y ellos conocen”.(Croback, 1998, pp111) el siguiente argumento presenta relaciones explícitas entre el ser humano y el conocimiento.

En la teoría constructivista se establece entre el docente y los estudiantes procesos dialógicos, es decir, la conversación es clave en este proceso ya que es a través de esta que se exponen puntos de vista y se flexibiliza el currículo de forma que se aborden los contenidos de forma contextualizada, considerando en el proceso tanto teoría como práctica, sin embargo “Los estudiantes deberían autorregularse y participar plenamente en el proceso de aprendizaje y el docente, como agente facilitador, orientador y dinamizador del proceso de docente-educativo” (Mazarío, SF)

Finalmente el siguiente esquema sintetiza algunos principios y posturas características de la teoría constructivista.



MARCO CONCEPTUAL

El concepto de entropía ha sido trabajado desde las ciencias exactas y naturales, desde la ingeniería, pero curiosamente desde la pedagogía no se han elaborado análisis conceptuales profundos, excepto quizás por algunas aproximaciones que han construido por ejemplo (Lara, 2005) quien relaciona la entropía con los software educativos y (Valero & Virtery, 2010) quienes abordan la entropía desde una mirada histórica y epistemológica.

Ahora, La palabra entropía desde su etimología viene del griego *en* que significa sobre, en y *sqopg*, que significa alternativa, cambio, evolución o transformación. Sin embargo para hablar de entropía se requiere definirla más allá de su etimología, luego Stephen Hawking expresa una definición de entropía en su forma más elemental y es la siguiente “Entropía es el grado de desorden que tiene un sistema”, otra definición es “la entropía es una propiedad intrínseca de la materia caracterizada porque su valor incrementa al crecer la ineficacia de la energía total del sistema” (Hougen, 1974)

Matemáticamente, la entropía se define por la siguiente ecuación diferencial:

$$dS = \delta Q_{rev}/T \quad (I)$$

En esta ecuación se observa que δQ_{rev} no es una diferencial exacta, pero dS si lo es, luego si se integra la ecuación (I) entre dos estados se tiene

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int \delta Q_{rev}/T \quad (II)$$

Así ΔS tendrá el mismo valor independientemente de si el cambio entre los estados se realiza a través de un proceso reversible o uno proceso irreversible, ya que solo hay un valor posible de Q_{rev} y T es una función de estado

Las anteriores definiciones son aplicadas en la segunda ley de la termodinámica, para referirse a la tendencia al caos de un sistema a medida que pasa el tiempo, además para establecer los cambios que se pueden dar de manera natural y espontánea. Pero la entropía puede aplicarse también al campo de la medida como un patrón o al campo de la estadística a partir de una función de probabilidad, de hecho aplicaciones en esta área se dan en las teorías de comunicación donde a partir de la entropía se mide el grado de incertidumbre que posee un mensaje, luego “La entropía es nula cuando la certeza es absoluta, y alcanzará un máximo cuando el sistema se acerca al equilibrio.” (Arnheim, Hawking, Punset, 1996)

Como se expuso inicialmente la entropía puede ser desorden, pero Hawking relaciona orden, desorden, vida y sistemas de la siguiente manera

“El orden de un cuerpo puede aumentar, pero a condición de que la cantidad de desorden a su alrededor aumente en una cantidad mayor. Esto es lo que le sucede a un ser vivo. Podríamos definir la vida como un sistema ordenado que puede sostenerse contra la tendencia al desorden, y que puede reproducirse. Es decir, que puede formar sistemas ordenados similares, pero independientes. El sistema debe convertir energía partiendo de una forma ordenada en energía desordenada. De esta manera el sistema puede satisfacer el requisito de que la cantidad de desorden aumente, mientras que, al mismo tiempo, aumenta el orden en sí mismo y en su descendencia.” (Hawking, 1992)

Ahora, la entropía también se puede considerar desde la entropía máxima en la que se supone la existencia de un equilibrio entre todas las temperaturas y presiones, lo cual implicaría la muerte térmica del universo, puesto que no se darían transformaciones energéticas ya que toda la energía se encontraría en una forma de calor. “El mundo material pasa de los estados ordenados a un desorden siempre creciente, y el estado final del universo será el de máximo desorden” (Arnheim, 1995).

Al momento de caracterizar la máxima entropía cabe resaltar que Shannon en 1948 fue el primero en proponer este concepto desde la Teoría Matemática de la Comunicación (Shannon&Weaver, 1948) posteriormente el concepto de máxima entropía puede ser entendida a partir de las siguientes teorías

- Entropías paramétricas (Rémy, 1961)

Matemáticamente se define como

$$H_r(P) = \frac{1}{1-r} \log \left(\sum_{i=1}^n p_i^r \right), \quad r \neq 1, \quad r > 0.$$

Para todo $P = (\quad) \in \Delta_n$, siendo r un parámetro real.

- Entropías trigonométricas (Aczél&Daróczy, 1963)

$$S(P) = \frac{1}{s} \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n p_i^r \operatorname{sen}(s \log p_i)}{\sum_{i=1}^n p_i^r \operatorname{cos}(s \log p_i)} \right\}, \quad s \neq 1, \quad s > 0, \quad r > 0$$

Se reduce a la entropía de Shannon cuando $r = 1$ y $s \rightarrow 1$

En las teorías anteriores cabe resaltar como elemento común la energía, de hecho se supone que la energía del universo es constante, pero ligada a degradación y disipación cada vez alto, esto debido a la tendencia a distribuirse en el espacio en busca del estabilidad o equilibrio a partir de esta tendencia se da lugar al desorden y a la máxima entropía.

Otro elemento común a dichas teorías es el de medida de entropía entendida como la medida de “la información contenida en una distribución, es decir, la incertidumbre acerca del resultado de un experimento”

Curiosamente esta medida está dada por la entropía clásica de Shanon & Rényi, quienes propusieron la primera manera de medir la entropía y en general las otras formas de entender la entropía terminan bajo ciertos procesos matemáticos reducidas a la entropía de Shanon & Rényi

Para finalizar se presentan una serie de problemas de entropía en los cuales se requiere emplear tanto cálculo como estadística para hallar su solución.

Primero, en los siguientes problemas cabe resaltar que la solución implica emplear como concepto central la entropía y el concepto de máxima entropía, y como herramienta esencial los multiplicadores de Lagrange.

Problema 1.

Hacer una descripción variacional de un gas denso con base en las «predicciones» de la función de distribución (Romero,1997)

Problema 2

Cómo se puede determinar la duración de los componentes de un sistema, tiempo hasta que se funda una bombilla. (Serra, 2006)

Problema 3

Cómo determinar el tiempo transcurrido hasta la muerte, curación, remisión de una enfermedad. (Serra, 2006)

Problema 4

Cómo se puede determinar la duración del desempleo, duración de los estudios de Licenciatura o el tiempo hasta que se produce el divorcio. (Serra, 2006)

En los problemas del 2 al 4 se relacionan directamente con la estadística pero para determinar su solución son indispensables la utilización de los multiplicadores de Lagrange y el concepto de Máxima entropía

Problema 5

Isoperimétrico sobre intervalos acotados (Pérez, 2007)

Problema 6

Deducción del modelo gravitatorio desde la maximización de la entropía. (Marmolejo, 2003)

Al entender la entropía como ordenación de un sistema termodinámico, flecha de tiempo, etc se pueden abordar problemas como los siguientes

Problema 1

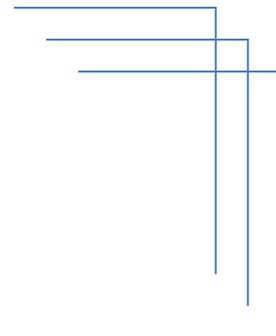
Describir el proceso de fundición del hielo, y detallar si se conserva o no su estructura cristalina

Problema 2

¿Por qué las cascadas caen hacia abajo? Responder esta pregunta teniendo en cuenta la entropía presente en un evento natural.

Problema 3

Teniendo en cuenta que la siempre a aumentar en espontáneo, entonces, como afirmación al proceso de presidente de Colombia.



CAPÍTULO

CUARTO

DISEÑO METODOLÓGICO

Diseño

La presente investigación se inscribe en un paradigma cualitativo, ya que este tipo de paradigma (Cabrera,2005) posibilita analizar diferentes situaciones y relaciones conceptuales, además transversaliza la práctica pedagógica posibilitando hacer reflexiones sobre la realidad educativa, a la vez que permite trascender los contenidos y contextos tanto físicos como imaginarios con los cuales se describen situaciones más allá del marco numérico, estadístico u operacional; por tanto dicho paradigma viabiliza “reconocer errores de otros estudios, establecer una guía de cómo se han realizado estudios similares y analizando los resultados obtenidos hacia una adecuada conceptualización” (Shulman, 2005).En lo anterior, radica la importancia de cuestionar los contextos e identificar en cada uno de ellos problemáticas que se constituyan como puntos de análisis en espacios concretos.

Este paradigma se implementa como dispositivo orientador en el proceso de análisis y reflexión, a partir de casos concretos, además emplea elementos para describir y analizar un contexto determinado y desde éste identificar el nivel de apropiación, relación y profundización conceptual que poseen los estudiantes acerca del concepto de entropía y la estadística relacionadas a partir del cálculo como herramienta transversal, lo cual es la pretensión de la presente investigación. La intervención que hizo parte de esta investigación, se orientó desde el ciclo de aprendizaje que plantean Jorba & Sanmartí (1996) en sus cuatro fases y la metodología de Aprendizaje Basado en

Problemas¹ Sola(2005) tanto el ciclo de aprendizaje de Jorba & Sanmartí como el ABP de Sola, están directamente relacionados en dos componentes que son la regulación y autorregulación, como eje central del aprendizaje.

Tipo de investigación

El tipo de investigación en la que se enmarca el presente trabajo es descriptiva, puesto que a partir de este paradigma no sólo se hace la recolección de datos sino que se identifican relaciones entre una o más conceptos, lo cual permite realizar análisis detallados y precisos con relación al problema de investigación planteado, para que posteriormente se realice una descripción apoyada de herramientas básicas de estadística.

Además, en este tipo de investigación se caracteriza por la selección cuidadosa de un grupo de análisis con el cual se va a llevar a cabo la investigación para posteriormente detallar el cómo se presenta un fenómeno del cual posteriormente se detallaran las propiedades más relevantes para su estudio

Contexto de la investigación.

La Institución seleccionada para la intervención de la investigación fue la Universidad de Antioquia, ubicada en la calle 67 No. 53 – 108 sede central en la ciudad de Medellín (Colombia), también conocida como “ciudad universitaria”

Al considerar esta Institución fue menester conocer su misión y visión, ya que es a partir de ésta que se identifican aspectos coherentes con el ABP como la autonomía y

¹ Nota: En lo sucesivo Aprendizaje Basado en problemas se nombrará ABP.

formación integral expuestos en la misión de la Universidad, los cuales son indispensables en un ciclo de aprendizaje, además en la visión planteada por la Institución se expone que esta será la principal Universidad en investigación del país, y es precisamente este aspecto el que está en correspondencia con la metodología del ABP, entre tanto que esta es una gran herramienta al momento de llevar a cabo procesos de investigación, a través de situaciones problema, las permiten múltiples soluciones de acuerdo a las habilidades de los estudiantes.

Misión de la Universidad de Antioquia

“Somos una universidad pública que en ejercicio pleno de su autonomía se compromete con la formación integral del talento humano, con criterios de excelencia, la generación y difusión del conocimiento en los diversos campos del saber y la preservación y revitalización del patrimonio cultural.”

Visión de la Universidad de Antioquia

“En el año 2016, seremos la principal universidad de investigación del país y una de las mejores de América Latina, con pregrados y posgrados de excelencia académica internacional, líderes en el aporte a la transformación socioeconómica del país, y un auténtico escenario de la diversidad y el diálogo intercultural, en el marco del respeto por el pluralismo y el ambiente.”

Se seleccionó una Institución de Educación Superior como la Universidad de Antioquia, ya que el concepto de entropía no hace parte de los lineamientos curriculares de la Educación Básica y Media, además el manejo matemático de este concepto requiere nociones formales en el campo del cálculo, las cuales se adquieren en los primeros semestres de universidad, particularmente en la licenciatura en matemáticas y física.

Participantes de la investigación.

La intervención que hizo parte de la presente investigación se desarrolló con 15 estudiantes que actualmente se encuentran en la de Licenciatura en Matemáticas y Física, y dentro de su proceso de formación cursaron la asignatura cálculo en varias variables.

Se hace la selección de este grupo de participantes dado el hecho de que poseen nociones básicas de cálculo y estadística, además están aproximadamente en el tercer nivel de la carrera por ende ya han visto cursos como física del movimiento y física de los medios continuos, con lo cual se puede partir de nociones básicas del concepto de entropía al momento de aplicar la Unidad Didáctica (en lo sucesivo UD) que se propone como instrumento.

Diseño de los instrumentos de recolección de la información

Los instrumentos para la recolección de información se diseñaron a partir de las fases propuestas en la metodología del ABP y el ciclo de aprendizaje de Jorba & Sanmartín (1996)

INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

- Formulario KPSI

Entre las diferentes estrategias empleadas para recolectar la información de los participantes, se diseñó, un instrumento denominado cuestionario KPSI con el

propósito de indagar sobre el manejo conceptual de parte de los estudiantes en algunos conceptos relacionados con el cálculo, la estadística y fundamentalmente la entropía; dicho cuestionario permite obtener “información sobre el grado de conocimiento que el alumnado piensa que tiene en relación a los contenidos que el enseñante le propone.” (Tmlr& Luneta, 1978). Además da cuenta de la relación que los estudiantes establecen entre las situaciones cotidianas y los contextos científicos, promoviendo la autorreflexión acerca del grado de conocimiento que se posee en algunos contenidos. (knowledge and prior studyinventory, sf). Este cuestionario fue aplicado antes y después de la UD, con el propósito de identificar el impacto logrado con todas y cada una de las actividades realizadas dentro de la misma (Ver anexo...)

- **Unidad didáctica (UD)**

Ciclo de aprendizaje

La Unidad didáctica está constituido tanto por la metodología del ABP como por el ciclo de aprendizaje de Jorba & Sanmartí (1996), ambos se encuentran divididos en fases o momentos los cuales poseen una correspondencia en cuanto a los objetivos que plantean, por tanto a continuación se detallan la relación entre el ABP y el ciclo de Jorba & Sanmartí.

1. Inicialmente se da un proceso de Exploración o formulación de problema

En este primer momento los estudiantes explicitan sus saberes previos y a partir de ellos los docentes diseñan estrategias, considerando esta primera fase como punto de partida para conocer intereses y proponer rutas de trabajo flexibles, por tanto en este primer momento se sitúan a los estudiantes en la temática de estudio y se propone un

problema ya sea diseñado o seleccionado, el cual debe ir en correspondencia con los el objeto de estudio a tratar, en este caso entropía y estadística a través del cálculo y los temas de interés de los participantes lo que posibilitará que estos realicen diferentes análisis de situaciones.

En la UD esta fase se realizará a través de dos elementos el primero es una actividad diagnóstica que servirán de punto de partida para el logro de los objetivos propuestos para la UD, por tanto se busca identificar los conocimientos previos que tiene los alumnos sobre conceptos de entropía, cálculo y estadística, para a partir de esta actividad diagnóstica diseñar o proponer un problemas a resolver durante todo el proceso.

2. Identificación de necesidades de aprendizaje e introducción de nuevos conocimientos

En cuanto a necesidades es menester que se reconozca la terminología empleada y que se manejen los conceptos, que se identifiquen factores de análisis y se generen hipótesis que posteriormente pasaran a un proceso de verificación.

Además, es indispensable que se reconozcan los elementos que se desconocen es decir que se haga un proceso de exploración que permita reconocer un desconocimiento consciente de tal manera que se puedan determinar las necesidades de información que posibilitaran la introducción de nuevos conocimientos sobre el concepto de entropía y su relación con la estadística a partir del cálculo como herramienta transversal.

Esta fase se desarrollará a partir de diferentes actividades orientadas a favorecer el proceso de identificación por parte de los participantes de nuevos puntos de vista en

relación al objeto de estudio, por tanto se busca plantear formas de resolver los problemas, características que posibiliten definir los conceptos y establecer nuevas relaciones entre los saberes previos y los nuevos conocimientos.

Esta fase se presenta dentro de la UD en tres actividades que son, la solución de un crucigrama, una situación problema y finalmente el análisis de imágenes a partir del cual los participantes tendrán la posibilidad de indagar por nueva terminología que posibilite establecer una relación entre la entropía y la estadística a través del cálculo.

3. Estructuración, síntesis y aprendizaje de la información.

Esta fase es liderada por el estudiante por tanto el docente juega un rol enmarcado en la regulación, la versatilidad y multiplicidad de formas de posibilitar a sus estudiantes el acceso a la información necesaria que posibilitara resolver el problema planteado, ya que la finalidad de este momento del ciclo del aprendizaje es que el participante sistematice y estructure los nuevos conocimientos, por tanto se dan dos tipos de evaluación que son la evaluación mutua realizada en los grupos de trabajo con pares y la co-evaluación realizada con el docente.

En la UD esta fase se evidencia en los debates y protocolos elaborados en todo el proceso de solución del problema.

4. Aplicación, Generalización, solución del problema e identificación de nuevas situaciones problema.

A través de todo el ciclo los participantes desarrollan propuestas de solución a las problemáticas planteadas en la primera fase de exploración, por tanto en esta fase se

realizan actividades de aplicación del concepto que permiten interpretar la realidad, emplear el nuevo conocimiento y reconocer su utilidad práctica.

Adicionalmente, los problemas cotidianos, no suelen poseer una única respuesta y su solución en muchos casos es solo una primera fase de un grupo más amplio de problemas, el objetivo de esta fase es dar una primera solución al problema y analizar la multiplicidad de opciones que surgen a partir de un proceso de reflexión y análisis, que posibilita un proceso cíclico de trabajo.

Dentro de la UD esta fase se observara en la exposición de las soluciones a los problemas de entropía planteados al inicio del proceso de intervención.

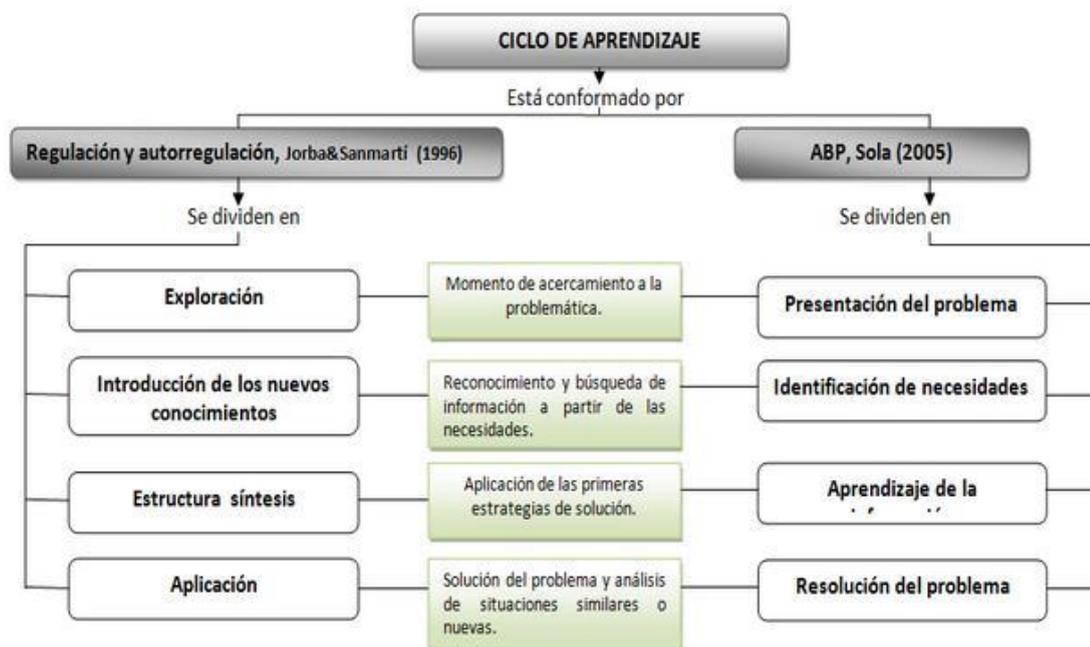
Al articular tanto las fases del ciclo de aprendizaje como la metodología del ABP, se encuentra una relación directa en la forma como se abordan los fenómenos o situaciones, ya que se parte de una fase o momento de exploración se plantea un problema, posteriormente se indaga por la información necesaria para su solución, se identifican y aplican primeras estrategias de solución y finalmente se da la solución al problema y analiza posibilidad de abordar situaciones similares o nuevas a partir de la solución propuesta

Finalmente con el fin de facilitar la comprensión de las relaciones existentes entre la metodología del ABP y el ciclo de aprendizaje de Jorda & Sanmartí (Aprendizaje, regulación y autorregulación) se presenta el siguiente esquema.

Ciclo de Aprendizaje y unidad didáctica

En primera instancia es menester resaltar que cada actividad que constituye la UD permite evidenciar cada una de las fases del ciclo de aprendizaje y en conjunto fortalecen el aprendizaje del concepto de entropía, posibilitando que los participantes de la investigación establezcan la relación existente entre la entropía y la estadística, empleando como herramienta transversal el cálculo.

En la siguiente tabla se detalla cómo cada actividad posee las 4 fases del ciclo de aprendizaje antes planteado.



CICLO DE APRENDIZAJE POR ACTIVIDAD

Tema	Actividad	Fases
<p>Máxima Entropía Para tomar decisiones</p>	<p>Crucigrama</p>	<p>1. A partir de los conceptos centrales que hacen parte de las preguntas que se realizan en el crucigrama, se hace un acercamiento al concepto de entropía.</p>
		<p>2. Después de acercarse a los contenidos e identificar los conceptos que se desconocen se procede a acercarse rastrear la información necesaria para dar solución al crucigrama.</p>
		<p>3. Cada pregunta del crucigrama puede tener varias opciones de respuesta, luego esto implica un proceso de ensayo error en el que se apliquen las primeras estrategias de solución.</p>
		<p>4. A partir de la solución del crucigrama se pueden proponer nuevas preguntas clave o nuevas situaciones a partir de la actividad realizada.</p>
<p>Entropía (Teoría de la administración)</p>	<p>Situación problema</p>	<p>1. En los momentos de lectura, interpretación y análisis de la situación problema se empieza a dar un acercamiento a la problemática.</p>
		<p>2. Seguidamente se da un proceso de identificación de conceptos clave y de elementos teóricos indispensables para dar solución al problema, por tanto se establece una estrategia de búsqueda de la información.</p>
		<p>3. Antes de dar por resuelto el problema, se deben debatir las posibles soluciones en los diferentes grupos para establecer un acuerdo, con relación a la estrategia de solución más adecuada.</p>

		<p>4. Abordar el concepto de entropía desde una situación problema, posibilita no sólo brindar una solución sino establecer nuevas propuestas a partir de la situación previamente analizada. Por tanto esta actividad posibilita aplicar las estrategias diseñadas y adicionalmente construir nuevas situaciones a partir de los resultados encontrados.</p>
<p>Umbralización</p>	<p>Análisis de imágenes</p>	<p>1. Analizar una imagen y establecer su relación con la entropía no se hace de forma inmediata por tanto requiere de un acercamiento detallado a la temática que en este caso particular esta transversalizada por el concepto de Umbralización</p>
		<p>2. Después de reflexionar la situación es menester que se identifiquen los conceptos centrales que posibilitan analizar las imágenes para de esta forma lograr determinar la relación entre entropía y la estadística a partir de una imagen.</p>
		<p>3. Se requiere aplicar los contenidos adquiridos, al momento de emplear las formulas y analizar los resultados de estas para empezar a establecer hipótesis iniciales que permitan dar solución al problema planteado.</p>
		<p>4. Finalmente, a partir del análisis de las imágenes se pueden establecer nuevas situaciones y problemas que se pueden abordar y solucionar teniendo en cuenta los resultados obtenidos con esta actividad y más que los resultados, los procesos y contenidos que se logran manejar para poder dar una solución a este problema.</p>



**Facultad de
educación
Universidad de
Antioquia Medellín**



**2
0
1
3**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y
ARTES**

Introducción

A continuación se presenta una Unidad Didáctica con la cual se busca relacionar el concepto de Entropía con el Cálculo y la Estadística, aplicando para ello la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas ABP.

Los contenidos a desarrollar durante cada sesión extraclases encuentran transversalizados por las siguientes fases,

- Presentación del problema.
- Identificación de necesidades.
- Aprendizaje de la información.
- Resolución problema.

Dichas fases corresponden a la metodología del ABP, la cual permite realizar una mirada epistemológica del principio de máxima Entropía de Shannon (1980, 1981), así a partir de un análisis de una situación problema que permita cuestionar el concepto desde su génesis y estructura, para posteriormente analizar la influencia de éste en un contexto específico, para lo cual se debe reconocer el problema, identificar las necesidades particulares de información, estas permitirán abordar en nuestro caso el concepto de máxima entropía desde diferentes áreas como la mecánica computacional, la teoría de la administración de las organizaciones, la umbralización, entre otras.

Esta Unidad didáctica, en adelante se nombrará UD se encuentra diseñada con base en dos referentes conceptuales que posibilitan pensar la enseñanza de las ciencias como un ciclo, dichos referentes son: La metodología del ABP (Escribano & Del valle, 2001), el Ciclo de Aprendizaje, y los procesos de regulación y autorregulación propuestos por Jorba&Sanmartí (1996). Por esta razón en la UD se planteó varios casos para solucionar el problema inicial que hace referencia a la entropía y la información.

FICHA RESUMEN DE ÁREA:

EJE GENERA DOR	CONTENIDOS	OBJETIVO	ESTÁNDARES	COMPETENCIAS
	<p>Entropía:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Una mirada epistemológica. – Máxima entropía de Shannon – Situaciones problemas. 	<p>Comprender las situaciones problemas planteados en el área de la mecánica computacional y la teoría de la administración de las organizaciones.</p> <p>Trabajar la entropía desde una mirada interdisciplinaria</p>	<ul style="list-style-type: none"> • “Procurar que los y las estudiantes se aproximen progresivamente al conocimiento científico, tomando como punto de partida su conocimiento “natural” del mundo.” • “Comprender las situaciones problema planteadas desde el área de la mecánica computacional y la teoría de la administración de las organizaciones”⁴ 	<p>Proponer alternativas de solución a situaciones problema del área de la mecánica computacional y la teoría de la administración de las organizaciones</p>

⁴Estándares son tomados de los propuestos por el Ministerio para el área de Ciencias Naturales Tomado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-81033_archivo_pdf.pdf Fecha de recuperación: 12 de Julio de 2013

TEMA POR SESIÓN	ACTIVIDAD	MATERIAL
Sesión 1. Entropía , ABP y teoría exelíxica de las organizaciones	Aplicar el cuestionario KPSI	Lápiz, borrador, Cuestionario KPSI
	Conformación de equipos de trabajo	
	Presentación de la situación problema Y de la teoría de las organizaciones	Diapositivas
	Lista de documentos y artículos para lectura	Se compartieron a través de una carpeta en Dropbox
Sesión 2. Entropía y rastreo de información	Rastreo de información.	Bases de Datos, Libros y Revistas.
Sesión 3. Entropía y asesoría grupal	Rastreo de información y asesoría por grupos para mejorar las estrategia de rastreo de información.	Bases de Datos, Libros y Revistas.
Sesión 4 Entropía y Socialización proceso	Socialización de proceso a partir de un espacio de debate y discusión.	Conversación, avances
Sesión 5 Entropía y espacio de socialización Umbralización	Socialización de la solución del problema, presentación del concepto de umbralización, aclarando la importancia de la escala de grises para hacer dichos análisis. Aplicación del cuestionario KPSI	Diapositivas Software Matlab Cuestionarios KPSI

DISEÑO DE UNIDAD DIDÁCTICA



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y ARTES



Facultad de Educación
50 años

OBJETIVOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

OBJETIVO GENERAL: Analizar el concepto de entropía y establecer relaciones básicas entre el principio de máxima entropía y los contenidos de la estadística; empleando como herramienta transversal el cálculo.

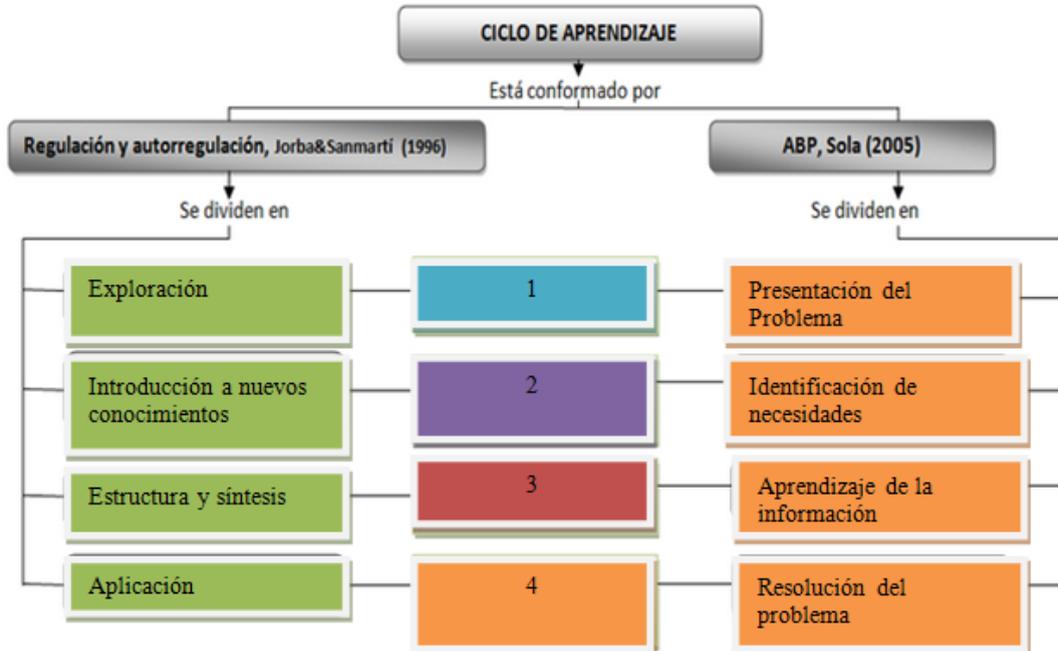
OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Explorar la definición de entropía y máxima entropía.
- Diferenciar el concepto de entropía del principio de máxima entropía.
- Establecer relaciones entre la entropía y la estadística a través del cálculo.



Ciclo de aprendizaje

El siguiente esquema presenta en síntesis las cuatro fases que conforman el ABP, considerando unos puntos de convergencia entre la teoría de Sola (2005) y la de regulación y autoregulación de Jorba&Sanmartí (1996)



1

El tipo de trabajo que se implementará en la UD será colaborativo ya que éste supone una estructura flexible; un nivel de interacción en el cual los estudiantes tienen poder de decisión en cuanto al control y direccionamiento de su proceso de aprendizaje, además el aprendizaje colaborativo se tiene como público objetivo una aplicación en personas universitarias o adultas. (Escribano, A; Valle, A. 2010, pp.73)

El aprendizaje colaborativo contribuye significativamente en la metodología ABP ya que permite a través del trabajo en pequeños grupos una distribución de actividades que fortalezca el proceso de investigación y análisis alrededor de la situación problema. “él énfasis del ABP no radica necesariamente en que los estudiantes resuelvan el problema sino en que comprendan realmente sus causas” (Evensen y Hmelo. 20000)

El Punto de partida: Atendiendo a la metodología de ABP, en la primera fase “Presentación del problema”, el docente organizará los estudiantes en tres grupos de a tres estudiantes, luego les entregará un artículo denominado “Entropía e Información” que enfatiza el tema de la entropía desde la teoría de la información. En este artículo se argumenta que las ideas y resultados de la Teoría de Información algorítmica y de la Teoría de la Información permite reformular la entropía como una característica intrínseca de los sistemas y no una propiedad del observador. El artículo deja entrever la definición de entropía como una función continua de probabilidad.

El trabajo de los estudiantes consistirá en analizar la entropía como propiedad de un sistema, lo que les permitirá formular preguntas de investigación, evidenciando en su proceso de solución la relación que existe entre la entropía, la estadística y el cálculo. Es de anotar que en todo el desarrollo de la esta Unidad Didáctica, los estudiantes a

través de las diferentes actividades planteadas, podrán dar acceso a los conceptos y fenómenos que direccionarán la solución al problema planteado.

Durante la lectura y análisis del documento, los estudiantes pondrán en juego los saberes previos que tienen frente al tema de la entropía, la estadística y el cálculo.

2 A partir del documento y teniendo en cuenta la pregunta de investigación formulada por cada equipo, los estudiantes señalarán los objetivos y contenidos que pretenden abordar, comprender y /o aprender, para lo cual deberán dejar constancia por escrito de:

- Análisis del problema (Fundamentos)
- Estudio de conceptos (Teorías)
- Información relevante sobre el tema (Conocida por el grupo y/o necesaria para elaboración de argumentos).
- Documentos de la Entropía de Shannon: artículos científicos y libros.

Seguidamente el docente entregará un crucigrama con algunas recomendaciones solución (**Ver anexo 1**), el cual proporcionará herramientas para la solución de su pregunta de investigación.

Adicional a esto, también se les entregará una situación problema resuelta (**ver anexo 2**), a fin de que los estudiantes identifiquen algunos conceptos y/o fenómenos que

muestran la relación entre la entropía, la estadística y el cálculo, aportando esta situación al proceso investigativo desarrollado por los estudiantes.

Otra herramienta didáctica a manejar en esta parte de la UD, es mostrar a los estudiantes dos fotografías con imágenes que representen el grado de orden o desorden en el umbral (**ver anexo 3**), lo cual estará acompañado unos referentes conceptuales básicos acerca del concepto e umbralización

Finalmente se encontrarán los referentes teóricos necesarios para trabajar la UD (**Ver anexo 4**)

Esta fase se caracterizará por propiciar espacios de diseño y estrategias de rastreo de información, además de la proporcionada por el docente, esta información dependerá de las necesidades puntuales que tenga cada equipo y por tanto ellos no solo buscarán la información sino que la clasificarán de acuerdo a su utilidad o no, es por este proceso de rastreo- análisis y depuración que los estudiantes analizarán el contenido, su pertinencia y por ende aprenderán nuevos conocimientos sobre la entropía.

3

Se precisa responsabilidad individual y colaborativa del grupo, además de acordar el proceso que pretenden seguir para solucionar la pregunta de investigación formulada. Una vez identificadas las carencias conceptuales para resolverlas y teniendo en cuenta las actividades desarrolladas en la fase anterior, el grupo organiza la información en áreas de aprendizaje y utiliza los medios habituales para la búsqueda de

material como: Bibliografía, documentos científicos, trabajos de grado relacionados con el tema a investigar, trabajos de expertos, centros de documentación, etc.

Puede recoger también información en centros docentes conocedores en el tema, utilizando para ello la entrevista y análisis de documentos, sin embargo como se mencionó en la faceta anterior, es menester que los estudiantes clasifiquen la información y la depuren de acuerdo a los interés particulares de la situación problema que están abordando, para esto es muy importante que ello establezcan una ruta para la organización de la información que les posibilite tener una mirada global de aquello que requieren en cuanto a conocimientos, además cuáles de ellos ya han sintetizado y de esta forma como se articulan a la situación problema que están analizando.

4

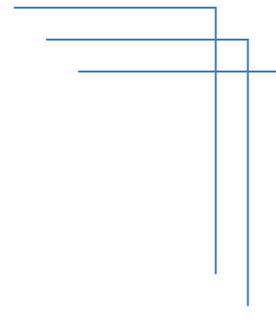
En esta fase del ABP, se pretende que los estudiantes reunidos en grupos de trabajo resuelvan la pregunta de investigación, teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Objetivos y contenidos propuestos en la fase 2, que les permitirán abordar los conceptos necesarios para dar respuesta a la pregunta.
- Los referentes conceptuales consultados
- La ruta de análisis que establecieron, la cual les permitió tener una mirada global de la situación.
- Los aportes que cada uno de los integrantes de los grupos aportó a partir de los espacios de diálogo establecidos entre ellos.

material aportado, como lo expresa oralmente y por escrito, capacidad de síntesis, de relacionar, creatividad, grado de interés, trabajo, esfuerzo, participación grupal.

Cada grupo aporta un manual, donde se registre las búsquedas, reuniones de grupo, lugar, fecha, hora y asistencia, recopilando en él:

- Solución del crucigrama.
- Análisis de problema de teorías de la administración.
- Aplicación de acuerdo a las fotografías tomadas de umbralización
- Conceptos claves
- Relación de las necesidades de aprendizaje concretadas por el grupo
- Fuentes empleadas y resultados de la búsqueda
- Ordenación de los datos del problema



CAPÍTULO

QUINTO

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Atendiendo al tipo de investigación cualitativa expuesto en el diseño metodológico, se realizó un análisis fundamentado en la triangulación en el tiempo, por dicha razón se consideró en el análisis el cuestionario KPSI, aplicado al inicio y al final de la intervención, el diario pedagógico, que contiene el registro detallado de todo lo sucedido durante la intervención didáctica y la Unidad Didáctica como tal; articulando los tres instrumentos de manera transversal a la categoría, subcategorías e indicadores, diseñados en correspondencia al marco teórico y el marco referencial de la investigación.

Al relacionar la información recopilada con el cuestionario KPSI y realizar las respectivas matrices se determinaron algunas tendencias y resultados estadísticos básicos, los cuales sintetizan gráficamente algunos resultados básicos de la investigación, es de aclarar que el cuestionario se aplicó a todos los participantes de la investigación y que dicha implementación se realizó en dos momentos, en la primera sesión y en la última, con el propósito de contrastar o triangular en el tiempo la información recopilada con este instrumento.

Para el análisis se establece la siguiente convención

A1 Para nombrar a la participante entrevistada

A2 Para los comentarios hechos en las sesiones por la participante Viviana Urrego

A3 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante David Patiño

A4 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante Edilberto Arroyave

A5 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante Viviana Domicó

A6 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante Alexander Cortéz

A7 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante Angie Katherine

A8 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante Giovany Toro

A9 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante Yorman Cifuentes

A10 Para los comentarios hechos en las sesiones por el participante Diego Díaz

B1 Para hacer referencia a las respuestas de los participantes en cuestionario KPSI

En la siguiente tabla se muestran la categoría, subcategorías e indicadores, en los cuales se direccionaron el análisis de datos de la investigación.

Tabla N°: Categoría, subcategorías e indicadores.

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	INDICADORES
ABP	Aprendizaje colaborativo	<ul style="list-style-type: none">➤ Participación y responsabilidad compartida➤ Libertad de expresión➤ Capacidad de diálogo➤ Trabajo en equipo➤ Autorregulación
	Fortalecer procesos de investigación	<ul style="list-style-type: none">➤ Búsqueda, selección y organización de la información➤ Desarrollo del pensamiento crítico.
	Evaluación de procesos	<ul style="list-style-type: none">➤ Evaluación individual➤ Evaluación grupal
	Desarrollo de competencias	<ul style="list-style-type: none">➤ Conocimiento➤ Comprensión de los fenómenos➤ Aplicación en contextos

CATEGORÍA ABP⁵

SUBCATEGORIA: Aprendizaje Colaborativo

Indicadores:

- Participación y responsabilidad compartida
- Libertad de expresión
- Capacidad de diálogo
- Trabajo en equipo
- Autorregulación

A continuación se detallan los indicadores correspondientes a la subcategoría Aprendizaje Colaborativo, en dicha descripción se especifican al detalle la relación existente entre los aportes de los participantes y la categoría, subcategoría e indicadores previamente establecidos para el análisis.

Participación y responsabilidad compartida

“El aprendizaje colaborativo es el uso instruccional de pequeños grupos de tal forma que los estudiantes trabajen juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás” (Johnson, 1993. pp. 2) de esta forma en la implementación de la UD, se optimizaron esfuerzos y tiempo de trabajo al proponer el trabajo en equipo como metodología central para abordar la situación problema, dicha especificación de trabajo se realizó en la primera sesión. (Ver anexo, 4)

Además, la participación de los grupos se realizó de manera horizontal, estableciendo así un ejercicio dialógico, donde la interacción y la conversación eran el eje central para

⁵ Nota: ABP (Aprendizaje Basado en Problemas)

la construcción de la solución del problema. Esto se evidencia en la entrevista y el diario pedagógico, en los cuales los participantes exhiben como central la conversación entre los integrantes de cada equipo y la interlocución con otros equipos, como claves del proceso para poder direccionar esfuerzos hacia la adecuada solución de la situación problema.

Una de las participantes de la entrevista, en la en la pregunta cinco “¿Cómo el trabajo en equipo le permitió asimilar mejor los conceptos? Justifique.” Indicó que el trabajo fue “enriquecedor” en la medida en la cual se estableció en equipo una estrategia de rastreo de información y se cruzaron los puntos de vista de los participantes de otros equipos. A1: *“leímos mucho, buscamos información, pero era::: a ver cómo te digo, los ratos donde como buscábamos como esas cosas comunes y pues a veces yo decía una cosa y no me creían pero para cómo::: darle pues fuerza a las ideas yo tenía que leer y pues ver el problema, lo que los otros equipos contaron la otra vez, es como la otra mirada, pues la otra cara y es súper bueno. Cómo decirlo eh::: enriquecedor.”*(Ver anexo, 5)

En el comentario anterior la participante hace hincapié en dos momentos claves de la metodología ABP que son los ciclos 2 y 3, los cuales corresponden a la introducción de la nueva información y su estructura y síntesis respectivamente, luego es importante reconocer en el comentario que se rastreo información y se hizo una lectura cuidadosa con el propósito de comprender los conceptos y en palabras de la participante A1 darle fuerza a las ideas, esta frase indica que se reconoció la importancia de sintetizar la información para expresar de manera clara las ideas, además se fortalecieron los argumentos con lecturas más amplias de los contenidos.

Adicionalmente, el trabajo en equipo por parte de los participantes permitió que estos distribuyeran las actividades para dar solución a la situación problema planteada, esto se evidencia en el diario pedagógico.

Libertad de expresión

El aprendizaje colaborativo se caracteriza por la flexibilidad que presenta para poder trabajar de manera conjunta en diferentes grupos, resaltando en los procesos la libertad de expresión de cada uno de sus participantes, tanto al interior de cada uno de sus equipos como en la interrelación que se establece con los otros equipos, este último elemento es resaltado en la entrevista en el siguiente comentario. *“pues el trabajo en equipos (...) ayuda a que se aprenda más y se recuerde también más porque pues:::: cómo te dije antes pues podíamos ser libres en la ruta y así investigar lo que nos iba llamando la atención y eso ayuda a que sea más significativo y pues se vaya como:::: construyendo entre todos los conceptos y algunas de las aplicaciones.”* (Ver anexo, 5) en este comentario se reconoce una palabra clave, libertad, para poder tomar las decisiones más pertinentes para el proceso, puntualmente la posibilidad de exponer las ideas, puntos de vista de situaciones específicas.

Además, se observó en la cuarta sesión de la implementación de la UD, en la cual los participantes socializaban sus puntos de vista, describiendo los elementos claves que identificaron en los procedimientos empleados por cada uno de los equipos de trabajo. (Ver anexo, 4)

Capacidad de diálogo

Es importante resaltar, que en el paradigma constructivista, uno de los elementos claves es la polivalencia conceptual adquirida a través del modelo dialógico, la

conversación como eje transversal del proceso y la estrategia de ABP. “resalta la importancia que tiene la convergencia de distintos puntos de vista, experiencias y conocimientos” (Johnson,1999)

La capacidad de diálogo se estableció entre el docente visto como un mediador del saber y los estudiantes, entre ellos se propende por la implementación de actividades direccionadas con el fin de fortalecer espacios de diálogo, debate, formulación de preguntas, con el propósito de generar una movilización conceptual y actitudinal.

En la implementación de la UD el trabajo colaborativo se desarrolla a partir del diálogo como mediador de los saberes adquiridos por cada uno de los participantes; por esta razón se observa que en cada una de las sesiones de trabajo, el rol del maestro como orientador del proceso de enseñanza y los estudiantes como protagonistas de su proceso de aprendizaje, este último punto es se identifica en los siguientes comentarios de los participantes.

A1: “Desde las lecturas, la ida a la biblioteca, los documentos que nos compartiste por dropbox, todo eso claro que ayudo, además hoy con lo de la belleza, las fotos y ese software, ¿cómo es que se llamaba? Mat (...) ahh:::Matlab ese fue muy impactante, me gustó mucho y me ayudo a ampliar la idea de lo que es la entropía” (Ver anexo, 5)

Aquí la participante entrevistada reconoce un papel activo por parte de los estudiantes en el proceso de rastreo de información y análisis de documentos que el docente propuso, luego este fue proporcionando información pero no condicionó una ruta exclusiva de trabajo, lo cual permitió procesos de enseñanza y aprendizaje colaborativos.

Los participantes A2, A3 y A4 socializaron en la sesión 4 (Ver anexo, 4) los avances grupales que habían tenido en las situaciones problema que estaban analizando. La participante A2 **aclaro que ellos habían empezado por identificar los conceptos clave**

que transversalizaban la situación problema, reconociendo como conceptos clave el de entropía, Propiedad intrínseca (Ver anexo, 4) el Participante A3. *había centrado sus esfuerzos más en las aplicaciones que fue para ellos el elemento clave, luego habían indagado cómo la entropía afectaba sistemas vivos, sistemas móviles como los objetos de espacio profundo, sistemas prácticos en las empresas como máquinas* (Ver anexo, 4) finalmente el participante A4, socializó el siguiente avance en el proceso. *había centrado sus esfuerzos en la formalización matemática del concepto, para desde este brindar la respuesta, por esta razón este equipo daba cuenta de unas relaciones entre la energía del sistema, la temperatura y como estos tenían una incidencia directa en los sistemas a analizar, así el cálculo se posicionaba como elemento central para poder entender este concepto; principalmente el cálculo integral, ya que la entropía se representa analíticamente con una integral* (Ver anexo, 4)

Dichos análisis contribuyeron significativamente al mejoramiento de las relaciones interpersonales en los equipos, propiciando un ambiente adecuado para el aprendizaje; a través del diálogo y la socialización de avances iniciales los cuales permitieron que los participantes estructuraran sus ideas para poder presentarlas de manera clara y coherente a los otros compañeros.

Trabajo en equipo

La perspectiva constructivista establece algunas fortalezas que se adquieren a través del trabajo en equipo transversalizado por un proceso de construcción de conocimiento, el cual posibilita la solución de dificultades, con buen nivel de análisis. Ya que como planteaba Vigotsky en sus premisas “Que el desarrollo intelectual de un sujeto no puede entenderse como independiente del medio social (...) las funciones psicológicas

superiores se da primero en el plano social y después en el nivel individual” (Jiménez, 2009, pp. 2) luego el trabajo en equipo es trascendental para estas construcciones en colectivo.

En la implementación de la UD se evidenció un trabajo organizado, dialógico; aspectos que los participantes se reconocen como claves del proceso el trabajo en equipo, esto lo expresan varios participantes en los siguientes comentarios se le preguntó a la participante A1: ¿cómo el trabajo en equipo contribuye a la asimilación de los conceptos?, ante lo cual ella respondió: ***“los ratos donde como buscábamos como esas cosas comunes y pues a veces yo decía una cosa y no me creían pero para cómo::: darle pues fuerza a las ideas yo tenía que leer y pues ver el problema, lo que los otros equipos contaron la otra vez, es como la otra mirada, pues la otra cara y es súper bueno. Cómo decirlo eh::: enriquecedor.”***(Ver anexo, 5)

Entre los elementos importantes de este comentario es menester resaltar la siguientes frase ***“lo que los otros equipos contaron la otra vez, es como la otra mirada, (...)enriquecedor”*** empleada por la participante al referirse al trabajo en equipo, ya que identifica la necesidad de trabajar en red con otros equipos para poder reconocer otras perspectivas de la situación problema que se estaba analizando. Además en la cuarta sesión del diario pedagógico, cuando los participantes exponen los avances del proceso se reconoce un ***intercambio a través del discurso de los diferentes aprendizajes que había tenido cada equipo y se relacionaron con conocimientos nuevos los cuales apoyaban y complementaban aquello en lo que cada equipo se había centrado*** Ver anexo, 4)

De manera similar, en las sesiones de implementación de la UD, los participantes no asistieron todos a las sesiones, (Ver anexo, 6) sin embargo establecieron buenos canales de comunicación para realizar las actividades de rastreo, documentación y asesoría

pertinentes, lo cual los participantes reconocen clave, para el proceso ya que tenían la libertad de trabajar en sus propios tiempos. Este último punto se observó en las socializaciones de los equipos en la sesión 4 y 5. (Ver anexo, 4) donde todos los participantes en su momento hablaron con propiedad de los hallazgos encontrados al solucionar las respectivas situaciones problema.

Autorregulación

El modelo constructivista y el aprendizaje colaborativo establecen como clave del proceso de formación, la autorregulación del aprendizaje, en la cual el estudiante evidencia los aprendizajes significativos que ha construido y las dificultades que se le presentan en las temáticas trabajadas. Este proceso se hace evidente en la metodología del ABP, en la cual el estudiante asume el rol de protagonista de su propio aprendizaje.

En el diario pedagógico (Ver anexo, 5) se evidencia la autorregulación en tres aspectos puntuales, primero pese al hecho de que no hubo una asistencia constante de todos los participantes en el proceso, es de resaltar que en la última sesión todos los participantes mostraron una apropiación significativa de los contenidos tratados en la UD y establecían relaciones claras y precisas entre la entropía, la estadística y el cálculo. El segundo aspecto a considerar es que los participantes mostraron gran nivel de compromiso a través de su asistencia tanto a la primera como a la última sesión, pese al hecho de que hubo cierto porcentaje de ausentismo en ciertos participantes en algunas de las sesiones. Finalmente el tercer aspecto relaciona aquellos aspectos que los estudiantes identificaron como aprendido y las dificultades en el proceso.

En la sesión dos *los asistentes en sus respectivos equipos pusieron en común aquellos elementos que desconocían, los cuales habían identificado gracias a la lectura de los documentos la sesión anterior* (Ver anexo, 4) En este punto cada participante reconoce

ciertos desconocimientos con relación a la entropía, la estadística, el cálculo y la vida cotidiana.

Algunos de los desconocimientos identificados por los participantes fueron:

El participante A3 identifica la relación entre la probabilidad de un evento como tomar una decisión en una empresa y la entropía como indicador preciso que facilita la toma de dicha decisión. El equipo del participante A4 reconoció su desconocimiento del vínculo entre la entropía y las teorías astrofísicas y cosmológicas del universo.

La Participante A1 ante la siguiente pregunta ¿De acuerdo a los preconceptos que tenías, las actividades elaboradas en las 5 sesiones te ayudaron a entender mejor el concepto de entropía? Respondió: *“si entropía e información, por que mostraba este concepto pues el de entropía como >< algo más amplio que no se limitaba a como siempre se habla de entropía que es como tendencia al Caos.*

Me impacto mucho este::: la relación que existe entre la entropía, los sistemas como las organizaciones y el desorden, fue verdaderamente muy ^ bueno.”(Ver anexo, 5)

La anterior respuesta muestra que la A1 identifica gracias a la implementación de la UD que el concepto de entropía es muy amplio, que no se limita a *“la tendencia al caos”* (Ver anexo, 5) y que vincula procesos cotidianos como las dinámicas en las organizaciones.

CATEGORÍA: Aprendizaje Basado en Problemas

SUBCATEGORÍA: Fortalecer procesos de investigación

Indicadores:

- Búsqueda, selección y organización de la información
- Desarrollo de competencias
- Desarrollo del pensamiento crítico.

Seguidamente se detallan los indicadores correspondientes a la subcategoría Fortalecimiento de los procesos de investigación.

Búsqueda, selección y organización de la información

Para el modelo constructivista, el proceso de aprendizaje se enriquece cuando está determinado a través de la construcción de conocimiento, para el cual el punto de partida consiste en un conflicto cognitivo, el cual impulsa la búsqueda de información actualizada, estructurada, confiable y con una gran fortaleza conceptual, de esta manera los participantes pueden establecer puntos de convergencia y divergencia en la información rastreada, seleccionada y organizada, para de esta forma establecer una propuesta clara para dar solución a la situación problema.

En la entrevista semiestructurada, al indagar por cuáles eran las actividades realizadas en clase que posibilitaron la comprensión del concepto de entropía, la participante A1 reconoce las siguientes: *“las lecturas, la ida a la biblioteca, los documentos que nos compartiste por dropbox”* (Ver anexo, 5).

Esta respuesta muestra que se reconoce la importancia de la información como punto de partida para dar una solución efectiva a la situación problema planteada.

Adicionalmente, reconociendo la importancia de la información, clara y verás, en la implementación de la UD, se establecieron tres sesiones de rastreo, búsqueda, selección y depuración de la información, además, se dieron una serie de documentos como punto de partida, los cuales se compartieron a través de una carpeta en dropbox.

El siguiente enlace muestra los documentos que se fueron compartiendo en diferentes momentos del proceso, es de señalar que para poder acceder al link deben estar registrados en dropbox previamente.

<https://www.dropbox.com/home/Entropia%2C%20calculo%20y%20estadistica>

Desarrollo del pensamiento crítico.

El pensamiento crítico es uno de los ejes fundamentales del aprendizaje colaborativo, ya que el proceso de aprendizaje mediado por la construcción cuidadosa, grupal, que considera los puntos de vista de los otros participantes, es el insumo central para tomar posturas críticas, el “desarrollo de habilidades sociales y colaborativas, aumento de los sentimientos de autoeficiencia, disminución y el temor a ser observados por otros” (SN, 2000.pp.7)

En la Implementación de la Unidad Didáctica se fortaleció el desarrollo del pensamiento crítico al establecer una interacción permanente entre la situación problema, los contenidos y el entorno, estos elementos se observan en el diario pedagógico (Ver anexo, 5), en el cual en cada una de las sesiones se enfatizó en la importancia de establecer relaciones entre los contenidos y elementos o fenómenos cotidianos, en esa medida las estrategias de búsqueda de información y los documentos sugeridos estuvieron encaminados con este objetivo.

Entre los documentos sugeridos por el docente se puede observar en la primera sesión de implementación de la UD (Ver anexo, 5) una estrecha relación entre los contenidos con las comunicaciones, las teorías de información y la relación entre la entropía y algunas afectaciones a las actividades humanas. El anterior punto se observa en algunos de los documentos sugeridos como.

- ***“Entropía e Información / Ernesto Frodden; Jimena Royo***
- ***A Mathematical Theory of Communication / Shannon***
- ***Information Entropy Evolution of Groundwater Flow System Affected By Human Activity / Su Xiaosi; Du Shanghai”*** (Ver anexo,5)

Adicionalmente los participantes identifican la importancia del concepto de entropía para analizar situaciones en la vida cotidiana, en este punto los participantes A2, A3 y A5 compartieron con el grupo *que no sabían cómo el concepto de entropía era transversal a tantas situaciones y contenidos de la vida diaria* (Ver anexo, 5) y relacionan la importancia del trabajo en equipo como eje “Enriquecedor” en palabras de A1

CATEGORÍA: Aprendizaje Basado en Problemas

SUBCATEGORÍA: Evaluación de procesos

Indicadores:

- Evaluación individual
- Evaluación grupal

En la categoría Evaluación de procesos se describen dos indicadores que son:

Evaluación individual

Es indispensable reconocer que en la metodología ABP se reconoce la evaluación desde perspectivas dinámicas, en las cuales los estudiantes alcancen niveles cognitivos de comprensión cada vez más altos. En esa medida la UD se diseñó de forma tal que permitiera identificar intervenciones individuales de los estudiantes, a partir de diferentes estrategias que articulen las temáticas de modo flexible y las relacionen con el ciclo de aprendizaje que estructuró la Unidad Didáctica.

En correspondencia al modelo constructivista desde la perspectiva de Ausubel (1983), se tuvo en cuenta en la evaluación individual un momento diagnóstico en el diseño del cuestionario KPSI, en cuyo diseño se consideró tanto el semestre en que estaban los

participantes, la carrera a la que pertenecían y las materias que habían cursado (Ver anexo,6)

Esta evaluación individual se hizo en dos momentos: al inicio del proceso y al final del mismo. Al tabular las respuestas de los participantes se obtuvo la siguiente información:

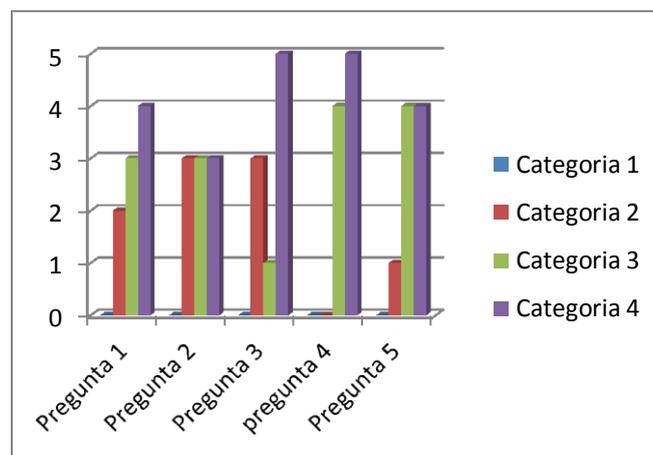
Las siguientes gráficas presentan de manera sintética los resultados

Gráficas 1 y 2

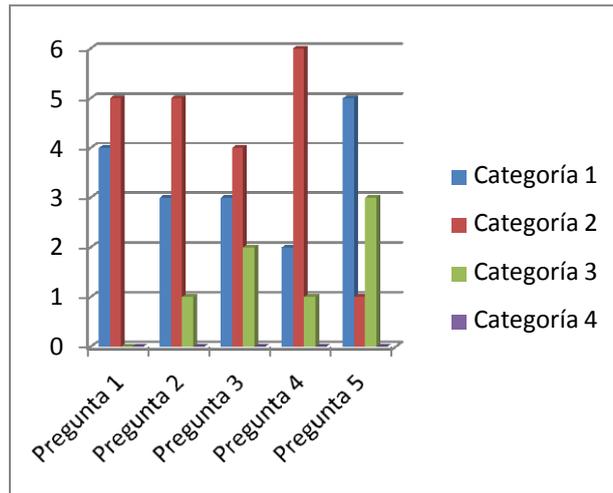
Los gráficos 1 y 2 representan el rango de respuestas a las afirmaciones (1-2-3-4) con la siguiente especificidad

Gráfico 1: Respuesta de la primera sesión, es decir, el primer momento, Fecha de implementación 20 de Septiembre de 2013.

Gráfico 2: Respuesta de la segunda sesión, es decir, el momento de cierre de implementación de la UD, Fecha 04 de Octubre de 2013.



Gráfica 1



Gráfica 2

Gráficas 3 y 4

Los gráficos 3 y 4 representan el rango de respuestas a las afirmaciones (6-7-8-9-10) con la siguiente especificidad

Gráfico 3: Respuesta de la primera sesión, es decir, el primer momento, Fecha de implementación 20 de Septiembre de 2013.

Gráfico 4: Respuesta de la segunda sesión, es decir, el momento de cierre de implementación de la UD, Fecha 04 de Octubre de 2013.

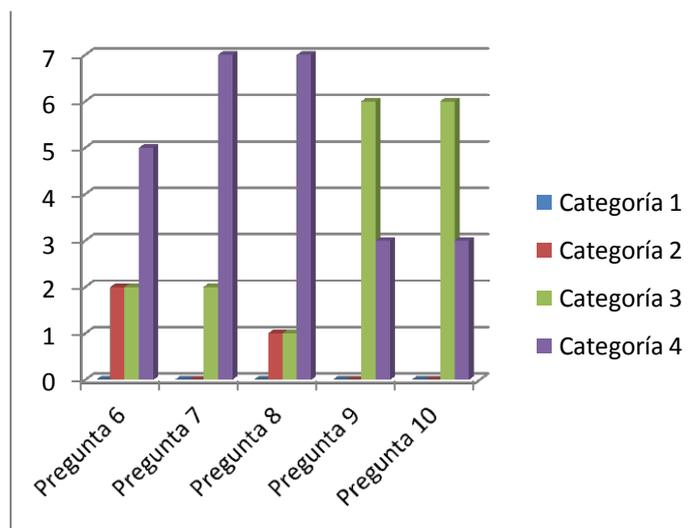


Gráfico 3

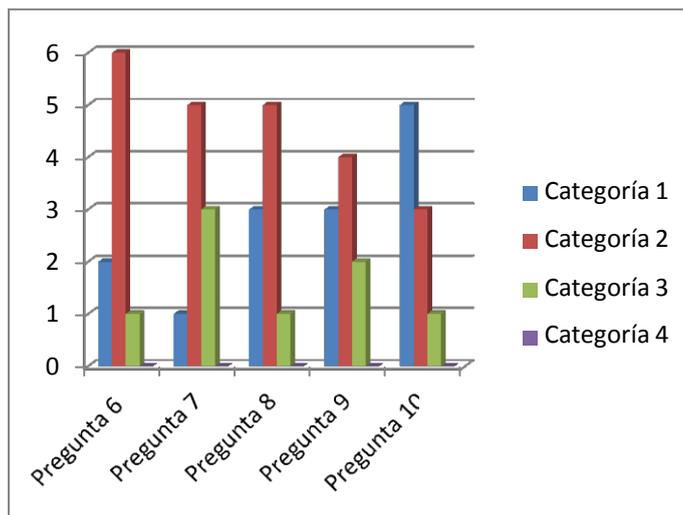


Gráfico 4

Gráficas 5 y 6

Los gráficos 5 y 6 representan el rango de respuestas a las afirmaciones (11-12-13-14) con la siguiente especificidad

Gráfico 5: Respuesta de la primera sesión, es decir, el primer momento, Fecha de implementación 20 de Septiembre de 2013.

Gráfico 6: Respuesta de la segunda sesión, es decir, el momento de cierre de implementación de la UD, Fecha 04 de Octubre de 2013.

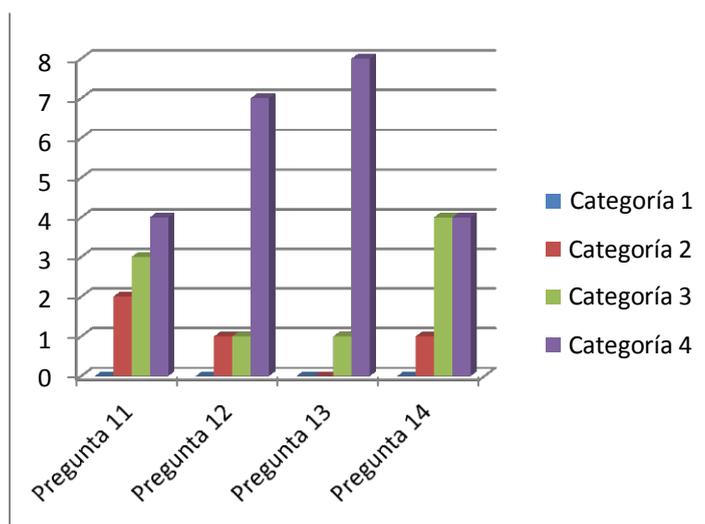


Gráfico 5

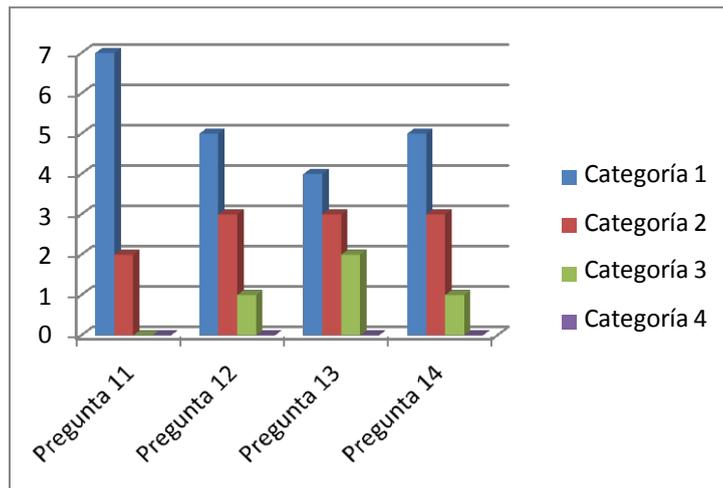


Gráfico 6

Las gráficas 1-3-5 representan el antes o momento previo a la implementación de la UD, y las gráficas 2-4-6 representan el momento posterior o el después de del proceso de implementación de la UD.

Es de notar que en el antes las respuestas de los participantes se enmarcan en las opciones 3 y 4, es decir, aproximadamente el 90% de los participantes no identifican, no entienden o no saben los conceptos de Entropía, ni su representación matemática, el concepto de akástasis, ni máxima entropía de Shannon, entre otros, sin embargo una vez implementada la UD, las respuestas dieron un cambio vertiginosos y se enmarcaron mayormente en la opciones 1 y 2 aproximadamente un 85% de los participantes. .

Al analizar la información y los resultados obtenidos en los diferentes momentos de implementación de la UD, se evidencia que los estudiantes de tercer semestre de la Universidad de Antioquia no conocía ni manejaban el concepto de entropía y no establecían relaciones entre éste con el cálculo y la estadística, sin embargo una vez implementada la Unidad Didáctica se identifica una variación significativa, ya que tanto en los comentarios que hicieron los participantes en las sesiones (Ver anexo,5) como en la entrevista y en el cuestionario KPSI, se observan como la metodología ABP permitió

desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje de tal forma que los estudiantes reconocen el concepto de entropía y máxima entropía, además establecen relaciones entre estos conceptos y la estadística específicamente la probabilidad y el cálculo puntualmente desde la manipulación de integrales y análisis de optimización de problemas.

Evaluación grupal

La evaluación grupal consideró la interacción de los estudiantes en las dinámicas propias de su grupo de trabajo y la interacción con los otros grupos, ya que la UD, fundamentó sus estrategias y actividades a partir de los procesos de enseñanza y aprendizaje colaborativo.

Es de notar que la evaluación grupal se hizo durante todo el proceso de implementación de la UD, particularmente en la sesión 4 y 5 (Ver anexo, 5) en las cuales los estudiantes socializaron avances y resultados finales de los situaciones problema que estaban analizando

Entre las socializaciones de los estudiantes se observó un trabajo contextualizado, con procesos secuenciales, caracterizados por la identificación de conceptos clave como el de Umbralización, entropía como propiedad intrínseca y Akástasis pero relacionado directamente con la teoría de las organizaciones.

Además los participantes realizaron análisis, previos a las alternativas de solución de la situación problema. Algunas de los aportes de los estudiantes frente a sus compañeros para mostrar los avances en las situaciones problema específicas fueron los siguientes:

A2 específico que en el procesos previo a la solución del problema *ellos habían empezado por identificar los conceptos clave que transversalizaban la situación*

problema, reconociendo como conceptos clave el de entropía, Propiedad intrínseca (Ver anexo, 5) En dicho comentario se reconocen puntualmente dos fases del ciclo de aprendizaje que son la identificación de necesidades (Fase 2 del ciclo de aprendizaje) y la estructuración y síntesis de la información (Fase 3, del ciclo de aprendizaje), estos dos momentos fueron determinantes para este equipo, ya que les dio ruta para poder establecer las relaciones necesarias entre los conceptos y de esta forma dar una alternativa de solución efectiva a la situación problema.

A3 Comento que en su equipo de trabajo se *había centrado sus esfuerzos más en las aplicaciones que fue para ellos el elemento clave, luego habían indagado como la entropía afectaba sistemas vivos, sistemas móviles como los objetos de espacio profundo, sistemas prácticos en las empresas como máquinas* (Ver anexo, 5) En esta medida este equipo priorizó la comprensión de los conceptos (Fase 3 del ciclo de aprendizaje) y la aplicación de los mismos (Fase 4, del ciclo de aprendizaje)

A4 Expresó que *había centrado sus esfuerzos en la formalización matemática del concepto, para desde este brindar la repuesta, por esta razón este equipo daba cuenta de unas relaciones entre la energía del sistema, la temperatura y como estos tenían una incidencia directa en los sistemas a analizar, así el cálculo se posicionaba como elemento central para poder entender este concepto; principalmente el cálculo integral, ya que la entropía se representa analíticamente con una integral* (Ver anexo, 5)

En la última sesión, ya que se invitó a que por equipos - pero con intervención de cada uno de los participantes- se socializarán los resultados del proceso, a lo cual los estudiantes establecieron relaciones entre la entropía, el cálculo y la estadística con vínculos puntuales con dinámicas cotidianas; por ejemplo el trabajo realizado por uno

de los equipos, denominado “Entropía y economía” (Ver anexo, trabajo de los equipos), los participantes relacionaron eventos económicos de una empresa, probabilidad en la toma de decisiones frente a los empleados de dicha empresa, para lo cual emplearon la formalización matemática del concepto de entropía la cual incluye integrales finalmente del trabajo de esta equipo se proponen las siguientes situaciones problema nuevas (Fase 4, Ciclo de aprendizaje) .

1. *¿Cómo aporta la entropía para dar ventaja económica al momento de establecer la estrategia de mercadeo y producción de una empresa?*

2. *¿Hasta qué nivel la entropía se puede usar para analizar obras de arte, teniendo en cuenta no solo el concepto de entropía sino también el de simetría, contraste?.*

3. *¿Cómo poder identificar las ventajas de una pareja empleando para esto un Análisis estadístico que incluya el concepto de entropía?.*”(Ver anexo, 5)

Así, una conclusión inicial a partir del indicador evaluación grupal es que el ABP es una herramienta que fortalece los procesos de enseñanza y aprendizaje, dinamiza las estrategias pedagógicas y contribuye al fortalecimiento de otras competencias como rastreo, depuración, análisis de información, construcciones colectivas y el trabajo en equipo

CATEGORÍA: Aprendizaje Basado en Problemas

SUBCATEGORIA: Desarrollo de competencias

Indicadores:

- Conocimiento
- Comprensión de los fenómenos
- Aplicación en contextos

Para la categoría Desarrollo de competencias se determinaron tres indicadores, cuya relación con la información recogida en los instrumentos se detalla a continuación.

Desarrollo de competencias

Al hablar de la diferencia entre habilidad y competencia, es de notar que una habilidad da cuenta de alguna destrezas o capacidades que tiene una persona, aunque no las requiera para las actividades cotidianas, la segunda -competencia- es una habilidad necesaria para desenvolverse en el contexto, un ejemplo específico es, hablar ruso en Colombia es una habilidad, sin embargo no se requiere para comunicarse con los otros, por esto no está relacionado con el contexto, en contraparte, hablar español en Colombia es una competencia puesto que es indispensable para poder comunicarse con los otros.

En esa medida en correspondencia con la metodología ABP y el modelo constructivista, a partir de la interacción con un fenómeno específico, se busca desarrollar competencias derivadas de la construcción de conceptos, los cuales se caracterizan por tener una relación directa con problemáticas cotidianas, este aspecto se detalla en los siguientes indicadores.

Conocimiento

Aludiendo al hecho de que “El conocimiento no es una copia de la realidad sino una construcción del ser humano (Piaget, 1963)” en la Implementación de la UD los conocimientos se presentaron en ciertos momentos de manera expositiva, pero sintética, con el objetivo que los participantes fueran los que direccionaran el proceso de construcción de su propio conocimiento y en esta medida tuvieran la claridad conceptual necesaria para analizar críticamente la situación problema.

Como el conocimiento es un proceso que implica la construcción detallada de cada uno de los componentes a partir de una estructuración sencilla, clara y precisa, en la UD se presenta como estrategia de apropiación de los conocimientos actividades que cuestionaran las dinámicas cotidianas de enseñanza, ya que se cambian los roles tradicionales tanto del docente como de los estudiantes a través de la metodología ABP, en la cual el maestro es un orientador y el estudiantes es el protagonista de su proceso de aprendizaje. De esta forma los conocimientos que se iban adquiriendo se vinculaban con los conocimientos previos de los participantes, por esta razón la estrategia de búsqueda de la información siempre consideraron los intereses particulares de los estudiantes y eran ellos como protagonistas del proceso los que establecían las rutas de rastreo de información, con un acompañamiento específico del docente, en los momentos en los cuales se requerían un apoyo conceptual puntual. El docente no impartió una clase magistral, ya que se reconoce el saber del otro como esa base trascendental para alcanzar ciertos niveles de profundización y especificidad.

Al presentar por parte del docente el nuevo conocimiento, se reconoce los conocimientos previos de los estudiantes; de hecho la entrevista semiestructurada realizada a los participantes se inicia con la pregunta ¿De acuerdo a los preconceptos que tenías, las actividades elaboradas en las 5 sesiones te ayudaron a entender mejor el concepto de entropía? A lo cual la participante respondió que sí. Lo cual muestra una actividad que considera el saber del otro como punto de partida trascendental para los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Los conocimientos de los participantes antes y después de la implementación de la UD se identificaron con el cuestionario KPSI el cual permitió recopilar información que da cuenta de la comprensión conceptual que tuvieron los participantes en todo el proceso.

En la **gráfica 1**⁶ se muestran los resultados del cuestionario KPSI obtenidos en la primera sesión de implementación de UD, para las primeras cinco afirmaciones las cuales permitieron visualizar los conocimientos que tenían los participantes alrededor de las definiciones centrales de entropía. Es de notar que la respuesta más predominante fue la opción 4 (no sé) con un porcentaje promedio de 45% de participantes y un 40% para la opción 3 (No lo entiendo) y un 15% en promedio fue para la opción 2 (Creo que lo sé) y un 0% para la opción 1 (Se lo podría explicar a un compañero).

Las anteriores respuestas denotan un desconocimiento inicial por parte de los participantes para el concepto de entropía lo cual condiciona las relaciones que éstos pueden establecer entre dicho concepto y otras áreas del saber como la estadística y el cálculo, ya que en las primeras cinco afirmaciones para definir la entropía se emplean conceptos como el de tendencia y probabilidad en la afirmación 5 del cuestionario KPSI, además se nombra los sistemas de medida, en la afirmación 3, dichos sistemas son indispensables al momento de conceptualizar la integral definida, sin embargo los estudiantes no reconocen estas relaciones puntuales que se presentan en estas afirmaciones.

La **gráfica 2**⁷ se presentan las respuestas de los participantes a las primeras cinco afirmaciones del cuestionario KPSI, nombradas anteriormente, es de resaltar que este instrumento fue aplicado después de la implementación de la UD, y se observa en las respuestas de los participantes una variación significativa. El promedio de las respuestas para cada una de las opciones del cuestionario fue el siguiente: un 40% para la opción 1

⁶ Esta gráfica está ubicada en el indicador evaluación Individual

⁷ Esta gráfica está ubicada en el indicador evaluación Individual

(Se lo podría explicar a un compañero). Un 55% para la opción 2 (Creo que lo sé), un 5% para la opción 3 (no lo entiendo) y un 0% para la opción 4 (no lo sé).

Las respuestas obtenidas después de la implementación de la UD, denotan una variación promedio del 60% en las respuestas de los participantes, por tanto se puede afirmar que en el proceso que se llevó con los estudiantes, se realizó un abordaje conceptual claro y preciso de los conceptos centrales. (Entropía, máxima entropía). El ciclo de aprendizaje definido en el diseño metodológico, a partir de la metodología ABP y el aprendizaje colaborativo, permitió direccionar el proceso de aprendizaje de los participantes, de tal forma que se precisaran los conceptos centrales para dar solución a las situaciones problemas.

En las **gráficas 5 y 6**⁸ se representan los resultados del cuestionario KPSI para las preguntas 11, 12, 13 y 14, dichos resultados se obtuvieron en la primera sesión y en la última respectivamente y dichas afirmaciones tenían mayor nivel de especificidad conceptual, razón por la cual se indagaba por conceptos puntuales como Akastasis, con el propósito de conocer los límites analíticos que los participantes podrían realizar al abordar las situaciones problema.

En la **gráfica 5**⁹ se representan los resultados correspondientes a la primera sesión cuyos promedios cuantitativos son los siguientes: 63% para la opción 4 (No lo sé), 26% para la opción 3 (No lo entiendo), 11% para la opción 2 (creo que lo sé) y 0% para la opción 1 (Se lo podría explicar a un compañero). Estas respuestas muestran un desconocimiento de los conceptos específicos propios a la estadística y al cálculo que se relacionan directamente con la entropía.

⁸ Esta gráfica está ubicada en el indicador evaluación Individual

⁹ Esta gráfica está ubicada en el indicador evaluación Individual

En la **gráfica 6**¹⁰, se observan los siguientes promedios de resultados. 58% opción1, (Se lo podría explicar a un compañero), 31% para la opción 2 (Creo que lo sé), 11% para la opción 3 (No lo entiendo) y 0% para la opción 4(No lo sé). Una vez implementada la UD, se observa que los participantes reconocen y manejan conceptos puntuales como akástasis, además identifican integrales y probabilidades vinculadas directamente con el concepto de entropía.

Algunos de los conceptos claves que se requieren en estas afirmaciones para poder comprender en detalle los enunciados son puntualmente los siguientes:

En la afirmación 13 se presentan como conceptos centrales los de proporcionalidad, probabilidad y máximos y mínimos, estos como las condiciones que se deben satisfacer para determinar la entropía de Shannon, luego es evidente una relación directa entre la entropía, la estadística y el cálculo.

En la afirmación 14 se presentan los conceptos de eventos, los cuales son esenciales al momento de hablar de probabilidad y a partir de eventos se determina la entropía alta, dependiendo de la probabilidad de las variables propias del evento.

Luego los participantes relacionan la estadística el cálculo y la entropía para poder comprender en detalle las afirmaciones que se presentan en el cuestionario KPSI.

Comprensión de los fenómenos

La comprensión de los conceptos se realizó en dos momentos, primero fue en la primera sesión de implementación de la UD, donde se presentaron contenidos y se propició un desequilibrio evidenciando ciertos fenómenos y situaciones cotidianas a las cuales con frecuencia se les resta relevancia, este desequilibrio se generó a partir de una serie de

¹⁰ Esta gráfica está ubicada en el indicador evaluación Individual

preguntas cuyo propósito era dar un paso de una zona de confort, a un cuestionamiento por la relación de la entropía con la vida cotidiana, a través de una situación clave, diaria, cercana, como tomar decisiones en cualquier esfera contextual.

Esta comprensión se evidencia en la última sesión (Ver anexo, 5) por el nivel de precisión y detalle de los comentarios brindados por los participantes, en los cuales se reconoce un análisis cuidadoso, una comprensión de detalles que permitieron que vincularan con naturalidad la entropía con la economía. (Ver anexo)

Articular herramientas que dinamizaran las actividades en el aula como el software Matlab para graficar, desplazó a los participantes de la forma clásica que reconocían al momento de analizar una imagen, hacer la gráfica y establecer la belleza desde la percepción de un fenómeno, de hecho se resaltó la importancia de los procesos de análisis, por lo cual ciertos procedimientos operativos pueden apoyarse de herramientas digitales y las tic en el los espacios de formación.

En las **gráficas 3 y 4**¹¹ se muestran los resultados del cuestionario KPSI obtenidos en la primera sesión y en la última respectivamente, las afirmaciones permitían identificar la medición y propiedades específicas de la entropía, por tanto a partir de las respuestas que dieron los participantes se puede determinar el nivel de relaciones que estos establecen entre el concepto de entropía, el cálculo y la estadística y si observaban o no la entropía como un fenómeno cotidiano.

En la **gráfica 3**¹², las respuestas corresponden al antes de la implementación de la UD, ya que este instrumento se implementó en la primera sesión como actividad de partida, los promedios en las respuestas son los siguientes: 57% para la opción 4 (No lo sé), 37% para la opción 3 (No lo entiendo), 6% opción 2 (Creo que los sé), un 0% opción 1 (Se lo podría explicar a un compañero). Las anteriores respuestas denotan una falta de

¹¹ Esta gráfica está ubicada en el indicador evaluación Individual

¹² Esta gráfica está ubicada en el indicador evaluación Individual

manejo tanto del concepto como de su relación con otras áreas como el cálculo y la estadística.

En el cierre del proceso de implementación de la UD se aplicó el mismo cuestionario, obteniendo el siguiente promedio de respuestas: un 35% para la opción 1 (Se lo podría explicar a un compañero), un 51% para la opción 2 (Creo que lo sé), un 14% para la opción 3 (No lo entiendo), un 0% para la opción 4 (No lo sé) Este promedio de respuestas denota mayor nivel de claridad conceptual, lo cual implica que la estrategia empleada permitió que los participantes establecieran mejores relaciones entre los conceptos, además se cuestionaron por la importancia de la mediación al momento de abordar fenómenos de la naturaleza y como las medidas acotan resultados , facilitan la resolución de problemas y concretan un gran número de situaciones cotidianas.

Aplicación en contextos

La teoría constructivista supone propiciar o recrear un contexto favorable para el aprendizaje, en esta dinámica de ideas, los contextos pueden ser dinámicos y un contexto educativo puede estar diseñado adrede a partir de la interrelación de otros contextos.

La UD se diseñó intencionalmente de manera flexible, con el propósito que relacionara diferentes contextos, de esta forma cada actividad tenía elementos diferentes, es decir, el crucigrama, el concepto de belleza, situaciones problema, Matlab como herramienta de graficación, que complementan las actividades que se estaban desarrollando en esa sesión.

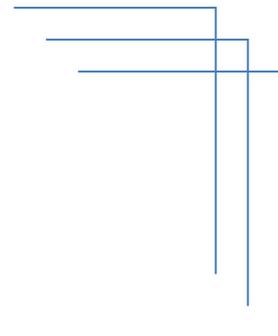
Adicionalmente los espacios variaron en contextos físicos y virtuales, específicamente el aula de clase, la biblioteca y la web, dropbox. (Ver anexo, 5)

En la sesión final de la implementación de la UD, se evidencia que los participantes establecen relaciones directas entre la entropía, la estadística y el cálculo, con problemáticas cotidianas, como tomar decisiones al respecto de los empleados de una empresa, movimientos financieros, relaciones de pareja, análisis de la belleza, entre otras situaciones problema identificadas por los participantes, los cuales se representan en la siguientes situaciones problema propuestas por los participantes.

“1. ¿Cómo aporta la entropía para dar ventaja económica al momento de establecer la estrategia de mercadeo y producción de una empresa?

2. Hasta que nivel la entropía se puede usar para analizar obras de arte, teniendo en cuenta no solo el concepto de entropía sino también el de simetría, contraste.

3. Cómo poder identificar las ventajas de una pareja empleando para esto un análisis estadístico que incluya el concepto de entropía.”(Ver anexo, 5)



CAPÍTULO

SEXTO

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

La implementación de la UD, atendiendo a la metodología ABP y el ciclo de aprendizaje definido en el diseño metodológico priorizo un trabajo colaborativo y una construcción conjunta de saberes por parte de los participantes de tal forma que los procesos que se establecieron contribuyeran a que los participantes identificaron algunas relaciones existentes entre el concepto de entropía, la estadística y el cálculo, dichas relaciones debían trascender los saberes previos de los estudiantes los cuales estaban enmarcados en el vínculo existente entre la entropía y la termodinámica, dejando a un lado otro conjunto de saberes y contenidos que dinamizan y posibilitan abordar el concepto de entropía con mayor profundidad.

Es menester resaltar que posterior a la implementación de la UD los participantes establecieron nuevas relaciones entre la entropía y saberes cotidianos como la toma de decisiones, en situaciones como relaciones amorosas, selección de personal en una empresa e incluso analizaron cómo la entropía brindaba nuevas explicaciones alrededor del concepto de belleza, el cual se encuentra íntimamente relacionado con la percepción y las proporciones de los objetos observados, el concepto de belleza es desarrollado en la teoría de las proporciones áureas y retomado por artistas e ingenieros como Leonardo Davinci.

Adicionalmente a estos análisis relacionados por los participantes, se identificó a partir de las descripciones que cada uno de ellos hacían reconocían la importancia del concepto de integral y las probabilidades para poder alcanzar cierto nivel de especificidad al momento de analizar el concepto de entropía ya que este además de

posibilita explicar fenómenos cotidianos es un concepto trascendental en las teorías modernas de cosmología y teorías del universo, como lo describe Stephen Hawking en su libro Historia del tiempo.

RECOMENDACIONES

Por otra parte, si bien es cierto que el abordar conceptos a través de la metodología ABP es de gran utilidad para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, también es indispensable considerar que este proceso requiere procesos secuenciales que se dan en periodos de tiempo largos, los cuales consideran desde los estímulos iniciales, en los cuales se consideran los saberes previos de los participantes, los cuales se resaltan en la teoría constructivista como claves del proceso de aprendizaje de los estudiantes, hasta la finalización de los fenómenos o situaciones problema investigados, en los cuales se prioriza el proceso de indagación que realizan los participantes más que el resultado concreto del mismo, ya que se reconocen una serie de aprendizajes y desarrollo de competencias las cuales se derivan principalmente los procesos de enseñanza y aprendizaje en los cuales el docente asume un rol de mediador y el estudiante lidera su proceso de aprendizaje dando pautas y ritmos de trabajo. Adicionalmente estos procesos pedagógicos – enseñanza y aprendizaje- se pueden enriquecer a través de la articulación de herramientas y dispositivos digitales y tecnológicos los cuales dinamizan y fortalecen de manera significativa las metodologías y estrategias empleadas en el aula de clase, en este punto se resalta que los participantes de la investigación reconocieron como clave del proceso la vinculación de tecnologías educativas, las cuales presentan una serie de alternativas nuevas, las cuales posibilitan la profundización temática ya que sintetizan algunos procesos operativos tales como cálculos sencillos y graficación de dichos valores. Luego, atendiendo a las actividades implementadas en la UD se

considera pertinente que los docentes vinculen en sus estrategias didácticas prácticas que relacionen los contenidos con la sociedad digital del siglo XXI, entendiendo sociedad digital como aquella que no se limita a la manipulación de dispositivos tecnológicos y digitales, sino que agrupa las prácticas y contextos digitales que movilizan a la comunidad en la actualidad.

Finalmente es importante resaltar que esta investigación puede tener continuidad, si se indaga con mayor profundidad otras relaciones entre la entropía y conceptos propios a las ciencias exactas y naturales, ya que el concepto de entropía analizada desde otros puntos focales, permite ser concepto articulador de algunos contenidos de las ciencias.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arnheim, R. (1995) arte y entropía. Alianza, 400p

Ausubel, D. (1986). Teoría del aprendizaje significativo.

Bachelard, G. (1938).formación del espíritu científico

Barrows, (1985) How to design a problem-based curriculum for the preclinical years.
New York: En: Springer Publishing Co.

Díaz y Hernández. (1998).Estrategias docentes para un aprendizaje significativo.
Capítulo 2. Constructivismo y Aprendizaje significativo En: Mc Graw Hill

Edelman, G. (1998) “”The Remembered Present: A Biological Theory of
Consciousness” New York, Basic Books.

García, A. (2009) Investigación en didáctica de la Física: tendencias actuales e
incidencia en la formación del profesorado. Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 3,
No. 2

Gómez (1994) Planificación de ambientes de aprendizaje interactivos on-line: las aulas
virtuales como espacios para la organización y el desarrollo del teletrabajo educativo.
José Antonio Ortega Carrillo En: Cuaderno de Pedagogía, Universidad de Granada-
Centro UNESCO de Andalucía

Hawking , S. (1992) Breve historia del tiempo, Paneta, 194p

Iglesias, J. (2002). El aprendizaje basado en problemas en la formación inicial de docentes. *Perspectivas*, vol. XXXII, n° 3

Jiménez (2009) Desarrollo y aprendizaje. Dificultades En: *Revista Innovación y experiencias educativas* N 45

Johnson, y Johnson& Holubec, (1993) . *Circles of learning* (4th ed.). En: Edina, MN: Interaction Book Company.

Morales, P y Landa, V. (2004) Aprendizaje basado en problemas, en *Theoria*, Vol 13. Pag 145-157

Margie&Jessup,(SF). *La resolución de problemas y enseñanza de las ciencias naturales*. Bogotá, universidad pedagógica Nacional.

Nagy, C. (2000). “Se habla aún cuando no se dice nada” - Los 5 axiomas de la comunicación según Paul Watzlawick

Norman A. Sprinthall, Richard C. Sprithall, Sharon N. (1996). *Psicología de la Educación*. España: Editorial. Mc Graw Hill.

PDHD. *El Aprendizaje Basado en Problemas como técnica didáctica*

SUMMA, 1997. Lo educación y la riqueza de las naciones, pp. 69-77

Tezanos, A.(1997).CONSTRUCTIVISMO: UN LARGO Y DIFICULTOSO CAMINO DESDE LA INVESTIGACIÓN AL AULA DE CLASE.

Triana (SF) EL CONSTRUCTIVISMO: PARADIGMA DE LA ESCUELA CONTEMPORÁNEA En: Universidad de Matanzas, Cuba.

Zuluaga, O. (2000) Hacia la construcción de un campo conceptual plural y abierto para la pedagogía: aproximaciones metodológicas. En: Colombia. *Evento: Simposio Internacional de Investigadores en Educación Ponencia. p.35 - 57*

ANEXO 1

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN

CONTENIDO CIENTÍFICO	CONCEPTUAL	Entropía Máxima entropía Probabilidad Segunda ley de la termodinámica Energía Akastasis Umbralización
	PROCEDIMENTAL	La parte procedimental estará direccionada a través del desarrollo por parte de los estudiantes de las actividades propuestas, las cuales están enfocadas a la parte conceptual.
	ACTITUDINAL	Motivación frente al tema máxima entropía.
OBJETIVO GENERAL	Identificar los conocimientos de los estudiantes acerca de los conceptos de entropía y su relación con la estadística y el cálculo; además establecer algunas relaciones básicas entre dichos conceptos	
OBJETIVOS	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar las ideas previas de los estudiantes con relación al concepto de máxima entropía. • Favorecer un ambiente participativo, de manera que 	

ESPECÍFICOS	<p>los estudiantes se puedan desenvolver de manera efectiva en el proceso de aprendizaje.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducir el tema de entropía máxima, desde una mirada epistemológica.
LOGROS ESPERADOS	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante debe asumir un rol activo y propositivo, exponiendo sus conocimientos previos al respecto del tema a problematizar. • El estudiante debe identificar sus fortalezas y debilidades conceptuales, de forma tal que pueda establecer una ruta de trabajo. • El estudiante debe establecer un vínculo de afinidad con el tema (Entropía máxima), el cual se debe ver reflejado en su interés por el mismo.
TIEMPO DE DURACIÓN	2 horas de clase
MATERIALES	Lápiz, Borrador, Video Beam, Diapositivas

Descripción de la actividad:

Esta actividad se realizará en el aula de clase, puesto que ésta brinda los elementos físicos tales como, mesas y sillas, necesarios para su desarrollo, se formaran 3 grupos de 3 estudiantes.

Esta actividad facilita el proceso para poder solucionar el problema , ya que las definiciones propuestas en el crucigrama a modo de pista orientadora son sencillas y

centrales al momento de empezar a conceptualizar, por tanto es a partir de este instrumento que se pueden empezar a diseñar o proponer situaciones problema de acuerdo al desconocimiento tanto particular como grupal de los estudiantes, pero ante todo posibilitar en ellos un proceso de concientización del desconocimiento que los ayude como motivación y posibilite que los estudiantes establezcan rutas diferentes para hallar una solución.

Materiales:

- Lápiz
- Borrador
- Elemento didáctico (crucigrama)

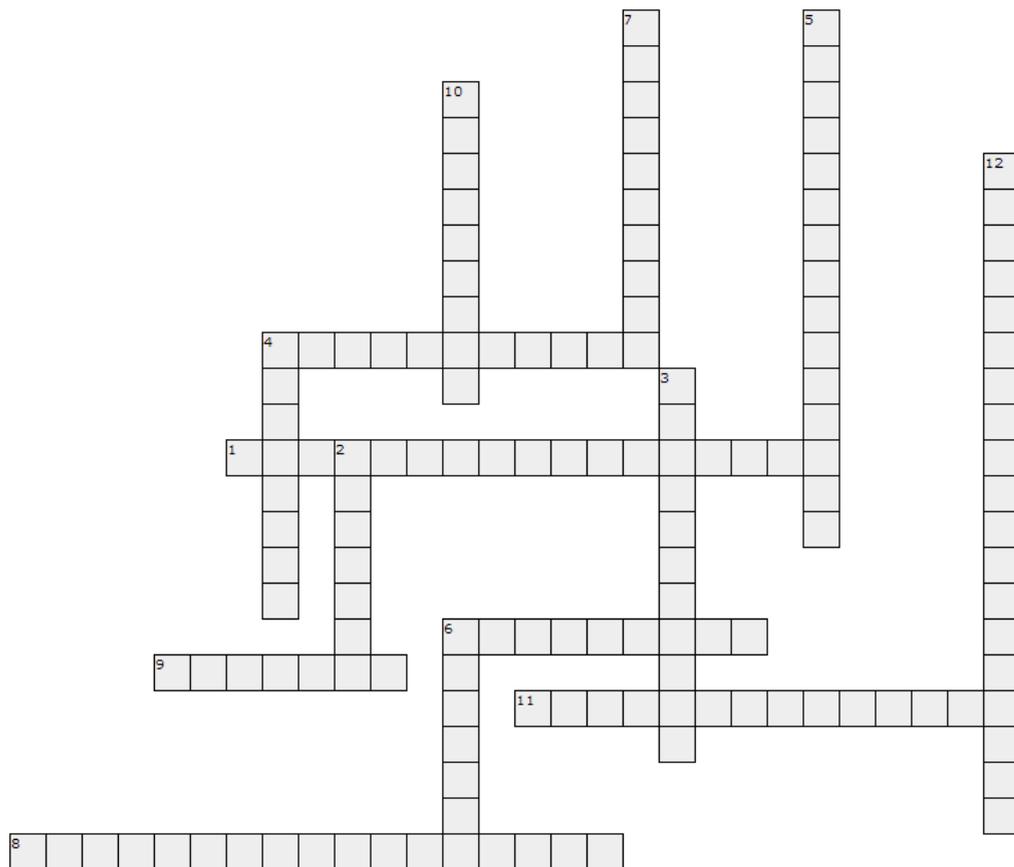
El docente dará las siguientes recomendaciones al momento de iniciar la actividad:

- Lea detenidamente cada uno de los enunciados.
- Empiece a dar respuesta a las preguntas que allí se formulan y en caso de no conocer la respuesta empiece a detallar aquellos contenidos que desconoce para posteriormente indagar por ellos.
- Rastree la información que requiere para dar respuesta a las sentencias cuya respuesta desconoce.
- Intente dar al menos 3 respuestas a cada uno de los enunciados de tal forma que pueda probar cada respuesta en las casillas disponibles para cada sentencia.
- Finalmente escriba las respuestas
- Verifique la coherencia de las palabras

- Tenga en cuenta la ortografía de las mismas, para evitar que este factor condicione las respuestas o lo lleve a cometer errores.

Después de establecer las condiciones iniciales se conformarán grupos de 5 personas para que realicen la actividad, finalmente se propiciara un espacio de socialización y discusión de las diferentes soluciones propuestas por los grupos

Elemento didáctico (Crucigrama)



Horizontal:

1. Pérdida progresiva de las relaciones que forman un sistema
4. Estudia la recolección, análisis e interpretación de datos
6. Forma de denotar el conjunto de transformaciones o cambios que se dan en el tiempo
8. Es imposible que una máquina sin ayuda mecánica externa transfiera calor de un cuerpo a otro más caliente
9. Apellido del padre de la teoría de la información, quien fue matemático e ingeniero electrónico
11. Método que abarca la segmentación de imágenes digitales

Vertical:

2. Herramienta matemática diseñada por Newton
3. Frecuencia de un experimento aleatorio
4. Manera de denotar el grado de desorden de un sistema
5. Umbral óptimo maximizando la función entropía
6. Capacidad para realizar un trabajo
7. Forma de representar información estadística
10. Degeneración que sufren las organizaciones en periodos de actividad
12. También llamada entropía de la información

ANEXO 2

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN

CONTENIDO CIENTÍFICO	CONCEPTUAL	Entropía Máxima entropía Probabilidad Esperanza matemática Segunda ley de la termodinámica
	PROCEDIMENTAL	Analizar el enunciado de la situación problema y a partir de dicho análisis determinar la información que se requiere para dar solución a la situación problema.
	ACTITUDINAL	Motivación frente al tema máxima entropía y el proceso de investigación que se requiere para determinar la solución de una situación problema.
OBJETIVO GENERAL	Resolver una situación problema que implica una toma de decisión, a partir del análisis y el establecimiento de criterios de selección, empleando como concepto central el de máxima entropía.	
	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar los conceptos clave presentes en la situación problema. 	

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	<ul style="list-style-type: none">• Propiciar espacio de debate en el grupo los cuales posibiliten hacer análisis detallados de la situación y sus alternativas de solución.• Favorecer un ambiente participativo y activo por parte de los estudiantes en su proceso de aprendizaje.
----------------------------------	--

ACTIVIDAD N°1

Descripción de la actividad:

Esta actividad se realizará en el aula de clase, en los mismos grupos establecidos en la sesión anterior, dicha actividad se realizará a partir de una situación problema previamente seleccionada por el docente, el objetivo es que los estudiantes sepan analizar casos o situaciones específicas y establezcan criterios para su selección.

Este momento es clave ya que como se planteó en el ciclo de aprendizaje, el problema se propone después de que los estudiantes han identificado sus saberes previos y han establecido rutas para adquirir la nueva información, entonces esta actividad es un reto y una forma de abordar una situación problema, que requiere un manejo conceptual conciente, además procesos de análisis de la información por parte de los estudiantes lo cual permitirá que estos den una solución satisfactoria al problema.

Materiales:

- Lápiz
- Borrador
- Elemento didáctico (situación problema)

Metodología de clase

Inicialmente el docente presentará la situación problema que previamente preparo, y seguidamente le propiciará un espacio de reflexión y análisis alrededor de dicha situación para finalizar con la exposición de la solución de dicho problema.

Seguidamente el docente conversará con sus estudiantes buscando que ellos propongan situaciones problema similares a partir de la que solucionaron en esta sesión y se analizara en grupo posibles alternativas de solución.

Elemento didáctico (situación problema)

“En el proceso de toma de decisiones, Se tiene que encontrar la mejor decisión para una situación con 2 posibles alternativas A1 y A2. En la primera tenemos dos resultados X y Y, la probabilidad asociada con cada uno es $P_x=0.3$ y $P_y=0.7$. En la segunda alternativa se tiene un resultado X con una probabilidad de $P_x=0.3$, pero en este caso existe una afectación por los factores M y N con probabilidades $P_m=0.6$ y $P_n=0.1$.

Si los beneficios asociados con estos resultados son $B_x=1000$, $B_y=300$, $B_n=300$ y $B_m=300$ ¿Cuál es la decisión más adecuada? ”

Nota: Recuerde hallar el cálculo de la esperanza matemática, sin embargo después de encontrarlo detalle con precisión las razones por las cuales se debía realizar este cálculo.

Solución de la situación problema

x		Y	alternativa 1
P(X)=0.3		P(y)=0.7	
P(X)=0.3			alternativa 2
	M	N	
	P(m)=0.6	P(n)=0.1	

Para un administrador con conocimientos de estadística, resultaría obvio que por medio de la esperanza matemática para una variable aleatoria discreta se puede encontrar la mejor alternativa: $E(X)$

Sustituyendo los valores de nuestro problema tenemos que:

$$E(A1) = 0.3 \times 1000 + 0.7 \times 300 = 510$$

$$E(A2) = 0.3 \times 1000 + (0.6 + 0.1) = 510$$

En este caso la esperanza matemática no resulta útil para saber cuál es la mejor alternativa, ya que como se puede observar el resultado es igual. Sin embargo sí podemos saber cuál alternativa tiene menor grado de akastasis para así poder discriminar a la que tenga mayor grado y obtener la mejor alternativa.

Si utilizamos adaptamos la fórmula de entropía del número de estados posibles para

Encontrar el grado de akastasis tenemos que:

$$Ga = - \sum_{n=1}^n P_n \log P_n$$

Dónde:

Ga= Grado de akastasis (Función de entropía)

Pn= n probabilidad asociada con su correspondiente n alternativa

Así tenemos que:

Entonces tenemos

)

)

[Redacted]

-0.44217936- -0.33219281)

-1.29546184)

[Redacted] 1.29546184

ANEXO 3

Descripción de la actividad:

Esta actividad es complementaria al anexo 1 y 2, la cual el docente les mostrara una aplicación de máxima entropía, en la que se puede relacionar con la estadística y el cálculo, a partir de dos fotografías. Estas se llevaran a escalas de grises, luego se elaboran los histogramas por medio de software Matlab y se analizaran de acuerdo a la teoría de umbralización, en la que se observara el grado de desorden que presenta cada fotografía.

Esta actividad le servirá para tener más claridad y tener más ejemplificación de la entropía de Shanon, como se relaciona directamente con la estadística y el cálculo, en la que nos sirve además poder solucionar el problema planteado.

Materiales:

- Lápiz
- Borrador
- Video Beam
- Elemento didáctico (Fotografías)
- Herramienta didáctica (Programa Matlab)

Metodología de clase

El docente en un primer momento explicará en qué consiste la umbralización y aclarará la importancia de la toma de buenas fotografías con el fin de obtener buenos análisis de la máxima entropía, además que para elaborar dichos análisis se deben tener las

imágenes en escala de grises, en la que el docente dará una explicación en que consiste hacer este proceso, valiéndose de la herramienta del software Matlab.

Posteriormente se elabora los histogramas para determinar si el umbral es óptimo y a partir de éste conocer el grado de desorden luego del sistema, y si dicho grado es mayor entonces se obtendrá la mayor entropía.

Umbralización

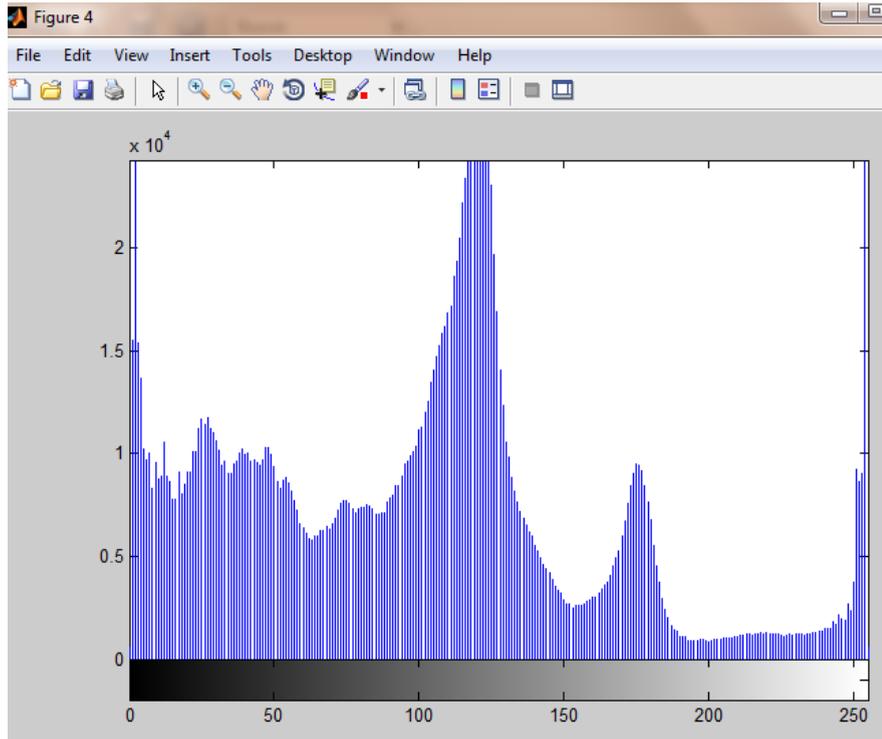
Existe una relación entre estos dos elementos de hecho se presentan las siguientes representaciones pictóricas y los histogramas correspondientes a cada imagen, cabe resaltar que estos (histogramas) fueron elaborados a partir del software Matlab.



Fig 1. Foto tomada El BlackBerry Curve 8520 de dos megapíxeles con enfoque fijo y un zoom digital 5x



Fig 2. Imagen convertidas en escalas de grises a través el comando `rgb2gray` de MatLab.



Grafica 1. Histogramas de la imagen Fig 1. En la interfaz de Matlab.



Fig 3. Imagen en formato jpg. De protector de pantalla de un PC



Fig 4. Imagen convertidas en escalas de grises a través el comando rgb2gray de MatLab.

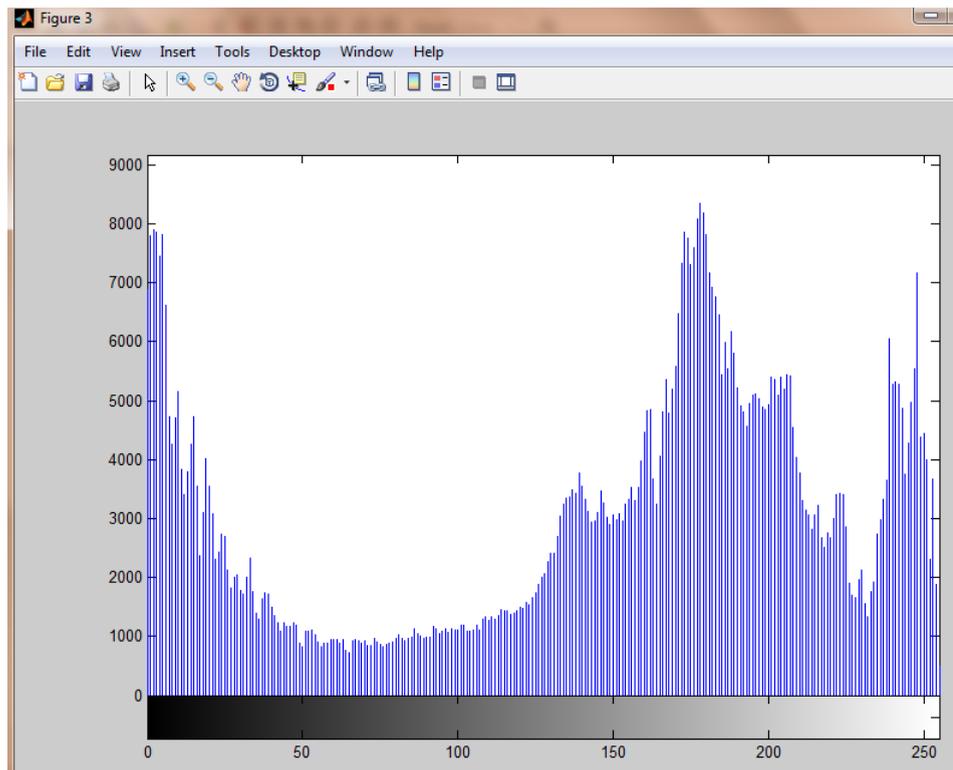


Fig 5. Histogramas de la imagen Fig 4. En la interfaz de MatLab.

Gráfica 2. Histogramas de la imagen Fig 3. En la interfaz de Matlab.

ANEXO 4

REFERENTES TEÓRICOS PRIMERA SESIÓN

Concepto de Entropía

“La entropía se puede considerar como la pérdida progresiva y no recuperable de las relaciones que forman un sistema, que bien puede ser una organización. Estas dos propiedades se mantienen en una relación de interacción mutua y afectan en buena medida a los sistemas, afectando su equilibrio viable y su trascendencia.” (Tejeida, SF)

En palabras sencillas se suele definir entropía como el *grado de desorden de un sistema*. Para que un sistema vivo o una organización pueda mantener la función o el objetivo que cumple y estar en un equilibrio viable, capaz de reaccionar e interactuar con el medio que le rodea, le resulta de gran relevancia considerar en sus análisis la entropía, para conocer cómo se afecta el sistema todo el tiempo. (Tejeida, SF) Antes de ampliar los elementos correspondientes a la entropía en las organizaciones se presenta un esquema resumen de dicho concepto:



Después de un acercamiento a la entropía como concepto cabe resaltar que “Para los sistemas vivientes no se han desarrollado todavía procedimientos precisos para medir la entropía” (Goldrat en Badillo & Orduñez, 2003, 3).

Evolución

“La evolución conduce a la aparición espontánea de sistemas de una complejidad cada vez más alta.” (Tejeida, SF) de hecho Theilard de Chardin argumentaba que la evolución aumenta la complejidad de un sistema pero también aumenta su eficacia.

Akastasis

Uno de los conceptos clave en las situaciones problema es el de Akastasis porque permite relacionar directamente la estadística y la entropía. Antes de definir Akastasis cabe resaltar que ésta hace parte de un Proceso denominado proceso Akastásico, el cual

es entendido como la degeneración que sufren las organizaciones en su período de actividad; ya que en dicho periodo de tiempo (t) las organizaciones van perdiendo la capacidad de llevar a cabo las funciones que posibilitan el cumplimiento de los objetivos. La Akastasis desequilibra la organización en dos formas: interna y externa, dicha afectación se puede cuantificar de la siguiente manera:

$$Ga = - \sum_{n=1}^n P_n \log P_n$$

Donde:

Ga= Grado de akastasis

Pn= n probabilidad asociada con su correspondiente n alternativa

En la cual se afirma que “El grado de Akastasis es inversamente proporcional al control dentro de la organización y directamente proporcional a la aplicación de recursos”

Valor esperado o esperanza matemática

“Sea X una v.a. *discreta*. Se denomina esperanza matemática de X o valor esperado, y se

denota bien $\mathbf{E}[X]$ o bien μ , a la cantidad que se expresa como:

$$\mathbf{E}[X] = \sum_{i \in I} x_i f(x_i)$$

donde \mathbf{I} es el conjunto numerable de índices de los valores que puede tomar la variable

(por ejemplo $\mathbf{I} = \{1, 2, \dots, k\}$ para un número *finito* de valores de la v.a. o bien $\mathbf{I} = \mathbf{N}$ para una cantidad *infinita numerable* de los mismos.

Si X es una v.a. *continua*, se define su esperanza a partir de la función de densidad como sigue:

$$\mathbf{E}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

Observación: Recordamos que si

$$\left. \begin{array}{l} X : E \rightarrow \mathbb{R} \\ h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow h(X) = h \circ X : E \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{es variable aleatoria}$$

Tiene sentido calcular su esperanza matemática:

$$\mathbf{E}[h(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) \cdot f(x) dx$$

Por las analogías existentes entre la definición de media aritmética y esperanza matemática, las propiedades de linealidad de la primera se trasladan a la segunda, como es inmediato comprobar:

$$\mathbf{E}[a + b \cdot X] = a + b \cdot \mathbf{E}[X]$$

$$\mathbf{E}[X - \mathbf{E}[X]] = \mathbf{E}[X] - \mathbf{E}[X] = \mathbf{0}$$
 (Baron, 2008)

Concepto de Umbralización

“La Umbralización de imágenes es una de los métodos que abarca la segmentación de imágenes digitales” (Cattaneo& Otros, 2011)

Las técnicas de Umbralización pretenden obtener un valor de umbral que posibilite binarizar la imagen, esto consiste en hacer una separación adecuada del fondo (background) y el objeto (foreground), para este proceso es muy común emplear histogramas, ya que la Umbralización está basada en información estadística.

Los histogramas son de gran utilidad para analizar objetos que tienen texturas homogéneas, fondos relativamente uniformes y características similares, sin embargo, se debe considerar el hecho de que las imágenes tienen ruido, (“se debe a que la imagen depende de otros factores como la luz, iluminación etc”,Cattaneo& Otros, 2011) y esta particularidad de las imágenes implica histogramas difíciles de analizar, porque no se observa en este una marcada separación de las regiones.

Concepto de Belleza

“El arte es la ciencia de la belleza, las matemáticas son la ciencia de la verdad”

Oscar Wilde

“El concepto de belleza es una noción abstracta ligada a numerosos aspectos de la existencia humana” (González-Urbaneja, SF, p. 1581) caracterizada por la percepción,

también entendida como una experiencia sensorial, la cual depende directamente de los sentidos tales como el sonido, el tacto, el sabor, el olor, la visión, en palabras de Tomás de Aquino, lo bello es todo aquello agradable a la vista, aunque cabe resaltar que dicho concepto depende además de factores culturales, etarios y subjetivos.

Dicha percepción con frecuencia implica equilibrio y la armonía con la naturaleza, de hecho en el periodo presocrático, filósofos de la escuela Pitagórica observaron la “importante conexión entre las matemáticas y la belleza.” Es decir, suele ser más bello y llamativo aquello que posee mayor nivel de proporción y simetría, por esta razón en esta época surgió una visión estético-matemática del cosmos; esta visión mostraba como condición necesaria para que algo sea bello, el cumplimiento de leyes y sistemas ordenados. De aquí que León Bautista Alberti (1404-1472), definiera la belleza como “una armonía de todas las partes en cualquiera que sea el objeto en que aparezca, ajustadas de tal manera y en proporción y conexión tales que nada puede ser añadido, separado o modificado más que para empeorar”.

Concepto de Percepción

La percepción depende de la forma como un sujeto observa el entorno a través de sus sentidos, y extrae de este los hechos a su juicio más relevantes de la situación específica, se puede percibir el entorno a través de los sentidos, de esta forma cada persona crea una abstracción del mundo con el que se relaciona y a partir de esta abstracción crea una imagen del entorno en correspondencia con las sensaciones y las necesidades específicas del sujeto.

La percepción puede darse de múltiples formas, dependiendo del sentido que se emplee, para crear una imagen del mundo, es decir, a través de los sonidos y el oído se genera una percepción auditiva, a través del tacto se puede acercarse al mundo desde las texturas y las formas, pero a partir de los ojos y la luz se genera la percepción visual.

“La percepción visual no opera con la fidelidad mecánica de una cámara, que lo registra todo imparcialmente: todo el conglomerado de diminutos pedacitos de forma y de color que constituyen los ojos y la boca de la persona que posa para la fotografía, lo mismo que la esquina del teléfono que asoma accidentalmente por encima de su cabeza. ¿Qué es lo que vemos? ...Ver significa aprehender algunos rasgos salientes de los objetos: el azul del cielo, el lustre de un pedazo de metal, la rectitud del cigarrillo”
(Arnheim, 1995, p. 58-59)

Así entonces, la percepción puede ser entendida como “el conjunto de procesos y actividades relacionados con la estimulación que alcanzan los sentidos, mediante los cuales obtenemos información respecto a nuestro hábitat” (Grupo de docentes Universidad de Murcia, SF, p. 1)

ANEXO 5

DIARIO PEDAGOGICO

20 de Septiembre de 2013
HORA : 6-8 pm
PARTICIPANTES : 9 Participantes
LUGAR : Bloque5 Aula 115, Universidad de Antioquia
OBJETIVO : Descripción de la metodología de trabajo ABP, conformación de equipos de trabajo y presentación del problema

Descripción

La sesión inicio puntualmente los participantes se ubicaron por el espacio de forma aleatoria dependiendo del lugar en el que se sentían más cómodos, inicialmente se les presentaron los objetivos generales del encuentro y se detallaron las características generales de la metodología ABP, respondiendo a algunas preguntas que hicieron los participantes, como ¿Por qué se había seleccionado este tipo de metodología? ¿Cómo aportaba para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje?

Seguidamente se aplicó el cuestionario KPSI, se hizo una explicación general de cómo se debían diligenciar los formularios, sin embargo hubo varias preguntas de los participantes ya que no conocían bien que era entropía, además algunas de las formulas y/o aplicaciones no se les hacían familiares, pero se les indico que ese primer formulario lo debía diligenciar en correspondencia con sus saberes previos.

Luego de dicho diligenciamiento se les pidió que conformaran 3 equipos de 3 personas cada grupo para presentarles el problema y unas actividades iniciales, por tanto se les formulo la pregunta si se puede caracterizar la entropía como una propiedad intrínseca o como una propiedad relativa al observador. Para apoyar la solución de dicho cuestionamiento se les entregaron los siguientes documentos algunos en formato físico y otros se compartieron a través de una carpeta digital en Dropbox:

- Entropía e Información / Ernesto Frodden; Jimena Royo

- A Mathematical Theory of Communication / Shannon

- Information Entropy Evolution of Groundwater Flow System Affected By Human Activity / Su Xiaosi; Du Shanghai

- MÉTODOS DE UMBRALIZACIÓN DE IMÁGENES DIGITALES BASADOS EN ENTROPIA DE SHANNON Y OTROS / Carlos A. Cattaneo ; Ledda I. Larchera; Ana I. Ruggerib; Andrea C. Herreraa; Enrique M. Biasonia

- Aplicación de la probabilidad y la entropía a la proteína EBA-140. Caracterización matemática de péptidos de alta unión / Javier Rodríguez; Catalina Correa; Signed Prieto; Germán Puerta; SarithVitery; Pedro Bernal1, Yolanda Soracipa; David Botero

El objetivo con los documentos fue principalmente tener un primer acercamiento al concepto de entropía y sus propiedades, otorgándole mayor relevancia al texto “Entropía e Información / Ernesto Frodden; Jimena Royo” ya que este presenta de

forma clara relaciones entre propiedades fundamentales de la entropía y una relación matemática formal de esta con el cálculo y la estadística. Adicionalmente se les acompañó en la lectura con preguntas y aclaraciones puntuales.

Finalmente se estableció una ruta de trabajo alrededor del problema presentado al inicio y se propusieron los siguientes lugares de encuentro y metodologías de trabajo.

- Biblioteca Central Universidad de Antioquia
- Internet
- Documentos de apoyo adicionales compartidos a través de dropbox
- Bases de datos de la Universidad de Antioquia
- Bases de datos libres como Arxiv y mega buscadores como Scielo.

DIARIO PEDAGOGICO

23 de Septiembre de 2013
HORA: 6:00 - 8:00 pm
PARTICIPANTES : 5 Participantes
LUGAR: Bloque 8, Biblioteca Central, Universidad de Antioquia
OBJETIVO: Identificar las necesidades de información y establecer una estrategia de búsqueda para poder rastrear la información necesaria para dar solución a la situación problema planteada la sesión anterior.

Descripción:

En esta sesión no asistieron todos los integrantes de cada uno de los grupos, sin embargo los asistentes en sus respectivos equipos pusieron en común aquellos elementos que desconocían, los cuales habían identificado gracias a la lectura de los documentos la sesión anterior, posteriormente se dirigieron a la biblioteca central para hacer un proceso de búsqueda de información que les brindara las claridades conceptuales necesarias para dar solución a la situación problema, para esto algunos rastrearon información principalmente en la colección seriada o hemeroteca, otros lo hicieron en la colección general en tanto el primer nivel como el segundo nivel de la biblioteca central de la universidad de Antioquia.

En todo momento se les acompañó para apoyarlos con cualquier inquietud, además para establecer por grupos horarios de asesoría y acompañamiento para la siguiente sesión.

DIARIO PEDAGOGICO

27 de Septiembre de 2013
HORA: 6:00 - 8:00 pm
PARTICIPANTES : 5 Participantes
LUGAR: Bloque 8, Biblioteca Central, Universidad de Antioquia
OBJETIVO: Complementar la estrategia de búsqueda con información adicional y tener una asesoría grupal

Descripción:

En esta sesión sólo hubo asistencia de 5 personas, sin embargo había representantes de cada uno de los equipos conformados en la primera sesión, se les invito a asistir a todo el proceso, en aras de hacer un buen trabajo y esta misma sesión se envió un correo electrónico recordándoles las fechas de las siguientes sesiones.

Seguidamente se reunieron en la biblioteca con el objetivo de complementar la información que habían estado reuniendo y mientras tanto en el segundo nivel se iba asesorando por grupos, ellos tenían varias dificultades, con la formalización matemática del concepto de entropía y el lenguaje en el cual estaban escritos los textos incluyendo el idioma, el cual era principalmente inglés, por ser artículos de investigación en ciencias o papers científicos.

Se resalta que en este punto varios grupos tenían claridades conceptuales alrededor del concepto de entropía y sus propiedades, además ya se reconocía como teórico

importante a Shannon y las propiedades y características que el desarrollo sobre el concepto de entropía. Adicionalmente, es de considerar el hecho de que estaban indagando por aplicaciones cotidianas donde el concepto de entropía se posicionara como elemento trascendental para la solución de un problema, es así como uno de los equipos estaba profundizando en las organizaciones como empresas y los análisis que se pueden hacer de esta cuando se toma como referente clave el concepto de entropía.

Finalmente se reunió todo el grupo y se les indico que para la siguiente sesión debían socializar los avances del proceso y se les hizo hincapié en la importancia en la asistencia o al menos estar al tanto del proceso y avanzar en el rastreo, lectura y comprensión de las mismas, además se les propuso que si les parecía preciso podía escribir un correo electrónico y por esta vía también se les podía apoyar en preguntas concretas o para recomendarles autores e incluso artículos pertinentes.

DIARIO PEDAGOGICO

01 de Octubre de 2013
HORA: 6:00 - 8:00 pm
PARTICIPANTES : 5 Participantes
LUGAR: Bloque 8, Biblioteca Central, Universidad de Antioquia
OBJETIVO: Socializar los avances del proceso

Descripción:

Nuevamente en esta sesión solo asistieron 5 personas, sin embargo las otras mandaron disculpas y confirmaron su asistencia a la última sesión.

En esta primera socialización se hablaron 3 representantes de los equipos que fueron:

Viviana Domicó

Edilberto Arroyave

David Patiño Cano

Cada uno de ellos hablo en representación de su equipo, inicialmente Viviana aclaro que ellos habían empezado por identificar los conceptos clave que transversalizaban la situación problema, reconociendo como conceptos clave el de entropía, Propiedad intrínseca, por esta razón este equipo tenia claridades principalmente en la formalización de dicho concepto y de hecho lo relacionaban no solo como el caos sino más con el desorden que se presenta en los sistemas.

El Equipo de Edilberto había centrado sus esfuerzos en la formalización matemática del concepto, para desde este brindar la respuesta, por esta razón este equipo daba cuenta de unas relaciones entre la energía del sistema, la temperatura y como estos tenían una incidencia directa en los sistemas a analizar, así el cálculo se posicionaba como elemento central para poder entender este concepto; principalmente el cálculo integral, ya que la entropía se representa analíticamente con una integral.

Finalmente el equipo de David había centrado sus esfuerzos más en las aplicaciones que fue para ellos el elemento clave, luego habían indagado como la entropía afectaba sistemas vivos, sistemas móviles como los objetos de espacio profundo, sistemas prácticos en las empresas como máquinas, entre otros.

De esta forma se hizo un intercambio a través del discurso de los diferentes aprendizajes que había tenido cada equipo y se relacionaron con conocimientos nuevos los cuales apoyaban y complementaban aquello en lo que cada equipo se había centrado, de esta forma se les invito a finalizar los rastreos y escribir un informe con la respuesta que problema, el cual debía contener lo siguiente:

- Análisis del problema
- Estudio de conceptos
- Información relevante
- Artículos consultados

DIARIO PEDAGOGICO

04 de Octubre de 2013
HORA: 6:00 -8:00 pm
PARTICIPANTES: 9 Participantes
LUGAR: Bloque9, Aula 314, Universidad de Antioquia
OBJETIVO: Socializar las diferentes respuestas obtenidas por cada equipo y las conclusiones de la experiencia.

Descripción:

Esta fue la última sesión en la que se reunió los equipos, se inició 30 minutos por dificultades climáticas, sin embargo ésta se pudo finalizar sin imprevistos adicionales al retraso mencionado.

Inicialmente los participantes empezaron a socializar algunas experiencias obtenidas a lo largo de las cinco sesiones de encuentro, sin embargo en aras de dejar unas últimas claridades conceptuales. Por tal razón se les presentó en detalle la teoría de entropía para las organizaciones y la de umbralización empleando para esta última el software matlab al momento de graficar las curvas para el análisis de las imágenes.

Finalmente los equipos detallaron algunas características y preguntas nuevas que les surgieron a partir de todo el proceso de indagación y la información detallada en esta sesión; entre las preguntas que surgieron esta.

1. ¿Cómo aporta la entropía para dar ventaja económica al momento de establecer la estrategia de mercadeo y producción de una empresa?
2. Hasta que nivel la entropía se puede usar para analizar obras de arte, teniendo en cuenta no solo el concepto de entropía sino también el de simetría, contraste.
3. Cómo poder identificar las ventajas de una pareja empleando para esto un análisis estadístico que incluya el concepto de entropía.

Al finalizar la sesión los participantes relacionaron que no sabían cómo el concepto de entropía era transversal a tantas situaciones y contenidos de la vida diaria, dijeron que fue una muy buena experiencia y que les gustaría indagar varios elementos adicionales tanto del concepto como de del software matlab que se empleó para hacer las gráficas en esta sesión.

Después de dar sus aportes ellos diligenciaron nuevamente el cuestionario KPSI, esta vez no hicieron muchas preguntas, se les notaba más confianza y manejo al momento de seleccionar sus respuestas.

ANEXO 6

Transcripción de la entrevista semiestructurada.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Objetivo: Identificar el manejo conceptual que los estudiantes de Licenciatura en matemáticas y física de la Universidad de Antioquia tienen del concepto de entropía y como lo relacionan con los diferentes fenómenos que circundan la vida cotidiana.

Nombre: Viviana Alexandra Urrego **Semestre:** 10 **Programa:** Lic. Matemáticas y física

Fecha de aplicación de la entrevista: 04 de Octubre de 2013

1. ¿De acuerdo a los preconceptos que tenías, las actividades elaboradas en las 5 sesiones te ayudaron a entender mejor el concepto de entropía?
2. ¿Las actividades realizadas en clase Posibilitaron que comprendieras el concepto de entropía?
3. ¿Con las actividades realizadas en clase lograste entender una relación entre el orden, el desorden, el cálculo, la física y la estadística?
 - En caso afirmativo, cuál relación crees que es posible.
 - En caso negativo, porque consideras que no es posible

4. ¿Cómo los conceptos trabajados acerca de la entropía facilitaron establecer una relación de ésta con el cálculo y la estadística?
5. ¿Cómo el trabajo en equipo le permitió asimilar mejor los conceptos? Justifique.
6. ¿Cómo se observó el papel del docente en las diferentes actividades vistas en la clase?
7. ¿Consideras que el trabajo colaborativo, la metodología ABP constructivo y al aprendizaje significativo contribuyeron significativamente a los procesos de enseñanza y aprendizaje? ¿Justifique?

Transcripción de las respuestas.

Los símbolos que aparecen en la transcripción hacen parte del listado que propuso La teóricos del discurso Candela, 1999.

Entrevistador – Andrés Felipe Piedrahita	Entrevistado – Viviana Alexandra Urrego
<p>Buenas tardes</p> <p>¿De acuerdo a los preconceptos que tenías, las actividades elaboradas en las 5 sesiones te ayudaron a entender mejor el concepto de entropía?</p>	<p>Hola, ^si, de hecho me gustó mucho la actividad de lectura del texto:::: e:::: Cómo era:::: ah si entropía e información, por que mostraba este concepto pues el de entropía como \times algo más amplio que no se limitaba a como siempre se habla de entropía que es como tendencia al Caos.</p> <p>Me impacto mucho este:::: la relación que existe entre la entropía, los sistemas como las organizaciones y el desorden, fue</p>

	verdaderamente muy ^ bueno.
Ok, entonces crees que ¿Las actividades realizadas en clase Posibilitaron que comprendieras el concepto de entropía?	Sí, claro, desde las lecturas, la ida a la biblioteca, los documentos que nos compartiste por dropbox, todo eso claro que ayudo, además hoy con lo de la belleza, las fotos y ese software, ¿cómo es que se llamaba? Mat (...) ahh::: Matlab ese fue muy impactante, me gustó mucho y me ayudo a ampliar la idea de lo que es la entropía.
Listo, que bueno que te gustó, ahora otra pregunta ¿Con las actividades realizadas en clase lograste entender una relación entre el orden, el desorden, el cálculo, la física y la estadística?	Pues si eh::: esa pregunta está difícil, e::: yo creo que el orden y el desorden pues se ve con lo del concepto de entropía y como decía Edilberto las matemáticas se ven en la parte de la integral esa para la formalización del concepto, además pues el concepto de probabilidad para esos análisis de las organizaciones fue pues::: clave, m::: ^ ahhh::: y la física pues yo diría que cualquier fenómeno natural o de la naturaleza mejor que se quiera explicar tiene que ver con la física, entonces si hay una relación entre esas tres áreas, matemáticas, física y estadística y pues los conceptos más como importantes para definir entropía que creo::: que son pues el de orden y el de desorden.
Listo, entonces eh::: ¿Cómo los conceptos trabajados acerca de la entropía facilitaron establecer una relación de ésta con el cálculo y la estadística?	Pues como te dije ahora en la formalización del concepto, las aplicaciones pues puntuales como las que nos contó David y eso. ^Pues creo yo.
Ahora ¿Cómo el trabajo en equipo le permitió asimilar	Pues, eh::: fue mucho tema, leímos mucho, buscamos información, pero era::: a ver cómo te digo, los ratos donde como buscábamos

mejor los conceptos? Justifique.	como esas cosas comunes y pues a veces yo decía una cosa y no me creían pero para cómo:::: darle pues fuerza a las ideas yo tenía que leer y pues ver el problema, lo que los otros equipos contaron la otra vez, es como la otra mirada, pues la otra cara y es súper bueno. Cómo decirlo eh:::: enriquecedor.
Listo, ahora dime ¿Cómo se observó el papel del docente en las diferentes actividades vistas en la clase?	Pues a ver, vos nos ayudabas, nos indicabas rutas, pero nosotros elegíamos caminos, era:::: algo :::: así como un guía, eso fue muy bueno. Porque siempre estabas ahí pues::: acompañando pero teníamos la libertad de hacer varias cosas de forma diferente y tu pues nos orientabas, nos indicabas, nos ayudabas con la bibliografía como con lo de dropbox, que yo pues no había usado mucho y fue bueno.
Ahora pues para terminar dime ¿Consideras que el trabajo colaborativo, la metodología ABP constructivo y al aprendizaje significativo contribuyeron significativamente a los procesos de enseñanza y aprendizaje? ¿Justifique?	Pues la de ABP la había escuchado en la carrera pero no la había trabajado pues directamente, eso me gustó mucho, lo de Aprendizaje basado en problemas, además pues el trabajo en equipos, ayudándonos fue pues bueno y ayuda a que se aprenda más y se recuerde también más porque pues:::: cómo te dije antes pues podíamos ser libres en la ruta y así investigar lo que nos iba llamando la atención y eso ayuda a que sea más significativo y pues se vaya como:::: construyendo entre todos los conceptos y algunas de las aplicaciones.
Muchas gracias Viviana	Con mucho gusto Andrés.

ANEXO 7

Cuestionario KPSI

CUESTIONARIO KPSI SOBRE ENTROPÍA				
AFIRMACIONES	1	2	3	4
La definición más precisa de entropía es desorden de un sistema				
La entropía es una propiedad intrínseca de la materia caracterizada porque su valor incrementa al crecer la ineficacia de la energía total del sistema				
La entropía según la primera ley de la termodinámica, se refiere a la tendencia al caos de un sistema a medida que pasa el tiempo				
La energía del universo no es constante, porque está ligada a degradación y disipación, que se da en busca de equilibrio en el sistema.				
La máxima entropía, se da lugar gracias a la tendencia a la estabilidad o equilibrio y el desorden				
La medida de entropía entendida es entendida como la información contenida en una distribución, es decir, la incertidumbre acerca del resultado de un experimento				
La entropía máxima supone la existencia de un equilibrio entre todas las temperaturas y presiones, lo cual implicaría la muerte térmica del universo				
la entropía mide el grado de incertidumbre que posee un mensaje				
La entropía es nula cuando la certeza es absoluta, y alcanzará un máximo cuando el sistema se acerca al equilibrio				
La evolución conduce a la aparición espontánea de sistemas de una complejidad cada vez más alta				
La entropía en su forma más simple se define matemáticamente como: $S = \int dE / T$ Donde: S= Entropía E = Energía utilizada dentro de un sistema T = Temperatura con que se intercambia de fase				
La Akástasis interna es el fenómeno de las organizaciones en el que se manifiesta la pérdida de orden en sus funciones dificultando su funcionamiento y poniendo en peligro su existencia.				

<p>Shannon determina que la entropía debe satisfacer las siguientes condiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La medida de información debe ser proporcional. • Si todos los elementos son equiprobables a la hora de aparecer entonces la entropía es máxima. 				
<p>Cuando un evento es más improbable que otro lo inesperado debe ser más grande, luego, la entropía alta implica que la propia variable aporta información pequeña.</p>				

ANEXO 8

Tabulación de respuestas de los participantes en el cuestionario KPSI, antes y después de la implementación de la UD

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA									
FACULTAD DE EDUCACIÓN									
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA									
CUESTIONARIO KPSI									
AFIRMACIONES	APLICACIÓN 20 DE SEPTIEMBRE DE 2013					APLICACIÓN 04 DE OCTUBRE DE 2013			
	CANTIDAD DE RESPUESTAS POR CATEGORÍAS					CANTIDAD DE RESPUESTAS POR CATEGORÍAS			
	1	2	3	4		1	2	3	4
1. La definición más precisa de entropía es desorden de un sistema	0	2	3	4		4	5	0	0
2. La entropía es una propiedad intrínseca de la materia caracterizada porque su valor incrementa al crecer la ineficacia de la energía total del sistema	0	3	3	3		3	5	1	0
3. La entropía según la primera ley de la termodinámica, se refiere a la tendencia al caos de un sistema a medida que pasa el tiempo	0	3	1	5		3	4	2	0

4. La energía del universo no es constante, porque está ligada a degradación y disipación, que se da en busca de equilibrio en el sistema.	0	0	4	5		2	6	1	0
5. La máxima entropía, se da lugar gracias a la tendencia a la estabilidad o equilibrio y el desorden.	0	1	4	4		5	1	3	0
6. La medida de entropía entendida es entendida como la información contenida en una distribución, es decir, la incertidumbre acerca del resultado de un experimento	0	2	2	5		2	6	1	0
7. La entropía máxima supone la existencia de un equilibrio entre todas las temperaturas y presiones, lo cual implicaría la muerte térmica del universo	0	0	2	7		1	5	3	0
8. la entropía se mide el grado de incertidumbre que posee un mensaje	0	1	1	7		3	5	1	0
9. La entropía es nula cuando la certeza es absoluta, y alcanzará un máximo cuando el sistema se acerca al equilibrio	0	0	6	3		3	4	2	0

10. La evolución conduce a la aparición espontánea de sistemas de una complejidad cada vez más alta	0	0	6	3		5	3	1	0
11. La entropía en su forma más simple se define matemáticamente como: $S = \int dE / T$	0	2	3	4		7	2	0	0
Dónde:									
S= Entropía									
E= Energía utilizada dentro del sistema									
T= Temperatura con que se intercambia de fase									
12. La Akástasis interna es el fenómeno de las organizaciones	0	1	1	7		5	3	1	0
en el que se manifiesta la pérdida de orden en sus funciones dificultando su funcionamiento y poniendo en peligro su existencia.									
13. Shannon determina que la entropía debe satisfacer las siguientes condiciones:	0	0	1	8		4	3	2	0
• La medida de información debe ser proporcional.									

<ul style="list-style-type: none"> • Si todos los elementos son equiprobables a la hora de aparecer entonces la entropía es máxima. 									
<p>14. Cuando un evento es más improbable que otro lo inesperado debe ser más grande, luego, la entropía alta implica que la propia variable aporta información pequeña.</p>	0	1	4	4		5	3	1	0

