MOVILIZACIÓN DE PENSAMIENTO NUMÉRICO DESDE LAS RELACIONES DE DIVISIBILIDAD EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

INDIRA JOHANA HERRERA HERRERA
ANA PAOLA QUINTERO BETANCUR
MÓNICA MARÍA PALACIO SUÁREZ
KATHERINE MONTOYA AGUDELO
FLOR ESPERANZA GÓMEZ YEPES
ANDRÉS FELIPE TORO MADRID

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE:
LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

ASESOR
JHON JAIRO MÚNERA CÓRDOBA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN
2003

A nuestros familiares y amigos que apoyaron nuestro trabajo y permanecieron incondicionales durante nuestra investigación.

AGRADECIMIENTOS

Manifestamos nuestros más sinceros agradecimientos a las personas e instituciones que contribuyeron en la realización de este trabajo:

Al profesor John Jairo Múnera Córrdoba, asesor del proyecto, quien desde sus orientaciones nos aportó elementos conceptuales propios de la matemática, la didáctica y la investigación.

A la directora, Socorro Chaverra, y profesoras de la escuela Santa Inés, por facilitarnos el espacio para el campo de experimentación y por brindarnos el apoyo requerido.

A la facultad de Educación de la universidad de Antioquia por ofrecernos la oportunidad de clausurar nuestros procesos académicos, desde una experiencia tan grata para nuestro desarrollo profesional.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

Las actuales propuestas curriculares -lineamientos curriculares y estándares básicos de calidad- han insistido en la necesidad de cambiar la dinámica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, donde el sujeto que aprende se constituye en parte activa para la construcción de nuevos conocimientos. Los trabajos de investigación existentes en nuestro medio en cuanto a las relaciones de divisibilidad, no han logrado aportar un verdadero cambio que permita materializar sus propuestas en el trabajo de aula, ya que se han limitado a abordar una lista de contenidos de manera aislada.

La propuesta metodológica expuesta en este trabajo busca movilizar procesos de pensamiento propios de las matemáticas –razonamiento, comunicación, resolución de problemas y ejercitación algorítmica- y el desarrollo de habilidades numéricas asociadas a algunos conceptos de divisibilidad con los cuales el estudiante alcanzará niveles de pensamiento más elaborados.

Lo que hoy plasmamos es la sistematización de un trabajo investigativo desarrollado durante 3 semestres (2002-2003), que inicia con la descripción y planteamiento de una problemática a resolver sustentada por los resultados encontrados en un rastreo bibliográfico en textos de corte investigativo, teórico y didáctico; además, por un diagnóstico realizado a una población real en el aula de clase.

Luego, un marco teórico pertinente al tema de investigación, cuyos principales ejes temáticos son: el aprendizaje significativo, el pensamiento numérico y algunos fundamentos desde la didáctica de las matemáticas.

También se presenta una descripción sobre la propuesta metodológica que soporta este trabajo de grado, al igual que los resultados y conclusiones obtenidos a partir del trabajo de aula desarrollado con los grados cuarto y quinto de básica primaria y sistematizados en los diarios pedagógicos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación escolar busca responder constantemente a diferentes necesidades e interrogantes de una sociedad en una época determinada, lo que implica permanentes cambios, tanto en sus fines como en sus medios. Aspectos como: el contenido, la metodología y la evaluación se ven transformados por la tendencia imperante en cada momento histórico, lo mismo que la práctica docente en ejercicio.

Durante las tres últimas décadas del siglo XX la educación matemática en nuestro país estuvo determinada por diferentes propuestas relacionadas con la enseñanza de las matemáticas, cuyas concepciones pretendían suplir las falencias detectadas en la reforma anterior. La primera de ellas influenciada por la llamada “Matemática Moderna”, la siguiente conocida como renovación curricular y finalmente aparecen los lineamientos curriculares con propósito de ampliar los campos teóricos de la propuesta anterior y ofrecer elementos para la reorganización del currículo para la educación matemática.

La teoría de conjuntos y el rigor lógico constituyeron el eje fundamental de la educación matemática inspirada en el movimiento de la matemática moderna. El Propósito era garantizar, desde los lineamientos de la llamada Matemática Moderna, mejores competencias, por parte de los estudiantes, en el quehacer científico de las matemáticas; por ello el desarrollo matemático en la escuela se centraba en las estructuras matemáticas y en la teoría de conjuntos, y en los métodos propios de los matemáticos. A pesar de los esfuerzos por alcanzar un mayor aprendizaje, y mejor, los resultados no se vieron, así lo indican diversas investigaciones al respecto[1].

[1] Puede ampliarse sobre este tema en, VASCO, Carlos. El Enfoque de Sistemas en el Nuevo Programa de Matemáticas. En: Un Nuevo enfoque para la Didáctica de las Matemáticas”, Vol. II, páginas 10 y 11, publicado por el MEN.

Dado el desacierto en la propuesta generada a la luz de la teoría de conjuntos, surge una nueva propuesta en Colombia, en la década de los ochenta, conocida como la Renovación Curricular, fundamentada en el concepto de sistema y los aportes de la psicología genética. El enfoque sistémico permitió reorganizar los conceptos de modo que se relacionaran los distintos sistemas matemáticos. Los fundamentos psicológicos utilizados permitieron iniciar procesos de intervención que vincularan el trabajo del estudiante desde un punto de vista activo[2]. Los cambios observados tampoco tuvieron mucho impacto, a pesar de los intentos por hacer de la educación matemática un espacio para la reorganización conceptual, parece ser que el currículo sólo cambió de terminología.

Como alternativa para ampliar los avances de la propuesta orientada desde el enfoque de sistemas y teniendo en cuenta los nuevos retos que le plantea a las instituciones educativas del país, el decreto 1860 de 1994 y la resolución 2343 de 1996, en este mismo año, el Ministerio de Educación Nacional emprende un proceso de construcción participativa de unos nuevos lineamientos curriculares para la educación matemática. Los cuales son publicados en julio de 1998.

Esta nueva manera de interpretar los avances de la Renovación Curricular desde las directrices de los Lineamientos Curriculares, plantea organizar el currículo como un todo armonioso e integrado por tres grandes ejes: procesos de aprendizaje, conocimientos básicos y el contexto. También propicia reflexiones acerca del papel de las matemáticas escolares, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y sobre las orientaciones evaluativas. Toma como punto de partida los diferentes sistemas matemáticos, para ir más allá, en el sentido que enfatiza en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, en sus comprensiones y en la construcción de sus conocimientos.

[2] Los fundamentos teóricos de la Renovación Curricular pueden complementarse en: MEN, Marco General, Matemáticas, Propuesta de Programa Curricular. Noveno grado. Santafé de Bogotá, D. C. 1991

La respuesta generalizada a esta propuesta de reorganización curricular, por parte de las instituciones educativas, se ha reducido a pequeños ajustes de forma, variación al orden de los contenidos temáticos, y, algunas supresiones y adiciones. Lo que tampoco a contribuido a mejorar el modelo magistral y transmisionista, donde el docente es quien impone lo que hay que saber y hacer; y el alumno, reproduce, memoriza, aplica y ejercita formulas y operaciones de manera irreflexiva.

Esta visión no responde a las exigencias de la sociedad actual que reclama procesos educativos basados en un aprendizaje activo donde interactúen simultáneamente el conocimiento, el profesor y el estudiante, para satisfacer los objetivos de carácter social y tecnológico, encaminados a la formación de personas autónomas, críticas, innovadoras y que participen activamente en el trabajo grupal.

Hallar el camino que permita vincular los conceptos básicos de las matemáticas, donde el aprendizaje sea significativo para los estudiantes, es el reto de la educación matemática hoy. Es decir, es urgente incorporar a las aulas contextos para el desarrollo de habilidades propias del pensamiento matemático. Así pues, es urgente "una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender como aprender"(MEN, 1998, p 35).

Cada vez más se evidencia, a través de pruebas nacionales e investigaciones, el marcado dominio de los estudiantes de unas matemáticas mecánicas, basadas en el uso de algoritmos y solución de problemas rutinarios propios de la aritmética y el álgebra. Pero frente al nivel de desempeño de los estudiantes en cuanto a la solución de problemas; donde se promuevan otras habilidades propias del pensamiento matemático se observan grandes dificultades. "Puede afirmarse que a pesar de todos los intentos de reforma curricular en los sesenta, setenta y ochenta, el programa que se enseña en nuestros colegios se puede reducir a ciertas destrezas aritméticas de primero a séptimo grado y a ciertas destrezas algebraicas de octavo a once" (Vasco, 2001, p. 1)

Esta afirmación del Doctor Carlos Vasco, no niega que se siga enseñando la aritmética, por el contrario, debe retomarse para insistir más en el pensamiento numérico en sus diversas facetas y dimensiones. Es más, afirma que, a partir de los nuevos lineamientos curriculares,

> *En primer lugar, la aritmética en las aulas escolares empezará hacerse cada vez más a partir de la investigación que hagan los maestros sobre lo que ya saben sus alumnos cuando llegan al grado de preescolar obligatorio o al primer grado de básica primaria. En segundo lugar, estoy convencido de que habrá menos algoritmos mecánicos para las cuatro operaciones con papel y lápiz, y de que habrá al menos dos cosas en su lugar: mucho más trabajo a partir de buscarle soluciones a problemas tomados de la vida real de los alumnos, sin necesidad de enseñarles algoritmos usuales [...]. Pero como contrapartida habrá mucho cálculo mental con números simples, y sobre todo, mucho ejercicio de estimación aproximada, "a ojo", de los resultados (2001, p. 1).*

La ausencia de otro tipo de habilidades desarrolladas en el pensamiento numérico, diferente al dominio de las operaciones básicas, como es el caso, de las asociadas a las relaciones de divisibilidad, se pudo constatar a través de la prueba diagnóstico aplicada a un grupo de estudiantes de 4° y 5° de básica primaria, donde se evidenció bajo nivel de relaciones conceptuales, ausencia de fundamentación y argumentación de soluciones y, escasa exploración de estrategias para resolver las situaciones planteadas. Se observó una marcada utilización, de manera indiscriminada, de los algoritmos de las operaciones básicas para dar sus respuestas, esa era la preocupación de los estudiantes.

Respecto a este mismo enfoque sobre pensamiento numérico, en nuestro medio, departamento de Antioquia, existe poca documentación sobre la enseñanza de estos temas en la educación básica. Las revisiones bibliográficas sobre estos temas nos permitieron encontrar, de un lado, que los estudios de corte investigativo, a pesar de poseer una clara definición del problema clara y un marco teórico que acoge fundamentos conceptuales acordes a las necesidades sentidas, la materialización de tales propuestas permanecen aferradas a modelos en los que prima una enseñanza lineal y rígida, centrada en los contenidos. De otro lado, los textos escolares revisados, no se acogen a las directrices trazadas por las nuevas maneras de visionar la matemática escolar.

Dadas todas las anotaciones anteriores nos hemos propuesto desarrollar para la educación básica primaria una propuesta de intervención para la educación básica primaria acorde a las nuevas teorías que orientan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este sentido nos hemos planteado como tarea ***promover en los estudiantes de los grados 4º y 5º el aprendizaje significativo de algunas de las relaciones numéricas asociadas al campo de la divisibilidad, mediante el desarrollo de situaciones problema, para responder a la siguiente pregunta:***

> ***¿Qué procesos de pensamiento matemático moviliza el estudiante al participar de la construcción de relaciones numéricas asociadas a la divisibilidad, a través del desarrollo de situaciones problema?***

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Promover en los estudiantes de primaria el desarrollo de habilidades numéricas asociadas a relaciones de divisibilidad, mediante el planteamiento de situaciones problema, de modo que mejoren sus estrategias algorítmicas desde diferentes procesos matemáticos

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Indagar en los estudiantes, en cuanto al nivel de desempeño, formas de argumentación y comunicación de ideas asociadas a las relaciones de divisibilidad.

2. Diseñar e implementar situaciones problema que propicien en los estudiantes la búsqueda de relaciones numéricas, así coma la validación de las mismas.

3. Evaluar el avance conceptual de los estudiantes a partir de los procesos matemáticos generados desde las distintas situaciones problema.

MARCO TEÓRICO

CARACTERÍSTICAS DE UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO:

Las nuevas propuestas de intervención pedagógica propenden por la formación de seres humanos activos y pensantes, lo que exige replantear las formas de interactuar en la triada: profesor, conocimientos y estudiantes; de modo que se cualifique el modelo transmisionista de contenidos, para darle paso a un modelo que involucre las estructuras cognitivas de los estudiantes. Se trata de involucrar a éstos en los procesos de construcción de conocimientos, de modo que puedan explorar diferentes significados para los conceptos.

Esta intención se ve plasmada en los lineamientos curriculares y estándares de calidad que el Ministerio de Educación Nacional ha trazado para el desarrollo de pensamiento matemático en la escuela, entre sus propósitos está hacer de los estudiantes seres más competentes para pensar, analizar y actuar con mayor certeza tanto al interior de su centro de estudios como fuera de éste.

“La idea es que el niño aprenda lo que es pertinente para la vida y de esta manera pueda aplicar estos conocimientos para la solución de problemas nuevos. Se trata de que los niños y niñas hagan bien lo que les toca hacer y se desempeñen con mayor competencia para la vida” (Ministerio de Educación Nacional, 2003. p. 2).

Dicha interpretación desencadena un análisis riguroso frente a los procesos de aprendizaje significativo, de tal manera que podamos reconocer los principios que mejor se adecuen a las formas de facilitar los aprendizajes y así obtener como resultados mejores niveles para el logro de competencia matemáticas en los estudiantes.

Al respecto argumenta Ausubel, principal precursor del aprendizaje significativo; “Aprender es sinónimo de comprender, por ello lo que se comprenda será lo que se aprenderá y recordará mejor porque quedará integrado en nuestra estructura de conocimientos” (citado por Carretero, 1994. p. 27). Por consiguiente si el estudiante no comprende textos o enunciados, tablas o gráficas de situaciones problémicas, con menor razón comprenderá el contexto en el que se encuentra.

Garantizar la comprensión desde enfoques significativos implica facilitar las condiciones de aprendizaje desde otras alternativas, como las que propone el John Jairo Múnera[3]: Reconocer un saber previo en los estudiantes, propiciar interacciones participativas e implementar situaciones problema.
Frente a lo que es el saber previo, citemos las palabras del profesor Múnera al respecto:

> Reconocer un saber previo en el estudiante es, “aceptar que el aprendizaje no comienza con la llegada a la escuela, sino que el medio le ha ofrecido espacios para comprender la realidad desde sus competencias, en los que comienza a construir procesos referidos a nociones matemáticas, de lectoescritura, de historia, etc.
> A partir del conocimiento que posee el alumno sobre un determinado saber específico se deben estructurar las situaciones de aprendizaje…. Los saberes previos con su estado cognoscitivo, deben ser tenidos en cuenta para la posterior organización y secuenciación de los contenidos. (Múnera, 1997. P. 12)

[3] Puede consultarse el desarrollo conceptual de estos aspectos en: Estrategias para la enseñanza de los Números fraccionarios. Tesis. John Jairo Múnera Córdoba.

En cuanto a la interpretación de lo que es una un espacio de interacción veamos lo que afirma Orlando Mesa:

> "Las interacciones entre el estudiante, el objeto a conocer y el docente deben ser fuertemente participativas: el estudiante deseando conocer por él mismo, anticipando respuestas, aplicando esquemas de solución, verificando procesos, confrontando resultados, buscando alternativas, planteando otros interrogantes. El docente, integrando significativamente el objeto de estudio según los significados posibles para los alumnos, respetando estados lingüísticos, culturales y cognitivos de sus estudiantes, acompañando oportunamente las respuestas y las inquietudes y sobre todo, planteando nuevas preguntas que le permitan al estudiante descubrir contradicciones en sus respuestas o "abrirse" a otros interrogantes".(citado por, Múnera, 1997. p. 14)

La riqueza de este espacio participativo, en el que, se genera un verdadero proceso de reflexión, discusión y sistematización de aprendizajes; está en la creación y abordaje de situaciones problema.

La implementación de situaciones problema tiene el objetivo de desencadenar los aprendizajes. En general podemos considerar una situación como "un espacio para el aprendizaje, en el que los estudiantes al interactuar con el objeto de conocimiento, dinamizan la actividad cognitiva, generando procesos de reflexión conducentes a la adquisición de nuevos conocimientos" (Múnera, 2001. p. 27)
Crear situaciones problema desde esta perspectiva significa: reorganizar lo que se quiere que los estudiantes aprendan en función a sus saberes previos y las condiciones cognitivas de los estudiantes.

Desde esta perspectiva Ausubel, citado por Mario Carretero, en su libro Constructivismo y Educación, p.27, sostiene que " el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significación esta directamente relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno", es decir, debe haber un puente conductor entre las preconcepciones que maneja el estudiante y las que ha de interiorizar desde una red conceptual implícita en las situaciones problema que movilice los esquemas cognitivos del estudiante vinculando lo nuevo con lo previo.

No obstante, Vigotsky (1962) establece de forma más específica "Lo importante no es comparar los *preconceptos* de los niños ni reconocer su singularidad, sino usar los mismos en el proceso enseñanza-aprendizaje de las ciencias" (Referenciado por Zambrano Alfonso, 1996, 27). No es suficiente con que el docente conozca lo que saben los aprendices antes de involucrar nuevos conceptos, sino los contextualiza poniéndolos en práctica en el salón de clase, diseñando actividades o estrategias que medien e integren los dos sabes, a partir de interacciones de tipo, estudiante-conocimiento (individual), estudiante-estudiante (entre pares o grupos), estudiante-maestro y estudiantes (colectivo).

La interacción social es otro factor que resulta esencial en el aprendizaje, de hecho Vigotsky concibe que la actividad de carácter social, o sea la interacción social aporta mayor significado y eficacia, ya que presenta un intercambio y colaboración entre pares y compañeros. (Carretero, 1994, 26). Un ambiente de discusiones como éste, donde sus principales agentes son un grupo cooperativo, estimula el poder de argumentación, reflexión, de acuerdos y desacuerdos entre alumnos que diverjan por el grado de conocimiento sobre un tema, lo que genera en ocasiones conflictos cognitivos que causan un cambio a nivel conceptual.

En esta medida desde los Estándares de Matemáticas del año 2003, se habla de ideales democráticos que deben forjarse al interior del aula de clase, gestionando discusiones y argumentos entorno a ideas. Como consecuencia se desarrolla autonomía intelectual, confianza y toma de conciencia de los avances en el proceso de construcción de la matemática escolar asociándola a la realidad. (Ministerio de Educación Nacional, 2003. P. 128). Aspecto que coincide con las concepciones del grupo Océano cuando plantea:

> El aprendizaje cooperativo exige del individuo que aprende un procesamiento activo de la información que le fuerza a representar y reelaborar de forma activa los propios argumentos, provoca cierta incertidumbre sobre lo acertado de los puntos de vista de cada uno y finalmente desencadena un afán por la búsqueda de más información y una gran curiosidad por aprender. (Grupo Océano, 2001-2003).

En esta instancia se hace prioritaria la aplicación de una estrategia en el aula de clase que permita a los estudiantes desarrollar procesos de pensamiento específicos de las matemáticas tales como: razonar, comunicar, justificar y conjeturar, todo ello acompañado de un hábil docente que constantemente este induciendo a la observación y análisis de patrones, datos, enunciados e interrogantes que conduzcan a generalizar determinado concepto o ley, a la vez que se desarrolla toda una red asociada a la temática inicial o anterior. En esencia esto es lo que Ausubel denominaría: “Aprendizaje de representaciones, de conceptos y de proposiciones”[4].

Para hacer real y verdadero el aprendizaje significativo, hay que considerar la activación de los conocimientos previos a partir de situaciones problemáticas que lleven implícitamente a exploraciones, al desarrollo de trabajo progresivo y colaborativo, revisión elaboraciones propias, errores, aciertos y desaciertos desde

---

[4] Para ampliar estas ideas, ver Los fundamentos teóricos de la Renovación Curricular. en: MEN, Marco General, Matemáticas, Propuesta de Programa Curricular. Noveno grado. Santa fe de Bogotá, D. C. 1994).

ejes conceptuales o problematizadores, Lo que enfoca a las situaciones problema como una estrategia metodológica, que instaura a los estudiantes en un proceso de matematización y de redescubrimiento de los conceptos matemáticos, con nuevas y múltiples formas de expresión y representación que van desde lo informal (simple) hasta lo formal o universal. (Múnera Córdoba. J, 2001, 27).

Difícilmente hay aprendizaje sin voluntad y atención, y atención sin motivación e interés. Lo que en términos del grupo Océano sería: “La motivación constituye el motor del aprendizaje en el sentido en que mueve o dirige la acción de aprender al incluir las razones o los intereses con los que se cuenta para hacer algo”. (Grupo Océano, 2001-2003, 52). Dicha fundamentación indica que para aprender es indispensable que esté de manifiesto el deseo de descubrir, hacer y crear para posibilitar una mayor capacidad intelectual, de lo contrario si se tiene la capacidad más no un motivo, es probable que no se logre un aprendizaje con sentido.

La naturaleza de un enfoque cualitativo, es comprender la realidad, realidad que exige procesos de observación, interpretación, análisis y relación entre encontrar significado y ser significante las situaciones problema para los estudiantes.

PENSAMIENTO NUMÉRICO

Las nuevas propuestas curriculares se han centrado básicamente en hacer más cercana las matemáticas de acuerdo a las necesidades e intereses de los estudiantes. Los lineamientos curriculares de matemáticas para el sistema educativo colombiano enfatizan en el desarrollo de pensamiento matemático a través de los diferentes sistemas asociados a cada pensamiento como herramienta principal; y de esta manera abordar los contenidos específicos referidos a cada tipo de pensamiento -numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, sin agotar ni aislar uno de otro.

El pensamiento Numérico, considerado entre los conocimientos básicos a promover en el sujeto que aprende, se define como la "comprensión del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos y las operaciones que con ellos se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos" (MEN, Estándares Básicos de Calidad. 2003. Pág. 4).

Este pensamiento es potencializado por los sistemas numéricos a través de un proceso continuo y prolongado en la interacción del sujeto con el medio; incluye el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones y estimaciones, las ordenes de magnitud en actividades cotidianas, como el cálculo mental y escrito a partir de contextos que permiten al niño aplicar determinado algoritmo de manera más comprensiva.

La adquisición de este pensamiento se construye gradualmente si se le permite al estudiante pensar en los números y usarlos en contextos significativos, por lo tanto, limitar su aprendizaje al mero algoritmo se constituiría en una labor infructuosa, ya que se sacrifica la actitud reflexiva que debe asumir el estudiante y por ende la posibilidad de trascender dicho aprendizaje a situaciones reales.

El pensamiento numérico entendido desde los lineamientos curriculares se puede desarrollar a partir de tres aspectos básicos: La comprensión de los números y de la numeración; la comprensión del concepto de las operaciones y por último, cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

La comprensión de los números y de la numeración

El sentido numérico inicia con la movilización de habilidades como: contar, medir, agrupar y estimar, entre otras. En el niño se desarrolla de manera intuitiva a partir de vivencias previas a la escolarización, por ello el docente tiene que propiciar vínculos entre los saberes previos de los estudiantes y los nuevos conocimientos.

"La comprensión de conceptos numéricos apropiados se puede iniciar con la construcción por parte de los alumnos de los significados de los números, a partir de sus experiencias en la vida cotidiana y con la construcción de nuestro sistema de numeración teniendo como base actividades de contar, agrupar y el uso del valor posicional" (MEN, lineamientos curriculares,1998. P. 45).

Los números tienen distintos significados de acuerdo al contexto en el que se emplean: Como secuencia verbal(uno, dos, tres...), para contar(se asocia a un elemento de un conjunto de objetos), como cardinal(describe la cantidad de elementos de un conjunto), para medir(describe la cantidad de unidades de alguna magnitud continua), como ordinal(describe la posición relativa de un elemento en un conjunto), como código o símbolo(se utilizan para distinguir clases de elementos) o como una tecla(con el uso de las calculadoras y los computadores).

Partiendo de la experimentación con material concreto, con el fin de que el niño pueda contar, agrupar, ubicar y de esta manera, reflexionar sobre sus acciones y construir sus propios significados, propiciando una mejor interiorización de la estructura, organización y regularidad del sistema de numeración (RICO, Luis, citado por MEN, 1998)

La comprensión del concepto de las operaciones

Las operaciones fundamentales que se desarrollan en la escuela son la adición y sustracción, la multiplicación y la división de números naturales. Se propone para el trabajo con los niños iniciar con procesos de aprendizaje donde se reconozca el significado de las operaciones a través de situaciones concretas de la vida diaria, para así llevarlos a comprender modelos, propiedades y efectos de cada operación.

Para lograr este propósito se requiere:

> "Primero, ... Que el aprendizaje de los hechos básicos de la suma, la resta, la multiplicación y la división deben comenzar con una etapa conceptual para construir el significado de la operación correspondiente a través del inicio de contextos auténticos y significativos y que estos contextos deben continuar para permear todo el proceso de aprendizaje. Segundo, la enseñanza no debe aspirar al dominio rápido de estos hechos básicos por medios de repetición, los cálculos numéricos de una manera inmutable y sin sentido" [5]

Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones

Su finalidad principal es la resolución de problemas, ésta promueve en los estudiantes el desarrollo de procesos de pensamiento más complejos y la aplicación de procedimientos informales ajenos a las operaciones convencionalmente utilizadas. El aprendizaje de las operaciones en la escuela se ha dado de manera mecánica, desconociendo las relaciones que entre los números se establecen y el significado de las operaciones.

En la actualidad existen instrumentos que pueden hacer todo tipo de cálculos, desde los más simples hasta los más complejos, por tanto es importante desarrollar en los estudiantes otras destrezas como el cálculo mental, la estimación, la aproximación y la utilización de herramientas tecnológicas en la resolución de problemas.

Cuando hablamos de cálculo mental no sólo estamos haciendo referencia a las operaciones hechas en la mente. Aquí se entiende el cálculo mental como "El

---

[5] En: Lieven Verschaffel y Erik de Corte. Número y Aritmética. Ítem 5). Documento mimeo.

conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan, sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados”[6]

Es decir, frente a una situación problema, el estudiante se ve en la necesidad de reflexionar sobre los cálculos que requiere. Ya el problema no alude tanto a la búsqueda de respuestas exactas; se puede acudir a procesos de aproximación, los cuales tienen que ver con la utilización de múltiples procedimientos, entre los cuales está la utilización de calculadoras, además del uso del papel y el lápiz.

FUNDAMENTOS DESDE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICA.

E objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas, entendido como la sistematización de las relaciones entre el estudiante, el profesor y el conocimiento; hace que las estrategias metodológicas que utiliza el docente para facilitar los aprendizajes, se conviertan en el punto más relevante dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Por tal razón, no es suficiente el contexto escolar, se hace necesario que el docente conozca tanto las circunstancias específicas de la población a la que se dirige, como el saber disciplinar a enseñar, con el fin de poder emprender un proceso de interpretación de los comportamientos de los estudiantes, al mismo tiempo que analiza en ellos la evolución de los conocimientos.

Para complementar las ideas anteriores veamos lo que Grecia Gálvez[7], dice:

---

[6] Parra, Cecilia. Cálculo mental en la escuela Primaria. En: Didáctica de matemáticas. 1993

[7] La didáctica de las matemáticas. Capítulo I de su tesis doctoral, “El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano”. Publicado en: Parra, Cecilia e Saiz, Irma. Didáctica de matemáticas (compilación).

“La finalidad de la didáctica de las matemáticas es el conocimiento de los fenómenos y procesos relativos a la enseñanza de las matemáticas para controlarlos y, a través de este control, optimizar el aprendizaje de los alumnos”.

Desde el constructivismo y el aprendizaje significativo, mencionados en el primer tema desarrollado, se habla de un aprendizaje que tiene en cuenta los saberes previos de los estudiantes, los cuales le sirven al docente como punto de partida para avanzar hacia nuevos conocimientos: “*El verdadero sentido del principio básico constructivista, que afirma el reconocimiento del otro, consiste en que reconocer al otro es aceptarlo en su estado actual del conocimiento. Es partir de él para acompañarlo hacia otros niveles de comprensión. Es ayudarle a superar las contradicciones y la ignorancia*” (Mesa, 1997. p. 21).

Para el área de las matemáticas, el mayor cambio experimentado a nivel didáctico está relacionado con la forma de entender cómo el proceso de construcción del conocimiento matemático se desarrolla en las aulas. Se asume que los alumnos crean este conocimiento a través de una actividad desarrollada con un fin, pasando de este modo a centrarse la atención, no tanto en qué contenido hay que enseñar, sino en la propia actividad generada en el proceso de resolución de una tarea planteada, entendiendo así el aprendizaje, como un proceso activo y constructivo en el cual el alumno se enfrenta a situaciones en las que disminuye la importancia del resultado frente al proceso seguido.

Tales situaciones, plantea Orlando Mesa, son “espacios de *interrogantes,* que deben incluir las preguntas y temáticas planeadas en la red conceptual que el maestro ha diseñado;...El motivo u origen es intrascendente. Lo importante radica en la posibilidad de crear un estado donde aparezcan preguntas que no son de respuesta inmediata para quienes participan de la situación” (1997).

De esta manera, las situaciones problema, promueven la habilidad para comunicar ideas matemáticas de manera oral y escrita, permiten establecer conexiones y relaciones, razonar inductiva y deductivamente, etc. En otras palabras, hacen del "saber" matemáticas una capacidad de "hacer", en variados contextos, posibilita recurrir a los conocimientos recién adquiridos como estrategias de solución a nuevas situaciones.

En resumen, los profesores de Matemáticas deben articularse con estos planteamientos a través de la práctica, proponiendo situaciones problema relacionadas con los diferentes dominios, en las que se pueda compartir, discutir y negociar significados y, a partir de lo sucedido, reflexionar sobre el proceso seguido.

En este sentido, resulta útil mirar los planteamientos de Alan Schoenfel en su artículo "La Enseñanza del Pensamiento Matemático y la Resolución de Problemas" en el cual sugiere reconocer la esencia de las matemáticas desde su génesis como una actividad que da sentido a la vida, que se desarrolló por la necesidad de resolver problemas o por pura curiosidad intelectual y que su poder radica en la capacidad de usarla. Replanteando entonces las viejas prácticas mecanicistas a través de las cuales se "adiestraba" a los estudiantes sobre los temas pertinentes según el currículo establecido, proponiendo definiciones, procedimientos y fórmulas para ser aplicadas de manera similar en una serie de problemas rutinarios.

Contrario a esto, la propuesta de Schoenfel, basado en diferentes autores quienes desde ejemplos que abarcan variadas temáticas ilustran las nuevas concepciones, invita al docente a reelaborar cada contenido teniendo como punto de partida y de llegada, el desarrollo de aptitudes en los estudiantes que les permitan:

- Entender conceptos y métodos matemáticos,
- Discernir relaciones matemáticas,
- Razonar lógicamente,
- Aplicar conceptos, métodos y relaciones matemáticas para resolver

problemas no rutinarios.

Se replantea entonces, bajo este nuevo esquema, tanto al docente como al estudiante a adoptar una postura activa en los procesos de enseñanza – aprendizaje; el primero guiando de manera muy suspicaz y a través de las preguntas indicadas que obliguen al segundo (estudiante) a adoptar una posición crítica y reflexiva sobre el trabajo que esta desempeñando en la resolución de un problema. Tales preguntas, cuestionan y confrontan al estudiante sobre lo que está haciendo, el por qué, el para qué (cómo le ayuda a solucionar el problema), qué le dice el resultado; de esta manera el autor sustentando su tesis principal en el texto mencionado afirma:

> Resolver problemas como una habilidad central en el aprendizaje del uso de las ideas matemáticas", demuestra como se va induciendo a los estudiantes a desarrollar paulatinamente estrategias meta cognitivas, referidas a la interpretación de la gente sobre sus propios procesos de pensamiento – autorregularse-, invitando a los alumnos a devolverse constantemente sobre sus acciones, evaluar su eficacia, tomar nuevos caminos y replantearlos constantemente……

Este modelo de trabajo le permite al docente desarrollar estrategias tanto desde lo individual como desde lo colectivo, con tecnología o sin ella, partiendo o no de los contenidos del programa curricular tejiendo una red conceptual y estableciendo problemas no rutinarios, todo esto con el único fin de conseguir de los estudiantes una comprensión significativa y crítica de las ideas matemáticas inmersas en los procedimientos y aplicarlas en cualquier contexto, en otras palabras, dotarlos de poder matemático.

Depende pues, este nuevo paradigma didáctico, de docentes que puedan responder hábilmente a un currículo dinámico del cual han hecho su propia reorganización en términos de las necesidades de la población que atienden y de los objetivos que se pretenden alcanzar; de esta manera, más que una secuencia de contenidos, lo que se desarrolla en el aula es una relación de saberes -una red conceptual- que, según Orlando Mesa, "...se construye momentáneamente para buscar significados nuevos, no es deductiva sino constructiva; es decir, pueden aparecer relaciones no establecidas por el saber aceptado y organizado por la cultura formal" (1997).

LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA EN LA INCORPORACIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS

La definición de problema matemático en la educación escolar ha ido evolucionando positivamente en la medida en que su propósito ha pasado de la mera ejercitación a la construcción de aprendizajes. Y aunque aún es común encontrar en los textos guías problemas rutinarios cuya solución es fácilmente predecible pues se trata de aplicar el concepto recién aprendido; también se esta haciendo más notoria la divulgación de estos nuevos planteamientos que buscan cualificar la labor en el aula. En este sentido los problemas como situaciones de aprendizaje, que involucran los saberes concretos de los estudiantes se presentan con características bien definidas que los diferencian de los tradicionales "problemas".

Frente a lo que es una situación problema, Múnera y Obando escriben:

> Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes,

> al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación. (2003, 185).

Además, en términos de Carmen Chamorro las situaciones planteadas deben tender a: "familiarizar al alumno con procesos de uso común en las matemáticas, tales como la formulación y validación de hipótesis, propiciar espacios que le permitan particularizar, generalizar, conjeturar y verificar; características que son propias del razonamiento matemático”. (Citado por, MUNERA, 2001, p. 2)

De lo anterior se puede inferir que la importancia de las situaciones problema como herramienta de trabajo en el aula, radica en la posibilidad de crear a partir de éstas, un estado donde aparezcan preguntas que no son de respuesta inmediata para quienes participan de la situación, además, deben generar un estado de desequilibrio cognitivo para el estudiante, o sea, que signifique un verdadero problema con posibilidades para acceder a su solución.

LA EVALUACIÓN DE PROCESOS MATEMÁTICOS

Las tendencias modernas proponen un modelo de evaluación de corte cualitativo, que dé cuenta de los logros y falencias de los estudiantes, que sea permanente, reconociendo los procesos que se van desarrollando durante el aprendizaje. Desde esta perspectiva las formas de evaluar se convierten en espacio para la observación de los avances de los educandos desde el momento que se inician las tareas facilitadoras de aprendizaje.

“El profesor debe prestar atención a las concepciones de los alumnos, no sólo antes de que comience el proceso de aprendizaje, sino también a las que se van generando durante el mismo. Es decir, que es importante conocer lo que está en la mente de los alumnos durante todo el proceso de enseñanza” (Múnera, 1997, p. 21)

Bajo esta mirada, la evaluación se torna en una herramienta que permite al docente analizar el estado de los avances conceptuales de los estudiantes, sus necesidades individuales y particulares para la adquisición de conocimientos, a la vez que, reflexiona sobre su propia práctica pedagógica, es decir, cualificando se cualifica al mirarse como un coautor que comparte la responsabilidad de los resultados de sus estudiantes. Tal y como lo dice Orlando mesa “Evaluar el proceso de aprendizaje significa aproximarse al estado de comprensión logrado por los alumnos” (MESA, 1997. p. 24.)

Esta evaluación que no censura, permite a los estudiantes potenciar sus capacidades, antes inhibidas por el temor a la descalificación, posibilita una expresión abierta y una mayor libertad para ser propositivos en la búsqueda de soluciones a situaciones planteadas, a la vez que eleva la autoestima y la confianza en sí mismo.

Es necesario pues, un docente sensible que “logre transmitir su interés por el progreso de los alumnos y su convencimiento de que un trabajo adecuado terminará produciendo los logros deseados, incluso si inicialmente aparecen dificultades” (De Guzmán, Miguel y otros. 2001). Además, que reconozca la conveniencia de una adecuada planificación del curso, que mediante un ritmo inicial pausado y planteando tareas simples, permita ir detectando las insuficiencias a cubrir.

Para el área de las matemáticas, el Ministerio de Educación Nacional ha sido claro al sugerir con relación a la evaluación, que ésta debe suministrar toda la información sobre los logros, los progresos y las habilidades matemáticas de los alumnos, al tener en cuenta no una prueba escrita sino el desarrollo de los procesos cognitivos generales involucrados en el aprendizaje de esta ciencia tales como la comunicación, el razonamiento, la modelación, el análisis y resolución de problemas; además,"la evaluación no debe considerarse como un filtro o una barrera que impida acceder al conocimiento matemático sino como una plataforma que le permita al estudiante aprender matemáticas de manera natural. Debe también establecer el puente entre la escuela y la matemática cotidiana" (MEN, 1999. p. 64).

Por último, es importante destacar lo que los Estándares Curriculares y de Evaluación para la educación matemática, resaltan para observar y medir el progreso de los estudiantes en cuanto al aprendizaje matemático de los educandos. Se proponen siete estándares de evaluación que enfatizan en la evaluación de sus estructuras conceptuales matemáticas, así como de su actitud a la materia. Éstos son:

1. *Potencia Matemática*
2. *Resolución de Problemas*
3. *Comunicación*
4. *Razonamiento*
5. *Conceptos Matemáticos*
6. *Procedimientos matemáticos*
7. *Actitud Matemática*

DISEÑO METODOLÓGICO

Esta práctica de aula, toma como modelo para la sistematización de los resultados la investigación acción-participación, la cual se ha convertido en una alternativa de cualificación del quehacer pedagógico. En este sentido, nuestra manera de proceder consistió en las siguientes etapas: Diagnóstico institucional, revisión bibliográfica acerca del tema seleccionado, formulación del problema, diseño de situaciones problema para la intervención y sistematización de observaciones y datos obtenidos en el proceso de interacción con los estudiantes.

La recolección de la información para el diagnóstico se hizo mediante entrevistas a maestros y alumnos, encuestas a padres de familia, aplicación de una prueba inicial a la población elegida y algunas intervenciones iniciales con el ánimo de familiarizarnos con el ambiente escolar.

En primer lugar, la entrevista realizada a los maestras se estructuró a través de preguntas que buscaban indagar sobre la metodología que ellas utilizaban y la experiencia, respecto a la enseñanza de las matemáticas, en básica primaria. (Ver anexo Nº 1).

La entrevista realizada a los estudiantes se diseñó buscando información acerca de su agrado y temas trabajados hasta el presente en el área de matemáticas. (Ver anexo Nº 2).

La encuesta aplicada a los padres de familia indagaba por la estructura social, económica y cultural de cada uno de los estudiantes, con el ánimo de contextualizar la muestra seleccionada. (Ver anexo Nº 3).

Esta muestra corresponde a los estudiantes de los grados 4to y 5to de ambas jornadas de la Escuela Santa Inés -ubicada en el municipio de Caldas – Antioquia- conformada por 164 alumnos, con edades aproximadas entre los 9 y 12 años, constituidos así: 41 en el grado Quinto B, 42 en el grado Quinto A, 40 en el grado Cuarto A y 41 en el grado Cuarto B, donde el 73.7% son de sexo femenino y el 26.2% son del sexo masculino.

El nivel socio económico de un gran porcentaje de las familias de los estudiantes se ve afectado por los bajos niveles de escolaridad de los padres, dado que la mayoría de ellos sólo culminaron sus estudios primarios (entre 55 y 60 %) lo que los sitúa entre los estratos 2 y 3, donde sus ingresos promedio oscilan entre uno y dos salarios mínimos.

Siguiendo con el proceso de diagnóstico se aplicó una prueba inicial, la cual fue elaborada teniendo en cuenta los niveles de comprensión conceptual, resolución de problemas y ejercitación algorítmica, en relación con aspectos del pensamiento numérico, asociados a la divisibilidad.
La prueba se aplicó a través de tres momentos caracterizado cada uno por el desarrollo de un taller en un tiempo de 45 minutos:

- El taller N.1 (Ver Anexo 4). constaba de 6 preguntas, cuyo objetivo era indagar el manejo algorítmico de los conceptos de Máximo Común Divisor, Mínimo Común Múltiplo, relaciones entre múltiplos y divisores, a partir de algunos problemas simples.

- El taller N.2 (Ver Anexo 5) pretendía evaluar algunos saberes relacionados a los criterios de divisibilidad (numerales: 3, 6), además de establecer relaciones a partir de la búsqueda de patrones, a lo cual se le suma que los niños y niñas debían argumentar sus respuestas.

- El taller N.3 (Ver anexo 6) indagaba por el estado de los estudiantes frente a la búsqueda de estrategias de solución de problemas relacionados con el tema.

El análisis de los resultados de ésta prueba, nos condujo a sentir la necesidad de materializar una propuesta didáctica para movilizar relaciones de divisibilidad en los estudiantes, centrando la atención en el desarrollo de procesos tales como la resolución de problemas, comunicación, razonamiento, conjeturación, tal como lo proponen los lineamientos curriculares actuales.

Las revisiones bibliográficas nos permitieron obtener dos clases de información, una relacionada con la forma como se ha llevado a cabo la enseñanza y aprendizaje, en la educación básica, y la otra tiene que ver con la manera como se ha tratado la temática desde el punto de vista de la investigación escolar. Esto nos condujo al diseño de los instrumentos (reseñas bibliográficas): Uno de ellos para el análisis de textos en los cuales se aborda el tema desde un punto de vista teórico – didáctico y otro para el estudio de trabajos experimentales de investigación (Ver Anexos 7 y 8). También se analizaron textos escolares con fin de indagar la manera como se presenta el tema.

El análisis de la revisión bibliográfica y el análisis de los resultados de la prueba inicial nos permitieron caracterizar desde una perspectiva educativa las maneras como se ha tratado esta temática. Lo que nos motivó el planteamiento y la formulación del problema.

La siguiente etapa objeto consistió en el diseño de las situaciones problema, herramientas fundamentales para la intervención pedagógica. Las cuales se fundamentan en las orientaciones actuales acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, enfatizando en el desarrollo de competencias en los estudiantes, y específicamente la movilización del pensamiento numérico asociado a relaciones de divisibilidad en la educación básica - ciclo primaria.

La estrategia didáctica elegida para el acompañamiento en el aula, pretendía movilizar la comprensión de conceptos matemáticos a partir de la búsqueda de soluciones a interrogantes propuestos, posibilitando el intercambio de conocimientos entre el profesor y los educandos, con el fin de propiciar niveles de razonamiento significativos a la hora de comunicar conceptos, relaciones, conjeturas y generalización de ideas matemáticas.

Las situaciones diseñadas (Anexo 9: Guías de trabajo en clase de la # 1 a la 12) enfatizaron en la búsqueda de significados que permitieran ampliar las redes conceptuales de los estudiantes, teniendo como ejes temáticos las siguientes características de los números: paridad, imparidad, criterios de divisibilidad, relaciones ser múltiplo de…, ser divisor de…, números primos y compuestos, conceptos de máximo común divisor y mínimo común múltiplo, incluyendo algunas de sus propiedades y análisis de patrones asociados a relaciones de divisibilidad.

Finalizando el proceso de intervención se aplicó una prueba final. Ésta pretendía revisar los avances del trabajo de intervención, a través de la indagación sobre los procedimientos utilizados en el desarrollo de las situaciones planteadas; como también analizar los cambios en la movilización del pensamiento numérico en función de aspectos propios de la divisibilidad y búsqueda de relaciones entre datos numéricos organizados en listas o tablas de doble entrada. Se buscaba además, evaluar los avances a nivel conceptual de los estudiantes a través de las formas de llevar a cabo los procesos matemáticos. El taller se estaba compuesto por seis preguntas cuyos contenidos enfatizaron en criterios de divisibilidad, múltiplos, divisores Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo; entre otros conceptos y relaciones vinculados directamente con la red conceptual del tema abordado (Ver Anexo 10).

La recolección de la información obtenida en el trabajo de aula, estuvo controlada por la realización de un diario pedagógico, una guía de observación, las evidencias escritas del trabajo realizado por los niños en cada una de las sesiones de trabajo escolar.

El diario pedagógico es estructurado teniendo en cuenta una planeación que incluyó lo concerniente a los propósitos de la actividad a realizar, los recursos y el orden procedimental que se llevaría durante la clase; una descripción de las maneras de proceder en la intervención, análisis de los logros y las dificultades encontradas, y finalmente una post- intervención que reunía comentarios críticos y estrategias de mejoramiento.

La guía de observación cumplía el papel de organizador de una primera información para unas categorías preestablecidas para el análisis de lo sucedido en el proceso de intervención (Ver anexo 11).

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Siendo prioridad de las pruebas reconocer un estado inicial y final de los estudiantes a nivel conceptual, procedimental y argumentativo en el tema de divisibilidad, se encontró:

PRUEBA INICIAL	PRUEBA FINAL
- Hay un bajo nivel de conceptualización. - No hay cohesión entre los conceptos propios de divisibilidad con la resolución de problemas. - Hay dificultad para comunicar de manera escrita sus razonamientos. - No demuestran estar familiarizados con algunas relaciones de divisibilidad. - Se observa poca utilización de terminología matemática, y en otros casos su uso fue inadecuado. - Se dan respuestas sin proceso ni análisis evidente. - El tipo de problemas y preguntas planteadas en la prueba inicial fueron nuevas para los niños, lo que indica que su proceso de aprendizaje ha estado limitado a problemas rutinarios (única respuesta y enunciados simples). - Se nota un índice muy bajo de	- Hay predominio aún de la aplicación de algoritmos básicos como la suma, la multiplicación y la división, como estrategia permanente en la solución de problemas, dándole un mayor sentido a su utilización en cada situación. - logran comprender, en algunos casos, los enunciados relacionándolo con los nuevos aprendizajes en torno al tema. - Han avanzado notoriamente en la utilización de términos del lenguaje matemático como: ser divisible de…, contener, múltiplos, divisores, pares…; sin embargo, cabe resaltar que algunos estudiantes confunden múltiplos con divisores, estar contenido en… y contener a… - Se nota un mayor esfuerzo e interés por parte de los estudiantes para dar una explicación a sus estrategias empleadas.

justificación y argumentación de las respuestas. - Hay fijación en la utilización de las operaciones básicas. - Como solución a un problema operan frecuentemente, de manera indiscriminada, los valores dados en el mismo, omitiendo parte de la información relevante. - Se les dificulta interpretar y comprender los enunciados contenidos en la prueba diagnóstica. - Ante situaciones nuevas los estudiantes muestran un desequilibrio cognitivo en la búsqueda d estrategias, reflejándose en la desmotivación y gran ansiedad, buscando respuestas en maestros o en otros compañeros. - Las estrategias más comunes utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas son el tanteo y el cálculo mental. - Las calculadoras constituyeron un apoyo empleado irreflexivamente. - Se pudo notar que en las preguntas de tipo abierta, pocos estudiantes dan como resultado múltiples posibilidades de respuestas, simplemente se limitan a dar una única respuesta.	- Demuestran una mejor familiarización con situaciones problema que conducen a establecer relaciones entre patrones, para lanzar conclusiones alrededor de propiedades o criterios sencillos de divisibilidad, especialmente de los números 2 y 3. - Algunas de las estrategias empleadas para resolver parte de la guía final, fue sacar los divisores y múltiplos y encontrar el común; como resultado lógico a la pregunta del problema planteado. - Se presencia en algunas circunstancias el uso de calculadoras, como medio para verificar sus procedimientos o para obtener con mayor eficacia y rapidez respuestas. - Permanece en los niños la necesidad de aprobación por parte de los maestros respecto a los procedimientos a utilizar o los ya empleados. - Hay mayor decisión para tratar de resolver cada uno de los puntos de la prueba, arriesgando una posible solución. - Al enfrentarse los estudiantes a preguntas abiertas, se nota mayor profundidad en el análisis al dar la

- En ocasiones, ante la dificultad que genera el problema en los estudiantes, prefieren no resolverlo, dejando espacios en blanco. - Hay baja capacidad de análisis para identificar relaciones entre números, secuencias y patrones.	variedad de respuestas que corresponden a un mismo interrogante. - Hay reflejo de un avance en los niveles de pensamiento concreto en la interpretación de datos numéricos y la búsqueda de relaciones al sugerir diferentes patrones de manera argumentada.

En términos generales podemos afirmar que el proceso de intervención dejó como frutos un gran desarrollo en la capacidad comunicativa de los estudiantes, llegando a establecer relaciones, buscando diferentes estrategias de representación y múltiples posibilidades de respuesta frente a una pregunta abierta procurando la mayoría de veces explicar el por qué de sus planteamientos.

ANÁLISIS DE CATEGORIAS, SUBCATEGORIAS Y RESULTADOS

1. CARACTERÍSTICAS DEL TRABAJO COLABORATIVO

1.1 Actitud Propositiva

El trabajo en equipo de las diferentes situaciones problemáticas planteadas, genera contextos para que los estudiantes propongan y confronten ideas asociadas a los diferentes interrogantes, las cuales se convierten en alternativas de aproximación a los mismos. Las diferentes contribuciones, sistemáticas y no sistemáticas, se convierten en los hilos conductores para organizar las posibles soluciones. Estas se mantienen en las plenarias, que asesoradas por el profesor se convierte en insumos para validar sus afirmaciones, emprender nuevas observaciones y consolidar sus avances conceptuales.

1.2 Democratización del Saber

La creación de ambientes de trabajo colaborativo desde estrategias de situaciones problema, promueven en los estudiantes una actitud de confianza, seguridad y fluidez, para contribuir con sus

ideas en la búsqueda de soluciones a problemáticas planteadas, es decir, desaparece el temor a la equivocación, ya que sus aportes no son censurados, y por el contrario se valoran como punto de partida para avanzar en la construcción de los conocimientos, conduciendo esto a un debate “sano y abierto”, en el que la confrontación de ideas que van en contravía de los esperado permite reelaboraciones bastante significativas en los estudiantes.

Esta dinámica de trabajo propicia en el estudiante actitud de escucha y respeto por la palabra del otro, la cual es aprovechada como un elemento de interacción valida para comparar las distintas elaboraciones y conjuntamente emprender mejoras en todos los aportes y así poder consolidar participativamente los nuevos aprendizajes.

1.3 Participación

La propuesta metodológica desde situaciones problema motiva a la participación activa, tanto al interior de cada equipo como en las plenarias colectivas. Dicha participación se encuentra condicionada por diferentes factores que inciden de una u otra forma en la intensidad de la misma: la libre elección del compañero(s) con el cual se desea trabajar, la comprensión de las situaciones planteadas, el reconocimiento de que sus aportes ya no son para representar una “calificación”, sino para contribuir a la elaboración de sus aprendizajes, y el seguimiento permanente del docente. Generándose así, un ambiente de respeto y valoración hacia el trabajo e intervención de los compañeros.

Las intervenciones en un primer momento se dan desde los saberes previos de los estudiantes, pero paulatinamente se refleja que las diferentes concepciones se transforman en ideas mejor elaboradas; apreciándose así, cómo un mismo estudiante en una misma sesión de trabajo participa durante todo el proceso.

2. INTERACCIÓN ENTRE EL SABER PREVIO DE LOS ESTUDIANTES Y LOS NUEVOS CONOCIMIENTOS

2.1. Nivel de argumentación en las actividades matemáticas (Evidencias 1, 2, 3 y 4).

Las argumentaciones dadas por los estudiantes presentan mayor imprecisión desde una comunicación escrita ya que no existe una comprensión lectora adecuada que les permita abordar las situaciones planteadas teniendo en cuenta los diferentes elementos implícitos y explícitos que ésta ofrece.

Los resultados escritos reflejan una limitación en su argumentación escrita enfocada únicamente a dar respuestas cerradas y exactas producto de la ejercitación algorítmica y los problemas rutinarios que no inducen a los estudiantes a recurrir a otros "procesos cognitivos" (modelación, comunicación, resolución de problemas). Además, no asocian autónomamente los nuevos aprendizajes en la solución de cada situación. Los intentos de justificar sus ideas o planteamientos de manera oral están mediadas por el maestro a través de preguntas orientadoras que invitan a establecer relaciones entre variables y conceptos, lo que a su vez desencadena un debate cuyo objetivo es validar o confrontar ideas que nacen desde la plenaria.

Es notorio como las formas de justificación de los estudiantes adquieren mayor fluidez a nivel oral, al menos las observaciones de clase así lo reflejan. Las múltiples ideas, ejemplos y contraejemplos y búsqueda de estrategias de solución, planteadas desde los diferentes equipos, les permite entrar en discusión a través de las distintas relaciones existentes en las situaciones abordadas. Claro esta que todas estas acciones reflejan una gran dependencia de las concepciones de los alumnos frente al tema específico.

Las formas de justificar por escrito aparecen más limitadas y dependen del nivel algorítmico de los estudiantes, especialmente de las operaciones básicas. Se observa como su escasa simbolización y escritura del lenguaje específico de las matemáticas les impide comunicar sistemáticamente de manera escrita las distintas relaciones e ideas matemáticas construidas, fruto de las observaciones y exploraciones en el contexto de las situaciones. O sea que, los resultados escritos muestran que la argumentación es enfocada únicamente a dar respuestas cerradas y exactas, producto de procedimientos rutinarios.

Los niveles de argumentación de forma oral se amplían en la medida en que el docente interviene en la orientación de las plenarias colectivas, a través del planteamiento de interrogantes con el fin de no agotar la discusión de inmediato; y así, generar espacios de discusión de tal manera que se sistematicen las distintas relaciones entre variables y conceptos, a través de tablas, listas de datos, organización de significados y formas de simbolización, lo que a su vez permite confirmar o no, puntos de vista frente a las ideas matemáticas; de ahí que el trabajo grupal, por sí sólo, sin el acompañamiento del docente que confronte los resultados, se vuelve débil en cuanto a los niveles de generalización del conocimiento matemático; el aprendizaje es el fruto de la interacción entre las preconcepciones de los estudiantes y los aportes del maestro.

2.2. Utilización de terminología y procedimientos matemáticos. (Evidencia 5)

Las estrategias de solución y justificación están enmarcadas principalmente por los cuatro algoritmos básicos; éstos son usados como recurso para diversas situaciones, en algunos casos de manera indiscriminada, en donde la operación realizada no da cuenta de la resolución de la incógnita, lo que demuestra una adecuada interpretación sin relación alguna con el contexto. Es importante destacar en los estudiantes la consolidación de la estructura de cada algoritmo.

Son notorias otro tipo de estrategias que se vislumbran a lo largo del proceso aprendizaje tales como: el tanteo, cálculo mental, descomposición numérica, sumas sucesivas, criterios de divisibilidad principalmente de los números 2, 5 y 10. Además, paulatinamente incorporan a su lenguaje términos asociados a las relaciones de divisibilidad: múltiplos, divisor, ser divisible por, división exacta, contener y estar contenido, aunque permanecen dificultades para relacionar significado y significante.

Las estrategias de solución y justificación están enmarcadas principalmente por las operaciones básicas: suma, sustracción, multiplicación y división. Estas son usadas como recurso para diversas situaciones numéricas relacionadas con la divisibilidad, en algunos casos de manera irreflexiva, en el sentido que no se observa la intencionalidad de haber seleccionado la más adecuada. También aparecen procesos relacionados con el cálculo mental, descomposición numérica, sumas sucesivas y criterios de divisibilidad. Además, paulatinamente incorporan comprensiones para términos propios de divisibilidad, tales como: ser múltiplo, ser divisor, ser divisible por, división exacta, contener y estar contenido; aunque permanecen dificultades para establecer significados asociados a las relaciones de divisibilidad.

2.3. Formas de representación matemática (Evidencias 6 y 7).

A los estudiantes se les facilita reconocer patrones o estructuras implícitas en una situación cuando van asociados a sus saberes previos o a modelos trabajados con anterioridad, identificando en las series numéricas constantes aditivas y múltiplos o divisores de un número, además, en situaciones problemas que involucren relaciones de divisibilidad, establecen como estrategia de solución la multiplicación o la división exacta. Lo anterior corrobora la importancia de avanzar en el proceso de aprendizaje retomando los saberes adquiridos del estudiante como pilar de la ampliación de sus esquemas cognitivos.

Se observa que las generalizaciones surgen principalmente del trabajo colaborativo durante la interacción verbal entre pares y el maestro dado en el espacio de la socialización, puesto que allí los estudiantes activan sus conocimientos previos, lanzan ideas e hipótesis las cuales con la orientación del maestro confrontan, validan, y las reformulan ampliando así su red conceptual. Habitualmente, los niños usan una estructura de aproximación hacia un concepto como son los criterios de divisibilidad y la generalizan aplicándolas a otras estructuras aunque no siempre de manera adecuada.

Los estudiantes, por lo general utilizan formas de representación simbólica, las usuales, asociadas a las operaciones básicas; y las mantienen como referente para organizar los datos y soluciones obtenidas. Pocas veces recurren a ordenar los datos en tablas, gráficas o listas de datos. Esto les impide una mejor estructuración de las informaciones obtenidas a la hora de comunicarlas de manera sistemática. Esto evidencia una vez más, cómo dentro de los saberes previos de los estudiantes hay una carencia de estrategias heurísticas relacionadas con la organización de datos numéricos. Además durante el aprendizajes de las matemáticas han sido limitadas las oportunidades para diseñar, analizar e implementar en el aula de clase, tablas de datos y gráficas, que permitan la construcción de conjeturas y las formas de aprobarlas y desaprobarlas. Por consiguiente en sus preconcepciones se refleja imposibilidad o carencia de elementos de representación matemática, exceptuando los referidos a las operaciones.

Al proponerse situaciones problema relacionadas con información sistematizada en tablas y arreglos numéricos, podemos observar como los estudiantes acceden fácilmente a la búsqueda de regularidades, consiguiendo información útil para concretar información y completar listas de datos. De esta manera obtienen ideas para formular conclusiones y conjeturas. O sea, a los alumnos se les facilita más el análisis e interpretación de datos presentados en distintas formas de representación - tablas, gráficas y listas- que cuando son ellos quienes tienen que recurrir a la organización de la información, ampliándoseles así el abanico de posibilidades para conjeturar, establecer hipótesis, además para adquirir modelos de representación para otros problemas.

2.4. Organización sistemática y generalización de conceptos. (Evidencias 8 y 9)

Por lo general los estudiantes utilizan los símbolos matemáticos convencionales para darle un orden a los datos y respuestas obtenidas. Pocas veces utilizan tablas o gráficas diseñadas por ellos mismos para justificar o estructurar sus respuestas, ya que en la enseñanza de esta área no es frecuente elaborar, utilizar y analizar gráficas o tablas de datos. Sólo se les facilita hacer interpretaciones a partir de gráficas o tablas prediseñadas por el maestro.

A los estudiantes se les facilita reconocer patrones o estructuras implícitas en una situación cuando van asociados a sus saberes previos o a modelos trabajados con anterioridad, lo que les permite identificar sin dificultad constantes aditivas en las series numéricas, relaciones asociadas con los múltiplos y los divisores de un número. Lo anterior corrobora la importancia de avanzar en el proceso de aprendizaje de los estudiantes retomando sus saberes adquiridos y ampliando sus esquemas a partir del ofrecimiento de contextos para organizar información, convirtiéndose estas nuevas alternativas en el camino inicial para ampliar sus habilidades cognoscitivas.

Se observa que las generalizaciones surgen principalmente del trabajo colaborativo durante la interacción verbal entre compañeros y maestro, puesto que allí los estudiantes activan sus conocimientos previos, lanzan ideas e hipótesis, las cuales, con la orientación del docente se confrontan, validan y se reformulan; ampliando la red conceptual. Habitualmente, los niños se aproximan a una ley de formación obtenida y tratan de generalizarla a otras estructuras similares pero no siempre de manera adecuada, especialmente al trabajar criterios de divisibilidad.

3. FORMAS DE RAZONAMIENTO AL FUNDAMENTAR IDEAS MATEMÁTICAS

3.1. Manifestaciones del pensamiento concreto (Ver Evidencias 10 A, 10 B y 11).

Los estudiantes reflejan mayor comprensión cuando se parte de experiencias acordes a su nivel cognitivo (pensamiento concreto), contextualizados a través de experiencias vividas o imaginadas y para llegar a niveles de abstracción más complejos es pertinente la orientación del maestro tanto a nivel individual como colectivo. No obstante, los alumnos elaboran abstracciones simples mediante la utilización del cálculo mental para resolver diferentes situaciones.

Las elaboraciones de los estudiantes muestran que la formulación de conjeturas y conclusiones son el resultado de exploraciones basadas en sus saberes concretos. En la medida en que se adaptan al proceso de interacción con las situaciones se observa avances en los aspectos cognitivos, es decir, cada vez se perciben niveles de justificación y de fundamentación más coherentes. Tejen sus explicaciones desde argumentos personales comunicando sus ideas, pero es la intervención del docente desde sus preguntas orientadoras la que contribuye a canalizar y potenciar los procesos, en cuanto a sus estrategias de solución y formas de pensar.

Los estudiantes reflejan mayor comprensión cuando se parte de experiencias acordes a su nivel cognitivo (pensamiento concreto), contextualizados a través de experiencias vividas o imaginadas y para llegar a niveles de abstracción más complejos es pertinente el acompañamiento del maestro tanto a nivel individual como colectivo.

3.2. Nivel de sus Explicaciones (Evidencias 12, 13, 14, 15 y 16)

La toma de decisiones está condicionada por el nivel de análisis e interpretación que el estudiante hace de cada situación, de ahí que a mayor comprensión, mayor razonamiento lógico donde cobra importancia la interacción de preconceptos, y las experiencias con las exigencias del problema.

La poca familiarización con este tipo de situaciones que exige una mayor reflexión por parte de quien se enfrenta a ellas y por el contrario la constante ejercitación basada en ejercicios rutinarios conlleva a una utilización mecánica de las mismas estrategias usadas en estas últimas.

En un comienzo la explicación de los procesos seguidos por los estudiantes aparece influida por razonamientos bastante subjetivos, ya que combinan los datos proporcionados en la problemática de manera arbitraria y sus decisiones están estrechamente conectadas con su realidad inmediata, más no en función de las relaciones vinculadas a la situación. Sólo después de las discusiones grupales y las plenarias, los planteamientos iniciales empiezan a transformarse en argumentos coherentes con los conocimientos obtenidos y los razonamientos lógicos desde los contextos de la problemática.

Poco a poco se observa el progreso en la toma de decisiones lógicas y estrategias que fundamentan las distintas soluciones. Es notorio el cambio de estado de unas posiciones empíricas por unas más argumentadas y en estrecha relación con los conocimientos matemáticos.

3.3. Características de la formas de validación (se evidencia con el video)

Las conclusiones obtenidas son fruto de las confrontaciones que constantemente hace el maestro procurando que en cada momento el estudiante tenga que volver sobre el trabajo elaborado ya que ellos por sí mismos no se remiten a los resultados obtenidos como soporte para validarlos, por el contrario consideran aisladamente cada ítem de la situación.

Capacidades como la observación y análisis se han ido potencializando a lo largo del proceso enseñanza-aprendizaje mediante esta estrategia de situaciones problema acompañadas con las plenarias.

El contacto activo de los estudiantes con situaciones problema les permite elaborar ideas matemáticas, las cuales son validadas o abandonadas a través de las distintas discusiones que surgen en el trabajo colaborativo. A través de las plenarias colectivas, donde la presencia del docente es fundamental, se da una mediación significativa para poner en escena los diferentes puntos de vista que surgen en el debate, para luego afirmar y sistematizar las diferentes conceptualizaciones generadas.

Las avances conceptuales adquiridos en los estudiantes son el fruto de las confrontaciones que constantemente hace el maestro a sus contribuciones, procurando que en cada momento el estudiante tenga que volver sobre el trabajo elaborado, ya que ellos, por sí mismos, no se remiten a los resultados obtenidos para aprovecharlos como de validación.

CONCLUSIONES A PARTIR DE LAS CATEGORÍAS CATEGORIAS

F1: CARACTERÍSTICAS DEL TRABAJO COLABORATIVO

Las situaciones problema asumidas desde un entorno de trabajo colaborativo, donde se ponen en juego los saberes previos, niveles de desarrollo cognitivo y cultural de los estudiantes, propicia espacios de construcción y socialización de aprendizajes; en los que la actitud propositiva, el respecto y la valoración constante, se convierten en ejes centrales para la democratización de conocimientos matemáticos. Es decir, las ideas matemáticas son elaboraciones colectivas desde el debate participativo de las elaboraciones grupales.

Las construcciones colectivas de conceptos matemáticos elaborados por los distintos equipos y socializadas a manera de plenaria, genera otros comportamientos en los estudiantes, diferentes a los que se generan cuando el docente es el único portador y expositor de los conocimientos. Por ejemplo, continuar motivado y comprometido hacia la reorganización de sus producciones, a partir de los aportes de sus compañeros, e incluso reconocer, desde la confrontación, que estaba equivocado y emprender otro tipo de observaciones y de elaboraciones frente a las ideas en cuestión.

El trabajo cooperativo en el que la interacción, entre los estudiantes, los objetos de conocimiento y el docente, genera formas de comunicación horizontal; se convierte en la alternativa para provocar motivación y participación activa hacia la construcción de conocimientos de manera significativa. Es vuelve el escenario para la elaboración de los aprendizajes desde la discusión, reflexión y organización sistemática de las diferentes contribuciones.

2. INTERACCIÓN ENTRE EL SABER PREVIO DE LOS ESTUDIANTES Y LOS NUEVOS CONOCIMIENTOS

El proceso de aprendizaje es significativo siempre y cuando los nuevos saberes estén relacionados con los preconceptos de los estudiantes de tal manera que sus esquemas cognitivos se reestructuren para alcanzar mayor competencia al nivel de comprensión, interpretación y análisis, lo que le permitirá abordar las situaciones planteadas teniendo en cuenta los diferentes elementos, implícitos y explícitos que esta ofrece. De no ser así, los educandos continuarán recurriendo o utilizando como estrategias de solución y justificación los cuatro algoritmos básicos que en su mayoría son aplicados de forma indiscriminada. Lo que demuestra una adecuada interpretación sin relación alguna con el contexto.

A diferencia de las situaciones problemas que induce a los educandos a recurrir a procesos cognitivos más estructurados como la modelación, comunicación, razonamiento, resolución de problemas y establecimiento de relaciones entre patrones; la ejercitación mecánica y algorítmica de problemas rutinarios, son un obstáculo especialmente para el proceso de comunicación y argumentación, ya que su producto está destinado a dar respuesta cerrada y exacta, lo que no evidencia con certeza si un estudiante sabe realmente como para enfrentarse a situaciones problemáticas de su vida cotidiana.

A pesar que los estudiantes manejan muy bien por un lado estrategias de tanteo, cálculo mental, descomposición numérica, identificación de series numéricas, sumas sucesivas o constantes aditivas, criterio de divisibilidad del # 2, 5 y 10, y de otro lado se han familiarizado con el lenguaje que se comparte en lo que caracteriza la divisibilidad como: múltiplos, divisores, división exacta, "ser divisor de...”, "ser múltiplo de...", esto no es suficiente para evitar por ejemplo que ellos generalicen el criterio del # 2 ó 3 para ser aplicables a otros (6, 9), para justificar, estructurar y relacionar resultados entre datos en una tabla o gráfica diseñada por ellos y no por el docente.

La socialización de situaciones problemas donde hay una interacción verbal entre pares, conocimiento y maestro favorece un espacio de orientación donde se confrontan, validan y refutan una serie de procedimientos y generalizaciones que los estudiantes construyen, permitiendo así, guiar, promover y enriquecer el hecho de establecer relaciones entre variables y aclarar conceptos o terminología asociada a las relaciones de divisibilidad que se manejan de manera inadecuada, como es el "estar contenido y contener" (dificultad por diferenciar significado de significante).

Los niveles de observación y generalización se amplían cuando los estudiantes son motivados a explorar y resolver actividades matemáticas, en las que el análisis parte de de representaciones específicas, tales como tablas de datos, gráficas, patrones numéricos y configuraciones geométricas. Se evidencia una mayor dificultad para establecer relaciones, conjeturas y sistematización de las mismas, cuando son ellos los que tienen que buscar formas de representación para la información obtenida

Los estudiantes acceden a mejores formas de sistematización de ideas matemáticas después de que ellos hayan participado de la exploración de situaciones contextualizadas, en las que ponen en juego sus saberes previos en cuanto a niveles de representación y conceptualización. Procesos que son fortalecidos por la discusión colectiva con fin de negociar significados desde la confirmación o desaprobación de los distintos puntos de vista.

Las formas de razonamiento de los estudiantes siempre van a estar influenciadas por sus saberes previos y concretos, por lo tanto, orientar procesos de enseñanza de las matemáticas centrados en el desarrollo de ideas abstractas desfavorece el nivel reflexivo de los estudiantes. Por el contrario, hay que generar situaciones de contextualización matemática en los que los estudiantes exploren, comprueben y verifiquen el desarrollo de sus ideas, donde el docente oriente las diferentes reflexiones y discusiones de los alumnos y ayude a organizar las sistemáticamente las diferentes conceptualizaciones.

El tipo de preguntas realizadas por los estudiantes dan cuenta constantemente de sus dificultades para comprender enunciados o tienen la intención de buscar mecanismos de validación para sus afirmaciones y procedimientos seguidos para consolidar las soluciones a las problemáticas planteadas.

3. INDAGAR LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO AL FUNDAMENTAR IDEAS MATEMÁTICAS.

Las matemáticas escolares deben proporcionar a los estudiantes avanzar cada vez más en la elaboración de sus niveles de razonamiento, a partir de una adecuada enseñanza dirigida a la matematización de sus experiencias, donde el alumno pueda interactuar activamente con sus conocimientos previos y los conocimientos de sus *pares,* buscando estructurar así, nuevos conocimientos, que le permitan comprender y justificar adecuadamente las resoluciones dadas a los diferente problemas y situaciones planteadas por el profesor o la vida real.

Se debe tener en cuenta que los estudiantes a esta edad, todavía se apoyan de lo concreto para poder abstraer conclusiones o ideas matemáticas, pero, que es desde sus esquemas previamente estructurados, donde comienzan a fundamentar y justificar sus resultados, tratando de encontrarle el sentido a sus respuestas o procesos, ampliando así, su red conceptual. Es allí, donde el profesor pareciese convertirse en el *moderador* o en *el juez* de los procesos de los niños, no por que así sea, sino por que así se ha concebido, pues, él es quien valida y promueve el razonamiento que estos realizan en torno a alguna situación o problema matemático, manifestándose así en los alumnos, inseguridad al argumentar o lanzar nuevas hipótesis, no sólo porque se les dificulta la comprensión y resolución del problema, sino, porque no están habituados a trascender el modelo propuesto y mucho menos a exponer libremente sus ideas.

El estudiante trabaja conforme a lo que se le exige, siempre y cuando las *situaciones desequilibradoras* movilicen sus esquemas previos y le den la oportunidad de ampliar sus conocimientos, es decir, el estudiante es el producto del molde de la educación. Si se le pide que *opere* de determinada forma, así lo hará cada vez que se le presente el mismo modelo, pero si se le enseña a observar críticamente no encasillándose a un solo tipo de problemas, justificar libremente sus hipótesis, utilizar diferentes algoritmos para la resolución de un mismo problema y adaptarse a las exigencias de una situación problema utilizando reflexivamente todos los esquemas previos, este así, lo realizará, buscando no sólo solucionar el problema, sino, comprender la situación y generar nuevas formas de solución y aproximación a ésta.

CONCLUSIONES GENERALES

1. Se evidencia como el estudiante que se enfrenta a situaciones problema desde un aprendizaje colaborativo, se aproxima cada vez más a procesos de pensamiento propios de las matemáticas como la comunicación, el razonamiento, la argumentación y la resolución de problemas.

2. Desde la pedagogía activa es posible crear espacios de debate donde prima la libre comunicación, argumentación y confrontación de ideas, dando así un nuevo enfoque al concepto de disciplina en el aula.

3. La implementación en el aula de nuevas propuestas metodológicas, requiere de docentes investigadores dispuestos a transformar su praxis; buscando revaluar constantemente las concepciones que la fundamentan.

4. La sistematización permanente de la experiencia en el aula, proporciona los insumos necesarios para la cualificación de los procesos de enseñanza – aprendizaje.

5. Las plenarias colectivas para socializar los hallazgos en situaciones problema, se convierten en un espacio para la unificación de criterios y la organización del saber (conceptos, habilidades, algoritmos, estrategias…).

6. El trabajo colaborativo favorece las relaciones interpersonales, afianzando valores como el respeto a las expresiones del otro y la solidaridad ante los conflictos cognitivos.

BIBLIOGRAFIA

ACEVEDO CAICEDO, Myriam. Evaluación de logros en matemáticas. En “Alegría de enseñar #38”. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá. 1.999.

AUSUBEL., David P, NOVAK., Joseph D, y HANESIAN., Helen, Psicología Educativa. 1991.

CARRETERO., Mario, Constructivismo y Educación, 1994.

CONTRERAS, L.C. La resolución de problemas, ¿Una panacea metodológica? En: Enseñanza de las Ciencias. No. 5 (1987); p. 49-52.

DEBRAVO, Jorge. Aprendizaje significativo: de la transformación en las concepciones acerca de las formas de interacción. En: Revista de Ciencias sociales. Universidad de Costa rica. No. 94, 2001; p.19-34.

GRUPO OCEANO, Aprendizaje, 2001-2003.

LIZARAZO., Isidro Aníbal, El constructivismo un cambio conceptual desde la teoría. En: Perspectivas. No. 11, Agosto de 2002, p. 18-22.

MESA, Orlando. Criterios y Estrategias para la Enseñanza de las Matemáticas. Serie Publicaciones para maestros. Ministerio de Educación Nacional. 1997.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Estándares Curriculares en Matemáticas. 2003.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Lineamientos curriculares de Matemáticas, 1998.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, Propuesta de Programa Curricular. Noveno grado. Santa fé de Bogotá, D. C. 1991

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas, Implicaciones para la Evaluación. 1999.

MORENO ARMELLA, Luis y otra. Fundamentación cognitiva del currículo de Matemáticas. Capítulo 3. Centro de investigación y estudios avanzados. México.

MÚNERA C, John Jairo; BUILES G, Gabriela. La enseñanza de las matemáticas a través de situaciones problemas. En: TERCER ENCUENTRO REGIONAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS. Medellín.

MUNERA., John Jairo, Las Situaciones Problema como Fuente de Matematización, En: Cuadernos pedagógicos No.16. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Medellín., Agosto 2001.

La didáctica de las matemáticas. Capítulo I de su tesis doctoral, “El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano”. Publicado en: Parra, Cecilia e Saiz, Irma. Didáctica de matemáticas (compilación).

OBANDO Z, Gilberto. Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. Documento.

SANTOS T., Luz Manuel. Problematizar el estudio de las matemáticas: un aspecto esencial en la organización del currículum y en el aprendizaje de los estudiantes. En: Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas. Bogotá, D.C. Ministerio de Educación Nacional, Diciembre 2001- Enero 2002.

SCHOENFEL, Alan. La Enseñanza del Pensamiento Matemático y la Resolución de Problemas. En: Currículo y cognición. Compiladores Lauren B. Resnick y Leopold E. Klopfer.

- VASCO U, Carlos E. El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas. En: Un Nuevo Enfoque para la Didáctica de las Matemáticas. Vol. 2; p 10-11.
- VASCO U, Carlos E. Las matemáticas escolares en el año 2001. En: Boletín de la RED en Educación Matemática. No. 1, Año 1.
- VERSCHAFFEL, Lieven; DE CORTE, Eric. Número y aritmética. Documento.
- ZAMBRANO., Alfonso Claret, El constructivismo según Ausubel, driver y Vygotsky, En: Actualidad Educativa, No. 12. 1996, p.20-31.

ANEXOS

ANEXO Nº 1

ENCUESTA A LAS PROFESORAS

- ¿Cuales son los principales instrumentos que utiliza para la enseñanza de las matemáticas?

- ¿Cuáles son las principales estrategias que utiliza más a menudo en la enseñanza de las matemáticas?

- ¿Cómo evalúa la adquisición de nuevos conceptos en el área de matemáticas?

- ¿Como ha sido su experiencia como estudiante en el área de las matemáticas? Tenga en cuenta desde su primaria.

ANEXO Nº 2

ENTREVISTA A LOS ESTUDIANTES

- ¿Cuál es la materia que más les gusta? ¿por qué?
- ¿Les gusta las matemáticas y por qué?
- ¿Qué temas han visto y aprendido en matemáticas y cual de esos temas les han parecido más difícil y más fácil? ¿Porque?, puedes dar un ejemplo.

ANEXO Nº 3

ENCUESTA A LOS PADRES DE FAMILIA

ESCUELA SANTA INÉS
CALDAS – ANTIOQUIA

Apreciados Padres de Familia:

La siguiente encuesta tiene el objetivo de actualizar algunos datos importantes de la comunidad educativa, valiosos para el proceso de enseñanza y aprendizaje y en especial para el proyecto de práctica en matemáticas que esta actualmente desarrollándose en los grados 4to y 5to de ambas jornadas de la Institución.

Le rogamos responder de forma sincera, y de antemano muchas gracias por su colaboración.

FECHA:

DATOS PERSONALES

Nombre

____

Fecha de Nacimiento Día____ Mes____ Año_____ Edad__________

Sexo Femenino________ Masculino___________

Lugar de Residencia Municipio______________Barrio_______________

Dirección________________ Estrato______ Teléfono _______________

Vives en casa propia? ____ Vives en casa arrendada?_________________

Que Medio de Transporte utilizo para llegar a la escuela?

Bus__ Colectivo____ Caminando___ Transporte___ Moto____ Otro____

DATOS FAMILIARES

Personas con las que vivo:

Nombre	Edad	Escolaridad	Ocupación o Actividad	Parentesco

¿Cuales son los ingresos promedios mensuales por familia?

_________ Menos de 1 salario mínimo legal
_________ Entre 1 y 2 salarios mínimo legal
_________ Entre 2 y 3 salarios mínimo legal
_________ Entre 3 y 4 salarios mínimo legal
_________ Entre 4 y 5 salarios mínimo legal

HISTORIA MÉDICA DEL ESTUDIANTE

Peso___________ Estatura ___________

Enfermedades sufridas durante la infancia

____

____

Enfermedades que padece actualmente

____

____

Medicamentos que utiliza actualmente y de forma permanente

____

¿Qué vacunas te hace falta para completar tu esquema de vacunación?

____

Perteneces al restaurante escolar? Si_____ No____

ANEXO N. 4

TALLER # 1 PRUEBA INICIAL

ESCUELA SANTA INÉS
TALLER #1

NOMBRE: ___________________________________ GRUPO: _______

1. Encuentre el mayor número que al mismo tiempo divide a los números 24 y 36

2. Encuentre el menor número que al mismo tiempo contiene exactamente a los números 4, 9 y 12

3. Encuentre todas las maneras como podemos empacar 36 bolas de cristal en bolsas de que contengan cada una la misma cantidad.

4. Encuentre el Máximo común divisor de 18 y 24

5. Encuentre el Mínimo común múltiplo de 9 y 6

6. Si se sabe que la descomposición en números primos de un número es 2x2x3x5, diga cual es el número.

ANEXO 5

TALLER N.2 PRUEBA INICIAL

ESCUELA SANTA INÉS
TALLER #2

NOMBRE: ___________________________________ GRUPO: _______

1. Sea 2☐3 un número de tres cifras donde una de ellas se desconoce. ¿Qué dígito debe ir en el cuadrito para que el número compuesto por los tres dígitos sea divisible por 3. Explique.

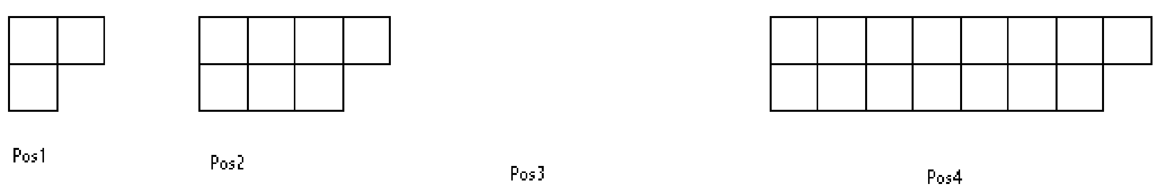
2. Para que el número de tres dígitos 39☐ sea divisible por 6, ¿qué dígito tendrá que ir en el cuadrito?. Explique

3. Observe las relaciones entre los números de las tablas y complete los que hacen falta:

1	2		8
3		12	24
9	18		72

Explique porque dichos números van en los espacios en blanco.
¿Tienen alguna relación los números de la tabla con algún número en especial?

4. Dado el siguiente arreglo de figuras, dibuja la que hace falta en la posición tres.



¿Cuantos cuadritos tendrá la figura de posición 6? .Explique el porque

¿Es posible que la figura de la posición 8 tenga 34 cuadritos? Explique

ANEXO 6

TALLER N. 3 PRUEBA INICIAL

ESCUELA SANTA INÉS
TALLER #3

NOMBRE: ___________________________________ GRUPO: _______

1. Supongamos que la Cruz Roja de la escuela, en la jornada de la tarde, tiene dos representantes, uno del grado 4º y otro de 5º. Los dos acuerdan la atención de la siguiente manera: el de 4 se presenta a la sede de la Cruz Roja cada 15 minutos por si hay alguien para atender, y el de 5º cada 20. ¿A los Cuántos minutos se encontraran por primera vez los dos representantes?. ¿Si el servicio empieza a las 2:00pm es posible que encuentren a las 3:45pm?

2. El grado 5ºA y 5ºB de la escuela han comprado bolsas idénticas de chocolatinas. Si 5ºA compró 18 chocolatinas y 5ªB 12 ¿cuántas bolsas de chocolatinas compraron entre los dos quintos?

3. Las 18 profesoras de una escuela y los 42 estudiantes de un 5º programaron la despedida. Acordaron que en todos los comedores se sentará la misma cantidad de personas. Como debemos dividir cada grupo, sin que se mezclen profesoras y estudiantes, de modo que se economicen mesas.

4. Entre los dos grupos de grado quinto de la escuela hay un total de damas comprendido entre 65 y 80. Si se filan de 6 en 6 ó de 9 en 9 ó 3 en 3 no sobra ninguna niña. Entonces, ¿Cuántas niñas hay en total entre los dos quintos de la escuela?

ANEXO 7

RESEÑA BIBLIOGRÁFICA DE ESTUDIO EXPERIMENTAL

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA **FORMATO DE REVISIÓN BIBLIOGRAFICA** **ESTUDIO EXPERIMENTAL**
REFERENCIA: **AREA:** **DISCIPLINA:** **TIPO DE TEXTO:**
PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN:
ASPECTOS METODOLÓGICOS CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA: (tamaño, edades, aspectos sociodemográficos) **INTRUMENTOS: (descripción de materiales, situación experimental).** **PROCEDIMIENTO: (Condiciones de realización del estudio o formas de intervenir).**
RELEVANCIA DEL TEMA:
APORTES:

RESULTADOS:
PALABRAS CLAVES:

ANEXO 8

RESEÑA BIBLIOGRÁFICA DE ESTUDIO TEÓRICO

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA FORMATO DE REVISIÓN BIBLIOGRAFICA ESTUDIO TEORICO		
REFERENCIA:		
AREA:	**DISCIPLINA:**	**TIPO DE TEXTO:**
PROBLEMÁTICA: (OBJETO DE DISCUSIÓN).		
RELEVANCIA DEL TEMA:		

APORTES:
CONCLUSIONES:
PALABRAS CLAVES:

ANEXO 9

GUIAS

DE TRABAJO EN CLASE

ANEXO 9.1

GUIA DE TRABAJO # 1

El juego del parqués

Nombre: ________________________________ Grado: _______

Para iniciar el juego debes: 1. Seleccionar una ficha de color diferente a la de tus compañeros.
2. Escoger un número del 1 al 9, con el que deberás Recorrer todo el tablero desde tu punto de salida hasta llegar nuevamente a él. # *escogido*: ____
3. En una hoja debes ir registrando las casillas que vas acumulando en cada turno, así:

# turno	# casillas

Al finalizar el juego responde las siguientes preguntas:

a) ¿Durante el recorrido te encontraste con algún compañero?, ¿Cuál era su número para hacer el recorrido?, ¿En qué turno te encontraste con él? Anótalo en la tabla.

b) ¿Lograste llegar exactamente a tu punto de salida con el número que elegiste?

c) ¿Con qué otros números podrías llegar al punto de salida exactamente?

ANEXO 9.2

GUIA DE TRABAJO # 2

Juego "La Ficha Ganadora"

Recursos:

- 50 fichas de 3 x 3 enumeradas consecutivamente.
- Papel y lápiz
- Dos jugadores

Descripción de la actividad:

Se sorteará la salida entre los dos jugadores.

En la jugada de apertura el número elegido ha de ser par. Cada uno de los jugadores va retirando alternadamente una de las fichas de la mesa; las fichas retiradas no se reponen ni se entran nuevamente al juego; salvo en la jugada de apertura, cada uno de los números elegidos tiene, o bien que ser divisor exacto del anterior o ser múltiplo de él.

El primer jugador que no pueda elegir tarjeta pierde, o, para que el juego continúe, el último jugador que eligió tarjeta, sacará otra tarjeta nuevamente, y en este caso el ganador será quien acumule mayor cantidad de tarjetas.

Bibliografía:
Autor: Uriel Gonzáles M.
Investigación y Ciencia # 248 Mayo de 1997. España.
Modificado: 23 de mayo de 2000
13 de agosto de 2002

ANEXO 9.3

GUIA DE TRABAJO # 3

ESCUELA SANTA INÉS

FECHA:__________________

NOMBRE:______________________________ GRUPO:______

	2	4	6	8
10	12	14	16	18
20	22	24	26	28
30	32	34	36	38
40	42	44	46	48
50	52	54	56	58

1. Con base en la tabla anterior, encuentra todas las series de números en sentido horizontal, vertical y diagonal que correspondan a los múltiplos de algún número. En cada caso escribe la serie.

2. Teniendo en cuenta los números de la tabla, escribe todas las relaciones que encuentres entre los números, explicando en cada caso el por qué.

3. Qué relaciones puedes establecer entre los números que están en los cuadros sombreados?

4. Suponiendo que continúa la serie, los números 121 y 210 estarían incluidos en la tabla? Justifica tu respuesta.

ANEXO 9.4

GUIA DE TRABAJO # 4

ESCUELA SANTA INÉS

FECHA:___________________

NOMBRE:________________________________ GRUPO:______

0	3	6	9	12
15	18	21	24	27
30	33	36	39	42
45	48	51	54	57
60	63	66	69	72

1. Con base en la tabla anterior, encuentra todas las series de números en sentido horizontal, vertical y diagonal que correspondan a los múltiplos de algún número. ¿Cuál es ese número?. En cada caso escribe la serie.

2. Teniendo en cuenta los números de la tabla, escribe todas las relaciones que encuentres entre los números, explicando en cada caso el por qué.

3. Suponiendo que continúa la serie, los números 175 y 280 estarían incluidos en la tabla? justifica tu respuesta.

ANEXO 9.5

GUIA DE TRABAJO # 5

ESCUELA SANTA INES

Caldas 8 de Octubre del 2002.
Estudiantes Grados 4to y 5to.

Queridos Amigos:

El motivo de mi carta es para solicitarles su colaboración en la organización de la fiesta que se va a realizar el día de los niños. Como son tan buenos para las matemáticas, acudí a ustedes para que me ayuden a solucionar una dificultad que tengo y es la siguiente: El 31 de Octubre se tiene planeada una tarde recreativa en la institución, para ello necesitamos distribuir a los alumnos que va a asistir.

- De primero irán 36 niños y niñas.
- De segundo irán 48 niños y niñas.
- De tercero irán 72 niños y niñas.

Ustedes deberán formar grupos de diferentes juegos en cada salón, de tal manera que se forme el menor número de grupos y que en todos ellos haya la misma cantidad de niños.

1. Escriban todas las cantidades posibles para repartir a los niños de:
   - Primero:
   - Segundo:
   - Tercero:
2. Si se desea que en todos los grupos queden la misma cantidad de niños, ¿ Cuáles serán las posibles cantidades de niños en cada grupo ?
3. Si queremos que quede la mayor cantidad de niños en los grupos, ¿ De a cuántos quedará ? (recuerda que son cantidades iguales).

Les agradezco su valioso aporte para hacer de la fiesta un ejemplo de organización y éxito.
Atentamente,

DIRECCIÓN ESCUELA SANTA INES.

ANEXO 9.6

GUIA DE TRABAJO # 6

ESCUELA SANTA INES

FECHA:
GRADO:
NOMBRES:

0	**2**	**4**	**6**	**8**
10	**12**	**14**	**16**	**18**
20	**22**		**26**	
	32	**34**		**38**
40			**46**	
		54		

1. Analiza y completa la tabla.

2. Con base en la tabla anterior, encuentre todas las series de números en sentido:

Horizontal:

Vertical:

Diagonal:

3. Teniendo en cuenta los números de la tabla, escriba todas las relaciones que encuentren entre los números explicando en cada caso el por qué.

4. Suponiendo que continúa la serie, los números **328** y **1004**, estarían incluidos en la tabla, justifiquen la respuesta.

ANEXO 9.7

GUIA DE TRABAJO # 7

ESCUELA SANTA INES

FECHA:
GRADO:
NOMBRES:

0	**5**	**10**	
20		**30**	
40			
	65		**75**
80		**90**	**95**

1. Analiza y completa la tabla.

2. Con base en la tabla anterior, encuentre todas las series de números en sentido:

Horizontal:

Vertical:

Diagonal:

Que correspondan a los múltiplos de algún número. ¿ Cuál es ese número ?. Escribe la serie.

3. Teniendo en cuenta los números de la tabla, escriba todas las relaciones que encuentren entre los números explicando en cada caso el por qué.

4. Suponiendo que continúa la serie, los números **200** y **165**, estarían incluidos en la tabla, justifiquen la respuesta.

ANEXO 9.8

GUIA DE TRABAJO # 8

ESCUELA SANTA INES

FECHA:
GRADO:
NOMBRES:

0	**3**	**6**
9		**15**
18	**21**	
	30	**33**
36		**42**
45		

1. Analiza y completa la tabla.

2. Con base en la tabla anterior, encuentre todas las series de números en sentido:

Horizontal:

Vertical:

Diagonal:

Que correspondan a los múltiplos de algún número. ¿ Cuál es ese número ?. Escribe la serie.

3. Teniendo en cuenta los números de la tabla, escriba todas las relaciones que encuentren entre los números explicando en cada caso el por qué.

4. Suponiendo que continúa la serie, los números **108** y **159**, estarían incluidos en la tabla, justifiquen la respuesta.

ANEXO 9.9

GUIA DE TRABAJO # 9

ESCUELA SANTA INES

FECHA:
GRADO:
NOMBRES:

88	**92**	**96**	**100**	**104**
108	**112**	**116**	**120**	**124**
		136		
148		**156**		**164**
168			**180**	
	192		**200**	

1. Analiza y completa la tabla.

2. Con base en la tabla anterior, encuentre todas las series de números en sentido:

Horizontal:

Vertical:

Diagonal:

Que correspondan a los múltiplos de algún número. ¿ Cuál es ese número ?. Escribe la serie.

3. Teniendo en cuenta los números de la tabla, escriba todas las relaciones que encuentren entre los números explicando en cada caso el por qué.

4. Suponiendo que continúa la serie, los números **340** y **480**, estarían incluidos en la tabla, justifiquen la respuesta.

ANEXO 9.10

GUIA DE TRABAJO # 10

SOPA DE NÚMEROS

ESCUELA SANTA INÉS
Fecha:
Nombre:

1	**7**	**6**	**2**	**1**
2	**3**	**5**	**3**	**1**
6	**3**	**5**	**3**	**1**
8	**4**	**7**	**1**	**0**
7	**3**	**5**	**5**	**8**
8	**1**	**3**	**3**	**5**

1. Busca en cualquier dirección los números de 2 cifras que sean divisibles por 2, por 3 o por 6, y úsalos para llenar la tabla que encuentras en la parte de abajo de la hoja.

2. Analizando lo realizado en el punto anterior, trata de encontrar una manera de saber cuándo un número es divisible por 6 sin necesidad de aplicar la operación de la división.

#s divisibles por 2	#s. Divisibles por 3	#s. Divisibles por 6

3. Teniendo en cuenta el análisis que haz hecho, busca en la sopa de números y en cualquier sentido, números de 3 cifras que sean divisibles por 6.

4. El 1☐ ☐ 5 , es un número de cuatro dígitos donde dos de ellos se desconocen. ¿Qué números podrían ir en los cuadritos para que el número obtenido sea divisible por 6? Explique

ANEXO 9.11

GUIA DE TRABAJO # 11

CARRERA DE OBSERVACIÓN

Se unirán los grados cuarto y quinto en cada jornada para el trabajo de este día. Con anticipación se escogieron 8 estudiantes por grado, de manera voluntaria, éstos serán los capitanes de cada equipo de trabajo y a cada uno de ellos se le dará las siguientes instrucciones:

FORMATO 1. Instrucciones para el Capitán del Equipo
Tu misión en esta aventura será conducir a tu equipo por “La Ruta del Poder Matemático”, superando los obstáculos que en ella se encontrarán.

Funciones:
1. Promover el trabajo cooperativo
2. Evitar que alguno de los miembros de tu equipo se retire del juego, pues esto descalificará al grupo.
3. Vigilar que cada uno de tus compañeros realice la actividad propuesta en cada base.

Tu primera misión, si decides aceptar este desafío, será:

Conformar tu equipo teniendo en cuenta las siguientes condiciones: la cantidad de integrantes de tu equipo es un número divisor de 30, que es un número primo y mayor que4.

El número de integrantes de tu equipo debe ser_____.
Ahora selecciona a tus compañeros.

Nombre del Equipo:
Nombre de los integrantes:

FORMATO BASE 1
El primero obstáculo que encontrarán en la ruta es una inundación, y para poder superarlo deben leer con mucha atención y encontrar la respuesta correcta al siguiente enunciado:

Los números 1082, 382, 6004, no son divisibles por 9. modifica una o dos cifras de cada número para que sea posible su divisibilidad por 9.

_________ _________ _________

Si ya escribieron su respuesta, pueden ir donde el juez de la base 1 para ser calificados

Puesto #______

¡¡Bravo!! Prueba superada. Puedes pasar a la siguiente base

FORMATO BASE 2

Nombre del equipo:

Nombre del estudiante: Grado:

¡Peligro!, están ante un incendio forestal, apresúrense a resolver el siguiente enigma para así salvar el bosque.

De las siguientes claves, seleccione las que le corresponde a cada número ye scriban las letras al frente:

CLAVES

A. Es un múltiplo de 3

B. Es un múltiplo de 2

C. Es un múltiplo de 5

D. Es un número menor que 20

E. No es par

F. Es par

G. Es mayor que 20

H. No es múltiplo de 10

I. No es un múltiplo de 4

J. Es divisor de 100

K. Es menor que 10 y sólo es divisible por él mismo y por la unidad.

NÚMEROS

El número es 15 Claves___________

El número es 3 Claves___________

El número es 25 Claves___________

El número es 50 Claves___________

Si ya terminaron, pueden ir donde el juez de la base 2 para ser calificados.

Puesto #_______ Puntaje________

FORMATO BASE 3

Nombre del equipo:

Nombre del estudiante: Grado:

¡Agarrense fuerte y cuidado con lo que cae!, esta sucediendo un gran terremoto. Debes salir lo más pronto posible de esta base. Lancen el dado 3 veces; con los números obtenidos en cada lanzamiento conformen un solo número de 3 cifras y escriban mínimo 5 divisores de éste.

El número es__________
Los divisores son________, _______, _______, _______, _______, ________, _______,
________, ________, _________.
Puesto #________ Puntaje_______
Prueba superada. Pueden pasar a la base # 4.

FORMATO BASE 4

Nombre del equipo:
Nombre del estudiante: Grado:

¡Alerta!, ha habido un derrumbe y una montaña de números obstaculiza el paso. La manera de superarla es retirando de allí el menor número que a la vez contenga exactamente a los números 4 y 6.
El número es_______

Y el menor número que a la vez contenga exactamente al 5 y al 6.
El número es_______

¿Listo?, pasa a la siguiente base.
Puesto #_______ Puntaje_______

FORMATO BASE 5

Nombre del equipo:
Nombre del estudiante: Grado:

¡Pilas!, se acercan a la meta y sorpresas encontraran, pero antes la última prueba tendrán que pasar.

En la cueva final hay un cuadro mágico que tendrás que descifrar, y así con las claves de Harry Potter, el poder matemático les llegará.
Deben sustituir los símbolos por números teniendo en cuenta las pistas. Todas las filas y columnas suman igual.

PISTAS:

●	**24**	□	**20**	**3**
4	×	**25**	♦	**16**

Primer número primo de dos cifras ●
Máximo común divisor (14, 21,35) □
Mínimo común múltiplo (6, 4, 3) ×
Mínimo común múltiplo (♦, 3)=24

17	**5**	**13**	**21**	**9**
10	**18**	**1**	**14**	**22**
23	**6**	**19**	**2**	**15**

¡Prueba superada y meta alcanzada!.
Puesto #______ Puntaje________

Puntaje total:_______
Felicitaciones.

ANEXO 9.12

GUIA DE TRABAJO # 12

ESCUELA SANTA INES

NOMBRE:
FECHA:
GRADO:

Bart Simpson, en los Estados Unidos, es muy famoso y todos sus amigos pueden llamarlo. Los niños colombianos deben hallar su código secreto para establecer comunicación con él; sigue paso a paso las pista que él nos ha mandado y descubre cuáles serán las posibles claves para llamarlo.

Paso 1:
Con los números que hay en el teclado forma todas las parejas posibles teniendo en cuenta que la suma de los dígitos de cada pareja debe dar como resultado 9

Paso 2:
Debes buscar un número que divida exactamente a todas las parejas que encontraste.

Paso 3:
Forma otros números uniendo dos o más parejas de las encontradas en el paso 1 y responde: ¿Es posible dividir estos números por el mismo número que hallaste en el paso 2 obteniendo como residuo cero? Justifica tu respuesta.

ANEXO 10

TALLER (PRUEBA FINAL)

ESCUELA SANTA INES

NOMBRE:____
GRUPO:_________

1. En la escuela Santa Inés se compraron tres rollos de cinta navideña para decorarla. Los rollos contienen: 60 metros, 45 metros y 30 metros, respectivamente. Para hacer los adornos se requiere que todos los pedazos de las cintas sean iguales ¿Cuál es la mayor medida que puede tener cada uno de los pedazos?

2. Los libros de la escuela Santa Inés son más de 100 y menos de 150. Si sabemos que los podemos empacar en cajas de 6 libros, de a 10 libros o de a 15 libros, sin que sobre ni falte ninguno, ¿Cuántos libros tiene exactamente la Escuela?

3. Para el número de 3 dígitos 3 9 □ sea divisible por 6, ¿Qué digito tendrá que ir en el cuadrito?, Explique.

4. Observe las relaciones entre los números de las tablas y complete los que hacen falta:

1	**2**		**8**
3		**12**	**24**
9	**18**		**72**

Cada vez que escriba un número en una casilla, explique porque va allí dicho número.

5. Sea 2 □ 3 un número de 3 cifras, donde una de ellas se desconoce. ¿Qué digito debe ir en el cuadrito para que el número compuesto por los tres dígitos, sea divisible por 3. Explique.

6. Encuentre todas las maneras como podemos empacar 36 bolas de cristal en bolsas que contengan cada una la misma cantidad.

ANEXO 11

GUÍA DE OBSERVACIÓN

F1. Observación de características del trabajo colectivo.

1. Hay actitud positiva o propuestas de acción y solución?
2. Hay participación en las discusiones, tanto en las plenarias como en el trabajo en equipos?
3. Ante los conflictos y desequilibrios, cuál fue la actitud del grupo?
4. Muestran interés y compromiso por las actividades trabajadas?
5. Se adaptan con facilidad al trabajo grupal?

F2. Vinculación entre el saber previo del estudiante y los nuevos conocimientos.

1. Intenta justificar con habilidad sus planteamientos de manera oral o escrita?
2. Utilizan terminología y estrategias matemáticas en sus explicaciones?
3. Para sus explicaciones se apoyan de representaciones como tablas, gráficas, diagramas y símbolos, entre otros?
4. Reconocen patrones o estructuras?
5. Cometen frecuentemente errores al utilizar terminología y estrategias matemáticas?
6. Intentan hacer generalizaciones?

F3. Indagar los niveles de razonamiento al fundamentar ideas matemáticas.

1. Hay fijación en lo concreto, ó hay intentos de abstraer?
2. Toman decisiones desde lo subjetivo, ó desde argumentos lógicos?
3. Concluyen a partir de los resultados obtenidos y analizan su validez?

F4. Participación de los estudiantes a partir de preguntas y su frecuencia.

ANEXO 12

CATEGORIZACIÓN

1. Características del Trabajo Colectivo.

Hay actitud pasiva o propuestas de acción y solución.	**Julio 30 de 2002 (juego del parqués)** - Algunos niños esperan que los demás trabajen y le proporcionen la respuesta. (diario 0/02, Mónica y Esperanza) - Piden trabajar en grupo (diario 0/02, Paola) - Desorden e indisciplina (diario 0/02, Paola) - Actitud propositiva por la dinámica de la actividad (diario 2/03) - Gran participación en la socialización (diario 3/03) - Los estudiantes manifiestan abiertamente sus ideas o propuestas(3/03) ***Septiembre 3 de 2002*** -Activa y productiva. -Verbalizan con mayor confianza, seguridad y fluidez sus apreciaciones, sin temor a que éstas sean refutadas. -Están en disposición de escuchar otros puntos de vista que validen o confronten sus conjeturas. **Septiembre 17 (criterios de divisibilidad)** -Establecieron criterios de divisibilidad Jenny A. Soto -Más la situación generó una atmósfera de cooperativismo. **Septiembre 24 de 2002 (problema de Javier)** - Los estudiantes tiene propuestas de acción y solución (E/24/9) - La mayoría de los estudiantes participan (A/24/09) - En algunos niños hay actitud pasiva (E/24/9) - Hay diferentes reacciones frente a una pregunta o problema (E/24/9) - “Realizan la mayoría de los problemas” (A/24/09) - La participación ha mejorado notoriamente (E/24/9) - Hay aceptación de las actividades y de las intervenciones (E/24/9) - “todos los niños tuvieron un acercamiento a su definición” refiriéndose a múltiplo (E/24/9). - Trabajar conceptos en sesiones anteriores garantiza una participación en posteriores (E/24/9)

	Octubre 1 de 2002 (elaboración de manillas) - Hay participación por parte de los estudiantes durante las situaciones. - Los niños y niñas Realizan las situaciones con entusiasmo. Juego de bases - Cada integrante proponía soluciones. - Algunos estudiantes, a pesar de hacer parte de un grupo, trabajaron solos. **Octubre 29 de 2002** -Al interior de cada equipo surgieron diferentes propuestas de solución para esta situación. -Durante la socialización la actividad de los niños fue propositiva
Participación en las discusiones, tanto en las plenarias como en el trabajo en equipo	***Julio 30 de 2002*** - En las socialización participan la mayoría de los estudiantes (0/02, Paola) - Después de entender la dinámica de la actividad, el trabajo dejó de ser en equipo y se convirtió en trabajo individual. (3/03). - Los estudiantes se muestran respetuosos y atentos ante las intervenciones de sus compañeros. (3/03) ***Septiembre 17*** -Participación constante incluso de aquellos que no lo hacían. -Valoran el trabajo de su compañero, más aportan valiosamente a la socialización. -Los estudiantes expusieron algunas relaciones encontradas en la situación. -El trabajo por parejas fue bueno y compartido. ***Septiembre 24*** - La mayoría de los estudiantes participaron en las discusiones grupales (A/24/09) - En esta ocasión participaron dando definición de Términos como: “número par, numero impar, múltiplo de un número y divisor” (A/24/09) - Las preguntas motivan a la socialización (E/24/9) - Dan a conocer sus concepciones a través de la participación y el debate (A/24/09)

	- Hay compromiso frente al trabajo a desarrollar (A/24/09) - “Algunos niños y niñas compartían su propia construcción y se valoraba cada una de ellas, para juntos intentar construir una sola” (E/24/9) ***Octubre 1*** - “la mayoría de niños participaron en la solución a la situación problema (A/1/10) - Participaban manifestando “no entender el sentido de las preguntas” (A/1/10) - Participan por motivaciones externas - “los niños estuvieron muy interesados y comprometidos (K/1/10) - Participan desde “sus saberes y aproximaciones” (A/1/10) **Juego de bases** - Liderazgo de parte de algunos estudiantes. -Dificultad en algunos estudiantes para verbalizar sus pensamientos y hacerse entender, a pesar de haber comprendido el concepto. **Octubre 29** -Las apreciaciones, hipótesis y conjeturas realizadas por los niños motivaban a otro tipo de observaciones en el grupo. -En la plenaria se notó mucho sentido de pertenencia. (Participación activa). -Hubo acompañamiento con los estudiantes menos aventajados.
¿Ante los conflictos y desequilibrios, cuál fue su actitud?	***Julio 30/02*** - Recurren frecuentemente a consultar a las maestras o a sus compañeros (2/03). - Son perseverantes. - Recurrían a estrategias según sus preconceptos. (Ej. Santiago. 3/03) - Recurren a llevar al plano de lo concreto las ideas para verificar hipótesis. (3/03). ***Septiembre 3/02*** -Se muestran receptivos a Las preguntas y confrontaciones que se les hace constantemente, no solo por parte de las maestras

	orientadoras sino también de sus mismos compañeros. -“El problema” de la situación debido a su complejidad, generó conflicto cognitivo en muchos niños y niñas, repercutiendo en la búsqueda de explicación y ayuda a Los profesores. -Dicho problema (segunda parte), causó desequilibrio, pasando de un estado dinámico a uno de confusión, ya que la pregunta era de índole tradicionalista. -Se mostraron muy comprometidos con el trabajo. -A pesar de caracterizarse el taller por cierto grado de complejidad, los educandos no perdieron el entusiasmo y el interés para resolverla, ni se negaron a trabajar en ella. -Constantemente preguntaban tratando de dar respuesta a la totalidad del taller evaluativo. -Al ser ésta una actividad familiar para ellos (estructura de pregunta-respuesta) esto ayudó a aclarar dudas y errores cometidos en sus respectivos trabajos. ***Septiembre 17/02*** -Lograron estructurar conceptos específicos. -Más manifiestan ausencia de comprensión lectora. -Buscan constantemente orientación sobre el sentido de las preguntas o aprobación de los procedimientos utilizados. -Lograron estructurar conceptos específicos. -Más manifiestan ausencia de comprensión lectora. -Buscan constantemente orientación sobre el sentido de las preguntas o aprobación de los procedimientos utilizados. ***Septiembre 24/02*** - Cuando se confirma conocimientos adquiridos son pocos los conflictos y desequilibrios que se generan (E/24/9) - El 90 % de los estudiantes manifestaron facilidad para resolver el problema (A/24/09) - Las principales dificultades que desequilibran los niños y niñas son falta de comprensión lectora. **Octubre 1/02** -Uno de los principales conflictos estaban relacionado con la “comprensión lectora del planteamiento” (A/1/10) - Se apoyan del practicante “Buscaron que sus respuestas fueran validadas como correctas o no por los profesores” (A/1/10) **Juego de bases**

	- Falta de comprensión inicial de enunciados. - Poca utilización de estrategias recién aprendidas, recurriendo a los viejos mecanismos de solución. **0ctubre 29/02** -Dialogan con los compañeros, con los otros equipos o piden asesoría al maestro
¿Muestran interés y compromiso por las actividades planteadas?	***Julio 30/02*** - Algunos niños pierden interés cuando no se les permite participar constantemente por darle oportunidad a otros niños. (0/02, Mónica y Esp) - Muestran expectativa por las actividades, no reflejan preocupación por la evaluación aprobación o desaprobación), por tal razón hay mucha disposición. (2/03) - Hay disposición permanente y actitud de trabajo en la socialización (3/03). ***Septiembre 3/02*** -Se mostraron muy comprometidos con el trabajo. -A pesar de caracterizarse el taller por cierto grado de complejidad, los educandos no perdieron el entusiasmo y el interés para resolverla, ni se negaron a trabajar en ella. -Constantemente preguntaban tratando de dar respuesta a la totalidad del taller evaluativo. -Al ser ésta una actividad familiar para ellos (estructura de pregunta-respuesta) esto ayudó a aclarar dudas y errores cometidos en sus respectivos trabajos. ***Septiembre 17/02*** -El interés se vio reflejado en el compromiso que cada equipo asumió con el taller realizado. -Más la actividad logró cautivar toda la atención y disponibilidad para el trabajo a desarrollar. -Tanto en la realización del taller como en la socialización, el interés y compromiso fue permanente. ***Septiembre 24/02*** - "Todo el grupo manifestó mucho compromiso durante la sesión" (A/24/09)

	- El problema fue un desafío para ellos, de manera que se concentraron desarrollándolo (A/24/09) - Hay compromiso por el trabajo realizado en clase. - Falta compromiso por el trabajo enviado para la casa - Hay quienes no muestran interés en las actividades pero sin embargo las realizan (E/24/9) **Octubre 1/02** - "Los niños estuvieron muy interesados y comprometidos" (K/1/10) - El material concreto motiva el trabajo "Utilizar lana de colores estimulo y motivo a trabajar con más ganas" (K/1/10) - Hay interés para el trabajo "El 80% de los estudiantes aproximadamente, expresaron interés por solucionar los interrogantes" (A/1/10) - El trabajo entre ellos es cooperativo, responsable y de confrontación, lo que evidencia compromiso e interés (A/1/10) **juego de bases** - Gran motivación por la dinámica de la actividad; atención y compromiso constante **Octubre 29/02** En general manifestaron interés y compromiso, se evidencia en sus registros.
¿Se adaptan con facilidad al trabajo grupal?	***Julio 30/02*** - Hay entusiasmo por el trabajo en equipo, y mayor productividad (2/03) - Hay discriminación hacia algunos estudiantes. (3/03) ***Septiembre 3/02*** -Algunos estudiantes se muestran un poco egoístas con sus procedimientos y respuestas. -Otros comparan cada uno de Los puntos con sus demás compañeros, (llegando a descubrir que. Los talleres evaluativos eran diferentes en su contenido). -Se presenta una comunicación permanente entre todos Los integrantes Del grupo. -Se mostraron muy comprometidos con el trabajo. -A pesar de caracterizarse el taller por cierto grado de complejidad, Los educandos no perdieron el entusiasmo y el interés para resolverla, ni se negaron a trabajar en ella. -Constantemente preguntaban tratando de dar respuesta a la totalidad Del taller evaluativo.

	-Al ser ésta una actividad familiar para ellos (estructura de pregunta-respuesta) esto ayudó a aclarar dudas y errores cometidos en sus respectivos trabajos. **Septiembre 17/02** -Reconocen la importancia del trabajo grupal. -Más pocas parejas manifestaron descontento. -La gran mayoría se adaptó con facilidad al trabajo en equipo. ***Septiembre 24/02*** - Han mejorado en la participación durante la socialización "piden la palabra para participar y hay respeto cuando algún compañero esta hablando" (E/24/9) - Hay que seguir mejorando en el trabajo en grupo (E/24/9) - "Respetaban las definiciones de sus compañeros y buscaban corregirlas o aprobarlas" (A/24/09) **Octubre 1/02** **-** Hay disposición para el trabajo colectivo (A/1/10) - Hay una minoría de estudiantes que manifiestan agrado por el trabajo individual. (A/1/10) - En una pequeña minoría se observa desinterés por el trabajo colectivo y cooperativo. (A/1/10). - Se les dificulta iniciar con nuevos grupos de trabajo (K/1/10) - Se les dificulta un poco el trabajo grupal, pero cuando ellos eligen su grupo de trabajo hay mayor avance al respecto. (K/1/10). **Juego de bases** - Se han dado avances por la constancia en esta forma de trabajo. **Octubre 29/02** -Se ha manifestado inconformidad con el trabajo grupal, manifiestan deseos de trabajar de manera individual. -Se ha manifestado inconformidad con el trabajo grupal, manifiestan deseos de trabajar de manera individual.

2. Vinculación entre el saber previo del estudiante y los nuevos conocimientos.

¿Intentan justificar con habilidad sus planteamientos	***Julio 30/02*** - Recurren a algoritmos conocidos, expresando verbalmente su justificación o verificando mediante conteos manuales

de manera oral o escrita?	(3/03). - En el trabajo escrito demuestran comprensión del enunciado, mas no reflejan las estrategias utilizadas para el desarrollo del trabajo. (2/03). ***Septiembre 3/03*** -Hay predominio de justificaciones hechas de manera oral; y Las comunicadas de forma escrita se ven muy determinadas por operaciones aritméticas. -Entre tanto, otros en la primera parte Del taller, se limitaron a proceder coloreando múltiplos y divisores Del número asignado, múltiplos de 10 y coloreando la serie pedida. -En la segunda parte (ejercicio Del problema), un porcentaje muy bajo de Los niños, reflejaron intentos de racionalizar sus respuestas más de forma escrita que oral. -Validan sus afirmaciones desde Los criterios de divisibilidad Del 10, 5 y 2. -Algunos estudiantes para resolver el ejercicio Del problema, sacaron Los múltiplos de Los dos números simbolizados en el problema hasta llegar al número común entre ambos (la misma cantidad de Los dos) y para saber cuales fueron sus otros divisores, se analizan el número que multiplicó a Los divisores iniciales. Ver anexo 4. A. Diana Patricia. **Septiembre 17/02** -Discriminaban claramente y por separado, los múltiplos y el número del cual lo eran. Daniela Rojas – Catalina Londoño. -Trascendieron a la finitud de los múltiplos que había en la tabla. -Más aunque les cuesta ser precisos en el momento de justificar sus respuestas. -Les falta claridad en sus explicaciones. -Trascendieron a la finitud de los múltiplos que había en la tabla. -Más aunque les cuesta ser precisos en el momento de justificar sus respuestas. -Les falta claridad en sus explicaciones. ***Septiembre 24/02*** - Hay justificaciones tanto orales como escritas, al igual que

	validas y erróneas. - Algunas justificaciones escritas que dieron los niños y niñas para dar solución al problema, afirmaron: "José tiene 54 años que es múltiplo de 6, los años que tiene Javier" (A/24/9) "Un múltiplo es un número que contiene exactamente a otro número" (E/24/9) "Si, porque el 64 contiene exactamente el 8" "Al multiplicar 8X8=64" (E/24/9) "2X32=64, 4X16=64" (E/24/9) "el mínimo divisor de todos los números es el 1" (E/24/9) - a través de la participación y construcción de conceptos llegaron a concluir cosas como: -Para hallar el máximo común divisor de dos o más números se puede "sacar los divisores de cada número, escribir los que fueran comunes y escoger de estos el mayor. (E/24/9) -Los divisores de un número son limitados. (E/24/9) **Octubre 1/02** **-** "Si" intentan justificar con habilidad sus planteamientos (K/1/10) - Algunas de las justificaciones escritas fueron hechas en el tablero (K/1/10) - "Solo algunos estudiantes buscaron justificar con palabras escritas" (A/1/10) - Algunas de las justificaciones escritas fueron: "el 36 se divide en 6 partes de 6 cm." (A/1/10) "la lana amarilla: 9 tiras de 4 cm., porque 9X4=36" (A/1/10) - Casi el 60% de los estudiantes justificaban de manera oral y solo cuando el maestro se lo pedía(A/1/10) **juego de bases** - Lo escrito reflejó comprensión de los conceptos, además eran reforzados por la explicación oral. **Octubre 29/02** -El taller realizado no requería un análisis muy profundo al interior del taller. -Las respuestas dadas eran muy concretas
¿Utilizan terminología y estrategias matemáticas en sus	**Julio 30/02** - Tanteo, Cálculo mental: "el #4 está contenido exactamente en el 68 porque 4x10=40 más 4x5=20 más 4x2=8, entonces al sumar me da 68", "con la mitad del 68, o sea 34, es el # mayor que contiene porque por ejemplo si se toma el # 35 ya no

explicaciones?	serviría porque 35+35=70, entonces se pasaría” (0/02, Mónica y Esperanza). - La división: Steven dice,” el #3 está contenido exactamente en el 72 porque al dividir 72 por 3 da 24, y el residuo da 0”, para comprobarlo realizó la operación en el tablero. (0/02, 4B). “El 24 está contenido exactamente en el 72 porque se hace la división inversa”, dice Sara para explicar que si 72/3=24, entonces 72/24=3 (0/02 4B). Observación y uso de criterios de divisibilidad: “El #2 no está contenido exactamente en el 45 porque 45 es impar y el 2 es par” (0/02). “68 es par porque 6 y 8 son pares” “68 es par porque se puede llegar a él, yendo de 2 en 2” (3/03) - Verificación y negación de hipótesis: por descomposición en sumandos diferentes se puede obtener un producto, así para llegar al 11 Kevin propuso: 9+2=11, 10+1=11, 8+3=11; a esto los niños le recordaron que debe ser la repetición de la misma cantidad. (0/02, 5B). - Construcción mecánica de la tabla de multiplicar (en el trabajo escrito. Diario 2/03). - El doble de: “17+17= 34, 34+34=68”; esto lo hizo el estudiante para verificar que con el 17 se llegaba exactamente a 68. (3/03). - Suma sucesiva: “17+17=34, 34+17=51, 51+17=68” (3/03) ***Septiembre 3/02*** -En el medio de comunicación escrita al ser tan limitante, prima exclusivamente los algoritmos de suma, multiplicación y división). -En el medio de expresión oral se utilizó terminología matemática como: múltiplos, divisores, divisiones y multiplicaciones, “cantidad igual” (lo común). ***Septiembre 17/02*** -Se destaca como recurso la observación analítica. -La actividad requería de los niños el reconocimiento de relaciones determinadas por los niveles de abstracción. -Se observa la utilización de términos comunes para ellos.

	Leidy Echavarría. **Septiembre 24/02** - Hay justificaciones tanto orales como escritas, al igual que validas y erróneas. - Algunas justificaciones escritas que dieron los niños y niñas para dar solución al problema, afirmaron: “José tiene 54 años que es múltiplo de 6, los años que tiene Javier” (A/24/9) “Un múltiplo es un número que contiene exactamente a otro número” (E/24/9) “Si, porque el 64 contiene exactamente el 8” “Al multiplicar 8X8=64” (E/24/9) “2X32=64, 4X16=64” (E/24/9) “el mínimo divisor de todos los números es el 1” (E/24/9) - A través de la participación y construcción de conceptos llegaron a concluir cosas como: -Para hallar el máximo común divisor de dos o más números se puede “sacar los divisores de cada número, escribir los que fueran comunes y escoger de estos el mayor. (E/24/9) -Los divisores de un número son limitados. (E/24/9) **Octubre 1/02** - “La mayoría de estudiantes no expresaron términos propios de las matemáticas” (A/1/10) - Las explicaciones de los estudiantes se basaron en “operaciones matemáticas” en pocos casos incorrectas, ejemplo; 16X2= 36 (A/1/10) - Exponen sus ideas con más “seguridad y dominio (K/1/10) - Cuando se les confronta utilizan “argumentos muy buenos” (K/1/10) **Juego de bases** - Una minoría recurrió inicialmente a argumentos subjetivos, forzados luego, a validarlos desde un razonamiento matemático. **Octubre 29/02** -La terminología matemática utilizada es adecuada de acuerdo a las elaboraciones que hasta el momento han logrado. -Las estrategias más usadas son los algoritmos de la multiplicación, y algunas divisiones.
¿Usan	**Julio 30/02**

representaciones como tablas, gráficas, diagramas y símbolos, entre otros?	- Utilización mecánica de los formatos prediseñados. (2 y 3/03). **Septiembre 3/02** -Esencialmente predomina la representación de operaciones matemáticas básicas, no recurriendo ninguno de los niños a crear tablas o diagramas, pero sí a representar su manera de organizar y codificar los datos, para desarrollar la segunda parte del taller (ejercicio problema). Ejemplos de estudiantes del grado Cuarto A: <u>Buscando los múltiplos a través de la multiplicación:</u> 8 * 1 = 8 14 * 1 = 14 8 * 2 = 16 14 * 2 = 28 8 * 3 = 24 14 * 3 = 42 8 * 4 = 32 14 * 4 = 56... <u>Buscando únicamente los múltiplos:</u> 8 14 16 28 24 42 32 56... -No obstante, en la socialización se apoyaron de la gráfica o tabla realizada en el tablero para hallar respuestas y formular conclusiones y conjeturas. **Septiembre 17/02** -En sus explicaciones utilizaban símbolos. Yamile Sánchez – Ricardo Echeverri. -Más utilizan un esquema adecuado para registrar los datos encontrados en la tabla. -No hay utilización de una representación gráfica novedosa. **Septiembre 24/02** - “Los estudiantes en sus explicaciones no utilizaron graficas, diagramas o símbolos alguno” (A/24/9) - La actividad no requería explícitamente de tablas o diagramas y por iniciativa no las realizaron” (A/24/9). - Se apoyan básicamente de operaciones matemáticas. (E/24/9) **Octubre 1/02**

	- No se utilizaron tablas, ni graficas ni diagramas, ni símbolos en esta ocasión (K/1/10) - Para las explicaciones los estudiantes se apoyan de operaciones matemáticas, algunas de ellas fueron: 18 + 18= 36, 12X2=24, 24 /3=8(A/1/10) - Para las explicaciones algunos niños se apoyaron de las llaves con las medidas de las tiras. Ejemplo: Azul: (8, 3, 4...) (A/1/10) **Octubre 29/02** En esta ocasión no se evidenció ningún tipo de representación diferente a la de los algoritmos.

¿Reconocen patrones o estructuras?	**Julio 30/02** - Identificaron la constante aditiva para llenar la tabla. (2/03) - Reconocieron la multiplicación o la división como estrategia para hallar los divisores de un número. (3/03). **Septiembre 17/02** -Reconocieron como múltiplo de un número al mismo nú -Reconocieron la constante aditiva que había entre los números. -Más se arriesgaron a conjeturar y a hacer afirmaciones. -Lograron establecer relaciones. **Septiembre 24/02** - Reconocen estructuras, en el caso de los múltiplos saben que para hallarlos se debe multiplicar con "cualquier número natural". (E/24/9) - Utilizan básicamente los 10 primeros múltiplos de la tabla de multiplicar (E/24/9) - Para verificar que un número es divisor de otro recurren a la multiplicación y a la división exacta. (E/24/9) **Octubre 1/02** **-** Algunos niños definieron que "lo que había que hacer era encontrar los divisores de las manillas: amarillas, azul y roja y escoger los números que se repetían en todos" (K/1/10) **-** Algunos niños definieron que "lo que había que hacer era encontrar los divisores de las manillas: amarillas, azul y roja y escoger los números que se repetían en todos" (K/1/10) **Juego de bases** - Criterios de divisibilidad**.** - Incorporación de conceptos relacionados con la divisibilidad, trabajados en sesiones anteriores. **Octubre 29/02** -Descubrieron la lógica y el sentido que tenía el taller.
¿Cometen frecuentemente errores al utilizar terminología y estrategias matemáticas?	**Julio 30/02** - Están determinados por la falta de comprensión de lectura o cálculo matemático. **Septiembre 17/02** -Los errores fueron poco significativos, al confrontarlos caían en cuenta de ello.

	-Más hubo confusión entre múltiplos y constantes aditivas. **Septiembre 24/02** - Los errores más frecuentes son de tipo procedimental (E/24/9) - Hay falta de atención y distracción en los niños (E/24/9) - Hay dificultades para la comprensión lectora (E/24/9) - Hay mala utilización de terminología matemática (E/24/9) **Octubre 1/02** - Una minoría de niños confunden divisores y múltiplos (K/1/10) **Juego de bases** - De tipo procedimental **Octubre 29/02** -Algunas veces manifiestan confusiones utilizándola inadecuadamente. -El taller no requería la utilización de estrategias novedosas para resolverlo.
¿Intentan hacer generalizaciones?	**Julio 30/02** -Al hallar una estrategia que les era útil, la aplicaban en otras situaciones: La multiplicación y la división les posibilitaba encontrar los divisores de un número. (3/03). -"La manera de reconocer cuando un número es par, es observando su último dígito, el cual debe terminar en # par: 0, 2, 4, 6, 8); o dividiendo el número por 2"· (3/03) **Septiembre 17/02** -Al observar la tabla y las relaciones entre los números encontraban un número y hallaban sus múltiplos con un alto grado de acertividad. -Establecieron el carácter infinito de los múltiplos. -Dedujeron que los cuadros sombreados correspondían a los múltiplos del 4. **Septiembre 24/02** - Los estudiantes intentan hacer generalizaciones (E/24/9) - Para comprobar las generalizaciones se apoyan de comprobaciones graficas "todos los múltiplos del 12 son múltiplos del 6" (E/24/9) **Octubre 1/02** - Las generalizaciones se construyen entre todos al finalizar la

	socialización. (K/1/10) **Juego de bases** - Aplicación correcta de conceptos aprendidos, a las nuevas situaciones **Octubre 29/02** -Se pudo establecer el criterio de divisibilidad del 9.

3. Indagar los niveles de razonamiento al fundamentar ideas matemáticas.

¿Hay fijación en lo concreto o hay intentos de abstraer?	**Julio 30/02** - Lanzan hipótesis a partir de observaciones: "si sumamos todos los números (divisores), nos da 68" "El 0 es un número que hace falta en la serie" (3/03). "Con el 8 se puede llegar al punto de partida (68), dando 2 vueltas" (3/03). - Recurren más a cálculo mental que a conteo manual. (2/03). **Septiembre 3/02** -Continúan fijados a un pensamiento más concreto que operatorio. -Se les dificulta pasar de lo abstracto a lo concreto, hasta el punto de asumir un problema como real problema. -La mayoría de los niños se apoyaron en lo concreto de la evaluación (gráfica -del primer punto) para resolver sus interrogantes. -Hay intentos de abstracción en momentos donde se sacan en común -Continúan fijados a un pensamiento más concreto que operatorio. -Se les dificulta pasar de lo abstracto a lo concreto, hasta el punto de asumir un problema como real problema. -La mayoría de los niños se apoyaron en lo concreto de la evaluación (gráfica del primer punto) para resolver sus interrogantes. -Hay intentos de abstracción en momentos donde se sacan en común **Septiembre 17/02** -Reflejaron un nivel alto de observación, abstracción y análisis de relaciones. Mateo Stiven – Jeny A. Soto. -Más algunos estudiantes se encuentran transitando por un nivel de razonamiento y en otros hay intentos de abstraer. -La mayoría de los niños trataron de establecer patrones para darle sentido a la tabla. **Septiembre 24/02** - "Hay intentos de abstraer por parte de un gran número de niños y

	niñas" (E/24/9) - Reconocen que lo concreto les facilita comprobar y deshacer hipótesis (E/24/9) - Algunos ejemplos de abstracción fueron: "múltiplo es un número que contiene exactamente (varias veces) a un número...Se puede comprobar multiplicando o dividiendo" "los múltiplos de un número son infinitos" "El divisor común para todos los números es el 1" - El cálculo mental es una de las formas de hallar respuestas. - Cada cual se basaba en sus propias concepciones para extraer definiciones. **Octubre 1/02** - No utilizan material concreto para validar sus pensamientos (A/1/10) - Son los cálculos mentales y las operaciones lo que lleva a los niños a hacer abstracciones matemáticas. (A/1/10) **Juego de bases** - Se demostró un reconocimiento de los conceptos asociados a cada situación propuesta. **Octubre 29/02** -Las abstracciones realizadas por los niños les permitió elaborar sus propias conclusiones.
Toman decisiones desde lo subjetivo o desde argumentos lógicos.	**Julio 30/02** - Algunas respuestas están determinadas por el libre albedrío del estudiante y no por razonamiento lógico (prueba escrita. 2/03). -En la plenaria, toman decisiones desde argumentos lógicos determinados por conocimientos previos y nuevas conclusiones a partir del trabajo colectivo. (3/03). **Septiembre 17/ 02** -Han aprendido a tomar decisiones desde argumentos lógicos que dan cuenta del conocimiento matemático. -Más al interior de las explicaciones que dan (oral y escrita) están sustentadas en la lógica. -Las respuestas dadas se apoyan desde argumentos matemáticos. **Septiembre 24/02** **-** Solo una minoría de niñas y niños presentaron respuestas desde lo subjetivo

	“Cristian era el padre de Javier por que tenía 46 años” “porque termina en 6. (A/24/9) “2 es muy bonito” (E/24/9) “el 16 debe ser múltiplo de muchos números porque mi hermanito tiene esa edad. (E/24/9) - En ocasiones no confrontan sus concepciones (A/24/9). - En general se evidencian argumentos lógicos desde sus concepciones matemáticas establecidas (E/24/9): “los números naturales son infinitos, los múltiplos también” **Octubre 1/02** **-** Al utilizar el cálculo mental y las operaciones matemáticas, solo les permitió dar un tipo de respuesta, a preguntas de múltiples respuestas (A/1/10). **Juego de bases** - Una minoría recurrió inicialmente a argumentos subjetivos, forzados luego, a validarlos desde un razonamiento matemático. - Una minoría recurrió inicialmente a argumentos subjetivos, forzados luego, a validarlos desde un razonamiento matemático. **Octubre 29/02** -Las abstracciones realizadas por los niños les permitió elaborar sus propias conclusiones.
Concluyen a partir de los resultados obtenidos y analizan su validez	**Julio 30/02** - En el trabajo escrito hay falta de reflexión. (2/03). - Construcción de lagunas normas referidas a la relación “ser divisor de”: todos los números divisores son iguales o inferiores al número que dividen; los divisores de un número son aquellos que dividen exactamente, y la división exacta es aquella cuyo residuo es 0. **Septiembre 17/02** -Al justificar los interrogantes planteados en el taller van elaborando conclusiones. -Más establecieron relaciones y construyeron definiciones desde los resultados encontrados. -Para validar sus respuestas se remiten al maestro practicante. -Al justificar los interrogantes planteados en el taller van elaborando conclusiones. -Más establecieron relaciones y construyeron definiciones desde los resultados encontrados. -Para validar sus respuestas se remiten al maestro practicante. **Septiembre 24/02** - “la mayoría de las ocasiones concluyen” durante la socialización (E/24/9)

	- Las preguntas orientadoras por parte de los maestros llevaba a que los niños concluyeran (E/24/9) - “los niños concluyen a partir de expresiones o datos obtenidos por sus compañeros. **- “**Todos los niños manifestaron la necesidad de validar sus resultados a través de la confrontación hecha por el profesor” (A/24/9). - Por si solos no validan sus respuestas **Octubre 1/02** - Algunas estudiantes concluyeron y expresaron que estaban “buscando los divisores de un número” (A/1/10) - Algunas estudiantes concluyeron y expresaron que estaban “buscando los divisores de un número” (A/1/10) **Juego de bases** No hubo plenaria **Octubre 29/02** -Las conclusiones obtenidas fueron fruto de los procedimientos realizados y por los aportes que cada uno iba dando.

4. Participación de los estudiantes a partir de preguntas y su frecuencia.

	Julio 30/02 - Preguntas encaminadas a lograr la comprensión de los enunciados, de aprobación sobre sus respuestas o sobre el procedimiento utilizado. - Participación como respuesta a los interrogantes formulados por las maestras. - Lanzan afirmaciones para ser evaluadas o corroboradas. **Septiembre 17/02** -Se realizaron algunas preguntas orientadoras -Más se registraron las preguntas más frecuentes en los niños. -Las preguntas realizadas por los niños buscaban validar las acciones realizadas. **Septiembre 24/02** **-** La pregunta más frecuente esta relacionada con la mala comprensión lectora del texto que indica. **Octubre 1/02** -La mayoría de los estudiantes preguntaron por el sentido de la pregunta 2 de la situación. -Las preguntas que hacen son de explicación el común es no entiendo. Pero como en esta ocasión estaba limitado, casi no preguntaron

	Juego de bases Referida a la búsqueda de comprensión lectora **Octubre 29/02** -Las preguntas se enfocaron al entendimiento de los enunciados.