

**"APRENDAMOS SOBRE SIMETRÍAS Y TRASLACIONES"**

**JORGE HUMBERTO MARTÍNEZ M.**

**ASESOR**

**GUSTAVO GALLEGO GIRÓN GIL**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN  
EDUCACIÓN PRIMARIA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**MEDELLÍN**

**1997**

## TABLA DE CONTENIDO

	pags
PORTADA	
TABLA DE CONTENIDO	
AGRADECIMIENTOS_____	3
INTRODUCCIÓN_____	4
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA_____	5
OBJETIVOS_____	7
JUSTIFICACIÓN_____	8
MARCO TEÓRICO_____	10
METODOLOGÍA_____	28
RECOMENDACIONES_____	29
BIBLIOGRAFÍA_____	30

## AGRADECIMIENTOS

Deseo manifestar mis más sinceros agradecimientos al Profesor Gustavo Gallego Girón por haberme inducido en el área investigativa y creativa de propuestas metodológicas para el aprendizaje de la geometría y por apoyarme incondicionalmente en mis momentos más cruciales, por su forma de enseñar no sólo para cumplir los requisitos del proyecto, sino para la vida.

También al Centro de Servicios Pedagógicos: por brindarme el espacio y los recursos humanos por todos los que allí de alguna manera conforman el C.S.P.

A los niños: que fueron los gestores del proyecto de investigación, sin ellos no hubiera sido posible realizar nuestra práctica que nos permitió corregir en cierta medida los desaciertos relacionados con el aprendizaje y confrontación de conceptos.

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo contiene la sustentación teórica del programa "Aprendamos Sobre simetrías y Traslaciones", el cual está hecho para niños de Segundo Grado de Educación Básica Primaria. Fue elaborado en Hypper Helpper, dicho programa corre bajo la plataforma windows 95, además me apoyé en los programas Corél Draw y Pain para realizar la parte gráfica de sus dibujos.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El Centro de Servicios Pedagógicos, es una institución creada por la Facultad de Educación hace 11 años, éste sirve de agencia de práctica a algunos estudiantes de la misma Facultad en cinco proyectos: Estimulación Adecuada; Atención Integral; Lecto Escritura; integración Escolar y Lógico Matemático.

La función principal de los proyectos es, propiciar ayuda a niños con Necesidades Educativas Especiales provenientes de familias de bajos recursos económicos. Cada proyecto opera con un profesor(a) asesor, y una o varias auxiliares dependiendo de la población y un promedio de diez estudiantes por proyecto para atender a un grupo que oscila entre 450 y 500 niños por período académico.

El proyecto de Apoyo a Niños con Dificultades en el Aprendizaje Lógico Matemático tiene como misión "Desarrollar el pensamiento lógico matemático en los niños utilizando metodologías innovadoras, haciendo énfasis en el microcomputador".

Mi diseño de práctica investigativa como estudiante del proyecto Lógico Matemático, reside en realizar un software para el Grado Segundo de Educación Básica Primaria, en el área de la geometría, específicamente sobre

los conceptos de Simetría y Traslación, el cual contará con actividades lúdicas alusivas a los términos de Simetrías y desplazamientos en el plano.

Esta propuesta está dirigida a niños de Aula Regular y también para aquellos niños que presentan dificultades para y en el aprendizaje de las matemáticas, además, sirve como nuevas alternativas de apoyo a estos conceptos y de estímulo a los educandos porque contribuye a la asimilación y acomodación de su pensamiento en el manejo de su espacio en el quehacer cotidiano, sirviendo de apoyo a las actividades escolares como una nueva proyección cognitiva hacia el conocimiento en la solución de los problemas de la vida cotidiana que el niño y el ser humano debe enfrentar.

## **OBJETIVO GENERAL**

Utilizar el microcomputador como una herramienta al servicio de la pedagogía, mediante la elaboración de un programa que explique los conceptos de simetría y traslación.

## **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Analizar la estructura de la construcción de los conceptos de simetrías y traslaciones para poder llevar a cabo una secuencia lógica del programa a realizar.

Realizar una revisión sistemática de los programas de matemáticas que existen en el medio alusivos a los conceptos de simetría y traslación.

Elaborar el análisis y diseño del software.

Codificar en el lenguaje de programación más adecuado el diseño del programa.

Aplicar una prueba piloto al programa

## JUSTIFICACIÓN

Estamos en la era en la cual la humanidad ha avanzado más en su desarrollo tecnológico y científico, este avance lo debería aprovechar la educación para generar alternativas metodológicas que le permitan al niño construir su propio conocimiento; más aún cuando este desarrollo científico ha aportado a la educación un valioso instrumento como lo representa el microcomputador, el cual de alguna manera moviliza los esquemas de pensamiento en los niños y genera en la cultura otros tipos de pensamiento y otras formas de actuar.

Además, ha de reconocérsele muchos de los servicios que facilitan a la humanidad, especialmente a la educación, en cuanto induce a los maestros a desarrollar nuevas estrategias didácticas, no sólo para el beneficio de éste, sino por la contribución al proceso de formación de sus educandos. Gracias a este maravilloso instrumento tendré la oportunidad de elaborar un software para la enseñanza de una pequeña parte de la geometría sobre Simetrías y Traslaciones, que me servirá para corroborar los conceptos que proporcionaron los educadores sobre estas nociones de , a los niños en las aulas de clase.

Esta propuesta es importante primero en sí misma como Ley Reflexiva de las matemática, segundo porque considero que la geometría ha sido y sigue siendo una de las grandes realizaciones del pensamiento humano, y tercero porque en cualquier tipo de ocupación se debe recurrir a la geometría para

resolver diversos problemas de la vida cotidiana que hacen referencia a la medida de longitudes, áreas, entre otros.

También, la elaboración de un software para la enseñanza de los conceptos geométricos de simetrías y traslaciones, cobra importancia en la medida en que se convierte en un aporte más a las llamadas innovaciones pedagógicas, en cuanto le permite al niño elaborar niveles de simbolización de las acciones que realiza sobre los objetos, las que le han permitido desarrollar sus esquemas de pensamientos referentes a la construcción de los conceptos de espacio y tiempo

## MARCO TEÓRICO

Como apoyo a la realización de material didáctico para la enseñanza del aprendizaje de las matemáticas, la Ley General es pertinente cuando aduce a las áreas obligatorias en la Educación Básica del artículo 23, Numeral 9 sobre "Tecnología e Informática Educativa".

Consideramos de mucha importancia transcribir el artículo 22, Numeral C, el cual destaca uno de los principales objetivos a cumplir, éste es:

"El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana".

Igualmente la Ley General estimula la Institución Docente para que esta sea autónoma en la elaboración de instrumentos didácticos en vía de una mejora de la calidad de la educación, para la cual se hace mención del siguiente texto, el cual es extraído del Artículo 20, Numeral A, con el cual se desea resaltar el papel a desempeñar por el docente, el cual pretende que sea:

"Propiciar una información general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, el conocimiento científico, tecnológico, artístico, y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo".

El presente Marco Teórico está fundamentado en dos componentes temáticos: a) En cuanto al apoyo a los Marcos Legales y b) en cuanto al campo de las Matemáticas.

En cuanto al Marco Legal y referente al campo de la Educación, el Gobierno da plena libertad para que cada Institución o Maestro cree sus propios métodos o elementos didácticos para la enseñanza de las matemáticas, mas aun cuando se introduce el microcomputador como elemento destinado a favorecer y estimular los procesos de acompañamiento en el aprendizaje de los niños.

En cuanto al campo de las Matemáticas, bien es sabido que el desarrollo del pensamiento Lógico Matemático, se favorece más cuando estos elementos son llevados a la práctica de varias formas, una de ellas lo constituyen los software que se han realizado para la enseñanza de las matemáticas, donde cada niño requiere de un proceso de aprendizaje diferente y donde se considera indispensable agotar todos los recursos que haya en favor no sólo de la Educación Colombiana, sino en favor de nuestra Población Infantil que requiere o demanda varias propuestas o Alternativas Pedagógicas.

Gran parte de las matemáticas hacen relación a las transformaciones que realizan los objetos en el espacio y que son tan imprescindibles a la humanidad como el hecho de medir, contar y de establecer relaciones de semejanza entre los objetos como medios de interacción para el estímulo en el cálculo mental en el niño, el que posteriormente servirá para desarrollar un determinado arte u oficio en el transcurso de la vida, la cual le exigirá

desarrollar todas las habilidades y destrezas, ya sea mediante la profesión de arquitecto, mecánico, carpintero, zapatero, ingeniero, etc., para solucionar problemas en el medio del cual hace parte.

La población infantil a tener en cuenta para la realización del software sobre simetrías y traslaciones, lo constituye el Segundo Grado de Educación Básica Primaria, la cual posee una edad cronológica que oscila entre siete y nueve años, cuya edad es relativa porque pertenece a un subperíodo de las Operaciones Concretas descritas por Piaget, que comprende una edad de siete a doce años, además, se caracteriza por un progresivo dominio de las tareas operacionales concretas, a la cual pertenece la Seriación y la Clasificación.

La idea central de la teoría de Piaget, no constituye que el conocimiento sea una copia de la realidad, ni mucho menos de las restricciones que imponga la mente del individuo, sino que es el producto inmensurable de una interacción entre estos dos elementos, donde el conocimiento se constituye a medida que haya interacción con la realidad, teniendo en cuenta que esta interacción involucra varios procesos entre los que sobresalen los de Asimilación, en el que el individuo incorpora la nueva información, haciéndola parte de su conocimiento, aunque no necesariamente integre ésta a la que ya posee, pero sí transformándola mediante el proceso de Acomodación.

Además, es pertinente añadir que la relación entre asimilación y acomodación es altamente interactiva y por lo tanto no nos permite asimilar toda la información que nos rodea, sino la que nos permite nuestro

conocimiento previo que en última instancia, y desde el punto de vista piagetano, obedece a una sucesión de interacciones entre los procesos de asimilación y acomodación en pos de lograr equilibrios cada vez más estables y duraderos, (constructivismo y educación pág 36-38).

Igualmente, este período coincide con unos cambios decisivos que marcan una nueva etapa de su vida, como lo constituye el inicio de la escolaridad y al margen de la cual sus mecanismos de conducta se adapta fácilmente a cierta capacidad de cooperación, puesto que ya no confunde su punto de vista con el de los otros, sino que los separa para coordinarlos. También desaparece el lenguaje egocéntrico casi en su totalidad, sus discusiones espontáneas son reforzadas por una estructura gramatical que lo conduce a crear conexiones lógicas al interior de su discurso.

Cabe destacar, que en este proceso de comportamiento colectivo y después de los siete años, sobresale un cambio notable en las actividades sociales, que se hacen evidentes en los juegos con reglamento, al igual que el término de "ganar" constituye una expresión sublime si se tiene en cuenta que lo que se busca es alcanzar el éxito en una actividad competitiva y reglamentada. Se inicia también la conquista hacia la reflexión, que en otras palabras no es mas que una discusión con sigo mismo que se complementa con el inicio de la construcción de la lógica, que constituye un sistema de relaciones que permite la coordinación de los punto de vista entre sí y de individuos distintos que corresponde a intuiciones o percepciones del mismo

individuo, al mismo tiempo que se fortalece su autonomía personal y la moral de cooperación.

De los siete a los ocho años, el niño admite la constancia de materia y la conservación del peso, mientras la del volumen sólo aparece alrededor de los 11 y 12 años aproximadamente. Surgen nuevas conquistas en el pensamiento, como lo comprueba las nociones de tiempo y velocidad y por ende la del espacio; también es necesario reconocer que la relación entre tiempo y espacio recorrido se elabora en conexión con el tiempo alrededor de los ocho años.

Aunque la construcción del espacio sea fundamental y de mucha importancia para la comprensión de las leyes del desarrollo y para las aplicaciones pedagógicas, ha de reconocérsele su precaria evolución en la formación del niño que requiere no sólo de la intuición sino del estímulo para desarrollar sus ideas geométricas como lo constituye la noción de orden, continuidad, distancia, longitud, medida, etc., que en la primera infancia no pasa de ser vagas y deformadas intuiciones.

En este período de operaciones concretas se destacan también las operaciones lógicas como componente de un sistema de conceptos o clases, relaciones, operaciones aritméticas como (suma, multiplicación y sus operaciones inversas), al igual que las operaciones geométricas como los desplazamientos.

Como apoyo al texto anterior considero pertinente transcribir el siguiente artículo de Piaget, (1976) el cual afirma:

Dichas acciones que se hallan en el punto de partida de las operaciones tienen, pues a su vez como raíces esquemas sensorio motores, experiencias efectivas o mentales (intuitivas) y constituyen, antes de ser operatorias, la propia materia de la inteligencia sensorio motriz y, más tarde, de la intuición.

¿Cómo explicar por tanto, el paso de las intuiciones a las operaciones? Las primeras se transforman en segundas, a partir del momento en que constituyen sistemas de conjuntos a la vez componible y reversibles. En otras palabras, y de una manera general, las acciones se hacen operatorias desde el momento en que dos acciones del mismo tipo pueden componer una tercera acción que pertenezca todavía al mismo tipo, y de estas diversas acciones pueden invertirse o ser vuelta del revés: así es como la acción de reunir (suma lógica o suma aritmética) es una operación porque varias reuniones sucesivas equivalen a una sola reunión (composición de sumas) y las reuniones pueden ser invertidas y transformadas así en disociaciones (sustracciones). (p.76)

Según Piaget hacia los siete años se constituye una serie de sistemas de conjuntos que transforman las intuiciones en operaciones de todas las clases, al igual que se observa que estos sistemas se forman a través de una organización total y rápida, si se tiene en cuenta que no existe ninguna operación aislada, sino que ésta se construye a partir de la totalidad de las operaciones del mismo tipo. Un claro ejemplo lo constituyen los números, donde éstos no aparecen independientemente unos de otros (4-7-11-5, etc.) sino que éstos hacen parte de una sucesión ordenada: 1-2-3-4-5-6-7...etc. (tomado de seis estudios de psicología de Jean Piaget).

En cuanto a la geometría es pertinente reconocer la importancia que reviste el pensamiento espacial, para la cual se ha tenido en cuenta las siguientes citas tomadas de Linda Dickson en su texto "El Aprendizaje de las Matemáticas" cuando cita a Delaney (1979) del libro del Maestro correspondiente a la serie televisiva Leapfrog (Hemmings et y al., 1978), estas citas son:

[...]La preocupación y ansiedad existente en nuestros días porque los niños adquieran destrezas numéricas tiende a oscurecer el hecho real de que casi todo el mundo ha de afrontar con mucha mayor frecuencia problemas espaciales que problemas numéricos ya sea trabajando de albañil, de diseñador de ropa o dibujante, ya en actividades "cotidianas" como estacionar automóviles, jugar al tenis o montar una estantería.

[...]Sí, como creemos, las matemáticas ofrecen al igual que la literatura una vía para la comprensión y la apreciativa valoración de nuestro entorno, una gran parte de la apreciación será fruto de la comprensión y capacitación de lo espacial por la palmaria razón de que nuestro ambiente físico lo es.

[...]La facilidad y destreza para lo espacial es componente esencial del funcionamiento matemático.

[...]En el corazón mismo de todo el pensamiento matemático parece latir un conocimiento intuitivo de las propiedades del espacio.

Como un apoyo a los párrafos descritos anteriormente es necesario aclarar la forma como se desarrollan los conceptos espaciales en el niño, teniendo en cuenta que las primeras interrelaciones que se presentan en su medio ambiente son de tipo espacial, además, éstas preceden al desarrollo del lenguaje y se presentan a través del uso de todos los sentidos como el tacto, la vista, que posteriormente se van refinando en la medida en que el desarrollo del lenguaje va evolucionando.

Para pedagogos como Dienes (1959), Bruner(1967), y Piaget, la constitución del conocimiento humano y de las matemáticas está en la manipulación de objetos "concretos" las acciones físicas pasan a ser procesadas en la estructuración del concepto, de la cual el hombre se ha ayudado a través de símbolos matemáticos.

Un ejemplo, lo constituye la operación aritmética de la adición, la cual es una generalización del acto físico de reunir dos conjuntos de objetos.

Al igual que en sus investigaciones hechas con Inhelder(1965); (Inhelder y Szeminska, 1960), desarrollaron la teoría de conceptos espaciales, según la cual define la percepción como "El conocimiento de objetos resultantes del contacto directo con ellos y define la representación o imagería mental, como el concepto que evoca la evocación de objetos en ausencia de ellos" (Piaget e Inhelder 1956).

Además, la capacidad de percepción del niño se desarrolla hasta la edad de los dos años, por lo tanto se hace indispensable reconocer que en la mayoría de los casos es perfeccionada.

Se destaca que en el período medio, es decir, en el período de las operaciones concretas, se presenta que el Test de "percepción" se fundamenta en la capacidad de discriminación entre diferentes objetos representados visualmente, mientras el Test de "representación" se fundamenta en la capacidad para reproducir formas mediante cerillas o dibujos.

En los estadios de desarrollo Piaget distingue una serie de propiedades geométricas, pero partiendo de aquellas que él denominó como topológicas o propiedades globales independientes de la forma y el tamaño. Luego clasifica un segundo grupo a las cuales Piaget llamó Proyectivas, que suponen la capacidad de predecir los aspectos que representará una figura cuando ésta es observada desde diferentes ángulos.

Entre los conceptos ha tener en cuenta alusivos al concepto de topología se deben destacar el concepto de "cerrado", "abierto", los cuales son

indispensables para la noción de frontera. La frontera está constituida por unos límites de los cuales no se pueden pasar, éstos e indirectamente te están formando el concepto de región, la cual está delimitada por las fronteras.

Posteriormente podemos decir que dos puntos cualquiera pertenecen a una región, si se puede desplazar de un punto a otro sin atravesar una frontera; también, se presentan dos tipos de frontera, unas simples en las cuales, se parte de un punto cualquiera y se llega a este mismo punto sin haber pasado dos veces.

Inicialmente, se desea que el niño tenga una idea general sobre el estudio de las propiedades de las figuras que permanecen invariantes ante transformaciones bicontinuas, las cuales comprenden: los estiramientos, torsiones y todas las deformaciones que no llegan a rasgar o romper una figura, la parte anterior descrita recibe el nombre de Topología.

Igualmente, se hace necesario que el niño comprenda cómo o cuál es el servicio que la geometría presta al hombre, la cual se hace relevante cuando éste tiene la necesidad de separar una partes de otras en un campo infinito como lo representa el espacio, donde según la cual, las superficies se consideran como fronteras de los sólidos del espacio, las líneas como fronteras de las superficies y los puntos como fronteras de las líneas.

Se pueden hacer proyecciones a partir de un foco puntual luminoso, al igual que considerando las sombras de las figuras proyectadas por una lámpara, o a partir del infinito, como también las sombras de las figuras proyectadas por el sol.

La parte de la geometría que se dedica al estudio de las propiedades de las figuras que permanecen invariantes ante proyecciones puntuales, se llama Geometría Proyectiva.

De otro modo las propiedades de las figuras que permanecen invariantes en cualquier desplazamiento de las figuras en el espacio, de manera tal que se conserven las posiciones relativas de puntos, líneas y superficies de las figuras, nos remiten necesariamente a la noción de Geometría Euclidiana.

El estudio de la Geometría Euclidiana está dividida en el estudio de las Simetrías y Traslaciones, donde estas últimas son las que competen en el trabajo a realizar.

Dado un sólido cualquiera, el cual ocupa un lugar en el espacio, en otras palabras existe una superficie que delimita un interior y el exterior del sólido, esa parte o superficie exterior constituye la frontera del objeto; y si esta superficie está delimitada por una línea curva o por un conjunto de segmentos de rectas y si al deslizar un dedo siguiendo esta frontera regresamos al punto de partida, diremos que esta frontera es cerrada. Al igual, las superficies son las fronteras de los sólidos, como las líneas son de las superficies.

Existen superficies que no poseen fronteras. Un ejemplo lo constituye una esfera o una pelota, en la cual nos podemos desplazar sobre ésta, sin encontrar nunca un punto a partir del cual no podamos ir más lejos o estemos obligados a abandonar la superficie, la propia superficie de la pelota es la frontera. La fronteras de las líneas está constituida por puntos.

En conclusión se tiene que las superficies son las fronteras de los sólidos, las líneas son las fronteras de las superficies y los puntos lo son de las líneas.

### **TRANSFORMACIONES, BASE DEL ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA**

La geometría es una rama de las matemáticas que se dedica al estudio de las propiedades del espacio y a las relaciones que surgen entre éstas al interior de los sólidos, puntos, líneas y superficies.

Un ejemplo se presenta cuando nos desplazamos de un lugar a otro o cuando cambia de posición los objetos en el espacio.

Los objetos se pueden modificar estirándolos o doblándolos, estas transformaciones constituyen una rama de la geometría.

En una transformación sencilla al someter el objeto a un desplazamiento, éste sufre una modificación en su posición, también se puede girar alrededor de un punto, esta transformación recibe el nombre de Rotación .

También se puede girar el objeto alrededor de un punto fijo sin que éste ruede como en el caso de una rueda, donde todos los puntos de ésta cambian de posición, excepto el eje.

Se pueden presentar transformaciones las cuales conservan las distancias y los ángulos, esta transformación se llama Isometrías, caso contrario se

presenta en la proyección de las sombras dadas que éstas no conservan ni las distancias ni los ángulos.

## NOCIONES DE TOPOLOGÍA

La transformación continua se presenta cuando al doblar un aro de alambre sin romperlo, los puntos que estaban próximos lo siguen estando aún después de haber sufrido una transformación.

La transformación inversa a la anterior que hace desaparecer el doblado y vuelve a su forma original y en la cual los puntos próximos se transforman en punto próximos, reciben el nombre de transformación Bicontinua.

A continuación se ha tomado el concepto de topología del libro "Topología, Geometría Proyectiva y Afín" de Z.P Dienes y G.W Goldin , página 13, como idea más clara que ayudará al lector a aclarar nociones pertinentes al concepto general de geometría, el texto expresa: "La topología es el estudio de las figuras que trazadas en un plano y proyectadas a partir de un foco luminoso permanecen invariantes"

Si se corta una rendija rectilínea en un pedazo de cartulina y si se ilumina este fragmento, la proyección de la rendija será un segmento de recta.

En geometría proyectiva, las rectas y las intersecciones son invariantes, al igual que el orden, cuando se toma un segmento de recta y se señala y se designa tres puntos A, B y C, la proyección del punto B se conservará entre A y C.

No ocurre lo mismo con el concepto de sentido dado que éste puede no conservarse, por lo tanto el sentido no es una propiedad proyectiva.

Al concepto de topología es inherente el concepto de convexidad y de medida así como al concepto de convexidad pertenece la noción de segmento de recta.

Si nos desplazamos sobre una línea recta se conservaría una dirección constante, no ocurriría lo mismo si el desplazamiento se hiciera a lo largo de una línea curva, dado que se cambiaría de dirección.

Los conceptos de direcciones, de línea recta y de convexidad no son topológicos. Los conceptos de línea recta, interior y exterior pertenecen al plano proyectivo y los interiores son invariantes cuando son sometidas a una proyección.

Los interiores nos ayudan a la construcción del concepto de convexo. Cuando en una figura cerrada se toman dos puntos de su frontera y se unen y este segmento está en el interior de la figura, se puede decir que ésta es convexa, y el estudio de los desplazamientos sobre la frontera de una figura convexa nos remite inmediatamente al concepto de ángulos y a la medida de éstos.

## GEOMETRÍA EUCLIDIANA

La geometría Euclidiana es el estudio de las propiedades de las figuras que al ser sometidas a cualquier desplazamiento en el espacio, conservan la distancia y los ángulos.

En las demostraciones de Geometría Euclidiana se hacen fundamentales los teoremas de igualdad puesto que constituyen las piedras angulares de las demostraciones. Varios teoremas en Geometría Euclidiana se pueden demostrar sin utilizar el uso del concepto de distancia, sino el de la relación de éstas, al igual que se hace necesario comprender que la Geometría Euclidiana se basa en axiomas que constituyen relaciones entre rectas paralelas o ángulos y que además, los conceptos de ángulos alternos y de ángulos correspondientes son anexos de la Geometría Euclidiana.

En las transformaciones Topológicas en las cuales se puede estirar, doblar y torcer se conservan pocas propiedades y en las transformaciones proyectivas se conservan más propiedades dado que se permiten hacer menos cosas con las figuras. Por ejemplo: En las transformaciones proyectivas se conservan las líneas rectas, caso contrario se presenta en la topología.

## ESTUDIO DE LAS SIMETRÍAS

A continuación iniciaremos el tema de la Simetría con el texto de (Dienes y Golding, 1973), el cual expresa:

Si colocamos una hoja de papel sobre una mesa horizontal y dibujamos una línea recta que la atraviesa uniendo el P de uno de sus bordes con el punto Q en el borde opuesto, podemos coger la hoja de papel, con una mano en el punto P y la otra en el punto Q. Si ahora damos media vuelta al papel alrededor de la línea PQ y volvemos a colocarlo sobre la mesa de manera que los puntos P y Q ocupen idénticas posiciones que al principio, habremos realizado la transformación llamada Simetría sobre la hoja de papel, (p.2)

Si se hubiera dibujado cualquier objeto éste quedaría hacia abajo y no hubiera sido posible visualizarlo salvo que el papel fuera fino o transparente.

Otra forma de estudiar la simetría se puede obtener cuando se hace a través del estudio de las imágenes formadas por los espejos. Un ejemplo se obtiene colocando sobre una superficie horizontal un espejo en forma vertical y colocándose un objeto delante de éstos, esta imagen se refleja "dentro" y queda ubicada a la misma distancia del objeto real, a cada figura real se transforma en su propia imagen mediante una simetría. Otra forma de expresar la simetría es cuando ésta es la transformación inversa de sí misma, es decir, dos veces se vuelve al punto de partida, como lo constituye la media vuelta y la vuelta entera.

Un rectángulo posee dos ejes de simetría, con lo cual se desea decir que existen dos formas de dar la vuelta al rectángulo colocándolo sobre la otra cara de manera de ocupar una posición similar a la inicial, el ocho o las

elipses poseen dos ejes de simetría, al igual que el rombo; el círculo posee infinitos ejes de simetría y el hexágono posee seis ejes de simetría y el octágono pose ocho.

La simetría es una transformación que tiene la propiedad en algunas figuras de sufrir una transformación sin cambiar ésta. Para hallar los ejes de simetría es necesario ubicar dos espejos en posición vertical y recta y se coloca un objeto entre los dos espejos, se tendrán cuatro figuras visibles contando la real, ya que cada reflexión puede reflejarse en el otro espejo y producir cierto número de imágenes, dado que cada reflexión se puede reflejar en otro espejo reflejado.

Si los espejos se colocan formando un ángulo de 60 grados, los ejes formados de reflexión son seis, y ocho si los espejos se colocan formando un ángulo de 45 grados.

Cabe aclarar que el objeto o dibujo a colocar entre los espejos debe tener su propio eje de simetría y que éste debe ubicarse a lo largo de la bisectriz formada por los espejos, en caso contrario la reflexión se reduce a la mitad de los ejes de simetría formados por la figura.

Punto importante en esta simetría resulta de graficar un objeto con un determinado número de ejes de simetría y si esta figura se altera añadiendo una parte al dibujo, éste perderá ejes de simetría y el número de ejes que quedan serán divisores del número inicial.

En los desplazamientos, las figuras no pierden sus propiedades como la forma, color, tamaño y las propiedades al interior de la figura como el valor de sus ángulos internos-alternos y externos-alternos. Es de anexas que la sucesión de dos simetrías, cuyos ejes son paralelos, originan una composición de una traslación.

igualmente se destacan que las traslaciones originan paralelogramos y también la forma cómo los lados opuestos e igualdad de los mismos, en el paralelogramo es originado a partir de una traslación.

## METODOLOGÍA

El software "Aprendamos sobre Simetrías y Traslaciones" se compone de 8 pantallazos, el cual inicia con un dibujo que hace relación a la playa y sirve como presentación y que además, éstos van en forma continua dependiendo de la opción a seguir, ya sea por simetrías o por traslaciones.

Cada uno tiene la elección de: seguir, devolverse, continuar y terminar y donde cada uno tiene una temática sencilla basada en la correspondencia que encierra el concepto de simetría y traslación.

Las herramientas gráficas que permiten la realización de los dibujos son: Corel Draw y Pain que corren bajo la plataforma windows 95, los cuales se integraron para elaborar e implementar los dibujos pertinentes y que seguidamente se complementa con un sonido editado en Compaq Wav Maker, con variedad de música y mi voz.

La herramienta de programación que permite la realización del trabajo es Hypper Helpper, programa que corre bajo la plataforma Windows 95, el cual se compone de varias herramientas que le posibilitan mayor eficacia a este programa y que cuenta con : hot spots, texto, título, gráficos, agregar botones, animación y manejador de proyectos entre otros.

## RECOMENDACIONES

- 0 Se recomienda que en la Institución Educativa, el maestro realice actividades fuera del aula relacionadas con el aprendizaje de simetrías y traslaciones para que el niño pueda interiorizar la parte teórica y relacionarla a través de la práctica.
- 0 También se recomienda que los maestros de matemáticas, le dediquen mayor tiempo a la enseñanza de la geometría, especialmente a las nociones que preceden a estos conceptos como frontera, línea cerrada, convexo y vecindad entre otras.
- 0 Además se recomienda en el caso de las traslaciones que el niño refuerce estos conceptos a través de juegos didácticos, donde éste tenga que trasladarse de un lugar a otro utilizando el concepto de lateralidad.
- 0 Aunque el software haya sido realizado para para niños de Educación Básica Primaria, puede ser utilizado por cualquier niño.

## BIBLIOGRAFÍA

Carretero, Mario. Constructivismo y educación.  
Edit.

Dickson, Linda et y ai. El Aprendizaje de las matemáticas.  
Edit. Labor, España, 1991. Pg 65-87

Piaget, Jean. Seis Estudios de Psicología.  
Edit. Planeta de Agostini. España 1985 pg 61-74

Z. P, Dienes y E. W. Golding. Topología. Geometría Proyectiva y Afín.  
Edit. Teidé. Barcelona. 1969 pg 16-30

Z.P. Dienes -E.W. Golding. Geometría Euclidiana.  
Edit. Teidé. Barcelona. 1973. Pg 7-17