SISTEMATIZACIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA PARA DESARROLLAR PENSAMIENTO ADITIVO

ERIKA MARIA AGUDELO CALLE
MARIA ELENA ESPINOSA QUIRÓS
NORA ELENA CARDONA VELÁSQUEZ
CONRADO ANTONIO CASTAÑEDA CASTRILLÓN
PAULA ANDREA MORENO ARBELÁEZ
DIANA PATRICIA VALENCIA ISAZA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE:
LICENCIADOS EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

JOHN JAIRO MÚNERA CÓRDOBA
ASESOR

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLIN
2007

A nuestros familiares por su apoyo incondicional y permanente, a la dedicación y esfuerzo que como maestros en formación tuvimos para el presente trabajo.

AGRADECIMIENTOS

Ofrecemos nuestros agradecimientos a las instituciones educativas Pedro Luis Álvarez Correa en sus sedes de primaria y al Colegio Santo Domingo de Guzmán por facilitar sus espacios y brindar su valioso apoyo para el desarrollo de nuestro proyecto de investigación.

Al asesor John Jairo Múnera Córdoba por aportar desde su conocimiento a nuestra formación didáctica, pedagógica e investigativa. Por su constante exigencia durante todo este tiempo, su compromiso y gran acompañamiento.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

En tanto que los sujetos tienen sus “aprendizajes” iniciales en matemáticas durante la primera infancia al llevar a cabo la memorización y repetición de los dígitos o incluso mas allá, es una escala del proceso de conteo lo que hay de fondo y la comprensión del sistema de numeración decimal la base fuerte para la serie de aprendizajes que se vienen en adelante al transcurrir los años de la vida escolar.

El presente, es un producto de la sistematización de la experiencia de práctica basada en la construcción de la estructura aditiva a través de la comprensión significativa del sistema de numeración decimal, el cual tiene como base no solo el enfoque de situaciones problema durante la fase de intervención en el aula; sino que se enmarca dentro de un modelo pedagógico de tipo social, donde el aprendizaje se da por medio de la interacción con el otro y con el conocimiento, teniendo en cuenta aquellos que son actuales en el individuo.

En acuerdo con las anteriores ideas y con miras a lograr un buen impacto y aceptación en los estudiantes frente a las situaciones matemáticas planteadas, se elige el juego como un contexto apropiado para la evolución de los aprendizajes, la interacción individuos-conocimiento y el surgimiento de ideas espontáneas que más adelante se van puliendo y que llegan a convertirse en verdaderos aprendizajes.

Muestra de ello son los materiales recopilados (cuadernos, fotos, grabaciones) que permiten interpretar la realidad y demostrar con los procesos adelantados por los estudiantes que la construcción de la estructura aditiva es posible llevándose a cabo aprendizajes claros desde el conteo, la numeración en base diez, el valor relativo y absoluto y el principio de sustitución.

Más que una construcción, debido a los grupos de grados escolares con que se trabaja, lo que se hace es una reconstrucción de procesos que se supone los estudiantes ya alcanzaban y ellos(as) comprendieron de forma real y significativa que se puede aprender matemáticas entendiendo lo que se hace, mas allá de una neta solución de problemas con la misma estructura que de antemano previenen sobre el camino adecuado para resolverlos.

Inicialmente se plantea el diseño metodológico, el cual presenta el cómo se realizó la intervención. Además se presenta el compendio de las diferentes situaciones empleadas, con su respectivo análisis e interpretación acerca de los resultados y el impacto generado en los estudiantes con la implementación de las mismas.

Los puntos centrales del trabajo se organizan en tres apartados:
En el primero se hace una conceptualización teórica frente a lo que es pensar aditivamente, retomando lo que es el pensamiento numérico, estructura aditiva y clasificación de los problemas.

El siguiente apartado está dedicado a la didáctica de las matemáticas, donde se retoman diferentes teorías del aprendizaje. Por último se presenta la definición del papel del alumno, el docente y el saber en el proceso de enseñanza y aprendizaje; todas ellas vigentes en la implementación de las situaciones didácticas.

Por último, se documenta el enfoque de situaciones problema como estrategias para intervenir el aula, a través de autores locales como Jhon Jairo Múnera y Orlando Mesa, también de autores internacionales como Luis Moreno Armella y Guillermina Waldegg, entre otros.

Se espera entonces, el presente trabajo sea objeto de estudio de muchos y motivación para mejorar de otros tantos, pues en la ardua tarea de educar, un saber específico como las matemáticas es uno de los múltiples espacios con que se cuenta para ese ideal de la formación de un sujeto.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROYECTO

1.1 Formulación Del Problema

Contar es una de las primeras habilidades que desarrolla el niño, ésta se da en forma natural y espontánea. Una vez adquirida esta habilidad el hombre tiene la necesidad de recurrir al uso de otro tipo de herramientas que faciliten, agilicen y abrevien los procesos de cálculo.

El sistema de numeración va más allá del acto de contar, reúne un conjunto de habilidades en el que se incluyen, de acuerdo a Jaime Martínez (2000), contar, partir, agrupar y relacionar los números. Así mismo, cada una de estas habilidades tiene una serie de particularidades que permiten establecer relaciones entre ellas, favoreciendo el trabajo de apropiación del valor posicional y el sistema de numeración como tal, asuntos que se convierten en el punto de partida para iniciar la movilización de pensamiento aditivo.

Debido a las características que se pueden establecer entre las diferentes unidades de orden, es decir, el valor relativo y el valor absoluto de un número, el sistema de numeración decimal toma sentido en la comprensión de la estructura aditiva, siendo la suma y la resta sus representaciones mas sencillas, según Carpenter y Moser (Citados por Luis Rico, 1995), ya que la gran mayoría de los conceptos matemáticos y su desarrollo en el niño ocupa un extenso período de tiempo, pues ha de cubrir la transición de los recuentos informales y las estrategias propias que los niños realizan al margen de la instrucción hasta el uso de datos numéricos y los algoritmos formales.

Respecto a lo anterior y, teniendo en cuenta los resultados de la prueba inicial relacionada con problemas de estructura aditiva, y las observaciones registradas al respecto, en los estudiantes de 3º y 4º de la Institución Educativa Pedro Luís Álvarez Correa, sedes Maria Goretti, Andalucía y La Inmaculada y, el Colegio Santo Domingo de Guzmán, se evidencian serias dificultades, ya se encontró que sólo resuelven aquellos que poseen una estructura canónica, es decir aquellos en donde se conocen un **a** y un **b**, y se debe de encontrar un **c** desconocido, en forma lineal, o sea de la forma **(a ± b=?)**

Además se observó que los niños no están en capacidad de expresar y, al mismo tiempo argumentar los procedimientos utilizados a la hora de resolver problemas; es en este sentido que desde este trabajo nos proponemos dar respuesta al interrogante, ***¿Cómo superar la enseñanza y aprendizaje de la suma y la resta por separado, para privilegiar la construcción significativa de relaciones propias del pensamiento aditivo?***

De ahí que se pretenda movilizar e implementar una estrategia de intervención, que vincule lo lúdico hacia una comprensión significativa de relaciones aditivas y, enfocadas a la resolución de problemas en diferentes contextos. Para tal efecto partimos de la hipótesis, la participación de los estudiantes en la construcción de sus aprendizajes ayuda a una mejor comprensión de las relaciones conceptuales y por consiguiente a un mejor desempeño en tareas asociadas a contextos matemáticos.

A partir de 1998, con la propuesta de los Lineamientos Curriculares, publicada por el Ministerio de Educación Nacional, se deja de tratar a la aritmética como una rama de las matemáticas desde una perspectiva estructuralista, para enfatizar por el desarrollo del pensamiento numérico, definido éste como "… la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones" (Mcintosh, 1992. citado en Ministerio de Educación de Colombia, MEN, Pág. 43).

La aritmética es un componente de matemáticas escolares que tiene un uso mas frecuente en el ámbito social, es también una base fundamental en la educación matemática, sin embargo, el desempeño de los estudiantes no es realmente satisfactorio. Esto puede ser consecuencia de la misma educación, la cual, tradicionalmente, hace referencia a la enseñanza del algoritmo de las operaciones tal como se expresa en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas "… el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlos en situaciones y problemas prácticos…" (1998, Pág. 53).

El aprendizaje de las matemáticas escolares, desde el punto de vista de lo numérico, debe propiciar el trabajo con las operaciones de tipo aditivo teniendo en cuenta sus diversos significados, con el objetivo de adquirir un sentido amplio del efecto que tienen éstas sobre los números, así como la relación inversa que entre ellas se establece; en este sentido resulta conveniente dentro de la metodología de aula que se logren interacciones entre maestro y estudiantes, al igual que entre estos mismos, a través de sus propias observaciones, interpretaciones y conclusiones. De acuerdo con esto, el trabajo de los estudiantes es primordial, ya no hay procedimientos únicos sino exploraciones variadas que muestran otros procesos válidos para llegar a la solución.

En contraste con todo lo expresado anteriormente, y con la información recolectada durante el periodo de observación, se puede afirmar que la educación matemática llevada a cabo por los docentes de las sedes de primaria de La Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa y el Colegio Santo Domingo de Guzmán en los grados tercero y cuarto, carece de muchos de los aspectos tratados hasta ahora, tanto en lo conceptual como en lo metodológico. Esto es evidenciable en las formas metodológicas empleadas por las maestras, básicamente enmarcadas en los principios de la pedagogía tradicional.

En cuanto a lo conceptual, observado en las intervenciones de los docentes, se aprecia el tratamiento poco adecuado en cuanto a la comprensión del sentido de las operaciones aditivas, es decir, se lleva acabo una completa ejercitación de los algoritmos y una escasa aplicación de los diferentes significados de las mismas en la solución de problemas, que en las pocas oportunidades en éstos son propuestos, presentan una misma estructura y contextos pocos significativos.

Lo anterior, hace que en el momento en que el estudiante sea indagado en sus desempeños en cuanto a habilidades del pensamiento numérico, no responda con fluidez a los planteamientos que demandan comprensión y aplicación de lo aprendido. Es el caso, por ejemplo, de los malos resultados en la prueba inicial.

También, una prueba de la no construcción significativa de relaciones asociadas al pensamiento aditivo, está en las observaciones que se registraron de los cuadernos de matemáticas del año anterior, proporcionados por los estudiantes, los cuales evidencian en lo concerniente al tratamiento que se da por parte de las docentes para la construcción de la estructura aditiva que inicialmente el trabajo es la explicación de las operaciones de adición y sustracción en el sentido de añadir y quitar, respectivamente, se definen términos de cada operación y las diversas propiedades que en ellas se manejan. Estas operaciones no se trabajan en el contexto de solución de problemas, sino que los problemas se dejan para el final, a través de estereotipos de la forma $\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = \mathbf{?}$

De esta manera, resulta necesaria la implementación de situaciones problema como el camino hacia la comprensión significativa de la estructura aditiva pues los procesos llevados bajo este enfoque permite avanzar a los estudiantes en sus aprendizajes y a los docentes en sus metodologías.

1.2 OBJETIVO GENERAL

Implementar una estrategia de intervención pedagógica, desde el enfoque de situaciones problema, orientada a desarrollar procesos numéricos en contextos de pensamiento aditivo.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Indagar los conocimientos previos de los estudiantes, respecto a la fluidez conceptual y algorítmica, al resolver problemas asociados a contextos aditivos.

- Diseñar situaciones problema que posibiliten la movilización de relaciones aditivas a partir de contextos lúdicos y significativos para los estudiantes.

- Describir e interpretar los cambios de los estudiantes, en los niveles conceptual, procedimental y conductual, respecto a la realización de tareas de tipo aditivo, después de la implementación de la estrategia de intervención.

2. DISEÑO METODOLÓGICO

El enfoque investigativo que se adoptó para el desarrollo del presente proyecto fue el Cualitativo - Descriptivo - Explicativo, donde se involucra un enfoque cualitativo y cuantitativo, estableciendo esquemas de comportamiento y realizando observaciones y descripciones para llegar a interpretar y establecer conclusiones, que nos ayudaron en un comienzo a establecer el problema de estudio y luego a sustentar el mismo.

Marco Contextual

Este trabajo se desarrolló con la población estudiantil de la Institución Educativa Pedro Luís Álvarez Correa (PLAC) sedes Primaria del municipio de Caldas y el Colegio Santo Domingo de Guzmán de La Policía Nacional del municipio de Bello. Definiendo como muestra únicamente la jornada de la mañana en los grados tercero y cuarto, la cual está compuesta por un total de 225 niños. Todos ellos pertenecientes a estratos 1, 2 y 3.

La mayoría de los estudiantes que componen la muestra se encuentran en un rango de edad entre 8 a 9 años. Hallándose también estudiantes con edad mínima de 8 años y edad máxima 14 años. También se puede inferir por la variable sexo que el 63.8% pertenecen al sexo femenino y el 36.2% al sexo masculino.

En general los grupos familiares de los estudiantes son pequeños conformados por un número que oscila entre tres y cinco personas, encontrándose que en promedio cada estudiante vive con cuatro personas, de las cuales frecuentemente uno o dos son hermanos; en la mayoría de los casos los estudiantes viven con sus padres, sin embargo también se encuentran grupos conformados por tío o tía, madre cabeza de hogar o abuela, son muy pocos los que viven con personas que no pertenecen a la familia (10.13%).

Por otro lado, se pudo establecer que los grupos familiares son estables, según información proporcionada por los estudiantes llevan relaciones familiares entre excelentes y agradables; además en lo referente a las obligaciones económicas se puede decir que son asumidas en gran parte de los casos por el padre y la madre, seguidos por el papá únicamente y la mamá únicamente.

Los padres de familia se desempeñan en los sectores laborales de: bienes y servicios, ebanistería y construcción, industria automotriz y afines, en labores como: obrero, vendedor, operaria, orfebre, mecánico, policía, conductor y despachador de carros. Seguidamente, más de la mitad de las familias de los estudiantes viven en casa propia sucedidos por un porcentaje algo menor que viven en casa alquilada.

A lo anterior se puede añadir los diversos tipos de actividades que los niños realizan al final de su jornada estudiantil destacándose con mayor frecuencia hacer las tareas, ver televisión y hacer los oficios en la casa, con menor frecuencia esta cocinar, leer y practicar en computadores.

Básicamente se dieron tres etapas durante la investigación, la primera de ellas puede denominarse como una etapa de diagnóstico, en la cual se levantó un panorama general sobre el nivel socio- económico de los integrantes de la muestra. La segunda se ha nombrado etapa de intervención en la cual se llevo acabo las actividades de aprendizaje en el aula y una última etapa, interpretación de resultados que permitió obtener las conclusiones principales del trabajo.

En las siguientes líneas se describirá cada una de las etapas, de una manera más especifica.

Etapa de Diagnóstico

Tuvo un periodo de duración de medio año, momento en el cual, se asistió a las clases de los maestros, con el fin de conocer el trabajo realizado por ellos dentro del área de matemáticas, como también, observar metodologías y registrar procesos de índole cognitivo y comportamental de los alumnos.

Durante este mismo periodo de tiempo, se realizó un inventario del material didáctico y textos que poseía la institución y los docentes; esto con el fin de conocer algunos de los medios con que cuenta la institución en el área de matemáticas los cuales sirven como guía a profesores y estudiantes en los procesos de aprendizaje.

Se diseñó y aplicó una encuesta (ver anexo Nº 1) con el objetivo de leer niveles sociales, económicos, familiares y afectivos, acercándonos así a la realidad cotidiana de los estudiantes, en cuanto a la totalidad de las variables mencionadas en el marco contextual.

Posteriormente, se utilizó el instrumento de categorización de información basados en el PEI (ver anexo Nº 2), este instrumento permitió observar aspectos generales del mismo, como metodologías, modelos de aprendizajes Información que fue comparada y analizada con lo observado en clase.

Etapa de Intervención

La segunda etapa tuvo una duración de un año, y se dividió en varios momentos, en el primero se implementó una prueba diagnóstico inicial, relacionada con los problemas de tipo aditivo, ésta contaba con 12 ítems, de los cuales 11 eran problemas relacionados con las categorías de cambio, igualación, combinación y comparación, el ítem número 12, hacía referencia a las sentencias, el objetivo era averiguar el valor del espacio en blanco.

Dicho instrumento tenía como propósito indagar sobre los saberes previos de los estudiantes (ver anexo Nº 3). Culminando la intervención, se aplicó la prueba diagnóstico final, la cual era la misma prueba inicial de estructura aditiva, esto con el fin de comparar y analizar el cambio generado en los estudiantes en cuanto a lo cognoscitivo, la forma de proceder y razonar ante problemas de tipo aditivo.

Las intervenciones en el aula estuvieron desarrolladas bajo el enfoque de situaciones problema y se trabajaron en tres momentos: taller introductorio, taller de aplicación y taller de indagación. Cada situación estuvo compuesta por estos tres momentos.

Para la elaboración de los mismos, se diseñaron materiales físicos (dados, tableros fichas, etc.), a la vez los talleres mencionados que permitían apropiarse de los diversos conceptos implícitos en cada una de las actividades propuestas durante la intervención.

Las evidencias del trabajo desde las situaciones tiene que ver con fotos, videos, muestras de las producciones realizadas por los estudiantes. Además el diarios de procesos (ver anexo Nº 4) el cual facilitó la reflexión y el análisis del trabajo llevado acabo en el aula de clase, como también comparar, consignar los avances, procesos actitudinales y conceptuales alcanzados. En este se podía consignar el propósito, la descripción de la actividad, el tiempo dispuesto para esta; así mismo los aspectos significativos positivos o problemáticos que se presentaran y, un espacio para el análisis y conclusiones frente a lo sucedido.

Interpretación de Resultados

Para la interpretación de resultados, se recurrió a la estadística descriptiva organizando y presentando la información en tablas y gráficos, además del análisis de los mismos, de igual forma se sustrajo información de las evidencias registradas y recolectadas en los diarios de procesos, cuadernos y trabajo realizado por los estudiantes, esto se empleó como herramientas que respaldan y validan las inferencias realizadas.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 EL PENSAMIENTO ADITIVO: UN NUEVO CONCEPTO

La organización del conocimiento matemático, que se propone en los lineamientos curriculares, (MEN, 1998), esta estructurado en cinco tipos de pensamiento, dándole a la matemática un panorama, orientado más desde los procesos y el desarrollo de habilidades que desde la mecanización de algoritmos, memorización de definiciones y propiedades. En este sentido, se define el pensamiento numérico como:

> *“La comprensión que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”.* (Mcintosh, 1992. citado por MEN, 1998, p.43)

Resulta necesario concienciar acerca de la continuidad que requieren los procesos y el tiempo que se debe invertir para que los estudiantes tomen la posición que se propone con miras a sus aprendizajes y el desarrollo de las destrezas del pensamiento numérico.

Específicamente se propone que el pensamiento numérico sea tratado desde experiencias que involucran principalmente la comprensión del significado de los números, la comprensión significativa del sistema de numeración, que según Jaime Martínez (2000) incluye el reconocimiento del valor absoluto y relativo de los números, el contar, componer y descomponer números y establecer relaciones entre ellos.
La comprensión de las operaciones, la capacidad para usarlas en el planteamiento y solución de problemas además de “…la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario” (MEN, 1998. p.44) son indicadores reales que permiten conocer el nivel en que el estudiante se encuentre en cuanto a pensar numéricamente y no aritméticamente, entendiendo el pensar aritméticamente como la postura didáctica

tradicional, la cual se limitaba a la solución mecánica de una lista casi interminable de ejercicios, que aportaba sólo habilidad para desarrollar algoritmos y no potenciaba procesos de pensamiento.

De forma novedosa y con el fin de armonizar la construcción y adquisición de conceptos, la inclusión de contextos significativos aparece como elemento del currículo de matemáticas, el cual, se torna fundamental para el aprendizaje y desarrollo del pensamiento numérico, pues tiene efectos tan positivos en los estudiantes en procesos como el planteamiento, resolución de problemas, identificación y ejercitación de las operaciones, hasta la identificación del sentido e importancia que tienen las matemáticas en la vida diaria.

De esta manera, en palabras del Ministerio de Educación Nacional (2005, p.15) "…el desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente una serie de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos…".

3.1.1. La Estructura Aditiva Desde Piaget Y Otros

La suma es, en general, más sencilla que la resta. Su adquisición debe estar orientada por la resolución de problemas. El aprendizaje que deben realizar los niños sobre estos conceptos, es decir, en lo relacionado con la estructura aditiva, subyace en una gran parte de la matemática y por un periodo de tiempo bastante extenso.

Con respecto a la adición, Piaget expone que ésta es una operación que asocia las partes en un todo. Es decir, la adición es una operación reversible en el sentido que, por una parte, los sumandos se reúnen en un todo y, por otra, dicho todo se considera constante (invariante) con independencia de las diversas particiones que puedan efectuarse.

Ahora bien, la interpretación de los números en términos de relación parte-todo según Resnick es uno de los mayores logros que se puede obtener durante el periodo primario, entendiendo éstos como un todo que se pueden dividir en partes teniendo en cuenta que indiferentemente de la cantidad de combinaciones en que se pueden partir, el todo es invariante.

De esta manera, la habilidad para componer y descomponer números lleva implícita una iniciación a las operaciones de adición y sustracción de una forma llamada "natural" la cual consiste según Brissiaud (1993) en descomponer los sumandos de acuerdo a la cantidad de unidades de base diez que la constituyen, por ejemplo:

$$\begin{aligned} 35+48 &= 30+5+40+8 \\ &= 10+10+10+5+10+10+10+10+8 \end{aligned}$$

Ahora bien, para que el todo sea conceptualizado como constante, el niño tiene que poseer la conservación operatoria. Piaget y Szeminska (1941) utilizan tres técnicas para estudiar la composición aditiva:

a) Identidad del todo a pesar de las distintas composiciones aditivas de sus partes;
b) igualación de dos cantidades.
c) Partición del todo en dos partes equivalentes.

Los resultados empíricos obtenidos, muestran la existencia de una etapa inicial en la que no hay composición aditiva, una etapa intermedia en la que se manifiesta una composición aditiva intuitiva y una etapa final en la que se da una composición aditiva real, definiendo así estas tres etapas por la invarianza del todo y la reversibilidad de las operaciones que la constituyen.

La estructura aditiva comprende aquel tejido entre elementos, operaciones (suma y resta) y relaciones establecidas en un conjunto numérico; en éste sentido y parafraseando a Carpenter y Moser, citados por Encarnación Castro en el texto "Números y operaciones" para que esto se de a cabo es necesario que los estudiantes pasen por recuentos informales, utilización de diversas estrategias al margen de su instrucción formal, hasta llegar a la formalización de los algoritmos de la adición y la sustracción.

La adición requiere que el niño reconozca que el todo permanece invariable independientemente de la composición de sus partes, lo cual supera las ideas básicas de que sumar es juntar y restar es separar; con el ánimo de ampliar ésta concepción, el estudio que se haga acerca de la resolución de problemas de tipo aditivo debe vincular los diferentes significados de la suma y la resta, además tener en cuenta que estas dos operaciones son inversas y que en palabras de Jaime Martínez, la sustracción es considerada como un caso particular de la adición.

"Por ello, la resolución de un problema se realiza mediante la representación de los datos del mismo en términos del esquema parte-todo; esto es, asignándoles la categoría de parte o la de todo, lo que posibilita la identificación adecuada de la incógnita y la utilización de estrategias de cómputo flexibles."(Resnick, 1983 citado por Bermejo 1990, pág. 137)

Por lo anterior, en la clasificación propuesta por Nesher, citado por Luis Rico y otros en el texto "Estructuras aritméticas y su modelización", las categorías semánticas, son "…las características estructurales del problema que lo dotan de significado"[1], en otras palabras "…aquellas que caracterizan las acciones y las relaciones implícitas en el problema"[2] , en este sentido cobran gran relevancia en el desarrollo de la estructura aditiva, obedeciendo a las siguientes sentencias:

[1] Carpenter y Moser, (1982, 1984,1984). Citados por Carlos Maza. "Sumar y restar". p. 26.
[2] Maza, Carlos. Sumar y restar. (1989). España. Visor Distribuciones. p. 26

Tipos de sentencias	
Para la suma	Para la resta
a + b = ?	a - b = ?
a + ? = c	a - ? = c
? + b = c	? - b = c
? = a + b	? = a - b
c = ? + b	c = ? - b
c = a + b	c = a - b

Tabla 1: Tipos de sentencias

Parafraseando a Jaime Martínez, las anteriores sentencias se pueden establecer debido a las relaciones que se dan entre las cantidades, las cuales son susceptibles a crecer o a disminuir; llevando a la pregunta sobre la cantidad antes o después del aumento o que indaga sobre la cantidad inicial, final o de crecimiento.

De lo anterior, los diversos problemas que se pueden elaborar de acuerdo a los diferentes modelos de sentencias se pueden clasificar en las siguientes categorías:

Categoría de cambio: describe una acción, la cual hace alusión a la cantidad denominada de cambio. Las demás cantidades son una inicial y otra final. En total en esta clase de problemas intervienen tres cantidades diferentes, donde la cantidad desconocida puede ser cualquiera de las tres, teniendo en cuenta las sentencias ya mencionadas, tanto para suma y para resta.

N°	PROBLEMA	SENTENCIA	OPERACIÓN
1	Juan tiene $800 pero quiere ajustar $1200. ¿Cuánto dinero le deben pagar en su trabajo?	a + ? = c	Resta (-)
2	Juan tiene $400, su hermano le dio $ 800, ¿Cuánto dinero tiene ahora?	a + b = ?	Suma (+)
3	A Juan le han regalado $800, ahora tiene $1200. ¿Cuánto dinero tenía antes?	? = a + b	Resta (-)
4	Juan tiene $1200, se gasta cierta cantidad en bombones y ahora tiene $800. ¿Cuánto costaron los bombones?	a - ? = c	Resta (-)
5	Juan tiene $1200 y se gasta $800. ¿Cuánto dinero le queda?	a – b = ?	Resta (-)
6	Juan ha perdido $800, todavía le quedan $400. ¿Cuánto dinero tenía antes de la perdida?	? – b = c	Suma (+)

Tabla 2: Problemas de cambio

Categoría de combinación: estos problemas hacen referencia a la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma, se diferencia de la de cambio en que ésta no implica una acción.

N°	PROBLEMA	SENTENCIA	OPERACIÓN
1	Andrés tiene 10 dados grandes y 5 dados pequeños ¿Cuántos dados tiene en total?.	a + b = ?	Suma (+)
2	Andrés tiene 15 dados de los cuales 5 son pequeños. ¿Cuántos son grandes?	? – b = c	Resta (-)

Tabla 3: Problemas de combinación

Categoría de comparación: en ésta se establece una comparación entre dos colecciones, por lo tanto se utilizan las frases “más que “y “menos que”. Las cantidades que entran en juego son llamadas cantidad de referencia, cantidad comparativa y cantidad de diferencia.

N°	PROBLEMA	SENTENCIA	OPERACIÓN
1	Carlos tiene $800 más que Mateo. ¿Cuánto dinero tiene Mateo, si Carlos tiene $2000?.	c = a - ?	Resta (-)
2	Carlos tiene $2000. Mateo tiene $1200. ¿Cuánto dinero más tiene Carlos que Mateo?	c = ? + b	Resta (-)
3	Carlos tiene $800. Mateo tiene $1200 más que el. ¿Cuánto dinero tiene Mateo?	c = a + b	Suma (+)
4	Carlos tiene $2000. Mateo tiene $800 menos que el. ¿Cuánto dinero tiene Mateo?	c = a - b	Resta (-)
5	Carlos tiene $2000. El tiene $800 más que Mateo. ¿Cuánto dinero tiene Mateo?	a + ? = c	Resta (-)
6	Mateo tiene $1200. El tiene $800 menos que Carlos. ¿Cuánto dinero tiene Carlos?	a + b = ?	Suma (+)

Tabla 4: Problemas de comparación.

Categoría de igualación: ante un problema de este tipo se debe indagar por el qué hacer para igualar dos cantidades. Se establece de alguna forma una relación entre la categoría de cambio y comparación.

N°	PROBLEMA	SENTENCIA	OPERACIÓN
1	Ana tiene 13 anillos y Andrea 4. ¿Cuántos anillos tiene que comprar Andrea para tener tantos como Ana?.	a + ? = c	Resta (-)
2	Andrea tiene 4 anillos, si Ana vende 9 anillos tendrá tantos como Andrea. ¿Cuántos anillos tiene Ana?.	a + b = ?	Suma (+)
3	Andrea tiene 4 anillos, si le dieran 9 anillos tendría tantos como Ana. ¿Cuántos anillos tiene Ana?	? = a + b	Suma (+)
4	Ana tiene 9 anillos, si a Andrea le dan 4 anillos más tendrá igual cantidad que Ana. ¿Cuántos tiene Andrea?	c = ? + b	Resta (-)

Tabla 5: Problemas de igualación

Conocer las diferentes categorías brinda un gran aporte a la hora de enseñar a sumar y restar, propiciando en los alumnos un aprendizaje más significativo. El conocimiento de estos tipos de problemas aditivos, junto con el trabajo continuo del sistema de numeración decimal y el uso del cálculo mental, brindan bases fundamentales para que los estudiantes adquieran futuros conceptos matemáticos, habilidades y destrezas necesarias para la resolución y el planteamiento de problemas.

3.1.2 Pensamiento Aditivo

"El pensamiento capacita tanto para la autorreflexión como para la representación de la realidad. Su punto de partida son las impresiones de los sentidos, pero alcanza su ser propio, no intuitivo, en la formación conceptual. Por ello puede el hombre representarse algo o elaborar un plan sin que le esté dada de manera inmediata una realidad concreta". (Horst Shaub y Karl G. Zenke, 2001, p. 143).

Por lo cual, toda acción humana, esta sujeta al ejercicio de pensar, ya sea para solucionar una situación personal, a corto, mediano o largo plazo; o simplemente para resolver un problema de la vida real o hipotética en un determinado contexto o área del saber, como las matemáticas, donde se deben haber adquirido y construido ciertas destrezas y conceptos.

Por las razones anteriores y otras ya mencionadas a lo largo de este escrito, es que se puede hablar de pensamiento matemático, donde esta relacionada la reflexión y el conocimiento.

Según Encarnación Castro[3]

> *"la matemática es un tipo de pensamiento, el cual es abstracto y estudia relaciones de tipo general, posee un lenguaje formal, utiliza un razonamiento axiomático y hace un amplio uso de las técnicas y procedimientos de la lógica".*

Por las definiciones empleadas de pensamiento y de matemática, y en este sentido, se puede decir que el pensamiento matemático es, el conjunto de estrategias o procedimientos empleados para llegar a un fin; obviamente en éste intervienen procesos de razonamiento, exploración, uso de técnicas, descubrimiento y creatividad.

Según este mismo autor y como consecuencia del párrafo anterior, existen dos tipos de pensamiento que desarrolla la matemática, denominados: el *relacional, donde se enfatiza en la descripción, construcción y clasificación de relaciones* y, *el instrumental*, *que abarca los cálculos, trabajo algorítmico y resolución de problemas* y esta íntimamente ligado a la aritmética, ya que hace empleo sistemático del mismo.

---

[3] Castro E; Rico, L; y Castro, E. Números y operaciones. 1988. Madrid. Síntesis.

En el periodo que comprende la educación básica, ciclo primaria, los niños están por un espacio aproximado de cinco años estudiando las operaciones aritméticas, donde la enseñanza de la suma y la resta tienen cierta importancia.

Las operaciones de suma y resta, son las que conforman la llamada Estructura Aditiva definida por Vergnaud (1997; p. 161) *"como las estructuras o las relaciones en juego que sólo están formadas de adicciones o sustracciones"*. Las relaciones se entienden como las medidas o cantidades que se transforman (se operan) y dan lugar a otra medida pertenecientes al mismo conjunto al que corresponden las iniciales.

Por juego, se interpreta la ambientación que se realiza en torno a las medidas o cantidades, en otras palabras, al problema; estos problemas se pueden redactar de acuerdo a las categorías ya presentadas, de tal forma que la solución de éstos obedezca a una suma o una resta.

En la solución de estos problemas se hace necesario saber sumar o restar (hablaremos en adelante de sólo sumar, pero esto hace alusión a la suma y a la resta, debido a que la resta es un caso particular de la suma, como se había dicho anteriormente), pero no entendiendo este saber sumar (en palabras de Carlos Maza y Jaime Martínez) como una secuencia lineal de acciones que se realizan de forma mecánica, sin reflexión, existiendo una diferencia entre saber sumar y saber hacer una suma como señala Ferrero (1984).

La diferencia de saber sumar y saber hacer una suma radica en que la primera implica, por una parte, la comprensión de los diferentes significados que tiene una operación y el uso que a éstos se le pueden dar en diversos contextos o problemas y de otra, la realización procedimental del algoritmo como tal, que es exactamente de lo que se ocupa el saber hacer una suma.

En el anterior sentido saber sumar implica un conocimiento conceptual, mientras que saber hacer una suma requiere solo del conocimiento procedimental, en este sentido Hiebert y Lefevre (1984) citados por Jaime Martínez, realizan la siguiente distinción

> *“En el conocimiento conceptual lo mas importante es la red de conexiones y ligazones entre los elementos de información. El conocimiento profundo de esa red permite su reorganización y reestructuración, su aplicación a nuevos elementos de información. Lo mas destacado del conocimiento procedimental son los nodos, las piezas de la información en si mismas, que presentan escasa o nula relación entre ellas”.*

Se aprecia entonces que saber sumar, implica la solución del algoritmo y cuando éste es el que se emplea para dar respuesta a uno o varios de los interrogantes de una situación problema, o la relación que tiene este con otro tipo de operaciones como la resta y la multiplicación, se utilizan razonamientos, procedimientos o estrategias que no se pueden evidenciar ni desarrollar con sólo saber hacer una suma.

Ahora, el pensamiento aditivo es una relación entre, pensamiento – conocimiento; pensamiento matemático, específicamente el numérico y, dentro de éste concretamente las operaciones de adición y sustracción, que forman la llamada estructura aditiva; orientados a la solución de situaciones o problemas matemáticos; en resumen se puede considerar como:

> *La capacidad que posee una persona para reflexionar, analizar e interpretar determinada información, donde se puedan crear estrategias o procedimientos que le permitan solucionar una situación problema o problemas, recurriendo a las relaciones de suma y resta.*

3.2. APORTES PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

La sociedad actual exige a los ciudadanos un desenvolvimiento en materia de conocimientos, los cuales no tienen que ver con el aprendizaje de conceptos memorísticos que sean de aplicación inmediata a una situación, sino una aplicación significativa y comprensiva, en materia de resultados apropiados y que pueden ser de carácter diverso; esto es, ante una situación, debe existir un abanico de soluciones asequibles a los individuos que se estén enfrentando ante dicha actividad

Ante esto Luis Moreno Armella dice “los estudiantes, cada vez más, tienen necesidad de enfrentarse a la resolución de problemas, no sólo en el ámbito escolar sino en sus futuros lugares de trabajo, en donde la creatividad y la innovación serán la moneda de cambio”. (Moreno, 2001-2002.)

Estas exigencias remiten a considerar el aprendizaje significativo como herramienta fundamental para el alcance de metas escolares, no solo académicos, sino también personales, así como también para el desenvolvimiento en lo cotidiano.

Al respecto Ausubel (1979, citado en Rodríguez, 2004) explica que el aprendizaje significativo:

> *“Es una teoría psicológica porque se ocupa de los procesos mismos que el individuo pone en juego para aprender. Pero desde esa perspectiva no trata temas relativos a la psicología misma ni desde un punto de vista general, ni desde la óptica del desarrollo, sino que pone el énfasis en lo que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden; en la naturaleza de ese aprendizaje; en las condiciones que se requieren para que éste se produzca; en sus resultados y, consecuentemente, en su evaluación (Ausubel, 1976). Es una teoría de aprendizaje porque ésa es su finalidad. La Teoría del Aprendizaje Significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que*

garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo."

De ahí que este aprendizaje significativo no contaba con tanto auge en el pasado, pues antes se pensaba en logros académicos alcanzados solo por el hecho que el estudiante lograra reconocer y repetir el discurso ya dicho por el profesor. Esta forma de trabajo es la que generalmente se conoce como la enseñanza tradicional, aún implementada en muchas instituciones.

El modelo de enseñanza tradicional tiene mucha relación con la teoría de aprendizaje que hace referencia al conductismo. Esta teoría, como su nombre lo indica conduce al estudiante por el camino que el docente desee. Él simplemente plantea unas temáticas que el alumno reproduce, no adquiriendo un aprendizaje significativo y dejando de lado el análisis.

Los planteamientos básicos del conductismo, tomados de Moreno Armella (2001-2002), son los siguientes:

> *"…es un modelo de aprendizaje de tipo asociativo: E (estímulo) – R (Respuesta). Los estímulos (Externos) llegan al individuo, quien produce las respuestas (internas o conductuales). La instalación de nuevas conductas por repetición de asociaciones E-R define el aprendizaje por condicionamiento. Éste es un proceso mecánico en el que el repertorio de comportamientos del aprendiz está determinado por los reforzamientos que el medio proporciona: se recompensan y reproducen las "buenas" respuestas y las "malas" se castigan y son abandonadas."*

En este planteamiento se desatienden las condiciones en las que se llevaron a cabo los aprendizajes, solamente se observa lo que es el estímulo y la respuesta. Asunto que si es analizado desde el ámbito educativo, retoma la enseñanza de las temáticas y la reproducción de las mismas por parte de los estudiantes (estímulo- respuesta).

En contraste con la teoría conductista, Piaget (Chamorro, 2003 p.37) retoma lo que se denomina el empirismo, dejando muy claro que el alumno aprende lo que el profesor explica en clase, más no lo que no explica; Dentro de esta concepción de aprendizaje se define lo que es el discurso transmitido al alumno, quien simplemente recibe los contenidos. Asimismo plantea que el error no puede estar presente, pues está relacionado con el fracaso, y no permite llegar al éxito fundamentado en buenas respuestas. Además, explica que se le debe proporcionar al estudiante pocas o nulas posibilidades de encontrarse con el error.

Se concluye entonces que bajo estos planteamientos el profesor no debe cometer ningún error y debe proporcionarle al estudiante pruebas donde su desempeño se pueda catalogar como excelente y se pueda concluir que aprendió, de acuerdo a lo expuesto por el profesor.

En las líneas anteriores no se halla el ideal educativo expuesto por los investigadores sobre didáctica de las matemáticas, simplemente permiten evidenciar las desventajas que acarrea la enseñanza, en donde se tiene en cuenta solamente la reproducción del conocimiento.
Frente a esto, surge entonces la propuesta constructivista que está muy relacionada con algunos planteamientos de Piaget y en general con la forma de didactizar las matemáticas.

El constructivismo plantea la construcción del conocimiento matemático, teniendo presente las ideas previas, la manipulación de objetos y las relaciones que se puedan establecer en el proceso, siendo de esta manera la interacción, el aspecto fundamental, que permite al individuo enfrentarse a situaciones iguales o parecidas a la realidad. En palabras de Moreno Armella (2001-2002). "…actuando sobre el medio, el sujeto reconstruye el mundo físico y social que le rodea, lo objetiviza y lo representa."

Dicho proceso tiene inicio y al mismo tiempo se fundamenta, en el tratamiento de los saberes previos, detonadores de la actividad cognitiva. Al respecto Ausubel (citado en Carretero, 1993) plantea que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende, la cuál surge en el establecimiento de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que posee el alumno.

De esta manera el alumno podrá comprender, establecer conjeturas con sentido e ir transformando los conceptos intuitivos que posee, con ayuda y orientación del docente, a través de una situación pensada y planeada para generar el conocimiento esperado. Este paso a paso, junto con la metodología activa y el intercambio de ideas, propuesto por el constructivismo, permitirá afirmar la idea planteada por Ausubel (citado en Carretero, 1993, p 27) "Aprender es sinónimo de comprender".

Ese comprender permitirá generar buenos resultados desde los procesos de interacción con el conocimiento, apropiación de los conceptos y la parte evaluativa, la cual debe ser integral y continúa, otorgándole mayor énfasis al proceso que a las respuestas, lo que puede dar cuenta, según Carretero (1993) de procesos de comprensión inadecuados.

A continuación, se presenta un contraste entre cómo es la evaluación desde el constructivismo y desde la enseñanza tradicional. Las ideas son las siguientes: (Forero, Proyecto para el mejoramiento de la educación, 2):

Enfoque memorístico privilegiado

Fomento de la pasividad del estudiante

Obstaculización de un enfoque cooperativo entre los estudiantes

En contraste a estos aspectos aparecen entonces:

Privilegio de la actividad comprensible.

Fomento de la actividad del alumno

Promoción del trabajo cooperativo entre los estudiantes

Los tres primeros aspectos, por una parte, son fácilmente evidenciables en lo instruccional, en donde el alumno es prácticamente el receptor de unos conocimientos que se dan ya elaborados, por los cuales se pregunta y ante ello la obtención del logro se da, si las respuestas son iguales o similares a lo planteado; mientras los últimos, por otra parte, pertenecen a la teoría constructivista, que aunque cuenta con aspectos positivos, deben ser también analizados desde una perspectiva crítica

Continuando con las ideas de Andrés Forero (sin año), se hará mención de algunas desventajas. Se sabe que la evaluación es de tipo abierta en esta visión; la problemática se da, en que para su solución se requiere de mucho tiempo, trabajo en equipo y toma de decisiones por parte de los estudiantes. Asimismo los educandos, pueden tomar como referencia muchas fuentes (textos), dando soluciones que no son resultado de su propia actividad cognitiva, lo cual exige una constante supervisión por parte del docente. De igual modo, entre ellos, se crea un sentimiento de competencia que no es debido dentro de un trabajo colaborativo, pues puede llevar a pequeños roces o discusiones.

Lo anterior da a conocer algunos aspectos negativos que permiten analizar consecuencias que no se dejan ver posiblemente, sino en un momento esencialmente práctico, a la hora de implementar un trabajo en el aula; sin embargo, son más los puntos positivos que ofrece dicha perspectiva, pues se enfatiza demasiado en el desarrollo de la autonomía y la comprensión significativa, el análisis, la discusión, la actividad total por parte del educando y ante todo un trabajo colaborativo.

De esta manera el estudiante podrá simular una actividad científica, al enfrentarse a una situación de aprendizaje. Desde los lineamientos curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998), dicha actividad exige formular, actuar, probar, construir conceptos, teorías que pueda intercambiar, y que reconozca cuales son las que están conformes con la cultura. Este mismo ideal puede hallarse representado, cuando el educando utiliza sus conocimientos previos, interactúa con sus compañeros y genera discusiones de carácter cognitivo, evidenciando así, las posibles fallas que tiene en su forma de pensar o proceder, estableciendo las relaciones lógico- matemáticas, sintiéndose autor y dueño de ellas, siendo capaz de analizar y discutir con la comunidad educativa (profesores, alumnos, padres de familias).

Asimismo desde el constructivismo, el escolar desarrolla su independencia en cuanto a lo intelectual, tendrá la capacidad de deliberar qué concepciones son verdaderas y/o falsas de acuerdo a las posibles argumentaciones que pueda proporcionar; no estará pendiente de las respuestas otorgadas por el docente, porque él cuenta con su criterio, obtenido desde las relaciones matemáticas halladas por sí mismo.

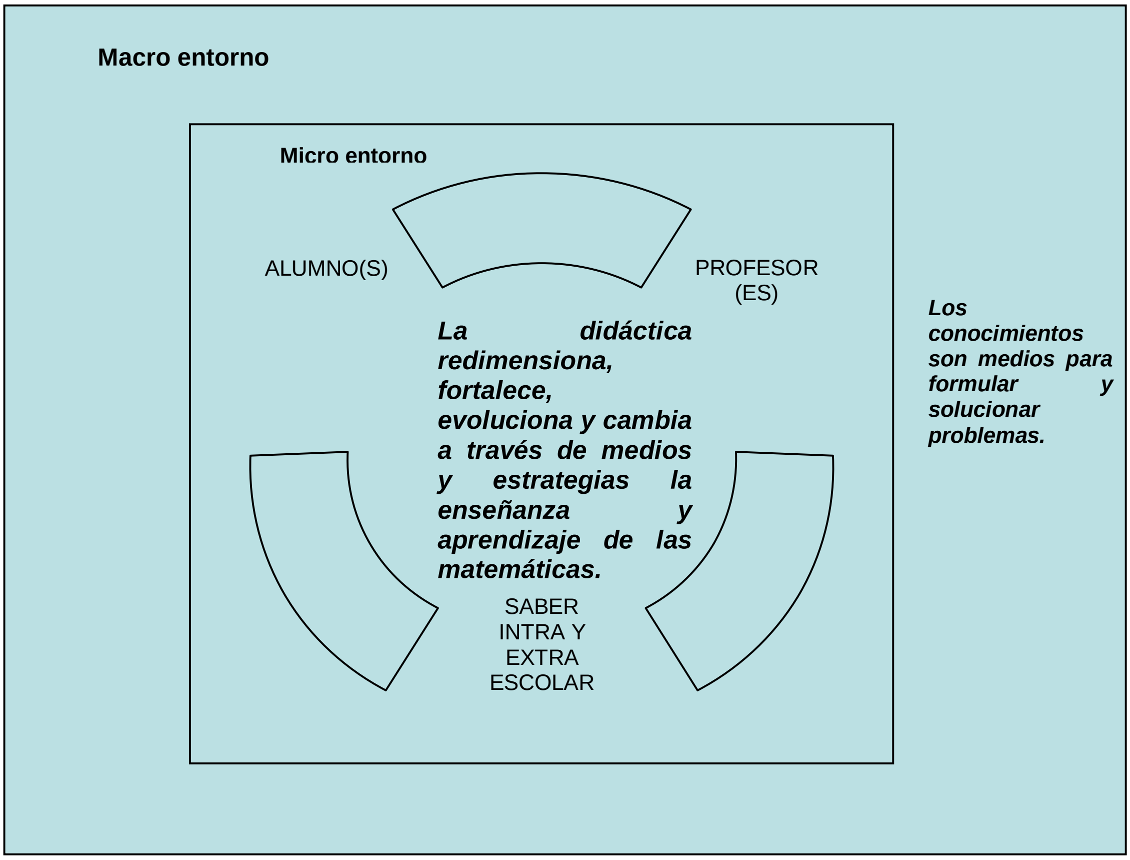
Brousseau (1994 citado por Chamorro, 2003, p 48) plantea que el aprendizaje se considera como una transformación del conocimiento que el alumno debe producir por sí mismo y el maestro sólo debe provocar. Así, tanto el papel del docente, como del estudiante cambiarán radicalmente; el primero será un asesor del aprendizaje, mientras que el estudiante va a tener el papel preponderante, pues estará en contacto total con su objeto de conocimiento.

Ante esto, el docente propone una situación matemática donde el estudiante puede recrear y aplicar en su contexto el conocimiento matemático para obtener una respuesta a lo planteado, como a la vez buscando, indagando y analizando los posibles caminos para llegar a una solución adecuada.

De ahí, que dentro de la didáctica se manejan relaciones en el aula, trazadas por profesor-alumno-saber. A partir de las relaciones se establecen negociaciones e intercambios con el fin de responder a demandas externas del sistema educativo (políticas económicas y culturales etc.), e internas (padres de familia, directivos, docentes etc.).

Ahora bien, según Vasco (1990) Las demandas externas se les denomina macro entorno social y a las internas micro entorno social, ambas proporcionan, conforman y desarrollan la actividad del alumno y facilitan la búsqueda de las matemáticas cotidianas que son las que generan un contexto significativo de aprendizaje.

A continuación se presenta un esquema, tomado y modificado de, Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas(MEN, 1999, p. 21), en el que se modela el tipo de relaciones que se establecen y el papel de cada una de ellas.



En el componente del saber se encierran 3 arquetipos según Carlos E Vasco (1997), estos son:

- *El saber matemático cotidiano*: Es aquel que se encuentra inmerso en la cultura, es decir, el que se aprende antes de entrar a una escuela, como es el contar, y el que se utiliza también en la vida diaria, y el cual es refinado y ampliado en la escuela, con el fin de cambiar y transformar ese medio real en el que se desenvuelve diariamente.
- *El saber matemático científico:* Es aquel en el que se involucra tanto la producción como el trabajo de la misma matemática, es decir, en donde se permite la crítica, se proporciona material de insumo, se refina y desarrolla las matemáticas en cualquiera de sus formas (generalizaciones, inducciones, hipótesis, reflexiones etc.) con el fin de "Convertirse en un saber nuevo e interesante para los demás". (Brousseau ,1994 Citado en el MEN, 1999).
- *El saber matemático escolar:* Es aquel proporcionado por la escuela, en el que se presenta el conocimiento matemático transformado por el docente, de tal manera que sea aprehensible, donde se retoman conceptos anteriormente adquiridos, los cuales deben estar acompañados de formas de representación y significado dándole lugar a nuevas elaboraciones conceptuales y procedimentales.
- *El papel del docente:* El profesor como gestor de su experiencia formativa, analiza y da prioridad a las necesidades, de ahí que sea él, quién seleccione y estructure los contenidos, elija y organice las estrategias de enseñanza y aprendizaje, como la evaluación de las mismas, y proporcione los medios necesarios para que distingan el saber cultural y se apropien de él. Todo esto con el fin de propiciar en el alumno una actividad científica, es decir, de proponer una situación en la que el alumno plantee y solucione problemas en las que ellos se vean involucrados como protagonistas hacia nuevas construcciones.
- *El papel del alumno:* El alumno es quién explora, reflexiona, plantea, reconoce, utiliza, aplica, formula, observa y construye modelos, lenguajes, teorías y

conceptos; que le son útiles para desenvolverse en la vida cotidiana e intercambiar con los otros. Convirtiéndose así en un protagonista activo y centro del proceso de enseñanza – aprendizaje.

3.3. LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO ENFOQUE PARA INTERVENIR EN EL AULA

Dentro de los logros cognitivos que se desarrollan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares fundamentalmente se pretende que los estudiantes logren tres habilidades básicas, las cuales consisten en: la comprensión de los conceptos, la ejercitación de los algoritmos y la resolución de problemas; que podría decirse abarcan de manera general procesos propios de la matemática educativa.

Con este fin la propuesta de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y en general autores como Orlando Mesa, Miguel de Guzmán, entre otros han hablado de la enseñanza problémica en la cual se plantea que las situaciones problema son un contexto apropiado para el aprendizaje y no deben tomarse con el sentido de problemas de aplicación que se dejan para aplicar los conceptos aprendidos al final de una unidad.

Teniendo en cuenta que las situaciones problema deben estar enmarcadas dentro de contextos significativos para el estudiante, se aprovecha esta condición para que se generen altos niveles de motivación, así quien aprende puede encontrarle el sentido que en la realidad tienen las matemáticas pues las encuentra relacionadas con su entorno o con situaciones que aunque no experimente de forma vivencial, reconoce en ellas esta ciencia.

En otras palabras, el contexto debe ser tal que involucre al educando y que más allá de ver en la situación planteada una tarea por resolver para su profesor, haga el problema suyo, esto lo sintetiza Orlando Mesa cuando afirma que "la motivación trata, fundamentalmente de lograr un ambiente propicio para despertar el interés en el niño por aprender, y alcanza su objetivo cuando éste hace suyo el problema."(1997, p22)

Reconocidos autores en didáctica de las matemáticas han hecho sus esfuerzos por definir qué es una situación problema, cuál es su objetivo, cuáles aspectos fundamentales las caracterizan, y han llegado a encontrarse en ideas que aquí se tratarán de sintetizar.

En primer lugar, retomando las ideas de los profesores Orlando Mesa y John Jairo Múnera, una situación problema es un espacio de conceptualización matemática mediado por las interacciones que se dan entre docente, estudiante y conocimiento, a través de la realización de preguntas e interrogantes que llaman a los alumnos a responder y a participar dentro de las actividades expresando las ideas que se pudieron lograr por medio de la experimentación, la discusión con sus compañeros, la aplicación de estrategias propias, el planteamiento de conjeturas, la validación o descarte de las mismas; actos que entre otras cosas le permiten tener una reflexión constante sobre sus aprendizajes y los procesos que está ejecutando.

Dichas interacciones están mediadas por las preguntas que durante la intervención y la observación del trabajo de los educandos el profesor plantea, éstas pueden ser de tipo cerradas y abiertas pero hay que tener cuidado para no tender a los extremos ya que si son muy cerradas los estudiantes las resolverán de manera inmediata sin necesidad de llevar a cabo muchos razonamientos y si son muy abiertas, serán tan difíciles que se pueden rendir o aburrir y abandonar la tarea.

Dependiendo de la calidad e intencionalidad de ellas, serán las respuestas por parte de los estudiantes, al respecto Múnera (2001) afirma:

> Las actividades y preguntas deben orientar la movilización de los preconceptos que poseen los estudiantes y los conceptos básicos que giran en torno a la temática; es decir, no son más que otra manera de dinamizar la enseñanza, vinculando la actividad cognitiva del estudiante, fundamental para su propio aprendizaje. (p 29)

Es por tal motivo que la importancia de lo presentado a los discentes radica en que al solucionar una nueva situación problema sea la utilización de los conocimientos previos la primera herramienta para movilizar el pensamiento pues, “El objetivo fundamental de una situación problema consiste en desencadenar un aprendizaje” (Mesa, 1997, p 21). Considerando las situaciones problema como un espacio de gran riqueza para la actividad matemática, con ellas se pretende generar y movilizar procesos de pensamiento, construir de manera significativa los conceptos y desarrollar ideas matemáticas en los estudiantes.

Considerando las situaciones problema como “…un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la significación matemática”. (Múnera, 2001, Pág. 28) con ellas se busca, además de los objetivos fundamentales mencionados en líneas anteriores, “vincular a los estudiantes en el proceso de matematización para facilitarle el redescubrimiento de los conceptos matemáticos de manera cada vez mas significativa

Para que esto pueda lograrse, se requiere que la situación problema cumpla con unas condiciones o características mínimas, que de manera sintética Luis Moreno Armella y Guillermina Waldegg (2002) expresan en su artículo La fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas,

> *a) Debe involucrar implícitamente los contenidos que se van aprender*
> *b) Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.*

c) Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores

d) Debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a poner en duda sus conocimientos y a proponer nuevas soluciones. (p 56)

Dentro de los múltiples aspectos que el aprendizaje por medio de las situaciones problema despliega en los estudiantes, es de vital importancia resaltar aspectos que se relacionan con el desarrollo de la personalidad de los educandos como son la adquisición de autonomía en el trabajo, al no estar asiduamente concentrados en lo que escribe el profesor en el tablero sino en la realización de su propio trabajo; confianza en si mismos, al expresar sus ideas ante su equipo de trabajo y el docente; y quizás una de las mas importante, al trabajar este tipo de situaciones enmarcadas en contextos significativos el estudiante "…se divierte con su propia actividad matemática" (De Guzmán, M. Citado en Lineamientos curriculares de matemáticas, 1998, p 41).

Todo lo expresado anteriormente fundamenta la propuesta de intervención en el aula del profesor John Jairo Múnera, a la cual se acogen los autores de este trabajo y, que se implementó como estrategia didáctica en las aulas durante el periodo de intervención del proyecto.

Según esta propuesta, los procesos de aprendizaje pueden ser llevados a cabo en el aula estructurados dentro de tres grandes momentos: trabajo grupal, espacio de ejercitación e indagación de resultados.

3.3.1 Trabajo grupal

Los estudiantes se organizan para dar inicio a la solución de la situación problema planteada. En este espacio se propicia la interacción entre ellos con muy poca intervención del docente quien hace el papel de observador y facilitador frente a las preguntas que surgen del trabajo en equipo; también en este espacio se da la experimentación y discusión intragrupal en busca de la solución.

En este momento entran en juego los saberes previos, que si bien en algunos de los alumnos son escasos, los otros pueden aportar eso que conocen y que les es útil al instante de compartir, explorar y conjeturar. De esta manera, los aprendizajes que ya se tenían entran a relacionarse con los nuevos que están implícitos en las actividades. Todo ese trabajo se lleva a cabo de una guía didáctica, que el profesor Múnera a denominado, Taller Introductorio.

En segunda instancia se lleva a cabo un espacio de socialización colectiva, durante la cual, lo que se hace es una puesta en común de lo que cada equipo hizo y de la manera como respondió a los interrogantes anteriormente planteados(en el taller introductoria), este momento es orientado por el docente y contiene una alta participación de los estudiantes con el objetivo de identificar procesos comunes y poder construir entre todos las ideas conceptuales, de manera sistematizada, implícitas en las actividades.

De esta manera los conceptos que antes eran implícitos salen a la luz y conocimiento de todos, organizando así en comunidad un acuerdo sistemático de cómo se procede frente a los procesos que involucran los conceptos que la situación problema los llevaría a aprender, al respecto y en términos algo mas técnicos los autores Múnera, John Jairo y Obando, Gilberto (2003) afirman:

> *"Ésta etapa se constituye quizás en un elemento fundamental del trabajo, ya que en la institucionalización del saber el profesor organiza, sistematiza, da cuerpo y estructura a los objetos matemáticos que se quería fueran objeto de aprendizaje en los alumnos a través de las situaciones problema." (p 197)*

3.3.2. Espacio De Ejercitación

Se da inmediatamente después de la socialización pues se supone que luego de una exhaustiva sistematización, en la cual todos los estudiantes tuvieron las mismas posibilidades para aprender, deben estar en capacidad de “aplicar” los nuevos conceptos aunque no se espera todavía a la perfección pero si de una manera mas acertada que en el primer momento de trabajo grupal.

De esta forma los estudiantes con el material proporcionado al cual se ha denominado taller de aplicación se podrán hacer concientes de la utilidad que tienen los conceptos aprendidos dentro de las matemáticas y más allá del contexto de la situación que se les planteó; asimismo es ésta la oportunidad de ejercitar procedimientos, pues de constancia también está hecho el aprendizaje de las matemáticas.

Esta etapa de la intervención en el aula está justificada dentro de los Lineamientos al hablar de los procesos generales como la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, no es únicamente el seguimiento de métodos o algoritmos matemáticos, por este proceso mas bien se entiende que el estudiante “… ejecute tareas matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas” (1998, p. 102).

Es importante también dejar claro que para cada tipo de pensamiento matemático existen diversos procesos y procedimientos matemáticos. Específicamente en el pensamiento numérico se desarrollan procesos como la comprensión del significado de los números (cardinalidad y originalidad), comprensión del sistema de numeración decimal, el conteo, la comprensión del significado de las operaciones, entre otros.

3.3.3 Indagación De Resultados

Durante los procesos vividos a través de las etapas mencionadas anteriormente se está llevando a cabo una evaluación cualitativa por procesos, pues el docente mediante la solución de los interrogantes en los equipos se da una idea de qué es lo que están pensando y como lo están pensando.

Las participaciones durante la socialización colectiva también proveen al docente de insumos a la hora de tener que evaluar, pues las formas en que los estudiantes comunican sus ideas oralmente son una opción de descubrir qué grado de dominio del tema han alcanzado hasta el momento.

De modo consecuente, el espacio de ejercitación muestra de una manera mas sistematizada los avances en el proceder matemático de los alumnos, finalmente el momento de indagación de resultados tiene un objetivo muy puntual y claro: verificar el desempeño que han tenido los estudiantes durante el proceso de la solución de la situación problema pero ahora de manera individual, ver cómo proceden cuando trabajan de manera individual.

Así, de acuerdo con los resultados el maestro decide si resulta conveniente realizar las llamadas actividades de refuerzo, con qué profundidad y con cuáles estudiantes. Con esta metodología la evaluación pierde la cualidad de ser únicamente un examen y se convierte en una verificación de los aprendizajes construidos, a esta etapa se le designa taller de indagación.

Conforme a la propuesta de intervención en el aula expuesta en las líneas anteriores, resulta posible establecer una relación de semejanza entre ésta y los planteamientos de Guy Brosseau (citado por Gálvez, G. 1985; tomado de Parra, C. 1993) acerca de las situaciones didácticas, los cuales según este autor se clasifican de la siguiente forma:

- <u>Situaciones de acción</u>: genera una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución de problemas planteados.

- Situaciones de formulación: busca la comunicación de la información entre alumnos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
- Situaciones de validación: se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto; hay que explicar que necesariamente es así.
- Situaciones de institucionalización: destinadas a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y validación. (p. 43)

Aunque de forma general no se ha definido que es una situación didáctica, en términos de una situación problema se puede decir que una situación didáctica incluye variedad de situaciones problema, es decir, una situación problema es solo un componente de una situación didáctica y es posible encontrarlas en ésta de acuerdo a la clasificación hecha anteriormente.

Se puede asegurar que aquello que Brousseau denomina como situaciones de acción se asemeja, por sus interacciones, al momento de trabajo grupal dentro del la cual se ubica la socialización pues para este caso es lo que este autor denomina como situaciones de validación y también puede enmarcarse dentro de las situaciones de institucionalización, pues la socialización incluye la sistematización de ese conocimiento que estaba implícito en la situación problema y que en este momento se trata desde un lenguaje matemático formal.; las situaciones de formulación podrían igualarse al espacio de ejercitación.

4. SITUACIONES PROBLEMA

4.1 PRESENTACIÓN

Las situaciones sistematizadas a continuación son una muestra representativa de aquellas llevadas al aula, se presentan éstas debido al impacto generado en los estudiantes, están enmarcadas en la metodología de intervención en el aula que se describe en el marco teórico; en ellas se presenta un taller introductorio que generalmente es una actividad lúdica, en donde el estudiante interactúa con material concreto (canastas, tapas, fichas, dados, billetes, etc.) para permitirle la apropiación del contexto dado a la misma. Luego se procede a un segundo momento, el cual es propuesto como un taller de aplicación, en donde se desarrollan problemas de contexto aditivo estructurados dentro de la clasificación por categorías que plantea Luis Rico.

El tercer momento mediado por el taller de indagación tuvo lugar al final de cada una de las situaciones problema, las cuales tuvieron un par de objetivos generales, éstos estaban orientados a solucionar problemas de diversas categorías al igual que plantearlos teniendo en cuenta dicha clasificación.

ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN EL PANAL

Instrucciones

- Cada participante tiene tres turnos intercalados. En cada turno todo jugador lanza diez tapas una por una (si una tapa cae por fuera es un lanzamiento perdido no se repite el lanzamiento).
- Todos los jugadores cuentan las tapas que cayeron en cada color, realizan la cuenta y llenan la tabla. Utiliza la hoja anexa para realizar las operaciones que consideres necesarias (Todos los jugadores deben de registrar los datos propios y los de sus compañeros en su respectiva tabla).
- La distancia entre el punto de lanzamiento y el panal es de 1,5 metros.
- Al terminar los tres turnos cada jugador suma el puntaje obtenido en los tres turnos y halla el puntaje total (de los tres jugadores). Gana quien tenga mayor puntaje.
- Cada color tiene el siguiente valor: AMARILLO: 5; AZUL: 12; ROJO: 20; VERDE: 17; BLANCO: 0.

Tablas de registro:

Nombre del jugador 1:						
Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje color blanco	Puntaje
1						
2						
3						
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO EN LOS TRES TURNOS						

SISTEMATIZACIÓN DE LA SITUACIÓN PROBLEMA
EL PANAL

Propósitos:

- Observar los procedimientos utilizados por los estudiantes para realizar cálculos de tipo aditivo.
- Propiciar un contexto adecuado para la solución de situaciones que involucran la estructura aditiva.
- Inducir al estudiante hacia la organización de información por medio de tablas.

Resultados esperados

Con la ejecución de la actividad “El Panal” se pretendía inicialmente que los estudiantes dieran a conocer las estrategias utilizadas para calcular los puntajes logrados, haciendo evidente por una parte, las habilidades para sumar, dando cuenta de los procedimientos utilizados a partir de los datos obtenidos para llegar al resultado. Por otra parte, se espera una correcta utilización del algoritmo implicado en la actividad, en este caso, la suma y la resta.

Estas operaciones, en el diario vivir, son solucionadas mediante el conteo mental y/o utilizando los dedos, además de la utilización de lápiz y papel. Esto es lo que generalmente los niños hacen, cuando suman y restan, por ende, es premonitorio que los discentes resuelvan las operaciones de esta manera, y así puedan organizar la información obtenida en las tablas, teniendo en cuenta el puntaje de cada color.

En cuanto a la actividad como tal, se procura una observación atenta de los aciertos o errores de sus compañeros, haciendo los cálculos de los resultados que éstos obtenían para hacer una comparación entre los puntajes de los competidores y los propios.

Al mismo tiempo, se espera que después de interactuar con los compañeros en “El Panal”, puedan expresar cual es la forma para ganar o adquirir el mayor puntaje posible de tal forma que supere a sus contrincantes.

Formas de proceder en el aula

Para comenzar se entregó a los estudiantes un taller para introducir la actividad, el cual contenía las condiciones que se debían seguir; se hizo la lectura de dichas condiciones con ellos para esclarecer dudas o mal entendidos que pudieran surgir en cuanto a lo relacionado con las reglas del juego.

Cuando los estudiantes comprendieron las instrucciones del juego, se dirige el grupo a un espacio abierto donde cada equipo debe estar en la posición descrita en la explicación inicial. Con ayuda del profesor se toma la distancia entre el participante que hace el lanzamiento y el panal

Después que cada estudiante realizó los tres turnos y cada uno sumó su puntaje para investigar cual había sido el ganador, empezaron a realizar el ejercicio anexo (tabla 6), el cual consistía en una tabla con unos datos faltantes para llenar según las condiciones.

Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color rojo	Puntaje color amarillo	Puntaje color verde	Puntaje
1	36		15	17	128
2	12	40	10	34	
3	0	20	5		76
4		80	20		182
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO POR EL JUGADOR					

Tabla 6

Obedeciendo a la metodología ya expuesta, se realizó seguidamente el taller de aplicación, en el cual los alumnos debían completar las dos tablas propuestas, teniendo en cuenta lo vivido en la actividad; de igual forma se plantearon algunos problemas, entre ellos de comparación, igualación, combinación, para solucionar con base en la información que poseen las tablas dadas.

Finalmente, se asignó un trabajo complementario para ser realizado en casa; dicho taller se socializaría en la clase siguiente, para observar formas de proceder de los niños

Resultados obtenidos

De acuerdo a los propósitos planteados, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Inicialmente los estudiantes mostraron algunas dificultades en el momento de realizar el cálculo de los puntajes, pues no calculaban los totales correspondientes a cada color que era lo pedido en la actividad, sino que se inclinaban por la suma de números sin tener en cuenta las condiciones establecidas como por ejemplo el valor que cada color tenía. Fue notoria entonces una falta de comprensión en las instrucciones, lo cual no permitió observar estrategias de conteo.

Tablas de registro:

Nombre del jugador 1: EsTEFANIA LoPez veLez						
Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje color blanco	Puntaje
1	222	55	22	77	0	
2	222	55	22	77	8	
3	222	55	22	77	8	
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO EN LOS TRES TURNOS					8	

Imagen 1

Después de explicar nuevamente a cada equipo las condiciones unos pocos estudiantes empezaron a mirar cuantas tapas cayeron en los hoyos del mismo color para hacer la respectiva suma en la hoja que se les proporcionó para realizar cuentas. Estos estudiantes aprendieron algunos hechos numéricos[4] referentes a la suma de dos o tres puntajes correspondientes al mismo color, lo cual facilitaba en algunos momentos el cálculo; por ejemplo cuando debían realizar los cálculos de los puntajes pertenecientes al color verde y azul, (colores en los que más caían las tapas al ser lanzadas por los estudiantes), ya eran concientes que dos tapas en el color azul valían 24 puntos, mientras que dos tapas del color verde valían 34 puntos.

En contraste a lo anterior, otros alumnos realizaban la suma en forma errónea, dando un puntaje total, mayor o menor que el puntaje que verdaderamente tenían.

Tablas de registro:

Nombre del jugador 1: Yerson

Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje color blanco	Puntaje T
1	24	70	0	60	0	94
2	0	15	20	-17	0	44
3	24	5	0	51	0	84
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO EN LOS TRES TURNOS					0	222

Imagen 2

El conteo de puntos referentes al color amarillo, rojo o blanco, era de alguna forma más simple para ellos, pues eran números con los cuales se podía calcular de manera más sencilla. Sin embargo, es de aclarar que las evidencias de procedimientos relacionados con el cálculo mental no fueron evidenciables, pues casi siempre los estudiantes recurrían al algoritmo de suma para hallar los resultados necesarios.

$20+20=40$ $\qquad$ $5+5+5=15$

Imagen 3

---

[4] Según Luis Rico, se define como las relaciones establecidas entre números.

En cuanto al contexto lúdico que proporciona la actividad, es importante resaltar que éste permite a los estudiantes utilizar el conocimiento en forma espontánea y no forzada como ocurre generalmente en la enseñanza tradicional, pues el objetivo del panal es utilizar la suma, la resta y procedimientos del cálculo mental; esto, sin que el docente dé instrucciones respectivas acerca de la forma en que se debe dar solución a la actividad. Es decir, los alumnos gracias al contexto dado al panal, crean una solución espontánea, que en este caso esta cifrada en la utilización de la suma. De este modo, "El panal" fue el motivo para promover en los niños la resolución de problemas aditivos de diversa estructura. Asimismo permitió generar discusión y conocimientos entre los mismos estudiantes.

De igual manera, el trabajo con las tablas fue un poco dispendioso, debido a que los niños mostraron confusión en cuanto a su funcionalidad y en cuanto a los datos que se debían poner en cada celda, teniendo presentes los puntajes relativos a cada color.

Este obstáculo se fue superando poco a poco pero no de manera total, pues al final se encontró que unos cuantos chicos todavía tenían dificultad; esto se evidenció, por ejemplo en la solución del taller de aplicación, en donde los niños continuaban llenando los puntajes parciales con puntajes que se necesitaban para llegar al total dado, sin tener en cuenta el valor numérico correspondiente a cada color del panal.

Ejercicio

La tabla que aparece a continuación da cuenta de los puntajes obtenidos por un participante que jugo 4 turnos. Con el ánimo de poner a pensar a sus compañeros dejó algunos datos incompletos. Puede usted ayudar a completar los datos que hacen falta.

Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color rojo	Puntaje color amarillo	Puntaje color verde	Puntaje
1	36	60	15	17	128
2	12	40	10	34	96
3	0	20	5	23	76
4	24	80	20	41	182
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO POR EL JUGADOR					

Imagen 4

Conclusiones

- El trabajo que surge a partir de la actividad el panal, brinda muchas posibilidades de comprensión en los estudiantes, ya que ellos se fundamentan en el panorama de su experiencia durante la actividad realizada en los equipos de trabajo y ello les permite ver los problemas planteados desde una perspectiva más conocida y sobre todo vivida.
- En esta actividad era primordial el uso de tablas, para la sistematización de todos los puntajes obtenidos por los estudiantes; es claro que en las tablas presentadas sólo se tuvieron en cuenta las variables turno y el puntaje relativo a cada color, sin embargo como los niños en su proceso de enseñanza aprendizaje no habían manejado información que luego tuvieran que organizar en tablas, se presentaron confusiones que luego fueron un poco subsanadas a medida que se avanzaba en el proceso. Lo anterior permite evidenciar como significativa la familiarización que tuvieron los estudiantes con el manejo de dicha herramienta, pues se puede apreciar el trabajo como un inicio en el manejo de información por medio de tablas.
- La actividad “El panal” le da sentido a lo aditivo, pues permite de alguna manera ejercitar el algoritmo, sin necesidad de presentar una lista de sumas. En ella, el estudiante realiza las operaciones porque sabe que tienen una funcionalidad específica y ante todo un contexto que le permite asimilar el significado de la operación realizada.

ANÁLISIS DE SITUACIÓN LA ESCALERA OCTOGONAL

Materiales: 2 fichas de parques rojas, 2 azules, 2 amarillas, 2 verdes; 1 dado, un tablero de la escalera, una caja, bonos 15 de $2000; 30 de $1000; 30 de $500; 30 de $200; 30 de $100; 60 de $50; 60 de $10.

Instrucciones:

1) Grupos de cuatro estudiantes.
2) Cada estudiante con dos fichas de igual color se ubica en la salida respectiva.
3) Dos fichas o más pueden quedar en una casilla.
4) Para decidir quien inicia, cada estudiante tira el dado una vez, quien saque mayor puntaje sale primero y así sucesivamente.
5) Antes de iniciar el juego cada estudiante toma de la caja, bonos por un total de $2500.
6) Si un estudiante queda ubicado en una cruz roja lanza de nuevo el dado.
7) Si un estudiante queda ubicado en un octágono fucsia pierde todo sus bonos y los devuelve a la caja. Continúa jugando.
8) Si una ficha cae en una cara triste pierde su turno.
9) Si una ficha se para en un octágono el jugador retira de la caja bonos por la cantidad indicada en el octágono, si se ubica en un rectángulo el jugador deposita en la caja bonos por la cantidad indicada en el rectángulo.
10) Si un estudiante se queda sin dinero la caja le puede prestar hasta $2000, este préstamo se registra en la tabla de los préstamos y se deberá ir cancelando cada vez que el jugador obtenga más bonos.
11) Cada estudiante deberá de recorrer la pista con las dos fichas hasta llevarlas de nuevo al punto de partida. En este momento el juego se termina.
12) Al encontrarse las fichas a seis casillas o menos antes de entrar en la casa (punto de salida) sólo podrá avanzar con la cantidad exacta o menos. Si saca más y no tiene donde contar no cuenta.
13) Gana quien más “dinero” tenga.

14) Para lanzar el dado se debe de esperar a que el jugador anterior realice sus cuentas.

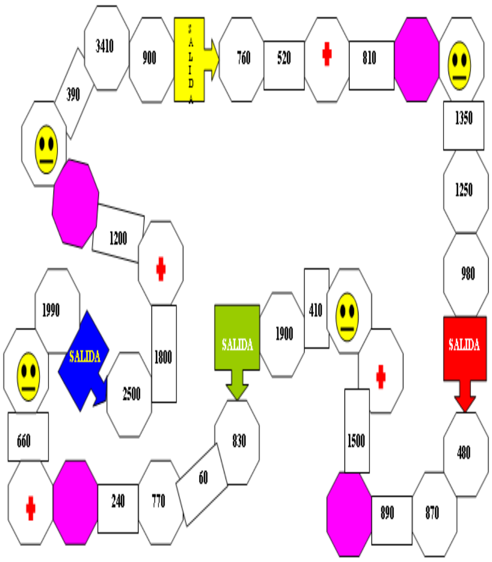
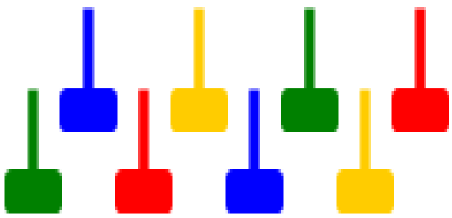
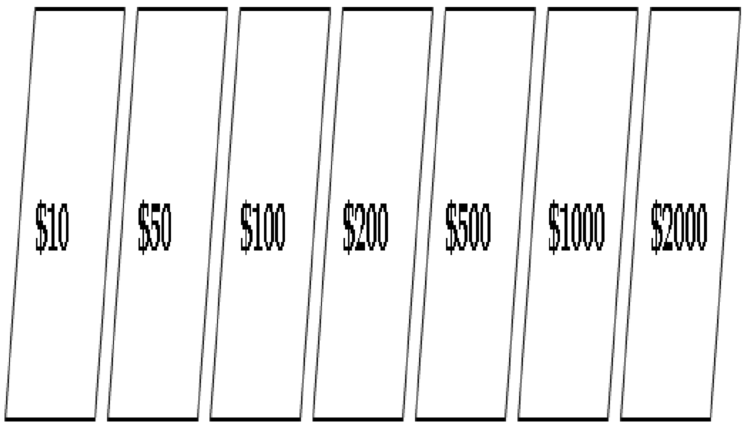
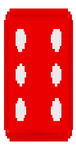


TABLA DE PRESTAMOS			
NOMBRE DEL JUGADOR	PRESTAMO	ABONO	SALDO
COMPLETA LA INFORMACION			
NOMBRE DEL JUGADOR			Total de dinero
Ganador (primero):			
Segundo:			
Tercero:			
Cuarto:			







SISTEMATIZACIÓN DE LA SITUACIÓN PROBLEMA
LA ESCALERA OCTOGONAL

Propósitos

- Movilizar destrezas asociadas al pensamiento aditivo a partir de cantidades establecidas en las que se maneja la composición y descomposición de números.

- Identificar diferentes estrategias de cálculo respecto a la solución de problemas matemáticos que exigen la movilización de pensamiento aditivo.

- Ejercitar habilidades numéricas asociadas al pensamiento aditivo en situaciones reales o simuladas.

Resultados Esperados

Con el desarrollo de esta actividad se espera que los estudiantes manifiesten habilidades para realizar las cuentas necesarias en determinado momento, debido al empleo de material físico simulando dinero, además que empleen calculo mental para supervisar las cuentas realizadas tanto propias como las de los compañeros.

Igualmente se espera que den cuenta de diferentes estrategias y empleen sus conocimientos previos para solucionar problemas, redacten problemas simples obedeciendo a las formas canónicas, que sigan adecuadamente instrucciones con el ánimo de desarrollar la actividad en un ambiente adecuado, donde se manifieste la honestidad al momento de realizar las transacciones.

Formas de proceder en el aula

La situación denominada "La Escalera Octogonal" se puede clasificar dentro del tan común juego de mesa "Escalera"; ésta no obedece algún modelo en especial, sino que por su diseño, presentación y forma de jugarse se clasifica dentro de este tipo de pasatiempos.

“La Escalera Octogonal” se implementó como material didáctico para armonizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones de adición y sustracción, además de la resolución y el planteamiento de problemas en contextos aditivos.

Este juego se les dio a conocer a los estudiantes, donde se les presentó el tablero, la caja, los bonos, la tabla de los préstamos y las instrucciones. Seguidamente el maestro realizó un ejemplo breve de cómo proceder a la hora de jugar teniendo siempre presente las condiciones establecidas.

Una vez terminado el ejemplo, los estudiantes se organizaron en los grupos colaborativos de trabajo los cuales estaban conformados por cuatro alumnos, a cada equipo se les suministro un tablero, la caja, los bonos, la tabla de los préstamos, las fichas de parques y el dado que con anterioridad ellos habían llevado.

El acto de jugar, de familiarizarse con este material, de experimentar y vivenciar la actividad, era el taller introductorio propuesto para esta situación; además de la solución de cuatro interrogantes relacionados con el valor total acumulado por los integrantes del equipo.

Los maestros practicantes durante la actividad se encargaron de asesorar y solucionar los diferentes interrogantes que les surgían a los alumnos.

Después de realizada la situación y su respectiva socialización se continúo con el Taller de aplicación (ver anexo 6) este taller constaba de 10 problemas matemáticos relacionados con “La Escalera Octogonal”, los cuales estaban elaborados de acuerdo a las diferentes categorías semánticas (adición y sustracción) propuestas por Luis Rico.

En el anterior taller los estudiantes tenían la opción de desarrollarlo individualmente o en parejas. En su elaboración se presentaron dudas e inquietudes que fueron aclaradas por el maestro o por los mismos compañeros.

Por último se les pidió a lo(a)s niño(a)s que plantearan 5 problemas relacionados con la situación.

Resultados obtenidos

Los resultados obtenidos en esta actividad fueron satisfactorios, si bien los estudiantes en un comienzo presentaron una mínima dificultad en la comprensión y asimilación de las reglas, esta fue superada y la situación fue desarrollada y comprendida a cabalidad, no se presentaron malestares entre los participantes y mucho menos deserción o abandono de la actividad.

Durante la realización del taller introductorio los educandos estaban bastante motivados (ver video Anexo) y, una ves comprendieron y asimilaron las instrucciones éste se desarrollo de manera más fluida.

Se pudo observar como los estudiantes asumieron roles de cajeros y prestadores (persona encargada de realizar todas las transacciones en la caja, generalmente estos niños eran los que tenían más agilidad para trabajar cálculo mental en sus diferentes manifestaciones).

Si bien lo mencionado en el párrafo anterior no era lo más conveniente para el desarrollo de la situación, debido a que era sólo una la persona que realizaba los cálculos, lo cual no era el ideal, es bueno resaltar estas formas de organización que se dieron al interior de varios de los grupos de trabajo; éste fue corregido a tiempo por los maestros.

Por otra parte, durante las transacciones realizadas por los estudiantes, tanto de depósito como de retiro de las cajas, se evidenció y se registró las diferentes estrategias seguidas por los niños, entre ellas cálculo escrito, estimación, completación y redondeo de los números a las centenas más próximas, las cuentas eran supervisadas por los demás integrantes debido a que no se querían dejar estafar.

En el desarrollo del juego, fue bastante notorio observar como varios estudiantes en diferentes grupos, tomaban determinada cantidad de bonos en baja denominación asumiendo según ellos, que entre "mas bonos tuvieran, mas dinero tenían", lo cual no era cierto, concepción que fue cambiada a la hora de realizar los conteos, para establecer quien era el ganador y la posición que cada uno tenía, respecto al valor de los bonos obtenidos.

Lo poco menos motivante para los estudiantes en esta situación fue la llamada bancarrota, palabra con la que no estaban muy familiarizados, pero una vez que apareció su contexto, se comenzó a pensar en movilizar las dos fichas, es decir, prever los movimientos de las fichas buscando siempre lo más conveniente, estableciendo así comparaciones entre los números, logrando obtener un retiro de la caja por mayor valor o una perdida no muy significativa.

Nombre del jugador			Total obtenido
Ganador Juan	sebastian		14,830
Segundo: monito			6.560
Tercero: Jhonatan			6,030
Cuarto: emmanuel			0

Imagen 5

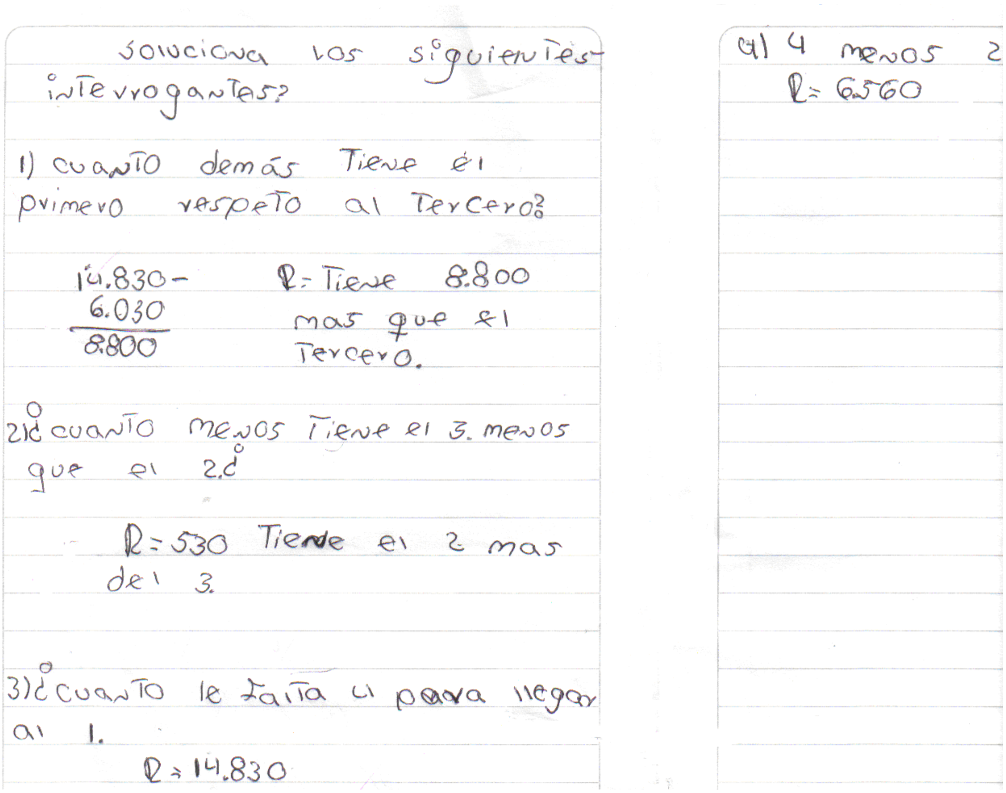


Imagen 6

Solución de los cuatro interrogantes del taller introductorio, obsérvese el uso de calculo escrito empleado para dar respuesta al interrogante 1, por el contrario las respuestas de los ítems 2, 3 y 4 de acuerdo a lo que se puede apreciar en al imagen y las observaciones realizadas, obedecen a la resolución de algoritmos de forma mental, esto porque los resultados obtenidos facilitaron el cálculo.

Al terminar esta primera parte, los estudiantes debían organizar jerárquicamente el lugar que habían ocupado, respecto al valor total de los bonos obtenidos a lo largo del juego, nótese como las preguntas: ¿cuánto más?, ¿cuánto menos?, ¿cuánto le falta?, fueron asociadas con las operaciones de suma y resta respectivamente, como se muestra en el anterior trabajo.

En las respuestas dadas por los estudiantes en el taller de aplicación, ante la pregunta número dos: El total de los bonos de Juan es de $1950, de ellos 18 son de $100 y el resto son de $10 ¿Cuántos bonos de $10 tiene Juan? Se presento dificultad en la solución, debido, a que el problema no sólo exigía realizar una suma o una resta o ambas, sino, que se podían realizar operaciones como multiplicación, división y resta; además de diversas estrategias planteadas para dar una solución.

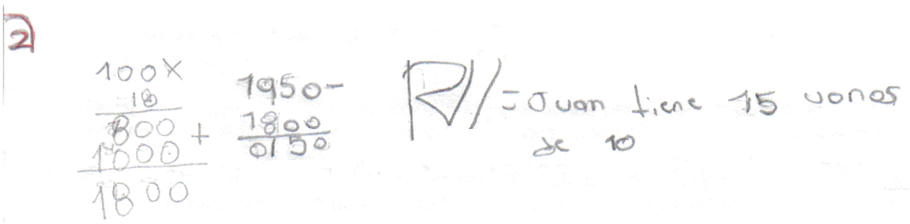


Imagen 7
Procedimiento propuesto para dar respuesta al problema N°2

Obsérvese como se procedió para solucionar el problema, primero se halla el valor de 18 bonos de $100, por medio de una multiplicación obteniendo así $1800, seguidamente restó $1800 de $1950 que es el valor total de los bonos que posee Juan, consiguiendo el $150, y de manera implícita o mental realiza la división de 150/10, que equivale a 15 bonos de $10.

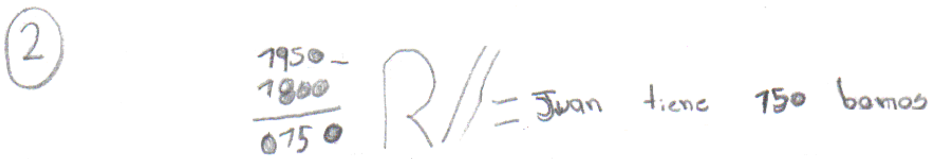


Imagen 8
Procedimiento propuesto para dar respuesta al problema N°2

En esta forma de proceder se aprecia que si bien el estudiante halló el valor de los 18 bonos de $100 y los restó de $1950 correctamente, halló fue el valor total de los 15 bonos de $10 más no la cantidad de bonos de $10.

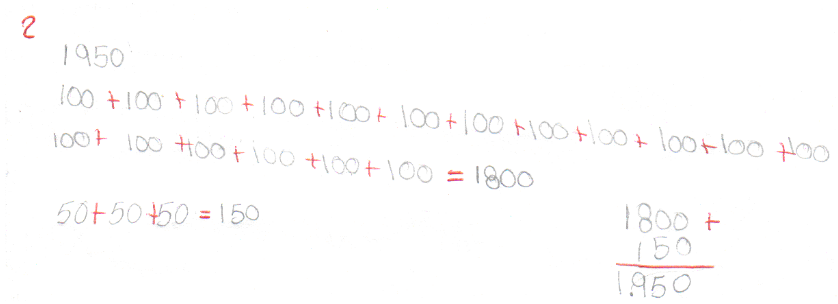


Imagen 9
Procedimiento propuesto para dar respuesta al problema N°2

Esta estrategia permite apreciar como no hay una relación entre la suma de términos iguales con la multiplicación, es así como se suma 18 veces el 100 obteniendo 1800, e implícitamente sabe que de 1800 para tener 1950 le falta 150, por último distribuye estos 150 en tres bonos de $50, olvidando que la pregunta hace alusión a los bonos de $10.

De las respuestas dadas por los estudiantes se puede afirmar que éstos solucionaron el problema empleando los conocimientos que poseían y las estrategias que se les ocurrían, algunas eran más ágiles, rápidas y efectivas comparadas con otras, lo interesante es poder apreciar los diferentes niveles conceptuales y procedimentales que han logrado desarrollar, brindando la oportunidad al maestro de establecer dinámicas de trabajo que permitan el avance y logro de los objetivos propuestos, respetando los ritmos de aprendizaje.

En la realización de este taller los interrogantes que mayor dificultad les causó a los estudiantes fueron los numerales seis y siete respectivamente:
Emmanuel comenzó a jugar. En su primer lanzamiento ganó bonos por un valor de $760, en el segundo lanzamiento depositó en la caja bonos por un valor de $810. ¿Cuál es el valor de los bonos que tiene Emmanuel?

Tatiana tiene un total de $4760 y Jorge tiene un total de $6580. ¿Por cuánto valor ha de ganar Tatiana bonos, para tener tanto como Jorge?

Donde ambas pertenecen a la categoría de cambio según la clasificación de Rico; a continuación se presentará las respuestas más comunes dadas por los estudiantes para estos interrogantes.

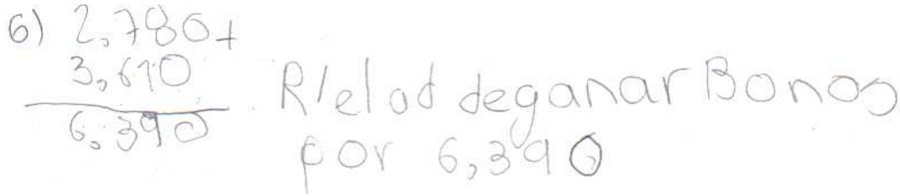


Imagen 10
Procedimiento propuesto para dar respuesta al problema N°6

En esta respuesta, se aprecia que el empleo de la operación solución obedece a la sentencia de la estructura semántica del problema, más no la sentencia (operación) solución que debería realizar.

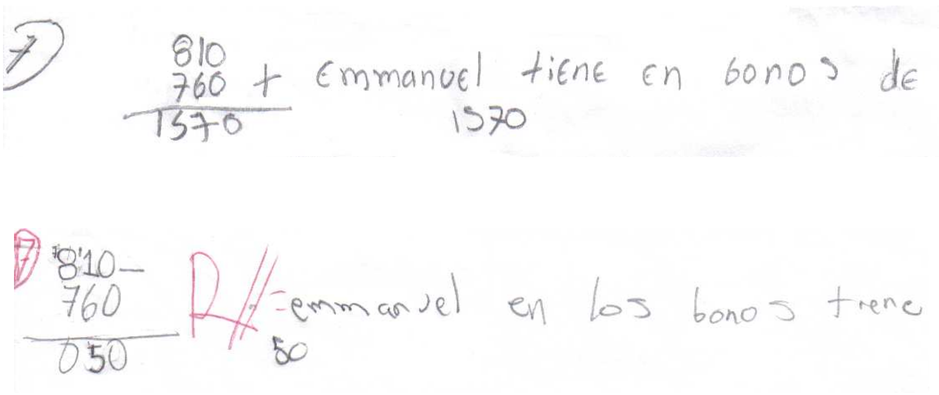


Imagen 11
Éstas son las dos respuestas más comunes presentadas en la solución del problema N°7.

Para dar respuesta al interrogante 7 se hacia necesario que los estudiantes recordaran cierta instrucción del juego “La Escalera Octogonal” y, posteriormente realizar los cálculos con los datos que daba el problema.

En general a la mayoría de los estudiantes se les olvidó lo que se decía al comienzo: *para iniciar el juego cada estudiante toma de la caja, bonos por un total de $2500.* Y la operación realizada fue una resta en el mejor de los casos entre 810 y 760, afirmando que Emmanuel quedaba debiendo al banco o caja.

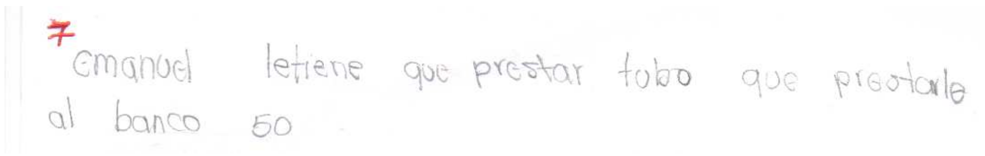


Imagen 12
Respuesta problema N°7.

Esta respuesta se debe a que el procedimiento seguido fue restar de 760 de 810, obteniendo efectivamente 50, y como esta cantidad según la interpretación de los estudiantes "no la poseía Emmanuel" (y siguiendo las reglas) éste debía de realizar un préstamo

Otros por el contrario no establecieron ningún tipo de diferencia entre las palabras _ganó bonos por_ y _depositó en la caja_ (ver imagen 11), realizando una suma entre estas dos cantidades obteniendo el número 1570, lo cual era erróneo.

En este taller hubo preguntas que causaron más dificultad que otras al momento de solucionarlas. Pero todas las respuestas y procedimientos, fueron socializados y corregidos una vez resueltos por parte de los estudiantes.

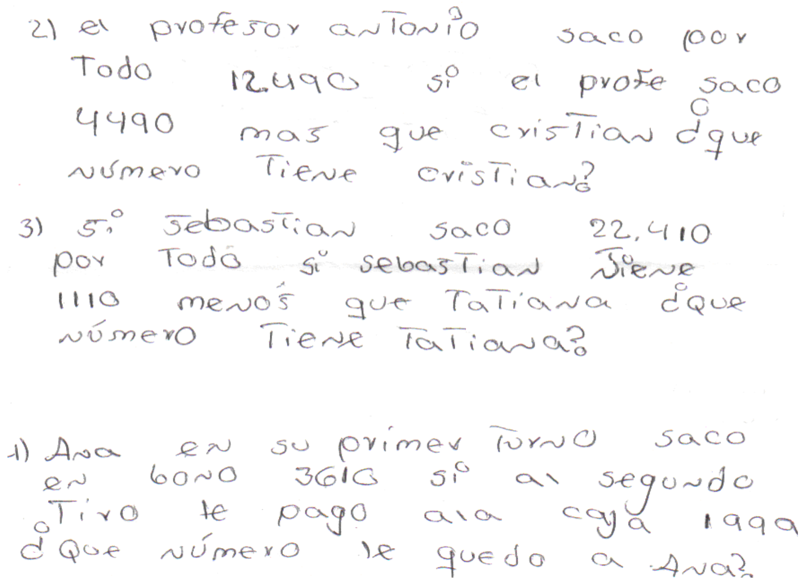
La socialización era el espacio donde el maestro y los alumnos compartían formas de proceder ante un problema, aquí era de especial atención aquellos interrogantes que causaron mayor dificultad o que desestabilizó más a los estudiantes debido a que era necesario mostrar las respuestas dadas y escoger aquella o aquellas que satisfacían adecuadamente la condiciones del enunciado.

Por lo tanto se hacía necesario que el maestro o estudiante fueran explícitos y convincentes acerca de las formas de abordar el problema, las estrategias seguidas, las operaciones empleadas y por último la respuesta.

Como última actividad se les pidió a los estudiantes que redactaran cinco problemas relacionados con "La Escalera Octogonal".

En la redacción de los problemas se apreció que la mayoría de los estudiantes recurrieron a la búsqueda de modelos de problemas trabajados, no todos obedecían a la forma clásica **a ± b =?**; se aprecia comprensión y diferenciación de los tipos de problemas, se presentan errores de coherencia pero son acordes al nivel de escolaridad en el cual se encuentran.

A continuación se presenta una muestra de los problemas planteados por los estudiantes.


2) el profesor antonio saco por Todo 12.490 si el profe saco 4490 mas que cristian ¿que número Tiene cristian?

3) si sebastian saco 22.410 por Todo si sebastian Tiene 1110 menos que Tatiana ¿que número Tiene Tatiana?

1) Ana en su primer Turno saco en bono 3610 si al segundo Tiro le pago ala caja 1999 ¿Que número le quedo a Ana?

Imagen 13
Problemas planteados por los estudiantes a partir de condiciones dadas.

Conclusiones

- Emplear material concreto en la enseñanza de las matemáticas dinamiza el proceso de aprendizaje de los conceptos, por lo tanto debe implementarse con una previa planificación y análisis de lo que se quiere construir o explorar por medio de éste.

- Por lo cual dentro de la planificación que se haga sobre este tipo de actividades es conveniente tener presente, que la forma de pasar de lo concreto a lo abstracto debe ser prudente, para hacer uso de los procesos que están inmersos durante la intervención.

- Por otra parte no es posible pretender enseñar todo mediante el juego, debido a que éste no siempre se presta para ilustrar todos los conceptos.

- De acuerdo a la metodología empleada, en las intervenciones, el espacio de socialización permitía debatir y confrontar ideas, era propicio para construir lo que estaba implícito tras la situación problémica, además de desarrollar en los estudiantes habilidades de comunicación, justificación y argumentación de sus actos.

- La redacción de problemas matemáticos por parte de los estudiantes es una actividad interesente, en la cual, ellos pueden valerse de diferentes estrategias a la hora de diseñarlos, como por ejemplo, recurrir a problemas ya trabajados y realizarlos de forma similar; esto le proporciona al maestro información acerca de la comprensión que han alcanzado en torno a los mismos. Además permite evidenciar si éstos establecen (inconscientemente) y comprenden los diferentes significados que tienen las operaciones. Incluso permite darse cuenta que en el tipo de redacción empleada los niños reconocen que "**X**" problema es más complejo que otro.

- La situación problema "la escalera", permitió que los estudiantes ganaran confianza en el uso de las operaciones de suma y resta, que desarrollaran actitudes como la perseverancia, en cuanto a la búsqueda de estrategias y el empleo de las operaciones matemáticas, ya que exigía cierto grado agilidad para realizar cálculos, jugar con las probabilidades escogiendo la más conveniente.

- Según lo vivido durante la solución de la situación y las observaciones realizadas, se pudo apreciar, un aumentó en la capacidad de comunicar ideas matemáticamente entre los estudiantes, y el desarrollo de habilidades como la resolución y el planteamiento de problemas, comparación de procedimientos, fluidez en la comunicación y razonamiento adecuado acerca de información en diversas formas de representación (numérica, graficas o icónicas, verbal y tablas), procesos propios del pensamiento matemático de muy buen nivel.

- La actividad ayudo a comprender o a fortalecer la idea de que los números se pueden expresar en diferentes formas, en este caso denominaciones y que la cantidad (en la totalidad de billetes), no asegura la ganancia, un “número grande”.

ANÁLISIS DE SITUACIÓN LA ESCALERA OCTOGONAL

El juego triqui numérico es una adaptación del juego "bloques" encontrado en la siguiente dirección electrónica: www.cep.edu.uy/RedDeEnlace/escuelasenred/webescolares/Esc255Mon/juegosmatem%c3%alticos.htm

Se juega en parejas, a cada una de ellas se les entrega un paquete de materiales compuesto por tres dados, donde sus caras tienen los números desde el mil al seis mil, 18 fichas cuadradas de dos colores diferentes, nueve de un color para un jugador y nueve del otro color para el segundo participante; además un tablero como el siguiente.

0	1000	2000	3000	4000
5000	6000	7000	8000	9000
10000	11000	12000	13000	14000
15000	16000	17000	18000	19000

Instrucciones

- El primer jugador tira los dados y usa los números obtenidos en cada dado para sumarlos o restarlos hasta obtener un número cualquiera del tablero, luego cubre en este dicho número con una de sus fichas y le da el turno al otro jugador quien procede de la misma manera y así se continua jugando, alternando el turno.
- Gana el jugador que consigue poner tres fichas de su color consecutivas en línea vertical, horizontal o en diagonal.
- Si se llega a tapar todas las casillas del tablero y ningún jugador ha ganado, se suman los números tapados por cada uno y gana el que tenga el mayor número.

SISTEMATIZACIÓN DE LA SITUACIÓN PROBLEMA
EL TRIQUI NUMÉRICO

Propósitos

- Propiciar un espacio para que el estudiante resuelva problemas en un contexto aditivo, en el que se desarrollen procesos específicos del pensamiento matemático donde se involucren de manera equilibrada problemas pertenecientes a las diversas categorías.

- Afianzar el cálculo mental a través del análisis y establecimiento de relaciones aditivas entre los dígitos y los números empleados en la tabla.

Resultados esperados

Durante el desarrollo de las actividades que componen la situación a trabajar se espera que los estudiantes resuelvan con mayor facilidad los problemas de categoría de cambio, que los de combinación y comparación, debido a que en grados anteriores han trabajado más los problemas de ésta categoría que los pertenecientes a otras. Prueba de ésta afirmación son algunas de las observaciones realizadas durante la revisión y análisis de los cuadernos que los estudiantes utilizaron el grado inmediatamente anterior.

De igual manera se espera que los estudiantes puedan establecer la semejanza entre los dígitos y el rango de números utilizados en la situación, de modo que se den cuenta: que al sumar y restar dos números compuestos por la misma cantidad de ceros, se hace la operación con aquellos que son diferentes de cero y luego se agrega la cantidad de ceros según sea el caso.

Una de las estrategias del juego es impedir que el rival haga triqui, se espera que los estudiantes empleen sus habilidades de cálculo para obtener el número que obstaculiza el logro de la meta al oponente.

Asimismo se espera que en la ejecución de los algoritmos aditivos no se presenten errores en la aplicación del principio de sustitución. En cuanto al planteamiento y resolución de problemas el resultado esperado es que los estudiantes formalicen problemas de categorías diferentes a la de cambio, que ha sido la usual para ellos.
Además que los problemas que se les planteen los resuelvan con cierto grado de destreza sin importar la categoría a la que pertenecen.

Formas de proceder en el aula

“El triqui numérico” se implementó como mediador para armonizar el proceso de la enseñanza de un aprendizaje de las operaciones de adición y sustracción. Además de la resolución y planteamiento de problemas en contextos aditivos.

Al inicio de la actividad los estudiantes se familiarizaron con las instrucciones e iban dándose cuenta de las estrategias que les permitían ganar el juego. Mientras tanto el docente era un observador de éstas.

Durante el desarrollo del juego hubo parejas que terminaron rápidamente, por tal motivo se les permitió jugar otro turno para terminar el taller introductorio. Consecutivamente se les entregó el taller de aplicación (ver anexo) y una vez terminado éste se dió paso a la socialización, durante la cual de acuerdo al contexto de la actividad y a las situaciones que en ella se presentan, surgieron las siguientes preguntas:

¿Qué números se pueden obtener con dos dados?
¿Qué números se debe sacar en los tres dados para formar el número que nos están pidiendo?
¿Qué números en los dados son iguales, tanto para componer el número 14000 como 8000?
¿Cuál es el número del dado que nos están dando?
¿Qué número se debe formar con los tres dados?
¿Cuáles son los posibles números que pueden colocarse en los otros dos dados?

¿Qué datos nos están dando?
¿Qué debemos hacer con los datos proporcionados por el problema?
¿En qué se diferencia los tres problemas del taller de aplicación?
¿Se puede componer el mismo número con la combinación de otros números?

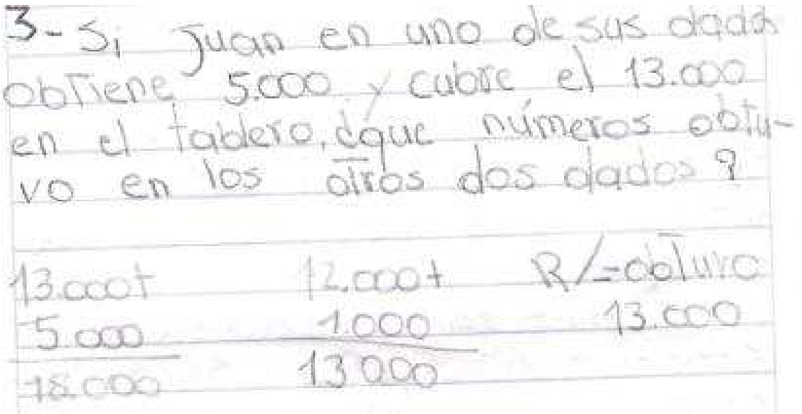
Terminada la socialización y la sistematización del tema entre todos, se llevó a cabo el último punto del taller de aplicación (ver anexo), el cual consistió en que cada pareja de trabajo formulaba tres problemas (en una hoja para entregar) asociados al contexto de los nuevos aprendizajes generados por la situación, la cual era intercambiada entre todos los estudiantes del grupo y así cada pareja solucionaba los problemas diseñados por sus propios compañeros.

Resultados obtenidos

Durante el desarrollo de la situación los/las estudiantes manifestaron dificultades en la solución de problemas sin importar la categoría en la cual estuvieran clasificados; Por lo menos se esperaba que resolvieran los problemas correspondientes a la categoría de cambio, sin embargo esto no sucedió.

Como muestra de esto se presentan las siguientes imágenes, en las cuales se recoge la manera en la que gran cantidad de estudiantes procedieron sin tener en cuenta el contexto de la situación.

Imagen 13:
Éste problema pertenece a la categoría de combinación. Aquí, el estudiante sumo los dos números que se le estaban proporcionando dentro del problema sin tener en cuenta lo que se le estaba preguntando, luego sumó dos números al azar teniendo en cuenta que debía obtener el número 13.000

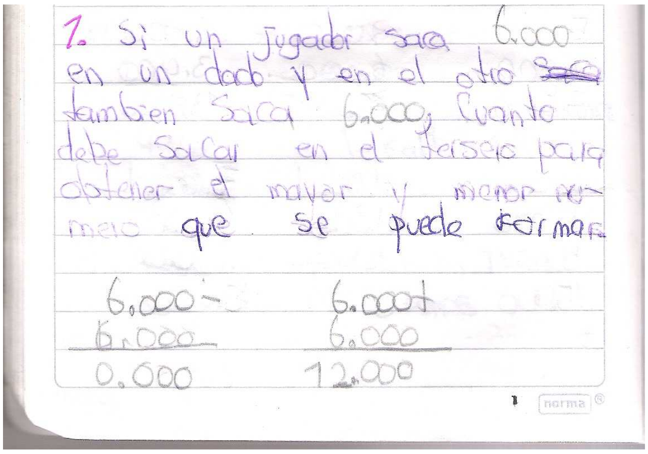


3- Si Juan en uno de sus dados obtiene 5.000 y cubre el 13.000 en el tablero, ¿que números obtuvo en los otros dos dados?

13.000+ 5.000 = 18.000

12.000+ 1.000 = 13.000

R/= obtuvo 13.000

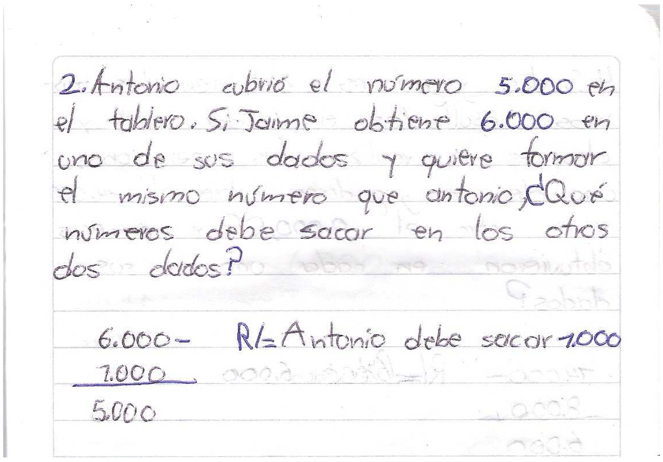


1. Si un jugador saca 6.000 en un dado y en el otro ~~saca~~ tambien saca 6.000, Cuanto debe sacar en el tercero para obtener el mayor y menor numero que se puede formar

6.000− 6.000 = 0.000

6.000+ 6.000 = 12.000

Imagen 14
Éste problema pertenece a la categoría de cambio. Aquí, el estudiante realiza simultáneamente adición y sustracción teniendo en cuenta los números proporcionados en el problema y la pregunta que se le estaba haciendo.



2. Antonio cubrió el número 5.000 en el tablero. Si Jaime obtiene 6.000 en uno de sus dados y quiere formar el mismo número que antonio ¿Qué números debe sacar en los otros dos dados?

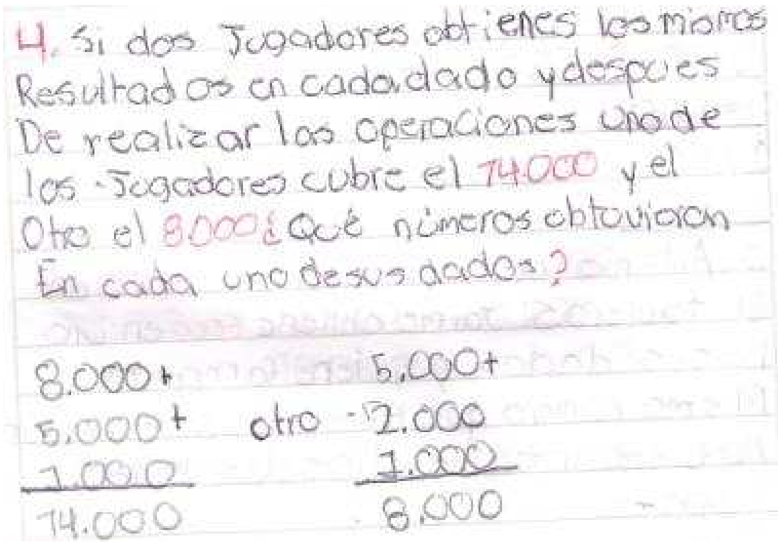
6.000− 1.000 = 5.000

R/= Antonio debe sacar 1.000

Imagen 15
Éste problema pertenece a la categoría de igualación. Aquí, el estudiante realiza una sustracción teniendo en cuenta la pregunta que se le estaba haciendo y los datos proporcionados por el problema.

De igual forma, se esperaba que establecieran relaciones aditivas entre los dígitos y los números utilizados en la situación, aspecto que se dio en contados casos en los estudiantes de grado tercero, en contraste con los del grado cuarto, quienes tuvieron mas facilidad para encontrar el tipo de relaciones que fueron mencionadas en los resultados esperados. Como evidencia que sustenta lo anterior están las observaciones realizadas por los maestros practicantes en las cuales comentan que los estudiantes realizaban las operaciones mentalmente y simplemente agregaban los tres ceros al resultado.

Las operaciones de tipo aditivo que los estudiantes ejecutaron en su intento por solucionar los problemas no eran las que daban solución al problema, sin embargo no presentan errores procedimentales. La imagen presentada a continuación, sustenta la anterior afirmación.

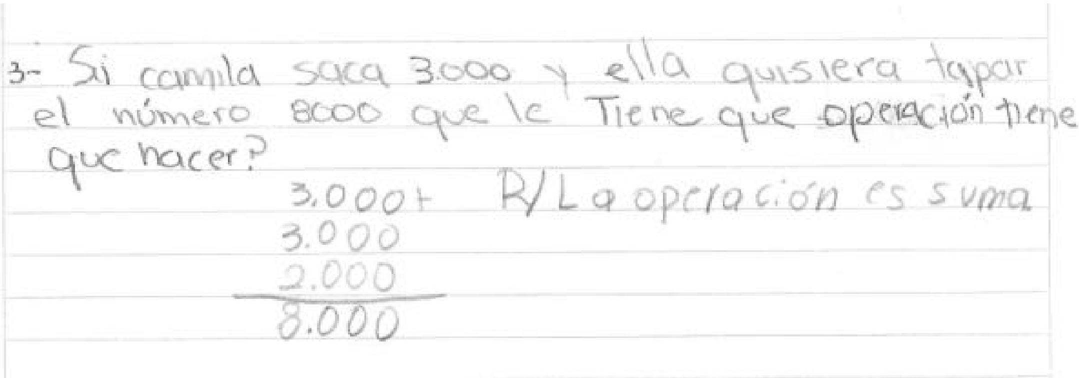

4. Si dos Jugadores obtienes los mismos Resultados en cadadado y despues De realizar las operaciones uno de los Jugadores cubre el 14000 y el Otro el 8000 ¿Qué números obtuvieron En cada uno de sus dados?

8.000+ 5.000+ 1.000 = 14.000

otro 5.000+ 2.000 1.000 = 8.000

Imagen 16

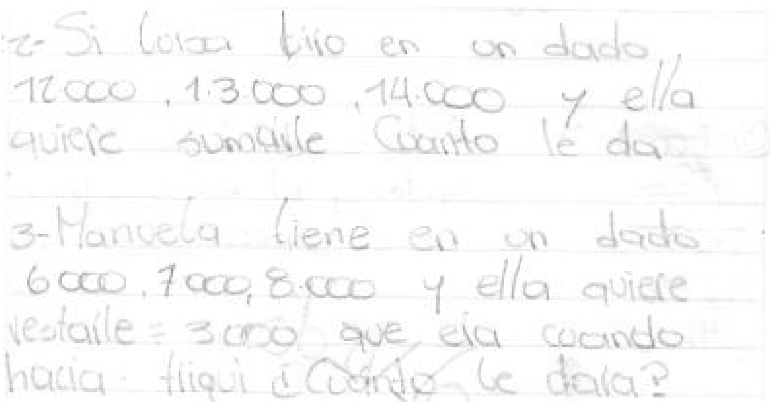
En la interpretación de los problemas que los/las estudiantes plantearon se logra observar que hay alumnos con capacidad para trabajar los problemas diferentes a los de la categoría de cambio, es decir, realizan planteamientos donde las respuestas no se encuentran únicamente utilizando la forma canónica, en donde parten de un total para llegar a las partes o viceversa. Por ejemplo se puede observar como algunos plantearon problemas de la categoría de combinación.


3- Si camila saca 3.000 y ella quisiera tapar el número 8000 que le Tiene que operación tiene que hacer?

3.000+ R/La operación es suma
3.000
2.000
8.000

Imagen 17

Ahora bien, hubo estudiantes que a la hora de elaborar los problemas se salían del rango de los números empleados en el juego es decir, olvidan el dominio de números posibles, en este caso era de 1000 a 6000 en los dados y de 0 a 19000 en el tablero, pero al plantear los problemas hablaban de obtener en un dado 7000 y de tapar en el tablero el 21000.


2- Si Laura tiro en un dado, 12.000, 13.000, 14.000 y ella quiere sumarle Cuanto le da

3- Manuela tiene en un dado 6000, 7000, 8.000 y ella quiere restarle = 3000 que ela cuando hacia fliqui ¿Cuánto le daba?

Imagen 18

Los/las niños presentaron gran facilidad para trabajar la tabla del taller de aplicación, pues, hacían notar que había varias formas de llegar al mismo número, ya fuera intercambiando el orden de las cantidades que podrían componerlo o de las operaciones, de esta manera también trabajaron la composición y descomposición.

Conclusiones

- La resolución de problemas de tipo aditivo se dificulta en los estudiantes, sin embargo, cuando se les plantea situaciones trabajadas desde diferentes estructuras y se desarrollan dentro de un contexto determinado, quedan en capacidad de producir problemas similares.

- Las estrategias seguidas por los estudiantes a lo largo de la situación permitieron verificar de manera constante, como los niños recurrían a los conocimientos adquiridos y trabajados anteriormente. Demostrando la tendencia a solucionar los problemas únicamente con suma, como una muestra que aunque ellos tengan un dominio más amplio de los procesos, a menudo implementan lo que les es más fácil, en este caso la suma.

INTERPRETACION PRUEBA DE ESTRUCTURA ADITIVA
MOMENTO INICIAL- MOMENTO FINAL

Teniendo como población los estudiantes de los grados tercero y cuarto del colegio Santo Domingo de Guzmán de Bello y la institución educativa Pedro Luis Álvarez Correa, del municipio de Caldas, en sus tres sedes de básica primaria, se realizó la prueba de estructura aditiva (ver anexo 3) con una muestra de 225 estudiantes en cada una de las pruebas (inicial-final).

PROPÓSITOS

- Prueba inicial: Teniendo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, indagar sobre la comprensión que éstos tienen en cuanto a la solución de problemas de tipo aditivo categorizados en cambio, igualación, comparación y combinación, planteadas por el autor Luis Rico.

- Prueba final: Establecer los cambios que presentaron los estudiantes después de la intervención en cuanto a la solución de problemas de tipo aditivo, pertenecientes a las categorías mencionadas.

En la prueba implementada se pueden diferenciar once problemas y un ítem que plantea tres tipos de sentencias; en las cuales se hace uso de las diferentes categorías propuestos por Luis Rico y otros (1995), en su texto "Estructuras aritméticas elementales y su modelización".

Las categorías implementadas en la prueba son:

1. ***CATEGORIA DE CAMBIO****:*
    - Se conoce la cantidad inicial y la magnitud de cambio y se desconoce el resultado; ver problemas 1 y 2.

- Se conoce la cantidad inicial y el resultado, se desconoce la magnitud de cambio; problemas 3 y 10.
- Se conoce la magnitud de cambio y el resultado, se desconoce la cantidad inicial; problema 11.

2. ***CATEGORIA DE COMBINACION:***
   - Se conoce la cantidad total y una de las subcolecciones, se desconoce la otra subcolección. Corresponde al problema 4.
   - Se conocen las dos subcolecciones y se desconoce la colección total; problema 5.

3. ***CATEGORIA DE COMPARACION:***
   - Se conoce el referente y comparación se desconoce el referido; problema 6.
   - Se conoce el referente y el referido, se desconoce la comparación; problema 7.

4. ***CATEGORIA DE IGUALACION:***
   - La acción hay que realizarla sobre la mayor de las colecciones separación-igualación. Problema 8.
   - La acción se realiza sobre la menor de las colecciones unión-igualación. Problema 9.

5. ***SENTENCIAS:***

El ítem 12 obedece a las sentencias de la forma

- ?+b=c
- ?-b=c
- a+b=?

Esta prueba se implementó en dos momentos, el inicial a partir de los conocimientos previos de los estudiantes y el final después de las intervenciones de los maestros practicantes.

Con el fin de hacer un análisis sintético se agruparan los problemas que componen la prueba de acuerdo a las categorías propuestas por Luis Rico para la estructura aditiva, la interpretación de los datos se hará por grupos de problemas que involucren la misma categoría y de manera simultánea se harán los comentarios respectivos tanto para el momento inicial como para el momento final.

CATEGORÍA DE CAMBIO

En los problemas 1 y 2 de acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes se puede observar que:
En el interrogante número 1:

Una papelería tiene 467 cuadernos y compra 365 más, ¿Cuántos cuadernos tiene ahora?

La mayoría de los estudiantes respondió de manera acertada pasando de un 64% en el momento inicial a un 77% en el momento final, esto se debe a que los estudiantes están relacionados con problemas de estructura canónica a+b=? Con respecto a las respuestas incorrectas lo que se evidenció fue que realizaron la operación inversa obteniéndose como resultado el número 102 y confusión en el momento de ejecutar el algoritmo, esto tanto para el momento inicial como para el momento final solo que en menor porcentaje. Se puede anotar además que los estudiantes no realizan la verificación de los resultados pues no se dan cuenta que aunque la situación presentada denota aumento en la cantidad, la respuesta que ellos dan es menor a la cantidad inicial. Tal y como a continuación se aprecia.

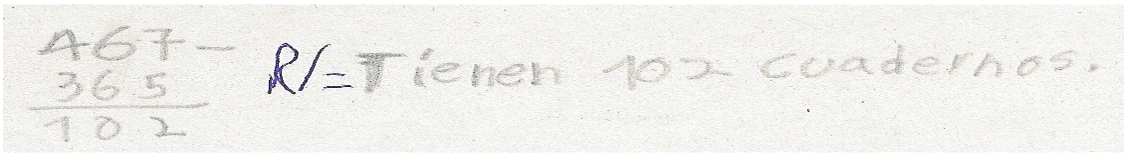


Imagen 19

Imagen 20

En el interrogante número 2:

Lucas tiene 243 cromos y dio a su amigo 175, ¿Cuántos cromos le han quedado?

Se presentó un mayor porcentaje de respuestas incorrectas equivalentes a un 65%(prueba inicial) del total de respuestas dadas, siendo común que los estudiantes identificaran la operación que debían realizar pero presentando dificultades de tipo procedimental, específicamente en la aplicación del principio de sustitución. Dicha dificultad fue superada pues se pudo encontrar un aumento bastante significativo en el porcentaje de respuestas correctas de la prueba inicial a la final pasando así de un 28% a un 59,11%. Lo cual indica que los estudiantes comprendieron de manera más significativa el principio de sustitución y su aplicación en la sustracción.

En referencia a los problemas 3 y 10:

3. *Juan tiene 285 bolas de cristal y quiere comprar algunas para tener 548, ¿Cuántas bolas ha de comparar?*

10. *Una empresa tiene 875 becas de estudio, da algunas a una institución de Caldas y le quedan 286, ¿Cuántas becas da la empresa a dicha institución?*

Los cuales pertenecen a una segunda subcategoría, se evidencia que en el ítem 3 el índice de respuestas correctas aumento significativamente del momento inicial al momento final, pues respectivamente se encontraron porcentajes como 9,78% y 35,56%.

En ambos momentos se evidenció que no se llegó por lo menos a la mitad de respuestas correctas entre todos los individuos de la muestra infiriéndose que este es uno de los problemas que mayor dificultad genera en los estudiantes, pues tiene una estructura de la forma a-?=c, confirmándose lo planteado por Luis Rico que “las sentencias de sustracción son mas difíciles que las de adición” (1995). Además se deduce que la interpretación realizada por la mayoría de los estudiantes los condujo a realizar la operación inversa a la que solucionaba el problema (sumaron en lugar de restar). Como se puede observar:

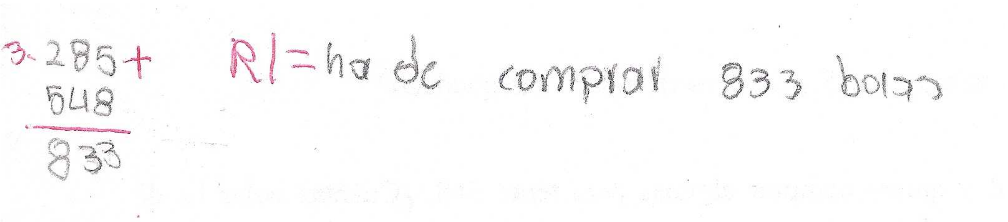


Imagen 21

Por otra parte, entre los estudiantes que solucionaron correctamente este problema se apreciaron diferentes estrategias de solución, entre ellas la de complemento siendo ésta una estrategia poco frecuente y que exige en los estudiantes un alto nivel de comprensión debido a que lo que realiza el estudiante es la sustracción de forma mental y luego una suma entre el resultado obtenido y la cantidad menor presentada en el enunciado del problema, verificando si el total de esta suma es igual a la cantidad mayor del enunciado.

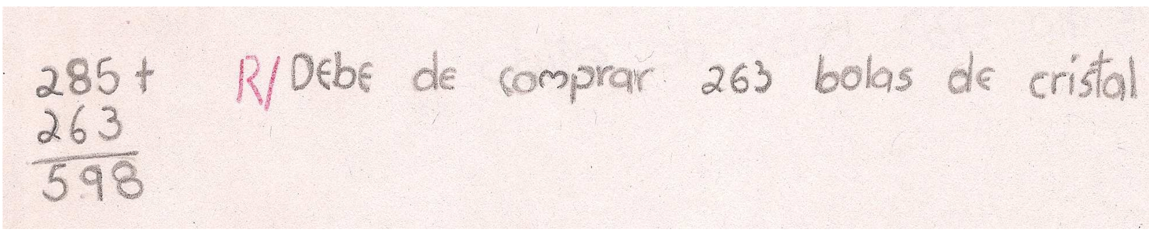


Imagen 22

También se encontró que aunque algunos estudiantes identifican la operación que da solución al problema éstos no reflexionan sobre las cantidades dadas y restan los números dados en el orden como aparecen en el enunciado.

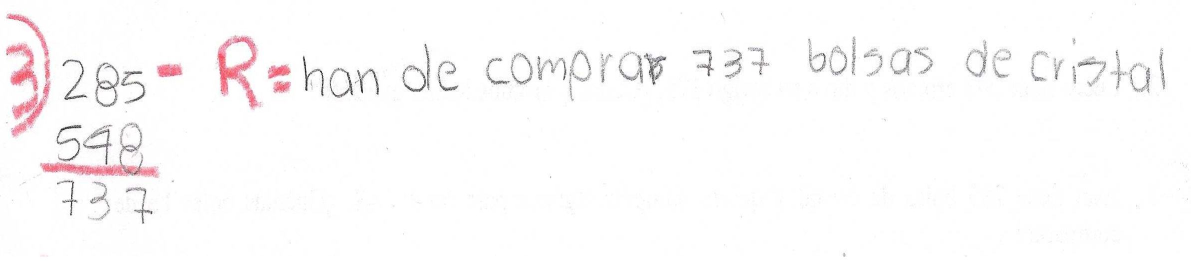
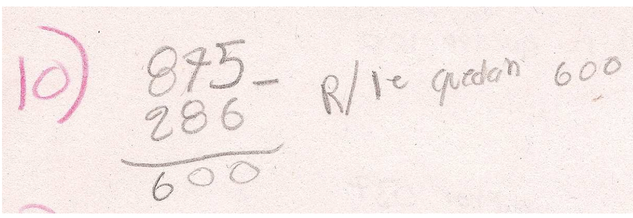


Imagen 23

En el problema 10, de acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes, se aprecia que el nivel de respuestas correctas aumenta en un 32% de la prueba inicial a la prueba final, sobresaliendo errores como el empleo de la operación inversa para dar la solución y dificultades procedimentales.

Para evidenciar lo anterior se muestran las dificultades que presentan los estudiantes en el principio de sustitución donde se obtienen resultados erróneos en la sustracción.



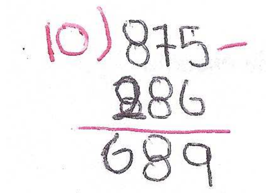


Imagen 24

Finalizando con los problemas de esta categoría, se analiza a continuación las respuestas dadas en el problema número 11:

María le presto a su mamá $2365 y le quedan en su alcancía $ 1530. ¿Cuánto tenia antes de prestarle a su mamá?

En este problema se nota que el porcentaje de respuestas correctas prácticamente se duplica entre el momento inicial y el final. Sin embargo, la reducción de respuestas incorrectas no es muy significativa entre un momento y otro.

Se pueden identificar dificultades pues a pesar de que los estudiantes reconocen la operación necesaria para solucionar el problema, tienen fallas en la ejecución del algoritmo, debido a que cuando en una operación el tamaño de los números aumenta los estudiantes suelen fallar con más frecuencia, por otro lado presentan confusión de la operación (adición en lugar de sustracción).

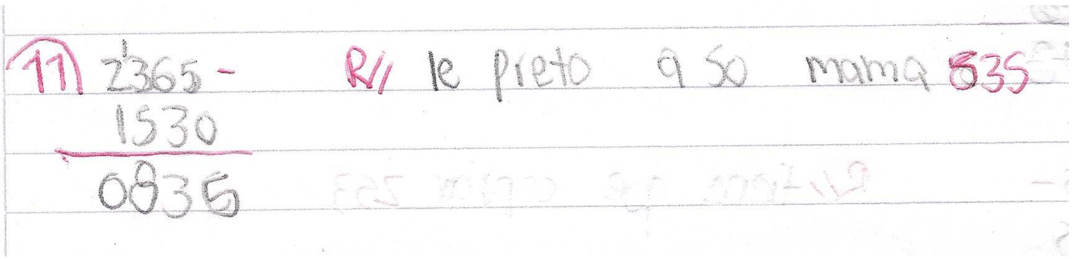


Imagen 25

Además se hace notorio el porcentaje de no respuesta pues en la prueba inicial, más de la mitad de los estudiantes no respondió y en la prueba final se redujo en un 30%.

CATEGORÍA DE COMPARACIÓN.

En relación con el problema número 6:

Pedro tiene 248 cromos y Luís 128, ¿Cuántos cromos tiene Pedro más que Luís?

Se observa un incremento en el porcentaje de respuestas correctas pasando de un 16% en la prueba inicial al 54,67% en la final; las dificultades más frecuentes radican en que los estudiantes en lugar de restar sumaron posiblemente porque las palabras ”más que” les denotan sumar.

Prueba de lo anterior es la respuesta más común dada por los estudiantes a la hora de solucionar el problema, obteniendo en la mayoría de los casos el número 376.

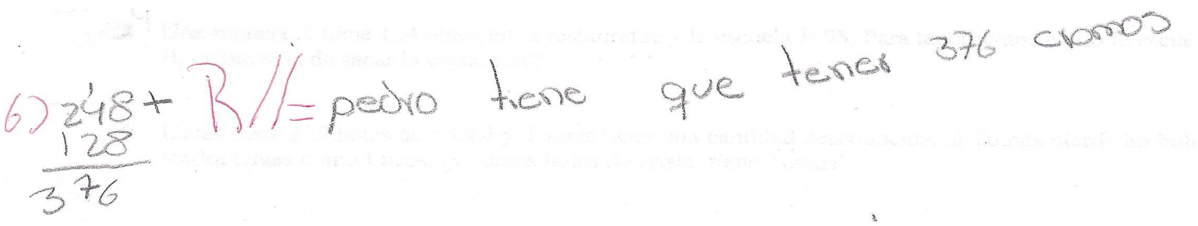


Imagen 26

Asimismo, se pueden describir las dificultades en el problema 7:

La sede María Goretti tiene 756 estudiantes y la sede la Inmaculada tiene 483, Cuántos estudiantes tiene la inmaculada menos que la Goretti?

En este problema los porcentajes encontrados en las respuestas correctas fueron de un 12,89% en el momento inicial a un 42,22% en el momento final. Se puede conjeturar que los procedimientos erróneos se deben a que los estudiantes en esta oportunidad hicieron caso omiso de las palabras claves del problema como "más que o menos que", notándose falencias a nivel interpretativo.

Acerca del problema número 12:

Realice las operaciones necesarias para encontrar el número que debe ir en la línea:

_______+198 =436 _______-78 = 120 678 + 765=________

Se puede decir que en la prueba inicial la ausencia de respuesta pudo deberse a la falta de comprensión que poseían los estudiantes sobre este tipo de ejercicios. En el momento inicial, los porcentajes de respuestas correctas fueron demasiado bajos (8,89%; 2,22%; 15,56%, respectivamente para cada sentencia presentada) en comparación de las no respuesta (67,56%; 75,11%; 68%) Además las respuestas correctas en el momento final tuvieron un incremento considerable.

Lo anterior debido a que los problemas propuestos bajo las sentencias de la forma ? ± b=c en palabras de Luis Rico es la sentencia mas difícil de comprender entre las otras. Por otra parte, la sentencia a + b = ? denota mas facilidad para su solución, posiblemente porque los estudiantes se encuentran mas habituados a solucionar problemas enmarcados en esta estructura.

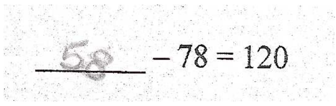


Imagen 27

Nótese que en el procedimiento empleado por los estudiantes la anterior imagen es evidencia de la respuesta más común, donde los educandos restaban los ocho obteniendo el cero y a doce le quitaban siete obteniendo el cinco.

CATEGORÍA DE COMBINACIÓN

En el problema número 4:

Un colegio tiene 645 estudiantes, de ellos 230 fueron de uniforme de educación física y el resto de uniforme de gala, ¿Cuántos fueron de uniforme de gala?

El porcentaje de las respuestas incorrectas de la prueba inicial fue de un 54.67% y en la prueba final fue 32.89%, disminuyendo considerablemente el margen de error; dentro de las equivocaciones más características se encuentran la realización de la operación inversa a la que lleva al resultado correcto, también el empleo erróneo del algoritmo y el uso inadecuado de los datos proporcionados por el problema de acuerdo al orden de aparición, lo cual da como resultado un error en la solución.

En el problema número 5:

En un colegio hay 346 hombres y 278 hombres, ¿Cuántos estudiantes tiene la institución?

Los estudiantes eligieron la operación adecuada para solucionar el problema propuesto, dado que los datos son inmediatamente reconocidos como parte de una colección total, representando así la estructura a+b=? y por tal motivo el único error que se logra evidenciar es la realización incorrecta del algoritmo, ya que tienen dificultades en la aplicación del principio de sustitución.

Todo lo anterior se evidencia en las siguientes imágenes:

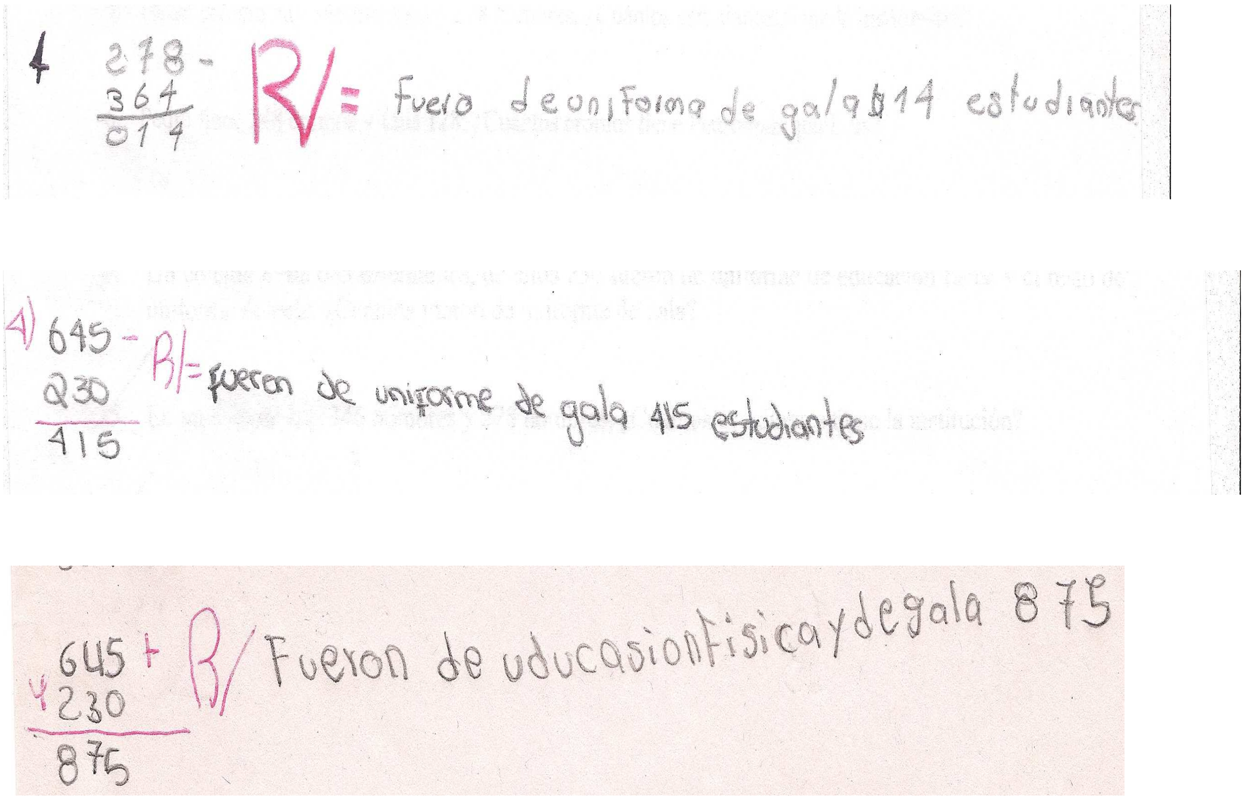


Imagen 28

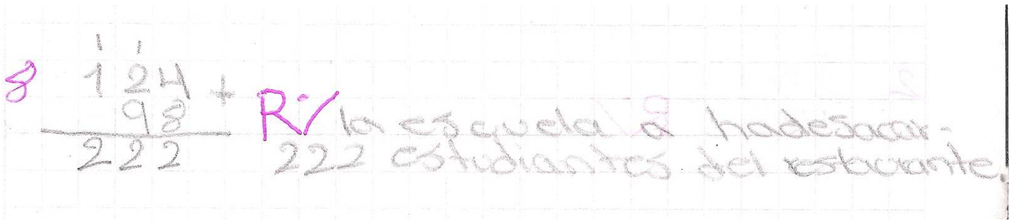
CATEGORÍA DE IGUALACIÓN

Esta categoría se indagó a través de los siguientes problemas:

8. *Una escuela A tiene 124 niños en el restaurante y la escuela B 98, Para tener tantos como la escuela B, ¿cuántos ha de sacar la escuela A?*

9. Lucas tiene 235 bolas de cristal y Tomás tiene una cantidad desconocida, si Tomás pierde 85 bolas tendrá tantas como Lucas, ¿Cuántas bolas de cristal tiene Tomás?

En el problema número 8 el porcentaje de respuestas correctas entre la prueba inicial y la prueba final aumentó en 28.89%; dentro de esta categoría los diferentes falencias de los estudiantes fueron los siguientes: fallas en la ejecución del algoritmo, esto como consecuencia de la aplicación errónea del principio de sustitución y el mal encolumnamiento de las cifras. Otra de las dificultades presentes fue la realización de diferentes operaciones (adición, sustracción, multiplicación, entre otras), que desencadenaban en respuestas erradas, aunque el algoritmo estuviera bien elaborado. A continuación se puede observar lo indicado en líneas anteriores:



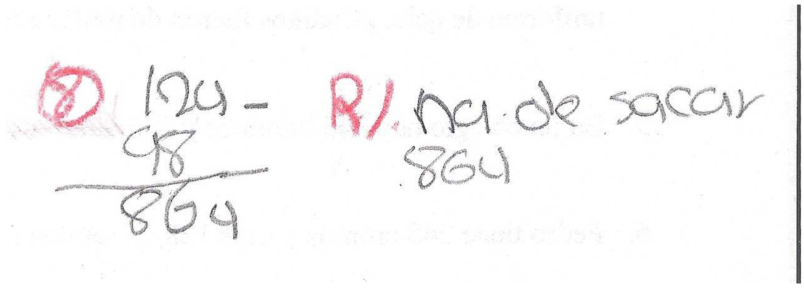


Imagen 29

Para concluir este análisis resulta interesante mencionar que durante la intervención de los maestros practicantes se desarrollaron habilidades comunicativas y ciertos aspectos del desarrollo de la personalidad y autonomía de los estudiantes, pues es significativo el aumento de porcentajes de no respuesta en el momento inicial a respuestas erróneas en el momento final, es decir, en el momento final al menos se atreven a dar una respuesta aunque sea errónea. Igualmente se torna interesante comentar algunas de las preguntas que durante la realización de la prueba hicieron los estudiantes como por ejemplo ¿es una suma o resta?, ¿Cómo resuelvo el problema?.

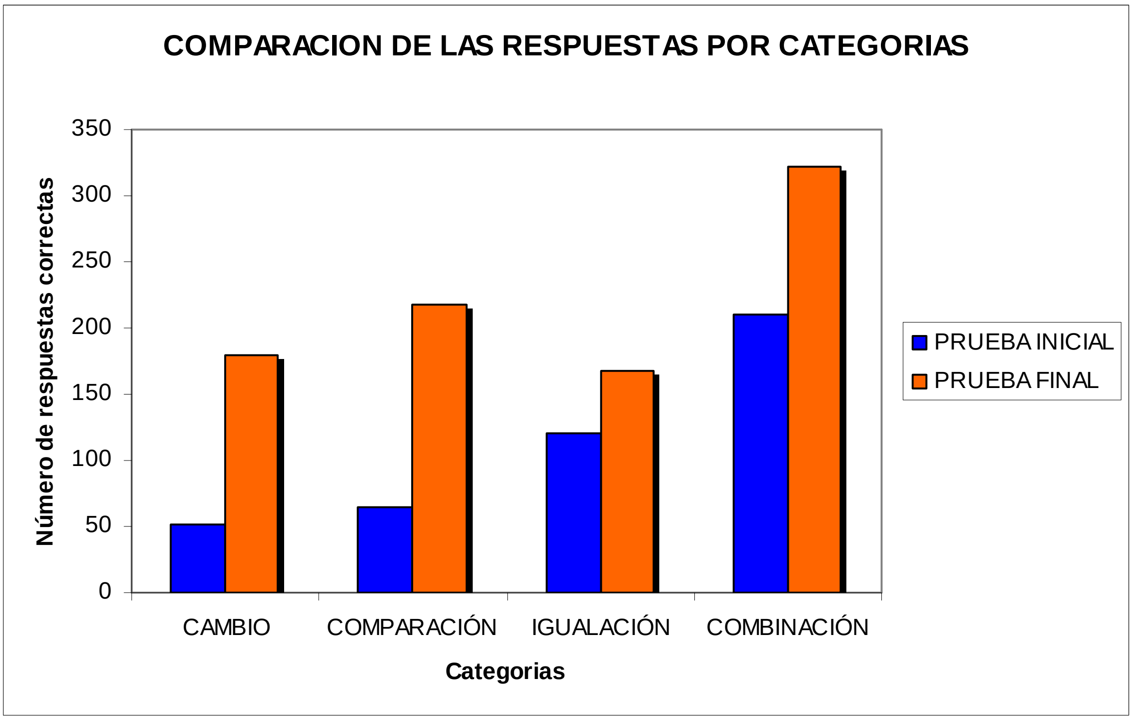


Gráfico 1

Puede observarse que en la prueba inicial los problemas que más le causaron dificultad a los estudiantes fueron aquellos de la categoría de cambio y comparación, situación que al compararse con la prueba final deja ver que las respuestas de los problemas de la categoría de comparación se triplicaron en la prueba final respecto a la prueba inicial. De manera análoga los problemas de la categoría de cambio y los de igualación siguen siendo los que aún después de la intervención generan más dificultades, sin embargo el avance que se mostró en la comprensión e interpretación de este tipo de problema se evidencia en el incremento del porcentaje de respuestas correctas obtenidas en la prueba final.

ANÁLISIS CUANTITATIVO DE LA INTERPRETACIÓN

		PRUEBA INICIAL	
	RESPUESTAS	RESPUESTAS	NO SABE NO
INTERROGANTE	CORRECTAS %	INCORRECTAS %	RESPONDE %
1	64,44	32,44	3,11
2	28,00	65,78	6,22
3	9,78	80,00	10,22
4	32,89	54,67	12,44
5	60,89	24,44	14,67
6	16,00	62,22	21,78
7	12,44	56,00	31,56
8	10,22	48,44	41,33
9	18,67	37,78	43,56
10	12,89	46,67	40,44
11	25,78	22,67	51,56
12a	8,89	23,56	67,56
12b	2,22	22,67	75,11
12c	15,56	16,44	68,00

Tabla 7: Prueba inicial

		PRUEBA FINAL	
	RESPUESTAS	RESPUESTAS	NO SABE NO
INTERROGANTE	CORRECTAS	INCORRECTAS	RESPONDE
1	77,78	21,33	0,89
2	59,11	39,56	1,33
3	35,56	60,89	3,56
4	64,44	32,89	2,67
5	78,67	16,89	4,44
6	54,67	40,44	4,89
7	42,22	43,11	14,67
8	39,11	46,22	14,67
9	35,11	45,78	19,11
10	44,00	41,78	14,22
11	48,44	30,22	21,33
12a	32,00	37,78	30,22
12b	29,33	37,78	32,89
12c	52,44	18,22	29,33

Tabla 8: Prueba final

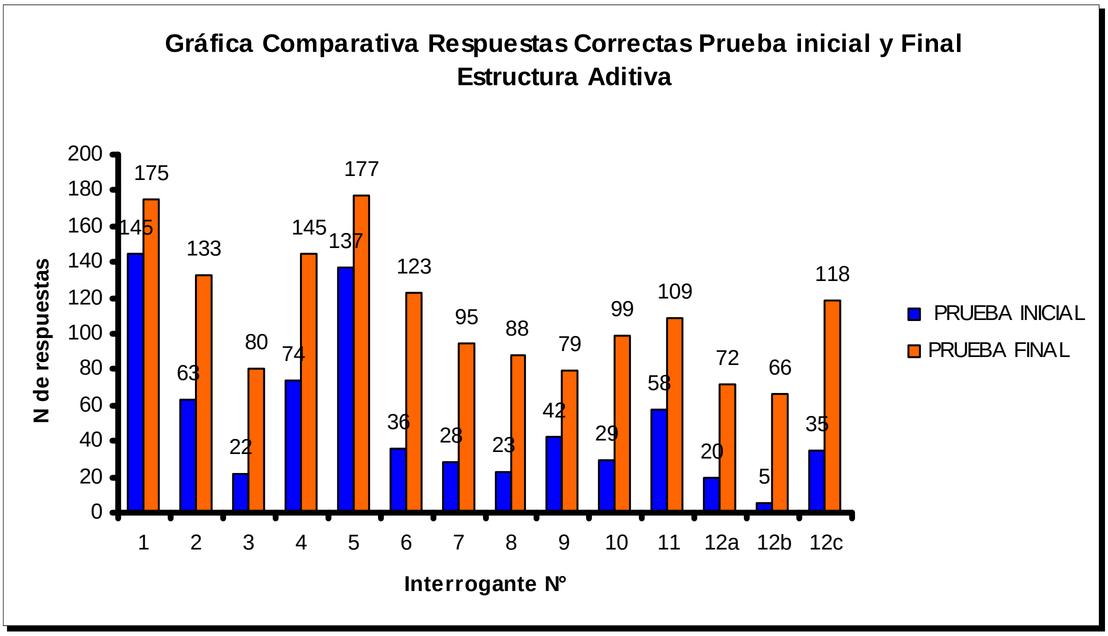


Gráfico 2

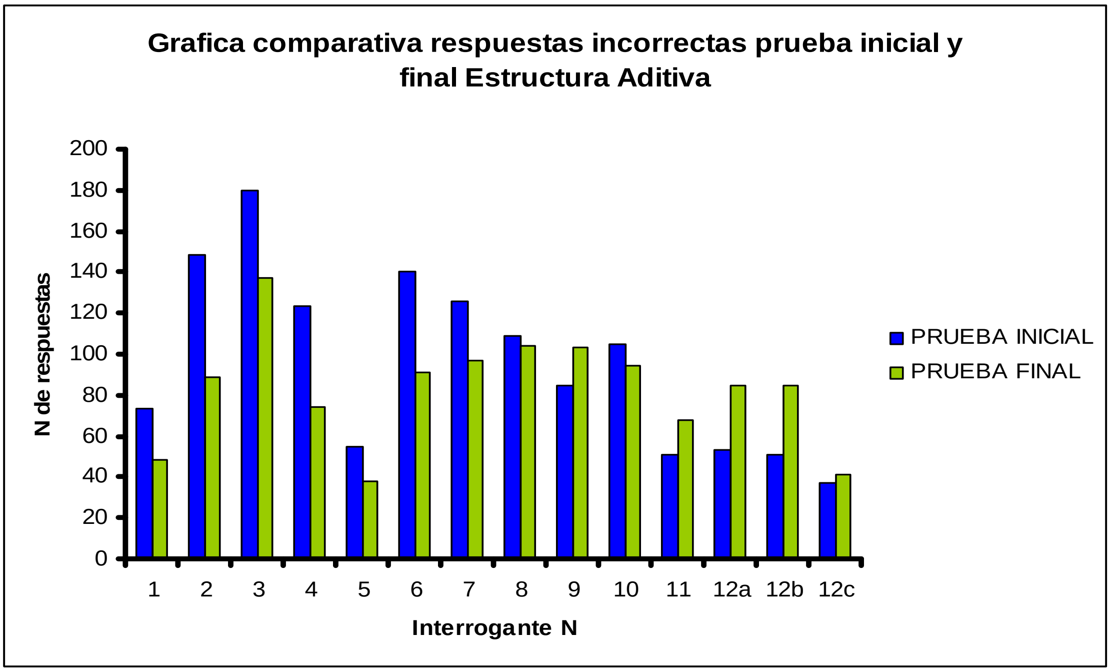


Gráfico 3

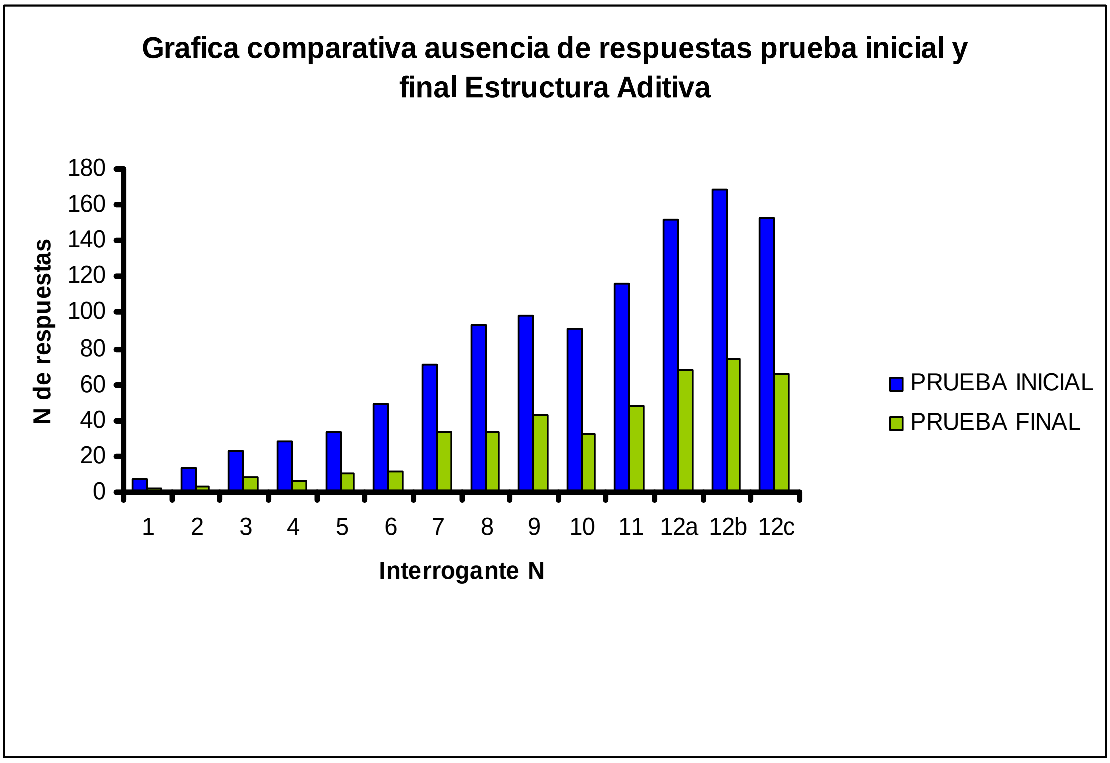

Grafica comparativa ausencia de respuestas prueba inicial y final Estructura Aditiva
N de respuestas
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12a
12b
12c
Interrogante N
PRUEBA INICIAL
PRUEBA FINAL

Grafico 4

CONCLUSIONES FINALES

- Las situaciones problema en las que el mediador es el juego permiten desarrollar comunicación matemática de manera espontánea, a la vez que posibilita la movilización de relaciones aditivas, lo cual ayuda a identificar diferentes niveles de aprendizaje en los estudiantes.

- Implementar situaciones problema formuladas en contextos aditivos lleva a los estudiantes hacia la comprensión de la relación entre suma y resta con el fin de construir significativamente las relaciones propias de pensamiento aditivo

- El uso de los conocimientos previos, como parte fundamental de la metodología empleada, permite analizar las diversas estrategias de solución que emplean los estudiantes frente a una situación matemática, al mismo tiempo le brinda seguridad en su proceso de aprendizaje, pues sus nuevos conocimientos van a estar avalados por ellos.

- Después de la intervención, los estudiantes presentan cambios sustanciales desde los niveles conceptual, procedimental y actitudinal al momento de desarrollar y desenvolverse en situaciones problema de tipo aditivo, independientemente de la categoría en la que se puedan clasificar dichas situaciones.

- El desarrollo de habilidades propias del pensamiento aditivo en un estudiante perteneciente a los grados tercero y cuarto es el resultado de la interacción de múltiples factores presentes en la educación matemática: el estudiante, las situaciones aditivas, la construcción individual y colectiva, el pensamiento numérico y la guía del profesor.

ANEXO 1

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Señale con una equis (x) su respuesta:

1. Edad: _______

2. Grado de escolaridad 1º _____ 2º_____ 3º_____ 4º_____ 5º_____

3. Sexo: Femenino _____ Masculino _____

4. ¿Vives con personas que no son de tu familia?

Si______

¿Por qué?____
____
____

No _____

5. ¿Con cuántas personas vives? _____

6. ¿Cuántos hermanitos tienes? _____

7. ¿Con quien vives?

____ Papá

____ Mamá

_____ Papá y Mamá
_____ Mamá y Padrastro
_____ Papá y Madrastra
_____ Abuelo
_____ Abuela
_____ Abuelo y Abuela
_____ Tío o Tía
_____ Primos
_____ Sólo con sus hermanos

8. Cuándo sales de la escuela te dedicas a:
_____Trabajar
_____ Hacer tareas
_____ Jugar
_____ Ver televisión
_____ Hacer oficios de la casa
_____ Cuidar los hermanitos
_____ Otra actividad. ¿Cuál?
____

9. La relación con los miembros de tu familia es:
_____ Agradable

_____ Excelente

_____ Regular ¿Porqué?____

_____Mala ¿Por qué? ____

10. Vives en una casa

_____ Alquilada

_____ Propia

_____ La están pagando

11. La persona encargada de los gastos en su familia es:

_____ Papá

_____ Mamá

_____Papá y mamá

_____ Otra persona ¿por qué? ____

12. ¿En que trabaja la persona que lleva la obligación en tu casa?

ANEXO 2

INSTRUMENTO º2 **PROPÓSITO:** ____ ____		
INFORMACIÓN OBTENIDA		
Categorías **Subcategorías**	**1. CARACTERÍSTICAS DEL CURRÍCULO ESCOLAR**	**Interpretación y Análisis**
1.1 Tendencia curricular		

1.2 Características del plan de estudios		
1..3 Modelo Pedagógico		
1.4 Coherencia con la filosofía, propósitos y valores de la institución		
1.5 Actualidad de conocimientos de acuerdo al desarrollo de competencias		

2 TRABAJO EN EL AULA		
2.1 Metodología		
2.2 Características del trabajo de los estudiantes		
2.3 Promoción de estrategias de pensamiento		
2.4 Promoción de actitudes investigativas		
2.5 Coherencia entre contenidos y métodos empleados		

2.6 Tipos de relaciones en el aula		
2.7 Características de los aprendizajes		
2.8 Calidad de las tareas		
2.9 Evaluación de aprendizajes		

3. ORGANIZACIÓN DE AMBIENTES EDUCATIVOS		
3.1 Caracterización de los textos empleados		
3.2 Manejo del tiempo		
3.3 Promoción de proyectos con variedad de materiales, equipos y aulas especializadas.		

3.4 Organización de actividades planeadas en lo académico, deportivo, cultural, etc.		
4.CARACTERÍSTICAS DE LA EVALUACIÓN ESCOLAR		
4.1 Coherencia con el modelo pedagógico		
4.2 Unidad de criterios entre los docentes		

4.3 Orientaciones claras para decidir la promoción		
4.4 Orientada a movilizar competencias, o a preguntar contenidos		

ANEXO 3

PRUEBA DIAGNÓSTICO, INICIAL y FINAL.

Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa, Sede: ______________________________

Nombre: ____ **Grupo:** ____________

Resuelva los siguientes problemas:

1). Una papelería tiene 467 cuadernos y compra 365 más, ¿Cuántos cuadernos tiene ahora?

2). Lucas tiene 243 cromos y dio a su amigo 175, ¿Cuántos cromos le han quedado?

3). Juan tiene 285 bolas de cristal y quiere comprar algunas para tener 548, ¿Cuántas bolas ha de comparar?

4). Un colegio tiene 645 estudiantes, de ellos 230 fueron de uniforme de educación física y el resto de uniforme de gala, ¿Cuántos fueron de uniforme de gala?

5). En un colegio hay 346 hombres y 278 hombres, ¿Cuántos estudiantes tiene la institución?

6). Pedro tiene 248 cromos y Luis 128, ¿Cuántos cromos tiene Pedro más que Luis?

7). La sede María Goretti tiene 756 estudiantes y la sede la Inmaculada tiene 483, Cuántos estudiantes tiene la inmaculada menos que la Goretti?

8). Una escuela *A* tiene 124 niños en el restaurante y la escuela B 98, Para tener tantos como la escuela B, ¿cuántos ha de sacar la escuela A?

9). Lucas tiene 235 bolas de cristal y Tomás tiene una cantidad desconocida, si Tomás pierde 85 bolas tendrá tantas como Lucas, ¿Cuántas bolas de cristal tiene Tomás?

10). Una empresa tiene 875 becas de estudio, da algunas a una institución de Caldas y le quedan 286, ¿Cuántas becas da la empresa a dicha institución?

11). María le presto a su mamá $2365 y le quedan en su alcancía $ 1530. ¿Cuánto tenia antes de prestarle a su mamá?

12). Realice las operaciones necesarias para encontrar el número que debe ir en la línea:

_______+198 =436 _______-78 = 120 678 + 765=_______

ANEXO 4

DIARIO DE PROCESOS[5]

<table>
<tr><td>Fecha:</td><td colspan="2">Grupo:</td><td>Coordinador</td></tr>
<tr><td colspan="2">Propósito:</td><td colspan="2">Tiempo:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Descripción del evento / actividad:</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">Resultados del evento / actividad</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aspectos significativos positivos:</td><td colspan="2">Aspectos significativos problemáticos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ambiente o clima grupal:
(En las dimensiones del saber: que aprendimos, que no comprendemos…, del hacer: que deducimos para nuestro quehacer colectivo…, y del sentir: como nos afecta, como lo asumimos…)</td><td colspan="2">Apreciaciones personales significativas
(En las dimensiones de saber: que aprendo, que no comprendo…, del hacer: que deduzco para mi práctica…, y del sentir: como me afecta, como lo asumo…)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Análisis, Argumentos, Conclusiones</td></tr>
</table>

[5] Tomado de Corporación Región. "La Escuela Elegante ". I Seminario taller. Febrero de 2001

ANEXO 5

TALLERES SITUACIÓN PROBLEMA EL PANAL

Taller introductorio

Tablas de registro

Nombre del jugador 1:						
Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje color blanco	Puntaje
1						
2						
3						
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO EN LOS TRES TURNOS						

Nombre del jugador 2:						
Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje color blanco	Puntaje
1						
2						
3						
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO EN LOS TRES TURNOS						

Nombre del jugador 3:						
Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje color blanco	Puntaje
1						
2						
3						
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO EN LOS TRES TURNOS						

Nombre del ganador del juego:____

Ejercicio

La tabla que aparece a continuación da cuenta de los puntajes obtenidos por un participante que jugo 4 turnos. Con el ánimo de poner a pensar a sus compañeros dejó algunos datos incompletos. Puede usted ayudar a completar los datos que hacen falta.

Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color rojo	Puntaje color amarillo	Puntaje color verde	Puntaje
1	36		15	17	128
2	12	40	10	34	
3	0	20	5		76
4		80	20		182
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO POR EL JUGADOR					

Taller de aplicación

1. Las tablas que aparecen a continuación da cuenta de los puntajes de dos jugadores, Santiago y Mateo. Aun no se ha decidido cual de los dos gano dado que dejaron casillas sin llenar. Puede usted ayudar a decidir cual es el ganador.

Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje total de turno
1	24	15			113
2	48	10	0	51	
3		20		68	120
4		5	60	34	147
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO POR EL JUGADOR					

Turno.	Puntaje color azul	Puntaje color amarillo	Puntaje color rojo	Puntaje color verde	Puntaje total de turno
1	24		20	51	115
2		15	60	17	128
3	12	10	80	51	
4	48	5	40		127
PUNTAJE TOTAL OBTENIDO POR EL JUGADOR					

2. ¿Cuántos puntos le faltan al perdedor para obtener el mismo puntaje que al ganador?

3. ¿Cuántos puntos menos que Santiago obtuvo Mateo en el segundo turno?

4. Mateo en el primer turno sacó 113 puntos ¿Cuántos puntos le hicieron falta para sacar el mayor puntaje posible?

ANEXO 6

TALLERES SITUACION PROBLEMA ESCALERA OCTOGONAL

Taller introductorio

COMPLETA LA INFORMACION	
NOMBRE DEL JUGADOR	**Total Dinero Obtenido**
Ganador (primero):	
Segundo:	
Tercero:	
Cuarto:	

Soluciona los siguientes interrogantes:

1) ¿Cuánto dinero demás tiene el primero que el tercero?
2) ¿Cuánto dinero menos tiene el tercero que el segundo?
3) ¿Cuánto dinero le falta al cuarto para tener tanto como el primero?
4) ¿Cuanto dinero menos, tiene el cuarto respecto al segundo?

Taller de aplicación

1).Carolina tiene un total de bonos por valor de $4270, ella tiene bonos por un valor de $870 más que Ana. ¿Cuál es el valor de los bonos que tiene Ana?

2) El total de los bonos de Juan es de $1950, de ellos 18 son de $100 y el resto son de $10 ¿Cuántos bonos de $10 tiene Juan?

3) Al terminar el juego Esteban tiene un total de $3560 y Duvan tiene $780. ¿Cuánto tiene Esteban más que Duvan?

4) Al iniciar el juego Maira tiene $2500, en su primer turno gana bonos por un valor de $1350 ¿Cuál es el valor total acumulado por Maira en bonos?

5). Durante el transcurso del juego Sebastián tiene bonos por $2780, el quiere tener en su próximo lanzamiento bonos por un total de $3610. ¿El ha de ganar bonos por cuanto valor?

6) Emmanuel comenzó a jugar. En su primer lanzamiento gano bonos por un valor de $760, en el segundo lanzamiento depósito en la caja bonos por un valor de $810. ¿Cuál es el valor de los bonos que tiene Emmanuel?

7) Tatiana tiene un total de $4760 y Jorge tiene un total de $6580. ¿Por cuánto valor ha de ganar Tatiana bonos, para tener tanto como Jorge?

8) Jessica tiene $2500 y en su lanzamiento gano bonos por un valor de $1900 ahora tiene la misma cantidad que Brandon ¿Cuál es el valor de los bonos que tiene Brandon?

9). Jessica tiene $2500 y en su lanzamiento ganó bonos por un valor de $1900 ahora tiene la misma cantidad que Brandon ¿Cuál es el valor de los bonos que tiene Brandon?

10). Ana da $590 y retira de la caja bonos por valor de $4000 ¿Por cuánto valor ganó bonos Ana?

ANEXO 7

TALLERES SITUACIÓN PROBLEMA TRIQUI NUMÉRICO

Taller de aplicación

1. Si un jugador saca en un dado 6000 y en el otro también saca 6000, cuanto debe sacar en el tercero para obtener el mayor y el menor número que se puede formar
2. Antonio cubrió el número 5000 en el tablero. Si Jaime obtiene 6000 en uno de sus dados y quiere formar el mismo número que Antonio, ¿Qué números debe sacar en los otros dos dados?
3. Si Juan en uno de sus dados obtiene 5000 y cubre el 13000 en el tablero, ¿Qué números obtuvo en los otros dos dados?
4. Si dos jugadores obtienen los mismos resultados en cada dado y después de realizar las operaciones uno de los jugadores cubre el 14000 y el otro el 8000, ¿Qué números obtuvieron en cada uno de los dados?
5. Siguiendo las condiciones del juego triqui numérico realiza los cálculos necesarios para completar la siguiente tabla.
6. Inventa tres problemas relacionados con el juego triqui numérico. Tráelos a la clase escritos en una hoja para que tus compañeros los solucionen.

DADO AMARILLO	DADO AZUL	DADO ROJO	NUMERO FORMADO
2000	5000		1000
3000			14000
6000			4000
	1000		7000
		6000	3000

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Armella, L. & Waldegg, G. (2001- 2002). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional, serie de memorias. Seminario Nacional de Formación de docentes. Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas.* Bogotá, D.C, Colombia. (pp 40 – 66).

- Bermejo, V. (1991). *El niño y la aritmética: Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas.*

- Brissiaud, R (1993). E*l aprendizaje del cálculo Más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos.* Madrid: Visor distribuciones S. A

- Castro, E. & Rico, L. (1987). *Números y operaciones*. Madrid: Editorial Síntesis. P. 191.

- Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Pearson Prentice Hall.

- Dickson, L., Brown, M & Olwen, G*. (1991). El aprendizaje de las matemáticas.* Editorial Labor S.A.

- Ferrero, L. (1984) *Operaciones con números naturales*. Madrid: Acción Educativa.

- Forero, A & Torrez, A. (sin año). Proyecto para el mejoramiento de la educación, 2. http://elcentro.uniandes.edu.co/eru/elproyecto/utopia.htm.

- Martínez, J. (2000) *Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI.* Barcelona: CISSPRAXIS.

- Mesa, O. (1997). *Camino a la aritmética.* Santa fe de Bogotá: editores Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Estándares curriculares para la enseñanza de las matemáticas*. Santa fé de Bogotá.

- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas.* Santa fe de Bogotá: fondo editorial MEN.

- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1999).Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Apoyo a los Lineamientos Curriculares. Santa fe de Bogotá: fondo editorial MEN.

- Ministerio de Educación Nacional. (2005). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático, un reto escolar. Santa fé de Bogotá: fondo editorial MEN

- Múnera, J. (2001). Las situaciones problema como fuente de matematización. *Cuadernos Pedagógicos, Nº 16,* 25-34.

- Múnera, J. (2006). Construcción de aprendizajes matemáticos desde el enfoque de situaciones problema*. Formándonos Maestros*, Nº 3. En Prensa.

- Obando, Z. Gilberto y Múnera, J. (2003). Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización matemática. En: Revista Educación y Pedagogía. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, no 35, (enero-abril). Pp. 185 - 199

- Ocaña, A. (2006). ¿Constructivismo o destrucción? Teorías de aprendizaje aplicadas a la práctica escolar. Teorías cognitivistas. http://www.ilustrados.com /publicaciones/EEuFlukyuuErLAvZcb.php#.

- Palmero, *Mª Luz (2004). La teoría del Aprendizaje Significativo. Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D.). Santa Cruz de Tenerife http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf*

- PARRA, C. & Saiz, I. (1993, comp.).*Didáctica de las matemáticas: Aportes y Reflexiones*. Buenos aires: Paidós (pp. 273 – 299).

- Vasco U, Carlos E. (1997). *La Educación Matemática una Disciplina en Formación.* (Universidad Nacional de Colombia).Conferencia en el 2 Seminario de Educación Matemática Colegio Mary Mount. Medellín.

- G, Vergnaud (autor). (1997). Los problemas de tipo aditivo En *El niño, las matemáticas y la realidad*. (pp. 161-184). México: Trillas.