

PROYECTO PEDAGÓGICO
LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA
PARA 4º Y 5º GRADO.

MARÍA CRISTINA CEBALLOS OCAMPO
GLORIA MARÍA HIGUITA
MARIA ISABEL RIVERA HENAO
SOR MARÍA HERNÁNDEZ COLORADO
LUIS GUILLERMO ARIAS

ASESORA: YOLANDA BELTRÁN DE C.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL.

NOVIEMBRE DE 2001

TABLA DE CONTENIDO.

INTRODUCCIÓN.

1. JUSTIFICACIÓN

2. CONTEXTOS DE LAS ESCUELAS.

- 2.1 ESCUELA COMUNAL ANCÓN
- 2.2 ESCUELA URBANA MIXTA LA GABRIELA
- 2.3 ESCUELA OFICIAL JULIA AGUDELO

3. OBJETIVOS

- 3.1 OBJETIVO GENERAL
- 3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

4. REFERENTES TEÓRICOS

- 4.1 BLOQUE HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICO
- 4.2 BLOQUE PEDAGÓGICO – DIDÁCTICO
 - 4.2.1 DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL
 - 4.2.2 MODELO DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE
 - 4.2.3 ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA
 - 4.2.4 MAESTRO INVESTIGADOR E INVESTIGACIÓN EN EL AULA
 - 4.2.5 LA EVALUACIÓN EN LOS NUEVOS CONTEXTOS DE ENSEÑANZA
- 4.3 BLOQUE DEL SABER ESPECÍFICO
 - 4.3.1 CUERPOS GEOMÉTRICOS
 - 4.3.2 FIGURAS PLANAS
 - 4.3.3 ÁNGULOS
 - 4.3.4 PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO
 - 4.3.5 CUADRILÁTEROS
 - 4.3.6 TRIÁNGULOS
 - 4.3.7 PERÍMETRO Y ÁREA
 - 4.3.8 ACOPLAMIENTOS
 - 4.3.9 CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA
 - 4.3.10 CONJUNTO DE TRANSFORMACIONES Y MOVIMIENTOS EN EL PLANO

5. METODOLOGÍA

- 5.1 DIAGNÓSTICO
- 5.2 INTERVENCIÓN
 - 5.2.1 TALLER DE POLIEDROS REGULARES

- 5.2.2 TALLER DE ÁNGULOS
- 5.2.3 TALLER DE CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS
- 5.2.4 TALLER DE PERÍMETRO
- 5.2.5 OTRAS ACTIVIDADES REALIZADAS DURANTE LA INTERVENCIÓN
- 5.3 LOGROS Y DIFICULTADES
 - 5.3.1 LOGROS
 - 5.3.2 DIFICULTADES

6. EVALUACIÓN DEL PROYECTO

- 6.1 LOGROS
- 6.2 DIFICULTADES
- 6.3 RECOMENDACIONES

7. BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

INTRODUCCIÓN

La importancia que tiene desarrollar en los niños desde muy tempranas edades el pensamiento espacial, hace necesario repensar los currículos de matemáticas en las instituciones de Educación básica, retomar la enseñanza de la geometría de una forma muy intuitiva, que permita la construcción de los esquemas básicos para la comprensión posterior los desarrollos formales de la misma.

Es así como el Proyecto Pedagógico “La enseñanza y el aprendizaje de la geometría para 4° y 5° grado” como práctica docente de cinco estudiantes de Licenciatura en Educación primaria, de la Universidad de Antioquia, permitió intervenir en siete grupos de tres instituciones oficiales, durante tres semestres. En el primer semestre, entre julio y noviembre de 2000, estando los niños en cuarto grado se hizo una parte de trabajo exploratorio de las diferentes actividades de las instituciones, familiarización y adaptación a ellas, y de indagación a los niños sobre sus saberes previos de geometría. Los semestres segundo y tercero, entre enero y noviembre de 2001, con los mismos grupos y los niños en quinto grado, se hizo el trabajo de intervención con la propuesta del proyecto.

El presente informe muestra detalladamente las actividades del grupo de practicantes durante los tres semestres, tanto en el seminario del proyecto como en las instituciones en el aula de clase con los niños. Del trabajo de Seminario resulta la construcción del marco teórico, el diseño y evaluación de las actividades de intervención, la construcción y apropiación del saber específico y las relaciones de éste con los saberes pedagógico y didáctico. Del trabajo directo en las instituciones de práctica resulta el análisis de cada uno de los contextos institucionales, el proceso de indagación e intervención con los niños, específicamente en geometría y la participación en las diferentes actividades de las instituciones como preparación a la futura labor de docentes.

Los siguientes son los principales aspectos en que está dividido el informe:

- Descripción de los contextos de las escuelas oficiales en las cuales se desarrolló el proyecto, son ellas: Escuela Comunal Ancón del municipio de La Estrella, con la Señora María Eugenia Ramírez como rectora; Escuela Urbana mixta La Gabriela del municipio de Bello con la señora Gloria María Gómez Pineda como rectora y Escuela Oficial Julia Agudelo del municipio de Medellín con la señora Floralba Robayo como rectora.
- El marco teórico en el cual se fundamenta la propuesta está dividido en tres bloques fundamentales a saber, Bloque Histórico-epistemológico en el que se hace un breve recuento del origen y construcción del conocimiento geométrico desde los egipcios y babilónicos hasta los

griegos y algunos de los cambios posteriores que se dieron hasta los años 70, a raíz de los cuales en Colombia a través del MEN, se propone la reestructuración curricular con los marcos generales, donde se incorpora la enseñanza de la geometría y se reafirma en los actuales Lineamientos curriculares de matemáticas; el bloque Pedagógico-Didáctico en el cual se resaltan teorías surgidas de investigaciones sobre desarrollo de pensamiento espacial, razonamiento geométrico, enseñanza y aprendizaje de la geometría, investigación en el aula y evaluación; Bloque del saber específico en el cual se presentan los aspectos relevantes de las temáticas de geometría propuestas para desarrollar durante el proyecto.

- Metodología de la propuesta de intervención en la cual se describe la forma como se desarrolló el trabajo de aula a partir del diagnóstico, con base en la geometría activa y la teoría del aprendizaje significativo; se describen detalladamente algunos de los talleres desarrollados con los niños y los logros alcanzados, además se mencionan las otras actividades con las cuales los niños construyeron las nociones básicas geométricas. Los talleres realizados con los niños en algunas de las actividades aparecen en los anexos.
- La evaluación del proyecto se refiere a los logros obtenidos y a las dificultades que hubo en el desarrollo del mismo, tanto en los niños como en los practicantes y las instituciones, además a algunas conclusiones y recomendaciones, basadas en las experiencias construidas durante el proceso de desarrollo del proyecto.

Los estudiantes participantes fueron: María Cristina Ceballos, María Isabel Rivera, Gloria María Higuera, Sor María Hernández y Luis Guillermo Arias, con la asesoría de la profesora Yolanda Beltrán de C.

1. JUSTIFICACIÓN

Tradicionalmente en la escuela se ha venido trabajando la geometría de forma abstracta y simbólica desligada del entorno y la realidad del estudiante, y en algunos casos ha sido relegada del área de las matemáticas.

Teniendo en cuenta que cada persona es artífice de su conocimiento el cual hace parte del proceso cognitivo de su formación. Se considera de gran importancia realizar una experiencia en el área de las matemáticas en lo referente a la geometría, entendida esta como “el juego con sistemas concretos de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio”¹, en los grados cuarto y quinto de la básica primaria, en aras de implementar una metodología que responda a las exigencias de una geometría activa a través de la cual el estudiante desarrolle sus procesos en la construcción del pensamiento geométrico que están estrechamente vinculados a factores como:

Las posibilidades de un mejor dominio del espacio.

La capacidad de construir nociones y relaciones geométricas.

El ingenio y la creatividad en los procedimientos para la solución de problemas.

Los anteriores aspectos se enmarcan en un contexto donde la actividad, y la exploración en el espacio tridimensional prima sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos. Y donde el estudiante construye su propio conocimiento.

Es así como este proyecto trata de responder a la propuesta hecha por el Ministerio de Educación Nacional en su afán por fortalecer la geometría en el currículo de las matemáticas desde el estudio de los sistemas geométricos, y no como consecuencia del aprendizaje mecánico de un procedimiento.

2. CONTEXTOS DE LAS ESCUELAS

Las escuelas donde se desarrolló el proyecto pedagógico “La Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría para cuarto y quinto grado”, son tres instituciones oficiales del área metropolitana de Medellín, ubicadas cada una dentro de un contexto específico, descrito a continuación.

2.1 ESCUELA COMUNAL ANCON

¹ Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas. Volumen II, serie pedagogía y currículo. MEN. 1994. Bogotá.

La escuela comunal Ancón es un establecimiento educativo oficial pertenece al municipio de la Estrella, está localizada sobre la autopista sur, su dirección es carrera 49 D. N° 88 c sur 016, tel 2795409. Dista de la cabecera municipal un kilómetro y medio.

Tiene un área total de 288.15 mts cuadrados construidos en su totalidad.

Su planta física está distribuida de la siguiente forma:

Cuatro aulas 2 de ellas en la parte superior y las otras dos son sótanos que quedan por fuera del patio con comunicación a la calle, miden aproximadamente 6.70 metros de largo por 8.80 de ancho con capacidad para 35 a 40 alumnos. Uno de ellos tiene un cuarto anexo que es propiedad de la acción comunal.

La unidad sanitaria mide aproximadamente 8.02 metros de ancho por 1.30 de largo con capacidad para 6 sanitarios los cuales se encuentran en buen estado.

Contiguo a las aulas de la parte superior se encuentra la cocina que funciona para el restaurante escolar. También se cuenta con una oficina pequeña como dirección y secretaría. En la parte superior hay un patio de recreo que mide aproximadamente 21,28 m de largo por 7,50 de ancho, el cual se utiliza además como espacio para dictar la clase de educación física, realizar actos cívicos y culturales y en algunas ocasiones para hacer reuniones de padres de familia.

La escuela tiene preescolar y básica primaria. Cuenta en la actualidad con 7 profesores, uno para preescolar, dos para primero y uno para cada uno de los grados de segundo a quinto, trabajan en dos jornadas así:

En la jornada de la mañana de 7 a.m a 12 a.m, los grados preescolar, primero y segundo. En la jornada de la tarde de 12.15 a 5.15 p.m, los grados tercero, cuarto y quinto. Se atiende una población de 290 estudiantes en las dos jornadas. Es de carácter mixto.

La función de secretaría y otros oficios es desempeñada por los mismos profesores. Los martes se cuenta con una coordinadora del aula de apoyo (U.A.I), a la cual se le remiten los niños que presentan alguna dificultad a nivel académico o comportamental, ella se encarga de estudiar los casos y hacerles la remisión pertinente al neurólogo, psicólogo o al profesional requerido.

En las horas de la mañana labora la señora encargada del restaurante, organizado por Bienestar Familiar, que beneficia 50 alumnos en almuerzo y 150 en refrigerio. Existe además un kiosco que cumple la función de tienda escolar para que los alumnos tengan donde comprar sus golosinas para no salir a la calle.

La escuela no cuenta con local para biblioteca, los libros existentes están distribuidos en estantes en las diferentes aulas de clase. Cuenta con un televisor y un betamax como material audiovisual.

La escuela tiene algunas necesidades prioritarias con respecto a la planta física tales como:

Cambio de techo de eternit por tejas o colocar cielo raso a las 2 aulas superiores.

Ventilación adecuada.

Embaldosar las aulas ya que algunas tienen cemento muy tosco

Construcción de un salón para biblioteca, salón múltiple y dirección

Comunidad educativa y relaciones con ella.

La comunidad educativa pertenece a estratos bajos 1 y 2 . Es proveniente de los barrios Ancón, La Playa, Campo Alegre; barrios que conforman una comuna con problemática claramente identificada por desempleo, escasez de vivienda organizada, violencia, descomposición familiar, marginamiento, ausencia de trabajo bien remunerado, drogadicción, alcoholismo, vida nocturna violenta, y otra cantidad de problemas que traen como consecuencia educandos fatigados, desnutridos, enfermos, agresivos, empapados del vicio y la maldad que los rodea, lo cual desencadena en bajo rendimiento académico, deserción escolar, desinterés por el estudio, inasistencia y mal comportamiento. En su mayoría son familias mal conformadas donde se vive violencia intrafamiliar entre los cónyuges y de éstos hacia sus hijos.

Todo lo anterior genera conflictos familiares que muchas veces no son capaces de solucionar por su poca preparación, malas relaciones familiares o desconocimiento de leyes y normas, por lo tanto se ven obligados a vivir en la lucha con estos conflictos lo que agrava más la situación de la comunidad.

La mayoría de los hogares de la zona carecen de medios económicos que les proporcionen una subsistencia digna, con vivienda aceptable, alimentación adecuada, servicios higiénicos, recreación, estudio y salud. Esta situación se debe al desempleo de los jefes de hogar en un 60%; están subempleados un 20% y con empleo y bajos salarios un 20%.

Hay muchas viviendas construidas por los hombres del grupo familiar a su manera sin ningún control, dirección, ni autorización de planeación municipal.

Por lo general son familias muy numerosas o se juntan varias para vivir en una sola vivienda estrecha e incómoda, sufriendo las consecuencias del hacinamiento y el incesto.

El aspecto físico de los niños y demás personas demuestra claramente la deficiencia de servicios sanitarios y condiciones higiénicas de sus

viviendas. Puede decirse que sólo 30 % de la población posee viviendas adecuadas, cómodas e higiénicas.

La mayoría de las personas dicen ser católicas, pero poco practicantes, descuidan la enseñanza religiosa, el conocimiento de los valores, el espíritu de convivencia, tolerancia y la vida pacífica, limitándose a bautizar los niños, y acercarlos a 2 o 3 sacramentos sin ningún conocimiento o preparación.

Relaciones interpersonales que se dan en la comunidad educativa

Dadas las características de la comunidad las relaciones que se establecen en el barrio y en las familias son conflictivas.

Entre los profesores, se manejan buenas relaciones, hay diálogo permanente, respeto por las ideas y comportamiento de los demás. Los problemas que se presentan se han tratado de solucionar en lo posible mediante el diálogo y la conciliación. En el aspecto académico, cada profesor maneja las áreas desde su saber y visión de la educación, hay poca comunicación.

Aunque se hacen reuniones de padres de familia, es importante abrir más espacios de diálogo y comunicación entre éstos y los profesores. Entre los niños de la escuela se manejan altos niveles de agresividad e intolerancia, que se han tratado de controlar mediante el diálogo. Algunos profesores manejan relaciones violentas con los niños (no hay castigo físico). En general falta más diálogo y conocimiento de la realidad de los niños, en la mayoría de los casos se maneja sólo una relación académica. Se puede ver entre padres e hijos una ambivalencia: sobreprotección y abandono. No existe diálogo ni acompañamiento en el proceso de formación de los niños.

Documentos rectores de la Institución.

Teniendo en cuenta que el propósito principal de la escuela es brindar una educación integral a través de la interdisciplinariedad y los diferentes proyectos institucionales contemplados en el P.E.I, se puede decir que existe una estrecha relación entre el proyecto de geometría con el currículo y el P.E.I de la institución, en la medida en que hay una integración de los temas desarrollados en él con las demás áreas del conocimiento y los proyectos reglamentarios; en una forma más específica, con la ejecución del proyecto de geometría inscrito en el área de las matemáticas (entendida ésta como el potencial integrado de las diferentes áreas del desarrollo entre ellas el lenguaje, las ciencias sociales, naturales), se pretende que el individuo se ubique en la realidad de su entorno descrito como una sociedad conflictiva para que asuma una posición analítica y crítica que redunde en la mejora y transformación de la microsociedad en la que se desenvuelve a fin de contrarrestar el alto

grado de violencia y mejorar el nivel de vida. Además la institución se rige por otros documentos como

- Constitución Política de Colombia 1991.
- Ley General de Educación.
- Manual de convivencia, que incluye el reglamento estudiantil.
- Lineamientos curriculares
- Código del menor.

2.2 ESCUELA URBANA MIXTA LA GABRIELA

La Escuela Urbana Mixta la Gabriela es un establecimiento educativo oficial en proceso de conversión a colegio; está situada en el barrio la Gabriela en la zona sur oriental del municipio de Bello. Dirección calle 31 # 43 94 teléfono 461 06 91. Núcleo educativo 03 10. De carácter mixto.

Modalidad: transición de básica primaria.

Jornada: mañana y tarde

Comunidad educativa

La comunidad educativa de la Escuela Urbana Mixta la Gabriela presenta una serie de factores históricos, económicos, sociales, culturales, políticos y educativos que inciden en el desarrollo de la sociedad y en la calidad de vida.

Históricamente los modelos de vida indígena y de patriarcado experimentado hace mas de cincuenta años han sido reemplazados por modelos de vida obrera, en donde, otros modelos de vida han dado cambios radicales en la población. Ahora sé está dando el aumento excesivo de la población, nuevas viviendas, el desplazamiento de las familias del campo a la ciudad buscando mejores oportunidades sociales, lo que lugar a situaciones conflictivas y de desarraigo de la población.

El ambiente ecológico se torna cada vez más deteriorado, se ha pasado de tener quebradas limpias a tener quebradas sucias y mal olientes, de tener un suelo verde a tener un suelo construido y sin arborización, de tener tranquilidad y paz a tener ambientes conflictivos; todo lo anterior demuestra la necesidad de implementar una nueva propuesta educativa en la comunidad que propenda a mejorar la calidad de vida.

Económicamente, la población educativa pertenece a una clase social media baja. En cuanto a vivienda, el 20 % de las familias viven en casa propia y sin terminar; el 40 % de las familias viven en casa alquilada, otro 20 % de las familias viven en casas hechas de cualquier tipo de material como tablas, latas, plásticos, y sólo el otro 20% restante viven en casa propia terminada.

En cuanto al empleo, un 20 % de los pobladores tienen un empleo estable con un salario mínimo, un 40 % de los pobladores son albañiles, con un empleo inestable, el otro 40 % de la población es desempleada.

La mayoría de las madres son cabeza de familia por lo que deben trabajar como empleadas domésticas o en subempleos como vendedoras ambulantes. Las familias enfrentan crisis económicas muy fuertes que dan lugar a la deserción escolar y/o a la poca participación de actividades escolares de tipo económico. Un buen número de los estudiantes presentan grados de desnutrición que se ven reflejados en la apatía e indiferencia hacia el estudio y el desganado y la lentitud en la realización de las actividades académicas.

Dentro del contexto social, hay muchas clases de familias, siendo las más notorias las que no tienen padre, en donde la mujer es la cabeza de la familia y se dedica al rebusque económico, empleándose en trabajos mal remunerados y descuidando el cuidado de sus hijos. Se presentan varios casos de estudiantes que han sido traídos a casa de familiares o amigos para librarlos de la violencia que existe en sus hogares.

En algunas ocasiones el barrio se ha encontrado invadido de bandas que llegan de zonas vecinas y que motivan a los niños al delito, existe la inseguridad, el robo, el consumo de drogas y la violencia callejera, por todo esto, los alumnos mantienen resentimientos, miedos y preocupaciones que los limitan en su desarrollo psicológico y cognitivo, hay interferencia en sus responsabilidades académicas, por esto es constante la deserción escolar imprevista.

Los problemas de relación de pareja, autoritarismo, maltrato y violencia intra familiar es también muy notorio. El barrio no cuenta con lugares de encuentro social confiables, por lo tanto las familias se dedican a la televisión y al ocio.

En lo cultural pocos adelantos se aprecian en el barrio, los valores culturales tienen poco apoyo, se ha contemplado un rutinario comportamiento donde la baja autoestima y la falta de promoción hacen que estos valores se estanquen dentro del conflicto de la comunidad; no existen instalaciones deportivas significativas, ni biblioteca, ni escenarios ni teatros ni recintos para reuniones culturales. La escuela es el recinto más importante del barrio donde se llevan a cabo las pocas actividades culturales y sociales de la comunidad, y aunque no tiene buen espacio, mantiene las puertas abiertas para las actividades que la comunidad requiera

El único plantel educativo del barrio es la escuela la Gabriela. Ha seguido a lo largo de su historia una política educativa tradicionalista, transmisionista e informativa, donde casi no se ha visto progreso en muchos años. La educación básica primaria ha dado cobertura a la

demanda y al terminar su ciclo, los alumnos tienen que desplazarse hacia Machado y Zamora para terminar sus estudios básicos, a muchos de los alumnos se les imposibilita terminar la escuela básica y media, por dificultades económicas y sociales, por el desinterés y la falta de conciencia educativa. Los alumnos no han encontrado respuestas satisfactorias a los nuevos retos de la vida, de cambios y de expectativas, se presentan desfases entre lo que quiere el alumno y lo que recibe de la escuela, de la sociedad y de la familia.

Infraestructura Humana

La institución cuenta con un total de 750 estudiantes, 17 educadores de carácter oficial y municipal y un directivo.

Infraestructura Física

La institución posee dos plantas físicas, en una encontramos siete aulas, la dirección, y un salón de profesores, en la otra planta encontramos tres aulas, y la biblioteca que es utilizada como aula, se cuenta además con una cancha o patio y un kiosco adaptado para restaurante. Se adolece de materiales didácticos y de los adelantos tecnológicos requeridos.

Documentos Rectores

En el PEI encontramos los lineamientos que rigen el funcionamiento a todo nivel de la institución, podemos ver allí la misión, la visión, la filosofía, el gobierno escolar, el manual de convivencia, el plan de estudios y los proyectos reglamentarios, acordes con la Ley General de Educación.

2.3 ESCUELA OFICIAL JULIA AGUDELO.

La escuela oficial Julia Agudelo se encuentra ubicada en la zona nororiental de Medellín, en la comuna No 8; en el barrio Enciso, que limita con los barrios Boston, Villahermosa, el Pinal, Caicedo, Colinas de Enciso y Sucre, de estratos 2 y 3. Actualmente cerca a la escuela se encuentra ubicado un barrio de invasión llamado la Finquita, el cual poco a poco ha ido incrementando la población barrial y por ende la población de la escuela de manera sorprendente.

La escuela atiende poblaciones de los barrios ya mencionados y otros como Llanaditas, el 13 de noviembre y la Libertad. Para cubrir la población estudiantil se trabaja en dos jornadas, en la mañana de 7:00 a 11:45, con los grupos de Preescolar a tercero y en la tarde de 12:00 m a 4:45pm con los grupos de segundo a quinto, incluyendo un Preescolar; en el segundo semestre la jornada de la tarde pasa a la mañana y viceversa. Solamente en los grados quintos se trabaja por profesorado, en los demás grados cada profesor o profesora se encarga de enseñar todas las áreas.

Enciso cuenta con instituciones educativas como las escuelas Santiago Santamaría, Colinas de Enciso y Niño Jesús de Praga; los jardines infantiles Gotitas Frias y Fuentecitas del Saber; los Colegios Luis Carlos Galán Sarmiento, Alfonso López Pumarejo y Normal superior de Medellín con su escuela anexa Santander. Igualmente cuenta con la biblioteca parroquial Niño Jesús de Praga.

La escuela Julia Agudelo se fundó en 1940 ; un clérigo prestó su casa para que se dictaran las clases y luego alrededor de 1945, cedió unos terrenos para la construcción de la escuela. Es por esto que la escuela desde sus comienzos ha tenido un contacto muy cercano con el clero, en especial con los sacerdotes de la parroquia aledaña Niño Jesús de Praga. En un inicio fue de carácter femenino, luego pasó a ser mixta. La filosofía de la escuela es promover los valores cívicos y morales que originan el compromiso del estudiante con su formación y lo responsabiliza en la solución de la problemática del entorno; inculcándoles amor, respeto, solidaridad y sensibilidad por el otro, pues es muy evidente la deshumanización en el comportamiento social de los estudiantes, a causa del mismo medio en el que se desenvuelven.

Comunidad educativa.

Por la estratificación y niveles educativos de varios hogares, en el barrio se observa que muchas de las familias de los niños que asisten a la escuela no satisfacen sus necesidades básicas de vivienda, alimentación, ni vestido; las casas no disponen del espacio suficiente para albergar en condiciones cómodas al total de miembros de la familia y la falta de educación de los padres es evidente. En muchos casos no existe una figura de autoridad que permita establecer patrones de comportamiento; hay hogares en donde la autoridad la representan las “abuelitas” quienes se responsabilizan del cuidado de los niños, pues en ocasiones son abandonados por sus madres. Por otro lado se presenta el madresolterismo cuyas posibles causas pueden ser la carencia de educación sexual, ausencia de figura paterna, falta de autoridad en los hogares y la falta de educación en general.

Otros aspectos relevantes son la falta de afectividad en algunas familias, no hay lenguaje del amor, ni de la ternura, ni de la comunicación y a menudo se observa el maltrato físico, psicológico y verbal, tanto de padres a hijos como entre cónyuges. El alcoholismo, la drogadicción, la prostitución y el vandalismo se presentan con mucha frecuencia, constituyendo indicadores de riesgo social y comunitario. Es todo esto una muestra de lo que día a día, varios niños de la escuela tienen que enfrentar, además de la “la delincuencia armada”.

En este sector operan dos bandas, una llamada los conejos, la cual tienen relación con la banda de la “Terraza” de Manrique y la otra, los del Praga; las cuales, mediante enfrentamientos le restan tranquilidad a los

habitantes del barrio. En ellas se encuentran jóvenes entre los 12 y los 25 años aproximadamente, integrando a algunos niños para que hagan las veces de “carrito”, es decir de mandaderos; algunos de estos niños son de la escuela Julia Agudelo. Estos hechos hacen que las mentalidades de algunos niños y jóvenes, por lo que viven u observan, cambien la forma de ver la vida, puesto que ya no se estudia por ser alguien y prepararse para ser personas de bien, sino por pasar el rato; o no se estudia, sino que se consigue un medio fácil para adquirir dinero, armas y sentirse poderoso ante el más débil.

En la institución todos estos problemas se reflejan en el comportamiento de los estudiantes, se observa un alto grado de agresividad, algunos niños agreden a los demás golpeándolos sin una causa justa sólo porque quieren hacerse sentir como los más fuertes de la institución para intimidar a los demás y hacer que éstos les tengan miedo. Las circunstancias hacen que el ambiente sea muy fuerte, a pesar de que la escuela tiene una filosofía de tipo humanista, basado en principios fundamentales como el respeto a la persona, la equidad, la solidaridad, la tolerancia, la comunicación apoyada en la verdad y en la libertad de opinión, el desarrollo integral del ser y una relación de verdadera amistad entre educadores, alumnos y padres de familia. Se fomentan valores de convivencia, respeto, ética, reforzando esto con carteleras que contienen mensajes muy significativos, los cuales deben ser trabajados en la formación semanal y por cada profesor. La directora está trabajando en conjunto con los maestros y maestras para que haya un mayor control de la agresividad; pero no se ha podido hacer mucho, pues cuando se presentan peleas entre dos niños lo más común es decir “en la calle nos vemos”, “te voy a echar a mi hermano que está en una banda”, “te voy a echar los milicios”.

Otro aspecto que vale la pena resaltar, es el flujo vehicular de la calle 58, donde está la puerta de la escuela. Esto hace que los niños corran muchos riesgos como accidentes de tránsito o ser víctimas por los enfrentamientos entre las bandas.

La escuela tiene la necesidad de una infraestructura física que permita crear la básica secundaria, al respecto se ha debatido mucho, ya que se considera que una de las causas de esta problemática son los pocos establecimientos educativos con el bachillerato completo. Así cada escuela y colegio sólo han podido ubicar menos de la mitad de los estudiantes y por lo general se seleccionan los mejores, dejando a un lado los que tienen problemas de comportamiento, produciéndose así un incremento en la deserción escolar. Es por esto que la escuela estudia múltiples soluciones incluyendo otras necesidades como una buena dotación de la biblioteca y mobiliario, buena iluminación natural o artificial en aulas, juegos y materiales didácticos y deportivos, implementos de aseo y capacitación a los maestros.

Hace parte de la vida escolar los momentos de elecciones de los niños a la personería, pues es una competencia muy sana que hace que los alumnos se integren y demuestren su sentido de pertenencia a la institución, para esto muchos padres se hacen partícipes colaborando a sus hijos electos.

Hay varios padres de familia que han puesto mucho interés en colaborar a la escuela, demostrando que no sólo los maestros y alumnos hacen parte de ella, sino que ellos con su participación en las diferentes actividades como campañas de aseo, consejo de disciplina, ventas y preparativos de comidas en las fiestas, han hecho posible muchos eventos, de los cuales podemos mencionar los aniversarios, las despedidas de los grados quintos, los campeonatos de micro fútbol, el día de los niños y las primeras comuniones.

En la escuela Julia Agudelo como en muchas otras, se reflejan las diferentes formaciones de los niños, demostrando que son seres humanos con virtudes y defectos que hacen que la institución tenga una variedad de seres con diferentes maneras de pensar, actuar y obrar, permitiendo que la educación tenga sentido.

Infraestructura

Física

La escuela Julia Agudelo es una edificación de una sola planta, que conserva el aspecto de la vieja arquitectura, con amplios corredores, altas paredes, techo cubierto de tejas de barro y grandes ventanales. En el centro, el patio rodeado por todas las aulas, menos dos que aparecen independientes, baños y demás dependencias de la institución. Los corredores están adornados con macetas colgantes y una buena cantidad de tableros con carteleras bien elaboradas que tratan diversos temas de interés para la comunidad educativa.

Hay once aulas, un aula múltiple para diferentes actividades como clase de danzas, y restaurante donde los niños reciben el complemento nutricional, entre otros. Un salón destinado para la biblioteca, sala de juntas, sala de informática y Cruz Roja, allí hay nueve computadores en buen estado, uno con impresora para la clase de sistemas. La biblioteca cuenta con libros de diferentes áreas y varios ejemplares, además una grabadora, un televisor, un VHS, y un equipo de sonido que comunica con todos los salones y corredores para las informaciones pertinentes, los actos cívicos y culturales. El baúl de Jaibaná está disponible en el closet de un salón para los profesores que deseen utilizarlo, está a cargo de una profesora por cada jornada.

La oficina de la dirección está al frente del aula múltiple, enmarcada por una plataforma de concreto para los actos cívicos.

A la entrada de la escuela, está la portería, en la cual hay una pequeña cocina.

Humana.

La escuela Julia Agudelo cuenta con una Directora y 22 docentes, normalistas, licenciados y algunos con especializaciones, quienes dirigen y atienden los diferentes grupos por grado distribuidos, para un total de 1050 niños aproximadamente, como se muestra en la siguiente tabla,

NIVEL	No DE GRUPOS
Preescolar	2
Primero	5
Segundo	4
Tercero	4
Cuarto	4
Quinto	4

La institución cuenta con el consejo directivo, consejo académico, consejo de Padres de Familia, Asociación de Padres de Familia, Comité disciplinario y Escuela de padres.

Actualmente Hay dos vigilantes pero no hay aseo por lo tanto cada profesora encargada de la disciplina quincenal debe controlar el aseo de la institución.

Actualmente, se ofrecen actividades extracurriculares después de la jornada académica, los sábados, tales como semilleros de danza, computadores, tuna para las niñas, porristas, y campeonatos de micro-fútbol. Cada semillero tiene los implementos necesarios para desarrollar dichas actividades.

Curricularmente la Escuela Julia Agudelo se rige por la Ley General de Educación, y cumple además con lo propuesto en el artículo 14, el cual plantea la enseñanza obligatoria de estudio, comprensión y práctica de la constitución, aprovechamiento del tiempo libre, la enseñanza de la protección del ambiente, educación para la justicia y en la educación sexual.

Adicionalmente la escuela adelanta proyectos de Educación sexual, Castellano y humanidades, plan de atención básica (promoción y prevención en salud oral), pautas para aminorar las conductas agresivas de los niños en edad escolar, educación para la democracia y formación en valores, aprovechamiento del tiempo libre, filosofía, música, geometría y ciencias sociales.

En lo relacionado con proyección a la comunidad se ha conformado la escuela de padres, en la cual se tratan temas para orientar a los padres,

generalmente son dictados por sicólogas, y cuyos temas son: educación sexual, drogadicción, adolescencia, el lenguaje del amor, el maltrato, la tolerancia, estímulos y castigos al niño, técnicas de estudio. Estos temas son trabajados con la participación de los padres y acudientes en el proceso pedagógico del establecimiento.

Documentos Rectores de la Institución:

- Constitución Política de Colombia 1991.
- Ley General de Educación.
- Manual de convivencia, que incluye el reglamento estudiantil.
- P.E.I
- Lineamientos curriculares
- Código del menor.

3. OBJETIVOS.

3.1 OBJETIVO GENERAL:

Desarrollar una propuesta de intervención en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, que posibilite un cambio de actitud frente a esta área, tanto en los profesores como en los estudiantes de 4º y 5º grado de educación básica, en tres escuelas oficiales del área metropolitana.

3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Indagar los conocimientos previos de los niños en el área de la geometría para preparar el material a utilizar en las estrategias de intervención
- Evaluar permanentemente el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos geométricos, y las actitudes, habilidades y destrezas que los niños adquieren, para determinar logros y dificultades, tanto en ellos como en el desarrollo de la propuesta.
- Motivar a los niños en la construcción de nociones geométricas con metodologías activas y dinámicas que posibiliten el desarrollo del pensamiento espacial a través de talleres de interacción, con material concreto y solución de problemas, que contribuyan a la interiorización de conceptos.
- Promover la enseñanza de la geometría a través de la proyección de la propuesta en diferentes instituciones de educación básica.

4. REFERENTES TEÓRICOS

La consulta bibliográfica acerca de los referentes teóricos que enmarcan este proyecto, se han organizado en tres bloques, teniendo en cuenta la afinidad temática y la coherencia de los argumentos presentes en cada uno de ellos; esto facilita su comprensión y un mejor desarrollo del proyecto.

En el primer bloque, se hace un recuento histórico y epistemológico de las matemáticas y en particular de la geometría .

En el segundo bloque, se encuentran aportes de varios autores, referentes a la pedagogía, didáctica, metodología y evaluación, relacionados con la enseñanza-aprendizaje de la geometría.

En el tercer bloque, se hace referencia a los saberes específicos de la geometría, desarrollados en el proyecto.

4.1 BLOQUE HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICO.

Algunas consideraciones acerca del origen de la geometría.

La historia cuenta como las grandes inundaciones anuales ocasionadas por el río Nilo en Egipto, borraban las fronteras de las tierras conllevando de nuevo a la medida y división de éstas, dándose así inicio a la geometría -término proveniente de las palabras geo-tierra, metrum-medida.

Tanto en Mesopotamia como en Egipto, la geometría era considerada como un conjunto de reglas empíricas aplicadas no sólo a la medición, sino también a la construcción de templos y monumentos, entre ellos inmensas pirámides y la más conocida “la Gran Pirámide”, considerada una de las siete maravillas del mundo, de la cual según estudios realizados se ha comprobado la precisión con que están determinadas sus dimensiones, dando a entender que sabían que el área de cualquier triángulo se puede obtener por medio de la regla $\frac{1}{2}$ de la base por la altura.

De igual manera, la geometría tuvo sus orígenes también en Babilonia, fueron los babilonios quienes inventaron la rueda y en su afán por analizar las propiedades del círculo, descubrieron que “3” era la relación dada entre la circunferencia del círculo y su diámetro, de ahí que “3” fuera igual a Pi. También aplicaban reglas con las que hallaban el área de cualquier rectángulo, triángulo y trapecioide con un lado perpendicular a la base. Algunas de estas medidas estaban relacionadas con trabajos de excavación de canales para riegos.

Una vez los babilonios adquirieron algunas nociones astronómicas y con pleno conocimiento que el año tenía 360 días aproximadamente, dividieron la circunferencia en 360 partes iguales, de lo cual dedujeron el

grado sexagesimal. De ellos, surge también el descubrimiento, más no la justificación, de algunos teoremas importantes como: el ángulo en un semicírculo es un ángulo recto, el teorema pitagórico $c^2 = a^2 + b^2$, y los lados de los ángulos correspondientes de triángulos semejantes son proporcionales (teorema que implica la igualdad de razones); dichos teoremas, fueron más tarde, retomados y demostrados por algunos matemáticos y filósofos griegos.

La geometría de Egipto, Babilonia y Mesopotamia fue introducida a Grecia por Tales de Mileto y Pitágoras de Samos, de quienes se sabe que de sus viajes por Egipto adquirieron, de los sacerdotes, conocimientos geométricos y astronómicos.

Los Siete Sabios de Grecia

Tales De Mileto (S.VII a.C.) Primer filósofo matemático, representante de la geometría como ciencia racional, a su regreso de Egipto a Grecia resolvió ciertos problemas como medir alturas y distancias inaccesibles, igualmente se le atribuyen algunos teoremas importantes como el teorema de las semejanzas y el teorema sobre los triángulos rectángulos inscritos en una circunferencia.

Pitágoras de Samos (S.VI a.C.), A su regreso de Egipto a Grecia, fundó la escuela pitagórica, después llamada escuela Itálica, naciendo así la geometría como ciencia independiente. Fueron los pitagóricos, los primeros en establecer relaciones numéricas entre los tonos musicales y luego, entre éstos y las distancias platónicas, además determinaron y demostraron el “teorema de Pitágoras”, es decir, la relación : $a^2 = b^2 + c^2$ entre los lados de un triángulo rectángulo.

Platón (S.IV a.C.) fundador de la academia - Centro de estudios superiores y de investigación, es considerado como el inventor del método analítico para demostrar proposiciones geométricas y resolver problemas. Proclama que la realidad de las figuras geométricas es mas real que el mundo real que sólo es una sombra de aquel y así representa los 4 elementos - aire, agua, tierra, fuego - por triángulos rectángulos - y los relaciona con los poliedros regulares: octaedro, icosaedro, hexaedro y tetraedro respectivamente. Los seguidores de Platón eran geómetras apasionados. “No entre nadie que no sepa geometría” rezaba una máxima esculpida en el dintel de la academia. De ellos heredaron los griegos posteriores el gusto por la pureza expositiva y la curiosa prohibición, que por lo general violaban, de no utilizar más que la regla y el compás. Fomentó entre sus discípulos las investigaciones de geometría, hacia la que sentía gran devoción.

Eudoxio De Cnido (S. IV a. C.)A él se debe una teoría geométrica de la proporcionalidad, en la que está contenida la teoría geométrica de los números irracionales y el método de exhaustación, para calcular áreas de

contornos curvos y volúmenes, por lo que es considerado uno de los precursores del cálculo infinitesimal. Pudo demostrar los teoremas enunciados por Demócrito sobre el volumen de la pirámide y el cono, y establecer que las áreas de dos círculos son proporcionales a los cuadrados de sus diámetros, inscribiendo sucesivamente en ellos polígonos regulares de 4, 8, 16, 32... lados, descubre que la diferencia entre el área del círculo y la del los polígonos inscritos va disminuyendo en más de la mitad, y puede llegar a ser tan pequeña como se quiera.

Euclides (S. IV a. C.), considerado el padre de la geometría, recopiló y organizó todos los conocimientos geométricos de su época. Su obra fundamental “Los Elementos” representa el trabajo de los matemáticos griegos de cuatro siglos; consta de 13 libros así: los cuatro primeros proceden de la deducción de los teoremas consagrándose la geometría plana, el 5 y 6, trata de la teoría de las semejanzas, en los 7, 8 y 9, se ocupa de los números enteros, y en el 10, de los números irracionales; los tres últimos, los dedica al estudio de la geometría del espacio y de las figuras muertas. Euclides construye la geometría partiendo de definiciones, postulados y axiomas, con los cuales demuestra teoremas.

Arquímedes (287-212 a. C.), calificado como el Dios de las matemáticas, Homero de la geometría, resistió durante tres años el asedio de los romanos, gracias a las máquinas de guerra inventadas por él (espejos parabólicos). Sumergido en la tina de un baño descubrió la ley fundamental de la hidrostática, a la vez que se le atribuye la invención de la polea múltiple, calculó el área del triángulo máximo inscrito, también calculó el valor de Pi con mayor aproximación, calculó el área superficial de una esfera y su volumen, así como el área de cualquiera de sus segmentos y los volúmenes de los conos inscritos y circunscritos a la esfera y el volumen de otras figuras sólidas limitadas por superficies de segundo grado.

Apolonio (S.III y II a. C), fue el último gran geómetra griego; investigó las propiedades de las cónicas que sirvieron a Keplero para fundamentar sus descubrimientos de astronomía.

Antecedentes Epistemológicos de la Geometría

“La reflexión sistemática sobre la naturaleza (desarrollada en Grecia) se orientó a teorizar sobre el mundo material. Los estudios de filósofos presocráticos sobre lo uno y lo múltiple, lo permanente y el cambio, influenciaron en el desarrollo posterior filosófico.

Ante la diversidad, Heráclito escribió que lo sustantivo era la estructura del mundo. La escuela pitagórica arribó una concepción aritmética: “todas las cosas son número”. Estas ideas hablan de una preocupación por organizar de maneras estructurales y matemáticas las observaciones. A partir de allí, el desarrollo filosófico griego se condujo a través de Platón y Aristóteles, quienes representaban las escuelas conocidas como el

Idealismo y el Empirismo. **Platón**, representante del Idealismo, distinguía el mundo material del mundo superior (ideas), sostenía que lo material era como la sombra de las ideas que se arrojaban al tablero de la experiencia; creía que la inteligibilidad del mundo material sólo era posible mediante la matemática, por tanto reconocer una figura geométrica era reconocer una copia del molde que existía como idea. Para **Aristóteles** (287-217a.C.), representante del Empirismo, a pesar de que el molde existía, éste era el resultado, abstraído, de la experiencia con lo concreto; así el conocimiento provenía del mundo material y se generaba mediado por la intuición y la abstracción. Definió a los objetos matemáticos como resultado de la abstracción de los objetos naturales.

La creación de las geometrías no euclídeas, significó el nacimiento de la geometría moderna y abrió camino a las audacias mentales que llevarían a la ciencia a las puertas del siglo XX. Las geometrías no euclídeas, son geometrías de la imaginación pura, desligadas de la experiencia sensible del mundo que nos rodea, pertenecen de lleno al mundo de la abstracción -por ejemplo, mientras que para los egipcios una línea era una cuerda tensa, para los griegos las palabras punto, línea, triángulo, círculo, entre otros, eran conceptos representados por objetos físicos apropiados.

La tesis propuesta por Aristóteles, “todo cuerpo de conocimiento a lo largo de su desarrollo se orienta a la búsqueda de sus principios”, se tradujo en el sistema axiomático euclidiano, geometría que discurre no sobre objetos matemáticos, sino sobre objetos matematizados, lo cual nos lleva a pensar que la intuición geométrica se desarrolla a partir de un conjunto de ideas interiorizadas en donde se realiza una captura del objeto físico mediante el lenguaje”*.

Con Descartes se introducen las coordenadas y se inicia la geometría analítica. A partir de él, los problemas geométricos se pueden abordar por dos vías distintas: la clásica, razonando directamente sobre los dibujos de las figuras y, la nueva, la analítica que permite transcribir el lenguaje geométrico al lenguaje del análisis matemático, al mundo de los números. Más tarde Grassmann introduce los vectores.

En la geometría proyectiva creada por Poncelet, no interesan las medidas de distancias, áreas, ángulos..., sino las proyecciones de unas figuras sobre otras, es la geometría del ojo que poco tiene que ver con la de Euclides, que era la geometría del tacto.

Wallis Sacheri (reducción al absurdo), Klügel, Lambert y Legendre, fueron durante el siglo XVIII filósofos que contribuyeron a la idea de la indemostrabilidad del V postulado y a la posibilidad de una geometría no Euclídea.

* Tomado de MORENO ARMELLA, Luis. La Construcción del Espacio Geométrico. Un ensayo histórico - crítico. Departamento de matemática educativa. Centro de investigaciones y estudios avanzados del IPN. México.

Gauss, Bolyai, Lobachevski y Riemann dan el paso definitivo y rompen con Euclides: por un punto exterior a una recta, ya no pasa una sola paralela, según los tres primeros pasan dos paralelas; según Riemann, ninguna.*

“Gauss, divide sus investigaciones en dos períodos, en el primero, hace un estudio crítico de los trabajos anteriores, en el segundo, desarrolla los teoremas fundamentales de la nueva geometría que él llamaba antieuclídea. Gauss parte de una nueva definición de paralelas para recaer más tarde en los teoremas de Lambert sobre áreas. Descubre la presencia de una constante indeterminada en las fórmulas del nuevo sistema y halla la fórmula de la longitud de la circunferencia de radio r . Para Gauss, no se constituye la noción de espacio como una abstracción de lo empírico, sino que en tal construcción está involucrada la idea de cómo conoce el ser humano.

Lobachevski (1793-1856), hizo la primera publicación completa de una geometría fundada en la negación del postulado de Euclides, en ella demuestra para sus paralelas la conservación, la reciprocidad transitiva y el comportamiento asintótico, y desarrolla la geometría especialmente en la parte analítica.

Juan Bolyai (1802-1860), luego de intentar demostrar el V postulado (sin éxito alguno) encausado en las nuevas ideas, se dedicó a construir la geometría no euclídea, se ocupa de analizar más profundamente la parte de la geometría que depende del V postulado y la que no depende de él, la cual le llamó geometría absoluta.

Después de éstos dos últimos geómetras-filósofos, grandes matemáticos han contribuido con su aporte a la geometría, especialmente en referencia a su relación con otras ramas de la matemática y a la investigación de interpretaciones concretas de la misma. En este período relativamente moderno, se distinguen dos orientaciones principales: la orientación métrico-decimal obra de Riemann, Helmholtz y Lie y más modernamente Weierstrass, Eddington y Cartan, y la orientación métrico proyectiva debida principalmente a los trabajos de Cayley y Klein.

Aclarar el concepto de geometría, reflexionar sobre sus fundamentos y elaborar un nuevo lenguaje que permitiera resumir la variedad de resultados obtenidos, fue la labor realizada por Felix Klein, profesor de la universidad de Erlangen, (1839-1925), en su célebre “programa de Erlangen” en el que argumenta que la distancia es invariante al realizar un movimiento o desplazamiento de un cuerpo entre dos puntos; igual son invariantes los ángulos, las áreas, los volúmenes y las rectas entre otros. Valorando estos hechos, así mismo, definió la geometría de un espacio en el que opera un grupo de movimientos como el estudio de las

* Tomado de Ferr Hilt. Salvat Junior, tomo V. Salvat, S.A. ediciones Pamplona.

invariantes de este grupo, abstracta definición que ha perdurado hasta nuestros días”^{*} .

“Durante los años 1940-1950, se desarrolló una sistematización de las matemáticas a través del lenguaje de la teoría de conjuntos y de la lógica de las matemáticas, la cual fue liderada por el grupo “Nicolás Borbaki”, con un grito de “muerte a Euclides”, con argumentos que parecían ser sólidos como el sistema euclidiano estaba afectado por algunas fallas lógicas, muchas de sus nociones eran vagas e indefinibles, además era rígido, estático y sin transformaciones explícitas. Con estos argumentos, se introdujo un sistema formal axiomático, en donde lo concreto y las ayudas visuales desaparecieron, perdiéndose la imaginación tridimensional y la oportunidad de que cada estudiante lograra avanzar desde lo empírico hasta lo conceptual y luego construir sistemas simbólicos. Fue así como la geometría perdió relevancia en el currículo de matemáticas.

Las reformas matemáticas escolares de 1960 y 1970, eliminaron la geometría, relegaron los temas geométricos para el final de los programas, y el álgebra lineal ocupó parte esencial en la enseñanza de las matemáticas, lo que causó “la ausencia del desarrollo de actividades y problemas interesantes, y su sustitución por ejercicios cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres”.

En Colombia para atender a dicha reforma, se promulgaron los decretos 1710/63 y el 080/74, los cuales establecían programas diseñados con objetivos generales y específicos. Sin embargo muy pronto, se percibe que muchos de los cambios introducidos no resultaban acertados, los problemas e inconvenientes surgidos superaban las supuestas ventajas que se esperaban conseguir, como el rigor y la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea. Ante ello, en los años 70 y 80, se inició el debate entre los partidarios de esta nueva matemática y los que optaban por volver a lo básico (las cuatro operaciones con enteros, fraccionarios y decimales). En 1976, a partir de la reforma escolar Mejoramiento Cualitativo de la Educación - iniciada con la administración López Michelsen-, se creó en el Ministerio de Educación Nacional la Dirección General de Capacitación y Perfeccionamiento de Docentes, Currículo y Medios Educativos, la cual diseñó y experimentó en algunas escuelas un currículo para los grados 1º a 3º.

En 1978 se nombró como asesor del Ministerio para la reestructuración de las matemáticas escolares al Doctor Carlos Eduardo Vasco Uribe, quien con un grupo de profesores comenzó a revisar los programas de 1º a 3º, y se consideró esencial la colaboración de un marco teórico global que permitiera precisar los criterios con los cuales se debería hacer la revisión y el diseño de programas de los nueve grados de la educación básica. De allí surgió la Renovación Curricular de los programas de

^{*} Tomado de Enciclopedia Universal Ilustrada.

matemáticas, los cuales seleccionaron los aspectos positivos que tenía el enfoque conceptual de la nueva matemática, sin caer en enseñar lógica de conjuntos, y ofrecer criterios teóricos que permitieran la toma de decisiones. Para la preparación de su clases, el marco teórico del programa de matemáticas propuso al maestro enfocar los diversos aspectos de las matemáticas como sistemas y no como conjuntos, lo cual se denominó Enfoque de Sistemas, y propuso acercarse a las distintas áreas de las matemáticas: los números, la geometría, las medidas, los datos estadísticos, la misma lógica y los conjuntos, desde una perspectiva sistemática que los comprendiera como totalidades estructuradas con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones, y propuso al docente comprender cuidadosamente los sistemas Simbólico, Conceptual y Concreto.

De acuerdo a lo anterior, el Ministerio de Educación Nacional, ha querido revitalizar la geometría en el currículo de las matemáticas como herramienta para explorar el espacio en tres sistemas: Numérico, Geométrico y métrico; así la meta global de la geometría sería el juego con sistemas concretos de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento que lleva a la construcción.

La Renovación Curricular, ha sido uno de los programas a largo plazo del MEN que posibilita ver formas de trabajar unidades didácticas de manera activa, que permiten avanzar en la conceptualización y la fundamentación de las propuestas pedagógicas.

El análisis de la Ley General de Educación - Ley 115/94- permite identificar los desarrollos pedagógicos obtenidos en los decenios anteriores, que fueron asumidos en las políticas educativas actuales. El Enfoque de Sistemas para el área de matemáticas en la Renovación Escolar, se retoma en los artículos 21 y 22 de dicha Ley.

Los Lineamientos Curriculares de matemáticas toman como punto de partida los avances logrados en la Renovación Curricular, su enfoque está enmarcado en la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar retos.

A diferencia del currículo nacional que ofrecía el MEN, hasta cuatro años, en donde los programas señalaban las temáticas, la metodología recomendada y las evaluaciones más viables, los lineamientos buscan incrementar la formación de quienes hacen un currículo y de quienes asesoran a las instituciones educativas para que lleven a cabo sus procesos curriculares dentro del PEI

Comités como el Interamericano de Educación de Matemáticas, la Comisión Nacional de Educación Matemática y otras asociaciones, llevan a cabo un trabajo continuo para preguntar qué hay que enseñar y

aprender en educación matemática, tanto en la básica como en la media y superior.

A nivel internacional se ha mostrado igualmente interés por la evaluación de los resultados de la educación matemática en los primeros niveles de educación formal, como son los tres primeros estudios internacionales de matemáticas. También contamos con evaluaciones nacionales sobre la calidad de la educación en matemáticas, desde 1991, el Servicio Nacional de Pruebas (ICFES), el grupo de matemáticas del M.E.N. y varias universidades y docentes han adelantado una investigación sobre la calidad de la educación en los grados 3,5,7 y 9, informaciones que están contenidas en diversas publicaciones que el M.E.N. ha entregado al país para que sean estudiadas y debatidas, de modo que contribuyan una fuente de criterios para la toma de decisiones nacionales, regionales y locales, de hecho a todo ente y sector educativo corresponde comprender la importancia que tienen las evaluaciones de la educación matemática y tomar las decisiones necesarias y pertinentes para aprender de la experiencia y orientar el currículo hoy”* .

Concepciones acerca del conocimiento Matemático

“Históricamente han existido posiciones y discusiones sobre el origen y naturaleza de las matemáticas, conozcamos algunas de ellas.

El platonismo, las considera como un sistema de verdades que han existido desde siempre e independientes del hombre, en donde la tarea del matemático es descubrir dichas verdades.

El logicismo, afirma que son una rama de la lógica con vida propia, pero con el mismo origen y método del Platonismo, y que son parte de una disciplina universal que regiría todas las formas de investigación. Propone definir conceptos matemáticos mediante términos lógicos y reducir teoremas de la matemática de la lógica mediante el empleo de deducciones lógicas. Esta corriente reconoce la existencia de dos lógicas que se excluyen matemáticamente: la deductiva, (busca la coherencia de las ideas entre sí, parte de premisas generales para llegar a conclusiones específicas), y la inductiva (procura la coherencia de las ideas del mundo real, parte de observaciones específicas para llegar a conclusiones generales que va refinando a través de experiencias y contrataciones empíricas).

Para el formalismo, las matemáticas son una creación de la mente humana, y consisten en axiomas, definiciones ensambladas por símbolos manipulados o combinados de acuerdo con ciertas reglas preestablecidas. Para esta corriente, las matemáticas comienzan con la

* Tomado de Lineamientos curriculares. Matemáticas. República de Colombia. Ministerio de Educación Nacional. Dirección General de Investigación y Desarrollo Pedagógico. Grupo de Investigación Pedagógica. Santa fe de Bogotá, D.C, julio de 1998.

inscripción de símbolos en el papel, y la verdad matemática radica en la mente humana, pero no en las construcciones que realiza internamente.

El intuicionismo, considera las matemáticas como el fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe y como estudio de esas creaciones mentales cuyo origen se puede identificar con la construcción de números naturales.

Para el Constructivismo, las matemáticas son una creación de la mente humana y únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Se interesa por las condiciones naturales en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como organiza estructuras y por la aplicación que les da”* .

4.2 BLOQUE PEDAGÓGICO - DIDÁCTICO.

4.2.1 DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL.

- **Los Hemisferios Cerebrales**

Cada hemisferio se ocupa de diferentes aspectos del procesamiento de información, varias investigaciones neurosicológicas lo han mostrado.

- * Hemisferio Izquierdo: Sitio preeminente para el procesamiento lingüístico, piensa en palabras, es el centro de comunicación del lenguaje en lo que se refiere al habla y la lectura. Procesa elaboraciones detalladas desde las partes hacia el todo. La descripción de los materiales visuales recibidos del hemisferio izquierdo se hace en forma hablada o escrita.
- * Hemisferio Derecho y en particular las porciones posteriores del mismo: es el sitio más importante para el procesamiento espacial (y el visual espacial), piensa en imágenes, se ocupa de aspectos visuales y espaciales, capta configuraciones globales, la información se procesa desde el todo hacia las partes, es el centro de la intuición y la creatividad, parece ser el centro de la información que ha de ser percibida, comprendida y recordada.

La combinación de una lesión en el hemisferio izquierdo, aunque sea pequeña, con daño al hemisferio derecho basta para arruinar el funcionamiento espacial de un individuo.

Hay dos tendencias o estilos en el aprendizaje, relacionados con el hemisferio predominante en una persona

* Tomado de IBID.

- * Los serialistas o levohemisféricos (levo significa izquierdo) diestros en el lenguaje
- * Los holistas o dextrohemisféricos, diestros en las representaciones espaciales

Piaget propone un esquema útil para ver las etapas por las que va pasando cada conglomerado de ideas geométricas, tanto históricamente como en el desarrollo individual de cada niño. A continuación veremos detalladamente estas etapas o estadios de los cuales habla Piaget.

• Estadios figurales

Primer estadio intrafigural

La atención del niño se concentra dentro de cada figura que percibe o dibuja en el plano, inicialmente ni siquiera hace comparaciones con otras figuras a menos que sean indistinguibles y estén en la misma posición.

Algunas investigaciones realizadas, muestran una serie de fenómenos que se encuentran en las aulas, por ejemplo la dificultad para entender qué es el ángulo externo cuando se toma como algo estático, se complica por el hecho de quedar por fuera de la figura y la dificultad para ver cual es la altura de un triángulo si ésta cae por fuera de la base.

Max Wertheimer en su obra “pensamiento productivo” señaló las descripciones de las figuras que se forman los niños, la fijación en el interior de cada figura y la dificultad para distinguir lo que para los adultos es esencial de lo que para los expertos es accidental, como el tamaño, la posición en el plano o el espacio entre otras.

Segundo estadio interfigural

Esta es la etapa llamada interfigural, donde hay mucha concentración de la atención en parejas de figuras, ver figuras al lado de figuras, proyectar muchas figuras fuera de la figura central, por ejemplo la manera como dos triángulos forman un paralelogramo, y como se puede aprovechar esto para embaldosar todo el plano con figuras repetidas.

Simultáneamente con esta atención a las parejas de figuras se va desarrollando la capacidad de considerar una de las figuras como el resultado de haber transformado la otra, es decir de haberla trasladado, reflejado, rotado, ampliado y/o reducido. Es importante que estas transformaciones se hagan en la cabeza, en la imaginación, tal vez moviendo el cuerpo y las manos y luego pintando el resultado.

Las rotaciones mentales no son fáciles para los niños, en ocasiones tampoco para los adultos, requieren de mucho ejercicio, reconstrucción y recodificación. Las transformaciones que el cerebro tiene mejor

programadas son las traslaciones en las direcciones vertical y horizontal, tal vez porque uno mueve la cabeza para mirar a lado y lado manteniendo el plano horizontal nivelado. Las reflexiones no están mejor programadas en el cerebro, por ejemplo una persona al tratar de cortarse el pelo con unas tijeras frente al espejo, generalmente empieza moviendo la mano en sentido equivocado.

Tercer estadio transfigural

En esta fase se empieza a construir un sistema de orden superior en el que las transformaciones mismas se vuelven concretas, las colecciones de figuras relacionadas por una transformación se convierten en objetos de estudio, una figura se empieza a considerar como un límite o como una envoltura de una familia de figuras, y esas familias de figuras empiezan a ser objeto de transformaciones, a relacionarse entre sí.

• El pensamiento espacial y los sistemas geométricos

El pensamiento espacial es considerado como el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos y sus transformaciones. El pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, manejo de información en el aprendizaje y resolución de problemas.

Einsten tenía un conjunto de capacidades bien desarrolladas. Su mente era muy visual, pensaba en términos de imágenes (dextrohemisférico), realizaba sus experimentos en la mente. Einsten decía: *“las palabras del lenguaje escrito y hablado, no parecen desempeñar ninguna función en mis mecanismos del pensamiento. Las entidades síquicas que parecen servir como elementos en el pensamiento son determinadas señales e imágenes más o menos claras que se pueden reproducir o combinar voluntariamente... En mi caso, los elementos ya expresados son del tipo visual y algunos del tipo muscular”*

Durante muchos años entre los estudiosos de la inteligencia se ha dado gran importancia a la habilidad para solucionar problemas de imaginación (creación de imágenes mentales). Uno de éstos estudiosos ha sido Thurstones quien considera en el desarrollo del pensamiento tres habilidades:

- * Para reconocer la identidad de un objeto cuando se ve desde ángulos distintos
- * De imaginar el movimiento o desplazamiento interno entre las partes de una configuración
- * Para pensar en las relaciones espaciales en que la orientación corporal del observador es parte esencial del problema

El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial.

Los sistemas geométricos son herramientas para la exploración y representación del espacio, hacen énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial. Se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio, tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento.

La construcción de nociones es un proceso cognitivo que avanza como dice Piaget, desde un espacio sensoriomotor (manipulando, desplazando, actuando), a un espacio conceptual o abstracto, relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas y su representación simbólica. El siguiente diagrama ilustra la idea.



El Pensamiento Espacial y La Geometría

La geometría es una alternativa para reestablecer el estudio de los sistemas geométricos y una oportunidad para la formación integral de los niños y jóvenes.

A pesar de que se vive en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas proporcionadas a los niños son bidimensionales. Se vale de figuras bidimensionales en los libros para representar las figuras de objetos tridimensionales.

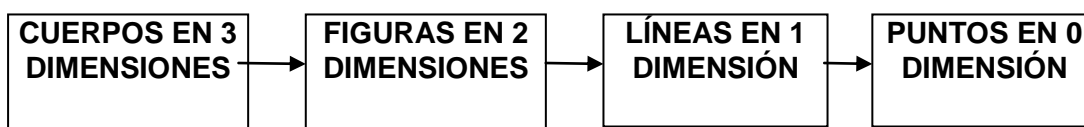
La primacía de figuras muertas, las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de líneas, las de igualdad o congruencia y semejanza de figuras, ocultaron por mucho tiempo el origen activo, dinámico de los conceptos geométricos y dejaron en la penumbra las transformaciones. Los sistemas geométricos se redujeron a sus componentes, como los puntos, líneas y planos, segmentos de rectas y curvas.

Es preciso desarrollar en el niño tanto sus capacidades analíticas como su pensamiento espacial.

El conocimiento del espacio no se da por la simple percepción, sino que se va elaborando poco a poco y para ello se debe tener en cuenta que la mayor parte de nuestras experiencias en la vida cotidiana es con cuerpos tridimensionales. En síntesis, La geometría “vigente”, se centra inicialmente en el estudio de los cuerpos tridimensionales para posibilitar

como lo afirma Jaime Aníbal Acosta Amaya en el documento el Pensamiento Espacial: “el análisis de sus formas, características, relaciones y transformaciones”, de una manera activa que permita al sujeto que aprende, la movilización de esquemas de pensamiento, actividad y percepción de los objetos y fenómenos.

Para construir conceptos se propone una secuencia de actividades de exploración que parte desde los cuerpos, luego superficies y líneas, para llegar al punto, estos conceptos son adquiridos a partir de la experiencia directa con las partes del cuerpo, tocando y siguiendo con las manos y dedos todo el recorrido de los cuerpos geométricos, sin necesidad de definiciones, así mismo se sigue el recorrido de las superficies para apreciar la diferencia entre éstas y los cuerpos, igualmente pasando el dedo por el borde común a dos superficies se aprecia la diferencia entre superficie y línea recta y curva y así sucesivamente, haciendo el recorrido de todos estos elementos, se van adquiriendo los diferentes conceptos hasta llegar a la idea de punto que se prepara al terminar el recorrido de un borde que termina en punta y se interrumpe el movimiento. Así, hay prioridad del cuerpo sobre la superficie, de ésta sobre la línea y de ésta sobre el punto.



Por lo tanto se está optando por una geometría activa, donde exista la oportunidad de que el niño toque, observe, mueva, hable sobre lo que ve, pregunte, y se asombre si es posible, pues lo importante aquí es, como dice Vasco que se actúe y se argumente sobre el espacio.

En cuanto a trayectorias y líneas se puede decir que la trayectoria está viva, la línea está muerta, en la medida que al dibujar una línea se está recorriendo activamente una trayectoria de la cual se deja huella, esta línea adquiere una orientación que se comunica verbalmente con las palabras “dirección” y “sentido”, gestualmente con el movimiento del dedo y pictóricamente con unas puntas de flecha dibujadas en la huella de la trayectoria, lo que permite recuperar el movimiento que la trazó, aunque la velocidad se pierde.

Con respecto a los ángulos, la aproximación activa al ángulo de giro se puede lograr a través de movimientos con el propio cuerpo, donde se barre un ángulo de giro, lo que permite una apreciación cualitativa de mayor o menor amplitud o abertura de ángulo de giro, para después poder aceptar el ángulo pintado como la huella de un giro que ya pasó y así al recordar el giro que lo trazó tener la idea de ángulo, por lo tanto, podemos decir que el giro está vivo, mientras que el ángulo pintado está muerto, así para comprobar o demostrar la suma en grados de los

ángulos interiores y exteriores de un triángulo cualquiera basta con hacer el recorrido bien sea en la parte interior o exterior según el caso, así el concepto de éstos aparece claramente a la conciencia de quien recorre activamente el triángulo, después de terminar este viaje conceptual donde comprueban el teorema la suma de los ángulos exteriores de un triángulo es 360° o una vuelta entera y la suma de los ángulos interiores de un triángulo es media vuelta o 180° .

Sin embargo esto no será posible si los maestros continúan relegando la geometría para el final de los cursos o si solo se trabaja desde lo bidimensional, partiendo de los conceptos más abstractos, utilizando figuras estáticas, no ofreciendo la posibilidad del análisis mediante las transformaciones y las representaciones con modelos tridimensionales, que lleven a realizar representaciones más abstractas, es decir construcciones mentales ilimitadas, además considerando que todo lo que nos rodea es de carácter tridimensional, es decir, es necesario avanzar y crear estrategias según el nivel de comprensión de los niños para que se apropien más de su espacio y desarrollen un pensamiento más lógico, reflexivo y analítico, donde puedan llegar a construir los conceptos de manera más compleja y no pretender dar el concepto primero, sin que antes hayan comprendido con lo que están interactuando.

4.2.2 EL MODELO DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE

Antecedentes

Los esposos Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele - Geoldof, profesores Holandeses de matemáticas en enseñanza secundaria, motivados por las dificultades de los estudiantes para comprender argumentaciones matemáticas formales, aun las más simples, a pesar de los esfuerzos de los profesores por explicarles adecuadamente, realizaron una investigación sobre los procesos de aprendizaje, especialmente de la geometría, formulando así el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele.

¿Que plantea este modelo?

Plantea la existencia de diversos niveles de razonamiento geométrico y unas fases de aprendizaje. Es una sugerencia a los profesores, para organizar la enseñanza de modo que permita a los estudiantes construir las estructuras mentales y puedan lograr un nivel superior de razonamiento.

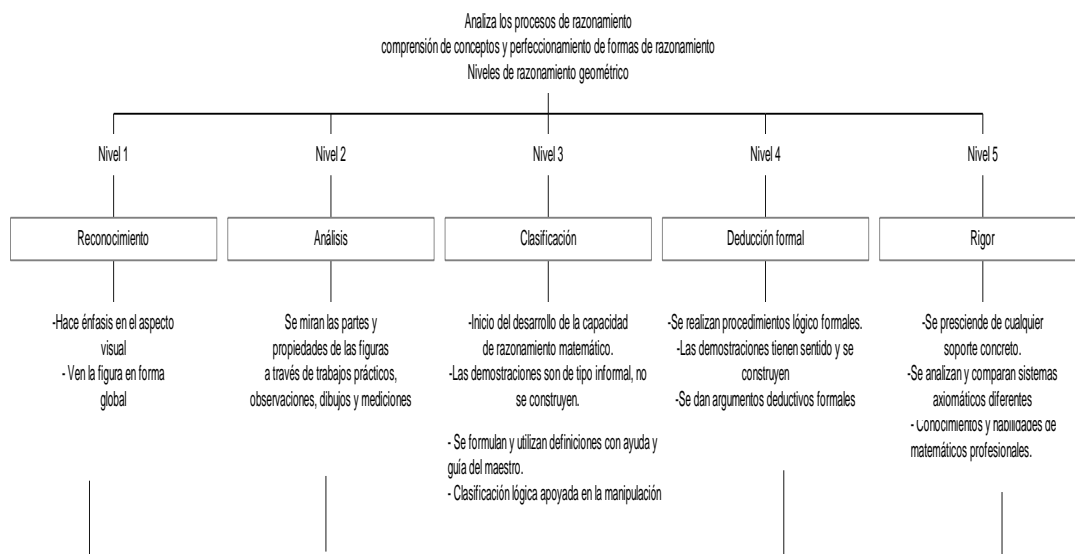
Elementos básicos generales de sus propuestas

- * Los estudiantes de geometría pueden presentar diversos niveles de percepción en su razonamiento.
- * El estudiante sólo comprende lo que el maestro le presenta de manera adecuada a su nivel de razonamiento.
- * Sólo se aprende a razonar mediante la propia experiencia y el acompañamiento adecuado del maestro.
- * Su centro de atención no es el aprendizaje de hechos y destrezas, sino la comprensión de conceptos y el perfeccionamiento de las formas de razonamiento.

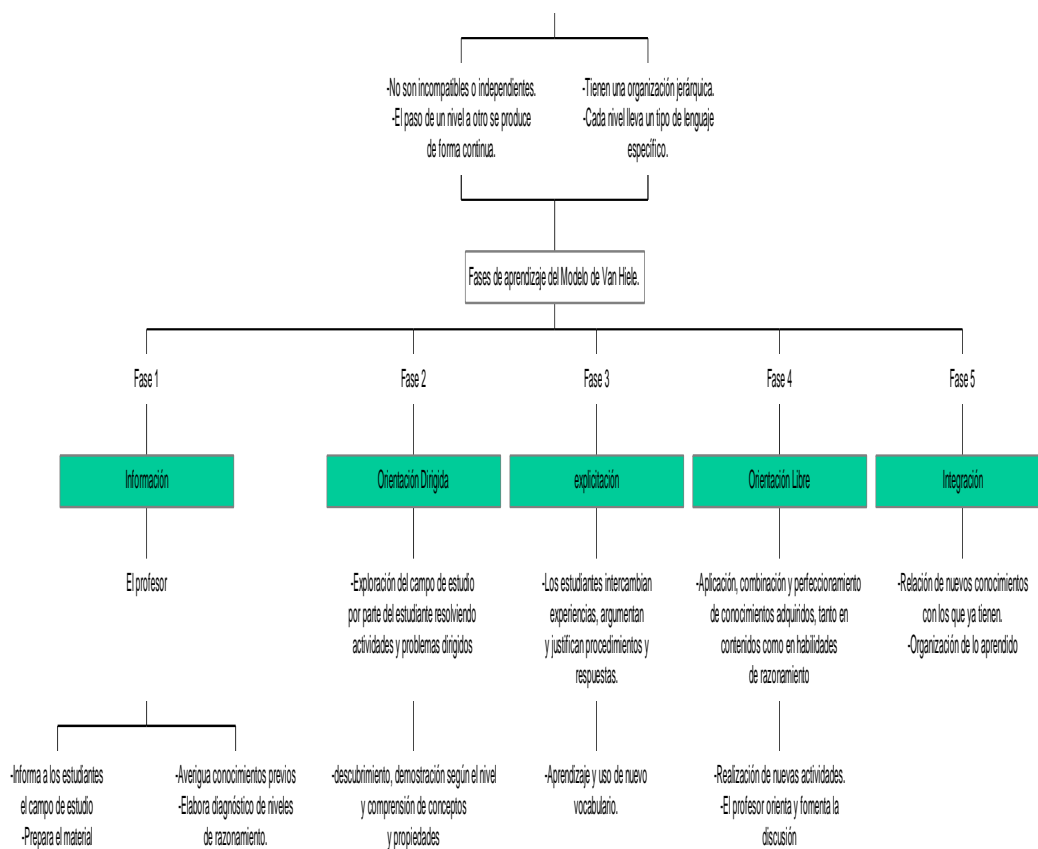
Características generales de los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele.

- * Los niveles tienen una organización jerárquica: cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior.
- * El paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua, mediante la experiencia a través de la realización de actividades y la resolución de problemas para adquirir nuevas destrezas.
- * Cada nivel de razonamiento lleva asociado un tipo de lenguaje específico.
- * Los profesores deben adaptarse al nivel de razonamiento de los estudiantes, ya que éstos no pueden adaptarse al de sus profesores.

Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele



CARACTERÍSTICAS DE LOS NIVELES



4.2.3 ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA.

“... Enseñar es más difícil que aprender, porque enseñar significa dejar aprender”

Bachelard

El proceso enseñanza aprendizaje de la geometría se da a través de un proceso lógico que empieza a partir del contacto directo con el entorno y la interacción con éste, es a partir de estas experiencias significativas que el individuo empieza a construir los conocimientos y va adquiriendo un razonamiento geométrico y la concepción del espacio, tanto física como mentalmente, esta percepción espacial según la teoría psicogenética de Piaget es el resultado de actividades de organización y de codificación de informaciones sensoriales, igualmente las representaciones mentales de los objetos físicos son el resultado de construcciones que se apoyan sobre las acciones con los objetos y con la coordinación de estas acciones, por lo tanto la construcción del espacio está influenciada, tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico.

En este proceso enseñanza aprendizaje hay que tener presente en primera instancia los conocimientos previos, la observación y demás acciones, lo mismo que una buena planificación e instrucción que cada sujeto recibe a partir de sus propias experiencias. La instrucción tiene que ver con la comunicación sistemática de los conocimientos, habilidades y procesos espaciales, que se deben dar a partir de unas adecuadas estrategias de enseñanza que favorezcan y aseguren la formación de conceptos y el desarrollo de habilidades y procesos en los alumnos.

El aprendizaje de los temas y conceptos en geometría, debe favorecer la interacción entre la actividad espacial y la representación mental que cada sujeto tiene del espacio, de tal forma que a partir de este saber específico, apoyados en corrientes pedagógicas, en las que el estudiante es el protagonista de su propio conocimiento con carácter de investigación y científicidad, conceptualice y se fundamente a partir de la observación de objetos, situaciones reales, representaciones simbólicas, relaciones, clasificaciones, comparaciones, una posición reflexiva del mundo que posee, en aras de que se convierta en un sujeto activo, crítico analítico y reflexivo, que asuma posiciones con sentido en la solución de problemas en tanto es el fin último de la educación, la constitución de saberes íntegros de acuerdo con niveles progresivos de aprendizaje que les permite definir variables y buscar alternativas de solución diferentes para los problemas reales que constituyen la existencia comunitaria y el desenvolvimiento dentro de una sociedad.

Durante este proceso, el maestro se convierte en un orientador de las actividades de aprendizaje y en un promotor de la investigación, a la vez

que participa activamente en la observación y evaluación constante del trabajo y participación de los alumnos en las diferentes actividades e indicar los comportamientos de percepción espacial adquirido por éstos y su grado de adquisición, para lo cual deberá saber diseñar, escoger, presentar y corregir distintas situaciones didácticas para culminar adecuadamente el proceso de evaluación, también es vital, no sólo para la evaluación, sino para todo el proceso educativo el saber formular preguntas, ya que existen distintos niveles de interrogación, donde entra en juego la memoria visual, el reconocimiento de formas, representaciones gráficas, análisis, interrelación y aplicación de distintos conceptos, elaboración y redacción de informes, entre otros.*

• **Geometría; Naturaleza, Ciencia, Tecnología, Arte**

Multitud de fenómenos naturales han hecho crecer, desarrollar y aplicar conocimientos geométricos para su control y estudio. Entre ellos encontramos los problemas de medición, de localización y situación geográfica, la descripción y reproducción de modelos de paisajes, la forma, el tamaño y el crecimiento de los seres vivos, el análisis de la constitución de la materia, entre otros, es decir, el estudio de los hechos naturales desde una perspectiva geométrica tiene un gran interés pedagógico en la motivación de la enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Existen tres tipos de acciones geométricas referentes a la actividad espacial en el entorno natural y el creado por el hombre. Son análisis cuantitativo, análisis figurativo y análisis estructural.

- * Por análisis cuantitativo, entendemos operaciones en las que se realizan mediciones numéricas como son las longitudes, áreas y volúmenes.
- * El análisis figurativo es el que hace referencia al tipo de forma, independiente del tamaño y el material, como es el estudio de las regularidades, simetrías y las transformaciones geométricas.
- * El análisis estructural, se ocupa de la estructura formal de los objetos, su constitución, propiedades cualitativas, relaciones topológicas proyectivas, afines y euclídeas.

La observación y la experimentación en el entorno propician el conocimiento operacional de las nociones espaciales y permiten estructurar las operaciones mentales que dan lugar a la representación espacial. La actividad geométrica se realiza en espacios de diferentes tamaños, los cuales son microespacio, mesoespacio, macroespacio y cosmoespacio; así el comportamiento espacial es distinto, según el tamaño del espacio que se considere.

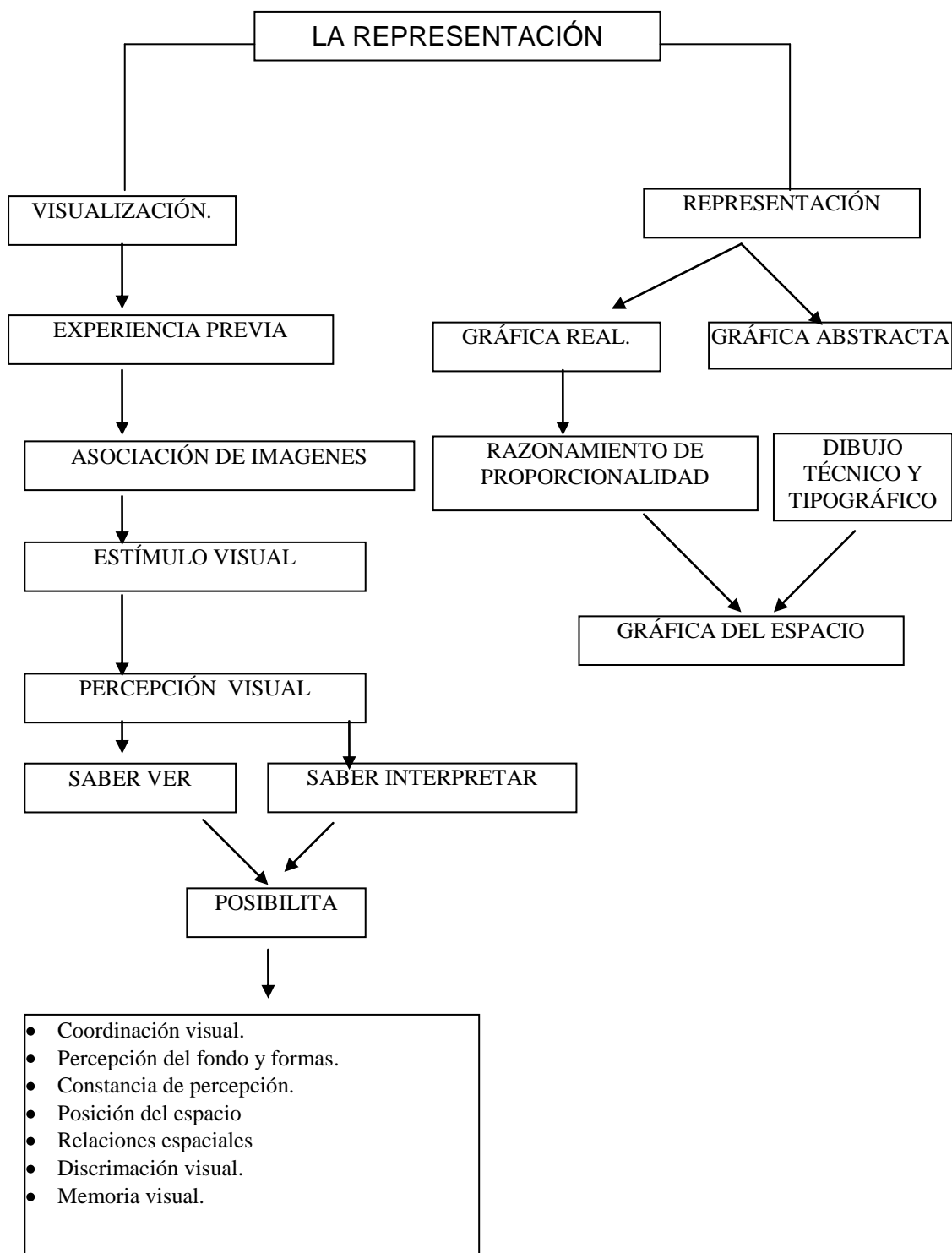
* Tomado de: Invitación a la didáctica de la Geometría. Claudia Alsina Catalá.

El hombre en su afán de mejorar sus condiciones de vida ha desarrollado conceptos geométricos que le permiten tener mayor control y explicación de los fenómenos naturales; por esto ha elaborado teorías y modelos científicos y creado toda una tecnología para ayudarse en su acomodación al entorno. El papel de la geometría en esta fenomenología científica y técnica ha sido el de darle contenido formal.

Las situaciones de aprendizaje de la geometría se ven motivadas cuando se parte de las referencias de los fenómenos científicos y tecnológicos. Entre los modelos científicos en que la interacción con la geometría es más evidente podemos distinguir: los modelos cosmológicos que nos dan explicaciones de la forma del universo; los modelos estructurales que analizan la construcción interna de la materia; los modelos evolutivos, que describen las leyes físicas; los modelos numéricos que describen la geometría oculta de la naturaleza.

Por otra parte la geometría ha aportado a las artes plásticas y a la arquitectura unos elementos básicos; formas, figura, métodos para trazar o edificar y sistemas de representación. La componente geométrica no agota el planteamiento artístico, es simplemente una componente más de la obra. Las dimensiones geométricas aparecen en la obra junto con otras dimensiones sensibles como la luz, el color o la textura. Es de la conjunción de estas componentes de donde surge la capacidad de provocar emociones, es decir, el arte.

Es de enorme interés didáctico plantearse el uso del entorno artístico en la enseñanza de la geometría elemental, para lo cual se pueden recurrir a diferentes actividades tales como: visitas a lugares históricos y museos para descubrir elementos geométricos; la observación indirecta de elementos geométricos artísticos y la creación artística basada en geometría como las teselaciones, embaldosados y otros. Estas actividades requieren ser adecuadas a cada nivel educativo y adaptadas a los conceptos geométricos previamente desarrollados en clase.



• **Situaciones Problema**

Orlando Mesa en su libro *Criterios y Estrategias para la enseñanza de las matemáticas*, habla de las situaciones problema consideradas desde diferentes autores, las cuales consisten en interrogantes que crean en el

sujeto un conflicto o estado de desequilibrio, al cual debe enfrentarse para encontrar alternativas de solución mediante la acción del pensamiento y el razonamiento.

Al plantear situaciones problema se debe tener en cuenta los intereses de los alumnos y el contexto sociocultural en el que se desenvuelven, para que puedan ser llamativos y acordes a la realidad a fin de que sean aplicados a situaciones de la cotidianidad y adaptadas a otras nuevas.

Las situaciones problema contribuyen en gran medida al desarrollo de las competencias lógico matemáticas, pues permiten al estudiante desenvolverse en forma significativa y adecuada dentro de la sociedad, en la medida en que éstas le permiten antes de actuar, anticipar las consecuencias de sus actos, estructurar y sistematizar en sus labores, buscar ordenada y selectivamente la solución a sus problemas, buscar diferentes caminos para encontrar respuestas a sus conflictos, utilizando un mismo procedimiento, reflexionar intensamente, encontrar hipótesis o teorías para explicar relaciones entre objetos.

En las situaciones problema, no sólo el estudiante debe participar activamente, sino también el maestro, integrando significativamente el objeto de estudio según los significados posibles para los alumnos, respetando estados lingüísticos, culturales y cognitivos, acompañando las respuestas o inquietudes, teniendo en cuenta los temas y objetivos propuestos, planteando nuevas preguntas que permitan descubrir contradicciones en sus respuestas, verificarlas, abrirse a otros interrogantes y sobre todo que desencadene nuevos aprendizajes significativos.

- **Aprendizaje Significativo de Ausubel**

Las ideas fundamentales de la teoría del aprendizaje verbal significativo de Ausubel están basadas en "aquello que ya sabe el alumno" o sea el conocimiento que ya posee él mismo y dos condiciones importantes para que se dé lugar a un aprendizaje significativo, la primera, que el alumno esté dispuesto conscientemente a relacionar las nuevas ideas o informaciones que quiere aprender con aquello que ya sabe y la segunda, que el material que se presente al alumno sea potencialmente significativo, esto es, que se pueda relacionar con la información relevante que el alumno ya posee.

¿Que se entiende entonces por aprendizaje significativo? Es el proceso en el cual la información (conocimiento previo, ideas, conceptos, teorías, proposiciones, imágenes) que ya posee el aprendiz (subsunores existentes en su estructura cognitiva) interactúa, es decir, se relaciona con la nueva información.

Así que lo que Ausubel considera más importante para que se pueda dar un aprendizaje significativo es la existencia en la estructura cognitiva de información (subsunores) relacionable con el nuevo conocimiento que se le propone. Un breve párrafo del texto *Psicología Educativa*. Un Punto de vista Cognoscitivo (1968), de D. Ausubel, ilustra muy bien su pensamiento: *"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor aislado más importante que influye en el aprendizaje, es aquello que el aprendiz ya sabe. Averíguese esto y enséñese de acuerdo a ello"*.

Efectivamente este párrafo ilustra de muy buena manera su teoría, sin embargo lo que aparentemente se ve tan simple en realidad no lo es. Veamos, "averiguar lo que el estudiante ya sabe", ¿cómo conocerlo?, ¿cómo averiguarlo?.

Para dar respuesta a ello es necesario recurrir a diferentes estrategias que permitan conocer todos aquellos significados que el estudiante ha atribuido a los diferentes conceptos que ha construido y a las relaciones entre esos conceptos. Es posible recurrir a entrevistas semiestructurada, a tests, a la solución de problemas, a los mapas conceptuales, la V de Gowin, la indagación en el aula, instrumentos todos que debidamente validados pueden dar lugar a la información que se busca acerca de los conocimientos previos del estudiante.

Ahora, si ya se conoce "lo que el estudiante ya sabe", y contando con la actitud favorable del aprendiz a relacionar sus significados con la nueva información, el paso siguiente es seleccionar, diseñar, preparar el material potencialmente significativo que se le presente al mismo. Ausubel enfatiza en la importancia de esta acción en el proceso de aprendizaje.

El material potencialmente significativo que va a ser aprendido, ha de ser relacionable dicho en otras palabras incorporable a la estructura cognitiva de una manera no arbitraria y no literal, es decir no al pie de la letra. Este condicionamiento supone formalmente a su vez dos condiciones en cuanto al material potencialmente significativo, una es que tenga "significado lógico" o que sea "lógicamente significativo" lo cual quiere decir que se pueda relacionar con la información que ya posee el aprendiz (subsunores) de una manera sustantiva y no arbitraria y que esté dentro del dominio de la capacidad humana de aprender. El significado lógico depende de la naturaleza del material.

La otra condición es la del significado psicológico y se refiere a la relación sustantiva y no arbitraria que se establece entre el material lógicamente significativo con la estructura cognitiva del que aprende. Esta es una experiencia idiosincrática, es decir única para cada aprendiz. Realmente lo que posibilita el que el material sea potencialmente significativo es su relación, no arbitraria y sustantiva, con las ideas relevantes disponibles en su estructura cognitiva. Ahora bien, diseñado el

material potencialmente significativo el proceso siguiente que se da para lograr un aprendizaje significativo, es la denominada asimilación o principio de asimilación, que es el proceso esencial de esta teoría en que se adquieren nuevos significados en la estructura cognitiva.

- **El Taller una buena alternativa en la Educación.**

La educación tiene fundamentalmente una función social, esto implica que debe estar guiada en primer término por aprender continuamente como fuente de formación, de desarrollo de competencias y de cooperativismo. Su autonomía debe reflejar, según el “informe Delors” de la Unesco para el siglo XXI, la constante disposición de que se propicie:

- * **Aprender a conocer:** lo fundamental no es la transmisión de conocimientos, sino su construcción, se aprende a acceder a la información y se posibilita comprender el mundo, es decir, se aprende a aprender.
- * **Aprender a hacer:** fundamentalmente se aprende a trabajar cooperativamente, desarrollando una amplia gama de habilidades para poder ser seres competentes en diferentes áreas, logrando un alto índice de productividad.
- * **Aprender a ser:** Es necesario que cada individuo aprenda a elaborar un juicio propio, pensamiento autónomo y crítico; a tener buena autoestima y capacidad de conocer al otro, para enfrentarse al mundo.
- * **Aprender a convivir con los demás:** El hombre como ser social necesita legitimar y acatar las normas que la sociedad impone, para una mejor convivencia.

Estas nuevas tendencias educativas, como propósitos de todo educador, deben ser incorporadas en todos los marcos pedagógicos, metodológicos y didácticos. Por tanto una de las alternativas que ha tratado de vincular estas tendencias es el Taller educativo, considerado como la estrategia de enseñanza aprendizaje, donde el maestro en conjunto con sus alumnos forman un equipo integral, para crear un espacio productivo de conocimiento y convivencia, en el cual cada integrante hace sus aportes específicos. El Taller debe tener dos instancias inseparables como sus pilares, la práctica y la teoría, pues “no se concibe un taller donde no se realicen actividades prácticas, manuales o intelectuales. Pudiéramos decir que el taller tiene como objetivo la comprensión práctica de las leyes, las ideas, las características y los principios que se estudien, la solución de tareas con contenido productivo. Por eso el taller pedagógico resulta una vía idónea para formar, desarrollar y perfeccionar hábitos, habilidades y capacidades que le permiten al alumno operar en el conocimiento y al transformar el objeto, cambiarse así mismos”²

² MIRABENT PEROZO, Gloria. Revista pedagógica Cubana. Año II abril – junio. No 6. la habana. 1990.

Cada integrante del taller en su accionar aporta elementos intelectuales, subjetivos, críticos, ideológicos y vivenciales de manera activa, esto hace que el taller se vuelva un espacio muy productivo para la conceptualización y la comprensión, además por ser conformado por varias personas, posibilita no sólo el enriquecimiento intelectual y reflexivo de cada uno, sino la confrontación con el otro, el respeto por las ideas de los demás integrantes, en síntesis, “puede convertirse en el lugar del vínculo, la participación, la comunicación y, por ende, lugar de producción social de objetos, hechos y conocimientos”.³

El taller debe integrar dentro de la teoría y la práctica, tres aspectos que son fundamentales para su eficacia, a saber:

* El campo conceptual. Se refiere al saber específico o área a trabajar, debe surgir de la realidad, partir de la búsqueda de soluciones de un problema que se plantea, queriendo decir esto, que el taller como forma pedagógica vincula la situación problema como esencia de la producción y construcción del conocimiento a nivel individual y colectivo, centrándose explícitamente en la pregunta, iniciándose un proceso de interacción de aprendizajes y solución de problemas, que lo mantienen vigente, hasta lograr los objetivos y plantear nuevos problemas y nuevas situaciones de aprendizaje. Lastimosamente la pedagogía de la pregunta se ve entorpecida por el maestro autoritario y poseedor único del saber, pues imposibilita la curiosidad y la necesidad de preguntar de cada sujeto que aprende. Como dice Freire, “el educador de manera general, ya trae la respuesta, sin que se le haya preguntado algo (...) estoy convencido, sin embargo, de que es necesario dejar claro, una vez más que nuestra preocupación por la pregunta alrededor de la pregunta, no puede quedar tan sólo en el nivel de la pregunta por la pregunta. Lo importante, sobre todo, es unir, siempre que sea posible, la pregunta y la respuesta a las acciones que hayan sido practicadas o las acciones que puedan llegar a ser ejecutadas o rehechas”⁴

* El proceso pedagógico. Se encarga de teorizar la educación para posibilitar un buen desarrollo del alumno en sus potencialidades (alma, cuerpo y razón), a través de una formación continua, teniendo en cuenta los contextos y vivencias particulares, las cuales deben relacionarse con el campo conceptual, para la implementación teórica de esta acción.

* La relación teoría – práctica. Arnobio Maya Betancur, afirma: “es la dimensión del taller que intenta superar la antigua separación entre la

³ González CUBERES, María Teresa. El taller de los talleres. Talleres gráficos de Indugraf. Buenos Aires, 1987.

⁴ FREIRE, Paulo. La pedagogía de la pregunta. Conversaciones con Antonio Faundes. Ediciones la Aurora. Buenos Aires, Argentina, 1986.

teoría y la práctica al interrelacionar el conocimiento y la acción y así aproximarse al campo de la tecnología y de la acción fundamentada. Este aspecto requiere del análisis de la acción, de la teoría y de la sistematización”.

Cabe aclarar que estos aspectos mencionados deben estar íntimamente relacionados, aun sabiendo la dificultad para conservar el equilibrio entre los tres, pero si es necesario tenerlos bien presentes en cada actividad y evitar en lo posible que se desvirtúen los objetivos del taller. .

De Melba Reyes Gómez y Natalio Kisnerman se presentan algunos objetivos que pueden lograrse a través de los talleres:

- * Promover y facilitar una educación integral e integrar, de manera simultánea, en el proceso de aprendizaje el aprender a aprender, a hacer y a ser.
- * Realizar una tarea educativa y pedagógica integrada y concertada entre docentes, alumnos, instituciones y comunidad.
- * Superar en la acción la dicotomía entre la formación teórica y la experiencia práctica, benéfica tanto a docentes o facilitadores como a alumnos o miembros de la comunidad que participen en él.
- * Superar el concepto de educación tradicional en el cual el alumno ha sido un receptor pasivo, bancario, del conocimiento.
- * Facilitar que los alumnos o participantes de los talleres sean creadores de su propio acceso de aprendizaje.
- * Lograr un acercamiento de contrastación, validación y cooperación entre el saber científico y el saber popular.
- * Posibilitar la integración interdisciplinaria.
- * Crear y orientar situaciones que impliquen ofrecer al alumno o a otros participantes la posibilidad de desarrollar actitudes reflexivas, objetivas, críticas y autocríticas.
- * Promover la desmitificación y democratización del docente y el cambio de su estilo tradicional.*

Otros objetivos específicamente tenidos en cuenta en la metodología del taller son:

- * Potenciar en los niños su análisis y razonamiento, involucrando el material concreto, (partiendo de unos esquemas operatorios), avanzando hacia una conceptualización y representación interna de los objetos.
- * Permitir la movilización de esquemas de pensamiento a través del trabajo interactivo con las formas y el entorno, posibilitando un mejor análisis y argumentación.

* KISNERMAN, Natalio. “los talleres, ambientes de formación Profesional”. Y REYES, Gómez Melba. El taller, integración en Trabajo Social. Editorial Humanitas. Buenos Aires. 1977.

Vemos pues que el desarrollo del taller es educativo, involucra tanto al equipo de trabajo como el trabajo individual, puesto que cada sujeto es partícipe de la construcción del conocimiento por medio de esta estrategia pedagógica. Dentro de esta construcción del conocimiento podemos diferenciar dos dimensiones del taller, que finalmente, apuntan a un mismo objetivo, relacionar la acción con la reflexión. Estas dimensiones son:

El taller como proceso escolar, que cubre la enseñanza primaria, secundaria y universitaria, donde cada maestro se ha dado cuenta de lo importante que es involucrar y motivar al alumno para que su aula o lugar de aprendizaje, sea un espacio de construcción de conocimiento y convivencia.

Educación no formal, es decir, cuando complementa, actualiza, suple conocimientos y forma, en aspectos académicos o laborales sin sujeción al sistema de niveles.

Aplicado a los programas de capacitación de las empresas, y entidades privadas y oficiales. Ejemplos de estos son: taller de sexualidad, taller de danza para adultos, taller de lecto- escritura, taller de geometría para maestros, entre otros.

Expresemos finalmente que la fuerza del taller reside en la participación activa de cada integrante dentro del grupo, donde converge el hacer con la teoría, para una enseñanza activa que se fundamente en la construcción, recopilación, análisis y reflexión de los fenómenos que aparecen dentro de la realidad como parte esencial del ser humano.

Posibilidades y Limitantes del Taller

Arnobio Maya Betancur, en su libro El Taller Educativo, expone algunas posibilidades y limitantes del taller, donde prácticamente se resumen las fortalezas y compromisos que cada docente adquiere frente a sus estudiantes al implementar esta estrategia dentro de sus metodologías, pues vemos que el taller, no solo es entregar una ficha donde se recogen los conocimientos adquiridos, sino que es el espacio, como dijimos anteriormente, de construcción de conocimientos donde convergen lo conceptual, lo pedagógico y la relación teoría-práctica. Para una mejor comprensión veamos:

POSIBILIDADES	LIMITANTES
Integra la teoría y la práctica en un mismo momento (tiempo) y en un mismo lugar (espacio) cuando se da el proceso de aprendizaje	Es bastante exigente de la planeación, ejecución y evaluación, más por lo menos que las estrategias tradicionales.

<p>Contribuye a una formación integral de los sujetos que participan en el taller: aprender a aprender, a hacer y ser.</p>	<p>Requiere de los docentes conocimientos y habilidades muy consistentes en dinámica de grupos, comunicación, sistematización de conocimientos, entre otros.</p>
<p>El aprendizaje se enriquece no sólo por la presencia de los conocimientos científicos y técnicos que se dan cita de acuerdo con el tema o problema que se plantea, sino por la puesta en común de experiencias de todos los participantes.</p>	<p>No es un sistema que pueda aplicarse en cualquier circunstancia, tiene en tal sentido un carácter eventual.</p>
<p>Vincula los aprendizajes a situaciones reales y a la solución de problemas y necesidades vigentes de los que participan en el Taller.</p>	<p>Requiere que tanto el docente como los alumnos, los miembros de la comunidad y la institución educativa se replanteen a nivel de profundidad la concepción y estilos educativos con que venían funcionando.</p>
<p>Fomenta la creatividad, iniciativa y originalidad de los participantes, generando también el espíritu investigativo, tan necesario en una concepción de educación permanente.</p>	
<p>Desarrolla la capacidad de registrar y sistematizar experiencias y actividades propias de quienes participan en los talleres.</p>	
<p>Promueve y desarrolla la capacidad de reflexionar en grupo y de trabajar en equipo con un enfoque interdisciplinario y como respuesta a la necesidad de operar sobre una realidad multifacética y compleja.</p>	
<p>Fomenta la participación activa y responsable de la propia formación y de la asunción de las tareas del programa.</p>	
<p>Facilita el aprendizaje en la práctica de los valores democráticos y de la participación.</p>	
<p>Estimula el liderazgo democrático no solamente del docente sino de todos los participantes en el taller.</p>	

- **Materiales para construir la geometría.**

La geometría en la escuela puede ser para el docente y los alumnos una experiencia muy significativa si se basa su enseñanza - aprendizaje en actividades constructivas, sensibles y lúdicas.

De todas las disciplinas matemáticas, la geometría es la que mayores posibilidades ofrece a la hora de experimentar mediante materiales adecuados, sus métodos, sus conceptos, sus propiedades y sus problemas. Es por ello que la geometría y su enseñanza no deben sucumbir a las limitaciones formales, simbólicas y algebraicas de los conocimientos matemáticos.

El alumno en el primer estadio de sensibilidad, se familiariza con todo un mundo de formas, figuras y movimientos a través del tacto, la vista, el dibujo y la manipulación, lo cual le va a permitir posteriormente asentar los modelos abstractos.

Material.

Bajo esta palabra se agrupan todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a descubrir, entender o consolidar conceptos fundamentales en las diversas fases del aprendizaje.

En general no existe una correspondencia biunívoca entre un material y un concepto, un mismo concepto puede trabajarse en lo posible, con diversidad de materiales y recíprocamente, la mayoría de los materiales son utilizables para diversas actividades.

Partiendo de la necesidad de crear y manipular gran variedad de material, éste se constituye en experimentación regular y viva, su uso esporádico lo convierte más en una curiosidad que en una herramienta metodológica.

Una clasificación de materiales. *

Los diversos materiales de interés didáctico-matemático, pueden clasificarse de maneras diferentes, según criterios predeterminados.

Materiales de acuerdo con sus funciones:

1. Materiales dedicados a la comunicación audiovisual.

La pizarra, las diapositivas, el retroproyector, los videos, entre otros, posibilitan la exhibición de materiales que pueden ser eminentemente didácticos: dibujos hechos con tiza, transparencias superpuestas,

* * ALSINA, C., BURGUES, C., FORTUNY, J.M. (1988). Materiales para construir la geometría. Editorial Síntesis. Madrid.

películas animadas, montajes de video, sonidos, explicaciones, canciones, refranes y muchos más.

2. Materiales para dibujar.

Se agrupan aquí todos los instrumentos de dibujo: reglas, compás, pantógrafos, inversores, trasladadores, simetrizadores, escuadras, cartabones, cuerdas de jardinero, elipsógrafos, parabológrafos, hiperbológrafos. Estos aparatos sirven tanto para dibujar formas geométricas, como para llegar a resolver problemas gráficamente o para llegar a entender conceptos geométricos que sin el uso de figuras serían de difícil comprensión o resolución.

Todos los aparatos de dibujo tienen además la característica de generar nuevos materiales: "los propios dibujos".

3 Materiales para leer.

Los libros, cuentos, comics, revistas especializadas, se presentan como elementos alternativos y a veces complementarios, pero son indudables sus virtudes y aplicaciones en la enseñanza.

4. Materiales para hacer medidas directas o indirectas.

Las reglas graduadas, compás de escultor, transportadores, esferómetros, grosómetros, metros, metros cuadrados, metros cúbicos, entre otros, tienen como finalidad hacer medidas de diferente tipo, actividad que está en la base de la teoría de la medida y la geometría métrica. Longitudes, áreas, volúmenes, ángulos, arcos, ortogonalidades, son conceptos ligados a actividades de medir.

5. Materiales que son modelos.

La simple presentación de modelos: poliedros, polígonos, mosaicos, superficies, curvas, puede constituir en sí misma una actividad interesante para concretar conceptos y profundizar en muchas propiedades, que a veces una descripción verbal o una ecuación pueden esconder. La propia construcción de los modelos es ya de por sí una actividad recomendable.

6. Materiales para el descubrimiento de conceptos.

Aquí cabrían todos los materiales que se precien de serlo, pero es oportuno enfatizar aquellos tipos en los cuales el uso o contemplación de los mismos (sin necesidad de unas grandes explicaciones previas), llevan al descubrimiento de nuevos conceptos o propiedades, por ejemplo, empleando el geoplano se puede descubrir el mundo de los polígonos y con un cubo de Rubik, los movimientos rígidos espaciales.

7. Materiales para mostrar aplicaciones.

Son aquellos instrumentos que permiten evidenciar nuevas aplicaciones de conceptos ya asumidos, consolidando con esto los propios conceptos previos, así como sus posibilidades.

8. Materiales para resolver problemas.

Los clásicos rompecabezas, las piezas de mosaicos o las de mecano, el plegado de papel, llevan a resolver problemas interesantes y en muchos casos el propio material puede ser el problema.

9. Materiales para demostraciones y comprobaciones.

Especialmente en geometría, existe la posibilidad de presentar demostraciones, vía un material adecuado. Los teoremas por ejemplo, son fácilmente verificables vía una presentación experimental, que en muchos casos a nivel escolar puede tener más poder de convicción que otras justificaciones.

Usos del Material

El material didáctico juega un papel fundamental en la enseñanza aprendizaje de la geometría. Su correcta utilización constituye un importante paso en la adquisición de conceptos, relaciones y métodos geométricos, ya que posibilita un aprendizaje activo de acuerdo con la evolución intelectual del alumno.

Materiales y Niveles

De igual manera que la programación de los conceptos a enseñar, ha de estar en concordancia con los diferentes ciclos educativos, el material correspondiente a los mismos, ha de responder al mismo fin. Hay algunos aspectos especiales del material que hay que tener en cuenta, como por ejemplo, mientras el uso del material como juego puede ser recomendable en los primeros cursos, el aspecto lúdico tendrá que ir dejando paso paulatinamente a la actitud de investigación.

Otro aspecto a destacar es la conveniencia de que el material de tipo tridimensional y visual, sea previo al material de tipo plano o más simbólico.

Respecto a los distintos niveles de madurez intelectual de los alumnos de un grupo clase, la propuesta de actividades abiertas de solución no única y en las que los contenidos más importantes sean los procedimientos, permitirá la obtención de resultados no los mismos ni al mismo nivel conceptual a todos los alumnos, pero habrá dado ocasión de avanzar en la línea de favorecer actitudes persistentes de interrogación en todos

ellos. Si se está de acuerdo en que la adquisición de estrategias, métodos y técnicas de exploración y la resolución de situaciones problemáticas es lo que capacita al ser humano para seguir aprendiendo por sí mismo, se debe actuar en consecuencia.

Más que plantear el problema de la utilización del material en los distintos ciclos educativos, hay que planificar su utilización en las distintas dimensiones del currículo de geometría. Como dimensiones generales de la educación geométrica podemos distinguir las siguientes.

- * Dimensión 1. La geometría como estudio de la **visualización**, medida y construcción de figuras.
- * Dimensión 2. La geometría como estudio de la **realidad** del mundo físico.
- * Dimensión 3. La geometría como medio para la **representación** matemática o de otros conceptos cuyo origen no es ni visual ni físico.
- * Dimensión 4. La geometría como un ejemplo de sistema matemático.

Estas dimensiones son aplicables a todos los ciclos educativos, diferenciando su grado de precisión y profundización acorde con el desarrollo mental de los alumnos. Más que en la utilización directa del material, hay que pensar en el grado de precisión y desarrollo intelectual que su uso estimula.

Materiales y Habilidades

En los actuales modelos de diseños curriculares se presta cada vez más atención a la explicitación y precisión de las **habilidades** que tiene que adquirir el sujeto educando. Interesa definir **nuevos contenidos procesales**, donde las habilidades en relación con las destrezas, técnicas, métodos de trabajo y estrategias cognitivas, constituyen el marco de referencia para confeccionar los currículos geométricos de los diferentes ciclos de la enseñanza obligatoria.

Las habilidades geométricas vienen intrínsecamente condicionadas por las **habilidades espaciales**, entendiendo éstas como las habilidades que permiten generar, retener y manipular imágenes espaciales abstractas. Estas imágenes mentales vienen determinadas a su vez por tres tipos de representaciones espaciales interrelacionadas: **Los productos espaciales, el pensamiento espacial y la memoria espacial.**

Los productos espaciales se refieren a los productos externos que representan el espacio. De alguna manera, los modelos manipulativos son el ejemplo típico. De esta forma el uso del material favorece directa o indirectamente el desarrollo de la imaginación espacial, propiciando así el

desarrollo de las habilidades espaciales y de las habilidades geométricas en general.

Errores en el uso del Material

Hay que ser conscientes de aspectos negativos que pueden generarse con el uso o diseño de algunos materiales. Algunos de los errores que es necesario evitar son:

- * **Sofisticación del Material.** Un material que en si mismo contenga excesivas complejidades, puede desvirtuar el objetivo para el cual fue inventado.
- * **Intocabilidad del Material.** La no posesión del material por parte de los alumnos puede reducir el interés de un material enormemente.
- * **Poca cantidad de Material.** Hay muchos materiales que han de ser de uso personal y no de un grupo o de una clase. El trabajo en grupo no da en estos casos el resultado deseado.
- * **La no adecuación de los conceptos presentados por el Material.** Se deben presentar los conceptos a través de un material adecuado.

- * **El creer que el material ya asegura un concepto.** No se puede creer que un concepto presentado a través de un material concreto ya sea un concepto asimilado. Sólo a través de una revisión constante de estos conceptos, con lecturas diversas, permite aspirar a un conocimiento mínimamente válido.
- * Es evidente que el “no uso del material”, es el error más grande que se puede cometer respecto a él.

• **El Aula Taller.**

La expresión “Aprendizaje activo” designa la manera de aprender que se genera en una situación de experiencia, relacionada con la metodología activa, producida a partir del desarrollo de la psicología evolutiva, especialmente con los trabajos de Jean Piaget.

El aprendizaje activo fundamenta la metodología del Aula Taller. Para convertir el aula en un taller, se requiere una metodología que permita integrar la teoría, los afectos, la reflexión y la acción con la práctica. Una metodología que mediante formas activas de aprendizaje, desarrolle las capacidades de informarse, comprender, analizar, criticar, evaluar, para poder realizar una lectura crítica de la realidad y posibilitar modos de inserción creativos y satisfactorios.

La metodología del aula taller, propone la participación de todos los protagonistas del proceso enseñanza - aprendizaje. Encuadra la

participación organizándola como proceso de aprendizaje, para potenciar la creatividad, disminuir los riesgos de la dispersión y conservar la espontaneidad. Incluye momentos de trabajo grupal, pero también momentos de trabajo individual.

El trabajo de aula taller, permite la valoración de la interacción entre compañeros como fuente de aprendizaje compartido y el rol de enseñar también asumido por ellos. Propone recrear condiciones de aprendizaje donde se posibilita la experiencia, además facilita el reconocimiento de diversas posibilidades de aprendizaje del estudiante que lo capacita para seguir aprendiendo durante toda su vida, lo instrumenta para “ aprender a aprender”.

Procura estimular el desarrollo intelectual del estudiante, a partir del conocimiento de las características de cada etapa evolutiva, promoviendo además, una integración armónica y equilibrada entre las diversas áreas de conducta.

4.2.4 MAESTRO INVESTIGADOR E INVESTIGACION EN EL AULA.

Cuando se habla del maestro investigador en los diferentes niveles de la enseñanza, el Doctor Bernardo Restrepo Gómez se refiere a la investigación que el educador puede hacer desde su práctica pedagógica mientras enseña, forma y propicia la construcción del saber pedagógico.

Esta metodología sobre la investigación en el aula surgió a partir del método investigación- acción propuesto por Kurt Lewin en 1.947 que consistía en la actividad de una práctica reflexiva social llevada a cabo por comunidades, en la cual interactúan la teoría y la práctica, con miras a establecer cambios apropiados. Dicha metodología está sustentada por varios autores como Stephen Corey Orlando F al S Borda, Jhon Elliot, entre otros, y apoyada por la Ley 115 de 1.994 y el decreto 272 de 1.998, donde se resalta la necesidad de que la formación de educadores tenga un sustento investigativo y que los núcleos pedagógicos en la formación de docentes tengan como base común la investigación educativa pedagógica.

Se considera que el docente debe estudiar el saber que enseña e investigar sobre éste para incorporarlo a su enseñanza, a la vez investigar sobre la propia práctica pedagógica, ya que sobre ésta tiene a la mano diferentes elementos que puede analizar y reevaluar para transformar y mejorar su práctica, a través de un análisis reflexivo y crítico sobre las diferentes acciones realizadas, para construir nuevas propuestas y verificar su objetividad.

Restrepo Gómez basado en la orientación de diferentes proyectos, estructura varias etapas en esta metodología entre ellas:

- * Planteamiento de problemas de investigación a partir de una reflexión sobre su práctica y las dificultades presentadas.
- * Delimitación de técnicas como Diario de Campo, entrevistas, observación, para sacar datos y convertirlos en información.
- * Sistematización de datos
- * Reconstrucción de la práctica y experimentación de ésta ya reconstruida.
- * Discusión de resultados a través de indicadores que especifiquen la efectividad de la nueva práctica.

A partir de estas etapas se derivan resultados como:

- * Construcción de una experiencia colectiva de investigación y a partir de ella un modelo particular de investigación – acción.
- * Colaboración de todos los participantes en la convalidación de los procesos de investigación.
- * Sensibilización de los docentes con respecto a la crítica, como base fundamental para cualificar los procesos investigativos.

• **El Diario de Campo**

El diario de campo consiste en el conjunto de las anotaciones de una cotidianidad con elementos que se relacionan y persiguen objetivos definidos particulares.

Es necesario que el maestro en su desempeño cotidiano describa y consigne las observaciones, inquietudes y reacciones propias de sus alumnos, todo aquello que de alguna manera impacte u obstaculice el proceso educativo, asumiendo una actitud crítica y reflexiva con el fin de innovar y mejorar sus actividades y estrategias, es decir, propender porque el maestro se convierta en un investigador de la educación y de su práctica cotidiana.

4.2.5 LA EVALUACIÓN EN LOS NUEVOS CONTEXTOS DE ENSEÑANZA.

En el curso de los últimos años apreciamos en el ambiente académico una gran preocupación por la calidad y eficiencia de los métodos empleados para evaluar el aprendizaje, por tanto pretendemos dar muestra de la nueva tendencia evaluativa, junto con sus innovaciones basados en los documentos de evaluación: Indicadores de logros en la educación Matemática en Contextos de situaciones problemáticas de Orlando Mesa Betancur, La evaluación en Matemática de Jorge Castaño García, Evaluación de Logros Matemáticos de Miryam Acevedo Caicedo, Logros a Evaluación (Artículo tomado del Tiempo, domingo 13 de febrero de 2000); Lineamientos Curriculares y Decreto 2343, donde más que un

marco comparativo entre los autores se pretende elaborar un ensayo que los integre, retomando las partes más relevantes de los conceptos de cada uno de éstos.

Síntesis Histórica.

(Tomada de Evaluación del aprendizaje, hasta el año 1991. Ministerio de educación Nacional. Modulo 1. Pp 26-28)

Los exámenes y las pruebas, en primer lugar fueron desarrollados para evaluar a los individuos y no a las aulas escolares, son además recientes dentro de la educación, con la única excepción de China, que tenía exámenes escritos para la selección de los empleados de la realeza.

En el año de 1530: la ordenanza escolar Sajona recomienda estimular a los niños de las escuelas primarias con exámenes y becas de estudio.

En 1642: el Duque Ernesto de Gotha establece un sistema de notas escolares y exámenes para pasar de un grado a otro. Esto se extiende a los Estados Alemanes.

En 1765: Federico el Grande delinea un perfil que debe ser alcanzado con respecto a la lectura, es decir, el conocimiento de letras, el deletreo y lectura de caracteres manuscritos y luego impresos.

A fines del siglo XIX se abandonan los exámenes por el carácter competitivo de dotados contra débiles.

En la creación de la universidad francesa por Napoleón, ésta se acompaña de un sistema de examen y concurso dirigidos por el Estado.

En 1808 se establece en Francia el sistema de promoción: primaria- el certificado, secundaria- el bachillerato y la licencia, Universidad-facultades para doctorado.

En 1905: En Francia, se emplea la medición objetiva de cálculo y ortografía.

En 1908: En Estados Unidos se publica un test de aritmética y otro de escritura.

En 1913: En Gran Bretaña aparecen Test de inteligencia y test pedagógicos para buscar rendimiento.

En 1924: En Inglaterra se somete a maestros a pruebas desarrolladas por los niños.

1925: Se acude a la documentación escolar para la promoción.

1931: Un debate público obliga a convocar una conferencia internacional de investigación sobre exámenes en Eastbourne, Inglaterra.

1949-1969: Se introducen nuevos elementos acerca de lo que es la evaluación, la asocian con objetivos comportamentales, con pruebas estandarizadas, con diseño experimental y con revisión de expertos.

1971: la evaluación es definida como un proceso para orientar los esfuerzos de mejoramiento. Un método sistemático de estimular y valorar, o como una crítica experta.

A los occidentales les llegaron estas pruebas, traídas por los Jesuitas alrededor del siglo XVIII, se introdujeron primero a nivel universitario y luego llegaron al sistema escolar de toda Europa.

La preocupación por controlar el rendimiento de los estudios se incrementó junto con el número de instrucciones de enseñanza.

Luego en 1982: Dentro de la nueva programación curricular en Colombia, se impone definitivamente la denominación de evaluación como “el proceso de delinear, obtener y suministrar información valorativa acerca del desempeño del alumno, con el propósito de tomar decisiones que conduzcan a que ese aprendizaje sea exitoso. En el proceso se contrasta el criterio de logro previamente establecido con su desempeño final o parcial”.

En 1987: En agosto, fue expedido por el Ministerio de Educación Nacional el decreto de promoción automática, el cual introduce un nuevo concepto que denominó evaluación escolar. Esta evaluación se define como el proceso de seguimiento y valoración permanente del estado en que se encuentra la institución educativa en sus aspectos organizacional y administrativos, pedagógicos y de desarrollo del alumno frente a los fines y objetivos del sistema educativo Colombiano.

1991: Se crea una nueva modalidad de evaluación llamada “evaluación por logros”, vinculándose la evaluación por indicadores de logros.

1999: La evaluación es replanteada y se asume como mediación, propuesta por Kill Patric y promovida por la Universidad Nacional de Bogotá. Dicha evaluación se toma como proceso de investigación que se retroalimenta con la formulación de un problema, de una hipótesis, que se socializa con el estudiante, es decir, es un proceso de acuerdos, de pactos conscientes entre quienes aprenden y enseñan y viceversa, como pacto se construye desde el inicio hasta el final; tiene en cuenta lo cualitativo y lo cuantitativo por ello sigue siendo descriptiva, continua, sistemática, observando a cada individuo y su forma de desenvolvimiento, para mirar las fortalezas y debilidades particulares y grupales. Este proceso de mediación hace pensar dos aspectos, los procesos del que aprende y los procesos del que enseña. El que enseña debe pensar en el qué, cómo y para qué enseña y el que aprende el qué, qué necesita y para qué aprende.

Actualmente basados en esta evaluación como mediación, que aún no se legitima por los educadores, se habla de un nuevo modelo de evaluar y es el de competencias, en el cual se potencializan tres competencias básicas sobre las cuales se pudiera generar nuestro sistema educativo: La Interpretativa, la Argumentativa o ética y la Propositiva o estética. Sin desconocer que existe diversidad de competencias. Sin embargo algunas instituciones como Fecode, en nuestra patria Colombia, afirma que evaluar por competencias es una equivocación para nuestro sistema, porque se evalúa por indicadores de logros, para ello es necesario haber un cambio curricular y un consenso entre maestros y escuelas. En estas competencias debe involucrarse la razón, el cuerpo y la psique.

Evaluación Cualitativa y Cuantitativa.

A la hora de hablar sobre el concepto de evaluación y sus implicaciones, se han hecho varias discusiones, que incluso a través de la historia y el

proceso formativo, se enumeran para dar pie a afirmar que es un concepto que constantemente se ha tenido que reevaluar, pues para muchos pedagogos y docentes, los años de experiencia les permiten demostrar que el conocimiento matemático y geométrico en el niño, no resulta únicamente de observaciones sobre su comportamiento y teorías, sino de esas actividades “secuenciales” a partir de situaciones problema, de modo que en su solución se propicie un aprendizaje significativo e integral, donde los procesos de formación desarrollen las potencialidades del cuerpo, la razón y la psique, lo cual servirá de apoyo para generar nuevos conocimientos a partir de la reflexión constante de diferentes interrogantes que el proceso educativo conlleva, en el cual el medio más eficaz para que el aprendizaje realmente cumpla su función de socialización y conocimiento de fortalezas y debilidades, es la Evaluación constante como lo replantea el enfoque constructivista y los nuevos contextos de enseñanza.

Se puede decir por lo anterior, que la evaluación, ya no es ese “sistema” para observar el producto o los resultados finales de los procesos pedagógicos, sino como dice Mesa: “Ese conocimiento de los procesos, logros y resultados, los cuales deben ir acompañados de los marcos de referencia sociales, culturales, ideológicos, políticos de cada sujeto que está inmerso en una determinada región (...); por tanto a la hora de evaluar debe tenerse en cuenta no sólo la observación descrita anteriormente, sino la observación y el análisis de los procesos en conjunto con los aspectos formativos y cognitivos”⁵

Por tanto para que dicha evaluación sea más precisa se debe tener en cuenta los dos postulados que propone Mesa: “Necesidad de evaluar” y “Nadie debe evaluar aquello que no conoce”, es decir, todo conocimiento debe ser evaluado para conocer si se está aprendiendo de forma adecuada y solo está en la capacidad de evaluarlo quien realmente lo conoce.

La ley General de Educación introduce un cambio substancial en la educación, exigiendo que la **evaluación sea fundamentalmente cualitativa**, convirtiéndose en una evaluación integral del alumno, dando una mejor visión acerca de los logros y carencias de los estudiantes pues como afirma Mesa: (...) “ésta debe ser formativa, continua, sistemática y flexible, centrada en el propósito de producir y recoger información necesaria sobre los procesos de enseñanza aprendizaje que tienen lugar en el aula y por fuera de ella”. Lastimosamente en las instituciones escolares no se ha hecho una buena interpretación de esta forma de evaluar, sino que se ha hecho de la evaluación una forma de “controlar” si el desarrollo de un proceso corresponde al plan establecido, a estereotipar a los niños con títulos como el “juicioso”, el “inteligente”, el “dormido”, el “bruto”, o encasillar por medio de números, o para mayor

⁵ MESA BETANCUR, Orlando. Indicadores de logros en la educación Matemática en Contextos de situaciones Problemáticas. Pág. 8.

efecto convertir esos números en letras que califican de excelente, bueno e insuficiente, afirmándose que se evalúa cualitativamente, sin pensar en el verdadero sentido de este concepto que tiene en cuenta todo el trabajo de participación de los estudiantes; siendo importante entonces que el maestro como guía en el proceso de aprendizaje de otras personas, conozca de forma muy clara el área que trabaja, además de los estadios mentales de aprendizaje y las diferentes características sociales, económicas y culturales de dichos estudiantes. Realmente esta evaluación desde este punto de vista, genera un revolcón al interior del sistema educativo, pues propone que los alumnos estén en un proceso constante de evaluación y que tanto estudiantes como profesores sean confrontados, buscando que haya desequilibrios que impliquen una nueva interiorización o reorganización de los esquemas mentales, pues cuando no se crea este desequilibrio no existe el aprendizaje

Es así que para evaluar, se requiere de resolución de problemas y actividades que tengan incluidos los tres tipos de preguntas formuladas en el documento evaluación de logros matemáticos de Myriam Acevedo Caicedo, las cuales son : “de selección múltiple, semiabiertas y abiertas en las que el estudiante debe modelar, construir, describir, justificar, inventar y solucionar problemas, de modo que estas pautas permitan establecer categorías y analizar más a fondo los aprendizajes de los estudiantes”

Actualmente en algunas instituciones educativas y en las universidades, el tema de la evaluación, se centra fundamentalmente en hacer una diferenciación en los conceptos de evaluación cualitativa y cuantitativa.

La evaluación cualitativa, hace alusión, como ya se ha referido, al análisis de los procesos que indican la calidad del aprendizaje, por medio de la investigación, seguimiento y observación de cada estudiante, su “comportamiento” y sus efectos a nivel individual y grupal, describiéndolo a través de las vivencias. En esta evaluación pueden considerarse tres momentos que propone Mesa para dar lugar a reconocer la evaluación como actividad “continua y sistemática”. Estos momentos son:

* **Evaluación del estado inicial o diagnóstica** de los estudiantes frente a los “indicadores considerados como determinantes o representativos del proceso que se planea desarrollar durante la acción educativa”, puesto que es relevante que dentro de esta evaluación no hay “procesos preestablecidos” (Castaño García, Jorge. La evaluación en Matemática), sino que los planes tienen un carácter provisional, para ir mirando la situación del grupo, del estudiante y del plan en sí de acuerdo a los rumbos que vayan tomando para que se dé la construcción real del aprendizaje de acuerdo al contexto, a los conocimientos extraescolares y escolares y a los factores que integran al niño.

* **Evaluación durante el proceso de intervención:** mediante situaciones problema, se plantean ejercicios para que hayan posibilidades

de “abstracción, análisis, síntesis, generalización e identificación de modelos”⁶ . Utilizando estrategias de intervención, para interpretar los cambios en los “comportamientos” y en los “logros observables”. Aquí se diseñarían una serie de actividades como:

- * resolver problemas de un determinado tipo en el aula de forma colectiva.
- * Entregar un problema por grupos utilizando material concreto para que puedan comparar.
- * Contextualizar los problemas.
- * Pedirle a los niños que planteen problemas del tipo a trabajar
- * Entregar una variedad de problemas.
- * En cada una de las diferentes actividades que se planteen se debe llevar un registro de los diferentes logros y falencias para ir planteando la propuesta de trabajo.

* **Evaluación de Estado Final Relativo:** Luego de cada intervención es necesario tener una valoración del proceso general, para aplicar los ajustes que necesita dicho proceso. Como dice Mesa se debe “recurrir a la aplicación de pruebas escritas, presentación de trabajos y exposiciones colectivas por parte de los estudiantes”, de modo que en este paso el alumno se confronte, para que después de esto continúe avanzando en los temas a seguir, tratando de que haya una inter-relación entre ellos.

Para esto es necesario plantear problemas de resolución individual y grupal, donde de cierto modo se hará un nuevo diagnóstico del grupo, para mejorar o cambiar las estrategias utilizadas durante este proceso.

En todo este proceso de evaluación es necesario ir realizando actividades de refuerzo, de acuerdo con los vacíos conceptuales que se van viendo en los niños.

Es preciso mencionar que en la actualidad son muy pocos los maestros que llevan este proceso, porque implica inversión más grande de tiempo, o por que simplemente han confundido el cambio propuesto en la evaluación, con ser profesores asequibles, olvidando parámetros evaluativos o aún peor enfocados en la evaluación meramente cuantitativa, centrados lógicamente en un resultado final, sin preocuparse por una planeación de acuerdo con un diagnóstico que lógicamente no se hace, pues se siguen referenciando logros e indicadores de logros que no tienen nada que ver con la situación real del aula donde se trabaja, descontextualizando los aprendizajes, convirtiendo el conocimiento en simples cúmulos de información que memorizan sin sentido y en la mayor parte de los casos olvidan rápidamente, independiente que se les haya asignado excelente, bueno o aceptable.

⁶ CASTAÑO GARCÍA, JORGE. La evaluación en Matemática. Revista alegría de enseñar. No 39. Pág 63

La evaluación cuantitativa, “solo es una posibilidad. Las propiedades de un objeto o de un fenómeno son cuantificables o no, dependiendo tanto del objeto o fenómeno como de las teorías que los explican. Así, por ejemplo, no tiene sentido cuantificar la tristeza (¿Qué significa estar 3.8 triste?). tiene sentido decir que todos los niños se ponen tristes cuando no los dejan jugar o que un niño realizó el 60% de las actividades planeadas. La cuantificación es, entonces, una posibilidad rara vez alcanzable significativamente en los comportamientos humanos”⁷. Por ello es necesario replantear este tipo de evaluación, al igual, que saber para qué se utiliza, de lo contrario volverá a recurrirse al número que dará cuenta de lo que el alumno tiene que reproducir y una manera equivocada de “calificar” o “descalificar” a los estudiantes frente a su quehacer, que repercutirá de una manera radical en su vida.

Evaluación por Logros e Indicadores.

En un artículo publicado en el periódico el tiempo del 13 de febrero de 2000, la periodista Adriana Díaz hace un reportaje con cierto sabor a crítica frente a la forma que en Colombia se ha ido manejando esa nueva modalidad de evaluación llamada “evaluación por logros”, la cual empezó a aplicarse en el país desde el año de 1991 en los grados de 3º, 5º, 7º y 9º de educación básica.

En primera instancia, el artículo hace referencia al concepto de “logro” como “la posibilidad de avanzar hacia una meta, a través de un proceso de desarrollo que se va acrecentando en la medida en que se ponen en juego una serie de actitudes y aptitudes específicas para llegar por fin a la consecución de una meta u objetivo”.

Esta nueva concepción ha ido instaurándose desde el Ministerio de Educación Nacional a todas las instancias académicas colombianas, con el propósito firme de dar una mirada revolucionadora a las formas de los maestros concebir la evaluación y dar así un giro de 180º que ponga límite a la forma de evaluación tradicional con que se estaba trabajando en el país hasta el año de 1991.

Al hacer una comparación global entre ambas formas de evaluación tradicional y por logros, parafraseando dicho artículo, se puede concluir:
En la evaluación tradicional:

- * Predomina la medición y los datos estadísticos.
- * Se centra más en los resultados que en el proceso del estudiante.
- * Predomina la memorización sobre la comprensión
- * La relación maestro - alumno es vertical y autoritaria.
- * Se implementa la evaluación como forma de sanción o de castigo.
- * Se ejecuta en tiempos específicos.

⁷ IBID. MESA, Orlando. Pág 11

En la evaluación por logros se tiene en cuenta:

- * Las circunstancias e intereses en el proceso pedagógico que son propias de cada individuo.
- * La actitud de apertura frente a lo que se aprende.
- * El proceso de cada estudiante.
- * Mucho más que el resultado puntual en un momento dado, siendo por ello de forma continua y permanente.

Esta primera mirada globalizadora puede hacernos pensar en el gran avance que el Ministerio de Educación Nacional ha implementado en cuanto a la forma de evaluar y como de alguna forma favorece a los estudiantes, padres de familia, maestros y directivas al hacerse de forma cualitativa sin perder claro está lo cuantitativo al permitir una caracterización más integral y puntual del estudiante; puede implicar una verdadera batalla entre los nuevos maestros que salen a ejercer sus funciones con aquellos maestros, directivas y padres de familia que están acostumbrados a una forma de evaluación tradicional en la que ha prevalecido la medición cuantitativa del aprendizaje de un alumno como una forma de “control” mas eficiente “según ellos”, a una evaluación que permita la búsqueda de estrategias que ayuden al alumno a adquirir avances en su proceso.

Si bien esto se ve como un gran avance en la educación, también hay que mencionar las debilidades que puede haber al interior de esta nueva forma de evaluación por logros:

- * La primera es la que tiene que ver con los indicadores de logros señalados por el Ministerio en el decreto 2343 pues de alguna forma lo que se está buscando es y como dice la autora “controlar” que el alumno cumpla lo que otros le fijan como meta”⁸
- * La segunda es la falta de ética y profesionalización que puedan tener algunos maestros, lo cual puede influir en el logro o no de los estudiantes.

Un alumno puede que no cumpla con los indicadores de logros establecidos por la institución y por ello se le evalúa, pero surge una pregunta: ¿Qué ocurre con los logros del maestro cuando éste en su proceso de enseñanza no los alcanza?. Se sabe que la gran mayoría de veces en las dificultades y el no alcance de un logro por parte de un alumno, tiene mucho que ver con el mismo maestro y con la forma que este ejerce su enseñanza. Además de esto quedan aun en el tintero aquellos niños que presentan verdaderamente dificultades en el aprendizaje. ¿Qué ocurre con ellos cuando no alcanzan los logros,

⁸ DÍAZ, Adriana. Logros, a evaluación. Tomado de el Tiempo, domingo 13 de febrero del 2000.

cuando no van al mismo ritmo que los otros?, ¿Estarán condenados una y otra vez al fracaso?.

Como bien puede observarse, son muchas las contrariedades y preguntas que pueden surgir en la aplicación de esta forma de evaluación y aunque no se pierden materias como antes, sino logros, no podemos negar que en su aspecto teórico, lo que se busca es hacer un seguimiento integral del estudiante que muestre en forma “detallada” (y se pone entre comillas ya que en muchas escuelas no es así) a maestros, padres de familia y estudiantes, los avances y dificultades dentro de su proceso de aprendizaje, los puntos fuertes y débiles, los aspectos a mejorar y como lo menciona Mesa: los logros específicos en cada uno de las tres categorías que orientan la evaluación integral del aprendizaje, son:

- * Logros referentes a los contextos matemáticos.
- * Logros comportamentales.
- * Logros actitudinales.

Refiriéndose en los primeros a los contextos temáticos, en los segundos a la sistematización, búsqueda de relaciones, planteamiento de hipótesis, verificación de respuestas, creación, simulación de situaciones, deducciones coherentes, entre otros; y en los terceros a la actitud positiva frente al área y la utilización de sus contenidos en otros sectores del conocimiento y de la vida.

Si bien lo que se busca es tomar en cuenta el proceso y avance de cada alumno, y tener un informe descriptivo de los niveles de logro de tal forma “que posibilite la orientación de procesos significativos de cambio”⁹. Se espera pues, que esta forma de evaluación por logros brinde un informe objetivo de cada estudiante, mostrando no sólo los avances y dificultades para obtener un logro, sino el proceso mediante el cual llegaron a los resultados (indicadores de logro), para observar los “indicios, señales, rasgos o conjuntos de rasgos, datos o informaciones perceptibles que al ser confrontados e interpretados con lo esperado y una buena fundamentación teórica, puedan considerarse como evidencias significativas de la evolución en el aprendizaje”, además la evaluación cuantitativa que lo acompaña no prime sobre el informe cualitativo que sustenta a cada estudiante. Por todo lo anterior se puede inferir que como alternativa para los procesos pedagógicos, en el que se dé una construcción del conocimiento matemático, es fundamental todo el proceso y no solamente los resultados, los procesos de desarrollo cognitivo y los procesos del pensamiento lógico matemático en los que se tienen en cuenta los factores culturales (medio social) e individuales de cada sujeto que aprende, dándole aplicabilidad a la evaluación cualitativa, además de “el trabajo cotidiano, la actitud, la dedicación, el interés,

⁹ ACEVEDO, Myriam. Evaluación de logros Matemáticos. Alegría de Enseñar No 38. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá.

participación y comprensión, entre otros”¹⁰, para lograr un verdadero cambio conceptual, procedimental y actitudinal de la educación y formar seres pensadores en aras de una mejor convivencia y una mejor calidad de vida, en la construcción de un mundo mejor determinado axiológicamente e intelectualmente.

4.3 BLOQUE DEL SABER ESPECÍFICO.

La geometría vigente se centra inicialmente en el estudio de los cuerpos tridimensionales para posibilitar como lo afirma Jaime Aníbal Acosta Amaya, en el documento, el pensamiento espacial, “el análisis de sus formas características, relaciones y transformaciones”, de una manera activa que permita al sujeto que aprende, la movilización de esquemas de pensamiento, actividad y percepción de los objetos y fenómenos.

Teniendo en cuenta estas afirmaciones se hace necesario enfatizar en la importancia de añadir a las actividades perceptivas que se realizan sobre los objetos, un conjunto de marcos lógico-matemáticos, los cuales ayudan a cualificar las acciones sobre los objetos, ya que permiten tomar conciencia sobre las diferencias y semejanzas entre éstos, para realizar clasificaciones y relaciones geométricas, todo esto prepara al niño para la comprensión de las nociones geométricas y permite hacer una mejor lectura perceptiva, además posibilita lograr uno de los propósitos esenciales que deben ampliar los conceptos geométricos, como es el de servir de mediadores para la cualificación y ejercitación del razonamiento.

En las actividades perceptuales juega un papel primordial la centración visual que depende de la fijación de la mirada, perspectiva y ubicación del observador el cual puede hacer un reconocimiento de invariantes bajo transformaciones, realizando una coordinación de compensaciones entre lo aparente y lo real. Al respecto escribe Piaget “la abstracción de las formas no se va entendiendo solamente con base en los objetos percibidos como tales, sino en mucha mayor amplitud sobre acciones que nos permiten edificar los objetos en términos de su estructura espacial.

Teniendo en cuenta lo anteriormente dicho, a continuación se presenta una teorización de las temáticas tratadas en el proyecto.

4.3.1 CUERPOS GEOMÉTRICOS.

El trabajo con los cuerpos geométricos, de acuerdo con el nivel de aprendizaje del niño o del joven debe comenzar desde el preescolar y continuar en los siguientes grados, cuando se inicia en la escuela, obviamente el maestro debe construirlos en un material que sea

¹⁰ IBID, Orlando Mesa, pag 17.

apropiado para la manipulación por parte del niño y utilizar materiales del mismo entorno, pues es desde aquí donde se hacen significativos, al igual que la orientación que se da sobre ellos; sin embargo habrá momentos en los que el niño podrá construir modelos de acuerdo a sus capacidades y con materiales de fácil manipulación.

Cuando se comienza con la manipulación de estos modelos, es necesario motivar al niño con diferentes actividades que le hagan agradable este aprendizaje, de manera que le encuentre siempre significado a lo que hace, para qué lo hace y cómo lo hace.

Dentro de esta manipulación el niño debe comenzar por un reconocimiento de estas figuras, para ello se les dirá el nombre, que observen sus caras (polígonos), aristas (bordes, lado común a dos caras) y vértices (puntos donde se juntan más de dos caras), que miren cómo son sus superficies; aquí se describen las relaciones entre los elementos, apareciendo los polígonos como superficies características de los sólidos. Para trabajar esto último es fundamental que el niño conozca la figura desarmada para una mejor observación de las características y los polígonos. Al igual que confrontarlo constantemente si con dicha plantilla se puede formar un cuerpo "X".

Con esta manera de intervenir se llega más rápido a la diferenciación entre cuerpo y superficie y entre superficies planas y curvas. Con un buen dominio de esto se realiza la clasificación.

Clasificación de los Cuerpos Geometricos.

Gregoria Guillén Soler: describe que "la actividad de clasificar es una de las características esenciales de cualquier rama del pensamiento humano y, en particular una actividad fundamental en las matemáticas.

La enseñanza que se ha recibido, probablemente fruto de la escuela piagetiana, conduce a considerar las clasificaciones como particiones. Al abordar el problema de la clasificación se insiste especialmente en lo siguiente:

Una clasificación depende del criterio utilizado para dividir en clases todo el universo objeto de la clasificación. Lo que importa no es tanto utilizar uno u otro criterio sino que, una vez elegido el mismo, se mantenga a lo largo de todo el proceso y al finalizar se sea capaz de enumerar cada una de las clases.

En matemáticas, lo que se hace a veces al clasificar es fijarse en una característica de un conjunto de objetos y después se determina todos los elementos que pertenecen a esa clase; en realidad se hacen clasificaciones dicotómicas, pues por un lado se consideran los objetos

que cumplen la propiedad y por otra los que no la cumplen. Este mundo de objetos ya clasificados con un criterio se vuelve a clasificar de la misma manera con otro criterio, se superponen las particiones lo que conduce también a clasificaciones que son particiones; al finalizar el universo se tiene separado en clases disjuntas¹¹

Para la clasificación de cuerpos geométricos, es necesario tener una buena bolsa de materiales (modelos), con diferentes tamaños y formas, de manera que parafraseando a Acosta, el niño se despoje de todas las propiedades materiales como peso, color, forma, textura. Para que esto suceda el maestro debe ser muy creativo en el momento de realizar las actividades pertinentes.

Clasificación inicial.

Cuerpos Redondos: Son los cuerpos geométricos que tienen al menos una cara curva. Ejemplos: cilindros, conos, esferas.

Poliedros: Poli= varios, edros= caras planas. Son los cuerpos geométricos que tienen todas las caras planas. Dicho de otra manera como lo define Gregoria Guillén, modelo cerrado, formado por polígonos que se juntan de dos en dos. Ejemplos: prismas, pirámides, sólidos regulares, arquimedianos.

Clasificación de Poliedros.

Una vez hecha la primera clasificación se procede a clasificar por familias los poliedros. Generalmente “Los poliedros más familiares, con los que primero se entra en contacto, son los prismas y las pirámides de base regular” (Guillén), pues ya se han dado nombres determinados y clases, siendo más significativas sus formas, porque constantemente se presentan en la cotidianidad. Es por ello que los niños comienzan a clasificar por estas familias.

Paulatinamente se van presentando las diferentes clasificaciones por familias, de acuerdo a los criterios que se determinen.

Guillén nos da una idea para orientar dichas clasificaciones:

Poliedros con todas las caras iguales.

Poliedros con caras laterales iguales.

Poliedros con todas las caras regulares.

Poliedros con todas las caras de la misma clase: todas sus caras son triángulos, o rectángulos, o...

¹¹ GUILLÉN SOLER, Gregoria. Poliedros, Matemáticas : Cultura y aprendizaje. Editorial síntesis, España, 1997. Págs 23 y 24.

Poliedros con el mismo número de caras. Hay poliedros con el mismo número de aristas, de vértices.

Poliedros que tienen todos los vértices del mismo orden: de orden 3, de orden 4, o de orden 5. Llamamos orden de un vértice al número de caras que concurren en él.

Poliedros con vértices de más de una clase.

Poliedros que están “incluidos”.

Poliedros que tienen “bases”. Tienen dos polígonos iguales que los juntamos con una banda de polígonos para formar el poliedro.

Poliedros que tienen claramente una cara donde apoyarse.

Poliedros que cumplen varias de las observaciones enumeradas..

Al observar poliedros con muy diferentes aspectos, surgen ideas sobre concavidad y convexidad: los poliedros cóncavos y los convexos.

Estas características permiten clasificar de diversas maneras los poliedros, según los criterios elegidos, lo fundamental, para nuestro proyecto es que se llegue a clasificar por familias de pirámides, prismas, y sólidos regulares, teniendo en cuenta sus intersecciones .

Poliedros regulares.

También llamados Sólidos platónicos. Parece que Teteto, alumno de Platón fue el primero en enunciar la teoría de los poliedros regulares, donde se demuestra la existencia de sólo cinco de tales sólidos.

Considerando que los poliedros platónicos son regulares, se deduce que los polígonos que los conforman son regulares. Las caras de estos sólidos son triángulos equiláteros, cuadrados y pentágonos regulares. Los ángulos son iguales, también los vértices y las aristas

Los poliedros regulares son: Tetraedro (pirámide triangular), hexaedro (cubo), octaedro, dodecaedro e icosaedro.

En las actividades de clasificación se pueden anexar actividades de completar la siguiente tabla que aparece en el documento Cuerpos Geométricos de Miguel Monsalve G y otros autores.

NOMBRE	Nº CARAS	Nº ARISTAS	NºVERTICES
Tetraedro	4	6	4
Hexaedro	6	12	8
Octaedro	8	12	6
Dodecaedro	12	30	20
Icosaedro	20	30	12

Pirámides.

Son los poliedros que se caracterizan por que las caras laterales de forma triangular van a un mismo punto (ápice) y su base es un polígono cualquiera. Los nombres de las pirámides dependen del polígono de la base, como puede ser el caso de la pirámide cuya base es un pentágono, recibe el nombre de pirámide pentagonal, o una pirámide de base cuadrada, recibe el nombre de pirámide cuadrangular, entre otras.

Pirámide regular: es la que tiene por base un polígono regular y el pie de la altura coincide con el centro de la base.

En una pirámide regular las aristas laterales son iguales y, por consiguiente, las caras laterales son triángulos isósceles iguales.

Prismas.

Poliedros que tienen como condición dos caras iguales paralelas u opuestas, llamadas bases, unidas por paralelogramos. Los nombres de los prismas generalmente reciben su nombre según los polígonos de las bases, como puede ser el caso del prisma cuya base es un hexágono, recibe el nombre de prisma hexagonal, o del prisma cuya base es un octágono, recibe el nombre de prisma octagonal.

Se llamarán prismas rectos a los poliedros que se forman cuando se unen con rectángulos los lados correspondientes de dos polígonos iguales. Las dos caras que son polígonos iguales y que están unidas por rectángulos son las bases del prisma y las caras que juntan estas bases son las caras laterales del prisma.

Prismas oblicuos: poliedro que tiene por lo menos alguna de las caras laterales en forma de paralelogramo no rectángulo.

Paralelepípedos: es todo prisma cuyas caras son paralelogramos.

Paralelepípedo recto: es aquel cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases y, por lo tanto, sus caras laterales son rectángulos.

Paralelepípedo rectángulo: es el Paralelepípedo recto cuyas bases son rectángulos, por lo tanto, sus seis caras son rectángulos.

Un ejemplo de paralelepípedo es el hexaedro.

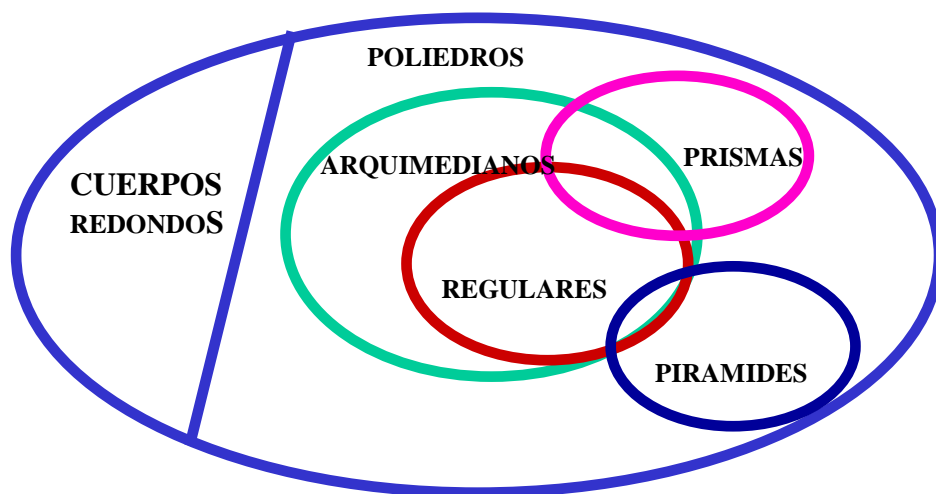
Existe otra familia de poliedros llamados antiprismas, son los que tienen dos bases, pero están unidas por triángulos. Al igual que en los prismas las bases son polígonos iguales y paralelas, pero en los antiprismas el polígono de una base está girado respecto al polígono de la otra base .

Poliedros Arquimedianos.

Cumplen con casi todas las características de los poliedros regulares. Tienen la propiedad de que todas sus caras son polígonos regulares, y todos sus ángulos poliedros son iguales.

Ejemplos: tetraedro truncado, cubo - octaedro, rombi - cubo - octaedro.

El siguiente diagrama muestra una posible clasificación de los cuerpos geométricos. Esta se utilizará en la intervención con los niños a excepción de los poliedros arquimedianos.



Algunas relaciones que se establecen en los Poliedros.

En todos los poliedros convexos se cumple:

Relación de Euler. $C + V - A = 2$

Donde: $C = N^{\circ}$ de caras. $A = N^{\circ}$ de Aristas y $V = N^{\circ}$ de vértices.

El número de aristas, es igual al número de ángulos diedros.

El número de vértices es igual al número de ángulos poliedros

.En las Pirámides

El número de caras, es igual al número de lados del polígono base + 1.

El número de aristas es igual a 2 veces el número de lados del polígono base.

El número de vértices es igual al número de lados del polígono base + 1.

El número de caras es igual al número de vértices.

En los Prismas.

El número de caras, es igual al número de lados del polígono de cualquiera de las bases + 2.

El número de aristas es igual a tres (3) veces el número de lados del polígono de una de las bases.

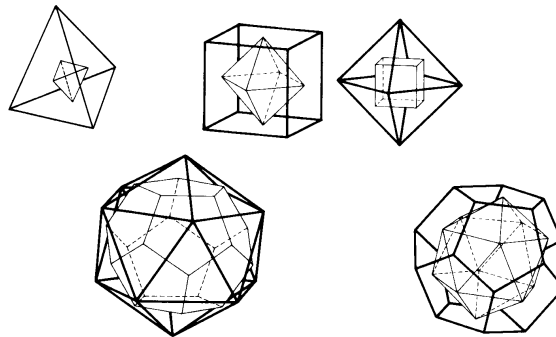
El número de vértices es igual a dos (2) veces el número de lados del polígono de una de sus bases.

El número de vértices siempre es par.

El número de aristas siempre es múltiplo de 3.

Relaciones de Dualidad.

Tomado del libro. Poliedros de Gregoria Guillén Soler.



La figura muestra al tetraedro inscrito en el tetraedro, el cubo inscrito en el octaedro, el octaedro en el cubo, el dodecaedro en el icosaedro y el icosaedro en el dodecaedro. En estos modelos los vértices del poliedro inscrito están en los centros de las caras del otro poliedro, pero se podría considerar otro tamaño de ellos y colocarlos de manera que compartan las simetrías.

Mas aún si se describe con más detalle los modelos de la figura, se puede notar que:

Por cada vértice del poliedro inscrito aparece una cara del poliedro circunscrito - poliedro que queda en el exterior - perpendicular al eje de rotación que pasa por ese vértice.

Cada vértice del poliedro circunscrito se corresponde con una cara del poliedro inicial, perpendicular al eje de rotación que pasa por ese vértice.

Por cada arista del poliedro inscrito aparece una arista en el sólido circunscrito. Estas se cruzan perpendicularmente y el eje de rotación que pasa por los puntos medios de las aristas del poliedro inscrito lo es también del circunscrito, y a su vez pasa por los puntos medios de las aristas de éste.

El número de lados de las caras de un sólido coincide con el orden de los vértices del otro sólido.

Los poliedros que están interrelacionados de esta manera se les llama duales o recíprocos. De esta idea de poliedros duales se deduce que en estos poliedros se intercambiará el número de caras y de vértices y el número de aristas coincidirá. Además los vértices se corresponderán con los centros de las caras y su orden será igual al número de lados del polígono de las caras.

Los poliedros regulares convexos se pueden agrupar como sigue: el cubo y el octaedro son duales; el dodecaedro y el icosaedro son duales y el tetraedro es dual de sí mismo. Como se muestra en la figura, los dos tetraedros también se pueden colocar de manera que se mantengan sus simetrías; que cada vértice se corresponda con una cara perpendicular al eje de rotación que pasa por ese vértice; que las aristas se crucen perpendicularmente. En el tetraedro el número de caras y vértices se intercambian y el orden de sus vértices coincide con el número de lados del polígono de sus caras.*

4.3.2 FIGURAS PLANAS

En griego, figura se dice “schema”, que significa “esquema”, en alemán figura e imagen se dice lo mismo: “bild”, que significa construir y en latín, figura viene de “figo”, que significa delimitación.

Una figura es una construcción activa formada o armada con puntos, líneas y superficies, limitadas o ilimitadas.

Nuestro idioma no nos indica si la figura que se construye o fija en el plano es la región o su borde, y en el espacio no está claro si una figura tridimensional es sólo la envoltura, o es todo el espacio envuelto por ella: no se sabe si una esfera es una bola o solo su superficie.

Figuras semejantes

Dos figuras son semejantes si las puntas de una se pueden aparear unívocamente con los puntos de la otra, de manera que las distancias correspondientes sean proporcionales

Figuras equivalentes

Aquellas que teniendo la misma área no pueden superponerse.

Las figuras deben ser estudiadas de forma dinámica presentando cada categoría de figuras en todas sus formas posibles, en diferentes

* Op. Cit. Guillén. págs 97 y 98.

posiciones, tamaños, etc, para evitar fijaciones mentales incorrectas. Con ello se ayuda a la consideración lógica y no meramente perceptiva, de las figuras.

Polígonos: Figuras planas que tienen todos sus bordes rectos

No polígonos: Figuras planas que tienen algún borde curvo

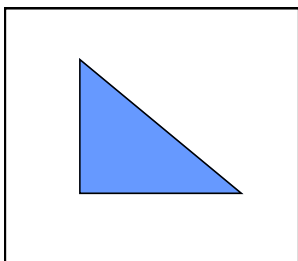
Elementos de un polígono

En todo polígono se pueden identificar los siguientes elementos:

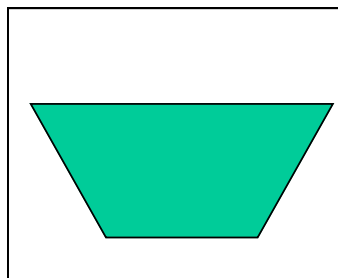
- Lados: segmentos de recta que separan el interior del exterior del polígono
- Vértice: punto de intersección de dos lados
- Diagonales: segmentos de recta cuyos extremos son dos vértices no consecutivos
- Ángulos interiores: son ángulos cuyo vértice son los vértices del polígono; y sus lados, los lados del polígono
- Ángulos exteriores: son formados por uno cualquiera de los lados del polígono y la prolongación del lado adyacente

Clasificación de polígonos

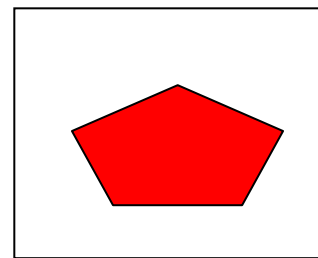
Según el número de lados



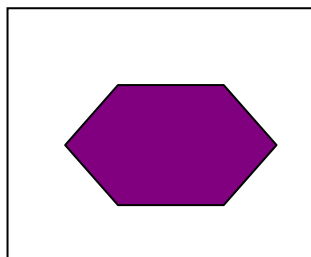
Triángulos:
Polígonos de tres
lados



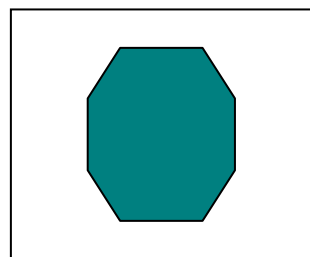
Cuadriláteros:
Polígonos de
cuatro lados



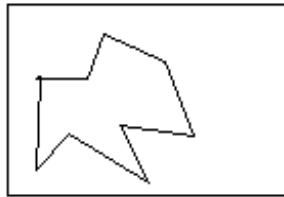
Pentágonos:
Polígonos de
cinco lados



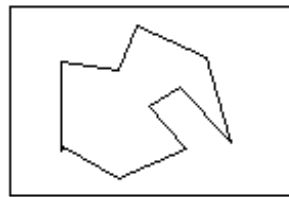
Hexágono:
Polígono de seis
lados



Octágonos:
Polígonos de
ocho lados

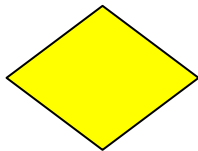


Nonágonos:
Polígono de
nueve lados



Decágonos:
polígonos de diez
lados

Según la medida de sus lados y sus ángulos



Equiláteros: cuando
tienen todos los
lados congruentes

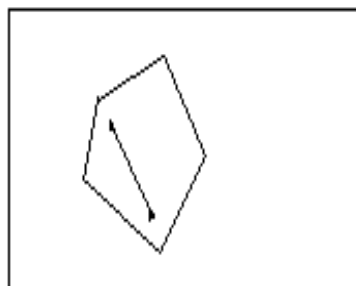


Equiángulos:
cuando tienen
todos los
ángulos
congruentes



Regulares: cuando
tienen los lados y
ángulos
congruentes

Polígono convexo: Un polígono es convexo si para cualquier par de puntos de él, el segmento que se traza con dichos puntos como extremos, queda completamente contenido en el interior del polígono



Construcción de polígonos regulares

- **Construcción de un pentágono regular**

Se traza una circunferencia de centro 0

En la circunferencia se dibuja un radio cualquiera

Se divide 360° entre el número de lados del polígono. En este caso 5

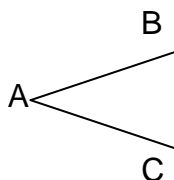
Se marca con el transportador un ángulo de 72°
Se toma una abertura igual a la determinada por el ángulo 72° y se trazan arcos a lo largo de la circunferencia
Se unen los puntos de intersección de los arcos con la circunferencia

4.3.3 ÁNGULOS

El surgimiento de la noción de ángulos está íntimamente relacionado con giros o rotaciones. Una primera aproximación en la escuela a la noción de ángulos puede partir de los giros del propio cuerpo de los niños, adoptando la vuelta como unidad fundamental para la medida de ángulos. La magnitud de la rotación está dada por el valor del ángulo que gira el polígono.

También podemos considerar el ángulo como la figura formada por dos semirrectas que tienen un origen común. El origen se llama vértice del ángulo y las semirrectas son los lados.

Un ángulo se puede nombrar con tres letras, dos de las cuales son puntos de los lados y la otra el vértice; la letra correspondiente al vértice se escribe en el centro BAC



También se puede nombrar un ángulo por una letra minúscula, un número o una letra griega escrita en su interior

Medida de los ángulos

Así como cada magnitud tiene un instrumento de medida, (la longitud se mide con la regla, el tiempo con el cronómetro, la masa con la balanza) la amplitud de los ángulos se mide con el transportador.

El transportador es un instrumento, en el cual se han marcado los ángulos desde 0° hasta 180° en algunos casos, el transportador es un círculo completo en el cual se han marcado los ángulos hasta 360° . En los transportadores aparecen dos escalas que nos permiten medir los ángulos en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario.

Manejo del transportador

Para medir los ángulos con el transportador se coloca el vértice del ángulo en el punto "0" que representa el centro de la circunferencia y se hace coincidir uno de los lados del ángulo con la semirrecta de origen "0" que se pasa por el cero de la escala.

La lectura se hace teniendo en cuenta el punto donde el otro lado del ángulo corta al transportador. Se debe tener cuidado en mirar la escala con la cual el primer lado del ángulo determinó el "cero".

Construcción de ángulos

Para trazar un ángulo de una medida determinada, se traza con la regla una semirrecta de origen "cero". Se coloca el transportador de tal forma que el lado del ángulo coincida con la semirrecta que tiene por origen el centro del círculo (transportador) y pase por el cero de la escala. Se mira en la escala apropiada y se marca un punto en la amplitud previamente establecida. Por último, el otro lado del ángulo se traza desde el origen (vértice) hasta el punto marcado.

Congruencia angular

Dos ángulos son congruentes cuando tienen la misma amplitud; es decir, sus medidas son iguales.

Bisectriz de un ángulo

Se llama bisectriz de un ángulo a la semirrecta que tiene por origen el vértice del ángulo y lo divide en dos ángulos congruentes.

Clasificación de los ángulos

Según su amplitud

AGUDO



mide menos
De 90^0

RECTO



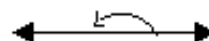
mide 90^0

OBTUSO



mide mas de 90°

LLANO



mide 180°

GIRO



mide 360°

Ángulos relacionados según su amplitud

- * Complementarios: Dos ángulos son complementarios si la suma de sus amplitudes es 90°
- * Suplementarios: Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus amplitudes es 180°

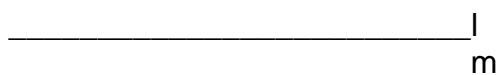
Ángulos relacionados según la posición de sus lados

- * Adyacentes: Dos ángulos son adyacentes si tienen un lado y el vértice común, pero ningún punto interior común.
- * Opuesto por vértice: Son ángulos opuestos por vértice los que tienen el mismo vértice y sus lados son semirrectas opuestas.

4.3.4 PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO.

Dos líneas son paralelas si siempre conservan la misma distancia entre ellas, es decir, no tienen ningún punto en común.

El paralelismo se representa con el símbolo //

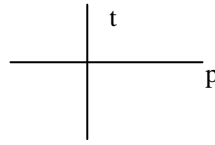


se escribe $l // m$ y se lee “l es paralela a m”

“m es paralela a l” o “l y m son paralela una a la otra”.

Dos líneas son perpendiculares si al cortarse forman ángulos rectos .

La perpendicularidad se representa con el símbolo \perp



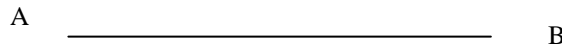
$t \perp p$ se lee t es perpendicular a p o viceversa.

En perpendicularidad y paralelismo siempre se habla de un par de líneas.

Trazo de rectas perpendiculares

Con compás: Las rectas perpendiculares se dibujan con compás de acuerdo con el siguiente procedimiento:

Se traza una recta cualquiera y en ella se localizan dos puntos A y B.



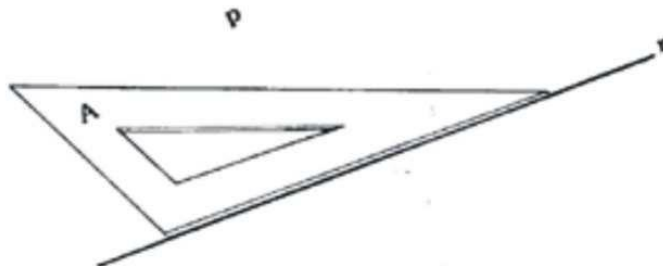
Se toma el compás con una abertura mayor que la mitad del segmento A B , se hace centro en A y se trazan dos arcos a ambos lados de la recta . Con la misma abertura del compas se hace centro en B y se dibujan dos arcos que corten a los ya trazados.

La recta perpendicular se traza por los dos puntos de interseccion de los arcos.

Con la escuadra

Las escuadras se utilizan para trazar rectas perpendiculares y paralelas. Dos de los lados de las escuadras llamados catetos son mutuamente perpendiculares y es ahí donde radica su aplicación.

Para trazar rectas perpendiculares con escuadra se traza primero una de las rectas, luego se hace coincidir uno de los catetos con esta recta y por el otro cateto se traza la recta perpendicular.



Trazo de rectas paralelas

Con compás: Para trazar una recta paralela a r que pase por el punto p , se procede así:

Se toma un punto A de la recta.

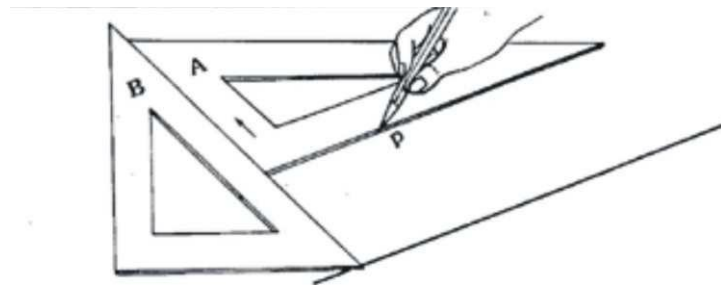
Se hace centro en A y se traza un arco que pase por p y corte la recta en B .

Se hace centro en p y con la misma abertura se traza el arco que corte la recta r en A .

Con una abertura igual a $P B$ se hace centro en A y se traza el arco que corta al arco anterior en el punto Q . se traza por los puntos P y Q la recta paralela a r .

Con escuadra

Para trazar una recta paralela a r que pase por P , se procede de la siguiente forma :



Se toma una escuadra (A) de tal forma que un cateto coincida con la recta.

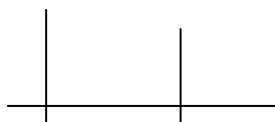
Se toma una segunda escuadra B que sirva como guía para deslizar la escuadra A.

Se desliza la escuadra A por la guía hasta que coincida su cateto por el punto P y se traza la recta paralela a r .

Otra forma de trazar paralelas con regla y compás es: Trazar una línea con centro en cualquier punto, traza una semicircunferencia y a partir de la línea se corta la semicircunferencia en dos puntos con el mismo radio y se traza la paralela por esos dos puntos.

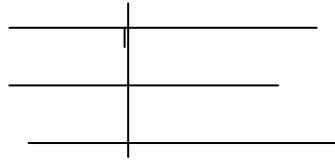
Relaciones entre perpendicularidad y paralelismo

Dos rectas perpendiculares a una tercera son paralelas entre sí



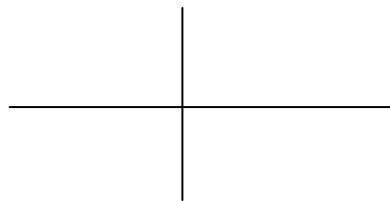
La igualdad de la distancia entre dos paralelas se verifica con el trazo de perpendiculares entre ellas.

Dadas varias rectas // si se traza una perpendicular a una de ellas dicha recta es perpendicular a las demás



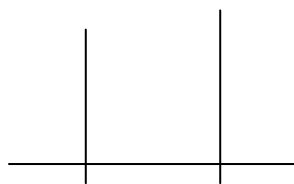
Mediatriz de un segmento

Para trazar la mediatriz de un segmento se toma una abertura de más de la mitad del segmento, se hace centro en cada uno de los extremos del segmento, se traza un arco arriba y debajo, de manera que se corten los dos arcos, luego se traza una recta uniendo los puntos donde se cortaron los arcos, esta recta es la mediatriz.



Trazo de paralelas a partir de perpendiculares

Dada una recta cualquiera le trazamos rectas perpendiculares y obtenemos rectas paralelas.



4.3.5 CUADRILÁTEROS.

Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados. Los cuatro lados determinan cuatro ángulos.



En el cuadrilátero ABCD se determina:

Ángulo ABC, ángulo BCD, ángulo CDA y ángulo DAB.

Los puntos A, B, C y D se llaman vértices del cuadrilátero, que son también los vértices de los cuatro ángulos. Los segmentos AB, BC, CD, DA se llaman lados del cuadrilátero.

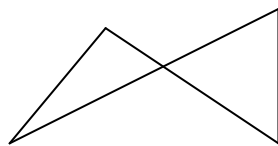
Clasificación de los cuadriláteros

Una primera clasificación es en convexos y no convexos. Los convexos a su vez se clasifican por la igualdad y paralelismo de sus lados, según se crucen o no sus lados: Cuadriláteros simples y no simples.

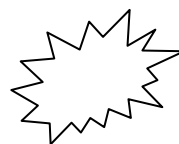
Se dice que un cuadrilátero es simple cuando sus lados sólo se cortan en los vértices.



Se dice que un cuadrilátero es no simple cuando algún par de lados se cortan en un punto que no es un vértice.



Se puede generalizar a cualquier polígono el criterio de simple y no simple, dando lugar a polígonos estrellados como los siguientes:



Según el paralelismo y/o la igualdad entre sus lados los cuadriláteros pueden ser:

Trapecios: los que tienen un par de lados paralelos.



Paralelogramos: los que tienen dos pares de lados paralelos.



Rectángulos: los que tienen dos pares de lados paralelos y los cuatro ángulos rectos.



Rombos: los que tienen dos pares de lados paralelos y cuatro lados iguales.

Cuadrados: tienen dos pares de lados paralelos, cuatro ángulos rectos y cuatro lados iguales.

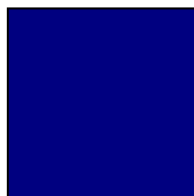
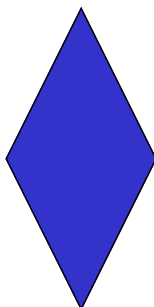
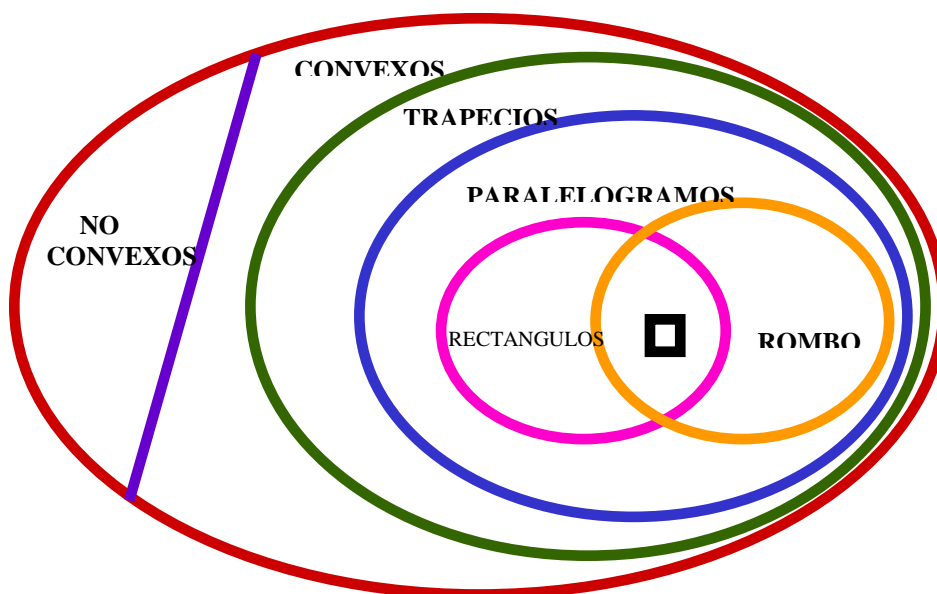


Diagrama de los cuadrilateros



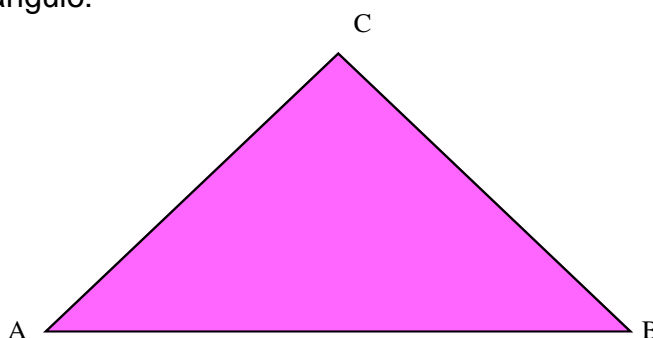
Del anterior diagrama se pueden deducir algunas relaciones como:

- * todo paralelogramo es trapecio.
- * Todo cuadrado es rombo.
- * Todo rombo es paralelogramo.

4.3.6 TRIANGULOS.

Los triángulo son polígonos de tres lados.

Partes del triángulo:



Los puntos A,B,y C. Se llaman vértices del triángulo y los segmentos AB,BC y CA, se llaman lados del triángulo. Se consideran tres ángulos en el triángulo, a saber: A,B,C. El triángulo ABC, se puede representar así

ABC, o simplemente con las tres letras precedidas de la palabra triángulo.

Limitaciones de los lados de un triángulo.

Dados tres segmentos, no siempre se puede formar un triángulo con ellos. Para poder formar triángulo debe cumplirse que cada segmento sea menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

Rigidez del triángulo.

Si construimos un triángulo usando tres tiras de cartulina de longitud adecuada, las unimos por los extremos con broches, el triángulo construido no se puede deformar, queda rígido. Esta propiedad de rigidez del triángulo tiene grandes aplicaciones en la construcción.

Clasificación de triángulos.

Los triángulos se clasifican atendiendo a sus ángulos y a sus lados. Encontramos entonces siete clases de triángulos:

- * Triángulo Equilátero-Acutángulo: Tiene sus tres lados iguales y sus tres ángulos agudos.
- * Triángulo Isósceles-Acutángulo : Tiene dos de sus lados iguales y sus tres ángulos, agudos.
- * Triángulo Isósceles- Rectángulo: Tiene dos de sus lados iguales y un ángulo recto.
- * Triángulo Isósceles- Obtusángulo: Tiene dos de sus lados iguales y un ángulo obtuso.
- * Triángulo Escaleno- Acutángulo: Tiene sus tres lados desiguales y sus tres ángulos agudos.
- * Triángulo Escaleno- Rectángulo: Tiene sus tres lados desiguales y un ángulo recto
- * Triángulo Escaleno -Obtusángulo: Tiene sus tres lados desiguales y un ángulo obtuso.

Representamos esta clasificación en una tabla de doble entrada (ver aplicación del taller).

Líneas y puntos notables de un triángulo.

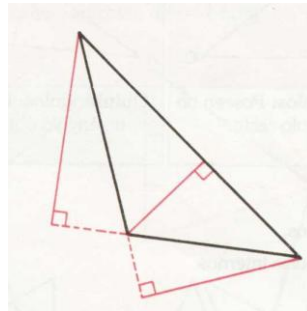
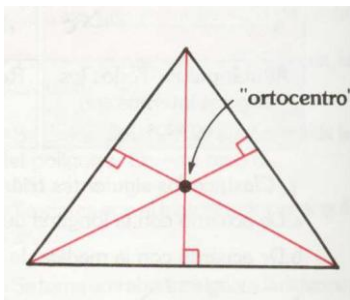
Altura. La altura de un triángulo es el segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto. Las alturas de un triángulo se trazan haciendo coincidir uno de los catetos de la escuadra con el vértice y el otro cateto con el lado respecto al cual se traza la altura.

Cuando el triángulo es acutángulo, todas las alturas quedan en el interior del triángulo.

Si el triángulo es rectángulo, dos de las alturas coinciden con los lados del triángulo.

Si el triángulo es obtusángulo, dos de las alturas son exteriores al triángulo y se trazan desde el vértice hasta la prolongación del lado opuesto.

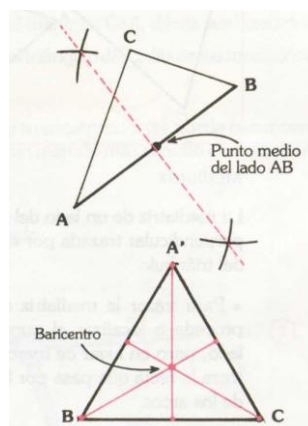
El punto donde se cortan las alturas se llama “**ortocentro**”.



Mediana: La mediana es el segmento trazado desde un vértice al punto medio del lado opuesto.

El punto medio de un lado del triángulo, se localiza utilizando el compás. Con una abertura mayor que la mitad, se hace centro en uno de los vértices (extremo del lado) y se trazan dos arcos a uno y otro lado. Se repite la operación haciendo centro en el otro vértice y trazando los arcos. El punto medio, es el punto de intersección del lado y el segmento que se trazaría con extremos en los puntos de corte de los arcos.

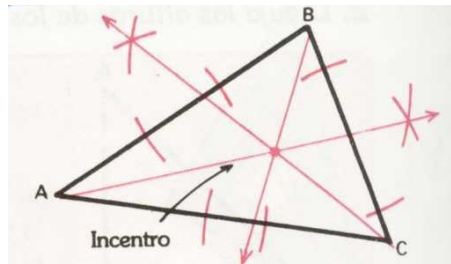
El punto donde se cortan las medianas se llama “**baricentro**”.



Bisectriz

La bisectriz de un ángulo es la semirecta que divide al ángulo en dos ángulos congruentes.

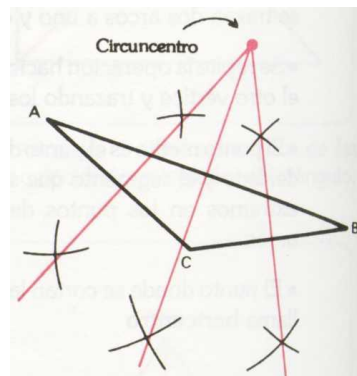
El punto donde se cortan las bisectrices se llama “**incentro**”.



Mediatriz: La mediatriz de un lado del triángulo, es la perpendicular trazada por el punto medio del triángulo.

Para trazar la mediatriz de un lado, se procede a localizar el punto medio del lado, pero en lugar de marcar el punto se traza la recta que pasa por la intersección de los arcos.

El punto donde se intersectan las mediatrices se llama “**circuncentro**”.



4.3.7 PERÍMETRO Y ÁREA

Perímetro

Longitud. Génesis de la idea de magnitud y medida en el niño.

El acto de medir requiere una gran experiencia en la práctica de estimaciones clasificaciones y seriaciones, ya que este acto es algo difícil

para el niño en las primeras edades, de ahí la necesidad de que éste tome contacto con situaciones que los lleve a descubrir las magnitudes físicas percibidas como atributos o propiedades de las colecciones de objetos.

Para el manejo y conocimiento de una magnitud dada, el niño debe pasar por diferentes estadios:

- Percepción de una magnitud como propiedad de una colección de objetos.
- Conservación de una magnitud, este estadio se considera superado en el momento en que el niño tenga la idea de que aunque el objeto cambie de posición, forma, tamaño o alguna otra propiedad, hay algo que permanece constante y ese algo es la magnitud.
- Ordenación respecto a una magnitud dada: se supera cuando es capaz de ordenar objetos teniendo en cuenta únicamente la magnitud considerada.

Cuando el niño sabe establecer una relación entre la magnitud y el número, es decir el momento en que es capaz de medir magnitudes, se consideran aspectos como la conservación de la distancia y la conservación de la longitud.

Dicha conservación se consigue cuando se ha logrado la construcción de grupos de particiones y de grupos de emplazamientos y desplazamientos. Al principio se dan dos reacciones ante la medida: en unos se aprecia el desplazamiento de un patrón de medida sin realizar la partición adecuada; en otros, lo contrario, se parte aquello que se quiere medir sin desplazar el patrón de medida.

El niño logra progresivamente dividir la longitud a medir en segmentos sucesivos y desplazar el patrón según su orden, apoyándose en marcas mas o menos precisas, lo que más tarde le lleva a la utilización de una medida común.

Dado que la técnica de medir es una tarea difícil en el niño, para una progresión en el tratamiento de la medida se sugiere lo siguiente:

- * Ir de lo concreto a lo abstracto, de lo fácil a lo difícil, según las fases: manipulativa, verbal, gráfica y simbólica.
- * Cuidar los procesos de reversibilidad.
- * Seguir una enseñanza no lineal.
- * Permitir que el alumno descubra y aprenda de sus errores.
- * Fomentar las discusiones en grupo y la confrontación de ideas.
- * Utilizar la vida como fuente de situaciones problemáticas.
- * Usar y fomentar el sentido común.
- * Facilitar diferentes situaciones de estimaciones, aproximaciones, comparaciones, clasificaciones, seriaciones con distintos materiales.

Piaget y otros realizaron trabajos de gran importancia como contribución a la comprensión del desarrollo en el niño de conceptos relacionados con la medida, identifica dos operaciones fundamentales de las que depende el proceso de la medida: conservación y transitividad.

Medir es en realidad, realizar una comparación indirecta en la que se escoge de antemano el objeto que se usará como intermediario en la comparación para que sirva como referencia única en cualquier objeto que se tome. Es necesario adoptar un sistema de medida que permita la comunicación universalmente. Nuestro sistema legal y el de todo el mundo, a excepción de los países anglosajones, es el sistema métrico decimal, con el metro como unidad patrón utilizado para medir longitudes, perímetros de los polígonos y diferentes figuras, entendiendo como perímetro de un polígono la suma de las medidas de sus lados.

Para entender el concepto de perímetro basta con marcar un punto al azar en el borde de una figura y a partir de uno u otro sentido recorrer todo el borde con el dedo y con la imaginación y volver al punto de partida. Así se comprueba que la distancia recorrida alrededor de la figura es siempre la misma en cualquier sentido que se recorra y de cualquier punto que se parta.

Área .

Existen diferentes situaciones en las que se presenta el área como: una lámina o rollo de papel o cartulina, una plancha de metal, una pieza de tela, un campo de fútbol, o una piscina entre muchas otras.

Freudenthal considera aproximaciones importantes frente al área como:

- * Repartir equitativamente, situaciones en las que dado un objeto hay que repartirlo, esto se puede lograr mediante tres modos:
 - * Aprovechando regularidades.
 - * Por estimación.
 - * Por medida que es el más usado y consiste en medir la cantidad a repartir, dividir el resultado de esa medida entre el número de partes que se desea y medir cada una de las partes.
- * Comparar y Reproducir, se incluyen situaciones en las que hay que comparar dos superficies y también otras en las que hay que obtener una reproducción de una superficie con una forma diferente a la que tiene, por ejemplo, dibujar un cuadrado que tenga la misma área que un triángulo dado.
- * Midiendo: situaciones en las que la superficie aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar. Este proceso se puede realizar de diferentes formas:

- * por exhaustión con unidades, es decir, rellenando el interior de la superficie a medir con unidades (de superficie) colocadas unas junto a otras y no superpuestas y en aquellas partes de la superficie donde no quepan se recurre a rellenar con unidades mas pequeñas. Este proceso se continua hasta que se recubra totalmente la superficie a medir o se considere que la porción no recubierta es despreciable para la actividad que estamos realizando. Esta técnica se utiliza para medir cualquier superficie irregular.
- * Por acotación, entre un valor superior e inferior podemos obtener una medida aproximada de cualquier superficie. Hay otros procedimientos que se basan en este proceso, como el de superponer una rejilla (cuadrada de un cm de lado por ejemplo) a la superficie a medir y contar el número de cuadrados que son totalmente interiores a la superficie y por otra parte, el número de cuadrados que intersecan a la superficie; tenemos así una medida aproximada por defecto (el número de cuadrados interiores) y otra por exceso (el número de cuadrados que intersecan). Si se toma una rejilla más fina y se reitera el proceso la aproximación es mejor.
- * Por transformaciones de romper y rehacer, por ejemplo, para calcular el área de un triángulo equilátero se puede descomponer por una de sus alturas en dos triángulos rectángulos y unir estos por la hipotenusa obteniendo un rectángulo, este es el proceso por el que se suelen deducir las fórmulas de las áreas de figuras geométricas.
- * Por medio de relaciones geométricas generales, procedimiento usual para medir una superficie, midiendo sus dimensiones lineales y por medio de fórmulas llegar a su medida, ejemplo, para calcular la superficie de una habitación rectangular medimos su ancho y su largo y aplicamos la conocida fórmula del área del rectángulo.

Indicaciones para la enseñanza del área.

El proceso de medida de una magnitud comienza con la percepción de la cualidad que se va a medir. Después se comparan los objetos respecto de esa cualidad mediante los términos relacionales “mas que” “menos que” y “tanto como” (noción de igualdad). A continuación se elige una cantidad fija cualquiera, una unidad de medida, y se reitera sobre cualquier objeto a medir, asignándole el número de veces que se ha reiterado, esta parte es la que tiene mayor importancia práctica y para su realización nos valemos de diferente instrumentos, finalizando el proceso con la estimación.

Algunas actividades propuestas para iniciar al niño en el descubrimiento de la cualidad área.

Actividades con materiales no estructurados:

- * Dibujar huellas corporales (mano, pie), colorearlas y recortarlas.

- * Pintar con el dedo objetos como un camión de juguete, una caja de zapatos abierta.
- * Cubrir con cuartillas el tablón de anuncios de clase.
- * Intentar cubrir con figuras planas una naranja, un balón de fútbol.

La percepción del área puede desarrollarse a partir de la idea de cubrir objetos. Algunos materiales estructurados que permiten desarrollar esta noción de recubrimientos son: el tangram, los poliminós, los polihexes, los polidiamantes y los poliábolos.

Actividades de subdivisión:

Para ir introduciendo la idea de subdivisión de una región en partes, proceso que desembocará en la idea de unidad de medida e interacción de la misma, podemos: colorear figuras, algunas de ellas sobre papel marcado, aprovechando regularidades de las mismas (mitades, tercios etc.), construir formas sobre cuadrículas o mallas triangulares, elaborar puzzles de formas triangulares.

Para la constitución de una magnitud es preciso que se confronte con otras. En el caso del área, la posibilidad de confusión con el perímetro de las figuras es un hecho ampliamente constatado porque el niño puede, erróneamente, juzgar el área de una figura por sus dimensiones lineales.

Actividades para distinguir el area del perimetro:

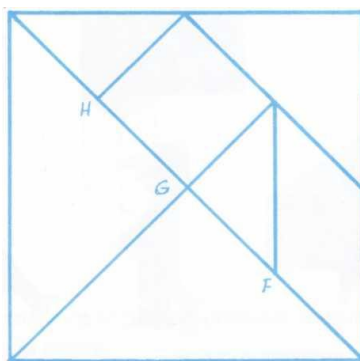
- * Facilitar ejemplos de figuras que a pesar de sus dimensiones lineales engañosas tengan la misma área.
- * Retintar el borde de las figuras y colorearlas.
- * Recortar figuras.
- * Comparación: al hablar de comparar áreas tenemos que mencionar las posibles transformaciones que ejercidas sobre un objeto, dejan su área invariante. Transformaciones de romper y rehacer son, por ejemplo, todas las transformaciones que ejercemos cuando reorganizamos las piezas del tangram, para, a partir de una determinada figura , formar otra.
- * Comparación de figuras planas: comparar las huellas de las manos y los pies de los niños mediante superposición.
- * Ordenar distintos círculos, recortarlos en cartulinas, por superposición.
- * Igualmente realizarlo con triángulos equiláteros, con cuadrados y con rectángulos cuyas dimensiones lo permitan.
- * Comparar figuras construidas por yuxtaposición de cuadrados (triángulos etc.) por simple recuento del número de cuadrados que las configuran. Rodear las formas que tengan la misma área.

Para iniciar el niño en la medida de áreas se le facilitan distintas unidades no estándar: piezas pequeñas de papel o madera (cada una debe pertenecer a un conjunto de piezas congruentes) en varias formas (triángulos, rectángulos, cuadrados, hexágonos etc.) pequeños baldosines

de cerámica o madera, carpetas cuadradas etc. Realizar con ellas medidas de figuras de la clase, por ejemplo la mesa, la silla, la tapa del libro etc. Las actividades de pavimentado son muy aconsejables y facilitarán posteriormente las actividades de aritmetización. Las más simples consisten en recubrir con un cuadrado o rectángulo, otro proporcional, siendo la razón sencilla. Por ejemplo: ¿cuántos cuadrados pequeños caben en el grande? ¿cómo los situarías?, ¿cuántos rectángulos pequeños caben en el grande? Dibújalos

4.3.8 ACOPLAMIENTOS

El Rompecabezas o acoplamiento: Es un juego de paciencia que consiste en componer determinada figura con cierto número de pedacitos de madera, pasta o cartón, en cada uno de los cuales hay una parte de la figura. Estos juegos, además de seducir a los niños y adultos les instruyen, familiarizándolos con las cartas geográficas, con las costumbres de los animales, con las plantas, herramientas de trabajo, historia, entre otros. Para que el rompecabezas surta efectos y posea el interés, es preciso que los trozos estén bien mezclados, pues cuanto más difícil es volverlos a juntar para reproducir la figura, más tendrá que fijar su atención la inteligencia de quien participa del juego y más grabada le quedará la imagen reproducida. Un ejemplo muy claro de rompecabezas es el **tangram chino**, el cual se obtiene a partir de un cuadrado que se descompone en siete piezas: un cuadrado, un paralelogramo y cinco triángulos isósceles rectángulos de tres tamaños diferentes.

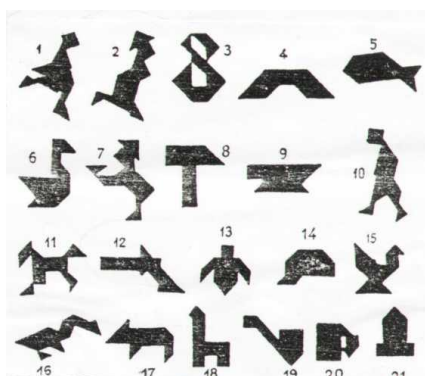


Este juego cuenta al menos con cuatro siglos a.C de existencia y, según la tradición su invento se debe a un “chino” de apellido Tan. Probablemente en su origen fue empleado como medio educativo y más tarde derivó a la categoría de mero pasatiempo. El profesor Müller, dice de este juego: *“La ciencia de los tangramas es la demostración del más alto grado de las civilizaciones existentes en la actualidad china”*. En el comercio de juegos y pasatiempos se halla éste entre la serie de los más conocidos rompecabezas, generalmente acompaña a las piezas de

madera o cartón, que forman en su conjunto el cuadrado referido. Con las siete piezas del tangram se pueden construir los diferentes cuadriláteros y otros polígonos, además una gran variedad de figuras o modelos con los que se llega a ilustrar verdaderas historietas. El mayor interés del juego consiste en crear nuevos dibujos originales combinando de diferente manera los siete trozos recortados., lo que se presta a infinito número de combinaciones. Como ejemplo de ello se presenta a continuación una de las historietas que abundan, aplicadas a este pasatiempo.

LA HISTORIA DE GRETNA GREEN, publicada en el Strand Magazine. (Londres 1909).

“Una vez, hace ya mucho tiempo, Eduardo (1) y su único amor, Angelina (2), decidieron fugarse y contraer matrimonio. Citáronse a las 8 (3) en el puente (4) bajo el cual el pez (5) brillaba bajo el sol naciente y el cisne(6) se deslizaba tranquilamente sobre el agua, y los dos enamorados huyeron, como hacia la vida, en dirección a Gretna Green. Llegados felizmente, el viejo herrero, (7) abandonó el martillo (8) sobre el yunque (9) y seguidamente casó a la feliz pareja según el rito antiguo. Cuando el padre (10) dióse cuenta de la fuga de su hija, montó en cólera. Aprestó su caballo (11) y su revólver (12), vistió un grueso ropaje (13), cubrióse la cabeza con una gorra (14) y partió en persecución de los fugitivos, asustando en su loca carrera gallinas (15), ocas (16) y puercos (17). Pero llegó tarde, y como era un hombre sensible perdonó a los amantes, y sentándose en una silla (18), en la posada, pidió una pipa (19) y un buen vaso de cerveza (20). Cuando el viejo murió, de edad avanzada, Eduardo y Angelina consagraronle una lápida (21)”. -Advierte el autor que todas las figuras que ilustran esta narración han sido formadas con los siete tangrams-, excepto una, y plantea a sus lectores el problema de resolver cual de ellas sea, reconstruyéndolas todas, una a una.



(Tomado de la Enciclopedia Universal Ilustrada tomo 59)
 Otros ejemplos de rompecabezas o acoplamientos geométricos son:

-Los poliomínos: Es un juego que consiste en unir por los lados un grupo de cuadrados iguales, de tal forma que cada dos de ellos tienen al menos un lado común. Los poliomínos se clasifican en:

uniminós: un cuadrado.

Dominós: dos cuadrados.

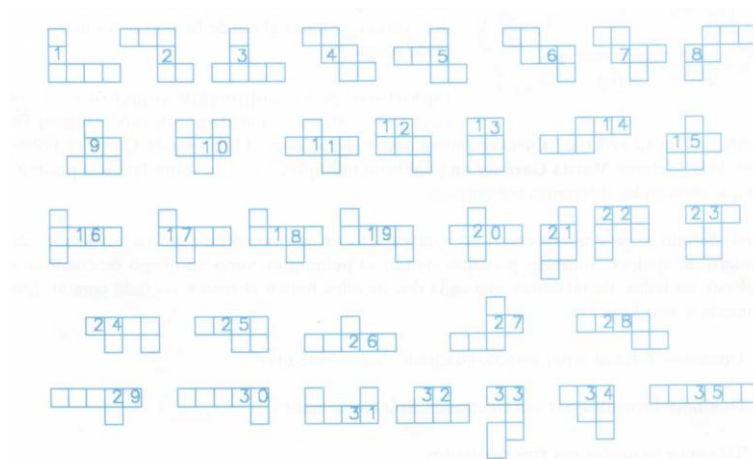
Triminós: tres cuadrados.

Tetraminós: cuatro cuadrados.

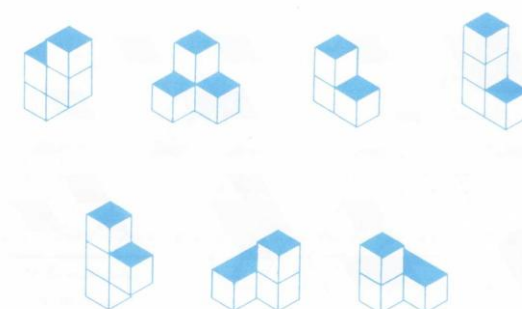
Pentaminós: cinco cuadrados.

Hexaminós: seis cuadrados.

Los de orden superior, al ser muy numerosos prácticamente no se realizan. A continuación se presentan los 35 hexaminós que existen.



Policubos: son cuerpos geométricos formados por cubos iguales encajados o pegados por una de sus caras, los cuales pueden ser de madera, plástico o espuma. Unos cubos muy conocidos son los descubiertos por el matemático Danés Piet Hein con los que construyó el cubo Soma, que es un cubo formado por 27 policubos a partir de las siguientes piezas.



Actividades con cerillas: las cerillas o fósforos son objetos muy familiares en nuestra vida cotidiana. Su origen es muy remoto y tan antiguo como ellas son los juegos a que dan lugar.

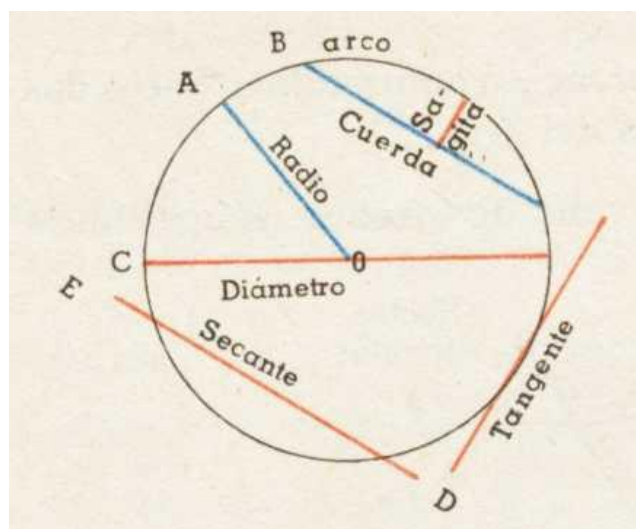
- * Juego de posición: consisten en obtener figuras distintas de las figuras iniciales moviendo un número determinado de cerillas.
- * Juegos de construcción: consisten en construir figuras planas y/o espaciales adivinando el número de cerillas necesarias.
- * Juegos para uno o dos jugadores: en los cuales lo fundamental es descubrir la estrategia ganadora.
- * En lugar de utilizar cerillas, también pueden utilizarse objetos análogos como son palillos, pajitas, etc. Lo fundamental es que todos los objetos que se utilizan tengan la misma longitud.

4.3.9 CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA.

La circunferencia es una curva cerrada, cuya característica fundamental es que todos sus puntos están a igual distancia del punto llamado centro.

Elementos del círculo y la circunferencia

- * **Centro O:** Es un punto interior del cual equidistan todos los puntos de la circunferencia.
- * **Radio:** Es un segmento de recta que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.
- * **Cuerda:** Es un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia
- * **Diámetro:** Es la cuerda que pasa por el centro de la circunferencia. Un diámetro es igual a dos radios.
- * **Arco:** Es la porción de circunferencia comprendida entre dos puntos.



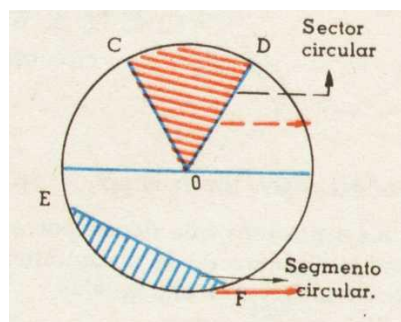
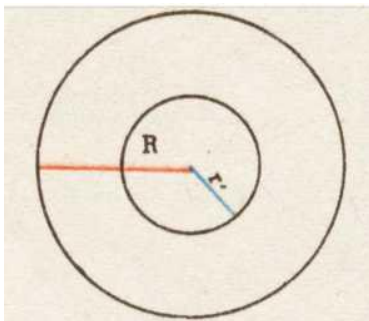
Posiciones de una recta y una circunferencia

Una recta puede ocupar tres posiciones con respecto a una circunferencia:

- * **Recta Secante S:** Es toda recta que corta a la circunferencia en dos puntos .
- * **Recta Tangente T:** Es toda recta que toca a la circunferencia en un solo punto. La tangente es perpendicular al radio que pasa por el punto de intersección.
- * **Recta Exterior Q:** Es toda recta que no tiene en común ningún punto con la circunferencia.

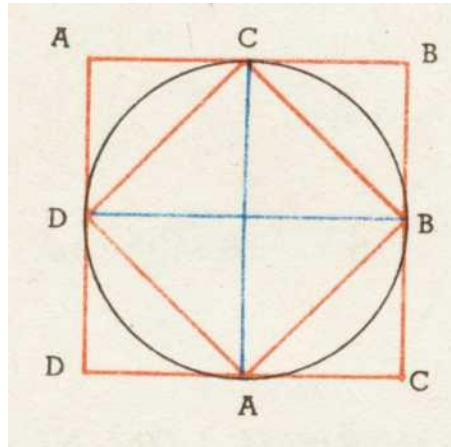
Porciones del círculo.

- * **Sector Circular D:** Es la porción de círculo limitada por un arco y los radios de sus extremos .
- * **Segmento Circular F:** Es la porción de círculo comprendida entre un arco y una cuerda diferente al diámetro.
- * **Corona Circular:** Superficie comprendida entre dos circunferencias que tienen el mismo centro y distinto radio.



Polígonos inscritos y circunscritos

- * Un polígono es inscrito a una circunferencia si sus vértices pertenecen a la circunferencia.
- * Un polígono es circunscrito a una circunferencia si sus lados son tangentes a la circunferencia.



4.3.10 CONJUNTO DE TRANSFORMACIONES Y MOVIMIENTOS EN EL PLANO

“Las transformaciones como traslaciones, giros y las simetrías producen figuras imágenes iguales o congruentes a las figuras originales. El conjunto de ellas y sus productos o composiciones se denominan conjunto de los movimientos en el plano. Además, de las distancias también conservan los ángulos en las translaciones y giros; en las simetrías axiales se invierte el sentido de ellos. Por esto se clasifican en movimientos directos (los que mantienen distancias y ángulos) e inversos (conservan distancias e invierten el sentido de los ángulos), igualmente a éstas se les acostumbra llamar equiformes por conservar la forma. Por lo tanto cada una de las transformaciones se llama transformación de congruencias, es decir, la figura original es congruente con la figura de la imagen”^{*}.

Simetría¹²

La simetría puede significar algo así como bien proporcionado, muy equilibrado, y la palabra simetría además denota ese tipo de concordancia entre dos partes, mediante la cual éstas se integran en un todo. La belleza está vinculada con la simetría ...La idea del equilibrio enlaza de forma natural con el segundo significado que tiene el término simetría en estos tiempos modernos:

Simetría bilateral, la simetría de la izquierda y la derecha, que es algo tan evidente en la estructura de los animales superiores, especialmente en el ser humano, es estrictamente geométrica y, en contraposición con la vaga

^{*} Tomado del documento ACOSTA A. J y BELTRÁN Y. Transformaciones geométricas. Proyecto; MEN-ICETEX-U de A. Para el desarrollo, profesionalización y actualización de docentes al servicio del estado.

¹² Tomado del documento de la universidad nacional de Colombia sede en Medellín, proyecto de matemáticas y física básicas en Antioquia

noción de simetría anteriormente mencionada, un concepto absolutamente preciso.

La simetría es un componente siempre presente en gran cantidad de situaciones de la vida cotidiana, del arte, de las ciencias en general y de las matemáticas en particular.

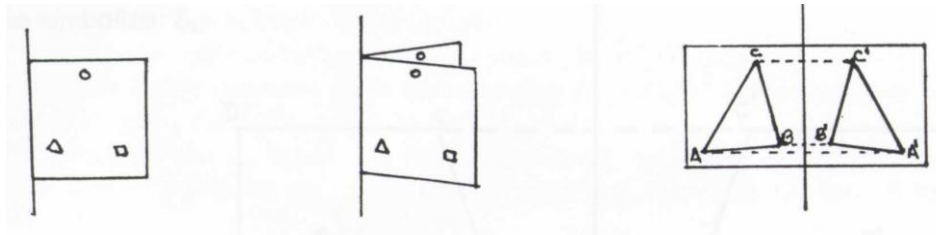
Transformaciones Geométricas **

Los movimientos de traslación y rotación y la simetría se pueden iniciar con actividades utilizando material concreto, haciendo movimientos, giros y plegados entre otros.

Reflexión o simetría axial (respecto a un eje).

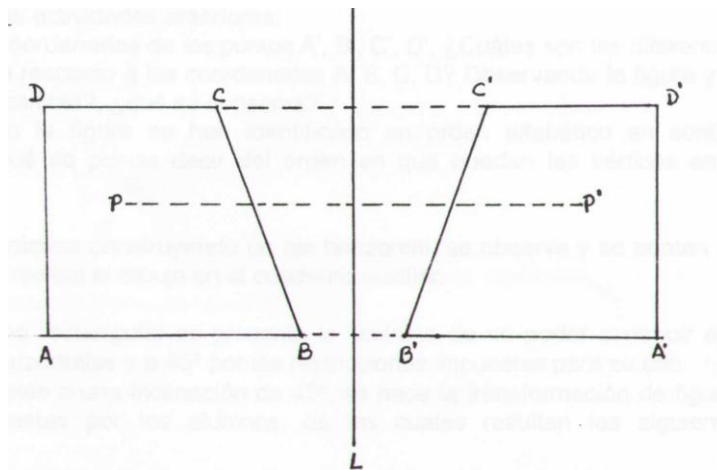
Introducción.

Una actividad introductoria puede ser: doblar una hoja de papel, perforar tres puntos diferentes y abrir la hoja. Dibujar el doblar con un color, unir los puntos de perforación en el lado izquierdo y los puntos del lado derecho con otro color.



Una transformación se llama simetría axial, con la recta L como eje de simetría, en caso de que el eje L de simetría sea mediatriz de cada segmento, formado por un punto del plano y su punto imagen. Se simboliza S_L .

** ** IBID



En otras palabras: el eje L divide cada segmento, formado por un punto P del plano y su punto imagen P', en dos partes iguales y el ángulo entre cada segmento y el eje de simetría es de 90° (es un ángulo recto).

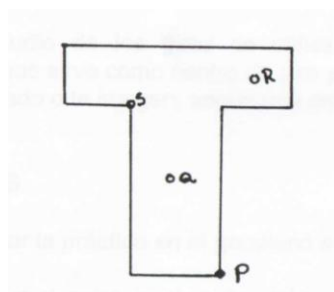
Propiedades:

- * La simetría axial conserva longitudes, medidas de los ángulos, áreas, colinealidad y forma.
- * Una figura que coincide con su figura imagen en la simetría axial, se llama figura axialmente simétrica.
- * El sentido de los vértices de una figura y su figura imagen, por la simetría axial, es contrario, es decir, cambia el sentido de los ángulos.
- * Si una recta o un segmento cruza el eje de simetría, por el mismo punto del eje también cruza su imagen.

Rotación

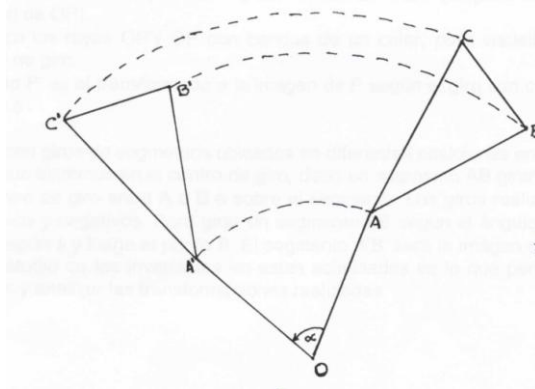
Introducción.

Una de las actividades introductorias puede ser: recortar la letra T como se muestra en el dibujo y realizar rotaciones respecto de los puntos P, Q, R y S, y en cada caso dibujar la nueva posición de la figura.



una rotación es un giro del plano, un ángulo α , llamado amplitud de giro, (en el mismo sentido o en sentido contrario a las manecillas del reloj) y con centro en un punto O, llamado centro de rotación.

La rotación se simboliza: Ro, α .



Propiedades:

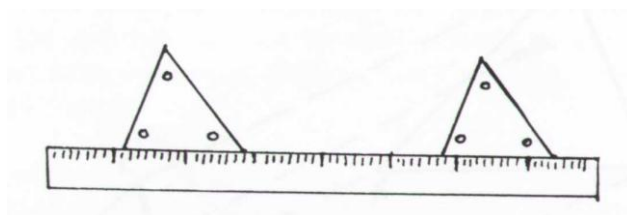
- * Los puntos del plano se mueven en arcos concéntricos de centro O.
- * La rotación conserva longitudes, áreas, forma, colinealidad y medida de los ángulos.
- * El sentido de los vértices de una figura y su figura imagen permanece igual, es decir, se conserva el sentido de los ángulos.
- * $\angle AOA' = \angle BOB' = \angle COC' = \angle POP' = \alpha$

Para el estudio de los giros se utiliza el geoplano polar, el centro de las circunferencias sirve como centro de giro y los radios trazados ayudan a encontrar el transformado o la imagen, según una amplitud determinada.

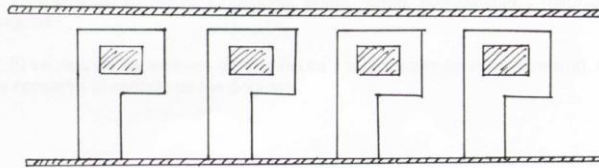
Traslación

Introducción.

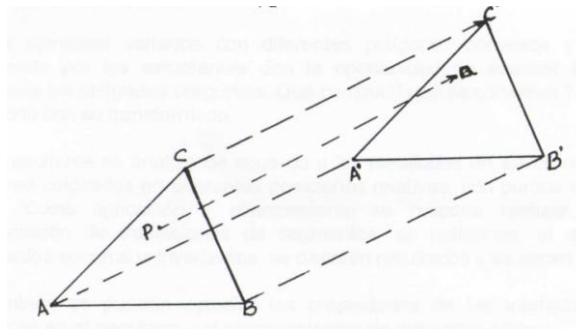
Una actividad introductoria puede ser tomar una regla y un triángulo de cartón con tres perforaciones en puntos diferentes. Deslizar el triángulo sobre la regla una longitud determinada. Mostrar y dibujar el movimiento de cada vértice y las tres perforaciones.



¿cómo se podría dibujar un ornamento del siguiente estilo?



Una traslación es un movimiento del plano en una dirección, donde los segmentos AA' y BB' (A' y B' son los puntos imagen de los puntos A y B del plano) tienen la misma longitud y son paralelos, la traslación se simboliza: $T_{\vec{PQ}}$



La traslación se define con la flecha que une un punto original con su punto imagen: AA' , BB' , CC' , PP' ,...

¿Cómo se puede definir la flecha?

Dibujado al lado de la figura original. Con el recorrido tanto horizontal como vertical para ir de un punto cualquiera de la figura original hasta su punto imagen. Por ejemplo: cuatro unidades a la derecha $\vec{4}$ y tres unidades hacia arriba $\vec{3}$. Por las coordenadas del vector de traslación. $(4,3)$.

Propiedades:

- * Un segmento, una semirrecta, una recta son paralelas a sus imágenes.
- * La traslación conserva longitudes, áreas forma, colinealidad y medida de los ángulos.
- * el sentido de los vértices de una figura y su figura imagen es el mismo, es decir, se conserva el sentido de los ángulos.

5. METODOLOGÍA

Teniendo presente la geometría como área fundamental para el desarrollo del pensamiento espacial, y los conocimientos previos de los niños, obtenidos durante las actividades de indagación, en el diseño del proyecto, se presenta una propuesta metodológica en la cual se da gran importancia a la construcción activa e interiorización del conocimiento por parte del estudiante a través de la interacción directa y permanente con el material concreto: se piensa, se explora, se observa y se experimenta, mediante diversas actividades de intervención pedagógica orientadas por el maestro, que posibilitan no sólo aprendizajes significativos por procesos, sino que a la vez, permiten el desarrollo de habilidades de pensamiento como la reflexión, la crítica y la argumentación. Además con dichas actividades los estudiantes relacionan constantemente las nociones o esquemas construídos con los objetos del entorno y con los movimientos con su cuerpo.

Así mismo, es importante el desarrollo de talleres individuales y grupales con los cuales los niños confrontan la comprensión del conocimiento construído con miras a un nivel de pensamiento más abstracto, y dan información al maestro, sobre el nivel de aprendizaje alcanzado. Así se posibilita, en cualquier momento del proceso, evaluar los logros y/o dificultades de los niños, recurriendo constantemente a la evaluación cualitativa.

5.1 DIAGNÓSTICO.

Al iniciar el proyecto se consideró necesario realizar un diagnóstico que permitiera una indagación sobre los saberes previos de los estudiantes y a partir de éste, planear las estrategias de intervención. Para ello, se realizaron diversas actividades y talleres que posibilitaron información sobre:

- Actitud frente al área.
- Ubicación espacial
- Nociones geométricas (cuerpos y figuras, ángulos, paralelismo, perpendicularidad y medida.).
- Relaciones geométricas con el entorno.
- Trabajo individual y grupal.
- Etapa evolutiva del pensamiento.
- Comprensión lectora.

• TALLER DE INDAGACION.

Tema: Caminata de observación.

Objetivos:

- * Indagar en los estudiantes los conocimientos previos que poseen acerca de algunos conceptos geométricos (cuerpos, figuras, ángulos y áreas.) y su ubicación espacial en relación con el entorno.
- * Evaluar el nivel de comprensión lectora y las estrategias utilizadas en la resolución de problemas.

Materiales:

Ficha guía, señalizaciones (sol y luna), recortados en papel silueta, Cartelera.

Estrategias metodológicas.

Se inicia con preguntas sobre lo que es una caminata de observación y la importancia de leer comprensivamente cada una de las instrucciones. A cada niño se le entrega una ficha guía, que contiene las actividades que deberá resolver durante la caminata. Antes de comenzar, se les dan algunas recomendaciones sobre aspectos fundamentales para realizar el trabajo propuesto:

Buena disciplina, lectura comprensiva, secuencialidad en las instrucciones. Durante la actividad, el maestro acompaña y orienta el trabajo de los estudiantes.

La ficha guía desarrollada en la Escuela Julia Agudelo, fue la siguiente

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

CAMINATA DE OBSERVACIÓN.

NOMBRE: _____ GRADO: ____ FECHA: _____

HOLA AMIGO: Para que puedas llegar a la meta debes seguir muy bien las instrucciones, leer y pensar mucho acerca de lo que se te pide. Cuando te encuentres con un sol quiere decir que vas por buen camino y cuando te encuentres con una nube, significa que debes pensar más y buscar el camino correcto. Ah! Recuerda que no debes correr, sino caminar, porque si lo haces perderás un punto.

ÉXITOS EN TUS RESPUESTAS.

1) Dirígete a aquel lugar donde el vigilante se puede asomar, cuál crees que sea el lugar? _____. **Ahora responde:** cuántos cuadrados encuentras allí? _____.

2) Muy bien, has resuelto el anterior interrogante. Ahora da ~~1~~ ² vuelta

(recuerda lo que estas observando), luego de ello encuentras un hermoso rectángulo con el titulo de infórmate, ve allí y resuelve el acertijo y pon el resultado aquí: _____.

(En la cartelera se encuentra pegada una figura para que le cuenten sus lados).

3) Súper lo estás haciendo muy bien. Ahora ~~da~~ ⁴ 1 de vuelta a la derecha, pasas

el marco con forma de rectángulo y busca aquello que elevas con el viento, qué es? _____.

¿Cuántos triángulos en total observas?
_____.

4) ¡Oh! estás llegando. Ahora ve a aquel lugar donde hay grandes arcos.

¿Listo?. Encuentra allí objetos redondos, ¿cuáles?
_____.

5) Quédate allí mismo y mira hacia el techo, ¿Qué figuras reconoces allí?
_____ ¿Cuántos? _____.

6) Lo máximo!, que bien... Dirígete al lugar donde está la virgen María
¿Cuántas caras observas en la columna que la sostiene?
_____.

7) Ahora mira a tu derecha y veras el lugar donde se lavan las trapeadoras. Mide como tu quieras el área o superficie del rectángulo que se observa allí.

Para resolver esto, te presento la siguiente pista: te puedes ayudar de los cuadritos que hay en todo el rectángulo.

ESCRIBE TU RESPUESTA

_____.

8) Estas en la meta. Felicitaciones. Ahora ve al rincón ecológico. ¿Con qué figura geométrica relacionas la cartelera?

_____ ¿Cuántos ángulos tiene?
_____.

9) Sabes que eres el genio para pensar, **resuelve el problema** pero en el lugar donde te sientas todos los días cuando vienes a estudiar.

Jairo tiene 49 colombinas y las quiere repartir en partes iguales entre sus cuatro (4) hermanos, de a cuantas les corresponde a cada uno?.

¿Sobran colombinas?.

ESCRIBE TU PROCEDIMIENTO Y TUS RESPUESTAS.

Nota: Las fichas guías de las otras instituciones aparecen al final en los anexos

Observaciones.

Comportamentales. En general hubo buena disciplina, motivación, organización en la actividad, y muchas expectativas frente al trabajo, debido a la estrategia utilizada, ya que les permitió trabajar fuera del ambiente cotidiano y poder observar en detalle su entorno. Algunos niños que no siguieron las instrucciones en la forma indicada, presentaron dificultades, requiriendo de orientación individual.

Cognitivas. La mayoría de los niños:

- * Reconocieron las figuras planas con mayor facilidad, cuando éstas se les presentaron en la posición que tradicionalmente se les ha enseñado.
- * Según los estadios figurales propuestos por Piaget, los niños, aún no establecen relaciones interfigurales.
- * Confundieron cuerpos y figuras planas.
- * Identificaron la forma de los cuerpos, pero no sus nombres geométricos ni sus partes.
- * Los niños que respondieron el numeral sobre ángulos, los confundieron con los vértices.

Algunos estudiantes, tuvieron dificultad en la comprensión de las instrucciones y ubicación en el lugar correspondiente, por no tener, un buen manejo de lateralidad.

Otras actividades de indagación.

Ubicación Espacial.

- * Partición de una hoja por plegado en cuadrantes para dibujar figuras geométricas, teniendo en cuenta, lateralidad, direccionalidad; según instrucciones dadas.
- * Relación de cuerpos y figuras planas con elementos del entorno, por medio de un cuestionario.
- * Juego “Alcance la Figura”. Se pegan figuras en el tablero, que contienen preguntas relacionadas con cuerpos geométricos, lateralidad y direccionalidad; para que los niños por equipos, las resuelvan.
- * Taller de palillos.
- * Realizar el plano del recorrido de la casa a la escuela.
- * Desarrollar una ficha de actividades sobre nociones geométricas.
- * Elaboración de un collage con figuras geométricas.

Las fichas correspondientes a estas actividades y algunas evidencias aparecen en los anexos.

Análisis del diagnóstico.

Después del taller descrito y las actividades mencionadas, el análisis del estado de los niños frente a la geometría es el siguiente:

Actitud Frente al área:

- * El 100% de los estudiantes, manifestaron expectativas frente al trabajo que se les propuso, mostrando alegría, entusiasmo y motivación.
- * Se evidenció en los niños el deseo de aprender.
- * Hubo empatía entre estudiantes y practicantes.

Ubicación espacial

El 40% de los estudiantes, presentaron dificultades en lo referente a direccionalidad, lateralidad y relaciones topológicas.

Nociones geométricas

- * 90% de los estudiantes, le asignaron a los cuerpos, nombres de figuras planas, por ejemplo: A un hexaedro, lo llamaron, cuadrado.
- * 90% no establecieron relaciones de semejanza o diferencia entre cuerpos y figuras planas.
- * 95% reconocieron algunas figuras planas como círculo, triángulo, rectángulo y cuadrado y las relacionaron con elementos del entorno.
- * 97% no identificaron las figuras cuando se les presentaron transformaciones en ellas, por ejemplo: cuando se hace un giro de 45° a un cuadrado, éste deja de ser cuadrado.
- * El 40% no identificaron los componentes de los cuerpos y figuras planas (caras, aristas, ángulos y vértices).
- * El 80% no manejaron adecuadamente instrumentos geométricos (reglas, compás, transportador, metro, escuadra.).
- * El 50% identificaron rectas paralelas.
- * El 95% no aplicaron el esquema multiplicativo, en la resolución de problemas.
- * El 95% utilizaron pocas estrategias de conteo y medición
- * El 95% no comprendieron enunciados y no siguieron instrucciones en forma correcta.

Trabajo individual y grupal.

El 70% de los estudiantes, presentaron dificultades para trabajar en equipo.

5.2 INTERVENCIÓN

De acuerdo al diagnóstico se planearon los talleres de intervención. A continuación se describen algunos de ellos.

5.2.1 TALLER DE POLIEDROS REGULARES.

Objetivo: Identificar y describir los poliedros regulares.

Materiales: Caja de cuerpos geométricos, títeres, plantillas, pitillos, plastilina, cartulina, regla, compás, papel cuadriculado, pegante.

Actividades.

- Motivación: Presentación de títeres para narrar brevemente la historia de los poliedros regulares.
- Exploración de Poliedros: De la caja de cuerpos geométricos, explorar para identificar los poliedros regulares.
- Llenar tabla de poliedros regulares.
- Identificación de los poliedros regulares a través de las plantillas.
- Construcción con pitillos y plastilina de algunos poliedros regulares.
- Construcción con regla y compás del tetraedro y del octaedro y con cuadrícula el hexaedro.

Desarrollo de la actividad.

Motivación: presentación de la obra de títeres, cuyos personajes son: Tetraedro (T), Platón (P) y Paulina (Pa). El guión es el siguiente:

TETRAEDRO: Hola amigos, mi nombre es Tetradro, pues sí, llevo este hermoso nombre porque mi padre era fanático de Platón. ¡Ah! A propósito yo no vengo aquí para quitarles tiempo, sino para contarles una historia, pero antes tenemos que identificar algo que el gran filósofo Empédocles mencionó y son los cuatro elementos de la naturaleza.

¿Quién me ayuda a recordarlos? (agua, aire, fuego y tierra).

¡Ah! Muy bien.

Ahora si empecemos nuestra historia.

(Sale paulina).

PAULINA: Hola Tetradro, ¿Cómo estás?

T: (Uhhh... está niña que hace aquí, que pereza).

¡hola Paulina! ¿cómo estás?, ¿qué te trae por aquí?

Pa: Nada, simplemente daba un paseo... y ¿qué hablabas con estos jóvenes que se quedaron quietos como bobos?.

T: Paulina, respeta por favor, les estaba contando acerca de los platónicos.

Pa: ¡Hay que bien!... ¿estás hablando de ese viejito que existió 400 años antes del nacimiento de Jesús?.

T: Sí, ¿has oído hablar de él?.

Pa: Pues claro, no ve que él...

(Sale Platón).

PLATÓN: Siento que están hablando de mi.

(Paulina y Tetraedro horrorizados).

Pa: ¿Quién es usted?.

P: Soy Platón y me gusta que hablen de mi, porque yo siempre tenía la razón.

(mira al niño de gafas). - ¿Cómo te llamas?, se nota que eres inteligente, yo se de donde provienes y cual es tu ideal.
Vienes de tu papá y de tu mamá, y tu ideal es ganar este año.

Pa: Platón, ¿verdad que para ustedes todo lo que veían, lo tenían que estudiar?.

P: Claro que sí, pero no era que teníamos, sino que queríamos.

T: Platón, iba a contarles lo de los sólidos platónicos... pero cuéntales tú.

P: Pues resulta que hice una comparación entre los elementos que habló Empédocles y los cuerpos Geométricos perfectos, es decir, que todas sus medidas son iguales.
Por ejemplo...Paulina, pásame un tetraedro

Pa: Si señor de inmediato.

P: éstos (mostrando el tetraedro) representaban el fuego.
Ahora pásame un octaedro.

Pa. Sí señor voy a buscarlo.

P. Éstos (mostrando el octaedro) representaban el aire.
Niña, por favor apresúrate, y pásame un icosaedro.

Pa: - Claro, claro...

P: Éste (mostrando el icosaedro) representaba el agua.
Paulina, no te duermas.

Pa: (haciendo el gesto de despertar). Si señor, dígame.

P: Búscame un hexaedro.

Pa. ¡Sí, señor!

P: Éstos (mostrando un hexaedro) representaban la tierra.

¿Niños han comprendido?

Bueno, por ahora no tengo que más contarles, porque estoy demasiado cansado (cof, cof, ...cof), hasta luego, espero volverlos a ver pronto.

T: ¿Niños les ha gustado la historia?. Bueno igualmente me despido porque me tengo que encontrar con mi mamá que me va a comprar un balón. Hasta pronto (se despide).

Pa: ¡Hay! ¿Te puedo acompañar?.

T: (arrugando la cara). Claro que sí, vamos.

Pa: Niños hasta pronto, chao...

Exploración de poliedros: Se presenta a los niños, la caja de cuerpos geométricos para que a través de su manipulación y observación identifiquen y describan los poliedros regulares, con ellos se realiza conteo de caras, aristas y vértices y reconocimiento de la forma geométricas de las caras.

Se realiza socialización por equipos de trabajo, luego de la confrontación, los niños consignan en el cuaderno sus conclusiones para la aproximación a la noción de poliedro regular.

Llenar tabla de Poliedros regulares: se organizan los niños por equipos, a cada uno se le entrega un poliedro regular como referente para llenar los datos de la siguiente tabla.

POLIEDRO REGULAR	Nº DE CARAS	Nº DE VÉRTICES	Nº DE ARISTAS	FORMA DE LAS CARAS	ELEMENTO DE LA NATURALEZ A CON EL CUAL SE RELACIONA.

Se intercambian los poliedros regulares entre los equipos con el fin de completar toda la tabla.

Identificación de poliedros regulares a través de las plantillas: se muestran las plantillas de los poliedros regulares y se les hace preguntas para relacionarlas con éstos.

A cada uno de los equipos conformados anteriormente, se les entrega una plantilla para hacer conteo de caras, aristas y vértices y medir libremente los lados de cada una de las caras para comprobar la noción de regularidad en éstos poliedros.

Construcción con pitillos y plastilina de algunos poliedros regulares: Se les entrega individualmente el material para la construcción de los poliedros regulares que deseen (tetraedro, hexaedro y octaedro). Los pitillos son las aristas y la plastilina para articular dos de ellos, son los vértices.

Construcción del tetraedro y octaedro (poliedros regulares), con regla y compás individualmente, orientados por el docente practicante.

- Se explica en el tablero la construcción con regla y compás de las plantillas del tetraedro y el octaedro.
- Los niños llevan el material,
- Proceden a construir.
- Se socializa la actividad, para aclarar dudas y hacer correcciones.
- Se explica en el tablero el trazo y construcción de la plantilla del hexaedro en cuadrícula.

Observaciones.

Comportamentales. Los niños mostraron gran interés en las actividades, expresando que eran muy novedosas y agradables.

Se evidenció la buena disciplina, orden y compromiso frente a las actividades.

Cognitivas.

- La obra de títeres, permitió la comprensión y relación de la parte histórica de los poliedros regulares.
- A través de la exploración y análisis, construyeron fácilmente la noción de poliedro regular.
- Se les dificulta el conteo, de vértices, aristas, y caras, específicamente en el dodecaedro e icosaedro, pues no utilizan estrategias apropiadas, sin embargo algunos niños utilizaron el esquema multiplicativo para éste.
- Una gran mayoría de los niños presentó dificultad en la construcción de los poliedros regulares, por el manejo incorrecto de los instrumentos geométricos.

- la plantilla del hexaedro, se hizo a partir del papel cuadriculado, por las dificultades al construir con regla y compás las paralelas y/o perpendiculares requeridas.
- Los niños establecieron relaciones intra e interfigurales en los poliedros regulares.
- Los nombres de los poliedros regulares, fueron fácilmente asimilados a partir de analogías desde el lenguaje con prefijos.

5.2.2 TALLER DE ÁNGULOS.

Objetivo: Construir a través de actividades dinámicas la noción de ángulo como fracción de vuelta. Clasificación y medición de ángulos utilizando el transportador y relacionando los grados con fracciones de vuelta.

Materiales:

Tiras y broche, relojes de cartulina, transportadores, reglas, escuadras, polígonos, poliedros, palitos de madera.

Actividades:

- Giros con el cuerpo a través del juego "Simón dice".
- Fracciones de vuelta con tiras y broche.
- Identificar ángulos en el cuerpo y el entorno.
- Clases de ángulos.
- Ángulos en el reloj.
- Medición de ángulos.
- Relación entre la medida de los ángulos en fracción de vuelta y en grados
- Fichas de ángulos.

Descripción de actividades.

Ejercicios de giros con el cuerpo. Juego "Simon dice". Los niños de pié, deben cumplir instrucciones, como por ejemplo: dar media vuelta (derecha o izquierda), dar una vuelta entera, un cuarto de vuelta, menos de un cuarto de vuelta. Se debe tener en cuenta, que sólo cuando se exclama : "Simón dice ", se debe ejecutar la acción, de lo contrario, deben permanecer quietos.

Fracciones de vuelta con tiras y broches. A cada niño se le entrega un par de tiras de cartulina o acetato unidas con un broche, las observan y realizan con ellas giros de una tira con respecto a la otra, siguiendo instrucciones similares a las hechas para los giros con el cuerpo. A medida que se realizan los giros , se observa la abertura que se produce

por el giro de una tira con respecto a la otra. Así los niños construyen la noción de ángulo:

Es la abertura producida por el giro de una recta con respecto a la otra y que están unidas por el vértice

Identificación de ángulos en el cuerpo y el entorno: Los niños realizan movimientos con su cuerpo para mostrar ángulos y se socializan para que imaginen los vértices y las rectas que forman estos ángulos. Identifican ángulos en el entorno y los señalan.

Clases de ángulos. A partir del giro de un cuarto de vuelta con las tiras y broche, se trabaja la clasificación de ángulos: Un ángulo de un cuarto de vuelta es ángulo recto; un ángulo de menos de un cuarto de vuelta, es ángulo agudo; un ángulo de más de un cuarto de vuelta y menos de media vuelta, es ángulo obtuso y un ángulo de media vuelta es ángulo llano. Los niños consignan en sus cuadernos esta clasificación de ángulos con los respectivos dibujos

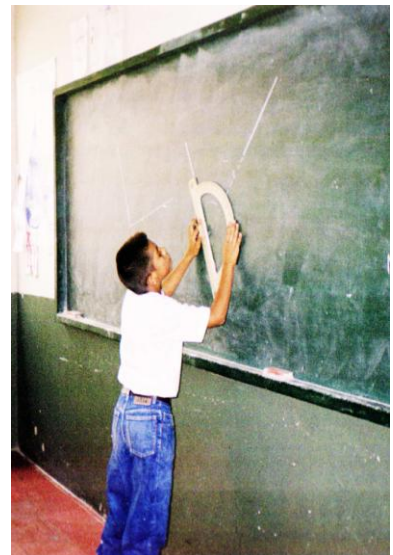
Ángulos en el reloj. Se pide a los niños, elaborar un reloj con cartulina y con las manecillas movibles. Inicialmente se hace un repaso del conocimiento del reloj. Luego las clases de ángulos que forman las manecillas en determinada posición. Se refuerza con ejercicios en el tablero y dibujos de relojes en el cuaderno, para que ubiquen horas y nombres de los ángulos.

Medición de ángulos: Reconocimiento de algunos instrumentos de medida como la cinta métrica, el compás, la escuadra, la regla; como referentes para hacer mediciones y presentar el transportador como instrumento de medición de ángulos.

Pasos:

- * Observación y descripción del transportador.
- * Indicaciones para el manejo.
- * Medición de ángulos en el tablero y en el cuaderno con el transportador.
- * Ficha para identificar y clasificar ángulos.
- * Ficha con tabla para llenar datos sobre ángulos.
- * Se refuerza el tema con identificación y medición de ángulos en polígonos, en poliédros y actividades con palitos.

NIÑOS MIDIENDO ÁNGULOS



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

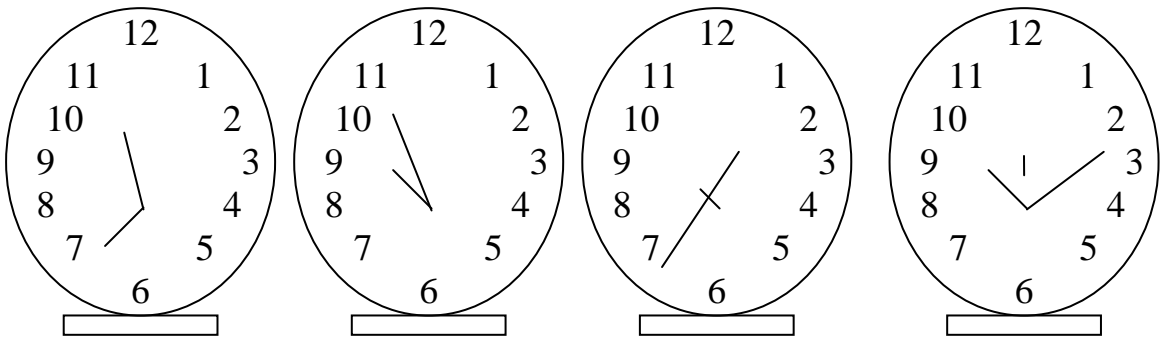
ÁNGULOS

Identifica los ángulos en el reloj y en el dibujo.

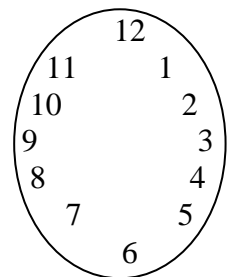
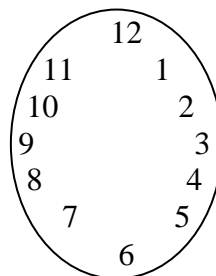
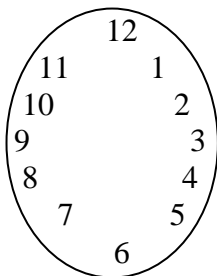
1. Dibuja un ángulo recto. Y señala sus partes.

2. Escribe en la líneas debajo de cada reloj: - ¿Qué hora es?.

■ Señala el ángulo y escribe ¿Qué clase de ángulo forman las manecillas?



3.



Señale un ángulo agudo y escribe la hora correspondiente, en el reloj.

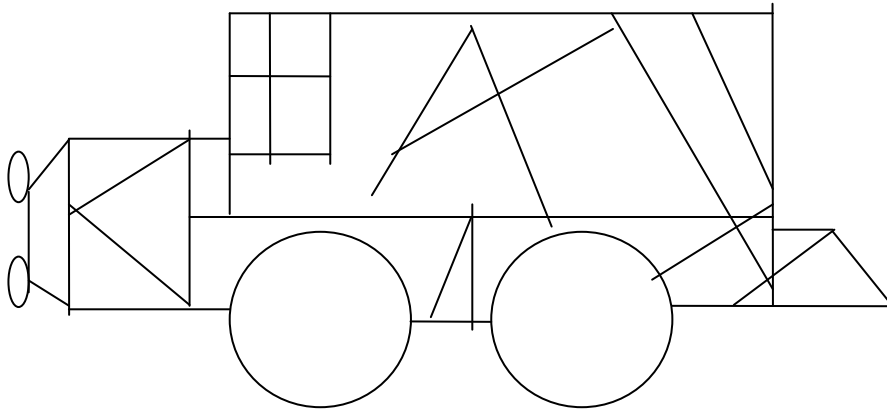
Señala las 5 :35 y di que clase de ángulo forman las manecillas

Señala un ángulo obtuso y escribe la hora

4.

En el siguiente dibujo señala:

- Con azul ángulos rectos.
- Con verde ángulos obtusos.
- Con rojo ángulos agudos
- Con amarillo ángulos llanos



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS.

Completa la siguiente tabla. Para ello debes recordar el nombre de los ángulos vistos, te puedes ayudar de tu cuerpo o de las tiras y broches para recordar las fracciones de vuelta y la medida en grados con el transportador.

COMPLETEMOS LA SIGUIENTE TABLA.

Nombre del ángulo	Dibujo	Fracción de vuelta	Medida en grados.

Observaciones.

Comportamentales: Los niños mostraron agrado e interés por las actividades y participaron muy entusiasmados.

La novedad de la metodología aplicada y el material utilizado, permitió que los estudiantes estuvieran muy atentos y dispuestos a trabajar.

Cognitivas: Las estrategias metodológicas utilizadas propiciaron la construcción de la noción de ángulo, en forma comprensible. Los niños establecieron relaciones, identificaron clases de ángulos por su medida, por fracción de vuelta o por grados, mediante el uso de las tiras y broche y el transportador. La manipulación de las tiras y broche les da una visión más clara del concepto de ángulo.

5.2.3 TALLER DE CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS

Objetivo: Clasificar los triángulos según sus lados y sus ángulos, a partir del trazo y corte de las diagonales en los cuadriláteros.

Materiales:

Colección de cuadrilátero, regla, tijeras, pegante, espaguetis, y tiras de cartulina.

Actividades:

- Repaso de los cuadriláteros
- Trazo y corte de las diagonales en los cuadriláteros
- Clasificación de triángulos
- Ficha: tabla de doble entrada

Descripción De Actividades:

Se le entrega a los niños diferentes cuadriláteros, con ellos se identifican sus características y luego se les pide que tracen y corten por una de sus diagonales, para obtener siempre dos triángulos, y escoger uno de ellos según el triángulo a clasificar. En el triángulo seleccionado se miden e identifican lados y ángulos para darles el nombre según las medidas de los lados y las medidas de los ángulos.

Los cuadriláteros utilizados para cada clase de triángulos son los siguientes:

Del paralelogramo no rombo ni rectángulo, con la diagonal mayor, se obtiene el triángulo escaleno obtusángulo, y con la diagonal menor, el triángulo escaleno acutángulo.

Con el trazo de una de las diagonales del rectángulo, se obtiene el triángulo escaleno rectángulo.

Con la diagonal mayor del rombo, se obtiene el triángulo isósceles obtusángulo, y con la diagonal menor, el triángulo isósceles acutángulo.

De un rombo, tal que su diagonal menor sea igual a la medida de un lado, se obtiene el triángulo equilátero.

Con el trazo de una de las diagonales del cuadrado, se obtiene el triángulo isósceles rectángulo. En total se obtienen las siete clase de triángulos.

En el tablero se elabora un diagrama para reforzar la clasificación de triángulos anterior.

Una vez identificados las clases de triángulos por los niños, se le entrega a cada uno la siguiente ficha:



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

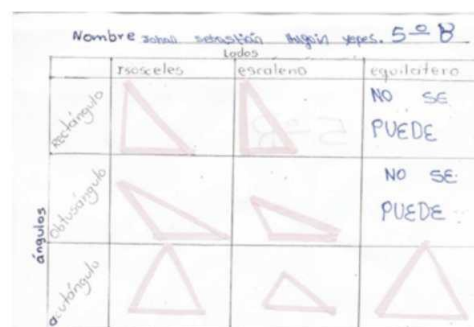
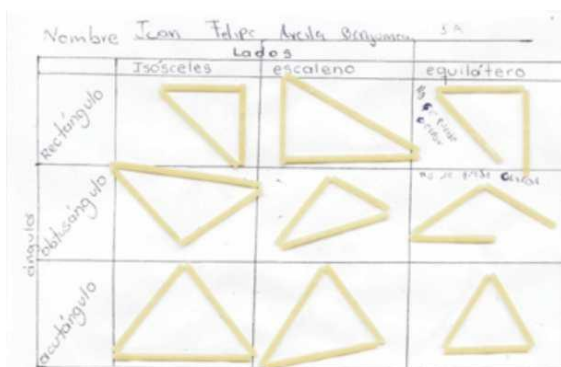
NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.

Completa la siguiente ficha, utilizando Spaguetis, o tiras de papel y colbón.

LADOS ANGULOS	ISÓSCELES	ESCALENO	EQUILÁTERO
RECTÁNGULOS			
OBTUSÁNGULO			
ACUTÁNGULO			

Cada niño debe llenar la tabla utilizando tiras delgadas de papel o espaguetis, para construir cada clase de triángulo en la casilla correspondiente de la tabla. Las siguientes gráficas son la muestra de fichas realizadas por los niños, utilizando diferente material.



Observaciones:

Comportamentales. Para los niños la actividad fue motivante, les agradó el trabajo manual, compartieron ideas y material de trabajo entre ellos, además estuvieron atentos, concentrados, escuchando tanto las instrucciones dadas por el maestro como las ideas de sus compañeros.

Cognitivas. La metodología utilizada permitió la construcción de clases de triángulos por parte de los estudiantes.

Los niños utilizaron adecuadamente los instrumentos de medida (regla, escuadra, transportador)

Al principio les causó dificultad asimilar los nombres de las clases de triángulos, pero a medida que se desarrollaba el trabajo se familiarizaban con ellos con facilidad.

Al llenar la ficha con el material, se dieron cuenta de la imposibilidad de construir el triángulo equilátero rectángulo y el triángulo equilátero obtusángulo, al tratar de armarlo y no cerrar.

Los niños relacionan adecuadamente lados y ángulos para identificar y nombrar las diferentes clases de triángulos.

El Proceso de continuidad de los temas trabajados, se evidencia cuando identifican fácilmente clases de ángulos en los triángulos.

Las siguientes fotos, muestran el proceso de la clasificación de triángulos, a partir del trazo de la diagonal.



5.2.4 TALLER DE PERÍMETRO

Objetivo: Construir las nociones de perímetro mediante la medición de bordes.

Materiales:

Instrumentos de medición de longitudes (palos, metros, reglas, lazos, cuadernos, cuadrados, bastones, entre otros).

Actividades:

- Medir longitudes de bordes con diferentes patrones de medida
- Construcción de la noción de perímetro
- Taller de resolución de problema.

Descripción de las Actividades:

Se organizan los niños en equipos y cada uno con la longitud de un patrón de medida determinado, mide los bordes del tablero, el pupitre, una cartulina, la puerta, una ventana. A medida que midan, se registran los datos en una tabla realizada en el tablero. A partir del análisis de la tabla, se establece la incidencia del patrón de medida (a menor patrón de medida, mayor será la magnitud, y viceversa).

Luego con el grupo organizado en círculo, se le pide a los niños que observen como algunos estudiantes miden la longitud de algunos bastones desiguales y forman con éstos un polígono. A través de esta actividad, los estudiantes construyen la noción de perímetro con base a la suma de las longitudes de los bastones.

Individualmente, los niños resuelven problemas como:

-Encuentra el perímetro de:

Un triángulo cuyos lados miden 10cm., 15cm. Y 20cm.

Un cuadrado cuyo lado mide 10cm.

Un trapecio de lados 5m., 10m., 6m. Y 15m.

-Si el perímetro de un cuadrado es 80m, ¿Cuál es el valor de un lado?

-Si un cuadrilátero tiene sus lados iguales y el perímetro es 100m, ¿Cuánto vale cada lado?

El siguiente es el taller realizado por los niños

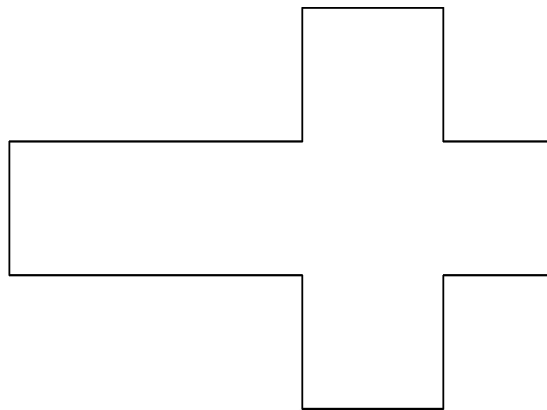
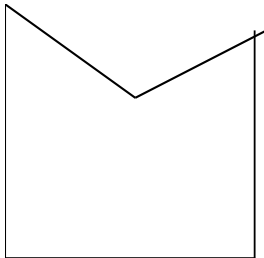
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

PERÍMETRO.

Calcula el perímetro. Recuerda los instrumentos de medición.

1. Mide los lados de cada polígono y luego calcula su perímetro.



Perímetro = _____

Perímetro = _____

2. Calcula:

- ¿Cuánto mide el perímetro de un cuadrado de 15 cm de lado?

- El perímetro de un cuadrado es igual a 40 cm. ¿Cuánto mide su lado?

- Los lados de un triángulo miden 12 cm, 25 cm y 18 cm. ¿Cuál es su perímetro?

Observaciones

Comportamentales. Los niños se mostraron motivados e interesados durante el desarrollo de las actividades, les agrada el compartir experiencias y confrontar sus ideas con las de sus compañeros, además, manejan adecuadamente y con cuidado el material de trabajo utilizado.

Cognitivas. Miden adecuadamente las longitudes en los bordes utilizando el material necesario.

El trabajo en grupo permitió no sólo centrar la atención de los estudiantes y confrontar sus ideas, sino también construir nociones, dar cuenta del proceso y nivel de aprendizaje cognitivo alcanzado.

La mayoría de los niños utilizan estrategias adecuadas en la resolución de problemas, sin embargo los procedimientos no siempre son los más apropiados.

Aplican los conocimientos ya adquiridos en la solución de problemas.

5.2.5 OTRAS ACTIVIDADES REALIZADAS DURANTE LA INTERVENCIÓN

Con Cuerpos Geométricos

- Manipulación y exploración de los cuerpos geométricos a través del juego tingo, tingo, tango.
- Alcance el cuerpo geométrico: por grupos los niños responden un cuestionario sobre la descripción de algunos cuerpos. (ver anexos)
- Ficha de afianzamiento de los cuerpos geométricos (Ver anexos)
- Clasificación con material concreto de poliedros y cuerpos regulares.
- Exploración, por equipos, de las familias de poliedros.
- Clasificación de los poliedros utilizando cuerdas de diferentes colores y elaboración del diagrama de Ven.
- Completar una tabla, por equipos, con las características de algunos cuerpos geométricos. (Ver anexos)
- Manejo del compás a través del trazo de círculos.
- Clasificación de los cuerpos geométricos en cuerpos redondos y poliedros, teniendo en cuenta las intersecciones en los poliedros.
- Clasificación de cuerpos geométricos de acuerdo al número de caras.
- Repaso de los cuerpos a través de un juego: por equipos los estudiantes responden un cuestionario. Ver anexos

Con Figuras Planas

- Clasificación libre de figuras planas
- Clasificación de figuras planas según bordes (rectos ó curvos)
- Construcción de polígonos y no polígonos, utilizando papel, regla y tijeras.

- Realización de una ficha sobre polígonos y no polígonos. (Ver anexos)
- Clasificación de los polígonos según el número de lados. Se refuerzan los prefijos que denotan cantidad (tri, penta, octa,...)
- Completar una ficha de afianzamiento de polígonos y no polígonos (Ver anexos).
- Relación de polígonos con los poliedros a través del trazo de una de las caras del poliedro.
- Construcción de polígonos con palillos y plastilina.
- Identificación de polígonos en el entorno.

Con Rectas Perpendiculares

- Construcción de ángulos rectos con bastones para una aproximación a la noción de rectas perpendiculares.
- Doblado de papel para construir la noción de rectas perpendiculares.
- Mostración de la perpendicularidad con tiras y broches.
- Construcción de la noción de rectas perpendiculares mediante la utilización de bastones.
- Construcción de rectas perpendiculares con palillos.
- Identificación de rectas perpendiculares en el cuerpo y en el entorno.
- Trazo de rectas perpendiculares con escuadra.

Con Rectas Paralelas

- Observación de rectas paralelas en el entorno.
- Construir la noción de rectas paralelas a través de ejercicios de medición de segmentos perpendiculares entre las paralelas.
- Trazo de rectas paralelas con escuadra, teniendo como base la conservación de la distancia (perpendicular) entre las rectas paralelas.
- Completar una ficha para identificar rectas paralelas y rectas perpendiculares. (Ver anexos).

Con Cuadriláteros

- Manipulación y exploración de la colección de cuadriláteros.
- Clasificación libre.
- Clasificación dirigida según criterios de paralelismo de los lados y clases de ángulos.
- Ficha sobre la clasificación de cuadriláteros (Ver anexos)
- Ficha sobre afianzamiento de los cuadriláteros.

Con la Diagonal

- Juego del saludo del compañero para identificar el concepto de consecutivo y no consecutivo.
- Unión de los vértices no consecutivos del cuadrado para trazar la diagonal y construir su concepto.

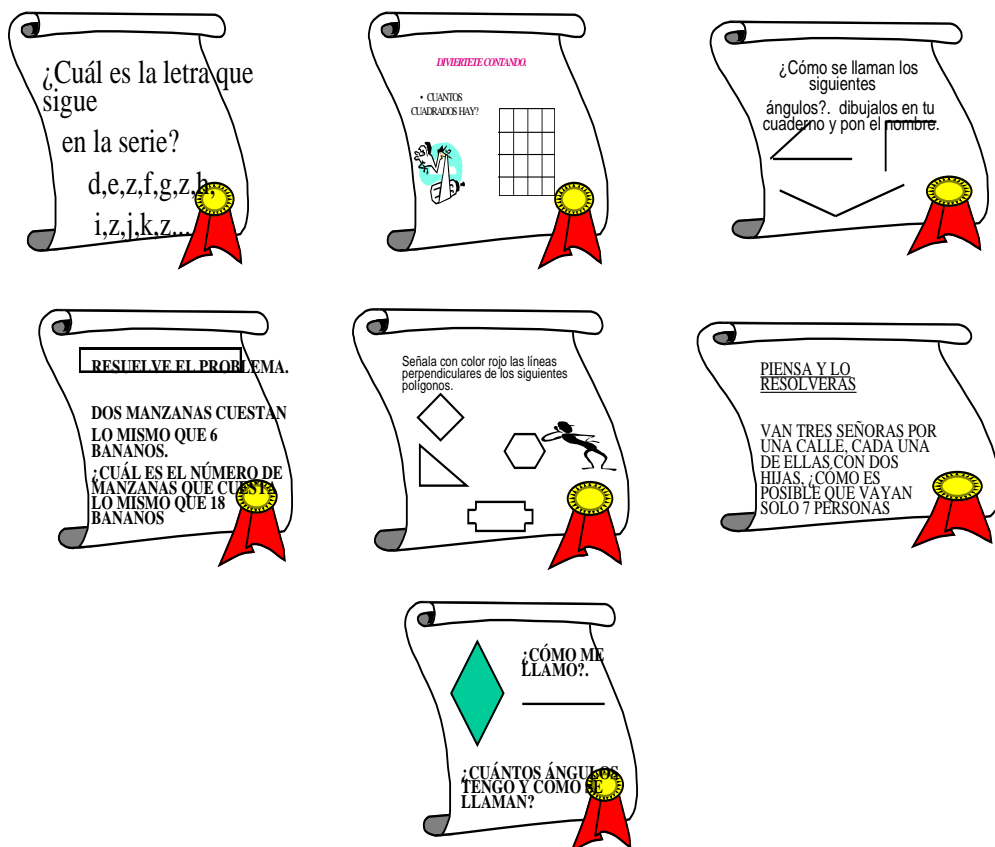
- Identificación y trazo de diagonales en polígonos en el tablero y en el cuaderno.

Cartelera Matemática.

Con el fin de reforzar el trabajo realizado en el aula e involucrar a toda la comunidad educativa, se implementó otra estrategia, como la cartelera matemática, la cual contenía actividades de resolución de problemas, acertijos y adivinanzas, entre otras. Que permitan en su momento la autoevaluación y el desarrollo de habilidades del pensamiento de cada lector.

Los ejercicios de dicha cartelera se modificaban periódicamente con el propósito de motivar y repasar los temas conocimientos construidos en la clase de geometría, además de otras temáticas del área de Matemáticas tratados y abordar otras temáticas.

A continuación se presentan algunos modelos de la cartelera.



Cuál crees que sigue?

si lo resuelves, significa que sabes bastante de matemáticas.
Sigue la serie.

14; 12; 15; 13; 16; 14; 17; -
1; 6; 4; 9; 7; 12; 6; -

CON ESTA FICHA DE DOMINÓ ¿QUÉ LETRAS PUEDES FORMAR?
ES NECESARIO QUE UNAS TODOS LOS PUNTOS CON LÍNEAS RECTAS

INDICA LA FRACCIÓN QUE REPRESENTA LA ZONA SOMBREADA

EL DETECTIVE BUSCA NÚMEROS.

Encuentra un número de 3 cifras distintas que cumplan las siguientes condiciones:

- La primera cifra es un número par.
- La segunda, es la diferencia entre la primera y la tercera.
- ¿Cuántas soluciones encuentras?

¿Cuál es el resultado?

$$9 - 3 \times 2 + 4 \times 2 + 2$$

COMPLETA LA SIGUIENTE TABLA

Polígono	Número de vértices	Número de lados	Número de ángulos	Nombre

¿QUE TIENE MAS VALOR: UN KILO DE MONEDAS DE ORO DE 1000 PESOS O UN KILO DE MONEDAS DE ORO DE 500 PESOS?

DOS INSECTOS.

A-LA-LI-JA-LU-BE.

Escribe en cada casilla una sílaba de tal manera que tanto vertical como horizontalmente obtengamos un insecto.

LANZA QUE LANZA.

Julio lanza tres dardos que caen dentro del círculo. Si la suma de los números obtenidos es 10. ¿Cuáles pudieron ser?

JUGUEMOS CON EL DOMINÓ

Se puede cubrir este tablero con fichas de dominó sin sobreponerlas?

SE EQUIVOCO ELVIS?

$$\begin{array}{r} 83X \\ - 4 \\ \hline 322 \end{array}$$

FALSO O VERDADERO.

Si una docena de botones vale \$ 120, entonces una centena vale \$ 1000.

LAS CIGÜEÑAS.

Las cigüeñas vuelan en forma de > en la punta vuela una, detrás vuelan dos, detrás vuelan tres y así sucesivamente. En un grupo de 21 cigüeñas. ¿Cuántas vuelan en la última fila?

OBSERVA Y CONTINUA EN TU CUADERNO.

RESUELVE EL SIGUIENTE PROBLEMA

Sara duerme $\frac{1}{3}$ del día, estudia $\frac{3}{8}$ del día.
 ¿cuántas horas emplea Sara en dormir y estudiar?

ESPERO QUE LO RESUELVAS.

• UN CAMPESINO TENIA 100 NARANJAS, VENDIO $\frac{2}{5}$ DE ELLAS.
 CUANTAS NARANJAS LE QUEDARON?

ORDENALOS DE MAYOR A MENOR Y DE MENOR A MAYOR

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$
 $\frac{4}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

Considera los siguientes numeros

- 80532
- 95550
- 130019
- 371168
- 21717
- 46289
- 6300734
- 2885906

• Ordenalos de mayor a menor y de menor a mayor

RESUELVE EL SIGUIENTE PROBLEMA

• PARA PRODUCIR 4325 BALONES SE GASTAN \$ 3.256.725.
 ¿A COMO SALE CADA BALON?

SI LO RESUELVES, PUEDE QUE TE VUELVAS UN GENIO

• EN 1948 SE FIRMO LA CARTA DE LA ORGANIZACION DE LOS ESTADOS AMERICANOS (OEA). ¿CUANTOS AÑOS HACE?

¿CUAL ES LA DISTANCIA?

• LA DISTANCIA DE LA TIERRA AL SOL ES 149000000 KM Y LA DE LA TIERRA A LA LUNA 384000 KM. ¿A CUANTOS KILOMETROS MAS ESTA EL SOL DE LA TIERRA QUE LA TIERRA DE LA LUNA?

A CADA FIGURA ASIGNALE LAS LETRAS CORRESPONDIENTES

a) Poligono. b) Triangulo c) Cuadrilatero
 d) Rectangulo e) Paralelogramo f) Escaleno
 g) Triangulo rectangulo h) hexagono
 i) Pentagono

COMPLETA.

— LADOS — LADOS
 — ANGULOS RECTOS — ANGULOS RECTOS
 — LADOS IGUALES — LADOS IGUALES
 — LINEAS DE SIMETRIA — LINEAS DE SIMETRIA

AVERIGUA EL NUMERO QUE HACE FALTA PARA QUE DE COMO RESULTADO EL NUMERO CENTRAL

SEÑALA LAS FIGURAS DIVIDIDAS EN CUARTOS:

EN TU CUADERNO RESUELVE LAS OPERACIONES DE CADA BALANZA, LUEGO SEÑALA EL LADO MAS PESADO.


5084 - 1036 3582 - 1241

¿CUAL LADO DE LA BALANZA PESA MAS?


16234 - 4387 12455 - 3230

RESUELVE

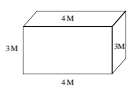
EL PRODUCTO DE LAS VENTAS DE UN ALMACEN EN EL MES DE ENERO FUE DE \$430.596, EN EL MES DE FEBRERO FUE DE \$ 261.697. CUAL ES LA DIFERENCIA DE VENTAS EN LOS DOS MESES?




CUANTAS CARAS, ARISTAS Y VERTICES TENGO?






CUANTO DEBE COBRAR UN TAPICERO POR TAPIZAR UNA HABITACION COMO LA DE LA FIGURA SI EL METRO CUADRADO DE TAPETE VALE \$ 20000?



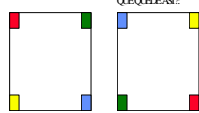
COMPLETA LA TABLA



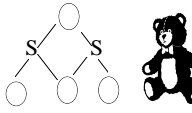
			
NUMERO DE LADOS:			
NUMERO DE VERTICES:			

RESUELVE

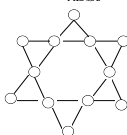
- SI LA POSICION DEL CUADRADO ES ESTA:
- ¿QUANTAS MANERAS HAY PARA QUE QUEEEN AS?



¿DE CUANTAS MANERAS DIFERENTES SE PUEDE LEER LA PALABRA COSO?




PIENSA



• Podrás colorear los números del 1 al 12 en los círculos de la estrella de tal manera que la suma de los cuatro números de cada uno de sus seis lados sea la misma.

5.3 LOGROS Y DIFICULTADES DE LA INTERVENCION.

5.3.1 LOGROS

Comportamentales

- Se observó en la mayoría de los estudiantes, un cambio de actitud frente al aprendizaje de la geometría.
- En las actividades desarrolladas, se rescataron algunos valores importantes para la convivencia escolar y social , como la escucha, el respeto y la cooperación.
- Las estrategias utilizadas, (trabajo grupal e individual), facilitaron la organización y disciplina de los estudiantes.
- Se estableció una buena relación entre los estudiantes y los practicantes.

Cognitivos

- Se notó un avance significativo en el desarrollo de habilidades de pensamiento; evidenciándose un mejor análisis , argumentación e interpretación de los contenidos.
- A través de la manipulación y exploración del material concreto, establecieron relaciones intra e inter-figurales en las figuras geométricas.

- La metodología activa, permitió que los estudiantes a través de su experiencia, avanzaran en su nivel de razonamiento.
- La mayoría de los niños aprendieron a utilizar adecuadamente el material y los instrumentos geométricos como el compás, la escuadra y el transportador.
- Lograron una mejor ubicación espacial.
- Pudieron mejorar la comprensión de enunciados geométricos para la resolución de problemas.

5.3.2 DIFICULTADES.

- Por diversas circunstancias como paros, jornadas pedagógicas, incapacidades y otras; hubo momentos en los cuales los estudiantes
 - se desmotivaban y perdían la secuencia de los temas.
 - La poca comprensión lectora en los niños, hizo más lento el proceso
 - La falta de implentos geométricos tanto en el aula de clase como en algunos de los estudiantes.
 - Hubo poca responsabilidad por parte de algunos niños, no realizaban tareas, les faltó compromiso

6. EVALUACION DEL PROYECTO

La implementación de la evaluación cualitativa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de conocimientos geométrico, permitió determinar logros y dificultades, tanto en los estudiantes como en los maestros, en los practicantes y en el desarrollo del proyecto.

6.1 LOGROS

La propuesta de intervención a través de las diversas actividades realizadas permitió:

- Desarrollar en los niños habilidades de pensamiento espacial y resolución de problemas.
- Cambio de actitud y concientización de la importancia de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en algunos maestros y en la mayoría de los estudiantes de las diferentes instituciones involucradas.
- Avance en el proceso cognitivo del aprendizaje de la geometría de los estudiantes.
- Desarrollar estrategias metodológicas que permitieron a los estudiantes la construcción del conocimiento a través de la interacción con el entorno y el movimiento con su cuerpo.
- Reafirmar que la geometría es un área básica que contribuye al desarrollo del pensamiento, el cual involucra todas las áreas del conocimiento.

- Evidenciar que la evaluación es un proceso permanente íntimamente ligado al proceso enseñanza-aprendizaje, es decir tener una visión diferentes sobre la forma tradicional de evaluar.
- Vivenciar experiencias enriquecedoras para el practicante como futuro maestro.

6.2 DIFICULTADES

- La continuidad del proceso en todos los niños que iniciaron el proyecto no se logro, porque algunos no estuvieron desde el principio en el desarrollo de éste y otros se retiraron de la institución por diversos motivos.
- Los maestros cooperadores se interesaron en el proyecto, sin embargo algunos no participaron activamente.
- No todas las temáticas propuestas en el bloque del saber específico del referente teórico, se desarrollaron debido a la desescolarización de los niños por diversas circunstancias como paros, jornadas pedagógicas, reuniones y otras.
- En los grados quintos de la escuela Julia Agudelo se redujo la intensidad horaria para la intervención en geometría a 45 minutos por semana, lo que no permitió el desarrollo de las últimas temáticas planeadas.
- El grupo compartido de la escuela Julia Agudelo generó en los tres practicantes poco sentido de pertenencia.

Faltó mayor interés en los maestros cooperadores por anexar en el boletín informativo de los niños, los logros alcanzados en geometría

6.3 RECOMENDACIONES

1. Darle continuidad al proyecto, no solo en las escuelas participantes, sino también por parte de los practicantes en otras instituciones.
2. Es necesario iniciar a los niños en el aprendizaje de la geometría desde los primeros grados de escolaridad.
3. No relegar la enseñanza de la geometría para el final del año.
4. Es fundamental que el maestro cooperador sea más participativo en el desarrollo del proyecto.
5. Integrar la geometría con las demás áreas.
6. Tener más soporte teóricos al iniciar el proyecto tanto los maestros de las instituciones como el practicante.
7. Reforzar a los estudiantes en el manejo adecuado de algunos instrumentos utilizados en la geometría.
8. Dotar a las escuelas de material didáctico para la enseñanza de la geometría.
9. No es recomendable que un grupo sea compartido entre más de dos practicantes.
10. Cuando se trabaja por profesorado es conveniente una mayor intensidad horaria en esta área.

11. Tanto los practicantes como los docentes deben asumir una actitud investigativa que les permita mejorar cada día su labor docente.
12. La cartelera matemática es una buena estrategia de apoyo para la confrontación de lo aprendido por los niños.
13. Programar una jornada pedagógica para socializar el proyecto con los docentes de las instituciones donde se elaboró el proyecto.
14. Programar en las instituciones olimpiadas geométricas con toda la comunidad estudiantil.

7. BIBLIOGRAFÍA

- ACOSTA A. Jaime y BELTRÁN Yolanda. Transformaciones geométricas. Proyecto M.E.N. Icetex. U.de.A. 1998. Medellín – Colombia
- ALSINA, C., BURGUES, C., FORTUNY, J. M. (1988). Materiales para construir la geometría. Editorial Síntesis. Madrid.
- ALSINA, C., BURGUES, C., FORTUNY, J. M^a. (1987). Invitación a la didáctica de la geometría. Editorial Síntesis. Madrid
- ANTON, J.L. y otros. Taller de Matemáticas. 1994. Ediciones Narcea S.A.. Madrid, España.
- CASTAÑO, JORGE. (1998) Los nueve(9) cuadernos pedagógicos de la revista la alegría de enseñar.
- CASTELNUOVO, Emma 1970. Didáctica de la matemática moderna. Editorial Trillas: México.
- CHAMORRO, Carmen y BELMONTE, Juan M. 1994. El problema de la medida. Editorial síntesis, S.A. Madrid España.
- CORBERÁN, S Rosa y otros 1994. Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en secundaria, basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Centro de comunicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid España.
- DE GUZMAN MIGUEL. (1993). Tendencias innovadoras en educación matemática, Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, Editorial Popular.
- DEL OLMO, R. María A. y otros 1993. Superficie y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?. Editorial Síntesis, S.A. Madrid España.
- DICKSON, L., BROWN, M. y GIBSON, O. (1991) El aprendizaje de las matemáticas. Editorial Labor-MEC. Madrid.
- DIENES, Z.P. y GOLDING E.W. 1979 Topología. Geometría proyectiva y afín, cuarta edición. Editorial Teide. Barcelona, España.

- DIENES,Z. y otros. (1973) La geometría a través de las transformaciones. Editorial Teide. Barcelona
- Enciclopedia Universal Ilustrada. Tomo VI, p.p 438.
- EVES, Howard. Estudio de las Geometrías. 1969. Unión gráfica S.A. México.
- FASCE, Jorge A. y MARTINA, Rolando 1982. Cómo enseñar matemáticas en la escuela primaria. Editorial el Ateneo. Bogotá.
- FREIRE, Paulo 1986. La pedagogía de la pregunta. Conversaciones con Antonio Faundes. Ediciones la Aurora. Buenos Aires, Argentina.
- Gonzáles CUBERES, María Teresa 1987. El taller de los talleres. Talleres gráficos de Indugraf. Buenos Aires.
- GUIBERT, Annie y otros 1993. Actividades geométricas para educación infantil y primaria. Ediciones Narcea S.A. Madrid España
- GUILLÉN S. Gregoria 1997. Poliedros. Editorial síntesis, S.A. Madrid.
- HELT FERR. Enciclopedia Salvat Junior. Tomo V. Editorial Salvat, Pamplona.
- HOLLOWAY, G.E 1986. Concepciones de la Geometría en el niño según Piaget. Editorial Paidós. Barcelona, España.
- KISNERMAN, Natalio. y REYES, Gómez Melba “Los talleres, ambientes de formación Profesional”.. “El taller, integración en Trabajo Social”. Editorial Humanitas. Buenos Aires. 1977.
- MARTÍNEZ R. Ángel y otros 1998. Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría. Editorial síntesis, S.Am Madrid España.
- MESA B, Orlando. (1998). Contextos para el desarrollo de situaciones Problema, Centro de Pedagogía Participativa, Medellín.
- MESA B., Orlando. Documento de autor. Una red conceptual para la enseñanza de la geometría en la educación infantil (1ª parte). Facultad de Educación infantil. U.de.A
- MINISTERIO de Educación Nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. 1998. Editor MEN. Santafé de Bogotá, Colombia.

- MIRABENT PEROZO, Gloria 1990. Revista pedagógica Cubana. Año II abril – junio. No 6. La Habana.
- MONSALVE M, BELTRÁN Y, y ECHAVARRIA C, J. Ideas básicas para acompañar a los niños en el desarrollo del pensamiento geométrico. Cuadernos pedagógicos N° 16. Facultad de educación. Universidad de Antioquia. 2001. Medellín - Colombia
- MORENO A. Luis. La construcción del espacio geométrico. Un ensayo histórico y crítico. Departamento de matemática educativa. Centro de investigaciones y estudios avanzados del I.P.N. México.
- PASEL, Susana 1993. Aula taller. Ediciones Aique. Argentina.
- REY, Pastor y PUIG Adam. Elementos de geometría racional. 1964. Ediciones Nuevas gráficas S.A. Madrid, España.
- SCHATTSCHEIDER, Doris y WALKER, Wallace 1992. M.C. Escher Calidociclos. Ediciones Taschen. Alemania.
- SESTIER, Andrés 1997. Historia de las matemáticas. Segunda edición. Editorial Limusa. México.
- VASCO U. Carlos E. Un Nuevo enfoque para la Didáctica de las matemáticas. Volumen II. 1994. División de materiales impresos y audiovisuales. Santafé de Bogotá, Colombia.
- VERA, Francisco. La Geometría Griega. Editorial losada.
- VIEDMA C. Juan A. Geometría intuitiva. Editorial norma. Colombia.

ANEXOS

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA.
 FACULTAD DE EDUCACIÓN. - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL.
 LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º GRADO.
 PROYECTO DE PRÁCTICA.

Nombre: _____ Grado _____ Fecha _____

Con una X, donde dice individuo, marca los 10 objetos que necesitas principalmente para vivir un año en la isla donde caíste con los demás tripulantes, luego que te den la próxima instrucción marca con tu grupo, cuando todos estén de acuerdo, los 10 objetos definitivos que van a utilizar.

LISTA DE OBJETOS QUE PUEDEN ELEGIRSE.

	INDIVIDUO	GRUPO
Un equipo de pesca		
Una pala, un pico y un azadón		
Una vaca y un toro		
Un balón de fútbol		
Dos guitarras		
Diez trajes de baño		
La gorda de Botero		
Un equipo de vídeo y diez películas		
Seis gallinas y un gallo		
Un kilo de papas		
Cien cajas de enlatados variados		
Veinte libros de literatura clásica		
Cien botellas de bebidas alcohólicas		
Una capilla portátil		
Una barca de remos		
Un serrucho, un martillo y clavos de diversos tamaños		
Cien cajas de fósforos		
Un caballo de seis años		
Un botiquín de primeros auxilios		
Cien paquetes de cigarrillos		
Un perro cazador		
Un computador portátil		
Material de tocador y belleza.		
Una máquina de escribir		
Semillas de diversa clase		
Veinte vestidos variados		
Fotos de personas amadas		
Cinco mil hojas de papel de escribir		
Un reloj con calendario		
Veinte compact disco y un Discman		
Una brújula		
Una planta eléctrica de gasolina		
Dos carpas		
Dos camas grandes		
Cincuenta cajas de píldoras anticonceptivas		
Varios juegos de mesa		
Otro. ¿Cuál?.		

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

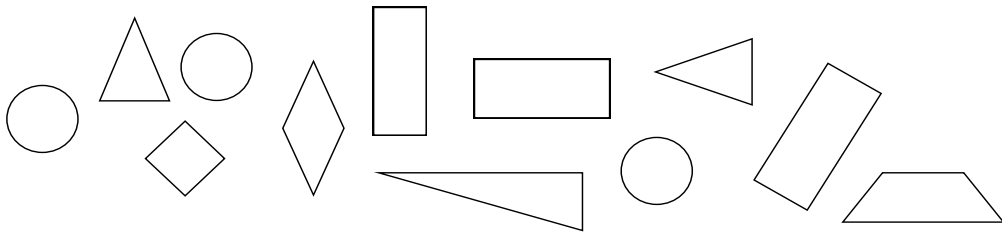
COMPLETA LA SIGUIENTE FICHA.

NOMBRE: _____ GRADO: ____ FECHA: _____

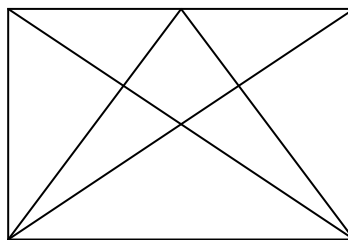
Esta ficha es para realizarse en dos momentos.

Con tu ingenio y conocimiento resuelve la siguiente ficha.

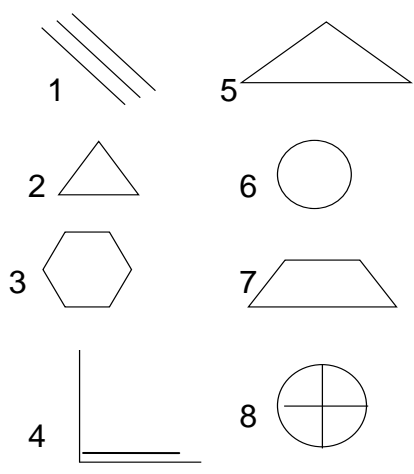
1. Colorea las figuras geométricas así : - con rojo los círculos, con azul los rectángulos, con verde los cuadrados, con amarillo los triángulos.



2. Escribe el número de triángulos que puedas contar en este dibujo.

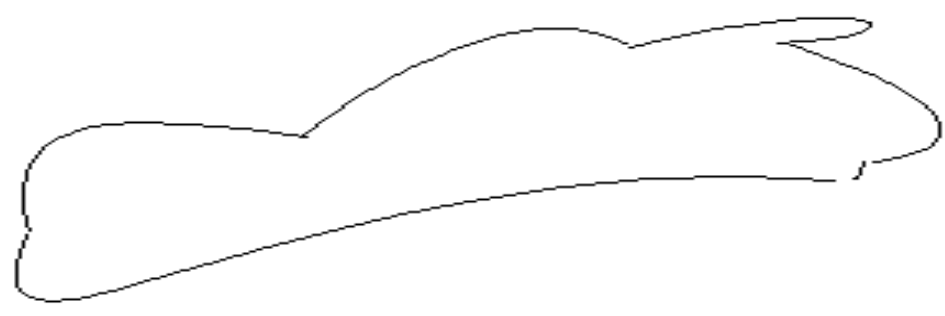


3. Escribe en el paréntesis el número de la figura que corresponde.

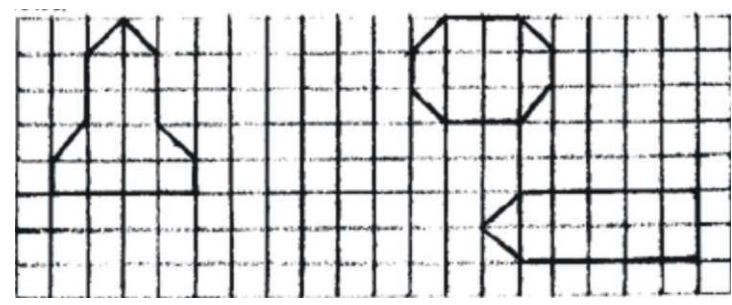


- () TRAPECIO.
- () TRIÁNGULO ISÓSCELES
- () ÁNGULO RECTO
- () HEXÁGONO
- () LÍNEAS PARALELAS
- () TRIÁNGULO EQUILÁTERO
- () CÍRCULO
- () TRES CUARTOS
- () CONO
- () ANGULO OBTUSO.

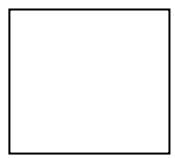
4. ¿Cómo medirías el borde de la siguiente figura?



5. ¿Cuál de las siguientes figuras es la más grande?



6. Señale los ángulos del cuadrado.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

Para realizar esta ficha, se te entregarán 3 cuerpos geométricos debidamente enumerados. Llena las siguientes tablas y realiza los dibujos correspondientes.

COMPLETA LA SIGUIENTE FICHA.	
Número del cuerpo:	
Nombre del cuerpo:	
Número de caras:	
Número de aristas (bordes)	
Número de vértices (puntas) :	

COMPLETA LA SIGUIENTE FICHA.	
Número del cuerpo:	
Nombre del cuerpo:	
Número de caras:	
Número de aristas (bordes)	
Número de vértices (puntas) :	

COMPLETA LA SIGUIENTE FICHA.	
Número del cuerpo:	
Nombre del cuerpo:	
Número de caras:	
Número de aristas (bordes)	
Número de vértices (puntas) :	

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

CUERPOS GEOMÉTRICOS.

Observar los cuerpos, la forma de sus caras, contar el número de vértices, de aristas, de caras.

Organizar la información en el siguiente cuadro.

COMPLETAR LA TABLA.

NOMBRE DEL CUERPO	NOMBRE DE LAS CARAS	NÚMERO DE CARAS.	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE ARISTAS	CARAS IGUALES SI O NO.

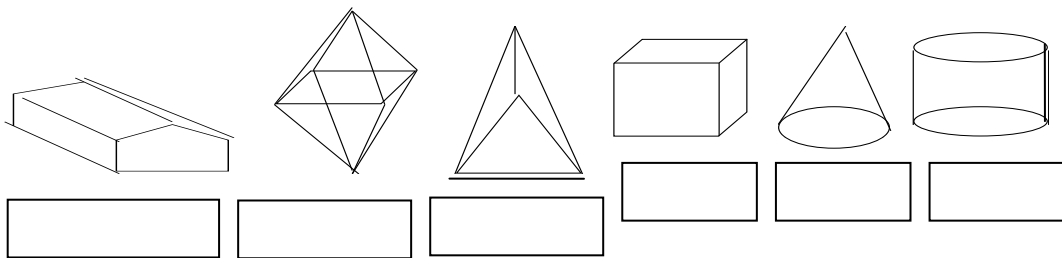
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

TALLER DE POLIEDROS.

Llena y colorea la siguiente ficha

1. Escribe el nombre de los siguientes cuerpos geométricos.



2. Señala con una X los cuerpos de arriba que son poliedros.

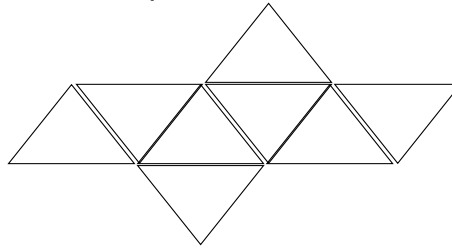
3. ¿Por qué son Poliedros?

4. Escribe el nombre de los poliedros regulares, mínimo 3.

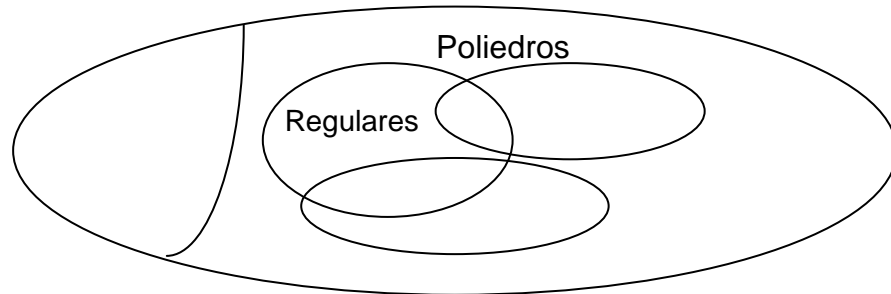
1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

¿Por qué son poliedros regulares?

5. ¿Qué cuerpo geométrico se puede formar con la siguiente plantilla?



5. Completa el siguiente diagrama de Venn y pon algún dibujo en las intersecciones.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** ____ **FECHA:** _____

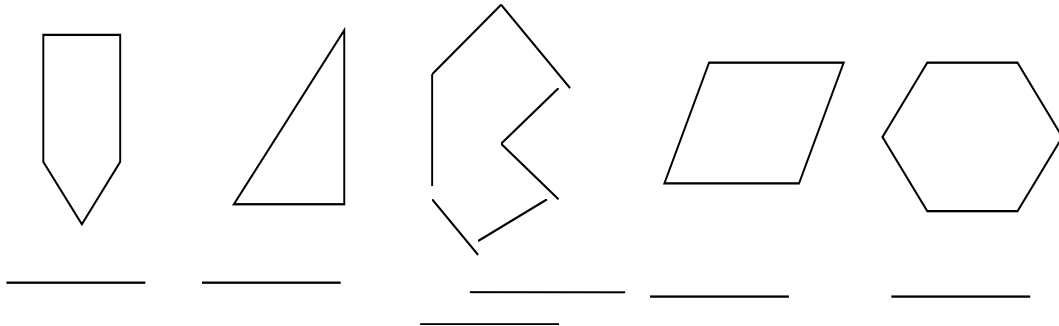
FIGURAS PLANAS

Completa la siguiente ficha. Para realizar el 4 punto, dibuja tres polígonos y completa la tabla.

1. Dibuja mínimo 4.

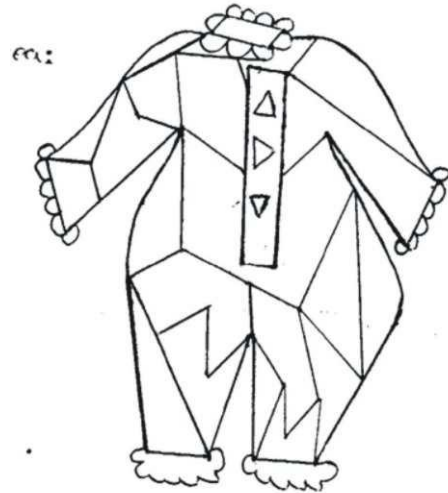
POLÍGONOS	NO POLÍGONOS

2. Debajo de cada línea escribe el nombre correspondiente a cada uno de los siguientes polígonos, según el número de lados.



3. En el siguiente dibujo colorea:

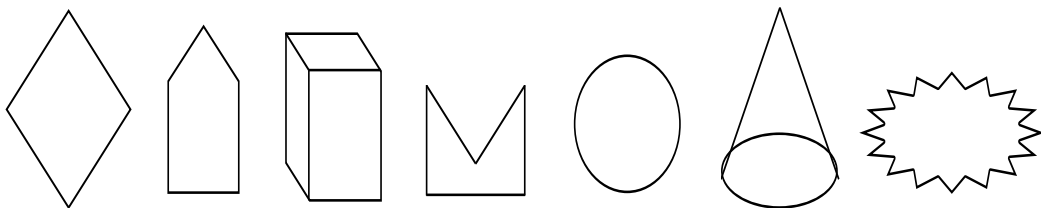
- De azul los triángulos
- De rojo los cuadriláteros
- De verde los pentágonos
- De morado los hexágonos
- De café los heptágonos
- De amarillo los no polígonos
- De anaranjado los eneágonos.



4. Completa la siguiente tabla.

Dibujo	Número de lados	Número de vértices	Número de ángulos	Nombre.

5. Marca con una X las figuras planas.



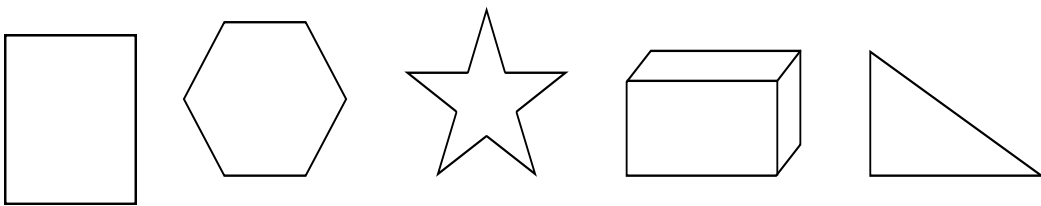
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** ____ **FECHA:** _____

PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO.

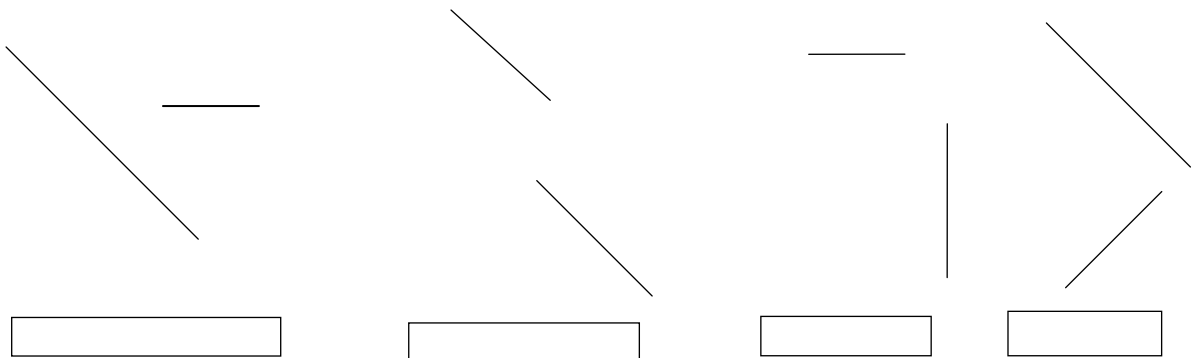
Lee bien las instrucciones dadas para que puedas realizar correctamente la ficha, recuerda que debes utilizar colores y regla.

1. en las siguientes figuras pintar de color amarillo un par de líneas perpendiculares y de verde un par de líneas paralelas, siempre y cuando sea posible

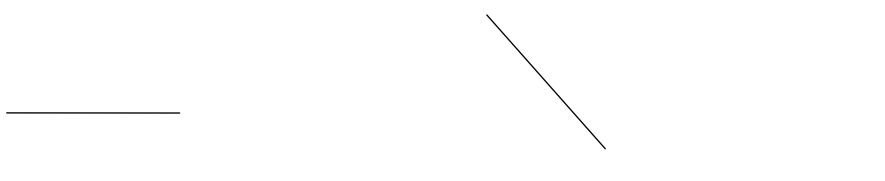


2. Trazar con rojo pares de líneas perpendiculares y con azul pares de líneas paralelas, en diferentes posiciones.

3. Prolongar los siguientes pares de líneas y escribir en el rectángulo si son paralelas o perpendiculares.



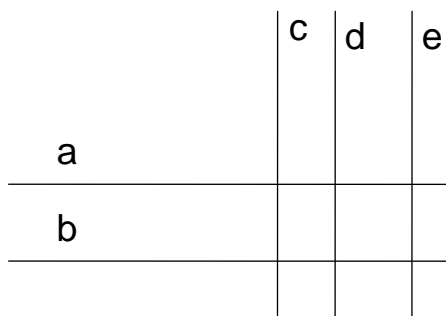
4. Trazar una línea paralela a cada una de las rectas dadas.



5. contesta con una (f) si es falso o con una (v) si es verdadero.

- Dos líneas son perpendiculares cuando no se cruzan y conservan la misma distancias entre ellas ().
- Dos líneas son perpendiculares cuando se cruzan, formando ángulo recto ().
- Dos líneas son paralelas cuando no se cruzan y conservan la misma distancia entre ellas ().

6. Dadas las siguientes rectas paralelas y perpendiculares contesta falso o verdadero.



- Las rectas a y e son perpendiculares ().
- Las rectas a y d son paralelas ().
- Si a es paralela a b, entonces b es paralela a a ().
- las rectas e y d son paralelas ().
- las rectas b y d son perpendiculares ().

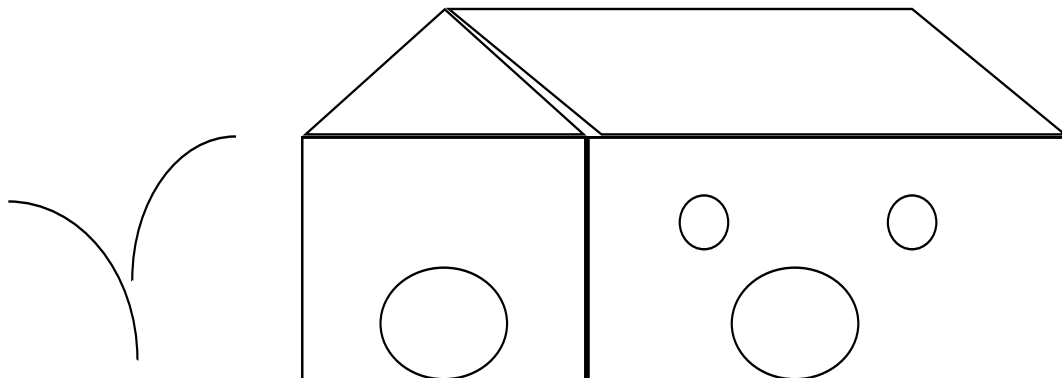
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** ____ **FECHA:** _____

Realiza la siguiente ficha. Recuerda utilizar la regla y los colores correspondientes.

1. Traza con rojo pares de rectas perpendiculares y con azul pares de rectas paralelas.

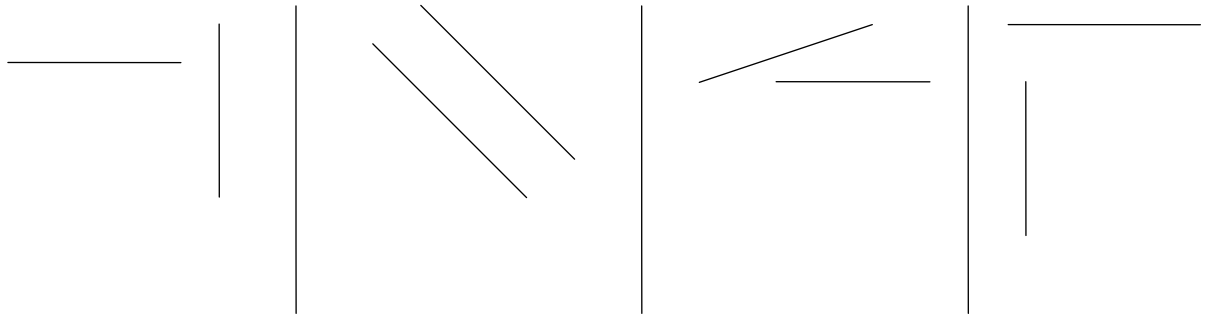
2. Colorea de verde un par de líneas perpendiculares y de rojo un par de líneas paralelas.



3. Escribe las condiciones o características de:

LÍNEAS PARALELAS	LÍNEAS PERPENDICULARES

4. Prolonga los siguientes pares de rectas y escribe debajo, si son paralelas o perpendiculares.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

CUADRILÁTEROS.

Para elaborar esta ficha puedes recurrir a la bolsa de cuadriláteros que se encuentra en la mesa del profesor, recuerda utilizar regla y tener presente la clasificación de los cuadriláteros en el diagrama realizada la clase anterior.

1. Escribe con una (V) si es verdadero y con una (F) si es falso. Cuando sea falso explica por qué.

- Soy rombo porque tengo dos pares de lados paralelos y cuatro lados iguales (). ¿Por qué?
_____.
- Soy rectángulo porque tengo dos pares de lados paralelos, cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos. (). ¿Por qué?
_____.
- Soy trapecio por que Tengo dos pares de lados paralelos (). ¿Por qué? _____
- Soy cuadrado porque tengo dos pares de lados paralelos, cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos (). ¿Por qué?
_____.
- Soy paralelogramo porque tengo dos pares de lados paralelos (). ¿Por qué? _____
- Soy trapecoide porque tengo al menos un par de lados paralelos (). ¿Por qué?
_____.

2) Al frente realiza el dibujo correspondiente.

- soy cuadrilátero y tengo solamente un par de líneas paralelas.

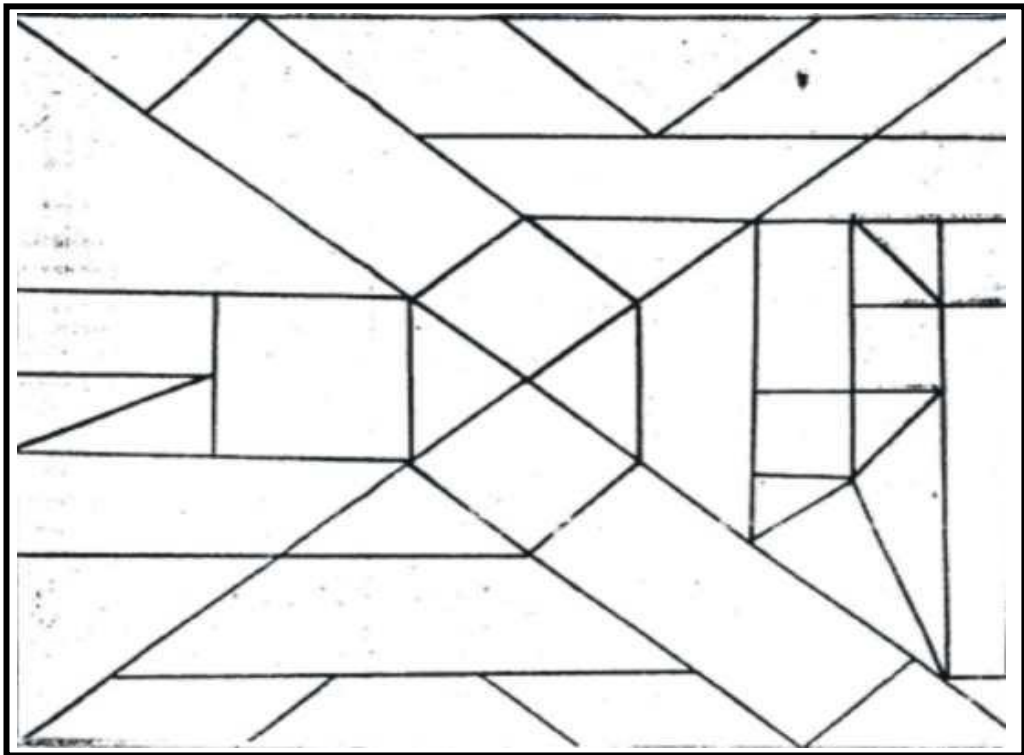
- Soy a la vez, paralelogramo, rectángulo, rombo y trapecio.

- Soy paralelogramo y tengo todos mis lados iguales.

Luego soy Rombo.

- Soy paralelogramo no rombo ni rectángulo.
- Soy paralelogramo y tengo todos los ángulos rectos.

3. Colorea de amarillo los trapecios, de rojo los paralelogramos, de azul los cuadrados, de verde los rectángulos y de negro los rombos.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN - DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN INFANTIL
LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PARA 4º Y 5º
GRADO
PROYECTO DE PRÁCTICA.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____ **FECHA:** _____

CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.

Completa la siguiente ficha, utilizando Spaguetis, o tiras de papel y colbón.

LADOS	ISÓSCELES	ESCALENO	EQUILÁTERO
ANGULOS			
RECTÁNGULOS			
OBTUSÁNGULO			
ACUTÁNGULO			

