

PROCESO DE OBJETIVACIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN CUANDO LOS  
ESTUDIANTES RESUELVEN PROBLEMAS

MARÍA ANDREA CARDONA MESA

HELLEN DADIANA CUESTA ROMAÑA

JHOAN ESTEBAN LÓPEZ ROMÁN

LEIDY MARITZA TORO GARCÍA

ASESORA:

OLGA EMILIA BOTERO HERNANDEZ

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2013

## AGRADECIMIENTOS

A Dios fuente de sabiduría y fortaleza, que nos permitió emprender y terminar estos dos años de trabajo de Grado

A nuestra asesora, Olga Emilia Botero, por ser nuestra guía en este proceso.

A nuestros padres y familiares por su apoyo incondicional.

A la Institución Educativa La Paz, Sede John F. Kennedy por brindarnos el espacio para realizar el trabajo de investigación.

## Contenido

AGRADECIMIENTOS.....	2
LISTA DE IMÁGENES.....	5
LISTA DE TABLAS.....	6
LISTA DE ANEXOS.....	7
1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	10
1.1 Caso analizado.....	10
2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	12
2.1 JUSTIFICACIÓN.....	12
3. OBJETIVOS.....	15
3.1 General:.....	15
3.2 Específicos:.....	15
4. MARCO CONTEXTUAL: Caracterización de la Institución Educativa La Paz.....	16
4.1 Consideraciones generales.....	16
4.2 Fundamentos filosóficos.....	18
4.3 Modelo pedagógico.....	19
4.4 Evaluación.....	20
4.5 Plan de área de Matemáticas.....	23
5. MARCO TEÓRICO.....	25
5.1. Enfoque socio-cultural.....	25
5.1.1 Teoría de la actividad.....	28
5.1.2 Teoría de la Objetivación.....	29
5. 2 Las fracciones.....	32
5.2.1 El número fraccionario en los contextos locales.....	35
5.3 La resolución de problemas.....	38
5.3.1 Resolución de problemas en los contextos locales.....	40
6. METODOLOGÍA.....	42
6.1 Triangulación.....	48
7. CATEGORÍAS EMERGENTES.....	53
7.1 INTERACCIONES:.....	53
7.2 ARTEFACTOS:.....	56
7.3 MEDIOS SEMIOTICOS.....	59
8. CONCLUSIONES.....	65

BIBLIOGRAFÍA.....	67
ANEXOS.....	70
Anexo 1: Consentimiento de Participación 1 .....	70
Anexo 2: Cuadro análisis necesidad 1 .....	74

## LISTA DE IMÁGENES

<i>Imagen 1: Cocinando con las fracciones 1</i> .....	51
<i>Imagen E 2. 1</i> .....	54
<i>Imagen E 2. 2</i> .....	55
<i>Imagen E 2. 3</i> .....	55
<i>Imagen E 3. 1</i> .....	57
<i>Imagen E 4. 1</i> .....	58
<i>Imagen E 5. 1</i> .....	60
<i>Imagen E 5. 2</i> .....	60
<i>Imagen E 5. 3</i> .....	61
<i>Imagen E 6. 1</i> .....	62
<i>Imagen E 6. 2</i> .....	62
<i>Imagen E 6. 3</i> .....	63

## LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1: Escala Valoración Institucional</i>	22
<i>Tabla 2: Cronograma objetivos por sesion</i>	47
<i>Tabla 3: Cronograma encuentros</i>	48
<i>Tabla 4: Cuadro de analisis</i>	50

## LISTA DE ANEXOS

<i>Anexo 1: Consentimiento de Participación</i> .....	70
<i>Anexo 2: Cuadro análisis necesidad 1</i> .....	74

## INTRODUCCIÓN

*“la teoría sin experiencia es vacía; la experiencia sin teoría es ciega”*

*Paulo Freire (1996)*

La investigación, aplicada a procesos y contextos educativos, ha aportado a la pedagogía y a la educación misma, numerosas y significativas teorías que se transforman en herramientas orientadoras para las prácticas de los maestros en sus aulas de clase, permitiendo así que se generen nuevas experiencias y nuevos procesos de investigación cuyo producto final es el reinicio constante del círculo investigativo. En este sentido Paulo Freire (1996) advierte que la investigación requiere de una dialéctica entre teoría y práctica de forma complementaria, donde una es posible en términos de la otra. Sin embargo el interés por parte de los maestros de la investigación educativa no se da en la discusión por la teoría y la práctica, sino que nace de la urgente y natural necesidad por superar las dificultades, en los procesos prácticos de enseñanza y aprendizaje y se concreta en la sistematización de una hipótesis o teoría.

Para dar respuesta a las necesidades educativas mencionadas en el anterior párrafo, las instituciones de educación superior le apuestan a los procesos investigativos desde las facultades, procurando que los maestros en formación esclarezcan y pongan en evidencia las dificultades y necesidades que emergen de los contextos educativos más cercanos; a todo este ejercicio se le ha denominado prácticas investigativas y prácticas pedagógicas. En particular, la facultad de Educación de la Universidad de Antioquia hace énfasis en las prácticas como espacio de análisis para formar maestros con altas competencias investigativas<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Consideraciones tomadas desde Reglamento Interno y de funcionamiento de la Práctica Pedagógica en los programas de Pregrado de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia en las modalidades presencial y semipresencial.



Gracias a uno de estos espacios ofrecidos por la Facultad de Educación, se presenta el siguiente informe que da cuenta de la investigación realizada con los estudiantes del grado cuarto de la institución Educativa La Paz sede Jhon F. Kennedy, ubicada en el municipio de Envigado (Antioquia), investigación que será presentada en cuatro momentos denominados formulación, diseño, gestión y cierre de acuerdo con los planteamientos de Carlos A. Sandoval Casilimas (2002).

En un primer momento (formulación) se presenta la consolidación y justificación de una “*pregunta problematizadora o de investigación*”, que se convierte en el problema principal a solucionar por medio de la investigación. De aquí se desprendieron unos objetivos que determinaron lo que se quiso alcanzar.

En un segundo momento (diseño) se presenta la elaboración de un marco de referentes que sustenta teóricamente el proceso, lo cual permitió obtener una visión más holística de la investigación y en particular del objeto o tesis, definiendo cada uno de sus componentes.

En un tercer momento (gestión) se inicia con el estudio vivencial del problema encontrado, con la aplicación de una metodología que aun estando presente desde el inicio del proceso de investigación alcanza su precisión en este momento pretendiendo dar respuesta a la pregunta planteada. En tal momento se hace una recolección de información que compone la fuente principal de análisis.

Finalmente en un cuarto momento (cierre) se plantea la sistematización de los resultados obtenidos en las intervenciones, para dar cuenta del alcance de los objetivos propuestos al inicio y la respuesta a la pregunta con el planteamiento de unas conclusiones finales.

# 1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

## 1.1 Caso analizado

En el tercer periodo del año 2011 en el área de matemáticas, una de las docentes cooperadas de la institución Educativa La Paz sede John F. Kennedy, diseñó y aplicó la evaluación final, en la cual se les planteó a los estudiantes del grado 4 el siguiente problema:

*Eduardo trabaja en una fábrica de vajillas, decoradas a mano. Él es uno de los artistas. Antes del medio día decoró  $\frac{1}{6}$  del número de piezas, por la tarde decoró  $\frac{8}{6}$  de las piezas de la vajilla. Si el total de las vajillas son  $\frac{23}{6}$  ¿qué parte de la vajilla le falta a Eduardo por decorar?*

Antes de señalar cualquier dificultad en el problema mismo, se encontró que a los estudiantes se les dificulta resolver el problema, presentando conductas como:

Al leer el enunciado, los estudiantes se apresuran a dar frases como “no entiendo”, “profe, ¿qué hago?”, “¿por dónde inicio?” “no soy capaz”, entre otras.

Dudan de sus procesos, preguntando constantemente “¿profe voy bien?”, “¿profe, si es así?” e incluso a los compañeros “¿qué has hecho?” “yo lo hice así, y ¿tú?”

Se les hace difícil pasar los datos del enunciado a un lenguaje matemático, es decir, representar esas partes que ha decorado de la vajilla y lo que le falta por decorar por medio de una operación ya que dejan esta parte sin realizar o representan las fracciones de forma confusa, además parecen no tener clara la relación entre la parte y el todo en tanto que ven la fracción como la unión de dos números y no como una relación entre una magnitud tomada como unidad o un “todo” y una magnitud que la compone que en concreto representa la parte.

Intentan llegar a respuestas adivinando la operación que deben utilizar, reflejando las dificultades en la comprensión de los procedimientos aprendidos en clase.

Para los estudiantes aparentemente es más natural utilizar los dedos y realizar cálculos aproximados antes de expresar una respuesta, pero cuando se les pide presentar la solución y sus procedimientos, dicen que son incapaces de representarlo en una gráfica o en una operación pero manifiestan al mismo tiempo cierta desconfianza de los medios semióticos<sup>2</sup> que utilizaron para llegar a su respuesta.

Teniendo en cuenta lo anterior, surgen las siguientes preguntas problematizadoras:

¿Cómo propiciar una conceptualización de los números fraccionarios?

¿Cómo utilizar la resolución de problemas como una herramienta para la enseñanza de los números fraccionarios?

¿Cuáles son los procesos de los estudiantes cuando resuelven problemas?

¿Serán los mismos procesos cuando los resuelven en grupo?

¿Cuál es la concepción de fracciones que tienen los estudiantes cuando resuelven problemas?

El uso de material concreto ¿cómo permite evidenciar los significados que del concepto matemático se tiene?

---

<sup>2</sup>Radford (2006) los define como aquellos instrumentos, acciones, gestos utilizados por el sujeto que materializan lo que está pensando

## **2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

*¿Cuál es el proceso de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa La Paz sede John F. Kennedy resuelven problemas?*

### **2.1 JUSTIFICACIÓN**

Las motivaciones que llevaron a iniciar la investigación que aquí se presenta son todas de carácter formativo a nivel superior respondiendo al interés de los investigadores en adquirir experiencia dentro de las aulas de clase, en hacer lectura minuciosa de los contextos para la enseñanza de las matemáticas, en hacer análisis de las problemáticas que dificultan el aprendizaje de las matemáticas e indudablemente en lograr hacer un aporte significativo y novedoso a la investigación educativa a nivel local.

Aún con estos elementos iniciales no quedan justificadas las razones por las cuales el proceso de investigación que aquí compete, hace referencia a los procesos de objetivación, a las fracciones y a la resolución de problemas. Pues bien, como todo proceso de investigación la importancia de las variables que lo componen, aparecen y se van transformando a medida que avanza la misma investigación, en este sentido es pertinente señalar que al inicio del proceso, es decir, cuando se pretendía encuadrar una pregunta problematizadora, el principal objetivo era encontrar en las aulas de clase un problema con características precisas que permitieran un estudio y tratamiento del mismo con los recursos y tiempo con el cual se disponía, las clases del grado cuarto de la institución educativa La Paz en su sede John F. Kennedy dejaron ver, a través del planteamiento de una situación, que los estudiantes tenían notorias dificultades

para abordar dicho planteamiento y hacerlo pasar por un lenguaje matemático que les permitiera aplicar los procedimientos necesarios y así encontrar la respuesta o resolución al problema que se encontraba implícito en los enunciados. Inicialmente el grupo de trabajo creyó identificar allí un problema de estrategias de aprendizaje en torno a la resolución de problemas con fracciones, sin embargo, quedaba aún muy incierta la forma como estas estrategias se dejaban ver y más aún en el campo de las fracciones que asume diferentes conceptualizaciones de acuerdo con la intención de cada problema, lo que llevó a los participantes a intensificar la búsqueda bibliográfica entorno a las estrategias de aprendizaje llevándonos al encuentro con una teoría más contemporánea que permite evidenciar con mayor facilidad y que además responde muy bien a los objetivos inicialmente planteados, tal teoría corresponde a la teoría de la actividad. No fue sencillo hacer la transición de la pregunta problematizadora de tal forma que correspondiera con los marcos contextual y referencial que ya se habían establecido, aún así la recopilación de material bibliográfico de autores como el canadiense Luis Radford y el brasileño Orivaldo De Moura, llevaron a una mejor comprensión de dicha teoría que permitió conocer otros elementos dentro de ella como la objetivación en matemáticas, elementos que nos reconfirmaban la pertinencia de la teoría de la actividad para la investigación y empezaron a mostrar que otra teoría no arrojaría mejores resultados. Particularmente la objetivación admitía percibir eso que hace el estudiante y que puede tomarse como una señal de comprensión de las diferentes actividades que realiza haciendo uso de conocimientos, en especial las actividades que se relacionan con el aprendizaje de las matemáticas o en este caso la resolución de problemas con fracciones, por lo tanto el objeto de investigación se transforma a tal punto que el interés en conocer las estrategias utilizadas por los estudiantes se convierte en un interés por ese “hacer” o ese proceso de objetivación que realizan los estudiantes.

En cuanto a las fracciones, las circunstancias que llevaron a tomarlas como el objeto matemático de la investigación responden un tanto a las presiones realizadas por críticas constructivas que se dieron durante el proceso en cuanto a la amplitud del problema ya que inicialmente se pretendía hacer un estudio en general del pensamiento numérico, aun así las directamente responsables de la

elección de dicho objeto matemático fueron las circunstancias mismas del proceso, pues los cuatro investigadores a la hora de observar y hacer lectura de las problemáticas en los diferentes grupos, vieron las fracciones como el común denominador en las diferentes actividades propuestas por los distintos maestros cooperadores, lo cual facilitó el diagnóstico que permitió señalar las dificultades que manifestaban los estudiantes y que eran de corte conceptual más que procedimental, lo que justifica el hecho de asumir las fracciones desde todas sus conceptualizaciones, planteadas por Gilberto Obando Zapata ( 2006).

Finalmente, es apropiado señalar que si bien los lineamientos curriculares en matemáticas hacen más referencia a las situaciones problema como medio fundamental para el abordaje de los problemas en el aula y lo promueven como la metodología más asertiva para la enseñanza de las matemáticas, el interés de la resolución de problemas en esta investigación se debe a que representa una opción que puede abonar a ese complejo camino como es la conceptualización de los números fraccionarios y se deja en términos de opción ya que la resolución por sí sola no es una fuente que nos permita visualizar qué comprende el estudiante del concepto matemático que se está trabajando. Nos atrevemos incluso a afirmar que es la resolución de problemas la principal fuente de actividad que se empleará para hacer lectura del proceso de objetivación.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 General:**

Identificar el proceso de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la institución educativa La Paz sede John F. Kennedy resuelven problemas.

#### **3.2 Específicos:**

- Desencadenar actividad en los estudiantes cuando resuelven problemas utilizando materiales como las regletas de Cuisenaire, cubos, recetas de cocina.
- Dar a conocer el proceso de objetivación del concepto de fracción que presentan los estudiantes al relacionarse con sus compañeros y los materiales para la resolución de problemas.

## **4. MARCO CONTEXTUAL: Caracterización de la Institución Educativa La Paz**

### **4.1 Consideraciones generales**

Los estudiantes que son sujeto de investigación en el presente proceso, pertenecen a la población estudiantil de la Institución Educativa La Paz sede John F. Kennedy ubicada en la calle 40 H sur N° 41-61 del barrio El Dorado en el municipio de Envigado, institución que se ha consolidado como polo de desarrollo para las comunidades aledañas y que con 50 años de atención ha logrado transformarse en punto estratégico para el desarrollo de actividades culturales, artísticas y pedagógicas del municipio, además de ser una de las mejores opciones educativas en términos de calidad dado que en el año 2010 se encontraba en proceso de certificación y por tal motivo se denominó “el año de la calidad institucional”<sup>3</sup>.

Los estudiantes que pertenecen a la institución cuentan con la posibilidad de matricularse en una de las cinco sedes: John F. Kennedy, Leticia Arango, Triación, Paz primaria y bachillerato. En términos generales (abarcando todas las sedes), la Institución es un centro de básica y media aprobado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en la resolución N° 154143 de Noviembre 8 de 2002. Actualmente cuenta con una población de tres mil estudiantes entre transición y undécimo. En particular, la sede John F. Kennedy hasta el 2002 fue conocida como la Escuela Urbana John F. Kennedy y posteriormente fue fusionada con la Escuela Urbana La Paz, Leticia Arango de Avendaño, y El Triación por decreto N° 154143 de Noviembre 8 del 2002, y desde entonces es conocida como la Institución Educativa La Paz. La misma sede brinda a la comunidad una atención educativa que cuenta con cuatro grupos del grado transición y 16 de básica primaria en

---

<sup>3</sup> Tomado de “plan de área” Institución Educativa La Paz



jornadas diferentes de mañana y tarde. Actualmente la sede atiende a 733 estudiantes aproximadamente, tanto de género femenino como masculino y sus edades oscilan entre los 4 y 12 años. Dichos estudiantes pertenecen a estratos socio-económicos que van de 0 a 5, donde el mayor porcentaje de alumnos se encuentran en el estrato 3; aunque la mayor parte de estudiantes residen en el municipio de Envigado, también puede encontrarse estudiantes que se transportan desde municipios como: Itagüí, El Poblado, La Estrella y Sabaneta.

Este centro educativo cuenta con el apoyo de 23 educadores, un profesional en psicología, un bibliotecólogo, una coordinadora, una aseadora, un celador y una familia residente en la institución que se encarga de vigilarla en las noches y fines de semana; los servicios prestados por esta comunidad están mediados por la cordialidad y el respeto que generan ambientes de sana convivencia. En cuanto a la planta física, está dotada de 10 salones de clase equipados con silletería básica, también cuenta con servicios sanitarios tanto para los estudiantes como para los docentes, restaurante escolar, sala de informática, salón de profesores, coordinación, tienda, heladería, salón de educación física, salón de ayudas educativas, laboratorio de inglés, aula múltiple, parque infantil, cocineta para profesores y empleados, y biblioteca. Cuenta también con zonas deportivas como la cancha de baloncesto, cancha de fútbol y pista atlética, que comparte con la comunidad aledaña y que usa durante las clases de Educación Física.

Por otro lado y tomándolo como una particularidad de la institución, en el plan de área de matemáticas se expresa que las condiciones familiares de la comunidad a la que pertenecen los estudiantes, son en su mayoría *“madres solteras que responsabilizan a los abuelos de la crianza de sus hijos, madres cabezas de familia; el desempleo y el bajo nivel económico, son comunes y el nivel académico de los padres alcanza títulos profesionales, tecnólogos y técnicos”*Gaviria, W. e. (2010), condiciones que se evidencian en la interacción familiar a la hora de salida o a la hora de llegada, en el incumplimiento a las citas programadas por los docentes, en la no presentación de tareas, talleres y consultas, en los déficit afectivos diagnosticados como depresión. Aun así, se ha podido notar que los aspectos socioeconómicos no afectan notoriamente los procesos y capacidades

de aprendizaje ya que en las aulas de clase los niños no hacen diferenciaciones de este tipo con respecto a sus compañeros. Anteriormente se manifestó que era una particularidad encontrar este tipo de diagnósticos en el plan de área y efectivamente las instituciones tienen este tipo de consideraciones para el diagnóstico general pero no para los planes de área ya que pueden afectar los procesos de aprendizaje pero no determinan las consecuencias en cada área.

Especialmente en la sede que es objeto de investigación, el trabajo por profesorado no se tiene en cuenta por las directivas como forma de trabajo escolar en básica primaria, pues los profesores, además de ser directores de grupo, son los encargados de orientar la mayor parte de áreas, excepto el área de educación física que es dirigida por profesores capacitados del INDER. Así los horarios de cada materia se establecen de acuerdo con la necesidad formativa de los estudiantes por lo que pueden ser variantes, aunque en el caso de matemáticas se asigna una hora diaria.

## **4.2 Fundamentos filosóficos**

La Institución Educativa La Paz, asume unos elementos que le dan fundamento al ser, al conocer y al hacer de los conocimientos y valores que pretenden brindar a la comunidad, estos elementos fundantes se conocen como la filosofía institucional. En particular, la institución asume la epistemología constructiva como su base filosófica, entendiendo la epistemología constructiva como forma de existencia del conocimiento, no como algo ya dado ni terminado sino como la decisión y acción del ser humano por acceder a lo que debe y quiere conocer. De acuerdo con las consideraciones filosóficas adoptadas por el colegio, debe haber un fin que determine lo que se pretende alcanzar en los procesos educativos, dicho fin está considerado en la misión institucional como *“la formación integral mediante el desarrollo de pensamiento reflexivo, participativo, democrático,*

*autónomo, crítico, creativo, investigativo y tecnológico*<sup>4</sup> y se complementa con una proyección hacia el 2013 consignada en los siguientes términos de la visión: “...formar un ser holístico, un ciudadano integral, con pensamiento de alto orden que lo lleve a aportar positivamente al desarrollo del país en los ámbitos social, político, económico, cultural, ecológico, familiar y en la ciencia y tecnología”.<sup>5</sup> Otro fundamento filosófico está determinado por el lema que expresa el sentir de la comunidad, es el lema “*excelencia académica con sentido de pertenecía y calidad humana*”Gaviria, W. e. (2010), practicando además la fórmula de convivencia “*respeto + tolerancia = convivencia feliz*”, la cual representa un reto en la formación que se construye en el cotidiano escolar. Esta filosofía se sustenta bajo los principios de “*Autonomía, libre expresión y participación, tolerancia, sana convivencia, compromiso, investigación y responsabilidad compartida*”<sup>6</sup>, que son considerados “principios que educan”, en tanto que, para las directivas y comunidad, el ser humano debe desarrollar un conocimiento de sí mismo y de sus formas de pensar, actuar y sentir.

#### **4.3 Modelo pedagógico.**

Los fundamentos filosóficos sustentan la razón de ser de la institución, dentro de estos, es necesario plantear la forma como es asumida la enseñanza y los procesos de formación, lo que es llamado modelo pedagógico, ya que este modelo permitirá a los docentes permear sus procesos de formación de acuerdo al sentir institucional. Según lo planeado en el PEI, la institución asume un modelo pedagógico sistemático, dinámico e integral, el cual busca “*reunir elementos básicos de cada uno de los métodos existentes, observación, refuerzo, disciplina-experiencias, desarrollo de estructuras mentales, intereses - aptitudes, diálogo, investigación, proceso de construcción de pensamiento y transformación de la realidad, inducción, deducción y desarrollo de la creatividad*”<sup>7</sup>, esto teniendo en

---

<sup>4</sup> Ibíd.

<sup>5</sup> Ibíd.

<sup>6</sup> Ibid

<sup>7</sup> Tomado de “modelo pedagógico” en plan de área de matemáticas .PEI la Paz

cuenta los estándares y lineamientos curriculares que buscan el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas y laborales. Es preciso resaltar que dichas consideraciones en el modelo pedagógico no definen de forma concreta un modelo pedagógico como tal, más bien, se toman elementos de diferentes modelos y se crea uno que integra las diferentes dimensiones a desarrollar en el estudiante. Aunque el modelo, en términos pedagógicos, es muy amplio, la institución lo ha tomado como un reto para la formación de pensamientos, competencias e inteligencias como respuesta a las demandas de la sociedad actual.

#### **4.4 Evaluación**

El modelo pedagógico adoptado por la institución debe encontrar su mejor expresión en los procesos de verificación o valoración de los aprendizajes y procesos desarrollados dentro y fuera del aula de clase para la formación del estudiante, estos procesos se recopilan y analizan en una carpeta llamada “sistema institucional de evaluación de los estudiantes” o SIEE en la que se plantean y analizan los criterios de evaluación tanto a nivel institucional como a nivel nacional contenidos en la ley general de educación 115 de 1992 y decreto 1092 del 2010; dicha carpeta es reglamentaria para todas las instituciones oficiales y debe ser actualizada permanentemente. El término evaluación es contemplado institucionalmente como “el proceso permanente y objetivo para valorar el nivel de desempeño de los estudiantes en relación con sus competencias”<sup>8</sup> en este sentido es sinónimo de valoración y no de calificación en la medida que evalúa, de forma integral, el nivel de desempeño de los estudiantes con relación a sus aprendizajes y sus competencias. Por un lado, don los aprendizajes en el sentido que es una evaluación “*diagnostica, formativa, sumativa, continua, integral, sistemática, flexible, interpretativa y participativa*”<sup>9</sup>, no obstante la tendencia observada es más cuantitativa ya que los procesos actitudinales y procedimentales quedan relegados por la importancia que se le da

---

<sup>8</sup> Tomado de SIEE de La Paz

<sup>9</sup> Tomado de “sistema de evaluación” PEI la Paz.

a los procesos conceptuales. Por otro lado, la evaluación es integral con relación a las competencias ya que se enfoca en la evaluación de dimensiones, dominios, niveles y criterios; algunas dimensiones como la intelectual se les da relevancia en los procesos sin dejar de lado la dimensión afectiva, ético-religiosa, social y corporal, necesarias para la integralidad de la evaluación. También puede evidenciarse una fuerza especial en la evaluación de dominios como la información verbal y las destrezas intelectuales y motoras dejando las actividades menos significativas para los dominios en estrategias cognitivas y actitudinales.

Con lo anterior, en el SIEE se plantean unos criterios de evaluación, específicamente en la básica y media se espera que el estudiante sepa y sepa hacer al finalizar un proceso de enseñanza y aprendizaje:

- Aplicación de los estándares.
- La consolidación de los indicadores de desempeño contruidos desde cada una de las áreas entendidas como las acciones manifiestas del estudiante que sirvan para determinar el nivel de aprendizaje.
- La evaluación con base a las competencias, desempeños e indicadores de desempeño establecidos en el plan de estudio, el PEI y planes de mejoramiento.
- La evaluación coherente entre lo que se tiene en la planeación del área y lo que se ejecuta en el aula o fuera de ella.
- La evaluación como un proceso continuo, por lo tanto se evalúa durante todo el ciclo académico.

Estos no son los únicos criterios que se tiene en cuenta a la hora de evaluar debido a que en el manual de convivencia de la Institución Educativa La Paz, en su artículo 13, se tiene en cuenta otros criterios de evaluación:

- El rendimiento del estudiante en función de sus posibilidades.
- Progreso, entendido como la relación entre el rendimiento actual y el rendimiento anterior.

- Norma, límite o meta exigida, entendida como el mínimo que se debe exigir al estudiante.

Estos criterios de evaluación además de estar sustentados por los estándares nacionales básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales y competencias ciudadanas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para todo el país, tienen en cuenta también estrategias de evaluación integral:

Autoevaluación: se aplica al finalizar cada periodo y tiene un valor del 10% de la nota total de cada área, partiendo de unos desempeños establecidos: Responsabilidad y compromiso, participación, apropiación de los conceptos, comportamiento y sentido de pertenencia, actitud frente al aprendizaje, asistencia y puntualidad, y capacidad de escucha.

Heteroevaluación: entendida como un proceso continuo que busca valorar actitudes y conocimientos, aunque en lo observado se nota más una tendencia por parte de los docentes a ser más cuantitativos que cualitativos ya que tiene más importancia un resultado que los procedimientos llevados a cabo por los estudiantes.

Coevaluación: a partir de las observaciones realizadas en cada uno de los grados se llega a la conclusión de que esta estrategia se ha dejado a un lado en los procesos de evaluación.

Todo lo anterior se resume en una escala de valoración institucional con su equivalencia con la escala nacional:

De 1.0 a 2.9	Desempeño Bajo
De 3.0 a 3.9	Desempeño Básico
De 4.0 a 4.5	Desempeño Alto
De 4.6 a 5.0	Desempeño Superior

Tabla 1: Escala Valoración Institucional 1

#### 4.5 Plan de área de Matemáticas

Todos los elementos abordados hasta ahora y que caracterizan a la institución han de tener aplicación para todas y cada una de las áreas del aprendizaje, por eso se hace necesario para la investigación, un trabajo específico en el área de matemáticas que se enfoque en las consideraciones institucionales consignadas en los llamados “planes de área” donde están todos los elementos a desarrollar en las áreas de aprendizaje. De esta forma las consideraciones institucionales que se hacen frente al área de matemáticas están mediadas por un modelo pedagógico desarrollista, con el lema “aprender haciendo”, este modelo pretende que el maestro intervenga en los procesos del estudiante para que le permita construir sus conocimientos a partir de las nociones o conocimientos previos y su relación con los contextos escolares (Dewey y Piaget), procurando el *“desarrollo del pensamiento, la lectura comprensiva y la formación valorativa en la cual se desarrolle la inteligencia humana por medio instrumentos de conocimiento y operaciones intelectuales”*<sup>10</sup>. De aquí que se genere una concepción de las matemáticas como el conjunto de saberes de carácter numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio que dan herramientas conceptuales y metodológicas para la resolución de problemas.

Con el enfoque y la definición señalados en el anterior párrafo, se genera coherencia entre el objetivo general del área (propuesto en los Lineamientos Curriculares) y el objetivo construido para el área de matemáticas para el cumplimiento de la misión y la visión de la Institución (contenidas en el PEI) ya que el objetivo de la enseñanza de las matemáticas, a partir de los lineamientos, es el desarrollo de herramientas para la comprensión de lo que nos rodea y el objetivo del plan de área de la institución educativa La Paz, apunta a lo mismo a partir de la resolución de problemas como mecanismo para la comprensión de los cinco pensamientos que dan sentido a la realidad matemática y desde aquí se contribuye al acercamiento de la visión de un ser humano holístico además del cumplimiento de la misión de formar integralmente. Esta coherencia se ve

---

<sup>10</sup> Tomado del plan de área.

interrumpida a la hora de la práctica en las aulas, pues los docentes no logran articular la resolución de problemas en el alcance de los objetivos del área.

El plan de área adopta otros elementos constituyentes para cada nivel, lo que es denominado “plan de grado”, donde se tienen en cuenta tres grandes aspectos: “*procesos generales, conocimientos básicos y contextos*”. En el caso específico de la institución de práctica, los planes de grado están basados en los cinco pensamientos matemáticos y se señala para cada período la vinculación de un tema a su respectivo pensamiento, de esta forma cualquier docente que pretenda enseñar matemáticas en determinado nivel podrá encontrar en cada período los cinco pensamientos y los temas que se desarrollarán desde estos mismos, integrando procesos como: la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, que se pueden evidenciar en la presentación de los contenidos de área. La misma propuesta de contenidos se presenta a través de situaciones problema ya que se pretende que el estudiante “*elabore de acuerdo a sus vivencias sus conceptos, los someta a análisis y crítica, creando una actitud científica mediante los temas*”.<sup>11</sup> Teniendo en cuenta que las competencias que se deben desarrollar en matemáticas son los cinco pensamientos y que los contenidos planteados en el plan de cada grado se plantean a partir de cada pensamiento, ha de evidenciarse una efectiva formación de competencias y aunque en el plan de área no se definen unos criterios para la evaluación de los aprendizajes en matemáticas, que permitan dar cuenta de tal efectividad, se ha podido observar que los docentes se remiten al plan de grado para definir los criterios con los cuales evaluarán los procesos matemáticos procurando que las herramientas utilizadas sean iguales para todos los grupos de un mismo grado. A pesar de ello, en el plan de grado se especifica que se evaluarán procedimientos como: racionalizar, analizar, deducir, comparar, sintetizar, tomar decisiones y resolver problemas en diferentes contextos que son verificados por simple observación o por pruebas escritas pero que no tienen un criterio establecido en las planillas y tablas de seguimiento.

---

<sup>11</sup> Tomado de “propuesta metodológica” plan de área.



## 5. MARCO TEÓRICO

Dada la pregunta de investigación que surge de las particularidades de la institución, centro de práctica, se hace necesario sustentar los tres aspectos importantes que la componen: el proceso de objetivación, la resolución de problemas y las fracciones, estos son la base del marco teórico que al mismo tiempo se transversalizan por un enfoque en la educación matemática que ha venido tomando fuerza dentro de los procesos de investigación, dicho enfoque es el sociocultural.

### 5.1. Enfoque socio-cultural

Areverse a escribir acerca del enfoque sociocultural implica abordar las construcciones teóricas de Vygotsky, el cual se interesa por presentar la experiencia social como esencia del psiquismo, para este, el desarrollo psicológico no ocurre de forma aislada si no que es en la relación con el otro donde ocurre un progreso cognitivo, progreso que a su vez está en función de la mediación entre signos e instrumentos, donde es la interrelación de estas fuentes las que condicionan el surgimiento del conocimiento, este interés no es ajeno a la presente investigación donde el caso está centrado en sujetos específicos que evidencian una cultura, unos signos y unos instrumentos propios de los contextos en las cuales interactúan.

Vygotsky afirma que la cultura condiciona de entrada el surgimiento de conocimientos en los individuos y puede favorecer una configuración de los conocimientos ya adquiridos, pronunciamiento que lo aleja drásticamente de los planteamientos que en su tiempo tomaban mucha fuerza, como eran los planteamientos de Piaget. *“Para Piaget, el proceso de desarrollo del sujeto está dado desde lo “endógeno es decir; desde dentro hacia fuera” (Gutiérrez, 2005)* mientras que Vygotsky desde el enfoque sociocultural visualiza ese proceso de

desarrollo desde afuera hacia adentro, pero no considerándolo como una asimilación, es más que eso, es una apropiación ya que Vygotsky toma el desarrollo cognitivo como los procesos que ejecuta el niño cuando desarrolla el conocimiento que la sociedad o cultura le permite, es decir; el niño desde su toma de conciencia va apropiándose de pensamientos y conductas que le permitan desenvolverse y valerse en una cultura. En definitiva el desarrollo cognitivo se concibe como *“la adquisición y personalización de la cultura y de los patrones de interacción social mediante la relación del individuo con ese medio social y cultural”* (Gutiérrez, 2005).

En general se pueden detallar algunos elementos en la teoría de Vygotsky que adquieren relevancia dentro de este marco teórico y que dan sentido al enfoque sociocultural como eje transversal de la presente investigación, estos elementos son: la génesis social de la conciencia y conducta humana, el principio de la mediación, y la zona de desarrollo próximo.

Con el primer elemento, Vygotsky propone estudiar la conducta desde un espacio social, donde se relaciona al sujeto con otros y con su medio:

*“En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: primero, a nivel social, y más tarde a nivel individual, primero entre personas (interpsicológica), y después, en el interior del propio niño (intrapsicológica). Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica ya la formación de conceptos. Todas las funciones superiores se originan como relaciones entre seres humanos”* (Vygotsky, citado por Guitart, 2010, 50).

La relevancia de este elemento en el presente trabajo de investigación se encuentra en el momento mismo en que fue seleccionado cada problema, los investigadores tuvieron muy presente que la resolución del problema generara interacción entre los estudiantes, ya que sí un problema no permitía la relación entre los mismos ¿cómo entonces pensar en desarrollo de funciones superiores como el pensamiento, el lenguaje, entre otros que aportaran a encontrar una respuesta a la pregunta de investigación?.

El segundo elemento, el principio de mediación, es un aporte importante para la educación en general ya que permite entender como el sujeto accede al objeto, dando a conocer el carácter mediado del aprendizaje:

*“las funciones psicológicas superiores (memoria, medida, atención voluntaria, pensamiento verbal) se caracterizan por la apropiación y uso de artefactos culturales, “medios auxiliares”, que permiten amplificar, regular y dirigir la acción humana” (Guitart, 2010, 50)*

Esta concepción del principio de mediación permitió enfocar las observaciones de las videograbaciones de cada una de las sesiones, buscando comprender las diferentes acciones realizadas por los estudiantes.

Finalmente el último elemento, la zona de desarrollo próximo:

*“ No es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” (Vygotsky citado por Guitart, 2010, 50)*

Este elemento define la importancia de que en el proceso de aprendizaje se les permita a los estudiantes una interacción con los otros a la vez que propone procedimientos autónomos. Como evidencia de ello se presentan las discusiones de los estudiantes de cuarto grado cuando pretendían establecer la cantidad de ingrediente pedido, para ello eran necesarios establecer acuerdos que unieran la variedad de opciones dadas por los mismos estudiantes. Solo hasta que el docente propone realizar las mediciones con cada uno de las posibilidades dadas es cuando los estudiantes encuentran que cada planteamiento era conveniente para la situación.

### 5.1.1 Teoría de la actividad

Dentro de la teoría socio-cultural, la teoría de la actividad se ha consolidado en la educación como una importante fuente de investigación psicológica que aporta en la comprensión de lo que sucede en las mentes de los estudiantes y lo que hacen mientras aprenden. Esta teoría permite entonces delimitar un poco más el enfoque de la presente investigación con el concepto de actividad, concepto que para autores como Davidov (1988) fue introducido por Vygotsky en la teoría psicológica y posterior a él, muchos científicos soviéticos analizaron y desarrollaron el contenido del mismo en sus investigaciones de psicología general, psicólogos como S. Rubinstein y A. Leontiev, son los más mencionados, sin embargo es a Leontiev quien se le atribuye el título de *“creador de la más desarrollada teoría psicológica general de la actividad”* (Davidov, 1988, pág 29)

En la teoría de Leontiev el concepto de actividad está ligado, ante todo, con la idea que hace referencia a su carácter objetual, esto tiene mucho sentido en la medida que una actividad está siempre encaminada a crear u obtener un objeto, esa es su finalidad, sin embargo durante su desarrollo esta actividad es un *“proceso cuyas contradicciones internas y transformaciones generan la psiquis en calidad de un momento indispensable de su desarrollo”* (Davidov, 1988, pág 29). Por tanto, adquiere importancia la teoría de la actividad en este trabajo de investigación en la medida que por un lado, con su función instrumental, el estudiante establece una motivación con base a una necesidad de crear u obtener un objeto, en segundo lugar, en el desarrollo de su proceso, establece una relación con los otros y con los objetos, que generan unas contradicciones y transformaciones que desarrollan su psiquis.

Para finalizar, La actividad aun como proceso tiene una estructura, catalogada como compleja, una estructura psicológica que, de acuerdo con lo desarrollado por Leontiev tiene los siguientes componentes: *necesidad ↔ motivo ↔ finalidad*. Componentes que se encuentran inscritos respectivamente en los siguientes niveles: Objeto/motivos, Objetivos/acciones y operaciones.

Moura, Sampo, Dias, Panossian, & Dias (2010) caracterizan los niveles en los cuales se desarrolla la actividad, de tal forma que se entienda que el Objeto/motivo hace referencia a esa intención particular por hacer algo, los objetivos/acciones como los diseños mentales e instrumentales de las posibles acciones a llevar a cabo, y las operaciones como aquellas acciones que hacen que sea posible obtener o hacer eso que se quería en un principio. Lo anterior, determina una secuencia lógica que se resume en la siguiente idea:

*“Uno u otro motivo estimula al hombre a plantearse una tarea, a poner de manifiesto la finalidad que, estando representada en determinadas condiciones, requiere el cumplimiento de la acción encaminada a crear u obtener el objeto que responde a los requerimientos del motivo y que satisface la necesidad”* (Davidov, 1988, pág 32).

En resumen, desencadenar actividad en el contexto que se ha propuesto para la presente investigación implica la identificación de las necesidades que emergen frente a la acción de proponer una receta y el objeto/motivo que los impulsa a realizar acciones y pensamiento ante el problema y contradicciones que la receta puede ofrecer. Implica además la lectura y análisis de los medios de interacción que articuladas a las necesidades los lleven a elaborar procesos de pensamiento que estructuran el concepto de fracción y por lo tanto transformen sus prácticas frente a la actividad misma.

### **5.1.2 Teoría de la Objetivación**

Dentro de las aproximaciones de tipo sociocultural que se inspiran en los trabajos de Vygotsky y los trabajos de Leontiev, la teoría de la objetivación se convierte en un enfoque específico de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, teoría que sustenta uno de los elementos que forman parte del presente proceso de investigación, los procesos de objetivación. De acuerdo con Radford (2006), la teoría de la objetivación responde a las exigencias del mundo contemporáneo que se ocupa tanto del saber cómo del ser dentro de una interacción social. Podrá

notarse en la tabla 4 ([cuadro de análisis](#)) que uno de los criterios de análisis corresponde a los tipos de interacción identificados durante la actividad, lo cual reitera la importancia de identificar el proceso de objetivación.

Para Radford (2006) la teoría de la objetivación “*aboga por una concepción no mentalista del pensamiento y por una idea de aprendizaje tematizado como adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico-culturales históricamente formados*” (pág.105), es decir, el pensamiento va más allá de un proceso mental, es más que una asimilación, que una construcción, es una apropiación constituida por una re-flexión con otros que da lugar a un aprendizaje, aprendizaje visto como una actividad social orientada por una realidad históricamente constituida. La actividad social es mediada y mediatizada por los artefactos, esta es una de las principales características que diferencia esta teoría de las demás, medios semióticos como un lápiz, una regla, un gesto, una pausa, no son simples adornos de la actividad sino parte constitutiva de ésta, por eso, cuando un estudiante utilice un artefacto se va a entender que no está reflejando con el uso de este, algo que está en su mente sino que por el contrario, está pensando con el artefacto. Estas características de la objetivación se conjugan como categorías en el apartado referente al análisis, allí los medios semióticos y el aprendizaje componen una parte importante para la objetivación de la actividad desarrollada, sin embargo, son analizados en la medida en que pasen el filtro de las categorías y así poder elegir las categorías más relevantes<sup>12</sup>.

Para una mejor comprensión de la teoría de la objetivación se hace necesario entender los cinco conceptos con los cuales se articula la teoría:

El primero de ellos es el pensamiento con una naturaleza psicológica, se define como una “*re-flexión activa sobre el mundo, mediatizada por artefactos, el cuerpo (a través de la percepción, gestos, movimientos, etc.), el lenguaje, los signos, etc.*”(Radford, 2006, pág. 21). Pensar es entonces una reflexión materializada con los artefactos, el cuerpo, el lenguaje, entre otros, en la medida en que se piensa con y a través de ellos.

---

<sup>12</sup>tabla 4 ([cuadro de análisis](#))

El segundo concepto es el aprendizaje que, dentro de un orden socio-cultural, es visto como:

*“la actividad a través de la cual los individuos entran en relación no solamente con el mundo de los objetos culturales (plano sujeto-objeto) sino con otros individuos (plano sujeto-sujeto o plano de la interacción) y adquieren, en el seguimiento común del objetivo y en el uso social de signos y artefactos, la experiencia humana”* (Leontiev, citado por Radford,2006)

Visto de este modo el salón de clases es un entorno social que posibilita saber con otros y ser con otros, generando una comunidad de aprendizaje.

El tercer concepto, con una naturaleza de orden epistemológico, hace referencia a los sistemas semióticos de significación cultural que enmarcan cualquier actividad de aprendizaje, en la medida que “naturalizan” las formas de cuestionamiento y de investigación que realiza el sujeto en determinada situación, es decir, es con la utilización de medios semióticos que el sujeto muestra esas ideas que están pasando por su mente.

El cuarto concepto es el objeto matemático, definido como *“patrones fijos de actividad reflexiva incrustados en el mundo constantemente en cambio de la práctica social mediatizada por los artefactos”* (Radford, 2006, pág. 22), Radford en uno de sus últimos trabajos (Wolff & Radford, 2011) va ejemplificar este elemento con un objeto matemático como es el círculo: el ser humano sólo pudo identificar que el sol tenía esta forma cuando con barro elaboró un objeto con esas características, este objeto no ha sido estático, ha cambiado, de hecho sus significados dependen del tiempo y cultura en la cual esté inscrito. En el caso particular de esta investigación, en general apunta al objeto matemático de la fracción como concepto

El último elemento tiene que ver con la objetivación, la toma de conciencia y la dotación de sentido del objeto, generados en el curso de la actividad matemática de los individuos. Por lo anterior, la objetivación solo puede ser entendida como un proceso a través del cual el sujeto conoce gradualmente al objeto y que finaliza

cuando sucede algo parecido a esa expresión: ¡Ah ya! y que no es más que la determinación de que ha habido una toma de conciencia del objeto.

Por lo anterior, la teoría de la objetivación plantea que el sujeto es quien da lugar al pensamiento, pensamiento que es mediatizado y materializado por algún medio semiótico cuando está en relación con los otros y con los objetos, buscando una dotación de sentido de algún objeto conceptual. Esa dotación de sentido está sujeta a unos significados culturales que posibilita un aprendizaje y es esto finalmente lo que establece una estrecha relación con los procesos de Objetivación:

*“El aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento. Se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el alumno en su cultura. La adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados. Es lo que llamaremos más adelante un proceso de objetivación”*  
(Radford, 2006, pág. 113)

## **5.2 Las fracciones**

El número como construcción social y cultural de las matemáticas ha sido objeto de numerosas transformaciones, evoluciones, aplicaciones e interpretaciones que al final son expresadas en representaciones simbólicas y conceptuales, esto se puede evidenciar de forma empírica cuando se trata de definir el número por medio de un enunciado que recoja todos sus significados, desde el conteo pasando por la medición hasta llegar al ordenamiento. Una de las representaciones más estudiadas para la simbolización del número y que lleva implícita numerosas implicaciones conceptuales es la representación de fracción que se inscribe dentro del estudio y teorías de números racionales y que además hace parte del objeto de estudio de la investigación. En consecuencia, es pertinente darle a esta elaboración teórica un sentido educativo a propósito de las construcciones desarrolladas por Gilberto Obando y otros autores<sup>13</sup> (2006), y en este sentido es necesario pensar en algunos factores que expliquen e intervengan

---

<sup>13</sup> Teorización expresada en “pensamiento numérico y sistemas numéricos”, Módulo uno, donde se hace referencia a los números racionales.



en el aprendizaje del concepto de número y no sólo desde los paradigmas cognitivos ya que *“el aprendizaje del número no es sólo un problema de desarrollo cognitivo, sino que el contexto sociocultural en el que el niño despliega su actividad es determinante en los logros que pueda alcanzar”* (Obando, 2006), en especial lo relativo a la construcción del concepto de número fraccionario, por eso esta investigación tiene como intención identificar el proceso de dotación de sentido del concepto de fracción desarrollado por algunos estudiantes al desencadenar la actividad.

La construcción del concepto de fracción desde un punto de vista educativo involucra detallados procesos cognitivos, sociales y culturales en tanto es el número que representa una relación entre las partes y el todo asumiendo sus diferentes representaciones como la simbolización de ciertas cantidades reunidas en una sola cantidad, elementos que se deben tener muy presentes para evitar concepciones que no se relacionan con las construcciones teóricas ya elaboradas cultural e históricamente, y a las cuales se hará referencia más adelante. Para empezar un estudio del concepto de fracción que responda a las consideraciones anteriores es necesario hacer un tratamiento cuidadoso de las unidades y magnitudes implicadas (Obando, 2006). Con respecto a las unidades se debe tener claridad entre las *unidades simples* y las *unidades compuestas* pues las unidades simples cumplen la función en la conceptualización de fracción como relación parte todo que debe llevar a interpretar el sentido de la división de la unidad en partes constitutivas, es decir, la comprensión de la magnitud manifestada por la relación entre el todo (unidad) y las partes que lo componen; en este sentido y como lo expresa Obando (2006), *“el trabajo con unidades simples implica tareas en el contexto de las magnitudes continuas ya que implican mayor complejidad psicológica”*; en cuanto a las unidades compuestas requieren otro nivel de abstracción en la conceptualización partes todo ya que *“primero se conceptualizan las unidades simples, es decir, la unidad como uno a partir de objetos individuales y luego las unidades compuestas para comprender que una multitud también puede ser una unidad”* (Obando, 2006) por tanto, las unidades compuestas elevan la unidad a otro nivel en el cual otras cantidades diferentes al

uno pueden tomarse como unidad y como tal se ve distribuida en cantidades que la componen y que al relacionarse entre sí generan la fracción (parte-todo), también es trascendente pensar en las unidades compuestas como unidades que permiten ver e identificar fracciones en diferentes contextos al numérico como en el de las colecciones de objetos, en las reparticiones agrupadas y en las comparaciones, pues como argumenta Obando (2006) *“el trabajo con unidades compuestas implica tareas en el contexto de las magnitudes discretas, ya que implican colección, división, y comparación cuantitativa entre las partes y el todo”*. En consecuencia, el concepto de fracción no debe ser ajeno a las mismas nociones y preconcepciones de las magnitudes y unidades que las representan y simbolizan, en especial las unidades y magnitudes que están en los contextos inmediatos de los sujetos que pretenden construir el concepto y que generalmente evidencian la necesidad de abordar las fracciones en el sentido geométrico como magnitud que al mismo tiempo es considerada unidad de medida y en el sentido aritmético como la identificación de la unidad como todo simple y compuesto.

En esta perspectiva Obando (2006) sugiere algunas definiciones para la fracción, enfocándose en diferentes perspectivas:

La fracción como una relación multiplicativa.

La fracción como medida.

La fracción como parte todo

En la fracción como relación multiplicativa sugiere asumirla como fracción unitaria y fracción no unitaria, entendiéndolas como una relación multiplicativa que resulta de los procesos de medición con magnitudes que están contenidas en otras magnitudes donde se concluye que la primera magnitud es parte exacta de la otra (ser múltiplo de, ser parte exacta de), esta definición permite entender la fracción unitaria como la parte que no es separable del todo (unidad) y que por ende hace parte constitutiva de él o que se manifiesta como la N-esima parte y que al mismo tiempo el todo (unidad) se manifiesta como una composición de N veces la fracción, por lo cual la fracción está exactamente contenida en la unidad. En

cuanto a la fracción no unitaria se entenderá como *“la repetición aditiva de una fracción unitaria, es decir una multiplicación de la fracción unitaria”* (Obando, 2006).

La fracción como medida puede entenderse por medio de la analogía con los sistemas métricos basados en el sistema decimal de numeración en tanto que estos sistemas como el metro representan sus unidades en decímetros como la décima parte que constituye su medida y tal medida (un metro) es al mismo tiempo diez veces la unidad que la constituye por lo cual surge un problema al querer medir determinada magnitud en la que la unidad utilizada no puede contenerse en ella de tal forma que se pueda expresar por números enteros, es decir, que esté contenida exactamente en ella como el caso de medir una distancia de un pie con el metro como unidad de medida.

Respecto a la fracción como parte todo debe entenderse como *“nueva cantidad que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra unidad de magnitud tomada como parte. Pueden ser continuas o discretas y por lo tanto simples o compuestas respectivamente”* (Obando, 2006), esta relación entre dos magnitudes que encuentran una expresión es una razón es la definición guiará la forma como se entenderán los diferentes procesos relativos a las fracciones en las exploraciones investigativas planteadas en los objetivos y la pregunta problematizadora de este trabajo.

### **5.2.1 El número fraccionario en los contextos locales**

Un objeto matemático como las fracciones desde su concepto parte-todo puede ofrecer distintas experiencias que le den sentido al concepto pero tal sentido será diferente de acuerdo a los contextos y situaciones que pueda ofrecer la cultura y la sociedad como se plantea en el marco teórico de la objetivación. De forma específica dentro de un contexto como el colombiano, el Ministerio de Educación

Nacional (MEN) de acuerdo con las lecturas que se han realizado sugieren que el trabajo con fraccionarios se oriente por:

- Comprensión de la fracción y de las numeraciones que con ella se puedan realizar.
  - Comprensión del concepto de las operaciones con fracciones.
  - Cálculos con fraccionarios y aplicación de fracciones en operaciones.
- (MEN, 1998)

Claro está que el MEN al estandarizar difícilmente tiene en cuenta algunos elementos didácticos y de contexto que varían de acuerdo con los sujetos que aprenden y las circunstancias en las cuales se encuentren, el interés de los sujetos está fundamentado en las competencias que en cada caso se deben desarrollar; en el caso de las fracciones se puede evidenciar en los Estándares curriculares de Matemáticas (MEN, 2002), que a nivel nacional los estudiantes deben empezar una construcción de número fraccionario desde el tercer nivel de básica primaria pero como se puede evidenciar en el marco contextual que ya se describió, es en el cuarto grado de la Institución Educativa La Paz, sede Jhon F. Kennedy donde se empezó un trabajo intenso en la comprensión y operación bajo los siguientes estándares que también responden a los tres aspectos que se plantearon anteriormente:

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.

Otros estándares que se vinculan directamente con pensamientos diferentes al numérico también tienen parte en la construcción del concepto aunque de forma implícita, lo cual abre un campo para que los directamente responsables de la formación en las matemáticas hagan los estudios necesarios para esclarecer particularidades entorno a la enseñanza de los números fraccionarios como en el caso de Gilberto Obando y su grupo de maestros investigadores (2006) que

plantean algunos elementos que se suelen presentar en la construcción del concepto de fracción en los contextos socio-culturales locales hallando algunas dificultades en tal proceso. Una de las dificultades más significativas resaltadas por Obando (2006) es la inmersión del concepto de número natural y sus procedimientos en la conceptualización y operación con fraccionarios lo que hace que un estudiante que realice un procedimiento de suma de fracciones realice una adición entre los numeradores y entre los denominadores sin tener en cuenta las implicaciones de esto, ello se debe a que *“ahora hay un énfasis en partir y contar”* (Obando, 2006) para construir el concepto de fraccionario lo que termina en una comprensión “fraccionada” de la fracción, es decir, se asume la fracción como la unión de dos cantidades separadas por un vínculo cuando en realidad es una sola cantidad representada por la relación entre dos unidades como lo señalaba Obando con respecto a las unidades y magnitudes. En esa misma línea de dificultades se encuentra la noción generada por las gráficas, que se dan frecuentemente para simbolizar una fracción, en la cual se da a entender que las partes en que se divide el todo deben ser congruentes, impidiendo así moldear el pensamiento geométrico en gráficas fraccionarias no congruentes pero aun así fraccionarias. Para tratar de dar un abordaje más pertinente a las fracciones desde los contextos locales, Obando (2006) realiza entonces las siguientes sugerencias conceptuales y procedimentales:

- Se debe proveer a los estudiantes de un conjunto amplio de conceptos relativos a los otros sistemas numéricos para trascender los números naturales. Lo cual se traducirá en un abordaje de las fracciones de forma diferenciada con respecto a otros sistemas numéricos que no deben asumirse como referencia operativa.
- El trabajo formal en fracciones debe ser desarrollado a partir de sistemas que permitan la construcción de los múltiples sentidos y significados de cada uno de ellos. Esta afirmación sugiere que deben tenerse en cuenta las fracciones como parte todo, como medida y como relación multiplicativa, formas que ya han sido descritas.

Se concluye entonces que un abordaje de las fracciones a nivel conceptual como el que se pretende realizar en la investigación requiere de una comprensión detallada de la estructura de las fracciones desde las diferentes formas de dotación de sentido del concepto, vinculándolo con las representaciones que el contexto local puede generar para su comprensión y aplicación, partiendo desde los niveles básicos de escolaridad para una intervención con actividades que propicien tal construcción y eviten que se continúen presentando las dificultades con el concepto.

### **5.3 La resolución de problemas**

Antes de entrar en consideraciones conceptuales, surge la necesidad de diferenciar entre la solución de problemas y la capacidad de resolución de problemas, en la medida que como lo plantea el MEN (1998) son dos perspectivas diferentes de concebir la resolución de problemas, el primer término busca que los sujetos interactúen con situaciones problémicas *“un contexto para acercar el conocimiento matemático en la escuela”* (Pág 41), el segundo, por su parte al entenderse como capacidad busca que el sujeto desarrolle o ponga en práctica una serie de herramientas, técnicas o estrategias adquiridas previamente (que articuladas conforman los procedimientos), para concretar una solución bien estructurada.

Se escoge la resolución de problemas como actividad matemática, por un lado, por las implicaciones que tiene el problema como tal, referenciado por ejemplo desde Abrantes y otros (2002), como una angustia, una falta, un sinsabor, una preocupación por lograr hallar algo que se busca y que no se sabe cómo, o, como lo define Polya (1965) una búsqueda consciente de acciones apropiadas para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata. Con las dos definiciones anteriores es que cobra importancia la resolución de problemas con la teoría de la actividad en la medida que para que algo sea un problema aparte de que su solución no sea de manera inmediata, debe generar

necesidad o interés por encontrar una solución, es de esta manera que la resolución de problemas se convierte en un motivo desencadenante de actividad matemática.

Por otro lado, desde la historia, se ve como la resolución de problemas ha sido un elemento importante para el desarrollo del currículo de las matemáticas. La investigación que realiza Stanic (1989) da cuenta que desde la antigüedad las matemáticas han alcanzado un desarrollo mediante la solución de problemas que surgieron en las necesidades que se fueron planteando en la vida cotidiana, la educación matemática no fue ajena a esto, un ejemplo es el Papiro de Ahmes<sup>14</sup>, Nine Sections<sup>15</sup>, entre otros, (ver Stanic, 1989). Los problemas representaron un papel importante en el desarrollo del currículo de las matemáticas, por un lado como un medio para conseguir que los alumnos estudiaran matemáticas y por el otro para desarrollar en ellos el razonamiento.

En el estudio que realiza Stanic (1989) caracteriza el papel de la resolución de problemas en los planes de área de matemáticas en tres aspectos: la resolución de problemas como contexto, la resolución de problemas como habilidad y la resolución de problemas como arte.

La resolución de problemas como contexto hace referencia a su vez a cinco subtemas: justificación, *motivación*, *esparcimiento (actividad lúdica)*, *vehículo y práctica*, todos ellos basados en la idea de que los problemas y la resolución de problemas es un medio importante para el fin que plantean cada subtema, no se hace una definición detallada de cada uno ya que el mismo nombre del tema da una idea de lo que hace referencia, sin embargo vale la pena aclarar que es un

---

<sup>14</sup>copiado por el escriba Ahmes, alrededor de 1650 A.C., un documento muy antiguo, es un manuscrito matemático egipcio que consiste en una colección de problemas. En uno de los problemas se le pide al alumno llevar a cabo una suma de cinco términos de una progresión geométrica, donde el primer término y la razón son ambos 7 (Chase, citado por Stanic, 1989, pág. 1)

<sup>15</sup>un documento en chino, que data alrededor de 1000 a. C

vehículo en la medida que el problema o la resolución se convierte en un medio a través del cual un nuevo concepto o técnica debe ser aprendida.

La resolución de problemas como habilidad hace referencia a la capacidad que se adquiere en la medida que se van resolviendo problemas no rutinarios.

Por último, y este es el tipo de concepción la que cobra importancia en esta investigación, hace referencia a la resolución de problemas como arte, emergiendo esta concepción con el trabajo realizado por Polya quien *“revivió en nuestro tiempo la idea de la heurística (el arte de descubrir)”* (Stanic, 1989, 14) y por el cual el papel de la resolución de problemas se convierte en un factor importante para que el estudiante haga matemáticas y deje de reproducir o de hacer cosas mecánicamente, es por esto que, en palabras de Stanic (1989) la resolución se ve como *“una actividad humana que requiere de experiencia, el gusto y el juicio”*(pág. 16)

### **5.3.1 Resolución de problemas en los contextos locales**

El MEN, desde los lineamientos curriculares (1998), confirma la idea que *“la actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático* (pág. 74), por eso en su propuesta curricular, la resolución de problemas aparece como un **proceso general** para que los estudiantes de educación básica aprendan matemáticas.

De acuerdo con la identificación del problema descrito al inicio de la presente investigación, surge la necesidad de trabajar este proceso en el desarrollo de un pensamiento específico, el pensamiento numérico, el cual es tomado por el MEN (1998) como uno de los 5 pilares de los conocimientos básicos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y es entendido como *“un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no solo este, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, las ordenes de magnitud, etc”* (MEN, 1998, pág 42). En esa medida, la resolución de problemas de carácter numérico se puede entender como aquellos problemas que



involucran los conceptos y algoritmos de la aritmética así como las propiedades y características de los sistemas numéricos.

Puig & Cerdán (1995) plantean algunas de las características de un problema de carácter aritmético, que valen la pena mencionarse a continuación para caracterizar los problemas que serán llevados a los encuentros.

Por un lado, los enunciados de los problemas tienen un carácter cuantitativo, por otro su resolución consiste en la realización de una o varias operaciones; por último, valiendo más como una aclaración, definen que *“un problema será aritmético siempre que los conceptos, conocimientos o recursos no estrictamente aritméticos de los contextos que aparecen en el enunciado no sean decisivos a la hora de resolver el problema”*, esta última característica plantea entonces que, si un problema impregnado por un contexto diferente al aritmético, necesita seguir un camino aritmético para su resolución y no el camino planteado por el contexto (geométrico, físico, biológico) es un problema aritmético y por lo general son estos los problemas que fácilmente se topan los estudiantes ya que los problemas de carácter aritmético son problemas de aplicación.

Por lo anterior, se comprende que características tienen los problemas que serán llevados a los encuentros los cuales se delimitan aún más ya que abordarán una parte del conjunto numérico de los racionales con la conceptualización de la Fracción.

## 6. METODOLOGÍA

Desde los preámbulos de este proceso de investigación se han señalado elementos (problema, objetivos, marco teórico) que se enmarcan en el enfoque social de investigación cualitativo en tanto que el problema que se ha planteado como rumbo de investigación muestra el interés de indagar las experiencias humanas de carácter cambiante en un contexto específico y en una temporalidad específica no con el fin de cuantificar los fenómenos que en ella se den -aunque en alguna parte se haga algún tipo de medición- pues es necesario anotar de entrada que *“Las diferencias entre el enfoque cualitativo y el enfoque cuantitativo tienen que ver con dos cosas importantes: en primer lugar, la intención y en segundo, el tipo de realidad que uno y otro enfoque investigativo pretenden abordar”* (Sandoval, 2002), en este sentido podría afirmarse que incluso antes de abordar la investigación que aquí se presenta ya había una intención, que ha permitido emprender el problema de forma cualitativa.

Siendo entonces el camino cualitativo el que se ha venido trabajando no basta con manifestar que todo lo que se ha hecho y lo que se hará para dar respuesta al problema se permea por una capa cualitativa pues así no se podría dar respuesta al *¿cómo se realizará la investigación?* que al mismo tiempo se refiere a la metodología de investigación, esto quiere decir que el camino aún es muy amplio y ya que muchas metodologías de investigación son de corte cualitativo *¿cuál metodología respondería mejor al cómo de esta investigación?*. Precisamente Sandoval (2002) señala, con respecto a los datos necesarios para la investigación, que para hallar una metodología apropiada es necesario preguntarse:

*“¿Qué tan profundo y qué tan extenso debe ser el proceso de recolección de datos?*

*¿Por dónde iniciar y por donde terminar el proceso de recolección de datos?*

*¿A quién incluir y a quien excluir de la recolección de datos?”*

Con respecto a la profundidad, ya se establecía en el objetivo general que los datos necesarios se recogerán para una identificación de los procesos de objetivación en tanto actividad matemática lo que implica que la recolección de datos tendrá en cuenta las producciones realizadas por los estudiantes que componen el estudio del caso. En cuanto a la extensión cronológica es necesario señalar que el tiempo del cual se dispone no es muy significativo por lo cual la recolección de datos deberá hacerse en el menor tiempo posible (el tiempo considerado y las herramientas se muestran más adelante).

Para el segundo cuestionamiento puede expresarse que la recolección de datos se da desde que se empieza a estudiar el contexto en el cual están inmersos los sujetos a investigar pues tal como señala Robert E. Stake (1999) *“No existe un momento determinado en que se inicie la recogida de datos. Empieza antes de que se le haga la dedicación plena al estudio”*, sin embargo, el proceso de investigación como tal tiene un momento especialmente pensado para una intervención en la cual se recogen los datos que se analizarán y es justamente Sandoval quien señala cuatro momentos que se dan generalmente en toda investigación cualitativa: formulación, diseño, gestión y cierre. El momento de gestión es el momento preciso para recoger los datos pues es en este donde se da un contacto directo con la realidad (Sandoval, 2002). Para efectos de este trabajo la gestión está pensada en generar actividad en los estudiantes mediante la resolución de problemas que involucran las fracciones lo que permite justificar el hecho de partir de una planeación intencionada de las situaciones que generen actividad y se da término final cuando los estudiantes entregan todas las producciones a los docentes investigadores y hayan cumplido con un cronograma de encuentros.

Por otra parte, el interrogante tres planteado por Sandoval, obliga a hacer una discriminación de la población educativa involucrada en la investigación bien sea de forma directa o de forma indirecta, de este modo se deja por fuera de la recolección de datos a protagonistas como padres de familia, docentes, directivas, funcionarios del plantel y estudiantes que cursan grados diferentes a cuarto

dejando así un conjunto limitado de estudiantes; aún con tales medidas se debe hacer otra discriminación dentro de este conjunto dado que la población estudiantil de cuarto grado es numerosa y no sería posible lograr una recolección detallada de los datos además que no puede estar seleccionada por criterios de desempeño académico ya que la actividad matemática que se pretende analizar no es de uso exclusivo de los estudiantes con desempeños altos en matemáticas, por ende la muestra poblacional no debe ser muy densa y su selección debe hacerse al azar.

Los cuestionamientos planteados por Sandoval y que fueron resueltos anteriormente, para efectos de la investigación que aquí se trata, invitan a pensar en el enfoque o modalidad de investigación cualitativa que determinará los modos de intervenir con los estudiantes del centro educativo y la forma de recoger y analizar la información que de allí se desprenda; tal enfoque se asume con la modalidad de investigación de estudio de casos ya que como su nombre lo dice se hace un estudio de un caso muy específico que tiene características diferentes a otros casos, es preciso señalar que un caso no necesariamente se refiere a una persona como puede ocurrir en psicología, en este trabajo el caso se refiere al grupo seleccionado como muestra de los estudiantes del grado cuarto y los cuales serán objeto de intervención pues como lo expresa Sandoval :

*“El caso en estudio puede ser una cultura, una sociedad, una comunidad, una subcultura, una organización, un grupo o fenómenos tales como creencias, prácticas o interacciones, así como cualquier aspecto de la existencia humana”*  
(Sandoval, 2002)

Una de las principales razones por la cuales se orientará el trabajo por casos es la búsqueda tanto de particularidades que permitan ver la actividad desarrollada por los estudiantes como su forma de socializar e interactuar con el contexto, los significados y los demás compañeros en medio de tal actividad, en este sentido *“interesan tanto por lo que tienen de único como lo que tienen de común”* (Stake, 1999). Según el autor anteriormente referenciado pueden tomarse dos caminos metodológicos en estudio de casos: el estudio intrínseco de casos y el estudio

instrumental de casos. De las dos posibilidades la que se adapta mejor a la forma que se ha pretendido trabajar es el estudio intrínseco de casos en tanto que no se pretende hacer una generalización con los hallazgos o las conclusiones que de allí se desprendan, además el caso que se estudiará no ha sido seleccionado de una población desconocida que presente fenómenos o problemáticas ajenos al objeto de investigación, al contrario, el caso hace parte de una población que ha sido observada y caracterizada, donde se ha hecho lectura de problemáticas marcadas en la educación matemática y se han sintetizado en una pregunta problematizadora de investigación.

Uno de los componentes prioritarios en un estudio de casos y en muchos enfoques de investigación cualitativa es el muestreo el cual responde a la pregunta de ¿a quién investigar? y más específico ¿Cuál es el caso a estudiar?, para efectos de la presente investigación los criterios que fueron tenidos en cuenta para la selección de los participantes (muestra) fueron las siguientes:

- Deben estar cursando el grado cuarto en el centro de práctica y tener una buena actitud para el trabajo escolar. Para ésta selección no se tendrá en cuenta el rendimiento académico de cada uno de los participantes ya que, como se expresó anteriormente, el desempeño académico desde la mirada de la evaluación no determina siempre la existencia o ausencia de actividad matemática y eso se puede evidenciar cuando a un estudiante se le pide desarrollar un juego matemático en el cual se desenvuelve muy bien pero los respectivos contenidos que se evaluaron del juego aparecen valorados en las planillas con un desempeño bajo.
- Deben contar con la participación voluntaria de cada estudiante para que el interés y la motivación sean una constante en las intervenciones además de la autorización del padre de familia en cuanto que la muestra de investigación la componen sujetos menores de edad que deberán ausentarse de sus casas mientras se desarrollan los encuentros en la respectiva institución donde los padres son los principales custodios de esos menores. A cada uno de los participantes se le entrega una circular con toda la información pertinente para

que la haga llegar a sus padres y estos a su vez, además de ponerse al tanto, firmen la debida autorización para que participen en el trabajo de investigación y en cada uno de los talleres diseñados por los investigadores. (ver anexo 1)

De acuerdo con los anteriores criterios de selección, la muestra está conformada por seis participantes: tres estudiantes de cuarto A y tres estudiantes de cuarto B; se debe aclarar que fue seleccionada esta cantidad de estudiantes en cada grado por efectos de eficacia ya que al ser un proyecto que pretende investigar los procesos de objetivación, respectivos al concepto de fracción, requiere de la atención por parte de cada uno de los investigadores del proceso de objetivación que presentan los participantes de la investigación que componen la muestra y por ende el caso de estudio. En este orden de ideas y teniendo en cuenta que el grupo de investigadores está compuesto por cuatro docentes, se pretende que cada uno tenga bajo su responsabilidad para el proceso de observación la menor cantidad de estudiantes en tanto que las observaciones que se llevarán a cabo deben ser detalladas para que brinden la mayor cantidad posible de información relativa al proceso de objetivación que muestran los estudiantes; esa muestra no debe ser tampoco muy limitada pues el enfoque sociocultural bajo el cual se asume la teoría de la actividad y por ende la teoría de la objetivación asume la construcción social como una de las componentes primarias para los estudios de tipo sociocultural.

Por el estudio del caso, la investigación precisa de unas herramientas o instrumentos con los cuales se organizará y recogerá la información del caso y así dar respuesta a la pregunta planteada y alcanzar los objetivos propuestos, esas herramientas se definen como instrumentos de recolección de datos. Los instrumentos que se utilizaron para encontrar los procesos de objetivación con respecto a la conceptualización de la fracción en la muestra ya caracterizada, son:

- Videgrabaciones
- Producciones escritas
- Cuadros de análisis
- Observaciones

Esos instrumentos de recolección inician su aplicación por medio del desarrollo de unos problemas que fueron previamente diseñadas por los maestros investigadores para estimular intencionalmente el proceso de objetivación y así poder obtener los datos necesarios para dar respuesta a la pregunta de investigación; tal diseño de problemas tuvo en cuenta los tres sentidos de la fracción expuestos en el marco teórico (parte todo, relación multiplicativa y medida) las cuales van determinando el objetivo de cada una de las sesiones de trabajo. El cronograma que se muestra a continuación presenta el objetivo de cada uno de los encuentros

Sesión	Fecha	Concepto
1	29 /sep./2012	La fracción como parte todo
2	06/Oct./2012	La fracción como parte todo
3	20/Oct./2012	La fracción como relación multiplicativa
4	27/Oct./2012	La fracción como relación multiplicativa
5	03/Nov./2012	La fracción como relación de medida
6	10/Nov./2012	La fracción como relación de medida

Tabla 2: Cronograma objetivos por sesión

Cada uno de los encuentros se componía de dos momentos o sesiones de setenta y cinco minutos cada una que se separaban por un descanso de treinta minutos, procurando que cada momento tuviera un problema diferente pero que apuntaran a la misma forma de objetivar las fracciones desde el concepto para el cual se habían diseñado tal como se muestra en el siguiente cuadro:

SESIÓN	ENCUENTROS	
	Momento 1	Momento 2
1	jugando al dominó fraccionario	Creando mi dominó fraccionario
2	Resolvamos Problemas	Completando Cubos
3		
4	Protagonistas: Cara a cara fraccionario	Retos fraccionarios
5	Construyendola casa de nuestros sueños	Dividiendo el Hexágono
6	Midiendo, midiendo la fracción encuentro	Cocinando con las fracciones

Tabla 3: Cronogramaencuentros

## 6.1 Triangulación

La forma de realizar un análisis organizado, profundo y detallado de la recopilación de videograbaciones que guarda gran parte de las acciones desarrolladas en los encuentros, corresponde a la triangulación de los datos. Dicha triangulación es posible en la medida que se logren articular tres momentos de análisis denominados *validación*, *objetivos* y *estrategias* (Stake, 1999), momentos que le darán validez y estabilidad a las conclusiones e hipótesis que se muestran más delante de forma explícita. La validación del análisis se refiere, como plantea R. Stake, a la exactitud y lógica de las mediciones que puedan tener lugar en la recolección de datos pero al mismo tiempo se refiere a la articulación que puedan tener esos datos con los elementos conceptuales y nociones descritas en el marco teórico donde se ha formalizado cada tema de la pregunta problematizadora. Los objetivos que también deben articularse en una triangulación aluden al carácter incuestionable de los apartados que sean seleccionados como evidencia, evitando afirmaciones controversiales (Stake,



1999), pues no todo elemento que se halle en el *cuerpo sustancial de descripción incuestionable*<sup>16</sup> tiene que ser objeto de análisis, por ende no todas las acciones desarrolladas en los encuentros que se describieron en los cuadros anteriores y que se encuentran en las videograbaciones serán tenidas en cuenta, sólo las que tengan evidentemente relación con la pregunta, serán pertinentes para realizar un análisis a la luz de la teoría. Podrá notarse además que durante el estudio de las evidencias se realizarán algunas aclaraciones o comentarios que responden a la necesidad de esclarecer particularidades que se han tomado como relevantes para hacer más evidente el proceso de objetivación de la fracción. Para cerrar el triángulo se deben concretar unos modos o formas que permitan gestionar los objetivos y la validación, es decir, unas estrategias. El análisis detallado de cada dato recolectado fue previamente clasificado como relevante que a criterio de los cuatro investigadores involucrados generó unas apreciaciones e hipótesis que fueron reevaluadas cada vez que pasaban por la lectura de cada uno de ellos, además cada una de las observaciones y análisis debió pasar por la aprobación de los otros tres investigadores, quienes a través de la revisión de datos recolectados desarrollan una triangulación que tiene como primero insumo (estrategia) el siguiente cuadro de criterios para el análisis de las videograbaciones a la luz de la teoría de la objetivación:

---

<sup>16</sup>(Stake, 1999) termino que se refiere a la recopilación de datos que es presentada como descripción general de los acontecimientos y que no da lugar a controversias ya que en él no se han incluido análisis ni se han plasmado conclusiones.

<b>TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN</b>	<b>APRENDIZAJE</b>	<b>IMPLEMENTOS</b>		
		<b>HERRAMIENTAS</b>		
		<b>DOTACION DE SENTIDO</b>		
	<b>MEDIOS SEMIOTICOS</b>	<b>EXPRESIONES ORALES</b>		
		<b>EXPRESIONES ESCRITAS</b>		
		<b>EXPRESIONES POR SEÑALES</b>		
		<b>EXPRESIÓN POR MOVIMIENTOS</b>		
		<b>EXPRESIONES POR GESTOS</b>		
		<b>INTERACCIÓN POR EXPLICACIONES</b>		
		<b>INTERACCIÓN POR PREGUNTAS</b>		
		<b>INTERACCIÓN POR NEGOCIACION DE SENTIDOS</b>		
	<b>OBJETO MATEMÁTICO</b>	<b>FRACCIÓN COMO MEDIDA</b>		
		<b>FRACCIÓN COMO PARTE TODO</b>		
		<b>FRACCIÓN COMO RELACION MULTIPLIATIVA</b>		
<b>CRITERIO</b>	<b>SUBCRITERIO</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	
		<b>SESIÓN __</b>		

Tabla 4: Cuadro de análisis

Otra de las estrategias llevada a cabo para alcanzar el elemento de la triangulación que hace referencia a los objetivos, se hizo necesario aclarar que para que haya actividad matemática de acuerdo a lo planteado en el marco teórico debe haber una necesidad en los estudiantes, necesidad que debe ser identificada, por eso se creó un cuadro de análisis ( Anexo 2) que tuviera en cuenta solo este aspecto, esta búsqueda, sirvió para descartar el análisis de varios de los encuentros y dejar aquellos que evidenciaran una necesidad por parte de los estudiantes y un motivo que dirigiera su actividad matemática, de tal forma que se encuentren argumentos relevantes para justificar el proceso de

objetivación de la fracción que allí se dio. De este modo, se estableció que las acciones que serán analizadas se encuentran en la sesión 6, (ver cronograma encuentros) en la resolución del problema: **Cocinando con las fracciones**, ya que en el análisis de las videograbaciones se pueden establecer elementos característicos de la actividad, que serán descritos a continuación:

En el problema **Cocinando con las fracciones**, los estudiantes estuvieron



Imagen 1: Cocinando con las fracciones 1

movidos principalmente por la necesidad de cocinar algo delicioso que pudieran compartir con sus compañeros. En sus acciones se evidencia que respondieron al objeto/motivo de medir adecuadamente las porciones de cada ingrediente para no dañar la mezcla. Dado que la elaboración de los mazapanes estaba determinada por la

instrucción de uno de los investigadores que leía los requerimientos de la receta, para los estudiantes era muy importante establecer un acuerdo sobre la cantidad a depositar de un ingrediente específico, esto implicaba elaboraciones necesarias para llegar a la fracción pedida en la receta.

Se evidenció también el nivel de actividad Objetivos/acciones con los diseños instrumentales que eran expresados por los estudiantes cuando manifestaban las posibles acciones a llevar a cabo, casi siempre lo expresaban a sí mismos manipulando los vasos y luego compartían sus ideas a los demás compañeros, en el siguiente apartado de una de las videograbaciones se puede observar lo anteriormente mencionado

Investigador: necesitamos $16/4$ de leche medido en un vaso de 7 oz. Estudiante <b>S</b> : “ <i>hay que echar dos</i> ”, (cogiendo el vaso de 7oz), se queda callado un momento, y luego termina diciendo “ $7 \times 2 = 14$ ” <i>Al tiempo</i> Estudiante <b>M</b> : “ <i>cucharadas, pueden ser 16 cucharadas, ah no, son <math>16/4</math></i> ”
---

Finalmente, el nivel de Operaciones se hacía evidente cuando de las posibles acciones a llevar a cabo en las discusiones generadas, llegaban a los acuerdos que fueron mediados por elementos que dotaban de sentido la fracción,

por ejemplo, para saber que eran  $\frac{16}{4}$ , primero debían encontrar  $\frac{1}{4}$  del vaso de 7 oz, y luego echarlo 16 veces, ellos llegaron a la conclusión que la mitad del vaso de 3.5 oz, era  $\frac{1}{4}$  del vaso de 7 oz, por lo que un vaso de 7 oz era lo mismo que tener  $\frac{4}{4}$ , la acción entonces fue colocar 4 vasos de 7 oz de leche en polvo en la vasija.

## 7. CATEGORÍAS EMERGENTES

Teniendo en cuenta el análisis anterior, justificando la actividad matemática desarrollada en el problema **Cocinando con las fracciones**, se hace necesario develar ahora los procesos en dotación de sentido que dentro de esa actividad tuvieron lugar, con lo cual estamos afirmando que hubo un proceso de objetivación, ya que como se hizo ver en el desarrollo del marco teórico, el proceso de objetivación es una particularidad de la actividad desarrollada por el estudiante.

El proceso de objetivación que en el caso se dio con respecto al concepto de fracción, se dará a conocer mediante el análisis de evidencias que muestren al lector que la afirmación anteriormente realizada no ha sido forzada por los investigadores y que al contrario responde a hechos reales y verídicos.

Las evidencias audiovisuales (videograbaciones) recolectadas del caso y que corresponden a las sesiones descritas en el cronograma de encuentros, fueron sometidas a un análisis en el cual se pretendió hallar los momentos que evidenciaban un proceso de objetivación, aún así pretender discriminar ese proceso obligó a socializar el análisis que realizó cada uno de los investigadores. Con la socialización se logró establecer que habían tres categorías que debían ser el foco de análisis para determinar la objetivación, estas son: interacción, medios semióticos y artefactos. La interacción se presentó de dos formas: por negociación y por explicación, los medios semióticos se refieren a las expresiones orales y los artefactos se enfocan en las herramientas. Son tres categorías que se presentan detalladamente a continuación, articuladas a los momentos que dentro del caso las justifican al igual que sus argumentos teóricos.

### 7.1 INTERACCIONES:

Como lo propone Radford (2006), la interacción desempeña un papel importante en la adquisición del saber por parte de los estudiantes ya que la interacción dentro del *plano sujeto-sujeto*, “*esconsustancial del aprendizaje*”. Aunque este

elemento dentro del cuadro de análisis se ha establecido como subcriterio, en los encuentros realizados se pudo evidenciar que en la resolución de los problemas planteados, los estudiantes a través de las interacciones entre ellos, se aproximaban a lo que podríamos denominar superficialmente como, dotación de sentido. Con algunas de las interacciones realizadas entre los estudiantes, en el análisis de las videograbaciones se pudo establecer que efectivamente eran procesos de objetivación de la fracción, surgen entonces dos categorías de análisis denominadas **interacción por explicación** e **interacción por negociación de sentidos**. Esta categoría se justifica en el análisis de las siguientes evidencias:

### Evidencia I

En el problema de la preparación de los mazapanes, los estudiantes debían añadir  $\frac{3}{2}$  (de un vaso de 7oz) de azúcar en la receta.

Los estudiantes presentaron las siguientes elaboraciones:

Estudiante **S**: “*serían tres de esos*” (señalando el vaso de 3.5 oz).

Estudiante **S**: “*No, acuértese que es con la medida de ese*” (señalando el vaso de 7 oz).

Investigador: “*El vaso de 3.5 oz ¿qué parte es del vaso de 7 oz?*”. Todos los estudiantes responden que es la mitad (Imagen E 2.1)

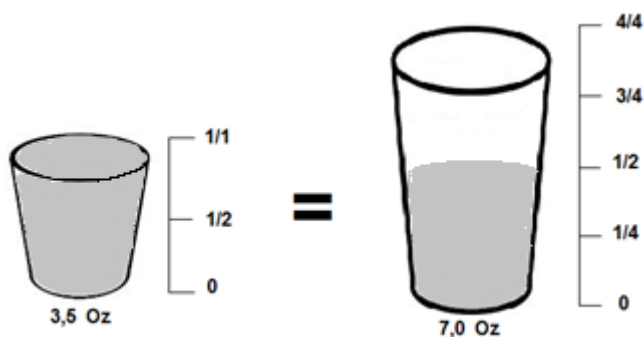


Imagen E 2. 1

Estudiante **M**: “*echemos tres de esos*” (mientras señala el vaso de 3.5 oz),

Estudiante **V**: “para mí son 4”,

Investigador: “¿por qué 3? ¿Por qué 4?”

Estudiante **M**: “son tres”. Convencido de que esa es la respuesta le pregunta a sus compañeros “¿quién vota por 1?” a lo que todos levantan la mano.

Investigador: “¿porqué 3?”

Estudiante **S**: “porque si son  $\frac{3}{2}$  serian 3 de estos (señala el vaso de 3.5 oz)”.

Estudiante **E**: “porque serian la mitad de esos grandes”.

Investigador: “¿esos sí serían  $\frac{3}{2}$ ?”, sólo el estudiante **S** señala con un movimiento de su cabeza que no, el Investigador le pregunta “¿porqué no?”



Imagen E 2. 2

Estudiante **SA**: “porque la fracción que nos están pidiendo es  $\frac{3}{2}$  no  $\frac{1}{2}$ ”.

Estudiante **S**: “por eso se necesitan 3 vasitos de estos” (señalando vaso 3.5 oz).

Todos quedan de acuerdo y proceden a depositar  $\frac{3}{2}$  de azúcar en la vasija o un vaso de 7 oz y un vaso de 3.5 oz (Imagen E 2.3)

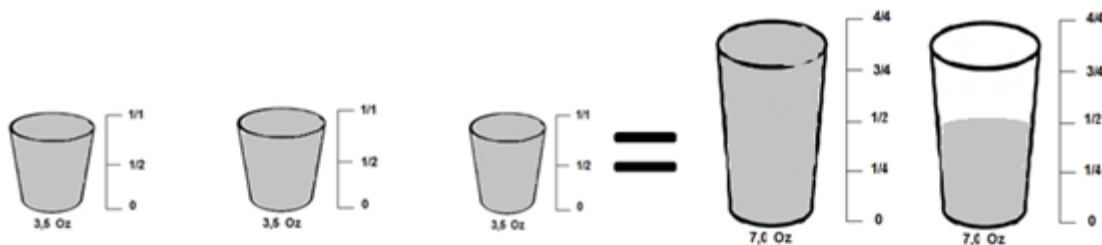


Imagen E 2. 3

Ante tal interacción se evidencia una negociación de los sentidos que cada uno de los estudiantes tiene sobre la fracción, el resultado de esta negociación es la toma de conciencia de una forma histórico-cultural de ver la fracción, en este caso como una relación multiplicativa y de medida. Los diferentes argumentos dados en la interacción entre ellos, comprenden que un vaso de 3.5 oz es  $\frac{1}{2}$  del vaso de 7 oz, esto no es más que el resultado de una dotación de sentido del proceso de medición con una magnitud, en este caso 3.5 oz está contenida en otra de 7 oz, 2 veces, y la comprensión de una relación multiplicativa, un vaso de 7 oz esta contenido  $\frac{1}{2}$  en un vaso de 3.5 oz. Para la igualdad que establecieron:  $\frac{3}{2}$  de un vaso de 7 oz son 3 vasos de 3.5 oz es la conceptualización de la repetición aditiva de una fracción unitaria, en este caso  $\frac{1}{2}$  sumado 3 veces es lo mismo que tener  $\frac{3}{2}$ .

## 7.2 ARTEFACTOS:

Teniendo en cuenta que *“los artefactos no son meras ayudas al pensamiento (como lo plantea la psicología cognitiva) ni simples amplificadores, sino partes constitutivas y consustanciales de éste”*(Radford,2006, 107) sólo se tendrá en cuenta para el presente análisis la relación que tenían los estudiantes con los objetos denominados herramientas, ya que el uso de estos, fue un proceso de objetivación del concepto de fracción en el estudio de casos, por lo anterior, surge la categoría **uso de artefactos como Herramientas**. Es pertinente aclarar que, aunque durante las intervenciones fueron muchos los materiales que se llevaron a aula para que los estudiantes resolvieran los problemas planteados, se identificará como herramientas; todo aquello que a diferencia de los materiales fue estrictamente elegido por el estudiante para resolver el problema y que a los ojos de los investigadores evidenciaba una dotación de sentido del concepto de fracción.

### Evidencia III

Investigador: *“La receta dice que hay que agregar,  $\frac{3}{2}$  de azúcar pulverizada del vaso de 7 onzas”*. Se dispone de un recipiente de 3,5 oz y uno de 7,0 oz



Estudiantes **M** y el estudiante **S** llenan un vaso de 7 onzas.

Investigador: *¿éste vaso contiene  $3/2$ ?*

La Estudiante **E**: *no.* (Moviendo la cabeza)

Estudiante **S**: *“Tiene un entero, una unidad pero le falta un poquito”.*

Investigador: *“¿Qué faltaría?”*

La Estudiante **E**: *“falta un vaso de estos”,* (mostrando un vaso de 3.5 onzas).

Los estudiantes proceden a llenar el vaso de 3.5 onzas.

En el proceso realizado por los estudiantes **S**, **E** y **M**, se ve como el pensamiento no es algo que transcurre solamente en un plano cerebral, la herramienta vaso, es un artefacto que mediatiza y materializa el pensamiento que tenían, al llenar un vaso de 7 oz pensando que éste contenía  $3/2$ , se dan cuenta que el vaso sólo sería  $2/2$  de azúcar pulverizada del vaso de 7 oz y por tanto les faltaría  $1/2$ , que era equivalente a llenar un vaso de 3.5 oz.



Imagen E 3. 1

## Evidencia IV

Investigador: *“necesitamos agregar  $\frac{6}{4}$  de leche condensada del vaso de 7 oz”*

Estudiante **S** señala en el vaso de 7 onzas, y expresa *“más arriba de la mitad”*.

Estudiante **E**: *“si echamos dos de estos (mostrando dos vasos de 3.5 onzas) tenemos  $\frac{4}{4}$ ”*.

Investigador: *y cuál es un  $\frac{1}{2}$*

Estudiante **E** muestra uno de 3.5 onzas

Investigador: *¿cuánto nos falta?*

Estudiante **E**: *“nos falta  $\frac{2}{4}$ ”*

La estudiante **E** *“se necesita depositar tres vasos de 3.5 onzas para conseguir los  $\frac{6}{4}$  pedidos o si echamos uno de 7 onzas más uno de 3.5 onzas”*

Con la herramienta vaso, los estudiantes lograron encontrar la medida pedida para la preparación de los mazapanes, mostrando a través de la actividad manipulativa el paso de lo concreto a lo abstracto de la fracción, al representar con el contenido de los 3 vasos de 3.5 oz los  $\frac{6}{4}$  del vaso de 7 oz que se necesitaba para agregarle a la receta.

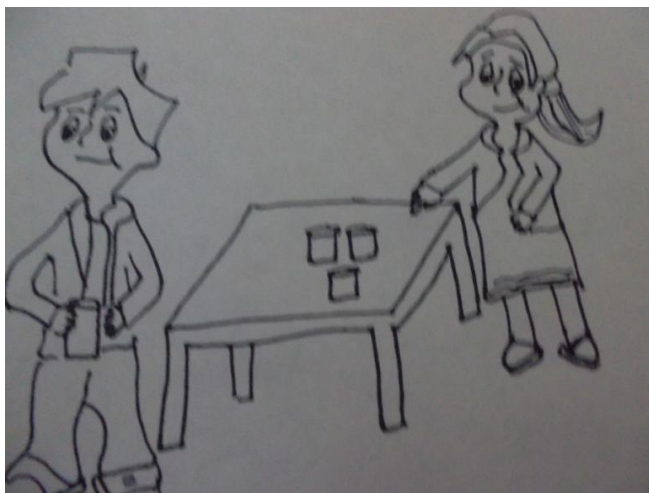


Imagen E 4. 1

### 7.3 MEDIOS SEMIOTICOS

Los medios semióticos como parte constitutiva de la objetivación (Radford ,2006) son entendidos para efecto del análisis y de la observación como los medios utilizados por el caso para evidenciar dotación de sentido en la actividad lo que en efecto ya se había establecido en el marco teórico. Esos medios semióticos se asimilan a procesos observados en el caso, procesos como: expresiones orales, expresiones escritas, movimientos y gestos, que en momentos dados permitieron a los estudiantes expresar un sentido en particular que le estaban dando a las fracciones. Dentro de eso que se asume como medios semióticos se consolidaron dos categorías que presentamos como **expresiones escritas y expresiones orales**. Por defecto los movimientos y gestos fueron excluidos ya que no eran concluyentes y daban lugar a ambigüedades como el caso en el que fruncir el ceño podría significar un enorme esfuerzo por comprender, una confrontación de dudas internas, un dolor de cabeza o simplemente una simulación de que algo inquietaba. A continuación se presentan algunos apartados de las evidencias donde se puede leer lo reiterativo de las dos categorías y por tanto su consolidación como procesos de objetivación del concepto de fracción a través de la actividad.

#### **Evidencia V:**

Necesitamos medir  $\frac{16}{4}$  de vaso (7,0 onzas) en leche en polvo para realizar los mazapanes. Disponemos de dos recipientes para medir, un vaso de 7,0 onzas y otro de 3,5 onzas.

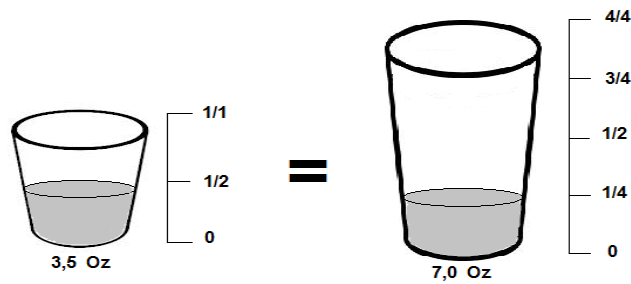


Imagen E 5. 1

Estudiante **S**: (después de varios intentos) “¡Entonces le sacamos la mitad a uno de los pequeños (levantando el vaso de 3,5 onzas), porque esa mitad cuatro veces me da uno de los grandes! (señalando el vaso de 7,0 onzas), (al terminar la expresión espera una validación de sus compañeros y de los investigadores)”



Imagen E 5. 2

Aquí se puede notar que el estudiante no hace uso de un lenguaje propiamente matemático para referirse a la razón que se está dando a nivel fraccionario, aún así esas expresiones orales dan cuenta de un proceso en el que  $16/4$  le representa una medida específica.

Al utilizar el vaso de 3,5 onzas para expresar una medida en términos del vaso de 7,0 onzas el estudiante establece la razón que hay entre las mitades de una unidad de medida y los cuartos de otra unidad (Imagen E 5.1). Ello quiere decir que hay una conceptualización de fracción como medida, pero el estudiante no se queda allí, establece además que al tener cuatro mitades de 3,5 se completa un

vaso de 7,0 y esto corresponde a una conceptualización de fracción como parte todo y como relación multiplicativa ya que está pensando en las n-esimas partes que componen el vaso más grande con respecto al vaso más pequeño y además está proyectando, no explícitamente, que la respuesta al problema de medir  $16/4$  se dará al reunir las partes que ha venido componiendo con las medidas establecidas, es decir la unión de cuatro veces  $4/4$  (cuatro vasos enteros de 7,0 onzas) equivalentes a  $16/4$  de vaso (imagen E 5.2 y E 5.3)

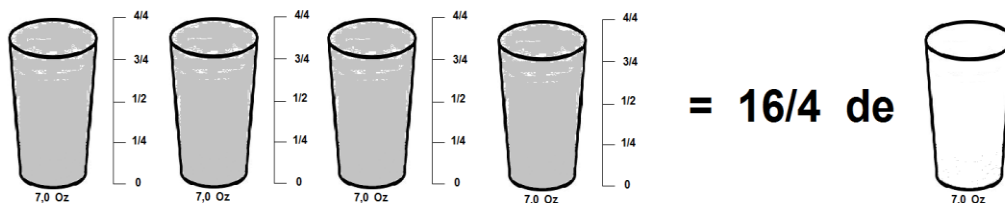


Imagen E 5. 3

En consecuencia, todo este proceso muestra una dotación de sentido de la fracción por lo cual se consolida como un proceso de objetivación del cual sólo se puede hacer lectura después de que el caso exprese oralmente una afirmación como la del estudiante **S**. Vale la pena señalar que la expresión oral antes analizada va acompañada de una acción muy particular como lo es mostrar cada vaso cuando los menciona e incluso esperar una aprobación de sus compañeros o de los investigadores, esto servirá más adelante para concluir la influencia de esos otros medios semióticos que no son tomados como categorías, pero antes abordemos el análisis desde la evidencia VI:

### Evidencia VI:

La receta requiere  $6/4$  (de vaso grande) en leche condensada, lo cual se agregará a la mezcla que ya se tiene y disponen de los mismos recipientes: 3,5 y 7,0 onzas.

Los estudiantes **S** y **M** toman un recipiente de 7,0 onzas y lo llenan completamente con leche condensada (lo hacen con mucha seguridad). La estudiante **E** manifiesta "ahí hay  $4/4$  (sin mucha seguridad). Necesitamos llenar tres vasos de los

pequeños (3,5 onzas) porque cada uno tiene dos cuartos” (muestra los vasos respectivos).

¡Pero si ya llenaron un vaso grande...! Expresa uno de los investigadores.

A lo cual el estudiante **S** responde “¡Entonces uno y medio!”



Imagen E 6. 1

En este momento el estudiante **S** y el estudiante **M** llenan uno de los recipientes de 3,5 onzas con leche condensada (Imagen E, 6.1), pero **E** no siente seguridad de agregar estas medidas a la mezcla por lo cual le manifiestan a sus compañeros: “Debe ser uno de esos pequeños lleno, porque la mitad de ese es  $\frac{1}{4}$  y si lo llenamos a la mitad sería  $\frac{5}{4}$  y lleno es  $\frac{6}{4}$ ” (espera aprobación de sus compañeros)

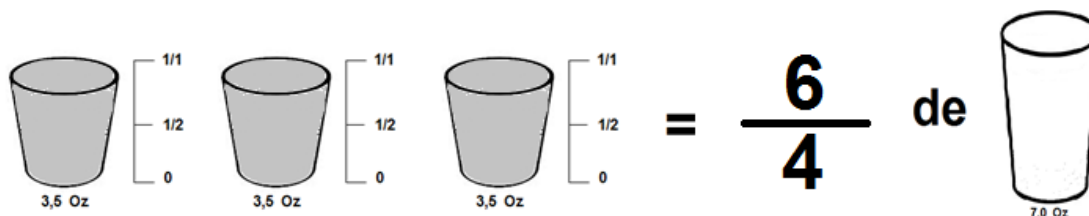


Imagen E 6. 2

Se puede leer allí tres expresiones orales que son el resultado de dotar la fracción de ciertos sentidos. La primera expresión es de parte de la estudiante **E** y puede analizarse en tres partes. La primera parte es sin duda una conexión del estudiante con antecedentes de la evidencia V donde establecieron que medio vaso de 3,5 onzas contenía  $\frac{1}{4}$  del vaso de 7,0 onzas, incluso es la razón por la cual se llenó con tanta confianza el vaso grande al inicio del planteamiento.

Justamente cuando se manifiesta que allí hay  $\frac{4}{4}$  hay una concepción de fracción como parte todo en tanto que el recipiente de 7,0 onzas no tenía una división de las cuatro partes iguales que lo componían y los estudiantes no tuvieron reparo en rebosarlo con el líquido, es decir, el vaso como el todo, como la unidad. También es pertinente afirmar que allí hubo un sentido de fracción como medida y como relación multiplicativa, pues al reconocer los  $\frac{4}{4}$  se está entendiendo el todo como la composición de n partes y cada parte como una unidad de medida que ellos mismos habían establecido anteriormente, esto se ve más claro al leer la segunda parte donde tratan de establecer que tres vasos llenos serían la respuesta a los  $\frac{6}{4}$  (imagen E 5.2). Ya en la tercera parte se identifica una dotación de sentido de fracción como razón, razón que valida la segunda parte pues se da una correspondencia a las tres partes mencionadas con una unidad de medida que no se había establecido y que corresponde a los  $\frac{2}{2}$  del recipiente de 3.5 onzas equivalente a  $\frac{1}{2}$  del recipiente de 7,0 (imagen E 6.3).



Imagen E 6. 3

En la expresión oral “¡entonces uno y medio!” del estudiante **S** se identifica una correspondencia con el mismo sentido del análisis anterior, es decir, se ha dado a la fracción un sentido de razón en la que  $\frac{6}{4}$  es equivalente a un vaso de 7.0 onzas rebosado de leche condensada (lo cual ya había sido ejecutado) adicionando otro vaso de 7,0 onzas pero rebosado sólo hasta la mitad de su capacidad. Sin embargo en esta expresión hay una aproximación más evidente a la respuesta del problema que había surgido y aun así para el caso habría sido imposible establecerlo sin los procesos que se habían dado anteriormente por las expresiones de los compañeros, esto quiere decir que las expresiones orales son más acertadas (con respecto al problema) cada vez que se ha asimilado las expresiones orales que le anteceden y que han tenido sentido.

Con respecto a la expresión oral de la estudiante **E** ha sido analizada como una reiteración de las expresiones ya dichas y que busca validar para asegurarse que el sentido que ha dado a las expresiones anteriores corresponde al sentido que han elaborado sus compañeros. Aun así hay algo particular en la expresión de la estudiante **E** y es precisamente que el sentido que le ha dado a la fracción como parte todo la ha llevado a establecer una adición de fracción más abstracta que la que han hecho sus compañeros en el sentido que no hay un recipiente dado que pueda contener  $5/6$  de leche condensada, es decir, la estudiante asimiló la parte como esa fracción simple para la composición del todo que corresponde a una fracción compuesta (Obando, 2006).

Al igual que en la evidencia V se puede ver que cada expresión aquí analizada está acompañada de unas acciones que pueden llamarse complementarias, acciones como el manejo en el tono de la voz que da a entender inseguridad al expresar cada frase que evidencia sentido o el señalamiento de los instrumentos o herramientas que aparecen en sus explicaciones como ilustración a lo que se quiere decir. En definitiva esas acciones complementarias dan un valor agregado a las expresiones orales pero teniendo en cuenta que no fueron muy reiterativas, no tuvieron la relevancia necesaria para profundizar en ellas.



## 8. CONCLUSIONES

- Teniendo en cuenta que una parte de los estudiantes del caso lograron transformar sus prácticas en la resolución de problemas para la conceptualización de la fracción, es concluyente afirmar que el caso en general desencadenó actividad matemática en medio de la necesidad de combinar correctamente los ingredientes para preparar mazapanes.
- Con la filtración de criterios para el análisis de las evidencias en la actividad matemática mostrada por los estudiantes, permitió identificar las tres categorías de análisis y además considerando que cada uno de ellos estaba fundamentada en los procedimientos de los estudiantes y la teoría de la objetivación, se puede concluir que las expresiones orales y escritas, las herramientas y las interacciones por explicación y por negociación de sentido son categorías cuya relación describe el proceso de objetivación en la conceptualización de fracción.
- Considerando que cada categoría expuesta incidía en otras categorías, es oportuno concluir que los procesos de objetivación mostrados por el caso no se dan de forma aislada, más bien actúan como referente uno del otro y por lo tanto no es posible determinar el espacio temporal en el cual los estudiantes estén actuando con un solo proceso de objetivación de los ya descritos.
- Con el proceso de objetivación evidenciado en el análisis, se observó como el estudiante que formo parte del estudio del caso, es quien da lugar al pensamiento, pensamiento que es mediatizado y materializado por el uso de artefactos como regletas, hojas para cálculos, ingredientes para cocinar,

cuando está en relación con los otros a través de interacciones específicas: cuando explican o negocian significados. Dando lugar a una dotación de sentido de un objeto conceptual específico, en este caso la fracción.

Por último, el presente trabajo deja abierta como líneas de investigación:

- ¿Cómo inciden en la objetivación los procesos semióticos como gestos, movimientos y expresiones escritas?
- ¿Cómo propiciar el desencadenamiento de actividad para la objetivación de la fracción en conceptos diferentes a la medida, la parte-todo y la relación multiplicativa?

## BIBLIOGRAFÍA

Abrantes, P. e. (2002). *"la resolución de problemas en matemáticas. Teorías y experiencias"*. Caracas, Venezuela: Laboratorio Educativo.

Botero, O. e. (2007). *Módulo 6. Situaciones de Aprendizaje*. Medellín: Artes y Letras Ltda.

Carrillo, J. (2003). Resolución de problemas. Su concreción en algunos recursos clásicos. En: Educación y pedagogía n° 35, vol. VX "enseñanza de las matemáticas", pág. 151-161.

Comité de Área. (2010). *Plan de Área de Matemáticas*. Envigado, Antioquia: Institución Educativa La Paz.

Convivencia, C. (2010). *Manual de Convivencia*. Institución Educativa La Paz. Antioquia, Envigado.

D'Amore, B., & Martini, B. (s.f.). *"Contrato didáctico, modelos mentales y modelos intuitivos en la resolución de problemas"*. Recuperado el 10 de Febrero de 2012, de Revista de didáctica de las matemáticas, (pág.26-42):  
<http://www.sinewton.org/numeros/32/articulo03.pdf>

D'Amore, B., Fandiño, M., & Marazzani, M. (2004). "Ejercicios anticipados" y "zona de desarrollo próximo": comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas. *Epsilon.* , 357-378.

Davidov, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psicologico*. Moscú: Editorial Progreso.

De moura, M., Sampio, E., Dias, F., Panossian, M., & Dias, V. (2010). A Actividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. En G. d. pedagógica, A Actividade Pedagógica na Teoria Historico-Cultural (págs. 81-94). Brasília: Liber Livro.

Escamilla. (s.f.). Recuperado el 25 de Febrero de 2012.  
<http://www3.unileon.es/dp/ado/ENRIQUE/Didactic/UD.htm>

Figueras, O (1988). "Dificultad de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales". Tesis Doctoral. México. Cinvestad- Matemática educación.

Garret. (1988). *Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de ciencias*. Recuperado el 10 de Febrero de 2012, de <http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v6n3p224.pdf>

Gaviria, W. e. (2010). *Plan Educativo Institucional (PEI)*. Envigado, Antioquia: Institución Educativa La Paz.

Gaviria, W. e. (2010). *Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE)*. Envigado, Antioquia: Institución Educativa La Paz.

Guitart, M. (2010). Los diez principios de la psicología historico-cultural. *Fundamentos en humanidades*, 45-60.

Llinares, S. (2000). *"Fracciones - La relación parte-todo"*. Madrid (España): Síntesis S.A.

MAJMUTOV, M. (1983). *La enseñanza problémica*". La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

MEN. (2002). Estándares básicos de competencias en matemáticas.

MEN. (1998). *"Lineamientos Curriculares de matemáticas"*. Rep. de Colombia: MEN.

Obando, G. (2006). *"pensamiento numérico y sistemas numéricos", Modulo I*. Medellín: Artes y Letras Ltda.

Obando, G. (2012). Filosofía, Matemáticas y Educación: por un enfoque Histórico-Cultural en Educación Matemática. 1-50.

Polya, G. (1965). How to solve it. Princenton University Press (Traducción: Cómo plantear y resolver problemas, de Julián Zugazagoitia Ed. Trillas. México)

Perera, P. & Valdemoras M. (2007). "Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en 4 grado de educación primaria". México. Cinvestad- Matemática educación.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural. *Relime, Número Especial* , 103-129.

Radford, L. (s.f.). La Evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de las didácticas de las matemáticas. Canada: Université Laurentienne.

Sandoval, C. A. (2002). *Investigación cualitativa*. Medellín: ARFO editores e impresores Ltda.

Santos, L. (2007). *"La Resolución de Problemas Matemáticos"*. México D.F: Trillas S.A.

Santo, M. (2012). *"La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y*

*Práctica*. Recuperado el 25 de Febrero de 2012, de  
<http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIE08.pdf>

Sierpinska, A. y. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. *International handbook of mathematics education*, 827-876.

Stake, R. E. (1999). *"Investigación con estudio de casos" segunda edición*. Madrid Editores Morata S L.

Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum. Traducción hecha por Daniel Alexander Arango Restrepo

Wolff, R., & Radford, L. (2011). *A Cultural-Historical Perspective on Mathematics Teaching and Learning*. Sense Publishers.

## ANEXOS

### Anexo 1: Consentimiento de Participación 1

Yo \_\_\_\_\_ estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada “ \_\_\_\_\_ ” que es conducida por los practicantes \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mi o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es:

\_\_\_\_\_

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación Estadística y \_\_\_\_\_.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

\_(incluir aquí la información de contacto de todos los investigadores ) \_\_\_\_\_

**Consentimiento:**Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

_____ Nombre del investigador 1	_____ Firma	_____ Fecha
_____ Nombre del investigador 2	_____ Firma	_____ Fecha
_____ Nombre del investigador 2	_____ Firma	_____ Fecha
_____ Nombre de padre o acudiente	_____ Firma	_____ Fecha

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la asesora Olga Emilia Botero en oebotero@gmail.com

CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN

Yo Rochnjo Cardona estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "Proceso de objetivación del concepto de fracción desde la resolución de problemas" que es conducida por los practicantes María Andrea Cardona Mesa, Hellen Dadiana Cuesta Romaña, Jhoan Esteban López Román y Leidy Maritza Toro García, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "identificar los procesos de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la institución educativa la paz sede Jhon F. Kennedy resuelven problemas".

**Beneficios:** El ser participante en este proceso puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en el pensamiento numérico y la resolución de problemas.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
María Andrea Cardona Mesa	312 7841 318	Marianca308@gmail.com
Hellen Dadiana Cuesta Romaña	314 7300 363	Seres0218@yahoo.es
Jhoan Esteban López Román	317 6826 659	Lovo_8905@hotmail.com
Leidy Maritza Toro García	314 7377 693	Lmaritza125@gmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

María Andrea Cardona [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 1      Firma      Fecha  
Hellen Dadiana Cuesta [Firma] September 25/12  
 Nombre del investigador 2      Firma      Fecha  
Jhoan Esteban López [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 3      Firma      Fecha  
Leidy Maritza Toro [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 4      Firma      Fecha  
Rochnjo Alberto Cardona [Firma] sep 27/2012  
 Nombre de padre o acudiente      Firma      Fecha

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Oiga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 Universidad de Antioquia.

CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN

Yo Andrés López Cillo estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "Proceso de objetivación del concepto de fracción desde la resolución de problemas" que es conducida por los practicantes María Andrea Cardona Mesa, Hellen Dadiana Cuesta Romaña, Jhoan Esteban López Román y Leidy Maritza Toro García, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "identificar los procesos de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la institución educativa la paz sede Jhon F. Kennedy resuelven problemas".

**Beneficios:** El ser participante en este proceso puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en el pensamiento numérico y la resolución de problemas.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
María Andrea Cardona Mesa	312 7841 318	Marianca308@gmail.com
Hellen Dadiana Cuesta Romaña	314 7300 363	Seres0218@yahoo.es
Jhoan Esteban López Román	317 6826 659	Lovo_8905@hotmail.com
Leidy Maritza Toro García	314 7377 693	Lmaritza125@gmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

María Andrea Cardona [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 1      Firma      Fecha  
Hellen Dadiana Cuesta [Firma] September 25/12  
 Nombre del investigador 2      Firma      Fecha  
Jhoan Esteban López [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 3      Firma      Fecha  
Leidy Maritza Toro [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 4      Firma      Fecha  
Andrés López Cillo [Firma] Sept 26/2012  
 Nombre de padre o acudiente      Firma      Fecha

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Oiga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 Universidad de Antioquia.

**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN**

Yo Glady Cano Villa estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "Proceso de objetivación del concepto de fracción desde la resolución de problemas" que es conducida por los practicantes María Andrea Cardona Mesa, Hellen Dadiana Cuesta Romaña, Jhoan Esteban López Román y Leidy Maritza Toro García, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitírle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "identificar los procesos de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la institución educativa la paz sede Jhon F. Kennedy resuelven problemas".

**Beneficios:** El ser participante en este proceso puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en el pensamiento numérico y la resolución de problemas.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono.

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
María Andrea Cardona Mesa	312 7841 318	Marianca308@gmail.com
Hellen Dadiana Cuesta Romaña	314 7300 363	Seres0218@yahoo.es
Jhoan Esteban López Román	317 6826 659	Lovo_8905@hotmail.com
Leidy Maritza Toro García	314 7377 693	Lmaritza125@gmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

María Andrea Cardona Nombre del investigador 1		Sep 25/2012 Fecha
Hellen Dadiana Cuesta Nombre del investigador 2		Septiembre 26/12 Fecha
Jhoan Esteban López Nombre del investigador 3		Sep 25/2012 Fecha
Leidy Maritza Toro G Nombre del investigador 4		Sep 25/2012 Fecha
Glady Cano Villa Nombre de padre o acudiente		Sep 29/2012 Fecha

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 Universidad de Antioquia.

**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN**

Yo \_\_\_\_\_ estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "Proceso de objetivación del concepto de fracción desde la resolución de problemas" que es conducida por los practicantes María Andrea Cardona Mesa, Hellen Dadiana Cuesta Romaña, Jhoan Esteban López Román y Leidy Maritza Toro García, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitírle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "identificar los procesos de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la institución educativa la paz sede Jhon F. Kennedy resuelven problemas".

**Beneficios:** El ser participante en este proceso puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en el pensamiento numérico y la resolución de problemas.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono.

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
María Andrea Cardona Mesa	312 7841 318	Marianca308@gmail.com
Hellen Dadiana Cuesta Romaña	314 7300 363	Seres0218@yahoo.es
Jhoan Esteban López Román	317 6826 659	Lovo_8905@hotmail.com
Leidy Maritza Toro García	314 7377 693	Lmaritza125@gmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

María Andrea Cardona Nombre del investigador 1		Septiembre 25/12 Fecha
Hellen Dadiana Cuesta Nombre del investigador 2		Septiembre 26/12 Fecha
Jhoan Esteban López Nombre del investigador 3		Sep 25/2012 Fecha
Leidy Maritza Toro G Nombre del investigador 4		Sep 25/12 Fecha
Luis Emilia Botero Nombre de padre o acudiente		Sep 28/12 Fecha

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 Universidad de Antioquia.



CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN

Yo Alvaro Quiroga Morado estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "Proceso de objetivación del concepto de fracción desde la resolución de problemas" que es conducida por los practicantes María Andrea Cardona Mesa, Hellen Dadiana Cuesta Romaña, Jhoan Esteban López Román y Leidy Maritza Toro García, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "Identificar los procesos de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la institución educativa la paz sede Jhon F. Kennedy resuelven problemas".

**Beneficios:** El ser participante en este proceso puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en el pensamiento numérico y la resolución de problemas.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono.

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
María Andrea Cardona Mesa	312 7841 318	Marianca308@gmail.com
Hellen Dadiana Cuesta Romaña	314 7300 363	Seres0218@yahoo.es
Jhoan Esteban López Román	317 6826 659	Lovo_8905@hotmail.com
Leidy Maritza Toro García	314 7377 693	Lmaritza125@gmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

María Andrea Cardona [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 1      Firma      Fecha  
Hellen Dadiana Cuesta [Firma] Septiembre 25/12  
 Nombre del investigador 2      Firma      Fecha  
Jhoan Esteban López [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 3      Firma      Fecha  
Leidy Maritza Toro [Firma] Sep. 25/2012  
 Nombre del investigador 4      Firma      Fecha  
Alvaro Quiroga Morado [Firma] 26/09/2012  
 Nombre de padre o acudiente      Firma      Fecha

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Oiga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 Universidad de Antioquia.

CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN

Yo \_\_\_\_\_ estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "Proceso de objetivación del concepto de fracción desde la resolución de problemas" que es conducida por los practicantes María Andrea Cardona Mesa, Hellen Dadiana Cuesta Romaña, Jhoan Esteban López Román y Leidy Maritza Toro García, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "Identificar los procesos de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes del grado cuarto de la institución educativa la paz sede Jhon F. Kennedy resuelven problemas".

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en el pensamiento numérico y la resolución de problemas.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono.

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
María Andrea Cardona Mesa	312 7841 318	Marianca308@gmail.com
Hellen Dadiana Cuesta Romaña	314 7300 363	Seres0218@yahoo.es
Jhoan Esteban López Román	317 6826 659	Lovo_8905@hotmail.com
Leidy Maritza Toro García	314 7377 693	Lmaritza125@gmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

Nombre del investigador 1      Firma      Fecha  
 Nombre del investigador 2      Firma      Fecha  
 Nombre del investigador 3      Firma      Fecha  
 Nombre del investigador 4      Firma      Fecha  
 Nombre de padre o acudiente      Firma      Fecha

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con Oiga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 de la Universidad de Antioquia.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PAZ  
 sede Jhon F. Kennedy  
 Antioquia  
 Para iniciar el proceso de recolección de datos en el informe

Anexo 2: Cuadro análisis necesidad 1

Sesión	Momento	Actividad	Necesidad	
			Investigadores	Estudiante
1	1	Domino Fraccionario	Que el estudiante reconociera la fracción como parte todo	Encontrar la ficha que le permita continuar con el juego del domino
	2	Creación : domino fraccionario	Que el estudiante reconociera la fracción como parte todo	-----
2	1	Resolvamos Problemas	Que el estudiante reconociera la fracción como parte todo	-----
	2	Completando Cubos	Que el estudiante reconociera la fracción como parte todo	
3		No se llevó a Cabo		
4	1	Protagonistas: Cara a cara fraccionario	Que el estudiante reconociera la fracción como relación multiplicativa	-----
	2	Retos	Que el estudiante reconociera la fracción como relación multiplicativa	-----
5	1	Construcción casa de nuestros sueños	Que el estudiante reconociera la fracción como una relación multiplicativa	----
	2	Dividiendo el Hexágono	Que el estudiante reconociera la fracción como relación de medida	-----
6	1	Midiendo, midiendo la fracción encuentro	Que el estudiante reconociera la fracción como medida	Conocer la medida de un objeto cualquiera utilizando una regleta como unidad de medida (la regleta era elegida por el mismo)
	2	Cocinando con las fracciones	Que el estudiante reconociera la fracción como medida	Preparar algo rico.