



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**APORTES A LA CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE ESPACIO DE LOS  
ESTUDIANTES DEL GRADO 5º DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
ALBERTO LEBRÚN MÚNERA**

**Memoria para optar al título de Licenciado en Educación Básica con  
énfasis en Matemáticas**

**LAURA RUEDA HERNÁNDEZ  
CARLOS ANDRÉS RÍOS MONSALVE  
DIEGO ALEJANDRO MARTÍNEZ JARAMILLO**

**Asesor: Jesús María Gutiérrez Mesa**

**Medellín, Colombia 2009**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN**



**APORTES A LA CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE ESPACIO DE LOS  
ESTUDIANTES DEL GRADO 5º DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
ALBERTO LEBRÚN MÚNERA**

**LAURA RUEDA HERNÁNDEZ  
CARLOS ANDRÉS RÍOS MONSALVE  
DIEGO ALEJANDRO MARTÍNEZ JARAMILLO**

**Asesor: Jesús María Gutiérrez Mesa**

**Medellín, Colombia 2009**

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	7
FASE 1: ANÁLISIS PRELIMINARES.....	9
1.1 ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO.....	9
1.2 ANÁLISIS DEL SISTEMA EDUCATIVO.....	12
1.2.1 LO QUE SE DICE: CURRÍCULO PROPUESTO.....	12
1.2.2 LO QUE SE HACE: CURRÍCULO DESARROLLADO.....	14
1.2.3 CURRÍCULO ALCANZADO: PRUEBAS SABER.....	17
1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	19
1.3.1 OBJETIVO GENERAL.....	19
1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	19
1.3.3 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.....	20
FASE 2: REFERENTES GENERALES.....	21
2.1 REFERENTE CONCEPTUAL.....	21
2.1.1 LA CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE ESPACIO.....	21
2.1.2 MARCOS DE REFERENCIA POSICIONAL.....	22
2.1.3 LA COORDINACIÓN ESPACIAL (EQUILIBRIO ESPACIAL).....	23
2.1.4 LA DESCENTRACIÓN.....	23
2.2 REFERENTE METODOLÓGICO.....	23
2.3 REFERENTE DIDÁCTICO.....	25
2.4 REFERENTE COGNITIVO.....	27
FASE 3: PROCESO DE INTERVENCIÓN.....	29
3.1 ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA.....	29
3.2 ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN #1.....	38
3.3 ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN #2.....	57
3.4 ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN #3.....	62
FASE 4: CONCLUSIONES.....	71
ANEXOS.....	73
ANEXO 1.....	73
ANEXO 2.....	75
ANEXO 3.....	77
BIBLIOGRAFÍA.....	78

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.....	30
FIGURA 2.....	38
FIGURA 3.....	39
FIGURA 4.....	39
FIGURA 5.....	58
FIGURA 6.....	58
FIGURA 7.....	62
FIGURA 8.....	64
FIGURA 9.....	64
FIGURA 10.....	66
FIGURA 11.....	66
FIGURA 12.....	68
FIGURA 13.....	68

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1.....	31
TABLA 2.....	33
TABLA 3.....	34
TABLA 4.....	35
TABLA 5.....	36
TABLA 6.....	43
TABLA 7.....	44
TABLA 8.....	45
TABLA 9.....	45
TABLA 10.....	46
TABLA 11.....	47
TABLA 12.....	48
TABLA 13.....	49
TABLA 14.....	49

TABLA 15.....	50
TABLA 16.....	51
TABLA 17.....	52
TABLA 18.....	53
TABLA 19.....	54
TABLA 20.....	55

## ÍNDICE DE GRÁFICAS

GRÁFICA 1.....	32
GRÁFICA 2.....	32
GRÁFICA 3.....	33
GRÁFICA 4.....	33
GRÁFICA 5.....	34
GRÁFICA 6.....	34
GRÁFICA 7.....	35
GRÁFICA 8.....	35
GRÁFICA 9.....	36
GRÁFICA 10.....	36
GRÁFICA 11.....	44
GRÁFICA 12.....	44
GRÁFICA 13.....	45
GRÁFICA 14.....	45
GRÁFICA 15.....	46
GRÁFICA 16.....	46
GRÁFICA 17.....	46
GRÁFICA 18.....	46
GRÁFICA 19.....	47
GRÁFICA 20.....	47
GRÁFICA 21.....	48
GRÁFICA 22.....	48
GRÁFICA 23.....	49
GRÁFICA 24.....	49

GRÁFICA 25.....	50
GRÁFICA 26.....	50
GRÁFICA 27.....	51
GRÁFICA 28.....	51
GRÁFICA 29.....	52
GRÁFICA 30.....	52
GRÁFICA 31.....	53
GRÁFICA 32.....	53
GRÁFICA 33.....	54
GRÁFICA 34.....	54
GRÁFICA 35.....	55
GRÁFICA 36.....	55
GRÁFICA 37.....	56
GRÁFICA 38.....	56

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es el producto de la aplicación de una serie de situaciones didácticas en el marco de la Ingeniería Didáctica, llevada a cabo durante los tres últimos semestres de práctica pedagógica en la Institución Educativa Alberto Lebrún Múnera sección Rogelio Arango de Bello en el grado 5º, acerca de cómo la descentración aporta a los estudiantes al desarrollo del pensamiento espacial y la geometría.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la escuela suele limitarse a fortalecer las habilidades del pensamiento numérico dejándose de lado otras habilidades de igual relevancia, entre ellas las habilidades del pensamiento espacial: espacio, ubicación espacial, descentración y lateralidad, pues aunque se trabaje la geometría se hace desde una perspectiva euclidiana, que si bien permite una construcción del espacio geométrico, deja un vacío en relación con la construcción del espacio físico en el cual se desenvuelve el estudiante.

Para el desarrollo del trabajo se ha tomado como guía el modelo de investigación de Ingeniería Didáctica y se han diseñado las actividades de acuerdo con la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

El trabajo se desarrolla sobre la base de cuatro fases que recogen los diferentes momentos de la investigación de acuerdo con el modelo de la Ingeniería Didáctica. En la fase 1 se presentan los análisis preliminares comenzando con un rastreo histórico sobre el origen del concepto de espacio y la geometría, esto es, mirar las primeras concepciones que el hombre construyó sobre el espacio físico, sus relaciones con éste y sus implicaciones en el desarrollo de la matemática y especialmente de la geometría. Le sigue el análisis del sistema educativo en lo que respecta al proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento espacial, visto desde el currículo propuesto (Estándares y Lineamientos curriculares en matemáticas), el currículo desarrollado (textos escolares, entrevistas con maestros) y el currículo alcanzado (pruebas Saber, pruebas Icfes), con el fin de identificar lo que la Ingeniería Didáctica denomina “inconsistencias” del sistema. Gracias a este análisis se pudo identificar la situación que se ha planteado como problema de investigación, que se desarrolla en la fase 2 donde se encuentra el marco de

referencia compuesto por el marco conceptual, el marco metodológico, el marco cognitivo y el marco didáctico en los cuales está sustentado el trabajo. En la fase 3 se presentan la prueba diagnóstica y las tres actividades de intervención realizadas con los estudiantes que evidencian **la construcción de la noción de espacio por medio de la descentración**. Cada situación tiene su respectivo análisis a priori, en el que se plantea lo que se espera que los estudiantes hagan, y el análisis a posteriori en el que se muestran los resultados obtenidos y se comparan con los resultados esperados, pues en el marco de la Ingeniería Didáctica esta se constituye en el proceso de validación. Finalmente en la fase 4 se plantean tres tipos de conclusiones: con respecto a la intervención, en relación con el diseño metodológico y en relación con las posibles ampliaciones del trabajo.

## FASE 1

### ANÁLISIS PRELIMINARES

#### 1.1 Análisis histórico-epistemológico

Los cambios curriculares de las matemáticas escolares en las últimas décadas han llevado a la suspensión de espacios específicos para la geometría. Este hecho llevó a que los temas geométricos se presenten en forma fragmentada y rápida, limitándose muchas veces a la presentación y clasificación de figuras geométricas y al uso de fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros. Como consecuencia, su aprendizaje no conduce al desarrollo de competencias espaciales ni proporciona, a la mayoría de los estudiantes, los elementos conceptuales y cognitivos necesarios para acceder a los distintos dominios que conforman el panorama espacial, como aquellos ligados a la resolución de problemas cotidianos que tienen que ver con el desarrollo de la visualización y el sentido espacial.

Es por esto que el presente análisis se centra en los conceptos más relevantes del pensamiento espacial a lo largo de la historia, aunque de manera ligera debido a la poca información que se encuentra referente al tema.

Howard Gardner en su libro *Estructura de la mente: teoría de las inteligencias múltiples* se refiere a los aportes que ha hecho el pensamiento espacial:

*La contribución de la inteligencia a las ciencias desde luego es patente. Einstein tenía un conjunto de capacidades especialmente bien desarrolladas. Como Russell, Einstein quedó fascinado cuando leyó a Euclides, y fue atraído con fuerza a las formas visuales y espaciales y su correspondencia: “sus intuiciones estaban profundamente arraigadas en la geometría clásica. Su mente era muy visual. Pensaba en términos de imágenes: experimentos de pensamiento, o experimentos realizados en la mente.” Incluso se puede conjeturar que sus perspicacias más fundamentales se derivan de modelos espaciales más que de una línea de razonamiento puramente matemático. Einstein decía: las palabras de lenguaje, escrito y hablado, no parecen desempeñar ninguna función en mis mecanismos del pensamiento. Las entidades psíquicas que parecen servir como elementos en el pensamiento son determinadas señales e imágenes más o menos claras que se puede reproducir o combinar voluntariamente... en mi caso, los elementos ya expresados son del tipo visual y algunos de tipo muscular.*

Algunos grandes autores han establecido sus propias concepciones de espacio, no necesariamente desde la matemática sino también desde la psicología, las cuales han influido en el proceso de enseñanza -aprendizaje en la escuela.

Uno de estos autores es Poincaré quien define el espacio como la organización sensoriomotriz. Para él hay una unidad entre el espacio sensible y el espacio intelectual, puesto que se presenta una interacción entre el espíritu y lo real. Lo que se dan son ajustes progresivos entre las intuiciones de nuestro espíritu y los datos sensibles.

Piaget, por su parte, distingue dos tipos de espacio: el perceptual y el intelectual y además realiza una periodización del espacio que incluye:

- Espacio orgánico postural: aquel que vivimos sin pensarlo.
- Espacio sensorio motor: es el espacio que se da en la relación entre sujeto y objeto.
- Intuición de imágenes: se vive con representaciones.
- Operaciones concretas: se hacen composiciones usando un determinado tipo de elementos.
- Operaciones formales: corresponde a las representaciones esquemáticas de los objetos.
- Espacio axiomático: se relaciona con las operaciones lógicas-aritméticas, eliminando el espacio real.

El estudio del espacio desde un punto de vista matemático está íntimamente relacionado con la descripción y el análisis de la “forma”. Cuando se habla de forma se hace referencia al aspecto que pueden tener los objetos que estructuran el espacio. En el análisis de la forma se distingue lo que es la configuración figural de lo que es la representación gráfica. La configuración figural expresa la imagen de la forma que tenemos en la mente, mientras que la representación gráfica es el modelo arbitrario o comercial de expresar esta imagen en un soporte físico, ya sea una hoja de papel, la pantalla del ordenador o la reproducción física de un modelo tridimensional.

El estudio de las formas, poniendo énfasis en lo que se ha llamado configuración figural, es uno de los puntos de entrada al pensamiento espacial.

El concepto de forma le dio privilegio a una nueva epistemología de la percepción. Se define la percepción como una estructura total, una estructura de conjunto. Estas estructuras están organizadas según leyes de esencia geométrica: orden, simetría, regularidad, proporcionalidad, entre otras.

Un concepto que va más allá de la percepción es la visualización. *“La visualización matemática es el proceso de formación de imágenes y el uso de tales imágenes en forma efectiva para el descubrimiento matemático y entendimiento.”* (Zimmermann y Cunningham). No todo lo que se ve es. La evidencia perceptiva no es suficiente para el conocimiento de muchas propiedades de los objetos geométricos. Visualizar en matemáticas es utilizar las imágenes para desentrañar propiedades o relaciones entre figuras. La visualización provee información que se convierte en base para el desarrollo del razonamiento.

Pese a la poca bibliografía que hace referencia al pensamiento espacial se puede notar la incidencia que éste tiene sobre el pensamiento matemático y el proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas. Debido a esto es importante profundizar en su construcción con el fin de que en las escuelas se le de un espacio al pensamiento espacial dentro del aula de clase.

## **1.2 Análisis del Sistema Educativo.**

Una de las habilidades básicas más relevantes en relación con el desarrollo de los aprendizajes de los niños resulta ser la orientación espacial. Esta habilidad es única y no depende de otros factores, como puede ser la capacidad de memoria, por ejemplo, sino que depende en gran medida del proceso de lateralización y del desarrollo psicomotor.

Las personas se rigen por dos categorías básicas: el espacio y el tiempo, que les permiten entender aquello que sucede a su alrededor, recordarlo y actuar también en consecuencia. En cuanto al desarrollo de la orientación espacial no se puede negar su incidencia en el aprendizaje de habilidades tan importantes como la lectura y la escritura. Sin embargo, parece que en la escuela no conocieran la importancia del pensamiento espacial, pues muchas veces ni siquiera se le incluye dentro de los planes de área, sino que se limita a la enseñanza de la geometría a grandes rasgos y se desarrolla el concepto de lateralidad aislado del contexto matemático, olvidando otros tan importantes como las fases de Esquema Corporal, Egocéntrica y Descentración.

Es por esto que se llevará a cabo un análisis a la luz de los Estándares, los Lineamientos, los textos de matemáticas, los profesores, las pruebas Saber y las pruebas Icfes, lo que se propone, lo que se desarrolla y lo que se alcanza, con el fin de encontrar posibles inconsistencias en el sistema educativo colombiano en torno al desarrollo del pensamiento espacial

### **1.2.1 LO QUE SE DICE: CURRÍCULO PROPUESTO.**

#### **“IMPORTANCIA DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y LA MANERA EN QUE SE DEBE ENSEÑAR”**

La mente humana en su pretensión de tratar de darle sentido, no solo a su existencia, sino también al mundo que lo rodea, está siempre en una constante búsqueda de significados, razones y comprensión de conceptos que le permitan acceder a otros más complejos y además le sean de ayuda en su cotidianidad.

El pensamiento espacial es uno de estos conceptos que, aunque se le tenía olvidado y bastante apartado, actualmente se considera como una necesidad ineludible, tal como se expresa en los Lineamientos Cuniculares y que autores como Howard Gardner enfatizan en su importancia, argumentando que:

*“El pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de la información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial.”*

Teniendo clara la importancia del pensamiento espacial es necesario desarrollar esta inteligencia para potenciar la habilidades que le son propias, y es que conceptos como éste hay que enseñarlos de la manera más organizada, ya que es necesario un buen dominio de conceptos más básicos para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de otros más avanzados; es decir, primero se debe trabajar el **espacio intuitivo** o sensoriomotor como se le llama en los Lineamientos Curriculares, donde se dice que: *“Se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos.”* , y que en los Estándares se refieren a situaciones como: *“relaciones entre objetos involucrados en el espacio y la ubicación y relaciones del individuo con respecto a estos objetos y a este espacio.”* Y finalmente pasar de allí a un espacio más conceptual o abstracto.

Aunque en los Lineamientos y los Estándares se defiende la misma metodología, en los Lineamientos se encuentra mucho más desarrollada ya que allí se resaltan los primeros contactos con el espacio, es decir, lo que se define como **espacio intuitivo** y ellos llaman **geometría activa**, la cual parte de la actividad del estudiante y su confrontación con el mundo.

Cabe resaltar que entre ambos textos se encuentra una diferencia y es que mientras en los Lineamientos Curriculares se dice que es válido en un primer momento realizar cálculos espaciales y medidas, en los Estándares rechazan esto, asumiendo que en ese primer momento no son importantes las mediciones ni los resultados.

En conclusión, en los dos textos donde se plantea el currículo, específicamente en relación con el pensamiento espacial, no hay total congruencia ni coherencia en cuanto al desarrollo de las habilidades propias del pensamiento espacial, es más, lo que se plantea al respecto no satisface completamente las demandas de los estudiantes en cuanto a este conocimiento.

### **1.2.2 LO QUE SE HACE: CURRÍCULO DESARROLLADO.**

Para corroborar si se trabaja el pensamiento espacial en las escuelas tal como se expone en el texto anterior, es necesario recurrir a los profesores encargados del área de matemáticas de diferentes instituciones y preguntarles si tienen en cuenta el pensamiento espacial en sus clases y por qué. Se encontraron las siguientes respuestas:

**¿En la escuela se desarrolla el pensamiento espacial? ¿Cómo? ¿Por medio de qué?**

- Grado preescolar: *“En educación física. Mediante juegos y dinámicas en preescritura y en matemáticas se trabaja lateralidad y otros conceptos como arriba, abajo, adelante, atrás, encima, debajo, derecha, izquierda.”*
- Grado primero: *“Sí, por medio de dibujo con cuadrícula. Geometría, mínimo figuras como el cubo.”*
- Grado tercero: *“El pensamiento espacial es todo lo que tiene que ver con geometría del espacio.”*
- Grado cuarto: *“Por lo que sé el pensamiento espacial debe desarrollarse teniendo en cuenta el propio cuerpo con relación al espacio que ocupa y éste con relación al espacio circundante. Es decir, que el alumno logre tener una conciencia perfecta de él con relación a su espacio y de las cosas que lo rodean para saber como orientarse y desarrollar una adecuada percepción. En nuestra escuela sería necesario incrementar el trabajo desde preescolar a través de juegos, desarrollo de los sentidos, desplazamientos, actividades físicas y pre deportivas. Además de trabajar la geometría y ésta también en la parte gráfica, ya que esto se trabaja muy poco.”*

- Grado quinto: *“La verdad aquí damos muy poco sobre pensamiento espacial ya que vemos que en las pruebas saber apuntan hacia otra cosa.” “La verdad no tengo muy claro qué es el pensamiento espacial, creo que debe ser lo relacionado con todo lo del espacio y las relaciones de los objetos.”*

De acuerdo con las respuestas anteriores se puede evidenciar el desconocimiento del pensamiento espacial como algo más que sólo geometría y de allí la falta de su implementación en el aula de clase. Es importante resaltar que algunos maestros se sienten presionados a trabajar únicamente los temas que se evalúan en las pruebas Saber, tal como lo expresa una de las entrevistadas.

En cuanto a los textos de matemáticas se plantea lo siguiente:

A través de los años en las instituciones educativas han aparecido apoyos didácticos que les han proporcionado facilidades tanto a profesores como a estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Uno de estos apoyos han sido los textos, en este caso matemáticos, que les han permitido no solo tener la información necesaria sobre los diferentes temas y conceptos tratados en un año sino también que les facilita visualizar los dibujos y gráficas para el tratamiento de diferentes problemas y ejercicios que son elaborados de acuerdo con lo que exige la ley por medio de los Estándares, Lineamientos Curriculares y Decretos. Es así como los profesores ganan en tiempo para las explicaciones.

Para realizar este trabajo se revisaron tres textos del grado quinto que son:

- Texto: Soluciones Matemáticas 5º. Edición 2006

Autor: Juan Ascencio y otros.

Editorial: Futuro.

En este texto se presentan los cinco pensamientos desarrollados en cada periodo, y en el segundo encontramos el pensamiento espacial con los temas de ángulos, rectas paralelas y perpendiculares, polígonos, sólidos geométricos, ampliación y reducción de figuras, semejanza de figuras, plano cartesiano, movimientos en el plano (traslación, rotación y reflexión)

Se considera que los conceptos arriba mencionados se trabajan adecuadamente en el texto ya que no se remiten a lo métrico sino a las ubicaciones en el plano, aunque lo ideal sería que además se enmarcaran desde el espacio, que es lo que se quiere lograr en últimas con el pensamiento espacial.

- Texto: Matemáticamente 5º. Primera edición 2007.

Autor: Víctor Ardila.

Editorial: Voluntad S.A.

Este texto comienza trabajando con los sólidos geométricos y la construcción de algunos de ellos; también se trabajan los polígonos, la simetría, rotación, traslación, reflexión y congruencia.

La unidad en la cual se trabajan estos temas se llama "*Exploración espacial, métrica y geométrica.*" Allí empiezan a desarrollar todo lo referente al pensamiento métrico y seguidamente lo geométrico. En ningún momento se toca el tema de lo espacial, por lo cual queda la duda de si toman lo geométrico dentro del pensamiento espacial o enmarcado en el pensamiento métrico.

- Texto: Mi Matemática. Desarrollo del pensamiento conceptual 5º.

Autora: Rocío Centeno Rojas.

Editorial: Libros y libres S.A. 2007

Todos los pensamientos son vistos en los cuatro periodos, y uno de ellos es el pensamiento geométrico donde se desarrollan los mismos temas de los otros dos textos, solo que los conceptos se reparten en cada periodo. En cuanto al pensamiento espacial no se hace mención de éste en ninguna parte, hecho que se puede evidenciar cuando se hace referencia al *pensamiento geométrico* y no al *pensamiento espacial*.

En general en los tres textos se presentan los mismos conceptos y, por lo regular, de la misma manera. Lo único que varía es el nombre de la unidad, pues en unos aparece como Pensamiento Espacial y en otros Pensamiento Geométrico. Por esto se puede decir que se presenta una confusión en el significado de estos dos términos y que se usa de manera indiscriminada. Si no

hay claridad en lo que a esto respecta, no es posible que se dé un buen proceso de enseñanza- aprendizaje del pensamiento espacial, ni se puede garantizar una construcción de la noción de espacio y la adquisición de habilidades como la descentración.

### **1.2.3 CURRÍCULO ALCANZADO: PRUEBAS SABER.**

En los cuadernillos de las pruebas Saber de 5º calendario A se encontró que se plantean preguntas acerca del pensamiento espacial por medio de un mapa que dan como marco de referencia, donde el estudiante debe identificar para una ruta dada otras rutas que sean equivalentes, a partir de un sistema de coordenadas: norte, sur, oriente y occidente. Las preguntas que se plantean a partir del mapa son las siguientes:

*16. Como puedes ver, para ir desde A hasta B el bus se desplazó 5 cuadras hacia el occidente y de 4 hacia el norte. Otra forma para ir desde A hasta B es desplazarse:*

- A. 4 cuadras hacia el norte y 5 hacia el oriente.*
- B. 5 cuadras hacia el sur y 4 hacia el occidente.*
- C. 4 cuadras hacia el norte y 5 hacia el occidente.*
- D. 5 cuadras hacia el sur y 4 hacia el oriente.*

*17. Si el bus tuviese que pasar por el lado oriental de la alcaldía y luego detenerse en la esquina sur-occidental del hospital, la ruta más adecuada partiendo del punto A sería desplazarse:*

- A. 2 cuadras hacia el occidente, 5 cuadras hacia el norte y 2 cuadras hacia el occidente.*
- B. 2 cuadras hacia el norte, 4 cuadras hacia el occidente y 3 cuadras hacia el norte.*
- C. 3 cuadras hacia el occidente, 5 cuadras hacia el norte y 1 cuadra hacia el occidente.*
- D. 3 cuadras hacia el norte, 4 cuadras hacia el occidente y 2 cuadras hacia el norte.*

18. La ruta entre el punto A y el B que se muestra en el mapa no es la única posible, ya que:

- A. se puede seguir cualquier ruta entre dos puntos distantes en el espacio.
- B. los puntos A y B se encuentran ubicados en las esquinas de las cuadras.
- C. el bus puede seguir diversas rutas al desplazarse en la ciudad.
- D. la forma de las cuadras permite otros desplazamientos con la misma distancia.

19. Pocos minutos después de partir del colegio, el bus pasa por un pequeño pueblo. En el centro hay una plaza y en su contorno están la alcaldía, el consejo municipal, la estación de policía y la iglesia, entre otras edificaciones. La ubicación de estos edificios en los alrededores de la plaza principal de la localidad representa:

- A. las jerarquías y los núcleos de poder del municipio.
- B. formas casuales de organización del espacio.
- C. los poderes ejecutivo y religioso del municipio.
- D. los poderes militar y político del municipio

En estas tres preguntas se evidencia la inclusión del pensamiento espacial dentro de las pruebas Saber pues se evalúa la competencia del niño en la utilización de sistemas de coordenadas para especificar localizaciones, de acuerdo con el estándar de matemáticas de cuarto a quinto grado del pensamiento espacial.

Hay entonces una inconsistencia entre lo que dicen los maestros que deben enseñar según las pruebas Saber y lo que éstas plantean en sus preguntas. Por lo tanto debe haber más coherencia entre el currículo desarrollado y lo que se evalúa en el currículo alcanzado para garantizar una educación cada vez más cualificada y acertada que incluya el pensamiento espacial y permita aprovechar todas sus bondades.

### 1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Actualmente, el desarrollo del currículo de matemáticas parece poner un énfasis especial en conceptos y procesos relacionados con el **pensamiento numérico**, dejando de lado otras nociones de igual importancia para las matemáticas escolares relacionadas, en este caso, con el **pensamiento espacial**. En ocasiones, cuando se aborda este pensamiento se hace desde la metrización del espacio, en espacios geométricos y en relación con figuras geométricas, lo que obstaculiza una construcción pertinente y de contexto de las **relaciones espaciales**.

En el desarrollo de nuestra práctica pedagógica encontramos que los estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Alberto Lebrún Múnera sección Rogelio Arango evidenciaban, en actividades tanto al aire libre como en el aula de clase, dificultades en el manejo de coordenadas, marcos de referencia posicional y ubicación de objetos, entre otras, denominadas **relaciones espaciales** propias del pensamiento espacial.

Con lo anterior, consideramos que se hace necesario preguntarnos acerca de **¿Qué tipo de intervención pedagógica debe desarrollarse con los estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Alberto Lebrún Múnera sección Rogelio Arango, que contribuyan a la construcción de la noción de espacio?**

#### 1.3.1 OBJETIVO GENERAL:

Desarrollar estrategias de intervención pedagógica que contribuyan a la construcción de la noción de espacio en estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Alberto Lebrún Múnera sección Rogelio Arango.

#### 1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ✚ Identificar factores que contribuyen a la construcción de la noción de espacio.
- ✚ Poner en contexto situaciones relacionadas con los marcos de referencia posicional y analizar su incidencia en el manejo del espacio de los niños.

- ✚ Desarrollar en los estudiantes la descentración como proceso mental que le permite la construcción de la noción de espacio.
- ✚ Potenciar en los estudiantes habilidades de ubicación espacial por medio de su reconocimiento en el espacio físico.

### **1.3.3 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS:**

Se presentan a continuación las variables más relevantes dentro del trabajo de investigación:

- ✚ Descentración
- ✚ Noción de espacio
- ✚ Ubicación espacial.
- ✚ Orientación espacial.

## FASE 2

### REFERENTES GENERALES

#### 2.1 REFERENTE CONCEPTUAL:

En la educación matemática hay conceptos importantes para la estructuración de los diferentes pensamientos, como la noción de espacio, la noción de número, el concepto de relación, el concepto de operación, el concepto de variable, entre otros. Es por ello que se quiere indagar por los referentes de carácter teórico que dan cuenta, no sólo del concepto en sí mismo, sino de los procesos que permiten su incorporación a la estructura mental del niño.

Varios autores han presentado explicaciones de la forma como los niños construyen la noción de espacio:

##### 2.1.1 La construcción de la noción de espacio:

Piaget (1948) clasifica por primera vez las nociones espaciales en tres etapas:

✚ **Espacio topológico:** Esta etapa va desde el nacimiento hasta los tres años y, en principio, se limita al campo visual y las posibilidades motrices del niño. Al desarrollar la habilidad motriz básica de caminar, el espacio se amplía, el niño se desenvuelve en él y capta distancias y direcciones en relación con su propio cuerpo a partir de sensaciones cinéticas, visuales y táctiles. Se distinguen aquí las siguientes posibilidades para el espacio topológico:

- **Separación:** relación entre un grupo de objetos que se hallan dispersos.
- **Orden:** relación que guardan un grupo de objetos respecto a un sistema de referencia.
- **Envolvimiento:** relación en que un sujeto u objeto rodea a otro.
- **Continuidad:** relación en la que aparecen una sucesión constante de elementos.

✚ **Espacio euclidiano:** Etapa que ocurre entre los tres y siete años, donde se va consolidando el esquema corporal favoreciendo las relaciones espaciales y se adquieren las nociones de:

- **Tamaño:** grande, mediano, pequeño.
- **Dirección:** a, hasta, desde, aquí.
- **Situación:** dentro, fuera, encima, debajo.
- **Orientación:** derecha, izquierda, arriba, abajo, delante, detrás.

✚ **Espacio proyectivo o racional:** Transcurridos los siete primeros años de vida, el espacio se concibe como un esquema general del pensamiento, fundamentándose en la representación mental de la derecha e izquierda. Se da en aquellos casos en los que existe una necesidad de situar los objetos en relación con otros, por lo tanto se adquiere el concepto de perspectiva en el que al permanecer los objetos o sujetos inamovibles respecto a un sistema de referencia, cambiará la relación entre los objetos.

Para efectos del trabajo nos centraremos en la noción de orientación, propia del espacio euclidiano y en el espacio proyectivo o racional, que permiten hablar de descentración.

### **2.1.2 Marcos de referencia posicional:**

Los marcos de referencia posicional son las distintas posiciones (en particular del espacio) en las que nos podemos encontrar para observar cualquier objeto o acontecimiento. Cualquier objeto observado desde distintas posiciones es siempre el mismo, es decir invariable. Sin embargo su observación puede ser distinta según la posición que nosotros tomemos.

Así por ejemplo:

- ✚ Si nos situamos en la luna veremos que todos los demás astros parecen girar alrededor de la luna.
- ✚ Si nos situamos en la tierra veremos igualmente que todos los astros parecen girar alrededor de la tierra.
- ✚ Si vamos por una carretera y vamos aumentando la velocidad, parecerá que los kilómetros son más cortos.

- ✚ Si observamos la luna a simple vista y luego la observamos a través de un telescopio, nos parecerá que ha aumentado de volumen.

### **2.1.3 La coordinación espacial (o equilibrio espacial):**

Es la capacidad que tiene el sistema nervioso para saber cómo está el cuerpo en el espacio. Generalmente se denomina “acrobacia” y consiste en dominar el cuerpo cuando variamos la cabeza de su posición natural, es decir vertical con respecto a la columna y de frente.

La orientación espacial, las nociones de izquierda- derecha y la experiencia del propio esquema corporal, son aspectos muy importantes para una inteligencia imaginativa y creadora.

### **2.1.4 La Descentración:**

La descentración es un concepto del que no se encuentra mucha información y al que muy pocos autores hacen referencia al hablar de espacio. Piaget por su parte, hace mención al respecto en su clasificación de las nociones espaciales de los niños en tres estadios, específicamente al hablar del espacio proyectivo en el que se adquiere la habilidad de situar los objetos con respecto a otros. A partir de esto, se plantea una definición propia del concepto visto como una ***habilidad de pensamiento que consiste en situarse en el lugar de otra persona o un objeto para referirse a la ubicación de algo o alguien.***

Los anteriores conceptos constituyen la base para garantizar una construcción de la noción de espacio físico en los estudiantes, por lo que su inclusión dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento espacial se hace fundamental, y aún más para lograr los objetivos propuestos en el presente trabajo.

## **2.2 REFERENTE METODOLÓGICO**

Toda investigación en matemáticas debe regirse por una metodología de trabajo que guiará todo el proceso investigativo. Para efectos del presente trabajo, se considera la Ingeniería Didáctica como la más apropiada, ya que el

sustento de esta metodología proviene de la teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, el cual orienta el diseño de las situaciones de diagnóstico y las actividades de intervención.

La Ingeniería Didáctica surgió a principios de los años ochentas como una metodología de investigación particularmente interesante ya que tiene en cuenta la complejidad de la clase. Es originario de la didáctica de las matemáticas francesa y se desarrolla mucho en las investigaciones francesas.

Regine Douady define la Ingeniería Didáctica como:

*“El término Ingeniería Didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de manera coherente por un profesor-ingeniero, con el fin de realizar un proyecto de aprendizaje para una población determinada de alumnos. En el transcurso de las interacciones entre el profesor y los estudiantes, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los estudiantes y en función de las selecciones y decisiones del profesor. De esta forma la Ingeniería Didáctica es a la vez un producto, resultante de un análisis a priori, y de un proceso en el transcurso del cual el profesor ejecuta el producto adaptándolo, si se presenta el caso, a la dinámica de la clase.” (Douady, 1998, página 61)*

Como metodología de investigación, la Ingeniería Didáctica se caracteriza, por un lado, por un esquema experimental basado en la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza, y por otro lado por el registro de los estudios de caso y por la validación basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. Una de las ventajas de desarrollar este método es que permite rediseñar las situaciones didácticas y mejorarlas de acuerdo con los objetivos propuestos. En este sentido se identifican cuatro fases que componen la estructura de la Ingeniería Didáctica:

**La primera fase de análisis preliminares**, en la que se presenta un análisis del sistema educativo desde el currículo propuesto, como los estándares y

lineamientos curriculares; el currículo desarrollado, visto desde los textos escolares que más se utilizan en matemáticas y entrevistas a profesores de matemáticas; y finalmente, el currículo alcanzado, medido por las pruebas del Estado Icfes y Saber. Lo que se busca con este análisis son posibles inconsistencias en el sistema con respecto a la enseñanza del pensamiento espacial y su incidencia en la construcción de la noción de espacio físico por parte de los estudiantes.

**La segunda fase de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas**, en la que se establece el marco referencial del trabajo y se diseñan las situaciones didácticas que se desarrollarán con los estudiantes, además del análisis a priori de cada una de ellas, en el que se plantean las expectativas que se tienen con respecto a las actividades de intervención y se predicen posibles resultados.

**La tercera fase de experimentación**, en la que se lleva a cabo cada una de las actividades de intervención propuestas y se confrontan los resultados obtenidos con los resultados esperados.

**La cuarta fase de análisis a posteriori y evaluación**, donde se analizan los resultados obtenidos de las actividades de intervención, el desempeño de los estudiantes durante cada una de ellas y las modificaciones que se hicieron sobre la marcha. A partir de allí se plantean una serie de conclusiones con respecto a las intervenciones, en relación con el diseño metodológico y en relación con las posibles ampliaciones del trabajo.

### **2.3 REFERENTE DIDÁCTICO**

De acuerdo con la metodología de investigación que rige este trabajo se decidió implementar las Situaciones Didácticas en la elaboración de las actividades de diagnóstico e intervención, pues éstas, dentro de un contexto de participación colectiva, permiten la acción, exploración, sistematización, confrontación, evaluación e institucionalización del conocimiento que se

adquiere en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que va en estrecha relación con la estructura de la Ingeniería Didáctica.

Grecia Gálvez define que: *“El objeto de estudio de la didáctica de matemáticas es la situación didáctica definida por Brousseau (1982) como: **un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.**”* (Gálvez, página 2)

Estas relaciones a las que se hace referencia se conocen como Contrato didáctico, en el que se definen los compromisos adquiridos tanto por el profesor como por el estudiante con el objetivo de que se mantenga el proceso de enseñanza-aprendizaje. El contrato didáctico se define como *“**la regla de juego y la estrategia de la situación didáctica y es el medio que éste tiene para ponerla en acción o escena y depende estrechamente de los conocimientos en juego**”* (Brousseau)

Se considera que la relación existente entre el alumno, el docente y el medio, expresada por Brousseau, le facilitará al estudiante el óptimo desarrollo de sus capacidades y le acercará más al conocimiento que se quiere que construya.

Sumado a esto, las situaciones didácticas permiten hacer un análisis a priori y a posteriori de cada situación planteada con el fin de confrontar lo que se espera que los estudiantes hagan con los resultados obtenidos. Con esto se puede mejorar el diseño de cada actividad, convirtiéndose así, según Gálvez, en una familia de situaciones didácticas.

Las situaciones didácticas son las más apropiadas para el trabajo que se quiere desarrollar puesto que van en la misma dirección que la metodología de la Ingeniería Didáctica y tienen un origen común: la didáctica de las matemáticas.

## 2.4 REFERENTE COGNITIVO

En educación se puede encontrar una amplia variedad de teorías que intentan establecer cómo aprende el sujeto y en qué condiciones se deben dar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Personajes como Piaget, Vigotski y Watson han desarrollado teorías de gran influencia en el campo de la educación que se mantienen vigentes, específicamente en el sistema educativo colombiano.

El trabajo de Vigotski, especialmente, llama la atención porque se basa en el aprendizaje histórico-cultural de cada individuo y el medio en el cual se desarrolla. La **Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)** es un concepto propio de la teoría vigotskiana que se refiere a la distancia que hay entre lo que puede hacer el individuo por sí mismo y lo que puede hacer con la ayuda de un facilitador.

Vigotski considera el aprendizaje como uno de los mecanismos fundamentales del desarrollo. En su opinión, ***“la mejor enseñanza es la que se adelanta al desarrollo”***. (Vigotski)

En el modelo de aprendizaje que aporta, el contexto ocupa un lugar sumamente importante. La interacción social se convierte en el motor del desarrollo. Vigotski introduce el concepto de **Zona de Desarrollo Próximo** ***“que es la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinada por la capacidad de un individuo de resolver independientemente un problema o tarea y el nivel de desarrollo potencial, a través de la resolución de un problema o tarea mediante la interacción de un facilitador o compañero más experimentado”***. (Vigotski)

Para hablar de este concepto hay que tener presentes dos aspectos: la importancia del contexto social y la capacidad de imitación, pues el aprendizaje y el desarrollo son dos procesos que interactúan. El aprendizaje debe ser congruente con el nivel de desarrollo del individuo y se produce más fácilmente en situaciones colectivas. La interacción con los facilitadores facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por esta razón este trabajo se basa en la **ZDP**, para llevar a cabo un trabajo de intervención en el aula de clase con el fin de permitir a los estudiantes construir una noción de espacio físico, desarrollar en ellos habilidades del pensamiento espacial como la descentración, que les garantizarán una mejor comprensión del espacio geométrico y les facilitarán la comprensión de conocimientos relacionados con la geometría.

La aprehensión del concepto de espacio y las habilidades que se requieren para desenvolverse adecuadamente en él, no sólo le sirven al estudiante para mejorar su desempeño en actividades de la vida cotidiana sino que también le traerán grandes beneficios al momento de trabajar la geometría en la escuela, pues lo que se quiere lograr con las actividades de intervención propuestas en este trabajo de grado es que el niño construya una noción de espacio que le permita desarrollar las capacidades espaciales que ya posee y situarlo en una zona próxima al desarrollo de nuevas habilidades, en este caso referentes a la geometría.

El concepto de **Zona de Desarrollo Próximo** se hace evidente en el presente trabajo, en un comienzo, cuando se le plantea al estudiante una actividad diagnóstica en la cual se evidencian las capacidades y conocimientos que ya posee con respecto al reconocimiento de la derecha y la izquierda. En la primera actividad de intervención se enfrenta al estudiante con situaciones en las que se pone en juego conceptos como la descentración, marcos de referencia, coordenadas simples, entre otros, para que se creen preguntas alrededor de dichos conceptos y así dar pie a la segunda actividad de intervención, en la que con la ayuda de los facilitadores (los autores del trabajo) el propio estudiante responde sus interrogantes y desarrolla nuevas habilidades en torno al concepto de espacio y descentración. Finalmente, en la tercera actividad de intervención el estudiante valida lo aprendido durante este proceso, adquiere nuevos conocimientos y se encuentra en capacidad de construir una noción propia del espacio que lo rodea, el espacio físico, para que posteriormente se enfrente con éxito a temas propios de la geometría.

## FASE 3

### PROCESO DE INTERVENCIÓN

#### 3.1 ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

##### 1. DESCRIPCIÓN

Esta actividad diagnóstica está planteada para niños de quinto grado entre los diez y trece años, que ya tienen un conocimiento previo de coordenadas simples (izquierda, derecha, arriba, abajo, adelante y atrás).

Lo que se pretende con esta primera actividad es determinar el manejo que los estudiantes tienen de las coordenadas simples, saber si reconocen o no su derecha y su izquierda o si por el contrario presentan confusiones al respecto, e indagar acerca de su percepción del espacio físico.

La actividad se compone de dos partes:

La primera parte pretende identificar en los estudiantes habilidades de carácter visual o de reconocimiento de la lateralidad.

La segunda que consta de cuatro puntos y es un primer acercamiento al concepto de descentración.

Las actividades fueron tomadas del libro **Progresint 12 Orientación espacio-temporal** y se adaptaron de acuerdo con la intención del trabajo.

##### 2. MATERIALES

Guías tipo examen en las cuales las respuestas deben ser colorear o dibujar la respuesta correcta.

Para efectos de este trabajo se entenderá como coordenadas simples: (arriba, abajo, izquierda, derecha, adelante, atrás).

### 3. ANÁLISIS A PRIORI DE LA PRUEBA

#### Prueba #1: “Esquema básico de reconocimiento”

Con el fin de identificar el estado actual de los estudiantes en esta actividad se le presentan al niño ocho cuadros, que a su vez están divididos en cuatro partes, permitiendo que cada parte pueda ser reconocida por su posición dentro del cuadrado original: arriba-derecha, arriba-izquierda, abajo-derecha, abajo izquierda. Para esto ellos deben colorear el cuadrado indicado en la instrucción.

Dado que se trata de niños de 5º grado y de acuerdo con los estándares de matemáticas, específicamente en el pensamiento geométrico de primero a tercero los niños de quinto grado deben haber desarrollado “*habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.*” De manera que se espera que realicen exitosamente el primer punto, pues las coordenadas que se utilizan para pedirles que ubiquen en los cuadros son conocidas por ellos. De acuerdo con lo anterior las respuestas que se esperan son las siguientes:

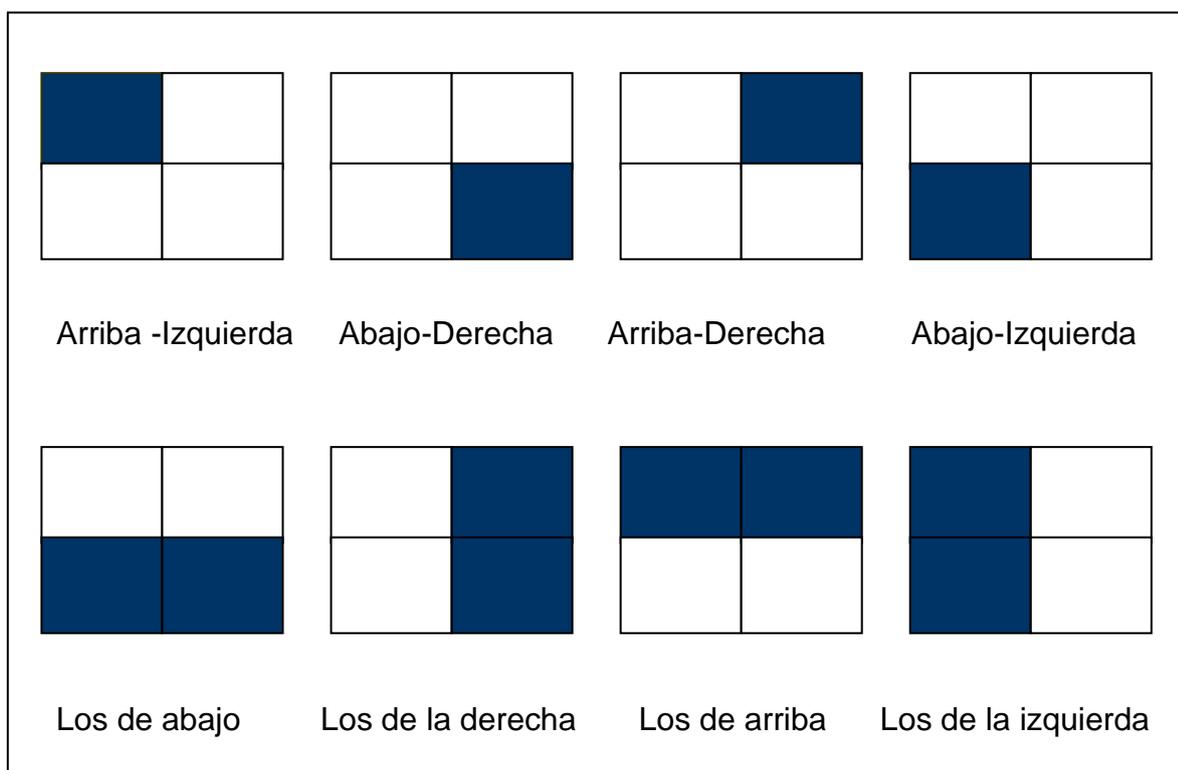


Figura 1

El marco de referencia de esta actividad es la verticalidad y la horizontalidad. La verticalidad que les permite reconocer arriba-abajo, y la horizontalidad que está relacionada con la derecha-izquierda. Se espera pues, que este esquema básico de reconocimiento sea familiar para los niños y respondan correctamente.

**Prueba #2: “Esquema básico de reconocimiento de la descentración”**

Esta segunda parte, considerada como un primer acercamiento al concepto de descentración, se compone de cuatro actividades un poco más complejas que la anterior. En esta parte los niños tendrán que dibujar la figura que se les presenta, de manera que el punto quede arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda de la figura misma, es decir, girarla sin mover el punto de su origen. El marco de referencia de esta actividad es el punto y su ubicación con respecto a la figura. En el caso de las figuras 3, 5, 6 y 12, que son figuras especiales, se les dará el mismo tratamiento que las demás, es decir, sólo se tendrá en cuenta la ubicación que se indica del punto con respecto a la figura y no a la línea.

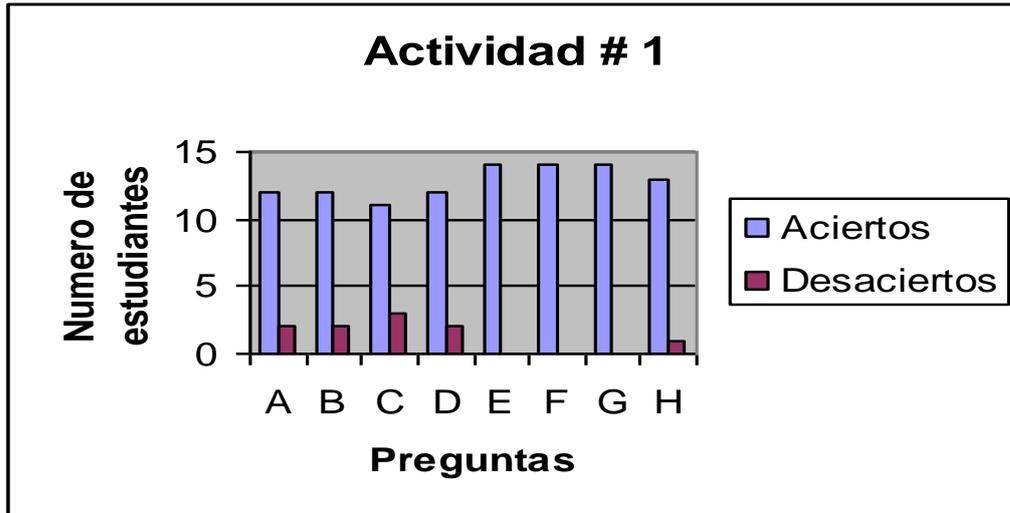
Por ser estas actividades ciertamente más complejas, es posible que el éxito sea más reducido y se esperan diferentes respuestas a un solo numeral.

**4. ANÁLISIS A POSTERIORI DE LA ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA**

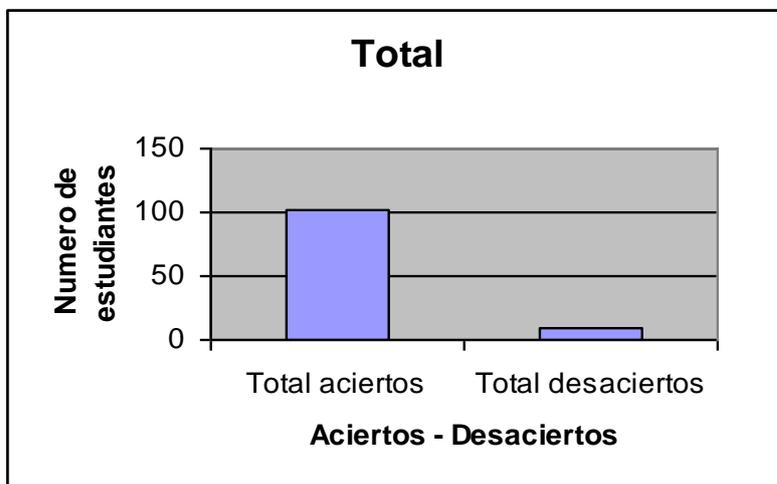
**Actividad # 1**

ACTIVIDAD # 1	A	B	C	D	E	F	G	H	Total aciertos	Total Desaciertos
<b>Aciertos</b>	12	12	11	12	14	14	14	13	102	10
<b>Desaciertos</b>	2	2	3	2	0	0	0	1		

Tabla 1



Gráfica 1



Gráfica 2

8,9 % Aciertos - 91,01 % Desaciertos

Como era de esperarse, y basados en el análisis a priori, los resultados arrojados fueron satisfactorios ya que el 91% de los estudiantes acertó en las respuestas, de lo cual se puede afirmar que no tienen muchas dificultades en el manejo de coordenadas simples (arriba, abajo, derecha e izquierda).

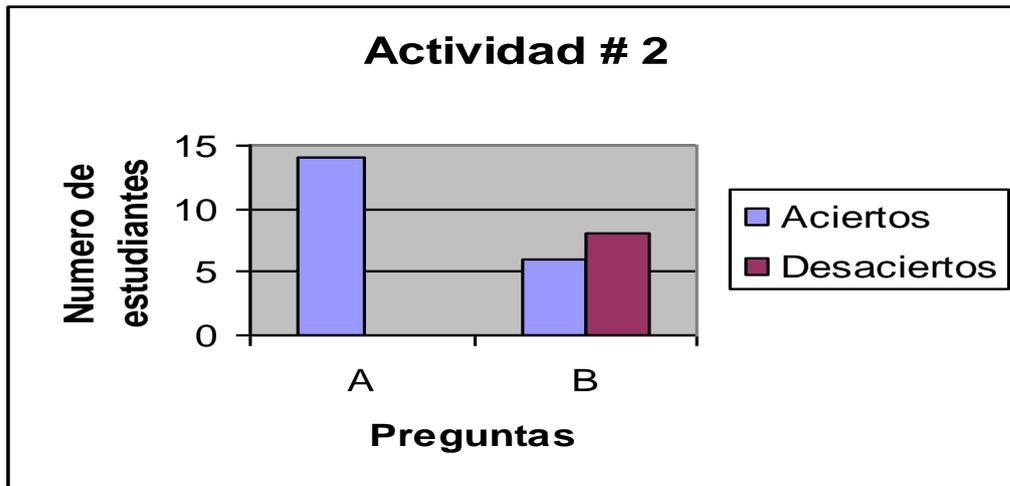
Dentro del 9% de desaciertos en esta primera parte, se notó que algunos estudiantes interpretaron mal la instrucción, pues cuando se les pedía que colorearan la parte arriba-izquierda ellos coloreaban el cuadro de arriba y los dos cuadros de la izquierda (ver guía). Con respecto a esta situación, cabe aclarar que no necesariamente los niños que se equivocaron tienen dificultades

con las coordenadas simples, sino más bien con la interpretación de la instrucción y el marco de referencia.

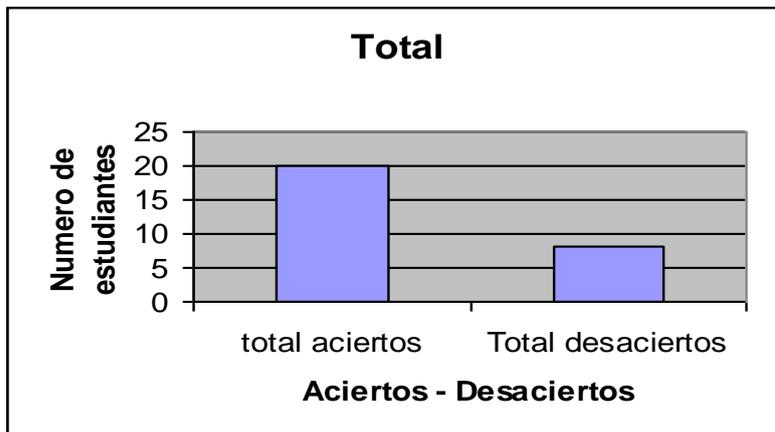
**Actividad # 2**

ACTIVIDAD # 2	A	B	Total aciertos	Total Desaciertos
<b>Aciertos</b>	14	6	20	8
<b>Desaciertos</b>	0	8		

Tabla 2



Gráfica 3



Gráfica 4

28,5 % Aciertos - 71,42 % Desaciertos

Como se había previsto en el análisis a priori, a partir de esta actividad el número de respuestas acertadas disminuyó en comparación con la actividad

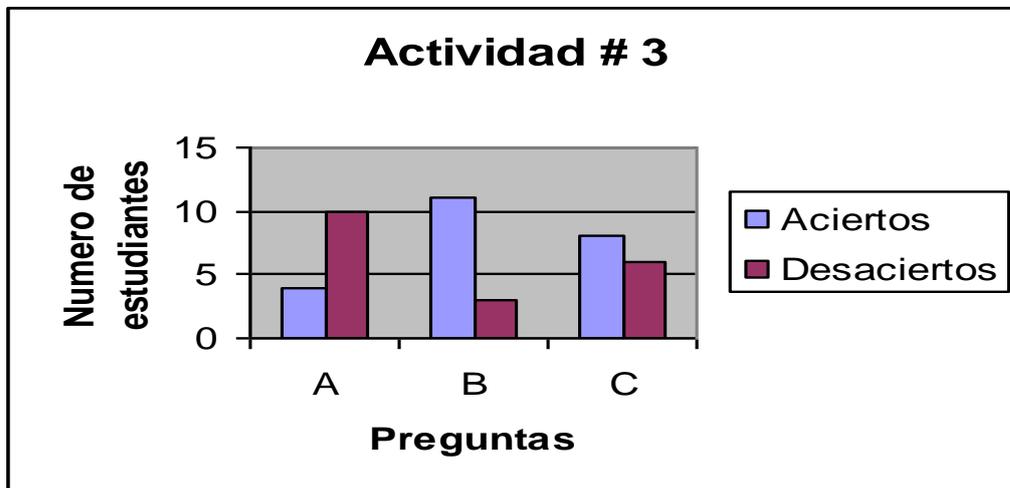
anterior, sin embargo el porcentaje de desaciertos no fue tan alto como se esperaba.

En esta actividad las dificultades se presentaron únicamente en la figura B, pues debido a su complejidad muchos niños dibujaron la figura con líneas de más o modificándola totalmente.

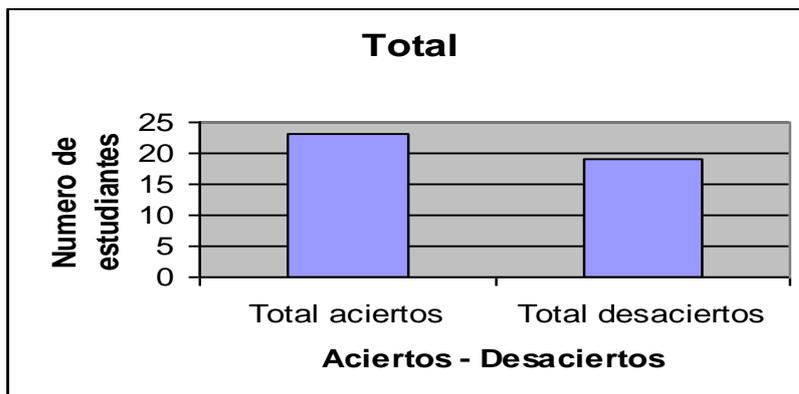
### Actividad # 3

ACTIVIDAD # 3	A	B	C	Total aciertos	Total Desaciertos
<b>Aciertos</b>	4	11	8	23	19
<b>Desaciertos</b>	10	3	6		

Tabla 3



Gráfica 5



Gráfica 6

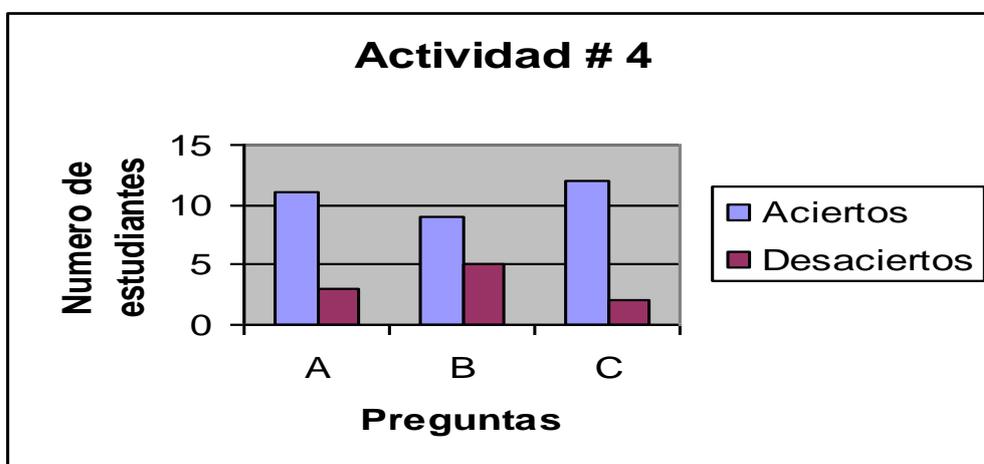
45,24 % Aciertos - 54,76 % Desaciertos

En esta actividad se presentó el mayor porcentaje de desaciertos, 45%, correspondiente en su mayoría a la figura A, donde en vez de girar la figura cambiaron el punto hacia la posición que se les pedía (izquierda). Un estudiante además de girar la figura ubicó el punto en el lugar equivocado.

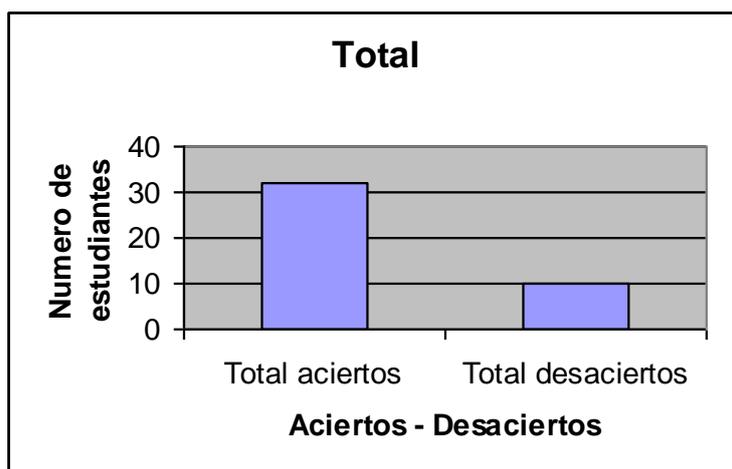
#### Actividad # 4

ACTIVIDAD # 4	A	B	C	Total aciertos	Total Desaciertos
<b>Aciertos</b>	11	9	12	32	10
<b>Desaciertos</b>	3	5	2		

Tabla 4



Gráfica 7



Gráfica 8

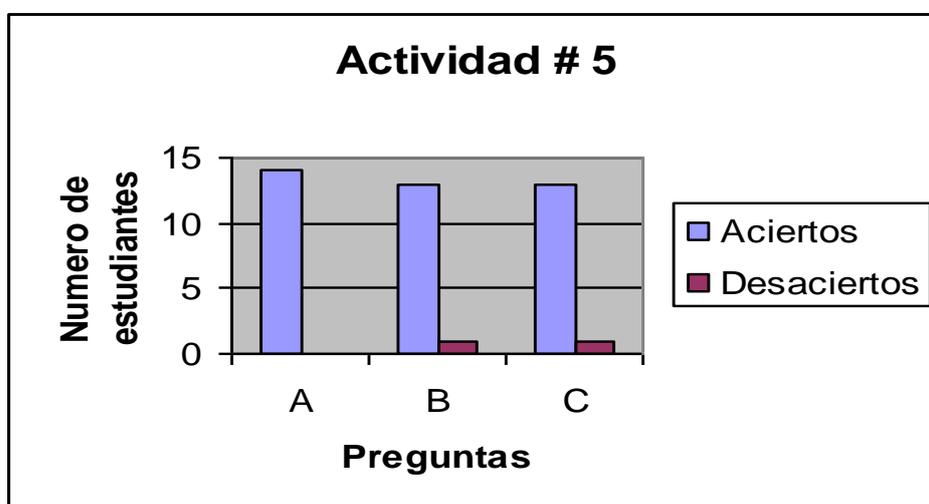
23,80 % Aciertos - 76,19 % Desaciertos

Nuevamente los estudiantes presentaron las mismas dificultades, tales como modificar la figura y/o no girarla como se les pedía. En esta actividad tampoco se esperaba mucho éxito en las respuestas dado que algunas figuras eran muy complejas.

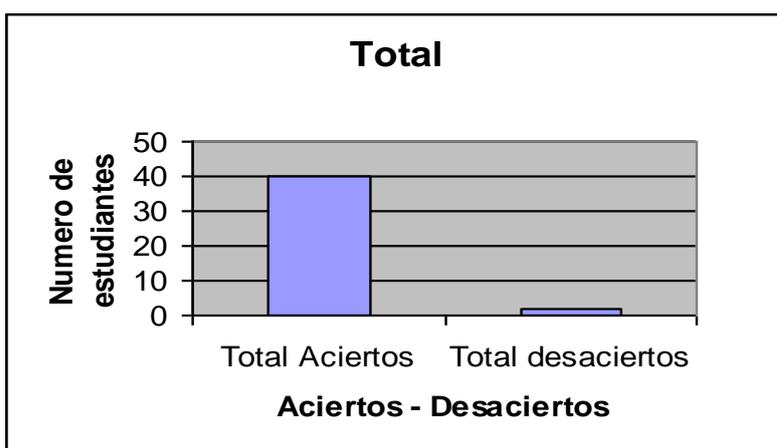
### Actividad # 5

ACTIVIDAD # 5	A	B	C	Total aciertos	Total Desaciertos
Aciertos	14	13	13	40	2
Desaciertos	0	1	1		

Tabla 5



Gráfica 9



Gráfica 10

4,76 % Aciertos - 95.23 % Desaciertos

En esta actividad, como en las anteriores referentes a la actividad número 2, se esperaba un éxito más reducido. Sin embargo, mirando las estadísticas de esta actividad, hubo un 95% de aciertos. Este hecho permite concluir que el tipo de figura influyó notablemente en la prueba, ya que había figuras en un nivel más complejo para los niños que dificultaba acertar en la respuesta.

Debido a la variedad de respuestas en las actividades se optó por realizar entrevistas a los niños, las cuales se presentan en el anexo número 1.

### 3.2 ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN # 1

#### 1. DESCRIPCIÓN.

Esta actividad de intervención será aplicada a los 14 estudiantes que participaron en la prueba diagnóstica y a otros 6 estudiantes escogidos al azar, con el fin de mantener una muestra representativa en caso de que durante el proceso se retiren algunos de ellos. En total son 20 estudiantes que estarán divididos en 3 grupos, 2 grupos de 7 estudiantes y un grupo de 6 estudiantes.

Es importante aclarar que aunque se aplicará la misma actividad a los 3 grupos, cada grupo la realizará en diferentes momentos.

El espacio donde se desarrollará la actividad es el aula de clase; allí ubicaremos el primer grupo, de modo que haya un estudiante en cada esquina y 3 que formen un círculo en el centro del salón dándose la espalda; para el grupo de 6 estudiantes solo dos estarán en el centro dándose la espalda. Su distribución se hará de la siguiente manera:

Distribución de los estudiantes dentro del aula de clase. Grupo #1

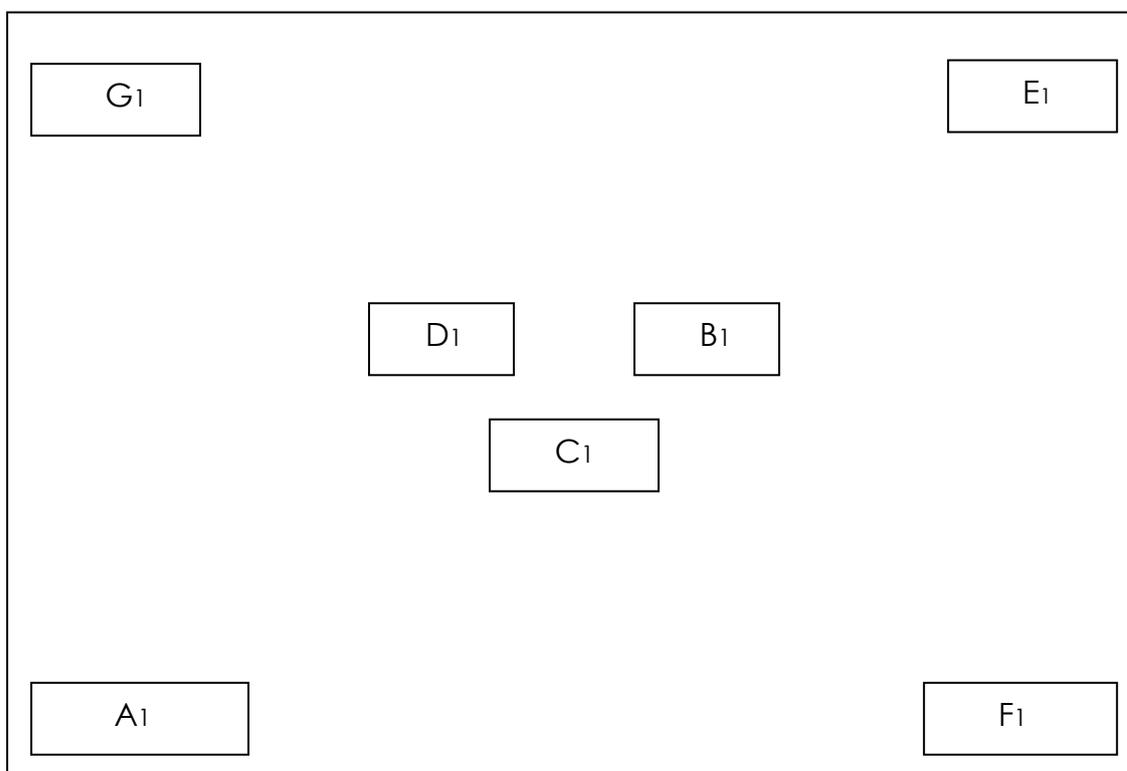


Figura 2

Distribución de los estudiantes dentro del aula de clase. Grupo #2

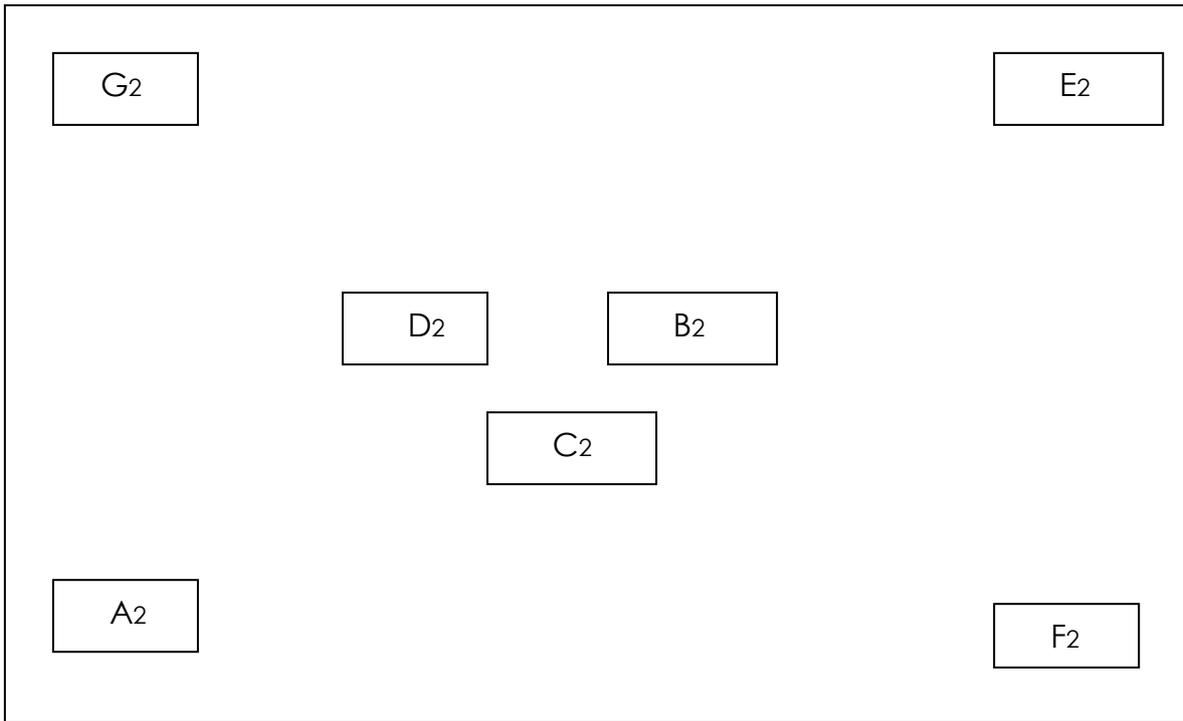


Figura 3

Distribución de los 6 estudiantes en el salón. Grupo # 3.

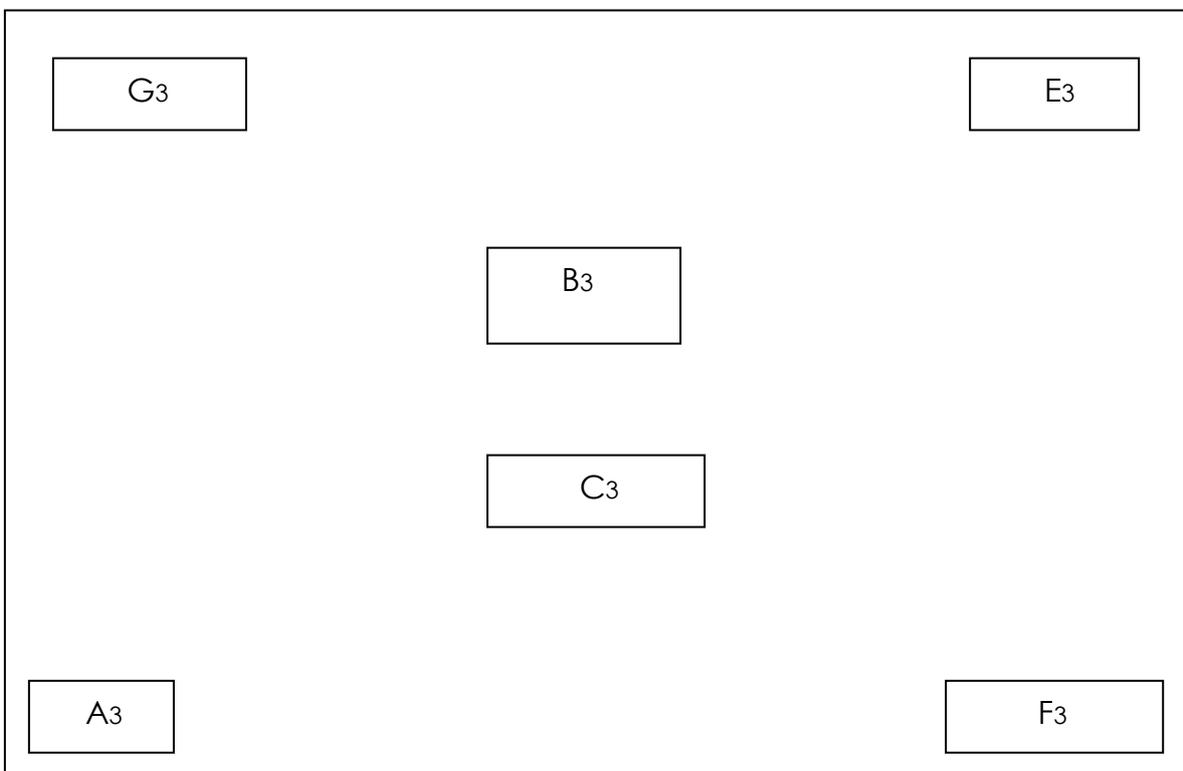


Figura 4

Cada letra representa un estudiante dependiendo de la ubicación en que se encuentre y el número representa al grupo que pertenece.

El propósito de esta distribución es ubicar a los estudiantes en un mismo espacio en diferentes posiciones para que cada uno, desde su lugar y sin moverse de allí, se ubique en el lugar de sus compañeros y dé referencias de su posición.

El fin de esta actividad es determinar qué tanto han desarrollado los estudiantes la habilidad de descentración.

Esta actividad consta de ocho preguntas basadas no sólo en el concepto de descentración sino también en el buen manejo de las coordenadas simples (izquierda, derecha, adelante, atrás), de acuerdo con las preguntas planteadas en la prueba diagnóstica.

Para facilitar el análisis de la actividad de intervención se ha determinado dividir las ocho preguntas en dos grupos: el primero enfocado en las preguntas relacionadas con adelante-atrás, y el segundo grupo enfocado en las preguntas relacionadas con izquierda-derecha.

## **2. MATERIALES.**

Los materiales que se emplearán en esta actividad son las guías que se les entregarán a los estudiantes, en las que deben contestar las preguntas dependiendo de su ubicación y de la de sus compañeros en el aula dispuesta para la prueba.

## **3. ANÁLISIS A PRIORI DE LA ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN.**

Las preguntas que se plantearán en esta actividad de intervención se han dividido en 2 grupos: preguntas adelante-atrás y preguntas derecha-izquierda.

### **Preguntas adelante-atrás:**

Estas preguntas consisten en que el estudiante ubique al compañero que se encuentra a la espalda y al frente de otro compañero. En esta parte de la prueba se espera que la mayoría de los estudiantes respondan de manera

acertada a las preguntas que se les plantean, pues se ha evidenciado por la prueba diagnóstica que es más fácil para los niños identificar quién se encuentra adelante o atrás de otra persona.

#### **Preguntas izquierda-derecha:**

Estas preguntas consisten en que el estudiante ubique al compañero que se encuentra a la izquierda y a la derecha de otro compañero.

En esta segunda parte se espera que disminuya el porcentaje de aciertos porque, de acuerdo con la prueba diagnóstica, muchos niños tienen dificultades al momento de identificar su mano derecha de su mano izquierda y, por lo tanto, se les hará aún más complicado tratar de identificar la derecha o la izquierda de otro compañero.

**NOTA:** Como se había previsto antes de aplicar la prueba, no asistieron tres estudiantes, quedando entonces 17 niños que continúan en el proceso de intervención.

### **EJECUCIÓN DE LA ACTIVIDAD**

A cada estudiante se le entregó una guía en la que se les planteaban ocho preguntas, cinco de izquierda-derecha y tres de adelante-atrás, como ya se había explicado. A continuación se ubicaron de acuerdo con la organización descrita anteriormente para cada grupo, y, una vez ubicados, cada uno debía comenzar a responder las preguntas que se le entregaron. Estas preguntas eran específicas, de acuerdo con la posición de cada niño, así que se anexa una de las guías en la que se puede observar de qué constaban esas preguntas.

En el momento de aplicar la prueba se evidenció un nivel más alto de dificultad para los estudiantes que se ubicaron en el centro del salón, ya que los estudiantes que estaban ubicados en las esquinas tenían una mejor panorámica del salón y eso les facilitaba poder ver mucho mejor a sus compañeros, por el contrario los ubicados en el centro del salón no tenían esa facilidad ya que también tenían compañeros detrás de ellos.

Por lo anterior, el análisis a posteriori se llevará a cabo en dos niveles de dificultad: un NIVEL 1 para los estudiantes que están ubicados en las esquinas

y un NIVEL 2 para los estudiantes ubicados en el centro del salón; además se analizarán por separado las preguntas adelante- atrás y las preguntas izquierda – derecha.

Después de realizada la prueba en cada uno de los grupos se compartieron las respuestas de cada uno de los estudiantes con el fin de permitir que ellos evidenciaran sus desaciertos para que en el mismo instante los corrigieran.

Con el fin de hacer un análisis comparativo de los aciertos y desaciertos en la prueba de intervención se presenta a continuación un cuadro elaborado para tal fin:

Preguntas: Cabe recordar que cada pregunta depende de la ubicación y el grupo de cada estudiante, por eso se nombra con una “X” el compañero en el que se debe ubicar.

1. ¿Qué compañero se encuentra detrás de “X”?
2. ¿Qué compañero se encuentra detrás de “X”?
3. ¿Qué compañero se encuentra delante de “X”?
4. ¿Qué compañero se encuentra a la derecha de “X”?
5. ¿Qué compañero se encuentra a la derecha de “X”?
6. ¿Qué compañero se encuentra a la izquierda de “X”?
7. ¿Qué compañero se encuentra a la izquierda de “X”?
8. ¿Qué compañero se encuentra a la izquierda de “X”?

En el cuadro están cada uno de los estudiantes que presentaron la prueba, nombrados con letras como ya se había explicado, y están las ocho preguntas que cada uno contestó numeradas de 1 a 8, especificando que las tres primeras son preguntas adelante-atrás y las cinco restantes son preguntas izquierda- derecha. El símbolo ☺ representa un acierto, de tal modo que si el estudiante respondió correctamente a la pregunta planteada aparecerá en la casilla este símbolo, y, si por el contrario el estudiante contestó de manera equivocada a alguna pregunta, en la casilla aparecerá el símbolo ♠ que indica que el estudiante tuvo un desacierto.

Preguntas adelante-atrás

Preguntas izquierda derecha

Pregunta estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>E1</b>	☺	☺	♠	☺	☺	☺	☺	☺
<b>E2</b>	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺
<b>E3</b>	☺	☺	♠	☺	☺	☺	♠	☺
<b>A1</b>	☺	☺	☺	♠	♠	☺	♠	♠
<b>A2</b>	☺	☺	♠	☺	♠	♠	☺	♠
<b>A3</b>	☺	☺	♠	☺	☺	☺	☺	☺
<b>B1</b>	☺	☺	☺	♠	♠	♠	☺	☺
<b>B2</b>	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺
<b>B3</b>	♠	☺	♠	♠	☺	☺	☺	☺
<b>C1</b>	☺	☺	☺	♠	♠	♠	♠	♠
<b>C2</b>	♠	♠	☺	♠	♠	♠	♠	♠
<b>D1</b>	☺	♠	☺	♠	♠	♠	♠	♠
<b>D2</b>	☺	☺	☺	☺	☺	♠	☺	☺
<b>F1</b>	♠	☺	☺	♠	♠	☺	♠	♠
<b>F2</b>	☺	☺	♠	☺	☺	☺	☺	☺
<b>G1</b>	☺	☺	♠	♠	♠	☺	♠	♠
<b>G2</b>	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺

Tabla 6

☺ = Acierto

♠ = Desacierto

#### 4. ANÁLISIS A POSTERIORI

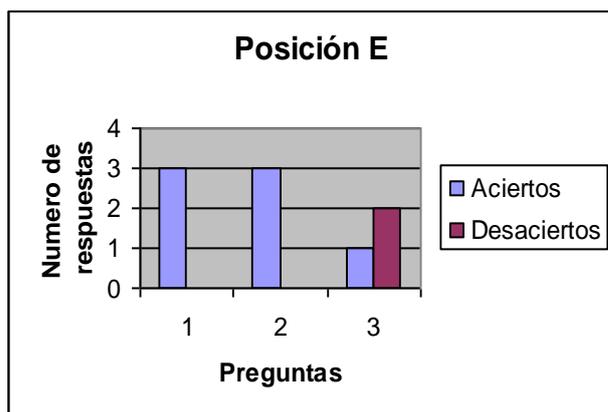
**NIVEL # 1:** Ubicados en las esquinas del salón.

**Posición E: E1, E2, E3**

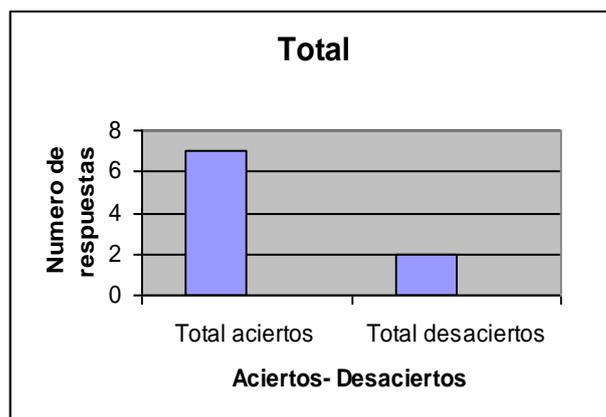
Preguntas adelante-atrás

	1	2	3	Total aciertos	Total desaciertos
Aciertos	3	3	1	7	2
Desaciertos	0	0	2		

Tabla 7



Gráfica 11



Gráfica 12

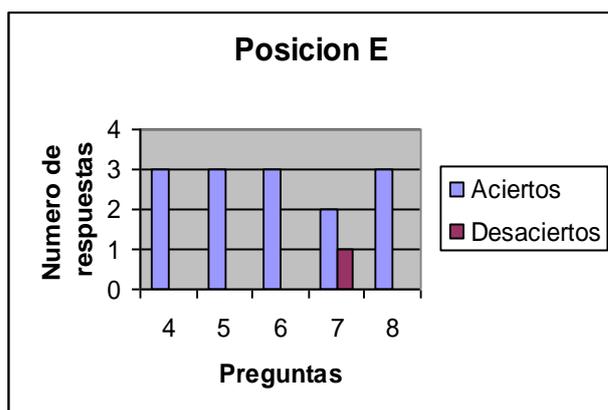
#### **Preguntas adelante – atrás**

Como se dijo anteriormente, los estudiantes ubicados en las esquinas del salón tienen una mejor panorámica, lo que se notó en los resultados arrojados para este caso ya que sólo se obtuvieron 2 desaciertos contra 7 aciertos, además al momento de la socialización se pudo notar que estos desaciertos se habían presentado simplemente por una respuesta apresurada de los estudiantes y no por dificultades de orientación espacial y descentración, de acuerdo con lo que se evidenció al momento de poner en común las respuestas de cada estudiante.

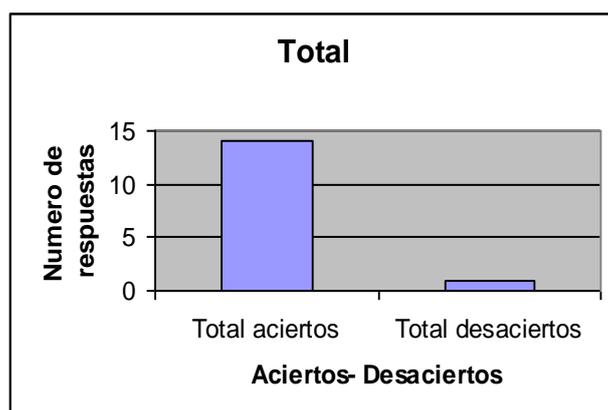
## Preguntas Izquierda- Derecha

	4	5	6	7	8	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	3	3	3	2	3	14	1
<b>Desaciertos</b>	0	0	0	1	0		

Tabla 8



Gráfica 13



Gráfica 14

## Preguntas izquierda – derecha

Al igual que en los resultados de las preguntas adelante – atrás, en este tipo de preguntas los resultados arrojados fueron muy buenos (solo 1 desacierto contra 14 aciertos), los estudiantes mostraron un gran dominio de los conceptos y una muy buena destreza al momento de la prueba. El desacierto obtenido se presentó por la misma situación de una respuesta apresurada.

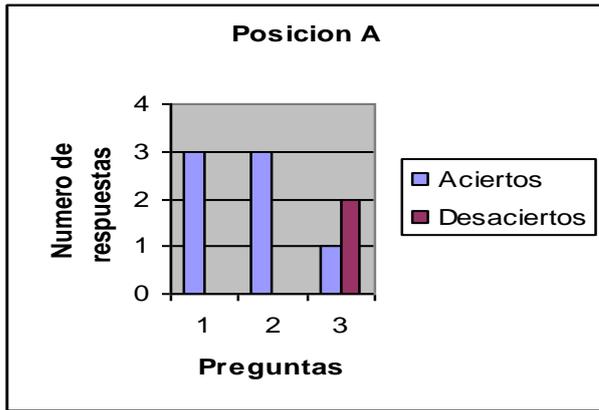
Cabe anotar que la estudiante ubicada en la posición E<sub>2</sub> no obtuvo ningún desacierto y muestra una gran habilidad de orientación y descentración.

## Posición A: A1, A2, A3

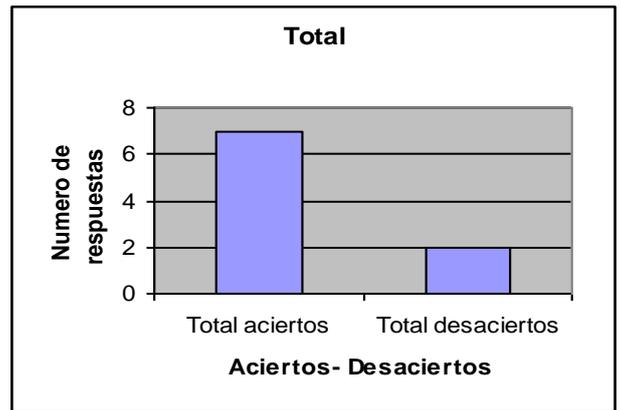
### Preguntas adelante- atrás

	1	2	3	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	3	3	1	7	2
<b>Desaciertos</b>	0	0	2		

Tabla 9



Gráfica 15



Gráfica 16

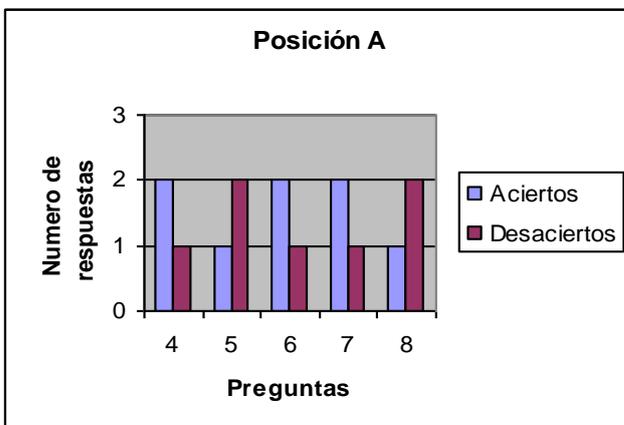
### Preguntas adelante – atrás

Se obtuvieron 2 desaciertos contra 7 aciertos y al momento de la socialización los estudiantes que habían respondido mal respondieron bien, por como participaron en la socialización es claro que las respuestas erróneas simplemente se dieron por no observar bien y no pensar un poco.

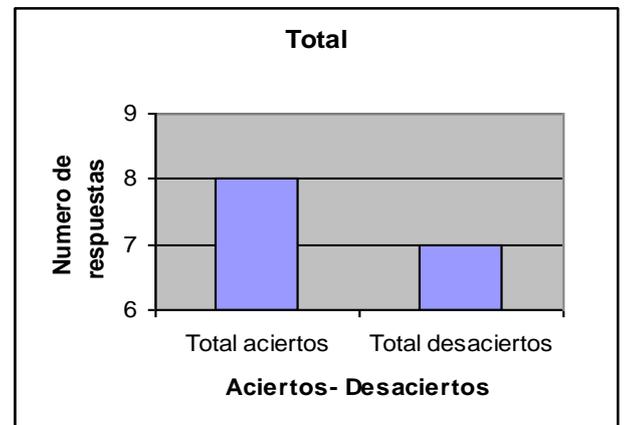
### Preguntas Izquierda- Derecha

	4	5	6	7	8	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	2	1	2	2	1	8	7
<b>Desaciertos</b>	1	2	1	1	2		

Tabla 10



Gráfica 17



Gráfica 18

### Preguntas izquierda – derecha

En estas preguntas el total de desaciertos fue muy alto, se obtuvieron 7 contra 8 aciertos. En la posición  $A_1$  el estudiante obtuvo muchos desaciertos en la prueba y se pudo notar que presentaba muchas confusiones para identificar su izquierda y su derecha, al momento de socializar las respuestas de cada uno, donde necesitaba que alguien le indicara cual era su derecha e izquierda.

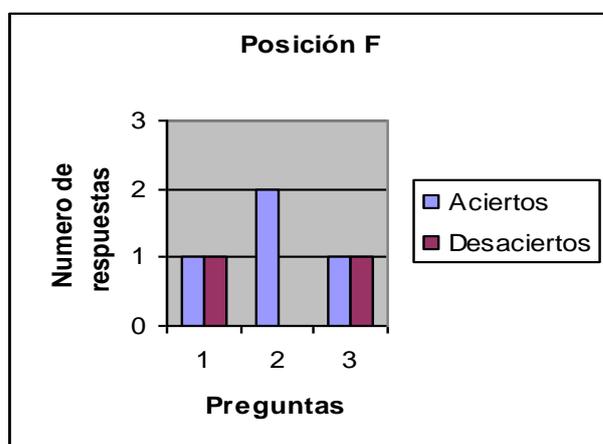
Además la estudiante en la posición  $A_2$ , aunque identificaba muy bien su izquierda y su derecha, tenía dificultades de desatención. El otro estudiante, en la posición  $A_3$  no obtuvo desaciertos y mostró un buen desempeño.

### Posición F: F1, F2

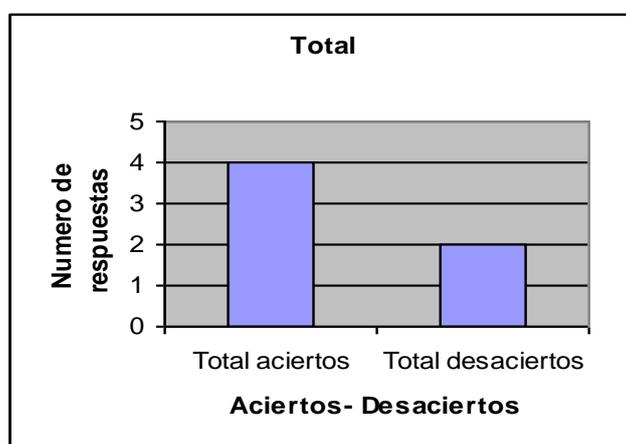
Preguntas adelante- atrás

	1	2	3	Total aciertos	Total desaciertos
Aciertos	1	2	1	4	2
Desaciertos	1	0	1		

Tabla 11



Gráfica 19



Gráfica 20

### Preguntas adelante – atrás

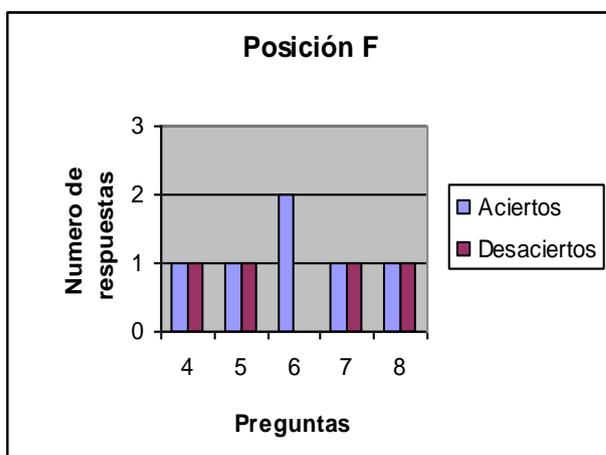
En esta posición hubo 2 desaciertos contra 4 aciertos, el análisis solo fue hecho sobre dos estudiantes y cada uno de ellos presentó un desacierto en este tipo de preguntas lo cual indica que no se generaron mayores dificultades, además se notó que los desaciertos nuevamente se presentaron por la prisa de

los estudiantes en el momento de responder, ellos comentaron durante la socialización que fue por “no observar ni pensar bien”.

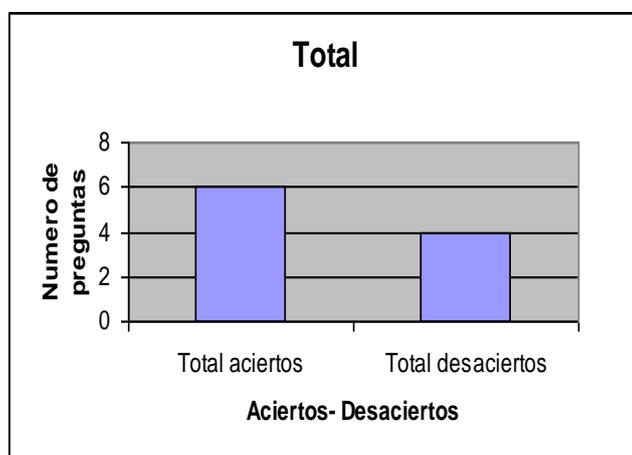
### Preguntas Izquierda- Derecha

	4	5	6	7	8	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	1	1	2	1	1	6	4
<b>Desaciertos</b>	1	1	0	1	1		

Tabla 12



Gráfica 21



Gráfica 22

### Preguntas izquierda- derecha

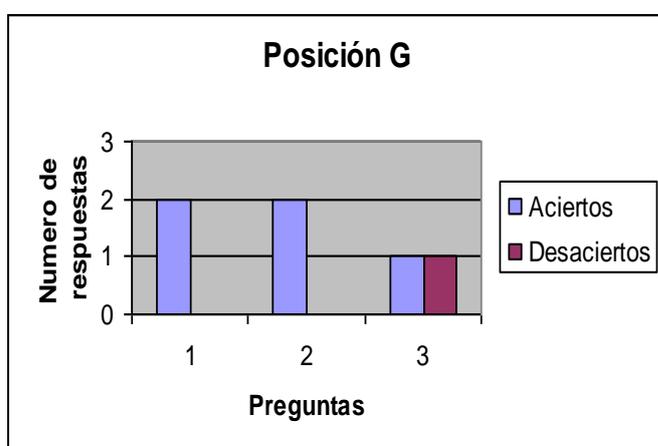
El total de desaciertos es de 4 contra 6 aciertos. Aquí los desaciertos los presentó el estudiante ubicado en la posición F<sub>1</sub>, quien manifestó muchas dificultades al identificar su izquierda y su derecha, y, por lo tanto, presentó desaciertos en todas las preguntas. Esta confusión se notó cuando se hizo la socialización de las respuestas de cada uno, donde necesitaba que alguien le indicara cual era su derecha e izquierda.

## Posición G: G1, G2

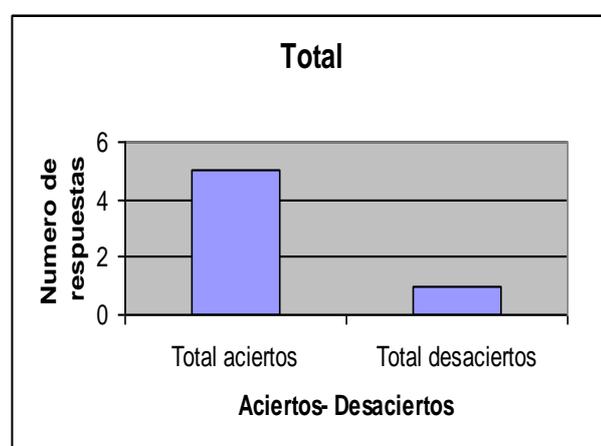
Preguntas adelante- atrás

	1	2	3	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	2	2	1	5	1
<b>Desaciertos</b>	0	0	1		

Tabla 13



Gráfica 23



Gráfica 24

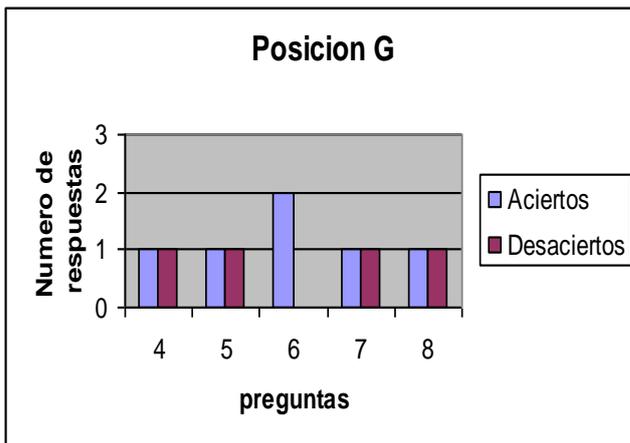
## Preguntas adelante – atrás

Al igual que en la posición anterior en ésta solo habían dos estudiantes para el análisis, los cuales solo obtuvieron 1 acierto contra 5 aciertos. Se observa que no muestran mayor dificultad y ese tipo de dificultad es normal en una prueba como esta.

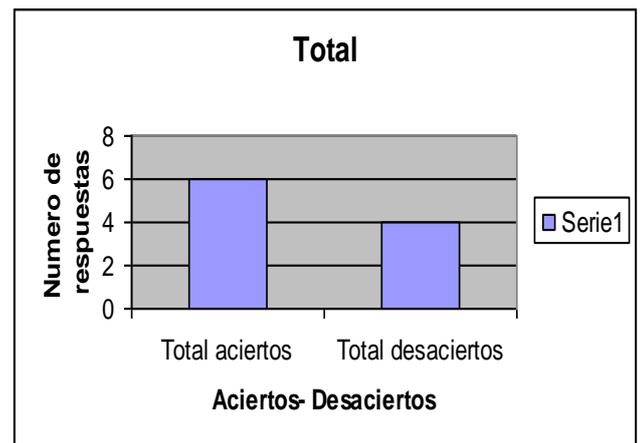
## Preguntas Izquierda- Derecha

	4	5	6	7	8	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	1	1	2	1	1	6	4
<b>Desaciertos</b>	1	1	0	1	1		

Tabla 14



Gráfica 25



Gráfica 26

### Preguntas izquierda – derecha

Para este caso se obtuvieron 4 desaciertos contra 6 aciertos, en esta pregunta el estudiante en la posición G<sub>1</sub> muestra muchas dificultades ya que obtuvo 4 desaciertos. Al momento de la socialización ella identificaba muy bien su izquierda y su derecha pero tenía grandes dificultades debido a que no lograba “ponerse” en lugar de sus compañeros que implícitamente era lo que se le pedía y en muchas ocasiones tenía que voltearse o ubicarse de la misma forma como el compañero sobre el cual se le preguntó, para poder responder bien. Cabe resaltar además que el estudiante en la posición F<sub>3</sub> mostró un buen desempeño durante la actividad y en la socialización de las respuestas se vio muy interesado y acertó en la ubicación de las posiciones de los demás compañeros.

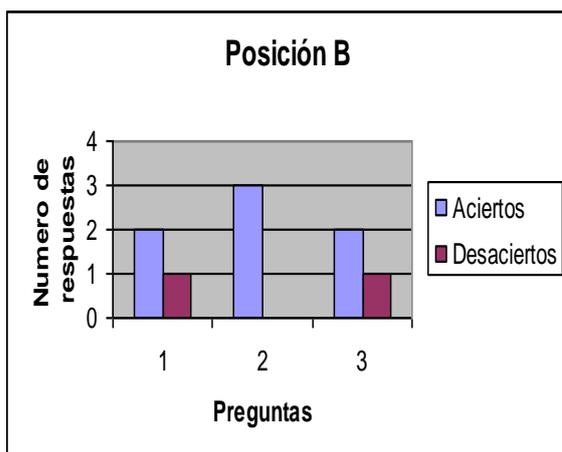
### NIVEL # 2: Ubicados en el centro del salón

#### Posición B: B1, B2, B2

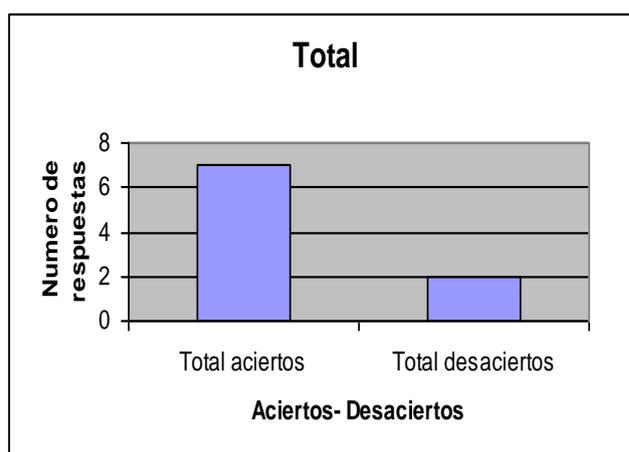
#### Preguntas adelante- atrás

	1	2	3	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Acertios</b>	2	3	2	7	2
<b>Desaciertos</b>	1	0	1		

Tabla 15



Gráfica 27



Gráfica 28

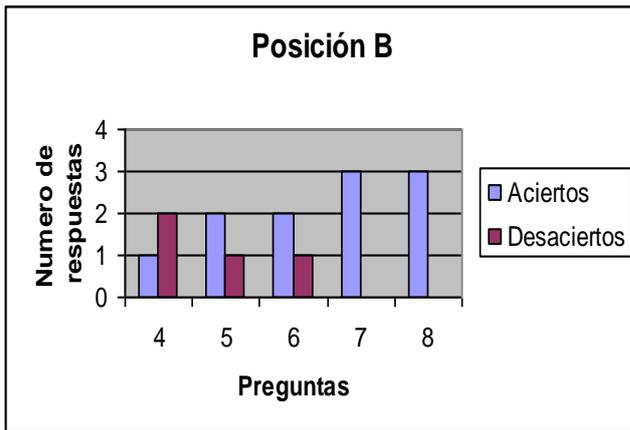
### Preguntas adelante – atrás

En este tipo de preguntas se presentaron 7 aciertos contra 2 desaciertos, el estudiante en la posición B<sub>3</sub> fue quien manifestó las dificultades, sin embargo este estudiante en la socialización participó activamente acertando en las preguntas que se planteaban. Cabe anotar que el estudiante se dispersa con mucha facilidad, lo que implica que en ocasiones se entretenga en otras cosas y cometa errores al momento de responder.

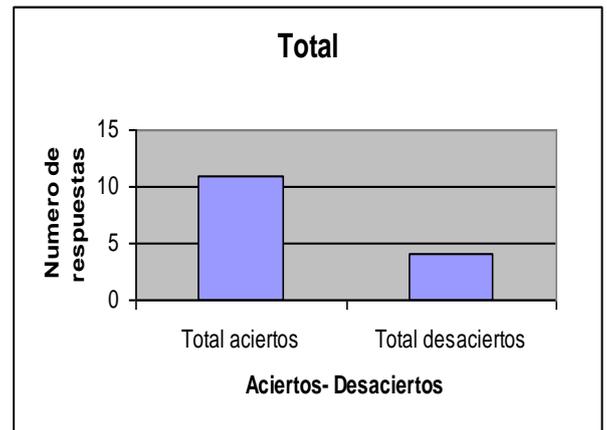
### Preguntas Izquierda- Derecha

	4	5	6	7	8	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Acertios</b>	1	2	2	3	3	11	4
<b>Desaciertos</b>	2	1	1	0	0		

Tabla 16



Gráfica 29



Gráfica 30

### Preguntas izquierda – derecha

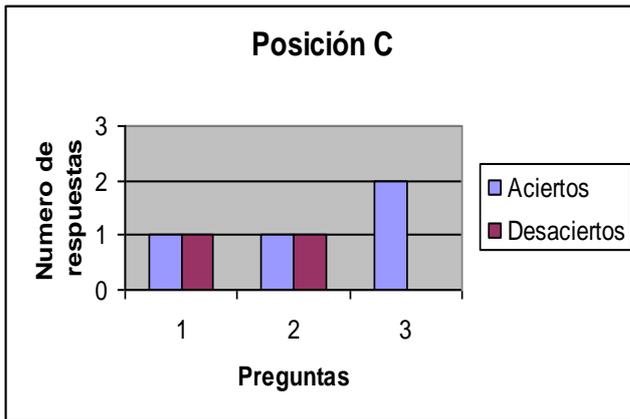
En este tipo de preguntas el total de aciertos fue de 11 contra 4 desaciertos. Aunque son pocos los desaciertos en comparación con los aciertos, las dificultades presentadas en este tipo de preguntas y en esta posición se dieron básicamente por el grado de dificultad que les creó el hecho de estar en el centro del salón.

### Posición C: C1, C2

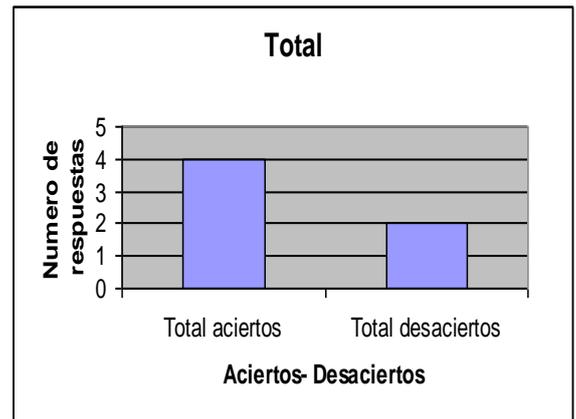
Preguntas adelante- atrás

	1	2	3	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Acieros</b>	1	1	2	47	2
<b>Desaciertos</b>	1	1	0		

Tabla 17



Gráfica 31



Gráfica 32

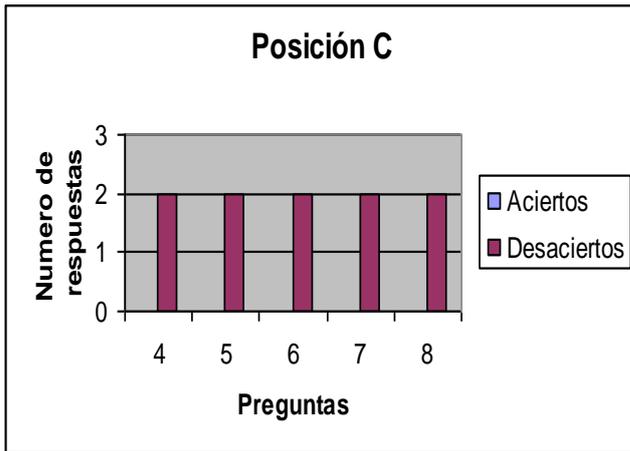
### Preguntas adelante – atrás

El análisis fue hecho a 2 estudiantes los cuales obtuvieron 4 aciertos contra 2 desaciertos. Las dificultades las manifestó el estudiante ubicado en la posición C<sub>2</sub>, quien en realidad tiene grandes dificultades de orientación (adelante- atrás) y dificultades para ponerse en el lugar de otro compañero, de acuerdo con lo que se pudo notar en la actividad de diagnóstico.

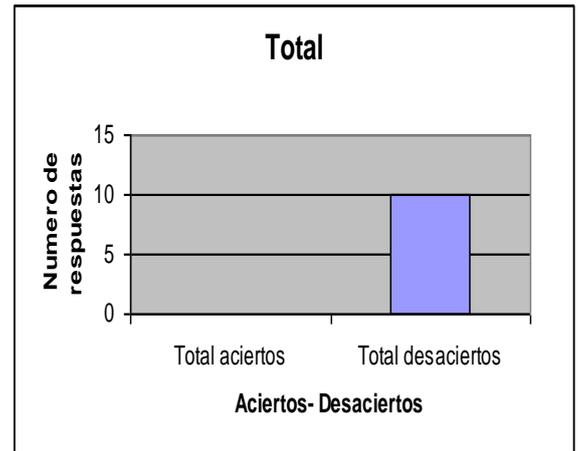
### Preguntas Izquierda- Derecha

	4	5	6	7	8	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Acertios</b>	0	0	0	0	0	0	10
<b>Desaciertos</b>	2	2	2	2	2		

Tabla 18



Gráfica 33



Gráfica 34

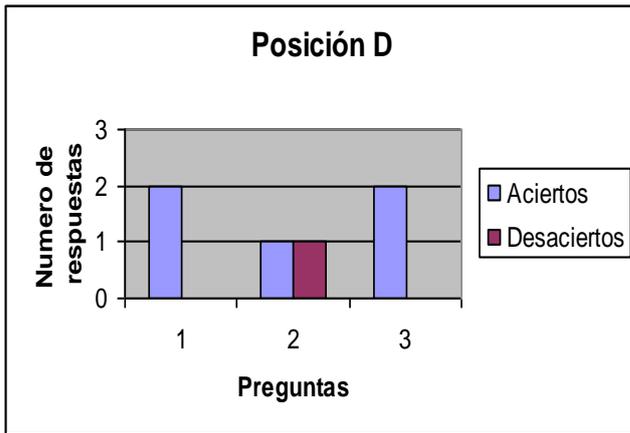
### Posición izquierda – derecha

Los resultados en esta pregunta y esta posición fueron de ningún acierto contra 10 desaciertos. Los estudiantes C<sub>1</sub> y C<sub>2</sub>, aunque identificaban fácilmente su izquierda y su derecha, tenían dificultades porque creían que la izquierda o derecha de otro compañero también era la izquierda o derecha de ellos, sin tener en cuenta la posición que el otro tenía. Este desacierto de los estudiantes fue corregido y explicado en el momento de la socialización donde se confrontaron con sus respuestas y se les pidió que se ubicaran en la posición y el lugar donde estaba el compañero por el cual se les estaba preguntando, con el fin de que identificaran su desacierto y lo pudieran corregir. Aparte de esto se les dieron unas breves indicaciones y parámetros para facilitarles el ejercicio: la derecha de una persona que está al frente y de frente a ellos siempre es la mano contraria a su derecha y viceversa.

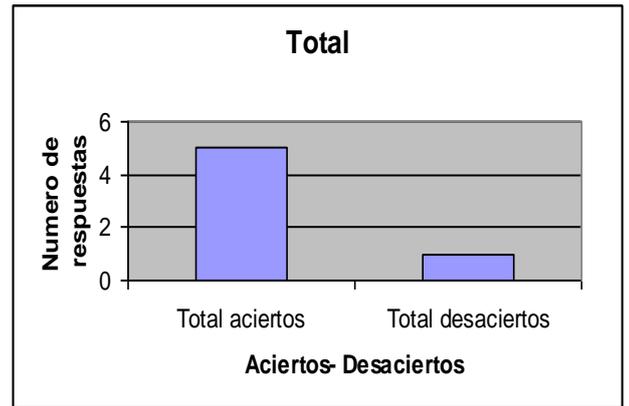
### Posición D: D1, D2

	1	2	3	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	2	1	2	5	1
<b>Desaciertos</b>	0	1	0		

Tabla 19



Gráfica 35



Gráfica 36

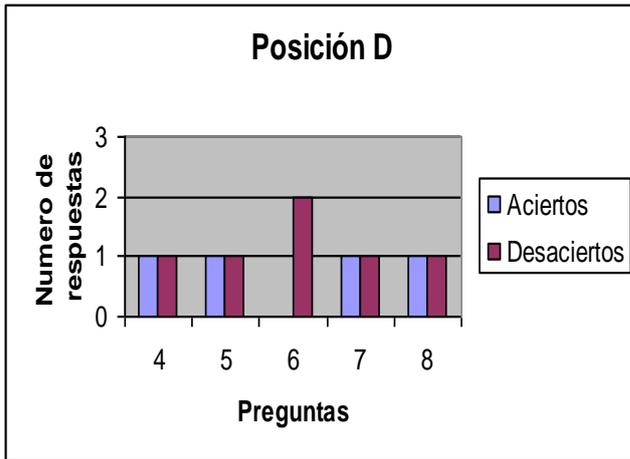
### Preguntas adelante – atrás

Se presentaron 5 aciertos contra un solo desacierto del estudiante ubicado en la posición D<sub>1</sub>, quien tiene muchas dificultades en relación con la habilidad de la descentración, pues no es fácil para él ponerse en la posición de otro compañero.

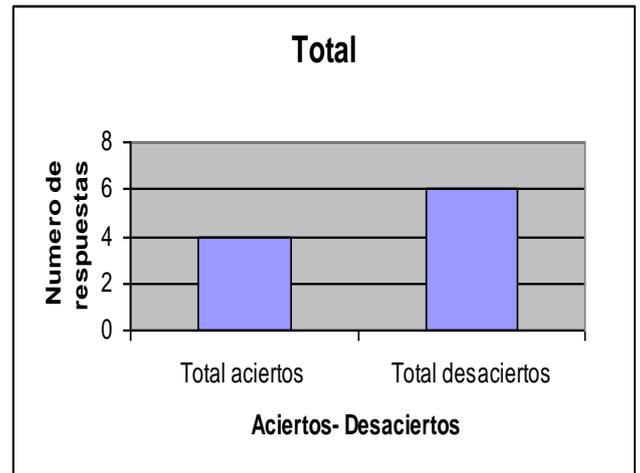
### Preguntas Izquierda- Derecha

	4	5	6	7	8	Total aciertos	Total desaciertos
<b>Aciertos</b>	1	1	0	1	1	4	6
<b>Desaciertos</b>	1	1	2	1	1		

Tabla 20



Gráfica 37



Gráfica 38

### Preguntas izquierda – derecha

Como se había dicho inicialmente los estudiantes ubicados en el centro del salón posiblemente tendrían un mayor grado de dificultad para responder las preguntas y esto lo corroboran los datos arrojados, donde se presentaron más desaciertos, con un total de 6, que aciertos con un total de 4. Nuevamente, el estudiante en la posición D<sub>1</sub> mostró grandes dificultades con respecto a la descentración y la orientación, pues le costaba identificar su izquierda y su derecha.

Cualquier fenómeno observado desde distintas posiciones es siempre el mismo, es decir, invariable, sin embargo su observación puede ser distinta según la posición que nosotros tomemos.

En general se presentaron más desaciertos en relación con las preguntas izquierda derecha, de lo que se puede concluir que las actividades previas ayudan a mejorar y afianzar la orientación y descentración, pues habitualmente los estudiantes tienen más actividades tanto en la escuela como en el contexto socio cultural en el que se ven enfrentados con preguntas del tipo adelante-atrás, ya que es mas usual escuchar que le digan “*colóqueme esto delante de esto, hágase detrás de mí, ponga “x” cosa detrás de tal otra*”, mientras que las preguntas de izquierda derecha, tanto en el aula de clase como en la cotidianidad, son poco usuales.

### 3.3 ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN #2

1. **DESCRIPCIÓN:** La segunda actividad de intervención tiene como fin indagar qué saben los estudiantes sobre espacio, lateralidad, ubicación, descentración, para construir entre todos una definición a cada concepto. Para esta actividad se reunieron todos los estudiantes que habían participado en la anterior actividad de intervención, sólo tres de ellos no asistieron, quedando así 14 estudiantes. En esta ocasión se hará una discusión en el grupo con la intención de construir, como ya se había mencionado, una definición de algunos conceptos como espacio, lateralidad, descentración, en torno a las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué creen que es el espacio? Se introducen los conceptos de Microespacio y Macroespacio.
- b. ¿Cómo se ubican en el espacio? ¿Qué utilizan para ubicarse en el espacio? Se habla de la lateralidad y las coordenadas.
- c. ¿Qué creen que es un marco de referencia? Se habla de la ubicación de algo o alguien respecto de la posición de otro objeto o persona.
- d. ¿Por qué es importante ponerse en el lugar del otro? Se habla de la descentración.

Luego de la intervención a cada niño se le harán las mismas preguntas por aparte, con el fin de saber qué aprendieron de la clase, qué conceptos no les quedan claros y qué conceptos ya conocían. El profesor, de pie, le preguntará a cada estudiante qué objetos están a su derecha, izquierda, adelante, atrás, arriba o abajo, cambiando constantemente de posición.

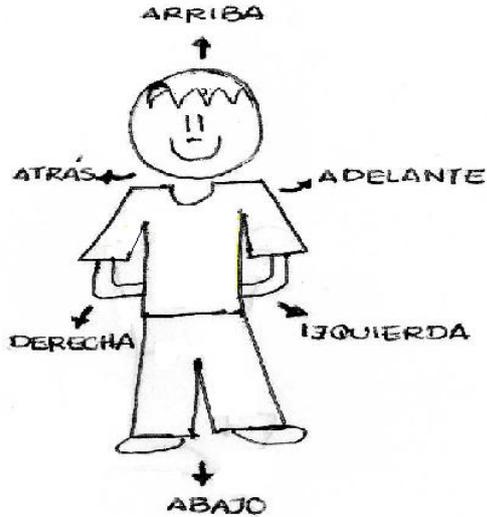


Figura 5

Después se acostará boca arriba o boca abajo y repetirá las mismas preguntas.

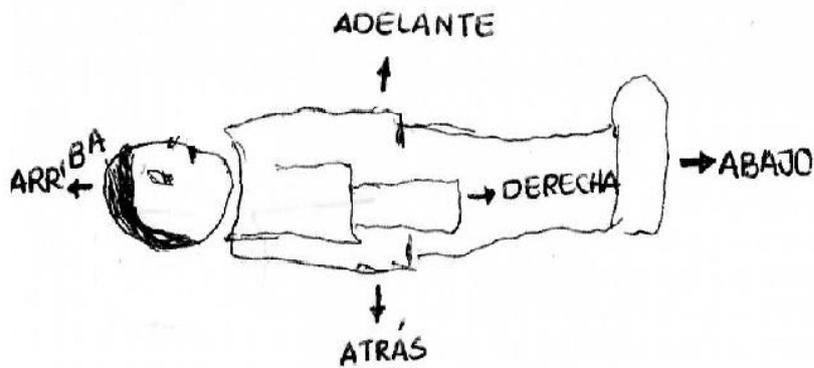


Figura 6

La intención de cambiar constantemente de posición es observar si los estudiantes pueden ubicar correctamente un objeto aún cuando el marco de referencia siempre varíe su posición (en este caso el marco de referencia es el profesor), y que comprendan que las coordenadas que se dan sobre la ubicación de un objeto dependen del lugar de quien esté observando y del marco de referencia que tome para referirse a su posición.

- 2. MATERIALES:** Para esta actividad sólo se necesitará el aula de clase.
- 3. ANÁLISIS A PRIORI:** Los análisis de esta intervención se basarán en lo que se espera que los estudiantes respondan en cada pregunta:

**Pregunta a:** Ya que los estudiantes suelen relacionar el espacio con los planetas y las estrellas, posiblemente sus respuestas estén asociadas al espacio visto como el universo.

**Pregunta b:** Se espera que los estudiantes recurran a la lateralidad como base para ubicarse dentro de un espacio determinado.

**Pregunta c:** Con respecto a las respuestas que los estudiantes puedan dar a esta pregunta, es posible que muy pocos conozcan de qué se trata debido a que es un término complejo para el grado de escolaridad en que se encuentran, sin embargo, es enriquecedor para ellos y para nosotros saber qué piensan del término y cómo se puede construir, a partir de lo que ellos creen, una definición del concepto que sea comprensible.

**Pregunta d:** Las respuestas que se esperan de los estudiantes están relacionadas con la ubicación en un espacio y tratar de ver las cosas como las ve el otro. Es posible que muy pocos conozcan el término, pues no es muy común, sin embargo, como ocurre con el término de la pregunta anterior, resulta un ejercicio muy interesante construir una definición del concepto a partir de lo que ellos interpretan.

En cuanto a las preguntas que se les plantearán por aparte, esto es, cuando el profesor les pregunte por la ubicación de un objeto siempre cambiando de posición, se espera que no presenten grandes dificultades, pues en las intervenciones anteriores se ha notado que, en general, tienen muy claro cuál es su derecha, su izquierda, arriba, abajo, adelante y atrás. En la parte donde es posible que haya algunas dificultades, será en el momento en que el profesor se acueste, pues el marco de referencia cambiará notablemente, además porque es una postura poco usual.

- 4. ANÁLISIS A POSTERIORI:** Las respuestas y comentarios que se obtuvieron de los niños fueron los siguientes:

**Pregunta a:**

- *Espacio es ubicarse en el puesto de otro sin tener que moverse uno.*
- *Espacio es izquierda, derecha.*
- *Espacio es pensar más allá de la razón.*
- *Tiene que ver con el espacio exterior, con los planetas.*

Los estudiantes coincidieron en las cuatro definiciones anteriores de espacio. Se pudo evidenciar en estas respuestas que algunos niños relacionan el espacio con el universo, como se había previsto en el análisis a priori. Otros, por el contrario, relacionan el espacio con la descentración (aunque no sepan de qué se trata) y la lateralidad. De esto se puede concluir que la idea de espacio que los niños manejan todavía no es clara y se mueve en diferentes contextos, y de acuerdo con lo que plantea Piaget sobre las nociones de espacio, los estudiantes al parecer no han pasado de la etapa del espacio euclidiano a la etapa del espacio proyectivo.

**Pregunta b:**

- Con el cuerpo.
- Con los ojos y los pies.
- Con la derecha, izquierda, adelante, atrás.
- Con la brújula.

Todos los niños asociaron esta pregunta a cómo (con los ojos) y con qué (con los pies) ocupan un espacio. Es importante resaltar que algunos estudiantes, al responder esta pregunta, hicieron referencia al macroespacio (al responder que se ubicaban con la brújula), y otros al microespacio (al responder que se ubicaban con la derecha, izquierda, adelante, atrás). En conclusión, aunque algunos estudiantes reconocen su lateralidad no la relacionan con su propia ubicación en un espacio.

**Pregunta c:** Ningún niño respondió la pregunta. No saben qué es un marco de referencia y no tienen ideas al respecto. Aunque los marcos de referencia se hacen evidentes cuando ubicamos algo o a alguien, para los niños no es posible definirlo. Esto tal vez se presenta porque los marcos de referencia suelen ser algo muy natural. Además, como se mencionó

anteriormente, si los estudiantes no han pasado de la etapa que Piaget denomina “*espacio euclidiano*” a la etapa del “*espacio proyectivo*” es normal que presenten dificultades para dar una definición acerca del término.

**Pregunta d:**

- Para poder responder cuando nos pregunten por algo o por alguien.
- Para ubicarnos.

Consideramos que, debido a la anterior intervención, todos los niños pudieron responder la pregunta de forma acertada, lo que significa que ahora se están acercando más al concepto de descentración y que finalmente pueden pasar a la “*etapa del espacio proyectivo*” en la que, de acuerdo con el marco conceptual de nuestro trabajo, los estudiantes adquieren la habilidad de descentración y han construido su propia noción de espacio.

En cuanto a las preguntas que se les hizo a cada uno de los niños, en general todos respondieron bien cuando se les preguntó por la derecha, izquierda, adelante, atrás, arriba o abajo del profesor mientras estaba de pie. Algunos dudaron un poco al principio debido a la falta de concentración, pero luego mejoraron. Un caso en especial llamó nuestra atención, pues el niño no acertó ninguna de estas preguntas ya que no reconoce su izquierda de su derecha y mucho menos la de otra persona. Cuando el profesor estaba acostado sólo cuatro niños respondieron todas las preguntas acertadamente. El resto presentó confusiones con los objetos que estaban arriba, abajo, adelante y atrás del profesor, pues creían que, sin importar si estaba acostado o parado, arriba estaba el techo y abajo el suelo.

En conclusión, al cambiar la posición (de estar de pie a estar acostado), a los niños se les hace más difícil ponerse en el lugar del otro y necesariamente responden desde su posición, pues tiene la convicción de que el techo siempre está arriba y el suelo abajo.

### 3.4 ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN #3

1. **DESCRIPCIÓN:** Esta actividad de intervención será tipo entrevista y se implementará a los 14 estudiantes que participaron en la actividad anterior. Habrá dos profesores quienes serán los entrevistadores y a los que les corresponderá igual número de estudiantes. La intervención consiste en que cada estudiante se sentará al frente del entrevistador y en una hoja dibujará las mismas figuras que él haga, pero de la forma que él las ve. Para esto, se les recordó lo visto en la intervención anterior y la importancia de ubicarse en el lugar del otro, en este caso del entrevistador. Al comparar posteriormente las figuras del entrevistador con las del estudiante, ambas deben coincidir en la orientación.

Las figuras se componen básicamente de trazos con el lápiz arriba, abajo, a la izquierda, a la derecha y diagonales.

A continuación se muestran las tres figuras que el profesor hará y que los estudiantes deben copiar:

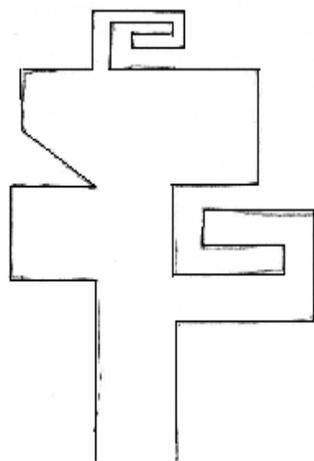


Figura 1

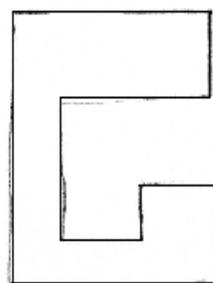


Figura 2

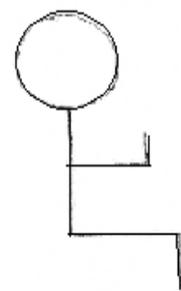


Figura 3

Figura 7

2. **MATERIALES:** Los materiales para esta actividad son hojas de block y lápices.
  
3. **ANÁLISIS A PRIORI:** En esta actividad se espera que se evidencie una mejor comprensión del espacio físico, de la lateralidad y la descentración, pues todas las anteriores intervenciones estuvieron enfocadas en el desarrollo de estos conceptos. En cuanto a las posibles dificultades que implica esta actividad, como por ejemplo hacer el dibujo desde una orientación diferente a la del entrevistador, hacer los trazos del dibujo al revés, o que no coincidan con los del profesor, esperamos disminuyan considerablemente, ya que como lo han mostrado en las otras intervenciones, los niños han avanzado notablemente en su construcción de la noción de espacio.
  
4. **ANÁLISIS A POSTERIORI:** La revisión de los resultados permitió identificar tres tipos de respuestas: los que dibujaron correctamente las figuras y en la posición y orientación acertada que fueron seis estudiantes; los que dibujaron correctamente las figuras pero en diferente orientación, que fueron tres estudiantes, y los que no dibujaron correctamente las figuras y en diferente posición y orientación que fueron cinco estudiantes. Es importante resaltar que durante la realización de la intervención se presentó una dificultad con los estudiantes que estaban siendo entrevistados por uno de los profesores que escribe con la mano izquierda. Se empezó a notar que los niños no realizaban bien los dibujos porque, al estar de frente, la mano de los estudiantes coincidía con la del profesor (pues todos los niños escriben con la derecha), cambiando así su marco de referencia. Se decidió por lo tanto que continuara el profesor que escribe con la mano derecha.

**Niños que dibujaron correctamente las figuras y en la posición y orientación acertada:** De los 14 estudiantes entrevistados sólo seis hicieron correctamente la prueba. No presentaron ninguna dificultad al momento de dibujar cada una de las figuras que se les pidió, se tomaron su tiempo y fueron cuidadosos al realizarlas.

La mitad de estos estudiantes presentaron dificultades en las intervenciones anteriores en lo referente a la lateralidad y la descentración, de lo que se puede decir que para ellos es más fácil descentrarse en una representación gráfica, hecho que indica que su construcción de la noción de espacio físico no está aún completa, pues les falta manejar con más propiedad su lateralidad y desarrollar la habilidad de descentración.

Los otros estudiantes no presentaron ninguna dificultad durante las intervenciones, lo que significa que manejan muy bien su lateralidad, han desarrollado la habilidad de descentración, y por lo tanto han podido construir sin dificultades una noción de espacio físico.

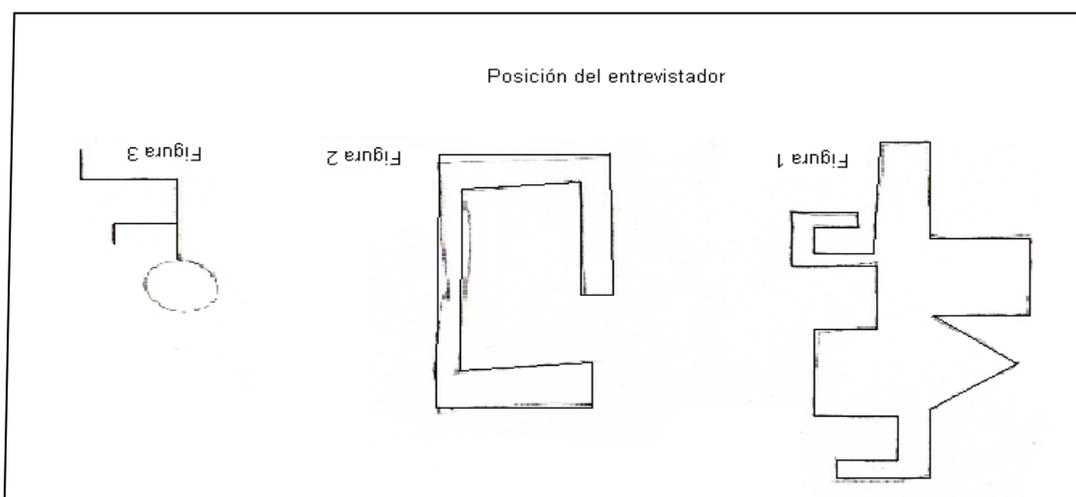


Figura 8

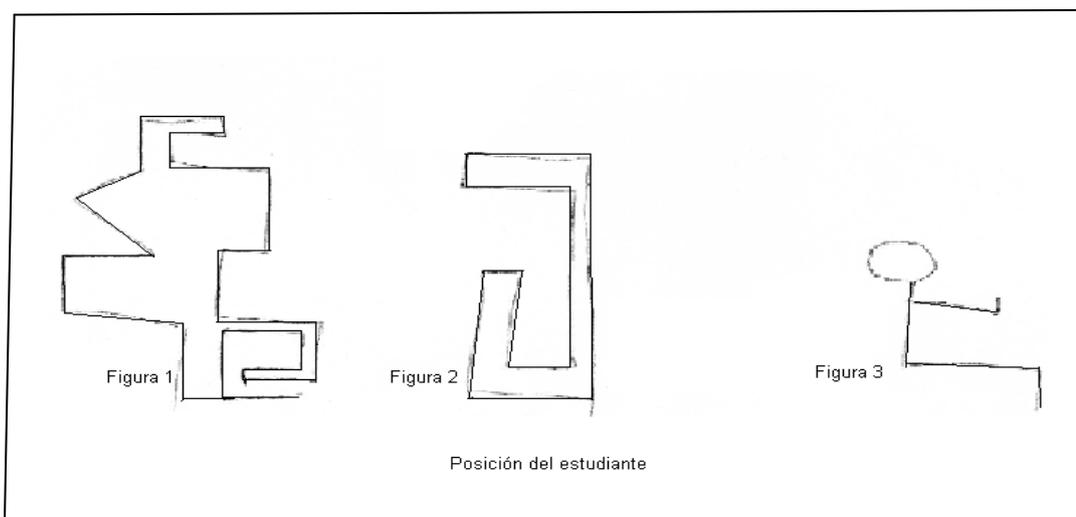


Figura 9

Si comparamos las figuras desde una misma posición, éstas deberán presentar la siguiente configuración:

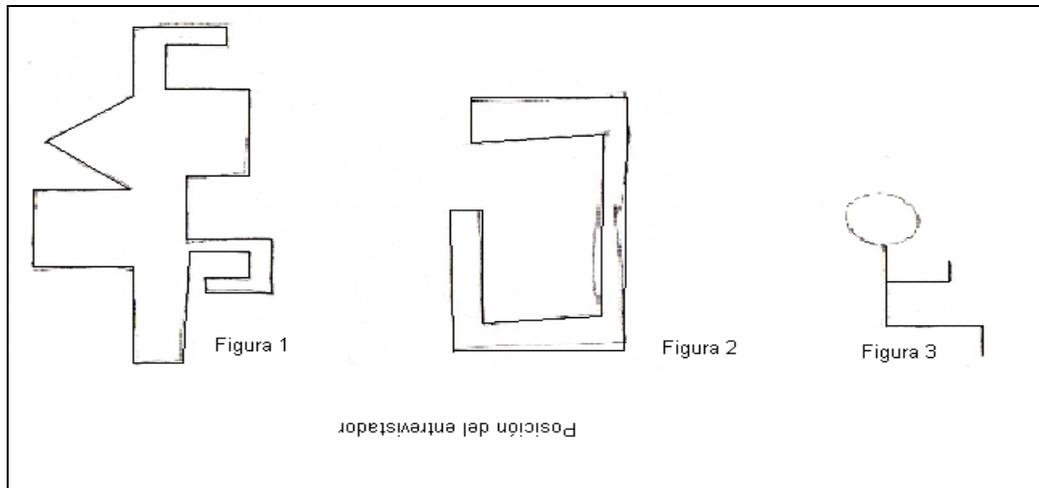


Figura 8

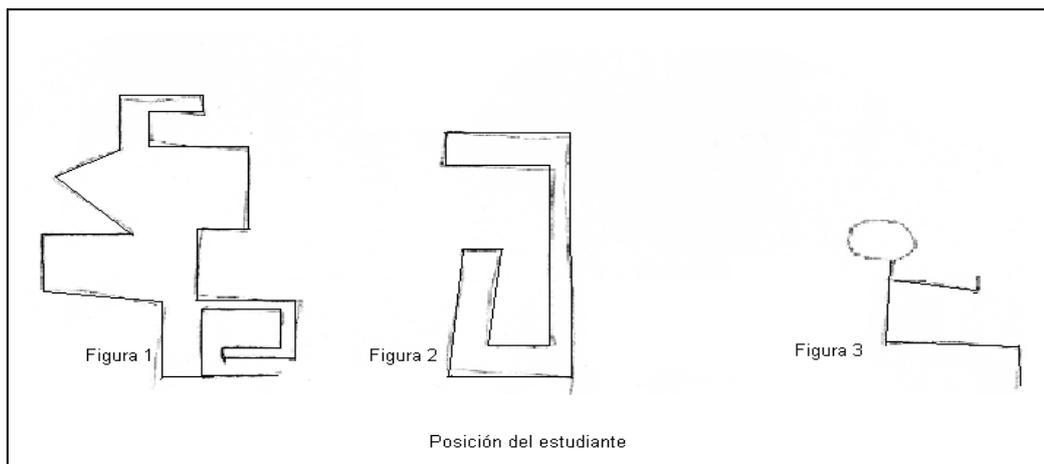


Figura 9

**Niños que dibujaron correctamente las figuras pero en diferente orientación:** Estos estudiantes se preocuparon más por dibujar bien la figura y se olvidaron de la posición en que ésta debía quedar en la hoja y que debía coincidir con la que el entrevistador hacía. Es impreciso concluir que por el hecho de que no hubieran acertado en la posición de la figura ellos no han adquirido la habilidad de descentración o tienen problemas de lateralidad, pues de hecho dos de estos estudiantes no presentaron inconvenientes en las intervenciones

pasadas. Se considera que el factor que influyó en las dificultades que manifestaron fue la desconcentración al comienzo de la prueba.

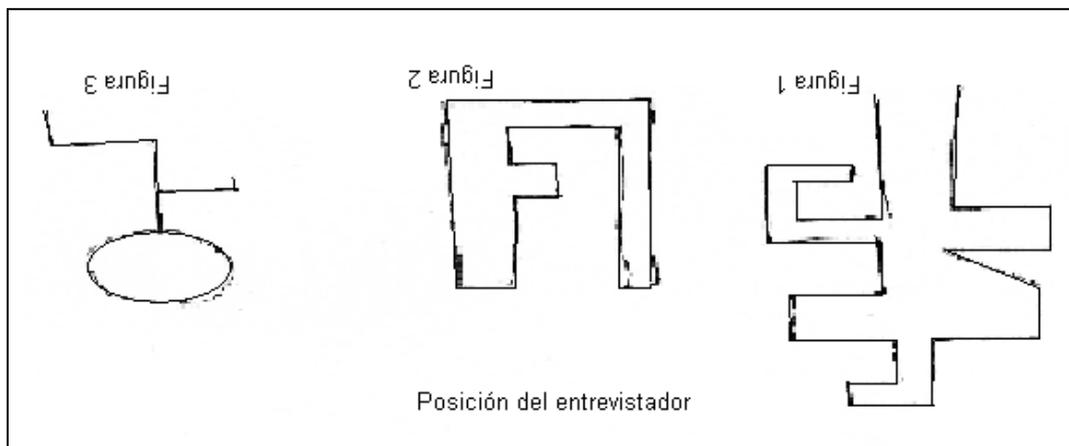


Figura 10

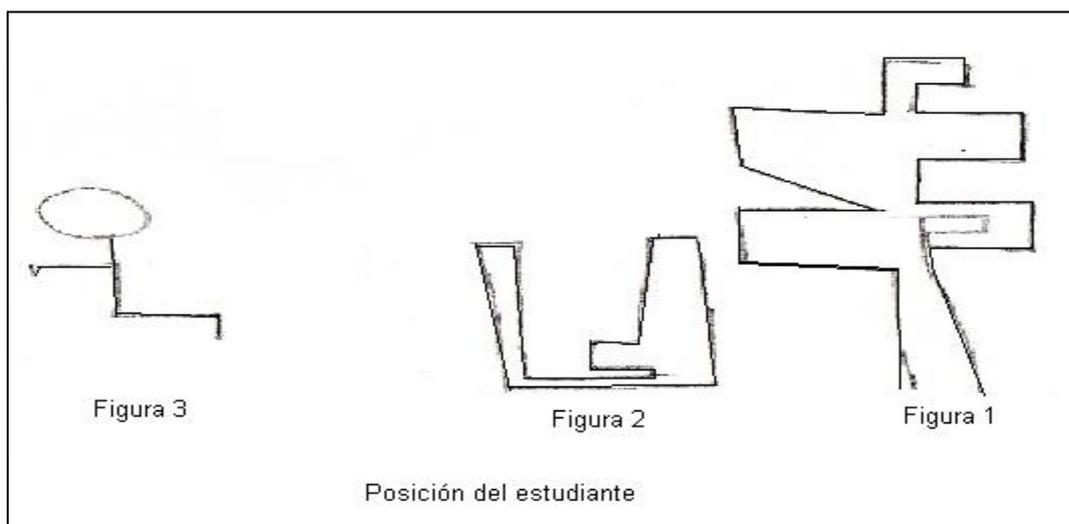


Figura 11

Si comparamos las figuras desde una misma posición, éstas deberán presentar la siguiente configuración:

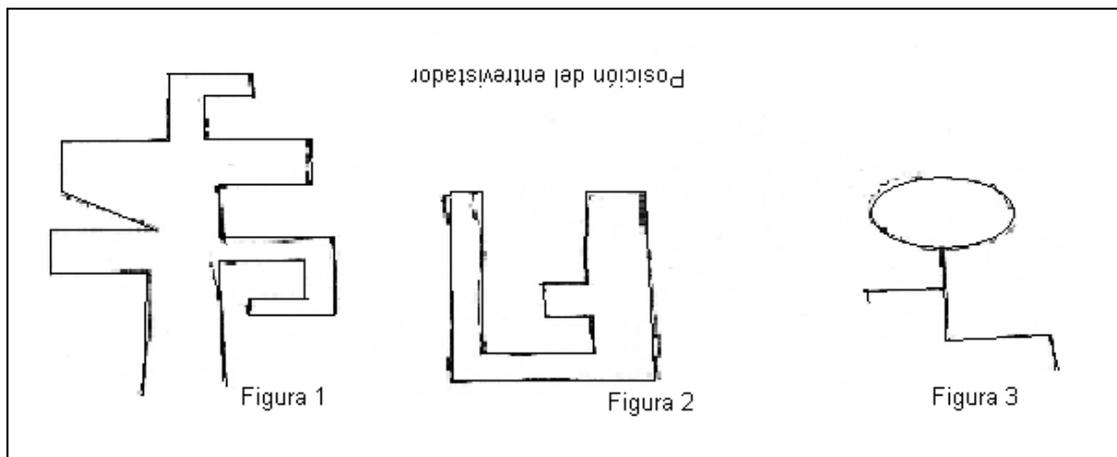


Figura 10

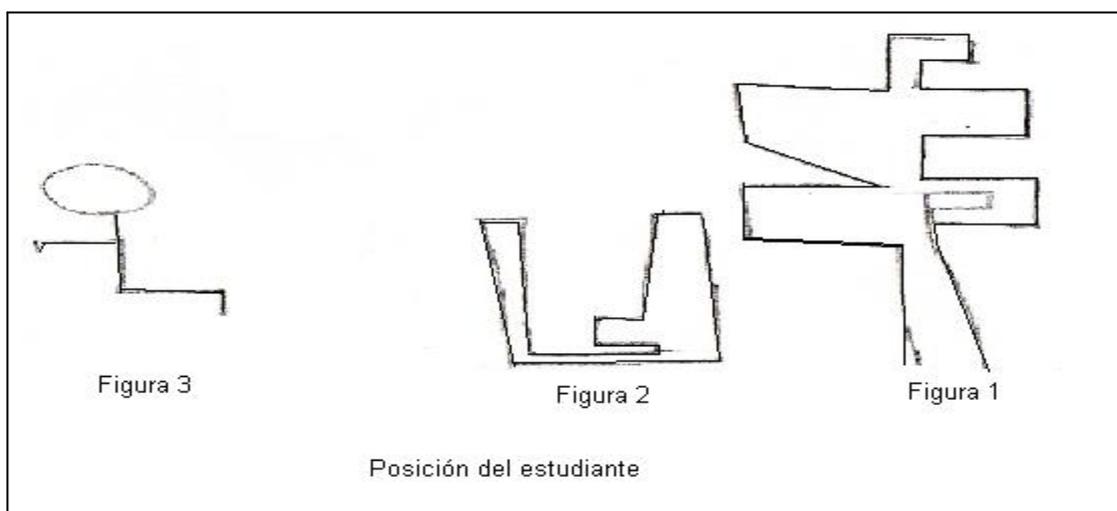


Figura 11

Se puede notar que el estudiante sólo presentó una dificultad: ubicó en forma incorrecta las figuras en la hoja, pues probablemente pensó que la mano con la que el entrevistador estaba dibujando era la contraria a su mano y que lo mismo debía pasar con su dibujo. Sin embargo las figuras coincidieron en orientación con las del profesor y no agregó trazos a ninguna.

**Niños que no dibujaron correctamente la figura y en diferente posición y orientación:** La mayoría de estos niños presentaron dificultades a lo largo de las intervenciones, lo cual se considera que fue la causa de las dificultades en esta actividad. Uno de los factores que influyó fue que siguieron los trazos del profesor sin considerar que si él iba a la izquierda ellos debían hacerlo a su izquierda, deformando



Si comparamos las figuras desde una misma posición, éstas deberán presentar la siguiente configuración:

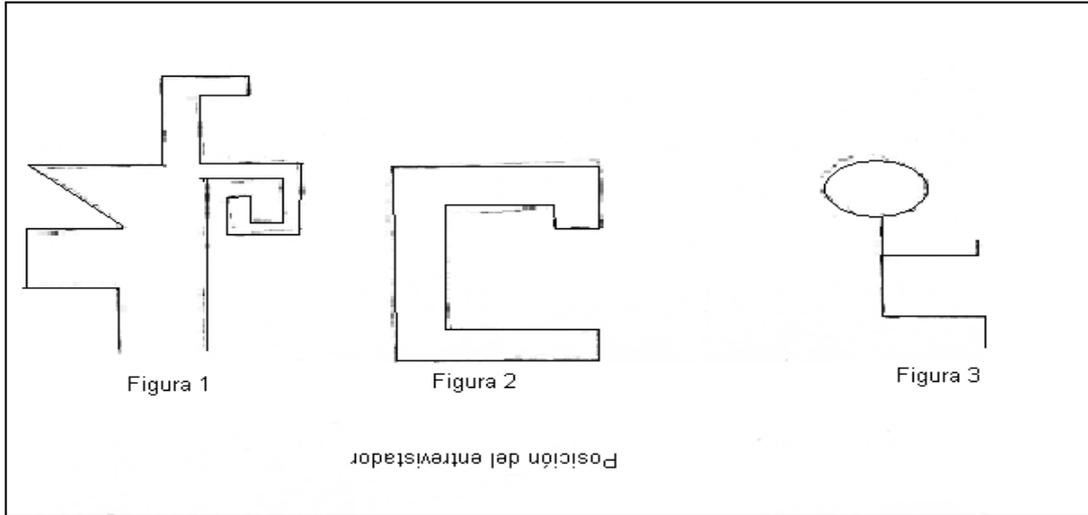


Figura 12

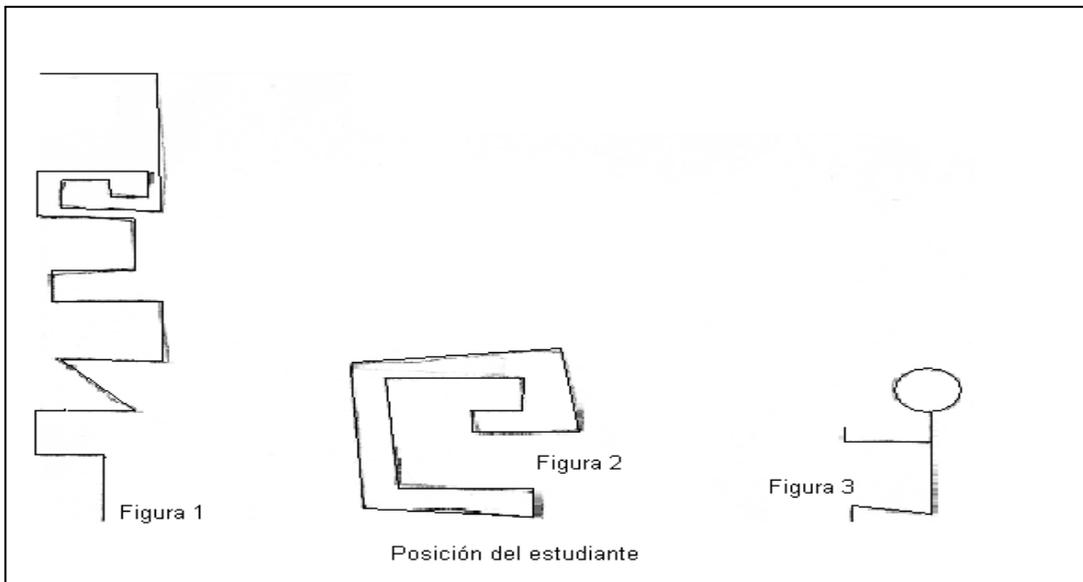


Figura 13

Sin embargo, el estudiante no cerró la primera figura y no coincidió en lo absoluto con la del entrevistador, pues realizó muchos más trazos de los que hay en la figura original. Al respecto sería impreciso concluir algo, solo se puede decir que el niño se confundió desde el inicio y realizó los trazos de

forma equivocada, quizá pasando por alto que su mano derecha no coincidía con la del entrevistador (por estar frente a frente).

En cuanto a la segunda figura, el estudiante agregó tres líneas más a la figura, aunque conservó la misma orientación de la figura original, lo que significa que en esta ocasión intentó hacerla coincidir con la del entrevistador, quizá sin reflexionar mucho en sus trazos.

En la última figura se puede notar que el dibujo es muy similar al del entrevistador, aunque en la orientación equivocada, otra vez presentó la misma dificultad en cuanto a la orientación de sus trazos, lo que quiere decir que no ha desarrollado completamente su habilidad de descentración, y por lo tanto su construcción de la noción de espacio aún no está completa.

## FASE 4

### CONCLUSIONES

Luego de llevar a cabo todas las actividades de intervención propuestas y de haberlas analizado a la luz de lo que plantea la Ingeniería Didáctica, se presenta finalmente la confrontación de los resultados esperados, planteados en el análisis a priori de cada actividad, con los resultados obtenidos, que se ponen de manifiesto en los análisis a posteriori.

Evidentemente los estudiantes que participaron en este trabajo no tenían al inicio mucha claridad con respecto a la noción de espacio que se quería que construyeran, sin embargo tenían muchos elementos a partir de los cuales se pudo avanzar paulatinamente hacia la construcción de la noción de espacio, específicamente del espacio físico que los rodea. Al final del proceso, los niños se mostraron más seguros en el manejo de su lateralidad y, en general, de su espacio circundante, hecho que se pudo notar en la interacción diaria durante la práctica pedagógica.

De acuerdo con lo anterior, se presentan las conclusiones del trabajo desde tres perspectivas: con respecto a las intervenciones, en relación con el diseño metodológico y en relación con las posibles ampliaciones del trabajo.

#### **Con respecto a las intervenciones:**

- Aunque en la escuela se trabaje muy poco las habilidades del pensamiento espacial, la mayoría de los niños no evidencian dificultades en el manejo de su lateralidad, pues en otros contextos hacen uso de ella, quizá de manera inconsciente.
- A la mayoría de los estudiantes se les dificulta ubicarse en el lugar del otro, pues al parecer nunca antes se habían enfrentado a situaciones similares y siempre ubican a los demás desde su marco de referencia o lateralidad.
- Si los estudiantes tienen el acompañamiento del profesor durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de habilidades del pensamiento espacial, desarrollarán mejor su capacidad de ubicación, descentración y lateralidad, así como la comprensión de estos conceptos.

- Aunque algunos estudiantes sean capaces de ubicarse en el lugar del otro, no se asegura que puedan hacerlo acertadamente por medio de gráficos, por lo que habrá que recurrir a otro tipo de actividades para confirmar lo acá observado.
- La comprensión y el desarrollo de la descentración les permite a los estudiantes reconocer y desenvolverse mejor en el espacio que los rodea, no sólo desde su posición sino desde la posición del otro.

**En relación con el diseño metodológico:**

- La implementación de las situaciones didácticas en cada una de las intervenciones nos permitió reevaluar constantemente las actividades, mejorarlas y establecer su pertinencia.
- La ingeniería didáctica nos permitió llevar a cabo el trabajo de una forma más organizada y coherente, debido a la claridad en su estructura y a la pertinencia de sus cuatro fases.

**En relación con las posibles ampliaciones del trabajo:**

- El presente trabajo puede ser ampliado teniendo en cuenta los aportes que le hacen las habilidades propias del pensamiento espacial (aquí trabajadas) a la geometría.
- Se puede considerar en otros trabajos, cómo afecta la adquisición de conceptos del pensamiento espacial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

## ANEXO 1

Debido a la gran variedad de respuestas que encontramos en las guías y a la falta de claridad de algunas de ellas, consideramos pertinente entrevistar a los niños cuyos “errores” fueron más notorios.

PRIMERA ENTREVISTA: Stiven.

Entrevistador: ¿Qué pasó con la figura 2a?

Stiven: Lo que pasó fue que volteé la hoja.

E: ¿Y qué pasó con la figura 3c?

S: Lo mismo que con la anterior.

E: ¿Qué hiciste con la figura 4a?

S: Roté la hoja para ver como quedaba.

E: ¿Qué pasó con la figura 5b?

S: Pensé que se cambiaba el punto pero no la figura.

Según las aclaraciones del niño, podemos concluir que cuando él rotaba la hoja el marco de referencia cambiaba.

SEGUNDA ENTREVISTA: Laura.

E: ¿Qué entendiste que había que hacer en la primera actividad?

L: Yo pinté todos los que estaban arriba y todos los que estaban a la izquierda y así hice con los demás puntos.

De aquí podemos afirmar que la niña confundió la instrucción.

TERCERA ENTREVISTA: Carlos.

E: ¿Cómo hiciste la figura 2b?

C: La hice al lado a la izquierda.

E: ¿Es igual a la figura original?

C: No.

E: ¿Por qué?

C: Esta quedó más gorda (señalando la suya), más ancha.

Notamos que este niño también confundió la instrucción.

CUARTA ENTREVISTA: Vanesa.

E: ¿Por qué dibujaste así la figura 2b?

V: Porque yo creía que había que hacer la figura como estaba y acomodarle el puntito en otra parte. Yo lo hice de esta forma (rota la hoja para mostrarme la figura inicial con el punto hacia abajo) para calcar la figura.

En cuanto a la primera actividad la niña me explicó que ella entendió que en cada instrucción (de las tres primeras) había que pintar el cuadro que estaba arriba y el que estaba a la derecha.

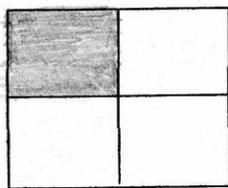
## ANEXO 2

INSTITUCION EDUCATIVA ALBERTO LEBRUN MUNERA SECCION  
ROGELIO ARANGO

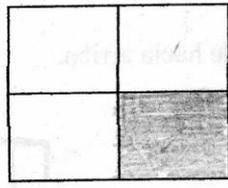
### PRUEBA DIAGNOSTICO GRADO 5°

NOMBRE: Juan Pablo Givaldo Pachavarría FECHA: Dono 4/08  
10 años

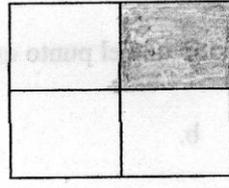
1. Los siguientes cuadrados están divididos en cuatro partes cada uno. Colorea la parte que se te indica debajo de cada cuadro:



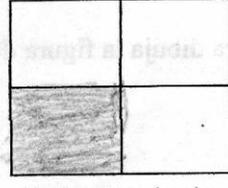
Arriba- izquierda



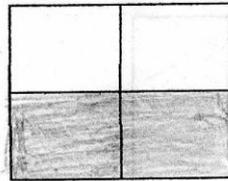
Abajo- derecha



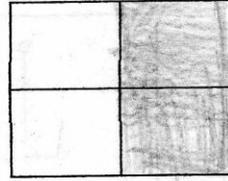
Arriba- derecha



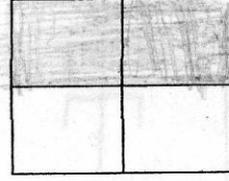
Abajo- izquierda



Los de abajo



Los de la derecha



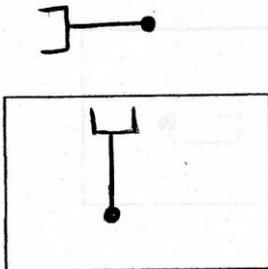
Los de arriba



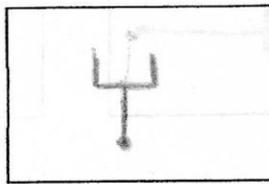
Los de la izquierda

2. A continuación te presentamos 2 figuras y debajo de cada una hay un recuadro en el que debes dibujar la misma figura de modo que el punto quede hacia abajo como se muestra en el ejemplo.

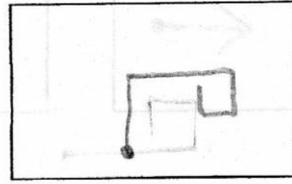
Ejemplo



a.

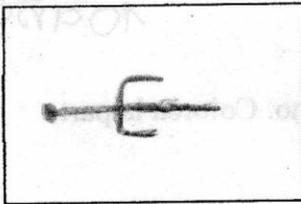
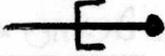


b.

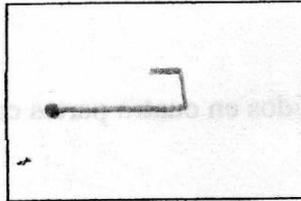
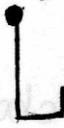


3. Esta vez debes dibujar la figura de manera que el punto quede hacia la izquierda.

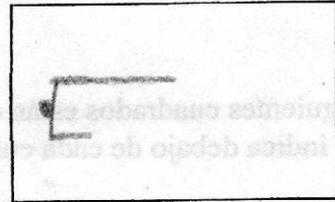
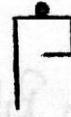
a.



b.

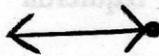


c.

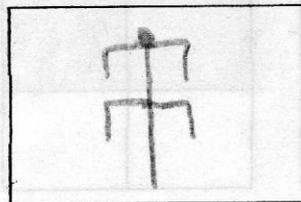
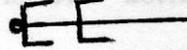


4. Ahora dibuja la figura de modo que el punto quede hacia arriba.

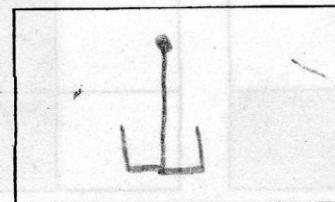
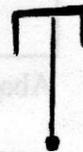
a.



b.

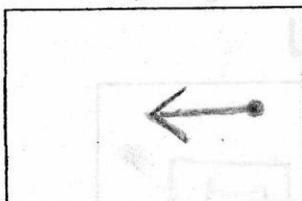


c.

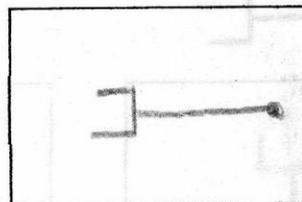


5. Finalmente dibuja la figura de manera que el punto quede hacia la derecha.

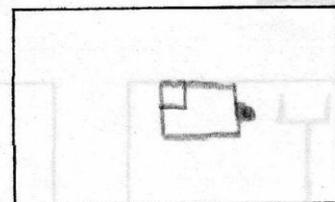
a.



b.



c.



**ANEXO 3**

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALBERTO LEBRUN MUNERA SECCION  
ROGELIO ARANGO**

**PRUEBA DE INTERVENCIÓN  
GRADO 5°**

**NOMBRE:** Diego Fernando Gaviria      **grupo # 1**      **FECHA:** \_\_\_\_\_

Sin moverte del lugar donde te ubicaron contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Qué compañeros se encuentran detrás de Estiven?

\_\_\_\_\_

2. ¿Qué compañeros se encuentran detrás de Sergio?

\_\_\_\_\_

3. ¿Qué compañeros se encuentran delante de Alejandro?

\_\_\_\_\_

4. ¿Que compañero se encuentra a la derecha de Natalia?

\_\_\_\_\_

5. ¿Qué compañero se encuentra a la derecha de Juan Pablo?

\_\_\_\_\_

6. ¿Qué compañero se encuentra a la izquierda de Marolin?

\_\_\_\_\_

7. ¿Qué compañero se encuentra a la izquierda de Juan pablo?

\_\_\_\_\_

8. ¿Qué compañero se encuentran a la izquierda de Natalia?

## BIBLIOGRAFÍA

- YUSTE HERNANZ, Carlos y otros. *Progresint 12 Orientación espacio-temporal*.
- DE FARIA CAMPOS, Edison. *Ingeniería Didáctica*.
- GÁLVEZ, Grecia. *La Didáctica de las Matemáticas*.
- *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional.
- *Estándares Básicos de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional.
- [www.mineducacion.gov.co](http://www.mineducacion.gov.co) Fecha de consulta: Marzo 2 de 2008.
- GARDNER, Howard. *Teoría de las Inteligencias Múltiples*.
- SIERRA, Gloria y SERNA, Omar. (1999) *Estrategias de intervención en la iniciación a la geometría en los tres primeros grados de educación básica primaria*. Tesis de grado. Asesor: Orlando Mesa., 124 p.
- OROBIO, Héctor y ORTÍZ, Marina (1997). *Educación matemática y desarrollo del sujeto*. Cooperativa editorial Magisterio. p. 65:72.
- GARDNER, Howard (1994). *Estructura de la mente: teoría de las inteligencias múltiples*. Fondo de cultura económica. México.
- GARCÍA ROA, María Agustina y otros (2006). *Didáctica de la geometría euclidiana*. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá.
- LEGUIZAMON DE BERNAL, Cecilia y otros (2001). *Elementos de geometría: una introducción*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.
- JAULIN-MANNONI. (1980). *La reeducación del pensamiento matemático*. Visor Libros. Madrid.