

**INTERPRETACIÓN DE LA FACTORIZACIÓN A TRAVÉS DEL USO DEL
GEOGEBRA**

LUÍS FERNANDO DAZA LÓPEZ

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN
2012**

**INTERPRETACIÓN DE LA FACTORIZACIÓN A TRAVÉS DEL USO DEL
GEOGEBRA**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

**ASESOR
Dr. JHONY ALEXANDER VILLA OCHOA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN
2012**



NOTA DE ACEPTACIÓN

FACULTAD DE EDUCACIÓN
 UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
 LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON
 ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.
 NÚCLEO DE PRÁCTICA PEDAGÓGICA

EVALUACIÓN DE CALIDAD ACADÉMICA DE LOS TRABAJOS DE PRÁCTICA PEDAGÓGICA

Datos generales del trabajo

Autor(as) (es):

Luís Fernando Daza López.

Título del trabajo:

INTERPRETACIÓN DE LA FACTORIZACIÓN, A TRAVÉS DEL USO DEL GEOGEBRA

Asesor: Dr. Jhony Alexander Villa Ochoa.

Dirección: Universidad de Antioquia

Calificación

¿En cuál de las siguientes jerarquías clasifica usted este trabajo?

Excelente:	Bueno : X
Aceptable:	Deficiente:

El trabajo se aprueba con sugerencias para la corrección. En la versión pdf hago otros comentarios que me parecen pertinentes para cualificar el trabajo. El trabajo también tiene problemas en la enumeración de las páginas conforme se presenta en la tabla de contenido.

NOMBRE DEL LECTOR EXPERTO: John Henry Durango.

Firma: John Henry Durango Urrego (Joheduur)

FECHA DE LECTURA: 10 de diciembre de 2012.

AGRADECIMIENTO

A quienes
Amo:
A Dios, quien me ha dado la vida,
Mi madre Martha Lucia, quien me le dio sentido a mi vida,
Mi Padre Guillermo, quien le dio rumbo a mi vida,
Mi esposa Yuly Catalina Valencia Loaiza, quien me brinda todo su apoyo y su mor,
Les agradezco por su tesón y acompañamiento en este nuevo proyecto de vida,
un proyecto que emancipa una nueva meta para toda la familia.

AGRADECIMIENTO

Dr. JHONY ALEXANDER VILLA OCHOA
Quiero hacer intensiva mi gratitud a su apoyo y
acompañamiento en la estructuración de la presente investigación, asimismo
hacer reconocimiento por su ética profesional, como maestro y a lo sumo
enaltecer sus actitudes frente a su valiosa responsabilidad, honestidad y lealtad
con su vocación.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	12
INTRODUCCIÓN	13
1 ELEMENTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN.....	16
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	18
1.3 ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN.....	21
1.3.1 Objeto de estudio.	21
1.3.2 Objetivo general	21
1.3.3 Objetivo específicos.....	21
1.3.4 Pregunta.....	21
1.3.5 Pregunta orientadora.....	21
1.4 RESEÑA - LOCALIZACIÓN	22
1.4.1 Reseña histórica.....	22
1.4.2 Reseña histórica escuela Rafael Uribe Uribe.	22
1.4.2 Aprobaciones de los grados y grupos del plantel.	22
1.5 ANTECEDENTES.....	23
1.6 ELEMENTOS A PROFUNDIZAR EN LA INVESTIGACIÓN	26
1.6.1 Visualización.....	26
1.6.2 Interpretación.....	26
1.6.3 Representación.	26
2 ELEMENTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES.....	28
2.1 MARCO TEÓRICO	28
2.1.1 GeoGebra.....	30
2.1.2 El álgebra en la historia de la civilización griega.	32
2.1.2 La geometría en la historia.	32
2.2 MARCO CONCEPTUAL.....	34
2.2.1 Medios didácticos y recursos educativos.....	36

2.2.1.1 Medio didáctico.....	36
2.2.1.2 Recurso educativo.	36
2.2.2 Funciones de los medios didácticos.	37
2.2.3 Ventajas de los medios didácticos.....	37
2.2.4 Aproximaciones conceptuales.	38
2.2.4.1 Aproximación de perímetro.	38
2.2.4.2 Aproximación área.	38
2.2.4.3 Aproximación medida.....	38
2.2.5 Unidad didáctica.	39
2.2.6 Diseño de la unidad didáctica.....	39
3 ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN (METODOLOGÍA - MÉTODO – ANÁLISIS DE DATOS DE LA INVESTIGACIÓN).....	40
3.1 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	40
3.2 MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN.....	41
3.3 ANÁLISIS DE DATOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	41
3.3.1 Categorización de los aspectos.....	42
3.3.1.1 Aspecto de la visualización (A-V).....	42
3.3.1.2 Aspecto de la Interpretación (A.I).....	42
3.3.1.3 Aspecto de la representación (A.R).	42
3.3.1 Análisis Cualitativo.....	43
3.3.2 Análisis Cuantitativo.	43
3.3.3 Análisis de los componentes de la unidad didáctica.....	43
3.3.3.1 Unidad didáctica (Actividades).	44
3.4. Población y muestra	46
3.4.1 Población.....	46
3.4.2 Muestra.....	46
3.4.3 Instrumentos de recogida de datos.	46
3.5 Plan de área de octavo 2012.....	47
3.6 Proceso de los estudiantes.....	48
3.7 Momentos de la investigación	49

3.7.1 Criterios de evaluación.....	50
4 ANÁLISIS Y RESULTADOS	51
4.1 ANÁLISIS CUALITATIVO	51
4.1.1 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad uno.....	51
4.1.2 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad uno.....	52
4.1.3 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad dos.....	53
4.1.4 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad dos.....	54
4.1.5 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad dos.....	55
4.1.6 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad tres.....	56
4.1.7 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad tres.....	57
4.1.8 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad tres.....	58
4.2 ANÁLISIS CUANTITATIVO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA DE LAS ACTIVIDADES.....	59
4.2.1 Tabla 1 Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D). Visualización.....	60
4.2.2 Tabla 2 Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D). Interpretación.....	61
4.2.3 Tabla 3 Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D) Representación.....	62
4.2.4 Tabla 4 Registro estadístico de los procesos cognitivos para los grados (8º) A-B-C-D) visualización, interpretación y representación.....	63
5. RECOMENDACIONES Y DISCUSIONES	64
6. CONCLUSIONES	66
7. REFERENCIAS	68
ANEXO	70

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción	Pág.
Figura 1	“Componente de la noción de competencia” Adaptación: “enseñanzas mínimas de primaria y secundaria para las competencias de matemática”	28
Figura 2	Foto de Markus H	30
Figura 3	Estructura del Software GeoGebra	30
Figura 4	Toma fotografía por Impr pant, (Pet Sis, a las 16:00 p.m, 15 de junio de 2012)	30
Figura 5	Adaptación, “Desarrollo de una situación problema”	33
Figura 6	Esquema de la estructura de la unidad didáctica	41
Figura 7	Plan de área 2012, grado (8º) bachillerato	45
Figura 8	<i>Esquema del método de factorizar figuras geométricas</i>	43

LISTA DE ANEXO

Anexo	Descripción	Pág.
Anexo A	Actividad de clase Construcción paso a paso uno	71
Anexo B	Actividad de clase Construcción paso a paso dos	72
Anexo C	Actividad de clase taller de factorización	73
Anexo D	Actividad de clase taller de factorización	74
Anexo E	Unidad didáctica actividad uno	75
Anexo F	Unidad didáctica actividad uno	76
Anexo G	Unidad didáctica actividad dos	77
Anexo H	Unidad didáctica actividad tres	78

LISTA DE TABLAS

Tabla	Descripción	Pág.
Tabla 1	Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D) Visualización.	61
Tabla 2	Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D) Interpretación.	62
Tabla 3	Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D) Representación.	63
Tabla 4	Registro estadístico de los procesos cognitivos para los grados (8º) A-B-C-D) visualización, interpretación y representación.	64
Tabla 5	Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) A	79
Tabla 6	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.	80
Tabla 7	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.	80
Tabla 8	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la representación.	80
Tabla 9	Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) B.	81
Tabla 10	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.	82
Tabla 11	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.	82
Tabla 12	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la representación.	82
Tabla 13	Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) C.	83
Tabla 14	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.	84
Tabla 15	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.	84
Tabla 16	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la representación.	84
Tabla 17	Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) D.	85
Tabla 18	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.	86
Tabla 19	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.	86
Tabla 20	Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la representación.	86

RESUMEN

En este trabajo de investigación se describe y analiza los procesos de la interpretación de la factorización, desde la mirada de la geometría, acompañado por un medio didáctico (Ambiente de Geometría Dinámica AGD, GeoGebra), instrumento de mediación tecnológico, seleccionado para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y desarrollar habilidades y actitudes para la construcción de conceptos y procedimientos matemáticos, a partir de los siguientes procesos cognitivos como: la visualización, la interpretación y la representación.

La metodología de la investigación a utilizar, para el análisis de la unidad didáctica, es desde el método mixto, ligado al enfoque cualitativo y cuantitativo, enfoques analíticos y descriptivos, que nos proveen de soluciones idóneas, sin embargo, hasta hoy, es una de las mejores alternativas para indagar científicamente cualquier problema de investigación, que la convierte en conocimiento sustantivo y profundo.

PALABRAS CLAVES: Interpretación, Representación, Visualización, Factorización, Medio Didáctico, Unidad Didáctica, Geometría y GeoGebra

ABSTRACT

In this study it is described and it analyzes the processes of the interpretation of the factoring, from the look of the geometry, accompanied by a half didactic one (it Sets of Dynamic Geometry AGD, GeoGebra), technological mediation instrument, selected to facilitate the teaching and the mathematics's learning and to develop abilities and attitudes for the construction of concepts and mathematical procedures, starting from the following processes cognetives like: the visualization, the interpretation and the representation.

The methodology of the investigation to use, for the analysis of the didactic unit, is from the mixed method, bound to the qualitative and quantitative focus, focus analytic and descriptive that provide us of suitable solutions, however, until today, it is one of the best alternatives any investigation problem that transforms it into knowledge noun to investigate scientifically and deep.

KEYWORDS: Interpretation, Representation, Visualization, Factoring, learning environment, teaching unit, and GeoGebra Geometry.

INTRODUCCIÓN

En la literatura abundan resultados de investigaciones que muestran la importancia de los medios y recursos didácticos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, entre estas están el “Uso de herramienta Computacionales para la enseñanza de la matemática” 1999, desarrollada por el profesor Diego Garzón de la Universidad del Valle, su principal conclusión consistió en establecer estrategias para la incorporación de tecnología en la enseñanza de las matemáticas en básica secundaria y en particular en el desarrollo del pensamiento métrico¹; otro estudio es la tesis de maestría: “De la conjetura a la demostración deductiva con la medición de un ambiente de geometría dinámica” desarrollada por: Diego Garzón en la Universidad Del Valle, trabajo que describe una propuesta de concepción, análisis y diseño de una secuencia didáctica²; otro estudio “Cómo Afectan los Ambientes de Geometría Dinámica a la Construcción de la Demostración” por: Víctor Larios Osorio, trabajo que expone algunas reflexiones sobre las dificultades que presentan la enseñanza y el aprendizaje de la demostración matemática, las cuales están ligadas con el significado que se le otorga a la demostración en el caso de la Geometría y con su construcción en Ambientes de Geometría Dinámica (AGD)³; el último estudio es el “Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas” por Mejía, M. (2004) trabajo de grado para optar el título de Licenciada en Matemáticas - Física Universidad del Valle, Santiago de Cali. Se centra en la incorporación de las Nuevas Tecnologías Informáticas (**NTI**) en el aula de matemáticas, a pesar de los resultados de las investigaciones, la incorporación y uso de las **NTI** en la escuela sigue siendo objeto de resistencia, especialmente por parte de aquellos que tienen la creencia que la esencia del saber matemático está en los procedimientos con manipulaciones algebraicas de lápiz y papel, un ejemplo de esos conocimientos (procedimental y conceptual) encasillados a este tratamiento, es la factorización de expresiones polinómicas entre otras.

¹Esta Información y otras relacionadas son tomadas de la página Universidad del Valle - Univalle. [En línea]. (Citado 15 septiembre2011). Disponible en:

http://201.234.78.173:8081/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0000226670

²Esta Información y otras relacionadas son tomadas de la página Universidad del Valle - Univalle. [En línea]. (Citado 15 septiembre2011). Disponible en:

http://201.234.78.173:8081/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0000226670

³Esta Información y otras relacionadas son tomadas de la página Universidad del Valle - Univalle. [En línea]. (Citado 15 septiembre2011). Disponible en:

http://201.234.78.173:8081/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0000226670

Desde la experiencia como docente en formación, se observa en la sociedad educando de hoy, exige actividades en el aula explicativas y didácticas que movilicen el interés mismo de aprender matemática; actividades acompañadas por medios AGD (Ambientes de Geometría Dinámica como el Software GeoGebra), donde se pueda movilizar un mejor entendimiento de los conceptos y procedimientos, de manera más comprensiva, donde los estudiantes puedan evidenciar las invariantes de la matemática respecto a sus representaciones.

Este trabajo de investigación intenta describir teóricamente y analíticamente los procesos que se avivan en la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra, como la visualización, la interpretación y la representación como procesos cognitivos⁴, con actividades que permitan rescatar las nuevas posibilidades de tratamiento de un concepto matemático, que genera procesos más claros, por tal razón, en el estudio se propone un concepto del algoritmo de la factorización trazado desde un punto de vista geométrico y aritmético proporcionando una interpretación más comprensiva y explicativo [...] *como un algoritmo que describe las invariantes que forman una clase determinada por figuras con características comunes para el cálculo de su área [...]* (Colectivo de práctica, 2012)⁵, trazado en esta misma relación del concepto del algoritmo de la factorización propuesto por (Barnett R, 1978, p. 43) [...] *Como el proceso inverso de la multiplicación, en donde se dice que un polinomio está completamente factorizado cuando está escrito como el producto de sus factores primos [...]*.

Antes de iniciar la elaboración de la investigación y como mediadores de la concertación en la práctica docente, nos hemos formulado la siguiente pregunta: ¿Cómo los estudiantes de (8º) grado interpretan la factorización, a través del uso del GeoGebra? Luego el informe del estudio está dividido en ocho capítulos, los cuales a su vez comparten divisiones internas. En el primer capítulo se muestra algunos de los elementos que perfilan el planteamiento de la investigación, entre estos está, justificación, objetivos y antecedentes entre otros elementos. En el segundo capítulo se presenta los elementos teóricos y conceptuales que sirvan de herramienta para el abordaje de la investigación, frente al acercamiento de las perspectivas de análisis didáctico, en relación a los aspectos a profundizar en la investigación (visualización, interpretación y representación) frente a la

⁴ Cuando se hable de los procesos cognitivos, es en relación al desarrollo y utilización de la visualización, la interpretación y la representación, que el estudiante le da, a la factorización, a través de uso del GeoGebra, relacionadas con los aciertos y no aciertos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

⁵Grupo del seminario de investigación, a cargo del Dr. Jhony A Villa Ochoa (2012)

interpretación de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas, a través del uso del GeoGebra. En el tercer capítulo, se presenta la estructura de la investigación (metodología - método – análisis de datos de la investigación. En el cuarto capítulo se presenta el análisis de los resultados (Análisis cualitativo y cuantitativo de actuación respecto a la visualización, interpretación y representación). En el quinto capítulo se presenta algunas recomendaciones y sugerencias para proyectos a futuro de investigación ligado al presente. El sexto capítulo conclusiones y discusiones. En el séptimo se muestra referencias.

Es importante determinar que este estudio, se inscribe en el campo de estudio de interés de la línea de formación e investigación en relación a la “Educación Matemática y Nuevas Tecnologías” del área de matemática, por consiguiente el estudio de los problemas didácticos, curriculares y relacionados con la formación inicial respecto a los contenidos matemáticos escolares propuestos en los currículos nacional (MEN, 1999, p. 81)⁶ y (MEN, 2009, p. 14-32)⁷.

Estos estudios, sus múltiples representaciones relacionados con sus procesos didácticos (de enseñanza, aprendizaje y evaluación) de desarrollo e innovación curricular, cuando todos estos problemas y procesos son considerados en ambientes que incorporan los medios didácticos “TIC” como instrumentos o recursos de mediación frente a los procesos cognitivos en relación a la modelación y construcción de conceptos y procedimientos, a partir de la representación, la visualización y la interpretación.

Procesos destinados a enriquecer la oferta formativa y los estímulos que ofrezcamos a nuestros estudiantes, para que enriquezcan tanto a quien la da, como a quien la recibe, capaz de ir asentando bases de la educación matemática.

⁶MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de matemática. Tecnologías de Información y Comunicación y currículo de matemática. Santafé de Bogotá, (1999), (2009)

⁷MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de matemática. Tecnologías de Información y Comunicación y currículo de matemática. Santafé de Bogotá, (1999), (2009)

1 ELEMENTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La investigación, se localiza en una problemática general, que alude a la falta de significado y uso de los conceptos y procesos algebraicos, por parte de los estudiantes que cursan (8º) grado, primer año de álgebra en la educación secundaria.

En la enseñanza tradicional las reglas dadas, son reforzadas al ejecutar una lista de ejercicios similares, conllevando a que el estudiante aprenda de memoria algoritmos, sin la interpretación y sin la comprensión significativa de lo que efectúa, como también la desconexión de los conocimientos previos que ya poseen, otro componente que pueden prevalecer en el objeto de la investigación es la metodología de las actividades en el aula para el aprendizaje de la matemática, éstas se ligan al lenguaje y la escritura misma de la matemática, algunas dificultades que pueden derivarse implícitamente son en palabras de (Carrillo, 2009, p. 5) [...] La complejidad sintáctica del lenguaje utilizado; La utilización de vocabularios técnico; La notación matemática; La incapacidad de relacionar las matemática con el contexto [...] ⁸

Consecuentemente se observó una falta de significación conceptual, una carencia de habilidades operativas básicas y una falta de estructura en los conocimientos de matemáticas.

Asimismo se ha evidenciado otros aspectos en el aprendizaje de la matemática:

- 1) Dificultades en la comprensión de pequeños textos con notación matemática.
- 2) Debilidades en la destreza operativa necesaria para resolver problemas dentro de los dominios procedimentales.
- 3) Ausencia de estrategias para abordar problemas.
- 4) Carencia de estrategias efectivas de interacción comunicativa con textos matemáticos.
- 5) Dificultades en el uso de varios esquemas de representación y tránsito entre representaciones equivalentes de los conceptos.
- 6) Expresión deficiente de las habilidades procedimentales y conceptuales

⁸ <http://www.csisif.es/andalucia/modules/modense/revista/pdf/Numero16/BEATRIZCARRILLO2.pdf>

7) Concepción de las matemáticas como una actividad desconectada de la vida cotidiana.

Adicionalmente, se hace necesario tener en cuenta otros obstáculos de diversa naturaleza que involucre el aprendizaje de la matemática, que están presentes y que se han observado de forma empírica en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe:

- i. Los docentes y los estudiantes, en muy pocas ocasiones de aula han manipulado el software GeoGebra.
- ii. No hay evidencias de aula, que relacionen experiencias exitosas ampliamente divulgadas del uso del AGD GeoGebra en los salones de clase de los cursos de Matemáticas Básicas de las estudiantes.

A partir de esa observación empírica se planteó la siguiente pregunta:

¿Cómo los estudiantes de (8º) grado interpretan la factorización a través del uso del GeoGebra?

El hecho a poder hacer un alcance a respuestas confiables y sustentables a la pregunta de la investigación, es considerada como un aporte a la exploración científica a soluciones a problemas de la educación matemática relacionados con el aprendizaje y la enseñanza, una apropiada formación matemática de los estudiantes ayudará a desarrollar y fortalecer sus hábitos de análisis, organización de información, argumentación y toma de decisiones entre otros; tan necesario para enfrentarse a los nuevos entornos educacionales.

1.2 JUSTIFICACIÓN

El orden de la investigación que aquí se presenta se abordará desde dos puntos de vista, el primero hace parte, desde el contenido mismo: “la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas en el conjunto de los números enteros, facilitando una mejor comprensión del algoritmo, así que nos lleva a hacer un rastreo curricular, y la otra, la importancia de implementar e incorporar en el aula, herramientas tecnológicas como medios y recursos didácticos del aprendizaje de las matemática en particular el software GeoGebra, para el alcance del objeto de estudio.

Desde la didáctica, se considera una necesidad ineludible, volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, especialmente en lo que se refiere a la geometría (MEN, 1998), el pensamiento espacial, se considera como el conjunto de los procesos cognitivos, mediante los cuales se constituyen y se manipula las representaciones mentales de los objetos en los entornos educativos, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones mentales, donde las actividades que se les brinden a los estudiantes, son las que determinan que habilidades y actitudes se quieren desarrollar en ellos.

No pasa inadvertido que el rápido avance tecnológico de los últimos cinco años ha empezado a impactar la enseñanza de las matemáticas con mayor significado de la representación de la matemática.

Las experiencias con las nuevas tecnologías propuestas por profesores, investigadores y especialistas en Educación Matemática se presentan, analizan y discuten en jornadas, simposios, seminarios, congresos y publicaciones. El reto es incorporar de manera adecuada y eficiente estos nuevos recursos tecnológicos y didácticos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Es claro para la comunidad académica que la calculadora o la computadora no resolverán todos los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; lo que se busca es explorar sus potencialidades como herramienta didáctica amigable, fácil de usar y de adquirir.

“Las fuerzas creadas por las computadoras y sus aplicaciones, por el crecimiento demográfico y las propias escuelas, están modificando de manera profunda la

*forma en que se practican las matemáticas, así como la manera de enseñarlas y aprenderlas*⁹

La tendencia actual en las aulas de clase para los docencia de matemática, hace imprescindible utilizar innovaciones pedagógicas apoyadas por los últimos avances tecnológicos, convertidos en recursos didácticos que han demostrado ser útiles y enriquecedores en la práctica de la docencia de las Matemáticas, y que permiten transmitir a los estudiantes al menos los conocimientos básicos, planteando alternativas factibles a la tradicional clase magistral, y a la vez producir motivación en los estudiantes una mejora en su nivel de aprendizaje.

El uso de la tecnología puede aportar a la solución de dificultades de representación y significación presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en el proceso formativo integral de los estudiantes.

Los nuevos avances en la tecnología tienen bondades que al ser bien orientadas en la formación matemática y científica de los estudiantes, podrían brindar soluciones a dificultades que se experimentan en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas básicas, tales como las mencionamos en el planteamiento del problemas.

Esta investigación, conformado por el investigador y los cuatro grupos del grado (8º) bachillerato de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe, consideró que el fundamento teórico de esta investigación se basaría en la (re)significación¹⁰ y la reciprocidad¹¹, todo alrededor de las TIC en general y los [...] *Ambientes de Geometría Dinámica, uno de ellos es el software GeoGebra, que es básicamente un "procesador geométrico" y un "procesador algebraico", es decir, un compendio de matemática con software interactivo que integra herramientas de geometría, con herramientas de álgebra y cálculo [...]* (Losada, L. 2010, p. 27)

Se direccionó esta investigación como un medio válido para:

⁹ LOSADA LISTE, R. (s.f). *GeoGebra: la eficiencia de la intuición (I)*. . Recuperado el 14 de Marzo de 2010, de <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/recursosinternet/RecInternet/Geogebra/Geogebra1.asp>

¹⁰ La (re)significación concebida como un proceso de construcción de (nuevos) significados y (nuevas) interpretaciones sobre lo que sabemos, hacemos y decimos como profesores.

¹¹ La reciprocidad definida como un proceso intersubjetivo que permite compartir, intercambiar, y (re)significar, mutuamente, saberes, conocimientos y prácticas pedagógicas

- 1) Examinar cómo el AGD GeoGebra apoya los procesos de la interpretación de la factorización a través del uso GeoGebra.
- 2) Determinar si los estudiantes pueden movilizar libremente entre representaciones, visualizaciones e interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra.
- 3) Socializar la experiencia del uso del AGD GeoGebra en la resolución de problemas de aprendizaje específicos de las matemáticas.

1.3 ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1 Objeto de estudio.

Interpretación de la factorización desde la perspectiva de la geometría, a través del uso del GeoGebra.

1.3.2 Objetivo general

Reconocer las interpretaciones, que hacen los estudiantes, de la factorización de expresiones polinómicas algebraicas cuadráticas, a través del uso del GeoGebra

1.3.3 Objetivo específicos.

Reconocer la(s) manera(s) de los estudiantes en construir el algoritmo de la factorización de expresiones algebraicas cuadráticas, a través del uso del GeoGebra, con relación al proceso de la visualización, interpretación y la representación

1.3.4 Pregunta.

¿Cómo los estudiantes de (8º) grado interpretan la factorización expresiones algebraicas cuadráticas, a través del uso del GeoGebra?

1.3.5 Pregunta orientadora.

¿Cuáles son los procesos cognitivos de los estudiantes en la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra?

1.4 RESEÑA - LOCALIZACIÓN

Es este apartado, se presentarán algunos aspectos institucionales relacionados con el contexto en el cual se desarrolló la investigación.

1.4.1 Reseña histórica.

La Institución Educativa Rafael Uribe Uribe¹², surge por la implementación de Ley 715 de diciembre 21 de 2001, con Resolución No 16293 del 27 de noviembre de 2002, fueron integradas, escuela que lleva su mismo nombre (preescolar y primaria), Colegio Carmelita Arcila (secundaria y media vocacional) con el C.O.A Pedro de Castro, con tercera jornada de la Institución (CLEI 3 a CLEI 6).

1.4.2 Reseña histórica escuela Rafael Uribe Uribe.

La Escuela Integrada Rafael Uribe Uribe¹³, fue fundada en 1948 Escuela América, en las instalaciones que ocupa el Instituto de PRO débiles auditivos, cuatro años después, fue trasladada al local donde funcionan actualmente algunas secciones de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe, bajo el nombre de “Escuela Rafael Uribe Uribe” en homenaje a uno de los hombres importantes que Antioquia. Aprobada por la ordenanza del 21 de noviembre de 1959, la Escuela Rafael Uribe Uribe, fusionó en 1978 con la “Escuela Jorge Yapes Jaramillo” y en el año de 1980 fue anexada la “Escuela Santa Teresa”.

1.4.2 Aprobaciones de los grados y grupos del plantel.

El Oficio de 6 de noviembre de 1982, la Secretaría de Educación y Cultura de Medellín, autoriza la diversificación del bachillerato en la Institución Educativa¹⁴ bajo las modalidades de ciencias naturales y ciencias humanas, con la Resolución 16392 del 27 de noviembre de 2002, en los niveles educativos, entregando diplomas y certificados de estudio.

¹² *Institución Educativa Rafael Uribe Uribe (2012), Manual de Convivencia.*

¹³ *Institución Educativa Rafael Uribe Uribe (2012), Manual de Convivencia*

¹⁴ *Institución Educativa Rafael Uribe Uribe (2012), Manual de Convivencia*

1.5 ANTECEDENTES

En esta sección se puntualizan algunos antecedentes frente a las investigaciones de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas.

Entre los aportes de investigaciones el elaborado por Mejía (2004) y titula “Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas”, donde nos muestra el impacto de la enseñanza tradicional de la factorización de expresiones polinómicas y su aparente disociación de las Calculadoras Graficadoras Algebraicas, y propone un diseño, donde [...] *implementa y analiza una propuesta de enseñanza – aprendizaje, generando un aprendizaje significativo y rescatar procedimientos y conceptos relacionados con la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas desapercibidas en la enseñanza tradicional [...]* (Mejía M, 2004, p. 10)

“Una alternativa para el procesos de enseñanza-aprendizaje de la factorización de polinomios y las fracciones algebraicas” por Torres y Gómez (1993), propuesta donde se evidencia el método heurístico para el diseño de un material didáctico, donde el estudiante construye sus propias ideas y por ende el conocimiento mediante la presentación de situaciones problemáticas concretas, quien no se presenta un análisis de los resultados y observaciones además intenta evita el método tradicional de la enseñanza de la factorización y para ello se apoyan desde los elementos aritméticos y geométricos haciendo uso del lápiz y el papel para crear situaciones que encausen a una conclusión, frente a la noción de factorización.

Siguiendo el rastreo frente a la enseñanza de la factorización en la “Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curso de álgebra” por Morales G. y Sepúlveda, L. (1997) describen, en sus palabras el objetivo de la propuesta [...] *es que los estudiantes de primer año de bachillerato logren construir ideas algebraicas a partir de construcciones de figuras geométricas rectangulares y, posteriormente, se desprendan de estas construcciones para generalizar y establecer el método de factorización propuesto y lo aplique al tipo de polinomios que usualmente aparecen en el contexto escolar del bachillerato. Se recomienda introducir este tema después de haber estudiado los contenidos de lenguaje algebraico y valor numérico de expresiones algebraicas [...]* Morales G. y Sepúlveda L. (1997) quienes justifican su propuesta, manifestando que [...] *existen*

diversos materiales para impulsar la enseñanza del álgebra: Los bloques de Dienes y Algeblocks, por mencionar algunos de ellos.

Cabe mencionar que en estos materiales se presentan los temas con ejercicios muy simples y son más recomendados para la enseñanza el nivel de secundaria [...] en el mismo documento aluden a Duval (1999) quien [...] argumenta que los conceptos se van construyendo mediante acciones que impliquen el uso de diferentes representaciones ya sea de los conceptos mismos, de los elementos asociados a ellos o de los objetos matemáticos, así como la manipulación de estas para promover una articulación coherente entre ellos y sus representaciones. De acuerdo con esta teoría, el libre tránsito entre las diferentes representaciones de los objetos matemáticos, es fundamental en la construcción de los conceptos. Aquí se presentan áreas de figuras rectangulares, de manera que el alumno pueda pensar y razonar en cómo dividirlos de tal forma que al adjuntarlos siempre formen un rectángulo o un cuadrado. Esto permite el desarrollo de cierta creatividad para resolver los ejercicios [...]

Ahora bien, si remontamos nuestro rastreo a la historia, en relación a la enseñanza de la factorización, a través de medios como antecedente, y como no lo muestra Covas y Bressan (1993) en su artículo “La enseñanza del álgebra y los modelos de área” quienes nos hablan de un modelo de área para representar cuadrados de binomios y ecuaciones cuadráticas, alcanza cierta difusión en la enseñanza escolar en los años 60 y 70, a través Dr. Zoltán Dienes, asimismo en sus artículos nos hablan de autores que estudiar la historia de un concepto es una buena forma de enseñar ese concepto, y quienes en relación a esto, Santiago Fernández¹⁵ destaca que en las orientaciones didácticas de la ESO (Educación Secundaria Obligatoria), se mencionan como aspectos destacables de la utilización de la historia de la matemática: proporcionar contextos apropiados para introducir o afianzar determinados contenidos; permitir que los estudiantes perciban la evolución temporal de las matemáticas; informar sobre cuáles han sido los modos de razonamiento matemático en el transcurso del tiempo, qué conceptos son difíciles, cuáles han servido para afianzar teorías, etc.

La prueba geométrica utilizada por Al-Khwarizmi consistía en el completamiento del cuadrado, estaba familiarizado con la geometría griega, quien construye “seis

¹⁵ Fernández, Santiago; *La historia de las matemáticas en el aula en UNO. Revista de Didáctica de las matemáticas. Barcelona. 2001. GRAO. pp. 9-10.*

formas o modelos de ecuaciones”¹⁶ como combinaciones, donde afirma Covas y Bressan (1993) que [...] *para nosotros estos seis modelos, no son sino casos particulares de la misma ecuación $Ax^2 + Bx + C = 0$. Pero hay que tener en cuenta que, dado que en la antigüedad era grande el prejuicio frente a los números negativos, Al-Khwarizmi evita este tipo de números, considerando sólo las soluciones positivas de las ecuaciones cuadráticas [...]*

¹⁶ S. Gandz (ed.), *The geometry of Al-Khwarizmi* (Berlin, 1932). Tomado del artículo *Biografía de Abu Ja'far Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi*, de J. J. O' Connor y E. F. Robertson.

1.6 ELEMENTOS A PROFUNDIZAR EN LA INVESTIGACIÓN

Para obtener una idea más completa de la investigación, en relación a la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra, se abordará desde los procesos cognitivos de la visualización, la interpretación y la representación.

1.6.1 Visualización.

[...] la visualización¹⁷ parece enfatizarse en imágenes e intuiciones físicas y acciones, e integra procesos por medio de los cuales se obtiene terminaciones, a partir de las interpretaciones y representaciones de los objetos y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones del conocimiento [...] (Duval, 1999, p. 38)

1.6.2 Interpretación.

[...] la interpretación¹⁸ proceso consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del individuo [...] (Rojas N, 2005, p. 32)

1.6.3 Representación.

[...] la representación¹⁹ se refiere a un amplio rango de actividades significativas, que son utilizadas para denotar objetos [...] (Duval, 1999, p. 38) también plantea [...] representaciones diferentes de un mismo objeto no tiene el mismo contenido, ningún sistema de representación puede reproducir una representación cuyo contenido sea completo y adecuado al objeto representado [...] y [...] argumenta

¹⁷Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Traducción al español por Myriam. Vega, realizada en la Universidad del Valle, Colombia, del original francés del mismo título publicado por P. Lang, Suiza en 1995.*

¹⁸Niño Rojas, V. M. (2005). *Competencias en la Comunicación. Hacia las prácticas del discurso. Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones.*

¹⁹Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Traducción al español por Myriam. Vega, realizada en la Universidad del Valle, Colombia, del original francés del mismo título publicado por P. Lang, Suiza en 1995.*

que los conceptos se van construyendo mediante acciones que impliquen el uso de diferentes representaciones ya sea de los conceptos mismos, de los elementos asociados a ellos o de los objetos matemáticos, así como la manipulación de estas para promover una articulación coherente entre ellos y sus representaciones [...]

2 ELEMENTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES

2.1 MARCO TEÓRICO

El estudio de la geometría de los currículos de la matemática, se había abandonado de los currículos escolares como una consecuencia de la adopción de la “matemática de hoy” una matemática que se muestra no interdisciplinaria, entre sus campos como la aritmética, el álgebra y la geometría, desde un punto de vista didáctico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido intuitivo que la geometría aviva en la matemática, esto nos lleva a tomar la referencia que implica el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes que significa: ayudar a los alumnos a representar y describir en forma racional al mundo, atendiendo tanto a nociones de ubicación y movimiento de objetos en el espacio, como al análisis de la forma de esos objetos (MEN, 1998)

Cuando se considera que el conocimiento geométrico es un componente matemático que moviliza y brinda aportes significativos al aprendizaje significativo²⁰, de los estudiantes, debiendo ocupar, entonces un lugar privilegiado dentro del currículo y considerar que la geometría como herramienta necesaria para el desarrollo de los procesos cognitivos²¹ como: la visualización, la interpretación y la representación, pues cualquier situación geométrica por elemental que sea, permite un amplio proceso de posibilidades de exploración, formulación y generalización y experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar.

²⁰El aprendizaje significativo se presentan cuando el alumno aprende un contenido cualquiera y le atribuye un significado de tal forma que este permanece más tiempo en su cerebro, siendo capaz de usarlo cuando sea necesario. Su aprendizaje **no es significativo** cuando aprende también esos contenidos de una forma memorística y es capaz de repetirlos o de utilizarlos mecánicamente sin entender absolutamente nada de lo que está diciendo o lo que está haciendo.

²¹ (MEN, 2004, p.9) Duval y otros, 1998, han llevado a reconocer que [...] el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo que pone en tensión ciertos polos del desarrollo cognitivo: Los procesos cognitivos de visualización y los procesos de justificación de carácter informal o formal; Los procesos de dar significado a los objetos y propiedades geométricas y los procesos de generalización y abstracción propios del conocimiento matemático que dan lugar a la descontextualización de dichos objetos; Los dominios empíricos de la geometría y los dominios teóricos [...]

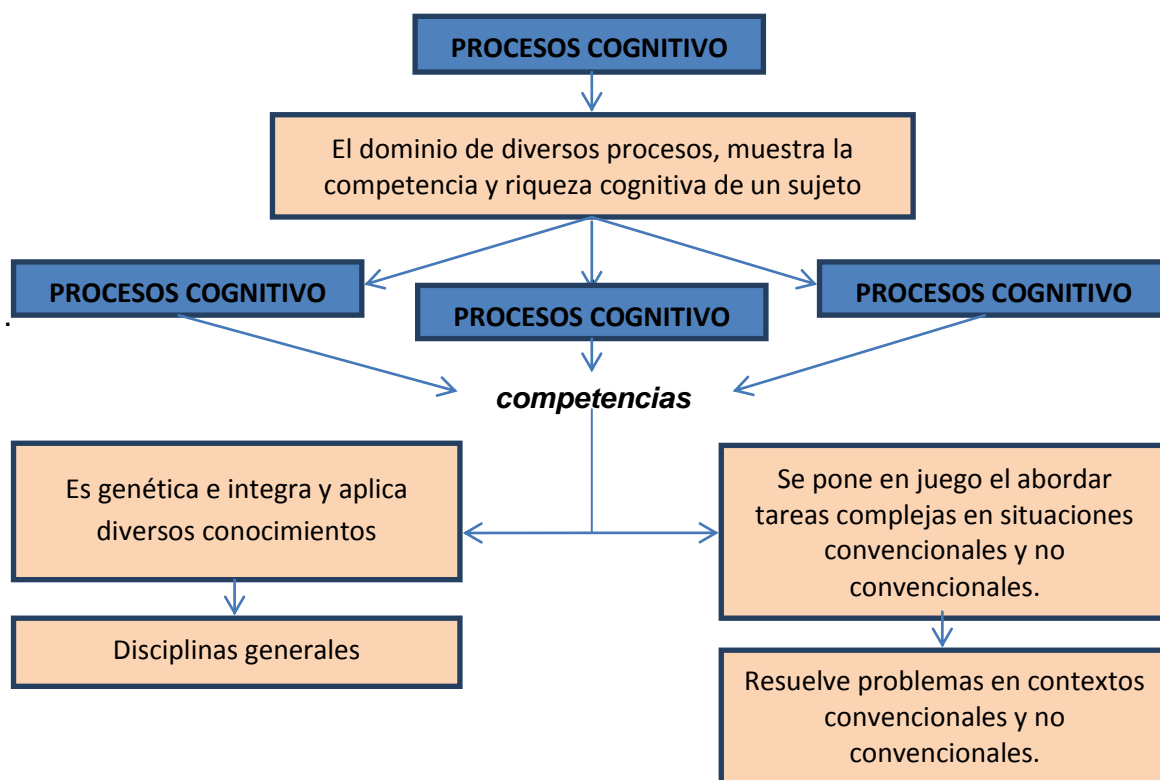


Figura 1 “Componente de la noción de competencia” Adaptación: “enseñanzas mínimas de primaria y secundaria para las competencias de matemática” por el colectivo de práctica (2012)

En el esquemas anterior (Figura 1) para la enseñanzas mínimas de primaria y secundaria para las competencias de matemática, se debe realizar siempre, buscando el significado y el sentido de los contenidos, a través de su utilidad para resolver problemas, uno de los objetivos de la enseñanza de la geometría es contribuir para que el estudiante comprenda ¡qué son! y ¡para qué sirven! los elementos y las nociones de la geometría, dejando de lado el proceso de aprendizaje memorístico y así tomar la geometría como un recursos educativo o un medio.

Cualquier medio o recurso educativo, que se utilice para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, como [...] *un medio computacional, pone a disposición de un estudiante estimulan la construcción de significados. Por eso decimos que el medio funciona como un soporte para el establecimiento de conexiones entre fragmentos de conocimiento. A partir de la experimentación, los estudiantes son capaces de articular los resultados de sus exploraciones de manera tal que estos pueden ser llevados más allá del medio computacional o*

pueden dar lugar posteriormente a nuevas versiones de un resultado que hacen clara la visibilidad del medio computacional [...] MEN, 2004, p. 35).

Los [...] Ambientes de Geometría Dinámica, (GeoGebra) que es básicamente un "procesador geométrico" y un "procesador algebraico", es decir, un compendio de matemática con software interactivo que integra herramientas de geometría, con herramientas de álgebra y cálculo [...] (Carranza, 2011 p. 10)

Percibiéndose en la educación actual que la incorporación e integración de los medios, generan en el aula, sesiones de clase más complejas que en un ambiente tradicional, donde juega un papel diverso los saberes matemáticos y los saberes instrumentales²².

Hoy en día se destacan los espacios de interacción y participación entre profesores-medios y estudiantes-medios, generándose cambios en el sistema didáctico, en particular, la gestión del profesor y el aprendizaje del estudiante, avivando la necesidad de (re)considerar los procesos de la génesis instrumental en la integración de estos ambientes de aprendizaje²³.

2.1.1 GeoGebra.

En el año 2002 salió la primera versión del programa GeoGebra²⁴, su creador y actual director del equipo es Markus Hohenwarter, quien trabaja en la Universidad Linz Johannes Kepler en Austria. Actualmente en el proyecto trabajan cerca de ocho personas de diversos países del mundo: Inglaterra, Hungría, Francia, Luxemburgo, Estados Unidos y Alemania. Además del apoyo que reciben de algunas personas de la comunidad, traductores, instituciones y proyectos asociados. Tal como su nombre lo dice GeoGebra [...] GeoGebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra. En este sentido, para la parte geométrica se puede ubicar dentro de los programas dinámicos de geometría los cuales, en general, permiten realizar construcciones geométricas, con la ventaja de poder mover los puntos de la construcción y observar sus invariantes y características.

²²*Cuando nos referimos a los saberes instrumentales, es la manipulación idónea que se tiene de los medios (software GeoGebra)*

²³*Ibid.*

²⁴*GeoGebra. Alexander Borbón, Escuela de Matemática Instituto Tecnológico de Costa Rica, (2002).Derechos Reservados©2010 Revista digital Matemática, Educación e Internet (www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/)*

Sin embargo, GeoGebra presenta características adicionales que los programas dinámicos de geometría por lo general no poseen y que lo hace especial, conforme se realizan las construcciones geométricas en una ventana se van mostrando las expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción; también permite trabajar con las funciones al poderlas graficar y manipular de una manera sencilla [...]²⁵



Figura 2 Imagen de Markus H²⁶

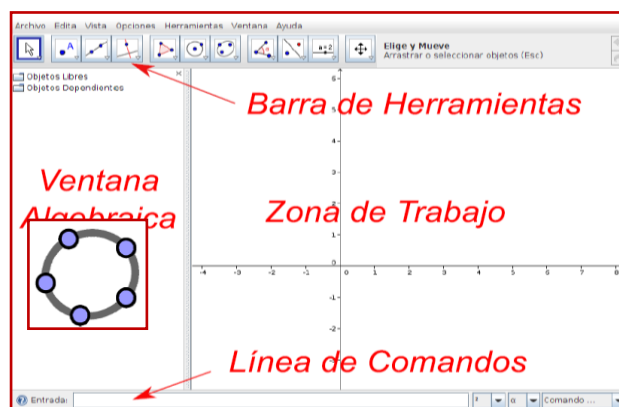


Figura 3 Pantalla del Software GeoGebra

El uso de “las nuevas tecnología constituyen un nuevo entorno para aprender matemática” (MEN, 1999, p. 26). Particularmente con el acceso a la manipulación directa, [...] la enseñanza de la geometría ofrece un interesante desarrollo hacia una nueva conceptualización de ésta, como el estudio de las propiedades invariantes de las figuras geométricas [...] (MEN, 1999, p. 31)

Construcción en el Software GeoGebra de rectángulos, que cumplan características en común, respecto a su totalidad de su área y su perímetro, un acercamiento de una expresión algebraica desde la geometría

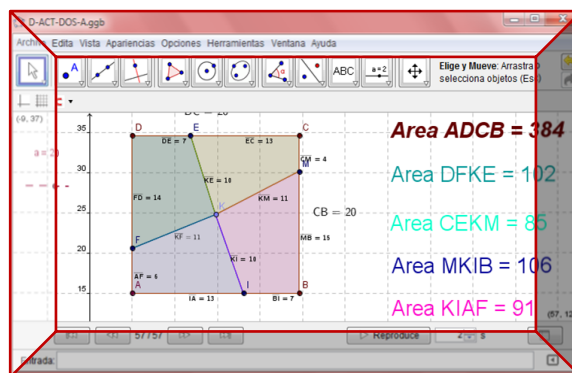


Figura 3: Toma fotografía por Impr pant, (Pet Sis, a las 16:00 p.m, 15 de junio de 2012)

²⁵GeoGebra. Alexander Borbón, Escuela de Matemática Instituto Tecnológico de Costa Rica, (2002).Derechos Reservados©2010 Revista digital Matemática, Educación e Internet (www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/)

²⁶ www.cidse.itcr.ac.cr

2.1.2 El álgebra en la historia de la civilización griega.

La información que a continuación se proporciona

[...] *El álgebra en la matemática griega suelen distinguirse en cuatro períodos: I. jónico: finales del siglo VII a.C. hasta mitad del siglo V a.C, que concierne a la formación de la matemática como ciencia independiente; II. Ateniese: entre el 450 y el 300 a.C. Período del álgebra geométrica. El centro de la actividad matemática se hallaba en Atenas; III. Helenístico: desde mediados del siglo IV hasta mediados del siglo II. Período de mayor esplendor; IV. Alejandrino: también se menciona, a veces, este período en la época en que Alejandría era el foco principal [...] ²⁷ en [...] La escuela pitagórica incorpora resultados de la tradición babilónica aritmético algebraica. La primera finalidad de esta secta era religiosa pero secundariamente, el desarrollo matemático que de ella se derivó fue enorme [...] ²⁸ agregando que [...] La época del álgebra geométrica. Trata los problemas algebraicos con la ayuda de construcciones geométricas. El núcleo los constituye el método de anexión de áreas cuya finalidad básica era resolver ecuaciones. Este método se puede usar para resolver ecuaciones lineales y no lineales. En los Elementos de Euclides se tratan diversas ecuaciones cuadráticas según los métodos del álgebra geométrica. También Teodoro de Cirene, Teeteto y Eudoxo de Cnido, consolidan esta álgebra geométrica [...] ²⁹*

2.1.2 La geometría en la historia.

[...] *El origen de la Geometría coincide con el origen de la humanidad, el pensamiento pre-científico apoyado sobre el monoteísmo naturalista de Amenhotep IV funda en el siglo XIV aC culto a la nueva imagen del Dios Ra, representado con un círculo dorado. La abstracción del pensamiento mágico representa el primer acercamiento -informal e intuitivo- a la Geometría. Anteriormente, en el siglo XXVII a.C., el emperador chino Hoang-Ti mandó construir un observatorio astronómico con el fin principal de corregir el calendario[...] ³⁰*

²⁷<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematica/14/historia.html>

²⁸<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematica/14/historia.html>

²⁹<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematica/14/historia.html>

³⁰<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematica/14/historia.html>

[...] *Las primeras civilizaciones mediterráneas adquieren poco a poco conocimientos geométricos de carácter muy práctico basados en fórmulas -mejor dicho, algoritmos expresados en forma de recetario-, para calcular áreas y longitudes, su finalidad era práctica al pretender con ello calcular la producción proporcional de las parcelas de tierra para determinar los impuestos, o reconstruir las parcelas de tierra después de las inundaciones [...]*³¹

[...] *El conocimiento geométrico tanto de egipcios como de las culturas mesopotámicas pasa íntegramente a la cultura griega a través de Tales de Mileto, la secta de los pitagóricos, y esencialmente de Euclides. Las primeras civilizaciones mediterráneas adquieren poco a poco conocimientos geométricos de carácter muy práctico basados en fórmulas -mejor dicho, algoritmos expresados en forma de recetario-, para calcular áreas y longitudes. La finalidad era práctica al pretender con ello calcular la producción proporcional de las parcelas de tierra para determinar los impuestos, o reconstruir las parcelas de tierra después de las inundaciones. El conocimiento geométrico tanto de egipcios como de las culturas mesopotámicas pasa íntegramente a la cultura griega a través de Tales de Mileto, la secta de los pitagóricos, y esencialmente de Euclides. Geometría (del griego geo, “tierra”; metrein, “medir”) [...]*³²

³¹ <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematica/14/historia.html>

³² <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematica/14/historia.html>

2.2 MARCO CONCEPTUAL

Reconocer a [...] la *geometría como herramienta que facilita la comprensión del álgebra* [...] (Niño, R. 2005, p. 37) y al álgebra como [...] *una forma de mejorar la comprensión de lo geométrico* [...] (Niño, R 2005, p. 37) hacen ver que entre las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas, tiene que ver con los procesos algunos procesos como: la visualización, la interpretación y la representación en los enunciados de problemas referidos a este campo del saber, en pocas ocasiones los estudiantes recurren a las asesorías en buscar apoyo, al momento de traducir un problema dado en un lenguaje matemático, respecto a su simbolización aritmética o algebraica y a su representación geométrica, para su posterior resolución.

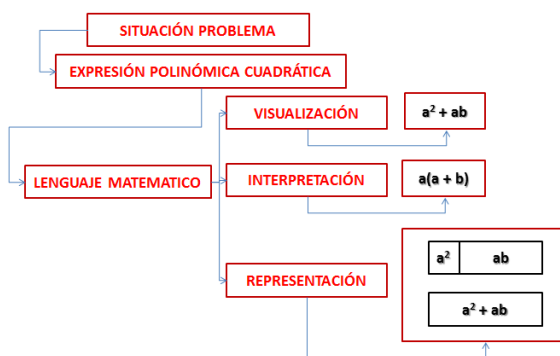


Figura 5 Adaptación, “Desarrollo de una situación problema” (Niño, R, 2005, p. 37)

Es allí cuando los docentes advierten diferentes inconvenientes para la orientación de dichos estudiantes, en tanto que carecen de estrategias³³ y de medios (herramientas informáticas)³⁴ estas como instrumentos de mediación para el desarrollo de las actividades cognitivas orientadas al aprendizaje, para ello, optar por disponer de su propia visualización, interpretación, y representación, dejando al estudiante desprovisto de toda posibilidad de hacer sus propias construcciones a la temática, conduciendo en algunos casos una consecuencia al fracaso en el aprendizaje.

³³ Cuando se habla de estrategias, se habla del quehacer matemático, es decir “Cuando el estudiante, hace de manera adecuada el uso de sus saberes, como habilidades y aptitudes para enfrentar la solución de una situación problema” construcción que se ha hecho en el transcurso de la investigación.

³⁴ Cuando se habla de herramientas informáticas para el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas, se habla de los medios como los AGD (GeoGebra)

Al efectuar la revisión de diferentes libros de textos del álgebra y otros textos, se encuentran diversas definiciones del término de factorización de expresiones algebraicas. Algunas de estas definiciones son las siguientes:

Estas definiciones fue tomada de la tesis de (Mejía, M 2004) quien cita a:

(Bedoya y Londoño, 1995, p.138) [...] *es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica [...]*

(Barnett y Uribe, 1988, p. 83; Bellman y et al. 2000, p. 471) [...] *es la operación inversa a la multiplicación [...]*

(Camargo y et al. 2002, p. 139) [...] *es convertir la expresión algebraica al producto de otras expresiones algebraicas [...]*

(Barnett, 1978, p. 43) [...] *es el proceso inverso de la multiplicación, en donde se dice que un polinomio está completamente factorizado cuando está escrito como el producto de sus factores primos [...]*

Orientados el grupo de investigadores de la presente tesis, al rastreo en relación a las distintas definiciones halladas en tesis ya mencionadas en el apartado 1.5, y al afirmarse que la factorización es sólo hallar un producto de factores irreducibles, se descarta entonces, la posibilidad de expresiones de equivalencias con otras factorizaciones de factores no primos. A partir de lo dicho, nos lleva a tomar la postura de (Mejía, 2004, p.48) quien dice que [...] *convertir una expresión en forma de producto de otras expresiones algebraicas o considerarla sólo como el proceso inverso de la multiplicación [...]* esto no nos responde a una definición de factorización completa. De donde, es de gran necesidad hacer referencia a una definición que implique una noción más acertada en relación factorizaciones tanto de factores primos y no primos, por ende la elaboración de este trabajo, se propone en explorar y experimentar, un trabajo de investigación que emancipe el concepto del algoritmo de la factorización estructurado desde un punto de vista geométrico y aritmético que proporcione una interpretación del mismo mas explicativo [...] como un algoritmo que describe las invariantes que forman una clase determinada por figuras con características comunes para el cálculo de su perímetro y área [...] Ideas construidas por el colectivo de práctica, (2012), sin dejar de lado el exhausto rastreo de la definición del algoritmo de la factorización [...] *como el proceso inverso de la multiplicación, donde se dice que un polinomio está completamente factorizado cuando está escrito como el producto de sus factores primos [...]* en palabras de (Barnett R,1978 p. 43), lo cual a su vez, depende del conjunto numérico que se esté abordando.

Partiendo de modo distanciado en que usualmente lo aritmético, lo algébrico y lo geométrico conviven en las Instituciones, se pretende mostrar un trabajo desde los procesos cognitivos de la visualización, la interpretación y la representación ligados a los elementos de la geometría. Desde lo que se ha construido frente a la noción de representación, la entenderemos como una configuración que un individuo, hace a un objeto matemático, esto es, que ningún individuo puede representar una realidad por otro, estos son en principio accesibles a la observación como la visualización, desde luego la representaciones como pertenecientes a los sistemas estructurados, y la interpretación de sus relaciones representadas, no son “objetivas” o “absolutas” pero si dependen de las representaciones individual.

2.2.1 Medios didácticos y recursos educativos.

Para (Marqués, P, 2000) [...] *cualquier material puede utilizarse, en determinadas circunstancias, como recurso para facilitar procesos de enseñanza y aprendizaje (por ejemplo, con unas piedras podemos trabajar las nociones de mayor y menor con los alumnos de preescolar), pero considerando que no todos los materiales que se utilizan en educación han sido creados con una intencionalidad didáctica, distinguimos los conceptos de medio didáctico y recurso educativo*[...] ³⁵

2.2.1.1 Medio didáctico.

Para (Marqués, P, 2000) [...] *es cualquier material elaborado con la intención de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por ejemplo un libro de texto o un programa multimedia que permite hacer prácticas de formulación química* [...] ³⁶

2.2.1.2 Recurso educativo.

Para (Marqués, P, 2000) [...] *es cualquier material que en un contexto educativo determinado, sea utilizado con una finalidad didáctica o para facilitar el desarrollo de las actividades formativas* [...] ³⁷

³⁵ (MARQUÈS, P, 2000). *Funciones, ventajas e inconvenientes de las TIC en educación. Formas básicas de uso.* <http://cursoformaciondeformadores.jimdo.com/recursos-y-medios-didacticos/>

³⁶ (MARQUÈS, P, 2000). *Funciones, ventajas e inconvenientes de las TIC en educación. Formas básicas de uso.* <http://cursoformaciondeformadores.jimdo.com/recursos-y-medios-didacticos/>

2.2.2 Funciones de los medios didácticos.

Según como se utilicen en los procesos de enseñanza y aprendizaje, para (Marqués, P, 2000) [...] *los medios didácticos y los recursos educativos en general pueden realizar diversas funciones; entre ellas destacamos como más habituales las siguientes: Guiar los aprendizajes de los estudiantes significativamente, ayudan a organizar la información, a relacionar conocimientos, a crear nuevos conocimientos y aplicarlos; La corrección de los errores de los estudiantes a veces se realiza de manera explícita (como en el caso de los materiales multimedia que tutorizan las actuaciones de los usuarios) y en otros casos resulta implícita ya que es el propio estudiante quien se da cuenta de sus errores; Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación [...]*³⁸

2.2.3 Ventajas de los medios didácticos.

Para (Marqués, P, 2000) [...] *los mediadores didácticos, ofrece posibilidades y oportunidades de utilización en el desarrollo de las actividades de enseñanza y aprendizaje, en función del contexto, le pueden ofrecer ventajas significativas en la enseñanza y el aprendizaje. Consideremos como ventajas, determinadas por sus elementos estructurales: Permite que el estudiante con ejercicios de aplicación logren hacer una estructuración de la nueva información con los saberes previos que se tenían, incluso tratando el mismo tema, este material puede estar más estructurado [...]*³⁹

³⁷ (MARQUÈS, P, 2000). Funciones, ventajas e inconvenientes de las TIC en educación. Formas básicas de uso.<http://cursoformaciondeformadores.jimdo.com/recursos-y-medios-didacticos/>

³⁸ (MARQUÈS, P, 2000). Funciones, ventajas e inconvenientes de las TIC en educación. Formas básicas de uso.<http://cursoformaciondeformadores.jimdo.com/recursos-y-medios-didacticos/>

³⁹ (MARQUÈS, P, 2000). Funciones, ventajas e inconvenientes de las TIC en educación. Formas básicas de uso.<http://cursoformaciondeformadores.jimdo.com/recursos-y-medios-didacticos/>

2.2.4 Aproximaciones conceptuales.

Se hace referencia a estas aproximaciones, a razón que los estudiantes, para el desarrollo de la investigación deberán tener estos saberes previos.

2.2.4.1 Aproximación de perímetro.

Se entenderá por perímetro medida del borde de un polígono bajo una unidad, y que como tal, tiene una base que es la magnitud longitud, ésta a su vez se entiende informalmente como afirma (Olmo 1993, p. 19) *cuando dice que es aquella [...] cualidad de largura o extensión del principio al fin o de un extremo a otro en el campo del espacio (ocupado) [...] distinto a lo que es la distancia cuya base es el espacio vacío.*

2.2.4.2 Aproximación área.

Entenderemos por área como la medida de una cantidad de superficie o extensión bajo una unidad. Así, cuando se hable de hallar el área de la baldosa del salón, se entenderá que se trata de encontrar dicha medida con una unidad dada, dicha unidad, al reproducirla por toda la extensión a medir, supone visualmente un recubrimiento, este recubrimiento, según (Olmo 1993, p. 21) [...] *es un medio conveniente para expresar el tamaño de una región [...]*

2.2.4.3 Aproximación medida.

Es el proceso de medir, es el eje regulador de la construcción, manejo y comprensión de las magnitudes, en este sentido es fundamental en el contexto escolar cuidar el trabajo con las medidas pues como afirma (Olmo 1993, p. 23) [...] *la medición aporta situaciones reales para ejercitar el cálculo a la vez que lo conecta a la vida real y los prepara para enfrentarse con éxito a determinadas profesiones y a la vida diaria [...]*

2.2.5 Unidad didáctica.

Es [...] *una programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos. Constituyen la concreción de las directrices curriculares y didácticas centradas en un grupo de estudiantes en un contexto determinado en relación a un contenido matemático [...]* (Bedoya, 2002, p. 87). De otro modo (Gómez, 2002, p. 7)[...] *Cada una de las actividades de aprendizaje se planifica en secuencia, incluyéndose la evaluación, para facilitar a los alumnos construir el conocimiento matemático [...]*

2.2.6 Diseño de la unidad didáctica.

Tomaremos, la propuesta dada por (Bedoya, 2002, p. 55) [...] *selección y organización de los contenidos; el desarrollo y control de los procesos de enseñanza; la observación y seguimiento de los procesos de construcción, la adquisición del conocimiento, la modificación y evolución de los esquemas o estructuras cognitivas, y la asignación y comprensión de significados por parte de los alumnos; requiriéndose también, el análisis, valoración y evaluación de todos los procesos anteriores, logros y resultados y al tratamiento de los errores y dificultades [...]* en el mismo sentido agrega (Bedoya, 2002, p. 55) el papel del profesor que [...] *aplique sus conocimientos didácticos y reflexione en torno al conocimiento matemático escolar y sus efectos de ser enseñado y aprendido [...]* una propuesta de unidad didáctica construida, a partir, de los aspectos mencionados de la visualización, interpretación y representación.

3 ESTRUCTURA DE LA INVESTIGACIÓN (METODOLOGÍA - MÉTODO – ANALISIS DE DATOS DE LA INVESTIGACIÓN)

Se mostrará los aspectos concernientes a la metodología y el método de la investigación, y por último el análisis de la unidad didáctica

3.1 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

En términos generales de la investigación, se centró en el paradigma⁴⁰ del método mixto⁴¹, su estructura como estudio mixto, es que recolecta, analiza e interpreta y reporta datos cualitativo y cuantitativo, de tal manera que los métodos o aproximaciones sean “mutuamente iluminadores”; para lo cual se requiere una “auténtica o genuina integración”, esto significa que ambas ramas se encuentren relacionadas de manera significativa, sin embargo la investigación se enfocará más al cualitativo, donde se emerge la descripción de los procesos sistemáticos, experimentales y exploratorios en su esfuerzo por generar conocimientos, partiendo de los aspectos y del objeto de estudio de la investigación, Esto significa que la investigación cualitativa [...] más que explicativa es comprensiva-interpretativa y contextualizada, es decir, es constructora de sentido más que verificadora de hipótesis, por cuanto se mueve en el escenario social y cultural, concreto en que transcurre, los eventos, las relaciones y los acontecimientos, los participantes [...] (Grinnell, 1997) y desde el enfoque cuantitativo, [...] *el cual establece un proceso de recolección de datos, para probar una hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías* [...] (Grinnell, 1997) en relación a lo anterior, la técnica e instrumento que se abordara desde el enfoque cuantitativo, para (Grinnell, 1997) [...] *es el uso de los componente numéricos que se describan en los datos cualitativos, donde se incluyen tablas y gráficas para una mejor apreciación* [...] se afirma que ambos enfoques son considerados de forma, de hacer ciencia y producir conocimiento.

⁴⁰ Algunos autores lo considera paradigmas, otros no. Por ahora, esta discusión se dejará de lado.

⁴¹ Grinnell (1997) [...] *Métodos mixtos son una estrategia de investigación o metodología con la cual el investigador o la investigadora recolecta, analiza y mezcla (integra o conecta) datos cuantitativos y cualitativos en un único estudio* [...]

3.2 MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

Para lograr el propósito de la investigación, frente a la interpretación de la factorización, por medio de los procesos cognitivo, la visualización, la interpretación y la representación, mediante el uso de AGD, enfocado al método de estudio de caso⁴², para poder hacer un seguimiento muy cercano al objeto de estudio, que permita arrojar un conocimiento detallado de los resultados, y así habla de un estudio de caso, intensivo y exhausto sobre una persona, un grupo o una institución o una pequeña comunidad, el cual requiere abordar un sistema limitante para conocer característica que denotan la probabilidad que existe el método, su finalidad principal es aumentar la comprensión sobre la experiencia y la existencia humana basándose en la intensidad, la profundidad y el detalle, además tiene la calidad de innegable dado que no son hipotéticos sino que se refieren a lo que está sucediendo, asimismo es un método que fundamenta la credibilidad en la capacidad sobre la comprensión total y plena de las experiencias de la unidad [...] *el estudio de caso de tipo cualitativo, tiene como objeto documentar una experiencia o evento en profundidad o entender un fenómeno, desde la perspectiva de quienes lo vivieron, asimismo el estudio de caso, el estudio no parte de hipótesis, ni de concepciones preestablecidas, sino que se generan conforme se recolectan y analizan los datos [...]* (Sampieri, y otros, 1998, p. 287) desde el estudio casos de tipo cuantitativo [...] *los resultados, éstos son los productos del análisis de los datos cualitativos, normalmente resumen los datos recolectados y el tratamiento estadístico que se les practica, aunque cuando no se aplican análisis estadísticos o cuantitativos, los resultados pueden ser frases o afirmaciones que resuman la información [...]* (Sampieri, y otros, 1998, p. 289)

3.3 ANÁLISIS DE DATOS DE LA INVESTIGACIÓN

El propósito de este estudio es identificar la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra, análisis que se centró en los siguientes aspectos la **visualización**, se enfatizó en el análisis de las imágenes e intuiciones físicas y su potencial heurístico, la **interpretación**, se resaltó en los procesos de justificación propia de la actividad algebraica y la **representación**, se destacó en el papel que juega las construcciones geométricas en el desarrollo del conocimiento

⁴² [...] *Puede ser exploratorio se dirige a definir las preguntas o determinar la viabilidad de los procedimientos deseados de la investigación; descriptivo presenta una descripción completa de un fenómeno dentro de su contexto y explicativo presenta los datos concernientes a las relaciones de causa-efecto [...]* Hernández S (2010)

geométrico. Desde el punto de vista matemático, lo relevante para construir conceptos, desde los elementos geométricos, es la identificación de estos elementos constitutivos⁴³ de las figuras y las relaciones que se movilizan con el álgebra, aquí se unifica el esquema de imágenes prototípicas, pues la orientación o tamaño de las formas dejan de ser relevantes, para considerar un primer plano de relaciones entre los elementos constitutivos.

3.3.1 Categorización de los aspectos.

A partir de diversos textos e investigaciones y propuesta en educación matemática, El colectivo de práctica, cree que son los más relevantes para la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra, en relación a los procesos cognitivos,

3.3.1.1 Aspecto de la visualización (A-V).

- A.V.1** Visualizar una expresión aritmética, algebraica y geométrica frente al lenguaje natural.
- A.V.2** Visualizar una expresión aritmética, algebraica y geométrica frente al lenguaje simbólico.
- A.V.3** Visualizar una expresión aritmética y algebraica frente a la representación geométrica.
- A.V.4** Visualizar expresiones algebraicas y geométricas en relación a sus representaciones.

3.3.1.2 Aspecto de la Interpretación (A.I).

- A.I.1** Interpretar la correspondencia entre la representación algebraica y geométrica.
- A.I.2** Interpretar las operaciones que intervienen en las expresiones polinómicas y geométrica.
- A.I.3** Interpretar en las expresiones polinómicas algebraicas cuadráticas la existencia de otra expresión desde la representación geométrica.
- A.I.4** Interpretar la representación de una figura geométrica rectilínea en una expresión polinómica algebraica cuadrática.

3.3.1.3 Aspecto de la representación (A.R).

- A.R.1** Representar y manipular cada término de una expresión algebraica, dentro de la representación geométrica.
- A.R.2** Representar y operar en una expresión algebraica, a partir de su representación geométrica.
- A.R.3** Representar y transformar una representación geométrica, (rectángulo-cuadrado), a través del método de Factorizar una expresión algebraica cuadrática geoméricamente.
- A.R.4** Representar y transformar una expresión polinómica algebraica cuadrática, a través del método de Factorizar una expresión algebraica cuadrática geoméricamente de una figura plana.

⁴³ Se entenderá por elementos constitutivos, (Elementos que conforman las figuras geométricas rectilíneas)

3.3.1 Análisis Cualitativo.

En el análisis cualitativo de la unidad didáctica, se describe de manera narrativa las actuaciones de los estudiantes, frente al objeto de estudio, la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra, en relación a los procesos cognitivos (visualización, interpretación y representación), los datos cualitativos pueden tomar diferentes formas, tales como la narración que hacen las personas sobre sus experiencias de interpretar, visualizar y representar cualquier situación problemas, a partir de lo anterior describiremos los casos a analizar, documentando la experiencia de quienes han participado del trabajo de investigación.

3.3.2 Análisis Cuantitativo.

Para el análisis cuantitativo, se procedió de la siguiente manera: Inicialmente se calificaron valoraron las unidades, a partir de la valoración de los aspectos y sus categorías como se describen en el apartado 3.3; luego se delimitó qué ejercicios correspondían a cada categoría, posteriormente se contabilizó cuántos aciertos había en cada unidad didáctica, respecto a las descripciones cualitativas referenciadas por los procesos cognitivos la visualización, la interpretación y la representación.

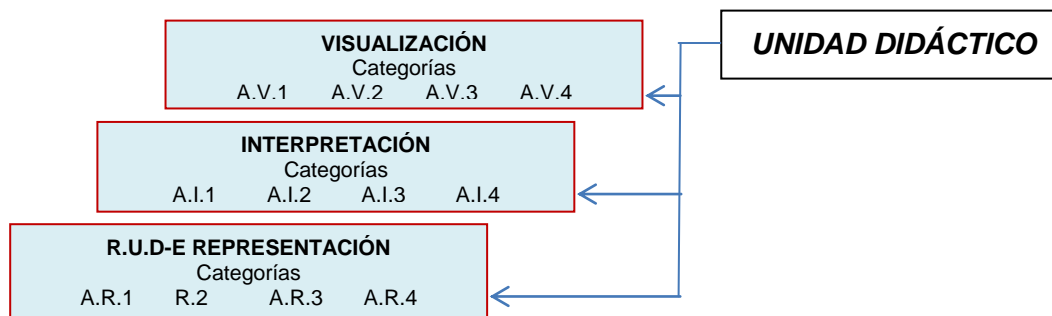


Figura 6: Esquema de la estructura de la unidad didáctica, (Colectivo de práctica 2012)

3.3.3 Análisis de las componentes de la unidad didáctica.

Cada pregunta subraya el análisis de la interpretación de la factorización, mediante el uso del GeoGebra, relacionado con los aspectos de la investigación la visualización, la interpretación y la representación, según lo descrito en el marco teórico, a continuación se presenta el análisis hecho a cada componente de la Unidad Didáctica.

3.3.3.1 Unidad didáctica (Actividades).

1. Halla el perímetro y el área de cada figura plana con el software GeoGebra. Completa la tabla A. En este componente de la unidad didáctica, se requiere la visualización y la manipulación, de conceptos, operaciones básicas de la matemática, y algunos elementos básicos de la geometría, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2			A.I.1	A.I.2			A.R.1	A.R.2		

2. Identifique las figuras, que determinen características comunes. Completa la tabla B. En este siguiente componente de la unidad didáctica, se requiere de aplicaciones que doten de sentido de interpretación aritmética y la geométrica, donde identifica la expresión y reconoce el papel de la geometría en la aritmética, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2			A.I.1	A.I.2			A.R.1	A.R.2		

3. Hallar el perímetro y el área de cada figura plana, respecto a la unidad de medida, teniendo presente los datos de la Tabla A. Completa la Tabla C. En este siguiente componente de la unidad didáctica, la Interpretación de una representación algebraica desde la geometría juega un papel de reconocimiento constante arbitraria e intuitivo, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.3	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4

4. Mueva el deslizador a , y los puntos E , M , I , F y K , determine con sus compañeros las áreas internas, identifique y construya la expresión general, para cada rectángulo. Completa la tabla D, en esta parte de la unidad didáctica, para darle sentido e interpretación a la representación geométrica, ya que si se identifica la expresión con su significado, se establecerá una correspondencia entre la representación geométrica y algebraica, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2			A.I.1	A.I.2			A.R.1	A.R.2		

5. Mueva el deslizador a , moviendo los puntos E , M , I , F y K . determine las cuatro área, identifique y construya las expresiones algebraicas internas del rectángulo, determine los lados del rectángulo y construya su expresión general para cada rectángulo. Completa la tabla E, en esta parte de la unidad didáctica, corresponde a la manipulación e interpretación e identificación de general las expresiones halladas desde la geometría, determinando las equivalencias geométricas y algebraicas, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
		A.V.3	A.V.4			A.I.3	A.I.4			A.R.3	A.R.4

6. Mueva el deslizador a , moviendo los puntos E , M , I , F y K , determine sus áreas internas, identifique y construya su representación algebraica como expresión general. Completa la tabla F , en esta parte de la unidad didáctica, identificar los elementos de la expresión algebraica, frente a la geométrica, y papel que juega los términos dependientes e independientes de la representación geométrica respecto al área y al perímetro, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4

7. Mueva los puntos A , B , F , G y el deslizador c , construya rectángulos que representen una clase de rectángulos con características comunes, completa la tabla G , dado su perímetro de $36u$, $28u$, $46u$, reconociendo en la expresión resultante como una expresión algebraica cuadrática. Completa la tabla G , en esta parte de la unidad didáctica, la interpretación y la manipulación de la expresión algebraica desde la geometría permite establecer procesos de generalización respecto a sus representaciones, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4

8. Mueva los deslizadores c , a , b , t , construya los rectángulos que representen una clase de rectángulos, reconociendo en la expresión resultante una expresión algebraica factorizable. Completa la tabla H , en esta parte de la unidad didáctica, establecer el reconocimiento dentro del contexto geométrico, modela sus construcciones conceptuales, dando paso a la interpretación del algebra desde la geometría, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4

9. Mueva los deslizadores a , b , t y construya una clase de rectángulo que cumplan características comunes, determinando su expresión algebraica general de sus lados, reconociendo en la expresión resultante una expresión algebraica factorizable. Completa la tabla I , en esta parte de la unidad didáctica, reconocer el significado del parámetro en el contexto geométrico o algebraico difiere ya de un proceso significativo de la interpretación del algoritmo de la factorización, reconociendo su simbolización algebraica como una representación geométrica, llegado a determinar su simbolización y representación, adicionando las categorías de análisis de la unidad didáctica.

VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4

3.4. Población y muestra

3.4.1 Población.

Se tomó como población el total de los estudiantes matriculados en el grado de (8º)A – (8º)B – (8º)-C y (8º)D, para el año electivo del 2012 de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe Medellín-Colombia la totalidad de los estudiantes es de 150 estudiantes. Los resultados de los estudiantes de los grados (8º) mencionados cubiertos para desarrollo de la unidad didáctica que corresponde a tres actividades de clase, en relación al objeto de estudio de la investigación, se utilizaron frecuentemente para la confrontación de resultados y el desarrollo de la investigación, que fueron la base de las conclusiones de la investigación.

3.4.2 Muestra.

La muestra fue de 40 unidades didácticas, las cuales están construidas por tres actividades, 10 unidades didácticas para los (8º)A – (8º)B – (8º)-C y (8º)D, los criterios de la unidad didáctica son a partir de los enunciados en los apartados 2.2.1 y 3.3

3.4.3 Instrumentos de recogida de datos.

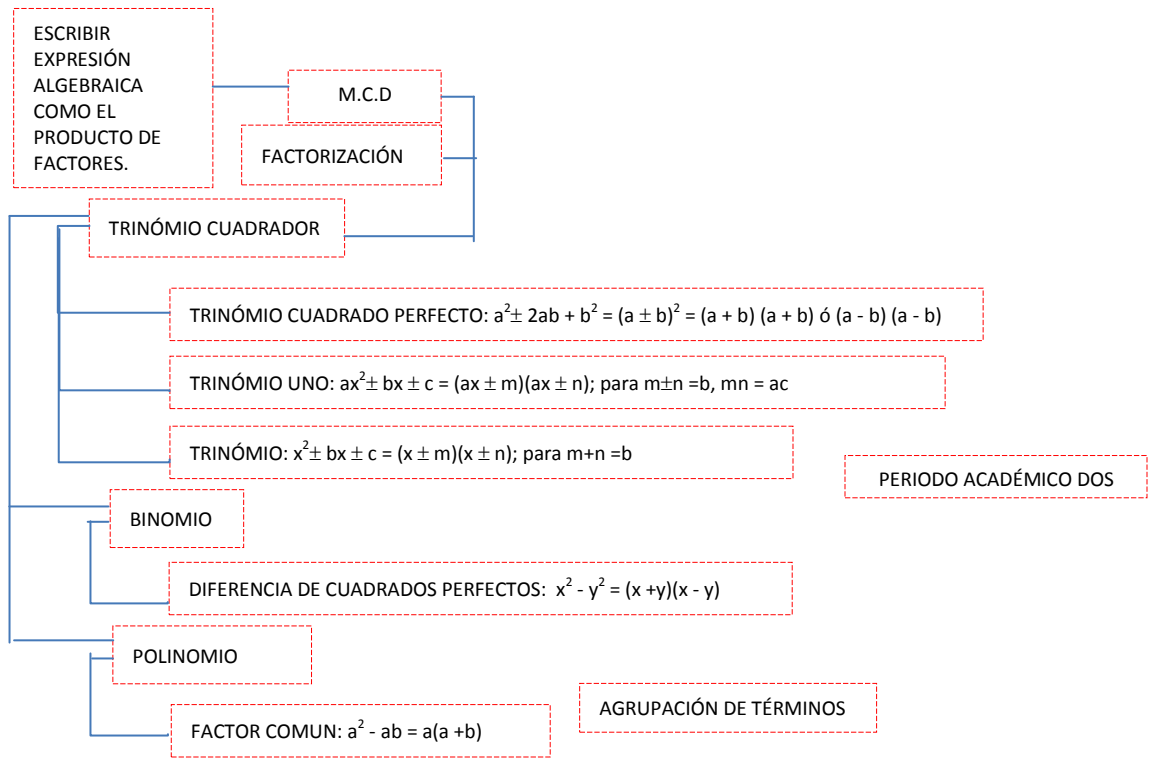
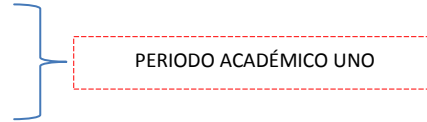
Se utilizaron registros escritos como:

- a. Hojas de trabajo (unidad didáctica realizada por los estudiantes) (ver anexo C-D-E-F-G-H). En los que se muestra la unidad didáctica y sus actividades a desarrollar.
- b. Tablas de registros de datos. (Ver anexos)

3.5 Plan de área de octavo 2012

El plan de Área de matemáticas del grado (8º) de la Institución Educativas Rafael Uribe Uribe, se divide en tres asignaturas: álgebra, geometría y estadística. Se divide en ocho (8) unidades⁴⁴, especificándose para cada uno de los contenidos sus estándares, logros y desempeños. El orden de las unidades determina el orden de su puesta en práctica.

1. Sistemas de los números reales
2. Operaciones con números reales.
3. Ecuaciones e inecuaciones.
4. Factorización.



5. Fracciones algebraicas.
6. Funciones.
7. Geometría.
8. Estadística.

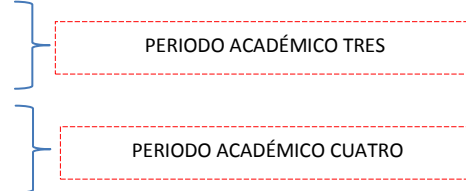


Figura 7 Plan de área 2012, grado (8º) bachillerato

⁴⁴ Libro de guía de la docente: MATEMÁTICA PARA PENSAR, Grupo Editorial Norma, (2012)

3.6 Proceso de los estudiantes

La unidad didáctica busca en el estudiante el alcance de la Interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra, apoyados en el desarrollo de la investigación el colectivo de práctica (2012) manifiestan [...] *los procesos de la visualización, la interpretación, el razonamiento, y la construcción del conocimiento, la representación son procesos integrales [...]*

La unidad didáctica tiene como objetivo evidenciar e identificar de manera exploratoria y experimental la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra, en relación a los aspectos de la investigación desde la visualización, la interpretación y la representación.

El método⁴⁵ a utilizar para descomponer una expresión algebraica polinómica cuadrática se dará a partir del siguiente razonamiento geométrico.

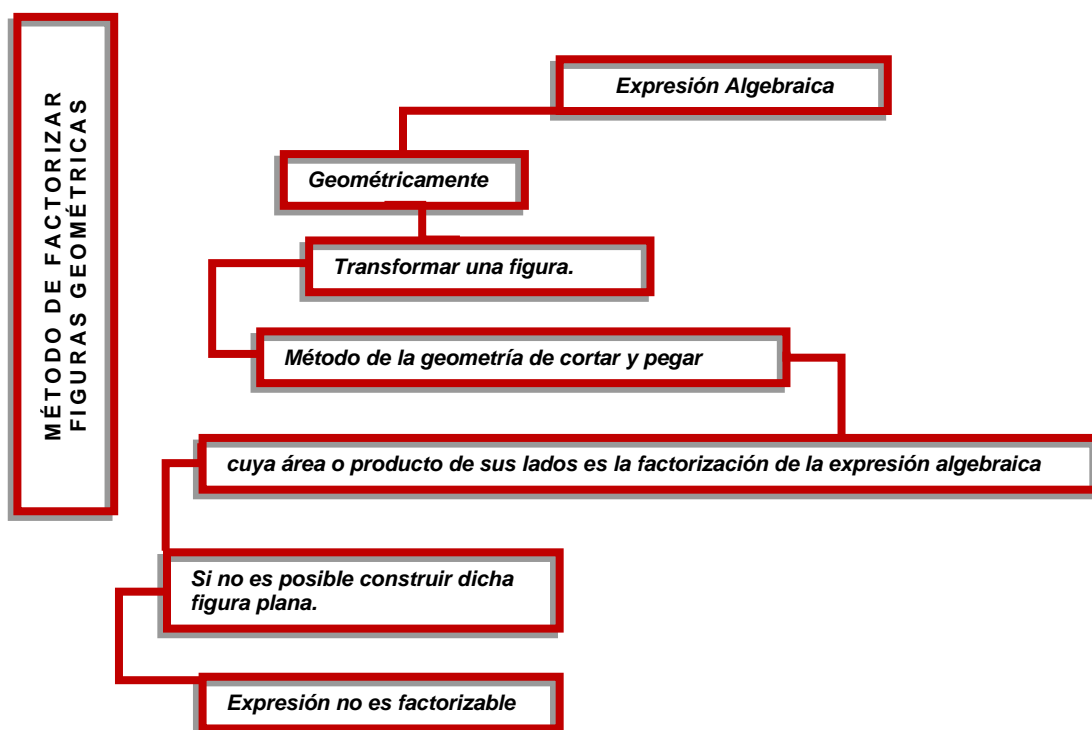


Figura 8 Esquema del método de factorizar figuras geométricas⁴⁶

⁴⁵ Los procesos aritméticos, algebraicos se ligan a este modelo de descomponer expresiones polinómicas algebraica. Idea construida por el colectivo de práctica docente (2012)

⁴⁶ Idea construida por el colectivo de práctica docente (2012)

3.7 Momentos de la investigación

En un primer momento se brinda la inducción respecto a la intención y al propósito de la investigación, dentro del aprendizaje de la matemática, lo relevante en la investigación, el tiempo de la cada actividad de la unidad didáctica (no excede más de 40 minutos, el resto de la sesión se realizará para correcciones y dudas), se aclara que el desarrollo de la unidad didáctica, se presenta en un contexto algebraico y geométrico, esta distinción permitirá observar si diversos contextos influyen en el alcance de la investigación.

En un segundo momento se realiza una capacitación sobre la manipulación del software GeoGebra, mostrando a los grupos las funciones y ventajas del software, respecto al aprendizaje de la matemática, se organiza el espacio, luego se instala y se prepara los medios didácticos (Portátil-GeoGebra), luego los grupos realizan grupalmente construcciones de rectángulos y cuadrados, determinando el área y el perímetro respectivo.

En el tercer momento se les solicita a los grupos (8º)A - (8º)B - (8º)C - (8º)D, conformar los sub-grupos de trabajos, cuatro (4) estudiantes a cinco (5) estudiantes, con el objeto que él los (8º)A - (8º)B - (8º)C - (8º)D, formaran diez (10) subgrupos para (8º)A - diez (10) subgrupos para (8º)B - diez (10) subgrupos para (8º)C - diez (10) subgrupos para (8º)D, con sus unidades didácticas respectivamente.

Luego el profesor de apoyo (investigador) realizó la aclaración de la unidad didáctica: quien les manifestó: La unidad didáctica está estructurada en tres actividades que les permitirá construir la noción del algoritmo de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas en el conjunto de los números enteros, desde la mirada de la geometría, mediado por un AGD, (Ambientes de Geometría Dinámico) uno de ellos es el software GeoGebra, que básicamente interactúa un procesador estructurado matemáticamente desde lo algebraico y geométrico, en ese instantes a los estudiantes se les dice, que interactúen con el software GeoGebra, realizando construcciones que ellos deseen, y a las mismas, reconocer los elementos geométricos que la componen, como los lados, el perímetros el área entre otros.

El manejo básico del programa GeoGebra como herramienta principal, fue orientado días de clases anteriores antes de iniciar el desarrollo de la unidad didáctica, trabajo que lleva a la investigación arrojar mejores resultados frente al

objeto de estudio de la investigación, dentro de ese proceso se enseñó a descargar este programa libre y se direccionó a aprender su manejo a través del desarrollo de un Manual oficial de la versión 3.2 de GeoGebra⁴⁷, en la que se utiliza una metodología didáctica basada en la visualización, interpretación y representación con explicaciones organizadas, claras, sencillas y de aplicación inmediata, esto permitió la inmediatez de la aplicación de los comandos desarrollados, ya que una vez explicados pueden ser llevados a la práctica mediante su ejecución desde el mismo fichero en el que se desarrolla el aprendizaje, consiguiendo de esta forma una enseñanza formativa y motivadora, y que al mismo tiempo genera el anclaje de los conocimientos que paso a paso va adquiriendo, dado lo anterior se paso a realizar una actividad en función a la manipulación de las herramientas del software GeoGebra, (ver anexo A – anexo B)

En el cuarto momento se da el desarrollo de la unidad didáctica, dándosele a (8º)A - (8º)B - (8º)C - (8º)D la unidad didáctica correspondiente a tres actividades, para cada actividad, se tiene un tiempo de 40 minutos, el resto del tiempo es para aclarar dudas y recoger equipos.

3.7.1 Criterios de evaluación.

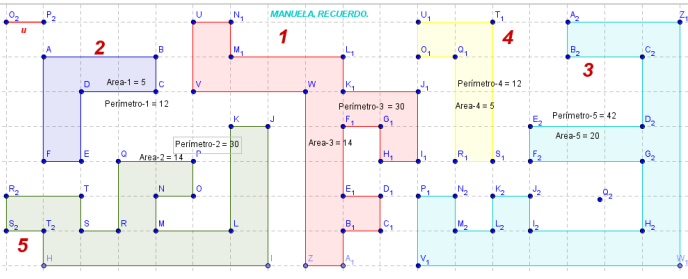
- Identifica, nombra y clasifica las formas más frecuentes de una expresión polinómica cuadrática.
- Obtiene de una expresión polinómica cuadrática equivalentes a otra expresión polinómica algebraica dada, mediante el método de factorización.
- Reduce una expresión polinómica cuadrática dada a su forma general (con sus factores).
- Resuelve una expresión polinómica cuadrática incompleta mediante procedimientos directos de resolución.
- Construye una expresión polinómica cuadrática a partir de sus soluciones.
- Muestra interés y motivación hacia el aprendizaje de métodos y procedimientos algebraicos y geométricos.
- Muestra confianza en sí mismo para enfrentarse a problemas o situaciones nuevas.
- Valora positivamente la precisión y utilidad de método cortar pegar, para representar una expresión geométrica cuadrática desde la geometría

⁴⁷ Página web de GeoGebra: <http://www.geogebra.org/ayuda/search.html> dispone de un Manual oficial de la versión 3.2 en español.

4 ANÁLISIS Y RESULTADOS

4.1 ANÁLISIS CUALITATIVO

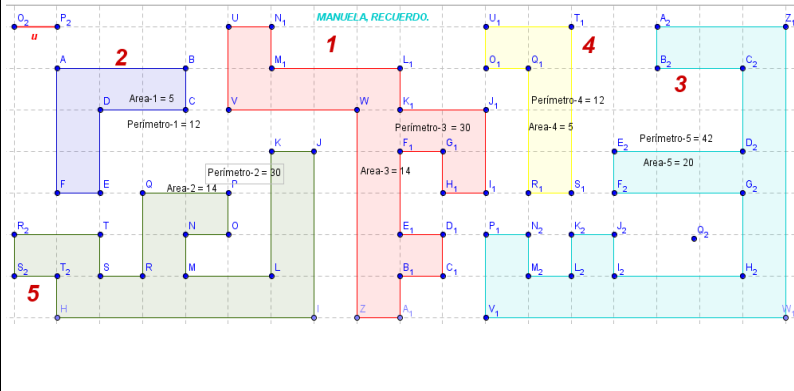
4.1.1 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad uno

INVESTIGADOR:	DAZA L. LUIS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14																																										
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril																																										
Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.																																												
ACTIVIDAD	Análisis Cualitativo	Descripción de los Aspectos																																										
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg); font-weight: bold; margin-right: 5px;">ADDE LA UD</div> <div style="flex-grow: 1;">  <p>TABLA A:</p> <table border="1" data-bbox="289 885 987 1117"> <thead> <tr> <th>Figura</th> <th>Unidad de medida</th> <th>Expresión aritmética Perímetro</th> <th>Expresión aritmética Área</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>u</td> <td>300</td> <td>140²</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>u</td> <td>120</td> <td>50²</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>u</td> <td>420</td> <td>200²</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>u</td> <td>120</td> <td>50²</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>u</td> <td>300</td> <td>140²</td> </tr> </tbody> </table> <p>TABLA B:</p> <table border="1" data-bbox="289 1153 987 1372"> <thead> <tr> <th>Figura</th> <th>Isoperimétricas (Perímetro)</th> <th>Equivalentes (Área)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>12=A1=A5</td> <td>A1=A5</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>A4=A2=30</td> <td>A2=A4</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>42=A3</td> <td>A3</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>30=A2=A4</td> <td>A2=A4</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>A5=A1=12</td> <td>A5=A1</td> </tr> </tbody> </table> </div> </div>	Figura	Unidad de medida	Expresión aritmética Perímetro	Expresión aritmética Área	A	u	300	140 ²	B	u	120	50 ²	C	u	420	200 ²	D	u	120	50 ²	E	u	300	140 ²	Figura	Isoperimétricas (Perímetro)	Equivalentes (Área)	A	12=A1=A5	A1=A5	B	A4=A2=30	A2=A4	C	42=A3	A3	D	30=A2=A4	A2=A4	E	A5=A1=12	A5=A1	<p>De 40 unidades 5 unidades que corresponde el (12,5%) de los cuatro grupos de 8º bachillerato, no entendieron a cabalidad el desarrollo de la unidad didáctica, sin embargo respondieron y desarrollaron los aspectos de la visualización, la interpretación y la representación, expuesto en la descripción de los aspectos, respectivamente deduzco que el trabajo de estos 5 grupos se observa que si desatención se moviliza a razón del interés por aprender y estudiar, dos grupos de los cinco anotaron en sus respuestas que no entendían por qué no les gustaba estudiar, esto muestra que están muy deshabituados por su formación.</p> <p>«La visualización y el uso de las múltiples representaciones hacen procesos considerados como un fuerte soporte para la motivación de los estudiantes en la interpretación de los conceptos»</p>	<p>Construya utilizando el software las siguientes figuras planas.</p> <ol style="list-style-type: none"> Halla el perímetro y el área de cada figura plana utilizando el software GeoGebra. Completa la Tabla A. Aspectos presentes en la Unidad Didáctica son: Identifique las figuras, que determinen características comunes. Completa la Tabla B. <p>CATEGORÍAS: Visualización: A.V.1; A.V.2 Interpretación: A.I.1; A.I.2 Representación: A.R.1; A.R.2</p> <p>Los estudiantes manifestaron, «bueno este programa, le permite medir, calcular exactamente los valores de una figura». Asimismo preguntaron: «profesor: ¿Una representación geométrica como el cuadrado o el rectángulo, nos representa una expresión algebraica? Les pregunte: ¿ustedes pueden visualizarla o interpretarla o representarla? Ellos responden: ¡Profesor, no sabemos! el profesor responde: ¡mas adelante nos daremos cuenta, o traten de darse entre ustedes sus repuestas» uno de ellos dice: ¡Si muchachos!... Reconocen el perímetro y el área de cada figura, a partir de la unidad de medida dada e identifican las figuras isoperimétricas y las equivalentes.</p> <p>Aporte teórico: «La representación que ofrece los medio didáctico (GeoGebra), es dinámica, y posibilita en establecer una mejor correspondencia de conceptos y significados entre lo simbólico» Niño R. (2005)</p>
Figura	Unidad de medida	Expresión aritmética Perímetro	Expresión aritmética Área																																									
A	u	300	140 ²																																									
B	u	120	50 ²																																									
C	u	420	200 ²																																									
D	u	120	50 ²																																									
E	u	300	140 ²																																									
Figura	Isoperimétricas (Perímetro)	Equivalentes (Área)																																										
A	12=A1=A5	A1=A5																																										
B	A4=A2=30	A2=A4																																										
C	42=A3	A3																																										
D	30=A2=A4	A2=A4																																										
E	A5=A1=12	A5=A1																																										

4.1.2 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad uno

INVESTIGADOR:	DAZA L. LUIS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril

Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.

ACTIVIDAD	Análisis Cualitativo	Descripción de los Aspectos																								
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg); font-weight: bold; margin-right: 5px;">ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</div> <div style="flex-grow: 1;">  <p>TABLA C</p> <table border="1" data-bbox="283 950 1071 1218"> <thead> <tr> <th>Figura</th> <th>Unidad de Medida</th> <th>Perímetro</th> <th>Área</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>$u = a + 3$</td> <td>$30(a + 3)$</td> <td>$14 \times (a^2 + 6a + 9)$</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>$u = x + 4$</td> <td>$12(x + 4)$</td> <td>$5 \times (x^2 + 8x + 16)$</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>$u = b + 2$</td> <td>$42(b + 2)$</td> <td>$20 \times (b^2 + 4b + 4)$</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>$u = m + 1$</td> <td>$12(m + 1)$</td> <td>$5 \times (m^2 + 2m + 1)$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>$u = n + 5$</td> <td>$30(n + 5)$</td> <td>$14 \times (n^2 + 10n + 25)$</td> </tr> </tbody> </table> </div> </div>	Figura	Unidad de Medida	Perímetro	Área	A	$u = a + 3$	$30(a + 3)$	$14 \times (a^2 + 6a + 9)$	B	$u = x + 4$	$12(x + 4)$	$5 \times (x^2 + 8x + 16)$	C	$u = b + 2$	$42(b + 2)$	$20 \times (b^2 + 4b + 4)$	D	$u = m + 1$	$12(m + 1)$	$5 \times (m^2 + 2m + 1)$	E	$u = n + 5$	$30(n + 5)$	$14 \times (n^2 + 10n + 25)$	<p>En 6 unidades didácticas, se evidenció que la operación de la multiplicación de términos algebraicos enteros, el grupo mostró falencias, ellas relacionadas a las propiedades de la potenciación, no sabían si sumar o restar los exponentes, ni multiplicaban los signos, y no reducían ni conocían que era términos semejantes.</p> <p>Los grupos, actitudinalmente, hallaban la expresión algebraicas y determinaban en la expresión el resultado de un área y un perímetro, se reconoce la manipulación las letras dominan el lenguaje algebraico.</p>	<p>Se le solicita al estudiante. 3 Hallar el perímetro y el área de cada figura plana, respecto a la unidad de medida, teniendo presente los datos de la Tabla A. Completa la Tabla C.</p> <p>Los aspectos que se dieron en la unidad didáctica:</p> <p>CATEGORÍAS: Visualización A.V.1; A.V.2; A.V.3 Interpretación A.I.1; A.I.2 Representación A.R.1; A.R.2</p> <p>Los estudiante del grupo 7 reconocen que los números o literales pueden representarse mediante figuras geométricas, ya sea un segmento o un "área" asimismo identificar que el área y el perímetro pueden representar expresiones algebraicas, descomponen las expresiones que hayan de cada figura plana, determinando las medidas de los lados la figura geométrica nueva que aparece"</p> <p>Profesor Daza dice "Las interpretaciones de una representación es personal"</p> <p>Aporte Teórico: [...] Duval, (1999a p. 38) [...] la visualización se perfila como una necesidad para el aprendizaje, facilitando la comprensión de los conceptos [...]</p>
Figura	Unidad de Medida	Perímetro	Área																							
A	$u = a + 3$	$30(a + 3)$	$14 \times (a^2 + 6a + 9)$																							
B	$u = x + 4$	$12(x + 4)$	$5 \times (x^2 + 8x + 16)$																							
C	$u = b + 2$	$42(b + 2)$	$20 \times (b^2 + 4b + 4)$																							
D	$u = m + 1$	$12(m + 1)$	$5 \times (m^2 + 2m + 1)$																							
E	$u = n + 5$	$30(n + 5)$	$14 \times (n^2 + 10n + 25)$																							

4.1.3 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad dos

INVESTIGADOR:		DAZA L. LUÍS FERNANDO		Fecha: Semana Académica 13 a 14																															
ASESOR PRÁCTICA:		VILLA O. JHONY ALEXANDER		16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril																															
Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.																																			
ACTIVIDAD		Análisis Cualitativo		Descripción de los Aspectos																															
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	<table border="1"> <thead> <tr> <th>N^a</th> <th>Área uno</th> <th>Área Dos</th> <th>Área tres</th> <th>Área cuatro</th> <th>ÁREA TOTAL A_t</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>64u²</td> <td>136u²</td> <td>136u²</td> <td>289u²</td> <td>625 u²</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>324u²</td> <td>198u²</td> <td>182u²</td> <td>196u²</td> <td>900u²</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>64u²</td> <td>64u²</td> <td>64u²</td> <td>64 u²</td> <td>256u²</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>81u²</td> <td>81 u²</td> <td>81u²</td> <td>81u²</td> <td>324u²</td> </tr> </tbody> </table>	N ^a	Área uno	Área Dos	Área tres	Área cuatro	ÁREA TOTAL A _t	1	64u ²	136u ²	136u ²	289u ²	625 u ²	2	324u ²	198u ²	182u ²	196u ²	900u ²	3	64u ²	64u ²	64u ²	64 u ²	256u ²	4	81u ²	81 u ²	81u ²	81u ²	324u ²	<p>En 22 unidades didácticas, se evidenció a que corresponde a un 55;00% identificaron el concepto de factorización a partir de su construcción conceptual, quienes han manifestado, que dentro del rectángulo pueden ver otros, al igual que las expresiones que resultan al mover el deslizador.</p> <p>Otros han expresado la expresión que cumple para varios rectángulos, algunos de los grupos manifestaron que el producto siempre me va representar un área de un rectángulo figura denotando una expresión algebraica.</p>		<p>4. Mueva el deslizador a, y los puntos E, M, I, F y K. determine con sus compañeros las área internas, identifique y construya la expresión general, para cada rectángulo. Completa la tabla D.</p> <p>Aspectos presentes en la unidad didáctica son:</p> <p>CATEGÓRIAS: Visualización: A.V.3; A.V.4 Interpretación: A.I.3; A.I.4 Representación: A.R.3; A.R.4</p> <p>El grupo reconoce y construye la clase de rectángulos que se inscriben en el rectángulo mayor, promoviéndose en ellos la siguiente pregunta: ¿Qué expresión algebraica se puede describir? Profesor pregunta ¿Todos las figuras que se inscriben son cuadriláteros?, responden inmediatamente: ¡No, pero se pueden construir!</p> <p>Aporte teórico: (Niño, R, (1995) «la interpretación como procesos de razonamiento permite un proceso en los estudiantes para que puedan pensar sobre los objeto matemático» Desde Duval (1996) «toda actividad geométrica moviliza procesos de razonamiento, de visualización y de construcción»</p>	
	N ^a	Área uno	Área Dos	Área tres	Área cuatro	ÁREA TOTAL A _t																													
	1	64u ²	136u ²	136u ²	289u ²	625 u ²																													
	2	324u ²	198u ²	182u ²	196u ²	900u ²																													
	3	64u ²	64u ²	64u ²	64 u ²	256u ²																													
4	81u ²	81 u ²	81u ²	81u ²	324u ²																														
<p>Area DFKE = 81u² Area CEKM = 81u² Area MKIB = 81u² Area KIAF = 81u²</p> <p>At = 324 Perímetro ADCB = 72</p> <p>PROFESOR, GRUPO TRES 8B SARA</p>																																			

4.1.4 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad dos

INVESTIGADOR:		DAZA L. LUIS FERNANDO		Fecha: Semana Académica 13 a 14																						
ASESOR PRÁCTICA:		VILLA O. JHONY ALEXANDER		16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril																						
Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.																										
ACTIVIDAD			Análisis Cualitativo		Descripción de los Aspectos																					
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	<table border="1"> <thead> <tr> <th>N</th> <th>LADO (DF + FA)</th> <th>LADO (DE + EC)</th> <th>Expresión algebraica Pt = (PERÍMETRO)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>6u</td> <td>6u</td> <td>$24u = 6(3m + 3n)$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>14u</td> <td>14u</td> <td>$56u = 14(7a + 7b)$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>8u</td> <td>8u</td> <td>$32u = 8(6x + 2z)$</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4u</td> <td>4u</td> <td>$16u = 4(x + 3y)$</td> </tr> </tbody> </table>			N	LADO (DF + FA)	LADO (DE + EC)	Expresión algebraica Pt = (PERÍMETRO)	1	6u	6u	$24u = 6(3m + 3n)$	2	14u	14u	$56u = 14(7a + 7b)$	3	8u	8u	$32u = 8(6x + 2z)$	4	4u	4u	$16u = 4(x + 3y)$	<p>La unidad didáctica del grupo en esta sección, desarrolló y alcanzó un 90%, respecto a los siguientes aspectos categorizados:</p> <p>A.V.3 Visualizar una expresión aritmética y algebraica frente a la representación geométrica.</p> <p>A.V.4 Visualizar expresiones algebraicas y geométricas en relación a sus representaciones.</p> <p>A.I.3 Interpretar en las expresiones polinómicas algebraicas cuadráticas la existencia de otra expresión desde la representación geométrica.</p> <p>A.I.4 Interpretar la representación de una figura geométrica rectilínea en una expresión polinómica algebraica cuadrática.</p> <p>A.R.3 Representar y transformar una representación geométrica, (rectángulo-cuadrado), a través del método de Factorizar una expresión algebraica cuadrática geoméricamente.</p> <p>A.R.4 Representar y transformar una expresión polinómica algebraica cuadrática, a través del método de Factorizar una expresión algebraica cuadrática geoméricamente de una figura plana.</p>		<p>5. Mueva el deslizador a, y los puntos E, K y l o los puntos F, K y M. determine y construya las expresiones algebraicas de los rectángulos e identifique las dimensiones de sus lados. Los rectángulos a construir pueden ser: DCMF; ECBI; MBAF; DEIA; DCMF. Completa la Tabla E.</p> <p>Los aspectos que se dieron en la unidad didáctica:</p> <p>CATEGORÍAS: Visualización: A.V.3; A.V.4 Interpretación: A.I.3; A.I.4 Representación: A.R.3; A.R.4</p> <p>Uno de los integrantes del grupo manifestó; ¡que la medida de uno de los lados del rectángulo o de un cuadrado, puede darse en función del área y uno de sus lados! Otro estudiante interpretó ¡profesor, a partir de las medidas de los lados se pueden hallar los factores que multiplican el área! El profesor dice: ¡sí! Luego el profesor les pregunta: ¡les queda claro que la formula del área y del perímetros de un rectangulo es la representación de una expresión algebraica! Algunos estudiantes responden: ¡Profesor sí!</p> <p>Aporte teórico: Niño, R, (2005) «la interpretación, le permite al estudiante dar una lectura comprensiva que revierta en una traducción del problema a un lenguaje simbólico o matemático»</p>
	N	LADO (DF + FA)	LADO (DE + EC)	Expresión algebraica Pt = (PERÍMETRO)																						
1	6u	6u	$24u = 6(3m + 3n)$																							
2	14u	14u	$56u = 14(7a + 7b)$																							
3	8u	8u	$32u = 8(6x + 2z)$																							
4	4u	4u	$16u = 4(x + 3y)$																							
<p style="text-align: center;">Area DFKE = 2u²</p> <p style="text-align: center;">Area CEKM = 4u²</p> <p style="text-align: center;">Area MKIB = 7u²</p> <p style="text-align: center;">Area KIAF = 4u²</p> <p style="text-align: center;">At = 16</p> <p style="text-align: center;">Perímetro ADCB = 16</p>																										

4.1.5 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad dos

INVESTIGADOR:	DAZA L. LUIS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril

Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.

ACTIVIDAD				Análisis Cualitativo	Descripción de los Aspectos	
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	N	LADO (AI + IB)	LADO (CM + MB)	Expresión algebraica (At) = ÁREA TOTAL		
	1	(3+3)	(3+3)	$36u^2 = a^2 + 2ab + b^2$	<p>22 grupos de los 40 grupos, que corresponde a un 55;00% identificaron el concepto de factorización a partir de su construcción conceptual, quienes han manifestado, que dentro del rectángulo dado o expuesto en el software les podía brindar la representación algebraica y las clases de los rectángulos que se podían construir sin tener que poner el rectángulo general más grande o pequeños, sin embargo los estudiantes también realizaron otras clases o grupos de rectángulos que cumplieran con la misma características, solo cambiaba el área y el perímetros, pero la expresión no, muy rápidamente construyeron los rectángulos (cuadrados)</p> <p>A unos se les dificulto expresar los rectángulos no trinomios cuadrados perfectos, por motivo que no detectaron rápidamente las características de la clase de rectángulos que cumplían con la expresión o representación dada.</p>	<p>6. Mueva el deslizador a, moviendo los puntos E, M, I, F y K. determine sus áreas internas, identifique y construya su representación algebraica como expresión general. Completa la tabla F</p> <p>Aspectos que participaron en la unidad didáctica:</p> <p>CATEGÓRIAS:</p> <p>Visualización: A.V.3; A.V.4</p> <p>Interpretación: A.I.3; A.I.4</p> <p>Representación: A.R.3; A.R.4</p> <p>Los estudiantes del grupo 7, visualizan y analizan la diferencia que se dan entre las áreas y los perímetros de la figura, además manifiestan que el software les permite ver los rectángulos que cumplen esa misma característica. El grupo obtiene información gráfica que suministran los factores de la expresión y viceversa.</p> <p>Profesor de apoyo Daza dice: La visualización y el uso de las múltiples representaciones de un objeto matemático son considerados como un fuerte soporte para la construcción del conocimiento.</p> <p>Aporte teórico: Duval afirma: [...] La representación permite recabar y organizar una información sobre los significados de la estructura matemática, dentro de un contexto de la matemática [...]</p>
	2	(5-2)	(5-2)	$9u^2 = t^2 + 2tx + x^2$		
	3	(4+1)	(4+1)	$25u^2 = m^2 + 2mn + n^2$		
	4	(3+1)	(3+1)	$16u^2 = t^2 - 2tx + x^2$		
<p>Area DFKE = $1u^2$</p> <p>Area CEKM = $6u^2$</p> <p>Area MKIB = $23u^2$</p> <p>Area KIAF = $5u^2$</p> <p>At = 36</p> <p>Perímetro ADCB = 24</p>						

4.1.6 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad tres

INVESTIGADOR:	DAZA L. LUÍS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril

Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.

ACTIVIDAD	Análisis Cualitativo	Descripción de los Aspectos																				
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg); font-weight: bold; margin-right: 10px;">ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</div> <div style="flex-grow: 1;"> <p>Completa la tabla G</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;">Nº</th> <th style="width: 15%;">LADO 1</th> <th style="width: 15%;">LADO 2</th> <th style="width: 15%;">ÁREA $A_l = L_1 \cdot L_2$</th> <th style="width: 55%;">Determine, si es un cuadrado o rectángulo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>$46u^2$</td> <td>rectángulos</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>$33u^2$</td> <td>rectángulos</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>$105u^2$</td> <td>rectángulos</td> </tr> </tbody> </table> <p style="color: magenta; font-weight: bold; text-align: center;">ISABELA, PROFESOR</p> </div> </div>	Nº	LADO 1	LADO 2	ÁREA $A_l = L_1 \cdot L_2$	Determine, si es un cuadrado o rectángulo	1	4	10	$46u^2$	rectángulos	2	3	8	$33u^2$	rectángulos	3	7	9	$105u^2$	rectángulos	<p>En esta sección de la unidad didáctica los estudiantes desarrollaron el 90% de sus elementos requeridos. Sin embargo los tres aspectos propuestos para el desarrollo de la sección los cuales actúan como procesos cognitivos la visualización la interpretación y la representación les permitió a los estudiantes movilizar sus intereses en la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra. Además los estudiantes hacen una construcción del algoritmo de la factorización desde la mirada de la aritmética: ¡Como el algoritmo compuesto entre el producto de números primos y no primos! Otros estudiantes dicen: ¡que un polinomio cuadrático está totalmente factorizado como cuento, un número compuesto es totalmente factorizado cuando se expresa como el producto de sus números primos o de potencias de números primos.</p>	<p>7. Mueva los puntos A, B, F, G y el deslizador c, construya rectángulos que representen una clase de rectángulos con características comunes, completa la tabla G, dado su perímetro de 36u, 28u, 46u, reconociendo en la expresión resultante como una expresión algebraica cuadrática.</p> <p>Completa la tabla G</p> <p>Aspectos que participaron en la unidad didáctica:</p> <p>CATEGORÍAS:</p> <p>Visualización: A.V. 1; A.V.2 A.V.3; A.V.4</p> <p>Interpretación: A.I.1; A.I.A.I.3; A.I.4</p> <p>Representación: A.R.1 A.R.2 A.R.3; A.R.4</p> <p>los estudiantes después de manipular software GeoGebra, L e dicen al profesor, ¡profesor el primer caso y el segundo caso , sus factores son los factores que multiplicados entre ellos dan exactamente el polinomio! Otro estudiantes agregó: ¡Profesor lo que él quiere decir ,es que el producto de varios números primos me da otros número que puede ser primo o no primo!</p> <p>El profesor de apoyo Daza, les respondió, ¡ese es uno de los acercamientos a la noción del algoritmo de la factorización!</p> <p>Aporte teórico:</p> <p>Duval, R, (1998) afirma: «La representación permite recabar y organizar una información sobre los significados de la estructura matemática, dentro de un contexto de la matemática»</p>
Nº	LADO 1	LADO 2	ÁREA $A_l = L_1 \cdot L_2$	Determine, si es un cuadrado o rectángulo																		
1	4	10	$46u^2$	rectángulos																		
2	3	8	$33u^2$	rectángulos																		
3	7	9	$105u^2$	rectángulos																		

4.1.7 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad tres

INVESTIGADOR:	DAZA L. LUIS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril

Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.

ACTIVIDAD					Análisis Cualitativo	Descripción de los Aspectos
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	Nº	LADO 1 (a + b)	LADO 2 (a + b)	ÁREA $A_t = b_1 \cdot h_2$ $A_t = (a + b) (a + b)$ $A_t = (a - b) (a - b)$	Expresión algebraica $A_t = (b \cdot h)$	
	1	(3+2)	(3+2)	$25u^2$ $A_t = (a + b) (a + b)$	$a^2 + 2ab + b^2$	
	2	(10-7)	(10-7)	$9u^2$ $A_t = (a - b) (a - b)$	$t^2 - 2tx + x^2$	
	3	(13+2)	(13+2)	$225u^2$ $A_t = (a + b) (a + b)$	$m^2 + 2mn + n^2$	
	4	(11-2)	(11-2)	$81u^2$ $A_t = (a - b) (a - b)$	$x^2 - 2xy + y^2$	
					<p>6 grupos de los 40 grupos, que se les dificultó realizar el producto de los términos algebraicos, estas dificultades son por vacíos conceptuales, sin embargo en software ellos si reconocían las clase de rectángulos que cumplían con las característica en común, resaltando por condición tenía que tener un cuadrado, y unas unidades enteras.</p> <p>Es ahí donde participa los procesos cognitivos como el de la visualización, la interpretación y la representación, y no podemos dejar de lados las ventajas que el AGD GeoGebra brinda, en permite que el estudiante con ejercicios de aplicación logren hacer una estructuración de lo que él o sabe, tiene, con los saberes previos que se tenían, incluso tratando el mismo tema y poder hacer otras para construir sus propias.</p>	<p>8. Mueva los deslizadores c a, b, t, construya los rectángulos que representen una clase de rectángulos, reconociendo en la expresión resultante una expresión algebraica factorizable. Completa la tabla H.</p> <p>Aspectos que participaron en la unidad didáctica:</p> <p>CATEGORÍAS: Visualización A.V.1; A.V.2; A.V.3; A.V.4 Interpretación A.I.1; A.I.2; A.I.3; A.I.4 Representación A.R.1; A.R.2; A.R.3; A.R.4</p> <p>Uno de los estudiante del grupo siete manifestó [...] el software permite ver los rectángulos que cumplen una característica en común respecto a su expresión general, El grupo describe los cambios gráficos al variar el área, y los lados del rectángulo o cuadrado, en la expresión factorizada $(ax \pm m)(x \pm n)$ o desarrollada $ax^2 \pm bx \pm c$, con $m \cdot n = c$; $ax \cdot n \pm mx = bx$; $ax \cdot x = ax^2$</p> <p>Profesor Daza dice: “La visualización matemática es el proceso de formar imágenes y usarlas efectivamente para el descubrimiento y el entendimiento matemático de conceptos y procedimientos para la construcción del conocimiento.”</p>

4.1.8 Análisis cualitativo de la unidad didáctica actividad tres

INVESTIGADOR:	DAZA L. LUIS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril

Objetivo: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.

ACTIVIDAD		Análisis Cualitativo	Descripción de los Aspectos																																
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Nº</th> <th colspan="2">Expresiones</th> <th rowspan="2">ÁREA</th> <th rowspan="2">EXPRESION ALGEBRAICA</th> <th rowspan="2">MARQUE C Cuadrado R Rectángulo</th> </tr> <tr> <th>L₁</th> <th>L₂</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>10</td> <td>5</td> <td>750²</td> <td>m² - n²</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>90²</td> <td>w² - v²</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>11</td> <td>4</td> <td>490²</td> <td>x² - y²</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>360²</td> <td>a² - b²</td> <td>r</td> </tr> </tbody> </table>	Nº	Expresiones		ÁREA	EXPRESION ALGEBRAICA	MARQUE C Cuadrado R Rectángulo	L ₁	L ₂	1	10	5	750 ²	m ² - n ²	r	2	9	6	90 ²	w ² - v ²	r	3	11	4	490 ²	x ² - y ²	r	4	8	2	360 ²	a ² - b ²	r	<p>El aspecto de la visualización en relación a la interpretación de una expresión algebraica desde la geométrica, reconociendo su propio lenguaje natural y matemático.</p> <p>Para algunos grupos se les dificultaban en hallar las raíces de los coeficientes cuadrados y de los términos literales cuadrados, donde se pudo evidenciar ciertos vacíos conceptuales, pero es de resaltar que la expresión cuadrática (diferencias de cuadrados perfectos, ellos determinaron la representación general algebraica, sin tener que hacer memoria, ya que era sino construir o tener dos cuadrados uno mayor y otro menor y hacer su diferencia.</p>	<p>9. Mueva los deslizadores a, b, t y construya una clase de rectángulo que cumplan características comunes, determinando su expresión algebraica general de sus lados, reconociendo en la expresión resultante una expresión algebraica factorizable.</p> <p>Completa la tabla I</p> <p>Los aspectos que se dieron en la unidad didáctica:</p> <p>CATEGORÍAS: Visualización A.V.2; A.V.3; A.V.4 Interpretación A.I.2; A.I.3; A...4 Representación A.R.2; A.R.3; A.R.4</p> <p>El grupo 7 manifestó a sus compañeros [...] que reconocieron la formula del área de un rectangulo como expresión general algebraica en función de sus lados, para cada caso de la factorización, asimismo le manifestaron a la Cooperadora de matematica: la importancia de la manipulación del material de trabajo para el descubrimiento de regularidades y propiedades que se da en la geometría [...] Profesor de apoyo, Daza dice: “ Se debe considerar el proceso de la visualización como una introducción hacia la abstracción de conceptos y así permitir al estudiante formar varios modelos de una situación de aprendizaje, en nuestro caso de una representación geométrica de una expresión algebraica”</p>
	Nº		Expresiones					ÁREA	EXPRESION ALGEBRAICA	MARQUE C Cuadrado R Rectángulo																									
L ₁		L ₂																																	
1	10	5	750 ²	m ² - n ²	r																														
2	9	6	90 ²	w ² - v ²	r																														
3	11	4	490 ²	x ² - y ²	r																														
4	8	2	360 ²	a ² - b ²	r																														

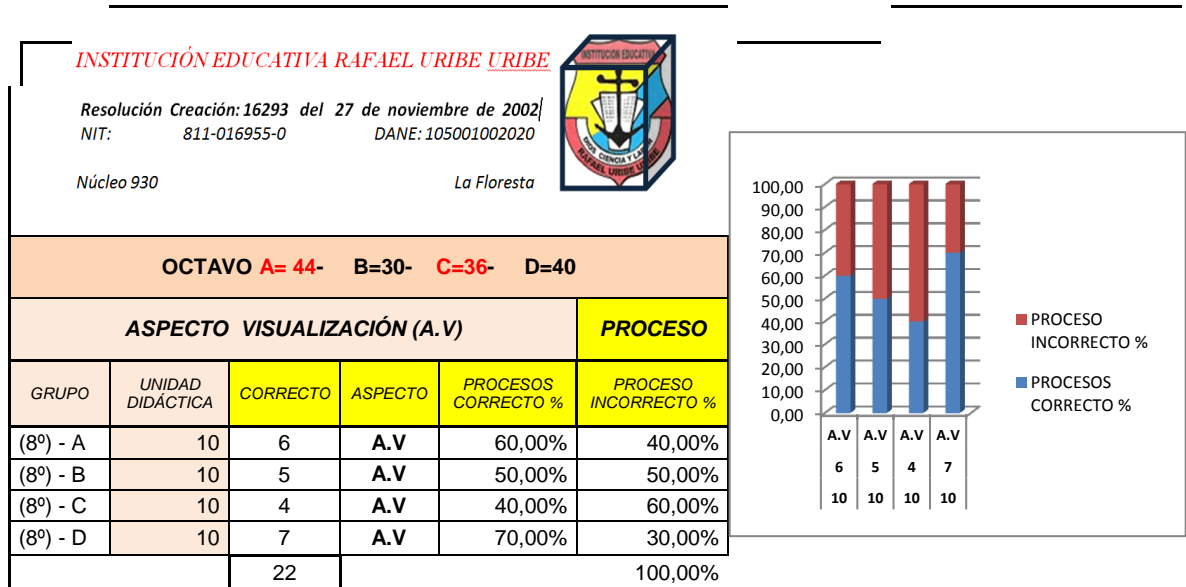
4.2 ANÁLISIS CUANTITATIVO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Se toma en el análisis cuantitativo, el registro de las respuestas correctas e incorrectas donde se llevará a una tabla estadística y luego un registro gráfico para una conspicio de los resultados, que se derivan de las respuestas que arrojan los aspectos de la investigación y así pasar a realizar la descripción estadística descriptiva, que tiene por objeto establecer comparaciones de resultados tabulados numéricamente. (Ver listados de la Tabla 1; la Tabla 2; la Tabla 3; la Tabla 4)

En las siguientes tablas estadísticas, se muestran los aspectos con sus categorizaciones, y sus descripciones de los procesos alcanzados, por los estudiantes del grado (8º) A-B-C-D, los procesos incorrectos no se describen, solo se tomará el porcentaje de ellos.

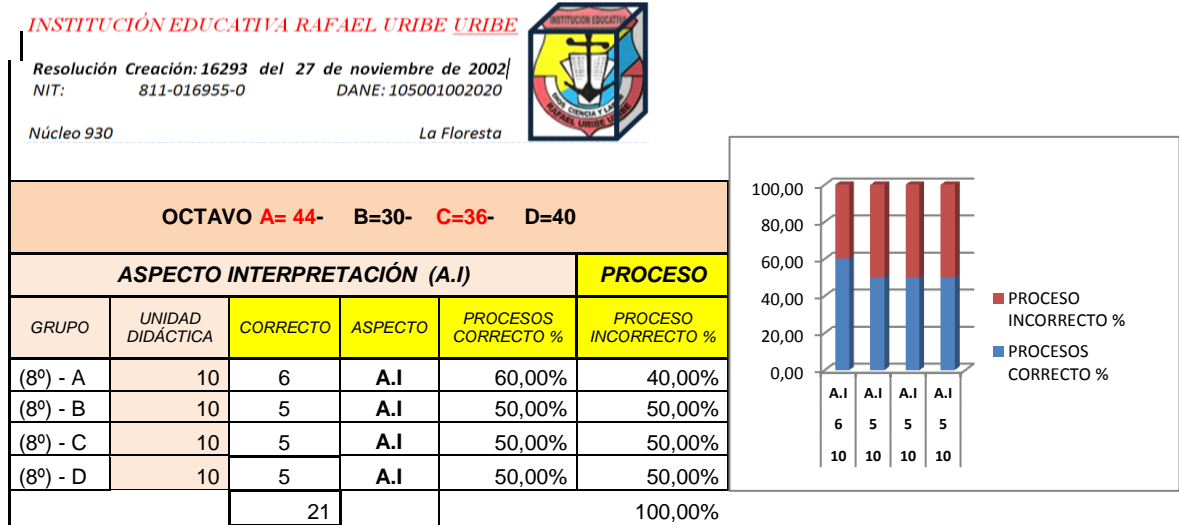
Estos resultados son alentadores, muestran que el desarrollo dela unidad didáctica que se realizó en el periodo con los estudiantes fue provechoso en el sentido que los jóvenes movilizaron sus saberes previos y así se acercaron con mayor facilidad a la noción del algoritmo de la factorización, cabe señalar que el enfoque que se plateó en la resolución del material de apoyo involucraba los conocimientos previos de los estudiantes sobre los tres procesos cognitivos como aspectos de profundización de la investigación en lo que concierne en la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra, desde una perspectiva de lo geométrico y que con esta propuesta solamente se pretendió hacer un énfasis en la distinción de los mismos, lo cual, a juzgar por los resultados logrados, los cuales movilizaron en el acercamiento a la conceptualización y a los procedimientos frente al algoritmo de la factorización, se considerar que la geometría dinamizada, promueve en el hacer matemática contextos de aprendizajes para los estudiantes, donde tengan la oportunidad de explorar, conjeturar argumentos matemáticos y le permita interpretar resultados a su resultados de sus problemas solucionados, visualizando en el desarrollo de la unidad didáctica significados matemáticos.

4.2.1 Tabla 1 Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D. Visualización.



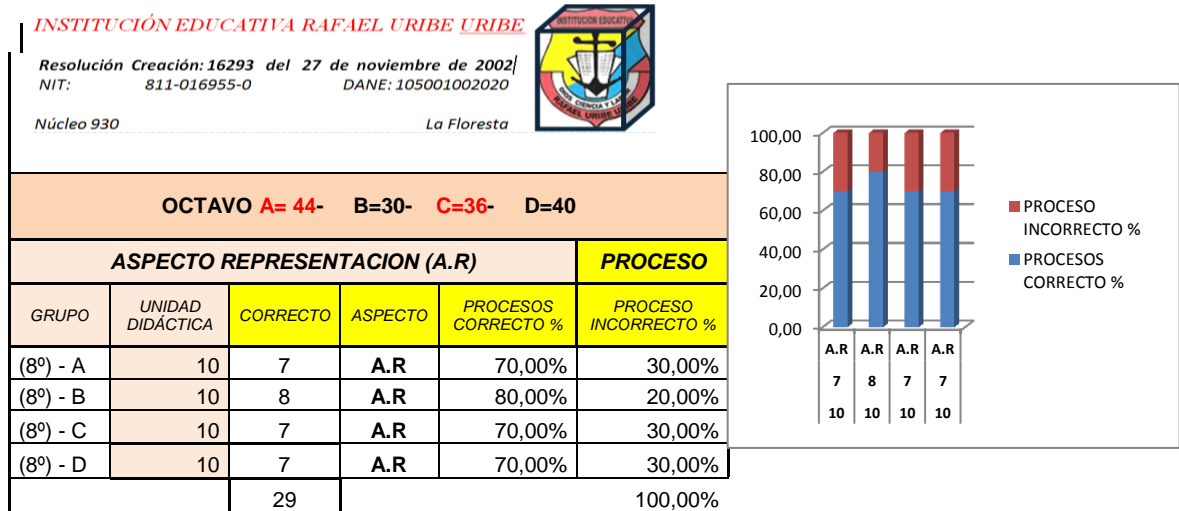
En el proceso cognitivo relacionados con la visualización y con los AGD que se considera que se pueden afectar directamente a la construcción de la demostración geométrica al influir en el proceso de “ver” propiedades invariables que llevan a la producción de justificaciones intuitivas o deductivas, se observa en el procesos cognitivo de la visualización para la interpretación de la factorización, que los 4 grupos están en un promedio del 55,00 % de hacer interpretaciones desde el aspecto la visualización, sin embargo los estudiantes de una u otra forma dan a entender que la visualización, es el todo, a razón que ellos manifiestan que pueden transformar las representaciones de los objeto, esto visto desde la geometría y así imaginar formas de representación matemático, en el grado donde se dispuso un menor desarrollo del proceso de la visualización fue en el grado (8º)D con un 70% de desarrollo en la unidad didáctica.

4.2.2 Tabla 2 Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D. Interpretación.



La interpretación de enunciados de problemas matemáticos referidos a este campo del saber, parte desde interpretación de los problemas enunciados en lenguaje natural y su posterior traducción al lenguaje matemático, luego traducirlo al lenguaje geométrico, proceso cognitivo que no olvida el procesos de visualización, de ahí parte el interés del estudiantes a aprender. Se puede plantear que los estudiantes cobijados por las estrategias con mediación tecnológica, frente a la interpretación de la factorización, obtuvieron el 52,50% de su resultado con procesos correctos, como lo describen las categorías del aspecto, como el reconocer en las expresiones polinómicas algebraica y geométricas la existencia de otra expresión y representación; el Interpretar la representación de un rectángulo en una expresión polinómica algebraica la presencia de lo desconocido.

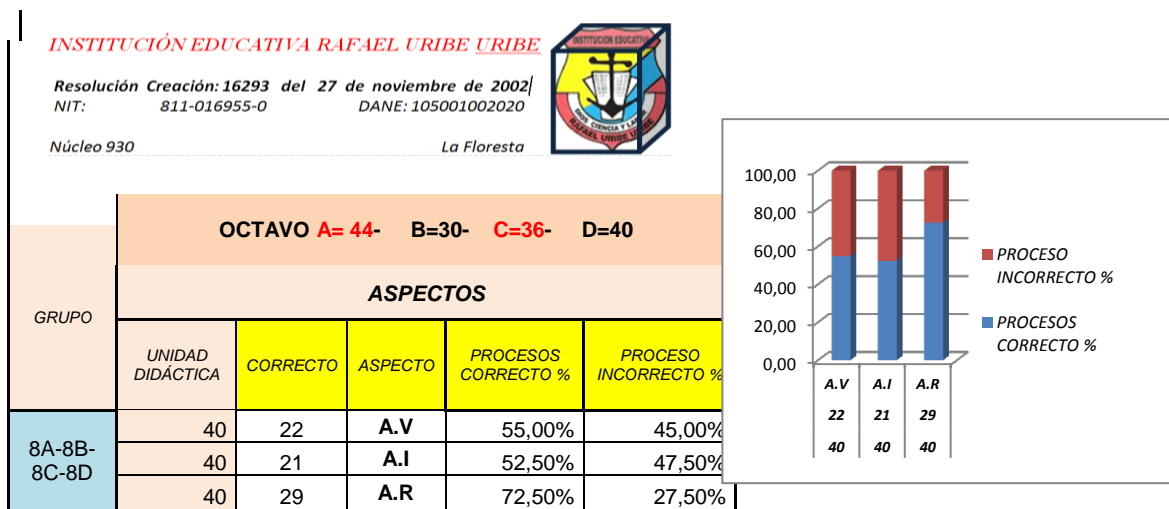
4.2.3 Tabla 3 Registro estadístico del proceso cognitivo para los grados (8º) A-B-C-D Representación.



Sabemos que los sistemas de representación ofrecen un dinamismo y moviliza aprendizajes significativos, asimismo los sistemas de representación como herramientas de mediación, con la posibilidad de establecer una mejor correspondencia entre lo algebraico, lo aritmético y lo geométrico, estos sistemas son procesables, manipulables, ese es el caso de las construcciones que se realizan en un entorno geométrico y dinamizado por un software, donde se puede apreciar que el procesos cognitivo de mayor relevancia frente a la interpretación de la factorización a través del uso de GeoGebra fue el de la representación arroja con un 72;50%, esto significa ligeramente una movilización significativa en el aprendizaje, asimismo se evidencia en este aspecto, que una actividad cuando es acompañada desde una mirada geométrica motiva al estudiantes a promover la construcción del conocimiento conceptual, procedimental y actitudinal con mayor interés, permitiéndole al estudiante a formular, construir, relacionar, distintos elementos conceptuales y argumentar buenos resultados.

4.2.4 Tabla 4 Registro estadístico de los procesos cognitivos para los grados (8º) A-B-C-D visualización, interpretación y representación.

Su análisis debe partir del registro de datos de las tablas uno-dos-tres-cuatro, asimismo, el análisis estadístico descriptivo de las tablas cinco, seis y siete. Se observa en el desarrollo de la unidad didáctica, hubo un procesos superior al 50%, lo cual quiere decir que lo visto en el transcurso del desarrollo de la unidad didáctica del segundo periodo del corriente año y el material de apoyo AGD que se implementó, sí ayudó a movilizar, en algunos casos que se logró a mejorar el rendimiento respecto a la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra, evidencia grupal del desarrollo de las unidades didácticas.



Se nos muestra en la gráfica que el aspecto que movilizó mayor significado a la interpretación de la factorización, desde la mirada de la geometría, es el aspecto de la representación, a razón que el trabajo realizado, fue didáctico, un trabajo acompañado por los elementos geométricos, los cuales los grupos materializaron estos, asimismo fue una actividad que indujo a los grupos, tomar una actitud motivante, por que el mismo sistemas de la unidad les permitía de una u otra forma ver la clases de rectángulos que representaban una clase de expresiones polinómicas cuadráticas y el procesos cognitivo de menor significado para los estudiantes poder interpretar el algoritmo de la factorización *como un algoritmo que describe las invariantes que forman una clase determinada por figuras con características comunes para el cálculo de su área, facilitando construir la definición de factorización como el proceso inverso de la multiplicación, en donde se dice que un polinomio está completamente factorizado cuando está escrito como el producto de sus factores primos*

5. RECOMENDACIONES Y DISCUSIONES

Con los resultados obtenidos, se logró confirmar que la enseñanza del álgebra a la mano de la geometría, implementa procesos de aprendizajes más movilizados en el proceso del aprendizaje, adquiriendo confianza en la capacidad frente a la interpretación de la factorización, mirada de lo geométrico, en relación al hacer matemática, implementando y movilizando el desarrollo de los procesos de la visualización, interpretación y representación, rescatando así de la geometría como un espacio de aprendizaje que contribuye al desarrollo del conocimiento.

Incorporar el AGD en la enseñanza de la matemática, moviliza el desarrollo de habilidades y actitudes en la interpretación de la factorización, y lo podemos evidenciar en los cuatro grupos de (8º)A – (8º)B – (8º)C – (8º)D 60,00% de los estudiantes que abordaron el estudio de la factorización, a través del uso del GeoGebra interpretan y desarrollan mejor los ejercicios que se les plantean obteniendo mejores resultados en sus procesos de la visualización, interpretación y representación.

Partiendo de lo anterior se establece las siguientes recomendaciones:

1. Extender la investigación a otras modalidades educativas, es decir, no solo en la básica secundaria, sino en los niveles superiores, involucrando los AGD y los elementos de la geometría y el álgebra.
2. Buscar recursos didácticos educativos, adecuados como los AGD, para que los estudiantes conceptualice interiormente, las interpretaciones de la factorización, desde la perspectiva de la geometría.
3. Generar unidad didáctica para la enseñanza de la factorización de expresiones polinómicas algebraicas cuadráticas, que realmente movilicen la adquisición de aprendizajes, basados en la génesis natural del conocimiento, para lo cual podría tomarse en cuenta la pregunta. ¿Qué pasaría en cuanto al aprendizaje, si en la enseñanza se siguiera el proceso natural con que surgió el conocimiento?

De acuerdo a los resultados presentados en la sección anterior, la investigación nos permite plantear las siguientes proposiciones como verdaderas:

La integración del AGD GeoGebra en la enseñanza de la matemática, causó un impacto favorable que se evidenció en el logro del objeto de la investigación, ligados a la interpretación de la factorización, a través del uso del GeoGebra.

Los estudiantes que abordan el estudio de las matemáticas desde lo simbólico sin recurrir a otros sistemas de representación (geometría), generan procesos de desarrollo pobremente fundamentados.

La mediación del AGD GeoGebra en los salones ((8º)A, (8º)B, (8º)C y (8º)D) en la clase, permite abordar las debilidades en la destreza operativa necesaria para resolver ejercicios y genera confianza en el estudiante para proponer estrategias que le permitan abordar la interpretación de la factorización desde de la mirada de la geometría.

Las evaluaciones de los estudiantes usando el AGD GeoGebra en los temas específicos ya reseñados, cuidando sus respuestas no sean resultado del uso mecánico de la herramienta tecnológica.

En todo momento del proceso de enseñanza y aprendizaje, el docente debe estar seguro de que las respuestas de sus estudiantes son resultado del análisis y la comprensión conceptual y procedimental y no del uso mecánico de la herramienta tecnológica.

El hecho de alcanzar respuestas confiables y sustentables, apoyadas en la investigación, se puede considerar como un aporte a la exploración científica de soluciones a problemas de la educación, relacionados con el aprendizaje de las matemáticas, se debe ser consciente de una apropiada formación matemática y científica de los estudiantes ayudará a desarrollar y fortalecer sus hábitos frente a los procesos cognitivos, en el caso de la investigación la visualización, la interpretación y la representación, movilizando toma de decisiones.

6. CONCLUSIONES

Ser consciente que la incorporación de las nuevas tecnologías implica retos y transformaciones de las formas habituales de trabajo y de las concepciones sobre la enseñanza, el aprendizaje y la matemática misma.

Introducir el AGD (GeoGebra) en el modelo de enseñanza de las matemáticas básicas, para los estudiantes, permite movilizar resultados en el desarrollo de habilidades y actitudes en sus procesos como la visualización, la interpretación y la representación, en la solución de expresiones cuadráticas, desde la mirada de la geometría.

La construcción de unidad didáctica, con estructura geométrico-algebraico, permite movilizar diferentes tipos de representaciones del algoritmo de la factorización que usualmente se tratan en el bachillera, está en la base de la propuesta didáctica que se propone para introducir a los estudiantes, no sólo en este tema, sino en otros aspectos y temas del algebra, teniendo presente el análisis de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación, y como ventaja de esta propuesta es que, los referentes geométricos sobre los que se establece, permite construir significados concretos, sobre los polinomios y las operaciones que se emplean para factorizar una expresión polinómica algebraica cuadrática.

El reto de esta propuesta, impartida desde el objeto de estudio como se describe en el ítems (1.3.1), en relación a la Interpretación de la factorización desde la perspectiva de la geometría, a través del uso del GeoGebra, consiste, en proponer una propuesta que movilice en los estudiantes las interacciones convenientes entre los AGD, que genere aprendizajes potencialmente significativos en relación a los procesos de la visualización, interpretación y representación, permitiendo resaltar algunos objetivos de la investigación:

- A los estudiantes no se les dificultó entender la unidad didáctica, enfocada desde lo geométrico-algebraico y utilizar el AGD como mediador para la interpretación de la factorización, en algunos casos no realizaron algunos apartes de la unidad didáctica, por motivos que el medio didáctico PC, se bloqueó o no funcionaba idóneamente el software GeoGebra.

- Los estudiantes mostraron un buen interés de aceptación al enfoque de la unidad didáctica y su desarrollo con el medio didáctico como el AGD, lo cual no significa que hayan asumido cabalmente el rol pretendido, en relación al objeto de la investigación como se describe en los análisis cualitativo y cuantitativo.

Se reconoce las funciones y las ventajas del mediador, y facilitador en el aprendizaje de la factorización a través de uso del GeoGebra y de los elementos de la geometría, ya que para los estudiantes fue importante reconocer elementos gráficos relacionados con la factorización, permitiendo que ellos descubrieran que no todas las expresiones polinómicas cuadráticas son factorizables, a partir de sus representación geométrica.

Con base en los resultados de esta experiencia se invita a la comunidad docente, para que inicien el rediseño parcial de unidades didácticas de sus cursos de matemáticas básicas, contando con la mediación de AGD.

Se considera que mostrando el algoritmo de la factorización, como un proceso de construcción más, que como un resultado ha aplicado, en el contexto geométrico puede ser un elemento clave para el aprendizaje y la enseñanza.

¿Se podrá razonar algebraicamente a través de la factorización?

¿Se podrá considerar que un medio didáctico y un recurso educativo, siempre serán avivadores en la motivación para el aprendizaje y la enseñanza de la matemática?

7. REFERENCIAS

Barnett, R. y Uribe, J. (1988). Algebra y Geometría 1. Bogotá: McGraw-Hill.

Bedoya, E. (2002). Formación inicial de profesores de matemáticas: Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras. Tesis Doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.

Carranza, M. (2002). *La Exploración del uso de la calculadora en el aula de clase para las asignaturas de matemáticas*. Cali: Universidad Autónoma de Occidente.

Duval, R. (1996). Recursos en Didáctica de la Matemática. México D.F: Grupo Editorial Iberoamérica

Duval, R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt, (Ed.) *Investigaciones en matemática educativa II*. México, Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Traducción al español por Myriam. Vega, realizada en la Universidad del Valle, Colombia, del original francés del mismo título publicado por P. Lang, Suiza en 1995.

Hernández S, y otros (1997). Libro Metodología de la Investigación, Escuela Superior de Comercio y Administración Instituto Politécnico Nacional. México

Marqués, P. (2000). Funciones, ventajas e inconvenientes de las TIC en educación. Formas básicas de uso. Facultad de Educación. Universidad Autónoma de Barcelona.

Mejía, M. (2004). Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas. Trabajo de grado para optar el título de Licenciada en Matemáticas - Física Universidad del Valle, Santiago de Cali.

MEN. (1998). Estándares básicos de matemática. Tecnologías de Información y Comunicación y currículo de matemática. Santafé de Bogotá.

MEN. (1999). Nuevas Tecnologías y currículo de matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá, D.C.

MEN. (2003). Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas. Serie Memorias. Bogotá, D.C.: MEN.

MEN. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Serie Documentos. Bogotá, D.C.: MEN.

MEN. (2004). Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. Serie Documentos. Bogotá, D.C.: MEN.

Niño, R. (2005). Pedagogía Problemática y Aprendizaje Medios Virtuales, U. Santo Tomás Bogotá, D.C.

Losada, L. (s.f) GeoGebra: la eficiencia de la intuición (I). . Recuperado el 14 de Marzo de 2010, de <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/recursosinternet/RecInternet/Geogebra/GeoGebra1.asp>

Olmo, M y otros. (1993) Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 19, Editorial síntesis, Madrid

Rosen, F. *Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi: Algebra*. London. 1831.

Socas, R y otros. *Iniciación al álgebra*. Madrid. Editorial Síntesis. 1989.

S. Gandz (ed). *The geometry of Al-Khwarizmi (Berlin, 1932) Tomado del artículo Biografía de Abu Ja'far Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi, de J. J. O' Connor y E. F. Robertson. Traductor: José Manuel García Estevez. MacTutor History of Mathematics Archive.p. 4.*

ANEXO

Anexo A Actividad de clase taller de factorización

INSTITUCIÓN EDUCATIVA:

DOCENTE:

ÁREA: MATEMÁTICA

ALUMNO: _____

GRADO: Octavo

FECHA: DÍA: _____ MES: _____ AÑO: 2011

1...En la siguiente expresión existe un binomio que es factor común de la expresión polinómica, identificalo: $2x^2 - xy + 6x - 3y$: factorizar: Justifique:

a... $(x + y)(2x - y)$

b... $(x - 3)(2x + y)$

c... $(x + 2)(3x - y)$

d... $(2x - y)(x + 3)$

2...Calcula la expresión polinómica, encontrando los factores de la siguiente expresión: Justifique:

Sea: $25m^2 + 49n^2 + 54mn$.

a... $(5m^2 + 7n^2 - 4mn)$

b... $(5m^2 + 7n^2 - 16mn)$

c... $(5m + 7n - 16mn)$

d... $(5m + 7n - 4mn)$

3... Expresar el siguiente polinomio $x^2 + 5x + 24$, en un producto de binomios Justifique:

a... $(x + 3)(x + 8)$ b... $(x - 3)(x + 8)$ c... $(x - 12)(x + 2)$ d... $(x - 6)(x + 4)$

4...Hallar la variable x de la siguiente expresión polinómica:

$$(3x - 1)^2 - 3(2x + 3)^2 + 42 = 2x(-x - 5) - (x - 1)^2$$

a... $1/2$

b... $1/4$

c... $1/6$

ANEXO

Anexo B Actividad de clase taller de factorización

PROFESOR(A):	INSTITUCION EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE
GRADO:	JORNADA: MANANA
OBJETIVO:	Robustecer el concepto de productos notables como reglas fijas y cuyo resultado que puede ser escrito por simple inspección.
REGLA	
<p>La diferencia de los cuadrados de dos cantidades dividida por la suma de las diferencias es igual a la diferencia de las cantidades.</p> $\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x+y)(x-y)}{x+y} = x - y$	<p><u>Ejemplo:</u></p> $\frac{4x^2 - 9y^2}{2x + 3y}$ $\frac{25x^{2n+2} - 9y^{2n+2}}{5x^{n+1} + 3y^{n+1}}$
<p>La diferencia de los cuadrados de dos cantidades dividida por la diferencia de las cantidades es igual a la suma de las cantidades.</p> $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b} = a + b$	$\frac{81m^{2a+2} - 64n^{2a+2}}{9m^{a+1} - 8n^{a+1}}$
<p>La suma de los cubos de dos cantidades dividida por la suma de las cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, menos el producto de la primera cantidad por la segunda cantidad mas el cuadrado de la segunda cantidad.</p> $\frac{x^3 + y^3}{x + y} = \frac{(x+y)(x^2 + xy + y^2)}{x + y}$	$\frac{4x^{2a+2} - 64y^{2a+2}}{4x^{a+1} - 8y^{a+1}}$ $\frac{27x^3 + 64y^3}{3x + 4y}$ $\frac{125x^{3n} + 64y^{3m}}{5x^n + 4y^m}$
<p>La diferencia de los cubos de dos cantidades dividida por la suma de las cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, mas el producto de la primera cantidad por la segunda cantidad mas el cuadrado de la segunda cantidad.</p> $\frac{x^3 - y^3}{x + y} = \frac{(x+y)(x^2 + xy + y^2)}{x + y}$	$\frac{343x^{3n} - 729y^{3m}}{7x^n - 9y^m}$ $\frac{216x^{3a} - 27y^{3b}}{6x^a - 3y^b}$

ANEXO

Anexo C Actividad de clase

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE

Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002

NIT: 811-016955-0

DANE: 105001002020

Núcleo 930

La Floresta



Profesor de apoyo: Luis Fernando Daza López.

Cooperadora: _____ **Área: Matemática**

Grado: (8º) A - B - C - D.

Jornada: Mañana

Año: 2012

Grupo: _____

Guía DE CONSTRUCCIÓN PASO A PASO⁴⁸. DOS

Utilice solamente la siguiente herramienta, escriba en la línea de comandos, los operaciones solicitadas.

1. Abra un nuevo archivo en GeoGebra.
2. Oculte los ejes, para esto elija el menú Vista y desmarque la opción Ejes.
3. Escriba en la línea de comandos cada una de las siguientes expresiones (tal como se muestran):

- (a) $A=(1,1)$
- (b) $B=(5,1)$
- (c) Segmento[A,B]
- (d) Perpendicular[A,a]
- (e) Perpendicular[B,a]
- (f) Circunferencia[A,B]
- (g) Intersección[d,b]
- (h) Recta[D, a]
- (i) Interseca[c,e]

Nota: Para intersecciones se puede utilizar el comando intersección o el comando interseca.

- (j) Segmento[A,D]
- (k) Segmento[D,E]
- (l) Segmento[E.B]

4. Por último, utilice la herramienta Expone / Oculta Objeto para ocultar el círculo y las rectas, dejando sólo visible el cuadrado.

5. Guarde el archivo.

⁴⁸Borbón A. Escuela de Matemática Instituto Tecnológico de Costa Rica www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate
 “La educación y la formación, es la llaves que abre los recintos más oscuros de una sociedad”
 Anónimo

ANEXO

Anexo D Actividad de clase taller de factorización

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE

Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002
 NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020

Núcleo 930 La Floresta
 Profesor de apoyo: Luis Fernando Daza López.



Cooperadora: _____ Área: Matemática

Grado: (8º) A - B - C - D.

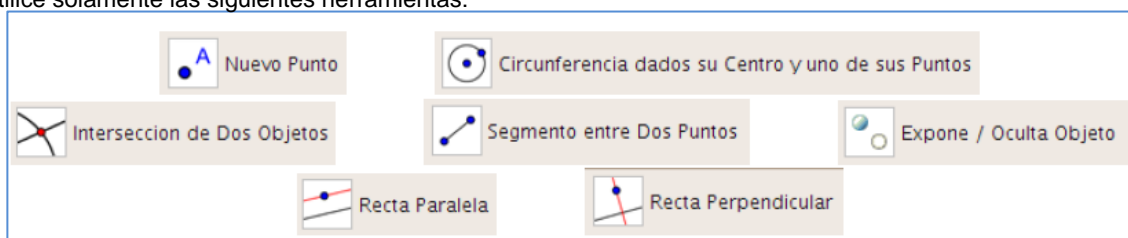
Jornada: Mañana

Año: 2012

Grupo: _____

Guía DE CONSTRUCCIÓN PASO A PASO⁴⁹. DOS

Utilice solamente las siguientes herramientas:



1. Abra un nuevo archivo en GeoGebra.
2. Oculte los ejes, para esto elija el menú Vista y desmarque la opción Ejes.
3. Elija la herramienta Nuevo Punto y construya en la zona de trabajo dos puntos A y B .
4. Utilice la herramienta Segmento entre Dos Puntos y construya el segmento AB .
5. Utilice la herramienta Recta Perpendicular y construya la recta perpendicular b al segmento AB por el punto A , luego utilice la misma herramienta para construir la recta perpendicular a al segmento AB por el punto B .
6. Utilice la herramienta Circunferencia dados su Centro y uno de sus Puntos y construya el círculo d con centro en el punto A que pasa por B .
7. Elija la herramienta Intersección de Dos Objetos y construya el punto de intersección C entre el círculo d y la recta b .
8. Utilice la herramienta Recta Paralela para construir la recta paralela e al segmento AB por el punto C .
9. Elija la herramienta Intersección de Dos Objetos y construya el punto de intersección D entre la recta e y la recta a .
10. Utilice la herramienta Segmento entre Dos Puntos y construya los segmentos AC , CD y DB .
11. El cuadrilátero $ABDC$ es un cuadrado.
12. Mueva los puntos A y B y observe que, no importa cómo se mueva, el cuadrilátero siempre se mantiene siendo cuadrado.
13. Por último, utilice la herramienta Expone / Oculta Objeto para ocultar el círculo y las rectas, dejando sólo visible el cuadrado.
14. Guarde el archivo.

Adicional:

15. Mida los lados del cuadrado, determine el área y el perímetro del cuadrado.
16. GeoGebra ya tiene implementada una herramienta para realizar polígonos regulares, pruébela para realizar un cuadrado. De ahora en adelante los polígonos regulares se seguirán haciendo con esta herramienta.

⁴⁹Borbón A. Escuela de Matemática Instituto Tecnológico de Costa Rica www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate
 "La educación y la formación, es la llaves que abre los recintos más oscuros de una sociedad"
 Anónimo

ANEXO

Anexo E Unidad didáctica actividad uno

PROFESOR(A): LUZ ESTELLA RAMIREZ PROFESOR(A) DE APOYO: LUÍS FERNANDO DAZA LÓPEZ				
GRADO: (8º)	JORNADA: MANANA	SEGUNDO PERIODO	Día ___ Mes: ___ 2012	TIEMPO: 40 Min
ESTUDIANTES	NOMBRES		APELLIDOS	
1.				
2.				
OBJETIVO:				
Utilizar el número en sus diferentes representaciones. Generalizar procedimientos aritméticos y geométricos válidos para encontrar el perímetro y el área en regiones planas				
MATERIAL: PC, Software de GeoGebra, Lápiz, Borrador.				
TIPO DE ACTIVIDAD: ENSEÑANZA DE LA ARITMÉTICA DESDE LA GEOMETRÍA.				
SISTEMA DE: GEOMETRÍA Y aritmética.		A TRABAJAR		
Construya utilizando el software las siguientes figuras planas.				
<p>Perímetro: Se llama perímetro de una figura a la medida del contorno de la misma.</p> <p>Área: Se llama área de una figura a la medida de la superficie de la misma.</p> <p>Observa las Tabla A y la Tabla B, responda y soluciona lo solicitado.</p> <p>1. Halla el perímetro y el área de cada figura plana utilizando software GeoGebra. Completa la Tabla A.</p> <p>2. Identifique las figuras que determinan características comunes. Completa la Tabla B.</p>				
Tabla A:				
	Figura	Unidad de medida	Expresión aritmética Perímetro	Expresión aritmética Área
	A	u		
	B	u		
	C	u		
	D	u		
	E	u		
Tabla B:				
	Figura	Isoperimétricas (Perímetro)	Equivalentes (Área)	
	A			
	B			
	C			
	D			
	E			
CRITERIO DE EVALUACIÓN	CONCEPTUAL:		PROCEDIMENTAL:	ACTITUDINAL:

ANEXO

Anexo F Unidad didáctica actividad uno

PROFESOR(A): LUZ ESTELLA RAMIREZ PROFESOR(A) DE APOYO: LUÍS FERNANDO DAZA LÓPEZ																												
GRADO: (8º)	JORNADA: MAÑANA	SEGUNDO PERIODO	Día ___ Mes: ___ 2012	TIEMPO: 40 Min																								
ESTUDIANTES	NOMBRES		APELLIDOS																									
1.																												
2.																												
OBJETIVO:																												
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizar el número en sus diferentes representaciones y diversos contextos. - Utilizar procedimientos geométricos y algebraicos válidos para encontrar el perímetro y el área de una región plana. 																												
MATERIAL: PC, Software de GeoGebra, Lápiz, Borrador.																												
TIPO DE ACTIVIDAD: ENSEÑANZA DEL ALGEBRA DESDE LA GEOMETRÍA.																												
SISTEMA DE: GEOMETRÍA Y ALGEBRA.		A TRABAJAR																										
3. Hallar el perímetro y el área de cada figura plana, respecto a la unidad de medida, teniendo presente los datos de la Tabla A. Completa la Tabla C.	Tabla C:																											
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #f4a460;"> <th style="padding: 5px;">Figura</th> <th style="padding: 5px;">Unidad de Medida</th> <th style="padding: 5px;">Perímetro</th> <th style="padding: 5px;">Área</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">A</td> <td style="padding: 5px;">$u = a + 3$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">B</td> <td style="padding: 5px;">$u = x + 4$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">C</td> <td style="padding: 5px;">$u = b + 2$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">D</td> <td style="padding: 5px;">$u = m + 1$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">E</td> <td style="padding: 5px;">$u = n + 5$</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>				Figura	Unidad de Medida	Perímetro	Área	A	$u = a + 3$			B	$u = x + 4$			C	$u = b + 2$			D	$u = m + 1$			E	$u = n + 5$		
	Figura	Unidad de Medida	Perímetro	Área																								
	A	$u = a + 3$																										
	B	$u = x + 4$																										
	C	$u = b + 2$																										
D	$u = m + 1$																											
E	$u = n + 5$																											
CRITERIO DE EVALUACIÓN	CONCEPTUAL:		PROCEDIMENTAL:	ACTITUDINAL:																								

ANEXO

Anexo G Unidad didáctica actividad dos

PROFESOR(A): LUZ ESTELLA RAMIREZ PROFESOR(A) DE APOYO: LUÍS FERNANDO DAZA LÓPEZ							
GRADO: (8º)	JORNADA: MAÑANA	SEGUNDO PERIODO	Día ___ Mes: ___ 2012	TIEMPO: 40 Min			
ESTUDIANTES	NOMBRES			APELLIDOS			
1.							
2.							
OBJETIVO: Graficar, reconocer y relacionar las representaciones y significados que se involucran entre el algebra y la geometría.							
MATERIAL: PC, Software de GeoGebra, Lápiz, Borrador.							
SISTEMA DE: ARITMÉTICA - ALGEBRA – GEOMETRÍA		A RESPONDER					
4. Mueva el deslizador a , y los puntos E, M, I, F y K . determine con sus compañeros las área internas, identifique y construya la expresión general, para cada rectángulo. Completa la Tabla D.		Nª	Área Uno	Área Dos	Área Tres	Área cuatro	ÁREA TOTAL A_t
		1					625 u ²
		2	324u ²				900u ²
		3				64 u ²	256u ²
		4		81u ²			729 u ²
		Tabla D:					
5. Mueva el deslizador a , y los puntos E, K y I o los puntos F, K y M , determine y construya las expresiones algebraicas de los rectángulos e identifique las dimensiones de sus lados. Los rectángulos a construir pueden ser: DCBA; .ADCB. Completa la Tabla E		Nª	LADO (DF + FA)	LADO (DE + EC)	Expresión algebraica Pt = (PERÍMETRO)		
		1			24u =		
		2					
		3					
		4			16u =		
		Tabla E:					
6. Mueva el deslizador a , moviendo los puntos E, M, I, F y K . determine sus áreas internas, identifique y construya su representación algebraica como expresión general. Completa la Tabla F		N	LADO m = (AI + IB)	LADO n = (CM+MB)	Expresión algebraica (At) = ÁREA TOTAL		
		1			36u ² =		
		2			9u ² =		
		3			25u ² =		
		4			16u ² =		
		Tabla F:					
CRITERIO DE EVALUACIÓN		CONCEPTUAL:		PROCEDIMENTAL:		ACTITUDINAL:	

ANEXO

Anexo H Unidad didáctica actividad tres

PROFESOR(A): LUZ ESTELLA RAMIREZ		PROFESOR(A) DE APOYO: LUÍS FERNANDO DAZA LÓPEZ																																			
GRADO: (8º)	JORNADA: MAÑANA	SEGUNDO PERIODO	Día ___ Mes: ___ 2012	TIEMPO: 40 Min																																	
ESTUDIANTES	NOMBRES		APELLIDOS																																		
1.																																					
2.																																					
OBJETIVO:																																					
Interpretar la factorización, a partir de la perspectiva de la geometría.																																					
Factorizar una expresión algebraica, a partir del modelo de factorización algebraica geométrica.																																					
MATERIAL: PC, Software de GeoGebra, Lápiz, Borrador.																																					
SISTEMA DE: ARITMÉTICA - ALGEBRA – GEOMETRÍA		A RESPONDER																																			
<p>7. Mueva los puntos A, B, F, G y el deslizador c, construya rectángulos que representen una clase de rectángulos con características comunes, completa la tabla G, dado su perímetro de 22u, 29u, 44u, reconociendo en la expresión resultante como una expresión algebraica cuadrática.</p> <p>Completa la Tabla G.</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nº</th> <th>LADO 1</th> <th>LADO 2</th> <th>ÁREA $p_t = L_1 \cdot L_2$</th> <th>Determine, si es un cuadrado o rectángulo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Nº	LADO 1	LADO 2	ÁREA $p_t = L_1 \cdot L_2$	Determine, si es un cuadrado o rectángulo	1					2					3																	
		Nº	LADO 1	LADO 2	ÁREA $p_t = L_1 \cdot L_2$	Determine, si es un cuadrado o rectángulo																															
		1																																			
		2																																			
		3																																			
Tabla G:																																					
<p>8. Mueva los deslizadores a, b, t, construya los rectángulos que representen una clase de rectángulos con características comunes, reconociendo en la expresión resultante una expresión algebraica factorizable.</p> <p>Completa la Tabla H.</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nº</th> <th>LADO 1 (a + b)</th> <th>LADO 2 (a + b)</th> <th>ÁREA $A_t = b_1 \cdot h_2$ $A_t = (a + b) (a + b)$ $A_t = (a - b) (a - b)$</th> <th>Expresión algebraica $A_t = (b \cdot h)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td>$A_t = (a + b) (a + b)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td>$A_t = (a - b) (a - b)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td>$A_t = (a + b) (a + b)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td>$81u^2$ $A_t = (a - b) (a - b)$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Nº	LADO 1 (a + b)	LADO 2 (a + b)	ÁREA $A_t = b_1 \cdot h_2$ $A_t = (a + b) (a + b)$ $A_t = (a - b) (a - b)$	Expresión algebraica $A_t = (b \cdot h)$	1			$A_t = (a + b) (a + b)$		2			$A_t = (a - b) (a - b)$		3			$A_t = (a + b) (a + b)$		4			$81u^2$ $A_t = (a - b) (a - b)$									
		Nº	LADO 1 (a + b)	LADO 2 (a + b)	ÁREA $A_t = b_1 \cdot h_2$ $A_t = (a + b) (a + b)$ $A_t = (a - b) (a - b)$	Expresión algebraica $A_t = (b \cdot h)$																															
		1			$A_t = (a + b) (a + b)$																																
		2			$A_t = (a - b) (a - b)$																																
		3			$A_t = (a + b) (a + b)$																																
4			$81u^2$ $A_t = (a - b) (a - b)$																																		
Tabla H																																					
<p>9. Mueva los deslizadores a, b, t y construya una clase de rectángulo que cumplan características comunes, determinando su expresión algebraica general de sus lados, reconociendo en la expresión resultante una expresión algebraica factorizable.</p> <p>Completa la Tabla I</p>		<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Expresiones</th> <th rowspan="2">ÁREA TOTAL</th> <th rowspan="2">EXPRESIÓN ALGEBRAICA</th> <th rowspan="2">MARQUE (C) Cuadrado (R) Rectángulo</th> </tr> <tr> <th>Nº</th> <th>L₁</th> <th>L₂</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Expresiones			ÁREA TOTAL	EXPRESIÓN ALGEBRAICA	MARQUE (C) Cuadrado (R) Rectángulo	Nº	L ₁	L ₂	1						2						3						4					
		Expresiones			ÁREA TOTAL	EXPRESIÓN ALGEBRAICA	MARQUE (C) Cuadrado (R) Rectángulo																														
		Nº	L ₁	L ₂																																	
		1																																			
		2																																			
3																																					
4																																					
Tabla I:																																					
CRITERIO DE EVALUACIÓN		CONCEPTUAL:	PROCEDIMENTAL:	ACTITUDINAL:																																	

Tabla 5. Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) A.

<p style="text-align: center;">INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE</p> <p style="text-align: center;">Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002 NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020</p> <p style="text-align: center;">Núcleo 930 La Floresta</p> 												
ASPECTOS (8º)-A												
GRUPOS	VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
	A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4
1	/	/	/	/	/	/	/		/	/	/	/
2	/		/		/	/			/			
3	/	/			/	/		/	/	/		
4	/				/				/		/	/
5	/					/			/	/	/	
6	/	/	/	/	/		/		/	/	/	/
7	/	/	/		/	/		/	/	/		
8	/				/	/	/		/	/	/	/
9	/		/		/	/		/	/	/	/	
10	/	/	/	/	/	/	/		/	/		
TOTAL	10	5	6	3	9	8	4	3	10	8	6	4
	6	GRUPOS			6	GRUPOS			7	GRUPOS		

Descripción del símbolo (/) en la tabla:

Reconoce el proceso correcto de la interpretación de la factorización desde la perspectiva de la geometría, acompañado por un ADG, valorado desde los siguientes aspectos: La visualización, La construcción del conocimiento y la representación.

ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.1	DESCRIPCIÓN DE LAS SIGLAS
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.2	
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.3	
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.4	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.1	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.2	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.3	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.4	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.1	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.2	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.3	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.4	

Aclaración: La tablas 2; tablas 3; tablas 4, representa en la estadística descriptiva, los resultados de los procesos cognitivos: la visualización, la interpretación y la representación, respecto al objeto de la investigación, mencionado en el apartado 1.3.1.

Tabla 6 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.

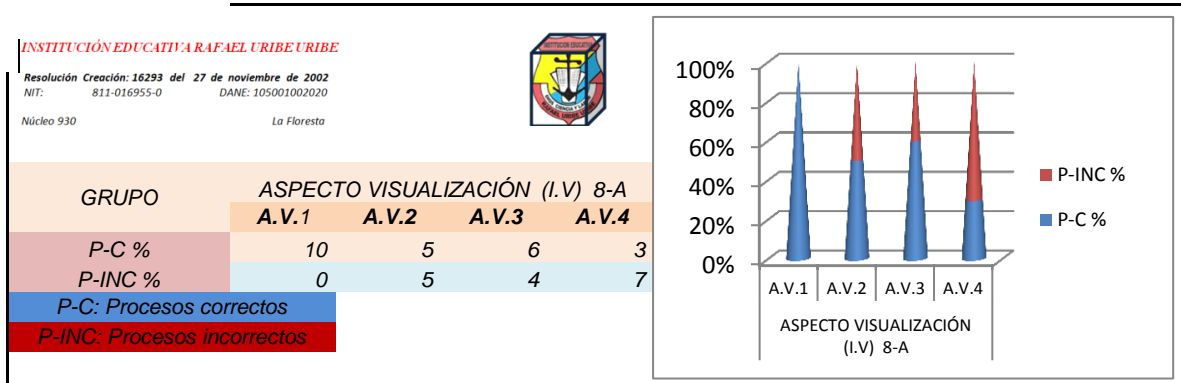


Tabla 7 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.

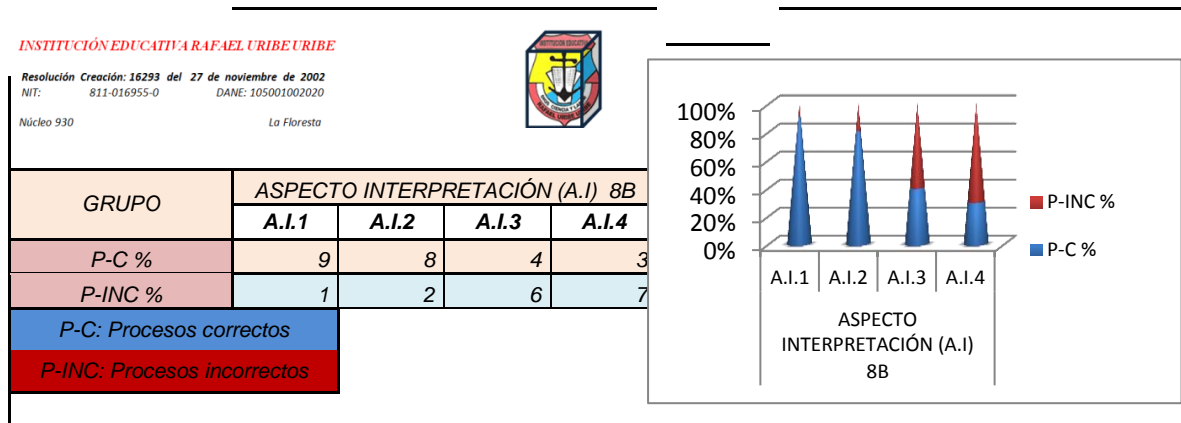


Tabla 8 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.

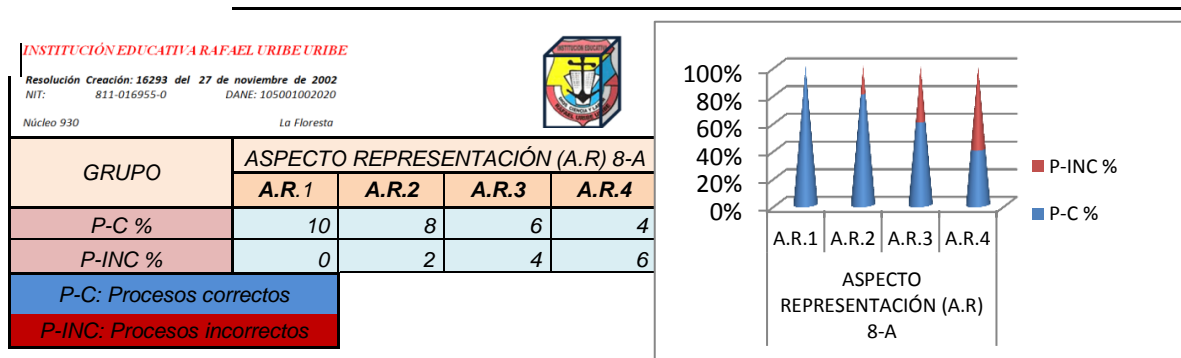


Tabla 9. Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) B.

<p style="text-align: center;"><i>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE</i></p> <p style="text-align: center;">Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002 NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020</p> <p style="text-align: center;">Núcleo 930 La Floresta</p>												
ASPECTOS (8º)-B												
GRUPOS	VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
	A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4
1	/	/	/	/	/	/	/			/	/	/
2			/		/	/		/	/	/		/
3	/	/			/	/			/		/	/
4			/		/	/		/	/	/		/
5	/	/		/					/	/	/	/
6	/		/		/				/		/	/
7		/			/	/	/		/	/		/
8	/	/	/		/	/			/	/	/	/
9	/									/	/	/
10	/		/		/	/	/		/		/	/
TOTAL	7	5	6	2	8	7	3	2	8	7	7	10
	5	GRUPOS			5	GRUPOS			8	GRUPOS		

Descripción del símbolo (/) en la tabla:

Reconoce el proceso correcto de la interpretación de la factorización desde la perspectiva de la geometría, acompañado por un ADG, valorado desde los siguientes aspectos: La visualización, La construcción del conocimiento y la representación.

ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.1	DESCRIPCIÓN DE LAS SIGLAS
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.2	
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.3	
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.4	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.1	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.2	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.3	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.4	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.1	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.2	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.3	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.4	

Aclaración: La tablas 6; tablas 7; tablas 8, representa en la estadística descriptiva, los resultados de los procesos cognitivos: la visualización, la interpretación y la representación, respecto al objeto de la investigación, mencionado en el apartado 1.3.1.

Tabla 10 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.

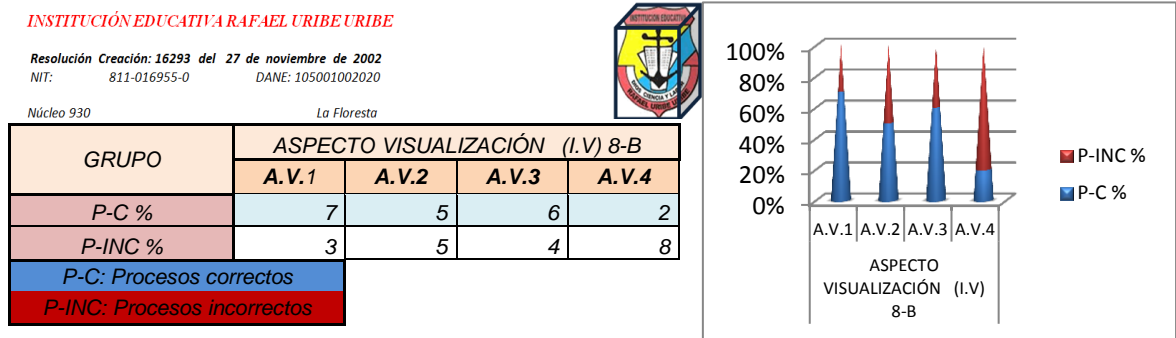


Tabla 11 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.

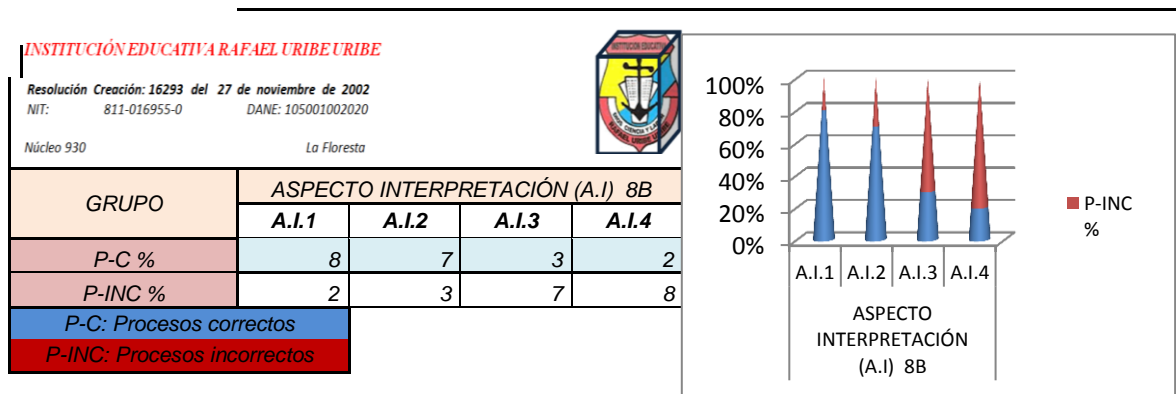


Tabla 12 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la representación.

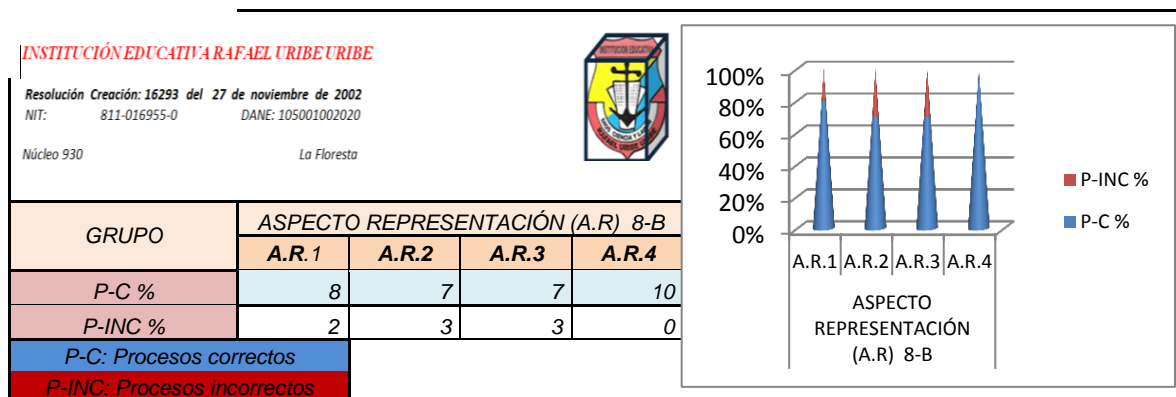



Tabla 13 Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) C.

<p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE</p> <p>Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002 NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020</p> <p>Núcleo 930 La Floresta</p> 												
ASPECTOS (8º)-C												
GRUPOS	VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN N				REPRESENTACIÓN			
	A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4
1	/	/				/	/	/	/	/	/	/
2			/		/				/	/		
3		/			/		/		/	/	/	/
4	/		/	/	/	/		/	/	/		
5	/	/		/	/				/	/	/	/
6	/				/		/	/		/		
7	/	/			/	/			/	/	/	/
8	/					/	/		/	/		
9	/				/			/	/	/	/	/
10			/		/				/			
TOTAL	7	4	3	2	8	4	4	4	9	9	5	5
	4	GRUPOS			5	GRUPOS			7	GRUPOS		

Descripción del símbolo (/) en la tabla:

Reconoce el proceso correcto de la interpretación de la factorización desde la perspectiva de la geometría, acompañado por un ADG, valorado desde los siguientes aspectos: La visualización, La construcción del conocimiento y la representación.

ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.1	DESCRIPCIÓN DE LAS SIGLAS
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.2	
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.3	
ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.4	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.1	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.2	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.3	
ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.4	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.1	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.2	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.3	
ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.4	

Aclaración: La tablas 10; tablas 11; tablas 12, representa en la estadística descriptiva, los resultados de los procesos cognitivos: la visualización, la interpretación y la representación, respecto al objeto de la investigación, mencionado en el apartado 1.3.1.

Tabla 14 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.

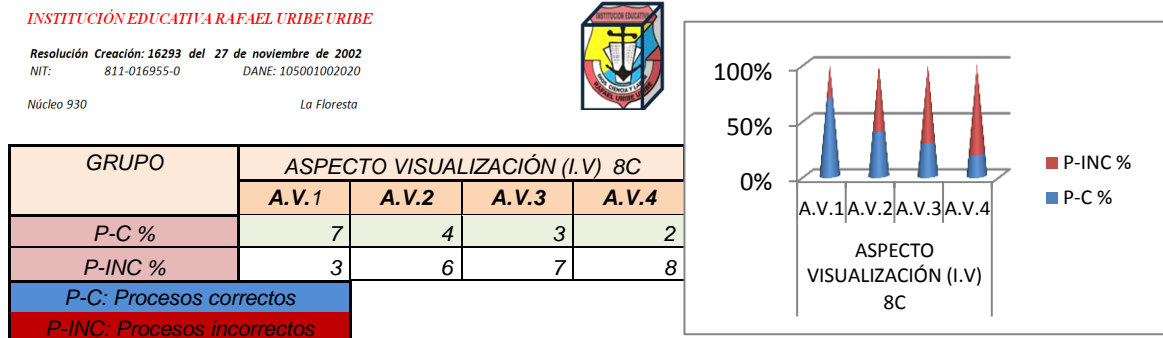


Tabla 15 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.

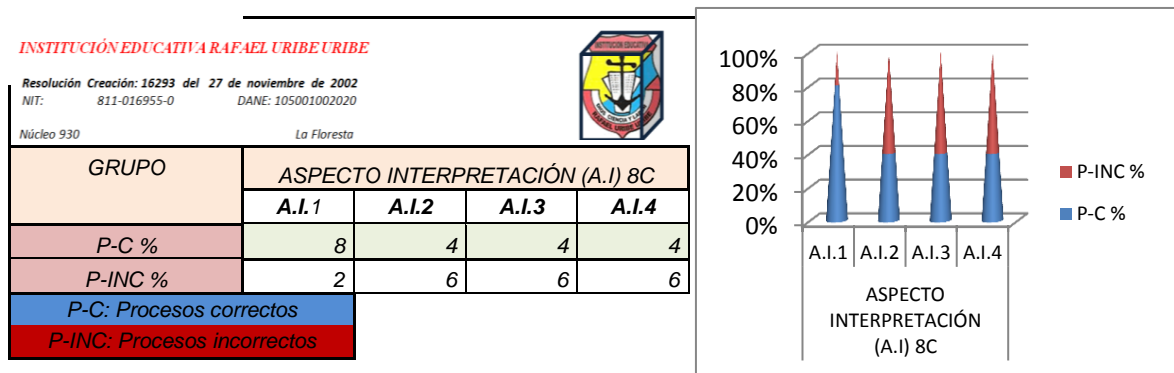


Tabla 16 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la representación.

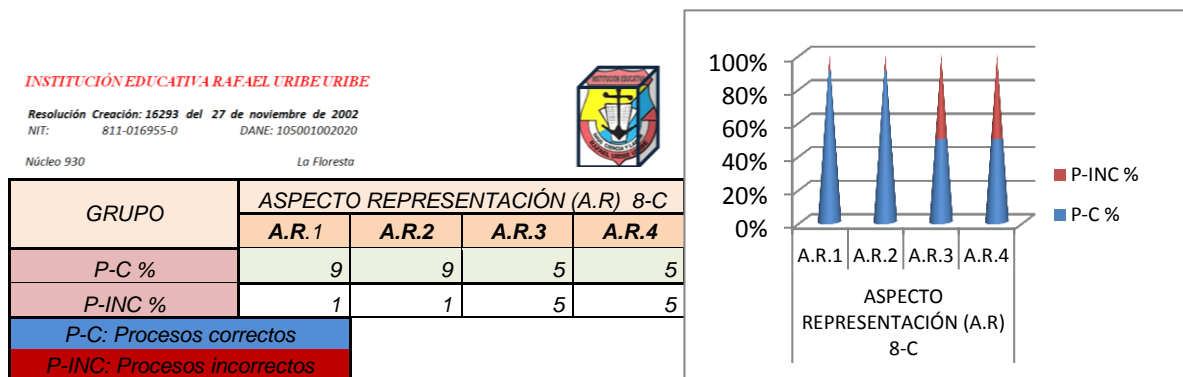



Tabla 17 Registro de los procesos de desarrollo de la unidad didáctica (8º) D.

<p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE</p> <p>Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002 NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020</p> <p>Núcleo 930 La Floresta</p> 												
ASPECTOS (8º)-D												
GRUPOS	VISUALIZACIÓN				INTERPRETACIÓN				REPRESENTACIÓN			
	A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4	A.R.1	A.R.2	A.R.3	A.R.4
1	/	/	/		/	/	/	/	/			
2	/	/	/			/			/	/	/	/
3	/	/	/						/	/	/	/
4	/	/	/		/	/	/	/	/	/		
5		/	/	/		/	/		/	/	/	/
6	/	/	/		/				/	/		
7	/	/		/		/			/	/	/	/
8	/	/	/		/	/			/	/		
9		/		/	/	/	/	/	/	/	/	
10	/		/		/				/	/		
TOTAL	8	9	8	3	6	7	4	3	10	9	5	4
	7	GRUPOS			5	GRUPOS			7	GRUPOS		
<p>Descripción del símbolo (/) en la tabla:</p> <p>Reconoce el proceso correcto de la interpretación de la factorización desde la perspectiva de la geometría, acompañado por un ADG, valorado desde los siguientes aspectos: La visualización, La construcción del conocimiento y la representación.</p>												
<p>ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.1</p> <p>ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.2</p> <p>ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.3</p> <p>ASPECTOS VISUALIZACIÓN A.V.4</p> <p>ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.1</p> <p>ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.2</p> <p>ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.3</p> <p>ASPECTOS INTEPRETACIÓN A.I.4</p> <p>ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.1</p> <p>ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.2</p> <p>ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.3</p> <p>ASPECTO REPRESENTACIÓN A.R.4</p>												DESCRIPCIÓN DE LAS SIGLAS

Aclaración: La tablas 14; tablas 15; tablas 16, representa en la estadística descriptiva, los resultados de los procesos cognitivos: la visualización, la interpretación y la representación, respeto al objeto de la investigación, mencionado en el apartado 1.3.1.

Tabla 18 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la visualización.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE
Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002
NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020
Núcleo 930 La Floresta



GRUPO	ASPECTO VISUALIZACIÓN (I.V) 8D			
	A.V.1	A.V.2	A.V.3	A.V.4
P-C %	8	9	8	3
P-INC %	2	1	2	7
P-C: Procesos correctos				
P-INC: Procesos incorrectos				

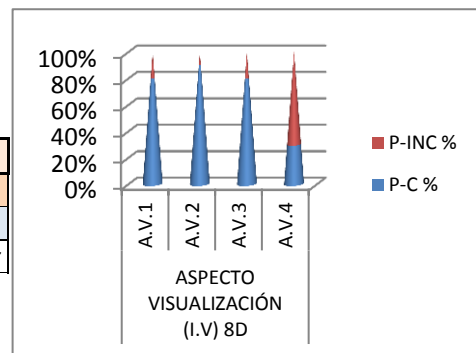


Tabla 19 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la interpretación.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE
Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002
NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020
Núcleo 930 La Floresta



GRUPO	ASPECTO INTERPRETACIÓN (A.I) 8D			
	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4
P-C %	6	7	4	3
P-INC %	4	3	6	7
P-C: Procesos correctos				
P-INC: Procesos incorrectos				

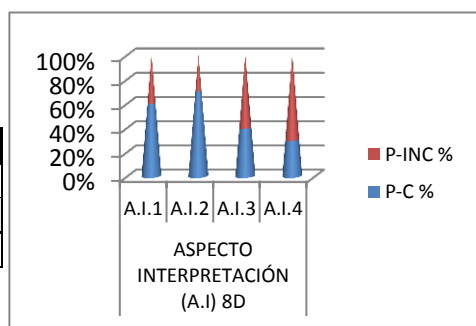
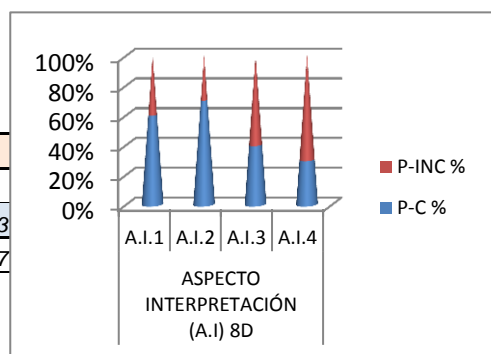


Tabla 20 Registro estadístico del aspecto del proceso cognitivo de la representación.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL URIBE URIBE
Resolución Creación: 16293 del 27 de noviembre de 2002
NIT: 811-016955-0 DANE: 105001002020
Núcleo 930 La Floresta



GRUPO	ASPECTO INTERPRETACIÓN (A.I) 8D			
	A.I.1	A.I.2	A.I.3	A.I.4
P-C %	6	7	4	3
P-INC %	4	3	6	7
P-C: Procesos correctos				
P-INC: Procesos incorrectos				



INTERPRETACIÓN DE LA FACTORIZACIÓN A TRAVÉS DEL USO DEL GEOGEBRA⁵⁰

Por

Luís Fernando Daza López⁵¹

Universidad de Antioquia

Medellín-Colombia

Resumen

Partiendo de la exigencia⁵² de la sociedad educando actual, los medios didácticos como los AGD⁵³, instrumento de mediación tecnológico, seleccionado para movilizar el aprendizaje de la matemática y desarrollar habilidades y actitudes para la construcción de conceptos y procedimientos, ligados a procesos cognitivos como: la visualización, la interpretación y la representación, en el trato a la interpretación de la factorización «como un algoritmo que describe las invariantes, que forman una clase determinada por figuras geométricas (rectángulos) con características comunes para el cálculo de su área o su perímetro»⁵⁴. El presente artículo hace referencia, que de esta forma se aviva procesos de aprendizaje para la construcción de conceptos y procedimientos matemáticos e incorporando unidades didácticas acompañadas por AGD y dotándolos de sentido empírico, dinamizando la experiencia del estudiante, este convierte el conocimiento en un conocimiento sustantivo y profundo.

Palabras claves:

Interpretación, representación, visualización, factorización, ambientes de geometría dinámica (AGD), unidad didáctica, geometría.

⁵⁰ El artículo, hace parte de los resultados de un estudio finalizado en junio de 2012, su objeto de estudio “Interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra” trabajo realizado en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe, Ciudad Medellín-Antioquia, estudio valorado respecto a la descripción analíticas de la investigación, de igual forma, gracias a la donación de 40 portátiles, por el plan de gobierno, periodo 2008-2011 por parte del señor LUIS ALFREDO RAMOS BOTERO, se pudo desarrollar a cabalidad el trabajo de la investigación.

⁵¹ Estudiante del programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática, Universidad de Antioquia, sede Medellín-Antioquia (2012). lufedaley15@gmail.com

⁵² Cuando se habla de exigencia, se hace alusión a planeaciones y construcciones de unidades didácticas, mediadas por medios didácticos y recursos educativos (AGD) medio categorizado dentro de las TIC para el aprendizaje y la enseñanza de la matemática.

⁵³ Los AGD son Ambientes de Geometría Dinámica, (GeoGebra), sus elementos operativos corresponden a un "procesador geométrico" y un "procesador algebraico", es decir, «un compendio de matemática con software interactivo que integra herramientas de geometría, con herramientas de álgebra y cálculo» Markus Hohenwarter (2002) GeoGebra. Alexander Borbón Derechos Reservados©2010. Revista digital Matemática, Educación e Internet (www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/)

⁵⁴ Colectivo de práctica (2012) Universidad de Antioquia.

Abstract

Leaving of the demand of the society educating current, the didactic means as the AGD, technological mediation instrument, selected to mobilize the mathematics' learning and to develop abilities and attitudes for the construction of concepts and procedures, bound to processes cognitivist like: the visualization, the interpretation and the representation, in the treatment to the interpretation of the factoring "as an algorithm that describes the invariants that form a class determined by geometric figures (rectangles) with characteristic common for the calculation of their area or their perimeter." The present article makes reference that is vivified learning processes for the construction of concepts and mathematical procedures this way and incorporating didactic units accompanied by AGD and endowing them of empiric sense, energizing the student's experience, this it transforms the knowledge into a knowledge noun and deep.

Keywords:

Interpretation, representation, visualization, factoring, ambient AGD of dynamic geometry, didactic unit, geometry.

Introducción

A pesar que en la literatura abundan resultados de investigaciones que muestran la importancia de los medios didácticos y los recursos educativos en la enseñanza y el aprendizaje, se aceptan como instrumento, mediador y tecnológico los AGD, su objeto es permitir movilizar habilidades y actitudes para la construcción de conceptos y procedimientos en la educación matemática, estudio como el "Uso de herramienta computacionales para la enseñanza de la matemática"⁵⁵ estudio que consiste, en establecer estrategias para la incorporación de tecnología en la enseñanza de las matemáticas en básica secundaria y en particular en el desarrollo del pensamiento métrico⁵⁶; otro estudio es el "De la conjetura a la demostración deductiva con la medición de un ambiente de

⁵⁵ Garzón D, Investigación por el profesor de la Universidad del Valle. (1999)

⁵⁶Esta información y otras relacionadas en esta página son tomadas de Universidad del Valle Univalle. (Citado 15 septiembre 2011). Disponible en:

http://201.234.78.173:8081/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0000226670

geometría dinámica”⁵⁷ trabajo que describe una propuesta de concepción, análisis y diseño de una secuencia didáctica; otro estudio es el “Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas”⁵⁸ centrado en la incorporación de las Nuevas Tecnologías Informáticas (NTI) en el aula de matemáticas, a pesar de los resultados de las investigaciones, la incorporación y uso de las NTI en la escuela sigue siendo objeto de resistencia, especialmente por parte de aquellos que tienen la creencia que la esencia del saber matemático está en los procedimientos con manipulaciones algebraicas con lápiz y papel, un ejemplo de esos conocimientos encasillados a este tratamiento, es la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas, entre otros estudios.

Desde la experiencia como docente en formación, se observa que la sociedad educando de actual, exige actividades en el aula más explicativas y didácticas que movilicen el interés mismo de aprender matemática, actividades acompañadas por un medio como el AGD (GeoGebra) que permite «proporcionar simulaciones, que ofrecen entornos para la observación, exploración, interpretación y experimentación» M.E.N. (2002) y avivar un mejor entendimiento de los conceptos y procedimientos, de manera más clara, ya que en él, los estudiantes evidencian las invariantes de la matemática respecto a sus representaciones y significados.

En el presente estudio se describe teóricamente y analíticamente la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra, trabajo registrado en una unidad didáctica⁵⁹ complementada por una serie de actividades geométricas asociadas a los procesos cognitivos⁶⁰ como la visualización⁶¹, la interpretación⁶² y la representación⁶³ permitiendo

⁵⁷ Garzón D, Quinte G, profesor, magister en educación énfasis educación matemática, Investigación de la, Universidad del Valle (2010)

⁵⁸ MARÍA F. Trabajo de grado para optar el título de Licenciada en Matemáticas - Física Universidad del Valle, Santiago de Cali. 2004

⁵⁹ Unidad didáctica Bedoya, E (2002) « programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos. Constituyen la concreción de las directrices curriculares y didácticas centradas en un grupo de estudiantes en un contexto determinado en relación a un contenido matemático» (p. 87).

⁶⁰ Cuando se hable de los procesos cognitivos, es en relación al desarrollo y utilización de la visualización, la interpretación y la representación, que el estudiante le da, a la factorización, a través de uso del GeoGebra, relacionadas con los aciertos y no aciertos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

⁶¹ La visualización parece Duval, R, (1999) «enfatzarse en imágenes e intuiciones físicas y acciones » también plantea que «visualización integra procesos por medio de los cuales se obtiene terminaciones, a partir de las interpretaciones y representaciones de los objetos y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones del conocimiento» (p. 38)

⁶² La interpretación Rojas N, (2005) «proceso consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del individuo» (p. 32)

⁶³ La representación Duval, R, (1999) « se refiere a un amplio rango de actividades significativas, que son utilizadas para denotar objetos» (p. 38) también plantea Duval, R (1999) « representaciones diferentes de un mismo objeto no tiene el

rescatar las nuevas posibilidades de tratamiento de los conceptos y procedimientos matemático y generando procesos de aprendizajes más claros, por tal razón, se propone un concepto del algoritmo desde la mirada de lo geométrico y lo aritmético proporcionando una interpretación más explicativo «como un algoritmo que describe las invariantes, que forman una clase determinada por figuras geométricas (rectángulos) con características comunes para el cálculo de su área o su perímetro» (Colectivo de práctica. 2012) aproximación aunada a la que propone (Barnett R, 1978, p. 43) como el «proceso inverso de la multiplicación, en donde se dice que un polinomio está completamente factorizado, cuando está escrito como el producto de sus factores primos».

Para abordar el objeto de estudio de la investigación en relación a la interpretación de la factorización desde la geometría y la aritmética a través del uso del GeoGebra, se hizo necesario reconocer el impacto que los medios producían a los estudiantes, para la enseñanza y su aprendizaje de la matemática, un impacto que de una u otra manera, los estudiantes veían el AGD, como un objeto novedoso a razón que «con el acceso a la manipulación directa, la enseñanza de la geometría ofrece un interesante desarrollo hacia una nueva concepciones de ésta, como el estudio de las propiedades invariantes de las figuras geométricas» M.E.N. (1999), sin embargo es común el objeto como el portátil, que cada día hace parte de su entorno, fue así que se inició el proceso de la investigación, arribando el colectivo de práctica la siguiente pregunta:

¿Cómo los estudiantes del 8° grado, interpretan la factorización a través del uso del GeoGebra?

Y así implicar nuestro quehacer en «el constante desarrollo de las TIC, permite la aplicación de nuevos métodos y modelos educacionales, lo que hace necesario un esfuerzo de innovación pedagógica» Losada, L. (2010), de igual forma se tomaron en consideración los modos de participación de los diferentes actores (estudiantes de 8° octavo grado bachillerato) de cada actividad de la unidad didáctica, donde se suscita el trabajo entre lo teórico y la práctica, de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

La metodología en la que centró al trabajo de investigación es referenciada, por desde el marco de Hernández R⁶⁴, una metodología enfocada desde el método mixto, su análisis estuvo trazado por el estudio de casos encauzados al enfoque cualitativo y el cuantitativo, los cuales serán analíticos y descriptivos, que no nos proveen de soluciones idóneas frente a

mismo contenido, ningún sistema de representación puede reproducir una representación cuyo contenido sea completo y adecuado al objeto representado, argumenta que los conceptos se van construyendo mediante acciones que impliquen el uso de diferentes representaciones ya sea de los conceptos mismos, de los elementos asociados a ellos o de los objetos matemáticos, así como la manipulación de estas para promover una articulación coherente entre ellos y sus representaciones » (p. 38)

⁶⁴M. en C. Roberto Hernández Sampieri. Escuela Superior de Comercio y Administración. Instituto Politécnico Nacional (1991)

la investigación, sin embargo, hasta hoy, es una de las mejores alternativas para indagar científicamente cualquier problema de investigación que la convierte en conocimiento propio.

Planteamiento del problema:

El estudio se localizó en una problemática general que apunta a la falta de significados y usos de los conceptos y procedimientos algebraicos, por parte de los estudiantes, diversas propuestas han documentado el tipo de competencias matemáticas que los estudiantes desarrollan, en ambientes de aprendizaje, basados en la resolución de problemas, en la mayoría de estos estudios, los estudiantes resuelven problemas y construyen sus conceptos y procedimientos con el uso de lápiz y papel, en este sentido se planteó la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo los estudiantes de 8° grado interpretan la factorización en expresiones algebraicas cuadráticas a través del uso del GeoGebra?

El hecho de alcanzar respuestas confiables y sustentables a esta pregunta, apoya a la investigación, y considerada como un aporte a la exploración científica de soluciones a problemas de la educación matemática, relacionados con el aprendizaje de las matemáticas, una apropiada formación matemática y científica de los estudiantes, ayudará a desarrollar y fortalecer los procesos cognitivos expuesta en el estudio de la investigación, para la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra, estableciendo en los estudiantes hábitos de análisis, organización de información, argumentación y toma de decisiones, para su construcción del conocimiento basado en los sistemas de representación, interpretación y visualización; varios investigadores (Duval, Rojas, et al) han incorporado los sistemas de representación, interpretación y visualización, entre otros, como herramienta de análisis de los procesos de aprendizaje.

Por otro lado la enseñanza tradicional, muestra reglas fijas, son reforzadas al ejecutar una lista de ejercicios similares, conllevando a que el estudiante aprenda de memoria algoritmos, sin la interpretación y sin la comprensión significativa de lo que efectúa, como también la desconexión de los conocimientos previos, que ya poseen, otro componente que pueden prevalecer en el objeto de estudio⁶⁵ de la investigación es la metodología de las actividades en el aula para el aprendizaje de la matemática, éstas se ligan al lenguaje y la escritura misma de la matemática, evidenciando algunas dificultades que pueden derivarse implícitamente como «la complejidad sintáctica del lenguaje utilizado, la utilización de

⁶⁵ «Interpretación de la factorización desde una perspectiva geométrica a través del uso del GeoGebra»

vocabularios técnico, la notación matemática, la incapacidad de relacionar las matemática con el contexto»⁶⁶ (Carranza, M, 2002, p. 51)

Consecuentemente se observó una falta de significación conceptual y procedimental, carencia de actitudes y habilidades operativas básicas y la falta de estructuras en los conocimientos de la matemática básicas en la gran mayoría de los estudiantes, consecuencias que han coincidido en los siguientes aspectos:

1) Dificultades en la comprensión de pequeños textos con notación matemática; 2) Debilidades en la destreza operativa necesaria para resolver problemas dentro de los dominios procedimentales, respecto a los procesos cognitivos de la visualización, la interpretación y la representación; 3) Ausencia de estrategias y medios didácticos para abordar problemas; 4) Carencia de estrategias efectivas de interacción de medios como los AGD en las actividades de matemáticas; 5) Dificultades en el uso de varios esquemas de representación y tránsito entre representaciones equivalentes de los conceptos; 6) Concepción de las matemáticas como una actividad desconectada de la vida cotidiana.

Adicionalmente, se forjó necesario tener en cuenta otros obstáculos de diversa naturaleza que están presentes y que fueron observados de forma empírica en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe:

- Los docentes y los estudiantes no tienen entrenamiento en el uso de los medios (TIC) Tecnologías de la información y la comunicación, en el aula de clase y más aún del software GeoGebra.
- No existen experiencias exitosas, ampliamente divulgadas del uso del AGD GeoGebra en los salones de clase de los cursos de Matemáticas Básicas de las estudiantes.

Antecedentes y fundamentos teóricos

Dentro del rastreo realizado en estudios fueron tomados aquellos de mayor relevancia frente al objeto de estudio de la investigación presente, el estudio elaborado por el *Dr. Dienes, Z⁶⁷*, (1960-1970) *Los bloques, Algeblocks* «sostiene dos principios para la

⁶⁶ <http://www.csisif.es/andalucia/modules/modense/revista/pdf/Numero16/BEATRIZCARRILLO2.pdf>

⁶⁷ Zoltán Dienes, (1960-1970) Matemático y didacta húngaro, trabaja en un proyecto cuyo objetivo es enseñar estructuras matemáticas a niños de escuela básica (entre 5 y 13 años), en concordancia con el enfoque de la enseñanza de la matemática de la época. Para eso se apoya en el uso de manipulativos (materiales concretos) especialmente diseñados, con los cuales busca representar lo más “puramente” posible los conceptos matemáticos y lógicos que se consideran pueden ser estudiados en esas edades, ...un modelo evolutivo de desarrollo conceptual que toma en cuenta las formas de

materialización de que se haga uso en las aulas para enseñar estructuras matemáticas o lógicas, como la variabilidad perceptual⁶⁸ y la variabilidad matemática⁶⁹»⁷⁰ otro estudio por Mejía, M, (2004) titulado “Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas”, quien muestra de una manera, el impacto de la enseñanza tradicional de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas y su aparente disociación de las Calculadoras Graficadoras Algebraicas, propone un diseño que ella manifiesta «implementa y analiza una propuesta de enseñanza – aprendizaje, generando un aprendizaje significativo y rescata algunos procedimientos y conceptos relacionados con la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas desapercibidas en la enseñanza tradicional» (Mejía, M, 2004, p. 10), otro estudio por Torres(1993) y Gómez, (1993) en su estudio centrado en “Una alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la factorización de polinomios y las fracciones algebraicas” en la que se evidencia el método heurístico, para el diseño de un material didáctico, donde el estudiante construye sus propias ideas y por el ende el conocimiento mediante la presentación de situaciones problemáticas que los estudiantes tenga aproximaciones concretas⁷¹, en el trabajo se intenta evita el método tradicional de la enseñanza de la factorización y para ello, se apoyan desde los elementos aritméticos y geométricos haciendo uso del lápiz y el papel para crear situaciones que encausen al estudiante a una conclusión, frente a la noción de factorización, otro estudio titulado “Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curso de álgebra” por Morales, G, (1997) y Sepúlveda, L, (1997) centrado en los estudiantes de primer año de bachillerato, logren construir ideas algebraicas, a partir de construcciones de figuras geométricas rectangulares y, posteriormente, se desprendan de estas construcciones para generalizar y establecer el método de factorización, propuesto y lo aplique al tipo de polinomios que usualmente aparecen en el contexto escolar del bachillerato, asimismo recomienda, introducir este tema después de haber estudiado los contenidos del lenguaje algebraico y valor numérico de expresiones algebraicas.

Cabe mencionar que en estos estudios, se presentan los temas con ejercicios muy simples y son los más recomendados para la enseñanza en el nivel de secundaria, Duval, R, (1999)

representación inactiva (donde los alumnos manipulan materiales directamente), icónica (en que trabajan con imágenes de objetos, sin manipular los mismos) y simbólica (en que estrictamente se manejan símbolos, sin apelar a imágenes ni objetos)

⁶⁸ «que debe permitir al niño “ver” la estructura que se desea enseñar desde distintas concretizaciones del mismo concepto, con el fin de enriquecer la imagen mental que obtenga del mismo. Esto implica que el alumno pueda abstraer las regularidades o propiedades esenciales de la estructura o concepto con independencia de las formas específicas que adopten los materiales»

⁶⁹ «que ayuda a la generalización de un concepto a otros contextos, proveyendo a los alumnos de oportunidades de apreciar la idea de variación de la/s variable/s interviniente/s en la estructura o concepto a enseñar»

⁷⁰ <http://www.gpdmatemática.org.ar/publicaciones/algebrageometricacovas3.pdf>

⁷¹ Cuando se habla aproximaciones concretas a problemas muy abstractos es en movilizar un ambiente gráfico para acceder a la noción de una estructura matemática.

argumenta «que los conceptos se van construyendo mediante acciones que impliquen, el uso de diferentes representaciones, ya sea de los conceptos mismos, de los elementos asociados a ellos o de los objetos matemáticos, así como la manipulación de estas para promover una articulación coherente entre ellos y sus representaciones» de acuerdo con esta teoría, el libre tránsito entre las diferentes representaciones de los objetos matemáticos, es fundamental en la construcción de los conceptos. Aquí se presentan áreas de figuras rectangulares, de manera que el estudiante pueda pensar y razonar en cómo dividir las, de tal forma que al adjuntarlas siempre formen un rectángulo o un cuadrado, esto permite afianzar un método, que lo podemos denominar como el método de factorizar una expresión algebraica geoméricamente, abordando una aproximación de la noción del algoritmo de la factorización «como un algoritmo que describe las invariantes, que forman una clase determinada por figuras geométricas (rectángulos) con características comunes para el cálculo de su área o su perímetro» (Colectivo de práctica. 2012)

La prueba geométrica utilizada por al-Khwarizmi consistía en el completamiento del cuadrado, estaba familiarizado con la geometría griega, quien construye “seis formas o modelos de ecuaciones”⁷² como combinaciones, afirma Covas (1993) y Bressan (1993) que para nosotros estos seis modelos, no son, sino casos particulares de la misma ecuación $Ax^2 + Bx + C = 0$, A,B,C,x pertenecen a los números positivos de los numerosos enteros pero hay que tener en cuenta, que dado que en la antigüedad, era grande el prejuicio frente a los números negativos, al-Khwarizmi evita este tipo de números, considerando sólo las soluciones positivas de las ecuaciones cuadráticas

Desde la mediación tecnológica se reconoció el desarrollo de las TIC, ha ido gradualmente cambiando la forma como la población educando interrelaciona su mundo, encontrando un nuevo entorno social donde comienza a establecer nuevas relaciones y roles en su aprendizaje y construcción⁷³ del conocimiento, se asiste este argumento a la convicción que las TIC pueden ayudar a reconfigurar la educación de manera que pueda responder a las necesidades de información de la sociedad contemporánea. Asimismo, se estimó que las TIC aplicadas a la educación lograran estrechar las brechas identificadas entre las

⁷² S. Gandz (ed). The geometry of al-Khwarizmi (Berlin, 1932). Tomado del artículo Biografía de Abu Ja'far Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi, de J. J. O' Connor y E. F. Robertson; José Manuel García. MacTutor History of Mathematics Archive. (p. 4).

⁷³ Duval, R, (1999) «La construcción de los conceptos matemáticos depende estrechamente de la capacidad de usar más registros de representaciones semióticas de esos conceptos: 1) de representarlos en un dado registro; 2) de tratar tales representaciones al interior de un mismo registro; 3) de convertir tales representaciones de un dado registro a otro» (p. 67) asimismo, la construcción de un objeto matemático requiere de la articulación de representaciones, ello implica realizar procesos de conversión y tratamiento de las diferentes representaciones del objeto en estudio, proporcionando en el estudio marco teórico adecuada para la construcciones en los estudiantes del concepto del algoritmo de la factorización, a partir de la geometría.

realidades del rendimiento del sistema educativo, donde «las nuevas tecnologías construyen un nuevo entorno para aprender matemática» M.E.N. (2002)

El estudio de la investigación fue asistido por un AGD, donde el profesor propone actividades para el aula, donde el estudiante, a través uso del GeoGebra y de su experimentación con el programa, logrará identificar las características de las figuras geométricas y su significado en relación a sus representación algebraicas de expresiones polinómicas cuadráticas tema de objeto de estudio, valorando el potencial dinámico del GeoGebra en relación al juego del trabajo con lápiz y papel.

Metodología

Uno de los propósitos principales del estudio, fue la promoción de una unidad didáctica socializada por tres actividades, para que los estudiantes, quienes por medio del medio y la unidad didáctica construyeron la noción del algoritmo de la factorización «como un algoritmo que describe las invariantes, que forman una clase determinada por figuras geométricas (rectángulos) con características comunes para el cálculo de su área o su perímetro» y abordaron la noción del algoritmo como «el proceso inverso de la multiplicación, en donde se dice que un polinomio está completamente factorizado cuando está escrito como el producto de sus factores primos» método donde avivo los procesos cognitivos de la visualización, la interpretación y la representación La metodología en la que centró al trabajo de investigación es referenciada, por desde el marco de Hernández Robert⁷⁴, una metodología que fue enfocada desde el método mixto⁷⁵, que recolecta, analiza e interpreta y reporta datos para su análisis, el cual estuvo trazado por el estudio de casos encauzados al enfoque cualitativo (Hernández, R, 1998, p. 287) «tiene como objeto documentar una experiencia o evento en profundidad o entender un fenómeno, desde la perspectiva de quienes lo vivieron, asimismo el estudio de caso» y el cuantitativo (Hernández, R, 1998, p. 289) «sus resultados, éstos son los productos del análisis de los datos cualitativos, normalmente resumen los datos recolectados y el tratamiento estadístico que se les práctica, aunque cuando no se aplican análisis estadísticos o cuantitativos, los resultados pueden ser frases o afirmaciones que resuman la información» que no nos proveen de soluciones idóneas frente a la investigación, sin

⁷⁴Roberto Hernández S. Escuela Superior de Comercio y Administración. Instituto Politécnico Nacional. (1991)

⁷⁵Grinnell, (1997) « Métodos mixtos son una estrategia de investigación o metodología con la cual el investigador o la investigadora recolecta, analiza y mezcla (integra o conecta) datos cuantitativos y cualitativos en un único estudio » (p, 17)

embargo, hasta hoy, es una de las mejores alternativas para indagar científicamente cualquier problema de investigación que la convierte en conocimiento propio.

Ambos enfoques se trazaron en sus propias definiciones sobre la investigación, el enfoque cuantitativo «el cual establece un proceso de recolección de datos, para probar una hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías» (Grinnell, 1997) y el enfoque cualitativo «al uso de los componente numéricos que se describan en los datos cualitativos, donde se incluyen tablas y gráficas para una mejor apreciación» (Grinnell, 1997)

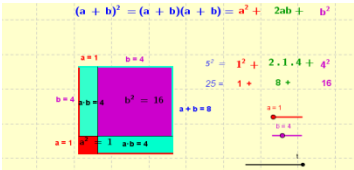
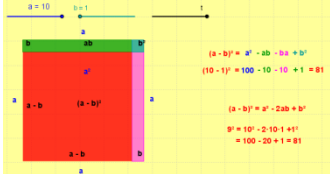
Resultado

Con los resultados obtenidos se logró confirmar que la resolución del material de apoyo de la unidad didáctica, asociado específicamente a los procesos cognitivos estimados en la investigación y filiado a la concepción de Duval, R. (1998) donde «toda actividad geométrica está asocia a los procesos cognitivos: como la visualización, la construcción y el razonamiento» procesos que pueden combinarse entre ellos y otros, en el caso de la presente investigación la interpretación, la representación y la visualización, modelo que movilizo el aprendizaje de los conceptos y procedimientos respecto a la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra, donde los estudiantes mostraron sus niveles de aprendizaje más significativo y como evidencia se tiene los momentos más significativos del desarrollo de la unidad didáctica:

La presente tabla muestra el desarrollo de unas de las secciones de la actividad tres de la unidad didáctica.

INVESTIGADOR	DAZA L. LUÍS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14																				
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril																				
OBJETIVO: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.																						
ACTIVIDAD		DESCRIPCIÓN DE LOS ASPECTOS																				
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nº</th> <th>LADO 1</th> <th>LADO 2</th> <th>ÁREA $A_1 = L_1 \cdot L_2$</th> <th>Determine, si es un cuadrado o rectángulo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>$46u^2$</td> <td>rectángulos</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>$33u^2$</td> <td>rectángulos</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>$105u^2$</td> <td>rectángulos</td> </tr> </tbody> </table>	Nº	LADO 1	LADO 2	ÁREA $A_1 = L_1 \cdot L_2$	Determine, si es un cuadrado o rectángulo	1	4	10	$46u^2$	rectángulos	2	3	8	$33u^2$	rectángulos	3	7	9	$105u^2$	rectángulos	<p>En la presente sección de la actividad tres de la unidad didáctica, al grupo se le solicitó mover los puntos A, B, F, G y el deslizador c, luego el grupo debió construir rectángulos que representen a una clase de rectángulos con características comunes, a partir de los perímetros dados ($22u$, $29u$, $44u$), reconociendo en la expresión resultante de su área, la expresión algebraica cuadrática.</p> <p>En la unidad didáctica se avivó los procesos cognitivos establecidos como categorizaciones en la investigación, resaltando entre ellos, los siguientes momento de la sección de la actividad tres de la unidad didáctica</p> <p>Los aspectos categorizados, se localizan como pie de página, en la página once del presente artículo.</p> <p>Visualización: A.V. 1; A.V.2 A.V.3; A.V.4 Interpretación: A.I.1; A.I.A.I.3; A.I.4 Representación: A.R.1 A.R.2 A.R.3; A.R.4</p> <p>Un estudiante le dijo al grupo: <i>! Profesor el primer caso y el segundo caso, sus factores primos son las medidas de los lados del rectángulo, ya que estos multiplicados entre ellos me dan exactamente el polinomio, que en sí, es el área total del rectángulo!</i> <i>Profesor de apoyo le respondió:</i> <i>! Esos son los mecanismos que debemos empezar a tener muy presente, nos permite a acercarnos a la aproximación de la noción del algoritmo de la factorización!</i> <i>Y como referencias teórica que nos permita hacer parte de justificación tenemos que «Pensar visualmente demanda procesos cognitivos más profundos que pensar algorítmicamente» (Duval, R, 1999, p.30)</i></p>
	Nº	LADO 1	LADO 2	ÁREA $A_1 = L_1 \cdot L_2$	Determine, si es un cuadrado o rectángulo																	
1	4	10	$46u^2$	rectángulos																		
2	3	8	$33u^2$	rectángulos																		
3	7	9	$105u^2$	rectángulos																		
<p>ISABELA, PROFESOR Perímetro BADE = 29</p> <p>ISABELA, PROFESOR Perímetro BADE = 44</p>																						

La presente tabla muestra el desarrollo de unas de las secciones de la actividad tres de la unidad didáctica.

INVESTIGADOR	DAZA L. LUÍS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14																									
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril																									
OBJETIVO: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.																											
ACTIVIDAD		DESCRIPCIÓN DE LOS ASPECTOS																									
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nº</th> <th>LADO 1 (a + b)</th> <th>LADO 2 (a + b)</th> <th>ÁREA $A_1 = b_1 \cdot h_1$ $A_2 = (a + b) \cdot (a + b)$ $A_3 = (a - b) \cdot (a - b)$</th> <th>Expresión algebraica $A_4 = (b \cdot h)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>(1+4)</td> <td>(1+4)</td> <td>$A_1 = (a - b) \cdot (a + b)$</td> <td>$a^2 + 2ab + b^2$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>(10-2)</td> <td>(10-2)</td> <td>$A_1 = (a - b) \cdot (a - b)$</td> <td>$(a^2 - 2ab + b^2)u^2$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>(2+5)</td> <td>(2+5)</td> <td>$A_1 = (a + b) \cdot (a + b)$</td> <td>$a^2 + 2ab + b^2$</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>(10-1)</td> <td>(10-1)</td> <td>$A_1 = (a - b) \cdot (a - b)$</td> <td>$(a^2 - 2ab + b^2)$</td> </tr> </tbody> </table>	Nº	LADO 1 (a + b)	LADO 2 (a + b)	ÁREA $A_1 = b_1 \cdot h_1$ $A_2 = (a + b) \cdot (a + b)$ $A_3 = (a - b) \cdot (a - b)$	Expresión algebraica $A_4 = (b \cdot h)$	1	(1+4)	(1+4)	$A_1 = (a - b) \cdot (a + b)$	$a^2 + 2ab + b^2$	2	(10-2)	(10-2)	$A_1 = (a - b) \cdot (a - b)$	$(a^2 - 2ab + b^2)u^2$	3	(2+5)	(2+5)	$A_1 = (a + b) \cdot (a + b)$	$a^2 + 2ab + b^2$	4	(10-1)	(10-1)	$A_1 = (a - b) \cdot (a - b)$	$(a^2 - 2ab + b^2)$	<p>Al grupo se le presentó la actividad, donde ellos movían los deslizadores a, b, t, construyendo rectángulos que representen una clase de rectángulos con características comunes, reconociendo en la expresión resultante de su área, una expresión algebraica factorizable.</p> <p>Aspectos categorizados que participaron en la unidad didáctica:</p> <p>Visualización: A.V. 1; A.V.2 A.V.3; A.V.4 Interpretación: A.I.1; A.I.A.I.3; A.I.4 Representación: A.R.1 A.R.2 A.R.3; A.R.4</p> <p>Un integrante del grupo manifestó: <i>! Profesor un trinomio de la forma como no lo muestra el programa, que no sea primo en el conjunto de los números enteros ¿Se podrá factorizar?, como el producto entre sus factores primos!</i> <i>El profesor de apoyo le respondió:</i> <i>¡Sí!</i> <i>¡Profesor, y cierto que estos factores son las medidas de los lados de todo los rectángulos que se nos muestra en el programa!</i> <i>El profesor de apoyo le respondió:</i> <i>¡Si, sin embargo todos los rectángulos que ustedes ven, es la clase de rectángulos que cumplen con la característica común!</i> <i>Como referencias teórica que nos permita hacer parte de la justificación de la actividad se nos dice que «la interpretación, que ellos hacen, es el producto de los procesos cognitivos como visualización y la representación, obteniendo terminaciones de los objetos matemáticos» (Niño, R, 2005, p.30)</i></p>
	Nº	LADO 1 (a + b)	LADO 2 (a + b)	ÁREA $A_1 = b_1 \cdot h_1$ $A_2 = (a + b) \cdot (a + b)$ $A_3 = (a - b) \cdot (a - b)$	Expresión algebraica $A_4 = (b \cdot h)$																						
	1	(1+4)	(1+4)	$A_1 = (a - b) \cdot (a + b)$	$a^2 + 2ab + b^2$																						
	2	(10-2)	(10-2)	$A_1 = (a - b) \cdot (a - b)$	$(a^2 - 2ab + b^2)u^2$																						
	3	(2+5)	(2+5)	$A_1 = (a + b) \cdot (a + b)$	$a^2 + 2ab + b^2$																						
4	(10-1)	(10-1)	$A_1 = (a - b) \cdot (a - b)$	$(a^2 - 2ab + b^2)$																							
																											
																											

La presente tabla muestra el desarrollo de unas de las secciones de la actividad tres de la unidad didáctica.

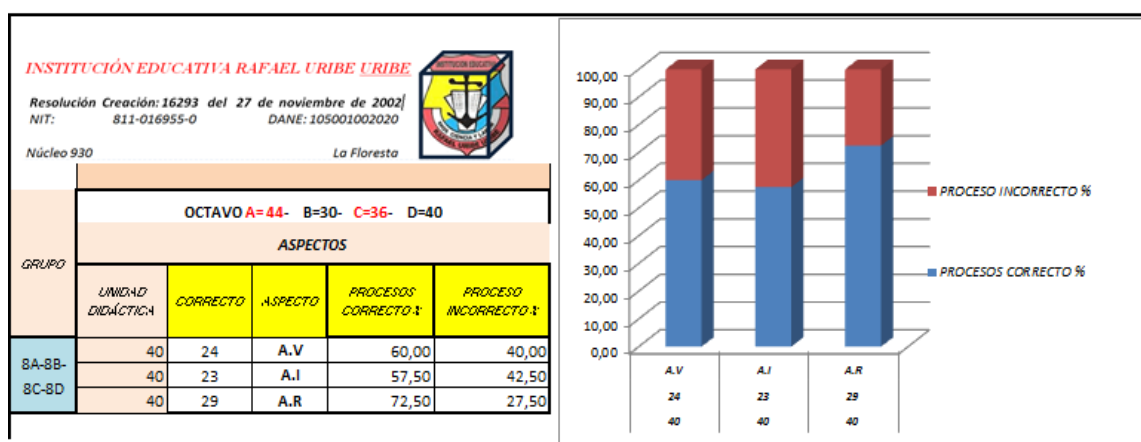
INVESTIGADOR	DAZA L. LUÍS FERNANDO	Fecha: Semana Académica 13 a 14																																
ASESOR PRÁCTICA:	VILLA O. JHONY ALEXANDER	16 de abril a 21 de abril – 23 de abril a 27 de abril																																
OBJETIVO: Identificar las interpretaciones de la factorización, a través del uso del GeoGebra, dentro de los procesos cognitivos de la visualización, interpretación y representación.																																		
ACTIVIDAD		DESCRIPCIÓN DE LOS ASPECTOS⁷⁶																																
ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Expresiones</th> <th rowspan="2">ÁREA</th> <th rowspan="2">EXPRESION ALGEBRAICA</th> <th rowspan="2">MARQUE: C Cuadrado R Rectángulo</th> </tr> <tr> <th>Nº</th> <th>L₁</th> <th>L₂</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>10²</td> <td>5²</td> <td>75u²</td> <td>a² - b²</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7²</td> <td>3²</td> <td>40u²</td> <td>a² - b²</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4²</td> <td>2²</td> <td>19u²</td> <td>a² - b²</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>6²</td> <td>1²</td> <td>35u²</td> <td>a² - b²</td> <td>r</td> </tr> </tbody> </table>	Expresiones		ÁREA	EXPRESION ALGEBRAICA	MARQUE: C Cuadrado R Rectángulo	Nº	L ₁	L ₂	1	10 ²	5 ²	75u ²	a ² - b ²	r	2	7 ²	3 ²	40u ²	a ² - b ²	r	3	4 ²	2 ²	19u ²	a ² - b ²	r	4	6 ²	1 ²	35u ²	a ² - b ²	r	<p>Se le solicitó al grupo, en mover los deslizadores a, b, t y construir la clase de rectángulo que cumplan características comunes, determinando la medida de los lados e identificando la expresión algebraica general de área, como una representación geométrica factorizable.</p> <p>Completa la Tabla</p> <p>Aspectos categorizados que participaron en la unidad didáctica:</p> <p>CATEGÓRIAS:</p> <p>Visualización: A.V. 1; A.V.2 A.V.3; A.V.4</p> <p>Interpretación: A.I.1; A.I.A.I.3; A.I.4</p> <p>Representación: A.R.1 A.R.2 A.R.3; A.R.4</p> <p>Un estudiante plantea: ! Profesor, si la diferencia de áreas cuadradas solamente, es cortarle al pedazo mayor el pedazo menor, y su resultado siempre es un rectángulo! Preguntó el mismo estudiante: ¿Por qué no es un cuadrado? Profesor de apoyo respondió : ! Porque si el producto de las medidas de los lados del rectángulo, no cumple la condición, que uno sea la diferencia de las raíces cuadradas de cada término y el otro la su suma de las mismas, este no me determina el polinomio deseado!</p> <p>Aporte teórico: «establece que dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa, debemos considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación» (Duval, R, Idem, p. 185)</p>
	Expresiones		ÁREA				EXPRESION ALGEBRAICA	MARQUE: C Cuadrado R Rectángulo																										
	Nº	L ₁		L ₂																														
	1	10 ²	5 ²	75u ²	a ² - b ²	r																												
	2	7 ²	3 ²	40u ²	a ² - b ²	r																												
3	4 ²	2 ²	19u ²	a ² - b ²	r																													
4	6 ²	1 ²	35u ²	a ² - b ²	r																													

⁷⁶**Aspecto de la visualización:** A.V.1 Visualizar una expresión aritmética, algebraica y geométrica frente al lenguaje natural, A.V.2 Visualizar una expresión aritmética, algebraica y geométrica frente al lenguaje simbólico, A.V.3 Visualizar una expresión aritmética frente a la representación geométrica, A.V.4 Visualizar una expresión algebraicas frente a la representación geométrica; **Aspecto de la Interpretación:** A.I.1 Interpretar la correspondencia entre la representación aritmética y geométrica, A.I.2 Interpretarlas operaciones que intervienen en las expresiones polinómicas algebraicas, A.I.3 Interpretar en las expresiones algebraicas cuadráticas la existencia de otra expresión desde la representación geométrica, A.I.4 Interpretar la representación de una figura geométrica rectilínea en una expresión algebraica cuadrática; **Aspecto de la representación:** A.R.1 Representar y manipular cada término de una expresión algebraica geoméricamente, A.R.2 Representar las operaciones de una expresión algebraica, a partir de su representación geométrica, A.R.3 Representar y transformar una representación geométrica, (rectángulo-cuadrado), a través del método de factorización de una expresión algebraica cuadrática, A.R.4 Representar y transformar una expresión algebraica cuadrática, a través del método de factorización de una expresión algebraica cuadrática geoméricamente.

En el análisis cualitativo, se describió, solamente aquellos procesos cognitivos categorizados que se avivaron en la unidad didáctica, dentro del objeto de estudio de la investigación que concierne a la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra, y de acuerdo al marco teórico seleccionado examinamos ciertas procesos de la unidad didáctica, análisis seguido del resultado arrojado del análisis cualitativo.

El desarrollo de la sección uno, dos y tres de la actividad tres de la unidad didáctica de mayor relevancia entre los aspectos categorizados que se avivaron fueron los de la representación, donde se demostró que los objetos matemáticos algebraicos son más accesibles al aprendizaje, a través de sus diferentes representaciones, por tal motivo, la construcción de los conceptos de un objeto matemático, es de mayor significado para el estudiante, cuando este es articulado desde los contextos de representación geométrica, sellando la visualización como el proceso, que permitió a los estudiantes la profundidad y significado a la comprensión, movilizándose como una guía confiable para la resolución de problemas y la construcción de conceptos, aspecto que inspira un razonamiento crítico, desde luego para los estudiantes el aspecto de la interpretación, fue abordado por ellos como el proceso o el producto de creaciones mentales, proceso que fue mediado por herramientas tecnológicas, y otros procesos cognitivos, contribuyéndole a los estudiantes en la construcción de conceptos, sin embargo los estudiantes en su actitud de trabajo se observó que el aspecto de la interpretación como procesos cognitivo, le permitió hacer referencia del procesos como la captura de una información, presente en un contexto determinado, quienes le atribuyeron significado en el campo del conocimiento al que se está haciendo referencia, lo cual, hizo que el estudiante experimentará desde lo individual a construir sus propios saberes previos.

La siguiente gráfica muestra el porcentaje de desarrollo arrojado en el trabajo de la investigación.



Se realizó descripciones y análisis solo de los **procesos correctos**, que se avivaron en la presente investigación.

Recomendaciones:

1. Extender la investigación a otras modalidades educativas del nivel medio, involucrando los AGD y los elementos de la geometría y el álgebra.
2. Buscar medios didácticos y recursos educativos, adecuados para que los estudiantes conceptualice interioricen de manera más amplia y progresiva las interpretaciones de la factorización, desde la perspectiva de la geometría, acompañado por un AGD GeoGebra, en relación a los de la visualización, la interpretación y la representación.

De acuerdo a los resultados presentados en la sección anterior, la investigación nos permite plantear las siguientes proposiciones como verdaderas:

- La integración del AGD GeoGebra en la enseñanza de la matemática, causó un impacto favorable que se evidenció en el logro del objeto de estudio de la investigación, ligado a la interpretación de la factorización a través del uso del GeoGebra.
- Los estudiantes que abordan el estudio de las matemáticas desde lo simbólico sin recurrir a otros sistemas de representación (geometría), generan procesos de desarrollo pobremente fundamentados.
- La mediación del AGD GeoGebra en las aulas de clase, permite abordar las debilidades en la destreza operativa necesaria para resolver ejercicios y genera confianza en el estudiante para proponer estrategias que le permitan abordar la interpretación de la factorización desde de la mirada de la geometría.
- En todo momento del proceso de enseñanza y aprendizaje, el docente debe estar seguro de que las respuestas de sus estudiantes son resultado del análisis y la comprensión conceptual y procedimental y no del uso mecánico de la herramienta tecnológica.

-Conclusiones

La tecnología computacional está siendo parte de nuestro quehacer, y en particular en la educación, está modificando la forma en que se enseña y se aprende la matemática. En la presente investigación y desde su objeto de estudio AGD, conocidos como los Ambientes de Geometría Dinámica, tiene un gran potencial como herramienta de aprendizaje en aquellas áreas del conocimiento en las que la representación, la visualización y la interpretación son mecanismos muy apropiados para el entendimiento de conceptos y anexada la geometría, asignatura donde la representación, la visualización y la interpretación son esenciales, para analizar, construir, indagar, argumentar, justificar entre otros, el conocimiento matemático.

La experiencia realizada fue productiva con el AGD, a razón, que es un medio y un recurso didáctico y educativo, dentro del grupo de las TIC, básicamente es un «procesador geométrico y algebraico», es decir, un compendio de matemática que integra herramientas de geometría y de álgebra para el cálculo» Losada, L. (2010) productivo que como ventaja permitió que «el estudiante con ejercicios de aplicación y representación, lograra hacer una reestructuración de la nueva información con sus saberes previos significativamente» MEN. (2002) y como función

«Proporcionó simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración, interpretación y experimentación» MEN. (2002), dando pie a concluir que «toda actividad geométrica está asociada a los procesos cognitivos, entre ellos la visualización, el razonamiento y la construcción» Duval, R. (1998) y así poder mostrar el algoritmo de la factorización, como un proceso de construcción más, que como un resultado ha aplicado, en el contexto geométrico puede ser un elemento clave para el aprendizaje y la enseñanza

Referencias bibliográficas

Barnett, R, y Uribe, J, (1988) Algebra y Geometría 1. Bogotá: McGraw-Hill.

Bedoya, E, (2002) Formación inicial de profesores de matemáticas: Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras. Tesis Doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.

Carranza, M, (2002) La Exploración del uso de la calculadora en el aula de clase para las asignaturas de matemáticas. Cali: Universidad Autónoma de Occidente.

Duval, R, (1996) Recursos en Didáctica de la Matemática. México D.F: Grupo Editorial Iberoamérica

Duval, R, (1998) Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt, (Ed.) Investigaciones en matemática educativa II. México, Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R, (1999) Semiosis y pensamiento humano. Traducción al español por Myriam. Vega, realizada en la Universidad del Valle, Colombia, del original francés del mismo título publicado por P. Lang, Suiza en 1995.

Hernández, S, y otros (1997) Libro Metodología de la Investigación, Escuela Superior de Comercio y Administración Instituto Politécnico Nacional. México

Marqués, P, (2000) Facultad de Educación. Universidad Autónoma de Barcelona.

Mejía, M, (2004) Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas. Trabajo de grado para optar el título de Licenciada en Matemáticas - Física Universidad del Valle, Santiago de Cali.

MEN, (1998) Estándares básicos de matemática. Tecnologías de Información y Comunicación y currículo de matemática. Santafé de Bogotá.

MEN, (1999) Nuevas Tecnologías y currículo de matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá, D.C.

MEN, (2003) Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas. Serie Memorias. Bogotá, D.C. MEN.

MEN, (2004) Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Serie Documentos. Bogotá, D.C: MEN.

MEN, (2004) Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. Serie Documentos. Bogotá, D.C.: MEN.

Niño, R, (2005) Pedagogía Problemática y Aprendizaje Medios Virtuales, U. Santo Tomás Bogotá, D.C.

Losada, L, (2010) GeoGebra: la eficiencia de la intuición (I).
<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/recursosinternet/RecInternet/Geogebra/GeoGebra1.asp>

Olmo, M y at al, (1993) Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 19, Editorial síntesis, Madrid

Rosen, F, Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi: Algebra. London. (1831)

Socas, R y otros. Iniciación al álgebra. Madrid. Editorial Síntesis. (1989)

S. Gandz (ed.). The geometry of Al-Khwarizmi (Berlín, 1932). Tomado del artículo Biografía de Abu Ja'far Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi, de J. J. O' Connor y E. F. Robertson. MacTutor History of Mathematics Archive. p. 4.

**ANEXO
CERTIFICADO:**

			
<p>CERTIFICA A:</p> <p>CONFERENCISTA</p> <p><i>LUÍS FERNANDO DAZA LÓPEZ</i></p> <p>D.I N°: <u>98.484.471</u> de <u>Caracolí</u> Antioquia</p>			
<p>Asistió al IV Congreso Internacional de Formación y Modelación de las Ciencias Básicas Interpretación de la Factorización a través del uso del GeoGebra.</p>			
<p> ALBA LUZ MUÑOZ RESTREPO Vicirectora Académica</p>		<p> JOSÉ ALBERTO RUA VASQUEZ Jefe Departamento Ciencia Básicas</p>	
<p>Realizado: 9, 10, 11 de mayo de 2012</p>			
<p>ACREDITACIÓN INSTITUCIONAL RESOLUCIÓN 5148 DE 2009</p> 		 	