



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1803

**Facultad de Educación**

**Articulación de los contenidos matemáticos a actividades significativas que promueven el  
desarrollo de operaciones mentales: identificación, comparación y análisis.**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y  
Física.**

**ALEJANDRO BEDOYA CARTAGENA  
HELLY JOHANA BLANDON URIBE**

**Asesor(a)  
Edwin David Tamayo.**

## Agradecimientos

Agradecemos en primer lugar a nuestras familias y amigos por su comprensión y apoyo incondicional en nuestro proceso formativo. Por ustedes damos el paso inicial hacia camino de constante formación en la profesión docente.

Agradecemos a nuestro asesor Edwin Tamayo por el acompañamiento, comprensión, cariño y respeto ofrecido en el proceso y elaboración de nuestro proyecto de investigación.

Agradecemos también a la Institución Educativa José Acevedo y Gómez por acogernos y apoyarnos en nuestra propuesta de intervención, en especial a la profesora Rosalía Montoya y a los estudiantes del grado noveno b.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Articulación de los contenidos matemáticos a actividades significativas que

### promueven el desarrollo de operaciones mentales: identificación, comparación y análisis

#### Resumen

Las instituciones educativas en general atraviesan una gran problemática en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, relacionada con la falta de motivación de los estudiantes y la poca trascendencia que se le da al aprendizaje de la misma. Además de esto, se le otorga un papel fundamental a la enseñanza de los contenidos sin que el educando logre ser consciente de su propio aprendizaje.

Con el fin de abordar esta problemática, se consideró la necesidad de potenciar la identificación, la comparación y el análisis como operaciones básicas que podrían favorecer la cognición de los estudiantes de la institución educativa José Acevedo y Gómez.

Por otro lado, la metodología implementada se fundamentó en la investigación acción del profesor, debido a que este método busca que el docente reflexione sobre su propio quehacer pedagógico con el fin de mejorar y lograr que la diferencia entre teoría y práctica sea mínima, en otras palabras, dicha perspectiva le otorga una gran importancia a la acción de quienes participan en ella para generar cambios positivos en la educación.

Luego del trabajo de campo, se encontró que los estudiantes presentan dificultades para pensar sobre alguna situación y temen equivocarse. Con relación a esto, al reiterar constantemente la intencionalidad de fortalecer las operaciones mentales mencionadas anteriormente más que en el aprendizaje memorístico de los conceptos, se evidenció un aumento de la motivación conllevando a la elaboración de las actividades de manera consciente y autónoma.

En contraste con lo anterior, se concluyó que al descentrar los contenidos y darles mayor relevancia a los procesos de pensamiento, se logra un aumento de la motivación y, por ende, mejores resultados. Además, se destaca la importancia de enfocarse más en los procesos de aprendizaje que en los de enseñanza.

**Palabras clave:** Aprendizaje significativo, operaciones mentales, motivación, mediación, desarrollo del pensamiento, meta-cognición.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## Abstract

Educational institutions in general through a great problem in terms of the teaching and learning of mathematics, related to the lack of motivation of students and the little importance given to the learning of it. Besides this, is you gives a paper fundamental to the teaching of them contained without the educating achieved be aware of their own learning.

To address this issue, it was felt the need to promote the identification, comparison, and analysis as basic operations that could foster the cognition of students of the educational institution José Acevedo and Gómez.

On the other hand, I implemented methodology was based on the action of teacher research, due to that this method search teachers reflect on their own work teaching to improve and make the difference between theory and practice minimum, in other words, such a perspective gives a great importance to the action of those who participate in it to generate changes in education.

After the field work, found that students have difficulties to think about any situation and are afraid to make a mistake. With relationship to this, to the reiterate constantly the intentionality of strengthen them operations mental mentioned previously rather than in the learning rote of them concepts, is showed an increase of the motivation leads to the development of them activities of way aware and autonomous.

In contrast to the above, it was concluded that decentering the contents and give greater importance to the processes of thought, increased motivation and, consequently, better results is achieved. In addition, stands out on the importance of focusing more on processes of learning in the teaching.

**Keywords:** Meaningful learning, mental operations, Motivation, mediation, development of thinking, meta-cognition.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## Tabla de contenido

<b>Agradecimientos.....</b>	<b>ii</b>
<b>Resumen.....</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>iv</b>
<b>1. Capítulo I. Planteamiento del problema .....</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes del problema .....	1
1.2. Justificación de la investigación .....	8
1.3. Objetivos de la investigación .....	13
<b>2. Capítulo II. Marco teórico .....</b>	<b>15</b>
2.1. Aprendizaje significativo en relación con la motivación.....	15
2.2. Operaciones mentales: la relevancia de la identificación, la comparación y el análisis. ....	20
2.3. Perspectivas de las matemáticas desde el constructivismo cognitivo .....	24
<b>3. Capítulo III. Metodología.....</b>	<b>28</b>
3.1. Enfoque metodológico .....	28
3.2. Descripción de los participantes .....	31
3.3. Instrumentos para la recolección de información .....	33
3.4. Actividades .....	35
3.5. Consideraciones éticas .....	37
3.6. Limitaciones .....	39
<b>4. Capítulo IV. Análisis de resultados .....</b>	<b>40</b>
4.1. Análisis de la información.....	40
4.2. Resultados .....	42
4.3. Discusión, conclusiones y recomendaciones.....	57
<b>Referencias.....</b>	<b>65</b>

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## 1. Capítulo I. Planteamiento del problema.

### 1.1. Antecedentes

Las matemáticas a través de la historia han representado para los estudiantes un entramado de conceptos o contenidos que poco tienen que ver con su cotidianidad y por ende generan un profundo desinterés que se ha ido naturalizando hasta las sociedades actuales; respecto a esta desconexión Hermann Weyl (citado por Kline, 1976) considera que:

La verdadera matemática tiene las propiedades inhumanas de la luz de las estrellas, es brillante y nítida, pero fría. También es abstracta. Trabaja con conceptos, aunque algunos, tales como los geométricos, pueden visualizarse. Por ambos motivos, la frialdad y la abstracción, muy pocos estudiantes se sienten atraídos por la materia (p. 12)

Lo anterior es entendible si se tiene en cuenta el carácter formal de las matemáticas que hace complicado ligar contenidos abstractos a la cotidianidad o “realidad” del estudiante, aun cuando al menos los conceptos y temas más elementales de las matemáticas surgieron al buscar soluciones a problemáticas sociales (Kline, 1976); por lo tanto, sigue siendo valiosa hoy la idea que los estudiantes se relacionen con una perspectiva más aplicativa de las matemáticas, a la vez que se desarrollan y potencian habilidades de pensamiento, aspecto que puede suscitar en ellos el interés por el área y mejorar el aporte que ésta hace a su formación. Esta idea explicó la intención de implementar en este proyecto actividades significativas como una alternativa para establecer esta relación entre matemáticas y realidad; buscando desarrollar en el estudiante habilidades de pensamiento que le permitan dar solución a cualquier tipo de problema que se le presente.

Ahora bien, no todos los contenidos matemáticos (sobre todo los más abstractos, por ejemplo: identidades trigonométricas avanzadas, factorización, productos notables) pueden relacionarse con la realidad; sin embargo, la intención de este trabajo es mirar la matemática desde una perspectiva *Realística* de la modelación, donde la “realidad” se entiende desde la vida cotidiana, el entorno y las demás ciencias, como la representación de contextos reales en los que los estudiantes llevan a cabo operaciones mentales y cuya realización incide notablemente en la motivación y el desarrollo del pensamiento (Rojas, Cuartas & Villa, 2010); aspectos importantes si se pretende que los estudiantes encuentren un verdadero significado a lo que aprenden.

No obstante, las matemáticas tienen fundamentos abstractos que no se pueden dejar de lado, ya que son importantes por el carácter formal de la ciencia e inciden en el desarrollo de procesos de pensamiento asociados con la abstracción y, partiendo de esto, son insumos para el desarrollo de habilidades de pensamiento superiores. Para el caso de este proyecto, dichas habilidades, entendidas aquí como operaciones mentales, pueden incidir de manera directa en el desarrollo de procesos de identificación, comparación y análisis. De esta manera, aunque el carácter abstracto de las matemáticas represente en ocasiones dificultades para integrar saberes específicos con la vida cotidiana, pueden servir para que los y las estudiantes, mediante la elaboración de actividades significativas, desarrollen procesos cognitivos importantes para su desenvolvimiento en la sociedad.

Sin embargo, históricamente en las instituciones ha sido primordial el desarrollo de contenidos, aspecto que se puede evidenciar en la elaboración e implementación de los planes de área. Al hacer un recorrido histórico sobre las matemáticas modernas en los EEUU, Kline (1976) permite comprender la posición radical que se ha asumido en cuanto a

la memorización como medio de adquisición de conocimientos, aunque no se dé una comprensión del tema.

Se debe agregar que, desde las corrientes contemporáneas de la pedagogía y la enseñanza, lideradas por Vigotsky, Piaget, Chomsky, Feuerstein e incluso en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, se establece la necesidad de descentrar los contenidos en la interacción en el aula de matemáticas para darle mayor importancia a la transposición didáctica mediante la elaboración de actividades significativas que permitan al estudiante desarrollar habilidades de pensamiento potencialmente útiles en la relación con su entorno social (MEN, 1998).

Ahora bien, con propuestas como la enseñanza para la comprensión o aprendizaje basado en proyectos, es posible ejemplificar cómo se ha venido centrando el interés en la comprensión y el desarrollo de funciones cognitivas y operaciones mentales que, según Tuñón & Pérez (2009), posibilitan el acceso al conocimiento, el desarrollo de habilidades y la potenciación del razonamiento lógico y analítico. En este sentido, la Institución Educativa José Acevedo y Gómez viene trabajando, principalmente en primaria, en el desarrollo del pensamiento, las habilidades de lecto-escritura y el ajedrez, buscando, mediante el desarrollo y potenciación de funciones cognitivas y operaciones mentales, asumir el reto de la educación actual donde el maestro como mediador forme un ser humano integral en aspectos como aprender a pensar y controlar emociones.

Mientras tanto, en secundaria se empezó a trabajar con una propuesta que busca descentrar el contenido y centrar los procesos educativos en el desarrollo del pensamiento, con fundamento en la propuesta de aprendizaje basado en proyectos denominada *STEAMakers*. La intención de este proyecto es hacer consciente a los estudiantes de las habilidades de pensamiento que desarrollan en el proceso de aprendizaje y en la resolución



de problemas, lo que demanda propuestas de enseñanza innovadoras desde las matemáticas, a la vez que brindan la posibilidad al profesor de contar con los recursos necesarios para su elaboración e implementación; aspecto que precisamente centra particularmente el interés en esta institución.

Hay que mencionar además que el interés por el desarrollo del pensamiento lógico relacionado con las matemáticas y el profundo desinterés que genera esta materia ha suscitado investigaciones, algunas de las cuales se abordarán en los párrafos siguientes y que se derivan de la importancia que se le da a esta área en el currículo y en la educación en todos sus niveles. Aunque los resultados proponen soluciones efectivas y creativas a la problemática, “se encuentran evidencias de que el currículo propuesto es bien diferente del que se desarrolla efectivamente en el aula y del que es aprendido por los estudiantes” (MEN, 1998, p.8).

En esta línea se han realizado trabajos que permiten comprender más a fondo la realidad matemática en el aula y la implementación de diversas estrategias pedagógicas que involucran el desarrollo del pensamiento matemático y las operaciones mentales como eje fundamental del proceso de enseñanza-aprendizaje. No obstante, no ha sido posible encontrar tesis que articulen las operaciones con el tema específico de ecuaciones. Otras líneas de trabajo sugieren, sin embargo, importantes aportes para la presente investigación.

En primer lugar, en el trabajo de Orozco, Palacio & Posada (2016), que pretende determinar los estilos de aprendizaje de los estudiantes del grado 11 de una institución rural, son de sumo interés las actividades propuestas como estrategia metodológica porque sugieren posibilidades de contraste con los instrumentos aplicados en este proyecto como secuencia didáctica. Por otro lado, estas autoras, si bien se centran en los estilos de aprendizaje, presentan con claridad el interés por potenciar las habilidades de pensamiento

y, por ende, las operaciones mentales, en especial, las tres que se abordaron en el presente proyecto: identificación, comparación y análisis. Este trabajo guarda una estrecha relación con el propósito de esta investigación, dado que el objetivo principal es que los estudiantes desarrollen sus habilidades de pensamiento independientemente del contenido de las matemáticas que se trabaje en el momento. Del trabajo citado surge sin embargo una pregunta que es fundamental en la presente tesis: ¿cómo llevar a cabo procesos centrados en mayor medida en el aprendizaje y no tanto en la enseñanza? Esta se tiene en cuenta en el marco del presente proyecto de investigación para el diseño y ejecución de las actividades, con el fin de aportar a una posible respuesta.

En segundo lugar, el trabajo de Calle, Orozco, Piedrahita, Gómez & Saldarriaga (2003) busca, mediante una intervención pedagógica, desarrollar el pensamiento numérico en estudiantes de básica primaria e incidir en la construcción propia de mecanismos de solución. Esta intervención consta de una serie de actividades que se caracterizan por niveles de dificultad y tienen en cuenta las operaciones mentales del presente proyecto. Aumentar de manera consecutiva la complejidad de las actividades es uno de los propósitos aquí, que guarda estrecha relación con el trabajo citado; asimismo, se buscó que, a medida que avancen los procesos de construcción de conocimiento, los estudiantes adquieran la capacidad de inferir relaciones que no están explícitas en la secuencia propuesta. El trabajo de estas autoras propone un reto viable para tener en cuenta en el desarrollo de las actividades: se trata de la motivación e independencia del estudiante frente al aprendizaje y el papel como maestros mediadores en dicho proceso.

Por otro lado, el proyecto de investigación que tiene como objetivo principal analizar los procesos cognitivos que intervienen en la solución de problemas matemáticos en la educación secundaria, adelantado por Toboso (2004), es de gran interés para el propósito

del presente trabajo, pues a pesar de que se interesa por otras variables que influyen en los procesos de aprendizaje de los estudiantes (como son las personales y contextuales), se propone diseñar pruebas que, luego de su aplicación, se analizan con el fin de responder a una problemática social en cuanto a la enseñanza de las matemáticas y los desafíos que ésta presenta, en especial, para el maestro. Hay estrecha relación entre lo planteado allí con el presente proyecto en la importancia que se le da a las necesidades educativas, la autoestima y la motivación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje; además, de la incidencia que tienen estas variables en el rendimiento académico. Otro punto en común que se encuentra es su interés especial por las habilidades cognitivas en la resolución de problemas y la relevancia de la comprensión y elaboración de algoritmos para su solución, aspecto que lleva a pensar en la importancia de tener en cuenta diferentes variables que influyen en el proceso de aprendizaje y a prestar especial atención al desarrollo de unas actividades que sean contextualizadas y que logren responder a las necesidades educativas de los estudiantes.

Por último se encuentra el trabajo realizado por Rodrigo (1982), relevante en el presente proyecto de investigación ya que plantea el análisis de las tareas como una manera adecuada de trabajar los procesos mentales y el desarrollo cognitivo. En este sentido, la introspección, entendida como la capacidad del sujeto para reflexionar sobre su propio conocimiento, es de carácter relevante en las técnicas y estrategias implicadas en la solución de problemas de cualquier índole, lo que lleva al sujeto a reflexionar también sobre su proceso de aprendizaje. En el presente proyecto, este aspecto es de suma importancia y se desarrollará más adelante como *metacognición*. Por otro lado, este trabajo hace énfasis en el análisis de las tareas como la manipulación de ciertas variables, que se pueden asociar a las operaciones mentales, y que se toman de manera sistemática. Sin lugar

a dudas, lo anterior entra en concordancia con el presente trabajo, pues se reconoce el análisis como la operación mental con mayor complejidad entre las trabajadas aquí y, tal postura, conduce a prestar especial interés en su desarrollo y potenciación brindando la posibilidad de ampliar la relación de ésta con las actividades a realizar, teniendo en cuenta características esenciales dependientes del problema planteado.

En resumen, en las investigaciones antes mencionadas se pueden establecer los siguientes puntos comunes:

- Se habla de la posibilidad de que el estudiante “cree” sus propias técnicas y estrategias para la solución de problemas.
- Se centra la atención en el proceso de aprender más que en el de enseñar.
- Se habla de la motivación como eje fundamental en el proceso de aprendizaje.
- Se evidencia la importancia de las operaciones mentales en el desarrollo del pensamiento.
- Se plantea la importancia de un buen tiempo de aplicación de las estrategias para generar resultados e impactos favorables.

Asimismo se plantea la importancia de seguir investigando al respecto para generar propuestas didácticas que sean eficientes y que respondan a las necesidades educativas actuales, lo que abre un campo de posibilidades para el presente trabajo y, al mismo tiempo, justifica su realización.

## 1.2. Justificación

Durante el proceso de formación en la licenciatura en matemáticas y física y con base en las observaciones realizadas en una práctica pedagógica desarrollada en la Institución Educativa José Acevedo y Gómez con los grados noveno, décimo y once, se ha hecho evidente que en las clases de matemáticas un gran número de estudiantes quedan aislados de la sesión debido a la interdependencia entre los contenidos; es decir, para trabajar sobre una temática es necesario haber comprendido las anteriores, lo que se puede evidenciar en lo indispensable que resulta ser la factorización para comprender la trigonometría, por ejemplo. Esto se agrava con la poca consciencia que tiene el estudiante de su proceso de aprendizaje ya que en muchos casos se limita a la memorización de conceptos. Éste trabajo apunta hacia una deconstrucción de ese proceso como un aprendizaje mecánico, para generar un aprendizaje significativo que propicie el pensamiento reflexivo desarrollado por medio de actividades significativas en el área de matemáticas.

Ahora bien, se tiene en cuenta que alcanzar éste tipo de pensamiento es una tarea que los maestros tienen pendiente, dado que los alumnos aún se sienten inmersos en una alta abstracción y red de conceptos que poco significado o aplicación tienen en su vida, y los maestros son conscientes de ello (Forero, 2008). Peñalva (2009) hace referencia a las competencias que adquieren los estudiantes cuando desarrollan un pensamiento reflexivo en las matemáticas, ayudándolos a resolver problemas, tomar decisiones y adoptar una postura crítica frente a la enseñanza del área, aspecto que no se evidenció durante el proceso de práctica pedagógica en la institución educativa donde se realizó esta investigación y que es de suma importancia si se desea generar procesos de aprendizaje significativo teniendo en cuenta además la importancia que tiene el desarrollo de estos

procesos cognitivos en la relación estudiante-entorno, con todo lo que esto acarrea y con las características especiales del contexto en que se encuentra la institución.

Teniendo en cuenta la experiencia mencionada antes, se hizo evidente, por lo menos con los grupos referidos, que son pocos los estudiantes que dotan de sentido las temáticas abordadas en el área de matemáticas, pocos los que comprenden los conceptos trabajados, se autorregulan o controlan su aprendizaje y son pocos los docentes que se encuentran satisfechos con su acción pedagógica y los efectos que generan en sus alumnos.

Con relación a esta problemática, la tarea del profesor no debe limitarse a la reproducción de contenidos, sino a propiciar un buen ambiente de trabajo en el que los alumnos puedan disponerse de la mejor manera para adquirir el nuevo conocimiento estableciendo las relaciones necesarias entre este y sus conocimientos previos. A propósito Sadovsky (citado por Tencio & Rodríguez, 2014) considera que:

El sujeto entra en interacción con una problemática, poniendo en juego sus propios conocimientos, pero también modificándolos, rechazándolos o produciendo otros nuevos, a partir de las interpretaciones que hace sobre los resultados de sus acciones (retroacciones con el medio). En un segundo momento se requiere la intervención del docente para institucionalizar el conocimiento matemático (p. 133-134).

Para el presente trabajo se hace necesario replantear la función del docente, en el sentido que propicie a sus estudiantes un espacio en el que puedan interactuar con el conocimiento y no otorgárselos de manera acabada.

La relación consciente entre los conocimientos previos y el conocimiento nuevo es sumamente necesaria en el ámbito académico, dado que el alumno debe responder a las pruebas estandarizadas que se le aplican (por ejemplo: pruebas saber, olimpiadas del

conocimiento o PISA) y en las cuales se evalúa, más que un conocimiento específico del área, la capacidad que tiene el estudiante de buscar vías de solución ante situaciones reales que pueden ser modeladas matemática o físicamente.

Respecto a esto, es claro que las matemáticas permiten desarrollar habilidades de pensamiento importantes para la relación del sujeto con su entorno (aspecto que se evalúa en las pruebas estandarizadas); es en este sentido que el presente trabajo debería replantear la manera cómo se ofrecen las clases de matemáticas, desarrolladas actualmente en una relación vertical en la que el maestro es el dueño del conocimiento y el alumno un simple receptor, pasando a generar un aprendizaje activo que resulte de alguna manera significativo para el estudiante.

Todas las observaciones anteriores permiten detectar problemas en los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula de matemáticas. Ulate (citada por Berrocal & Gómez, 1999) afirma que “el problema del bajo rendimiento académico en el área de la matemática, radica en las malas bases y, principalmente, la falta de estrategias que conlleven al desarrollo del pensamiento lógico-matemático”. (p. 130)

Es por esto que el nivel exagerado de abstracción y el desinterés del maestro por hacer el conocimiento matemático más accesible mediante la transposición didáctica, incide de alguna manera en situaciones de exclusión, ya que no todos los estudiantes tienen los referentes teóricos y conceptuales para abordar nuevos temas; sin embargo, existe la posibilidad de poner en juego sus procesos de pensamiento para desarrollarlos y mejorar la forma de enfrentar situaciones en otros contextos, no necesariamente matemáticos. Acorde con esto, Abarca (citado por Berrocal & Gómez, 1999) establece que, tanto en la resolución de problemas relacionados con un área específica del conocimiento como los que surgen en

su interacción con el mundo “los docentes deben ayudar a los estudiantes a ser creativos, a innovar, a encarar emergencias e imprevistos” (p. 130).

De acuerdo con lo anterior, en este proyecto se identifica como una necesidad la intencionalidad de las pruebas PISA, que buscan evaluar estrategias y aptitudes para la resolución de problemas, y no conceptos memorísticos. En efecto, OCDE (citado por Fontán, 2012) afirma que “no se mide el conocimiento escolar como tal, sino la capacidad de los estudiantes de poder entender y resolver problemas auténticos a partir de la aplicación de conocimientos de cada una de las áreas principales” (p. 25). Es por esta razón que en este trabajo se reconoce como una necesidad no abordar las matemáticas desde la enseñanza exclusiva de algoritmos y fórmulas que los estudiantes olvidan con facilidad, sino que, al igual que en las pruebas PISA, los contenidos no sean tomados como el eje principal del proceso de formación, sino que posibiliten en los educandos el desarrollo de las habilidades de pensamiento que les servirán para aplicar en situaciones que van más allá del contexto escolar.

Luego de clarificar la intención que se tiene con el proyecto, los contenidos específicos del área de matemáticas no representan un papel tan importante dentro de la propuesta de trabajo que se plantea, ya que el objetivo apunta más hacia el desarrollo de habilidades de pensamiento y no al abordaje de alguna temática en particular; sin embargo, se eligió el tema de ecuaciones lineales por la riqueza conceptual que posee y por lo que incita en la mente del estudiante a la hora de abordarlo. A propósito de esto, Galagovsky & Cittadini (2008) afirman que dentro de la enseñanza de las matemáticas, el tema de las ecuaciones lineales representa para los educandos un salto cognitivo en el que el concepto de incógnita debe replantearse para comprender muy bien el concepto de variable, sus diferencias y sus relaciones, además de considerarse la transición que se da entre la



aritmética y el álgebra. En esta perspectiva, cabe resaltar que las ecuaciones lineales son un tema que se trabaja durante todo el bachillerato y dan cuenta del proceso que ha llevado el estudiante en cuanto a su formación en las matemáticas. Al respecto, Castellanos & Flores (2011) establecen que cuando los educandos empiezan a aprender álgebra visualizan un panorama sombrío en el que ya no son solo números los que operan entre sí, sino que se adicionan letras que no saben cómo interpretar y mucho menos cómo operar con ellas; es este precisamente el punto en el que los conocimientos aritméticos no son suficientes para abordar los ejercicios y problemas propios del álgebra.

Durante la práctica pedagógica realizada en el grado noveno de la Institución Educativa José Acevedo y Gómez, se observó que los estudiantes, por lo general, no lograban resolver una ecuación lineal por alguno de los métodos estipulados por las matemáticas, o si la resolvían llegaban a la respuesta de manera mecánica y sin un proceso consciente de asimilación e interpretación; además de esto, no conseguían contextualizar dicho tema en su diario vivir, ya sea para ir a la tienda, al supermercado o para hacer sus propias cuentas de los negocios que tienen al interior del establecimiento. Por tales motivos se consideró pertinente la elección de las ecuaciones lineales como el contenido principal de la presente investigación. Así, una de las competencias que los aprendices deberían llevarse de la secundaria es saber reconocer y comprender el beneficio de los conceptos matemáticos y la utilidad que éstos adquieren al momento de resolver problemas comerciales sencillos que seguramente se presentarán por fuera del contexto escolar (Galagovsky & Cittadini, 2008).

Como docentes en formación, se considera fundamental reflexionar acerca de los temas que se enseñan y cómo se están abordando en las aulas de clase y, sobre todo, es indispensable clarificar los objetivos que se espera alcanzar con el aprendizaje de la

temática abordada. Es por esta razón que con las ecuaciones lineales se pretende que el estudiante no sólo las aprenda para ganar el examen o memorizar el conjunto de pasos que se requieren para darle solución, sino que pueda darse un conocimiento internalizado a través del desarrollo de sus capacidades cognitivas y verlas como una herramienta que les ayude a resolver cuestiones personales que pasan en su diario vivir. Boéssio (2006) refiere que los profesores presentan contenidos de las matemáticas que se yuxtaponen a los intereses del sujeto, es decir, una parte del pensamiento de los estudiantes está enfocada a resolver los problemas del área y la otra parte la utiliza para resolver los problemas de su cotidianidad.

Lo anterior presenta la necesidad de repensar las clases de matemáticas desde un enfoque constructivista en el que se desarrollen y potencien operaciones mentales, que aporten al perfeccionamiento de habilidades de pensamiento; y es en ese sentido que se propone este proyecto, buscando una respuesta a la siguiente pregunta: **¿Qué incidencia tiene la implementación de actividades significativas en el área de matemáticas sobre el desarrollo y potenciación de las operaciones mentales (el caso de la identificación, la comparación y el análisis) en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Acevedo y Gómez de la ciudad de Medellín?**

### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. Objetivo general

Analizar la incidencia que tienen actividades significativas para el aprendizaje de las matemáticas sobre el desarrollo y potenciación de las operaciones mentales (el caso de la identificación, la comparación y el análisis) en estudiantes del grado noveno de la institución educativa José Acevedo y Gómez de Medellín.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Conocer las diferentes percepciones que los estudiantes tienen respecto de las operaciones mentales de identificación, comparación y análisis, cómo las utilizan frente a alguna situación problemática y cómo las relacionan con el aprendizaje de las matemáticas.
- Promover el desarrollo del pensamiento implementando actividades significativas en el área de matemáticas a través del fortalecimiento de las siguientes operaciones mentales: identificación, comparación y análisis.
- Determinar el avance en los procesos de aprendizaje de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Acevedo y Gómez a partir de las percepciones que ellos mismos tienen acerca del desarrollo de sus operaciones mentales.

## **2. Capítulo II. Marco teórico**

### **2.1. Aprendizaje significativo en relación con la motivación.**

Aprendizaje significativo es aquel que se da cuando la información nueva que recibe el sujeto se relaciona coherentemente con su estructura cognitiva permitiéndole la toma de sentido y el interés por lo que aprende (Moreira, 2012). Es precisamente ese el objetivo que se persigue con la propuesta didáctica aquí diseñada, pues el aprendizaje logrado a través de la elaboración de las actividades y su respectiva mediación, no debe quedarse sólo en la recepción mecánica de conceptos que se aíslan de cualquier otra situación diferente a la temática abordada, por tal motivo, el aprendizaje significativo es a lo que se pretende llegar por medio de la interacción con los educandos.

Para lograr lo anterior, las actividades se desarrollan en niveles de complejidad, abstracción y eficiencia de modo que el educando logre reconocer avances en sus procesos mentales y de pensamiento conforme vaya resolviendo cada instrumento. Es preciso diferenciar, entonces, los tres aspectos anteriores: la complejidad es objetiva, es decir, una situación es igualmente compleja para todos, pues ellos deben enfrentarse a la misma cantidad y calidad de los elementos y sus relaciones; la abstracción se refiere al distanciamiento procedimental de lo concreto y la eficiencia se entiende como el tiempo requerido para resolver adecuadamente el instrumento (Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998). De esta manera, se busca que las actividades para el presente trabajo sean significativas en el sentido que desarrollen más procesos cognitivos que conceptos memorísticos y poderlos relacionar con las temáticas propias de cada área, resaltando la importancia de resolver procedimentalmente cada actividad dispuesta en términos de

complejidad, abstracción y eficiencia para lograr que el estudiante sea competente en relación con los objetivos que se persiguen dentro de la escolarización.

La motivación académica surge a partir de la perspectiva que tiene el sujeto de sí mismo y de su propia realidad, y con base en estos dos componentes elige las actividades que va a desempeñar de manera comprometida con la intención de culminarlas en su totalidad (Gasco & Villaroel, 2014). De este modo, los alumnos tienen una participación activa y ponen en funcionamiento todas sus capacidades para resolver las problemáticas propias del área, incluso proponen otras alternativas para hacerlo que dejan ver cuán motivados pueden estar cuando se sienten identificados con las temáticas abordadas por el profesor.

Cuando los estudiantes no comprenden alguna asignatura, asocian este hecho a la incompetencia generalizada que les impide entender cualquier temática en general; este hecho se evidencia especialmente en las matemáticas en las que, debido a su rigurosidad y formalismo, se presentan frecuentes discrepancias reflejadas en el hecho de no resolver adecuadamente las operaciones, no entender inmediatamente al profesor cuando explica o no participar en la clase, razones que los llevan a optar por aborrecer la materia y tomar una actitud negativa frente al aprendizaje de la misma (Alsina & Domingo, 2007). De esta manera, se dificulta más la interacción del profesor con el estudiante ya que se limita a una reproducción de conceptos aislados de la realidad del sujeto que se conciben como innecesarios y carentes de sentido, pues en definitiva no existe un interés en aprender algo que no se aplica de manera significativa en la vida. Barody (citado por Alsina & Domingo, 2007) considera que:

Exagerar la importancia de memorizar datos y procedimientos de una manera preestablecida y rígida cultiva creencias debilitadoras. Cuando la instrucción

asigna una importancia fundamental a la memorización de datos y técnicas, es muy probable que los estudiantes obtengan una impresión equivocada de las matemáticas (p.24).

Según lo expuesto por este autor, parece estar en consonancia la idea que las matemáticas, al abordarse desde actividades que resultan significativas para los estudiantes, generan una motivación intrínseca en ellos que les permite estudiarlas de manera más consciente e interiorizada, y a la vez se posibilita en el docente el diseño de clases con fines más orientados hacia el desarrollo de las habilidades de pensamiento y menos hacia el componente memorístico.

De lo anterior es posible concluir que una de las principales funciones del docente es incentivar el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos a través de la generación de confianza en sus propias capacidades. Al respecto, Alonso (citado por Alsina & Domingo, 2007) afirma que:

En primer lugar, la intervención del profesor debe garantizar que el estudiante perciba o experimente que es competente (...) Esto puede verse facilitado si el clima de clase en el que se mueve el estudiante –los mensajes que recibe, especialmente– se orienta a estimular la motivación hacia el aprendizaje, evitando los mensajes que implican una crítica y que subrayan la incompetencia del sujeto. En segundo lugar, es imprescindible que el profesor favorezca la autonomía (p. 24).

De acuerdo a lo anterior, para facilitar esa confianza que los estudiantes necesitan durante su proceso de escolarización, el profesor no puede pretender que el aprendizaje significativo surja por iniciativa de ellos mismos, sino que el docente debe propiciar un ambiente adecuado para implementar las estrategias con las cuales busca desarrollar las

habilidades de pensamiento y esto podría lograrse a través de la vinculación de los contenidos del área de matemáticas con las operaciones mentales. Indagar por la posibilidad de evidenciar que así se dé, es objeto del presente proyecto.

En este orden de ideas, se quiere confirmar también en este proyecto si, cuando el docente logra generar esa autonomía en los estudiantes a través de las actividades que propone, ellos logran percibir en las matemáticas una asignatura que les propiciará un aprendizaje para sus vidas, lo que hará significativo ese conocimiento y ayudará a mejorar la disposición de éstos frente al aprendizaje, contrarrestando actitudes apáticas que dificultan la intención del profesor de potencializar el desarrollo del pensamiento por medio de la enseñanza de las matemáticas. Al respecto, Ahmed, Minnaert, Kuyper y Van der Werf (citados por Sánchez, 2014) han comprobado que “las creencias de los estudiantes sobre su competencia son uno de los predictores más significativos de la ansiedad y el rendimiento ante las matemáticas” (p. 8).

Sin embargo, no debe desconocerse que los métodos de enseñanza de las matemáticas implementados en los cursos de primaria varían notablemente de los de secundaria, pues en los grados inferiores se utilizan diferentes recursos y estrategias que permiten una mejor interacción del estudiante con el contenido matemático, mientras que en la secundaria las clases se caracterizan por ser abstractas y formalistas lo que, como demuestra Kline (1998), genera indirectamente la pérdida de interés por parte del educando. De esta manera, es responsabilidad de las instituciones y de los docentes tomar conciencia frente a las metodologías implementadas en la clase, pues la desmotivación es un fenómeno que se ha ido naturalizando entre los alumnos y termina por afectar de manera alarmante los objetivos que la educación en general pretende.

Al respecto, Steele (citado por Gasco & Villarroel, 2014) establece que en la transición de la educación primaria a la secundaria la competencia se incrementa y por tanto los estudiantes son más propensos a experimentar un descenso en su rendimiento; como consecuencia, los individuos le dan menos importancia a las matemáticas con el fin de proteger su autoestima. En este sentido, la función del maestro consiste en diseñar actividades en las que los estudiantes encuentren un significado lógico de las situaciones y no medie en ningún momento la arbitrariedad y el bagaje memorístico que caracteriza la enseñanza de las matemáticas tradicionales; cuando esto sucede y es aprovechado por el alumno el aprendizaje trasciende de la mera recepción de los conceptos y se convierte en significativo (Moreira, Caballero, & Rodríguez, 1997). Se considera entonces la importancia de diseñar actividades que promuevan el desarrollo de las habilidades de pensamiento en los estudiantes para que logren un aprendizaje significativo que les permita resolver situaciones problema, incluso, fuera del contexto escolar.

Es posible inferir de la postura de Moreira (2005) que una de las características del aprendizaje significativo es que se internaliza en el sujeto y puede aplicarse a situaciones más complejas que salen del contexto escolar, además que genera una motivación intrínseca por parte de los estudiantes en cuanto permite la activación de sus capacidades cognitivas para resolver el ejercicio o situación que se presente. En relación con lo anterior, este autor refiere que los significados que se van hallando durante el proceso de formación pueden ser almacenados de manera relevante en los alumnos, pero esto sólo es posible gracias a una apropiada mediación por parte del docente crítico y reflexivo que día a día piensa su profesión y la manera de darle el valor que debería tener en la sociedad.



## **2.2. Operaciones mentales: la relevancia de la identificación, la comparación y el análisis.**

Durante las prácticas pedagógicas realizadas en la Institución Educativa José Acevedo y Gómez, y con fundamento en diarios de campo que se triangularon, se observó que con recurrencia la metodología implementada por algunos docentes del área de matemáticas consistía en: nombrar el tema, dictar la teoría respectiva, mostrar algunos ejemplos y, por último, proponer ejercicios para la casa. También, hay una marcada tendencia hacia la memorización de los conceptos sin reflexionar mucho acerca de éstos. Al respecto, en el MEN (1998) se establece que los profesores del área de matemáticas poseen una gran variedad de concepciones acerca del área que enseñan; sin embargo, es común encontrar que la asumen como un cuerpo estático de conceptos que sirven de herramientas para resolver los problemas propios de la disciplina, que se fundamentan en unas reglas preestablecidas que permiten su correcto desarrollo y construcción y que evalúan a los estudiantes a partir de una base social que determina si lograron o no los objetivos propuestos para el curso.

Siendo coherentes con la corriente constructivista que en definitiva inspira el presente trabajo de investigación, se considera como una necesidad modificar el papel del docente tradicional, caracterizado por enseñar lecciones a manera de recetario e incitando a los estudiantes a la memorización de conceptos para lograr los objetivos del área, por un docente mediador capaz de relacionar los contenidos con las habilidades propias de cada sujeto.

Al respecto Noguez (2001) afirma que en un mundo globalizado el sujeto debe construir sus propios significados para enfrentarse de manera exitosa a una sociedad que exige, cada vez más, nuevas habilidades cognitivas en las personas para poder resolver las problemáticas propias del entorno.

En relación con lo anterior, para estimular el desarrollo de las habilidades de pensamiento de los educandos, hay que realizar cambios en la enseñanza de las matemáticas de modo que se pase de la memorización al procesamiento de la información. A propósito de esto, Sánchez (2002) refiere que el cambio en la enseñanza estimula el desarrollo de las habilidades de pensamiento lógico-crítico y creativo en las personas y cómo la aplicabilidad de las mismas sirve para el aprendizaje escolar y para la vida en general.

En la interacción social, en la formación académica y en la vida cotidiana (por ejemplo, con el mundo científico, natural, social, cultural y tecnológico) se ven involucradas, ya sea de manera explícita o implícita, las operaciones mentales, que son un aspecto fundamental en el desarrollo de cualquier tipo de pensamiento. “Las operaciones mentales son las estrategias que emplea el sujeto para manipular, organizar, transformar, representar y reproducir nueva información” (Gómez., Cruz, Acosta & Martínez, 1998, p.23). Además, son procesos formales que se desarrollan en el individuo, de las más simples a las más complejas, y son entendidas, según Feuerstein (citado por Morales, 2007), como “la internalización, organización y coordinación de acciones a través de las cuales la información desde fuentes externas e internas, es elaborada” (p.120). Así mismo, estas operaciones permiten representar la información que se recibe del medio y producir nuevos conocimientos que permiten potenciar la capacidad de pensamiento, razonamiento y respuesta (Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998).

Las operaciones mentales que se pretende desarrollar en este proyecto de investigación son la identificación, la comparación y el análisis, debido a lo relacionadas que están con el pensamiento humano, es decir, los estudiantes constantemente las están aplicando ya sea en el contexto educativo o en una situación cualquiera de la vida cotidiana; el problema radica en que no son conscientes de ello y, por tanto, no sabrían definir las ni describirlas en caso de requerirse, como procesos metacognitivos, que son foco de atención de la mediación docente (Morales, 1997). Con el presente trabajo, entonces, se busca no sólo fortalecer estas tres operaciones mentales que se consideran básicas para el aprendizaje de cualquier contenido matemático, sino que ellos puedan hacer consciente para sí mismos cómo realizar particularmente un proceso de identificación, de comparación o de análisis, es decir, llegar a procesos metacognitivos desde estas tres operaciones mentales.

A continuación, se describirán brevemente cada una de ellas:

**Identificación:** identificar se refiere al reconocimiento de una realidad concreta o abstracta por medio de sus características. Cuando este proceso se internaliza en el sujeto es posible imaginar el objeto cuando no esté presente, también la persona logra conservar en su mente las ideas más relevantes que dan cuenta del objeto observado generando una independencia del sujeto con dicho objeto (Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998). Por tal motivo, se considera la identificación como un proceso clave para el aprendizaje, puesto que se busca delimitar la observación hacia las características más importantes de una realidad concreta o abstracta, con el fin que el estudiante pueda reproducirlo en su mente sin ningún problema.

**Comparación:** Comparar es una acción básica que precede al establecimiento de relaciones entre objetos o situaciones, y consiste esencialmente en identificar semejanzas y

diferencias entre las realidades concretas o abstractas a través de sus respectivas características y con un criterio previamente establecido; cuando este proceso se internaliza, el sujeto logra mejorar su capacidad de percepción de los objetos que está relacionando (Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998). Por esta razón, se considera la comparación un proceso fundamental para el aprendizaje del educando, puesto que es una acción que casi siempre realizan cuando se les presenta una situación, un gráfico o un ejemplo, y que, al aprovecharse de mejor manera, puede contribuir al desarrollo de sus habilidades de pensamiento.

**Análisis:** Es un proceso que consiste en separar el todo en sus partes, teniendo en cuenta las características y la manera cómo se relacionan entre sí, además, analizar puede entenderse como la capacidad de descomponer situaciones u objetos complejos en patrones conocidos por el sujeto; cuando este proceso se internaliza, la persona logra fortalecer la capacidad de establecer todas las relaciones posibles entre los objetos o situaciones tratados (Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998). La operación mental de análisis se considera indispensable dentro de este proyecto porque representa un nivel de abstracción más elevado que puede trabajarse con los estudiantes en cualquier contenido del área de matemáticas; en general, es importante que el educando logre ante cualquier situación separar las partes del todo bajo un criterio que le permita una mejor comprensión de las cosas.

Para llevar a cabo la intencionalidad de desarrollar habilidades de pensamiento a través de las actividades diseñadas por el docente en el área de matemáticas y que ponen en juego las operaciones mentales de identificación, comparación y análisis, es necesario que el profesor se piense como el mediador principal en este proceso, ya que es él quien

selecciona los estímulos del medio, los organiza, reordena, agrupa y los estructura en función del aprendizaje significativo (Gómez., Cruz, Acosta & Martínez, 1998).

Con base en lo anterior, el papel del docente mediador es indispensable dentro de este proyecto, puesto que él, en definitiva, es quien debe orientar cada proceso hacia una intencionalidad clara y fundamentada en relación con el aprendizaje.

### **2.3. Perspectivas de las matemáticas desde el constructivismo cognitivo**

Realizar un recuento histórico de las concepciones, categorías y aportes de las matemáticas a la solución de problemáticas humanas permite concebir esta área desde diferentes puntos de vista que al ser abordados por los docentes influyen decisivamente en las prácticas de enseñanza, lo que invita a ubicar una perspectiva propia; por lo tanto, en éste trabajo se entienden las matemáticas desde el constructivismo como “una creación de la mente humana, y que únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos” (MEN, 1998, p. 11). Así mismo, el constructivismo, en general, demuestra que el organismo construye su propio conocimiento haciendo uso de su cognición en la interacción con el entorno en el cual desarrollará varios ámbitos de su vida (Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998).

En cuanto al enfoque matemático del constructivismo, éste se interesará por las funciones cognitivas y operaciones mentales que entran en juego en la construcción del saber matemático y a continuación, según el MEN (1998), en la aplicación que el estudiante le da cuando se enfrenta a contextos con los que interactúa en su cotidianidad. La concepción anterior posibilitará un desempeño adecuado del docente y el estudiante dentro del aula y constituye la base para el desarrollo de los objetivos planteados por el presente

proyecto de investigación, en la medida que influye en la percepción de los estudiantes como seres capaces y potencia también la construcción de conocimiento en las interacciones que se dan dentro del aula.

Abordando el tema en cuestión, la filosofía constructivista hace énfasis en cómo el aprendiz, por medio de su accionar en la realidad, extrae información y, mediante procesos mentales y cognitivos, la relaciona con conocimientos previos, ideas o creencias (Castillo, 2008). Acorde con lo anterior, el presente trabajo, desde un enfoque constructivista, adquiere sentido a medida que esta postura, según Castillo (2008), no sólo identifica los problemas que enfrentan los alumnos en la construcción del conocimiento matemático, sino que se tiene en cuenta que éste se construye desde la interacción con otros sujetos y objetos; requiere de guías de aprendizaje y enseñanza que resulten eficaces y respondan a las dificultades encontradas; centrarse en la estructura cognitiva y su funcionamiento, en este caso, teniendo en cuenta las operaciones mentales (identificación, comparación y análisis), para resolver problemas de aplicación, no ejercicios de mecanización de un procedimiento; hacer consciente al estudiante de los procedimientos que lleva a cabo en la realización de las actividades y la posibilidad de darles trascendencia en otros ámbitos de su vida de manera consciente.

Ahora bien, el constructivismo tiene diferentes vertientes, por lo que se toma posición desde el constructivismo cognitivo para el cual el elemento social complementa y potencia la adquisición de conocimientos, aún sin ser un elemento esencial para el aprendizaje (Serrano & Pons, 2011). El enfoque constructivista cognitivo concibe el aprendizaje como un proceso de interacción social (que da lugar a los errores como un mecanismo de aprendizaje), en el cual el artífice de la construcción del conocimiento es el estudiante y el docente queda encargado de brindar un ambiente propicio para que éste

experimente de manera espontánea (Castillo, 2008). Lo anterior es sumamente importante en la propuesta educativa que plantea la Institución Educativa José Acevedo y Gómez y que ubica al docente como mediador en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en pro de la consolidación de procesos de pensamiento tales como operaciones mentales centrales en la interacción en el aula, sea con el conocimiento matemático, el compañero de clase o el docente. Además, en esta misma medida, cabe resaltar que el error es tomado como punto de partida y posibilita la reflexión en torno a la manera como el estudiante está realizando las actividades propuestas, procurando que sea él mismo quien, gracias a la mediación, llegue a ser consciente de sus errores y empiece a repensar las bases conceptuales o procedimentales que son erradas.

Siguiendo con éste análisis y retomando elementos propuestos por Piaget (citado por Serrano & Pons, 2011), se aborda la construcción de conocimiento desde un punto de vista general, como un proceso individual que involucra la estructura cognitiva de los sujetos, dado que allí se encuentran las representaciones que éste hace del mundo y que entran en concordancia o no con la información existente, al iniciar un proceso de aprendizaje; concepción que parte del hecho de que la mente humana trabaja con símbolos. Ésta construcción de conocimiento toma sentido desde el constructivismo cognitivo en el aula mediante la práctica pedagógica, definida por Wilson (citado por Castillo, 2008) como “el conjunto de actividades que permiten planificar, desarrollar y evaluar procesos intencionados de enseñanza mediante los cuales se favorece el aprendizaje de contenidos (conocimientos, habilidades, actitudes y valores) por parte de personas que tienen necesidades de formación” (p.179). El maestro de matemáticas es quien debe mediar entre los conocimientos y experiencias de los estudiantes, así como en los procesos que se ponen en juego (Funelabrada, 2009), buscando con esto un verdadero proceso de aprendizaje que

según Marcelo (citado por Castillo, 2008) debe ser activo, autónomo, adaptado, colaborativo, constructivo, orientado a metas, diagnóstico, reflexivo y centrado en problemas o casos.

Este enfoque de las matemáticas, desde un constructivismo cognitivo, es concordante con la pregunta de investigación en la medida que se centra en las funciones cognitivas y operaciones mentales que se ponen en juego en los procesos de enseñanza-aprendizaje; además, destaca la importancia del maestro como mediador con un papel activo y en ocasiones pasivo dentro del aula de clase, buscando que el estudiante modifique sus estructuras mentales y logre dar trascendencia a lo trabajado en clase.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



### **3. Capítulo III. Metodología.**

#### **3.1. Enfoque metodológico**

El abordaje del enfoque cualitativo de investigación en el campo de lo humano busca conocer las diferentes perspectivas que se han desarrollado para concebir y entender las distintas realidades construidas por el hombre (Sandoval, 2002). Por tal motivo, para este trabajo de investigación es importante conocer muy bien la realidad educativa que será abordada y, de esta manera, aportar alternativas de mejora en lo relacionado con los procesos de enseñanza - aprendizaje, teniendo presente que para tal fin es imprescindible el conocimiento y el acercamiento a cada sujeto en particular.

Sandoval (2002) refiere que son tres las condiciones más importantes para producir conocimiento que plantea la investigación cualitativa: la primera de ellas es la recuperación de la subjetividad entendida como la importancia que retoma el ser humano dentro las construcciones sociales que a diario se dan, la segunda se refiere a la reivindicación de la vida cotidiana como un aspecto esencial para comprender la cultura y demás escenarios cimentados por el ser humano y, la última, trata de la intersubjetividad y el consenso, como vehículos necesarios para acceder al conocimiento validado por la sociedad.

Todo lo anterior se traduce en la necesidad de adoptar un enfoque de corte cualitativo para este proyecto, puesto que rescata el valor de la persona como aspecto crucial para el entendimiento y tratamiento de las distintas organizaciones sociales; en ese sentido, la propuesta didáctica que se pretende implementar en la Institución Educativa José Acevedo y Gómez necesita de ese conocimiento de cada individuo que conforma dicho espacio, para identificar las necesidades que presentan y, de esta manera, encontrar las soluciones más adecuadas que contribuyan al mejoramiento de la estructura cognitiva de

los estudiantes y al desarrollo de sus operaciones mentales: identificación, comparación y análisis.

Es preciso mencionar las diferentes posturas de cada uno de los autores abordados con relación a la investigación acción y la manera cómo se relacionan entre sí dentro de un contexto educativo para utilizarla como la metodología indicada del presente trabajo con base en la intencionalidad que se persigue.

Desde la perspectiva de Ghiso (1996), es conveniente referir los fundamentos teóricos que le dan soporte a su concepción acerca de la investigación acción. Para ello, Kemmis, citado por Ghiso (1996), destaca la acción como el eje principal de este enfoque en el que todos los participantes asumen un papel activo dentro de la investigación; esta postura se debe principalmente a los problemas ocasionados en el ejercicio docente en cuanto a la separación que los mismos hacen de la teoría y su propio quehacer dentro del aula. Además de esto, defiende un modelo de investigación en el que la unión investigador/investigado se mantenga inseparable.

Con relación a lo anterior, para el presente trabajo es crucial que los investigadores reflexionen sobre sus propias prácticas pedagógicas y haga consciente la manera cómo está interactuando con el conocimiento y los estudiantes.

Guiso (1996) establece básicamente estas características como las principales de la Investigación Acción, sin embargo, las clasifica en tres modalidades: investigación Acción del profesor, cooperativa y participativa. Para el proyecto se toman en cuenta los planteamientos de la investigación acción del profesor. Elliot, citado por Ghiso (1996), afirma que el objetivo de este tipo de investigación acción es que el docente realice un diagnóstico consciente del problema que está presentando con relación a sus prácticas educativas, además, se toman en cuenta las diferentes perspectivas que tienen los actores

del contexto en cuestión, en este caso, docentes y alumnos, con el mismo lenguaje que ellos utilizan, considerándose información valiosa dentro de este enfoque aquella que es producto de la interacción espontánea de los sujetos, es decir, exenta de libretos o formalismos.

Desde esta perspectiva, es indispensable que el profesor logre detectar las situaciones que entorpecen el proceso de enseñanza y aprendizaje, valiéndose de los argumentos que los estudiantes utilizan al momento de narrar los acontecimientos que se dan dentro del aula. Es importante para este fin, que los educandos utilicen un lenguaje natural y espontáneo propio de su etapa de desarrollo.

Este método busca, entonces, que el docente reflexione para lograr que la diferencia entre teoría y práctica sea mínima, en otras palabras, este tipo de investigación le otorga una gran importancia a la acción de quienes participan en ella para generar cambios positivos en la educación (Ghiso, 1996), incidir en su propia formación, acercarse a sus propios métodos de enseñanza y mejorar su accionar en el aula (Sagastizábal & Perlo, 1999).

Ahora bien, dicha metodología es acorde con la intencionalidad de este trabajo, ya que la labor de los docentes investigadores, más que describir o comprender una realidad determinada, propendió hacia la transformación de las propias prácticas para contribuir al mejoramiento de la formación en matemáticas. Además, es evidente que el contexto que se aborda es específicamente el escolar, por tal motivo, no basta sólo con realizar una interpretación exhaustiva de las diferentes problemáticas que allí se perciben, sino de proponer estrategias de mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje que beneficien tanto a los estudiantes del momento como a las futuras generaciones.

Para realizar una investigación acción, según Kemmis & Mc Taggart (citados por Valenzuela & Flores, 2012), es necesario definir un ciclo que puede ser retomado durante la investigación y que comprende cuatro pasos: una planeación que de manera crítica tienda a mejorar una práctica o aporte a un contexto determinado, un plan de acción que se lleve a cabo de manera crítica y reflexiva, el análisis de la información recolectada en el paso anterior y su incidencia en el contexto y por último, una reflexión sobre los efectos, que lleven de nuevo a generar un plan de acción que se llevara a cabo en un primer momento y luego quedará como insumo para la institución.

### **3.2.Descripción de los participantes.**

La investigación se llevó a cabo en el grado noveno de la Institución Educativa José Acevedo y Gómez, con un grupo conformado por 35 estudiantes con edades comprendidas entre los 14 y 17 años. De ellos, 19 son de género femenino y 16 son del género masculino. Los participantes pertenecen en su mayoría a los estratos dos y tres. Entre los estudiantes se encuentra uno que está diagnosticado con una discapacidad física y parálisis cerebral. Cuando el joven asiste a la institución, lo hace acompañado de su madre que le ayuda en su proceso de aprendizaje; sin embargo, su asistencia no es regular, pues debe contar con los recursos para el medio de transporte.

Conforme a las observaciones realizadas en la práctica pedagógica durante los semestres 2015-II y 2016-I en el grado noveno de la Institución Educativa José Acevedo y Gómez y que se encuentran registradas en los diarios de campo y registros de la intervención en la institución, se puede establecer que las características más importantes de la población que participó en el proceso de investigación son:

- Desinterés por aprender las matemáticas, lo que se muestra por la poca disposición que presentan los estudiantes ante la clase. Esto se evidencia con recurrencia alta en los diarios de campo de ambos investigadores al constatar cómo algunos estudiantes utilizan el tiempo de la clase para conversar, hacer trabajos de otras materias o simplemente estar indiferentes ante la clase.
- Los estudiantes se dispersan muy fácil, debido a los comentarios e intervenciones de algunos de sus compañeros: la concentración y la motivación por el área es baja lo que se evidencia en los diarios de campo con anotaciones como “los alumnos se dispersan fácilmente”, “se paran de sus asientos y desconcentran a otros estudiantes”. Sin embargo, ellos mismos son conscientes de la importancia de prestar atención y estar dispuestos en clase al reconocer esto entre sus falencias y reflexionar sobre las implicaciones en su aprendizaje, información que se evidencia en las entrevistas.
- Los estudiantes pocas veces toman nota sobre los ejercicios y temas propuestos porque “desligarse del cuaderno” es una propuesta dentro de la metodología de enseñanza de la profesora titular.
- Presentan dificultades conceptuales y procedimentales en las operaciones con fraccionarios, en el despeje de ecuaciones, el análisis de gráficas, la ubicación de puntos en el plano y el reemplazo de variables: en las actividades realizadas en clase durante la observación participante se logró evidenciar el poco manejo de conocimientos previos que tienen los estudiantes, entre ellos los mencionados al inicio del ítem y la poca

disposición cuando en las actividades se hacen necesarios estos conocimientos.

- Algunos estudiantes muestran interés por aprender, en especial cuando se les presentan actividades bien estructuradas y con una intencionalidad clara: la disposición de los estudiantes es baja en la realización de actividades que no están bien estructuradas o que no tienen un objetivo claro, sin embargo, al dar las clases se evidencia que los estudiantes se muestran más dispuestos cuando conocen el objetivo de las actividades, se diseñan de manera que posea la información necesaria para realizarla y la presencia del docente es un apoyo en el proceso.

### **3.3. Instrumentos para la recolección de la información**

Durante el tiempo en que se llevó a cabo este proyecto cada investigador realizó lo que Henández (2014) denomina observación participante. Mientras se realizaban estas observaciones se dictaron clases, se acompañó a los estudiantes en los recesos y en talleres extra-aula, se tomó nota de la información que se consideraba relevante y se explicitó en los diarios de campo, que mostraban la planeación de la clase, las observaciones que eran relevantes de acuerdo al objetivo de investigación y sus respectivas reflexiones o interpretaciones donde se dejaban ver los puntos de vista de los investigadores de manera separada (ver ejemplo de diario de campo en *Anexo A*). Dichos diarios fueron contrastados con el fin de obtener información relevante para el proyecto. Además, se analizaron las actividades realizadas por los estudiantes, procurando generar categorías amplias que posibilitaron llegar a conclusiones y plantear posibles mejoras, respondiendo a uno de los

aspectos más importantes en la investigación acción participativa que es la mejora del contexto en el cual se interviene.

También se aplicó una actividad diagnóstica que involucró las tres operaciones mentales: identificación, comparación y análisis, teniendo en cuenta actividades sencillas que generaran en el estudiante la necesidad de observar, describir, establecer semejanzas, diferencias y relaciones. Al finalizar este diagnóstico, se realizó una entrevista de grupo focal, entendida desde Ghuiso (1996) como una entrevista semiestructurada enfocada en el abordaje de reducidos puntos de interés y problemas referentes a los objetivos de investigación. En esta entrevista los estudiantes evidenciaron las concepciones propias acerca de las operaciones mentales trabajadas. Esto proporcionó información necesaria para el proceso de formulación o reformulación de actividades, ya que se hace necesario el “encuadre, diagnóstico, identificación-valoración y formulación de las líneas de acción requeridas y, por último, estructuración y concertación del plan de trabajo” (Ghuiso, 1996, p. 147).

Teniendo en cuenta lo anterior, se diseñaron seis niveles en los que se trabajaron los tópicos más importantes de las ecuaciones lineales y los Sistemas de Ecuaciones Lineales  $2 \times 2$  (SEL  $2 \times 2$ ): el primer nivel trabajó la modelación matemática, el segundo nivel estudió las ecuaciones lineales, el tercer nivel los tipos de solución de un SEL  $2 \times 2$ , el cuarto y quinto nivel trabajaron en la solución de un SEL  $2 \times 2$  por el método gráfico (siendo el nivel quinto un poco más complejo que el cuarto al involucrar operaciones con decimales y fraccionarios) y, por último, el sexto nivel llevó al estudiante a realizar el proceso inverso de solución por el mismo método. Estas actividades serán trabajadas con mayor detalle en el siguiente apartado.

Las actividades diseñadas (ver *Anexo B*) están enfocadas en el desarrollo y potenciación de las operaciones mentales trabajadas, por lo tanto, para hacer el contraste se llevaron a cabo entrevistas individuales y grupales (ver *Anexo C*) al final del proceso para recoger información que ayudó a determinar los avances adquiridos y que se contrastó con los resultados esperados. En total, se realizaron 4 entrevistas con el mismo formato: dos individuales y dos grupales (en parejas). Tres de estos estudiantes fueron elegidos por su disposición hacia las actividades, su participación en la clase y su desempeño en las mismas; mientras que los otros tres fueron estudiantes que generaban indisciplina en el salón de clase y no realizaban la totalidad de las actividades. Las preguntas que componían la entrevista eran de carácter abierto e indagaban por los procesos de aprendizaje de los estudiantes en relación con las operaciones mentales trabajadas, las ecuaciones lineales y la metacognición.

### **3.4.Actividades**

La intervención en la institución educativa durante los dos primeros semestres de la práctica pedagógica permitió recoger información esencial para el diseño de las actividades, de tal manera que respondieran a una serie de observaciones extraídas de los datos recurrentes en los diarios de campo de los investigadores y que fueron expresados ampliamente en un apartado anterior denominado *Descripción de los participantes*. En el proceso de diseño de las actividades que se implementaron en la institución se hizo especial énfasis en minimizar el impacto de esas dificultades; por ejemplo, se diseñaron para el trabajo en parejas, se enunciaron de la manera más clara posible las instrucciones que se daban, se entregó de manera explícita a los estudiantes la información requerida para



resolver adecuadamente el instrumento y se estableció una ruta que le permitiera al estudiante realizar un proceso de pensamiento consciente. Las consideraciones anteriores, además de responder a las necesidades del contexto y propiciar un ambiente propicio para el aprendizaje, van en concordancia con el propósito de esta investigación ya que se centra en las habilidades de pensamiento y les da a los estudiantes la posibilidad de hacer consciente el proceso que realizaron.

Las actividades se establecieron con un encabezado en el que el estudiante tenía información de las instituciones, los investigadores, el grado escolar, el tema específico de matemáticas que eran los Sistemas de Ecuaciones Lineales 2x2 y el curso; un entorno, es decir, un apartado que detallaba el nivel que se iba a trabajar, un título acorde a la actividad que se iba a realizar; las operaciones mentales que se buscaban desarrollar y potenciar: identificación, comparación y análisis, abreviado como ICA, seguida del número de la actividad que se estaba desarrollando; un enunciado con la actividad que se iba a desarrollar, un objetivo, una frase motivadora (de algún matemático filósofo o científico de la historia) y un espacio al final para que establecieran su propia percepción del proceso que se había realizado en torno a las tres operaciones mentales (ver *Anexo B*).

En total se diseñaron 16 instrumentos que se trabajaron según se muestra en la *Tabla*

I:

*Tabla 1.* Clasificación de las actividades

Nivel	Actividad	Operación mental trabajada	Temática abordada	Duración (horas de clase)	¿Se implementó?
No aplica	Diagnóstico	Identificación Comparación Análisis	Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL)	3	Si
Nivel 1	ICA 1	Identificación	Modelación ecuaciones lineales	1	Si
	ICA 2	Comparación		1	Si
	ICA 3	Análisis		1	Si

<b>Nivel 2</b>	ICA 4	Identificación	Características de un SEL 2x2	1	Si
	ICA 5	Comparación		2	Si
	ICA 6	Análisis		2	Si
<b>Nivel 3</b>	ICA 7	Identificación	Tipos de solución de un SEL 2x2	1	Si
	ICA 8	Comparación		2	Si
	ICA 9	Análisis		2	No
<b>Nivel 4</b>	ICA 10	Identificación	Solución SEL 2x2 por método gráfico	1	No
	ICA 11	Comparación		1	No
	ICA 12	Análisis		2	No
<b>Nivel 5</b>	ICA 13	Identificación		1	No
	ICA 14	Comparación		1	No
	ICA 15	Análisis		2	No

Como se puede observar en la tabla sólo se implementaron ocho actividades de las inicialmente propuestas. Esto obedece a cuestiones de distinta índole que se abordarán en el apartado *Limitaciones de la investigación*.

### 3.5. Consideraciones éticas

Todos los participantes son conscientes de los objetivos del proyecto de investigación, se reconocen y aceptan como colaboradores de dicho proyecto. Las fotos, los documentos y los aportes de diversa índole que se utilizan en este trabajo cuentan con el consentimiento de los sujetos involucrados. Se reconoce como una necesidad, entonces, considerar los aspectos éticos, relacionados con la correcta conducta para llevar a cabo un adecuado proceso de investigación cualitativa, así, desde la perspectiva de Buendía & Berrocal (2001) “un acto ético es el que se ejerce responsablemente, evitando el perjuicio a personas, que a veces se realiza inconscientemente, por estar vinculado el daño a los métodos que el investigador utiliza para la consecución de sus fines” (p. 2).

Lipson (2002) refiere que es importante tener en cuenta, al momento de realizar una investigación desde cualquier enfoque metodológico, el relativismo cultural, entendido como el respeto de quien investiga a los valores construidos por ese grupo social, sin entrar

a juzgar los distintos comportamientos que se dan en ese espacio de acuerdo a los propios estándares morales. Para ello, deben tenerse en cuenta algunos principios establecidos por los comités institucionales de evaluación que protegen a los seres humanos: la explicación clara a los participantes de los riesgos y beneficios que pueden presentarse al momento de realizar el estudio, la opción de poder abandonar la investigación o simplemente el hecho de no querer responder ciertas preguntas, y, por último, el derecho a la protección de la identidad que puede afectar la vida o la reputación de las personas involucradas. Para tal fin, se elaboró un oficio en el que se informa a los estudiantes acerca del propósito de la investigación (ver *Anexo D*) y todas las implicaciones que trae consigo este proceso, por ejemplo, observaciones, registros fotográficos, entrevistas, etc. De igual manera, allí se aclaró el manejo confidencial de la información y lo importante que puede resultar el proyecto para la institución, en cuanto al mejoramiento de las prácticas docentes y al aprendizaje de los educandos.

Otro aspecto fundamental con relación a la ética en la investigación cualitativa, es determinar si el participante desea el anonimato al momento de publicar, sobre este punto se recomienda siempre crear personas ficticias con fines de respeto y cuidado al sujeto, sin dejar de lado la información potencialmente significativa para el estudio que se esté realizando

De acuerdo con lo anterior, es importante que tanto los estudiantes como los docentes y la institución en general conozcan la intencionalidad y objetivos que se persiguen con la implementación de la propuesta didáctica, y, de esta manera, los profesores logren enfocar las clases de matemáticas hacia el desarrollo de las habilidades de pensamiento y menos a la reproducción de conceptos que seguramente los educandos olvidarán con facilidad.

### 3.6.Limitaciones

Las actividades que se propusieron para realizar la intervención en la institución, no se aplicaron en su totalidad debido a que, tal y como está constatado en los diarios, la institución se encontraba realizando proyectos desde diferentes estrategias educativas: al inicio de la intervención se venía trabajando con el desarrollo de operaciones mentales y la jornada de estudio era regular, pero el colegio cambió su enfoque y empezó a trabajar desde el proyecto STEAMakers (basado en metodología por proyectos) y se cambió a jornada única; por lo tanto, hubo un tiempo del que no se pudo disponer porque se estaban reorganizando los horarios y en varias ocasiones se asistió pero no se contó con la presencia de los estudiantes porque debían responder a diversos proyectos.

Teniendo en cuenta lo anterior, se decidió implementar las primeras 9 actividades (Actividad diagnóstica e ICA de la 1 a la 8) debido a que estas se diseñaron para ser llevadas a cabo de manera secuencial y cada una trabajaba una operación mental en un tema específico de las ecuaciones lineales.

## 4. Capítulo IV: Análisis de resultados

### 4.1. Análisis de la información

Para dar inicio a la compleja tarea del análisis, es fundamental establecer familiaridad con los datos recogidos de modo que se dote de sentido y significación la información recolectada que en un principio parece muy general y poco dicente (Woods 1995); para esto, se hizo necesario hacer su transcripción y lectura en busca de aspectos importantes para el proyecto, es decir, que se encuentren en relación directa con la pregunta y los objetivos de la investigación. Como herramienta para la clasificación de la información de acuerdo a su significación en el trabajo, se utilizó el programa de análisis de datos cualitativos ATLAS TI (versión 7.5). Este recurso facilitó la lectura de todos los datos recolectados a través de la separación en bloques de información, que denominamos unidades de información; a estas fue posible asignarles códigos (denominados en adelante categorías) con el fin de detectar posibles recurrencias o rescatar significaciones valiosas otorgadas por los participantes. Por otro lado, el recurso permitió la generación de *familias de categorías*, es decir, categorías que se lograron relacionar por su generalidad, especificidad o elementos comunes con base en la pregunta inicial del proyecto. Organizadas así, estas categorías se denominaron *sensibilizadoras* (más generales) para diferenciarlas de las *descriptivas* (más específicas); según propone Woods (1995), estas últimas se encargaron de la selección razonable de las unidades de información y la asignación de códigos, mientras que las segundas son más generales y se elaboran por las relaciones dadas entre las categorías descriptivas.

Los datos recogidos de los diarios de campo, las entrevistas y las actividades se transcribieron con el fin de facilitar su análisis en el ATLAS.ti tomando los aspectos más

relevantes y coherentes con los objetivos de investigación y la pregunta; Woods (1995) nombra lo anterior como un proceso de categorización. Si bien este autor refiere dos tipos de categorías, unas de tipo *etic*, entendidas como las elaboraciones propias que el investigador realiza con base en la teoría, y otras de tipo *emic*, que surgen de los comentarios que los participantes hacen, por ejemplo, en las entrevistas o en los registros de diarios de campo, para el presente trabajo sólo se generaron de tipo *etic*.

Al realizar la triangulación de la información recogida mediante los instrumentos antes mencionados y su respectiva clasificación, se obtuvieron inicialmente 102 categorías demasiado descriptivas que recogían en sí pocas unidades de información y harían más largo el proceso de análisis. Debido a lo anterior, se hizo necesario establecer relaciones entre ellas que permitieran integrar dichas unidades de una manera más general asociando las que se referían a una misma cuestión y que fueron nombradas de manera muy específica. Por ejemplo, se obtuvieron categorías tales como *indicios hacia la motivación, condiciones para la reciprocidad: motivación y motivación e interés en el desarrollo de las actividades* que, al comparar las unidades de información asociadas, se podían fusionar. Al realizar este proceso, inicialmente con el programa (usando una función denominada *explorador de co-ocurrencia de códigos*), luego manualmente de una manera minuciosa, se logró reducir la cantidad de categorías a 45 que, de acuerdo a la pregunta de investigación y los objetivos planteados al inicio del proyecto, se clasificaron en sensibilizadoras o descriptivas.

A manera de ejemplo de lo expuesto hasta el momento, la categoría sensibilizadora *Factores relevantes en la mediación*, para la que se entiende mediación como aquella realizada por el docente entre el conocimiento y el estudiante para facilitar la comprensión, se relacionó con la categoría descriptiva *Establecer acuerdos*, en la que se asocian unidades

de información referentes a los compromisos establecidos por el docente para garantizar la atención y disposición de los educandos para el desarrollo de las actividades; el siguiente es un ejemplo de unidad de información ubicada en esta categoría: *“para minimizar la asesoría personalizada, en la segunda sesión fuimos muy claros al decirles que la lectura se haría general y que las dudas se responderían en el instante de presentarles la sección de la actividad”*.

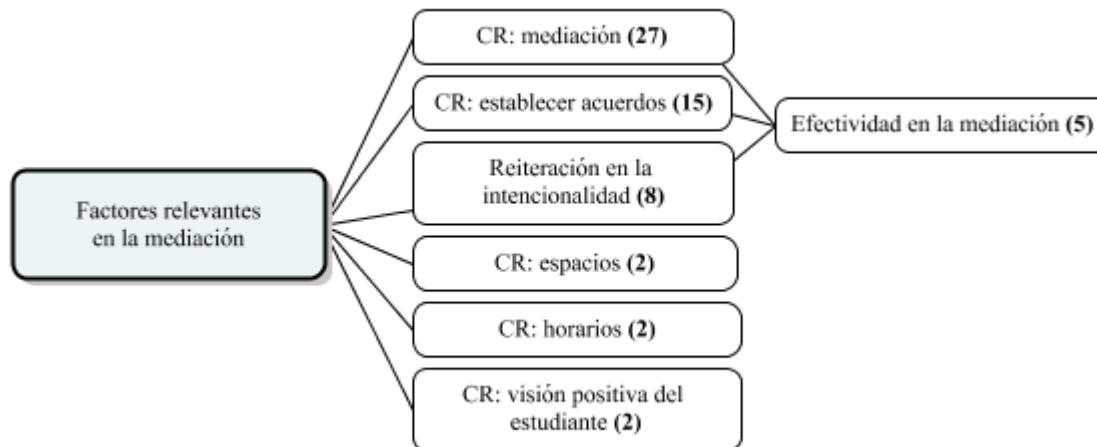
La organización de los datos respecto a categorías sensibilizadoras y descriptivas arrojó algunos esquemas que permiten visualizar de manera sintética la información recogida. Cada esquema está compuesto por un cuadro sombreado con color gris que contiene el nombre de la categoría sensibilizadora, unas líneas que unen ésta a las categorías descriptivas asociadas y que están organizadas de mayor a menor recurrencia durante el análisis, es decir, la cantidad de unidades de información en los datos asociadas (entre paréntesis se muestra dicha recurrencia).

#### **4.2.Resultados**

La organización de los datos respecto a categorías sensibilizadoras y descriptivas arrojó algunos esquemas que permiten visualizar de manera sintética la información recogida. Cada esquema está compuesto por un cuadro sombreado con color gris que contiene el nombre de la categoría sensibilizadora en el presente proyecto, las líneas unen ésta a las categorías descriptivas asociadas que están organizadas de mayor a menor por la cantidad de datos que contiene y al final de cada nombre se encuentra entre paréntesis la recurrencia de cada una, es decir la cantidad de unidades de análisis asociadas a ésta.

Surgieron tres categorías sensibilizadoras que responden a aspectos clave en la pregunta de investigación, se denominaron *Factores relevantes en la mediación*; *Diseño, implementación e implicaciones de las actividades significativas*; y *Avance de procesos metacognitivos en relación con las operaciones mentales*.

La primera categoría denominada *Factores relevantes en la mediación* se refiere a las estrategias utilizadas por los docentes para garantizar una mejor comprensión de los estudiantes, que van desde la forma de presentar los conocimientos, las condiciones del contexto y demás. Se estableció como sensibilizadora dada la importancia de la mediación del docente, desde el constructivismo cognitivo citado en el marco teórico, para generar escenarios apropiados para el aprendizaje. En efecto, las observaciones participantes y las entrevistas permitieron detectar la importancia de la mediación para el desarrollo de las actividades y cómo ésta incide de manera positiva en la motivación de los estudiantes: en su mayoría, ellos resaltaron la necesidad del acompañamiento del docente en los procesos de aprendizaje. A ésta categoría se lograron asociar categorías descriptivas presentadas en la *Figura 1*.



**Figura 1.** Categorías descriptivas asociadas a *Factores relevantes para la mediación*.



La categoría descriptiva *CR: mediación* se refirió a las intervenciones de los investigadores en el aula teniendo en cuenta el papel del profesor como mediador en el marco del constructivismo cognitivo. Algunos ejemplos de unidades de información son las siguientes: “[Ustedes] nos *explican a todos y también ustedes nos colaboran y eso es de mucha ayuda para uno*”, “*Porque ustedes así cuando nos estaban dando las clases... ustedes no son así como todos los de aquí que se les va todo el día echando carreta y habla y hable y siga hablando, le da a uno hasta sueño. En cambio ustedes le entregaban a uno las copias, ya uno leía y lo que no entendía ya ustedes le ayudaban a uno. En mi conciencia, así uno la coge más fácil. Por eso creo que así está bien*” o “*profe es que cuando usted le pregunta y le pregunta a uno, pero no le dice la respuesta, es muy bacano porque así uno se anima para tratar de encontrarla*”.

Respecto de *CR: establecimiento de acuerdos*, orientada a la necesidad de dialogar y negociar con los educandos con el fin de cumplir con los objetivos propuestos, fue posible detectar en las observaciones participantes y algunas entrevistas que los acuerdos establecidos entre los docentes y los estudiantes fueron necesarios para contribuir con la disposición y la atención por parte de ellos. Por ejemplo, con el fin de minimizar la asesoría personalizada en cada puesto, se les dijo que deberían prestar mucha atención porque sólo se resolverían dudas a nivel general; al día siguiente una estudiante le dice a su compañera: “*chito chito, que los profes solo leen y explican una vez*”. Otro de los acuerdos establecidos se hizo para moderar el uso del celular y, posteriormente, en algunas entrevistas, dos estudiantes coincidieron en lo asertivo de la propuesta ya que usaron menos el dispositivo y prestaron más atención: “*es que uno cuando no le dicen nada porque está en el whatsapp, pues uno se relaja y no presta atención*”.

Las siguientes categorías, presentadas de manera general para evitar la extensión, fueron: *Reiteración de la intencionalidad* que permitió reconocer uno de los aspectos más indispensables dentro de la estrategia y que consistió en recordar siempre los logros que se pretendían alcanzar, las operaciones mentales a trabajar y la manera de hacerlo; *CR: espacio* se identificó con la disposición requerida en el aula de clase para favorecer el aprendizaje; *CR: horarios* en los que se evidenciaron las dificultades presentadas cuando se trabajó en las últimas horas de clase o luego de las clases de educación física y por ende, lo oportuno que es realizar el trabajo en las primeras horas de; y *CR: visión positiva del estudiante* entendida como la actitud que debía tomar el docente con respecto a los estudiantes para iniciar procesos formativos.

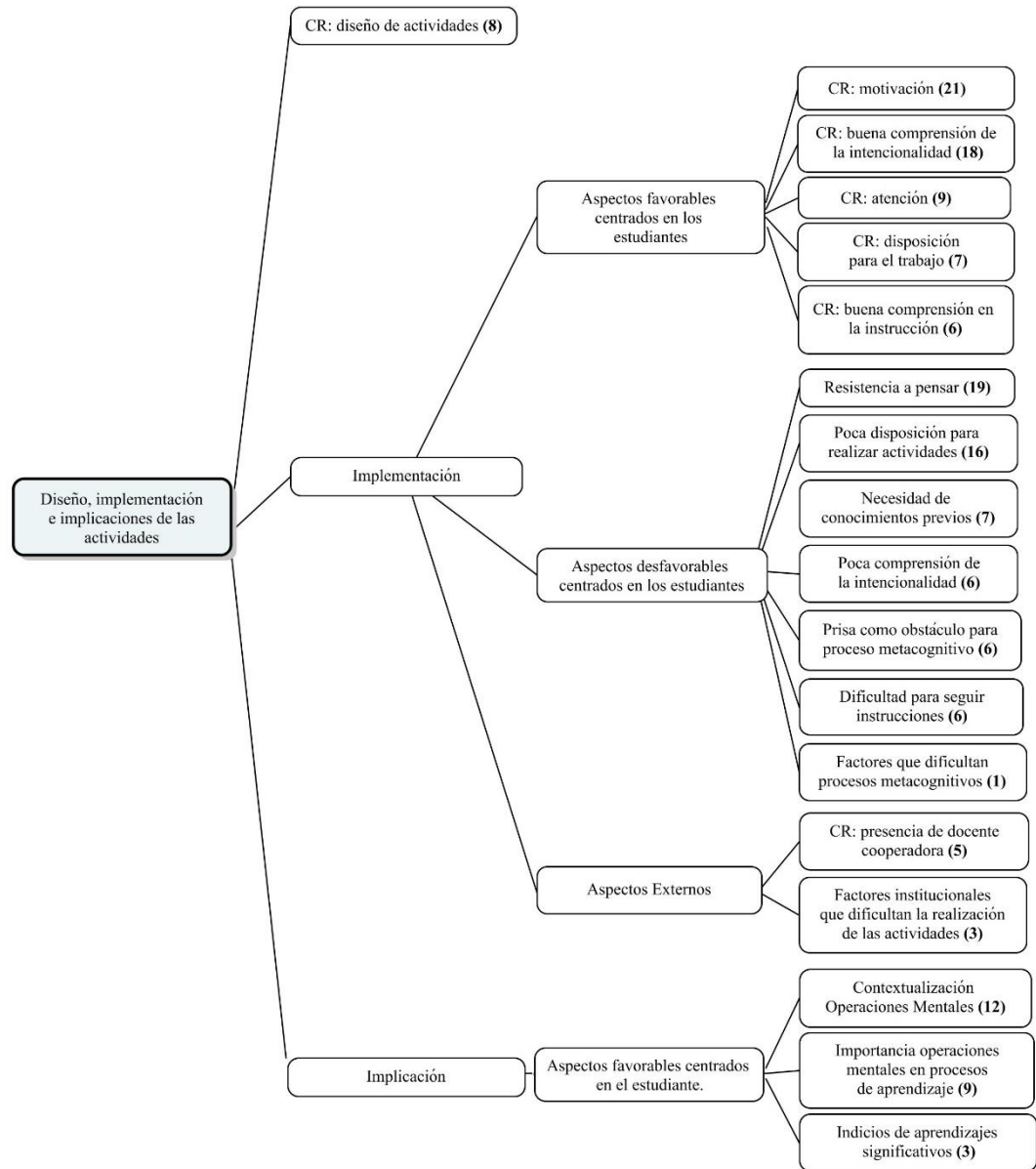
Asimismo, a las tres primeras categorías de esta familia, se les asoció *Efectividad en la mediación*, categoría entendida como las acciones o comentarios que evidenciaron que las estrategias utilizadas arrojaban resultados favorables. Por ejemplo, en una de las observaciones los investigadores se vieron en la necesidad de establecer un acuerdo para evitar el uso del celular en el aula de clase: consistía en que quien sacara el celular en el aula durante la sesión debía entregarlo y le sería devuelto al finalizar la clase, lo que fue muy provechoso pues se pudo evidenciar que los estudiantes se abstenían de usar el dispositivo y, en caso de usarlo, lo entregaban y seguían trabajando.

Por su parte, la categoría *Diseño, implementación e implicación de las actividades* es otra que se propuso como sensibilizadora dada la intención inicial de implementar actividades significativas y reconocer su importancia en el desarrollo del pensamiento. De esta se desprenden tres subcategorías (*ver Figura II*) que se denominaron *Diseño de actividades, Implementación e Implicación*.

La categoría de *Diseño de actividades* contiene unidades de información

referidas a la estructura de las actividades diseñadas, la duración estimada y las opiniones favorables y desfavorables que suscitaban éstas en los estudiantes.

En la categoría de *Implementación* se hizo la distinción entre los aspectos favorables y los desfavorables manifestados por los estudiantes con relación al desarrollo de las actividades. Dentro de los aspectos favorables se ubicó *CR: motivación* en la que logró percibirse indicios de motivación e interés fruto de la estrategia y la indagación permanente por parte de los estudiantes con relación a la temática dispuesta. Por ejemplo, a través de observaciones participantes se encontró que los estudiantes se interesaban por resolver el instrumento y preguntar insistentemente para no dejar espacios en blanco, por otro lado, en una entrevista realizada a una estudiante ella expresó lo siguiente: “*es que cuando a uno le traen la fotocopia lista y uno sabe que debe entregarla al final, uno se pone las pilas para terminarla*”.



**Figura 2.** Categorías descriptivas asociadas a *Diseño, implementación e implicaciones de las actividades.*

*CR: buena comprensión de la intencionalidad*, como otro aspecto favorable, evidenció las actitudes de los estudiantes al comprender la intencionalidad de las actividades y centrarse más en su proceso de aprendizaje. Aquí se evidenció, por ejemplo, que los educandos leían las instrucciones previas antes de escribir en la hoja; y se

detectaron menos tautologías cuando se les pidió definir la identificación, la comparación o el análisis en los niveles superiores de las actividades.

De manera más general, *CR: atención*, se refirió a la buena disposición evidenciada en los educandos al momento de explicar el instrumento, *CR: disposición para el trabajo* como la actitud positiva de los estudiantes frente a las actividades propuestas, *CR: buena comprensión de la instrucción* entendida como la lectura y seguimiento consciente de las instrucciones plasmadas en las hojas para resolver cada punto dispuesto en las mismas.

En la categoría *Aspectos desfavorables centrados en los estudiantes* surgió *Resistencia a pensar* que refiere un comportamiento generalizado cuando se sentían desmotivados, cansados o esperaban recibir respuestas concretas y no realizar procesos de pensamiento. Se evidencia el afán desmedido por recibir la respuesta correcta y concreta del profesor: “*Profes ¿pero ustedes al final nos dan las respuestas?*”. La categoría *Poca disposición para realizar actividades* se refirió a aquellas actitudes que asumen los educandos para salirse de la dinámica propuesta. *Necesidad de conocimientos previos* fue entendida como la importancia de poseer determinados conceptos para resolver bien el instrumento, ya que en definitiva se trabajaba también con un contenido propio de las matemáticas. *Poca comprensión de la intencionalidad* recogió las unidades de información en las que los estudiantes no resolvieron las actividades de manera reflexiva y se limitaban a copiar de los compañeros solo para obtener buenas calificaciones. *Prisa como obstáculo para procesos metacognitivos* presentó la dificultad que radicaba en la premura por acabar la actividad y salir al receso, aquí se recoge el resultado de los instrumentos desarrollados que permitieron anotar que la mayoría de los educandos no leían la última parte referente a la metacognición y mucho menos realizaban la reflexión sugerida. En *Dificultad para seguir instrucciones* los estudiantes mostraban poca comprensión de la instrucción, aún

cuando era sencilla y clara. Finalmente, *Factores que dificultan procesos metacognitivos*, se refería a la premura por terminar la sesión impidiendo la realización de la parte final de las actividades referente al uso, definición y diferenciación de las operaciones mentales de identificación, comparación y análisis trabajadas en cada uno de los instrumentos.

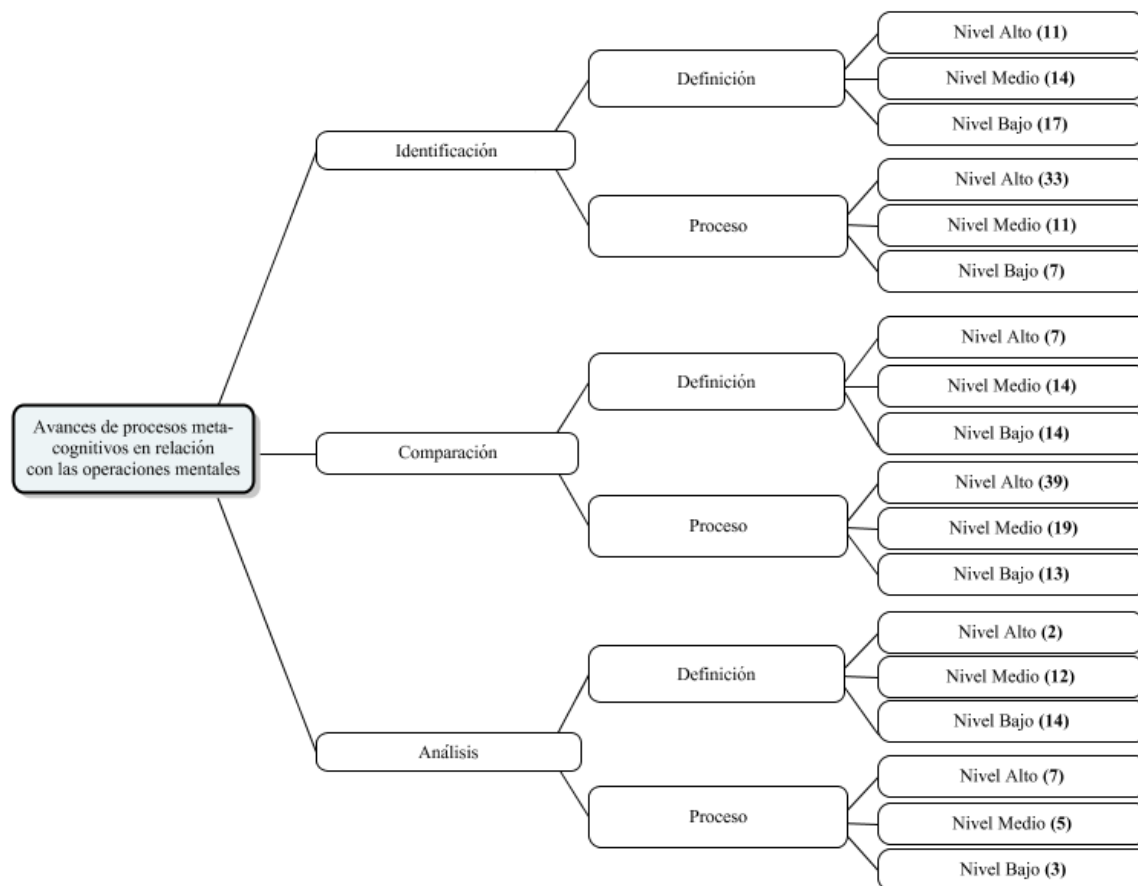
Siguiendo en la categoría *Implementación* de las actividades, se encontraron también *Aspectos externos* como *CR: presencia de la docente cooperadora*, que se refiere a la dependencia que los estudiantes tenían hacia la profesora titular de grupo para trabajar durante las sesiones. Luego de algunas observaciones participantes y no participantes se percibió la eficiencia de los educandos al momento de realizar las actividades y como la disposición para recibir instrucciones aumentaba cuando se encontraba la docente cooperadora en el aula. Frente a *factores institucionales que dificultan la realización de actividades*, se reúnen allí los diferentes sucesos extracurriculares ocurridos en la institución que impidieron el desarrollo de las actividades.

Por último, la categoría sensibilizadora *Diseño, implementación e implicación de las actividades* recoge la categoría *Implicación* que a su vez enmarca aspectos favorables centrados en los estudiantes y analiza el avance de los estudiantes en sus procesos cognitivos, constatado en los resultados de los diferentes niveles de las actividades y la calidad de los aportes en las últimas sesiones. Allí se ubica *Contextualización de las operaciones mentales* que se refiere a hechos evidenciados principalmente en las entrevistas, donde los estudiantes expresaban situaciones concretas de su vida en las que han necesitado identificar, comparar y analizar. En ésta categoría se encuentran unidades de información como aquellas en las que los estudiantes expresaron “*cuando uno va a hacer una mandado, uno debe observar primero la plata que tiene y luego en la devuelta; eso*

*sería para mí identificar”, “yo analizo cuando voy por la calle y empiezo a mirar las casas, los postes, las personas, todo lo que hay alrededor para saber dónde estoy y poderme orientar”.*

La categoría *Importancia de las operaciones mentales en su proceso de aprendizaje* recoge la utilidad e importancia que reconocen los propios estudiantes de las operaciones mentales respecto de su proceso de aprendizaje: *“un ejemplo por lo del proyecto [STEAMakers], tenemos que pensar mucho, analizar. También estamos trabajando eso que igualdad, todas esas cosas”, “Que todo se le hace a uno como más fácil. Que uno ya está como más atento a las cosas y se va dando cuenta que eso tiene un proceso y pues uno entiende mejor las cosas así, haciendo ese proceso” y “en algunos juegos y clases nos piden una comparación y todo eso, por ejemplo una imagen con otra, en algunas uno tiene que ir leyendo para poder resolver problemas, para encontrar tesoros o algo, por eso son súper importantes”.*

*Indicios de aprendizaje significativo* refiere aquellas situaciones en las que los estudiantes recuerdan con facilidad temas vistos en actividades anteriores, hacen la relación y llevan a cabo procesos correctos de identificación, comparación y análisis sin otorgarles una instrucción previa. Se evidenciaron elementos que soportan dicho indicador, por ejemplo, cuando al aplicar la ICA 3 los estudiantes realizaban de manera más natural el proceso de identificación, centrándose en los elementos esenciales y acordes con la temática. En una de las entrevistas un estudiante expresó lo siguiente: *“yo no le veía relación a las gráficas con sus ecuaciones, pero luego de todo el trabajo con ustedes, supe que realmente tenían mucho que ver”.*



**Figura 3.** Categorías descriptivas asociadas a Avances de procesos metacognitivos en relación con las operaciones mentales.

Ahora bien, uno de los objetivos propuestos con el desarrollo e implementación de las actividades, aparte de enseñar un tema específico de las matemáticas, era lograr la comprensión y diferenciación de cada una de las operaciones mentales. De ello, derivó la categoría sensibilizadora *Avances de procesos metacognitivos en relación con las operaciones mentales* asociada a cada operación mental y de las cuales se desprenden otras dos denominadas *Definición* y *Proceso*, en *Nivel alto*, *Nivel medio* y *Nivel bajo* (ver figura 3).

Aquí se encontraban recogidas las definiciones y los procesos que los estudiantes llevaban a cabo en las actividades y entrevistas realizadas. Los niveles se determinaron con



base en las definiciones que se encuentran *grosso modo* en el marco teórico y que surgen de los planteamientos realizados por Gómez, Cruz, Acosta & Martínez (1998) sobre las características esenciales de cada operación mental trabajada; los procesos mentales necesarios en cada operación a manera de indicadores como la observación, descripción, establecimiento de relaciones y criterios; y los logros que el estudiante debe alcanzar en cada uno de los procesos (ver *Tabla II*).

**Tabla II.** Descripción por niveles para el proceso y definición de las operaciones mentales

<i>Nivel</i>	<i>Alto</i>	<i>Medio</i>	<i>Bajo</i>
<i>Identificación</i>	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante menciona y relaciona la observación y la descripción de características.	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante menciona la observación o la descripción de características.	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante responde con una tautología, no menciona la observación ni la descripción en su definición o no la define.
	<b>PROCESO</b> El estudiante observa los objetos, realiza todo lo pedido en la actividad y establece más características con base en su observación.	<b>PROCESO</b> El estudiante describe sólo algunas características de los objetos o no realiza todos los puntos de la actividad.	<b>PROCESO</b> El estudiante no logra describir las características de los objetos o no realiza la actividad.
<i>Comparación</i>	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante habla de semejanzas o diferencias entre las características de los objetos y establece criterios de manera directa o indirecta.	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante menciona las características de los objetos para establecer semejanzas o diferencias.	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante responde con una tautología, sólo menciona la observación y el establecimiento de características en su definición o no la define.
	<b>PROCESO</b> El estudiante establece semejanzas o diferencias requeridas por la actividad y establece más criterios.	<b>PROCESO</b> El estudiante establece las semejanzas o diferencias requeridas por la actividad.	<b>PROCESO</b> El estudiante sólo describe las características de los objetos sin establecer semejanzas o diferencias o no realiza la actividad.
<i>Análisis</i>	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante menciona el pensamiento para descomponer el todo en sus partes y establecer relaciones entre ellas, además establece más criterios para relacionar la información.	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante menciona el pensamiento para descomponer el todo en sus partes y establecer relaciones entre ellas.	<b>DEFINICIÓN</b> El estudiante define con una tautología, sólo menciona la separación de un objeto o el pensamiento o no realiza la definición.



	<b>PROCESO</b>	<b>PROCESO</b>	<b>PROCESO</b>
	El estudiante realiza lo pedido por la actividad, además establece más criterios para relacionar la información.	El estudiante descompone el todo en sus partes y establece relaciones entre ellas realizando lo requerido por la actividad.	El estudiante separa el objeto por sus características esenciales pero no establece relaciones entre ellas o no realiza el proceso.

La separación en niveles sirvió como base para categorizar la información recogida en la realización y posterior transcripción de las actividades y para la creación de la categoría sensibilizadora y sus relaciones con categorías descriptivas según se muestra en la *figura 3*, y además con el fin de establecer resultados en el aspecto más importante del trabajo: el desarrollo y potenciación de las operaciones mentales.

Es importante recordar en este punto, que cada una de las actividades se centraba en una operación mental específica a excepción de la actividad diagnóstica que trabajaba las tres. Los resultados por operación mental se evidencian en las siguientes tablas (*ver tablas III, IV, y V*), en éstas se encuentra la actividad específica asociada a la operación mental que se trabajaba, la cantidad de estudiantes por nivel que lograban un proceso y definición en los niveles establecidos y el porcentaje respecto del total de estudiantes que asistieron y realizaron la actividad.

**Tabla III.** Categorización por niveles de los resultados obtenidos respecto de la identificación

Proceso y definición	Diagnóstico		ICA 1		ICA 4		ICA 7	
	Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes	
	Proceso	Definición	Proceso	Definición	Proceso	Definición	Proceso	Definición
Nivel alto en identificación	32 (94,1%)	6 (17,6%)	23 (85,2%)	6 (22,2%)	8 (32%)	12 (48%)	22 (73,4%)	11 (36,7%)
Nivel medio en identificación	2 (5,9%)	6 (17,6%)	2 (7,4%)	5 (18,5%)	16 (64%)	4 (16%)	4 (13,3%)	11 (36,7%)
Nivel bajo en identificación	0 (0%)	22 (64,8%)	2 (7,4%)	16 (59,3%)	1 (4%)	9 (36%)	4 (13,3%)	8 (26,6%)



Total	34 (100%)	34 (100%)	27 (100%)	27 (100%)	25 (100%)	25 (100%)	30 (100%)	30 (100%)
-------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

**Tabla IV.** Categorización por niveles de los resultados obtenidos respecto de la comparación

Proceso y definición	Diagnóstico		ICA 2		ICA 5		ICA 8	
	Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes	
	Proceso	Definición	Proceso	Definición	Proceso	Definición	Proceso	Definición
Nivel alto en comparación	6 (17,6%)	4 (11,8%)	5 (17,2%)	2 (6,9%)	7 (28%)	3 (12%)	12 (38,7%)	13 (42%)
Nivel medio en comparación	21 (61,8%)	6 (17,6%)	24 (82,8%)	14 (48,3%)	17 (68%)	2 (8%)	13 (41,9%)	10 (32,3%)
Nivel bajo en comparación	7 (20,6%)	24 (70,6%)	0 (0%)	13 (44,8%)	1 (4%)	20 (80%)	6 (19,4%)	8 (25,7%)
Total	34 (100%)	34 (100%)	29 (100%)	29 (100%)	25 (100%)	25 (100%)	31 (100%)	31 (100%)

**Tabla V.** Categorización por niveles de los resultados obtenidos respecto del análisis

Proceso y definición	Diagnóstico		ICA 3		ICA 6	
	Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes		Cantidad de estudiantes	
	Proceso	Definición	Proceso	Definición	Proceso	Definición
Nivel alto en análisis	4 (11,8%)	2 (5,8%)	7 (29,2%)	2 (8,3%)	14 (87,5%)	4 (25%)
Nivel medio en análisis	13 (38,2%)	4 (11,8%)	14 (58,3%)	5 (20,8%)	2 (12,5%)	6 (37,5%)
Nivel medio en análisis	17 (50%)	28 (82,4%)	3 (12,5%)	17 (70,9%)	0 (0%)	6 (37,5%)
Total	34 (100%)	34 (100%)	24 (100%)	24 (100%)	16 (100%)	16 (100%)

Las recurrencias en las categorías anteriormente descritas se encuentran especificadas en la *Tabla VI*. En la primera columna se encuentran las categorías sensibilizadoras, en la segunda las subcategorías que contiene cada una de estas y luego las categorías descriptivas que contiene cada subcategoría, las columnas restantes contienen la

recurrencia de los datos por cada categoría o conjunto de categorías y entre paréntesis el porcentaje respecto del total de datos (460).

*Tabla VI.* Recurrencias de categorías sensibilizadoras, subcategorías y categorías descriptivas obtenidas durante el agrupamiento de la información:

Categoría sensibilizadora	Subcategoría	Categoría descriptiva	Total datos en categoría descriptiva	Total datos en subcategoría	Total datos en categoría sensibilizadora
<b>Factores relevantes en la mediación</b>	No aplica	CR: mediación	27 (5,9%)	No aplica	56 (12,2%)
		CR: establecer acuerdos	15 (3,3%)		
		Reiteración en la intencionalidad	8 (1,7%)		
		CR: espacios	2 (0,4%)		
		CR: horarios	2 (0,4%)		
		CR: visión positiva del estudiante	2 (0,4%)		
<b>Diseño, implementación e implicaciones de las actividades</b>	No aplica	CR: diseño de actividades	8 (1,7%)	No aplica	162 (35,2%)
	Aspectos favorables centrados en los estudiantes (implementación)	CR: motivación	21 (4,6%)	61 (13,3%)	
		CR: buena comprensión de la intencionalidad	18 (3,9%)		
		CR: atención	9 (2%)		
		CR: disposición para el trabajo	7 (1,5%)		
		CR: buena comprensión en la instrucción	6 (1,3%)		
	Aspectos desfavorables centrados en los estudiantes (implementación)	Resistencia a pensar	19 (4,1%)	61 (13,3%)	
		Poca disposición para realizar actividades	16 (3,5%)		
		Necesidad de conocimientos previos	7 (1,5%)		
		Poca comprensión de la intencionalidad	6 (1,3%)		
		Prisa como obstáculo para proceso metacognitivo	6 (1,3%)		
		Dificultad para seguir instrucciones	6 (1,3%)		
		Factores que dificultan procesos metacognitivos	1 (0,2%)		



	Aspectos externos	CR: presencia de docente cooperadora	5 (1,1%)	8 (1,7%)	
		Factores institucionales que dificultan la realización de actividades	3 (0,7%)		
	Aspectos favorables centrados en el estudiante (implicación)	Contextualización operaciones mentales	12 (2,6%)	24 (5,2%)	
		Importancia operaciones mentales en su proceso de aprendizaje	9 (2%)		
		Indicios de aprendizaje significativo	3 (0,7%)		
<b>Avances de procesos metacognitivos en relación con las operaciones mentales</b>	Definición identificación	Nivel alto	11 (2,4%)	42 (9,13%)	242 (52,6%)
		Nivel medio	14 (3%)		
		Nivel bajo	17 (3,7%)		
	Proceso identificación	Nivel alto	33 (7,17)	51 (11,1%)	
		Nivel medio	11 (2,4%)		
		Nivel bajo	7 (1,5%)		
	Definición comparación	Nivel alto	7 (1,5%)	35 (7,6%)	
		Nivel medio	14 (3%)		
		Nivel bajo	14 (3%)		
	Proceso comparación	Nivel alto	39 (8,5%)	71 (15,4%)	
		Nivel medio	19 (4,1%)		
		Nivel bajo	13 (2,8%)		
	Definición análisis	Nivel alto	2 (0,4%)	28 (6,1%)	
		Nivel medio	12 (2,6%)		
		Nivel bajo	14 (3%)		
	Proceso análisis	Nivel alto	7 (1,5%)	15 (3,3%)	
		Nivel medio	5 (1,1%)		
		Nivel bajo	3 (0,7%)		

Las tablas anteriores muestran los resultados del proyecto de investigación con base en la información recolectada por medio de los instrumentos. Se puede evidenciar, en primera instancia, la importancia de las operaciones mentales a trabajar, su separación por niveles y los avances o retrocesos que tuvieron los estudiantes, tanto en procesos como en la definición de las mismas. Se puede evidenciar que las actividades propiciaron el pensamiento reflexivo, en especial en la operación más compleja: *Análisis*. Asimismo, el avance en los procesos muestra la importancia de la intención inicial del proyecto de

centrar la importancia en los procesos de aprendizaje de los estudiantes, generando resultados favorables a dichas propuestas. El no haber obtenido, en gran medida, el resultado esperado, puede tener su centro en las limitaciones del trabajo que se describieron anteriormente.

Por otro lado, en cuanto a la recurrencia de los datos, se puede evidenciar que más de la mitad de las unidades de información recolectadas se ubican en la categoría sensibilizadora *Avance de procesos metacognitivos en relación con las operaciones mentales* dado que todas las actividades fueron analizadas y contenían dos tipos de información: una referida a los procesos y otra a la definición o procesos auto-reflexivos de los estudiantes. En cuanto a *Diseño, implementación e implicación de las actividades y Factores relevantes en la mediación*, contienen el casi 50% restante de la información dada la intención inicial del proyecto mencionada en el párrafo anterior. En primera instancia, con el diseño de actividades acordes al propósito y, en segunda instancia, con unas consideraciones que el docente debe tener en cuenta al momento de llevar a cabo procesos de enseñanza-aprendizaje.

#### **4.3. Discusión, Conclusiones y Recomendaciones**

La mediación realizada por el docente es un factor indispensable en el proceso formativo del estudiante, ya que propicia su actividad mental a través de pequeñas ayudas o acercamientos a la respuesta sin quitarle la posibilidad de reflexionar o resolver el problema por sus propios medios, es decir, una mediación centrada en darle papel activo al estudiante. Lo anterior se evidenció en su interés por ser reconocidos y por la capacidad de encontrar las respuestas. A propósito, el docente que haga uso de estas actividades, se le recomienda evitar, lo más que pueda, dar las respuestas, porque el error hace parte del

aprendizaje (Serrano & Pons, 2011). Al respecto surgen algunos interrogantes: ¿Cuál debe ser el papel del docente frente al conocimiento cuando lo central es el desarrollo del pensamiento? ¿Tiene sentido que el docente “eche carreta”, “hable y hable y siga hablando” cuando el interés está en darle protagonismo al estudiante? Esta investigación llega a sugerir que el papel del docente, siendo muy importante, no es central, porque es el estudiante el foco de todo proceso, en el sentido que siendo capaz de desarrollar sus habilidades de pensamiento logre adquirir un aprendizaje significativo que fortalezca su autonomía en todos los ámbitos de su vida, lo que coincide con Peñalva (2009).

Además de esto, fue posible constatar que los acuerdos establecidos entre el profesor y los educandos favorecen la disposición para el trabajo y el desempeño en las actividades propuestas, debido a que los estudiantes son muy dados a recibir estímulos por sus buenas acciones, lo que coincide con Sánchez (2002) al plantear la importancia de hacer sentir bien al estudiante y propiciar un ambiente propicio para desarrollar el pensamiento lógico, reflexivo y creativo. De igual manera se evidencia la importancia de la reiteración en la intencionalidad del trabajo, pues a veces los alumnos parecen desorientados y esto incide notablemente en su motivación, por ello se considera necesario que el docente recuerde constantemente los objetivos de lo diseñado para la clase, aspecto claramente presentado en los resultados de esta investigación. Lo anterior fue planteado con anterioridad por Morales (1997) quien propone, desde el constructivismo cognitivo, que hacer partícipe a los sujetos de la finalidad de las actividades propicia un aprendizaje significativo.

Asimismo, la buena actitud del docente frente al mejoramiento de las capacidades cognitivas del educando, es un elemento crucial para comenzar procesos formativos, dado que en todo proceso se requiere de disciplina, paciencia y perseverancia para obtener resultados satisfactorios (Morales, 1997 & Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998).

Ahora bien, ¿qué tipo de actividades son las que potencializan las operaciones mentales anteriormente descritas? Con el fin de incidir en la motivación del estudiante es importante que las actividades estén diseñadas para el tiempo que permanezcan en el salón de clases, es decir, que tengan el tiempo suficiente para resolver el instrumento, de manera similar, y con base en los objetivos de la investigación, se busca que la participación sea de todos y para lograrlo, la actividad debe poseer las instrucciones o indicaciones necesarias de modo que los conocimientos previos de los alumnos no sean un factor limitante dentro de este proceso (Castillo, 2008).

En contraste con lo anterior, como en toda inmersión en un contexto específico, hay factores aprendidos por los participantes que difícilmente son modificables, sin embargo, es necesario pensar positivamente en el cambio para lograr buenos resultados (Morales, 1997 & Gómez, Cruz, Acosta & Martínez, 1998). Con relación a esto, los estudiantes en un principio presentaban dificultades para pensar de manera autónoma o requerían constantemente la aprobación del docente para continuar con la actividad; sin embargo, a medida que avanzaban en los niveles, se evidenció mayor propiedad de cada proceso incluyendo su definición y jerarquización, es decir, la comprensión de la intencionalidad se hacía cada vez más notoria; una prueba de lo anterior, es que los estudiantes al recordarles la importancia de realizar procesos metacognitivos, se interesaban cada vez más por describir mejor cada operación, esto es, utilizaban menos tautologías para definir la identificación, la comparación y el análisis.

Con relación al tema específico seleccionado surge la siguiente pregunta: ¿por qué las ecuaciones lineales potencializan las operaciones mentales de identificación, comparación y análisis? Si bien este tema se logró adecuar para que los estudiantes entablaran procesos de identificación, comparación y análisis, no significa que el contenido



es el elemento central de todo el proceso, es decir, lo importante aquí es mantener la firme intencionalidad de desarrollar el pensamiento a través del fortalecimiento de las operaciones mentales anteriormente mencionadas, sin importar el tópico de las matemáticas que se aborde, por tal motivo, los educandos sí aprendieron elementos propios de la ecuaciones lineales, pero comprendieron que lo esencial radicaba en el mejoramiento de sus habilidades de pensamiento que, en definitiva, son las que devienen en un aprendizaje significativo, aspecto que coincide con los planteamientos del MEN (1988).

¿Qué aspectos rompieron un poco con la dinámica de trabajo? Aunque se intentaba mantener una continuidad con la intencionalidad del trabajo, los estudiantes, indirectamente, se veían involucrados en otras actividades de clase generándose una pérdida de la motivación y respondían, únicamente, cuando la docente titular se encontraba en el aula vigilando el trabajo. Por otro lado, las actividades extracurriculares muchas veces se daban en horarios de clase, aspecto que dificultaba la consecución de las actividades y, por ende, el logro de los objetivos de la investigación. En respuesta a esto, son fundamentales los hallazgos que se refieren a las buenas condiciones del aula escolar y la clase de matemáticas ofrecidas en horas de la mañana, que contribuyen, de igual manera, a la atención y disposición para el trabajo por parte de los estudiantes, lo que concuerda con la postura de Tencio & Rodríguez (2014) en cuanto a la necesidad de propiciar un buen clima de estudio para darle la bienvenida al nuevo conocimiento, referido también por Alsina & Domingo (2007).

Todo lo planteado hasta el momento le da al profesor la responsabilidad de propiciar ambientes propicios para el aprendizaje y regular sus intervenciones en el mismo proceso para que su papel concuerde cada vez más con lo planteado desde el paradigma constructivista propiciado por la investigación. Lo anterior en estrecha relación con las

operaciones mentales descritas en un principio, para las cuales el establecimiento de niveles, en cuanto a su proceso y definición, permitió entender el impacto de la estrategia en los estudiantes, evidenciando en primera instancia que la operación mental que mejor llevaban a cabo en la realización de actividades fue la de identificación. Esto puede relacionarse con lo planteado por Gómez., Cruz, Acosta & Martínez (1998) quienes definen esta operación mental como la más básica; sin embargo, los resultados muestran que al avanzar en cada nivel no hubo un aumento significativo en este proceso, por el contrario, fue un poco variable el desempeño de los estudiantes. Lo anterior se puede deber al aumento de la complejidad a medida que aumentaba el nivel, por lo cual el reto con cada nueva tarea era mayor.

Siguiendo con el análisis anterior y refiriéndonos a las dos operaciones restantes en relación con los procesos, se puede evidenciar que los resultados sí son significativos en cuanto a la comprensión de los estudiantes sobre la intencionalidad del trabajo y la realización más consciente de las actividades, sobre todo, en la operación mental que se reconoció desde los antecedentes como la más compleja, menos desarrollada en los estudiantes y poco trabajada en el aula de clase: análisis. En ésta, aunque se inició con resultados para el proceso muy bajos, fueron aumentando a medida que aumentaban los niveles y la complejidad de las actividades. Lo mismo sucedió con la comparación.

Puede generarse cierta disonancia entre el aumento del nivel y la complejidad en las actividades, el desempeño de los estudiantes en cuanto al proceso en las operaciones mentales y los resultados favorables para la comparación y el análisis y poco favorables para la identificación. Lo anterior se puede deber a que en la actividad número dos de cada nivel, que ponía en juego la comparación, además de proporcionarse para su solución una sección de “ayuda”, se retomaban aspectos del número uno, que estaba directamente

relacionada con la identificación; así como el número tres retomaba aspectos de las dos anteriores. Por lo tanto, el estudiante en la primera actividad se enfrentaba a una tarea nueva, es decir, si se estaba hablando de ecuaciones sólo podía recurrir a los conocimientos que se habían adquirido, en ocasiones, con mucha anterioridad; en contraste, cuando realizaban el número dos y tres ya estaban familiarizados con el tema y con la intencionalidad del trabajo. En este sentido se podrían abordar los siguientes cuestionamientos: ¿qué reformas se requiere hacer a las actividades para minimizar el impacto de esta dificultad? O en general, ¿cómo se podrían mejorar las actividades? Al realizar estas preguntas a los estudiantes, éstos llegaron a la conclusión general que las actividades estaban bien diseñadas y lograban motivarlos un poco más en el estudio de las matemáticas, sin embargo, se detectaron algunos limitantes con relación a los objetivos propuestos al revisar detalladamente cada instrumento.

Aún con lo planteado en el párrafo anterior y siendo consecuentes con el objetivo inicial, se hizo evidente que llevar a cabo procesos de pensamiento que involucraran las operaciones mentales referidas no era suficiente para cumplir con los objetivos propuestos, dado que otro de los aspectos importantes en el proyecto de investigación es que los estudiantes sean más conscientes de sus procesos de aprendizaje y de los procesos cognitivos que éstos ponen en juego. Se pudo evidenciar que esto fue un reto muy grande, pues aunque, siguiendo a Castillo (2008), las actividades propuestas propiciaban el aprendizaje autónomo y la reflexión durante el proceso, los estudiantes evidenciaban cierta resistencia a pensar y poca habilidad para realizar procesos de metacognición en los cuales se hacía un trabajo reflexivo, lo que concuerda con lo planteado por Morales (1997) quien refiere que aunque los estudiantes utilicen frecuentemente las operaciones mentales que se trabajaban en las actividades, no son capaces de definir las ni describirlas.

En consonancia con lo anterior, se pudo evidenciar que los estudiantes logran llevar a cabo procesos más reflexivos a medida que avanzan las actividades y que la mediación del docente incide notablemente en la motivación del educando, en otras palabras, se concluye que el papel del profesor debe centrarse más en el aprendizaje de los estudiantes y menos en la enseñanza de los contenidos, puesto que cada sujeto tiene procesos diferentes para la asimilar e internalizar el nuevo conocimiento, por tal motivo, el docente debe propiciar los medios para garantizar que cada educando cumpla con los objetivos propuestos y no otorgar respuestas correctas a los estudiantes que solo generan dependencia y miedo al error. Se trata, entonces, de una función de mediador y no de transmisor del conocimiento.

Los resultados en sí establecen cierta favorabilidad en la propuesta, en especial en las operaciones mentales de identificación y análisis, siendo no tan favorables para la comparación. En todo caso, ¿cómo se puede llevar a cabo propuestas que arrojen resultados aún más favorables para procesos metacognitivos?, ¿qué le falta al diseño de las actividades que no propicia el pensamiento reflexivo esperado? Responder a estos cuestionamientos desde el proyecto mismo implicaría tener presente las limitaciones, pero constituye una excelente perspectiva para futuras investigaciones que quisieran retomar esta experiencia.

En conclusión, se evidencian cambios significativos en el desarrollo del pensamiento en relación con las actividades propuestas, la inclusión consciente de las operaciones mentales y el papel del profesor en los procesos de enseñanza-aprendizaje; por lo tanto, el proyecto fue base para la escritura de un artículo de revista, se socializó en la institución educativa, se dejó una copia del trabajo realizado que comprende una secuencia didáctica, con el fin que esté a disposición de los profesores para su utilización en los procesos pedagógicos.

En cuanto al estudiante como eje central del proceso, se le brindó una mejor comprensión de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  mediante la utilización de actividades que involucraron las operaciones mentales de identificación, comparación y análisis; Además de esto, lograron reconocer la aplicabilidad de estas tres operaciones mentales no solo para el aprendizaje de las ecuaciones lineales sino para cualquier temática propia del área. Asimismo, se logró que los estudiantes aplicaran este conocimiento al planteamiento y solución de problemas que se presentaron en su realidad escolar o extraescolar mediante la modelación y resolución de dichas problemáticas o de otras.

Para terminar, el presente trabajo de investigación espera haberse generado una conciencia más amplia en el desarrollo y potencialización de las operaciones mentales en la institución, propiciando dinámicas que se incorporen como parte del PEI y que puedan ser utilizadas por los docentes en sus aulas de clase al evidenciar su pertinencia.



## Referencias

- Alsina, A, Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *SUMA*. 56, 23-31.
- Berrocal, R., & Gómez, O. (2002). Razonamiento lógico-matemático en las escuelas. *Educare, volumen* (número), 129-132.
- Boéssio, B. (2006). Enseñar ecuaciones de primer grado. *Novedades educativas*, 18 (190). 60-65.
- Buendía, L & Berrocal, E. (2001). *La ética de la investigación*. Universidad de Granada, España.
- Calle, G., Orozco, J., Piedrahita, L., Gómez, L. & Saldarriaga, S. (2003). *Propuesta de intervención pedagógica en el aula para el desarrollo del pensamiento numérico de los grados segundo y tercero del colegio juvenil nuevo futuro* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Castellanos, R & Flores, R. (2011). Una propuesta de enseñanza para favorecer la transición de la aritmética al álgebra en alumnos de secundaria. *Didac*, 56(57), 43-49.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11(2), 171-194.
- Crujeiras, B & Jiménez, M. (2005). Análisis de la competencia científica de alumnado de secundario: respuestas y justificaciones a ítems de PISA. *Eureka*, 12(3), 385-401.
- Fontán, T. (2012). A propósito de las pruebas PISA: las competencias en el proceso educativo. *Revista de investigaciones y experiencias en ciencias de la educación*, (21), 23-46.
- Forero, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. *Universitas Psychológica*, 7(3), 787-805.
- Funelabrada, I. (2009). ¿Cómo funciona el conocimiento matemático de los docentes del bachillerato? Alcances y limitaciones. *Cuadernos de educación*, VII(7), 139-158.
- Galagovsky, L & Gittadini, P. (2008). Enseñanza de ecuaciones lineales en contexto. *Enseñanza de las ciencias*, 26(3), 359-374.

- Gasco, J. y Villarroel, J. (2014). La motivación para las matemáticas en la ESO un estudio sobre las diferencias en función del curso y del sexo. *Números*. 86, 39-50.
- Ghiso, A. (1996). Métodos de investigación cualitativa. En: Rodríguez, G. y otros. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.
- Gómez, H., Cruz, R., Acosta, A. & Martínez, A. (1998). *Cómo evaluar operaciones mentales*. Santafé de Bogotá, Colombia: Fondo de publicaciones de la Universidad Sergio Arboleda.
- Kline, M. (1976). *El fracaso de las matemáticas modernas. ¿Por qué Juanito no sabe sumar?* D.F, México: Siglo Veintiuno Editores.
- Lipson, Juliene G. (2002). Ética de la investigación etnográfica. *Utopía siglo XXI*. No. 8, Pags. 59-68.
- Ministerio de Educación Nacional (autor corporativo). (1998). *Matemáticas, Lineamientos Curriculares: Áreas Obligatorias y Fundamentales*. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Morales, M. (2007). *Una mirada desde la teoría de la Modificabilidad Cognitiva Estructural*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Moreira, M (2012). ¿Al final que es aprendizaje significativo?. *Revista Currículum*, (25), 29-56.
- Moreira, M. (2005). Aprendizaje significativo crítico. *Indivisa*, 6, 83-101.
- Moreira, M., Caballero, M. & Rodríguez, M. (1997). *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo*. Burgos, España. pp. 19-44. Traducción de M<sup>a</sup> Luz Rodríguez Palmero.
- Noguez, S. (2002). Aprender a aprender operaciones mentales y habilidades de razonamiento. *Didac*, 3 (40), 24-32.
- Orozco, M., Palacio, F. & Posada, F. (2016). *El desarrollo de las Habilidades de Pensamiento en la enseñanza de las Matemáticas a partir de los Estilos de Aprendizaje de los Estudiantes* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Peñalva, L. (2009). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y cultura, primavera 2010* (33), 135-151.

- Rodrigo, M. (1982). Las posibilidades del análisis de tareas como técnica para el estudio de los procesos mentales. *Infancia y aprendizaje*, 19-20, 159-173.
- Rojas, C., Cuartas, C., & Villa, J. (2010). ¿ Realidad en las matemáticas escolares ? : reflexiones acerca de la “ realidad ” en modelación en educación matemática Reality in School Mathematics ? Considerations “ Reality ” in Mathematics Teaching Modelling. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, (29), 1–18.
- Sagastizabal, M. & Perlo, C. (1999). La investigación-acción como estrategia de cambio en las organizaciones. Buenos Aires: Ediciones La Crujía.
- Sánchez, B. (2014). Deberes escolares, motivación y rendimiento en el área de matemáticas. Universidad de la Coruña, la Coruña, España.
- Sánchez, M. (2002). La investigación educativa sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento. *Revista electrónica de investigación educativa*, 4 (1), 2-32. Consultado el 30 de mayo de 2016 en: <http://redie.uabc.mx/vol4no1/contenido-amestoy.html>
- Sandoval, C. (2002). *Investigación cualitativa*. Bogotá: Instituto colombiano para el fomento de la educación superior (ICFES).
- Serrano, J. & Pons, R. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1).
- Tencio, F., & Rodríguez, K. (2014). Formación matemática en la educación secundaria desde la perspectiva de los estudiantes que inician estudios en la Universidad de Costarica. *Paradigma*, XXXV (2), 129-154.
- Toboso, J. (2004). *Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos* (Tesis doctoral). Universitat de Valencia, Valencia, España.
- Tuñón, M., & Pérez, M. (2009). Características del discurso en el aula de clase como mediación para el desarrollo de pensamiento crítico. *Zona Próxima*, (11), 144–159.
- Valenzuela, G., & Flores, M. (2011). Fundamentos de investigación educativa. *México: Editorial Digital del Tecnológico de Monterrey*. Volumen 2; 81-86, 97-106 y 112-120.
- Woods, P. (1995). La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa. Barcelona: Paidós.