# MONOGRAFÍA: LA PROPORCIÓN EN LA MÚSICA, EL DIBUJO Y LA VIDA COTIDIANA.

**DORIS CÁRDENAS LÓPEZ**

**JOHN MARIO PÉREZ GUZMÁN**

**Monografía para optar al título de**
**Especialista en Docencia de las matemáticas.**

**Asesor**
**Alberto Jaramillo Atehortua**
**Magíster en Psicopedagogía.**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**ESPECIALIZACIÓN EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS**

**MEDELLÍN**

**2004**

*“Un matemático, como un pintor o un poeta, es un fabricante de modelos. Si sus modelos son más duraderos que los de estos últimos, es debido a que están hechos de ideas. Los modelos del matemático, como los del pintor o los del poeta deben ser hermosos. La belleza es la primera prueba; no hay lugar permanente en el mundo para unas matemáticas feas.”*

*G.H.Hardy*

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

**Presidente del jurado**

**Jurado**

**Jurado**

**Medellín, 25 de febrero de 2004**

**AGRADECIMIENTOS.**

Agradecemos a nuestro asesor ALBERTO JARAMILLO ATEHORTÚA su constante orientación y su apoyo incondicional en la elaboración de nuestro trabajo. A nuestros profesores y compañeros de especialización por sus valiosos aportes.

## TABLA DE CONTENIDO.

# INTRODUCCIÓN.

En este trabajo presentamos un tema de gran importancia, como es la proporcionalidad, desde otras áreas, que si bien tienen este concepto como elemento fundamental, no han sido aprovechadas ni puestas en evidencia suficientemente dentro del campo de la enseñanza de la matemática, nos referimos a la música y al dibujo.

También se toma la vida cotidiana como un campo de aplicación natural del concepto de proporcionalidad.

Diseñamos una propuesta con diversas alternativas para el trabajo de fundamentación del esquema de la proporcionalidad en niños de séptimo grado de la educación básica.

La propuesta esta estructurada en tres bloques: música y proporción, dibujo y proporción y una situación problema.

En cada uno de los tres bloques se posibilita la construcción de los conceptos matemáticos, en forma integrada con los elementos teóricos propios del campo de la música y el dibujo.

Hemos tratado de utilizar en lo posible, un lenguaje sencillo, para facilitar una mejor comprensión de los contenidos expuestos, y motivar su estudio e incorporación en las actividades lectivas.

Ponemos a disposición de los compañeros docentes y de nuestros alumnos este aporte para que sea confrontado y enriquecido por su experiencia.

# 1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Cómo cualificar el aprendizaje de la proporcionalidad a través de la integración de la matemática con elementos básicos de la música, el dibujo y la vida cotidiana; en estudiantes de la educación básica secundaria del grado séptimo de la institución educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo.

## 1.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La proporcionalidad es un tema fundamental de las matemáticas y un esquema básico de pensamiento, en el cual los estudiantes presentan dificultades para un aprendizaje significativo. Por ello, es pertinente una propuesta de intervención pedagógica que brinde la posibilidad de crear situaciones más interesantes y significativas, que involucren al estudiante en la construcción de conocimiento, desde sus dimensiones afectiva, cognitiva, social y corporal. Y por otra parte, permita integrar diferentes áreas del conocimiento y la vida con la matemática y no se estudie de una forma aislada como se hace hasta al momento.

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

La enseñanza de la matemática desde los años 60 y 70 se ha efectuado utilizando un método expositivo-deductivo, partiendo de conceptos complejos y formales, para luego llegar a resultados y aplicaciones que no siempre dan significado al concepto que se pretende enseñar, alcanzando con la mejor de las suertes una aplicación mecanicista e incomprensiva del mismo por parte del estudiante.

"Las formas de enseñanza consecuentes con la visión descendente de la matemática son predominantemente expositivas… formas que difícilmente despiertan la curiosidad y el interés de un estudiante moderno"[1].

Es claro que en la cita anterior el profesor Orlando Mesa muestra la necesidad de un cambio metodológico, orientado no a explicar matemáticas, sino a matematizar por medio de "procesos ascendentes que den un mejor sentido para la interpretación, explicación y aplicación aún en el interior de la misma matemática"[2]. Matematizar en la escuela es posible desde el diseño de estrategias y situaciones problemas que le permitan al estudiante reconceptualizar y desarrollar procesos de pensamiento enfrentando preguntas y resolviendo problemas; camino que nos señala el desarrollo histórico del saber matemático.

Proponemos enseñar la proporcionalidad desde otras perspectivas que sean más significativas para el estudiante, a través de la observación y exploración de situaciones problemáticas que correspondan a sus intereses y generen en ellos la posibilidad de hacer conjeturas, verificaciones, generalizaciones en una forma más placentera y participativa.

La proporcionalidad es un concepto central de la matemática y un tema fundamental en la educación básica que tiene múltiples implicaciones y aplicaciones en las ciencias naturales, en las artes y en la vida cotidiana.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad en los estudiantes de la educación básica secundaria se observan dificultades como:

- Desconocimiento en las instituciones educativas las cuales no le han reconocido la importancia que tiene y es así como en algunas ocasiones no se trabaja el tema.

[1] Contexto para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Orlando Mesa
[2] Orlando Mesa

- El manejo de conceptos previos como fracciones y decimales.
- La utilización de factores de conversión de una forma memorística y mecánica.
- La aplicación del concepto de proporcionalidad en distintos contextos.
- La diferenciación entre relación directa e inversa.
- La elaboración e interpretación de gráficas.
- La gran cantidad de estudiantes por grupo, la escasez de recursos para guías y otros materiales hacen que el trabajo sea menos productivo.

El arte despierta motivación en los niños y jóvenes, por lo tanto creemos que abordar el tema de la relación de la proporcionalidad con el dibujo y la música permite dar múltiples significados e interpretaciones al concepto de nuestro interés a través de un enfoque integrador y transdisciplinario.

Consideramos que es importante tanto para las matemáticas como para los artistas y la escuela redescubrir esta vieja relación entre el arte y la matemática, para el enriquecimiento de la enseñanza de ambas disciplinas.

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 GENERAL

Diseñar una propuesta metodológica de integración de la matemática con algunos temas de la música, el dibujo y situaciones de la vida cotidiana, para la enseñanza de la proporcionalidad y sus aplicaciones, dirigida a estudiantes de séptimo grado, de la básica secundaria.

### 1.3.2 ESPECÍFICOS

1. Mostrar el papel fundamental que tiene la proporcionalidad en el dibujo y aprovecharlo en la enseñanza de este tema.
2. Diseñar actividades que involucren la música en el aprendizaje de la proporcionalidad
3. Elaborar talleres, a partir de situaciones problemáticas de la vida cotidiana y la lúdica, que permitan al estudiante apropiarse de la teoría de la proporcionalidad, de manera significativa.

## 1.4 ANTECEDENTES

“Que nadie que no sea matemático lea mis obras”[3]

La cita anterior muestra como los artistas se apropiaron de conceptos matemáticos como el de proporcionalidad en la ejecución de sus obras, es así como la sección Áurea o divina proporción fue la reina de la escultura, la arquitectura griega y también de la pintura renacentista.

“La perspectiva matemática constituyó una garantía para lograr la corrección y verosimilitud en la representación del espacio y, lo que es más, una garantía de perfección estética. Dicha corrección, era interpretada en términos de proporciones, convirtiéndose en una de las grandes preocupaciones del humanismo renacentista.”[4]

Leonardo Da Vinci escribió su tratado de la pintura en el cual resume todas sus investigaciones sobre perspectiva. En 1500 la perspectiva estaba incluida en la formación

[3] Leonardo Da Vinci

[4] C.F Wittkower, R: “ Brunelleschi y la proporción en la perspectiva” en sobre la arquitectura en la edad del humanismo, Barcelona,ed Gustavo Gili 1978, pp 543 ss.

de cualquier pintor aunque le faltaba el rigor matemático que llegaría más tarde con Desargues, padre de la geometría proyectiva.

La proporción es también un concepto central para los acordes y la armonía en la apreciación occidental de la música y la formación de las escalas musicales.

En la historia de nuestra cultura occidental los Pitagóricos fueron los que establecieron claramente esta relación de proporcionalidad que es la que crea una escala musical en su intento de unir fondo y forma por medio de las matemáticas. Al parecer Pitágoras (v a.c) fue discípulo de Thales de Mileto (aprox. 611-545 a.c), uno de los "siete sabios de Grecia" cuyo famoso teorema está en la base de la semejanza y proporcionalidad de figuras geométricas, con el cual halló la altura de una pirámide en Egipto.

En la música, más que en cualquier otra faceta del arte, la matemática deja de ser herramienta, es más invisible pero más constitutiva pues está en su lenguaje.

“Tres siglos antes de Cristo Pitágoras descubrió que los intervalos musicales melodiosos se derivan de notas cuyas frecuencias tienen proporciones simples como 3/2, 5/3, 3/4, los intervalos que son fracciones de dos números pequeños son placenteros mientras que los intervalos con números más grandes tienden a ser ásperos y se vuelven insoportables”[5].

Es evidente que el concepto de proporción tuvo su incubación en el contexto del arte y en la enseñanza de este tema actualmente no se relacionan, solo en algunas instituciones con bachillerato en artes, rescatan la importancia de integrar matemáticas y arte.

Al respecto plantea Javier Brihuega:

“El conocimiento de los elementos matemáticos presentes en las formas y proporciones no solamente permite su comprensión, sino también su utilización en diversos aspectos del arte --por ejemplo, el estudio de la perspectiva conlleva un análisis de los objetos, respecto a su tamaño y su forma, imprescindible para su representación plástica. También se puede

[5] Livinus Ugochukwu Uko, Matemáticas amenas. Universidad de Antioquia. 2000.

observar este análisis y sus aspectos matemáticos en obras concretas, así por ejemplo, en el modelo de hombre de Leonardo da Vinci la distancia desde el ombligo a los pies esta en *proporción áurea* con la altura del cuerpo humano, y Le Corbusier también utilizó esta proporción en sus construcciones y proyectos arquitectónicos--. La forma y el tamaño, su análisis, interpretación y manipulación, no es el único componente del planteamiento artístico, pero si es una de las bases de su estructura”[6].

Es por tanto aconsejable partir siempre de situaciones concretas y contextualizadas que pongan de relieve los aspectos matemáticos de la creación artística.

Este trabajo surge como consecuencia de la observación sistemática de las dificultades en la resolución de problemas de diferentes áreas donde es necesaria la aplicación de conceptos de la proporcionalidad. *“Uno de los instrumentos matemáticos más importantes, si no el primordial, para el tratamiento de la regularidad de sucesos que fundamentan el trabajo de investigación de la ciencia, el trabajo técnico y el funcionamiento de gran número de aparatos de medida, es la relación de proporcionalidad entre las magnitudes intervenientes. El sustrato de expresiones tales como razón, proporción, constante de proporcionalidad, etc. que se unifican sintéticamente por medio de la función lineal o función de proporcionalidad, lo constituyen las operaciones división y producto, dependiendo de las características que fijan la naturaleza de lo que se trata el que se utilice una u otra.”*[7]

En el campo de la física encontramos la proporcionalidad directa como inversa en la mayoría de sus temas, como en el movimiento uniforme (distancia y tiempo), acelerado (velocidad y tiempo), en la dinámica (fuerza y masa), Ley de Hooke (fuerza y deformación), Ley de Ohm (Resistencia y corriente eléctrica), *constante de Planck*, entre otras. La formación de los esquemas de proporcionalidad es básica para la comprensión de leyes físicas y químicas y por tanto para la solución de problemas en estas áreas.

[6] 111 página internet en CD Orlando Mesa

[7] Salinas Ruiz, 1999

Para abordar la construcción de esquemas de proporcionalidad se han realizado investigaciones y monografías que proponen su integración con la geometría y otras ciencias, partiendo de acciones concretas para llegar a las representaciones simbólicas, construidas a través de actividades interesantes para el estudiante. Estas propuestas constituyen un punto de partida para nuestro trabajo de integración con el dibujo y la música.

## 2. MARCO TEÓRICO

La propuesta tiene un enfoque orientado a los sistemas y se retoman elementos del modelo cognitivo constructivista; sin descartar los aportes de otros modelos pedagógicos, ya que cada modelo tiene sus ventajas, aunque ninguno es perfecto por completo.

En la historia de la matemática se han dado diferentes enfoques, para la organización y presentación de sus contenidos, con el fin de mejorar los procesos de aprendizaje y de enseñanza. En los últimos años el enfoque en sistemas ha tomado fuerza porque permite presentar la matemática en forma unificada.

Entendiendo por SISTEMA: Un conjunto de objetos con sus relaciones y operaciones. Con base en esta definición, pueden identificarse y analizarse sistemas en diversos campos de la actividad científica, económica y política, etc.

Este enfoque presenta ventajas tales como:

- Organiza y unifica los diversos contenidos de las distintas ramas de la matemática.
- No es exclusivo de las matemáticas, por lo tanto, le aporta una estructura común con las otras ciencias, permitiendo la articulación e integración con otras áreas del conocimiento y otras disciplinas.
- Desarrolla contenidos a través de situaciones extraídas de la realidad que viven los estudiantes.

## 2.1 FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS

“Toda enseñanza de calidad requiere de un profesor que tenga claridad acerca de lo que va enseñar, que sienta gusto por su oficio y por abrirle horizontes culturales a los jóvenes, sin menos preciar sus conocimientos previos o su contexto.
El desempeño docente requiere de mucho estudio, apertura de pensamiento y esfuerzo.”[8]

El trabajo tiene una inclinación hacia el modelo pedagógico: cognitivo.

El modelo cognitivo: “establece que la meta educativa es que cada individuo acceda, progresiva y secuencialmente, a la etapa superior de desarrollo intelectual de acuerdo con las necesidades y condiciones particulares. El maestro debe crear un ambiente estimulante de experiencias que faciliten en el niño su acceso a las estructuras cognoscitivas de la etapa inmediatamente superior.”[9]

En consecuencia, abordamos el concepto de la proporcionalidad partiendo de situaciones cercanas al alumno  como la organización de una fiesta escolar y de otras que puedan despertar su interés como son: el dibujo y la música.

Compartimos la idea de que es posible llevar al estudiante al descubrimiento de conceptos básicos y de los modos de investigar de cada ciencia, si  presentamos los contenidos en un lenguaje accesible a ellos y desde su contexto particular.

Por lo tanto, es necesario conocer a nuestros estudiantes y su medio, descubrir sus gustos, propósitos y sus ideas previas sobre el concepto a tratar.

---

[8] Florez Rafael. Evaluación pedagogica y cognición. Mc Graw Hill. Colombia. 1999.
[9] Florez Rafael. Evaluación pedagogica y cognición. Mc Graw Hill. Colombia. 1999.

El docente debe suscitar dudas e interrogantes partiendo de las experiencias y conocimientos que ya se poseen y ofrecer la oportunidad de aplicar el nuevo concepto en distintos contextos, potencializando que el aprendizaje se torne significativo.
Los conceptos matemáticos deben inducirse a través de situaciones concretas, reales y cercanas al estudiante, para que éste le encuentre significado en un contexto particular, como punto de partida para una posterior generalización.

En nuestro trabajo, esta idea se aplica ubicando la proporcionalidad desde los contextos de la música, el dibujo y la vida cotidiana; rompiendo con la forma rutinaria en que se desarrolla dicho tema y cambiando los contextos en los que tradicionalmente ha sido ubicada.

## 2.2 SITUACIONES PROBLEMA

En esta propuesta también se utiliza la estrategia de situaciones problema, como una herramienta más que se puede utilizar, para la construcción de los conceptos relacionados con la proporcionalidad.

"En forma general, una situación problema es un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está convocado a responder. En el campo de las matemáticas, una situación problema se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos, para plantear y resolver problemas de tipo matemático."[10]

"Las situaciones problema contribuyen en gran medida al desarrollo de las competencias lógico-matemáticas del estudiante, lo que se manifiesta cuando:

[10] Orlando Mesa Betancur, Contextos para el desarrollo de situaciones problemas en la enseñanza de las matemáticas, Centro de pedagogía participativa. Medellín. 1997.

- Antes de actuar, anticipa las consecuencias de sus actos.
- Estructura y sistematiza sus labores.
- Busca ordenada y selectivamente la solución a sus problemas.
- Intenta más de un camino para llegar a una respuesta o encuentra varias respuestas utilizando un mismo procedimiento.
- Encuentra hipótesis o teorías para explicar las relaciones entre objetos o fenómenos. Reflexiona intensamente."[11]

Para el diseño de nuestra situación problema, nos apoyamos en el proceso sugerido por el profesor Orlando Mesa, en su obra citada, y corresponde a:

1. "Definir una red conceptual básica, con referentes en el saber formal, pero de acuerdo con las condiciones individuales de los estudiantes y su contexto sociocultural.
2. Seleccionar un motivo que facilite las actividades y el planteamiento de interrogantes.
3. Establecer varios estados de complejidad conceptual, en las actividades y en las preguntas.
4. Precisar la estrategia para la intervención didáctica, en la que deben diferenciarse los momentos de la enseñanza y de los aprendizajes creativos.
5. Escoger los ejercicios y problemas prototipo que deben comprender los estudiantes.
6. Señalar posibilidades para la ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados.
7. Acoger un proceso para la evaluación de los logros."[12]

[11] Orlando Mesa Betancur, Contextos para el desarrollo de situaciones problemas en la enseñanza de las matemáticas páginas 19, 20
[12] Orlando Mesa Betancur, Contextos para el desarrollo de situaciones problemas en la enseñanza de las matemáticas páginas 23

## 2.3 RED CONCEPTUAL

*FRACCIÓN:*

Heterogéneas, Homogéneas.

Operador. Ampliador, reductor

- Figuras musicales y su valor relativo.
- Porción como partes iguales de un total.
- Tiempo.
- Compás.
- Escalas.

*RAZÓN:*

- Relación entre las figuras musicales.
- Cociente entre las longitudes de dos segmentos.
- Dibujo a escala.
- Cabeza en el dibujo de la figura humana.
- Razón áurea.
- Cociente entre cantidades medidas en la misma unidad.
- Relación entre los ingredientes de una receta de cocina.

*PROPORCIÓN:*

Fracciones equivalentes.

Paralelismo y teorema de THALES.

Semejanza de polígonos.

Magnitudes directamente correlacionadas.

Magnitudes inversamente correlacionadas.

- Relación constante entre los valores relativos de las figuras musicales.
- Equivalencia entre los compases de una partitura.

- Rectas paralelas y rectas convergentes en perspectiva.
- Razón constante entre los lados correspondientes en dibujos hechos a escala
- Magnitudes directamente proporcionales.
- Magnitudes inversamente proporcionales.
- Construcción de gráficas.
- Regla de tres simple.
- Porcentaje.
- Disminución y aumento de la cantidad de cada ingrediente en una receta y su relación con la cantidad final del producto.
- Relación cantidad costo.
- Relación constante entre las cantidades de los diferentes ingredientes.
- Relación entre los costos de los diferentes ingredientes.
- Tiempo empleado en una tarea y valor del premio en un concurso.
- Longitud de una cuerda y su frecuencia de vibración.

*REPARTOS PROPORCIONALES:*

- Premio correspondiente a un tiempo dado.
- Tiempo correspondiente a un premio dado.
- Distribución del premio total de acuerdo a los tiempos empleados.

## 2.4 ESTRATEGIA METODOLÓGICA

La estrategia que nos proponemos desarrollar, consiste en el diseño de una serie de guías didácticas que conduzcan a la apropiación de los conceptos de la proporcionalidad y sus aplicaciones, de una manera significativa, planteando en ellas actividades en las cuales se integran las aplicaciones de la proporcionalidad en la música, en el dibujo y en la vida cotidiana.

Hemos considerado conveniente, el diseño de tres bloques generales, así:

1. Música y proporción.
2. Dibujo y proporción.
3. Situación problema.

En cada uno de ellos, se abordará el tema objeto de estudio, integrándolo con elementos propios de cada una de las áreas mencionadas.

Las guías plantean actividades que inducen los conceptos básicos de la proporcionalidad y otras donde los aplican.

*BLOQUE 1: MÚSICA Y PROPORCIÓN*

Este bloque se inicia definiendo algunos elementos teóricos básicos de la música, que permiten plantear una serie de actividades y preguntas enfocadas a aplicar el concepto de fracción e inducir los conceptos de razón y proporción desde el contexto de la música.

*BLOQUE 2: DIBUJO Y PROPORCIÓN*

En este bloque se relacionan elementos propios de la perspectiva, el dibujo a escala y el dibujo de la figura humana para inducir los conceptos de razón, proporción, razón áurea y semejanza.

Cada una de las guías propone una actividad inicial dentro de su contexto particular, a partir de la cual, se realizan preguntas de observación y análisis, dirigidas a introducir elementos teóricos propios de la disciplina, que sirven como apoyo para construir los conceptos de razón, proporción y semejanza.

*BLOQUE 3: SITUACIÓN PROBLEMA*

Consiste en la organización de una fiesta escolar, para un grupo de 40 estudiantes de séptimo grado.

Este bloque se inicia determinando las actividades necesarias para la realización de la fiesta, cada una de las cuales tendrá un equipo responsable de ejecutarla; para lo cual cada equipo desarrollará una guía diferente que luego socializará con el grupo.

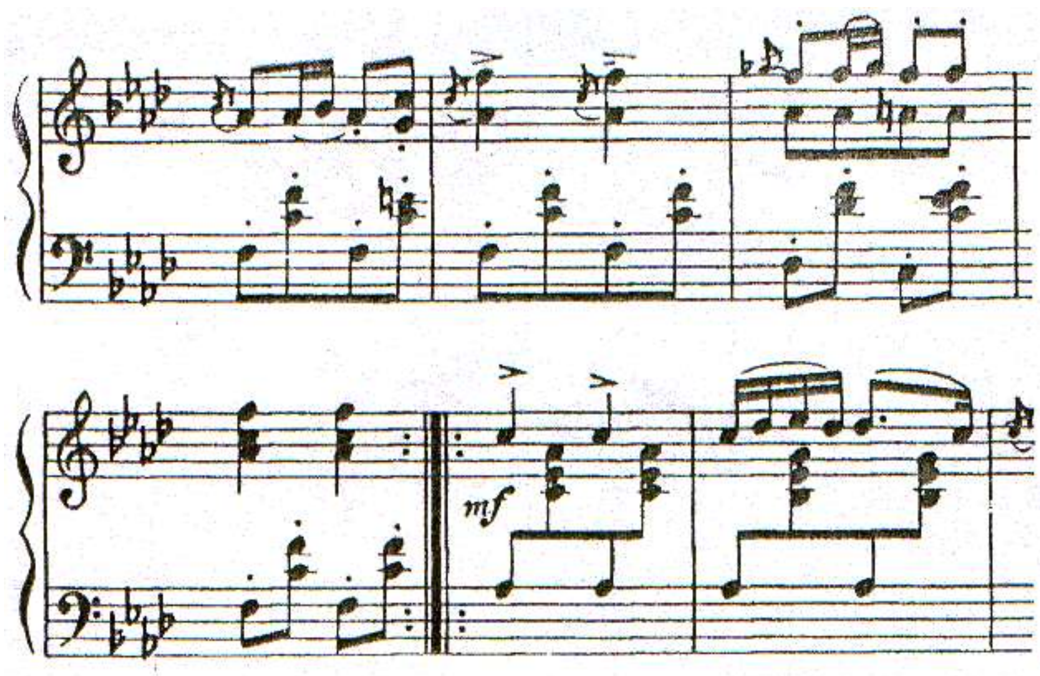
Cada guía plantea una tarea con unas condiciones iniciales, a partir de las cuales los integrantes del equipo resuelven las actividades propuestas, luego responden preguntas de observación y análisis de los resultados, permitiendo la inducción de elementos teóricos de la proporcionalidad.

*BLOQUE 1: MÚSICA Y PROPORCIÓN*

"A caso la música no puede describirse como la matemática de los sentidos, y la matemática como la música de la razón."

J. J Silvestre.

"La música y la matemática han estado relacionado durante siglos.

Durante el periodo medieval, el currículo educativo agrupaba la aritmética, la geometría, la astronomía y la música. Los ordenadores modernos están perpetuando ese vínculo.


Las partituras son la primera área obvia en la que la matemática revela su influencia sobre la música

En la escritura musical encontramos tiempo (compás de 4 por 4, de 3 por 4, entre otros), pulsos por compás, notas enteras (redondas), medias notas (blancas), cuartos de notas (negras), octavos de notas (corcheas), y así sucesivamente. Escribir música para que entre un número *x* de notas por compás, se asemeja al proceso de encontrar un denominador común: las notas de diferente longitud deberán sumar un cierto valor en un cierto tiempo.

El compositor crea música que encaja bella y naturalmente en la rígida estructura de una partitura escrita. Cuando se analiza una obra terminada, cada compás tiene el número prescripto de pulsos, al que el compositor llega empleando los diversos valores de las notas"[13]

"… con respecto a las proporciones los pitagóricos (545-400 a.c) fueron los primeros en asociar la música a las matemáticas. Descubrieron la relación existente entre la armonía musical y los números enteros, advirtiendo que el sonido causado por una cuerda tañida dependía de la longitud de la cuerda. También descubrieron que los sonidos armoniosos eran producidos por cuerdas igualmente tensas cuyas longitudes eran, en números enteros… Además, aumentando la longitud de la cuerda en proporciones de números enteros se obtenía una escala completa."[14]

La relación de la música con la matemática tanto en el manejo de cada sonido en una pequeña melodía como en la composición de una gran obra; es más amplia de lo que este trabajo pretende mostrar pero para el tema central de nuestra propuesta, la proporcionalidad, consideramos muy adecuado el texto introductoria de Theoni Pappas.

Proponemos en este bloque mostrar que es posible y beneficioso trabajar la fracción, la razón y la proporción desde el manejo de símbolos y conceptos elementales de la música que le permitan al estudiante asomarse a otro mundo, más cercano que lejano, al matemático a la vez que aprende los conceptos de razón, y proporción tanto directa como inversa, dentro de un contexto, la música.

***ELEMENTOS TEORICOS.***

"***Sonido****:* Es la percepción auditiva de ciertas vibraciones de un sólido, liquido o de un gas.

***Características de un sonido:*** Un sonido aislado en música se llama *nota*.

---

[13] Theoni Pappas. En encanto de la matemática, juegos & co. Zugarto ediciones. S.A. Madrid. 1996.
[14] Theoni Pappas. En encanto de la matemática, juegos & co. Zugarto ediciones. S.A. Madrid. 1996.

- Intensidad o volumen (Fuerte o suave).
- Altura o frecuencia (Agudo o grave).
- Timbre (Depende del instrumento).

*Sugerencia:* Es posible manejar un instrumento como la flauta dulce para mostrar estas características comparando varios sonidos, aquí, los alumnos que tengan conocimiento en música, pueden colaborar en la clase de matemática realizando demostraciones.

***Duración:*** Las figuras musicales nos sirven para indicar la duración de un sonido o nota.

***Las figuras y valor relativo de las notas.***

La redonda es la figura de mayor duración, por lo tanto es considerada como *la unidad musical o unidad de valor*. Las demás figuras, de un valor menor, son tomadas como fracciones de la Redonda.

La Redonda se divide en: 2 Blancas, ó 4 negras, u 8 Corcheas, ó 16 Semicorcheas, ó 32 Fusas, ó 64 Semifusas.

EN COMPAS DE $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$.

Vease explicación"[15]

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| La REDONDA vale cuatro tiempos | ω<br>1<br>(o: u –no | <br>2<br>dos-y | <br>3<br>tres-y | <br>4<br>cua-tro ) | Unidad |
| La BLANCA | η | | η | | ½ |

[15] Método teórico y práctico para órgano y organeta.

| | | |
|---|---|---|
| vale dos tiempos. | 1 2 3 4<br>(o: u –no dos-y tres-y cua-tro ) | |
| La NEGRA vale un tiempo y se cuenta. | θ θ θ θ<br>1 2 3 4<br>(o: u –no dos-y tres-y cua-tro ) | ¼ |
| La CORCHEA vale medio tiempo y se cuenta | εε εε εεεε<br>1 2 3 4<br>(o: u –no dos-y tres-y cua-tro ) | 1/8 |
| La SEMICORCHEA | θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ | 1/16 |
| La FUSA | θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ θ | 1/32 |
| La SEMIFUSA | θθθθθθθθ θθθθθθθθ θθθθθθθθ θθθθθθθθθθθθθθθθ θθθθθθθθ θθθθθθθθ θθθθθθθθ | 1/64 |

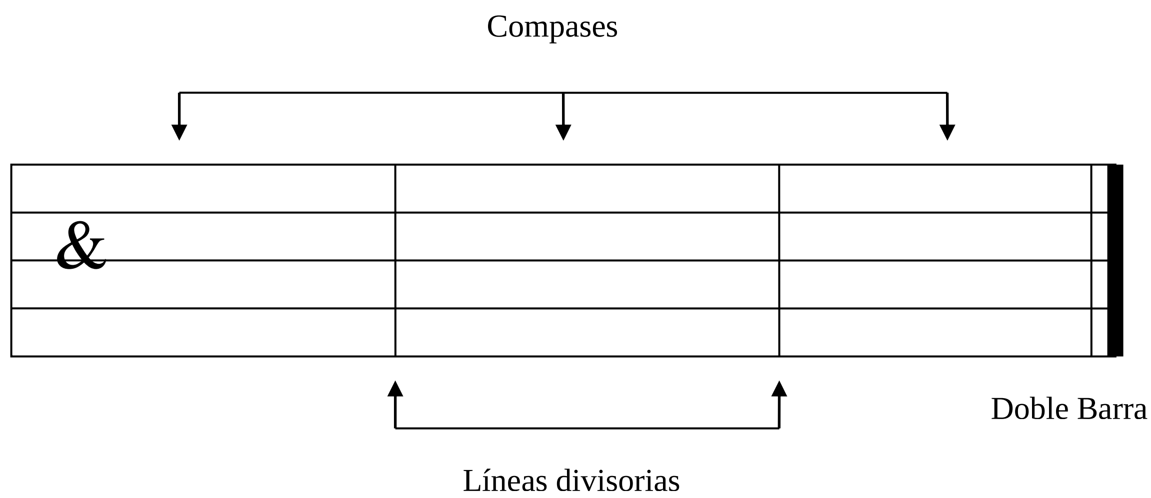
*El compás.*

Toda composición musical está dividida en partes iguales llamadas compases.

Esta división se hace por medio de unas líneas verticales que atraviesan el pentagrama y que se llaman LINEAS DIVISORAS o BARRAS DE COMPÁS.

Por consiguiente, el espacio comprendido entre dos líneas divisorias da el COMPÁS.

*Ejemplo.*




*División del compás.*

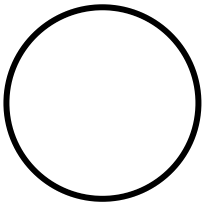
Todo compás se divide en varias partes iguales denominadas tiempos.

Esta división se indica por medio de dos cifras dispuestas en forma de quebrado y se escriben al comienzo de la canción, después de la clave.

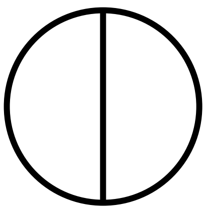
La Cifra Superior (numerador) indica la cantidad de tiempos que hay en un compás.

La Cifra Inferior (denominador) indica la figura que vale un tiempo (unidad de tiempo).

*Ejemplo.*



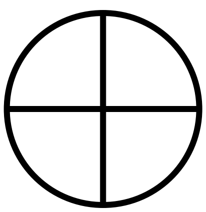
= ω = Unidad



= η η = $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{2}$

Dos tiempos en cada compás

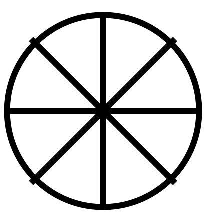
La blanca vale un tiempo



= θ θ θ θ = $\frac{1}{4}$ & $\frac{4}{4}$

Cuatro tiempos en cada compás

La negra vale un tiempo



= εεεεεεεε = $\frac{1}{8}$ & $\frac{3}{8}$

Tres tiempos en cada compás

La corchea vale un tiempo

**Actividad 1.**

De acuerdo al valor en tiempo asignado a la redonda determinar el valor del área sombreada y escribir a que figura corresponde esa fracción de la redonda.

a. 0 = 8 tiempos.

Figura:________________________

Valor:_________________________

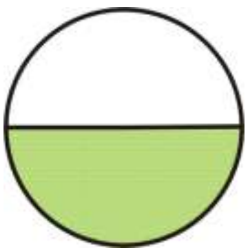


Figura:________________________

Valor:_________________________

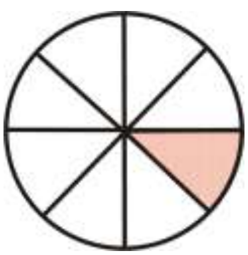


Figura:________________________

Valor:_________________________

b. 0 = 2 tiempos.

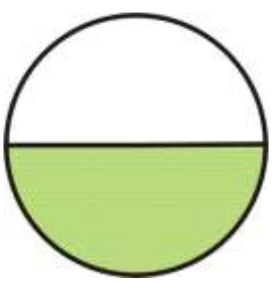


Figura:________________________

Valor:_________________________

Figura:________________________

Valor:_________________________

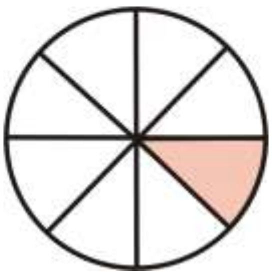


Figura:________________________

Valor:_________________________

**Actividad 2.**

Se utilizan diferentes compaces como el de $\frac{4}{4}$ , $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$ de acuerdo al ritmo musical (marcha. Vals,…).

El denominador me indica el valor de esa redonda en ese compás y utilizando las divisiones a la mitad de las figuras ordenadas, se puede determinar el valor de las mismas.

Escribe al frente de cada figura su valor de tiempo en el compás $\frac{4}{4}$.

ω = 4 tiempos θ =

η = ε =

ξ = ρ =

En el compás de $\frac{2}{2}$.

ω = 2 tiempos

θ =

η =

ε =

ξ =

ρ =

En el compás de $\frac{3}{8}$.

ω = 8 tiempos

θ =

η =

ε =

ξ =

ρ =

**Actividad 3.**

Reemplaza el valor de cada figura consideradas en un compás de $\frac{3}{8}$, interpreta el significado de la fracción obtenida, simplifica si es posible.

η / 0= 4/8 = 1/2

0/ η =

| | |
|---|---|
| 0/ θ = | θ / 0= |
| η / θ = | θ / η = |
| 0/ ε = | ε/ 0= |
| ε / θ = | θ / ε = |

**Actividad 4.**

Reemplaza las mismas figuras utilizando sus valores relativos al compás $\frac{4}{4}$.

| | |
|---|---|
| η / 0= 2/4 = 1/2 | 0/ η = |
| 0/ θ = | θ / 0= |
| η / θ = | θ / η = |
| 0/ ε = | ε/ 0= |
| ε / θ = | θ / ε = |

1. ¿Cambia el valor de tiempo de una figura de un compás a otro?.
2. ¿Cambia la relación entre los valores en tiempo de dos figuras determinadas, de un compás a otro?.

**Definición.**

***RAZÓN.***

***Cociente de dos cantidades expresadas en la misma unidad de medida.***

***Notación:***

$$\frac{a}{b} \qquad\qquad a : b$$

*Ejemplo*: 0/ η = 2.

La razón entre la redonda y la blanca es 2.   2 : 1,  2 a 1.

**Actividad 5.**

Compara las razones 0/ η  en $C\left(\frac{4}{4}\right)$ y $C\left(\frac{3}{8}\right)$.

Compara las razones η / θ  en $C\left(\frac{4}{4}\right)$ y $C\left(\frac{3}{8}\right)$.

| | **Compás.** | **4/4** | **3/8** | **2/2** |
|---|---|---|---|---|
| **Razones de figuras** | 0/ η | | | |
| | η / θ | | | |
| | 0 / θ | | | |

*Conclusión.*

Conservan la misma razón entre figuras aunque cambien sus respectivos valores de tiempo. Así que son proporcionales:

**Definición.**

*PROPORCIÓN: Se designa en esta forma la igualdad entre dos razones, es decir* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *se lee: a es a b como c es a d.*

*a y d se llaman extremos. c y d se llaman medios y cada término es una cuarta proporcional.*

**Actividad 6.**

Se sugiere llevarle a los alumnos copias de partituras de canciones conocidas para que identifiquen el tipo de compás; el ritmo y realicen la suma de los tiempos de cada compás en cada partitura. A continuación se muestra un ejemplo con las partituras de dos temas conocidos:

**Definición.**
***RITMO: Es el aspecto de la música que se refiere no a la altura sino a la distribución de los sonidos con el tiempo, y a su acentuación."***

*Ejemplo.*

- Ritmo de dos tiempos: Acento o más fuerza cada dos notas.
- Ritmo de vals: Acento sobre el primero de cada tres tiempos.

**Actividad 7.**

Esta actividad, permite inducir el concepto de la proporcionalidad inversa y directa, a través de experimentos con cuerdas, relacionando la frecuencia del sonido emitido, la longitud de la cuerda y la tensión.

Las propiedades de las cuerdas son la base de funcionamiento de muchos instrumentos musicales, en ellos la cuerda se hace vibrar de diferentes maneras, golpeando como en el piano, pasando el arco como en el violín, pulsando con el dedo como en el arpa o la guitarra.

*EXPERIMENTOS CON EL MONOCORDIO:*

El monocordio es un instrumento conocido por los antiguos matemáticos griegos, especialmente Pitágoras. Pitágoras realizó estos experimentos hace unos 2 500 años.

*Recursos o materiales:*

- Monocordio construido por los mismos estudiantes, medidor de frecuencias osciloscopio.

- Guía del experimento.

1. Construcción del monocordio de Pitágoras.

a. Consigue una tabla de 50 cm de largo, por 5 cm de ancho y medio cm de espesor, una cuerda de nylon o de pita mediana de 1,20 m de longitud.

b. Ata la cuerda con un nudo que no se corra, de tal forma que al meter la tabla quede la cuerda bien templada. Fabrica dos piecitas triangulares con las medidas que aparecen en la gráfica, aquellas van a servir como puentes para elevar y pensionar un poco más la cuerda.

c. Para mejorar la intensidad sonora del instrumento, puedes colocarlo sobre el pupitre, una caja hueca u otros objetos que te puedan servir de resonador.

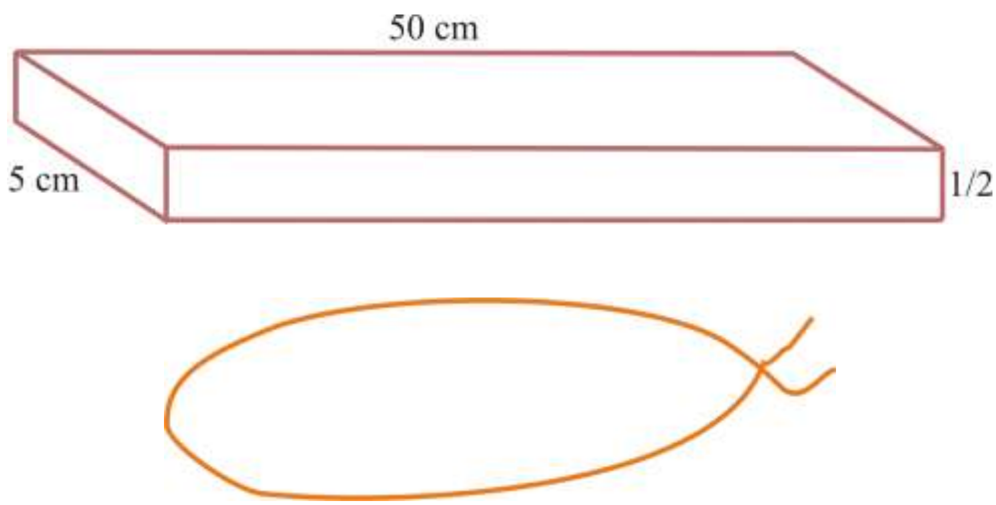



Figura 1.

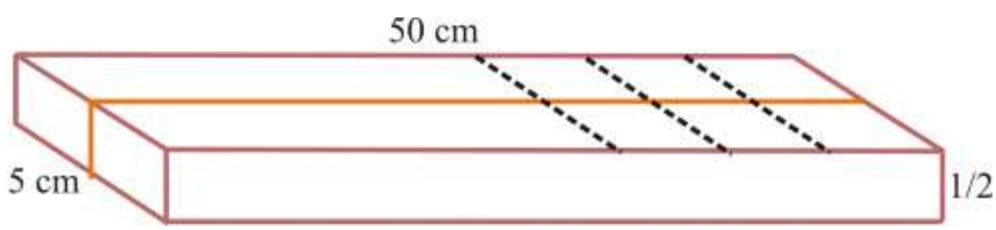



Figura 2.

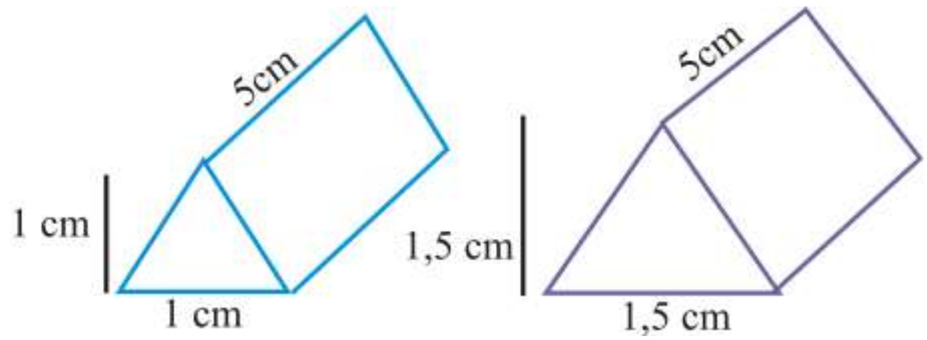


Figura 3.

2. Guía del experimento:

a. Coloca la pieza triangular pequeña, como se muestra en la figura 4 y golpea con algo liviano un lado de la cuerda y escucha atentamente, luego el otro lado. Hazlo varia veces y trata de distinguir alturas (agudeza o gravedad del sonido).

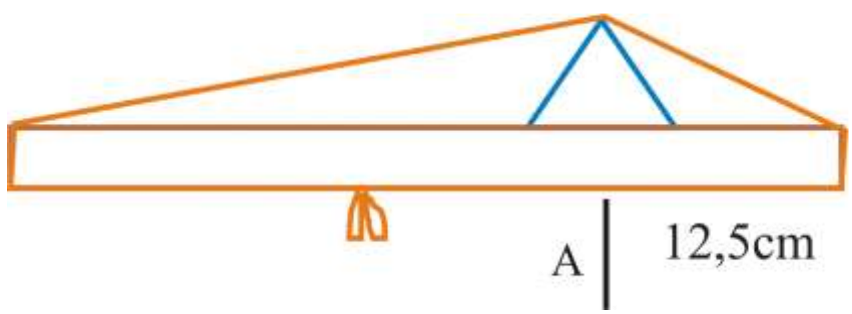


Figura 4.

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Los dos sonidos que se producen tienen la misma altura?
- Si la altura es diferente, ¿cuál sonido es más alto: el producido por porción de cuerda más larga o el producido por la más corta?
- ¿Qué porción de cuerda produce el sonido más grave?

*Sugerencia*: De acuerdo a las repuestas de los estudiantes, se repiten los experimentos para que verifiquen sus respuestas.

b. Cambia el puente pequeño por el más alto y colócalo en la posición A. Por ser más alto, este puente actúa como un tensor, o sea que la cuerda va a quedar más templada. Golpea una de las porciones de cuerda; escucha atentamente el sonido y distingue su altura. Quita el puente alto y vuelve a colocar el pequeño; golpea la misma cuerda y compara la altura de este sonido con el producido al usar el puente alto.

Determina si es verdadero o falso que:

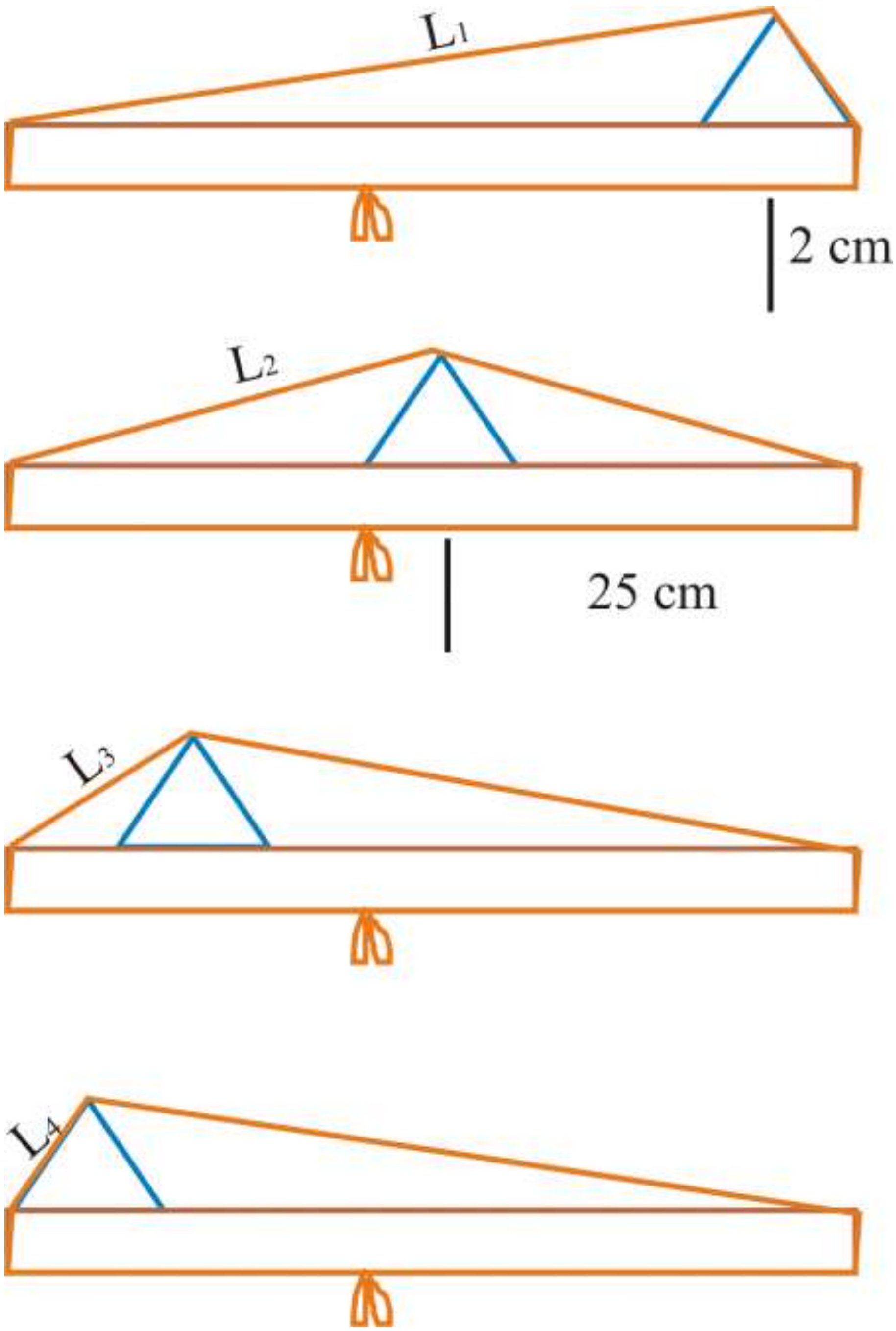
- Cuando se cambia la tensión de una cuerda, la altura del sonido no cambia.
- Cuando aumenta la tensión de una cuerda, la altura del sonido sube.
- Cuando disminuye la tensión de una cuerda, la altura del sonido baja.

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

I. Cuando una cuerda y su tensión permanecen inalterados, pero se disminuye su longitud, la frecuencia de vibración aumenta y viceversa, es decir, estas magnitudes están inversamente correlacionadas.

II. Cuando una cuerda y su longitud permanecen inalterados, pero se aumenta la tensión, la frecuencia de la vibración también aumenta, es decir, están directamente correlacionadas.

c. Disponga el monocordio como se indica en cada figura, halle las longitudes $L_1$, $L_2$, $L_3$, $L_4$ y $L_5$. Para cada longitud hacer vibrar la cuerda y medir la respectiva frecuencia con el osciloscopio. Completa la siguiente tabla:




$$L_2 = \frac{L_1}{2}$$

$$L_3 = \frac{L_2}{2}$$

$$L_4 = \frac{L_3}{2}$$

Figura 5.

| Figura | Longitud (L) | Frecuencia (f) | Producto L x f |
|---|---|---|---|
| 1 | $L_1$ = | $F_1$ = | |
| 2 | $L_2$ = | $F_2$ = | |
| 3 | $L_3$ = | $F_3$ = | |
| 4 | $L_4$ = | $F_4$ = | |
| 5 | $L_5$ = | $F_5$ = | |

Utilizando los datos de la tabla anterior, construya la gráfica que relacione la frecuencia y la longitud de la cuerda

De acuerdo a las actividades anteriores, ¿qué conclusiones se obtienen?

d. Repite el ejercicio c, pero variando la tensión y manteniendo constante la longitud.

Puedes determinar la tensión de la cuerda, suspendiendo en uno de sus extremos pesos diferentes mientras el otro extremo permanece fijo a la tabla. Medir para cada peso la frecuencia del sonido emitido por la cuerda.

| Tensión (Peso) T | Frecuencia (f) | $(f)^2$ | Cociente $\frac{f^2}{T}$ |
|---|---|---|---|
| $T_1$ = | $f_1$ = | $(f_1)^2$ = | |
| $T_2$ = | $f_2$ = | $(f_2)^2$ = | |
| $T_3$ = | $f_3$ = | $(f_3)^2$ = | |
| $T_4$ = | $f_4$ = | $(f_4)^2$ = | |
| $T_5$ = | $f_5$ = | $(f_5)^2$ = | |

Para la construcción de la gráfica, relaciona la tensión (peso) con el cuadrado de la frecuencia.

Observa la figura obtenida al unir los puntos. Escribe las conclusiones de la actividad.

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

"Los conocimientos adquiridos a través de estos experimentos, se pueden resumir en las siguientes leyes, formuladas por primera vez por el matemático francés Mersenne (Harmonie Universelle, 1936):

I. Cuando una cuerda y su tensión permanecen inalterados, pero se varía su longitud, el período de la vibración es proporcional a la longitud (ley de Pitágoras).
II. Cuando una cuerda y su longitud permanece inalterados, pero se varía la tensión, la frecuencia de vibración es proporcional a la raíz cuadrada de la tensión." [16]

[16] Newman James R. Sigma: El mundo de las matemáticas, volumen 6. Grijalbo, S.A. Barcelona. 1980.

***BLOQUE 2***

***DIBUJO Y PROPORCIÓN***

*DIBUJOS EN PERSPECTIVA:*

"La perspectiva es la base fundamental del dibujo. Sin el conocimiento de sus más elementales reglas no es posible dibujar una figura u objeto, de manera correcta y justa relación con cuanto lo rodea, los objetos no se pintan como son sino como se ven"[17]

En esta guía didáctica se pone al estudiante en contacto con elementos básicos del dibujo, específicamente en perspectiva y en escala. Proponemos que partiendo de sus experiencias visuales, realice interpretaciones de objetos y espacios reales, fotografías, fotocopias, dibujos y pinturas, mediante las cuales podrá acercarse intuitivamente a las reglas de la perspectiva y la escala. En esta forma a través de las actividades propuestas podrá captar el papel fundamental del concepto de razón y proporción y su aplicabilidad en el dibujo.

**ACTIVIDAD 1.**

Se les pide a los estudiantes realizar un dibujo de un pasillo con todos sus detalles de paredes, columnas, ventanas etc., de una calle tomando hasta donde alcanza la vista, las fachadas de las casas, los árboles etc. Esta actividad de dibujar cada estudiante la realiza libremente sin recibir ningún elemento teórico o de técnica de dibujo.

Se toman fotografías de los mismos sitios anteriormente dibujados, para luego compararlas con los dibujos hechos por ellos, analizando el realismo alcanzado, el manejo en el tamaño de los objetos dibujados y su relación con el alejamiento o la cercanía, el paralelismo y la convergencia.

En ese proceso pueden trazar o resaltar líneas sobre las fotografías para encontrar él o los puntos de fuga y las líneas de fuga.

[17] Odette, David. La perspectiva como expresión en el dibujo. Azul caribe Ltda.. Barranquilla. 2001.




**ACTIVIDAD 2.**

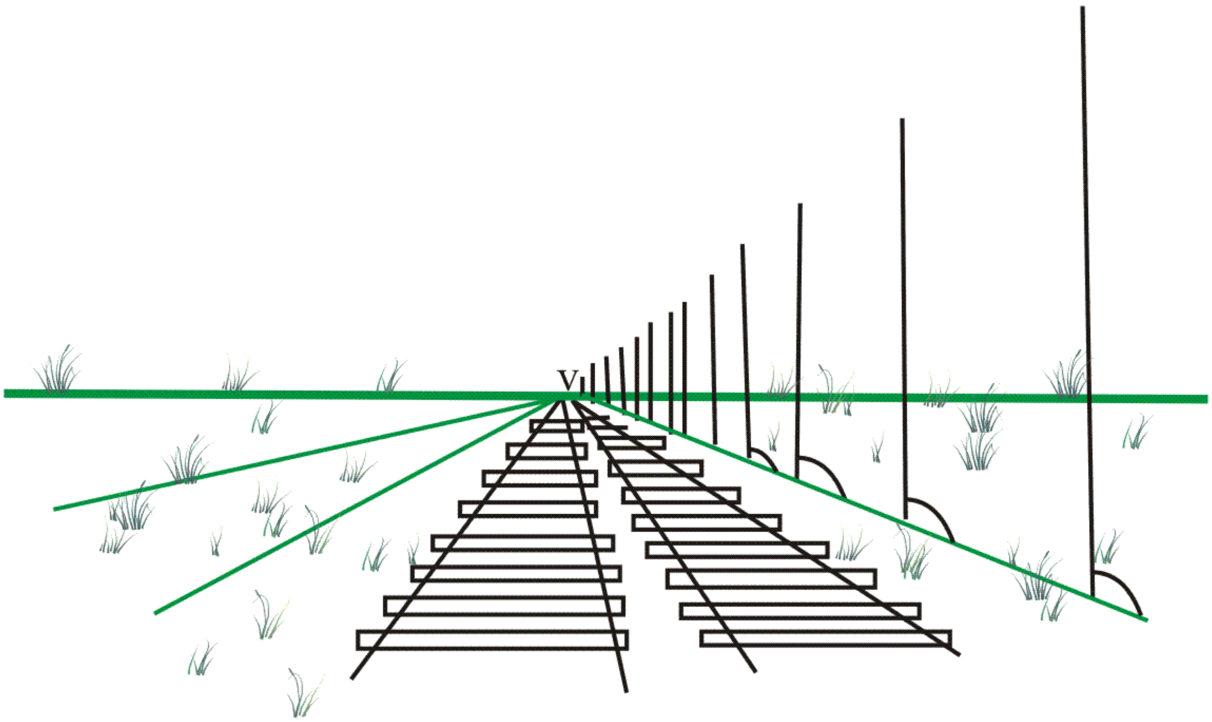



Figura 1.

a. En la figura dada colorea del mismo color las líneas verticales que sean paralelas.

b. En la figura dada colorea del mismo color las líneas horizontales que sean paralelas.

c. Pinta del mismo color las líneas oblicuas que llegan al punto V.

d. La líneas que se cortan en le punto V en el dibujo ¿en la realidad también se encuentran o convergen?

e. ¿Cómo son en la realidad estas líneas oblicuas que llegan a V y cómo las vemos en el espacio real?

f. ¿En el dibujo, cómo se ven los postes de las lámparas a medida que se acercan al punto V, en la vida real cómo será su tamaño?

g. ¿Qué se observa en los tablones de la carrilera a medida que se acercan al punto V?

h. ¿Si el largo de los tablones se disminuye qué pasa con su ancho?

i. Mide los ángulos que forman los postes con la línea oblicua que pasa por la base de estos. ¿Cómo son estos ángulos? ¿Cómo explicarías esto?

## *ALGUNOS ELEMENTOS TEÓRICOS DE LA PERSPECTIVA CÓNICA*

- REDUCCIÓN DE TAMAÑO: En la perspectiva las figuras que son de igual tamaño se ven más pequeñas, a medida que se alejan del observador y es esto lo que permite dar la sensación visual de distancias, alejamiento, cercanía y profundidad obteniendo así una representación más realista de un objeto o espacio.

- RECTAS PARALELAS: En la geometría plana son aquellas que no se cortan por más que se prolonguen y forman ángulos alternos internos congruentes con una secante. En el dibujo en perspectiva cónica las líneas que representan líneas paralelas en el objeto real, en el dibujo convergen al mismo punto, el cual es llamado punto de fuga y a tales líneas se les da el nombre de líneas de fuga.

- LÍNEA DE HORIZONTE: Es el nivel desde el cual mira el observador y sobre ella se ubican el punto o puntos de fuga y el punto de vista.

**ACTIVIDAD 3.**

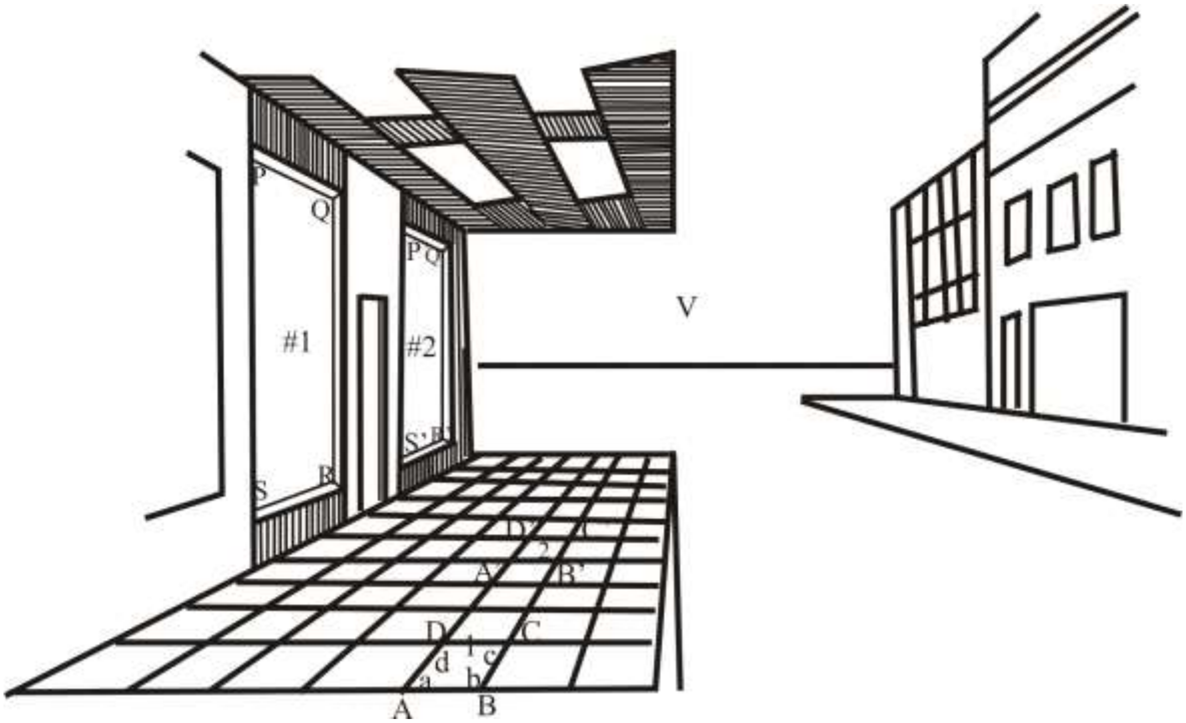



Figura 2.

a. ¿Qué se representa en este dibujo?

b. Mide los largos izquierdos de los cuadriláteros señalados con el número 1 y 2 en la pared.

c. Mide los anchos superiores de los cuadriláteros señalados con el número 1 y 2 en la pared.

d. ¿A qué figura geométrica corresponden estos cuadriláteros en la pared real y en el dibujo?

e. Divide las medidas de cada largo con su respectivo ancho. ¿Encuentras alguna relación entre los resultados de esas divisiones?

$$\frac{PQ}{P'Q'}, \frac{PS}{P'S'}$$

f. Realiza también la división de los anchos y largos respectivos de las baldosas marcadas con el número 1 y número 2 en el piso, así:

$$\frac{AB}{A'B'} \quad ; \quad \frac{BC}{B'C'} \quad ; \quad \frac{CD}{C'D'} \quad ; \quad \frac{DA}{D'A'}$$

**Definición.**

***RAZÓN: Es el cociente entre dos magnitudes expresadas en la misma unidad de medida. Se representa así:*** $\frac{a}{b}$***, donde a es llamado antecedente y b consecuente.***

g. Expresa la razón entre los segmentos $SR$ y $S'R'$; entre $PQ$ y $P'Q'$; entre $PS$ y $P'S'$; entre $QR$ y $Q'R'$.

h. Compara esas 4 razones tomando una cifra decimal, aproxima si las centésimas son mayores o iguales a 6.

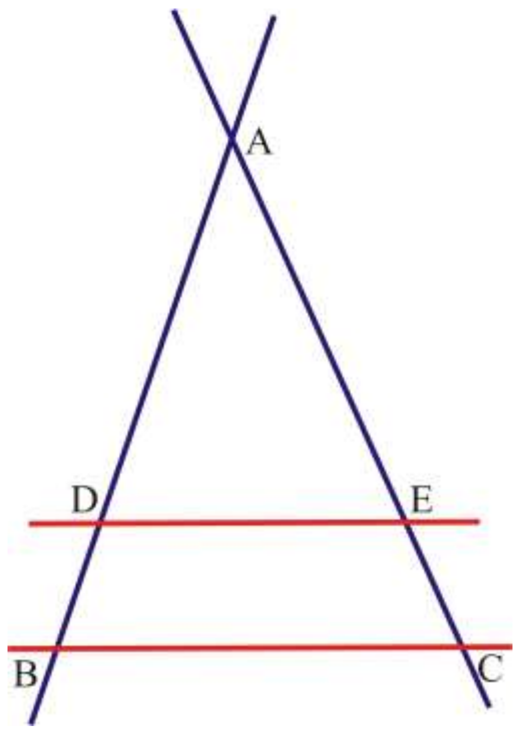
**Definición.**

***PROPORCIÓN: Hay proporción cuando se da la igualdad entre dos razones, así:***

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ***. Donde a y d son llamados extremos de la proporción. b y c son llamados medios de la proporción. a, b, c y d son los términos de la proporción. Cada uno de los términos de una proporción se llama cuarta proporcional.***

***TEOREMA DE THALES:***

***Los segmentos determinados en dos rectas secantes por tres o más paralelas son proporcionales.***




$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \qquad\qquad \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{EC}$$

i. Escribe proporciones utilizando la información obtenida en los numerales e, f, g.

j. Mide los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$ de la baldosa señalada con el número 1.

k. Mide los ángulos $\hat{A}'$, $\hat{B}'$, $\hat{C}'$ y $\hat{D}'$ de la baldosa señalada con el número 2.

l. Compara las medidas de los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{A}'$; $\hat{B}$ y $\hat{B}'$; $\hat{C}$ y $\hat{C}'$; $\hat{D}$ y $\hat{D}'$. ¿Cómo son éstas medidas?

***POLÍGONOS SEMEJANTES:***

Dos polígonos del mismo número de lados son semejantes si:

1. Se puede establecer una biyección en la cual todos los lados en correspondencia son respectivamente proporcionales. Los lados asociados en la biyección se denominan homólogos.

2. Los ángulos formados por cada par de lados adyacentes del polígono son congruentes con los correspondientes a los determinados por sus respectivos homólogos en el otro polígono. Los ángulos que se corresponden se denominan ángulos homólogos.

**DIBUJOS A ESCALA:**

Al dibujar un objeto éste puede hacerse reducido, ampliado o con las mismas dimensiones del objeto real.

**ACTIVIDAD 1.**

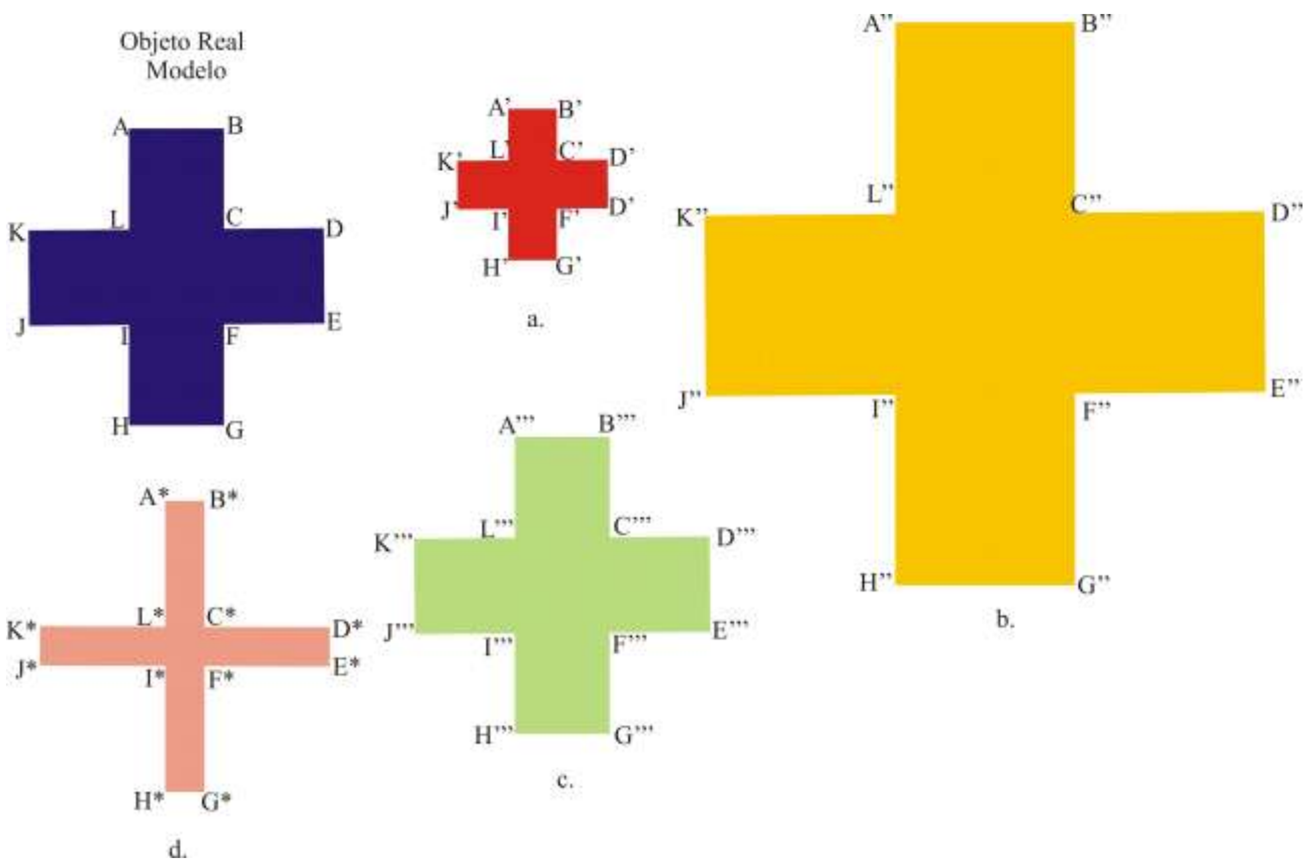



Figura 3.

Las figura a, b, c y d son representaciones, hechas a partir del dibujo dado como modelo, el cual tomamos como objeto real.

a. Compara las figuras a), b), c) y d) con la figura modelo, ¿qué observas?
b. Mide las longitudes de los lados en el modelo y en cada una de las figuras dadas (expresa las medidas en mm).
c. Halla las razones entre los lados correspondientes de la figura a) y el modelo.
d. ¿Son proporcionales los lados de la figura a) y el modelo?
e. ¿Cuál es la fracción obtenida? ¿Es mayor o menor que uno?

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

Si la longitud de los lados del dibujo o representación es menor y en la misma razón, que la longitud de los lados correspondientes del objeto real, decimos que se efectúo una REDUCCIÓN.

Así para reducir el modelo a la mitad se aplica el operador $\frac{1}{2}$ a las longitudes del objeto real.

En este caso se dice que el dibujo está hecho en una ESCALA de 1 a 2 y se simboliza, así: Escala 1 : 2.

f. Halla las razones entre los lados de la figura b) y los lados correspondientes de la figura modelo.
g. ¿Son proporcionales los lados de la figura b) y los lados del modelo? Explica tu respuesta.
h. ¿Cuál es la fracción obtenida? ¿Es mayor o menor que uno?

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

Si la longitud de los lados del dibujo o representación es mayor y en la misma razón, que la longitud de los lados correspondientes del objeto real o modelo, decimos que se efectúo una AMPLIACIÓN.

Así para ampliar el modelo al doble se aplica el operador 2 a las longitudes del objeto real.

En este caso se dice que el dibujo está hecho en una ESCALA de 2 a 1; y se simboliza así: 2 : 1.

Es decir que por cada 2 unidades de longitud que se toman en el dibujo hay una de las mismas unidades de longitud en el modelo.

La distancia entre dos puntos del dibujo es a la distancia entre los puntos correspondientes en el modelo, como 2 es a 1.

i. ¿Qué relación encuentras entre la figura modelo y la figura c)?
j. Expresa con una razón la relación entre las dimensiones del modelo y el dibujo c).
k. Escribe la escala utilizada para construir el dibujo c) a partir del modelo dado.
l. ¿Qué relación existe entre el modelo y el dibujo d)?

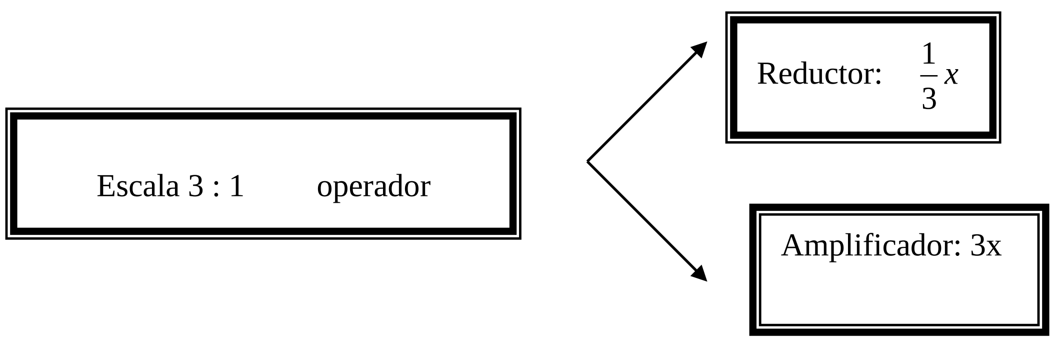
***ELEMENTOS TEÓRICOS***

En el dibujo a escala una RAZÓN nos da una información sobre la relación entre dos números, que en este caso son longitudes, y con esta razón se pueden formar dos operadores: uno ampliador y uno reductor, dependiendo del orden que se le de a los dos términos de la razón.

*Ejemplo:*

En una escala de 3 : 1, por cada 3 unidades del dibujo se tiene una unidad del objeto real o modelo.

Al comparar las dimensiones del dibujo y el objeto real, se encuentra que, las del dibujo son el triple de las del modelo, por lo tanto tenemos una ampliación del modelo, mediante un operador amplificador (x 3), pero las dimensiones del objeto son la tercera parte de las del dibujo, lo que se puede obtener con un operador reductor como $\frac{1}{3}x$ ; lo que se muestra en el siguiente diagrama:




En general, decir que un dibujo está en escala de m : n ; significa que por cada m unidades de longitud que se hagan en el dibujo hay n de las mismas unidades de longitud en el modelo u objeto real.

ESCALA

m : n

Dibujo : Modelo

Unidades de longitud en el dibujo: Unidades de longitud en el modelo

**ACTIVIDAD 2.**

Se aplica el concepto de proporción en el dibujo a escala para encontrar las dimensiones que tendrán una reducción o ampliación del modelo.

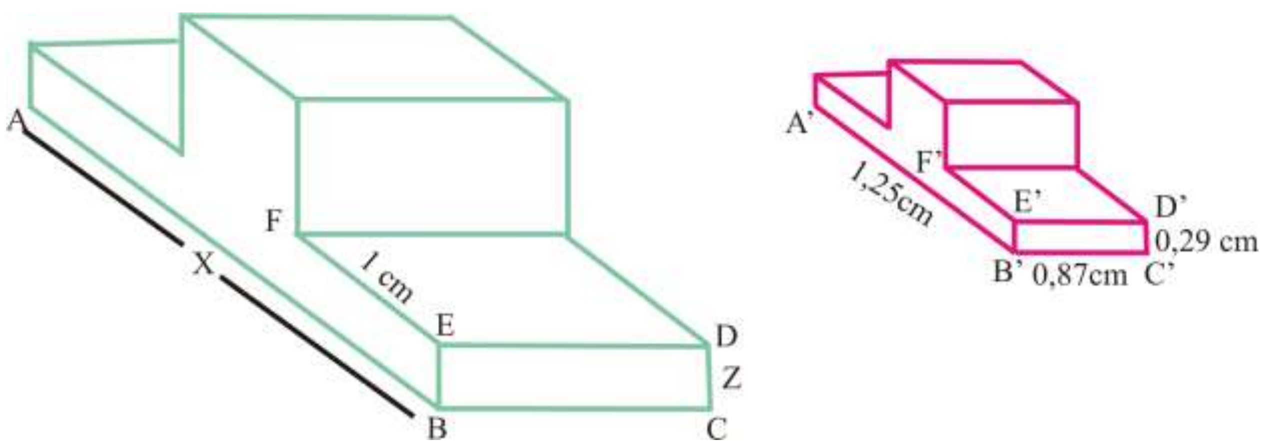
***ELEMENTOS TEÓRICOS:***

*PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES*:

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $a.d = b.c$

Modelo Dibujo

Escala 2:5




Figura

a. ¿Si utilizamos una escala de 2 : 5, se está realizando una ampliación o una reducción?

b. ¿Por cada 5 unidades de longitud en el modelo, cuántas unidades de longitud corresponden en el dibujo?

c. Reemplaza las longitudes de los segmentos indicados en las siguientes proporciones y halla las longitudes desconocidas (utiliza la propiedad fundamental de las proporciones).

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{5}; \qquad \frac{B'C'}{BC} = \frac{2}{5}; \qquad \frac{C'D'}{CD} = \frac{2}{5}$$

d. Encuentra las longitudes de los segmentos CD y F'E', planteando las proporciones adecuadas.

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

Dos figuras son semejantes si tienen sus ángulos correspondientes iguales y la razón entre sus lados correspondientes es constante, es decir, existe proporcionalidad entre sus lados, tienen igual forma y pueden diferir en el tamaño.

Se pueden obtener figuras u objetos semejantes a un modelo dado, realizando ampliaciones o reducciones de él, a cualquier escala m : n.

**ACTIVIDAD 3.**

Se puede realizar fotocopias de dibujos utilizados como modelo, tanto reducciones como ampliaciones a partir de las cuales el estudiante medirá los ángulos, hallará el cociente entre los lados correspondientes, comprobando así las propiedades de las figuras semejantes.

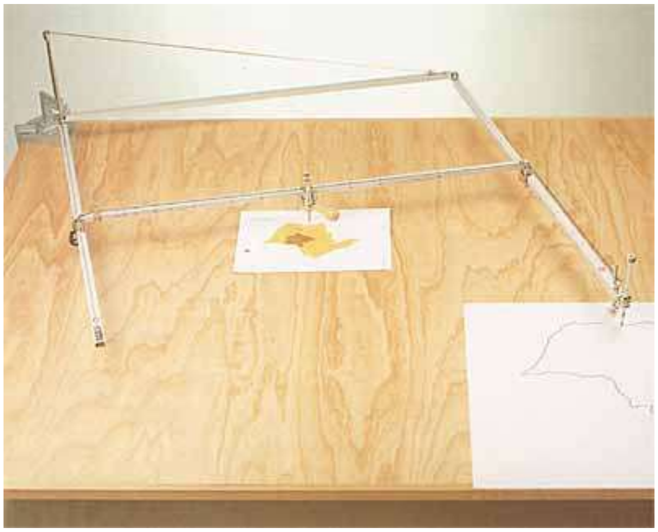
También es interesante el trabajo con mapas, en los cuales se da la escala y a partir de ella el estudiante puede determinar distancias reales entre puntos del mapa, esto también se puede realizar con planos arquitectónicos determinando con ellos longitudes y áreas reales.

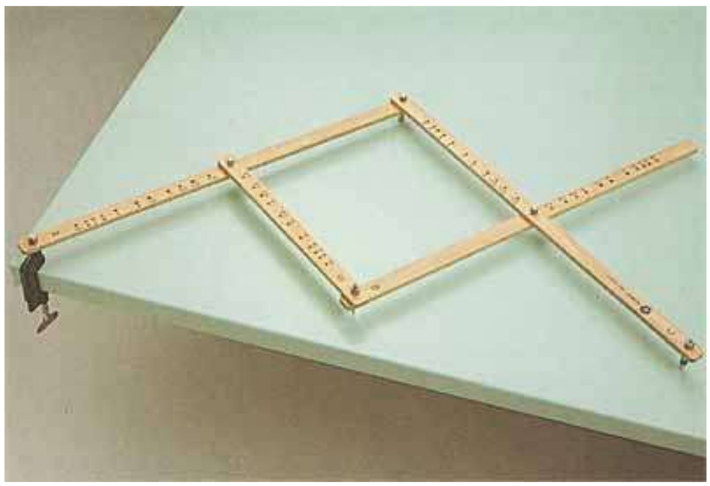
A continuación se dan algunos ejemplos del uso del pantógrafo, como instrumento simple que permite realizar reproducciones ampliadas o reducidas de un original, al mismo tiempo que se presenta su sustentación.

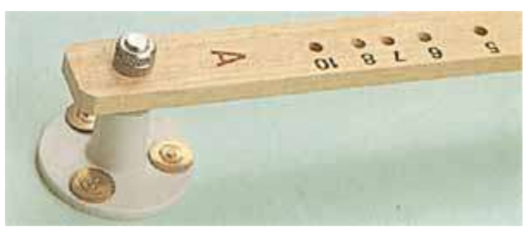
***El uso del pantógrafo en el dibujo.***

El pantógrafo es un instrumento que se utiliza para reproducir figuras. Parece que se inventó a finales del siglo XVI y fue utilizado por artistas y artesanos. En la actualidad sigue usándose en distintos ámbitos, en la construcción de edificios, en la confección de embalajes, en óptica, en talleres de joyería,... algunos de ellos están controlados por ordenador. Es frecuente verlos en lugares en los que se hacen grabados para poner el nombre o las iniciales, en artículos de bisutería: llaveros, gargantillas, anillos, etc.

**PANTÓGRAFO PROFESIONAL - 100 CM**








***Construye tu propio pantógrafo:***

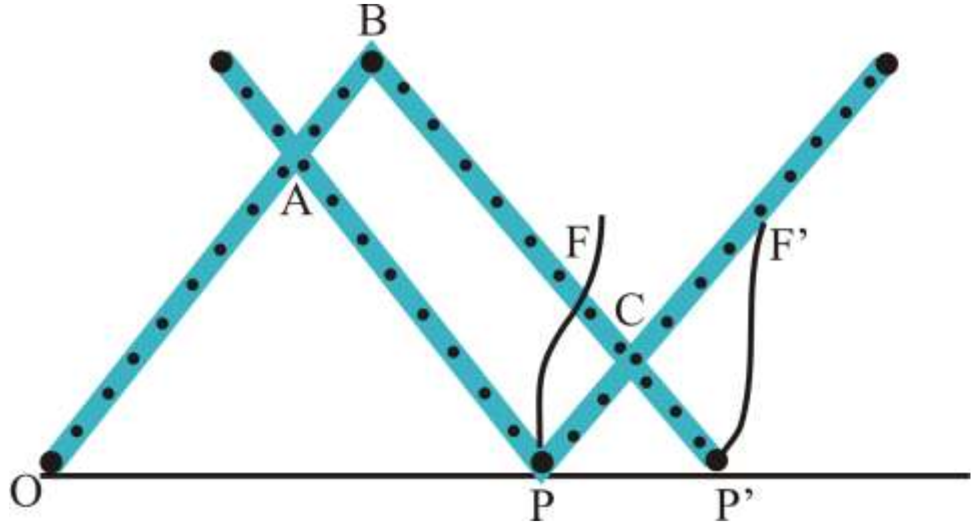
Para esta actividad se necesitará tiras de cartón rígido, de 2 cm por 30 cm y algunos sujetadores.

1. Recorta las 4 tiras con las medidas indicadas.
2. Realiza en cada tira, marcas a 1cm de longitud.
3. Une las tiras, como se indica en la figura.

4. En los puntos P y P', realiza orificios que permitan fijar un lápiz y un lapicero sin tinta, que permita recorrer la figura original sin rayarla.

*Manejo del pantógrafo*

1. El punto A y el punto C son graduables y se fijan de tal forma que AB = PC, AP = BC.
2. Se coloca sobre una superficie plana y se fija la punta O.
3. Se coloca la punta lectora en P y el lápiz para reproducir en P'.




Utiliza el pantógrafo que construiste, para efectuar los siguientes ejercicios:

a. Gradúa los puntos A y C del pantógrafo en el número 15. Con la aguja guía en P y el lápiz en el orificio P' y reproduce las siguientes figuras.


Figura a.

El segmento obtenido se llamará J'K'

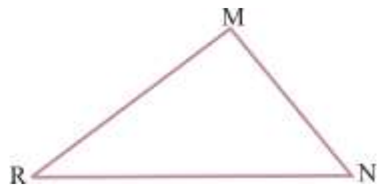


Figura b.

El triángulo obtenido se llamará M’N’R’, teniendo en cuenta la correspondencia de los vértices con el triángulo original.

b. Mide las longitudes de los lados de la figura dada y de la obtenida. Realiza los siguientes cocientes:

$\frac{J'K'}{JK} =$ $\frac{M'N'}{MN} =$ $\frac{N'R'}{NR} =$ $\frac{M'R'}{MR} =$

¿Cómo son los resultados obtenidos? ¿Qué concluyes?

c. Mide los ángulos internos de ambos triángulos, qué se puede concluir?

d. ¿Cuántos centímetros tiene el segmento J’K’ por cada 3cm en JK y cuántos cm. tiene por un centímetro JK?

e. Repite los ejercicios a, b y c, pero graduando los puntos A y C del pantógrafo en el número 10.

***ELEMENTOS TEÓRICOS:***

El funcionamiento del pantógrafo está basado en la semejanza de los triángulos OBP’ Y OAP, lo cual es consecuencia del paralelismo en la figura ABCP formando un paralelogramo, además los puntos O, P, P’ son colineales.

Como los triángulos OBP’ Y OAP son semejantes, la razón entre sus lados correspondientes es constante, por lo tanto $\frac{OB}{OA}=\frac{OP'}{OP}$ y esta razón es la misma que se obtiene entre las dimensiones de la figura obtenida y la figura original.

f. Gradúa los puntos A y C del pantógrafo en el número 15. Con la aguja guía en P’ y con el lápiz en el orificio P y reproduce las siguientes figuras.


Figura c.

El segmento obtenido se llamará J’K’

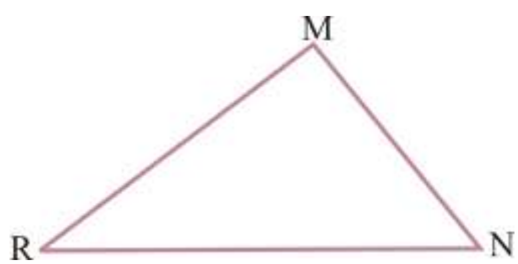



Figura d.

El triángulo obtenido se llamará M’N’R’, teniendo en cuenta la correspondencia de los vértices con el triángulo original.

g. Mide las longitudes de los lados de la figura dada y de la obtenida. Realiza los siguientes cocientes:

$\frac{J'K'}{JK}=$ $\frac{M'N'}{MN}=$ $\frac{N'R'}{NR}=$ $\frac{M'R'}{MR}=$

¿Cómo son los resultados obtenidos? ¿Qué concluyes?

h. ¿Mide los ángulos internos de ambos triángulos, qué se puede concluir?

i. ¿Cuántos centímetros tiene el segmento J'K' por cada 3cm en JK  y cuántos cm tiene por un  centímetro en JK?

j. Repite los ejercicios e, f y g, pero graduando los puntos A y C del pantógrafo en el número 10.

*Sugerencia:* Aprovechar estas actividades para verificar las propiedades de las figuras semejantes.

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

Un pantógrafo es un instrumento que permite reproducir una figura punto por punto, ya sea agrandándola o reduciéndola, es decir, figuras semejantes; tienen la misma forma pero distinto tamaño.

k. Considerar una situación del tipo siguiente. Una empresa ha diseñado un juego para niños que permite armar figuras como la del dibujo.

Las piezas y sus medidas son las siguientes:

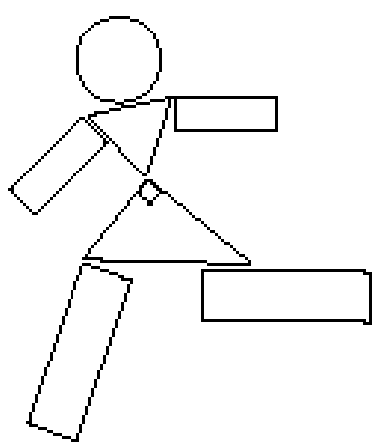
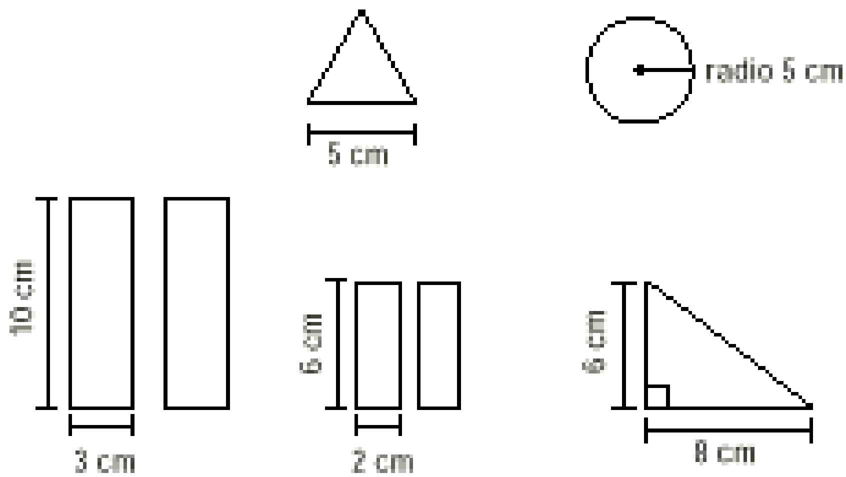


Figura e.




Por diversas razones, la empresa decide ampliar estas piezas con el siguiente criterio:

Lo que mide 6cm pasará a medir 8cm; el resto de las medidas se deben ajustar a ese criterio para mantener la proporción.

Utiliza el pantógrafo que construiste, para solucionar la situación propuesta.

1. ¿Según el funcionamiento del pantógrafo, dónde se pondría, el lápiz en P o P', por qué?

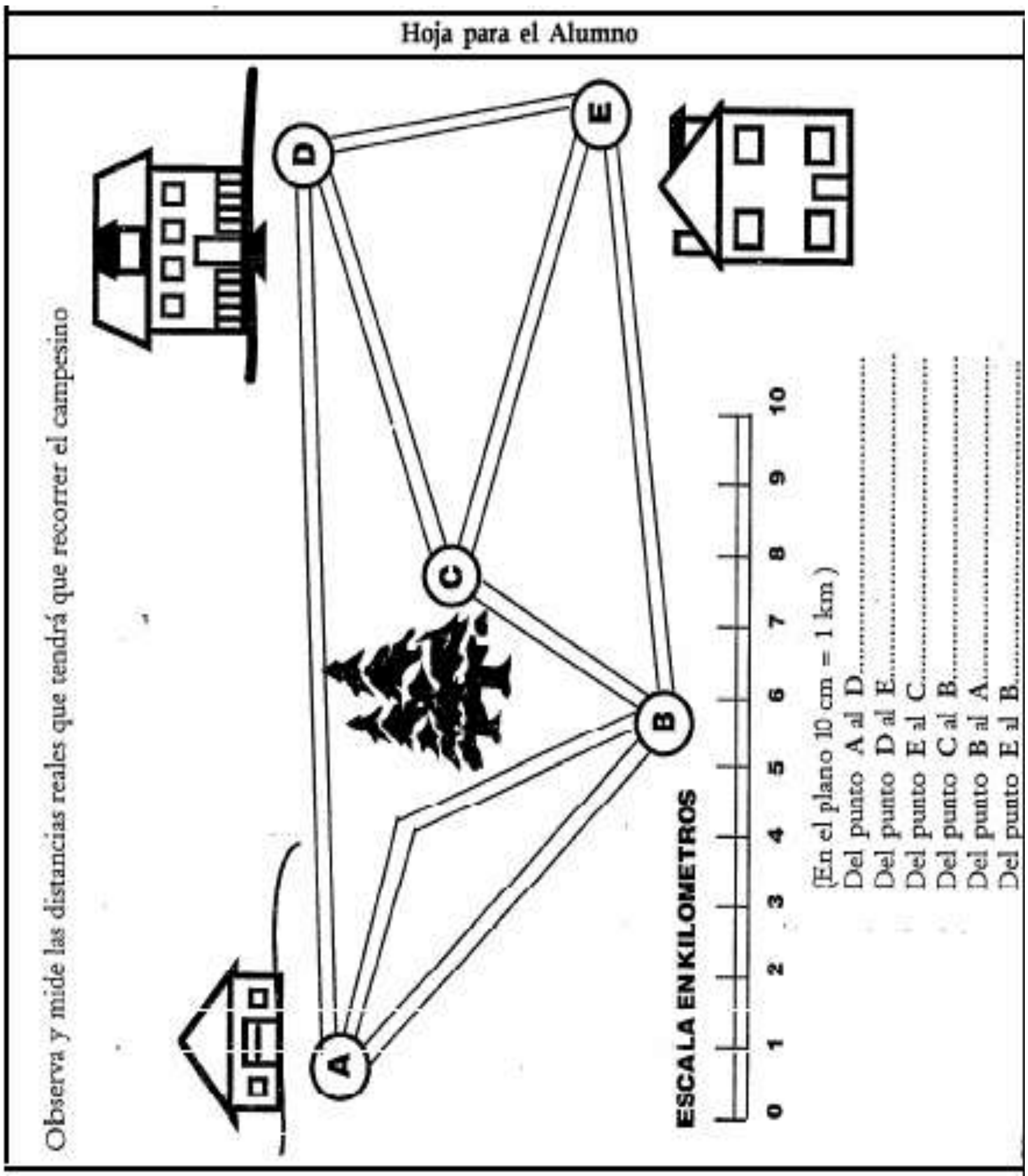
2. ¿En qué número se fijarían los puntos A y C? ¿Por qué?

3. ¿Cuál sería la razón, entre las longitudes de las dimensiones, de la figura obtenida con la figura original?

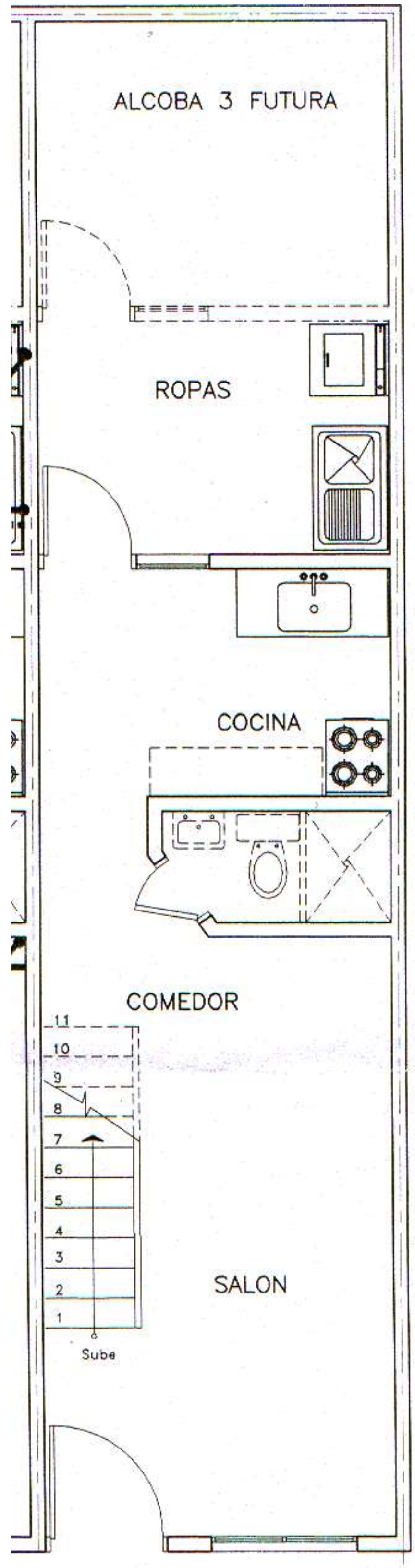
Diseñar en cartulina las piezas del juego ya ampliado. Analizar y comentar los procedimientos utilizados: ¿cuál fue la pieza que ofreció mayor (o menor) dificultad para rehacerla?

***ACTIVIDAD PROPUESTA CON MAPAS Y PLANOS.***

En los mapas y planos dados encontrar distancias reales en forma indirecta conociendo la escala en la que fueron realizados[18].




[18] Actividad tomada de pagina: "desarrollo curricular #2 EGB 1Y 2 UNA FORMA DE USO DE LA PROPORCIONALIDAD: ESCALAS" (INTERNET)




PLANO DE UNA CASA: Escala 1:50

Mide las longitudes pedidas en el siguiente plano y expresalas en su longitud real.

| Elemento | Ancho en el plano | Largo en el plano | Ancho real | Largo real |
|---|---|---|---|---|
| *CASA* | | | | |
| *COMEDOR* | | | | |
| *BAÑO 1* | | | | |
| *COCINA* | | | | |
| *PATIO 2* | | | | |
| *ALCOBA 3* | | | | |
| *ESCALERAS* | | | | |

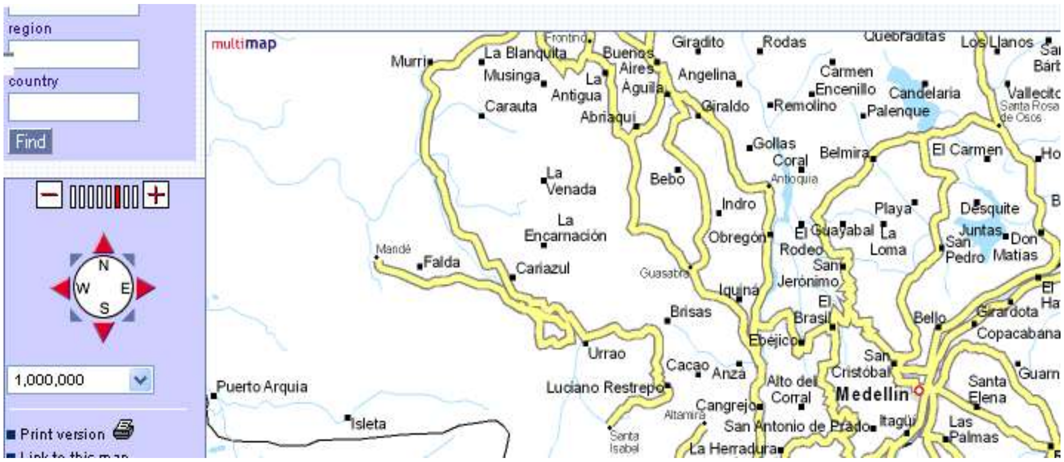
***PLANO DE LA CIUDAD DE MEDELLIN.***

ESCALA 1 : 1000000

a. ¿Un centímetro de longitud en el mapa corresponde a cuantos k*m* de medida real?

b. Según el plano y la escala determine las distancias reales medidas en línea recta entre:

- Medellín y Santa Elena.
- El Carmen y Anzá.




## *LA FIGURA HUMANA Y LA PROPORCIÓN*

"El arte de construir y dibujar la figura humana, o cualquiera de sus partes, tiene como base el estudio de las proporciones.

A fin de evitar malos resultados en el dibujo, como pueden ser figuras desproporcionadas o sin soltura, pueden aplicarse las teorías de las medidas y proporciones que previamente se establecen para construir la figura humana.

Los problemas de la proporcionalidad y el encaje de la figura, humana o no, son tan antiguos como el hombre y ya desde los primeros tiempos hubo de resolverlos, más o menos convencionalmente.

En lo que a la figura humana respecta, las soluciones dadas sobre la proporcionalidad fueron varias y diferentes; todo dependió del momento cultural en que se daba, de los elementos racionales o políticos que así las establecieron, del propio momento histórico o temporal en que vivió el artista, o bien de cualquier otra circunstancia especial."[19]

**ACTIVIDAD 1.**

---

[19] Calderón Alfonso. Dibujando la figura humana. Ceac. 1984.

Aplica el concepto de razón en las medidas de la figura humana.

a. Realiza la siguiente actividad en parejas:

Utiliza un cordón o cuerda para tomar la medida de la longitud de la cabeza de tu compañero (desde el borde de la barbilla a la parte más alta de la cabeza) y luego trasládala a lo largo del cuerpo de este, y determina cuántas veces está contenida ésta medida.

b. La figura siguiente representa aun joven portador de la lanza o Doriforo realizado por un artista griego del siglo V a.c. llamado Policleto.

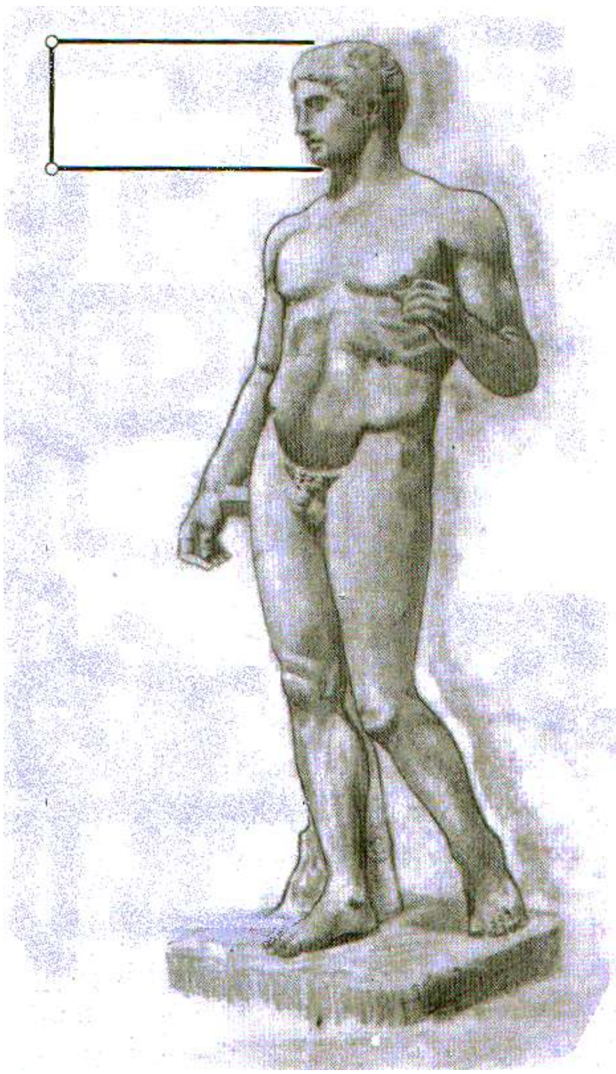


Figura 1.

De acuerdo a las divisiones señaladas en la figura del Doriforo ¿Qué relaciones encuentras?

c. Realizar una tabla con resultados obtenidos en los puntos a y b.

| **NOMBRE** | **Número de cabezas a largo del cuerpo** |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

d. De las tres actividades anteriores que puedes concluir.

*ELEMENTOS TEÓRICOS*

"Ya que por proporción se entiende la relación comparativa de una cosa con otra, hay que establecer arbitrariamente una determinada unidad normal de medida. En arte esta unidad normal de medida se conoce con el nombre de "cabeza", que es la distancia que hay de la parte más alta del cráneo al extremo de la barbilla."[20]

La medida de la cabeza es el módulo o unidad más utilizada para proporcionar la representación del cuerpo humano, tomando como patrón, regla o canon para la estatura, las 7, $7\frac{1}{2}$, 8 u $8\ \frac{1}{2}$ cabezas de acuerdo a los valores estéticos de cada cultura, a la raza, al sexo y a la edad del personaje representado. Podemos decir que en el canon de 7 cabezas la razón entre la cabeza y el cuerpo es de $\frac{1}{7}$.

e. Encontrar la razón entre la longitud de la cabeza y la longitud del cuerpo en las siguientes figuras:

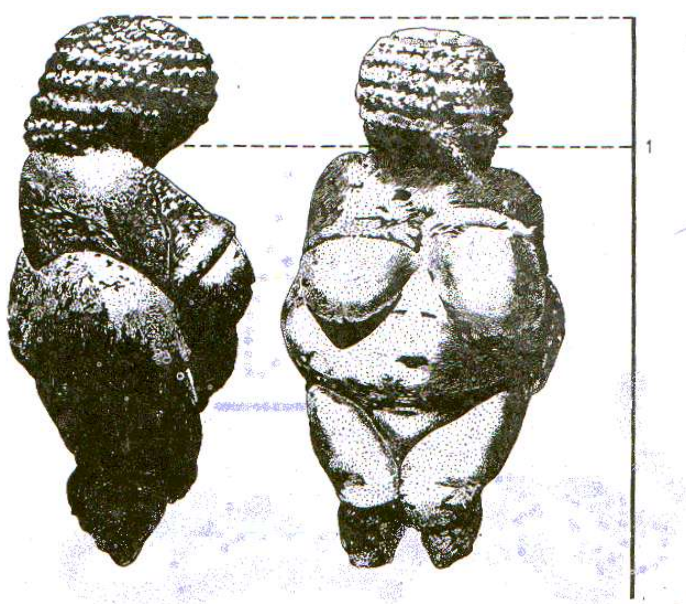



Figura 2[21].

[20] Dibujando la figura humana. Pagina 10.
[21] Dibujando la figura humana. Pagina 21.

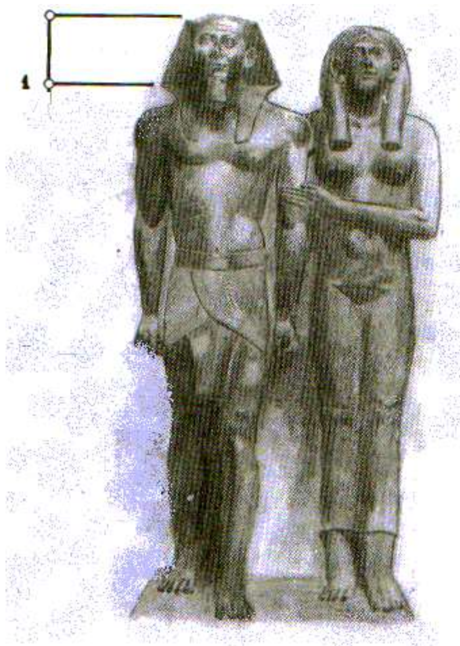



Figura 3.[22]

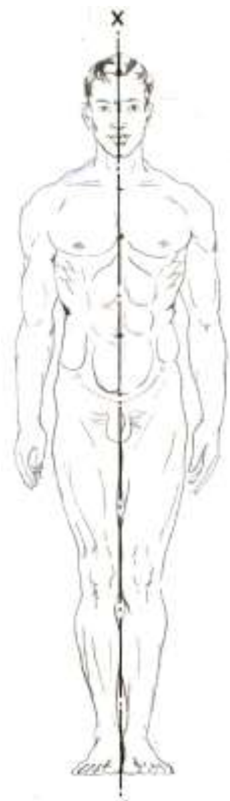



Figura 4.[23]

[22] Dibujando la figura humana. Pagina 23.

f. En la siguiente figura establecer las relaciones entre la cabeza y las distintas partes del cuerpo como: el brazo, el ancho de tórax, etc.

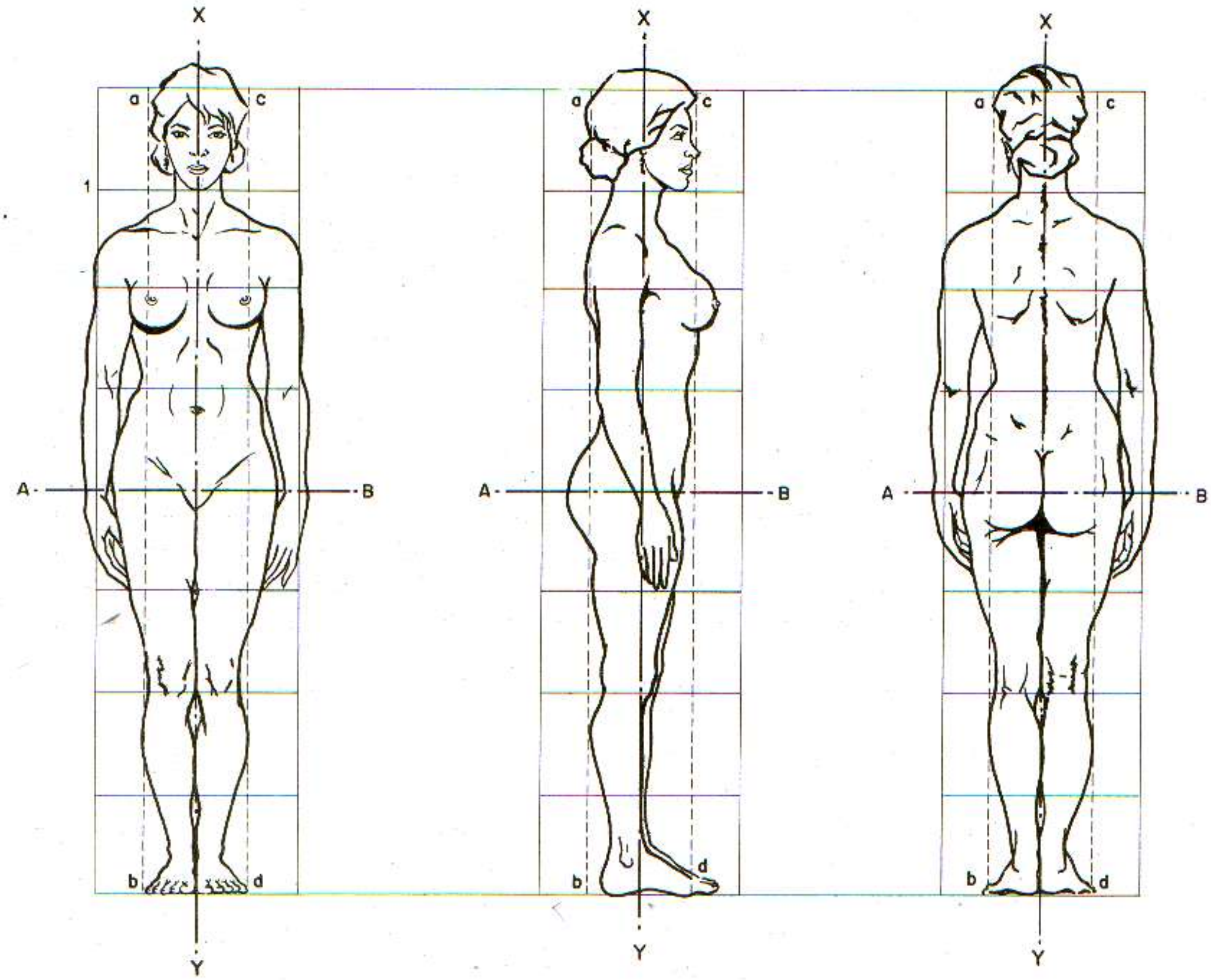



Figura 5.[24]

g. En las siguientes figuras establece la razón entre la longitud de la cabeza y la longitud del cuerpo

[23] Dibujando la figura humana. Pagina 30.

[24] Dibujando la figura humana. Pagina 122.

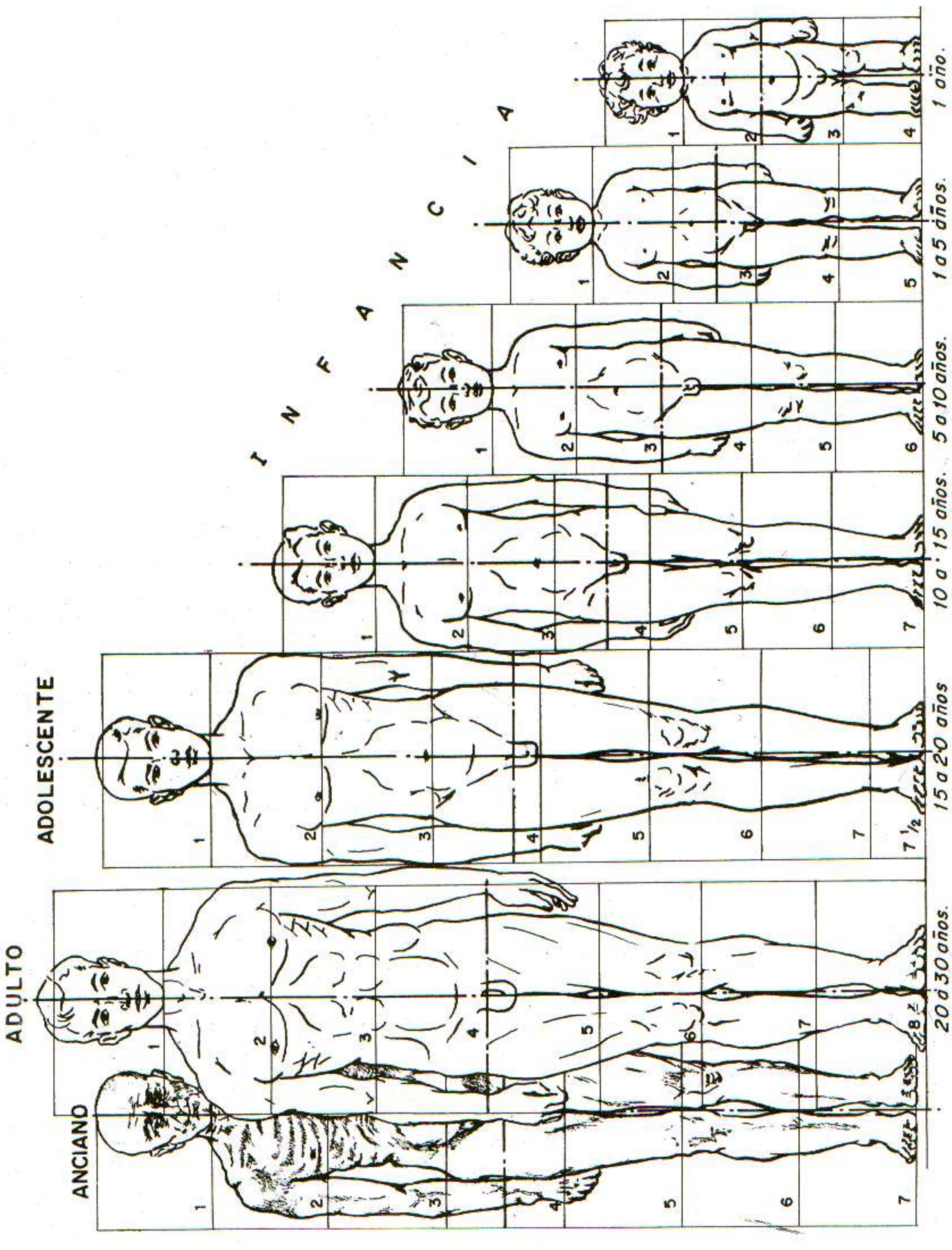

ANCIANO
ADULTO
ADOLESCENTE
I N F A N C I A
20 a 30 años.
15 a 20 años
10 a 15 años.
5 a 10 años.
1 a 5 años.
1 año.

Figura 6.

**ACTIVIDAD 2.**

Permite llegar al concepto de razón áurea o divina proporción.

a. Esta actividad se realizará por parejas.

Consiste en medir la estatura del compañero en centímetros y luego la longitud del ombligo a los pies. Cada pareja hallará el cociente entre la estatura y la distancia tomada desde el ombligo.

Recoge todos los datos en una tabla:

| NOMBRE | ESTATURA | DISTANCIA OMBLIGO-PIES | COCIENTE |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

b. ¿Qué observas en la columna de los cocientes?

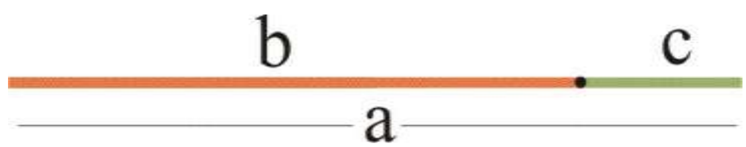
*Sugerencia:* Aprovechar esta actividad para recordar los decimales finitos e infinitos y realizar aproximaciones.

**ACTIVIDAD 3.**

Permite abordar el número áureo y la sección áurea de un segmento.

Para cada segmento completa la tabla con las longitudes pedidas, efectúa las operaciones y escribe los resultados en la tabla.

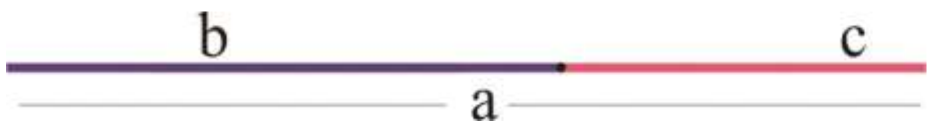
a. Segmento 1




Observa que $a = b + c$

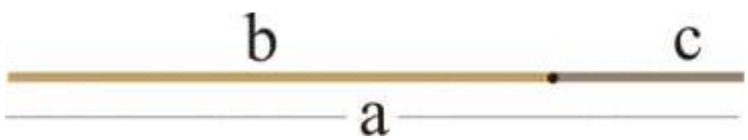
| **Parte mayor** | **Parte menor** | **Total** | $\frac{total}{mayor}$ | $\frac{mayor}{menor}$ | **Número de oro** |
|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | $c$ | $a$ | $\frac{b+c}{b}$ | $\frac{b}{c}$ | $\Phi$ |
| | | | | | |

b. Segmento 2.



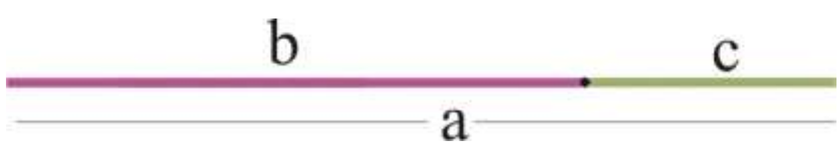

| **Parte mayor** | **Parte menor** | **Total** | $\frac{total}{mayor}$ | $\frac{mayor}{menor}$ | **Número de oro** |
|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | $c$ | $a$ | $\frac{b+c}{b}$ | $\frac{b}{c}$ | $\Phi$ |
| | | | | | |

c. Segmento 3.




| **Parte mayor** | **Parte menor** | **Total** | $\frac{total}{mayor}$ | $\frac{mayor}{menor}$ | **Número de oro** |
|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | $c$ | $a$ | $\frac{b+c}{b}$ | $\frac{b}{c}$ | $\Phi$ |
| | | | | | |

d. Segmento 4.



| Parte mayor | Parte menor | Total | $\frac{total}{mayor}$ | $\frac{mayor}{menor}$ | Número de oro |
|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | $c$ | $a$ | $\frac{b+c}{b}$ | $\frac{b}{c}$ | $\Phi$ |
| | | | | | |

e. Compara los resultados obtenidos en las cuatro tablas y escribe tus conclusiones.

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

**Definición.**

***SECCIÓN ÁUREA DE UN SEGMENTO: La división de un segmento en dos partes, corresponde a una sección áurea, si dada su longitud total "a" y las longitudes correspondientes a las partes, mayor "b" y menor "c", se cumple la siguiente igualdad:***

$$\frac{b+c}{b}=\frac{b}{c}$$

***Esta fue llamada por los griegos "la divina proporción" o también proporción de dos términos.***

***Se escribe así: ( a + b ) : b  : :  b : a***

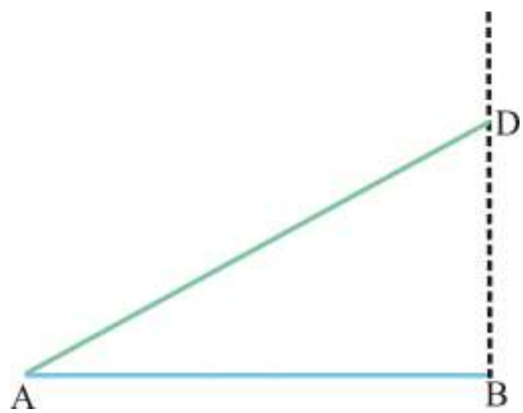
***Se lee "a" más "b" es a "b" como "b" es a "a".***

f. Realiza la siguiente construcción siguiendo los pasos indicados:

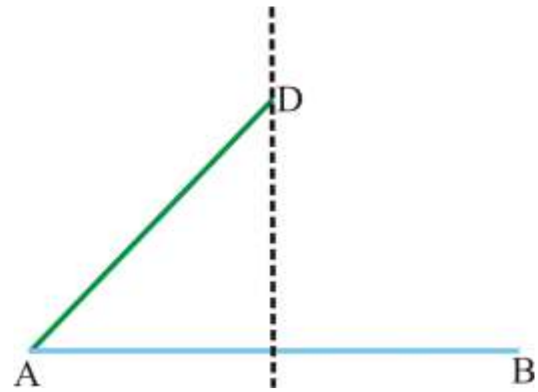
1. Traza un segmento AB.

2. Traza una perpendicular en su extremo B.

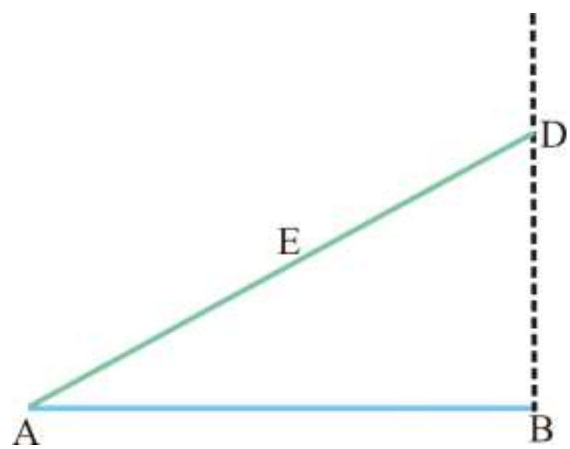

3. Sobre la perpendicular trazada toma la medida $\frac{AB}{2}$ (la mitad de AB) desde B y marca el punto D.



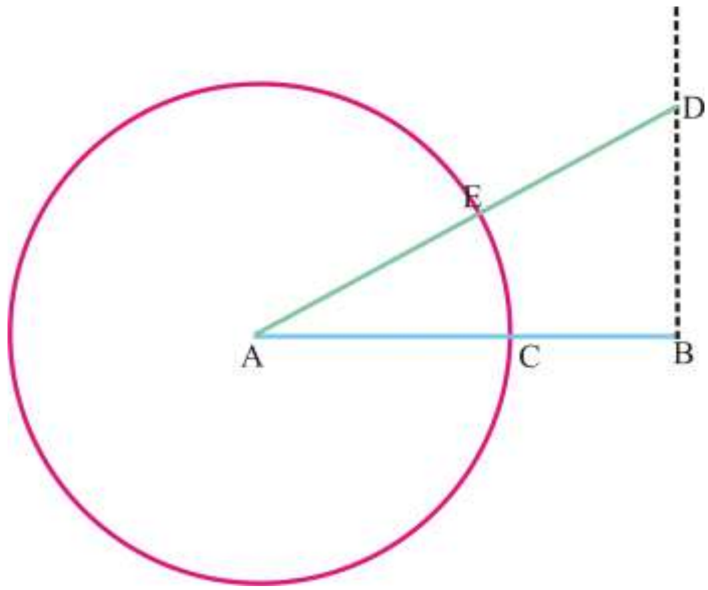

4. Une D con A.




5. Desde D toma otra vez la longitud $\frac{AB}{2}$ sobre el segmento DA y marca el punto E.




6. Con centro en A y radio AE traza un arco que corte el segmento AB y marca en el corte el punto C.




7. Mide las longitudes de AC, CB Y AB.
8. Halla las razones: $\frac{AB}{AC}$ y $\frac{AC}{CB}$.
9. ¿Qué obtuvimos al realizar esta construcción?

**ACTIVIDAD 4.**

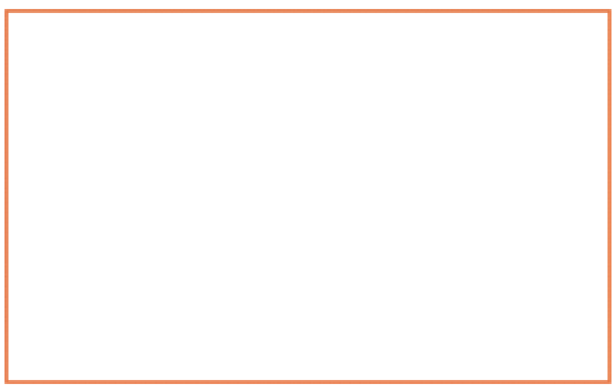
Permite llegar a la proporción áurea

En cada uno de los siguientes rectángulos mide sus dimensiones y completa la tabla respectiva:

a. Rectángulo 1.

b. Rectángulo 2.

c. Rectángulo 3.



d. Rectángulo 4.

| | Lado mayor | Lado menor | $\frac{ladomayor}{ladomenor}$ |
|---|---|---|---|
| | **l** | **a** | $\frac{l}{a}$ |
| *Rectángulo 1* | | | |
| *Rectángulo 2* | | | |
| *Rectángulo 3* | | | |
| *Rectángulo 4* | | | |

e. ¿Qué observas en la columna $\frac{l}{a}$?.

f. Compara estos resultados obtenidos en las actividades 2 y 3.

***ELEMENTOS TEÓRICOS***

**Definición.**

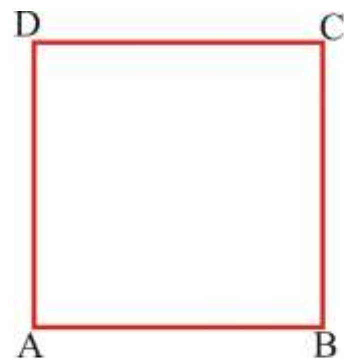
***EL RECTÁNGULO ÁUREO: Un rectángulo es áureo si la razón de su lado mayor al menor corresponde al número 1,618…. Llamado el número de oro.***

Los artistas han estado de acuerdo por muchos años que este rectángulo proporciona más satisfacción al observarlo que otros, es decir resulta más estético.

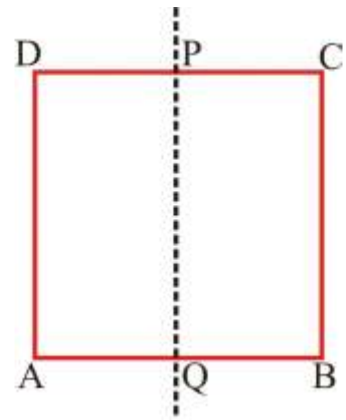
Esta relación se encuentra en las fachadas de varias construcciones a través de la historia.

g. Realiza la construcción siguiendo los pasos indicados:

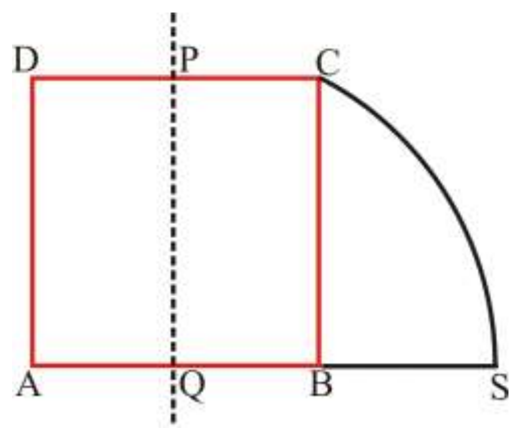
"1. Dibuja un cuadrado ABCD de cualquier dimensión.



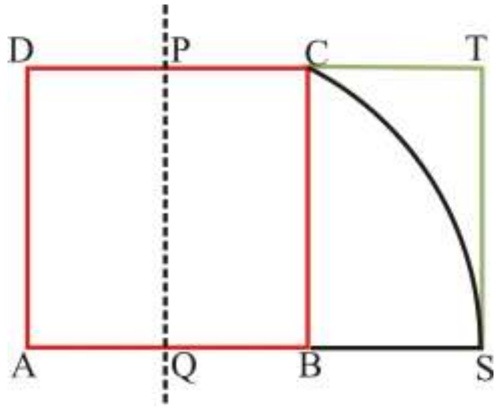

2. Trazamos el eje de simetría PQ con respecto al cuadrado.




3. Con centro en Q y radio QC trazamos un arco que corte la recta AB (prolongación del lado AB). Generando el punto S.



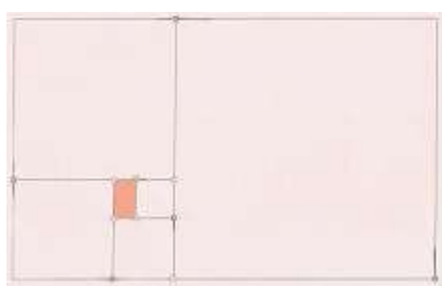

4. Levanta perpendicular por el punto S y prolonga el lado DC hasta que intersecte la perpendicular y marca el punto T, punto de intersección entre las dos rectas.




5. Une los puntos ASTD, para obtener un rectángulo.”[25]

g. Mide la longitud del largo y del ancho del rectángulo construido ASTD y encuentra los cocientes: $\frac{AS}{ST}$; $\frac{AB}{BS}$ y $\frac{AB+BS}{AB}$. Escribe las conclusiones de la actividad.

h. Halla la razón entre los segmentos TS y BS.
i. Puedes seguir obteniendo rectángulos áureos, al interior de los anteriores, simplemente formando el cuadrado de lado igual al lado menor del rectángulo y así quedara dividido en un cuadrado y un rectángulo áureo.



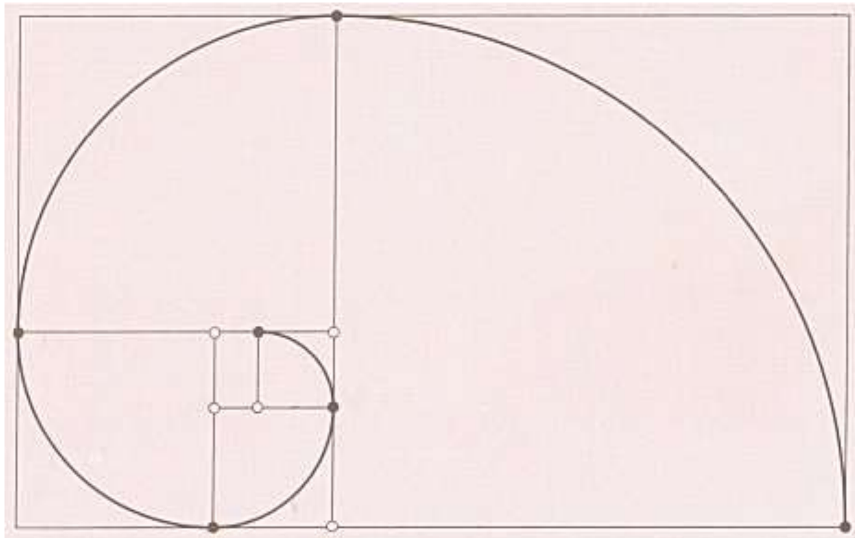
j. En las siguientes fachadas de construcciones de diferentes épocas y países, determinan un rectángulo y halla la razón entre su lado mayor y el menor.

[25] Argemiro Ceballos Revista ingeniería # 8, julio-diciembre 2001. Universidad San Buenaventura Cali

*EDIFICIO DE LA ONU EN NEW  YORK*

*PARTENON EN ATENAS*

Una vez construida esta sucesión de rectángulos áureos encajados si unimos mediante un arco de circunferencia dos vértices opuestos de cada uno de los cuadrados obtenidos, utilizando como centro de la misma otro de los vértices del mismo cuadrado, obtenemos una curva muy similar a una espiral logarítmica, es la famosa **Espiral de Durero.**



Esta espiral es casi una espiral logarítmica de salto angular 90 grados y razón geométrica el número de oro. La única diferencia, inapreciable a pequeña escala es que los centros de esos arcos van saltando a su vez de un vértice a otro de los rectángulos.

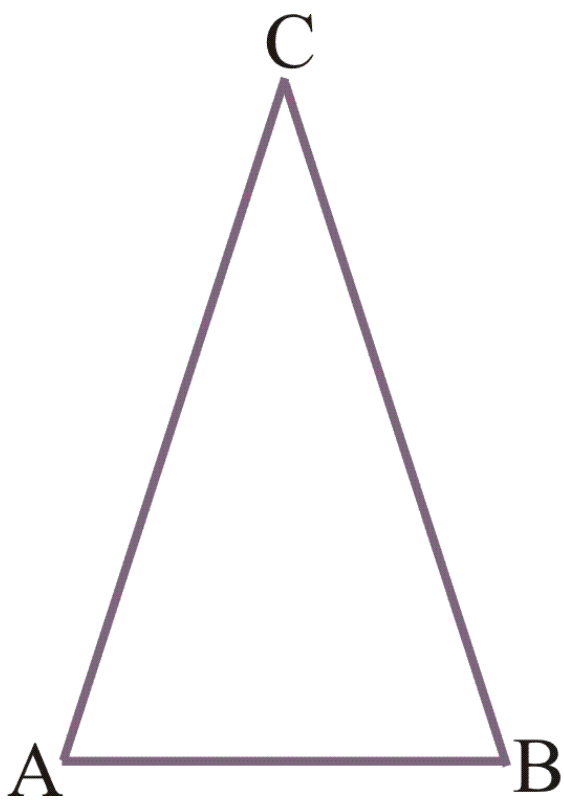
**Actividad 5.**

Permite reconocer la razón áurea entre los lados de un triángulo isósceles de ángulo en la base de 72º y entre las diagonales del pentágono regular para llegar a la estrella pitagórica.

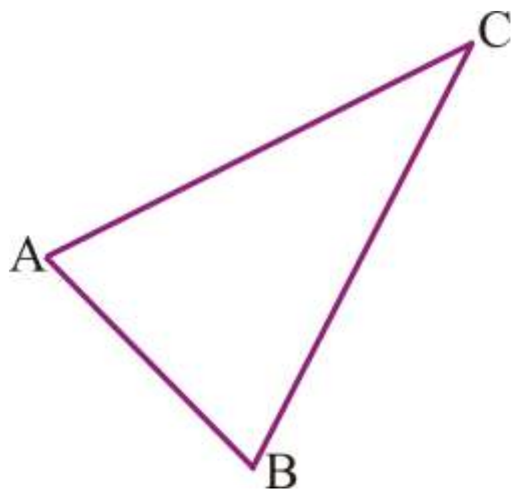
a. Medir en cada triángulo dado sus ángulos.
b. Medir en cada triángulo sus lados.
c. Clasificar cada triángulo de acuerdo a la medida de sus lados (isósceles, escaleno, equilátero).

Triángulo 1.

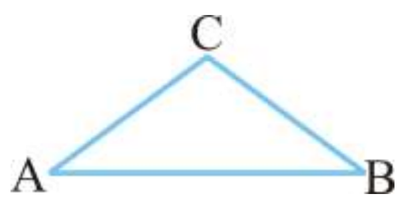

Triángulo 2.




Triángulo 3.




Triángulo 4.




d. Completa con las medidas obtenidas la siguiente tabla.

| **Triángulo** | **Base AB** | **Lado BC** | **Lado AC** | **Razón** $\frac{AC}{BC}$ |
|---|---|---|---|---|
| *1* | | | | |
| *2* | | | | |
| *3* | | | | |
| *4* | | | | |

e. Compara los resultados de la razón entre los lados del triángulo con la razón entre los lados del rectángulo áureo y la razón entre la estatura de la persona y su medida de los pies al ombligo.

f. ¿Qué clase de triángulos cumplen que la razón entre la base y el lado da aproximadamente igual?.

g. ¿Cuánto miden los ángulos de la base en los triángulos que cumplen la razón áurea?.

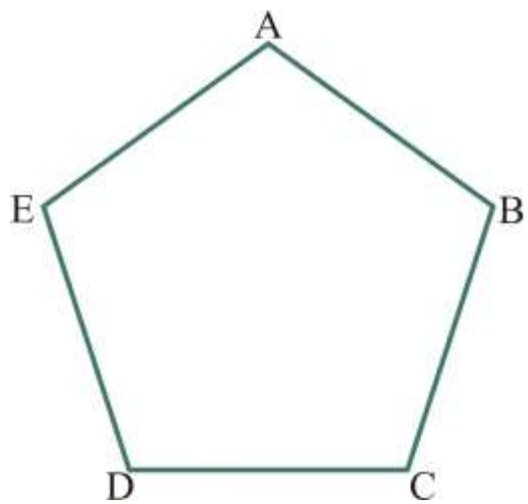
***ELEMENTOS TEORICOS.***

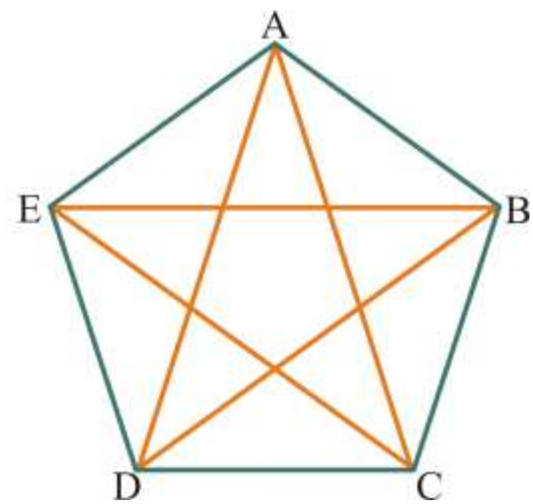
Un triángulo es áureo si cumple cualquiera de las siguientes condiciones.

ii). Es isósceles con ángulo de base de 72º.

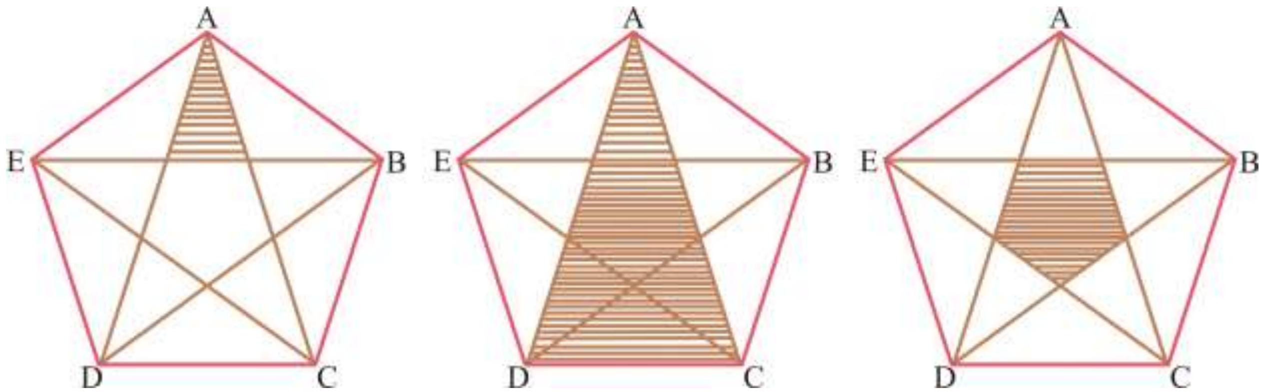
iii). La razón entre el lado menor y otro mayor es $\phi = 1{,}618033$.

h. En el pentágono regular dado traza las diagonales.

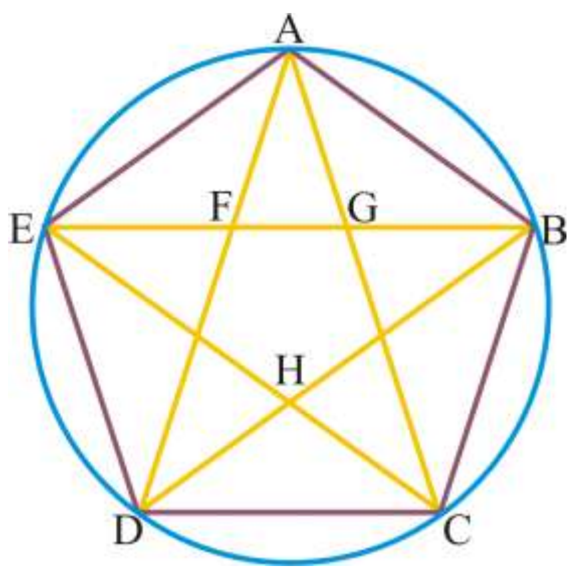



i. Observa que figuras se pueden formar con los lados y las diagonales, con los segmentos determinados por los cortes de las diagonales.




j. En el pentágono regular se trazaron las diagonales y se nombraron los interfectos de estas mide y completa la siguiente tabla.




| | **AD** | **EB** | **CE** | **AC** | **BD** |
|---|---|---|---|---|---|
| *Diagonales* | | | | | |
| $\frac{Diagonal}{DC}$ | | | | | |

k. Busca otros triángulos y segmentos determina dos por las diagonales del pentágono, que estén en razón áurea.

l. Traza las diagonales del pentágono que se forma internamente, que observas, repite el proceso.

***BLOQUE 3: SITUACIÓN PROBLEMA: ORGANIZACIÓN DE UNA FIESTA PARA LOS ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO***

*INVITADOS:* 40 personas

Las actividades de la fiesta se realizarán por grupos.

*Grupo 1:* Preparación de la torta
*Grupo 2:* Preparación del helado
*Grupo 3:* Organización de un concurso
*Grupo 4:* Preparación del jugo y los sándwiches
*Grupo 5:* Distribución del presupuesto

Cada grupo solucionará una guía de trabajo y luego socializará ante los compañeros las actividades, conclusiones y construcciones teóricas, utilizando materiales de apoyo (carteleras, acetatos, computador,…)

***ACTIVIDAD GRUPO 1***
***PREPARACIÓN DE LA TORTA PARA LA FIESTA***

*INGREDIENTES PARA 8 PORCIONES (Bizcocho de frutas)*

4 tazas (640 g) frutas frescas picadas en trozos pequeños.
2 Huevos
2 cucharaditas (10 ml) extracto de vainilla
1 ¼ tazas (135 g) azúcar moreno
1 taza (115 g) harina
¾ taza (180 ml) aceite
1 cucharadita (2 g) levadura en polvo
½ cucharadita (2 g) sal
2 cucharaditas (10 g) canela

*PREPARACIÓN*

1. Precalentar el horno a 350°F (175°C).
2. Enmantequillar y ponerle papel encerado a un molde de pastel de 8 x 12 pulgadas (20 x 30 cm.).
3. En un tazón, mezclar las frutas, los huevos, el extracto de vainilla, el azúcar y el aceite.
4. En un segundo tazón, cernir los ingredientes secos. Incorporarlos en la mezcla líquida.
5. Hornear por unos 50 minutos. Dejar que el bizcocho se enfríe en el molde.

Construir una tabla con las cantidades de cada ingrediente según el número de porciones de torta de acuerdo con la receta propuesta

| **PORCIONES** | **5** | **8** | **16** | **20** | **40** |
|---|---|---|---|---|---|
| *Harina* | | | | | |
| *Huevos* | | | | | |
| *Aceite* | | | | | |
| *Azúcar* | | | | | |
| *Levadura en polvo* | | | | | |
| *Extracto de vainilla* | | | | | |
| *Sal* | | | | | |
| *Frutas* | | | | | |
| *Canela* | | | | | |

Según la información recolectada en el cuadro, analiza y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué sucede con la cantidad de ingredientes a medida que se necesita mayor número de porciones?
2. ¿Qué valores obtienes al dividir la cantidad de huevos con el respectivo número de porciones?
3. ¿Si en la receta inicial se necesitan 2 huevos para una taza de harina, cuántos huevos se necesitan para una preparación que requiere 2 tazas de harina?
4. ¿Si en la receta inicial se necesitan 4 tazas de frutas para 2 huevos, cuántas tazas de frutas se requieren para una preparación que lleve 8 huevos?

Divide los gramos de fruta requeridos para 8 porciones entre los gramos de fruta requeridos para 16 porciones.

Divide los gramos de harina requeridos para 8 porciones entre los gramos de harina requeridos para 16 porciones.

Divide las unidades de huevos requeridos para 8 porciones entre las unidades de huevos requeridos para 16 porciones.

¿Qué puedes concluir de los resultados anteriores?

**Definición.**
***RAZÓN: Es el cociente entre dos cantidades expresados en la misma unidad de medida.***

¿Cuál es la razón entre las cantidades de aceite requeridas para?:
a. 8 y 16 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 8 y 40 porciones

¿Cuál es la razón entre las cantidades de extracto de vainilla requeridas para?:
a. 8 y 16 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 8 y 40 porciones

Compara las razones obtenidas de la cantidad de aceite y cantidad de extracto de vainilla para:

a. 8 y 16 porciones   b. 20 y 40 porciones   c. 5 y 20 porciones   d. 8 y 40 porciones

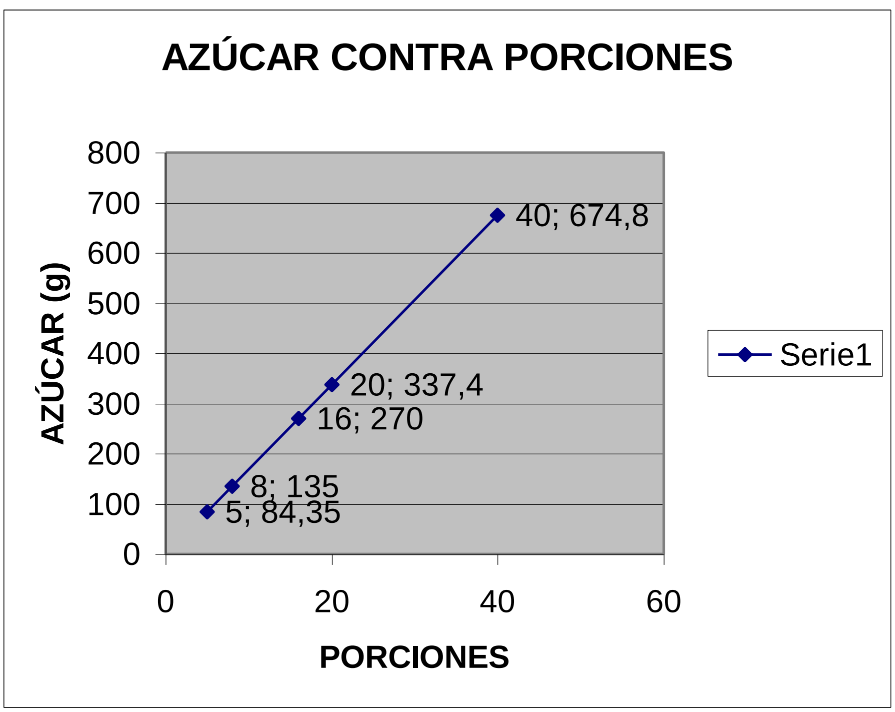
**Definición.**

***PROPORCIÓN: Si dos razones son iguales a la ecuación que las relaciona se le llama proporción.***

***PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES:***

**Establece:** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **si y sólo si** $a.d = b.c$ **.**

En la siguiente gráfica se representa la relación entre las cantidades de azúcar con respecto al número de porciones de torta




Según la gráfica:

1. ¿Cuántos gramos de azúcar se requieren para preparar 5 porciones de torta?
2. ¿Cuántas porciones se preparan con 337,4 gramos de azúcar?
3. Construye una gráfica similar en la cual se observe la relación de la cantidad de harina respecto al número de porciones.
4. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?
5. ¿Cómo son los cocientes entre la cantidad de ingrediente y su respectivo número de porciones?
6. ¿Si la cantidad del ingrediente es cero a que cantidad de porciones corresponde?

**Definición.**

***MAGNITUDES DIRECTAMENTE CORRELACIONADAS***

***Dos magnitudes están directamente correlacionadas si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra también aumenta o disminuye.***

**Definición.**

***MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES***

***Dos magnitudes son directamente proporcionales si están directamente correlacionadas y además la razón entre las parejas de valores de las dos magnitudes es la misma. La gráfica de estas magnitudes es una recta que pasa por el origen de las coordenadas.***

***La razón constante se denomina <u>coeficiente de proporcionalidad</u>.***

**Definición.**

***REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA:***

***La regla de tres simple directa se presenta como un método que permite encontrar un dato desconocido cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, es decir:***

$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, ***entonces*** $x = \frac{b.c}{a}$

***ACTIVIDAD GRUPO 2***

***RECETA PARA LA PREPARACIÓN DEL HELADO (8 porciones)***

- 1 litro de leche,
- 10 yemas de huevos,
- 300 gr. de azúcar impalpable,
- 200 gr. de crema (nata).

*Método:*

- Llevar la leche a ebullición.
- Añadir la crema, las yemas y el azúcar.
- Mezclar con el batidor hasta que la preparación sea blanca.
- Cocer a fuego muy lento para que la crema sea espesada. Mover sin parar con una cuchara de madera.
- La cocción de la crema se nota cuando la crema hace una película sobre la cuchara de madera. (Si pasas el dedo sobre la crema, el vacío no tiene que llenarse).
- Filtrar la crema con un colador fino.
- Dejar enfriar y poner en la heladera.
- Para terminar el helado: Saborizar la crema al gusto, con vanilla, y uvas secas, frutas, etc..

Construir una tabla con las cantidades de cada ingrediente según el número de porciones de helado de acuerdo con la receta propuesta

| **PORCIONES** | **4** | **8** | **16** | **20** | **40** |
|---|---|---|---|---|---|
| *Leche* | | | | | |
| *Huevos* | | | | | |
| *Crema (nata)* | | | | | |
| *Azúcar* | | | | | |

Según la información recolectada en el cuadro, analiza y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué sucede con la cantidad de ingredientes a medida que se necesita mayor número de porciones?
2. ¿Qué valores obtienes al dividir la cantidad de huevos con el respectivo número de porciones?
3. ¿Si en la receta inicial se necesitan 10 yemas de huevo para un litro de leche, cuántas yemas de huevo se necesitan para una preparación que requiere 2 litros de leche?
4. ¿Si en la receta inicial se necesitan 300 gramos de azúcar para 1 litro de leche, cuántos gramos de azúcar se requieren para una preparación que lleve 3 litros de leche?

- Divide los gramos de azúcar requeridos para 8 porciones entre los gramos de azúcar requeridos para 16 porciones.

- Divide los gramos de crema requeridos para 8 porciones entre los gramos de crema requeridos para 16 porciones.
- Divide las unidades de huevos requeridos para 8 porciones entre las unidades de huevos requeridos para 16 porciones.

¿Qué se puede concluir de los resultados anteriores?

*Nota:* Las demás actividades llevan en forma semejante a la primera, los elementos teóricos requeridos.

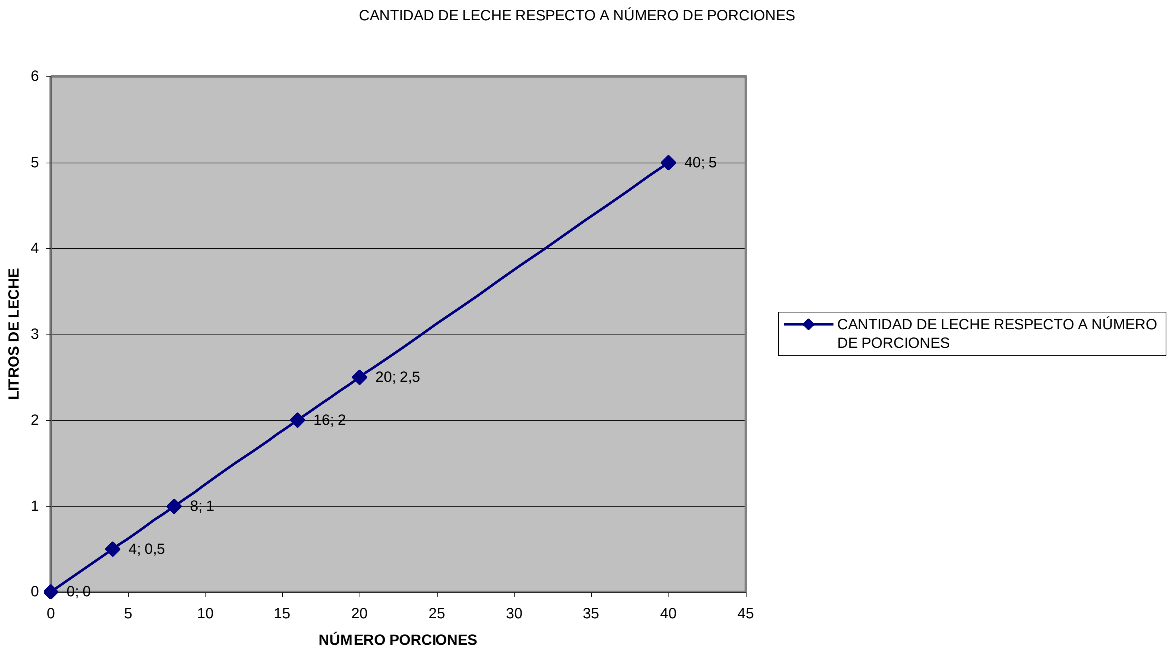
¿Cuál es la razón entre las cantidades de leche requeridas para?:
a. 8 y 16 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 8 y 40 porciones

¿Cuál es la razón entre las cantidades de yemas de huevo requeridas para?:
a. 8 y 16 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 8 y 40 porciones

Compara las razones obtenidas de la cantidad de leche y cantidad de yemas de huevos para:

a. 8 y 16 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 8 y 40 porciones

En la siguiente gráfica se muestra la relación entre la cantidad de leche y el número de porciones que se desea preparar de helado




Según la gráfica:

¿Cuántos litros de leche se requieren para preparar 4 porciones de torta?

¿Cuántas porciones se preparan con 2 litros y medio de leche?

Construye una gráfica similar en la cual se observe la relación de la cantidad de yemas de huevos respecto al número de porciones.

- ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?

- ¿Cómo son los cocientes entre la cantidad de ingrediente y su respectivo número de porciones?

- ¿Si la cantidad del ingrediente es cero a que cantidad de porciones corresponde?

***ACTIVIDAD GRUPO 3***
***CONCURSO***

Durante la fiesta se realizará un concurso, el cual consistirá en conseguir una lista de objetos en el menor tiempo posible. El premio será de $50 000 el cual será repartido entre todos los participantes, pero cada uno recibirá parte del premio de acuerdo al tiempo utilizado para conseguir los objetos, de la siguiente manera: El primer puesto se asignará a la persona que utilice el menor tiempo y así sucesivamente el segundo, tercero, cuarto, quinto y sexto puesto.

El juego se realizó con 6 estudiantes y estos fueron los tiempos empleados por cada participante:

1. Andrea: 4 minutos
2. María: 5 minutos
3. Helena: 8 minutos
4. Doris: 10 minutos
5. Eugenia: 15 minutos
6. Adriana: 20 minutos

- ¿Cuál de los participantes recibe mayor parte del premio y por qué?
- ¿Cuál de los participantes recibe menor parte del premio y por qué?
- ¿Qué relación se establece entre el tiempo gastado para conseguir los objetos y la parte del premio recibido?
- ¿Esta relación en qué otras situaciones de la vida cotidiana se presenta?

Si Andrea recibe un premio de $16339,87 completa la siguiente tabla:

(Debe utilizar en algunos casos regla de tres inversa)

| | **Andrea** | **María** | **Helena** | **Doris** | **Eugenia** | **Adriana** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Tiempo* | 4 minutos | 5 minutos | 8 minutos | 10 minutos | 15 minutos | 20 minutos |
| *Premio* | $16339,87 | $13071,90 | $ | $ | $ | $ |

- Construye la gráfica del valor del premio respecto al tiempo
- ¿Qué gráfica se obtiene?
- ¿Cómo son los productos del tiempo con su respectivo valor del premio?
- Escribe las conclusiones de la actividad

**Definición.**

***REPARTOS PROPORCIONALES: En muchas ocasiones se debe repartir una suma o valor en varias partes que son directa o inversamente proporcionales a números previamente establecidos.***

***Para ello se usa la siguiente regla de las proporciones:***

$$\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=\frac{a+b+c}{x+y+z}$$ ***Si el <u>reparto es directamente proporcional</u>.***

***Cuando <u>el reparto se hace de forma inversa</u> se cumple que:***

$$\frac{a}{\frac{1}{x}}=\frac{b}{\frac{1}{y}}=\frac{c}{\frac{1}{z}}=\frac{a+b+c}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}$$

***ACTIVIDAD GRUPO 4***

***PREPARACIÓN DEL JUGO Y LOS SÁNDWICHES***

*Ingredientes para 1 litro de jugo de muracuyá (5 porciones)*

- 3 maracuyás
- 1 litro de agua

- 5 cucharadas de azúcar

*Ingredientes para 20 sándwiches*

- 500 gramos de mortadela
- paquetes de 460 gramos de pan tajado
- 500 gramos de queso
- 500 gramos de tomate

Con la información anterior completa la siguiente tabla:

| **Artículo** | **5 porciones** | **10 porciones** | **20 porciones** | **30 porciones** | **40 porciones** |
|---|---|---|---|---|---|
| Maracuyá | | | | | |
| Agua | | | | | |
| Azúcar | | | | | |
| Mortadela | | | | | |
| Pan tajado | | | | | |
| Queso | | | | | |
| Tomate | | | | | |

Según la información recolectada en el cuadro, analiza y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué sucede con la cantidad de ingredientes a medida que se necesita mayor número de porciones?
b. ¿Qué valores obtienes al dividir la cantidad de maracuyá con el respectivo número de porciones?
c. ¿Si en la receta inicial se necesitan 5 cucharadas de azúcar para un litro de agua, cuántas maracuyás se necesitan para una preparación que requiere 3 litros de agua?

d. ¿Si en la receta inicial se necesitan 500 gramos de mortadela para 2 paquetes de pan tajado (920 g), cuántos gramos de mortadela se requieren para una preparación que lleve 5 paquetes de pan tajado?

Divide el número de cucharadas de azúcar requeridos para 5 porciones entre las cucharadas de azúcar requeridos para 20 porciones.

Divide los gramos de queso requeridos para 10 porciones entre los gramos de queso requeridos para 30 porciones.

¿Qué se puede concluir de los resultados anteriores?

¿Cuál es la razón entre las cantidades de agua requeridas para?:
a. 5 y 10 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 10 y 40 porciones

¿Cuál es la razón entre las cantidades de mortadela requeridas para?:
a. 5 y 10 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 10 y 40 porciones

Compara las razones obtenidas de la cantidad de agua y la cantidad de mortadela para:
a. 5 y 10 porciones b. 20 y 40 porciones c. 5 y 20 porciones d. 10 y 40 porciones

Construye una gráfica en la cual se observe la relación de la cantidad de maracuyás respecto al número de porciones.

¿Qué tipo de gráfica se obtiene?

¿Cómo son los cocientes entre la cantidad de ingrediente y su respectivo número de porciones?

¿Si la cantidad del ingrediente es cero a que cantidad de porciones corresponde?

***ACTIVIDAD GRUPO 5***

***DISTRIBUCIÓN DEL PRESUPUESTO***

Cada grupo pasará la lista de artículos que necesitan, al grupo de presupuesto.

Con las listas de artículos, el grupo calculará los costos de la fiesta.

El grupo consiguió los siguientes precios:

- 250 g de fruta fresca: $ 2230
- 30 huevos: $ 5600
- 110 $cm^3$ de extracto de vainilla: $ 900
- 1 kg de azúcar morena: $ 1400
- 1 lb. de harina: $ 650
- 1 l de aceite: $ 3300
- 175 g de levadura en polvo: $ 2920
- 1 lb. de sal: $ 170
- 30 g de canela: $ 730
- 1 l de leche: $ 1150
- 295 g de crema de leche: $ 3450
- 1 lb. de azúcar refinada: $ 700
- Paquete de servilletas (100 unidades): $ 1055
- Platos desechables (20 unidades): $ 1120
- Tenedores desechables (20 unidades): $ 1550
- Cucharas desechables (20 unidades): $ 1550
- Vasos desechables (25 unidades): $ 950
- Pan tajado (460 g): $ 1900
- 1 kg de tomate: $ 1200
- 500 g de mortadela: $ 5400
- 500 g queso: $ 4600

- 1 docena de maracuyá: $ 2000

Con esta lista de precios, el grupo calculará el costo total de la fiesta, organizada para 40 personas. Completa la siguiente tabla:

| Artículo | Cantidad | Valor |
|---|---|---|
| *Frutas picadas* | | |
| *Huevos* | | |
| *Extracto de vainilla* | | |
| *Azúcar morena* | | |
| *Harina* | | |
| *Aceite* | | |
| *Levadura* | | |
| *Sal* | | |
| *Canela* | | |
| *Leche* | | |
| *Azúcar refinada* | | |
| *Crema de leche* | | |
| *Premio concurso* | | |
| *Servilletas* | | |
| *Cucharas desechables* | | |
| *Tenedores desechables* | | |
| *Platos desechables* | | |
| *Vasos desechables* | | |
| *Mortadela* | | |
| *Pan tajado* | | |
| *Queso* | | |
| *Tomate* | | |
| *Maracuyá* | | |

*TORTA PARA 40 PERSONAS*

| INGREDIENTES | CANTIDAD | VALOR |
|---|---|---|
| *HARINA* | | |
| *HUEVOS* | | |
| *ACEITE* | | |
| *AZUCAR* | | |
| *LEVADURA EN POLVO* | | |
| *EXTRACTO DE VAINILLA* | | |
| *SAL* | | |
| *FRUTAS PICADAS* | | |
| *CANELA* | | |
| | *COSTO TOTAL* | |

*HELADO PARA 40 PERSONAS*

| INGREDIENTES | CANTIDAD | VALOR |
|---|---|---|
| *LECHE* | | |
| *HUEVOS* | | |
| *CREMA DE NATA* | | |
| *AZUCAR* | | |
| | *COSTO TOTAL=* | |

*JUGO PARA 40 PERSONAS*

| INGREDIENTES | CANTIDAD | VALOR |
|---|---|---|
| *MARACUYA* | | |
| *AGUA* | | |
| *AZUCAR* | | |

| | |
|---|---|
| *COSTO TOTAL=* | |

*SÁNDWICHES PARA 40 PERSONAS*

| INGREDIENTES | CANTIDAD | VALOR |
|---|---|---|
| *PAN TAJADO* | | |
| *MORTADELA* | | |
| *QUESO* | | |
| *TOMATE* | | |
| | *COSTO TOTAL=* | |

***ELEMENTOS TEORICOS***

Un *porcentaje* es una fracción en la que el denominador es 100.

Así: $20\% = \frac{20}{100}$

Un todo o unidad completa es el 100%.

Para hallar que porcentaje es una cantidad de otra, considerada como unidad o total, procedemos así:

X = porcentaje buscado.

T = cantidad total.

C = cantidad dada.

T -------- 100

C -------- X

Luego la proporción es: $\frac{T}{C} = \frac{100}{X}$ Entonces; $X = \frac{C.100}{T}$

Con la información obtenida completa la siguiente tabla

| ARTÍCULO | VALOR | FRACCIÓN (valor artículo /total) | Forma DECIMAL | PORCENTAJE |
|---|---|---|---|---|
| *Torta* | | | | |
| *Helado* | | | | |
| *Sándwich* | | | | |
| *Jugo* | | | | |
| *Platos, vasos, servilletas, cucharas, tenedores* | | | | |
| *Premio del concurso* | | | | |
| | | | *COSTO TOTAL =* | |

¿Cuál es el artículo que mayor porcentaje de dinero necesita?

¿Cuál es el artículo que menor porcentaje de dinero necesita?

Construya un diagrama de barras que relacione costo del artículo y su respectivo porcentaje.

¿Qué sucede con el porcentaje de dinero de un artículo cuando se aumenta su costo?

¿El dinero y el porcentaje son magnitudes inversamente o directamente proporcionales? Justifica la respuesta.

La siguiente igualdad es verdadera o falsa. Justifica la respuesta

$$\frac{50000}{100000} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

¿Cuánto es el costo total de la fiesta?

Suma la columna de las fracciones, ¿qué se obtiene?

Suma la columna de los decimales, ¿qué se obtiene?

Suma la columna de los porcentajes, ¿qué sucede?

¿Las columnas de las fracciones, de los decimales, de los porcentajes; brindan la misma o diferente información?

**BIBLIOGRAFIA.**


- CALDERON, Alfonso. Dibujando la figura humana. Ediciones CEAC. Barcelona 1984.

- CASASBUENAS, Santamaría Cecilia y otros. Marco general matemática propuesta de programa curricular, noveno grado de educación básica. Dirección general de capacitación, currículo y medios educativos del ministerio de e4ducación nacional. Santa Fe de Bogota. 1991.

- CEBALLOS, Argemiro. La proporción divina y la sección áurea aplicada al diseño. Revista Ingenierías. Universidad de San Buenaventura. Cali ·8. Julio-Diciembre de 2001. pagina 171-179.

- CORREA, Héctor Emilio. Monografía Proporcionalidad y sus aplicaciones. Medellín. U de A. facultad de Educación. Especialización en enseñanza de las matemáticas. 1998.

- GHYKA, Matila C. El Número de Oro. Poseidon. Buenos Aires. 1968.

- GOMEZ, Laureano. Método teórico y práctico para órgano y organeta. Escala musical. Medellín.

- LIVINUS Ugochukwu Uko, Matemáticas amenas. Universidad de Antioquia. 2000.

- MESA, Orlando. Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Centro de pedagogía participativa. Medellín. 1997.

- NEWMA, James. Sigma. El mundo de las matemáticas. Grijalbo. S.A. Barcelona 1968.

- NEWMAN, James R. Sigma: El mundo de las matemáticas. Ediciones Grijalbo, S. A. Barcelona 1983.

- ODETTE, David. La perspectiva como expresión en el dibujo. Azul Cribe Ltda . Barranquilla. 2001.

- PACIOLI, Luca.  La divina proporción. Akal. España. 1991.

- PAPPAS, Theoni. El encanto de la Matemática. España. Juegos & co. 1997.

- PINILLA, Germán. DO RE MI Educación musical 7. Voluntad. 1997.

- WITTKOWER, R. Brunellesch y la proporción en la perspectiva. Ed Gustavo Gili. Barcelona. 1978.