
Anexos

Anexo 1. Consentimiento informado enviado a padres de familia

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Participación en el proyecto de investigación "*Procesos relativos al razonamiento proporcional en estudiantes de grado séptimo*"

Es probable que el presente formulario de consentimiento contenga palabras o conceptos que usted no entienda. Por favor, pídale al investigador que le expliquen todas las palabras, conceptos o información que no comprenda con claridad. Igualmente, puede realizar todas las preguntas que considere sean necesarias para tomar la decisión, tómese el tiempo necesario para pensar y, si es del caso, consulte a familiares, amigos o personas allegadas que le ayuden a comprender mejor las razones para aceptar su inclusión en la investigación.

Identificación de los investigadores.

[Redacted] (investigadora principal), [Redacted]
[Redacted] Medellín - Antioquia. Estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. Correo electrónico: [Redacted]

Sitio donde se llevará a cabo el estudio.

El estudio se desarrollará en el Colegio [Redacted] Medellín con las estudiantes del grado séptimo C, a través de los canales de comunicación que ofrece el colegio: [teams](#), [campus virtual](#), [google meet](#) y demás aplicaciones.

Entidad que respalda

Esta investigación es respaldada por la Universidad de Antioquia

Información para el participante.

Este proyecto problematiza los acercamientos que, con frecuencia, se desarrollan en las aulas de clase colombianas con relación al razonamiento proporcional y la proporcionalidad directa e inversa. Con esto, hago alusión a la enseñanza de la proporcionalidad únicamente vinculada al uso y manejo de la regla de tres simple y compuesta, las cuales, aunque permite resolver de manera rápida problemas cotidianos de proporcionalidad, no siempre promueven el desarrollo de procesos de razonamiento. Por eso, con este proyecto se busca promover en las estudiantes procesos de razonamiento proporcional cuando se enfrentan a situaciones de proporcionalidad, es decir, que puedan generar un sentido de covariación entre cantidades, capacidades para reconocer comportamientos lineales y no lineales entre las magnitudes y la habilidad para identificar patrones estructurales en relaciones de segundo orden.

En este sentido, la atención del estudio se centrará en la actividad de las estudiantes, en la manera como se enfrentan y resuelven los problemas y los procesos que en ellas se van movilizando; por lo tanto, para la recolección de los datos y la información se analizarán los registros de las sesiones de clase sincrónica, los vídeos grabados y las soluciones a las

actividades y talleres. Solo en algunos casos, se solicitarán espacios ~~extra-clase~~ para profundizar o aclarar hallazgos, a través de entrevistas semi estructuradas.

No se divulgará información personal sobre las estudiantes a ninguna persona fuera del proceso de la investigación. El nombre de cada estudiante será reemplazado por un seudónimo. El personal de investigación mantendrá la información confidencial y no se revelará ningún detalle que permita la identificación personal del estudiante (fotos, nombres, imágenes, etc.) en cualquier material o documento que se haga público. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no se incluirá información que puede revelar la identidad de las estudiantes. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad

Identificación de los riesgos o molestias y plan para minimizarlos.

Entre los riesgos del proyecto se consideran la participación de los estudiantes menores de edad en tanto se hace necesario el cumplimiento de normas relacionadas con la protección de la identidad (personal e institucional), salvaguardar el buen nombre, y el buen uso de los datos y la información utilizada en el proceso. Para minimizar dicho riesgo, se utilizarán solo los canales institucionales y aplicaciones permitidas y se socializará a sus padres los propósitos, compromisos y riesgos de la investigación.

Beneficios para el participante.

Los estudiantes que participen de la investigación podrán tener un acercamiento a los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad desde los procesos y el desarrollo del razonamiento proporcional, lo cual les permitirá comprender y aplicar los conceptos a situaciones cercanas a sus contextos y realidades. La clase de matemáticas pensada en esta lógica responde a la necesidad de retomar tu papel como protagonista del aprendizaje, buscando la motivación y el interés constante en torno a procesos en los que es necesario cuestionar las ideas y buscar soluciones a problemáticas. Se trata de constituir un espacio en el que puedas indagar, experimentar, reflexionar y discernir en torno a temas de tu interés, relacionados con las matemáticas.

Además, tendrán la oportunidad de aportar y colaborar al campo de la Educación Matemática con sus actividades, discusiones y formas de hacer matemáticas.

Procedimientos del estudio.

Bajo un enfoque de investigación cualitativa y en consonancia con los planteamientos de la investigación de diseño, se observan y caracterizan los procesos que movilizan las estudiantes al enfrentarse a situaciones de proporcionalidad. En ese sentido, les solicitamos su colaboración y respaldo en este ejercicio autorizando que la actividad de sus hijas sea registrada a través de los medios que se presentan a continuación, con el fin de que posteriormente sea analizada en función de los objetivos del proyecto:

SI NO

1. Videos que registran cada una de las sesiones de clase.

SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	2. Informe de las acciones realizadas y los contenidos desarrollados en el curso.
SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	3. Diálogos, documentos y demás recursos dispuestos en espacios virtuales institucionales que se utilice en el curso.
SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	4. Audios y videgrabaciones de entrevistas.
SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	5. Fotografías.

Participación en el proyecto

La investigación invita a participar a 15 estudiantes entre 12 y 14 años del grado séptimo del Colegio [redacted]. La participación en la investigación no tendrá efectos sobre la evaluación de la asignatura Matemáticas, ni tampoco ofrece riesgos para la salud, la integridad física o mental de las estudiantes.

La participación de las estudiantes será valorada y reconocida bajo la óptica del reconocimiento personal, el valor del trabajo socialmente útil y la participación en actividades colectivas de reconocimiento social. Adicionalmente, sobre la participación en el proyecto informamos además que:

- 1 La participación en el proyecto es voluntaria.
- 2 Las estudiantes se pueden retirar de la investigación en cualquier momento por medio de notificación verbal, sin que eso represente un perjuicio para ellos.
- 3 Las estudiantes no tendrán incentivos económicos o algún cobro por su participación en el proyecto.

Uso de las producciones de los participantes.

Se preservará la identidad de las estudiantes en el estudio a través de seudónimos y no se realizará ningún tipo de divulgación de la información recolectada que ponga en evidencia la identidad de las mismas. La información producida será salvaguardada en medios físicos y electrónicos, y en este proceso, se cumplirá la norma colombiana al respecto (decreto 1377 de 2013). Dichas producciones serán usadas solo con fines académicos e investigativos evitando sesgos y juicios de valor que afecten a las estudiantes. La información recolectada será archivada en formato digital en los computadores de los investigadores del proyecto, y será utilizada para los fines propuestos en esta investigación. Tampoco será vendida o cedida a terceras personas o entidades.

La información recolectada podrá ser utilizada en investigaciones de otros miembros del Grupo de Investigación MATHEMA de la universidad de Antioquia. En tal caso, le solicitamos el favor de marcar a continuación si está de acuerdo o no con la que usemos la información relacionada con su persona:

SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>	Autorizo para que la información relacionada con mi persona sea utilizada en otros proyectos del grupo de investigación MATHEMA.
---	--

Obligaciones del investigador.

La investigadora orientará pedagógicamente el curso con regularidad como se ha venido haciendo durante el este año, sin afectar los compromisos curriculares propuestos por el colegio. Sin embargo, de manera adicional realizará un seguimiento más exhaustivo de la participación y proceso educativos de las estudiantes, con el propósito de atender cualquier novedad que surja en relación con el desarrollo del proyecto.

La información recolectada sólo se utilizará para fines académicos. Los investigadores se comprometen a informar oportunamente cualquier hallazgo que pueda significar problemas o beneficios en la formación de las estudiantes del proceso.

Devolución de la información en la investigación.

El desarrollo del proceso de investigación contempla la difusión de resultados finales a través de artículos de investigación y participación en congresos nacionales o internacionales. Además de esto, contempla procesos de difusión e interacción con el Colegio.

Personas a contactar para información

_____ (investigadora principal). Docente Colegio _____
 Correo electrónico: _____edu.co

_____ (Asesor) y _____ (integrante grupo de investigación MATHEMA). Lugar de trabajo: Universidad de Antioquia, _____ Of. 9-415 Medellín – Antioquia.
 Teléfono: _____
 Correo electrónico: grupomathema@udea.edu.co

Aceptación de la participación

Manifiesto que no he recibido presiones verbales, escritas y/o mímicas para participar en el estudio; que dicha decisión la tomé en pleno uso de mis facultades mentales, sin encontrarse bajo efectos de medicamentos, drogas o bebidas alcohólicas, consciente y libremente. Además, me fue entregada una copia del consentimiento informado.

He leído y escuchado satisfactoriamente las explicaciones sobre la participación en esta investigación; así mismo, se me brindó copia del consentimiento informado y he tenido la oportunidad de hacer preguntas a las cuales se me han respondido satisfactoriamente, por lo que estoy de acuerdo en participar en ella y autorizo el uso de la información obtenida para los propósitos planteados en el apartado introductorio del presente consentimiento.

Anexo 2. Asentimiento informado enviado a estudiantes

Asentimiento de estudiantes para la *participación* en la investigación Procesos relativos al razonamiento proporcional en estudiantes de séptimo grado.

Por este medio deseo invitarte para que hagas parte de esta investigación la cual se desarrolla en el marco del posgrado Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia, del cual actualmente hago parte.

En el marco de esta investigación se ha retomado la clase de matemáticas en el colegio para generar ambientes en los que puedas abordar las matemáticas, y en particular la proporcionalidad, desde los procesos de razonamiento. En el proceso Articulamos los desempeños propuestos por el Colegio en las estructuras conceptuales del área con los procesos relativos al razonamiento proporcional. Esto nos permite favorecer en el trabajo en el área la a través de situaciones de tu contexto próximo a partir de las cuales desarrollar una conciencia de un sentido de covariación entre cantidades, el reconocimiento de comportamientos lineales y no lineales entre las magnitudes y habilidades para identificar patrones estructurales en relaciones de segundo orden. Así, a partir de tus ideas podrás, de un lado, reflexionar en torno al uso de las matemáticas en tus vivencias diarias, y de otro, aprender sobre temas que aportarán a tu crecimiento tanto intelectual, como personal.

¿Por qué se realiza esta investigación?

Este proyecto problematiza los acercamientos que, con frecuencia, se desarrollan en las aulas de clase colombianas en relación con el razonamiento proporcional y la proporcionalidad directa e inversa. Con esto, hago alusión a la enseñanza de la proporcionalidad únicamente vinculada al uso y manejo de la regla de tres simple y compuesta, las cuales, aunque permite resolver de manera rápida problemas cotidianos de proporcionalidad, no siempre promueven la puesta de procesos de razonamiento. Por eso, con este proyecto se busca promover en las estudiantes procesos de razonamiento proporcional cuando se enfrentan a situaciones de proporcionalidad.

La clase de matemáticas pensada en esta lógica responde a la necesidad de retomar tu papel como protagonista del aprendizaje, buscando la motivación y el interés constante en torno a procesos en los que es necesario cuestionar las ideas y buscar soluciones a problemáticas. Se trata de constituir un espacio en el que puedas indagar, experimentar, reflexionar y discernir en torno a temas de tu interés, relacionados con las matemáticas

¿Existen probables riesgos y/o incomodidades para ti?

Los riesgos para ti en esta investigación son bajos. En la clase de matemáticas se procurará que proporciones tus pensamientos en torno al trabajo que realizas. Te realizaré entrevistas enfocadas en tus percepciones y sentires, te pediré fotos y vídeos de tu forma de resolver problemas y realizaré grabaciones de audio y video. Si no deseas participar en alguna de las actividades que se propongan estarás en libertad de hacerlo. Si te sientes incómodo con alguna pregunta durante la entrevista de grupo, no tienes que contestarla.

Igualmente, no tienes que preocuparte de decir algo "equivocado". Además, el proceso del grupo será coordinado por tu profesor(a) que ha participado de los procesos relacionados con la investigación, sabe cómo

ayudarte y ayudar a tus compañeros a escuchar de manera respetuosa cada una de las opiniones. Los investigadores escucharán con cuidado y se cerciorarán de que te sientas cómodo. Se te invitará también a que hables con el entrevistador en privado, si no deseas discutir las experiencias delante de otros estudiantes.

¿Qué pasará con tu privacidad?

No se divulgará ninguna información tuya a cualquier persona fuera del proceso de la investigación. Tu nombre será reemplazado por seudónimo. Los investigadores mantendrán la información confidencial y no se revelará en ningún material o documento. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no hay información incluida que puede revelar tu identidad de ninguna forma. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

¿Puedes retirarte del estudio?

Puedes elegir estar en esta investigación o no. Puedes retirarte en cualquier momento sin consecuencia alguna. Puedes también rechazar contestar cualquier pregunta que no desees contestar y todavía permanecer en la investigación. El retiro de la investigación no afectará tu proceso académico en el área de matemáticas.

¿A quién pregunto si tengo alguna duda?

Si tienes preguntas que no sean tratadas por esta forma del consentimiento, te puedes comunicar con Paola Gómez. Los investigadores estarán disponibles para discutir cualquier pregunta que desees plantear.

¿Deseas participar de la investigación?

Si deseas participar en la investigación de manera voluntaria y aceptas lo mencionado antes, firma y escribe en letra legible tu nombre en la línea que aparece abajo.

Firma del estudiante. Acuerdo querer participar en esta investigación. Manifiesto entender que puedo elegir el no participar en ella, incluso después de que haya concedido este permiso, y que se me han aclarado las dudas que he manifestado al respecto de la investigación y mi participación en ella.

Nombre del estudiante

D.I.: _____

Fecha: _____

Firma del estudiante

Anexo 3. Tarea 1 introductoria sobre proporcionalidad inversa

Te invito a resolver los siguientes problemas utilizando tu lógica y tus conocimientos matemáticos. Lee detenidamente cada situación y analiza las preguntas propuestas. Antes de comenzar a hacer cálculos, puedes intentar si así lo prefieres, a resolver el problema utilizando dibujos o gráficos. Escribe detalladamente todo lo que se te ocurra, incluso si te parece que es descabellado.¹

Situación 1: Catalina tienen en su finca 6 vacas. Ella ha comprado una cantidad de comida la cual le ha durado 90 días dando a cada vaca la misma porción diaria. Un día, su padre llega a la finca con otras 6 vacas, por lo cual ella se pregunta

A) ¿Cuántos días le va a durar la misma cantidad de cuidado para alimentar todas las vacas que tiene ahora en su finca?

B) Explica cómo resolviste el problema. ¿Qué información descubriste que te ayudó a llegar a la respuesta?

C) Ahora, Catalina quiere hacer los cálculos para saber cuántos días le dura la comida dependiendo la cantidad de vacas que tenga, para eso ayúdala a llenar la siguiente tabla.

¹ Tarea adaptada únicamente para fines académicos e investigativos de Chizner et al. (2010)

Cantidad de vacas	Cantidad de días que dura la comida
1	
2	
3	
6	90
8	
15	
18	

D) Explica cómo lograste completar la tabla. ¿Cómo encontraste el valor de 15?

Situación 2: La vecina de mi abuela, la señora Tulia vende empanadas. Al final de su jornada ella envasa el total del aceite que utilizó en 8 barriles cada uno de 20 litros de capacidad.

A) Ayer no logró encontrar sus barriles, así que utilizó otros que tenían una capacidad de 6 litros cada uno ¿Cuántos barriles en total llenó doña Tulia sabiendo que siempre le queda la misma cantidad de aceite al final de su jornada? Recuerda explicar cómo encontraste la respuesta.

B) A la semana siguiente su hijo le llevó 10 barriles distintos a los anteriores y en ellos pudo envasar todo el aceite ¿Cuál es la capacidad de esos barriles?

Anexo 4. Tarea 2 Construcción de familias de rectángulos de igual área

La siguiente actividad se va a resolver en los equipos. Todas las estudiantes toman nota en su cuaderno y lo suben al campus. La idea de trabajar en los equipos es que puedan discutir entre todas las preguntas y llegar juntas a una solución.²

- A) El siguiente rectángulo tiene base igual a 4 cm y altura igual a 3 cm. Teniendo en cuenta esta información, encuentren y dibujen todos los rectángulos posibles que tengan la misma área.



- B) Ahora, tomando como referencia el rectángulo inicial, van a dividir la altura de 3 cm en cuatro partes iguales y luego, van a reacomodar esas partes para formar otros rectángulos distintos. Dibuja los rectángulos encontrados.

¿Cuánto mide el área de los nuevos rectángulos construidos? ¿Por qué? ¿Cuáles son las medidas de la base y la altura del nuevo rectángulo construido siguiendo el procedimiento?

Compara el rectángulo dibujado con el inicial y describe los cambios encontrados de un rectángulo al otro.

- C) ¿Se podrá construir un rectángulo de 8 cm de altura y que su área sea de 12 cm^2 ? ¿Cuál será la medida de la base? Explica tu respuesta.

² Tarea adaptada únicamente para fines académicos e investigativos de Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires (2019).

D) ¿Puede ser que la base de un rectángulo mida 100 cm y que su área sea de 12 cm^2 ? Si piensan que no, expliquen por qué; si piensan que sí, den la medida de la altura de ese rectángulo.

E) A partir del trabajo realizado en los ítems anteriores, completen la siguiente tabla, que relaciona la base y la altura de diferentes rectángulos que tienen área igual a la del primer rectángulo.

Base (cm)	4								
Altura(cm)	3						5	2,5	0.5

F) ¿Cuántas posibles medidas hay para la base y la altura del rectángulo de área 12 cm^2 ?
Explica tu respuesta

G) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad en esta situación? ¿Qué significa dicha constante?

H) Escriba la fórmula o modelo matemático que describa la manera como se relacionan las variables de esta situación. Explica cómo se utiliza dicho modelo.

Anexo 5. Sistematización con las categorías en la matriz de análisis

Título de la investigación: Procesos relativos al razonamiento proporcional en estudiantes de séptimo grado al abordar situaciones de proporcionalidad inversa

Objetivo de la investigación: Caracterizar los procesos y procedimientos relativos al razonamiento proporcional que movilizan estudiantes de grado séptimo al abordar situaciones de proporcionalidad inversa

Categorías iniciales:

Razonamiento proporcional

Procedimientos

Categorías emergentes:

Constante de proporcionalidad

Anexo la imagen para tener el contexto

1. Vacas
 $\begin{matrix} \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \end{matrix} \rightarrow + \begin{matrix} \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \end{matrix} = 12$

• Tenemos ahora el doble de vacas

90 días \rightarrow $\div 2$ (grupos de vacas)

$\begin{matrix} \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \end{matrix} \rightarrow \frac{1}{2}$ de comida a. R// = Le va a durar 45 días ($90 \div 2 = 45$)

$\begin{matrix} \circ \circ \circ & \frac{1}{2} \\ \circ \circ \circ & \frac{1}{2} \\ + & \\ \circ \circ \circ & \frac{1}{2} \\ \circ \circ \circ & \frac{1}{2} \end{matrix}$ de comida b. - Doble
 - 6 + 6
 - Repartir comida

2	270	0 0 0 0 0 0
3	180	$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$
6	90	
8	67,5	
15	36	
40		

40	180
$\times 6$	$\times 3$
540	540

Entrevista Estudiante tarea introductoria proporcionalidad inversa (E2, AI / Entrevista Estudiante 2, Tarea Introductoria)

00:00 Profesora: ¿Puedes contarme cómo resolviste la situación 1?

0:06 Estudiante: La comida que le daba, pues lo que compraba le duraba 90 días, entonces, yo lo que pensé como en ese instante, es que dijeron que nos dieron otras 6 vacas, en total ya tendríamos 12, pero yo lo pensé más bien como el doble. Entonces teníamos el doble de vacas y pues según mi lógica [risa], si estábamos diciendo digamos las vacas por dos, para mí era como el tiempo que duraba esa comida dividido dos. Porque esa comida duraba como para un grupo, eh esto y después si se duplicaba había que partir a la mitad a la comida para darle a los dos grupos. Así saqué entonces que le iba a durar 45 días.

Luego en la tabla apliqué como lo mismo para [silencio], pues nos daban como varias cantidades de vacas entonces primero completé la del seis que ya la tenía

1:19 Profesora: Eso, esa era la que nos daban ¿cierto? que para seis vacas duraba 90 días

1:24 Estudiante: sí, y después como apliqué la misma lógica que había hecho en el punto 1 con el resto, entonces dije que, si eso era igual y cada vez que si era el doble o la mitad, se hacía la operación contraria por así decirlo. Entonces si dividíamos la cantidad de vacas, ahora eran tres [vacas], pues se multiplicaba por dos la cantidad de días que duraba la comida y pues eso me dio 180.

1:56 Después lo que hice fue realmente un ensayo, dije, voy a probar esto.

2:06 Estudiante: Entonces lo que hice fue multiplicar la cantidad de vacas por la cantidad de días que duraba la comida. Porque yo lo pensé como si esa comida que le tocaba a cada una de esas seis vacas, como un sexto, porque era un sexto del total de la comida. Entonces si sumas todos esos un sexto, todas esas partes, pues te debería dar el total de una vaca, entonces lo multiplique por seis, esa cantidad de días y eso me dio 540 y como comprobación también lo hice con 3 y también me dio 540.

3:20 Profesora: [...] Entonces para los demás que hiciste?

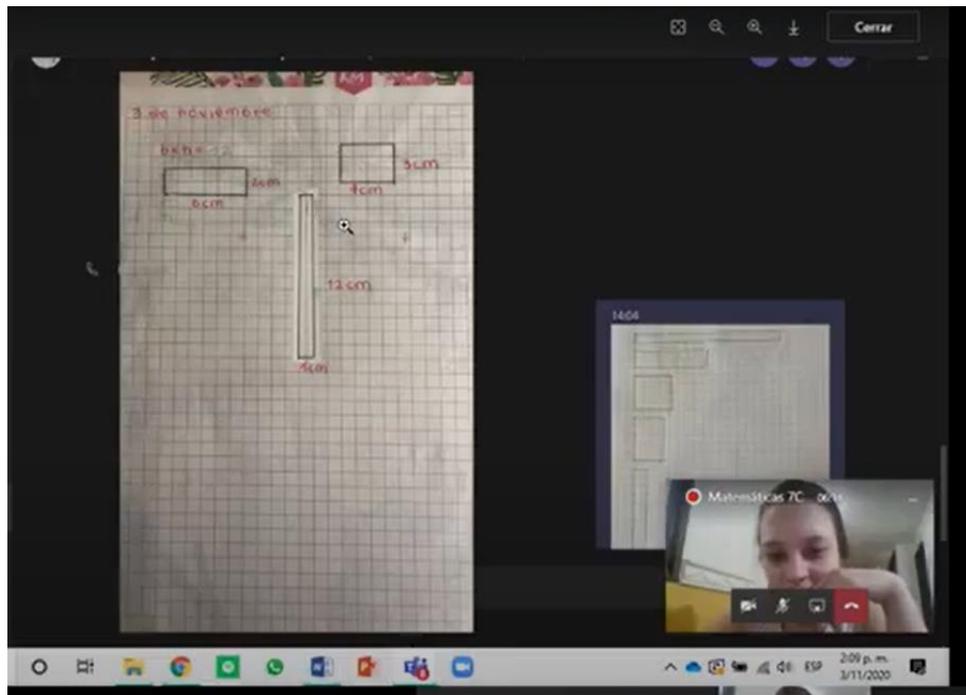
- P PAOLA
Razonamiento proporcional: Reconocimiento de relaciones multiplicativas. Razón el doble (concepto). Este incremento pudo haberlo pensado como una relación aditiva.
- P PAOLA
Razonamiento proporcional: Reconocimiento de relación cualitativa. Si las vacas aumentan, el tiempo que dura la comida debe disminuir.
- P PAOLA
Procedimiento: relación inversa entre las cantidades. Relación inversa entre las cantidades
- P PAOLA
Razonamiento proporcional / procedimiento: razonamiento por analogías. Replicar el patrón encontrado
- P PAOLA
Razonamiento proporcional: razonamiento por analogías. Relación inversa entre las cantidades
- P PAOLA
Razonamiento proporcional: Covariación y correspondencia entre las cantidades
- P PAOLA
Aunque realiza el planteamiento no puede explicar bien cómo logra llegar allí, no tiene el origen de su procedimiento. Parece no estar totalmente segura de su procedimiento ¿?
- P PAOLA
Razonamiento proporcional / Constante de proporcionalidad: Conceptos previos, números racionales, constante de proporcionalidad como unidad invariante.

<p>3:26 Estudiante: para los demás pues dije, si multiplico entonces la cantidad de vacas por la cantidad de días que dura la comida y esto me da el total, pues si divido el total entre la cantidad de vacas que es la otra información que me están dando, me debería dar la cantidad de días, que es la operación contraria, entonces hice eso con cada uno, 540 dividido 18, dividido 15, dividido 8, todo, y pues así saqué la tabla.</p>	<p>PAOLA Razonamiento proporcional Constante de proporcionalidad - invariante</p>
<p>4:01 Profesora: te voy hacer entonces una preguntica, lo primero, para ti que fue lo más relevante del problema para tu encontrar esa solución, que fue lo que viste que te ayudó definitivamente a resolver la tarea muy fácilmente, hay algún dato, algún elemento del problema que haya sido controversial, ósea, algo que tú digas, a partir de este momento la tarea se hizo muy sencilla</p>	<p>PAOLA Constante de proporcionalidad como transformador que me permite ir de un sistema de cantidad al otro sistema de cantidad.</p>
<p>4:26 Estudiante: fueron como dos puntos, primero una palabra que yo resalté mucho que fue algo que se me vino a la mente en el momento de leer el problema, pero fue algo que me ayudó mucho como tal y es que pensé en ese doble, no pensé que era ese seis más sino que era el doble de lo que ya teníamos, era lo mismo por dos y entonces saber cómo que la división era la operación contraria a la multiplicación, y ya me fue saliendo como todo.</p>	<p>PAOLA Conceptos: Relación multiplicativa</p>
<p>5:04: Profesora: ¿esos serían los dos puntos, cierto?</p>	<p>PAOLA Razonamiento proporcional: Relación cualitativa y cuantitativa inversa</p>
<p>5:06: Estudiante: si, también estaría cuando probé multiplicar y me salió y de ahí saqué el resto de la tabla</p>	<p>PAOLA Constante de proporcionalidad e invariante</p>
<p>5:16 Profesora: ¿pero eso sería una intuición o qué? ¿Qué te llevaría a pensar en eso?</p>	
<p>5:20 Estudiante: si, yo diría que sí, porque la verdad yo en el momento no pensé, así como, si esto por esto y esto, porque yo muchas veces cuando resuelvo cosas, no pienso tanto en el procedimiento sino me guío más como por la intuición, especialmente en estos de lógica matemática.</p>	<p>PAOLA Procedimientos: Sin prejuicio algorítmico, resolver la situación analizando las cantidades y las relaciones que allí se dan</p>
<p>5:45 Profesora: bueno, te voy a hacer otra pregunta. Cuando tu encuentras ese total que cuando multiplicas todo te da 540 como podríamos interpretar ese 540 en el problema, es decir, por ejemplo, al principio dijimos que seis corresponde a seis vacas, ósea, las cantidades dentro del problema tienen un significado, como podríamos entender esos 540, ¿qué dices?</p>	
<p>6:12 Estudiante: pues para mi ese 540 eran como el total, por así decirlo, porque si estaba diciendo que a cada vaca le tocaba un sexto estaba diciendo que ese 540 representaba el total de esa comida.</p>	<p>PAOLA Constante de proporcionalidad: Significado del <u>total</u> <u>invariante</u> en el contexto del problema</p>
<p>6:33 Profesora: ¿ósea que 540 es comida? ¿O es días o es vacas o es combinación de ambos?</p>	
<p>6:40 Estudiante: 540 era como el total de días que duraba la comida</p>	<p>PAOLA Constante de proporcionalidad Unidades de medida, conocimiento social que le permite saber que 540 comida no tiene sentido</p>
<p>6:46 Profesora: ¿para cuántas vacas?</p>	
<p>6:48 Estudiante: para una y como era uno yo lo representaba como el total</p>	
<p>6:53 Profesora: exacto. Ósea que no es la comida sino los días que dura la comida para una sola vaca. Y otra pregunta sería: muchas de tus compañeras vieron ahí un problema de proporcionalidad</p>	

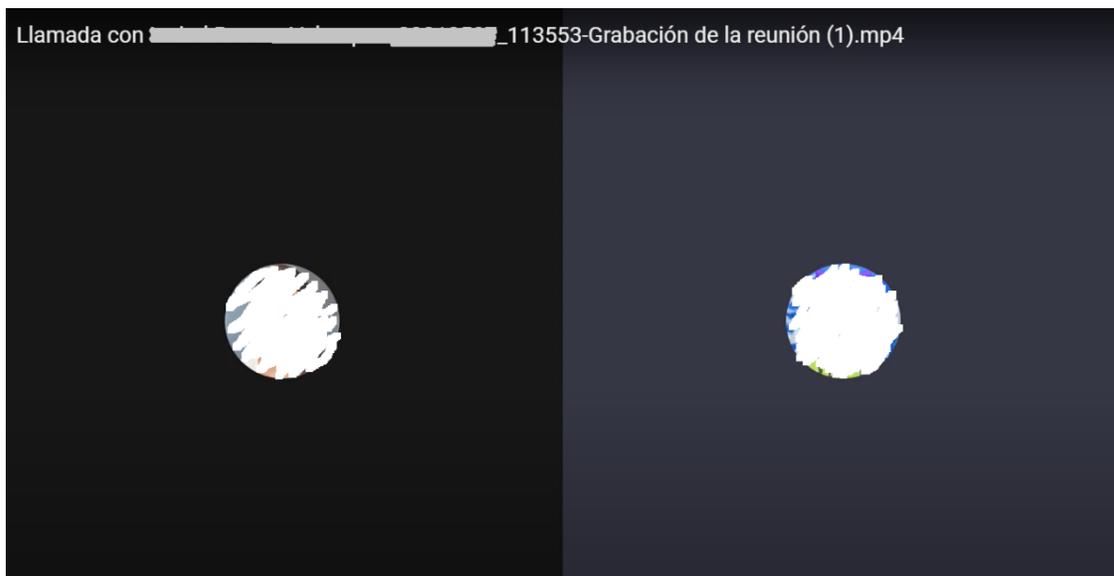
Categoría 1 Razonamiento proporcional	Subcategoría Cantidades involucradas	Subcategoría Covariación cualitativa	Subcategoría Razonamientos por analogía	Subcategoría Correspondencia bilineal entre cantidades
Testimonio	<p>"La comida que le daba, pues lo que compraba le duraba 90 días, entonces, yo lo que pensé como en ese instante, es que dijeron que nos dieron otras 6 vacas, en total ya tendríamos 12, pero yo lo pensé más bien como el doble" (E2, T1, 0:06)</p> <p>"algo que me ayudó mucho como tal y es que pensé en ese doble, no pensé que era ese seis más sino que era el doble de lo que ya tenemos, era lo mismo por dos" (E2, T1, 4:26)</p>	<p>"Entonces teníamos el doble de vacas y pues según mi lógica [risa], si estábamos diciendo digamos las vacas por dos, para mí era como el tiempo que duraba esa <u>comida dividido</u> dos. Porque esa comida duraba como para un grupo, eh esto y después si se duplicaba había que partir a la mitad a la comida para darle a los dos grupos." (E2, T1, 0:06)</p> <p>"saber cómo que la división era la operación contraria a la multiplicación, y ya me fue saliendo como todo." (E2, T1, 4:26)</p>	<p>"Entonces teníamos el doble de vacas y pues según mi lógica [risa], si estábamos diciendo digamos las vacas por dos, para mí era como el tiempo que duraba esa <u>comida dividido</u> dos. Porque esa comida duraba como para un grupo, eh esto y después si se duplicaba había que partir a la mitad a la comida para darle a los dos grupos. Así saqué entonces que le iba a durar 45 días." (E2, T1, 0:06)</p> <p>"Luego en la tabla apliqué como lo mismo para ... [silencio], pues nos daban como varias cantidades de vacas entonces primero completé la del seis que ya la tenía." (E2, T1, 1:06)</p> <p>"sí, y después como apliqué la misma lógica que había hecho en el punto 1 con el resto, entonces dije que, si eso era igual y cada vez que si era el doble o la mitad, se hacia la operación contraria, por así decirlo. Entonces si dividíamos la cantidad de vacas,</p>	<p>"Entonces lo que hice fue multiplicar la cantidad de vacas por la cantidad de días que duraba la comida. Porque yo lo pensé como si esa comida que le tocaba a cada una de esas seis vacas, como un sexto, porque era un sexto del total de la comida. Entonces si sumas todos esos un sexto, todas esas partes, pues te debería dar el total de una vaca, entonces lo multiplique por seis, esa cantidad de días y eso me dio 540 y como comprobación también lo hice con 3 y también me dio 540." (E2, T1, 0:06)</p> <p>"para los demás pues dije, si multiplico entonces la cantidad de vacas por la cantidad de días que dura la comida y esto me da el total, pues si divido el total entre la cantidad de vacas que es la otra información que me están dando, me debería dar la cantidad de días, que es la operación contraria, entonces hice eso con cada uno, 540 dividido</p>

			<p>pues se multiplicaba por dos la cantidad de días que duraba la comida y pues eso me dio 180" (E2, T1, 1:24)</p>	<p>o, todo, y pues así saque la tabla." (E2, T1, 3:26)</p>
<p>Análisis e interpretación</p>	<p>La estudiante es capaz de reconocer las cantidades involucradas en la situación: cantidad de vacas y duración de la comida, incluso aquellas que no son explícitas, como lo es la comida, la cual no tiene como tal ningún módulo de magnitud.</p> <p>Identifica que dichas cantidades pueden cambiar y que dichos cambios los puede expresar de distintas formas (aditivas y multiplicativas)</p>	<p>Aunque en sus palabras la estudiante no explicita una relación cualitativa de la forma entre mas vacas menos dura la comida, los procedimientos sugieren que dicha deducción es demasiado obvia para la estudiante, pues ni siquiera lo enuncia directamente (seguramente porque tiene un referente social en relación con dicho fenómeno).</p> <p>Otra manera que hace referencia a la covariación cualitativa encontrada por la estudiante menciona que si en una multiplica en la otra debe dividir, de manera que un cambio en una de las variables produce cambios inversos en la otra variable.</p>	<p>Una vez encontrada la covariación cualitativa, la estudiante comienza en la búsqueda de patrones cuantitativos. Y tal como ella lo propone, al pensar el cambio de la variable cantidad de vacas como un incremento multiplicativo (el doble) y no como un cambio aditivo (más 12), aparece la noción de razón como una cantidad determinante para comprender la variación en uno de los sistemas de cantidades. Esta razón no es una cantidad que sea pedida en ninguna parte de la situación.</p> <p>Y luego, guiada por la covariación cualitativa entre las cantidades entonces, la estudiante propone que sí la razón entre las vacas es el doble, la duración de la comida debe disminuir a la mitad, la relación inversa.</p> <p>Una vez que funciona su patrón, lo amplía otras de las cantidades pedidas, por ejemplo,</p>	<p>Al parecer el razonamiento de la estudiante va evolucionando progresivamente, pasando por varias etapas del razonamiento proporcional. En este punto, al no lograr encontrar una razón para otros números con respecto a la inicial, entonces busca otra estrategia.</p> <p>Esta estrategia está mediada por sus conocimientos previos con los números racionales, aparece más explícitamente la tercera cantidad, constante, como el elemento fundamental para correlacionar las cantidades relacionadas.</p> <p>Si bien la estudiante comprende su procedimiento, en la verbalización se muestra insegura al explicar cómo es que llega a él.</p>

Anexo 6. Registro fotográfico clase socialización tarea 2: Construcción de rectángulos



Anexo 7. Registro fotográfico de la entrevista corta con la estudiante 2 sobre la tarea introductoria



Anexo 8. Registro escrito tarea 1 introductoria realizada por la estudiante 2

RETOS:

1. Vacas

$$\begin{array}{r} 000 \\ 000 \end{array} \rightarrow + \begin{array}{r} 000 \\ 000 \end{array} = 12$$

Tenemos ahora el doble de vacas

90 días Comida $\div 2$ (grupos de vacas)

$\begin{array}{r} 000 \\ 000 \end{array} \rightarrow \frac{1}{4}$ de comida a. R// = Le va a durar 45 días ($90 \div 2 = 45$)

$\begin{array}{r} 000 \\ 000 \\ + \\ 000 \\ 000 \end{array} \frac{1}{2}$ de comida b. - Doble
 - 6×6
 - Repartir comida

C.	Cantidad de vacas	Cantidad de días que dura la comida
	1	540
	2	270
	3	180
	6	90
	8	67,5
	15	36
	18	20

Comida

$$\begin{array}{r} 000000 \\ \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \quad 180 \\ +6 \quad 23 \\ \hline 540 \quad 540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 540 \overline{) 18} \\ 48 \quad 18 \\ \hline 060 \\ 56 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 540 \overline{) 75} \\ 45 \quad 75 \\ \hline 090 \\ 0 \end{array}$$

36
59

A^o 5 - Suplenla V. Antonio

d. Aplique lo mismo del punto a con el 3, y luego intente multiplicar el número de vacas por el número de días asumiendo que los días fueran "la fracción de cada vaca". El resultado me dio 540, y según mi teoría esto debería ser el total, o sea 1 vaca, así que hice la misma multiplicación con los resultados que ya tenía y me dio 540, esto confirmaría la operación. Para el resto dividi 540 entre el número de vacas.

2.

Datos

- 8 barriles (20 L)
- 6 L → # barriles ?

R// = Doña Tulia llenó 27 barriles con 6L de aceite cada uno.

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 8 \\ \hline 160 \end{array}$$

160L → Esto es el total de aceite

$$\begin{array}{r} 160 \overline{) 6} \\ \underline{12} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \end{array}$$

La capacidad de los nuevos barriles

Se redondea a 27