



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

**Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y  
plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel**

**Ana Rosa Sánchez Correa**

**Universidad de Antioquia**

**Facultad de Educación**

**Maestría en Educación**

**Línea de Formación: Educación Matemática**

**2017**

**1 8 0 3**





**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

**Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el  
grado segundo, mediante el doblado de papel**

**Ana Rosa Sánchez Correa**

Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Educación, en la línea de  
Educación Matemática

**Asesores**

**Zaida Margot Santa Ramírez**

**René Alejandro Londoño Cano**

**UNIVERSIDAD**  
Universidad de Antioquia

**DE ANTIOQUIA**  
Facultad de Educación  
Departamento de Educación Avanzada

1 8 2017 3



### Agradecimientos

Los más sinceros agradecimientos a las personas que me brindaron su apoyo, orientación, conocimiento y ánimo durante el período en el que realicé mi trabajo de investigación; sé que pueden ser insuficientes mis manifestaciones de afecto, pero lo hago con sinceridad y de todo corazón.

En primer lugar, agradezco a Dios, Todopoderoso, que me mantuvo con vida; en los momentos más difíciles fue mi guía, fortaleza, mi consuelo y mi esperanza.

A mis queridos asesores Zaida y René, por su oportuna instrucción académica, excelentes correcciones y recomendaciones; por entender mis debilidades, por brindarme apoyo en los momentos de angustia, enfermedad y dolor. Sus sabias palabras me dieron herramientas, motivación y confianza, para sacar adelante esta investigación.

A mis compañeros de maestría por sus contribuciones, sugerencias, compañía, consejos y palabras sabias; en especial, a Jaime Castilla y a Wilmar Posada, mis compañeros de la línea de Educación Matemática. También a los tutores y evaluadores del grupo de investigación EDUMATH, por sus aportes académicos y personales, y su buena orientación para abordar un trabajo de investigación.

A mi hermosa familia, mi madre Graciela, mis hermanos y mis suegros, por sus frecuentes oraciones y su fortaleza constante; a mis queridos hijos, quienes tuvieron que soportar el abandono, descuido y ausencias durante el desarrollo de tan importante proceso de investigación.





UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Ser Maestro  
*Nuestra esencia*

### ACTA DE APROBACIÓN DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

En la Universidad de Antioquia se reunieron los profesores Zaida Margot Santa Ramírez (Asesora), René Alejandro Londoño Cano (Asesor) y Rubén Darío Borja Tamayo en calidad de Jurado del Trabajo de Investigación titulado: **“Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel”** presentado por la estudiante **Ana Rosa Sánchez Correa** de la Cohorte II de la Maestría en Educación, Línea de Formación Educación Matemática, Urabá, quien hizo una presentación pública de su Trabajo de Investigación debidamente aprobado (según artículo 40 del Acuerdo Superior 122 de 1997). Una vez terminada la presentación, se firma esta Acta con la calificación de **APROBADO**.

Atendiendo a lo estipulado en el Artículo 46 y correspondientes parágrafos del Acuerdo Superior 122 de 1997, para el presente Trabajo de Investigación:

NO PROCEDE DISTINCIÓN

SE RECOMIENDA DISTINCIÓN MERITORIA

SE RECOMIENDA DISTINCIÓN SOBRESALIENTE

Para constancia, se firma en Medellín a los 21 días del mes de junio del año 2017.

ZAIDA MARGOT SANTA RAMÍREZ  
Presidente del Jurado

RENÉ ALEJANDRO LONDOÑO CANO  
Presidente del Jurado

RUBÉN DARÍO BORJA TAMAYO  
Jurado

ELVIA ADRIANA ARROYAVE SALAZAR  
Representante del Comité de Maestría en Educación



### Tabla de contenido

1. Capítulo Uno: Problema de investigación.....	15
1.1. Justificación.....	15
1.2. Antecedentes.....	22
1.2.1. Breve historia de la geometría.....	22
1.2.2. Estándares básicos de competencias en matemáticas y derechos básicos de aprendizaje.....	28
1.2.3. Noción del término concepto.....	31
1.2.4. Términos indefinidos: punto, recta y plano.....	33
1.2.5. Elementos básicos de la geometría del doblado de papel.....	38
1.2.6. Trabajos relacionados con la enseñanza de la geometría.....	39
1.2.7. Pertinencia del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión.....	44
1.3. Planteamiento del problema.....	46
1.4. Formulación del problema.....	51
1.5. Pregunta de investigación.....	52
1.6. Objeto de investigación.....	52
1.7. Objetivo general.....	52
1.8. Objetivos específicos.....	52
2. Capítulo Dos: Enseñanza para la Comprensión.....	54
2.1. Inicios del marco conceptual.....	54
2.2. Pertinencia.....	55
2.3. La comprensión.....	57
2.4. Elementos de la comprensión.....	59
2.4.1. Tópicos generativos.....	59
2.4.2. Metas de comprensión.....	61
2.4.3. Desempeños de comprensión.....	62
2.4.4. Evaluación diagnóstica continua.....	64
2.5. Las cualidades de la comprensión.....	65
2.5.1. La dimensión de contenido.....	66





2.5.2.	La dimensión de métodos.....	67
2.5.3.	Dimensión de propósito.....	67
2.5.4.	La dimensión de formas de comunicación.....	68
2.6.	Niveles de comprensión.....	69
3.	Capítulo Tres: Marco Metodológico.....	71
3.1.	Diseño metodológico.....	71
3.2.	Paradigma.....	72
3.3.	Tipo de estudio.....	77
3.4.	Selección de los participantes.....	79
3.4.1.	Proceso de elección de los participantes.....	79
3.4.2.	Contextualización del estudio.....	79
3.5.	Métodos de recolección de la información.....	84
3.5.1.	Observaciones.....	84
3.5.2.	Entrevistas.....	85
3.5.3.	Registros escritos (material de los estudiantes).....	86
3.6.	Validación y análisis de la información.....	86
3.7.	Camino metodológico.....	88
3.7.1.	Fase de exploración.....	89
3.7.2.	Fase de investigación guiada.....	90
3.7.3.	Fase de proyecto final de síntesis.....	92
4.	Capítulo Cuatro: aplicación de la unidad curricular y análisis.....	93
4.1.	Aplicación de la unidad curricular.....	93
4.2.	Elementos de la guía curricular.....	94
4.2.1.	Tópico generativo.....	94
4.2.2.	Metas de comprensión.....	95
4.2.3.	Estructura de los desempeños y sus fases.....	96
4.2.4.	Descripción de categoría por dimensiones y niveles en relación al trabajo con los participantes.....	123
4.2.5.	Proceso de comprensión y análisis de la información.....	137
5.	Capítulo Cinco: Conclusiones y Recomendaciones.....	231
5.1.	Conclusiones.....	231



## Facultad de Educación

5.1.1.	Consecución del objetivo general.....	231
5.1.2.	Consecución de los objetivos específicos.....	235
5.1.3.	Respuesta a la pregunta de investigación. ....	241
5.1.4.	Aportes a la Educación Matemática.....	243
5.1.5.	Futuras líneas de investigación.....	244
5.2.	Recomendaciones .....	245
6.	Referencias bibliográficas.....	247
7.	Anexos.....	254
7.1.	Anexo A. Carta de solicitud de permiso al rector de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús.....	254
7.2.	Anexo B. Firma del recibido del rector. ....	255
7.3.	Anexo C. Consentimiento informado para los padres.....	255
7.4.	Anexo D: consentimiento firmado Sofía.....	257
7.5.	Anexo E: Consentimiento firmado de Ángel.....	258
7.6.	Anexo F: Consentimiento firmado Estrellita.....	259
7.7.	Anexo G: Evaluación # 1 conocimientos previos.....	260
7.8.	Anexo H: evaluación # 2 Construcción de la grulla.....	261
7.9.	Anexo I: Construcción del perrito terrier escocés.....	263
7.10.	Anexo J: Evaluación # 4 trabajo con hojas de diferentes tamaños.....	264
7.11.	Anexo K: Transcripción de episodio con Estrellita.....	265

## Índice de ilustraciones

Ilustración 1: Ubicación del municipio de Turbo.....	81
Ilustración 2: Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús.....	82
Ilustración 3: Personajes del guión “la historia del origami”.....	98
Ilustración 4: Paso 1 para la construcción de la cara de gato.....	102
Ilustración 5: Paso 2 para construcción de la cara de un gato.....	103
Ilustración 6: Paso 3 para la construcción de la cara de un gato.....	103
Ilustración 7: Paso 4 para la construcción de la cara de un gato.....	103
Ilustración 8: Paso 1 modelación de la grulla.....	105





## Facultad de Educación

Ilustración 9: Paso 2 modelación de la grulla.....	106
Ilustración 10: Paso 3 modelación de la grulla.....	107
Ilustración 11: Paso 4 modelación de la grulla.....	107
Ilustración 12: Paso 5 modelación de la grulla.....	108
Ilustración 13: Paso 6 modelación de la grulla.....	109
Ilustración 14: Paso 7 modelación de la grulla.....	109
Ilustración 15: Paso 8 modelación de la grulla.....	110
Ilustración 16: Paso 1 construcción del perrito.....	114
Ilustración 17: Paso 2 construcción del perrito.....	114
Ilustración 18: Paso 3 construcción del perrito.....	115
Ilustración 19: Paso 4 construcción del perrito.....	115
Ilustración 20: Paso 5 construcción del perrito.....	115
Ilustración 21: Paso 6 construcción del perrito.....	116
Ilustración 22: Paso 7 Construcción del perrito.....	116
Ilustración 23: Modelo completo del perrito.....	117
Ilustración 24: Conocimientos previos de Sofía.....	140
Ilustración 25: Construcción propuesta por sofía. Segundo encuentro.....	143
Ilustración 26: Modelo de la cara de un gato construido por Sofía.....	144
Ilustración 27: Dobleces marcados al desdoblar el modelo de la cara de gato, hecho por Sofía.....	145
Ilustración 28: Descripción de Sofía sobre la observación de los dobleces. Segundo encuentro.....	145
Ilustración 29: Paso 1 para la construcción de la grulla. (etapa de investigación guiada).....	147
Ilustración 30: Pliegues marcados después de realizar el paso 2.....	147
Ilustración 31: Nombre que da Sofía a los dobleces.....	148
Ilustración 32: Nombre que da Sofía a las esquinas.....	148
Ilustración 33: Grulla construida por Sofía y dibujada.....	149
Ilustración 34: Evaluación de la 4a etapa de investigación guiada.....	150
Ilustración 35: Puntos marcados en los dobleces encontrados por Sofía.....	151
Ilustración 36: Complemento de la evaluación 4 realizada por Sofía.....	151
Ilustración 37: Dobleces realizados en una hoja de bond en el Quinto encuentro.....	152
Ilustración 38: Descripción de la observación a cierta distancia de su hoja.(sexto encuentro).....	152
Ilustración 39: Modelo del perrito construido por Sofía.....	153
Ilustración 40: Cuento de Sofía.....	154
Ilustración 41: Exposición de dobleces y puntos por Sofía.....	155



## Facultad de Educación

Ilustración 42: Descripción de Sofia.....	156
Ilustración 43: Evaluación conocimientos previos de Ángel.....	169
Ilustración 44: Modelo propuesto por Ángel en la Etapa de Exploración.....	170
Ilustración 45: La cara de gato y los dobleces construidos por Ángel en la etapa de exploración.....	172
Ilustración 46: Descripción de Ángel.....	173
Ilustración 47: paso 1 para la construcción de la grulla.....	173
Ilustración 48: Descripción del paso 1 de la construcción de la grulla.....	173
Ilustración 49: Dobleces de la construcción de la grulla en el paso 2.....	174
Ilustración 50: Descripción del paso 2 construcciones de la grulla.....	175
Ilustración 51: paso 5 construcción de la grulla.....	175
Ilustración 52: Comprensión de Ángel en el paso 5 para la construcción de la grulla.....	176
Ilustración 53: Continuación de la comprensión del paso 5.....	176
Ilustración 54: Grulla construida y graficada por Ánge.....	177
Ilustración 55: Respuesta a la evaluación 4.....	178
Ilustración 56: marca de intercepciones con plumones.....	178
Ilustración 57: Comprensión de Ángel al doblar hojas de diferentes tamaños.....	179
Ilustración 58: Complemento de la evaluación 4 de Ángel.....	180
Ilustración 59: Dobleces llenos de puntos.....	180
Ilustración 60: Descripción de la construcción del perrito por Ángel.....	181
Ilustración 61: Cuento de Ángel.....	182
Ilustración 62: Dobleces de los participantes en hojas de bond.....	183
Ilustración 63: Evaluación de conocimientos previos de Estrellita.....	197
Ilustración 64: Modelo propuesto por Estrellita.....	198
Ilustración 65: Descripción y modelo de la cara de gato.....	199
Ilustración 66: Dobleces marcados en la construcción de la grulla.....	201
Ilustración 67: Evaluación de 2 de construcción de la Grulla.....	202
Ilustración 68: Respuestas obtenida por Estrellita Ilustración.....	204
Ilustración 69: Descripción del proceso de construcción de la grulla.....	205
Ilustración 70: marca de puntos en las intercepciones de los dobleces.....	205
Ilustración 71: Respuesta dada por Estrellita a otras pregunta relacionadas con otros elementos que permiten la construcción de figuras y dobleces.....	206
Ilustración 72: Modelo del perrito de Estrellita.....	207
Ilustración 73: Marca de puntos en las intersecciones de los dobleces.....	208
Ilustración 74: Puntos marcados en las intersecciones.....	210
Ilustración 75: Descripción de la evaluación 4 de Estrellita.....	210
Ilustración 76: Complemento a la evaluación 4.....	211
Ilustración 77: Complemento evaluación 4.....	212



## Facultad de Educación

Ilustración 78: Dobleces que pasan por un mismo punto.....	113
Ilustración 79: Conjunto de puntos marcados.....	213
Ilustración 80: Cuento de Estrellita.....	216
Ilustración 81: Exposición de las construcciones.....	217
Ilustración 82: Modelo propuesto por Ángel en la Etapa de Exploración.....	237

### Índice de tablas

Tabla 1: Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de contenido.....	124
Tabla 2. Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de los métodos.....	126
Tabla 3. Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de propósito.....	130
Tabla 4. Descriptores de categoría por nivel. Formas de comunicación.....	133
Tabla 5. Comprensión de Sofía en la dimensión de contenido.....	158
Tabla 6. Comprensión de Sofía en dimensión de los métodos.....	161
Tabla 7. Comprensión de Sofía en la dimensión de propósito.....	163
Tabla 8. Comprensión de Sofía en la dimensión de formas de comunicación.....	166
Tabla 9. Comprensión de contenido de Ángel.....	186
Tabla 10. Comprensión de Métodos de Ángel.....	188
Tabla 11. Comprensión de Propósitos de Ángel.....	191
Tabla 12 Comprensión en la dimensión de formas de comunicación, de Ángel.....	193
Tabla 13. Comprensión en la dimensión de contenido por Estrellita.....	217
Tabla 14. Comprensión en la dimensión métodos por Estrellita.....	220
Tabla 15. Comprensión en la dimensión propósitos por Estrellita.....	226
Tabla 16. Comprensión en la dimensión de formas de comunicación por Estrellita.....	229





### Resumen

Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel, es un trabajo de investigación que fue diseñado bajo la metodología cualitativa, en el marco de la Enseñanza para la Comprensión; de acuerdo con Blythe (1998), este marco es “una herramienta cuyo propósito es diseñar y dirigir las prácticas de aula que promueven la comprensión y reflexionar sobre ellas” (p. 14).

Con respecto al uso del doblado de papel, Monsalve y Jaramillo (2010) afirman que si lo utilizamos de forma lúdica y didáctica, podría permitir que los estudiantes, desde los primeros años escolares, puedan tener aproximaciones intuitivas a muchos conceptos matemáticos implícitos en dicha actividad; adicionalmente, Royo (2002) precisa que esta estrategia sirve para demostrar la geometría plana, al interpretar geoméricamente lo que se hace cuando se dobla el papel. Por lo tanto, este proceso fue guiado por la pregunta de investigación: ¿cómo los estudiantes del grado segundo se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel, en el contexto de la EpC?

Debido a la dificultad encontrada relacionada con la comprensión de los conceptos no definidos de la geometría euclidiana, en los estudiantes del grado segundo de una Institución Educativa del municipio de Turbo, al justificar dichos conceptos cuando se da el paso de lo concreto a lo abstracto, se planteó el siguiente objetivo general: analizar las maneras en que los estudiantes del grado segundo se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel, en el contexto de la EpC.

Se analizó el proceso de comprensión de los conceptos objeto de estudio, de tres estudiantes de la institución educativa, a través del diseño y aplicación de una unidad curricular bajo los parámetros del marco de la EpC; para lograr dicho análisis, se diseñó y refinó una rúbrica de dimensiones por niveles, para describir la comprensión de los participantes y, de esta manera, dar cuenta del alcance de la investigación.



Esta investigación tuvo como propósito analizar las maneras en que se aproximan los estudiantes del grado segundo a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel, en el contexto de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Para ello, se diseñó y evaluó una unidad curricular, enmarcada en los parámetros del marco conceptual de la EpC y en la que se hizo uso del doblado de papel, como medio para la comprensión de conceptos y procedimientos geométricos. Así mismo, se generó una rúbrica de dimensiones por niveles, para describir la comprensión de los estudiantes, en las fases: de exploración, de investigación guiada y de proyecto final de síntesis.

El primer capítulo exhibe las generalidades del estudio con respecto al problema de investigación. Así mismo, se presenta la justificación de la tesis, en la que se resalta la importancia de la enseñanza de la geometría; se expone en los antecedentes, la revisión de literatura correspondiente a la problemática planteada, la cual incluye avances a nivel investigativo y la reflexión misma sobre la comprensión de conceptos geométricos. También, se presenta la pregunta de investigación y los objetivos planteados para alcanzar su resolución.

El capítulo dos expone los parámetros del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC), dado que se consideran cada una de las partes propuestas en este, por David Perkins, Howard Gardner y Vito Perrone (citados por Stone, 1999), para el diseño, puesta en marcha y evaluación de una unidad curricular. Además, se propone una rúbrica enmarcada en las dimensiones y los niveles de dicho marco conceptual, con la cual se



describe la aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, de los participantes del estudio de casos.

El capítulo tres presenta el diseño metodológico basado en los elementos de la investigación de corte cualitativo; se expone, a su vez, el tipo de estudio, el cual permite analizar el proceso de comprensión de cada uno de los estudiantes; posteriormente, se hace la descripción de los participantes, las herramientas de recolección de información y la validación de los datos, todo articulado a los elementos o principios del marco conceptual de la EpC.

El capítulo cuatro ofrece un diseño de la unidad curricular, elaborada según los cuatro elementos propuestos por la EpC; presenta, además, el análisis articulado con la metodología cualitativa y los descriptores por nivel, los cuales están contruidos de acuerdo a las cuatro dimensiones: contenido, método, propósitos y formas de comunicación; estos se formularon según los desempeños presentados por los estudiantes en la evaluación continua, realizada desde las diferentes actividades propuestas en cada una de las etapas incluidas en la unidad: la de exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis, que se describen en el mismo capítulo.

Finalmente, se presenta el capítulo cinco, después de haber culminado el proceso de investigación, el cual expone las conclusiones alcanzadas con el desarrollo del trabajo de campo, que estuvo orientado a la consecución tanto del objetivo general, como de los específicos. Se aborda la respuesta a la pregunta de investigación mediante algunos aportes a la Educación Matemática, derivados del desarrollo de la unidad curricular que fue





## Facultad de Educación

planeada bajo los parámetros de la EpC, usando el doblado de papel como medio para la aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano; además, se dan algunas recomendaciones en torno a los aspectos a resaltar de la experiencia y se delinear algunas investigaciones a desarrollar en el futuro.



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



### 1. Capítulo Uno: Problema de investigación

En este capítulo se abordan las generalidades de la investigación, en lo referente al planteamiento del problema y a la justificación, en la que se destaca la necesidad de la enseñanza de la geometría en la básica primaria y secundaria; así mismo, se presenta la revisión de la literatura orientada a la comprensión de conceptos geométricos, desde aspectos legales, prácticos, históricos o epistemológicos. Para finalizar, se expone la pregunta de investigación y los objetivos general y específicos, que posibilitarían dar solución al problema planteado.

#### 1.1. Justificación

El conocimiento geométrico es un componente matemático que ocupa un lugar privilegiado en los currículos escolares, dada su cercanía a los contextos naturales en la formación del individuo. Al respecto, el MEN (2004) concibe que la geometría “no solo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad” (p. 1). Adicionalmente, afirma:

La enseñanza de la geometría debe reflejar una preocupación por desarrollar actividades en las distintas dimensiones, buscando lograr en los alumnos una amplia experiencia y una perspectiva multifacética de lo que significa, elementos claves para ganar en conocimiento geométrico útil. Probablemente cualquier situación geométrica, por elemental que sea, permite una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y



experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar hechos. (MEN, 2004, p. 2)

Este planteamiento que propone el MEN (2004), requiere que en las prácticas de aula se propicien actividades con los procesos anteriormente mencionados, cuyo objetivo principal sea la proposición de temáticas que sirvan para desarrollar la intuición espacial; esta última es un elemento fundamental para la comprensión de conceptos geométricos, dado que se construye desde la experiencia, la observación y la manipulación, aspectos que pueden dar un sentido más amplio y completo al conocimiento matemático (Segovia y Rico, 2001).

Sin embargo, la revisión de la literatura permite inferir que existen ciertas dificultades en la enseñanza de la geometría; según Barrantes (2002), esta enseñanza se ha caracterizado por su fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades, a la resolución mecánica de problemas de tipo métrico y a la exclusión de la intuición desde tempranas edades. Esto lo confirma Santa (2011), cuando afirma que “la enseñanza de la geometría, tanto a nivel secundario como a nivel universitario, ha tenido ciertas dificultades por su tendencia tradicional y expositiva: tablero, tiza y libro” (p. 8). Los aspectos mencionados, podrían explicar las dificultades que encuentran los profesores para que sus estudiantes comprendan algunos conceptos geométricos elementales.

En relación a lo anterior, desde mi experiencia como docente de básica primaria, he observado algunas actitudes en los estudiantes que dificultan su comprensión de conceptos matemáticos: argumentaciones pobres o insuficientes, memorización y uso mecánico de





expresiones, repetición de lo escrito o lo dicho por compañeros o profesores; explicaciones incompletas. Así mismo, he notado algunas situaciones erróneas en ciertos profesores: hacer la representación de un punto, como un círculo relleno en el tablero; representar una línea recta como un segmento; representar el plano como un paralelogramo. También es común observar la representación de objetos tridimensionales en el tablero o en el cuaderno de notas, generando un error conceptual entre ambas dimensiones; debido a esto, se observa que un estudiante tiende a describir una pirámide como un triángulo o un cubo como un cuadrado.

Por lo anterior, se espera que este trabajo de investigación sea una propuesta alternativa que propenda por la comprensión de algunos conceptos geométricos básicos y, a la vez, que contribuya al fortalecimiento de la enseñanza de las matemáticas, abordando desde el aula de clase actividades con doblado de papel, que permitan la construcción de nuevos aprendizajes.

En este orden de ideas, Martínez y Rivaya (1998) consideran más adecuados para los primeros años de la Educación Primaria, temas como las nociones geométricas fundamentales “[...] de punto, línea, superficie [...]” (p. 2), las cuales se relacionan con los conceptos primitivos no definidos de la geometría euclidiana, de punto, recta y plano. Dado que en mi práctica docente he observado dificultades en la comprensión de estos conceptos en los estudiantes de primaria, se espera que este estudio contribuya a que los participantes se aproximen a la comprensión de dichos conceptos.



Si bien, los conceptos primitivos de la geometría euclidiana no se mencionan en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, para el ciclo primero a tercero, se tomarán las ideas de Martínez y Rivaya (1998) para justificar la importancia de alcanzar una aproximación a la comprensión de dichos conceptos. Así mismo, se entenderá por una aproximación a la comprensión como un acercamiento a ideas intuitivas y características de los conceptos, con la firme intención de que los estudiantes, en grados posteriores, puedan alcanzar la comprensión de estos conceptos abstractos.

Con base en lo anterior, considero que el doblado de papel, en particular, puede ser una herramienta útil para desarrollar estos temas y, a la vez, podría contribuir con el mejoramiento de la comprensión, debido “principalmente a su carácter visual y experimental, que le permite al estudiante no solo manipular una hoja de papel para hacer unos dobleces determinados, sino también para visualizar algunos conceptos geométricos, además, justificar de manera formal las construcciones elaboradas” (Santa y Jaramillo, 2010, p. 340).

En este orden de ideas, el presente trabajo de investigación propone explorar el doblado de papel como una estrategia alternativa para la comprensión de algunos conceptos intuitivos en el nivel de la básica primaria, sobre todo en los primeros grados, lo que ha sido comprobado en otros estudios que se mostrarán a lo largo del escrito y que evidencian resultados positivos con el uso de este medio.

Al respecto, Santa y Jaramillo (2010) precisan:

1 8 0 3



## Facultad de Educación

Se ha venido consolidando el doblado de papel, como una alternativa para mejorar el razonamiento en el área de la geometría, debido principalmente a su carácter visual y experimental, que le permite al estudiante no sólo manipular una hoja de papel para hacer unos dobleces determinados, sino también para visualizar algunos conceptos geométricos, además, justificar de manera formal las construcciones elaboradas. (p. 340)

Esta herramienta podría permitir una mayor participación en las actividades a realizar; se puede implementar en cualquier institución, es económico y de fácil disposición; por esta razón, al trabajar geometría utilizando el doblado de papel con estudiantes del grado segundo, se pretende que “experimenten una variedad de ejemplos en una variedad de orientaciones, definiciones verbales, experiencias mentales y físicas que junto con la explicitación de sus concepciones, les lleven a una interiorización correcta del objeto de estudio” (Barrantes, 2002, p. 60); es decir, lo anterior se relaciona directamente con la aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría euclidiana mediante el doblado de papel. Adicionalmente, en lo que concierne al doblado de papel, Santa (2011) afirma que:

El doblado de papel le permite al estudiante: observar; comparar y ordenar propiedades y construcciones; lograr clasificaciones lógicas; hacer representaciones; retener y recuperar información; interpretar geoméricamente lo que hace cuando dobla el papel; hacer inferencias y transferencias de las construcciones con doblado de papel para lograr abstracciones y finalmente, evaluar sus conocimientos. (p.12)

De acuerdo al planteamiento anterior, se espera que los niños logren muchas de estas habilidades al usar el doblado de papel; además, se espera, de acuerdo con Barrantes





(2002), que los estudiantes desarrollen la capacidad para identificar y describir “formas geométricas en su entorno inmediato, por medio de la observación y manipulación de figuras tridimensionales como tetraedros, pirámides, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para incrementar su comprensión y desarrollar nuevas posibilidades de acción en dicho entorno” (p. 71).

Adicionalmente, es posible permitir el repaso de conceptos geométricos mediante el continuo uso del doblado y, al mismo tiempo, generar diversión al crear y modelar figuras. Por lo tanto, se pretende que el estudiante logre un conocimiento del espacio como medio donde se desenvuelve y que, a través de la intuición, las construcciones con papel y las experiencias en la vida cotidiana, facilite el desarrollo de su pensamiento espacial para que pueda comprender y aproximarse a conceptos fundamentales de geometría.

En esta perspectiva, trabajar la comprensión en geometría en el grado segundo mediante el doblado de papel, se torna fundamental, debido a que el papel es un material que hace parte de los útiles escolares de los niños y, a su vez, del mismo contexto del aula; al usarlo de forma lúdica, pero con la firme intención de generar una trascendencia hacia conocimientos disciplinares geométricos, podría brindar la oportunidad a los niños de aproximarse a la comprensión de los conceptos abstractos de punto, recta y plano, de tal manera que puedan partir de lo intuitivo, hacer experimentaciones y, posteriormente, puedan desarrollar el pensamiento deductivo. Para ello, es fundamental tener presente que “la manipulación, experimentación y observación activa son bases imprescindibles para la adquisición de los conceptos matemáticos, en general, y de modo muy particular en Educación Infantil” (Rodríguez, 1997, p.2)



En este sentido, de acuerdo con Medina (2011), los trabajos sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico siguen una evolución muy lenta, de manera que debemos entender que en Educación Primaria, hay que escapar de las interpretaciones deductivas e ir a una geometría de carácter experimental, intuitivo, de observación y manipulación. En consecuencia, este trabajo ha sido orientado mediante el doblado de papel, pues se considera que es una manera de posibilitar el desarrollo del pensamiento espacial en la primaria, que es donde se construyen las bases de las matemáticas y, en particular, de la geometría.

Houdement y Kuzniak (1999, citados por Barrantes, 2002) plantean que la geometría que se estudia en la escuela, el instituto o la universidad, debe ser diferente. Es decir, los estudiantes deben conocer tres formas distintas de aprender la geometría: intuitiva, como forma a priori de conocimiento; experiencial, mediante la acción, la realidad, y deductiva, que basándose en la experiencia, organiza las aportaciones de la misma. Se considera que con el doblado de papel se puede lograr el cumplimiento de estas tres formas distintas de aprender geometría. Esto es, en el contexto del presente estudio, con base en la manipulación y visualización de construcciones mediante el doblado de papel, los estudiantes del grado segundo podrían tener la oportunidad de acercarse o aproximarse a la comprensión de los conceptos abstractos de punto, recta y plano, de tal manera que puedan partir de lo intuitivo, hacer experimentaciones y, posteriormente, puedan dar espacio al pensamiento deductivo.

1 8 0 3



### 1.2. Antecedentes

El problema a investigar en esta propuesta, requiere del análisis de la literatura relacionada con la enseñanza de la geometría, el doblado de papel y la evolución de los procesos de comprensión de conceptos primitivos de la geometría, para revisar hasta qué punto se ha avanzado e investigado en estos aspectos.

#### 1.2.1. Breve historia de la geometría.

Desde el punto de vista de Hemmerling (1998), “la palabra geometría es derivada de las palabras griegas geo ( $\gamma\epsilon\omega$ ), que significa tierra, y metrón ( $\mu\epsilon\tau\rho\acute{\iota}\alpha$ ), que significa medir” (p. 11); es considerada como una ciencia muy antigua, que se encarga del estudio de las propiedades y medidas de las figuras compuestas de puntos y líneas; la geometría tuvo sus orígenes por las necesidades que surgían de los egipcios para medir terrenos, ya que al crecerse el Río Nilo en Egipto, la fuerza de las corrientes se llevaba parte de sus parcelas, las cuales se tenían que volver a medir para pagar los impuestos correspondientes al rey y el pago se hacía de acuerdo a la medida de la siembra en la parcela.

También es considerada según Hemmerling (1998), como una disciplina matemática encargada de tratar de forma rigurosa el estudio del espacio y de las formas que son representadas por figuras y cuerpos tridimensionales; figuraba en casi la totalidad de las matemáticas teóricas destacadas entre los notables griegos, quienes se dieron a la tarea de formalizarla. Es importante anotar que las antiguas civilizaciones hicieron sus edificaciones, repartieron sus terrenos y realizaron toda clase de construcciones, en su época, para satisfacer sus necesidades como en el caso de Egipto, es decir, las personas





hacían uso de la superficie de la tierra representada en porciones del plano cuando recibían sus terrenos para realizar su trabajo en el campo y, al parecer, usaban la geometría de forma intuitiva y empírica.

Esta forma intuitiva que describe Hemmerling (1998), menciona que la geometría era usada por los egipcios y babilonios aproximadamente en el año 4000-3000 a. C., quienes, por medio de una serie de reglas prácticas que desarrollaron, medían figuras sencillas y determinaban sus propiedades, al igual que lo hacían con los terrenos correspondientes para trabajar la agricultura. Parece ser que no se poseía ninguna evidencia de que estas figuras se afirmaran sobre demostraciones lógicas, pero la construcción de la pirámide y de la gran esfinge dejaban notar que aplicaban principios geométricos básicos correspondientes a un conocimiento adecuado de la geometría, los cuales también eran aplicados en los sistemas de irrigación, al usarlos de la misma manera que se aplican en la topografía.

En el texto de Baldor (1995), se afirma que la matemática egipcia se conoce por medio de los papiros, en los cuales se logran percibir unos problemas geométricos resueltos y un estudio de algunos casos particulares de la propiedad del triángulo rectángulo: área del triángulo isósceles, área de trapecio isósceles y área del círculo. Estos trabajos parecen que eran las evidencias de los descubrimientos que habían encontrado sobre algunas figuras geométricas. Por otro lado, se evidencia que los babilonios hacían uso de esta ciencia, en su época, con diseños de figuras geométricas en las paredes de sus templos, en las baldosas y en sus decoraciones. Se cree que sabían trazar el hexágono regular y conocían una fórmula para hallar el área del trapecio rectángulo.



Luego, el conocimiento pasó a Grecia y, según Hemmerling (1998), fueron ellos quienes nos legaron algunos de los más grandes descubrimientos para el avance de las matemáticas, perfeccionándola y sistematizándola; ellos aprovecharon sus acaudaladas economías y próspero comercio, para invertir en esclavos, con el propósito de que hicieran la mayor parte de sus trabajos diarios y, de esta manera, ellos empleaban abundante tiempo en debates y estudios refinados de diversos temas de interés cultural, lo que permitió que se volvieran expertos en el arte del razonamiento lógico y crítico.

Su trabajo y disciplina los condujo a obtener sabiduría y conocimiento, convirtiéndolos en hombres destacados a los cuales les atribuyeron el título de sabios; según Baldor (1995), Tales de Mileto fue uno de los siete sabios más reconocidos; de hecho, también fue el fundador de la escuela Jónica; fue un hombre que estudió otras ciencias, pero se inclinó especialmente por la geometría, pues resolvió efectivas cuestiones útiles para su época y aún para la actual. Al parecer, Tales se había dedicado en Grecia a estudiar mucho más las líneas y las curvas; de esta manera, alcanza una geometría con un mayor grado de complejidad y abstracción dándole un avance a lo que hasta el momento se había alcanzado; a su vez, se destacó por hacer las primeras demostraciones de teoremas geométricos mediante el razonamiento lógico, por lo que es considerado hasta nuestros días como el padre de la geometría.

En Baldor (1995), se menciona que los aportes de Tales a la geometría, se asocian con conocimientos que se han tenido presentes y que fueron considerados por muchos discípulos en épocas posteriores e, incluso, hasta nuestros días; se cree que sus aportes



fueron dando paso a muchos otros descubrimientos. Entre sus contribuciones a la geometría, se destacan seis de sus teoremas que se exponen a continuación:

1. Todo diámetro biseca a la circunferencia.
2. Los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales.
3. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.
4. Dos triángulos que tienen dos ángulos y un lado respectivamente iguales son iguales.
5. Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.
6. El famoso "teorema de Tales": los segmentos determinados por una serie de paralelas cortadas por dos transversales son proporcionales (Baldor, 2005, p. 4).

En Baldor (2005), encontramos a Pitágoras de Samos quien fue otro de los sabios y un discípulo de Tales (¿580?-500? a.C.); fue el fundador de la escuela pitagórica en Crotona Italia; entre los descubrimientos matemáticos que se le atribuyen, se encuentra el teorema de Pitágoras, que afirma que en un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. Los pitagóricos fueron los primeros que enunciaron una demostración formal del teorema; la demostración de “la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, y la construcción geométrica del polígono estrellado de cinco lados” (Baldor, 1995, p. 4) también se le atribuyen a la escuela pitagórica. En su reseña sobre la geometría, Baldor (1995) también menciona a Euclides, quien presenta una de las obras más famosas de todos los tiempos, titulada “los Elementos”; esta obra “constituye la geometría a partir de las definiciones, postulados y axiomas con los cuales demuestra teoremas que a su vez le sirven para mostrar otros teoremas (p. 4).





Platón (429-348 a.C.) es presentado por Hemmerling (1998) como un griego a quien primeramente se le deben algunas reglas metodológicas, que dogmatizaron en la geometría el uso exclusivo de la regla y el compás; lo anterior se aceptó en tiempos posteriores y se conserva aún en nuestros días; se le atribuye también a él, la organización de la exposición geométrica desde el punto de vista lógico, la forma como debe enseñarse la geometría y qué camino debe seguirse, teniendo claridad en las definiciones, axiomas y postulados.

Se encuentra también, según Baldor (1995), que para Platón “la matemática no tiene finalidad práctica, sino que se cultiva con el único fin de conocer” (p. 4); por lo tanto, se percibe que fue un opositor a las aplicaciones de la geometría; dentro de sus propuestas, hace la división de la geometría en elemental y superior; en la primera incluye todos los problemas que se podían resolver con regla y compás mientras que en la segunda, estudiaba los tres problemas más famosos de la geometría antigua entre los cuales están: la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del cubo (Baldor, 1995).

Estos tres problemas, en la perspectiva de Hemmerling (1998), no trataban de situaciones no resueltas en la práctica, sino que requerían de alcances teóricos complejos; estos problemas no se podían resolver con regla y compás

Arquímedes de Siracusa (287-213 a. de C.), según los escritos de Hemmerling (1998), fue un hombre práctico que se dedicó a estudiar problemas de orden físico, logrando resolverlos con su propia metodología, sin usar los conocimientos aportados por Euclides; Arquímedes “calculó el valor más aproximado de  $\pi$  en el área de la elipse, el volumen del cono, de la esfera, entre otros; además, estudió la llamada espiral de



Arquímedes que sirve para la trisección del ángulo” (p. 5). Hemmerling (1998) también menciona que Apolonio de Perga (¿262-180? A. C.) hizo un estudio amplio en relación con las secciones cónicas; con los aportes de este hombre se dio fin a la edad de oro de la geometría griega; gracias a sus memorias escritas, los sucesores geómetras solo llenaron pocos detalles y en algunas situaciones, aunque desarrollaron independientemente algunas teorías, en su génesis estaban incluidos los trabajos de los predecesores.

Londoño (2013) exhibe una mirada a la geometría moderna, en la cual se destaca el matemático alemán David Hilbert (1862-1943), quien desarrolló fundamentos de geometría, en particular, un conjunto de postulados para la geometría euclidiana, que se asocian a la geometría de Euclides. Aunque en esta geometría no hay descripciones de objetos como en los elementos de Euclides, él propone unas deducciones de las cuales se menciona que existen “solo tres grupos de objetos primitivos llamados puntos, rectas y planos con respecto a los cuales se verifican ciertos postulados” (p. 1).

Los postulados de Hilbert, que se establecieron por medio de reglas lógicas, son válidos si se cumplen las condiciones siguientes que se presentan en la revisión de literatura de Londoño (2013):

1. En primer lugar que se hayan enunciado explícitamente los términos primitivos con los cuales se definen los otros.
2. Que se hayan enunciado unas proposiciones iniciales en las cuales se pretenda demostrar todas las demás; estos postulados deben cumplir las siguientes condiciones:

Consistencia: no pueden ser contradictorias entre sí.

Interdependencia: Ningún postulado debe deducirse de los demás.



## Facultad de Educación

Suficiencia: los resultados requeridos en la teoría deben ser una consecuencia de ellos o contradecirlos.

Que las relaciones establecidas entre los términos sean relaciones lógicas independientes del sentido que pueda darse a los términos.

Que en las demostraciones no se suponga nada de las figuras, es decir, que solo intervengan las relaciones lógicas” (p. 5)

### **1.2.2. Estándares básicos de competencias en matemáticas y derechos básicos de aprendizaje.**

Después de las consideraciones anteriores y, teniendo en cuenta que las matemáticas hacen parte de las áreas fundamentales de educación básica y media, se presentan los estándares básicos de primero a tercero que propone el Ministerio de Educación Nacional, (MEN, 2003) en correspondencia con el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, que deben lograr los estudiantes al terminar el grado tercero, con lo cual se pretende que se dé una adecuada orientación por medio de la interacción entre los docentes y estudiantes y, de esta manera, estos últimos puedan ser capaces de:

[...] comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones y estimaciones, de llegar a resultados que les permitan descubrir que las matemáticas están íntimamente relacionadas con la realidad y con las situaciones que los rodean, no solamente en su institución educativa, sino también en la vida fuera de ella. (MEN, 2003, p. 3)

Ante la situación planteada anteriormente, que promueve los referentes sugeridos por el MEN (1998), con la finalidad de que se desarrollen en los estudiantes las habilidades





mencionadas, se pretende que cada institución educativa de nuestro país oriente sus enseñanzas en matemáticas en relación a los cinco tipos de pensamientos, entre los cuales se encuentran: numérico y sistemas numéricos; espacial y sistemas geométricos; métrico y sistemas de medidas; aleatorio y sistemas de datos; variacional y sistemas algebraicos y analíticos; en particular, este estudio propende por contribuir al desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, que consiste en realizar “examen y análisis de las propiedades de los espacios en dos y en tres dimensiones, y las formas y figuras que estos contienen” (MEN, 2003, p. 5); por lo tanto, se propone que se oriente la enseñanza en geometría en relación a los siguientes objetivos:

1. Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
2. Dibujo y describo figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.
3. Realizo diseños y construcciones con cuerpos y figuras geométricas.
4. Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y del diseño.
5. Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
6. Reconozco y aplico traslaciones y giros de una figura en el plano.
7. Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales (distancia, dirección, orientación, etc.).
8. Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia. (MEN, 2006, p. 80)

Con referencia a lo anterior, el doblado de papel se considera una herramienta que posibilita el alcance de algunos objetivos, en especial, porque se puede usar de forma artística o lúdica pero con un fin matemático; además, es una herramienta disponible para docentes y estudiantes, permitiendo visualizar y manipular tanto figuras planas en los



dobles, como figuras tridimensionales en las construcciones, logrando diferenciar atributos, reconocer propiedades, describir figuras o valorar la simetría.

Por otro lado, el Ministerio de Educación Nacional presenta los derechos básicos de aprendizaje (DBA), los cuales guardan coherencia con los estándares y constituyen lo mínimo que un estudiante debe saber desde los ciclos primero a once; de acuerdo con el MEN (2015), en el grado segundo se menciona que el estudiante debe “reconocer figuras planas y sólidas simples (como triángulos, rectángulos, esferas, cilindros, cubos, conos), las describe de acuerdo a sus características (como número de lados, caras curvas o planas) y utiliza estas figuras para formar figuras más complejas” (p. 2). Como se puede observar, tanto los Estándares como los DBA, requieren que el estudiante reconozca y describa formas y figuras de acuerdo a las características que presenten.

Se resalta que estos documentos legales proponen el reconocimiento de propiedades y atributos, partiendo de objetos tridimensionales, hasta llegar a lo unidimensional. Las actividades planteadas en este estudio, parten también de construcciones tridimensionales hechas con doblado de papel, hasta llegar a la descripción de los objetos primitivos de la geometría euclidiana. Aunque no es explícito que los estudiantes de los primeros años de escolaridad, lleguen a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, se espera que se aproximen, de manera intuitiva, a algunas características válidas que los describan, de tal manera que se haga un primer acercamiento al pensamiento deductivo y a los procesos infinitos de abstracción.

1 8 0 3



### 1.2.3. Noción del término concepto.

Los conceptos de punto, recta y plano, son los objetos matemáticos de estudio en esta investigación, en la que se tiene presente la importancia de su concepción y aplicación, como elementos fundamentales y útiles para representar características de cualquier figura geométrica. Es relevante para este trabajo resaltar la manera intuitiva en la que han sido abordados dichos conceptos y la forma en que han sido utilizados y representados por algunos autores. En este orden de ideas, es necesario aclarar que cuando se hable del término concepto, en esta investigación, se entenderá como: “todo procedimiento que haga posible la descripción, la clasificación y la previsión de los objetos conocibles” (D’Amore, 2001, p. 2).

Dadas las condiciones que anteceden, es fundamental establecer la diferencia entre nombre y concepto, ya que muchas veces se nombran cosas y se piensa que este es el concepto mismo; sin embargo, a las cosas se les pueden dar muchos nombres, lo que no quiere decir que sea su concepto, o que logre describirlo completamente; esta idea se debe considerar, sobre todo cuando se trata de términos indefinidos como son punto, recta y plano.

El término concepto es entendido por D’Amore (2001) como: “instrumento para describir los objetos y permitir su reconocimiento, [...] concepto, es un instrumento para organizar los datos de la experiencia en manera tal de poder establecer entre ellos conexiones de carácter lógico” (p. 3). Es decir, suele usarse este término para expresar las ideas que se tienen de algo conocido o los pensamientos acerca de lo que se quiere dar a





entender; esta idea se tendrá en cuenta dentro del trabajo investigativo, porque se pretende analizar cómo los niños se aproximan a la comprensión de estos conceptos. Se requiere observar las ideas que ellos traen, analizar cómo las expresan, cómo las entienden, cómo las representan y relacionan, qué tan acertados están en sus concepciones y cómo se van aproximando a una forma más compleja y abstracta, a la vez que establecen relaciones con el doblado de papel. En cuanto a la noción del concepto matemático, se entenderá:

[...] remite a no-objetos, desde el punto de vista del realismo ingenuo; por lo que la conceptualización no es y no se puede basar en significados que se apoyen en la realidad concreta dado que, en matemáticas, no son posibles referencias ostensivas; todo concepto matemático se ve obligado a servirse de representaciones, dado que no existen objetos por exhibir en su nombre o en su evocación. (Duval, 1998, p.16)

En este proceso de conceptualización en matemáticas, se hace necesario usar representaciones, sobre todo para que se avance en la comprensión, pero hay que ser muy reiterativos con estas, pues normalmente solo se usan para que los estudiantes puedan asimilar más fácil el concepto; “por lo que en matemáticas, no existe acceso sensible (vista, tacto,...) directo a los objetos sino solo a sus representaciones semióticas en diferentes registros lingüísticos” (Duval, 1998, p.16); de ahí, la importancia de usar el doblado de papel como recurso para que el niño logre dichas representaciones, de tal manera que contribuya en su proceso de comprensión.



### 1.2.4. Términos indefinidos: punto, recta y plano.

En matemáticas, se utilizan algunos conceptos que son difíciles de definir, es decir que carecen de cualidades, características o descripciones que permitan identificarlos, conocerlos y conceptualizarlos; por esta razón, se sugieren algunas ideas o formas para que puedan ser comprendidos; según Hemmerling (1998), los términos de punto, recta y plano se les conoce como conceptos primitivos, debido a que solo se pueden detallar en términos de otros conceptos igualmente identificables. Al usar un término indefinido, se supone, según dicho autor, que la palabra es tan primordial que todos conocen su significado; referente a esto, se presenta dificultad para encontrar palabras más simples para definir los términos, entonces la definición se va quedando en la forma simple como se comprendió. “A menudo, para definir palabras en los diccionarios se debe recurrir a otras palabras, llamadas sinónimos, que tienen el mismo o casi el mismo significado que la palabra en cuestión, o bien al describir la misma.” (Hemmerling, 1998, p. 20). Por esta razón, se recurre a los sinónimos y a las descripciones de estas palabras para que sea más fácil comprenderlas.

Cuando se usan términos indefinidos se puede presentar, según Hemmerling (1998), que se usen de una manera tan elemental, que todos conozcan su significado, porque no hay palabras más simples para definir el término. Tal es el caso de los términos de punto, recta y plano, para los cuales se han buscado muchas formas para describirlos y comprenderlos, pero cada quien ha dado su definición en términos de otros conceptos indefinibles; un ejemplo concreto de Hemmerling (1998), es la forma como muchos han pretendido definir la recta: “para algunos es la línea que no tiene curvas, esta definición sería clara, si



podemos definir la palabra curva, sin embargo, si la palabra curva se define entonces como la línea que no tiene partes rectas...” (p. 21), no sería una forma fácil que permita comprender esta definición; a eso se le debe sumar la dificultad de referirse a un objeto que no se puede ver o tocar de forma tangible.

En geometría, se considera que un concepto tiene una buena definición si cuenta con dos propiedades importantes:

Las palabras en la definición deben ser más sencillas que las palabras que está definiendo y fáciles de comprender.

La definición debe ser una proposición reversible, por ejemplo: ángulo recto se define como un ángulo cuya medida es  $90^\circ$ , si se tiene un ángulo cuya medida es  $90^\circ$  entonces tenemos un ángulo recto” (Hemmerling, 1998, p. 20)

Con base en las consideraciones anteriores, se mostrará a continuación la forma como algunos autores han sugerido, entendido o conceptualizado, algunos términos indefinidos como punto, recta y plano.

### ***Punto.***

Baldor (1995) menciona que “un punto no se define. La idea de punto está sugerida por la huella que deja un lápiz bien afilado [...], es imaginado, tan pequeño que carece de dimensión” (p. 9). Para nombrarlo, se usa una letra mayúscula escrita junto a él, también se ha representado con una figura de un triángulo, un cuadrado pequeño, o por una cruz. Para Hemmerling (1998), el punto puede tener una posición pero no se puede obtener una





dimensión; las palabras posición y dimensión, también son conceptos básicos y solo pueden describirse usando tautologías.

Clemens, O'Daffer y Cooney (1998) representan al punto como: “ubicación sin longitud, anchura ni altura, [...] como parte de un objeto físico” (p. 10); otras posturas relacionan el concepto de punto con la representación de un dibujo: “este punto representa el concepto del punto, pero no es un punto conceptualmente, al igual que un punto dibujado en un mapa, representa una localidad pero no es una localidad misma. El punto dibujado tiene tamaño” (Rich, 1991, p. 1).

Para Hemmerling (1998), el hecho de representar una marca muy pequeña en algún pizarrón, no es un punto, pero es un acercamiento a la condición que la mayoría de las personas le asignan al punto. Por otro lado, los puntos son “entidades mentales que poseen simultáneamente características conceptuales y figurales que por un lado, pueden tener propiedades espaciales (aspecto, posición, magnitud), y que al mismo tiempo poseen cualidades conceptuales como idealidad, abstracción, generalidad, perfección” (Fischbein, 1993, p.143).

Jaramillo (1986), define al punto como: “la intersección de dos líneas que se encuentran. La línea es una sucesión de puntos adyacentes” (p.6). Otra concepción relacionada con el concepto de punto, es la que aparece en un Diccionario de matemáticas:

Término genérico que designa los elementos de cualquier espacio geométrico, en particular los elementos de un espacio afín, euclídeo o proyectivo. Con la aplicación de técnicas



geométricas a otros aspectos de las matemáticas, al querer dar una imagen geométrica de determinados conjuntos se acostumbra a llamar puntos a sus elementos. Por lo tanto no puede definirse el punto de una manera precisa, sino que hay que dar una definición en cada área de las matemáticas.” (Diccionario de matemáticas, 2003, p. 242).

### ***Recta.***

Teniendo en cuenta que es complejo mencionar que alguien ha visto una recta, las ideas que se exponen a continuación son aproximaciones de lo que se quiere dar a entender cuando se habla del concepto recta, porque al tratar de emitir una definición, no es posible darla en palabras más sencillas que ella misma. En cuanto a esta percepción, Hemmerling (1998) sustenta que “la palabra recta es una abstracción que todos usan y entienden comúnmente, debido a las muchas observaciones de objetos físicos” (p. 22); también menciona que algunos, para reconocerla, designan dos puntos sobre ella, los cuales nombran con letras mayúsculas; otra forma de designar una recta es con una letra minúscula cerca de ella.

Baldor (1995) afirma que una línea recta es entendida como “una imagen de este conjunto de puntos, es un rayo luminoso, el borde de una regla, [...] una recta geométrica se extiende sin límites en dos sentidos” (p. 10). Otra definición de recta, la encontramos en el diccionario de matemáticas (2003): “conjunto de puntos alineados, de dirección constante” (p. 255). Para Clemens, O’Daffer y Cooney (1998), “una recta es considerada como parte de una situación física, como la línea más delgada que se puede dibujar, como idea o



abstracción” (p. 10); debido a la dificultad para dar un concepto completo es considerada como un término indefinido.

Baldor (1995) define la recta geométrica como:

La que se extiende sin límites en dos sentidos, no comienza ni termina. Para su reconocimiento admite los siguientes postulados: “por dos puntos pasa una sola recta y solamente una. Dos rectas no pueden tener más que sólo un punto común. (p. 10)

### ***Plano.***

De acuerdo con Hemmerling (1998), es entendido como:

La superficie de un pizarrón o la del tablero de una mesa [...], se puede imaginar como un conjunto infinito de puntos, que forman una superficie que tiene largo y ancho, pero que no tiene espesor. Puede denotarse mediante dos puntos o solo un punto en el plano. Es considerado una superficie como de una pared, el piso nos sugiere la idea de lo que en geometría se llama plano, al conjunto parcial de infinitos puntos.” (p. 22)

En la misma línea, Baldor (1995) precisa que un plano es una superficie de una pared, el piso; lo considera como “conjuntos parciales de infinitos puntos. Se imagina de extensión ilimitada, se suele presentar como un paralelogramo ABCD y se nombra por tres de sus puntos no alineados o por una letra griega” (p. 12).





En el plano también se presentan dos propiedades que lo caracterizan, según este autor, dadas por los postulados siguientes:

“Por tres puntos no alineados pasa un plano y solamente uno” (p. 12).

“Si una recta tiene dos puntos comunes con un plano, toda recta está contenida en el plano”. (p. 12).

Según Rich (1991), a un plano gráfico se le puede calcular su longitud y anchura pero no su espesor. Se puede entender como la cara de una caja, un tablero, el piso de una casa, la cara de un sólido geométrico puede ser un ejemplo de una superficie plana; un plano en el espacio tridimensional, “es un conjunto de puntos  $P$  tal que elegidos dos cualesquiera de ellos  $u$  y  $v$ , todos los puntos de la recta que pasan por  $u$  y  $v$  también pertenecen al conjunto  $P$ ” (Diccionario de matemáticas 2003, p. 222). Por otro lado, el plano es entendido por Clemens et al. (1998) como algo “ilimitado, continuo en todas las direcciones, llano; como el corte más delgado posible, como parte de un objeto físico” (p. 11).

### 1.2.5. Elementos básicos de la geometría del doblado de papel.

Santa y Jaramillo (2010) establecieron las siguientes ideas en torno a los conceptos primitivos para la geometría del doblado de papel, los cuales serán la base para el presente estudio:



Punto: es un concepto no definido. Sin embargo, se establece una relación directa de manera natural con la intersección de dos dobles o con las esquinas (ángulos) de la hoja de papel. Sin pérdida de generalidad, en algunos casos, los puntos se van a asumir de manera intuitiva como la marca más pequeña que se puede dibujar con un lápiz. Es decir, un punto puede ser dibujado o construido en la hoja de papel. (p. 342)

Doble: de manera análoga a la recta, hecho en un pedazo de papel que aparece tanto al anverso como al reverso de este, se considerará como un concepto primitivo no definido, el cual está estrechamente relacionado con un segmento de línea recta, porque un pedazo de papel es limitado; pero se enfatizará que este doblez representa de manera abstracta una línea recta. (p. 342)

Hoja de papel: una cara de la hoja de papel se puede tomar como una porción del plano. Por lo tanto, tiene límites y es finito, pero puede ser una representación abstracta de un plano infinito. (p. 342).

### 1.2.6. Trabajos relacionados con la enseñanza de la geometría.

A continuación, se mencionarán algunos trabajos de investigación, internacionales o nacionales, que se han realizado en el marco de la enseñanza de la geometría en la primera etapa de Educación Básica; estos estudios presentan diferentes estrategias, las cuales se han focalizado en el fortalecimiento de esta rama de las matemáticas, desde diversas posturas.

Una de estas investigaciones fue realizada por Vílchez (2004), en la Universidad Rovira I Virgili, de Tarragona, España. Su propuesta fue puesta en marcha con docentes y alumnos de la primera etapa de educación básica, a través de la utilización de diferentes



softwares, como Clic 3.0, POLY 1.6 y Paint, con la intención de apoyar el acto didáctico en relación a los contenidos y abordar nociones elementales de geometría en el laboratorio.

De acuerdo con esta autora, la investigación se realizó con un doble propósito: primero, integrar los recursos multimedia en el desarrollo de actividades geométricas, de tal manera que se usara el trabajo cooperativo entre los docentes como una estrategia para mejorar la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes; segundo, presentar una propuesta de mejoramiento para la enseñanza de la geometría en el laboratorio, que posibilitara el refuerzo y la motivación del trabajo que se hizo con antelación en el aula de clase.

Es importante mencionar que todas las actividades fueron diseñadas y producidas respetando el contexto y las necesidades propias del grupo de alumnos y maestros participantes. En este sentido, se elaboraron materiales atendiendo a necesidades particulares de cada grado y aula integrada, guiados por la planificación de proyectos de aula de cada grupo de docentes (Vílchez, 2004).

Otro estudio que aporta a la enseñanza de la geometría en la básica primaria, fue realizado por Castro (2004), en la Universidad de Los Andes Táchira en Venezuela, bajo el título *El desarrollo de la noción de espacio en el niño de Educación Inicial*; su propósito era generar experiencias que permitieran desarrollar la capacidad de organización en el espacio, a través del fomento de relaciones lógico – matemáticas que el niño establece con su entorno cotidiano. Es importante aclarar que esta investigación, de tipo documental, se

1 8 0 3





centra en la noción de espacio, el cual constituye uno de los marcos fundamentales que ha de servir para estructurar el futuro pensamiento abstracto – formal del niño (Castro, 2004).

Esta autora propuso el uso de nociones de carácter topológico, proyectivo y euclidiano para intentar garantizar, a futuro, la comprensión de los principios fundamentales de la geometría. En este sentido, en el estudio se propusieron una serie de actividades que propendieron por desarrollar la capacidad de comprensión de dichas nociones, para reconocer conceptos como interioridad, exterioridad, acercamiento, alejamiento, frontera, límite, orden, secuencia, figura abierta, figura cerrada, vecindad de puntos, discontinuidad, entre otros (Castro, 2004).

La propuesta anterior aporta a la educación algunas estrategias que permiten a los estudiantes identificar su espacio exterior y desarrollar el pensamiento espacial desde la educación inicial, a partir de la comprensión y aplicación de los elementos básicos de geometría; aunque son estrategias que no se relacionan con el doblado de papel, se cree que serían un complemento esencial para ampliar los saberes que traen los estudiantes desde su educación inicial.

Otro estudio de gran relevancia para esta investigación, es el realizado por Cano (2009), para optar al título de Magíster en Educación, en la Universidad de Antioquia, titulada: *Desarrollo de habilidades para producir una semejanza gráfica de información espacial en niños y niñas del grado primero de instituciones educativas de la ciudad de Medellín*. El trabajo de campo consistió en la implementación de la propuesta pedagógica “Vivo y represento mi espacio”, que propuso actividades variadas para la representación



bidimensional y tridimensional del espacio, en el grado primero; por lo tanto, se enfocó en “identificar el perfil cognitivo de los niños y niñas que sobresalieron en la realización de tareas y actividades relacionadas con inteligencia espacial” (p. 1).

El reconocimiento de procesos para el desarrollo de la inteligencia espacial, fue un objeto de interés para el estudio mencionado y, claro está, para este, dado que involucra aspectos esenciales como el reconocimiento de las instancias de los objetos, sus transformaciones y la evocación de la imaginación para comprender dichas transformaciones; en este caso, el estudiante debe desarrollar varias habilidades, a saber: conciencia de elementos visuales en el ambiente o en sus representaciones, reconocimiento del mundo visual en dos o tres dimensiones, creación de símbolos de objetos comunes (simbolismo), coordinación de elementos en un todo unificado (localización) y utilización de proporciones reales (escala). (Cano, 2009).

Los trabajos mencionados hasta ahora, abordaron, directa o indirectamente, la enseñanza de la geometría en los primeros grados de la básica primaria, lo que permite tener un panorama general de los avances de la investigación en este campo. Estos estudios implementaron programas, videos y estrategias en internet, o en libros, para mejorar el desarrollo del pensamiento lógico y la comprensión, los cuales pueden permitir un acercamiento a una nueva mirada sobre la enseñanza de la geometría; en este sentido, se propone el trabajo con el doblado de papel, considerando que puede ser una estrategia fácil y atractiva para desarrollar el pensamiento espacial en la básica primaria, que es donde se construyen las bases de este conocimiento.



De acuerdo a la experiencia en la docencia, he observado que cuando se proponen actividades para los estudiantes con doblado de papel, el cual se ha usado en algunas clases de artística, pero con un fin creativo, estos muestran mayor interés, entrega y responsabilidad al momento de realizarlas; de esta manera, es posible que se pueda lograr una aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría, utilizando este medio, considerando el trabajo previo y la motivación mostrada por el cuerpo estudiantil.

Frente al doblado de papel, Santa y Jaramillo (2010) precisan que este “permite hacer construcciones tan precisas como las elaboradas con regla y compás” (p. 340). Estos autores se fundamentaron en la idea de Royo (2002) quien afirma que “el ejercicio de doblar papel se puede hacer con fines pedagógicos para estudiar e ilustrar la geometría elemental plana. La clave radica en interpretar geoméricamente que se está haciendo cuando se dobla el papel” (p. 186).

Por su parte, Cañadas, Crisóstomo, Gallardo, Molina, Martínez y Peñas (2005) manifiestan que “el doblado de papel (papiroflexia) puede ser un recurso didáctico importante, especialmente en el campo de la geometría” (p. 1). Estos autores consideran que el papel se puede utilizar como material didáctico, debido que se adapta a distintas capacidades y niveles de conocimientos previos de los alumnos, permite el trabajo de varios contenidos académicos, hace más fácil el aprendizaje y promueve el interés; además, posee ciertas características que acercan a los estudiantes a la geometría: la primera, está en el entorno del estudiante y, la segunda, es económico.





El objetivo de su investigación fue el de “proporcionar al profesor un material eficaz para el trabajo en el aula y aproximar a los alumnos a la geometría plana a través de una serie de tareas estructuradas que logran una mayor significatividad del proceso de aprendizaje” (p. 1). Se puede notar en los trabajos de Santa y Jaramillo (2010) y Cañadas et al. (2005), que el uso del doblado de papel como recurso didáctico, puede promover la comprensión de conceptos matemáticos en los niños y jóvenes de cualquier nivel educativo; además, aporta al desarrollo de otras habilidades para obtener un mejor desempeño académico en matemáticas y en particular en geometría; adicionalmente hay variados conceptos y temas trabajados con esta herramienta, que han dejado evidencia que este recurso es de gran utilidad didáctica.

Adicionalmente, Monsalve y Jaramillo (2010) dejan ver la importancia de la comprensión de ciertas nociones del análisis matemático mediante el doblado de papel. Plantean que “su utilidad didáctica radica en que permite a los estudiantes, desde los primeros años escolares, acercarse en forma intuitiva a muchos conceptos matemáticos implícitos en dicha actividad lúdica” (p. 11).

### **1.2.7. Pertinencia del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión.**

Esta investigación se fundamenta en los parámetros del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión, dado que, como lo menciona Rendón (2009):

La Enseñanza para la Comprensión [...] amplía la visión del currículo, reconociendo múltiples relaciones de este con el entorno para contextualizar la enseñanza y el aprendizaje



## Facultad de Educación

de conceptos o unidades temáticas. De este modo el profesor enriquece su experiencia docente, presentando los conceptos de acuerdo con las necesidades e intereses de la comunidad en la que participa y no de forma aislada [...]. (p. 51)

Además de vincular el currículo, el contexto, los estudiantes y los docentes, este marco también permite la transversalidad de la enseñanza en la escuela, orientada hacia la comprensión, pues permite relacionar diferentes asignaturas como lenguaje, historia, artística o lúdica, en una misma unidad de enseñanza. Al respecto, Perkins y Blythe (1994) precisan que “la comprensión es poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un tema, por ejemplo, explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una manera nueva” (p. 5).

Para exhibir estas habilidades en un área específica, en este caso el de geometría, se requiere del uso de otras áreas del currículo, las cuales pueden permitir hacer el análisis de los avances en la comprensión de los estudiantes; en relación a lo anterior, Perkins (1999) menciona que “comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe” (p. 69). Es decir, el estudiante podría mostrar el dominio de lo que ha aprendido en el desarrollo de las actividades, en sus indagaciones, observaciones desempeños o demostraciones; de esta manera, se considera que el marco de la EpC es el apropiado para este trabajo investigativo.

Adicionalmente, el marco de Enseñanza para la Comprensión vincula tanto los intereses de los estudiantes y del docente, con el currículo, para permitir revelar el avance de la comprensión de cada participante mediante una guía de actividades, con preguntas



intencionadas de acuerdo al tema abordado; estas actividades propenden por promover el desarrollo de habilidades del pensamiento, de tal manera que posibiliten que los estudiantes amplíen sus conocimientos y, a su vez, se le facilite la conceptualización, proceso que se busca analizar en este estudio.

### 1.3. Planteamiento del problema

El problema a tratar tiene que ver con la comprensión de los conceptos geométricos básicos de punto, recta y plano, puesto que he observado gran dificultad en cuanto al uso de dichos conceptos; de hecho, puedo afirmar, desde mi experiencia docente, que los niños pueden repetir de manera correcta una definición, pero no logran comprender su significado, ni su relación con el espacio circundante, situación que los lleva a tener dificultades en el reconocimiento de lo bidimensional y tridimensional, por ejemplo.

Considerando la anterior problemática, se evidencia que aún en estudiantes de universidad, de acuerdo con Gutiérrez y Jaime (1996), se observa “que uno de los problemas principales encontrados en la investigación en didáctica de las matemáticas dentro del campo de la geometría escolar es la comprensión de los conceptos geométricos [...] elementales generalmente en la geometría plana” (p. 1). De la misma manera Santa, Lodoño y González (2013) lograron identificar:

[...] que los estudiantes hacen un uso incorrecto de algunos términos matemáticos (superficies, área, perímetro, exponente, radicando, denominador, cuadrado, cubo, entre otros) o presentan argumentaciones imprecisas cuando los utilizan [...] Las dificultades mencionadas anteriormente se perciben al analizar, en primera instancia, la forma en que





## Facultad de Educación

los estudiantes resumen las explicaciones, argumentan soluciones propuestas a problemas, hacen preguntas sobre los procesos de solución o presentan informes de consultas y proyectos. (p. 62).

De hecho, parte de dicha problemática está relacionada con los contenidos de geometría que deben comprender los niños de segundo grado de la básica primaria de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús, del municipio de Turbo, Antioquia, en los cuales se ha podido notar que el aprendizaje es repetitivo y mecánico, pues, al parecer, se quedan solo con lo que se les enseña y, asimismo, repiten lo que alcanzan a retener, pero sin comprender; debido a esto, se perciben dificultades al momento de comparar formas, justificar sus características o crear figuras; se les dificulta establecer preguntas, evidenciándose una deficiencia en la apropiación de los conceptos; además, se observa una profunda confusión e imprecisión al usar algunos conceptos y poca relación entre formas y sólidos con elementos fundamentales de la geometría como son punto, recta y plano.

El MEN (2004) menciona como una de las dificultades en el aprendizaje de la geometría, la poca articulación “entre los procesos de visualización y los procesos de justificación en geometría” (p. 14). En este sentido, se percibe que los niños dibujan figuras como triángulos, cuadrados, rectángulos, pero luego no son capaces de explicar o justificar las características o los elementos que los conforman; inclusive, la mayor dificultad se presenta cuando representan figuras tridimensionales dibujadas, pues frecuentemente las representan como figuras planas; es posible que la forma tradicional de uso del tablero, tiza o transcripciones directas en el cuaderno, tenga mucha influencia en las dificultades encontradas.



Por consiguiente, su razonamiento se centra en la visualización de la forma, pero se les dificulta la justificación, lo cual se puede notar al momento de hacerles preguntas como: ¿qué elementos componen esa figura?, ¿qué permite que se vea así?; considero que este es un problema grave que está afectando la comprensión de los conceptos objeto de estudio por parte de los estudiantes y, a su vez, la comprensión de los demás conceptos o procedimientos geométricos, que se fundamentan en los primitivos.

Piaget (citado por Martínez y Rivaya, 1998) menciona, en relación al pensamiento geométrico, que para lograr este tipo de articulaciones y descripciones lógicas del espacio, se debe considerar en el estudiante la variable edad, debido a que entre los siete y los ocho años, su pensamiento geométrico puede catalogarse como topológico, atendiendo a las categorías conceptuales o pre conceptuales que pueden usar en esa edad, como las de cierre, interioridad o separación. Así mismo, Martínez y Rivaya (1998) precisan, en cuanto a la comprensión en estos niveles educativos, que esta debe reunir “el desarrollo de las nociones y formas de pensamiento geométrico más primarias, necesarias para esa organización lógica del espacio” (p. 2).

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y resaltando la importancia que tiene trabajar con los niños nociones elementales de geometría en los primeros años, he podido percibir, desde mi práctica docente, que en las representaciones gráficas que hacen de su contexto, los objetos tridimensionales son mostrados solamente de forma plana, exteriorizando la dificultad y falta de abstracción de estos conceptos al usar representaciones de puntos, líneas y planos.



Los niños, tanto en sus representaciones como en sus descripciones, se ven más inclinados a describir solamente lo plano, es decir, se quedan en la representación bidimensional; se les presenta, por ejemplo, un tetraedro o pirámide y ellos perciben un triángulo; un cubo lo reconocen como un cuadrado; lo mismo ocurre cuando se observan figuras en el plano, las cuales están compuestas por infinitos puntos; en este caso, los niños solo observan lo bidimensional y dejan de lado lo unidimensional.

Partiendo de la idea de que los conceptos de punto, recta y plano son elementos primitivos y a la vez elementos abstractos, el presente estudio pretende abordarlos mediante la consolidación de una estrategia alternativa, usando el doblado de papel como herramienta que posibilita el uso de un material tangible, que garantice en los estudiantes del grado segundo una mayor apropiación con respecto a las metodologías habituales. Desde la experiencia docente he percibido que, desafortunadamente, cuando los conceptos en cuestión son enseñados a partir de la educación tradicional, su carácter primitivo se relaciona comúnmente con un “carácter simplista” que conlleva a un tratamiento superficial de los mismos en el aula de clase.

En concordancia con lo anterior, Martínez y Rivaya (1998) consideran, con respecto a la complejidad de esos conceptos, que “esa abstracción es tan poderosa que supone la consideración de un número progresivamente menor de dimensiones, hasta llegar al caso del punto, entidad ideal carente por completo de dimensiones” (p. 10). Es posible que al pasar el tiempo, la no comprensión de estos conceptos se convierta en un problema mayor, que no permita la comprensión de otras temáticas en los grados siguientes. Al respecto, Escobedo, Jaramillo y Bermúdez (2004), basados en la EpC, plantean que “la mayoría de





los estudiantes que se gradúan, lo hacen sin haber comprendido lo que aprendieron, así mismo le sucede no solo a los estudiantes que lograron terminar después de muchos fracasos sino también a aquellos que siempre tuvieron éxitos” (p. 531); es importante aclarar, de hecho, que si un estudiante sabe la definición de un concepto cualquiera, esto no asegura que tenga comprensión de lo que está afirmando.

Es posible que las problemáticas mencionadas se hayan generado, en parte, porque “el profesor privilegia la transmisión de los contenidos por encima de la comprensión” (p. 531), situación que podría bloquear “la curiosidad y el deseo de exploración que por naturaleza tienen los seres humanos” (p. 531). De la misma manera, es posible también que la edad de los niños no haya sido tomada en cuenta, como tampoco la clase de conocimientos que requieren para desarrollar la imaginación espacial, que es la que posibilita el reconocimiento y conceptualización de figuras y características básicas que las constituyen.

Otros autores como Gutiérrez y Jaime (1996) plantean que cuando se presenta por primera vez un concepto nuevo de geometría elemental, se suelen recurrir a uno de estos dos métodos de enseñanza:

Primero comienzan enunciando una definición matemática de dicho concepto, luego plantean ejercicios de memorización y de reconocimiento de figuras concretas; en segundo lugar, presentan ejemplos de figuras que representan ese concepto, haciendo una descripción de sus características matemáticas y a veces físicas, a continuación enuncian una definición matemática del concepto y, por último plantean ejercicios de memorización de la definición. (p. 3-4)



Debido a la situación anterior y a la dificultad que se percibe en los niños del grado segundo para conceptualizar en torno a las ideas primitivas de punto, recta y plano, es importante considerar en este trabajo, una oportunidad para relacionar el arte y el juego con la geometría. Por lo tanto, se usará la manipulación y experimentación con el doblado de papel en el diseño de actividades, las cuales harán parte de una unidad curricular de acuerdo con los elementos del marco de la Enseñanza para la Comprensión, que permita lograr que los estudiantes se aproximen a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría euclidiana, contribuyendo así a la producción de conocimientos y a la participación activa de los niños en la visualización y experiencia con este medio.

Finalmente, Mora (1995) afirma que la geometría es especialmente importante en esas edades en las que el estudiante necesita verificar propiedades mediante la manipulación de objetos reales, pues esto influye en el desarrollo posterior de las capacidades matemáticas necesarias. En esta línea, la propuesta considera como medio de manipulación y experimentación, el doblado de papel, porque permite modelar, tocar, voltear, observar o visualizar las figuras, lo que facilitaría a los estudiantes analizar, justificar y comprender algunas propiedades de los objetos, para aproximarse, posteriormente, a la comprensión de los conceptos de punto, de recta y de plano.

#### **1.4. Formulación del problema**

Los estudiantes del grado segundo de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús de la Región del Urabá Antioqueño, presentan dificultades en la aproximación a la



comprensión de los conceptos geométricos no definidos de la geometría, tales como: punto, recta y plano, cuando se da el paso de lo concreto a lo abstracto.

### 1.5. Pregunta de investigación

¿Cómo los estudiantes del grado segundo se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel, en el contexto de la EpC?

### 1.6. Objeto de investigación

El objeto de esta investigación se centra en la aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de punto, recta y plano mediante el doblado de papel, de los estudiantes del grado segundo.

### 1.7. Objetivo general

Analizar las maneras en que los estudiantes del grado segundo se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel, en el contexto de la EpC.

### 1.8. Objetivos específicos

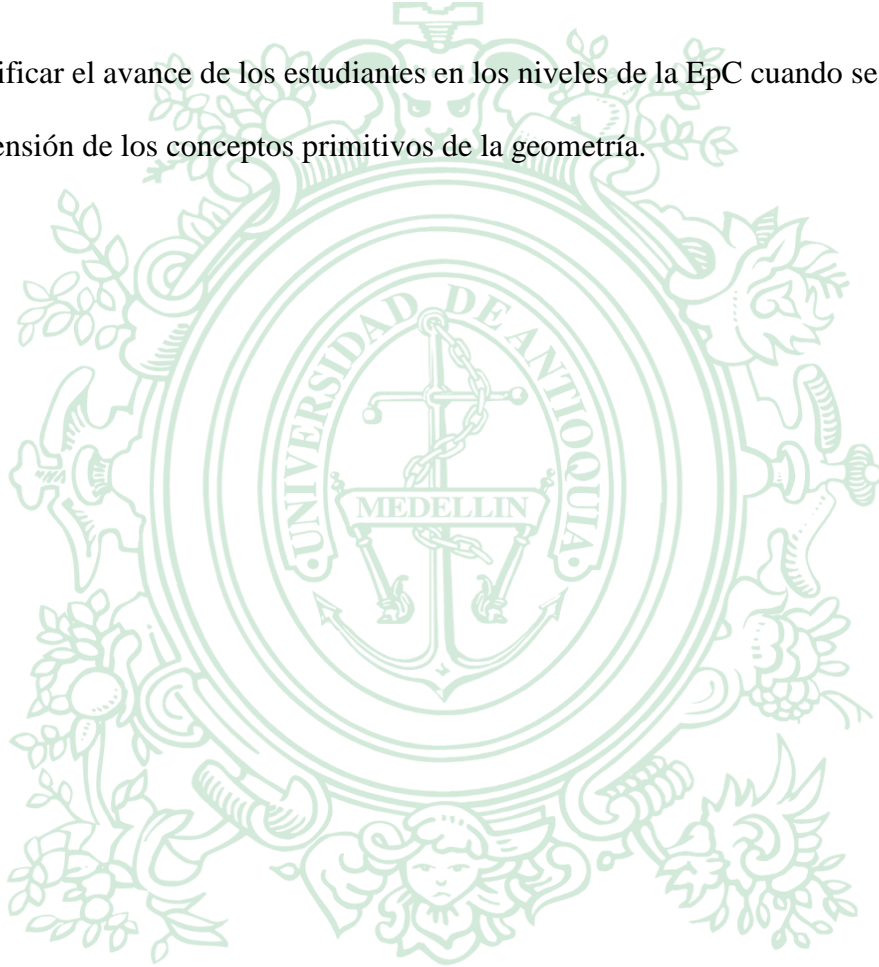
Diseñar y aplicar una unidad curricular usando el doblado de papel como estrategia, que permita a los estudiantes del grado segundo, una aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de punto, recta y plano.





Describir el proceso evolutivo de los estudiantes, al aproximarse a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría, utilizando como medio el doblado de papel.

Identificar el avance de los estudiantes en los niveles de la EpC cuando se aproximan a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría.



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



### 2. Capítulo Dos: Enseñanza para la Comprensión

El capítulo dos de la presente investigación, expone de manera general los parámetros del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC), dado que se consideran cada una de las partes propuestas en este, por David Perkins, Howard Gardner y Vito Perrone (citados por Stone, 1999). Estos autores mostraron su interés en dos aspectos fundamentales; el primero de ellos, la pedagogía de la comprensión, que según Stone (1999), consiste en desarrollar la comprensión en estudiantes para que puedan dar conceptos, mostrar el pensamiento creativo, llegar a la resolución de problemas, la formulación y comunicación de argumentos atractivos y, el segundo, la manera de fortalecer el ejercicio docente a través de sus prácticas pedagógicas.

#### 2.1. Inicios del marco conceptual

Este marco tuvo sus inicios en el año 1998, donde se concibió como una estrategia para desarrollar la comprensión en estudiantes de educación secundaria y media; el proyecto inicial, denominado “Proyecto Cero”, tuvo una duración de cinco años y vinculó tanto a investigadores como a profesores de diversas materias (lengua, matemáticas, historia, estudios sociales y ciencias); además, estuvo adscrito a la Escuela de Graduados de Educación de Harvard (Stone, 1999). Este proyecto dio como resultado el marco conceptual de Enseñanza para la Comprensión (EpC), teoría en la cual se basó este estudio.

Las ideas del marco de la EpC, descansan sobre décadas de trabajo colaborativo entre sus investigadores; está dirigido a un amplio público que incluye a los docentes, líderes, padres de familia y estudiantes de escuelas y colegios, con el fin de ampliar el currículo



para trabajar la comprensión desde las Instituciones Educativas. Los autores mostraron su interés en dos aspectos fundamentales: la pedagogía de la comprensión que, según Stone (1999), consiste en desarrollar la comprensión en estudiantes para que puedan conceptualizar, desarrollar su creatividad, formular y solucionar problemas y comunicar sus argumentos; el segundo aspecto consiste en fortalecer el ejercicio docente para mejorar las prácticas pedagógicas.

### 2.2. Pertinencia

Acorde a la descripción anterior, conviene explicitar que el marco de la EpC es “una herramienta cuyo propósito es diseñar y dirigir las prácticas de aula que promueven la comprensión y reflexionar sobre ellas” (Blythe, 1998, p. 14). En esta perspectiva, este marco conceptual es pertinente porque le permite al profesor, según Rendón (2009), diseñar sus propias guías de estudio y ampliar la visión del currículo, al establecer conexiones entre las distintas áreas disciplinares y el contexto social; por lo tanto, la EpC permite múltiples relaciones en las diferentes temáticas y, a su vez, permite contextualizarlas (Rendón, 2009).

De este modo, el profesor enriquece su experiencia docente presentando los conceptos articulados, y no de forma aislada, de acuerdo con los intereses y necesidades de la comunidad en la que participa (Stone, 1999). Es decir, según Stone (1999), la EpC ofrece una guía práctica a los profesores para orientarlos en su labor acerca de lo que realmente vale la pena comprender y, de esta manera, estos puedan organizar su currículo.

Por su parte, Perkins y Blythe (1994), con relación a la pertinencia de la EpC, precisan que comprender “es poder realizar una gama de actividades que requieren





pensamiento en cuanto a un tema, por ejemplo, explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una manera nueva” (p. 5); tales características son las que se esperan ver reflejadas en los estudiantes después de vivenciar las actividades de la guía curricular, cuyo propósito es la aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano mediante el doblado de papel.

En este mismo escenario, Pogré (2012) propone un modelo de planificación, que gira alrededor de la concepción de la enseñanza y del aprendizaje desde una postura ética; ella tiene certeza de la idea de que “todos somos capaces de comprender y que, además, se puede ayudar a que esto sea posible por medio de la instrucción” (p. 49). Con base en lo anterior, la comprensión de los estudiantes es un compromiso que exige extender, sintetizar y aplicar lo que saben o han aprendido (Pogré, 2012).

Además, permite evidenciar que todos los estudiantes avanzan en sus niveles de comprensión, aunque no todos logren ubicarse en el más alto nivel. De hecho, en mi labor docente y de acuerdo con mi experiencia, he encontrado estudiantes muy hábiles en el progreso de su comprensión, pues desarrollan con pertinencia todas las actividades propuestas; también he encontrado otros en los que percibo poco progreso, dado que se muestran reacios y realizan sus actividades de aprendizaje de forma más lenta, mostrando un desempeño inferior. Considerando esta cualidad de la EpC, que brinda elementos que permiten analizar qué tanto avanza un estudiante en el conocimiento que comprendió y en qué nivel está razonando, es que se utilizan las ideas de este marco conceptual como referente para fundamentar el presente estudio.



### 2.3. La comprensión

La comprensión, según Stone (1999), se concibe como “la capacidad de usar el propio conocimiento de maneras novedosas” (p.14). En esta misma línea, Perkins (1999) precisa que “comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe” (p.70). Es decir, esta visión de la comprensión se relaciona con lo que el aprendiz puede demostrar, al ir más allá de lo aprendido cuando usa sus conocimientos en otras áreas, situaciones o contextos que se le presentan. Blythe y Perkins (1998) afirman que “la comprensión incumbe a la capacidad de hacer con un tópico una variedad de cosas que estimulan el pensamiento, tales como explicar, demostrar y dar ejemplos, generalizar, establecer analogías y presentar el tópico de una nueva manera” (p. 39). Por lo tanto, para probar que un estudiante ha comprendido debe demostrarlo por medio de habilidades y desempeños.

En cuanto a la comprensión vinculada con un desempeño, Stone (1999) afirma que esta se relaciona con “la capacidad e inclinación a usar lo que uno sabe cuando actúa en el mundo” (p. 109). La comprensión se puede reconocer por medio de desempeños que, según Perkins (1999), “son las actividades que van más allá de la memorización y la rutina” (p. 73). No se trata de almacenar una cantidad de información en la mente, para luego ser recitada o reproducida, ni se trata de realizar ciertas actividades académicas con temáticas seleccionadas en una planeación, sino que se busca que el estudiante, desde su propia indagación, pueda construir sus conocimientos y métodos considerando sus vivencias y desempeños; pueda tener dominio conceptual al relacionar la teoría con la práctica, de tal



manera que logre demostrar su comprensión al expresarse de otras formas y con flexibilidad, en referencia a un tema determinado.

En ese orden de ideas, Boix y Gardner (1999) exponen que para saber si un estudiante ha comprendido, el profesor:

[...] se basa en su capacidad para hacer un uso productivo de los conceptos, teorías, narraciones y procedimientos disponibles en dominios tan dispares, como la biología, la historia y las artes. Los alumnos deberían ser capaces de comprender la naturaleza humanamente construida de este conocimiento y remitirse a él para solucionar problemas. (pp. 216-217)

A continuación, se presentará la estructura de este marco conceptual, que está guiada bajo cuatro preguntas claves que Stone (1999) propone: “¿qué tópicos vale la pena comprender?, ¿qué aspectos de esos tópicos deben ser comprendidos?, ¿cómo podemos promover la comprensión?, ¿cómo podemos averiguar lo que aprenden los alumnos?” (p. 24). Estas cuatro preguntas hacen alusión a los cuatro elementos de la comprensión, respectivamente: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua, cuya interacción y articulación debe ser coherente. Cada elemento del marco conceptual de la EpC, sirve para guiar la evolución de la investigación durante el desarrollo de la guía curricular, que es un compendio de actividades con doblado de papel, diseñadas bajo los anteriores elementos de la comprensión.





### 2.4. Elementos de la comprensión

La EpC es un marco conceptual amplio y flexible, que ofrece unos criterios generales y una estructura básica para guiar cualquier investigación que se planee en sus bases teóricas. A continuación, se presentan los cuatro elementos de la comprensión: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua.

#### 2.4.1. Tópicos generativos.

Siguiendo el orden de las ideas anteriores, Stone (1999) plantea la pregunta ¿qué tópicos vale la pena comprender?, la cual se relaciona con los conceptos, temas generativos o centrales que presentan las conexiones necesarias entre la vida académica del estudiante y su vida cotidiana; se pueden usar en una o varias disciplinas, además son las preguntas que bosquejan la temática que los estudiantes investigarán; deben ser establecidos de forma clara, de tal manera que satisfagan y sostengan los intereses de estos últimos; deben generar pasión, asombro, curiosidad y, a la vez, deben responder a sus necesidades.

Adicionalmente, deben “involucrar a los alumnos en constantes espirales de indagación que los lleve desde un conjunto de respuestas hacia preguntas más profundas que revelen conexiones entre el tópico que se está trabajando y otras ideas” (p. 97). Es decir, se debe garantizar que los temas se relacionen de múltiples formas, incluso con la vida del estudiante, y que sean fáciles de abordar.



Para lograr todas estas expectativas, se debe tener en cuenta, al momento de formular el currículo, la síntesis de los criterios a los que llegaron los autores del marco al mostrar las características de cuándo un tópico es generativo. Para ello, un tópico debe ser: “central para el dominio o la disciplina, accesible e interesante para el alumno, que excite las pasiones intelectuales del docente, y se conecte fácilmente con otros tópicos” (p. 99).

Cuando se expresa que un tópico debe ser *central para el dominio o la disciplina*, se quiere dar a entender que los estudiantes se deben involucrar para que realicen un trabajo más sofisticado en la disciplina y, por lo tanto, estos temas deben generar, según los profesionales del campo, indagaciones importantes y controversias perdurables, que centren la atención del estudiante dentro de la disciplina y puedan sostener el interés en la investigación (Stone, 1999). En el caso particular de los estudiantes de segundo grado, las actividades que se diseñen deben permitirles indagar sobre las características espaciales de los objetos y generar procesos de razonamiento frente a los conceptos y procedimientos geométricos abordados, claro está, considerando el desarrollo evolutivo propio de la edad.

Stone (1999) también propone que se debe mantener la temática de tal forma que los estudiantes vinculen sus experiencias y preocupaciones, sus intereses personales, aspectos tan importantes como la edad, los contextos sociales, la cultura o, incluso, sus fortalezas o dificultades en su proceso de comprensión. En este caso, se puede afirmar que el tópico es *accesible e interesante para el alumno*, pues va a generar una variedad de vías de entrada hacia la comprensión de una forma más atractiva y motivadora.



Esta autora precisa que la capacidad generativa de un tópico tiene mucho que ver o depende de la forma como el profesor lo enseña, de su asombro, de cómo muestre esa pasión; depende, a su vez, del ingenio para atraer la curiosidad y atención de sus estudiantes que están en una etapa de exploración; esto es, que ellos vean que la temática *excita las pasiones intelectuales del docente*, para que lo perciban de la misma manera (Stone, 1999).

En la misma línea, estos tópicos deben ser lo más *ricos en conexiones con otros tópicos*, es decir, que se vinculen fácilmente a las experiencias previas de los estudiantes, con la intención de que los lleven, cada vez más, a interrogantes más profundos con vínculos múltiples (Stone, 1999). De esta manera, se busca que puedan relacionarlos con las distintas disciplinas tanto dentro como fuera de la institución educativa.

### 2.4.2. Metas de comprensión.

La segunda pregunta clave que orienta el proceso de la EpC, corresponde a ¿qué aspectos de esos tópicos deben ser comprendidos? y se relaciona directamente con las metas de comprensión. Estas se direccionan hacia el propósito o la finalidad, es decir, lo que se espera que los estudiantes lleguen a comprender. En particular, las metas deben dar claridad sobre las ideas, procesos, relaciones o preguntas que estos comprenderán por medio de la indagación; estos aspectos hacen parte de “las cosas más importantes que deben comprender los alumnos en una unidad o en un curso” (Blythe y Perkins, 1999, p. 45).





Considerando la idea anterior, el profesor debe jugar un papel fundamental como facilitador de estas metas de comprensión y debe promover trabajos que conduzcan al estudiante a desarrollar habilidades que sean significativas y trascendentales en su vida de formación académica y como persona. En este sentido, se espera que el estudiante se pueda desempeñar con flexibilidad en diferentes contextos escolares o extraescolares.

### 2.4.3. Desempeños de comprensión.

Este elemento centra su atención en lo que hacen directamente los estudiantes y está orientado por la pregunta ¿cómo podemos promover la comprensión? Para dar respuesta a este interrogante, los profesores deben definir y diseñar las actividades que desarrollarán y demostrarán la comprensión de metas importantes, de tal manera que se pueda trascender del conocimiento procedimental y la habilidad rutinaria, hacia una actuación con flexibilidad; es decir, los desempeños permiten ver las construcciones y las propuestas del estudiante, que pueden ser evidenciadas con acciones o palabras que han ido más allá de la memorización. Esto con el fin de conocer hasta qué punto ha avanzado en el grado de comprensión en cuanto al dominio de un tópico generativo.

Los desempeños de comprensión implican unos niveles, los cuales permiten percibir el proceso de construcción que va escalando el estudiante. Es importante mencionar que este marco centra su atención en lo que este hace y aprende, demostrando que puede ir más allá de la información que se le brinda, de tal manera que se involucre en su propia comprensión. Como consecuencia, “esta postura ubica a los docentes en el papel de facilitadores o entrenadores” (Stone, 1999, p. 11), pues sus enseñanzas deben lograr que el



estudiante alcance un mayor desenvolvimiento, que le posibilite avanzar de un nivel a otro; de hecho, le permite tener mayor capacidad para dar explicaciones, interpretar, analizar, establecer relaciones, al igual que comparar y hacer analogías de manera creativa.

De acuerdo con Stone (1999), existen tres tipos de desempeños, en los cuales los estudiantes pueden exhibir sus progresos; estos son: fase de exploración, fase de investigación guiada y fase de proyecto final de síntesis.

### ***Fase de exploración.***

La cual consiste en averiguar los elementos, conceptos, métodos basados en la disciplina, que poseen los estudiantes antes de trabajar en la temática escogida, permitiéndole al profesor descubrir lo que estos saben y lo que les interesa saber, y observar la conexión que hacen entre el tópico, sus conocimientos previos y sus experiencias.

### ***Fase de investigación guiada.***

Según Stone (1999), en esta etapa se pretende que el estudiante desarrolle una forma más compleja de investigación, a través de la guía del profesor, que lo lleve hacia metas identificadas, que se centren en el problema relacionado con el tópico generativo y las mismas metas de comprensión, logrando que se comprometa en formas más avanzadas de comprensión, puesto que al inicio de la unidad los desempeños pueden ser relativamente simples. En esta línea, Stone (1999) argumenta que “los docentes pueden centrarse en habilidades básicas tales como la observación cuidadosa, el registro preciso de datos, el uso



de un vocabulario rico o la síntesis de notas de fuentes múltiples alrededor de una pregunta específica” (p. 112).

### *Fase de proyecto final de síntesis.*

Son las tareas finales concretas que alcanzaron a desarrollar los estudiantes, en las que se puede ver, de acuerdo con Stone (1999), el dominio que tienen sobre las distintas comprensiones desarrolladas, de manera independiente, y establecidas en la unidad curricular; es decir, se percibe el progreso de la comprensión desde los desempeños preliminares mostrados en la fase de exploración, hasta sus desempeños finales en la fase de proyecto final de síntesis.

### **2.4.4. Evaluación diagnóstica continua.**

Esta parte del marco conceptual, de acuerdo con Stone (1999), se relaciona con la pregunta orientadora ¿cómo podemos averiguar qué es lo que comprenden los alumnos? Es a través del proceso de valoración constante de los desempeños de comprensión, donde se han precisado criterios claros, los cuales deben ser conocidos por los estudiantes antes de iniciar su trabajo; estos criterios le pueden facilitar análisis y críticas constructivas al aprendiz, de tal manera que obtenga aportes por parte de sus compañeros y profesor, contribuyendo a que se promueva el progreso de sus desempeños, es decir, que se evalúe y refuerce continuamente el aprendizaje.

De esta manera, la evaluación se convierte en un instrumento útil que genera recomendaciones y contribuciones, tanto a los profesores como a los estudiantes; dado que





en todo momento se está en una constante exploración, entonces cuestionar aquello que fue realizado, sirve de base para reconocer las fortalezas y debilidades de los desempeños; en este sentido, Stone (1999) menciona que “tanto los alumnos como docentes comparten la responsabilidad permanente de analizar cómo están avanzando los alumnos hacia desempeños de alto nivel” (p.118).

Como consecuencia, los procesos de valoración diagnóstica continua según Stone (1999), “dan forma a la planificación y miden la comprensión de los alumnos” (p. 25). Por eso, constituyen una de las partes del marco que más desafíos presenta; en primer lugar, porque los educadores deben tener un alto nivel de comprensión de los otros elementos del marco y, en segundo lugar, porque las metas y los desempeños de comprensión deben estar diseñados de manera tan específica y clara, que permitan que los alumnos reconozcan e identifiquen lo que se espera que comprendan en su proceso de aprendizaje (Stone, 1999).

### 2.5. Las cualidades de la comprensión

Identificar cualidades de una “buena” o “mala” comprensión, es un hecho de vieja data, puesto que disciplinas como la psicología y la epistemología, a lo largo del tiempo, han intentado definir dichas cualidades de una manera sistemática (Boix y Gardner, 1999). En el caso de la EpC, tales cualidades siguen un modelo común, a pesar de que se habla de comprensión en diferentes disciplinas. Esto es,

[...] los alumnos usan una base de conocimiento rica, detallada y organizada; se remiten a los métodos y convenciones de las disciplinas para construir y validar lo que saben; atienden a la



importancia social, científica o médica de lo que aprenden y se preocupan acerca de las formas en las que se comparte el conocimiento con otros. (Boix y Gardner, 1999, p. 227)

Por lo tanto, los desempeños permiten “la organización del conocimiento en diversos dominios y la relación entre conocimiento disciplinario y la vida cotidiana” (Boix y Gardner, 1999, p. 228), teniendo en cuenta la forma en que los estudiantes lo comunican y relacionan, para poder ubicarlos en un determinado nivel de comprensión. En este sentido, para caracterizar, de manera sistemática las cualidades de la comprensión, de tal manera que respeten la especificidad de cada disciplina y sean válidas en los diferentes dominios, de acuerdo con Boix y Gardner (1999), la EpC destaca cuatro dimensiones: “contenido, métodos, propósitos y formas de comunicación” (p. 230). A su vez, dentro de cada dimensión, el marco describe cuatro niveles de comprensión: “ingenua, de principiante, de aprendiz y de maestría” (p. 230).

### **2.5.1. La dimensión de contenido.**

Al vivir y pasar cada etapa en la vida, de acuerdo con Boix y Gardner (1999), los estudiantes generan ideas intuitivas o no escolarizadas, las cuales les permite construir teorías de la materia, de la sociedad o de ellos mismos, que al pasar el tiempo, en su entorno social y su vida misma, pueden tomar el dominio disciplinario y prevalecer por encima de los conceptos de los dominios enseñados y validados. El cambio de paradigmas y de creencias, para la comprensión completa de las disciplinas, es un desafío que debe ser enfrentado por los estudiantes, para lograr transformar sus imaginaciones, razonar y

1 8 0 3



moverse de modo flexible entre las ideas y las globalidades, entre los ejemplos y las generalizaciones, dentro de una red conceptual rica y coherente (Boix y Gardner, 1999).

El sentido de esta dimensión es “refinar, transformar o reemplazar estas intuiciones iniciales” (p. 231), integradas en un sistema flexible, cuando el estudiante se enfrenta a comprender en profundidad al mundo que lo rodea. Es decir, esta dimensión evalúa hasta qué punto los estudiantes dejan ver el grado de superación de sus perspectivas intuitivas o no escolarizadas (Boix y Gardner, 1999), al momento de mostrar sus desempeños.

### **2.5.2. La dimensión de métodos.**

Evalúa la capacidad de los estudiantes para guardar cierta incredulidad hacia sus creencias y hacia el conocimiento presentado desde distintas fuentes; por lo tanto, no dan por cierto lo que oyen de otras personas, medios o textos. Esta dimensión también valora la forma en que los estudiantes utilizan métodos, estrategias, técnicas y procedimientos, apropiados para construir y validar argumentos, de manera similar como los expertos documentan la disciplina que estudian. (Boix y Gardner, 1999).

### **2.5.3. Dimensión de propósito.**

Boix y Gardner (1999) precisan que esta dimensión evalúa la habilidad de los estudiantes para identificar las finalidades e intereses que guían la construcción del conocimiento, a la vez, su capacidad para usarlo en diversas situaciones, y las consecuencias de hacerlo. Para ello, se debe considerar que este conocimiento surge de las necesidades y preocupaciones humanas acerca del mundo, de los cuerpos de conocimiento





y las herramientas disponibles, basadas en la experiencia de la cotidianidad que evoluciona a través de la reflexión, y de las normas de validación donde son aceptadas (Boix y Gardner, 1999).

En la línea de estos autores, en el ejercicio de esta reflexión, profesores y estudiantes analizan tópicos esenciales dignos de ser estudiados en la escuela, lugar donde se manifiesta el uso posible y variado de lo aprendido, cuestiones que impulsan este tipo de indagaciones y donde se muestra el nivel de autonomía del estudiante, al demostrar que utiliza lo que sabe en nuevas situaciones y en el dominio con que fundamenta sus posiciones personales. Boix y Gardner (1999) establecen que la base de esta dimensión es: “la convicción de que el conocimiento es herramienta para explicar, reinterpretar y operar el mundo” (p. 234).

#### **2.5.4. La dimensión de formas de comunicación**

Evalúa la eficiencia y creatividad de los procedimientos del uso de un lenguaje o sistema simbólico que el estudiante emplea para demostrar su comprensión, tales como: escritos de informes o ensayos, representaciones (gráficas, esquemáticas o histogramas), canciones, conversaciones, expresiones orales y otros. Esta dimensión también considera la capacidad de los estudiantes para tener en cuenta la audiencia y el contexto, es decir, a qué público se dirige y adecuarse a estos contextos, de acuerdo a las personas que lo escuchen. (Boix y Gardner, 1999).

El proceso de comunicarse con otros es un desafío para los estudiantes, puesto que deben mostrar la calidad y uso adecuado del lenguaje o sistema simbólico, al hacer público



el conocimiento utilizando argumentos atractivos, que se manifiestan a través de gran variedad de desempeños que dan cuenta de su comprensión. Lo anterior, es una idea clave y esencial para lograr el propósito de esta investigación, ya que los estudiantes, siendo de básica primaria, pueden demostrar el avance que han tenido en el proceso de aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de punto, recta y plano, al intentar comunicar, de diferentes maneras, sus conocimientos.

### 2.6. Niveles de comprensión

Socialmente, en algunas disciplinas, existen grados de elevación ya sea en la parte intelectual, moral, de méritos, que categorizan a las personas de acuerdo a parámetros establecidos; en el desarrollo mental de una persona, observado a través de desempeños de comprensión, desde su especificidad como en la profundidad, es necesario, en la perspectiva de Boix y Gardner (1999), “distinguir desempeños débiles de otros más avanzados” (p. 239). Con esta idea, estos autores caracterizan los niveles de la comprensión: “ingenua, de principiante, de aprendiz y de maestría” (p. 239) de la siguiente manera:

En el nivel de ingenuo, el estudiante no muestra señales de dominio de lo que sabe, tiende a realizar descripciones incoherentes e imaginativas y es poco expresivo al comunicar su conocimiento ante otros. Sus explicaciones se basan en conocimientos inferiores ya que presenta información tomada desde su intuición, de lo que ve disponible directamente en el mundo, sin hacer ningún tipo de relación entre lo aprendido en la escuela y su vida cotidiana.



Los desempeños de comprensión de principiante “están predominantemente basados en los rituales y mecanismos de prueba y escolarización” (p. 240). En este nivel, los estudiantes destacan simples conexiones en algunos conceptos e ideas disciplinarias, exponen el conocimiento de forma mecánica, demostrando un mínimo de avance en su comprensión.

En el nivel de aprendiz, un estudiante demuestra un uso flexible de conceptos o ideas de la disciplina. El conocimiento es construido de forma compleja, pues sigue procedimientos y criterios semejantes a los usados por expertos en el dominio, demostrando de esta manera un notable avance al relacionar los conocimientos disciplinarios y la vida cotidiana. Por lo tanto, “los desempeños en este nivel demuestran una expresión y comunicación de conocimiento flexible y adecuado” (p. 240).

Los desempeños de comprensión de maestría tienen como cualidad su naturaleza integrada, crítica y creativa. Los estudiantes pueden alcanzar comprensiones interdisciplinarias, pues son capaces de moverse con flexibilidad. Al respecto, Rendón (2009) expresa que “logran los desempeños propuestos y demuestran altos niveles de comprensión en cada una de las actividades realizadas” (p. 80). En esta perspectiva, los estudiantes pueden usar el conocimiento para reinterpretar y actuar en el mundo que los rodea.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3





### 3. Capítulo Tres: Marco Metodológico

El capítulo tres presenta las generalidades del diseño metodológico, el cual se basa en un paradigma de corte cualitativo; se exponen, además, las particularidades del estudio de casos de tres estudiantes del grado segundo de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús, del municipio de Turbo, departamento de Antioquia. Posteriormente, se hace alusión a las características propias de los participantes y a las formas de recolección y análisis de la información. Es importante resaltar que el marco metodológico se articuló con los elementos, dimensiones y niveles del marco de la EpC.

#### 3.1. Diseño metodológico

Para cumplir los propósitos de la presente investigación, es necesario sustentar el abordaje metodológico desde un conjunto de teorías, discursos, prácticas y actividades, puesto que las estrategias concebidas durante el trabajo de campo para analizar los procesos de comprensión, deben contribuir a dar respuesta a la pregunta de investigación y encontrar una solución al problema planteado.

Dadas las condiciones requeridas para todo estudio, se tuvo presente que para lograr la consecución de los objetivos planteados, fue fundamental seguir principios rigurosos de investigación; sin embargo, estos también incluyeron aspectos subjetivos de la realidad al ser analizada; dada la importancia de este aspecto subjetivo, se consideraron los sentimientos y las costumbres de los participantes, al igual que su individualidad y sus conocimientos previos, para poder comprender su realidad tanto en su lógica interna como en su especificidad, en la interacción entre investigado e investigador (Sandoval, 2002).



De esta manera, se analizaron los desempeños de los participantes de acuerdo a la forma como avanzaron en el proceso de comprensión tanto a nivel colectivo como individual, a través del desarrollo de cada uno de los elementos de la EpC, materializados en la unidad curricular; dichos desempeños fueron registrados a través de entrevistas, observaciones, grabaciones y documentos escritos; según Stone (1999), estos registros sirven para iluminar la evolución de la comprensión y explicar los criterios de la puesta en marcha de dicha unidad.

En este proceso, se analizó cómo el uso del doblado de papel, en el área de geometría, permitió a los estudiantes del grado segundo, una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano; teniendo en cuenta que cuando se hable de aproximación a la comprensión, en esta investigación, se entenderá como un proceso subjetivo y personal, que permitió dar cuenta de la forma cómo se acercaron los participantes a ideas intuitivas y características de los conceptos geométricos, desde su contexto, sus sentimientos y pensamientos, de acuerdo a la realidad e historicidad de cada uno de ellos, siguiendo los criterios del marco conceptual de la EpC.

### 3.2. Paradigma

Esta investigación se abordó desde un paradigma cualitativo, dado que los procesos a seguir partieron de la realidad del contexto y de la forma como se logró percibir el objeto de estudio, que en este caso específico es la aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría euclidiana. Este objeto de estudio se enmarcó como un fenómeno de tipo social, del que se extrajo información relevante, por medio de la



observación de campo, las entrevistas, las vivencias, el diálogo y la perspectiva de los participantes (Sandoval, 2002).

Este paradigma, según Hernández, Fernández y Baptista (2006), “se guía por áreas o temas significativos de investigación [...], pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos” (p. 7); en el caso particular de esta investigación, el tema significativo se relacionó con la aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría, mediante el doblado de papel; además, como se va a precisar más adelante, algunos aspectos del estudio fueron considerados antes, durante y después del proceso investigativo.

Asociando estas ideas con lo planteado por Stone (1999), se puede mencionar que un tópico generativo puede ser de cualquier área, siempre y cuando el tema sea significativo para el estudiante; además, las bases teóricas de la EpC se fundamentan en la indagación continua, siendo este su sello característico, “ofreciendo una guía clara, coherente y específica para ayudar a los educadores” (p. 25) en sus prácticas pedagógicas.

Por otro lado, la investigación cualitativa señala algunas condiciones importantes que se deben tener en cuenta para producir conocimiento, de acuerdo con Sandoval (2002):

La recuperación de la subjetividad como espacio de construcción de la vida humana; los materiales utilizados junto con las técnicas y sus instrumentos servirán para analizar los procesos dentro de los cuales la subjetividad tendrá gran valor [...]; la reivindicación de la vida cotidiana como escenario básico para comprender la realidad socio-cultural; la





intersubjetividad y el consenso, como el vehículo para acceder el conocimiento válido de la realidad humana. (p.35)

Hechas las consideraciones anteriores, el conocimiento producido en este proceso investigativo, es el resultado de lo percibido, de las interpretaciones y las interacciones de los participantes, donde se ha hecho uso de la subjetividad para poder comprender y dar a conocer el resultado obtenido, al desarrollar la unidad curricular según el marco conceptual de la EpC; las actividades se diseñaron mediante la geometría del doblado de papel presentada por Santa y Jaramillo (2010), en la que hacen alusión a los conceptos primitivos de doblez, punto y hoja de papel, los cuales fueron analizados y utilizados en este trabajo como objetos de estudio geométrico (punto, recta y plano)

Teniendo en cuenta el enfoque cualitativo y la pertinencia de la EpC, existe una estrecha relación en cuanto a la investigación se trata; es decir, Stone (1999) precisa que la Enseñanza para la Comprensión “es una indagación constante, subjetiva y personal [...], que ofrece un lenguaje y una estructura para guiar la investigación” (p. 165). En esta perspectiva, la investigación cualitativa se guía según los presupuestos de la teoría y lo que observe el investigador mediante el uso de los métodos tratados según los procedimientos que plantea (Borba y Araújo, 2008). Ambos enfoques tienen hipótesis y supuestos que guían procesos investigativos, buscan la comprensión de la realidad, permiten describir las experiencias de los participantes de forma natural para construir o extender la teoría.

En tal sentido, fue guiada esta investigación en sus procesos teóricos y metodológicos, lo cual permitió hacer un análisis de la manera como se aproximaron los estudiantes a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, teniendo en cuenta la



lógica del proceso en la recolección de los datos, el interés del investigador y algunos rasgos propios que precisan Taylor y Bogdan (1992, citados por Sandoval, 2002), para que las interpretaciones de los procesos en un abordaje cualitativo, obtengan la validez que requiere el proceso investigativo; de acuerdo con estos autores, la presente investigación tuvo en cuenta las siguientes características:

**Inductiva.** En tanto que la vía metodológica estuvo direccionada al descubrimiento y al hallazgo; es decir, se desarrolló el concepto sin insistir en la comprobación. Como consecuencia, en este estudio no se pretendió demostrar hipótesis, sino analizar, de forma muy rigurosa y eficaz, el proceso observado en el desarrollo de la unidad curricular, describiendo el avance y ubicando a los estudiantes en uno de los niveles de comprensión, considerados por la EpC, con base en las habilidades observadas al llevar a cabo las actividades planteadas en dicha unidad que se presenta en el capítulo 4.

**Interactiva y reflexiva.** Porque se mantuvo una relación directa entre el investigador y el investigado, al sostenerse un diálogo permanente, interactuar con las evaluaciones y entrevistas, desarrollar y orientar las actividades donde surgieron reflexiones y análisis, tanto de parte del estudiante como del investigador.

**Naturalista.** Se enfocó en la lógica interna de la realidad, que se percibió en los participantes considerando el marco de la EpC en el desarrollo de las etapas planificadas en la unidad curricular, donde se observó la realidad de modo natural para poder comprender el resultado de los procesos, a través de las evaluaciones y evidencias de los procesos; esto con el propósito de confirmar y mostrar que no hay manipulación de los resultados por



parte del investigador; en este caso, los resultados que se obtuvieron en el momento preciso de la observación y el uso de los métodos, poseen esta característica naturalista que presenta Vasilachis (2006):

[...] se aproximan a situaciones, a acciones, a procesos, a acontecimientos reales, concretos, a interacciones espontáneas que, o bien son pre existentes, o bien en parte tuvieron lugar, o bien se desarrollan durante su presencia en el campo y pueden continuar en su ausencia. Los investigadores observan, analizan esas situaciones, esos procesos [...] y tratan de captarlos tan completamente como sea posible, en toda su complejidad y tal como realmente ocurren [...] (p. 4)

**Humanista.** De acuerdo con Sandoval (2002), las experiencias particulares tanto de los participantes como de la investigadora, se comprendieron dentro del fundamento de ellas mismas en las diferentes situaciones personales o privadas; teniendo en cuenta sus conocimientos, pensamientos, sentimientos, valores, costumbres, normas, expresiones y comprensiones desde su propia experiencia y trabajo intelectual.

Necesariamente, para definir el objeto de investigación, según Sandoval (2002), se requiere de distintos medios, de relaciones sociales particulares que hacen que las realidades se comprendan y analicen, de tal manera que se respeten las individualidades en el contexto socio-cultural y se consideren las diferencias que caracterizan a cada uno de los actores, las cuales obedecen a su realidad epistémica. Esta realidad “depende, para su definición, comprensión y análisis, del conocimiento de las formas de percibir, pensar, sentir, y actuar, propias de esos sujetos cognoscentes” (p. 29). El análisis de este proceso y su validación, son el resultado del desarrollo de la unidad curricular según lo plantea la





EpC, dado que se pudo ubicar a cada estudiante en el nivel correspondiente de cada dimensión, de acuerdo a los desempeños y habilidades demostradas y comparadas con las descripciones de la rúbrica, y a la realidad observada en la forma como se alcanzó la aproximación a la comprensión.

### 3.3. Tipo de estudio

El tipo de estudio abordado en esta investigación y, teniendo presente el paradigma cualitativo, fue un **estudio de casos**. Según Martínez (2006), es una herramienta valiosa de investigación que permite medir y registrar la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado. De acuerdo a las consideraciones anteriores, en la presente investigación se analizó el proceso de comprensión de tres estudiantes del grado segundo de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús, del municipio de Turbo. De la misma manera, las razones planteadas por Stake (1999), permiten reconocer que este método fue el apropiado para realizar esta investigación, porque:

Estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo. Buscamos el detalle de la interacción con sus contextos. El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes. (p.11)

La intención fue analizar la aproximación a la comprensión del investigado durante el desarrollo de la unidad curricular dentro de su contexto, sus vivencias, expresiones, sueños, entre otras; es decir, se observó no solamente desde su desenvolvimiento en el saber disciplinar, sino también desde el ser y sus reacciones como persona frente a diferentes



circunstancias para poder extender la teoría con hallazgos reales; siendo esta razón un asunto importante acorde a la finalidad del trabajo, se analizó el proceso individual de cada niño y se comprendió la forma como trasciende en su conocimiento con el uso de una herramienta distinta a las cotidianas, como lo es el doblado de papel. Dicha característica hace especial este método, dado que permite la exploración y la descripción de acuerdo a las técnicas utilizadas.

Tal como se mencionó, se partió de los conocimientos previos, pensamientos, formas de expresión, sentimientos, costumbres, comportamientos, emociones y referentes académicos del estudiante, para diseñar una unidad curricular y una rúbrica hipotética de descriptores de dimensiones por niveles; estos productos pueden permitir el alcance de los objetivos planteados en esta investigación, dando como resultado la descripción de la forma como se aproximaron a la comprensión de los conceptos planteados en este trabajo.

De acuerdo con Chetty (1996, citado por Martínez, 2006), el estudio de casos permite estudiar un tema determinado; en este trabajo el tema fue *la manera como se aproximaron los estudiantes del grado segundo a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel en el contexto de la EpC*. Se utilizaron técnicas y herramientas para recolectar información pertinente (Yin, 1989), tales como las observaciones, las entrevistas, las encuestas, además de otros instrumentos; en especial, se utilizó la evaluación continua, que es uno de los elementos de la EpC que permite analizar el progreso de la comprensión de los estudiantes.



En las perspectivas de Stake (1999), con el estudio de casos se puede lograr una interpretación profunda y rigurosa del caso; específicamente, en la presente investigación, el estudio fue intrínseco, es decir, como investigadora quería saber cuál era el nivel de comprensión que exhibirían los estudiantes al abordar los conceptos básicos de la geometría, tales como punto, recta y plano y, al mismo tiempo, ir describiendo el proceso en la forma natural como se iba desarrollando, particularmente en cada uno de ellos.

### **3.4. Selección de los participantes**

Los estudiantes que hicieron parte de la realización de este estudio, fueron de la básica primaria, en particular de un grado segundo de la jornada de la tarde, que atiende los grados de preescolar hasta el grado quinto. Con base en Eisenhardt (1989, citado por Martínez, 2006), los estudiantes se eligieron de una manera teórica, esto es, “el objetivo de la muestra teórica es elegir casos que probablemente pueden replicar o extender la teoría emergente [...]” (p. 19). En el contexto de esta investigación, se contó con los estudiantes que manifestaron gusto por el doblado de papel y, a su vez, que tenían dificultades en el área de geometría. A continuación, se hará una caracterización más detallada.

#### **3.4.1. Proceso de elección de los participantes.**

El proceso para la elección de los participantes se hizo después de la realización de una actividad lúdica sobre origami, la cual estuvo relacionada con la elaboración de una figura tridimensional; los criterios que se consideraron para este proceso fueron los siguientes:





Se tuvieron presente, en primer lugar, a los estudiantes que mostraron actitudes, aptitudes y habilidades frente al uso del doblado de papel y, además, siguieron las instrucciones dadas.

Segundo, los que manifestaron interés y se ofrecieron a participar de manera voluntaria, pero entregando el permiso firmado de sus padres.

Tercero, los que mostraron interés por responder las indagaciones, que son reconocidos como responsables, que escribieron de forma legible y dieron opiniones sobre los procesos desarrollados con el doblado de papel.

Los estudiantes se motivaron, inicialmente, por la construcción de una figura con doblado de papel en el aula; posteriormente, se les preguntó si deseaban participar de la investigación y se citaron a una reunión; luego, se visitó a los padres de familia para pedir su consentimiento y poder trabajar tanto en las horas de clase, como en algunos horarios extra clases.

### **3.4.2. Contextualización del estudio.**

#### ***Contexto municipal.***

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Ilustración 1: Ubicación del municipio de Turbo

(Tomado del sitio web de la Gobernación de Antioquia)

La enciclopedia libre Wikipedia, menciona que el municipio de Turbo fue fundado el 28 de agosto de 1840 por Baltasar de Casanova; está localizado al norte del departamento de Antioquia, zona que es reconocida como el Urabá antioqueño; se encuentra bañado por el mar y el río Atrato. Tiene una extensión de 3.055 km aproximadamente; sus límites son: al norte con el mar Caribe y los municipios de Necoclí y Arboletes; al este con los municipios de San Pedro de Urabá y Apartadó y con el departamento de Córdoba; al sur con los municipios de Carepa, Chigorodó y Mutatá, y al oeste con el departamento del Chocó.

También se encuentra en esta enciclopedia, que recibió su nombre por lo turbio del agua del mar. Se le ha conocido también como Pisisi, por la abundancia de patos pisingos; recibe el apelativo de la Tierra del cangrejo y el banano, por la cantidad de estos dos

## Facultad de Educación

recursos. Según las cifras presentadas por el DANE del censo del 2005, la composición étnica del municipio está dada por: negros (77%), mestizos y blancos (21%), indígenas (2%).

Es importante para mí, como investigadora, presentar este contexto municipal de los estudiantes, porque la EpC, según Stone (1999), le da gran importancia a este debido a que sugiere construir las unidades curriculares en relación al contexto inmediato de los participantes y menciona, además, que: “los docentes deben seleccionar la materia y ajustar la forma del currículo, para responder a las necesidades de los alumnos” (p. 97), en las que se incluye el contexto sociocultural.

### *Contexto institucional.*



Ilustración 2: Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús

En el proyecto Educativo Institucional (PEI), de la institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús, en la reseña histórica encontramos que fue creada mediante resolución 1020242-205 del 24 de septiembre de 2012, de carácter público; se encuentra ubicada en el Barrio Veranillo del municipio de Turbo (Antioquia); cuenta con 24 aulas, espacios de





oficina, sala de cómputo, restaurante escolar y el auditorio Guillermo Gaviria Correa, el cual tiene capacidad para 300 personas; posee una placa polideportiva pequeña, un patio para recreo, una biblioteca y un espacio cerrado para los estudiantes de preescolar.

La institución se encuentra distribuida en una planta física de dos pisos, con 12 aulas en cada uno de ellos; en su mayoría son niños clasificados en estratos 1, 2 y algunos en el 3; todos hacen parte del municipio de Turbo y provienen de los barrios y veredas cercanas; son niños descendientes de familias turbeñas, cordobeses, chocoanas y de otros municipios de Antioquia.

Los estudiantes participantes, reciben clase en la segunda jornada, que va desde las 12:40 del mediodía hasta las 6:10 de la tarde; esta jornada atiende desde preescolar hasta quinto, con un número aproximado entre 40 a 52 estudiantes en cada grupo. Los estudiantes de bachillerato estudian en la jornada de la mañana, de 6:30 a.m. a 12:30 p.m., desde el grado 6° al grado 11°; además, también están tres preescolares y tres primeros que son atendidos de 7:00 a.m. a 12:00 del mediodía.

Como se mencionó anteriormente, se contó con la participación de estudiantes que manifestaron gusto por el doblado de papel y deseos de hacer parte de la investigación y, a su vez, que mostraran dificultades al utilizar los conceptos básicos de la geometría. A la cita llegaron nueve estudiantes con los cuales se comenzó el trabajo; en el transcurso del proceso, se presentaron variadas dificultades; la más representativa fue que seis de ellos faltaron a algunas sesiones; aunque los niños manifestaron mucho interés, el problema se originó porque sus padres no los podían llevar a la institución educativa los días planeados como sábados o en la jornada extraescolar de ellos, en la que trabajaba la investigadora.



A raíz de esta dificultad que se presentó, se empleó tiempo escolar, con permiso previo de las profesoras que tienen los niños a su cargo, ya que era muy difícil reunirlos a todos porque siempre faltaban algunos; a otros les quedaba difícil asistir en la jornada contraria o no se podían ajustar a los horarios disponibles de la investigadora, quedando atrasados y desinformados de las actividades. Al final, se mantuvieron solo tres de ellos, quienes mostraron agilidad para ponerse al día con los trabajos propios de la institución; además, pudieron desarrollar con éxito la unidad curricular, con lo cual se logró obtener la información necesaria para analizar la aproximación a la comprensión de cada uno de ellos.

### **3.5. Métodos de recolección de la información**

La información se recolectó a través de los siguientes métodos:

#### **3.5.1. Observaciones.**

Las observaciones, como métodos de recolección de datos, me permitieron recoger e identificar información relevante, centrada en los desempeños de los estudiantes, mientras seguían instrucciones dadas para construir los modelos con doblado el papel; de igual manera, se consideró la actitud de los participantes que presentaron dificultad con los mismos procesos. Es importante destacar que los estudiantes requieren de ciertas características de motricidad para poder elaborar, visualizar y describir las construcciones; en este caso, resultó interesante, en la investigadora, describir las observaciones, interpretarlas y analizarlas, para caracterizar cómo se dio la aproximación a la comprensión, en cada uno de los estudiantes participantes.



Según Álvarez (2003), las observaciones hechas al trabajo cotidiano que realizan los estudiantes, permiten que estos sean escuchados para poder analizar sus procesos de aprendizaje; en el caso de este estudio, posibilitaron el análisis de las manifestaciones que fueron mostrando en relación a las aproximaciones a la comprensión, hacer el seguimiento de las construcciones de los modelos y de las descripciones en los documentos y evaluaciones realizadas; de este seguimiento, se obtuvieron directamente los datos para describir cómo avanzaron en la comprensión después de desarrollar la unidad curricular con el uso del doblado de papel.

### 3.5.2. Entrevistas.

La entrevista fue entendida, según Hernández et al. (2006) como: “íntima, flexible, y abierta. Esta es una reunión para intercambiar información [...]” (p. 597). Durante el desarrollo de las actividades, se utilizaron herramientas como las entrevistas semi-estructuradas y abiertas, en forma de evaluación continua como lo plantea la EpC. Es importante mencionar que, en algunos momentos, se requirió del uso de sinónimos para aclarar algunos términos que los estudiantes no entendían; además, se mantuvo la intención de incluir preguntas que surgieron durante el diálogo propio de la entrevista. Cabe aclarar que estas fueron grupales e individuales.

En concordancia con la EpC y Janesick (1998, citado por Hernández et al., 2006), “a través de las preguntas y respuestas, se logra una comunicación y la construcción conjunta de significados respecto a un tema” (p. 597). De esta manera, se hicieron preguntas en todo el desarrollo de la unidad, de tal manera que permitieran comprender cómo fue el avance de





los estudiantes y observar los desempeños que alcanzaron en todas las dimensiones, en especial, en la de formas de comunicación, para poder hacer el análisis.

Se utilizaron instrumentos tecnológicos como grabaciones en audio o video, tanto para las observaciones, como para las entrevistas, para conservar los registros de una manera auténtica y veraz; para ello, se contó con la respectiva autorización por parte del investigado y su acudiente, ya que por la edad de los niños, no pueden tomar este tipo de decisiones.

### **3.5.3. Registros escritos (material de los estudiantes).**

Todos los documentos hechos por los participantes, las evaluaciones escritas y las construcciones con doblado de papel, fueron registros que permitieron recolectar información relevante acerca de la aproximación a la comprensión de los conceptos objeto de estudio.

### **3.6. Validación y análisis de la información.**

El análisis de la información se hizo de la siguiente manera:

Después de terminar el desarrollo de la unidad curricular y obtener información de observaciones, entrevistas grupales o individuales y de los registros escritos (construcciones con doblado de papel o evaluaciones escritas), se procedió a transcribir las observaciones, clasificar el material y a realizar el análisis. En primer lugar, se revisó el material que surgió de la actividad inicial, que se realizó en el grado segundo y que tuvo



como único objetivo, motivar y elegir a los estudiantes del estudio de casos.

Posteriormente, se llevaron a cabo las siguientes acciones:

Se hizo una detallada transcripción, lectura, análisis e interpretación de las evaluaciones continuas y del material producido por los estudiantes, en todo el proceso de aplicación de la unidad curricular.

Transcripción de las observaciones con información relevante del proceso investigativo.

Transcripción de las entrevistas.

Ordenamiento de la información de cada estudiante, para analizar los descriptores de comprensión (rúbrica de dimensiones por nivel), con los cuales se mostró el avance en la comprensión de los participantes y su clasificación en los niveles, de acuerdo a las dimensiones.

La validación y análisis de la información que se presenta en el capítulo cuatro, es el resultado del proceso del estudio de los datos recolectados e interpretados que, según Creswell (2009), consiste en la descripción de las experiencias de las personas estudiadas bajo su óptica, en su lenguaje y con sus expresiones; estos reportes son el resultado de la experiencia vivida en el ambiente de la investigación.

Las conclusiones que se obtienen en el capítulo cinco, se plantean de acuerdo a los elementos de la EpC y al análisis de cada uno de los casos, en el que se tuvieron presente las evaluaciones continuas, entrevistas y las vivencias durante la unidad curricular; estos



análisis se van sintetizando y sistematizando mediante interpretaciones originadas de los procesos investigativos, las observaciones, las reflexiones y los diálogos compartidos.

### 3.7. Camino metodológico

La vía metodológica planteada se inicia con la actividad que se realizó con los estudiantes del grado segundo, para observar gustos y habilidades con el doblado de papel, con el fin de motivarlos a participar del estudio. La actividad consistió en la realización de una figura modelada con doblado de papel, escogida por la mayoría de los estudiantes del grupo.

Posteriormente, se citaron los estudiantes que, voluntariamente, quisieran hacer parte del proceso investigativo; nueve estudiantes en total se ofrecieron, dentro de los cuales se incluyeron siete de un grupo y dos de otro grupo. El proceso completo solo fue logrado por tres de los nueve estudiantes que venían participando, aunque los demás nunca perdieron la motivación, pues acudían cuando sus padres los podían llevar a la institución educativa.

A continuación, se desarrollaron todas las actividades planeadas en cada una de las fases de la unidad curricular: fase de exploración, fase de investigación guiada y fase de proyecto final de síntesis, descritas en el marco teórico (capítulo dos). El análisis se hizo considerando la particularidad y profundidad de todo el material recogido, para describir el proceso de comprensión de cada uno de ellos (capítulo cuatro).

En los siguientes apartados, se describirán las tres fases:





### 3.7.1. Fase de exploración.

La fase de exploración se inició con la presentación de un guión relacionado con la historia del origami, que fue presentado a los niños en una obra de títeres; los personajes fueron construcciones hechas con doblado de papel, donde se modelaron poliedros como el cubo, el tetraedro y el octaedro. Esta actividad se hizo con la intención de indagar sobre las relaciones que establecen los participantes de acuerdo a las experiencias y a los conocimientos previos, en concordancia con las características de los cuerpos geométricos.

Se elaboró una evaluación, basada en las preguntas que se hicieron orales, debido a que los niños estaban muy emocionados con la historia y, cuando los personajes hacían las preguntas, ellos se aceleraban a responder con un tono bastante alto y no seguían las recomendaciones que se habían hecho al principio sobre la participación; además, habían otros estudiantes por fuera del aula que emitían gritos porque querían hacer parte de la actividad; esto hizo difícil captar las respuestas de los participantes para poder analizar sus aportes y ubicarlos en el nivel de comprensión en que se encontraron al inicio de las actividades; sin embargo, con la aplicación escrita del cuestionario, se logró tal propósito.

Luego, en el segundo encuentro, los estudiantes construyeron una figura con doblado de papel, de manera libre, y que fuera conocida por ellos; durante la construcción se observó que los niños, en general, no sabían hacer ninguna figura de forma completa; pero lo que sí hicieron fue que inventaron sus propios modelos; doblaron hojas sin fijarse en que coincidieran los dobleces o que tuvieran algo de precisión; otros hacían lo mismo del

compañero; después de terminar sus producciones, se hicieron preguntas relacionadas en torno a conceptos geométricos.

Posteriormente, se realizó una figura sugerida por la investigadora, la cual fue la cara de un gato; para ello, se recortó una hoja de papel de forma cuadrada y se les explicó los pasos. En ambos casos, se pretendió observar las habilidades o dificultades de los estudiantes al doblar el papel; este trabajo requirió de un gran esfuerzo por parte de los niños para lograr los dobleces ya que, al parecer, no habían trabajado actividades con esta herramienta; luego, los participantes describieron de forma escrita las figuras construidas. También se les pidió que las describieran en compañía de sus padres, pero solo una participante entregó el trabajo con la descripción con su familia, a los demás se les olvidó.

El trabajo de campo se desarrolló en diferentes lugares, debido a que en la institución escasean los espacios; unos días trabajamos en la biblioteca cuando no tenía grupos ocupándola; otros días en la oficina de la psicóloga; a veces en el patio, porque los lugares que habían no tenían ventilación y, en ocasiones, la temperatura era muy alta y se les mojaban las construcciones con sudor a los participantes.

### **3.7.2. Fase de investigación guiada.**

En esta etapa, se plantearon actividades formales y fundamentadas en conocimientos geométricos, que comprometieron a los participantes en su proceso de comprensión; se confrontaron sus experiencias previas con otras nuevas, se observó el dominio de las habilidades con el doblado de papel, las aproximaciones que tuvieron a la comprensión de los conceptos y las abstracciones que lograron consolidar.



Se construyeron otros modelos con doblado de papel. Se trabajó, en varias sesiones, la construcción de una grulla; se dieron las instrucciones de cada paso y, al mismo tiempo, se establecieron una serie de preguntas relacionadas con la visualización de los dobleces y la vida cotidiana, en relación a los conceptos direccionados por la investigación (punto, recta y plano). Los niños describieron la construcción e identificaron en ella figuras geométricas, número de bordes (lados) y de puntas (vértices). El proceso de construcción de la figura fue difícil para los estudiantes dado que, al parecer, no pudieron aprenderla de un solo intento, sino que tuvieron que practicarla varias veces.

En este encuentro, el trabajo se dinamizó al compartir la historia de Sadako y las mil grullas de papel, historia que captó por completo la atención de los niños, a pesar de que estaban en un recinto cerrado y el calor era sofocante; se percibió que los estudiantes se olvidaron por completo de las adversidades y mostraron excelente actitud hacia la lectura; además, mostraron sentimientos contradictorios pues, por un lado estaban felices por escuchar la historia pero, por el otro lado, se pusieron tristes al saber el final de Sadako, hasta tal punto que algunos lloraron y preguntaron dónde podían encontrar la historia para volver a leerla y mostrársela a sus padres; de hecho, uno de los niños relató, en un encuentro posterior, que había visto el video con su mamá, pero que lo había hecho llorar porque era muy triste.

Luego, se construyó otra figura tridimensional, el modelo de un perro, con el cual los estudiantes exhibieron, una vez más, los conceptos geométricos comprendidos a través del doblado de papel; esta figura se la llevaron para sus casas y fue enseñada por ellos, a amigos, vecinos y demás familiares; los estudiantes explicaron los pasos, utilizando





conceptos básicos de la geometría; incluso, una niña quedó tan motivada que una familiar, al verle, el interés le compró una cartilla de origami.

Otra de las actividades requirió de hojas de diferentes tamaños (desde una hoja de apuntes pequeña hasta una hoja de papel bond) para realizar diferentes dobleces e intersecciones entre estos, con preguntas intencionadas, con las cuales los niños demostraron el avance en su comprensión en relación a los conceptos de punto, recta y plano; ellos lograron manifestar las características comunes que encontraban de los dobleces construidos, de las intersecciones y analizaron lo que pasaba si cambiaban de tamaño las intersecciones de los dobleces y los mismos dobleces, al cambiar el tamaño de las hojas; es decir, pudieron establecer algunas conjeturas de acuerdo a características y dimensiones en relación al tamaño, al alejarse y acercarse de las construcciones.

Finalmente, se realizó otra actividad que pretendía conducir a la abstracción de los conceptos tratados, en la cual los participantes se relacionaron con representaciones de círculos de varias dimensiones hasta llegar a la idea de punto sin dimensión.

### **3.7.3. Fase de proyecto final de síntesis.**

En esta fase, los estudiantes construyeron un cuento, utilizando como personajes algunas de las figuras que hicieron con el doblado de papel; incluyeron los conceptos de punto, recta, plano, y otros comprendidos durante todo el proceso. Sus producciones fueron presentadas en la feria de la ciencia y la creatividad, que se hizo en las fiestas institucionales, para que los demás estudiantes y profesores valoraran sus producciones escritas, observaran y aprendieran las figuras construidas con el doblado de papel.



### 4. Capítulo Cuatro: aplicación de la unidad curricular y análisis

El presente capítulo tiene como propósito ofrecer un esquema de la unidad curricular, elaborada según los cuatro elementos propuestos por el marco de la EpC; presenta, además, el análisis articulado con la metodología cualitativa y los descriptores por nivel: ingenuo, principiante, aprendiz y maestría; estos se construyeron de acuerdo a las cuatro dimensiones: contenidos, métodos, propósitos y formas de comunicación, los cuales se formularon según los desempeños presentados por los estudiantes, y la evaluación continua realizada en las diferentes actividades propuestas en cada una de las etapas incluidas en la unidad: exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis. Finalmente, se responde a la pregunta de investigación y se presenta el avance en la comprensión de cada uno de los casos.

#### 4.1. Aplicación de la unidad curricular

Este apartado ilustra el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión desarrollado en este capítulo, donde se revela el proceso de investigación y la forma como se aproximaron los participantes a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, a través del doblado de papel. Para hacer el análisis requerido, se plantearon diversos desempeños en cada una de las fases descritas, con los cuales se originaron los datos.

#### **Unidad curricular para la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano.**

Considerando el marco conceptual de la EpC, se propone una unidad curricular fundamentada en sus cuatro elementos (tópicos generativos, metas de comprensión,



desempeños y evaluación diagnóstica continua), los cuales fueron expuestos de forma general en el capítulo dos; cada uno posee características que orientan el avance en la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría en los niños del grado segundo que participaron de la investigación.

Estos elementos sirvieron para orientar las actividades que propiciaron el análisis de los casos que, a su vez, permitió describir la manera como se aproximaron los estudiantes a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano. Así mismo, posibilitó la descripción del progreso en los desempeños de los estudiantes para ubicarlos en uno de los niveles del marco, siendo conscientes del compromiso de los participantes y la investigadora con el estudio, para hacer posible lo planeado.

#### **4.2. Elementos de la guía curricular**

##### **4.2.1. Tópico generativo.**

Teniendo presente la intención de la investigación, que consiste en que los estudiantes se aproximen a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, usando el doblado de papel como estrategia didáctica, se espera que estos se interesen por sus procesos de comprensión para que puedan obtener acercamientos intuitivos a estos conceptos geométricos, estableciendo conexiones no solo con sus experiencias previas, sino también con otras áreas tanto al interior como al exterior de la institución, además de relacionarlo con la geometría del doblado de papel. Se formuló, para este estudio, el siguiente tópico generativo:

1 8 0 3





**¿De qué manera la geometría del doblado de papel permite que los estudiantes se aproximen a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano?**

### **4.2.2. Metas de comprensión.**

Las metas de comprensión con las que se espera que los niños logren aproximarse a la comprensión de algunos conceptos primitivos de la geometría, al desarrollar el proceso de indagación y el de las actividades con el doblado de papel, son:

Los estudiantes se aproximan a la comprensión del concepto de punto, a través de construcciones con doblado de papel.

Los estudiantes se aproximan a la comprensión del concepto de recta, a través de construcciones con doblado de papel.

Los estudiantes se aproximan a la comprensión del concepto de plano, a través de construcciones con doblado de papel.

### ***Hilo conductor***

Con la intención de orientar el proceso investigativo hacia una meta de comprensión general, que sea motivadora y atractiva para los estudiantes, se establece el siguiente hilo conductor:



Los estudiantes se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, a través de construcciones de figuras tridimensionales con doblado de papel.

### 4.2.3. Estructura de los desempeños y sus fases.

La guía se diseñó de acuerdo con las tres fases descritas anteriormente en el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión y que servirán para la orientación de este proceso, teniendo presente que algunas de ellas requieren más tiempo. Adicionalmente, las actividades aquí expuestas podrían estar sujetas a cambios, de acuerdo con las intenciones del profesor y las exploraciones de los desempeños de los niños durante el desarrollo de las mismas. Es importante resaltar que la unidad es un diseño curricular para la enseñanza, planteada estrictamente para los docentes; por esta razón, las instrucciones dadas, algunas desde la geometría misma, están al nivel de los profesores y no de los estudiantes del grado segundo.

Por otro lado, para describir el proceso de comprensión de los estudiantes, se diseñó una rúbrica, considerando tanto las dimensiones como los niveles, fundamentada por las actividades planteadas en la unidad curricular. La información se recolectó durante la realización de las actividades a través de observaciones, revisión del material de los estudiantes y evaluaciones continuas con preguntas intencionadas, que permitieron analizar el proceso de comprensión de cada niño y ubicarlo en el nivel de comprensión correspondiente.

1 8 0 3



### *Fase de exploración.*

Esta etapa de exploración permitió identificar los saberes previos relacionados con los conceptos objeto de estudio y los intereses de los estudiantes, para identificar qué tan estructurada es su comprensión; de igual manera, posibilitó captar su atención hacia el desarrollo de un tópico generativo (Stone, 1999). Con el propósito de integrar algunas áreas (como artística o ética) con el trabajo de investigación en el campo de la geometría y, a la vez, indagar sobre los conocimientos relacionados con algunos elementos de los cuerpos geométricos y su posible asociación con los conceptos en cuestión, se propone un guión relacionado con la historia del origami, para presentárselo a los niños en una obra de títeres (construcciones hechas con doblado de papel), de tal manera que puedan asociar los objetos de estudio de la investigación: (conceptos de punto, recta y plano).

### *Primer encuentro.*

En esta fase se presenta el guión de la historia del papel y del origami, con la intención de motivar a los participantes para generar un ambiente propicio, que permita la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría. Los personajes son: cubo, tetraedro y octaedro

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



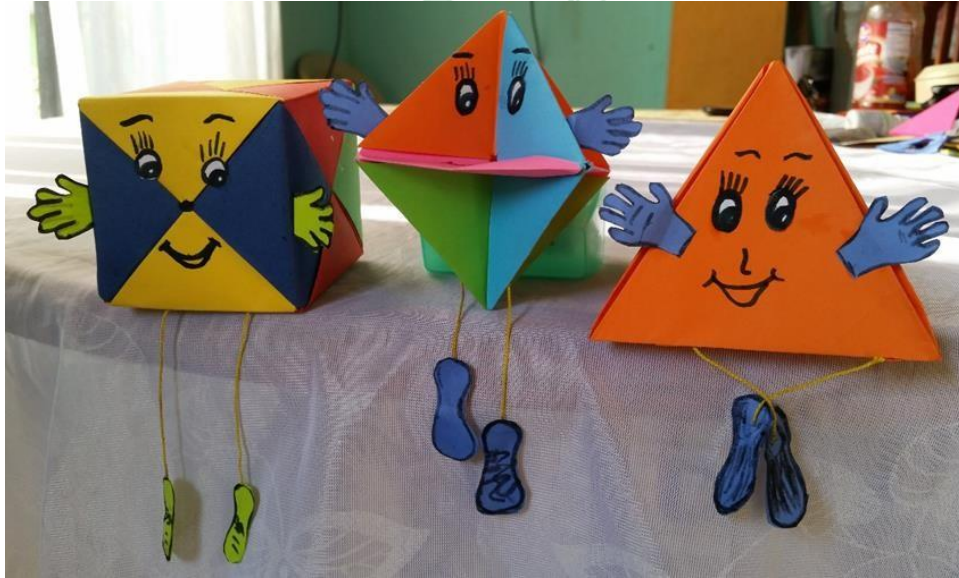


Ilustración 3: Personajes del guión “la historia del origami”

Hola amiguitos. ¿Cómo están? Bienvenidos a esta presentación especial: ¡la historia del origami!

Ahora con ustedes, invitados especiales traídos directamente desde Japón con sus fascinantes historias. Un aplauso para ellos.

Aparecen el cubo, octaedro y tetraedro.

CUBO: Hola amiguitos ¿cómo se sienten? ¿Están contentos? ¿Quién de ustedes conoce mi nombre? [Espera que los niños den sus respuestas y si no lo saben, él se los dirá. Además, quien levante la mano, deberá presentarse].

OCTAEDRO: [Luego sale octaedro meneándose y cantando]. Buenas tardes amiguitos ¿cómo están? Este es un saludo de amistad, haremos lo posible por



## Facultad de Educación

hacernos más amigos, buenas tardes amiguitos, ¿cómo están? [motiva a los niños con la canción y dice, señalando a algún niño del público]. A ver, a ver, ¿mi nombre es? [Espera que los niños respondan. Si no saben les dice su nombre].

CUBO: Nosotros somos de la misma familia, los poliedros geométricos.

Pero también trajimos a tetraedro.

TETRAEDRO: [Aparece moviéndose de forma lenta y un poco inclinado].

CUBO: ¿Por qué estás triste tetraedro?

TETRAEDRO: Los niños no me quieren, no me han dado un aplauso, porque soy diferente.

OCTAEDRO: Niños, ¿ustedes lo quieren? ¿Es diferente o nos parecemos? ¿Por qué? Ofrézcanle un aplauso.

TETRAEDRO: [Saluda a los niños muy contento preguntándoles]. ¿Quiénes me conocen? A ver, levanten su mano derecha. [Espera las respuestas de los niños].

¿De qué estamos hechos y cómo? [Espera las respuestas de los niños para saber sus conocimientos previos].

Luego, todos juntos, octaedro, cubo y tetraedro en coro dicen: ¡les venimos a contar la historia del origami!

CUBO: Al doblado de papel se le ha conocido como origami, ¿saben de dónde proviene este término?



OCTAEDRO: Origami es una palabra japonesa que viene de las palabras *ori* (doblar) y *kami* (papel). Es en China donde se introduce el papel en los primeros siglos de la era cristiana, que surge después del nacimiento de Jesús; en esa misma época comienza la historia del papel en China, allá por el siglo I o II. ¿Quién sabe cuántos años tiene un siglo? ¡Ah, un siglo tiene 100 años! Cuenta la historia que el origami llega a Japón en el siglo VI, con la llegada del papel se comienzan a construir figuras, las cuales se podrían considerar como un arte, una ciencia o un entretenimiento.

CUBO: En esa época tan solo permitían plegar el papel, sin usar tijeras ni pegamento. En su comienzo, el origami lo usaban los ricos o personas de clase alta para divertirse.

OCTAEDRO: Al pasar el tiempo, se volvió más popular y surgieron ciertos adornos de origami que revelaban, por ejemplo, la clase social de cada persona, de modo que se podía distinguir si era un granjero, un guerrero samurái o un seguidor de tal o cual maestro, de acuerdo a la figura de origami que construyeran.

CUBO: La tradición de doblar papel fue extendiéndose a muchos países y hoy en día es usada por científicos, profesores, estudiantes y otras personas, que han creado muchísimos modelos y técnicas para mostrar las maravillosas obras que se pueden hacer doblando papel.

TETRAEDRO: El origami se está usando en matemáticas, especialmente en la geometría, para hacer muchas figuras, entre ellas los poliedros, que como nosotros





## Facultad de Educación

hacemos parte del origami modular. Ahora les pediremos el favor de hacer una descripción de cada uno de nosotros.

OCTAEDRO: Amiguitos, ¿cómo somos? ¿Cuántas caras tenemos cada uno?

CUBO: ¿Cuántas puntas tenemos? ¿Cómo podemos representar estas puntas? ¿Cuántos bordes tenemos? ¿A qué figura o forma nos parecemos? ¿Nos pueden dibujar? ¿Con qué elementos nos pueden dibujar?

Después de la obra de títeres, se realizó un conversatorio con los niños donde se les hizo una serie de preguntas, para analizar la comprensión que obtuvieron de la historia del origami. Posteriormente, se les pidió que intentaran dibujar las tres figuras y que las describieran de manera escrita. Finalmente, se hizo una puesta en común de los dibujos y de las descripciones.

### *Segundo encuentro.*

Se pidió a los estudiantes, en primer lugar, que construyeran una figura que les fuera familiar, utilizando el doblado de papel; durante la construcción, se hicieron preguntas relacionadas en torno a conceptos geométricos. En segundo lugar, se realizó una figura sugerida por la investigadora; en ambos casos se pretendió observar las habilidades o dificultades de los niños al doblar el papel, teniendo presente que para este tipo de trabajo se requiere de un gran esfuerzo por parte de los niños para lograr que los dobleces sean precisos y así se facilite el proceso de visualización y de abstracción.

## Facultad de Educación

Además, se les pidió a los participantes hacer una descripción de forma escrita de las figuras construidas por ellos, para que luego las describieran con su familia, de tal manera que en el encuentro siguiente se compartieran los trabajos realizados por los estudiantes y así propiciar que en casa se oriente al niño; de esta forma, se pretendió indagar por los conocimientos que traen en sus consultas y en qué nivel de desempeño pueden ubicarse. La construcción sugerida por la investigadora es la cara de un gato; para ello se requiere de una hoja de papel de forma cuadrada. Los pasos para su construcción son los siguientes (como se dijo anteriormente, estas instrucciones son dadas para los profesores):

Paso 1: mediante dobleces, construya las diagonales del cuadrado. Deje la hoja doblada en una de las diagonales, formando así un triángulo rectángulo..



Ilustración 4: Paso 1 para la construcción de la cara de gato

Paso 2: posicione el triángulo de tal manera que la base sea la hipotenusa. Realice un doblez que pase por el punto medio de la hipotenusa y cualquier punto de uno de los catetos. Repita este procedimiento para el otro cateto de manera simétrica.

1 8 0 3

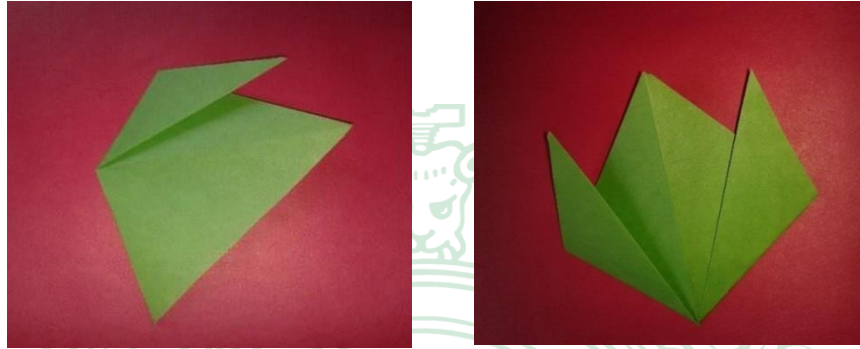


Ilustración 5: Paso 2 para construcción de la cara de un gato.

Paso 3: Realice un doblado hacia el frente, paralelo a la base del triángulo, que pase por los catetos.



Ilustración 6: Paso 3 para la construcción de la cara de un gato

Paso 4: Dele vuelta a la figura y obtendrá la silueta de la cara de un gato. Dibuje los rasgos relativos a la cara.



¡Miiiau, miau!  
¡mmmmmmia  
uuuu

Ilustración 7: Paso 4 para la construcción de la cara de un gato.





Después de la construcción, se les pidió a los estudiantes desdoblar la figura construida para observar el mosaico de pliegues formado en la hoja; posteriormente, se les solicitó describir por escrito lo que visualizaron, para identificar las relaciones que establecieron entre el mosaico de pliegues y los conceptos geométricos implícitos en la construcción y, además, propiciar el recuento de los pasos seguidos.

### *Fase de investigación guiada.*

En esta etapa, las actividades que se plantearon a los estudiantes tenían la intención de comprometerlos con su proceso de comprensión. Las acciones que se proponen en esta fase deben ser más formales y fundamentadas en conocimientos geométricos abstractos, donde el niño pueda confrontar sus experiencias previas con otras nuevas; por lo tanto, se espera que se alcance un dominio de las habilidades con el doblado de papel, al igual que una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, con la realización de las siguientes actividades.

### *Tercer encuentro.*

Se inicia esta fase construyendo una grulla, de acuerdo con las siguientes instrucciones. Ocasionalmente, se hicieron preguntas intencionadas relacionadas con los dobleces que se iban realizando.



Paso 1. Se requiere de una hoja de papel de forma cuadrada. Construya las diagonales de esta.

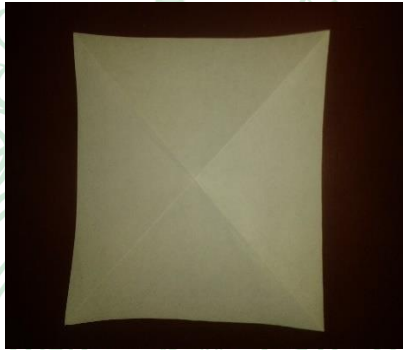


Ilustración 8: Paso 1. Modelación de la grulla.

Después de que los niños construyeron los dobleces correspondientes, se les solicitó que explicaran lo que observaban en el mosaico de pliegues. Posteriormente, respondieron la pregunta: ¿la forma que tiene se relaciona con algo de su cotidianidad?

Luego, se les solicitó que marcaran con un color la intersección de las diagonales y respondieran: ¿la marca se relaciona con algo de su cotidianidad? ¿Puede describir la marca que hizo con el color?

Paso 2. Dele vuelta a la hoja de papel de tal manera que quede sobre una de sus bases. Construya los dobleces centrales, es decir, lleve el lado inferior sobre su lado superior paralelo; de la misma manera, lleve el lado izquierdo sobre el lado paralelo derecho.

1 8 0 3



Ilustración 9: Paso 2. Modelación de la grulla.

Después de realizado el segundo paso, se hicieron las siguientes preguntas:

¿Cuántos dobleces se han marcado en la hoja?

¿Qué nombre le daría a las marcas que quedan en la hoja cuando se dobla el papel?

¿Por qué?

Describe la imagen que visualiza.

¿Dónde se cortan los dobleces? ¿Ese lugar tiene un nombre particular?

Observe el centro del cuadrado, ¿cuántos dobleces pasan por ahí?

¿Cuántos dobleces pasan por un punto? ¿Por qué?

Paso 3. Ubique el cuadrado de tal manera que uno de sus vértices apunte hacia arriba. Haga coincidir este vértice con el que apunta hacia abajo; de la misma manera, haga coincidir los vértices que apuntan hacia la izquierda y hacia la derecha interiormente, con el



que apunta hacia abajo. Doblamos hasta que quede un cuadrado más pequeño, tal como se muestra a continuación:

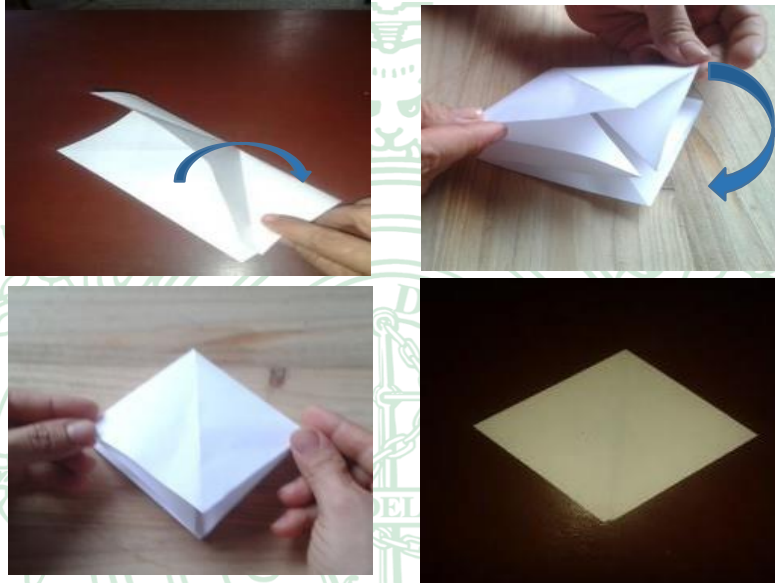


Ilustración 10: Paso 3. Modelación de la grulla.

Paso 4. Considerando la misma posición del paso 3, como lo muestran las flechas, haga coincidir los dos bordes inferiores, con la diagonal vertical del cuadrado pequeño. Desdoblar. Repita el procedimiento en la cara posterior de la figura.

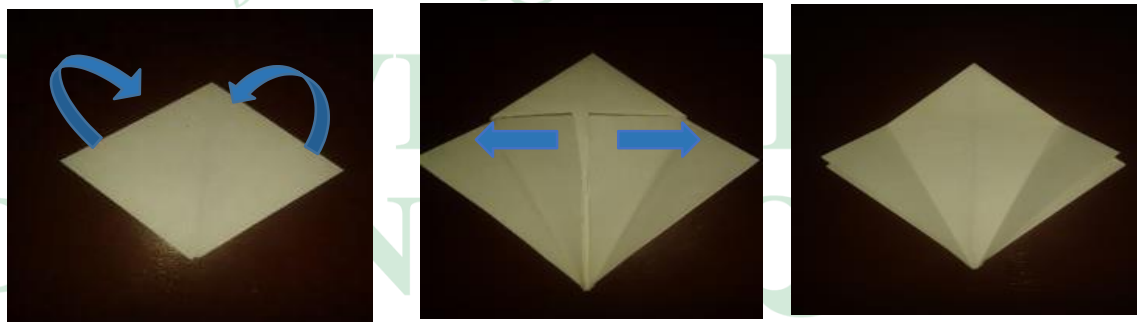


Ilustración 11: Paso 4. Modelación de la grulla

## Facultad de Educación

Paso 5. Haga coincidir el vértice superior con algún punto de la diagonal vertical, de tal manera que el doblez realizado forme un triángulo con los dobleces del paso 4. Marcar y desdoblar, luego responda: ¿qué figura geométrica observa en el mosaico de pliegues, después de realizados los dobleces?

En este paso, se les pidió a los niños que describieran la figura que se llevaba hasta el momento. Es importante que los estudiantes puedan describir el triángulo que se formó dentro del cuadrado. ¿Cuántos dobleces se pueden observar? ¿Qué nombre podrían recibir estos pliegues?



Ilustración 12: Paso 5. Modelación de la grulla.

Paso 6. Levante la punta inferior o vértice, considerando el último doblez del paso cinco, tal como lo indica la flecha de la tercera imagen de este paso. Retome los dos primeros dobleces del paso 4 y repáselos nuevamente, pero hacia dentro, de tal manera que forme un rombo. Marque los pliegues tratando de que los bordes centrales verticales coincidan. Se voltea la figura y se repiten los procedimientos de los pasos 4, 5 y 6. Aprovechando el último modelo obtenido, después de realizar estos pasos, se les solicitó a los niños que contaran el número de triángulos presentes en la figura y que los describieran.

¿Qué se observa?

¿Qué puedes decir de los lados de la figura construida? ¿Cuántos lados tiene?

¿Qué características tienen esos lados?

¿Qué otro nombre le podrías dar a los lados? ¿Cómo se pueden nombrar las esquinas?



Ilustración 13: Paso 6. Modelación de la grulla.

Paso 7. Lleve el vértice izquierdo sobre el derecho tal como se muestra en la figura. Voltee la figura y realice la misma acción. Haga coincidir la punta inferior con las superiores. Voltee la figura y repita el procedimiento.



Ilustración 14: Paso 7. Modelación de la grulla.



## Facultad de Educación

Paso 8. Con las puntas que están dentro de la construcción se recrean la cola y el cuello de la grulla, de tal manera que se pueda notar la forma de algunas partes de un ave. Luego, en la parte del cuello se hace un doblez para esbozar la cabeza. Doble las puntas superiores en forma de triángulo, hacia abajo para formar las alas.

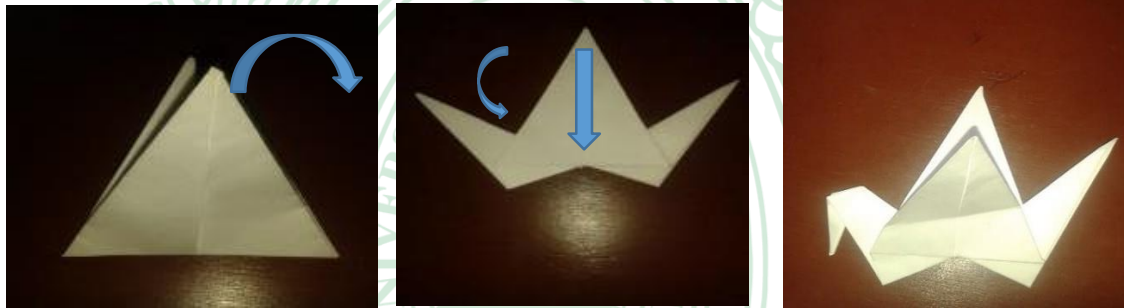


Ilustración 15: Paso 8. Modelación de la grulla.

Luego, para dinamizar el encuentro, se contó la historia de Sadako y las mil grullas de papel que se presenta a continuación (Shiro, 2010).

Sadako creció como una niña fuerte, atlética y con mucha energía. El 6 de agosto de 1945, cuando Sadako tenía tan solo dos años, Estados Unidos hizo estallar dos bombas atómicas sobre la población civil. En el momento de la explosión, ella estaba en su casa ubicada a tan solo 1,5 km de la zona cero de la deflagración. Un día, nueve años después, mientras corría, empezó a sentirse mal y cayó al suelo. Posteriormente fue diagnosticada con leucemia, conocida como «enfermedad de la bomba A».

Su mejor amiga, Chizuko Hamamoto, le recordó una vieja tradición sobre alguien que realizó mil grullas en forma de figuras de papel (origami) y gracias a ello los dioses le concedieron un deseo. Con sus propias manos, Chizuko le regaló la primera grulla que realizó en papel dorado y le dijo: «Aquí tienes tu primera grulla». Sadako tenía la esperanza de que los dioses le concedieran el deseo de volver a correr de nuevo. Al poco tiempo de



empezar su tarea conoció a un niño al que le quedaba muy poco tiempo de vida por la misma causa, la leucemia y le animó a que hiciera lo mismo que ella con las grullas pero el niño respondió: «Sé que moriré esta noche».

Sadako pensó que no sería justo pedir la curación solo para ella, y pidió que el esfuerzo que iba a hacer sirviera para traer la paz y la curación a todas las víctimas del mundo. Con el papel de los botes medicinales y otros que iba encontrando llegó a completar 644 grullas de papel. El avance de la enfermedad impidió que acabase de realizar la tarea, muriendo el 25 de octubre de 1955 (a los 12 años de edad) tras 14 meses de ingreso en el hospital. Sus compañeros de escuela, después de su fallecimiento, llegaron a completar las mil grullas. Los compañeros de escuela y amistades pensaron dedicarle un monumento donde se representaría a Sadako sosteniendo una grulla dorada en su mano, también dedicada a todos los niños que murieron a causa de las dos bombas atómicas.

En el Parque de la Paz de Hiroshima fue construida la estatua dedicada a Sadako en 1958, en la base está escrito «Este es nuestro grito, esta es nuestra plegaria: paz en el mundo». La historia fue tan impactante que trascendió los límites de Japón, convirtiéndose en un referente mundial de los movimientos pacifistas.

Con base en el anterior trabajo, se les pidió describir la construcción final de la grulla, identificando figuras geométricas, número de bordes (lados) y de puntas (vértices). Luego, la dibujaron en sus cuadernos y se indagó por algunos aspectos relacionados con el contenido del cuento mediante las siguientes preguntas:

1 8 0 3

¿Cuántos años tenía Sadako cuando explotó la bomba atómica y dónde estaba?

¿Qué fue lo que más le impresionó de la historia?



¿Sabe por qué Sadako quería construir las mil grullas?

¿Cómo consideras a los amigos de Sadako?

¿Visita a sus amigos cuando se enferman?

¿Qué pasó al final de la historia?

Luego, se plantearon algunas preguntas relacionadas con la comprensión de los conceptos objeto de estudio, considerando la construcción mediante el doblado de papel.

¿Qué nombre reciben los bordes que limitan la figura dibujada? ¿Qué características tienen los bordes?

¿Qué nombre se le podría dar al lugar donde se cortan dos bordes? ¿Podrían ser intersecciones? ¿Cómo describir dichas intersecciones?

¿Para qué se construyó la grulla?

¿Qué características tiene la hoja de papel?

La hoja de papel permite la construcción de figuras y el análisis de los dobleces, ¿qué otros elementos se podrían utilizar para hacer lo mismo?

Por último, se les pidió a los niños que respondieran las siguientes preguntas en sus hogares, relacionadas con el doblado de papel y los conceptos objeto de estudio; la intención era que los padres también se involucraran en el proceso de comprensión de sus hijos.

1 8 0 3





¿Con qué elemento de la geometría se pueden comparar los bordes de la hoja de papel?

¿Qué nombre recibe la intersección de dos dobleces en la hoja de papel? ¿Por qué?

Los dobleces que se marcan en la hoja ¿con qué elementos de la geometría se pueden relacionar?

¿Con qué elemento de la geometría se puede relacionar la hoja de papel? ¿Por qué?

*Cuarto encuentro.*

Se hizo una puesta en común de las respuestas dadas por los niños a las preguntas anteriores, aunque se debió tener en cuenta que el proceso fue acompañado por los padres o acudientes. Las intervenciones de los estudiantes se grabaron en audio y video para analizar las aproximaciones a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano logradas hasta el momento, con la realización de las actividades. Luego, se construye otra figura tridimensional: el modelo de un perro, con la cual se espera que los estudiantes exhiban, una vez más, los conceptos geométricos comprendidos a través del doblado de papel.

Pasos para la construcción del perrito de raza terrier escocés:

Paso 1. Se inicia con una hoja de papel de forma cuadrada, de cualquier tamaño. Se construyen sus diagonales y se identifica el punto de intersección de las mismas.



Ilustración 16: Paso 1. Construcción del perrito

Paso 2. Se hace coincidir cada una de las cuatro esquinas o vértices del cuadrado inicial con el punto central donde se intersecaron las diagonales. ¿Qué tipo de figura se construyó? ¿Por qué? ¿Cuántos triángulos se pueden identificar en la figura?



Ilustración 17: Paso 2. Construcción del perrito.

Paso 3. Levante el triángulo que está a la derecha y haga coincidir el vértice derecho con algún punto de la diagonal horizontal, tal como se observa en la figura. Doble nuevamente el pliegue del paso 2.

## Facultad de Educación

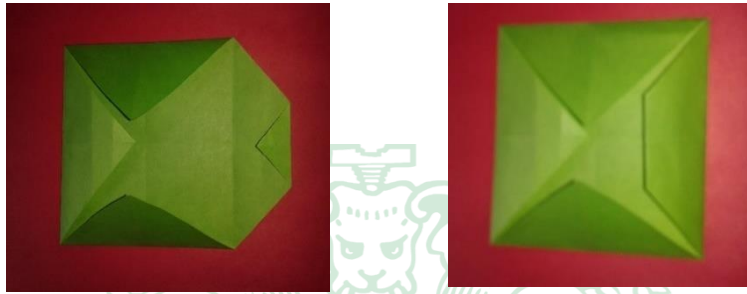


Ilustración 18: Paso 3. Construcción del perrito

Paso 4. Levante el triángulo que está a la izquierda y realice un doblado que le permita llevar el vértice izquierdo hacia la izquierda, de tal manera que pertenezca a la continuación de la diagonal horizontal.



Ilustración 19: Paso 4. Construcción del perrito.

Paso 5. Lleve el lado superior del cuadrado sobre su lado inferior, realizando un doblado central. Rote la figura dando media vuelta, de tal manera que el triángulo que se observa a un lado del rectángulo, quede a la derecha.



Ilustración 20: Paso 5. Construcción del perrito



## Facultad de Educación

Paso 6. Construya la diagonal del rectángulo, desde el vértice superior izquierdo, hasta el vértice inferior derecho. Voltee la figura y haga el mismo procedimiento. Vuelva a la posición inicial, conservando el triángulo rectángulo pequeño a la derecha (cola del perro

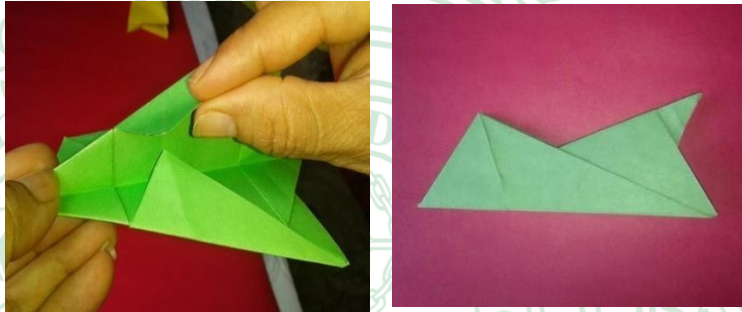


Ilustración 21: Paso 6. Construcción del perrito.

Paso 7. De la parte de abajo de las diagonales del rectángulo (base), extraiga las pestañas, que tienen forma de triángulo.

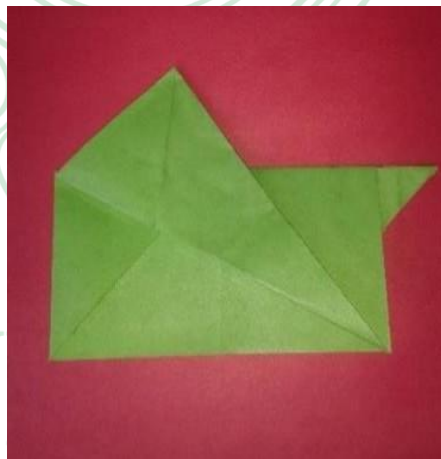


Ilustración 22: Paso 7. Construcción del perrito.

## Facultad de Educación

Paso 8. Para esbozar la cabeza del perro, se abre nuevamente la figura por la base (diagonales de los rectángulos) y al lado izquierdo se observa un bolsillo en forma de triángulo. Extráigalo hacia afuera y aplánelo, de tal manera que vuelva la base a su posición original. Doble, a su gusto las puntas superiores para formar las orejas del perro. Dibuje los rasgos relativos a la cara.

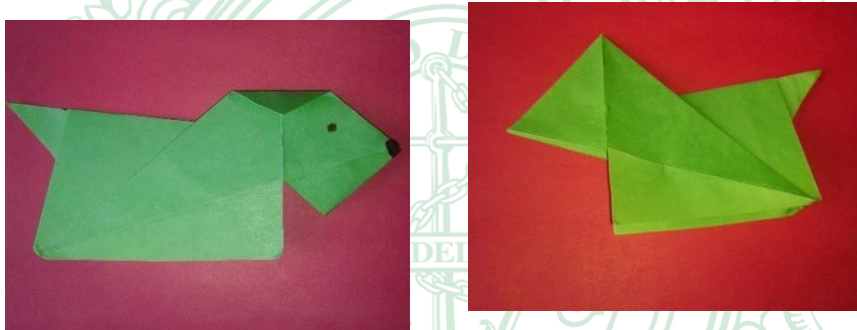


Ilustración 23: Modelo completo del perrito

Posteriormente, se les pidió a los niños que describieran la figura y que identificaran lados, vértices y figuras geométricas. Adicionalmente, se les preguntó:

¿Cuántos lados puede observar en la figura?

¿Cuántos vértices puede observar en la figura?

¿Qué figuras geométricas puede identificar?

Se le permitió a los niños proponer figuras, con el propósito no solo de hacerlos partícipes de sus procesos de comprensión, sino que logran manifestar interés por hacer parte del estudio. Se les propuso la realización de otras figuras en casa, para que



involucraran amigos, vecinos y demás familiares, de tal manera que los estudiantes intenten explicar los pasos, utilizando conceptos básicos de la geometría.

### *Quinto encuentro.*

Para que los niños demuestren el avance en la aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, se tomarán hojas de diferentes tamaños (desde una hoja de apuntes pequeña hasta una hoja de papel bond) y se realizarán dobleces e intersecciones entre estos, con el propósito de proponerles las siguientes preguntas intencionadas:

¿Qué tienen en común todos los dobleces construidos?

¿Qué tienen en común todas las intersecciones de los dobleces?

¿Cambian de tamaño las intersecciones de los dobleces al cambiar de tamaño la hoja?

¿Cambian de tamaño los dobleces, cuando se cambia de tamaño la hoja de papel?

¿Por qué?

Si la hoja de papel tiene dimensiones muy grandes ¿qué características tendrían los dobleces?

Si existiera una hoja de papel con dimensiones infinitas ¿qué características tendrían los dobleces?

1 8 0 3





Si la hoja de papel fuera muy grande e infinita ¿qué características tendrían las intersecciones de los dobleces?

¿Con qué elemento geométrico se podrían comparar las intersecciones de los dobleces? ¿Por qué?

¿Con qué elemento geométrico se podrían comparar los dobleces? ¿Por qué?

¿Con qué elemento geométrico se podría comparar la hoja de papel? ¿Por qué?

Posteriormente, se les solicitará que marquen, con un plumón, las intersecciones de los dobleces hechos, tanto en la hoja más pequeña como en la más grande, para que puedan responder las siguientes preguntas:

¿Cuántos puntos pueden surgir en la hoja de papel de acuerdo a las intersecciones realizadas? ¿Por qué?

¿Cuántos dobleces pueden pasar por un punto? ¿Por qué?

Si la hoja de papel fuera muy grande, ¿cuántos dobleces pueden pasar por un punto? ¿Por qué?

Si existiera una hoja con dimensiones infinitas, ¿cuántas rectas pasan por un punto?

¿Cuántos dobleces se pueden hacer en una hoja de papel? ¿Por qué?

Si la hoja de papel fuera muy grande, ¿cuántos dobleces se pueden construir? ¿Por qué?



Si la hoja de papel tiene dimensiones infinitas, ¿cuántas rectas podría tener?

De acuerdo con lo anterior, ¿puedes describir qué entiendes por plano?

*Sexto encuentro.*

Momento 1. Con el propósito de propiciar el paso de lo concreto a lo abstracto, se propone la siguiente actividad:

Se toma una hoja de papel y se realizan dos dobleces, uno vertical y otro horizontal; posteriormente, se marca el punto de intersección; cada estudiante debe ubicarse frente a su hoja y debe tomar distancia de la misma hasta que la marca que hizo no se observe. Luego, deben responder las siguientes preguntas:

¿Pueden observar el punto? ¿Por qué?

¿Dónde está el punto? ¿Por qué?

¿Qué se puede decir acerca del punto que no se observa, pero que se sabe de antemano que está allá marcado en la hoja?

Momento 2. Se les solicitará a los estudiantes que realicen un doblez en una hoja de papel bond y que dibujen muchos puntos, cercanos unos de otros, encima de dicho doblez; posteriormente, cada estudiante debe ponerse al frente de su hoja, tomar distancia de esta, observar, y responder las siguientes preguntas:

¿Qué observan en la hoja? ¿Por qué?



¿De qué manera podría describir el elemento observado? ¿Por qué?

¿Puede observar los puntos dibujados? ¿Por qué?

Momento 3: Después, se tomarán variadas hojas de papel, desde una grande de bond hasta una de apuntes pequeña; a las de mayor dimensión, se les dibujarán círculos y se recortarán, de tal manera que las hojas queden con “huecos”, los cuales se asemejarán al dibujo de un supuesto punto de tamaño muy grande; así, sucesivamente, con el resto de hojas, se va cambiando de tamaño el hueco hasta llegar a la última hoja, la cual tiene dimensiones muy pequeñas; cada estudiante debe pasar por los huecos hasta que se vea impedido por su tamaño; entonces comenzará a pasar objetos, incluso más pequeños, hasta que solo pase la punta del lápiz y se pueda dibujar un punto para que lo representen de forma gráfica. Finalmente, responderán:

¿Creen que el punto dibujado con la punta del lápiz tiene ancho y largo? ¿Por qué?

¿Qué es un punto? ¿Por qué?

¿Creen que los círculos más grandes (huecos) son puntos? ¿Por qué?

¿Se puede afirmar que un punto se representa como una marca sin dimensiones?

¿Por qué?

### *Fase del proyecto final de síntesis.*

Con esta actividad se culmina la guía curricular. El objetivo es interpretar, describir y analizar el proceso de aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y





plano, en los estudiantes del grado segundo, observando la forma en que utilizan lo aprendido en su contexto escolar y retomando situaciones que sean interesantes y significativas para ellos. La intención consiste en evidenciar si se alcanzaron las metas de comprensión; de acuerdo con el MEN (1997), cada estudiante debe dar cuenta individual de su comprensión aunque el trabajo se haya hecho de forma cooperativa.

En esta fase se les propuso a los niños construir un cuento, utilizando algunas de las figuras que hicieron con el doblado de papel; además, que incluyeran los conceptos de punto, recta y plano y, otros que hayan comprendido durante todo el proceso. Estas producciones se presentaron en la feria del origami, donde se hizo la exposición de todas las figuras que elaboraron bajo la guía de la investigadora y demás personas cercanas a ellos que contribuyeron con el proceso de construcción. El cuento se debió presentar en hojas, de tal manera que se pudiera reproducir a través de fotocopias para que los demás estudiantes y profesores valoraran sus producciones escritas y, a la vez, observaran los personajes construidos en figuras tridimensionales con el doblado de papel.

También expusieron ante sus compañeros y demás educadores, la forma como se visualizan estos elementos primitivos de la geometría (punto, recta y plano), mediante construcciones con doblado de papel. Los conceptos objeto de estudio fueron representados en los mosaicos de pliegues que presentaron los estudiantes que hicieron parte del estudio de casos. Cabe aclarar que algunos mosaicos de pliegues tenían resaltadas las marcas de los dobleces con plumones de diferentes colores, para representar algunos conceptos.



En general, este trabajo final debe mostrar cómo los estudiantes relacionan los conceptos y los visualizan con el doblado de papel; cómo se los explican a otras personas y cómo los relacionan con otras formas o figuras. Lo anterior, podría permitir describir sus procesos de comprensión y ubicarlos en algunos de los niveles de la EpC, de acuerdo al dominio de los contenidos, métodos, propósitos y formas de comunicación de la temática abordada en el desarrollo de toda la unidad.

#### **4.2.4. Descripción de categoría por dimensiones y niveles en relación al trabajo con los participantes.**

En el siguiente apartado se dará una descripción sistemática del avance en la comprensión en cuanto al objeto matemático planteado en la anterior unidad curricular, de tal manera que se pueda percibir la relación entre las dimensiones y niveles descritos por el marco de la EpC, con lo cual se pretende extender o validar la teoría, por medio de la elaboración de una rúbrica a priori en concordancia con las actividades planeadas, la cual fue refinándose a medida que se hacían las revisiones de las fuentes; en esa misma dirección, se realiza el análisis de acuerdo al resultado del trabajo con tres estudiantes que terminaron dicho proceso, del cual emergieron los datos por medio del diálogo sostenido entre la teoría y los participantes.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### Dimensión de contenidos.

Tabla 1. Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de contenidos.

Niveles Categorías	Nivel 1. Comprensión ingenuo	Nivel 2. Comprensión principiante o novato	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p>Representa el punto con una gráfica de un círculo relleno sin establecer relaciones con otras figuras geométricas.</p> <p>Se le dificulta encontrar puntos en las construcciones con doblado de papel.</p> <p>Carece de argumentos para describir como concibe el concepto de punto.</p>	<p>Establece relaciones simples haciendo comparaciones entre las representaciones gráficas de un punto en una figura dibujada y una construcción con doblado de papel.</p> <p>Reconoce el número de vértices que contiene una figura geométrica básica (triángulo, cuadrado, rectángulo).</p> <p>Describe, de manera imprecisa, el concepto de punto en construcciones</p>	<p>Reconoce que un punto se relaciona con las esquinas de una hoja de papel.</p> <p>Identifica el punto en figuras tridimensionales describiendo algunas características de forma.</p> <p>Reconoce el número de vértices en un polígono.</p> <p>Relaciona el punto con otros lugares y objetos del espacio.</p>	<p>Relaciona el concepto de punto con la intersección de dobleces y con la unión de los lados en una figura geométrica.</p> <p>Compara el punto con elementos del espacio físico.</p> <p>Identifica el punto como la marca ubicada sin grosor, como la marca que deja un lápiz al caer sobre la hoja de papel en un lugar determinado.</p>





		con doblado de papel.		
Concepto de recta	<p>Intuye la recta como una imagen de una <i>raya</i> dibujada en el tablero o cuaderno.</p> <p>Carece de dominio en sus argumentos para describir las características de la recta y cuando lo hace su percepción es dudosa.</p>	<p>Relaciona la recta con la imagen dibujada de una <i>línea</i>, y la reconoce en figuras planas dibujadas.</p> <p>Hace descripciones de la recta según lo aprendido de quien considera su autoridad académica sin ninguna argumentación.</p>	<p>Representa rectas mediante dobleces en hojas de papel.</p> <p>Puede establecer algunas características de la recta cuando observa los dobleces en una construcción.</p> <p>Puede contar y comparar cuántos lados forman las figuras construidas o modeladas del contexto.</p> <p>Reconoce y describe rectángulos, triángulos y cuadrados según el número de bordes y puntos.</p>	<p>Reconoce la recta como un conjunto infinito de puntos alineados, como una línea infinita.</p> <p>Relaciona un segmento de recta con los bordes y dobleces de la hoja de papel.</p> <p>Integra el conocimiento del concepto de recta con otros elementos del contexto.</p>
Concepto de plano	<p>No reconoce espontáneamente las caras planas en figuras tridimensionales hechas con doblado de papel.</p> <p>Se le dificulta encontrar relaciones del concepto de plano</p>	<p>Reconoce el plano en figuras hechas con doblado de papel, haciendo conexiones simples de sus representaciones</p> <p>Describe con sus palabras lo que entiende por</p>	<p>Muestra más flexibilidad en la conceptualización del término plano.</p> <p>Establece relaciones con algunas partes de su entorno físico, como pisos, paredes, puertas y tableros.</p>	<p>Reconoce el plano como parte del entorno físico, comparándolo con el piso, paredes, tableros.</p> <p>Identifica como infinito el plano, imaginándose la</p>



	<p>e identificarlo en su entorno físico.</p> <p>Relaciona algunas imágenes con planos pero carece de argumentos para describirlo.</p>	<p>plano de forma mecánica, tal como lo ha aprendido de su autoridad académica.</p>	<p>Identifica y cuenta el número de caras planas que forman algunos sólidos geométricos.</p> <p>Identifica figuras geométricas planas al desdoblar las figuras construidas doblando papel.</p>	<p>unión de infinitas hojas de papel.</p> <p>Reconoce porciones del plano en hojas de papel de diferentes tamaños.</p> <p>Integra el conocimiento del concepto de plano con otros elementos del contexto.</p>
--	---	---	--	---

### *Dimensión de métodos.*

**Tabla 2. Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de los métodos.**

Niveles	Nivel 1. Comprensión de ingenuo	Nivel 2. Comprensión de principiante o novato	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Categorías				

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## Facultad de Educación

Concepto de punto	<p>Hace representaciones de un punto dibujado con dimensiones, pero se le dificulta argumentar sus producciones.</p> <p>Se le dificulta establecer relaciones al realizar los procedimientos en</p>	<p>Repite, de manera mecánica, lo que comprende por punto, considerando lo aprendido de los textos, de sus clases o de profesores.</p> <p>Puede establecer algunas relaciones</p>	<p>Utiliza métodos que le permiten comprobar que la intersección de dos dobleces forma un punto.</p> <p>Utiliza el doblado de papel para definir el concepto con palabras propias de su lenguaje cultural.</p>	<p>Utiliza métodos válidos para identificar y representar el punto en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</p> <p>Utiliza el concepto de punto para</p>
-------------------	---	---	--	--

<p>las figuras geométricas planas, modelos y sólidos.</p> <p>Carece de métodos para comprobar relaciones geométricas asociadas con el concepto de punto, mediante el doblado de papel.</p>	<p>geométricas asociadas con el concepto de punto, al hacer construcciones con doblado de papel, pero aún carece de métodos válidos para explicarlas.</p>	<p>Visualiza y pinta puntos al realizar intersecciones de dobleces en hojas de papel de diferentes tamaños.</p> <p>Marca la unión de segmentos con puntos.</p> <p>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de punto, en construcciones con doblado de papel.</p>	<p>nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</p>
--	---	--	--





## Facultad de Educación

Concepto de recta	<p>Hace representaciones de una recta dibujada pero se le dificulta argumentar lo que plantea.</p>	<p>Defiende, sin argumentos válidos, el concepto de recta que ha adquirido de su autoridad académica.</p>	<p>Demuestra la validez de los métodos usados, cuando relaciona la recta con otros objetos de su cotidianidad.</p>	<p>Emplea diferentes procedimientos o métodos para identificar, conceptualizar y representar una recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</p>
	<p>Menciona que una recta es la que se construye con una regla.</p>	<p>Utiliza métodos comunes y tradicionales para representar una recta en el cuaderno.</p>	<p>Representa rectas por medio de dobleces y señala los lugares donde se visualizan.</p>	<p>Utiliza el concepto de segmento para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</p>
	<p>Carece de criterios de convalidación para respaldar sus afirmaciones.</p> <p>Carece de métodos para comprobar relaciones geométricas asociadas con el</p>	<p>Relaciona la recta con segmentos dibujados y los define como <i>rayas</i>.</p>	<p>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de recta, en construcciones con doblado de papel.</p>	<p>Utiliza métodos válidos para</p>



	concepto de recta, mediante el doblado de papel.	Puede establecer algunas relaciones geométricas asociadas con el concepto de recta, al hacer construcciones con doblado de papel, pero aún carece de métodos válidos para explicarlas.		identificar y representar la recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.
Concepto de plano	<p>Se le dificulta argumentar cuando representa el plano con una hoja de papel.</p> <p>Se le dificulta reconocer la diferencia entre figuras tridimensionales y figuras bidimensionales.</p> <p>Carece de métodos para comprobar relaciones geométricas asociadas con el concepto de plano, mediante el doblado de papel.</p>	<p>Carece de argumentos para dar a conocer lo que entiende por plano.</p> <p>Utiliza métodos comunes y tradicionales para representar un plano.</p> <p>Se apoya en los métodos propuestos por otros para justificar los procedimientos hechos; se basa completamente en la experiencia.</p> <p>Puede establecer algunas relaciones geométricas asociadas con el</p>	<p>Identifica en una hoja de papel una porción del plano.</p> <p>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de plano, en construcciones con doblado de papel.</p> <p>Relaciona el plano con una hoja de papel o un rectángulo.</p>	<p>Representa en figuras planas y tridimensionales porciones de plano.</p> <p>Representa el plano en una hoja de papel donde se intersecan muchos dobleces y visualiza los puntos encontrados.</p> <p>Utiliza métodos que le permiten definir y mostrar porciones de planos en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</p>

		concepto de plano, al hacer construcciones con doblado de papel, pero aún carece de métodos válidos para explicarlas.	
--	--	---	--

*Dimensión de propósito.*

**Tabla 3. Descriptores de categoría por nivel. Dimensión de propósito.**

Niveles / Categorías	Nivel 1. Comprensión de ingenuo	Nivel 2. Comprensión de principiante o novato	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p>Se le dificulta establecer relaciones geométricas asociadas al concepto de punto, en objetos sólidos contruidos con doblado de papel.</p> <p>Dibuja el punto, como un círculo relleno, pero no logra conceptualizar o justificar qué figuras geométricas se forman con su uso.</p>	<p>Sigue instrucciones para construir figuras con doblado de papel pero no es reflexivo con los conceptos abordados, especialmente con el concepto de punto.</p> <p>Desarrolla con dificultad las habilidades necesarias para realizar las construcciones de cuerpos o figuras geométricas, tridimensionales y</p>	<p>Describe y evalúa sus procedimientos identificando las dificultades encontradas en el desarrollo de actividades de comprensión del concepto de punto.</p> <p>Relaciona el uso del punto con esquinas y cortes de dos dobleces, en las construcciones realizadas.</p> <p>Reconoce y determina el</p>	<p>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel y elementos del entorno físico para acercarse al concepto de punto.</p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de punto y a otros conceptos geométricos.</p>





		<p>bidimensionales programadas.</p> <p>Reconoce puntos al doblar el papel pero no identifica su utilidad en las representaciones o diseños de cuerpos y figuras planas.</p>	<p>número de vértices que visualiza en cada construcción.</p> <p>Representa y relaciona el punto con conceptos como <i>marcas</i> y esquinas.</p> <p>Realiza dobleces que se cruzan entre sí para encontrar y pintar puntos.</p>	<p>Aplica lo comprendido del concepto de punto durante el desarrollo de la temática, trabajando con otros estudiantes y familiares.</p> <p>Responde evaluaciones y preguntas, relacionadas con el concepto de punto, defendiendo los conocimientos de los cuales se ha apropiado durante el trabajo.</p>
Concepto de recta	<p>Se le dificulta establecer relaciones geométricas asociadas al concepto de recta, limitándose solo a sus representaciones gráficas.</p> <p>Presenta dificultad para relacionar el concepto de recta con los dobleces en las</p>	<p>Sigue las instrucciones al doblar el papel, pero muestra dificultad para construir algunos modelos que permiten acercamientos a la conceptualización de la recta.</p> <p>Identifica algunos segmentos al observar cuerpos geométricos o</p>	<p>Describe y evalúa sus producciones identificando en que momento presenta dificultad para comprender y exponer su trabajo, con respecto al concepto de recta.</p> <p>Construye las figuras, visualiza los lados, los cuenta y los</p>	<p>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel y elementos del entorno físico para aproximarse al concepto de recta.</p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en</p>



	<p>construcciones hechas con doblado de papel.</p>	<p>figuras tridimensionales, pero al representarlos gráficamente, solo dibuja caras planas sin tener en cuenta todos los lados que la componen.</p> <p>Menciona que una figura está conformada por líneas (haciendo alusión a segmentos).</p>	<p>nombra como <i>lados</i>.</p> <p>Relaciona el concepto de segmento con un doblez.</p>	<p>relación al concepto de recta y a otros conceptos geométricos.</p>
<p>Concepto de plano</p>	<p>Se le dificulta establecer relaciones con el concepto de plano.</p> <p>Es capaz de hacer una representación gráfica del plano pero no lo relaciona en el trabajo con el doblado de papel y las construcciones tridimensionales.</p> <p>Presenta dificultad para relacionar el concepto de plano finito con las caras de las construcciones</p>	<p>Sigue instrucciones al doblar el papel, pero muestra dificultad para construir algunos modelos que permiten acercamientos a la conceptualización del concepto de plano.</p> <p>Sabe que una hoja de papel es plana pero no es capaz de relacionarla con el plano cuando ya se han hecho los modelos tridimensionales.</p> <p>Relaciona, de manera aislada y</p>	<p>Describe y evalúa sus producciones, con respecto al concepto de plano, doblando papel.</p> <p>Identifica los momentos en que presenta dificultad en su aprendizaje y al exponer su trabajo, con respecto al concepto de plano.</p> <p>Se desenvuelve con mayor facilidad haciendo figuras con doblado de papel y muestra más propiedad cuando hace uso de los</p>	<p>Establece conexiones entre las construcciones hechas con el doblado de papel y elementos del entorno físico para acercarse al concepto de plano.</p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de plano y a otros conceptos geométricos.</p>



	hechas al doblar el papel.	sin argumentos válidos, las caras de las figuras hechas con doblado de papel, con caras planas.	conceptos para describir o explicar cuántas caras forman un tetraedro, cubo u octaedro.  Relaciona, con argumentos válidos, el concepto de plano con la cara de la hoja de papel o con las caras de las figuras tridimensionales.
--	----------------------------	---	---

### *Dimensión de las formas de comunicación*

**Tabla 4. Descriptores de categoría por nivel. Formas de comunicación.**

Niveles / Categorías	Nivel 1. Comprensión de ingenuo	Nivel 2. Comprensión de principiante o novato	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p>Las formas que usa para comunicar no dan cuenta de la idea intuitiva del término punto.</p> <p>Utiliza símbolos erróneos para representar un punto.</p> <p>Sus representaciones carecen de comunicación</p>	<p>Muestra familiaridad inicial con el concepto de punto dando significado por medio de representaciones gráficas.</p> <p>Suele comparar el concepto de punto con una <b>bolita chiquita</b> pintada, usando siempre la</p>	<p>Asume con mayor compromiso el uso del concepto de punto, al representarlo e identificarlo en dobleces, pintando el lugar exacto donde se forma en la hoja de papel.</p> <p>Describe y relaciona el punto con las esquinas de las figuras tridimensionales.</p>	<p>Usa el concepto de punto en diferentes situaciones, combinando con otros elementos del contexto.</p> <p>Logra entender que un punto no solo se dibuja sino que representa un lugar en el espacio, mostrando</p>





	<p>estética que permitan visualizar con claridad características para identificar un punto.</p>	<p>misma representación.</p>	<p>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el punto en relación con las esquinas de las figuras planas y tridimensionales.</p>	<p>comprensión mediante sus representaciones verbales y escritas.</p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de punto.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del punto con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p>
<p>Concepto de recta</p>	<p>Las formas que usa para comunicar no dan cuenta de la idea que tiene acerca del término recta.</p> <p>Utiliza la representación gráfica de una raya sin estética, ni flechas de dirección, para</p>	<p>Muestra familiaridad inicial con el concepto de recta, dando significado por medio de representaciones gráficas.</p> <p>Suele usar el término línea o raya para referirse al</p>	<p>Muestra mayor compromiso con el uso del concepto de recta y lo representa realizando dobleces.</p> <p>Identifica el concepto de recta en algunos objetos tridimensionales contruidos con el doblado de papel.</p>	<p>Usa el concepto de recta en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al</p>

	<p>representar una recta.</p>	<p>concepto de recta.</p>	<p>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza la recta en relación con los lados de las figuras planas y tridimensionales.</p>	<p>concepto de recta.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas de la recta con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p>
<p>Concepto de plano</p>	<p>Las formas que usa para comunicar no dan cuenta de la idea intuitiva del término plano.</p> <p>Utiliza términos erróneos para representar un plano.</p> <p>Usa comparaciones con objetos cotidianos para mostrar lo plano.</p> <p>En construcciones con doblado de papel, se le dificulta manifestar las relaciones entre las caras de los</p>	<p>Expresa verbalmente, con su lenguaje cultural, lo que entiende por el concepto de plano dando un significado por medio de representaciones gráficas.</p> <p>Suele comparar el concepto de plano con algunos elementos como cuadros, puertas, reglas y paredes</p>	<p>Expresa relaciones válidas acerca del concepto de plano.</p> <p>Identifica el concepto de plano en las caras de objetos tridimensionales contruidos con doblado de papel, en la misma hoja de papel o en algunos objetos de la cotidianidad del aula de clase.</p> <p>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el plano en relación con las caras de las figuras planas y tridimensionales.</p>	<p>Establece conexiones entre las instrucciones que sigue al construir los modelos con el doblado de papel, argumentando algunas características, tales como: el plano es infinito, se pueden construir rectas y puntos en este.</p> <p>Usa el concepto de plano en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</p>



	<p>poliedros, o las hojas de papel, con el concepto de plano.</p>		<p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de plano.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del plano con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p> <p>Construye algunos modelos de figuras con doblado de papel y explica los pasos de acuerdo a sus ideas abstractas.</p> <p>Hace representaciones de figuras doblando papel describiendo verbalmente los elementos geométricos que las forman.</p>
--	---	--	---





### 4.2.5. Proceso de comprensión y análisis de la información.

El proceso que se describe a continuación, hace referencia a las características observables de la comprensión inicial en la fase de exploración, la descripción y análisis del trabajo desarrollado durante la fase de investigación guiada y de proyecto final de síntesis y, en general, del proceso completo de comprensión durante el desarrollo de la unidad curricular de cada uno de los participantes. A partir de allí, se muestran los resultados que, como investigadora, consideré necesarios y relevantes, para revelar hasta qué punto avanzaron los estudiantes en la comprensión durante el estudio, considerando las tres fases anteriormente mencionadas.

Los participantes se identificaron con los siguientes seudónimos: Sofía, Ángel y Estrella, teniendo en cuenta los aspectos éticos de confidencialidad. Para describir el proceso de comprensión de cada uno de ellos, se analizaron también las rúbricas de desempeños descritos por dimensiones, categorías y niveles, presentadas en el apartado anterior, y que se fueron refinando durante el proceso de análisis.

#### *Análisis del avance de la comprensión de Sofía.*

Sofía es una estudiante del grado segundo, que tiene 8 años de edad; vive con su madre y es huérfana de padre; se percibe que es muy unida a su familia. Con respecto a su personalidad, se nota que es expresiva y muy participativa; debido a su madurez, fue posible que ella exteriorizara una cantidad de información relevante para el estudio; esta participante mostró mucha motivación por las actividades y una gran responsabilidad frente a los encuentros.



### *Aplicación de la unidad curricular.*

Este apartado presenta la aplicación de la unidad curricular que tuvo en cuenta los cuatro elementos de la comprensión: tópicos generativos, metas de comprensión, evaluación diagnóstica continua y desempeños de comprensión; en esta última etapa se hizo mayor énfasis, debido a que en ella se originaron los datos, por medio del desarrollo de las tres fases: la exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis. Según Boix y Gardner (1999), esta fase permite a los docentes evaluar el avance de los estudiantes; en este caso, se utilizará, en vez de la palabra avance, el concepto de aproximación, el cual consiste en observar la manera en que los participantes dominan y obtienen resultados intuitivos o cercanos a los conceptos de punto, recta y plano.

### *Fase de exploración.*

Esta fase le permite al profesor estar al tanto de los conocimientos, intereses e intuiciones que traen los estudiantes de manera natural, sin regirse por técnicas y concepciones de expertos (Stone, 1999); con ella se fomenta la exploración a través de un ambiente propicio que conduzca a la recolección de los datos; en concordancia con lo anterior, la unidad curricular se inició con la presentación del guión (la historia del origami), donde se observó, en primer lugar, la motivación, la participación y el rendimiento de los estudiantes al analizar la obra y, a la vez, se identificaron los conceptos previos que poseían cada uno de ellos, sobre la temática.



A continuación, se describe la comprensión individual de Sofía, con la intención de empezar a responder a la pregunta de investigación: ¿cómo se aproximan los estudiantes del grado segundo a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel en el contexto de la EpC? El análisis del avance obtenido de la comprensión inicial de Sofía en la etapa exploratoria, se puede observar en los desempeños de la unidad curricular, a través del constante uso de la evaluación diagnóstica continua de forma oral y escrita; esta última contenía las preguntas presentadas en la unidad curricular y realizadas en la presentación del guión *Historia del origami*, con la finalidad de estudiar a profundidad los conocimientos previos y la comprensión individual de la participante; cabe resaltar que esta evaluación se hizo escrita, porque, en variadas ocasiones, algunos estudiantes respondían lo mismo que escuchaban de sus demás compañeros en el momento de la puesta en común

Al observar y analizar el comportamiento de Sofía durante la presentación de la obra de títeres, se pudo apreciar su atención, alegría y deseos de participar en la conversación, hasta tal punto de querer pararse del puesto; al parecer, pensaba que así podía ser escuchada primero que sus compañeros, pues se veía muy motivada dentro del grupo de participantes. En la imagen que se muestra a continuación, se da a conocer la evidencia de la primera

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



evaluación diagnóstica escrita que se le hizo a Sofía, relacionada con el guión de la historia del origami.

Descripción de cada uno de los personajes de la obra la Historia del Origami.

¿Conoces los nombres de los personajes? Escribe los: Cubo octaedro dado  
tetraedro octaedro

¿Cómo somos? Pirámide cometa dado

¿Cuántas caras tiene el Cubo? 6 ¿octaedro? 8 ¿tetraedro? 4

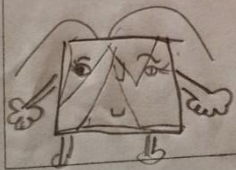


¿Cuántas puntas tiene el Cubo? 8 ¿octaedro? 12 ¿tetraedro? 12

¿Cómo podemos representar estas puntas? B

¿Cuántos bordes tiene el Cubo? 8 ¿octaedro? 8 ¿tetraedro? 12

¿A qué figura o forma se te parece el Cubo? dado ¿octaedro? cometa ¿tetraedro? pirámide

¿Nos pueden dibujar?

		
--	--	--

¿Con qué elementos básicos de geometría nos pueden dibujar?  
con la piz una pirámide

Ilustración 24: Conocimientos previos de Sofía.

De acuerdo con la imagen anterior y con las respuestas orales durante la obra de títeres, se pueden inferir las siguientes ideas:

Cuando se le pregunta ¿cómo somos?, haciendo referencia a las características del sólido, Sofía responde con ejemplos donde establece una comparación de los sólidos con objetos encontrados en el medio; ella se basa en la forma y la semejanza de los personajes, comparando, por ejemplo, al tetraedro con una “pirámide”, al octaedro con una “cometa” y, al cubo, con un “dado”; al parecer, los significados y comparaciones son tomados de su



experiencia, de su cotidianidad; lo anterior permite inferir que no utiliza, para la descripción de los sólidos (personajes de la obra), los términos básicos de punto, recta y plano; a mi modo de ver, considero que esto ocurre por el desconocimiento de su uso; aunque parece que los reconoce de forma gráfica, se le dificulta relacionarlos como elementos o conceptos que sirven para describir los sólidos presentados.

Cuando se le pregunta por el número de caras que forman a cada personaje, su respuesta es coherente con las características de la figura; de hecho, ella identifica las caras planas de cada uno de los sólidos, pero al momento de identificar las puntas (vértices), muestra confusión, pues no logra identificar la cantidad de vértices que tiene el tetraedro y el octaedro; se observa además, que tiene mayor familiaridad con el cubo, a diferencia del octaedro y tetraedro, con los cuales parece que no ha tenido tanto contacto o, quizás, no ha tenido la oportunidad de manipular estas clases de figuras, o si ha tenido contacto con ellas, se le dificulta hacer la descripción correspondiente.

En la presentación de la obra, se hicieron varias preguntas; ella respondió de forma muy rápida lo primero que se le venía a su mente, pero luego, cuando trabajó en el documento (evaluación de conocimientos previos), se levantó de la silla en la que estaba sentada, tomó en sus manos cada sólido y comenzó a observarlos de cerca; inició contando las puntas del cubo, y escribió la cantidad correcta “8”, como se puede observar en sus respuestas; las puntas del octaedro y del tetraedro no las pudo contar bien; pude observar que no relacionaba el número de aristas (lados), que concurren en un vértice, entonces contaba el mismo vértice varias veces; adicionalmente, no tenía presente que en un vértice convergen varias caras, y las contaba nuevamente como si las caras estuvieran separadas.



Muestra dificultad para identificar y contar los bordes que forman los sólidos presentados; teniendo en cuenta que se utilizó el término borde para ubicar de forma fácil a los niños con la unión de las caras planas de los sólidos, cuando se le pregunta ¿cuántos bordes tienen el cubo, el octaedro y el tetraedro? Se observa un poco indecisa y responde con cierta incertidumbre los números que se le ocurrieron, pero no queda convencida de sus apreciaciones, entonces coge al cubo, cuenta los lados pero solo en una cara; tal parece que a ella se le facilita identificar características en lo bidimensional; no relaciona el concepto de recta ni punto en sus respuestas; los argumentos que usa para describirlos no dan cuenta de las características generales de los poliedros ni tampoco logra identificar los elementos básicos como: punto, recta y plano, con los cuales se pueden representar o describir cualquier forma tridimensional o bidimensional.

Cuando responde la pregunta ¿con qué elementos básicos de geometría nos puedes dibujar? Su respuesta fue: “*lápiz y una pirámide*”; ella no incluye los conceptos básicos de geometría; identifica al lápiz como un instrumento para el dibujo; es evidente, entonces, según Stone (1999), que los estudiantes utilizan múltiples estilos de aprendizaje, que les permiten usar múltiples formas de expresión; en este caso, Sofía no relacionó los elementos básicos de geometría para describir la forma de los modelos. De todos modos, también es importante mencionar que es posible que la pregunta sea ambigua para los estudiantes de esta edad.

Muestra dificultad para hacer la distinción entre los términos al relacionar figuras bidimensionales con figuras tridimensionales; por ejemplo, cuando se le preguntó ¿a qué formas se parecen? Durante la obra, prontamente contestó: “*el cubo se parece a un cuadro*;



## Facultad de Educación

*tetraedro a un triángulo y octaedro a un rombo*”; esto evidencia que observa lo tridimensional desde lo plano, aunque se puede resaltar que cuando establece las comparaciones, habla de figuras conocidas por ella.

En el segundo encuentro, se les solicita a los estudiantes que construyan una figura sugerida por ellos; la niña muestra dificultad para trabajar con el doblado de papel, pues no se observa que siga un patrón determinado para construir algún modelo definido. Sofía dobló el papel varias veces hasta obtener algo parecido a un objeto de la vida real, el cual nombró como “*cartera*”; cabe resaltar que mostró creatividad al inventarse su propio modelo o figura; “*una cartera*” fue su respuesta cuando se le pidió describir lo que había construido; la idea que escribió fue: “*yo ise una cartera se parece un retangulo tiene cuatro lados cirbe para meter la plata y la cedula*”; en su respuesta, se observa, nuevamente, que hace uso de términos bidimensionales.

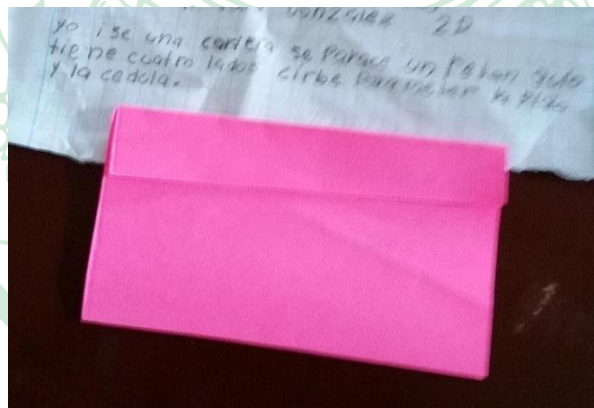


Ilustración 25: Construcción propuesta por Sofía. Segundo encuentro.

Durante este encuentro, observo que a Sofía se le facilita describir formas planas de acuerdo al número de lados, y establecer comparaciones con las formas básicas (triángulo, cuadrado, rectángulo); en su descripción no relaciona el concepto de plano directamente,

pero sí de forma indirecta al decir que se parece a un “*retangulo*”; hace descripciones basadas en objetos de su cotidianidad y de acuerdo a sus conocimientos básicos en la escuela y los libros; de hecho, se infiere que así los comprende y da las representaciones gráficas que ve desde lo plano.

En la última actividad de la etapa de exploración, se le enseñó a construir la cara de un gato; a continuación, se presenta el modelo construido por Sofía:

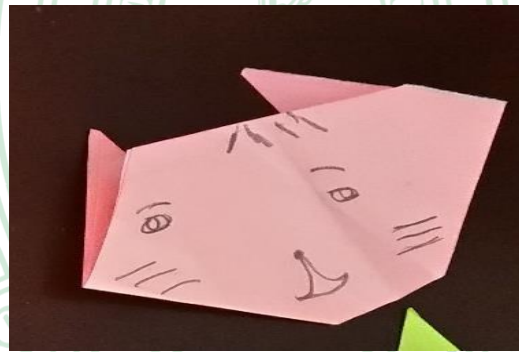


Ilustración 26: Modelo de la cara de un gato construido por Sofía.

Luego, se desdobra la figura y se le solicita a la participante hacer la descripción de lo que visualiza.



Ilustración 27: Dobleces marcados al desdoblar el modelo de la cara de gato, hecho por Sofía.

Sofía responde lo siguiente:

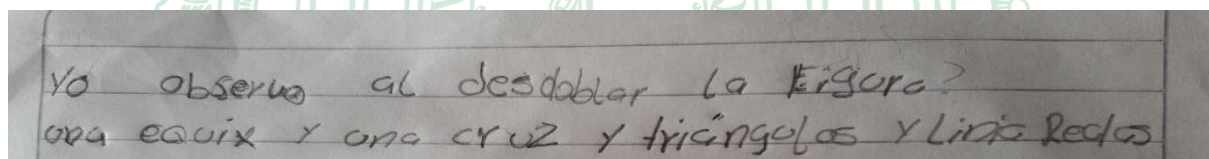


Ilustración 28: Descripción de Sofía sobre la observación de los dobleces.

Segundo encuentro.

Las relaciones que establece en la descripción del mosaico de pliegues, deja ver una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, algo incipiente, dado que cuando describe lo que visualiza, utiliza conceptos como: “*triángulos y línea rectas*”, los cuales son conceptos geométricos implícitos en la construcción; se observa que usa ciertos métodos para comprobar relaciones geométricas ya más asociadas con el concepto de recta y con otras figuras, mediante el doblado de papel; además, distingue signos y letras, cuando describe el mosaico ella menciona que ve “*una equis y una cruz*”, dando argumentos que validan un cierto avance en la comprensión.





La fase de exploración me permitió reconocer las dificultades que Sofía poseía frente a la distinción entre figuras bidimensionales y figuras tridimensionales; además, pude percibir que ella reconocía algunas figuras planas como triángulo, rectángulo, rombo, entre otros. También observé que la estudiante, con respecto a las formas de comunicación, en particular en lo relacionado con la escritura, tiene algunas dificultades en el uso de algunos términos y en la ortografía. Sería interesante trabajar en este aspecto, como un asunto transversal a las matemáticas.

### *Fase de investigación guiada.*

En esta fase, Sofía construyó una grulla siguiendo las instrucciones y dando respuestas a las preguntas que se realizaban de forma intencionada, lo que permitió observar las relaciones que podía establecer con respecto a los conceptos de punto, recta y plano cuando realizaba los dobleces; su aproximación a la comprensión se describe a continuación, considerando los interrogantes planteados:

¿La forma que tiene se relaciona con algo de su cotidianidad?

Sofía observa el mosaico de pliegues que ha quedado después de realizar el primer paso, y visualiza objetos de su cotidianidad los cuales describe como: “*pirámide y cometa*”; puedo inferir que los relaciona de esta manera, porque en el municipio de Turbo, en verano, se hacen concursos de cometas y en sus diseños llevan unos palitos delgados de guadua o varitas de hojas de coco, en forma de diagonales, tal como han quedado representadas en la hoja. Sin embargo, no explica de qué manera observa el concepto de pirámide; quizás lo relaciona con un triángulo.

## Facultad de Educación

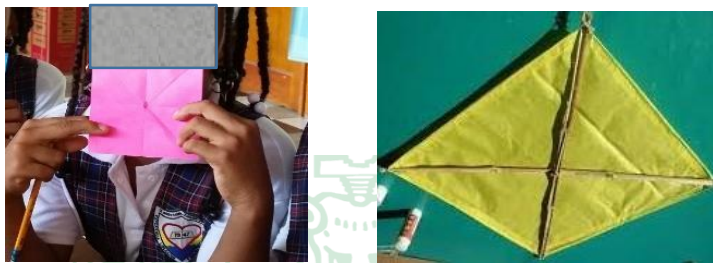


Ilustración 29: Paso 1 para la construcción de la grulla. (Etapa de investigación guiada).



Ilustración 30: Pliegues marcados después de realizar el paso 2.

Muestra familiaridad con el concepto de punto, dando significado en representaciones gráficas; cuando marca los puntos en las intersecciones, los representa con un *bolita chiquita* pintada, usando siempre la misma representación en las distintas actividades. Cuando se le pregunta ¿qué nombre recibe la intersección de los dobleces? Contesta: punto.

Identifica que muchos dobleces pasan por un punto y los cuenta. Adicionalmente observa los pliegues y los nombra, como “*linia o ralla*”.

1 8 0 3

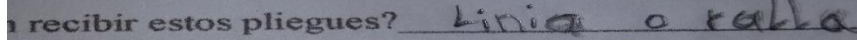


Ilustración 31: Nombre que da Sofía a los dobleces.

Sigue las instrucciones del paso 4 en la construcción de la grulla, y logra identificar en el mosaico de pliegues un triángulo, el cual reconoce como figura geométrica que ha quedado marcada en los dobleces. Además, reconoce que los lados de la figura son rectos, los cuenta y diferencia su tamaño. Al nombrar las esquinas utiliza estas palabras para describirlas “*puntiagudo o punto*”.

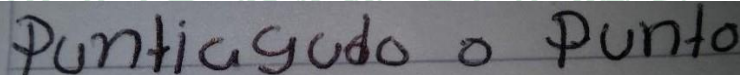


Ilustración 32: Nombre que da Sofía a las esquinas.

Mostró comprensión de la historia de “Sadako y las mil grullas de papel”, al responder todas las preguntas relacionadas que se hicieron, pero quedó muy conmovida por la muerte de la niña y preguntaba: “*profe todavía existe el monumento de la niña, nos pueden llevar con el proyecto que estamos haciendo a Japón*”; se percibió que ella se ilusionó por un momento y su rostro mostró cambio como si se consolara con lo expresado.

Al preguntarle por los conceptos objeto de estudio, considerando la construcción, ella identificó los bordes que limitan la figura como “*rallas*”, pero se le pregunta nuevamente ¿conoces otra forma de nombrarla? y contesta: “*línea recta*”, identificando las características rectas que tienen los dobleces; posteriormente, contó los bordes alrededor de la grulla e identificó que tenía 11 lados; se le solicitó que la dibujara, pero ella le pareció



## Facultad de Educación

que calcándola la hacía mejor y más rápido; esta fue su producción gráfica y su construcción.



Ilustración 33: Grulla construida por Sofía y dibujada.

Expresa verbalmente, en su lenguaje cultural, lo que entiende por el concepto de plano, no da las descripciones pertinentes, sino que establece comparaciones con elementos como hoja de papel, puertas, reglas y paredes; también lo relaciona con figuras geométricas como rectángulo.

Encuentra en hojas de diferentes tamaños (desde una hoja de apuntes pequeña hasta una hoja de papel bond), la relación: “*todos los dobleces construidos en cada una de las hojas son rectos*”; identifica que en las intersecciones se forman varios puntos.

EVALUACIÓN N° 4

Se tomarán hojas de diferentes tamaños (desde una hoja de apuntes pequeña hasta una hoja de bond) y se realizarán dobleces e intersecciones entre estos, con el propósito de proponerles las siguientes preguntas intencionadas.

1. ¿Qué tienen en común todos los dobleces construidos? *Son rectas*
2. ¿Qué tienen en común todas las intersecciones de los dobleces? *SE FORMAN VARIOS PUNTOS*
3. ¿Cambian de tamaño las intersecciones de los dobleces al cambiar de tamaño la hoja? *SÍ*
4. ¿Cambian de tamaño los dobleces, cuando se cambia de tamaño la hoja de papel? ¿Por qué? *SI PORQUE CAMBIA DE TAMAÑO LA HOJA*
5. Si la hoja de papel tiene dimensiones muy grandes ¿qué características tendrían los dobleces? *grandes*
6. Si la hoja de papel tiene dimensiones infinitas ¿qué características tendrían los dobleces?  
*infinito*

Ilustración 34: Evaluación de la 4a etapa de investigación guiada.

Relaciona el tamaño de cada doblez de acuerdo al tamaño de hoja, encontrando como características, que si la hoja es pequeña los dobleces son pequeños, si la hoja es de tamaño grande entonces los dobleces son grandes, si la hoja de papel tiene dimensiones infinitas, las intersecciones serán infinitas.



Ilustración 35: Puntos marcados en los dobleces encontrados por Sofía.

Después de realizar la actividad de doblar hojas de diferentes tamaños, visualiza dobleces y puntos; marcó las intersecciones encontradas en los dobleces de todas las hojas y los nombró como “puntos”, explicando “cuando dos líneas chocan”; los dobleces los nombra como “líneas reatas”; las hojas de papel las compara como un “reptangulo” y argumenta: “por que es plano”

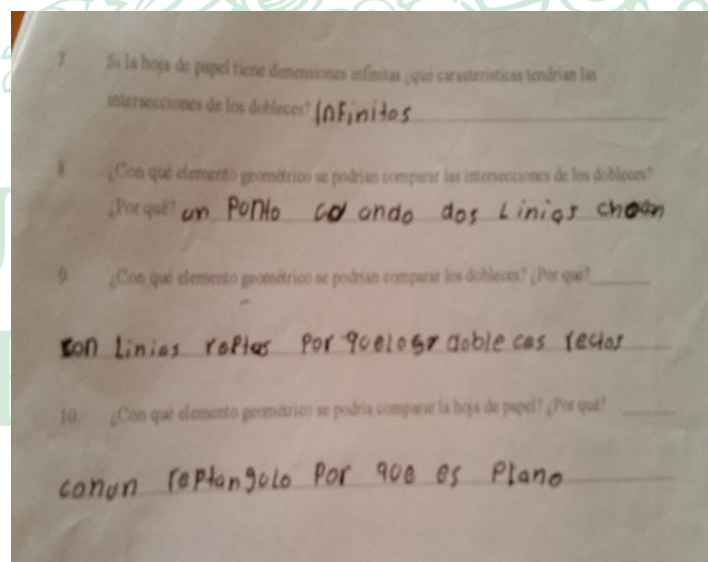


Ilustración 36: Complemento de la evaluación 4 realizada por Sofía.



## Facultad de Educación

Reconoce que si la hoja de papel es grande caben muchos dobleces grandes, y si es infinita, pasan infinitas rectas por un punto, y que caben infinitas rectas en un plano.

Identifica puntos en la intersección de los dobleces horizontales y verticales; cuando se ubica a larga distancia o lejos, afirma que en la hoja está marcado el punto aunque no se pueda ver.



Ilustración 37: Dobleces realizado en una hoja de bond en el Quinto encuentro.

Marca con plumones una hilera de puntos muy cercanos encima del doblez realizado en la hoja de papel bond; al ubicarse al frente de su hoja a cierta distancia del trabajo elaborado, afirma: *“profe los puntos des de lejos ceb observan como una linea recta”*.

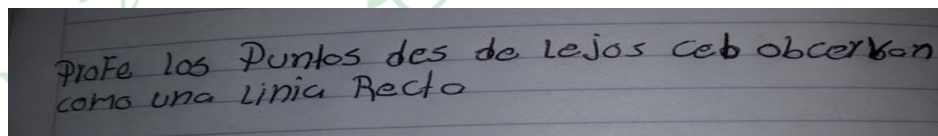


Ilustración 38: Descripción de la observación a cierta distancia de su hoja (sexto encuentro).

Sigue representando el punto con dimensiones como se observa en la siguiente imagen del perrito terrier escocés.



Ilustración 39: Modelo del perrito construido por Sofía.

De acuerdo con Stone (1999), en la fase de investigación guiada, los estudiantes pueden desarrollar habilidades básicas como la observación profunda, el registro cuidadoso de datos, el uso de un vocabulario más preciso, o la síntesis de ciertas ideas. En el caso de Sofía, tal como se describió anteriormente, la aproximación a la comprensión de los conceptos objeto de estudio, fue más compleja y se percibió un gran avance. Ella pudo generalizar algunas ideas fundamentales sobre los conceptos de punto, recta y plano, como se evidenció anteriormente, a través del desarrollo minucioso de las actividades planteadas, lo que le permitió usar un vocabulario, de cierta manera, más refinado. Sin embargo, aún se percibe, con respecto a la noción de punto, que para ella sigue siendo un objeto con dimensiones.

### *Fase del proyecto final de síntesis.*

Esta fase es reconocida por Stone (1999) como la etapa de tareas finales en la que se distingue con claridad el dominio que tienen los estudiantes de las metas de comprensión; en esta fase se muestran los resultados de las actividades que pueden ser apreciadas y evaluadas por otros; a continuación, se presenta el proyecto final de síntesis de Sofía, que

consistía en escribir un cuento haciendo uso de los conceptos comprendidos en el desarrollo de la unidad curricular, y en presentarlo ante los compañeros y docentes. En el cuento que construyó la estudiante, usó como personajes los nombres de algunas de las figuras tridimensionales construidas con el doblado de papel, incluyendo, además, los conceptos de punto, recta y plano.

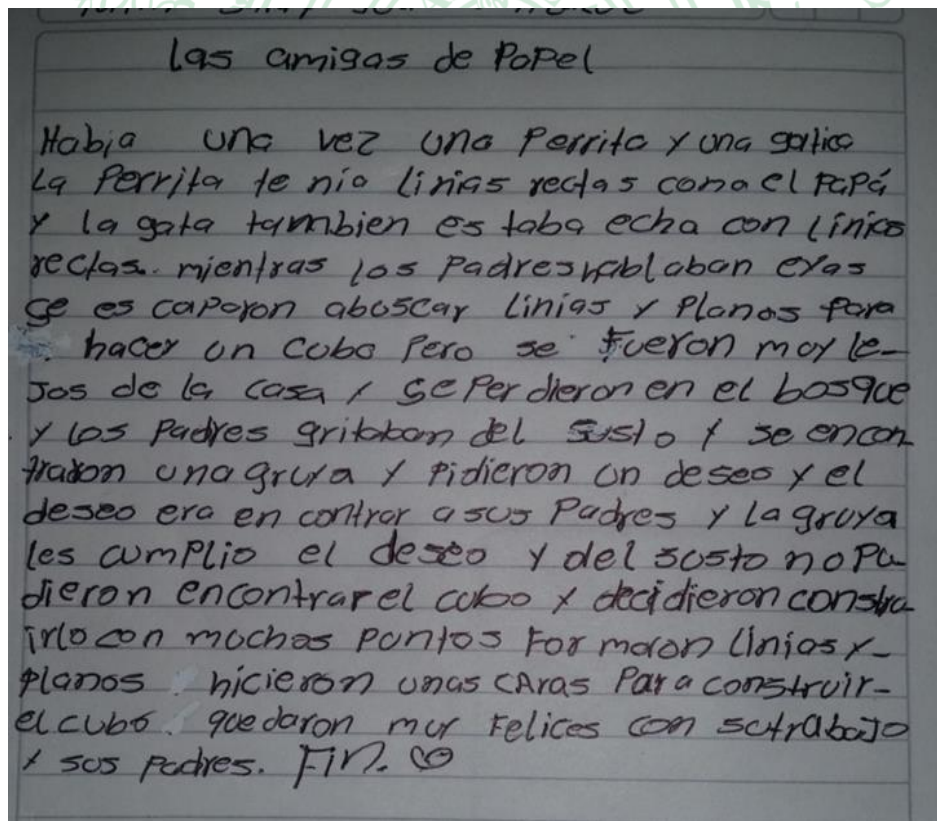


Ilustración 40: Cuento de Sofia.





Ilustración 41: Exposición de dobleces y puntos por Sofia.

De acuerdo al cuento y a su exposición, se pueden inferir las siguientes ideas:

En el cuento se puede observar que utiliza los conceptos de recta y plano, como si fueran elementos concretos no infinitos; sin embargo, asume que muchos puntos pueden conformar una línea o un plano.

Expone ante su compañeros y demás educadores, los conceptos comprendidos mediante construcciones con doblado de papel, representados en los mosaicos de pliegues, como líneas, puntos y plano; los dobleces los relaciona con los conceptos de “*rayas, o linias*”; pocas veces usa el concepto de recta pero sí hace el reconocimiento visual, cuando muestra los puntos marcados con plumones en las intersecciones de los dobleces.

Se aproxima al uso del término infinito mencionando que: “los puntos las Rectas y el plano son infinitos y solo se acaban con el Fin del mundo”.

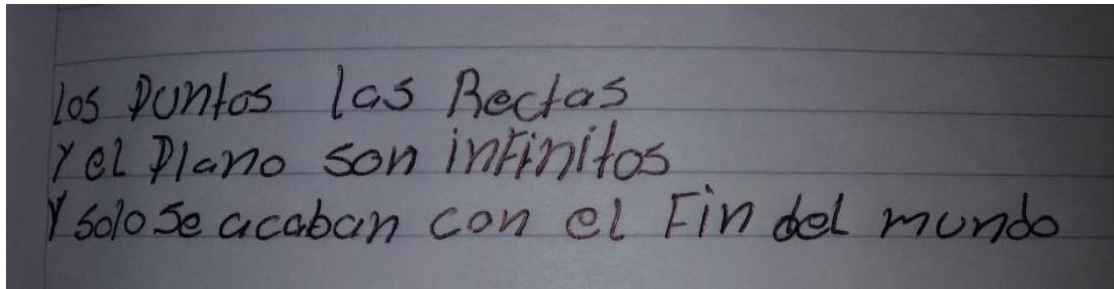


Ilustración 42: Descripción de Sofía.

### *Caracterización final de la comprensión.*

La caracterización final de comprensión que se expone a continuación, es una forma de hacer públicos los desempeños alcanzados por Sofía en este proceso de investigación, la cual se puede observar en cada uno de los descriptores que aparecen en **negrita y subrayados** (que son aquellos desempeños logrados por la participante), en correspondencia a los conceptos de punto, recta y plano. Cabe resaltar que la rúbrica de desempeños se hizo en cada una de las dimensiones con sus respectivos niveles de comprensión.

Dimensión de contenido. En la dimensión de contenido, Sofía alcanza a superar todos los niveles; ingresa, en primer lugar, en los niveles de ingenuo y novato en la fase de exploración; al observar sus desempeños iniciales, sus conocimientos eran intuitivos; en las respuestas de las preguntas realizadas en la etapa de exploración, se pudo percibir que era información tomada directamente del medio; no mostró la diferencia entre lo aprendido en la escuela y la vida cotidiana, según la descripción del cubo, octaedro, tetraedro y en la figura inventada por ella; sus conocimientos previos mostraron su sentido común y me permitieron percibir cómo los estudiantes de esta edad, comprenden las formas tridimensionales en comparación total con lo bidimensional. Según Boix y Gardner (1999), los niños desde los primeros años de vida construyen teorías fuertes erróneas que entran en



## Facultad de Educación

conflicto con las válidas por la comunidad científica; estas falsas concepciones, en muchas ocasiones, se vuelven resistentes con las versiones cimentadas a lo largo de los siglos; además, dichas concepciones alternativas pueden interferir en el proceso de comprensión en el nivel de maestría, si los niños están muy aferrados a ellas. Afortunadamente, en el caso de Sofía, se pudo desligar, con facilidad, de sus concepciones iniciales.

Luego, al desarrollar todas las actividades de la guía curricular, en las otras dos fases, se logra percibir que avanza en la dimensión de contenido al nivel de aprendiz y al nivel de maestría, dependiendo de las subcategorías establecidas (punto, recta y plano); lo anterior se puede argumentar por la flexibilidad con la que transformó sus percepciones iniciales, pues logró aproximarse a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano durante el proceso; además, pudo establecer relaciones importantes entre ellos. Sofía, a medida que doblaba el papel y construía las figuras, daba respuestas a los interrogantes que permitieron analizar la aproximación a la comprensión de forma constante y progresiva; escribió un cuento haciendo uso de los conceptos, dando ejemplos y generalizando algunos términos; pudo exponer en público sus trabajos, las figuras construidas con doblado de papel, mostrando la integración de los conceptos para apoyar sus descripciones.

Sin embargo, se percibió que para Sofía, el concepto de punto se sigue relacionando con un objeto que tiene dimensiones. Adicionalmente, se logra observar que la estudiante no pudo relacionar los lados de las figuras, con segmentos de recta, pues estos últimos se asociaron con los bordes de la hoja o con los lados del contorno de las figuras elaboradas, los cuales son finitos. Tal vez hizo falta profundizar en el concepto de segmento, para que pudiera lograr tal generalización. Con respecto al concepto de plano, en el nivel de



maestría, la estudiante no pudo reconocer porciones del plano en hojas de papel de diferentes tamaños, sino que asumió que todas las caras u hojas de papel son planas.

A continuación, se subrayan los desempeños alcanzados por la estudiante, en la dimensión de contenido. Nótese que logra alcanzar casi todos los del nivel de aprendiz y algunos del nivel de maestría.

Tabla 5. Comprensión de Sofía en la dimensión de contenido.

Niveles / Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Reconoce que un punto se relaciona con las esquinas de una hoja de papel.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el punto en figuras tridimensionales describiendo algunas características de forma.</u></b></p> <p>Reconoce el número de vértices en un polígono.</p> <p><b><u>Relaciona el punto. con otros lugares y objetos del espacio.</u></b></p>	<p><b><u>Relaciona el concepto de punto con la intersección de dobleces y con la unión de los lados en una figura geométrica.</u></b></p> <p><b><u>Compara el punto con elementos del espacio físico.</u></b></p> <p>Identifica el punto como la marca ubicada sin grosor, como la marca que deja un lápiz al caer sobre la hoja de papel en un lugar determinado.</p>
Concepto de recta	<p><b><u>Representa rectas mediante dobleces en hojas de papel.</u></b></p> <p><b><u>Puede establecer algunas características de la recta cuando observa los dobleces en una construcción.</u></b></p> <p><b><u>Puede contar y comparar cuántos lados forman las</u></b></p>	<p><b><u>Reconoce la recta como un conjunto infinito de puntos alineados. como una línea infinita.</u></b></p> <p>Relaciona un segmento de recta con los bordes y dobleces de la hoja de papel.</p>



	<p><b><u>figuras construidas o modeladas del contexto.</u></b></p> <p><b><u>Reconoce y describe rectángulos, triángulos y cuadrados según el número de bordes y puntos.</u></b></p>	<p><b><u>Integra el conocimiento del concepto de recta con otros elementos del contexto.</u></b></p>
Concepto de plano	<p><b><u>Muestra más flexibilidad en la conceptualización del término plano.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones con algunas partes de su entorno físico, como pisos, paredes, puertas y tableros.</u></b></p> <p><b><u>Identifica y cuenta el número de caras planas que forman algunos sólidos geométricos.</u></b></p> <p><b><u>Identifica figuras geométricas planas al desdoblar las figuras construidas doblando papel.</u></b></p>	<p><b><u>Reconoce el plano como parte del entorno físico, comparándolo con el piso, paredes, tableros.</u></b></p> <p><b><u>Identifica como infinito el plano, imaginándose la unión de infinitas hojas de papel.</u></b></p> <p>Reconoce porciones del plano en hojas de papel de diferentes tamaños.</p> <p><b><u>Integra el conocimiento del concepto de plano con otros elementos del contexto.</u></b></p>

Dimensión de métodos. Sofía, en la dimensión de métodos, se ubica en la fase de exploración, en el nivel 1 de comprensión ingenua, por la falta de argumentación en sus producciones; mostraba mucho apego a los conocimientos adquiridos en la escuela, la casa o los libros; además, carecía de métodos para establecer las relaciones, argumentaciones, encontrar las diferencias y describir las características de los modelos presentados o creados con doblado de papel; no hacía uso de los conceptos de punto, recta y plano para la descripción de los sólidos, modelos o figuras planas; se percibió que se le dificultaba utilizar dichos conceptos, incluso en su reconocimiento inicial; al desarrollar la unidad



curricular, de forma completa, avanza y utiliza métodos válidos para identificar y representar el punto, la recta y el plano en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos. Sofía pudo describir las figuras empleando diferentes procedimientos, desarrolló habilidades con el trabajo del doblado de papel que le propiciaron conceptualizar y representar figuras planas y tridimensionales; en una hoja de papel pudo intersecar muchos dobleces y visualizar los puntos encontrados.

Los desempeños ubicados en el nivel 4 de maestría, en la dimensión de los métodos, en su mayoría, fueron alcanzados por Sofía, a excepción de los dos siguientes: *utiliza el concepto de segmento para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas; utiliza métodos que le permiten definir y mostrar porciones de planos en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.* En el primer caso, no se hizo mucho énfasis por parte de la investigadora en el uso del concepto de segmento, sino que se orientó la indagación más a la comprensión del concepto de recta. Sin embargo, fue un error conceptual no lograr tal relación, pues, de acuerdo con el cuento, Sofía quedó con la idea de que la recta es finita, al relacionarla directamente con un doblez que tiene dimensiones específicas. En el segundo caso, también se percibió que Sofía consideró que el plano es finito en todos los casos, ya que el perro y el gato, se, fueron en búsqueda de líneas y planos para formar un cubo (ver cuento).



Tabla 6. Comprensión de Sofía en Dimensión de los métodos.

Niveles Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Utiliza métodos que le permiten comprobar que la intersección de dos dobles forma un punto.</u></b></p> <p><b><u>Utiliza el doblado de papel para definir el concepto con palabras propias de su lenguaje cultural.</u></b></p> <p><b><u>Visualiza y pinta puntos al realizar intersecciones de dobles en hojas de papel de diferentes tamaños.</u></b></p> <p><b><u>Marca la unión de segmentos con puntos.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de punto, en construcciones con doblado de papel.</u></b></p>	<p><b><u>Utiliza métodos válidos para identificar y representar el punto en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p> <p><b><u>Utiliza el concepto de punto para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</u></b></p>
Concepto de recta	<p><b><u>Demuestra la validez de los métodos usados, cuando relaciona la recta con otros objetos de su cotidianidad.</u></b></p> <p><b><u>Representa rectas por medio de dobles y señala los lugares donde se visualizan.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el</u></b></p>	<p><b><u>Emplea diferentes procedimientos o métodos para identificar, conceptualizar y representar una recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p> <p>Utiliza el concepto de segmento para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</p>



	<b><u>concepto de recta, en construcciones con doblado de papel.</u></b>	<b><u>Utiliza métodos válidos para identificar y representar la recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b>
Concepto de plano	<b><u>Identifica en una hoja de papel una porción del plano.</u></b> <b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de plano, en construcciones con doblado de papel.</u></b> <b><u>Relaciona el plano con una hoja de papel o un rectángulo.</u></b>	<b><u>Representa en figuras planas y tridimensionales porciones de plano.</u></b> <b><u>Representa el plano en una hoja de papel donde se intersecan muchos dobleces y visualiza los puntos encontrados.</u></b>  Utiliza métodos que le permiten definir y mostrar porciones de planos en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.

Dimensión de propósito. Sofía, en la dimensión de propósitos, avanza en algunas categorías al nivel 4 de maestría y, en otras, al nivel 3 de aprendiz; ella mostró haber alcanzado la mayoría de los desempeños esperados en la unidad curricular con respecto a esta dimensión, lo cual le permitió trabajar aspectos esenciales que promueven el uso posible de los conceptos en diferentes actividades (relación entre la teoría y la práctica) como: los procesos de construcción de los modelos, las exposiciones, la redacción de textos narrativos escritos; lo anterior, le permitió mostrar propiedad en el uso de los conceptos al dar argumentos para describir los dobleces, o las figuras modeladas con el doblado de papel.



Se pudo inferir con respecto a los conceptos de punto, recta y plano, que la estudiante no pudo hacer comparaciones de semejanza y diferencia en relación a dichos conceptos y a otros conceptos geométricos. En algunos casos, se pudo percibir que lo intentaba hacer, pero, finalmente, se percibe que le hacían falta más elementos para alcanzar este desempeño. Por otro lado, como se dijo anteriormente, no pudo relacionar el concepto de segmento con un doblado, pues no se hizo énfasis en este importante concepto. Adicionalmente, se le dificultó, tal como lo muestra en el cuento, inferir que la recta y el plano son infinitos; ella los muestra como conceptos concretos, que son finitos.

Tabla 7. Comprensión de Sofía en la Dimensión de propósito.

Niveles Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Describe y evalúa sus procedimientos identificando las dificultades encontradas en el desarrollo de actividades de comprensión del concepto de punto.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona el uso del punto con esquinas y cortes de dos dobleces, en las construcciones realizadas.</u></b></p> <p><b><u>Reconoce y determina el número de vértices que visualiza en cada construcción.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel y elementos del entorno físico para acercarse al concepto de punto.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de punto y a otros conceptos geométricos.</p> <p><b><u>Aplica lo comprendido del concepto de punto durante el desarrollo de la temática, trabajando con otros estudiantes y familiares.</u></b></p> <p><b><u>Responde evaluaciones y preguntas, relacionadas con el</u></b></p>





	<p><b><u>Representa v relaciona el punto con conceptos como marcas v esquinas.</u></b></p> <p><b><u>Realiza dobles que se cruzan entre sí para encontrar v pintar puntos.</u></b></p>	<p><b><u>concepto de punto, defendiendo los conocimientos de los cuales se ha apropiado durante el trabajo.</u></b></p>
Concepto de recta	<p><b><u>Describe v evalúa sus producciones identificando en que momento presenta dificultad para comprender v exponer su trabajo, con respecto al concepto de recta.</u></b></p> <p><b><u>Construye las figuras, visualiza los lados, los cuenta v los nombra como lados.</u></b></p> <p>Relaciona el concepto de segmento con un doblado.</p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel v elementos del entorno físico para aproximarse al concepto de recta.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de recta y a otros conceptos geométricos.</p>
Concepto de plano	<p><b><u>Describe v evalúa sus producciones, con respecto al concepto de plano, doblando papel.</u></b></p> <p><b><u>Identifica los momentos en que presenta dificultad en su aprendizaje v al exponer su trabajo, con respecto al concepto de plano.</u></b></p> <p><b><u>Se desenvuelve con mayor facilidad haciendo figuras con doblado de papel v muestra más propiedad cuando hace uso de los conceptos para describir o explicar cuántas caras forman un tetraedro, cubo u octaedro.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona, con argumentos válidos, el concepto de plano</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones hechas con el doblado de papel v elementos del entorno físico para acercarse al concepto de plano.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de plano y a otros conceptos geométricos.</p>



<p><b><u>con la cara de la hoja de papel o con las caras de las figuras tridimensionales.</u></b></p>	
---	--

Dimensión de formas de comunicación. Sofía alcanza, en la dimensión de formas de comunicación, en todo el proceso vivido durante la unidad curricular, el nivel de aprendiz y algunos desempeños del nivel de maestría, en las tres subcategorías analizadas (conceptos de punto, recta y plano). Ella pudo hacer público y de manera coherente su conocimiento; usó espontáneamente los conceptos en diferentes contextos; comunicó y explicó los procedimientos para las construcciones usando los conceptos comprendidos a lo largo del trabajo planeado en la unidad curricular; conceptualizó los objetos matemáticos indagados; inventó un cuento haciendo uso de los conceptos de punto, recta y plano e incluyó aun otros conceptos aprendidos; sin embargo, en el cuento, se percibieron algunos errores conceptuales.

Al inicio, en la fase de exploración, se percibió que estaba en el nivel de ingenuo, pues usó conceptos que se le dificultaba comprender y relacionó, de manera errónea, figuras bidimensionales con figuras tridimensionales; pero luego, al desarrollar todas las actividades, mostró mejores desempeños, que fueron reconocidos al expresarse de manera más refinada en relación a los conceptos que usaba en su lenguaje cotidiano y cultural.

Sofía no pudo alcanzar algunos desempeños del nivel de maestría, en relación a los conceptos de punto, recta y plano. De acuerdo con el cuento y con su exposición, ella no fue tan coherente en sus explicaciones verbales y escritas con respecto a dichos conceptos; incluso, mostró que percibía la recta y el plano como objetos finitos que se encuentran para

formar figuras tridimensionales finitas (cubo). Por otro lado, aunque el cuento tiene mucha creatividad, para haber sido escrito por una estudiante del grado segundo, se percibió que su texto narrativo no reflejó algunas relaciones válidas de los conceptos de punto, recta y plano, o de otros elementos básicos de geometría.

Tabla 8. Comprensión de Sofía en la Dimensión de formas de comunicación.

Niveles / Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Asume con mayor compromiso el uso del concepto de punto, al representarlo e identificarlo en dobleces, pintando el lugar exacto donde se forma en la hoja de papel.</u></b></p> <p><b><u>Describe y relaciona el punto con las esquinas de las figuras tridimensionales.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el punto en relación con las esquinas de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Usa el concepto de punto en diferentes situaciones, combinando con otros elementos del contexto.</u></b></p> <p><b><u>Logra entender que un punto no solo se dibuja sino que representa un lugar en el espacio, mostrando comprensión mediante sus representaciones verbales y escritas.</u></b></p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de punto.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del punto con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p>
Concepto de recta	<p><b><u>Muestra mayor compromiso con el uso del concepto de recta y lo representa realizando dobleces.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el concepto de recta en algunos objetos</u></b></p>	<p><b><u>Usa el concepto de recta en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</u></b></p>





	<p><b><u>tridimensionales contruidos con el doblado de papel.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza la recta en relación con los lados de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de recta.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas de la recta con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p>
Concepto de plano	<p><b><u>Expresa relaciones válidas acerca del concepto de plano.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el concepto de plano en las caras de objetos tridimensionales contruidos con doblado de papel, en la misma hoja de papel o en algunos objetos de la cotidianidad del aula de clase.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el plano en relación con las caras de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las instrucciones que sigue al construir los modelos con el doblado de papel, argumentando algunas características, tales como: el plano es infinito, se pueden construir rectas y puntos en este.</u></b></p> <p><b><u>Usa el concepto de plano en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</u></b></p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de plano.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del plano con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p> <p><b><u>Construye algunos modelos de figuras con doblado de papel y explica los pasos de acuerdo a sus ideas abstractas.</u></b></p> <p><b><u>Hace representaciones de figuras doblando papel describiendo</u></b></p>



		<b><u>verbalmente los elementos geométricos que las forman.</u></b>
--	--	---

### *Análisis del avance de la comprensión de Ángel.*

Ángel es un participante que cursa el segundo grado de educación básica primaria; tiene siete años de edad; nació en Turbo y vive con su madre y su padrastro; dentro de las cualidades que se apreciaron en este proceso y que fueron útiles para la investigación, se destacan: su participación activa, donde mostró su rapidez para responder y hacer las actividades; la forma de expresar sus ideas, pues, al parecer, se percibe que el estudiante tiene mucha energía y le gusta mucho jugar; es observador, alegre; mostró sus emociones y sentimientos en algunas situaciones planteadas en la unidad curricular, las cuales se describirán a continuación en cada una de las etapas desarrolladas.

### *Fase de exploración.*

Se puede apreciar en esta etapa, la espontaneidad de Ángel para responder; es decir, cuando se presentó la obra se observó cómo daba respuestas rápidamente a las preguntas que hacían los personajes; se percibe que, quizás, sus intenciones eran responder primero que todos y, como los compañeros hacían lo mismo, él elevaba más el tono de su voz para ser escuchado, provocando de esta manera interferencias para apreciar directamente sus conocimientos previos. Debido a que los estudiantes daban sus respuestas a la misma vez algunos no respetaban las normas establecidas de levantar la mano para dar sus aportes, se truncó el objetivo de tomar apuntes de la comprensión individual de los participantes. Para obtener los resultados esperados, se recurre a la evaluación escrita de la actividad

realizada, la cual permitió hacer el análisis de la comprensión individual correspondiente del participante; a continuación, se presentan sus características más relevantes, en relación a los conceptos abordados.

Primer encuentro: Historia del origami.

Evaluación # 1 conocimientos previos.

Descripción de cada uno de los personajes de la obra la Historia del Origami.

¿Conoces los nombres de los personajes? Escríbelos: tetraedro  
Te

¿Cómo somos? piramide cometa cuadrado

¿Cuántas caras tiene el Cubo? 6 ¿octaedro? 8 ¿tetraedro? 4

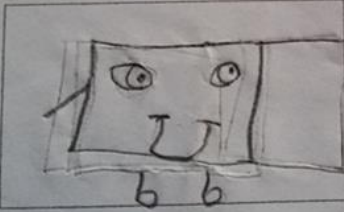

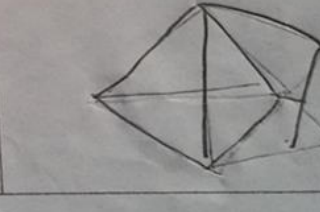
¿Cuántas puntas tiene el Cubo? 6 ¿octaedro? 6 ¿tetraedro? 4

¿Cómo podemos representar estas puntas? Punto

¿Cuántos bordes tiene el Cubo? 8 ¿octaedro? 12 ¿tetraedro? 6

¿A qué figura o forma se te parece el Cubo? cuadrado octaedro? cometa tetraedro? piramide

¿Nos pueden dibujar?

		
---	--	---

¿Con qué elementos básicos de geometría nos pueden dibujar?

con papel

Ilustración 43: Evaluación conocimientos previos de Ángel.

En la descripción hecha por Ángel en el documento anterior, se logra observar que no recuerda los nombres de todos los personajes pues, al parecer, no había tenido relación con



## Facultad de Educación

los sólidos platónicos o no tenía algún conocimiento previo acerca de sus nombres; posteriormente, logra establecer comparaciones al igual que Sofía con objetos de su medio, dejando ver en sus descripciones que para él lo plano y tridimensional está en un mismo orden; representó gráficamente los sólidos, intentando mostrar su forma tridimensional; identificó las caras y lados pero al describirlos, comparaba al cubo con un “cuadro”, al tetraedro con una “piramide” y al octaedro con una “cometa”.

Identifica las puntas de las figuras, mencionando que se pueden representar con “punto”. Se percibe que establece comparaciones pero carece de argumentos para describir las relaciones que intuye, o para dar a conocer sus ideas previas. Ángel es ubicado en el nivel I de comprensión ingenua dado que, según Boix y Gardner (1999), la información que da en sus descripciones, se relaciona con un conocimiento intuitivo, el cual está en su contexto cercano, pero se le dificulta establecer relación entre lo aprendido en la escuela y su vida, pues no muestra un dominio como tal de las relaciones que establece.

Segundo encuentro: Al estudiante se le solicitó que hiciera una construcción libre con doblado de papel. Él realizó la figura de un triángulo, la cual se muestra a continuación:



Ilustración 44: Modelo propuesto por Ángel en la Etapa de Exploración.

Ángel usa representaciones gráficas y escritas en esta descripción; se puede observar la comprensión inicial que tiene de algunas formas planas, pues relaciona los segmentos de rectas que rodean la figura con el concepto de “*rallas*”; en su descripción se percibe que utiliza la dimensión bidimensional, dado que relaciona la construcción con figuras poligonales, debido a que cuenta solo los lados que la componen. Además, muestra varios errores de ortografía en su caracterización, aspecto que debe ser mejorado.

No describe lo tridimensional de la construcción hecha, ni sigue patrones establecidos para construir un modelo determinado con doblado de papel; hizo dobleces hasta obtener la anterior forma, la cual nombró, en primer lugar, como “*triángulo*”; luego, la relacionó con una “*estrella*”, porque al desdoblar veía cuatro puntas; después de realizar otro doblez, nombra la figura como “*diamante*”; se observa que establece varias relaciones en un mismo proceso, las cuales se tornan interesantes, pero incorrectas, y no permiten hacer una caracterización completa de su comprensión; las situaciones anteriores me permiten concluir que Ángel se ubica en el nivel I de comprensión ingenua porque demuestra, según Boix y Gardner (1999), que “los desempeños son pocos reflexivos acerca de la forma en que el conocimiento es expresado [...]; los alumnos tienden a realizar descripciones imaginativas pero incorrectas del proceso” (p. 239).

No utilizó para su descripción los conceptos de punto, recta y plano; solo empleó el término de “*ralla*” para referirse a los lados de la figura; se percibe que este concepto es usado culturalmente desde el hogar y durante el grado de preescolar, en el cual se enseña el aprestamiento y manejo del renglón con el término de raya o rayita.

## Facultad de Educación

Con respecto a la construcción de la cara del gato con doblado de papel, se observa parte del proceso y algunas dificultades de Ángel, al doblar y recortar el papel; se pudo percibir que mientras realizaba el proceso de construcción, se le notaba desesperado cuando no le salían los dobleces según los pasos explicados por la investigadora; sin embargo, lo interesante del proceso, fue el ánimo y la disposición que siempre mostró, pues insistió y preguntó hasta terminar su construcción, mostrando perseverancia.



Ilustración 45: La cara de gato y los dobleces construidos por Ángel en la Etapa de exploración.

Cuando se le pidió al estudiante que describiera el mosaico de pliegues de la figura, él escribió lo siguiente: “*osbervoaLdesdoblar LaFigura un punto y unas rallas y triangulo y una equix y tanvien una crus*”; en esta, no usa gráficas como en la anterior, pero usa conceptos como: “*punto, rallas, triangulo, equix, crus*” para mostrar la forma como comprende el corte de los dobleces y las marcas que observó en la hoja desdoblada, aproximándose a la comprensión de novatos en la que, según Boix y Gardner (1999), el estudiante muestra mecanismos escolarizados destacando algunos conceptos o ideas disciplinarias y, además, va estableciendo conexiones simples.



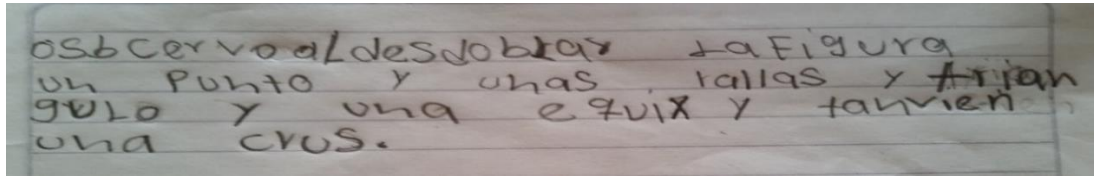


Ilustración 46: Descripción de Ángel.

*Fase de investigación guiada.*

Tercer encuentro: En este encuentro se dieron los pasos para construir una grulla, guiando el proceso a través de preguntas, que permitieron evaluar la comprensión de Ángel y sus avances; a continuación se destacan las relaciones siguientes:

En el paso 1, después de hacer los dobleces que se muestran a continuación, el estudiante escribe:



Ilustración 47: Paso 1 para la construcción de la grulla.

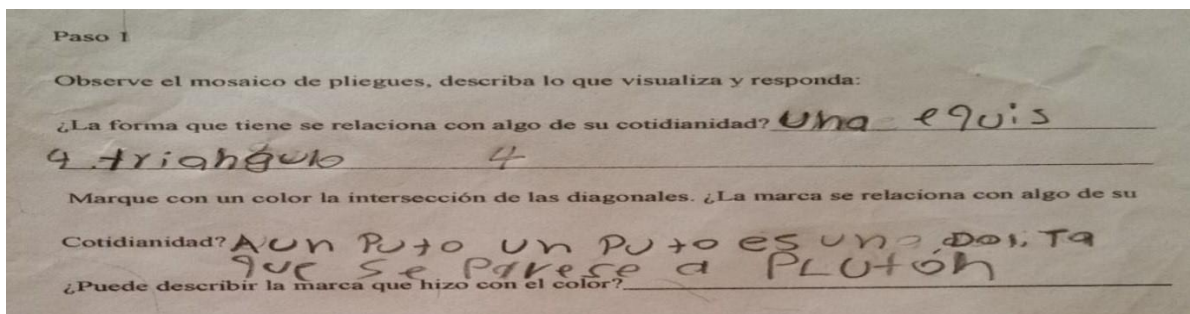


Ilustración 48: Descripción del paso 1 de la construcción de la grulla.

## Facultad de Educación

Tal como se observa, relaciona el mosaico de pliegues con algo de su cotidianidad y menciona que se le parece: a “*una equis 4 triangulos*”, mostrando familiaridad con los dobleces, comparándolos con la letra equis la cual usa a diario en sus escritos; además, identifica y cuenta los triángulos que observa cuando visualiza la intersección de las diagonales.

Marca el punto donde se da el corte de los dobleces con un círculo pequeño y lo relaciona con una “*bolita*”, asociándola con un planeta que nombró como “*Pluton*”; al parecer, lo relacionó por la imagen mental que posee de las representaciones gráficas del punto, que ha construido en momentos o años anteriores desde su experiencia, mostrando que su comprensión se basa en lo concreto, confirmando así que, para él, un punto tiene dimensiones.



Ilustración 49: Dobleces de la construcción de la grulla en el paso 2.

Después de doblar el papel y observar las marcas que quedan en la hoja, las cuenta de forma incorrecta mencionando que hay “*cinco*”; en la construcción se visualizan cuatro dobleces; en este caso, puede ser un error de cálculo o de observación; adicionalmente, afirma que las marcas de la hoja cuando se dobla el papel se relacionan con “*linia*” y al

## Facultad de Educación

preguntarle la razón, responde “*porque es recta*”, mostrando de esta manera una relación entre el concepto de recta y el de línea, para conceptualizar las marcas que han quedado en la hoja.

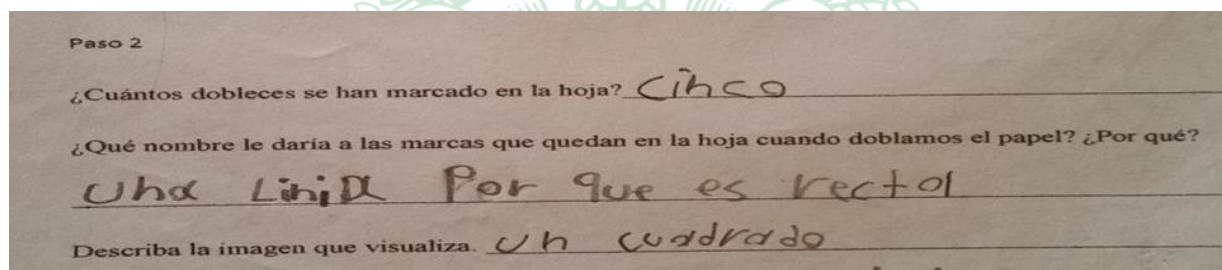


Ilustración 50: Descripción del paso 2 para la construcción de la grulla.

Después de seguir las instrucciones del paso cinco de la guía curricular, Ángel logra identificar un triángulo como figura geométrica, que ha quedado marcado al abrir los dobleces del mosaico de pliegues; lo describe con conceptos claros mencionando que “*tiene tres rallas y tres puntos*”, reconociendo, además, los pliegues como “*linias*”; esto permite concluir que el estudiante se va aproximando al concepto de segmento y, a su vez, al concepto de recta.

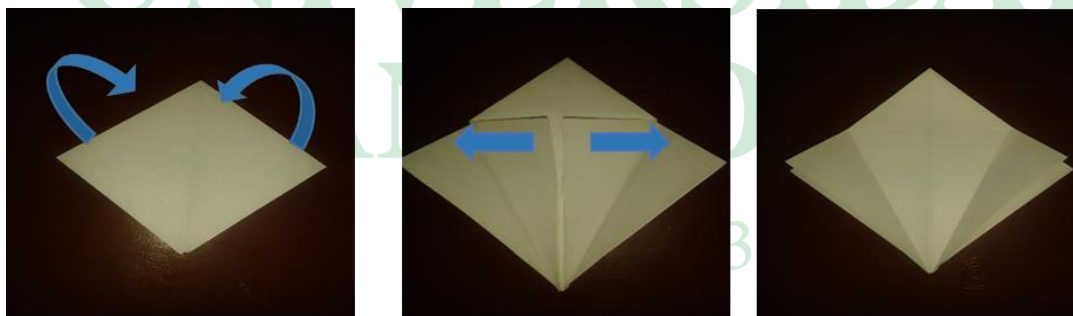


Ilustración 51: Paso 5 para la construcción de la grulla.



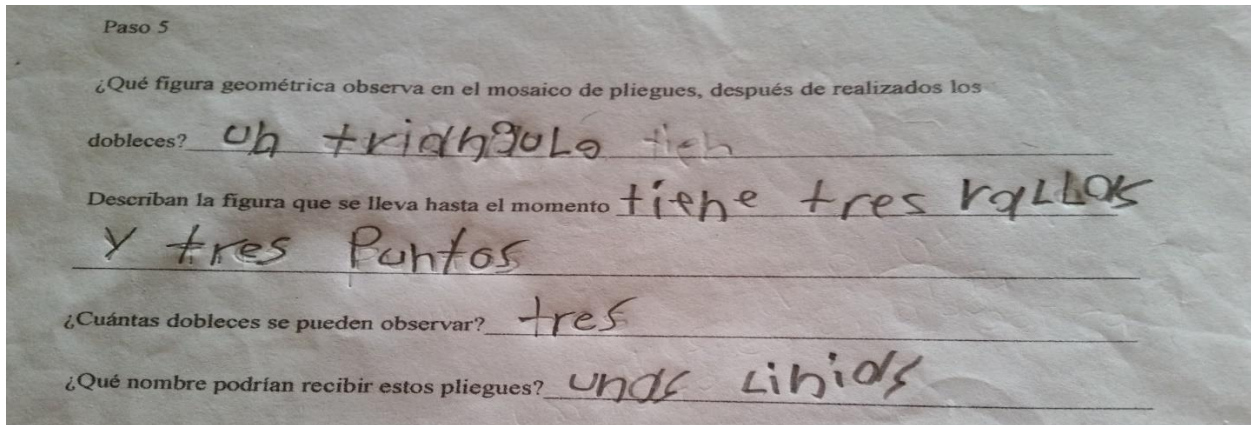


Ilustración 52: Comprensión de Ángel en el paso 5 para la construcción de la grulla.

En el paso 6, reconoce que los lados de la figura “*son rectos*” y los identifica con el concepto de “*ralla*”; cuenta y diferencia su tamaño reconociendo que “*unos son grandes y unos pequeños*”; además, nombra las esquinas de la hoja con el concepto de “*punto*”, mostrando una mayor comprensión de los conceptos de punto y recta.

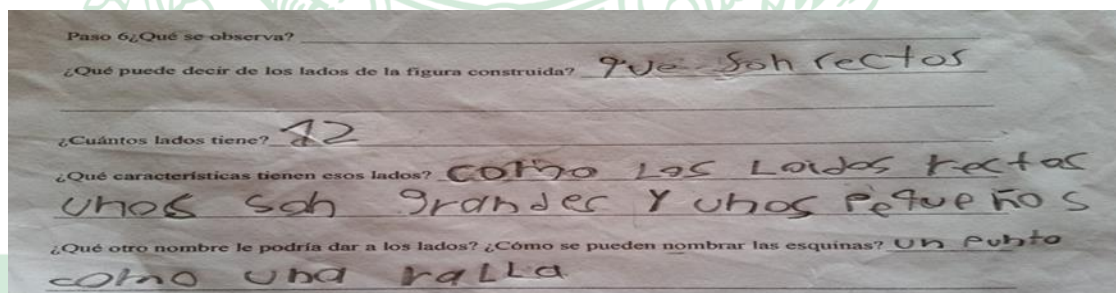
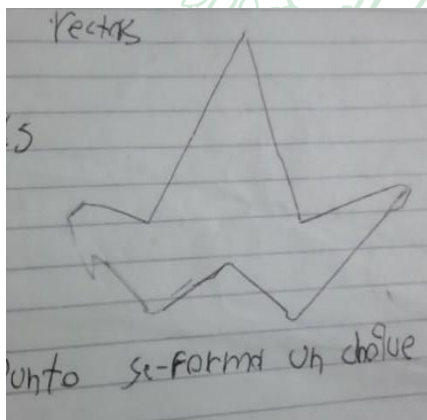


Ilustración 53: Continuación de la comprensión en el paso 5

Mostró comprensión y mucha tristeza después de escuchar la historia de “Sadako y las mil grullas de papel”; se notó el interés por saber más acerca de la historia, pues seguía preguntando con insistencia; de hecho, su inquietud fue llevada hasta su hogar, donde le pidió a la madre que le buscara en internet la historia en video para verla con ella. Por otro

## Facultad de Educación

lado, las preguntas que se hicieron las respondió todas, mostrando mucha comprensión de la historia; sin embargo, presentó dificultad al seguir los pasos en la construcción de la grulla, pues no hacía los dobleces con precisión; al parecer, fue complejo para él interpretar los pasos, incluso, comenzó a desesperarse, pero insistió tanto, que con la repetición de varios pasos consiguió construir la figura. Luego, se le dificultó construirla solito.



*Ilustración 54: Grulla construida y graficada por Ángel.*

La anterior grulla fue su construcción; luego, dibujó el contorno en el que identificó el número de lados, mostrando que se le facilita el conteo de lados en polígonos; adicionalmente, reconoció el número de vértices que lo forman, pero no tuvo presente que la figura era tridimensional.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

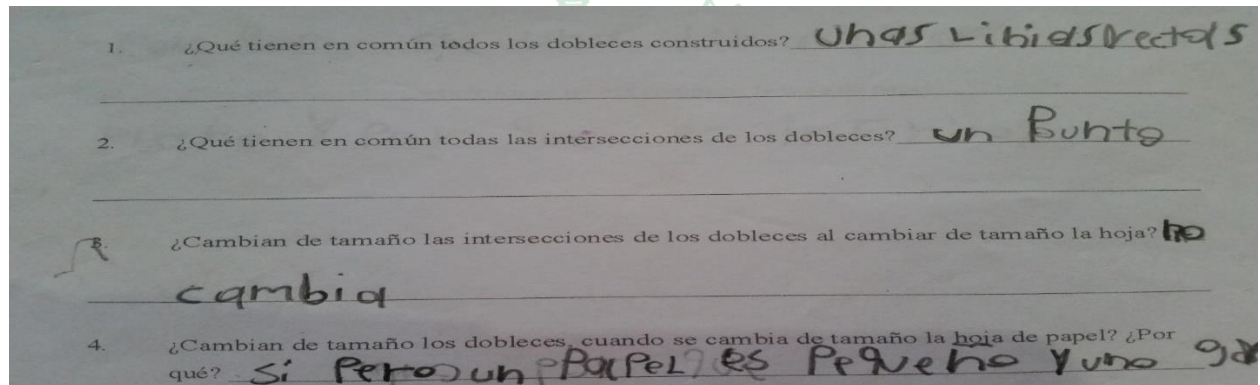


Ilustración 55: Respuesta a la evaluación 4

En la siguiente actividad, encuentra las relaciones: en todas las hojas de diferentes tamaños en las que trabajó, los dobleces construidos tienen “*líneas rectas*”; en las intersecciones se forma un punto; los dobleces dependen del tamaño de la hoja, pero aunque cambie el tamaño de cada doblez, la forma de este “*no cambia*”.



Ilustración 56: Marca de intersecciones con plumones.



Observa las siguientes características: que si la hoja es pequeña los dobleces son pequeños, si la hoja es de tamaño grande entonces los dobleces son grandes, cuando afirma “*un papel es pequeño y uno grande*”, aunque no fue tan explícito; al parecer, quería decir que los dobleces son grandes o pequeños de acuerdo al tamaño de la hoja, además, que si la hoja de papel tiene dimensiones infinitas, los dobleces son infinitos, esto se percibe cuando escribe que los: “*dobleces son grandes y infinitos*”.

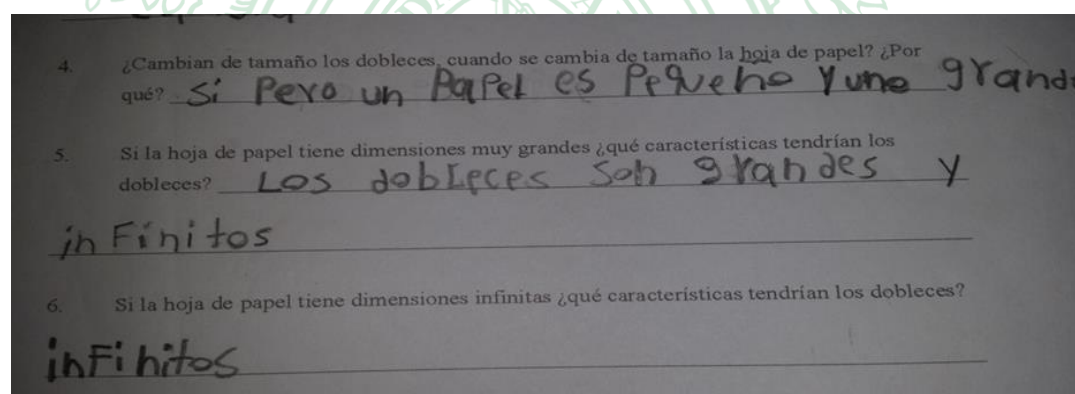


Ilustración 57: Comprensión de Ángel al doblar hojas de diferentes tamaños.

Visualiza dobleces y puntos con mayor precisión, marcando las intersecciones encontradas en los dobleces de todas las hojas; además, los nombra como puntos cuando explica que las intersecciones forman “*puntos porque se encuentra las 2*”, refiriéndose, al parecer, a las dos diagonales que se cruzan, las cuales compara con una representación gráfica de un segmento así: “*1*”; a su vez, explica que tales dobleces se relacionan con

líneas rectas y asegura: “*porque es una línea recta*”.

Establece que la hoja de papel se puede comparar con un plano, argumentando “*porque es infinita*”, aunque no menciona que la hoja tiene dimensiones. Reconoce que si la

## Facultad de Educación

hoja de papel es grande caben muchos dobles grandes y, si es infinita, pasan infinitas rectas por un punto; además, menciona que caben infinitas rectas en un plano.

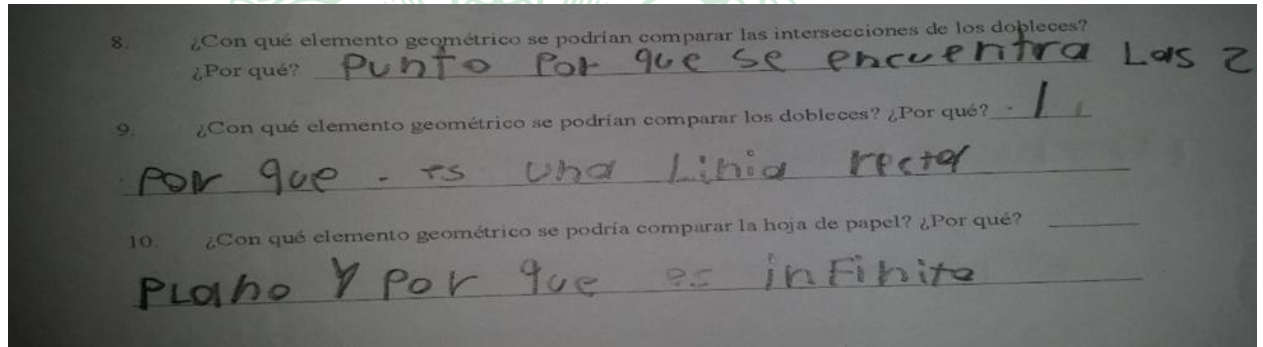


Ilustración 58: Complemento de la evaluación 4 de Ángel.

Logra visualizar en la hoja que se dispuso a larga distancia, un punto marcado en el corte de rectas horizontales y verticales. Además, resalta con plumones encima del dobléz en la hoja de papel bond, muchos puntos colineales; luego de ubicarse al frente de su hoja a cierta distancia del trabajo elaborado, menciona que el punto no tiene medida.

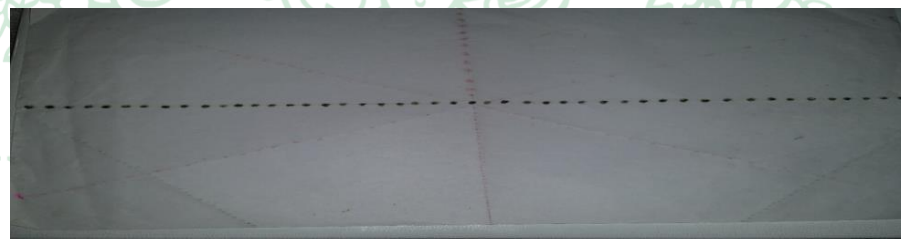


Ilustración 59: Dobles llenos de puntos.

La imagen que se muestra a continuación, fue la última que se construyó en la etapa de investigación guiada, en la cual el estudiante presenta un avance en el manejo del doblado de papel y en la comprensión, cuando reconoce algunos conceptos con relación a la figura; de acuerdo con Stone (1999), los alumnos pueden desarrollar el uso de un

## Facultad de Educación

vocabulario más preciso o la síntesis de ciertas ideas, después de abordar algunas actividades intencionadas. Ángel observó “8 lados, 6 vertises y triangulos”, pero en un solo plano de la figura, dejando ver que su comprensión todavía había quedado en lo bidimensional; se percibe que aún no comprende la diferencia con los objetos tridimensionales porque solo cuenta los lados, vértices y triángulos de un solo lado de la figura.

El análisis del proceso de comprensión, en esta segunda fase, permite concluir un avance en la generalización de algunas ideas básicas sobre los conceptos de punto, recta y plano, a través del paso por las actividades planteadas, lo que me permitió observar cómo conceptualiza y emplea conceptos propios de la geometría; aunque, en algunos casos, usó un vocabulario poco refinado, debido a que incluyó términos de su contexto social, como “ralla”, y representó el punto con dimensiones finitas.

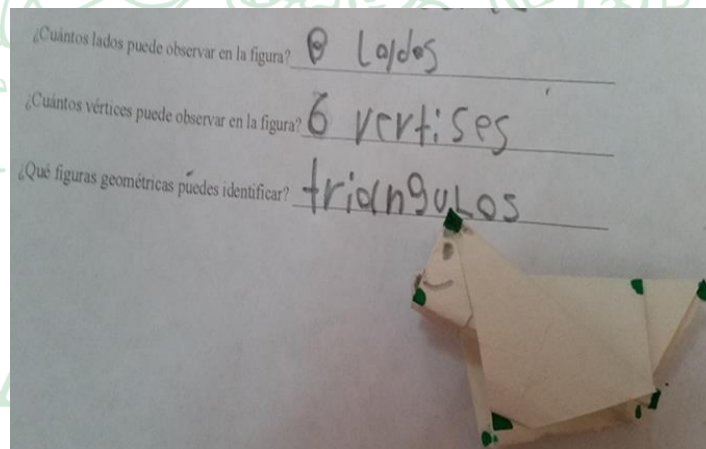


Ilustración 60: Descripción por parte de Ángel sobre la construcción del perrito.



### Fase del proyecto final de síntesis.

En esta fase se muestra con claridad el dominio que tienen los estudiantes de las metas de comprensión; las deducciones de las actividades que se desarrollaron a lo largo de las fases anteriores, se concluyen a continuación mediante la escritura de un cuento, en el que Ángel hace uso de los conceptos comprendidos en el desarrollo de la unidad curricular; el estudiante presenta ante sus compañeros y docentes el relato que construyó, donde usó como personajes los nombres de algunas de las figuras tridimensionales construidas con el doblado de papel incluyendo, además, los conceptos de punto, recta y plano.

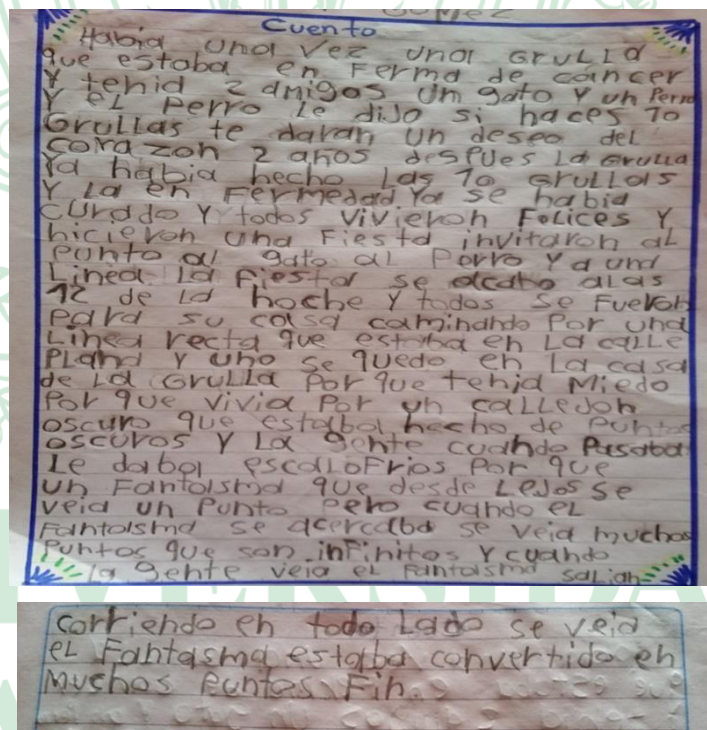


Ilustración 61: Cuento de Ángel.

De acuerdo al cuento y a su exposición, se pueden inferir las siguientes ideas:

1 8 0 3

## Facultad de Educación

Expone ante su compañeros y demás educadores, los conceptos comprendidos mediante construcciones con doblado de papel, representados en los mosaicos de pliegues, como “*linias, puntos, plano*”; incluye en el cuento, además, el término “*infinito*”; menciona los nombres de las figuras construidas con el doblado de papel como “*grulla, gato, perro*”, relacionándolas con los conceptos anteriores y hechos ocurridos en la historia de las mil grullas de papel, que a él le impresionó tanto. Hace el reconocimiento visual del concepto de punto, el cual es muy mencionado en su historia; esto se puede percibir cuando redacta que había “*un callejon oscuro que estaba hecho de puntos oscuros, un fantasma que desde lejos se veía un punto, pero cuando el fantasma se acercaba se veían muchos puntos que son infinitos*”.



*Ilustración 62: Dobleces de los participantes en hojas de papel bond*

La escritura del cuento me permite concluir que Ángel relaciona los conceptos de punto y recta, con elementos concretos finitos (dado que fueron invitados a una fiesta); de hecho, se percibe que es posible caminar por una línea recta; sin embargo, el estudiante relacionó la forma de la calle con un plano. Posteriormente, en el cuento, Ángel trata de mostrar que un plano puede estar formado por infinitos puntos (al hablar del fantasma); esto



se puede percibir cuando escribe “*cuando el fantasma se acercaba se veía muchos puntos que son infinitos...*”.

|Caracterización final de la comprensión.

En la caracterización final de la comprensión de Ángel, se pretende mostrar los desempeños alcanzados por él durante el proceso de investigación; se exponen a continuación cada uno de los descriptores, que corresponden a los desempeños logrados por el participante; estos se observan en negrita y subrayados, en correspondencia a los conceptos de punto, recta y plano. Cabe resaltar que la rúbrica de desempeños se hizo en cada una de las dimensiones con sus respectivos niveles de comprensión.

Dimensión de contenido. En la dimensión de contenido, al observar los desempeños de comprensión iniciales de Ángel y sus desempeños finales, se puede percibir que alcanza a superar la mayoría de los descriptores del nivel de aprendiz; ingresa, en primer lugar, en el nivel de ingenuo en la fase de exploración; sus conocimientos eran intuitivos y aunque argumentaba las respuestas de las preguntas realizadas en esta etapa, la información era tomada directamente del medio; en esta se percibió que relacionaba de manera incipiente, lo aprendido en la escuela con la vida cotidiana; sus conocimientos previos mostraron su sentido común en relación a los conceptos.

Sus respuestas eran muy parecidas a las de Sofía en algunas descripciones; las relaciones que estableció entre las figuras construidas y los conceptos, permitió percibir cómo construye hipótesis desde los primeros años de vida escolar, algunas de ellas





erróneas, orientadas de acuerdo a su experiencia, que entran en conflicto con las validadas por la comunidad académica; de hecho, estas concepciones erróneas pueden interferir en el proceso de comprensión, debido a que los estudiantes se aferran a ellas y muchas veces no conceptualizan adecuadamente. Tal es el caso de Ángel, que durante las dos primeras etapas siempre sostuvo el concepto de ralla en lugar de recta, y el punto siempre lo representó con un círculo relleno, aunque lograra identificarlo en esquinas de las figuras y en el corte de los dobleces.

Al desarrollar todas las actividades propuestas en la unidad curricular, logró aproximarse a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano durante el proceso. Ángel, a medida que doblaba el papel y construía figuras, daba respuestas a los interrogantes que permitieron analizar la aproximación a la comprensión de mencionados conceptos de forma constante y progresiva; escribió un cuento haciendo uso de ellos, dando ejemplos y generalizando algunos términos, apuntando a una comprensión más profunda que permitió, según Boix y Gardner (1999), clarificar y transformar estas intuiciones iniciales. También mostró ciertas dificultades; una de ellas es que los conceptos de punto y de recta, los sigue relacionando con objetos que tienen dimensiones; sin embargo, se percibe un avance en la dimensión de contenido, pues transformó sus percepciones iniciales; además, pudo establecer relaciones importantes dependiendo de las subcategorías establecidas (punto, recta y plano).

1 8 0 3

Tabla 9. Comprensión de Ángel en la Dimensión de contenido

Niveles Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Reconoce que un punto se relaciona con las esquinas de una hoja de papel.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el punto en figuras tridimensionales describiendo algunas características de forma.</u></b></p> <p>Reconoce el número de vértices en un polígono.</p> <p><b><u>Relaciona el punto con otros lugares y objetos del espacio.</u></b></p>	<p><b><u>Relaciona el concepto de punto con la intersección de dobles y con la unión de los lados en una figura geométrica.</u></b></p> <p><b><u>Compara el punto con elementos del espacio físico.</u></b></p> <p>Identifica el punto como la marca ubicada sin grosor, como la marca que deja un lápiz al caer sobre la hoja de papel en un lugar determinado.</p>
Concepto de recta	<p><b><u>Representa rectas mediante dobles en hojas de papel.</u></b></p> <p><b><u>Puede establecer algunas características de la recta cuando observa los dobles en una construcción.</u></b></p> <p><b><u>Puede contar y comparar cuántos lados forman las figuras construidas o modeladas del contexto.</u></b></p> <p><b><u>Reconoce y describe rectángulos, triángulos y cuadrados según el número de bordes y puntos.</u></b></p>	<p><b><u>Reconoce la recta como un conjunto infinito de puntos alineados, como una línea infinita.</u></b></p> <p>Relaciona un segmento de recta con los bordes y dobles de la hoja de papel.</p> <p><b><u>Integra el conocimiento del concepto de recta con otros elementos del contexto.</u></b></p>
	<p><b><u>Muestra más flexibilidad en la conceptualización del término plano.</u></b></p>	<p><b><u>Reconoce el plano como parte del entorno físico, comparándolo con el piso, paredes, tableros.</u></b></p>



Concepto de plano	<p><b><u>Establece relaciones con algunas partes de su entorno físico, como pisos, paredes, puertas y tableros.</u></b></p> <p><b><u>Identifica y cuenta el número de caras planas que forman algunos sólidos geométricos.</u></b></p> <p><b><u>Identifica figuras geométricas planas al desdoblar las figuras construidas doblando papel.</u></b></p>	<p>Identifica como infinito el plano, imaginándose la unión de infinitas hojas de papel.</p> <p><b><u>Reconoce porciones del plano en hojas de papel de diferentes tamaños.</u></b></p> <p>Integra el conocimiento del concepto de plano con otros elementos del contexto.</p>
-------------------	--	--

Dimensión de los métodos. Ángel, en la dimensión de métodos en la etapa de exploración, al parecer, carece de conceptos para establecer relaciones, encontrar diferencias y dar argumento a sus producciones; por tal razón, se ubica en la fase de exploración en el nivel 1 de comprensión ingenua; se logra percibir que estaba muy influenciado por los conocimientos adquiridos en su hogar o en su contexto cotidiano; además, al describir las características de los modelos presentados o creados con doblado de papel, se percibió que no hacía uso de los conceptos de punto, recta y plano en la descripción y reconocimiento de los sólidos, modelos o figuras planas.

Luego, al desarrollar la unidad curricular de forma completa, avanza y utiliza métodos, situaciones o lugares propios del contexto matemático, válidos para identificar y representar el punto, la recta y el plano en otros contextos, que se pueden percibir en el cuento y en las descripciones que dio junto con sus respuestas; logró describir las figuras empleando diferentes procedimientos, como imágenes y palabras; desarrolló habilidades para trabajar figuras con doblado de papel, a pesar de que tuvo muchas dificultades al inicio



de las actividades; adicionalmente, logró, con este proceso, intersecar muchos dobleces y visualizar los puntos encontrados en hojas de papel de diferentes tamaños, marcarlos, conceptualizarlos y representarlos en figuras planas y tridimensionales.

En la dimensión de métodos, los desempeños en su mayoría fueron alcanzados por Ángel. Logró la ubicación en el nivel 4 de maestría, en la categoría relacionada con el punto; sin embargo, no logró alcanzar algunos desempeños de este nivel, en las categorías de recta y plano, dado que los dos siguientes desempeños no pudieron ser logrados: *utiliza el concepto de segmento para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas; utiliza métodos que le permiten definir y mostrar porciones de planos en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos*. La anterior situación se presentó, debido a que yo, en calidad de investigadora, no pude guiar algunas preguntas para lograr que los estudiantes identificaran el concepto de segmento y no se quedaran con la idea del concepto de recta como un objeto finito, a pesar de considerar que el doblez y los bordes en una hoja tienen dimensiones específicas.

Tabla 10. Comprensión de Ángel en la Dimensión de Métodos.

Niveles Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Utiliza métodos que le permiten comprobar que la intersección de dos dobleces forma un punto.</u></b></p> <p><b><u>Utiliza el doblado de papel para definir el concepto con palabras propias de su lenguaje cultural.</u></b></p>	<p><b><u>Utiliza métodos válidos para identificar y representar el punto en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p> <p>3</p>



	<p><b><u>Visualiza y pinta puntos al realizar intersecciones de dobleces en hojas de papel de diferentes tamaños.</u></b></p> <p><b><u>Marca la unión de segmentos con puntos.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de punto, en construcciones con doblado de papel.</u></b></p>	<p><b><u>Utiliza el concepto de punto para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</u></b></p>
Concepto de recta	<p><b><u>Demuestra la validez de los métodos usados, cuando relaciona la recta con otros objetos de su cotidianidad.</u></b></p> <p><b><u>Representa rectas por medio de dobleces y señala los lugares donde se visualizan.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de recta, en construcciones con doblado de papel.</u></b></p>	<p><b><u>Emplea diferentes procedimientos o métodos para identificar, conceptualizar y representar una recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p> <p>Utiliza el concepto de segmento para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</p> <p><b><u>Utiliza métodos válidos para identificar y representar la recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p>
Concepto de plano	<p><b><u>Identifica en una hoja de papel una porción del plano.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de plano, en construcciones con doblado de papel.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona el plano con una hoja de papel o un rectángulo.</u></b></p>	<p><b><u>Representa en figuras planas y tridimensionales porciones de plano.</u></b></p> <p><b><u>Representa el plano en una hoja de papel donde se intersecan muchos dobleces y visualiza los puntos encontrados.</u></b></p> <p>Utiliza métodos que le permiten definir y mostrar porciones de planos en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</p>



Dimensión de propósito. Ángel, en la dimensión de propósitos, mostró haber alcanzado la mayoría de los desempeños planeados en la unidad curricular, lo cual le permitió observar aspectos esenciales que inician con las actividades planteadas en la etapa de exploración; desde este momento, se percibió el uso de posibles conceptos en sus diferentes descripciones y respuestas, destacando la relación entre la teoría y la práctica, como: los procesos de construcción de los modelos con el doblado de papel, las respuestas a las evaluaciones continuas, las exposiciones, la redacción de textos narrativos escritos (cuento); lo que permitió mostrar el uso de los conceptos al dar argumentos para describir las figuras modeladas con el doblado de papel, al tiempo que se iban haciendo los dobleces requeridos, logrando avanzar con respecto a esta dimensión, en la categoría de punto, al nivel de aprendiz (alcanzando algunos descriptores de maestría); en la categoría de recta, al nivel de novato (alcanzando algunos descriptores del nivel de aprendiz y de maestría) y, finalmente, en la categoría de plano, al nivel de aprendiz (alcanzando algunos descriptores de maestría).

Se pudo inferir, con respecto a los conceptos de punto, recta y plano, que el participante pudo hacer comparaciones de semejanza con objetos conocidos; además, incluyó otros conceptos geométricos, reconociendo, en algunos momentos, que tanto el plano y la recta son infinitos (en el cuento se pudieron percibir algunas nociones de infinito, pero también de objetos concretos). Describe que en el entorno físico se pueden observar rectas y planos, y que muchos puntos forman una figura (fantasma, ver cuento); pero estos procesos no fueron suficientes para alcanzar los desempeños en su totalidad, en relación a las



subcategorías de punto, recta y plano; no pudo relacionar el concepto de segmento con un doblez, pues no se hizo énfasis en este importante concepto.

Tabla 11. Comprensión de Ángel en la Dimensión Propósito.

Niveles	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Describe y evalúa sus procedimientos identificando las dificultades encontradas en el desarrollo de actividades de comprensión del concepto de punto.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona el uso del punto con esquinas y cortes de dos dobleces, en las construcciones realizadas.</u></b></p> <p><b><u>Reconoce y determina el número de vértices que visualiza en cada construcción.</u></b></p> <p><b><u>Representa y relaciona el punto con conceptos como marcas y esquinas.</u></b></p> <p><b><u>Realiza dobleces que se cruzan entre sí para encontrar y pintar puntos.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel y elementos del entorno físico para acercarse al concepto de punto.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de punto y a otros conceptos geométricos.</p> <p><b><u>Aplica lo comprendido del concepto de punto durante el desarrollo de la temática, trabajando con otros estudiantes y familiares.</u></b></p> <p><b><u>Responde evaluaciones y preguntas, relacionadas con el concepto de punto, defendiendo los conocimientos de los cuales se ha apropiado durante el trabajo.</u></b></p>
Concepto de recta	<p><b><u>Describe y evalúa sus producciones identificando en que momento presenta dificultad para comprender y exponer su trabajo, con respecto al concepto de recta.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel y elementos del entorno físico para aproximarse al concepto de recta.</u></b></p>



	<p><b><u>Construye las figuras, visualiza los lados, los cuenta y los nombra como <i>lados</i>.</u></b></p> <p>Relaciona el concepto de segmento con un doblado.</p>	<p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de recta y a otros conceptos geométricos.</p>
Concepto de plano	<p><b><u>Describe y evalúa sus producciones, con respecto al concepto de plano, doblando papel.</u></b></p> <p><b><u>Identifica los momentos en que presenta dificultad en su aprendizaje y al exponer su trabajo, con respecto al concepto de plano.</u></b></p> <p><b><u>Se desenvuelve con mayor facilidad haciendo figuras con doblado de papel y muestra más propiedad cuando hace uso de los conceptos para describir o explicar cuántas caras forman un tetraedro, cubo u octaedro.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona, con argumentos válidos, el concepto de plano con la cara de la hoja de papel o con las caras de las figuras tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones hechas con el doblado de papel y elementos del entorno físico para acercarse al concepto de plano.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de plano y a otros conceptos geométricos.</p>

Dimensión de formas de comunicación. Ángel alcanza el nivel de aprendiz y varios de los desempeños del nivel de maestría, en las tres subcategorías analizadas (conceptos de punto, recta y plano). En la dimensión de formas de comunicación, en todo el proceso de las tres etapas desarrolladas en la unidad curricular, se pudo notar que usó naturalmente los conceptos en diferentes contextos; en las construcciones, comunicó y explicó los procedimientos, inventó un cuento haciendo uso de los conceptos de punto, recta y plano e



incluyó aun otros conceptos aprendidos y comprendidos a lo largo del trabajo planeado; sin embargo, el cuento permite concluir que al estudiante se le dificultó relacionar los conceptos de recta y plano, con el concepto de infinito, mostrándolos como objetos concretos; de todos modos, se puede inferir que conceptualizó algunos objetos matemáticos indagados.

Al inicio, en la fase de exploración, se percibió que estaba en el nivel de ingenuo, dado que tomó conceptos que usaba en su lenguaje cotidiano y cultural, los cuales se le dificultaba comprender y describir; relacionó, de manera errónea, figuras bidimensionales con figuras tridimensionales; pero luego, mostró mejores desempeños al expresarse de manera más refinada en relación a los conceptos durante el desarrollo del resto de actividades.

Ángel pudo alcanzar varios de los desempeños del nivel de maestría, en relación a los conceptos de punto, recta y plano. De acuerdo con el cuento y con su exposición, mostró cierto nivel de coherencia en sus explicaciones verbales y escritas; sus argumentos descritos anteriormente, su texto narrativo y muy creativo, reflejaron algunas relaciones válidas de los conceptos de punto, recta y plano en relación a otros conceptos, al explicar, por ejemplo: que los dobleces construidos son rectos, que si la hoja es grande los dobleces son grandes, explica que en el encuenrto de dos dobleces se forma un punto y nombra figuras geométricas visualizadas en los mosaicos de plieguens, entre otros desempeños puntualizados en las etapas anteriores.

**Tabla 12. Comprensión de Ángel en la Dimensión de Formas de Comunicación**





Niveles	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Categorías		
Concepto de punto	<p><b><u>Asume con mayor compromiso el uso del concepto de punto, al representarlo e identificarlo en dobleces, pintando el lugar exacto donde se forma en la hoja de papel.</u></b></p> <p><b><u>Describe y relaciona el punto con las esquinas de las figuras tridimensionales.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el punto en relación con las esquinas de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Usa el concepto de punto en diferentes situaciones, combinando con otros elementos del contexto.</u></b></p> <p><b><u>Logra entender que un punto no solo se dibuja sino que representa un lugar en el espacio, mostrando comprensión mediante sus representaciones verbales y escritas.</u></b></p> <p><b><u>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de punto.</u></b></p> <p><b><u>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del punto con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</u></b></p>
Concepto de recta	<p><b><u>Muestra mayor compromiso con el uso del concepto de recta y lo representa realizando dobleces.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el concepto de recta en algunos objetos tridimensionales construidos con el doblado de papel.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza la recta en relación con los lados de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Usa el concepto de recta en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</u></b></p> <p><b><u>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de recta.</u></b></p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas de la recta con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p>



<p>Concepto de plano</p>	<p><b><u>Expresa relaciones válidas acerca del concepto de plano.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el concepto de plano en las caras de objetos tridimensionales construidos con doblado de papel, en la misma hoja de papel o en algunos objetos de la cotidianidad del aula de clase.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el plano en relación con las caras de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las instrucciones que sigue al construir los modelos con el doblado de papel, argumentando algunas características, tales como: el plano es infinito, se pueden construir rectas y puntos en este.</u></b></p> <p><b><u>Usa el concepto de plano en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</u></b></p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de plano.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del plano con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p> <p><b><u>Construye algunos modelos de figuras con doblado de papel y explica los pasos de acuerdo a sus ideas abstractas.</u></b></p> <p><b><u>Hace representaciones de figuras doblando papel describiendo verbalmente los elementos geométricos que las forman.</u></b></p>
--------------------------	--	--

### *Análisis de la comprensión de Estrellita.*

Estrellita es una niña que mostró mucho interés y compromiso por hacer parte de este proceso, además posee habilidades para escribir, a pesar de estar iniciando el grado



segundo; a continuación se describe, de forma breve, parte de su información familiar y algunas características personales: es hija única; tiene siete años de edad; su padre trabaja como conductor de mototaxi y su mamá labora en un almacén; se ha observado que ellos están al tanto de su proceso educativo. Estrellita es tímida para expresarse de forma oral; se expresa con mayor seguridad cuando lo hace por escrito; se percibió que ella es muy ordenada en sus procesos, es disciplinada, comprometida y muy responsable; además, es una niña tierna y cariñosa. Teniendo en cuenta lo anterior, se describe, a continuación, el avance en la comprensión en cada una de las etapas de la investigación.

### *Fase de exploración.*

Esta etapa se inició con una evaluación diagnóstica escrita que se realizó después de abordar la historia del origami, para reconocer los saberes previos a través de algunos interrogantes intencionados que se propusieron después de la presentación. En la siguiente imagen se pueden percibir las relaciones que logró establecer.

Primer encuentro: Historia del origami.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Evaluación # 1 conocimientos previos.

Descripción de cada uno de los personajes de la obra la Historia del Origami.

¿Conoces los nombres de los personajes? Escríbelos: tetraedro cubo octaedro

¿Cómo somos? triángulo cuadrado cometa

¿Cuántas caras tiene el Cubo? 6 ¿octaedro? 8 ¿tetraedro? 4

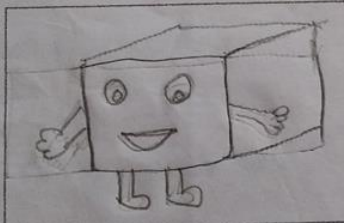
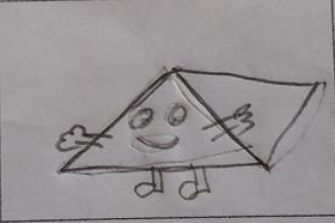
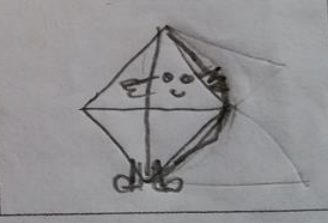
¿Cuántas puntas tiene el Cubo? 8 ¿octaedro? 6 ¿tetraedro? 4

¿Cómo podemos representar estas puntas? puntos

¿Cuántos bordes tiene el Cubo? 12 ¿octaedro? 12 ¿tetraedro? 8

¿A qué figura o forma se te parece el Cubo? dado ¿octaedro? cometa ¿tetraedro? pirámide

¿Nos pueden dibujar?

		
--	---	--

¿Con qué elementos básicos de geometría nos pueden dibujar?

con papel, marcador, color y con la piza

Ilustración 63: Evaluación de conocimientos previo de Estrellita.

De acuerdo con lo que se observa en la evaluación 1, Estrellita, en esta etapa inicial, recuerda en primer lugar los personajes de la obra, los cuales nombró como: “tetraedro, cubo y octaedro”; posteriormente, identificó y contó con exactitud el número de caras de cada uno de ellos, mencionando que el cubo tiene seis caras, el octaedro ocho y el tetraedro cuatro; además, contó las esquinas y los bordes, reconociendo que las puntas en cada figura

## Facultad de Educación

se pueden representar como puntos; finalmente, encuentra semejanza de estas figuras tridimensionales con objetos de su medio, como dado, cometa y pirámide.

En la siguiente actividad de la fase de exploración, se le solicitó a Estrellita elaborar una figura con doblado de papel de manera libre. Ella, en esta etapa, demostró más habilidades que Ángel y Sofía, pues hizo el modelo de un avión, que fue enseñado por su padre en ocasiones anteriores; se observó que siguió ciertos pasos para construir la figura, pero no fue muy reflexiva a la hora de utilizar conceptos geométricos para hacer la descripción de su construcción; mostró que utiliza los conceptos de algunas figuras planas, como triángulo y rectángulo, al parecer reconocidas y aprendidas en la escuela, pero no fueron suficientes para entender el proceso que ella siguió; es decir, supo construir el modelo, pero se le dificultó hacer uso de los conceptos particulares de punto, recta y plano en su descripción, pues no los identificó como elementos básicos de geometría, útiles para reconocer y caracterizar las figuras.

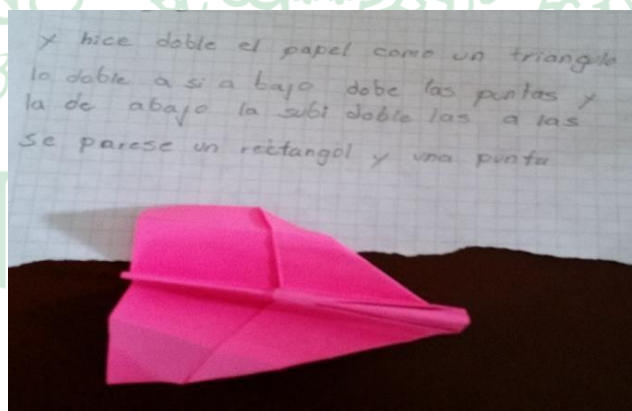


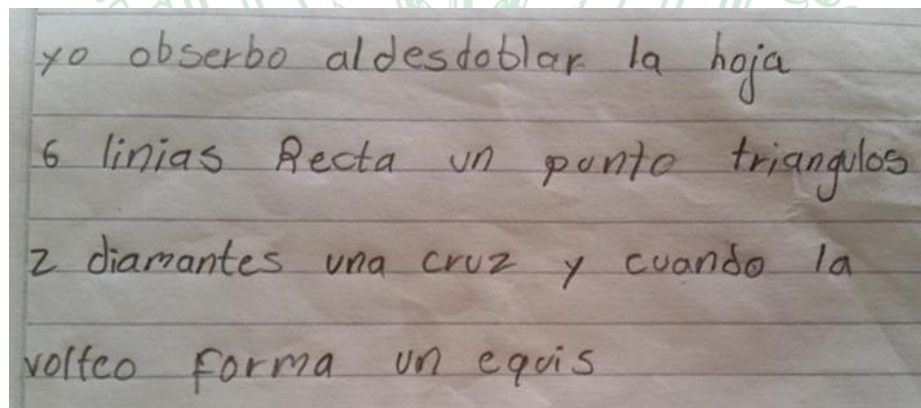
Ilustración 64: Modelo propuesto por Estrellita.

## Facultad de Educación

En la imagen anterior se puede observar la primera descripción que hace Estrellita: “Y hice doble el papel como un triangulo lo doblé a si a bajo lo subi doble las a las se parece un rectángulo y una punta”. De acuerdo con esta descripción, la estudiante reconoce los pasos seguidos, pero muestra dificultades para describirlos.

Segundo encuentro.

En la segunda actividad de la etapa de exploración, Estrellita construyó la cara de un gato. En las siguientes imágenes se percibe su construcción y la descripción que realizó, después de terminar su modelo y desdoblar la hoja.



yo obserbo al desdoblar la hoja  
6 lineas Recta un punto triangulos  
2 diamantes una cruz y cuando la  
volteo forma un equis



Ilustración 65: Descripción y modelo de la cara de gato construida por Estrellita.





En los registros anteriores, la niña escribió: “yo obserbo al desdoblar la hoja 6 líneas rectas un punto triangulos 2 diamantes una cruz y cuando la volteo forma un equis”. De esto se pueden extraer las siguientes interpretaciones:

Identifica, en la observación realizada, figuras planas como triángulos y algunos elementos básicos de geometría como: rectas y puntos; además, en las diagonales marcadas en los dobleces de la hoja, encuentra la semejanza con una equis; en los segmentos perpendiculares observa una cruz; se pueden visualizar más dobleces en la hoja, pero ella menciona, al parecer, los más representativos para ella, como equis y cruz, para dar a conocer su comprensión, los cuales son usados con frecuencia como signos en matemáticas o como fuentes de escritura.

Estrellita, desde su conocimiento intuitivo, muestra en sus descripciones cierta flexibilidad con los detalles observados en la hoja, que permitieron identificar el nivel de comprensión en que se encontró al inicio, quedando ubicada en el nivel I de comprensión ingenua; en la perspectiva de Boix y Gardner (1999), en relación a sus desempeños, Estrellita hizo uso de su conocimiento intuitivo debido a que la información que brindó, se asoció principalmente con lo que ella percibió e interpretó del contexto cercano.

La descripción de Estrellita en la fase de exploración, me permitió registrar los conocimientos previos y las dificultades frente a la distinción entre figuras bidimensionales y figuras tridimensionales; pude percibir que a ella se le facilitaba distinguir algunos conceptos de figuras planas como rectángulos, triángulos y rombos; en particular, estos últimos los asoció con la forma de un diamante, el cual es un objeto tridimensional.

## Facultad de Educación

También observé que la estudiante, con respecto a las formas de comunicación, tiene una particularidad diferente a los dos compañeros descritos anteriormente en lo relacionado con la escritura, doblado de papel y comprensión; a pesar de mostrar ciertas debilidades en algunos desempeños tales como el uso de términos, palabras mal escritas o falta de buena ortografía, se reconoce que tuvo menos errores que Sofía y Ángel; sus descripciones fueron más generalizadas y elaboradas.

### *Fase de investigación guiada.*

Tercer encuentro. En esta fase, a Estrellita se le dieron instrucciones para construir una grulla; a medida que se realizaban los dobleces, se le hicieron preguntas intencionadas con respecto a los conceptos de punto, recta y plano; al observar y analizar sus respuestas, se pudieron describir las relaciones que presentó y la aproximación a la comprensión con los conceptos objeto de estudio. En las siguientes fotos, se puede observar el proceso de construcción de la figura.



1 8 0 3

Ilustración 66: Dobleces marcados en la construcción de la grulla.

## Facultad de Educación

En la imagen siguiente, la cual corresponde a la segunda evaluación escrita que se hizo, se pueden observar las respuestas que la estudiante escribió frente a los interrogantes establecidos:

EVALUCIÓN N° 2 CONSTRUCCIÓN DE LA GRULLA

Nombre Jade andrea m.B grado 2D fecha 1 08 2015

Paso 1

Observe el mosaico de pliegues, describa lo que visualiza y responda: una cometa

¿La forma que tiene se relaciona con algo de su cotidianidad? un equis crus  
dos piramides a un diamante

Marque con un color la intersección de las diagonales. ¿La marca se relaciona con algo de su Cotidianidad?: a un punto

¿Puede describir la marca que hizo con el color? un punto es una bolita  
un planeta una piedra pequena circular una marca

Paso 2

¿Cuántos dobleces se han marcado en la hoja? cuatro dobleces

¿Qué nombre le daría a las marcas que quedan en la hoja cuando doblamos el papel? ¿Por qué? Ballas porque es una linea recta

Describe la imagen que visualiza. piramide or rombo un diamante

¿Dónde se intersecan los dobleces? ¿Tiene un nombre particular? puntogulo

Observe el centro del cuadrado, ¿cuántos dobleces pasan por ahí? hay muchas dobleces

Ilustración 67: Evaluación 2 de construcción de la grulla.

Frente a las anteriores respuestas, se pueden deducir las siguientes interpretaciones: estableció comparaciones con objetos de su cotidianidad de acuerdo a su forma, tales como “cometa, equis, crus, dos pirámides, un diamante”; algunos de estos conceptos también





fueron mencionados por Sofia; al parecer, la relación la establecieron por su semejanza a objetos cotidianos; además, logró contar el número de dobleces marcados en la hoja, identificando el corte entre ellos como “*un punto*”, el cual pinta como un círculo relleno, y lo confirma cuando describe lo siguiente: “*un punto es una bolita un planeta una piedra pequeña circular una marca*”; para ella, al igual que para los demás participantes, al intentar conceptualizar el punto, se les hace más fácil mostrar objetos que se asemejen a la forma concreta con dimensiones, tal y como lo han comprendido; es posible que también posean algunos esquemas mentales que han desarrollado desde los primeros años escolares o en su hogar; su comprensión se basa, según Boix y Gardner (1999), en un sentido común orientado por lo que han vivido o practicado.

Siguiendo el proceso de los pasos para la construcción de la grulla, ella nombra las marcas que quedan en la hoja después de doblar el papel como: “*Rallas*” y explica: “*porque es una línea recta*”. De acuerdo con lo anterior, se percibe una aproximación a la comprensión al encontrar la relación entre los dobleces y el concepto de recta; ella pudo identificar que los dobleces marcados se asocian con líneas rectas, y emplea el término de raya para conceptualizarlo.

Logra identificar, en el mosaico de pliegues, figuras que nombra como: “*pirámide rombo diamante*”, las cuales han quedado marcadas en los dobleces, de acuerdo con su interpretación. En esta descripción muestra una relación entre algunas figuras bidimensionales que se observan en la hoja de papel con figuras tridimensionales, como pirámide o diamante, que ya había mencionado, lo cual, sigue siendo un error conceptual.

## Facultad de Educación

Pudo establecer cuántos dobleces pasan por el punto central; esto se evidenció cuando anotó: “cuatro”.

Mostró agilidad al aprender todos los pasos de la construcción; además, logró identificar, cuando calcó la grulla en una hoja, cuantos bordes limitan la figura: “doce”; tuvo dificultades para caracterizar los lados, dado que mencionó que “tiene diferentes formas” (es posible que haya relacionado la forma con su medida o la inclinación); por otro lado, afirmó que los lados se pueden llamar rectas y que las esquinas se pueden llamar puntas; sin embargo, las esquinas también las relacionó con el polígono “triángulo”. Tal parece que ella compara las esquinas con triángulos, tal vez porque intentaba decir que eran ángulos y el único concepto que recordó, era el de triángulo.

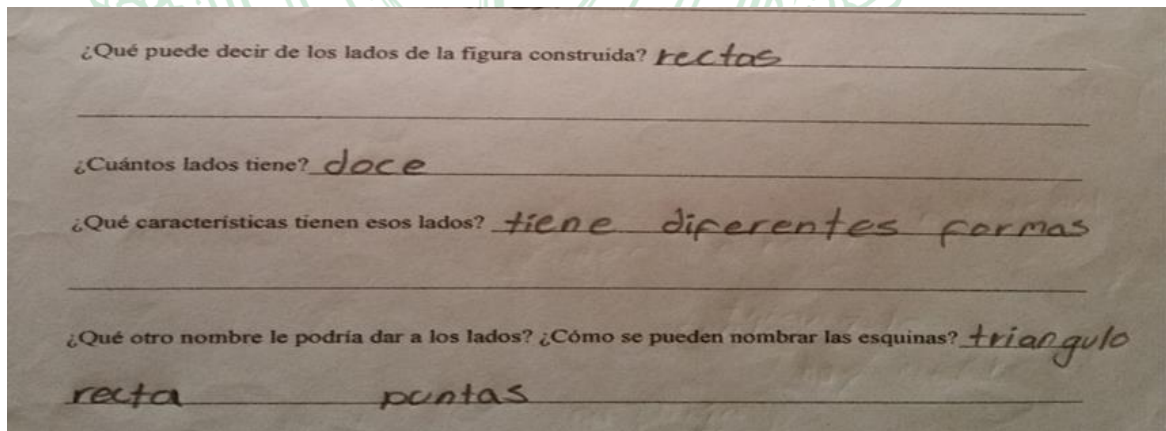


Ilustración 68: Respuestas obtenidas por Estrellita.

Se le hicieron otras preguntas acerca de los conceptos relacionados con los objetos de estudio después de terminar la construcción de la grulla; al dar respuesta a estas preguntas, mostró mucha habilidad y mayor desempeño en su aproximación a la comprensión de los

conceptos de punto, recta y plano, lo cual describió dando solo las respuestas a los interrogantes, en una hoja:

¿Qué nombre reciben los bordes que limitan la figura dibujada? “ralla”

¿Qué características tienen los bordes? “línea recta”

¿Qué nombre recibe la intersección de dos bordes? “punto”

¿Podría describir dichas intersecciones? “se chocan cuando se encuentra en una cruz de líneas recta”

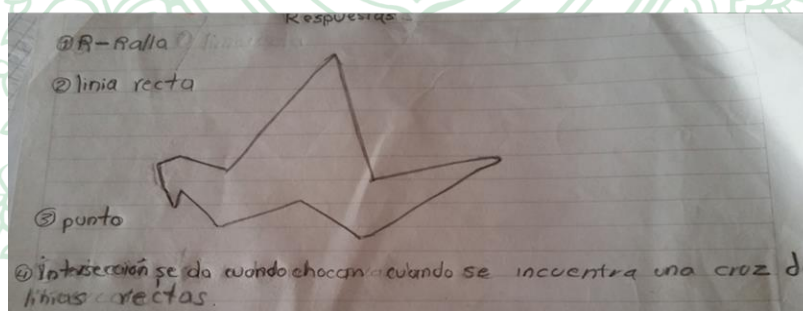


Ilustración 69: Descripción del proceso de construcción de la grulla.

¿Qué características tiene la hoja de papel? “es cuadrada y tiene cuatro líneas rectas y es plana”

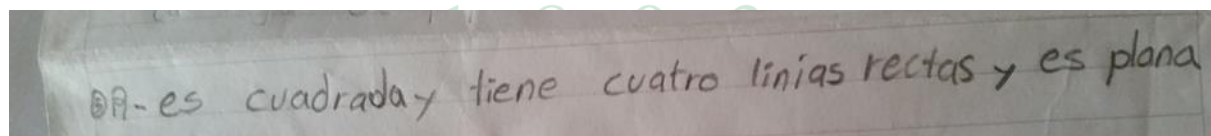


Ilustración 70: Respuesta dada por Estrellita a la pregunta sobre las características de una hoja.



## Facultad de Educación

La hoja de papel permite la construcción de figuras y el análisis de los dobleces, ¿qué otros elementos que conoces, permiten hacer lo mismo? “Una regla con hojas de cuaderno papel higiénico hojas de árboles”.

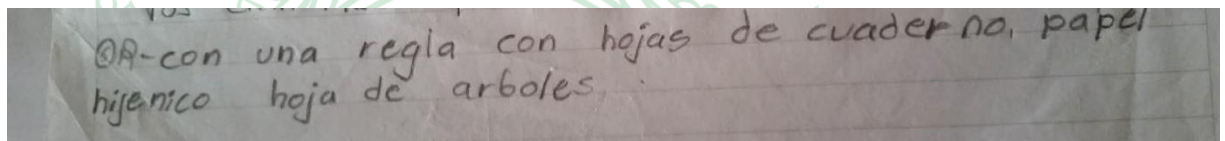


Ilustración 71: Respuesta dada por Estrellita a otras pregunta relacionadas con otros elementos que permiten la construcción de figuras y dobleces.

Aunque, en la última pregunta expresa, en su lenguaje cultural, lo que entiende por el concepto de plano, sus descripciones no son claras, debido a que lo relaciona con elementos como: “una regla con hojas de cuaderno papel higiénico hojas de árboles”

Frente a la historia de “Sadako y las mil grullas de papel”, se observó que la estudiante entendió el cuento, pues participó activamente en el conversatorio y dio respuestas acertadas a las preguntas del análisis comprensivo que se hicieron en relación a la lectura.

De este tercer encuentro, se infiere que la estudiante dio argumentos convincentes que la ubican en el nivel II de principiante, en la dimensión de contenidos, al relacionar la recta con la imagen dibujada de una raya que representaba un doblez; es decir, la recta que visualiza de forma concreta (dibujada), también la asocia con un doblez, reconociéndolo como una línea recta; también la reconoce en los bordes de las figuras planas, en los lados

## Facultad de Educación

de polígonos; además, hace descripciones de las intersecciones de los dobles y, a su vez, logra caracterizar una hoja de papel como un cuadrado de forma plana.

Cuarto encuentro. Estrellita construye otra figura tridimensional, el modelo de un perro, con la cual logra exteriorizar los conceptos geométricos que ha comprendido a través del doblado de papel. En la siguiente imagen, se presenta el modelo construido por ella, junto con las respuestas a unas preguntas realizadas:

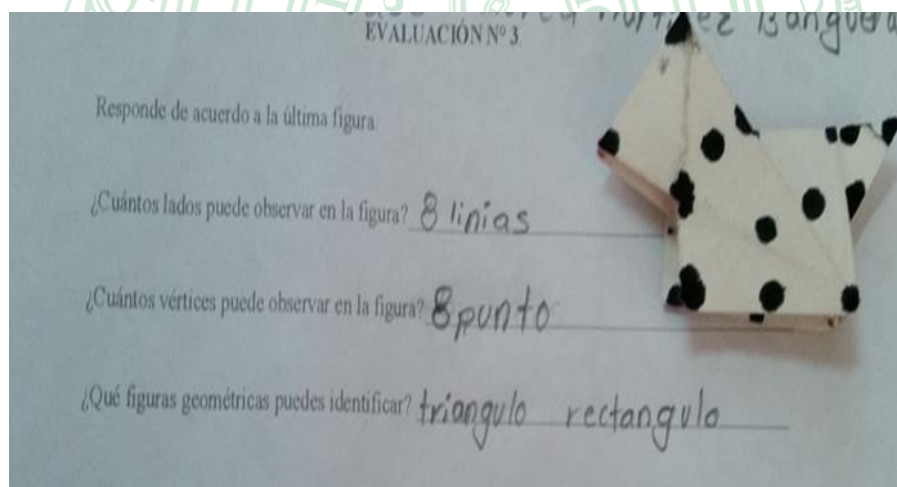


Ilustración 72: Modelo del perrito de Estrellita.

De acuerdo con la imagen anterior, se infieren las siguientes interpretaciones:

Estrellita describe la figura e identifica ocho lados, los cuales nombra con el término “*líneas*”; ocho vértices, los cuales nombra como “*puntos*”; identifica, además, figuras geométricas planas como triángulos y rectángulos para describir la figura; en este sentido, de acuerdo con Stone (1999), los estudiantes pueden ampliar su vocabulario matemático o pueden sintetizar ciertas ideas, al participar de ciertas actividades intencionadas. Se percibe que Estrellita ha mostrado avances significativos en su comprensión, pero todavía tiene

## Facultad de Educación

algunos errores conceptuales; de la misma manera que Ángel y Sofía, ella solo cuenta los lados, vértices y triángulos en una sola cara de la figura; al parecer, se ha quedado en el análisis de lo bidimensional en sus descripciones; se puede observar que no tiene presente lo tridimensional, pues se le dificulta caracterizarlo.

Quinto encuentro. En este encuentro, se trabajó con los estudiantes una actividad más formal que les permitiera aproximarse a la comprensión de que el punto es un concepto que marca una ubicación en el espacio, pero que carece de longitudes (no tiene grosor, anchor o espesor); que la recta es unidimensional y es infinita y que, el plano, es bidimensional e infinito. En las siguientes fotos, se muestran algunos de los momentos vividos por los participantes.

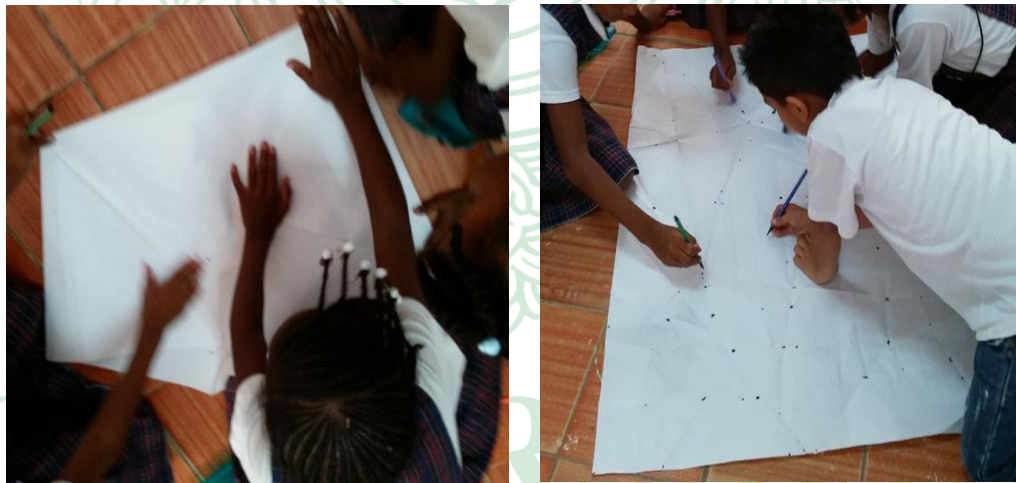


Ilustración 73: Marca de puntos en las intersecciones de los dobleces.

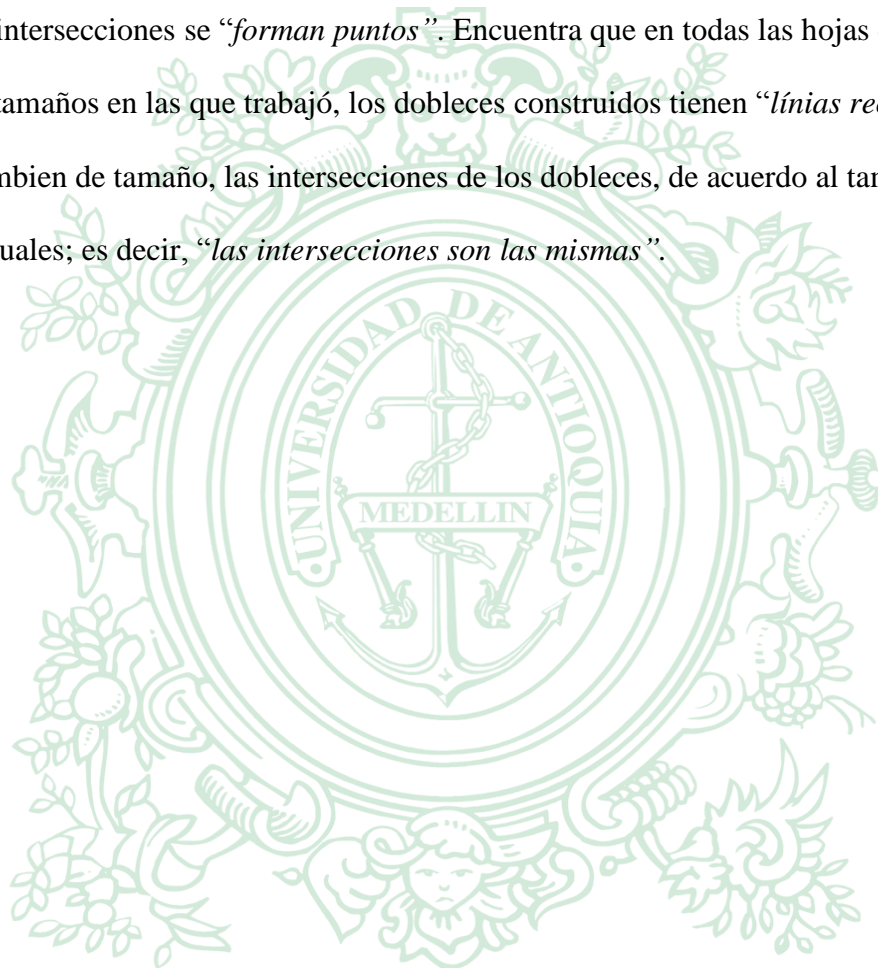
En el análisis de la comprensión del proceso de Estrellita, en este encuentro, se puede interpretar lo siguiente:

1 8 0 3





Encuentra en hojas de diferentes tamaños (desde una hoja de apuntes pequeña hasta una hoja de papel bond) la relación de que todos los dobleces son “*líneas rectas*”; identifica que en las intersecciones se “*forman puntos*”. Encuentra que en todas las hojas de diferentes tamaños en las que trabajó, los dobleces construidos tienen “*líneas rectas*”; que aunque cambien de tamaño, las intersecciones de los dobleces, de acuerdo al tamaño de la hoja son iguales; es decir, “*las intersecciones son las mismas*”.



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Ilustración 74: Puntos marcados en las intersecciones

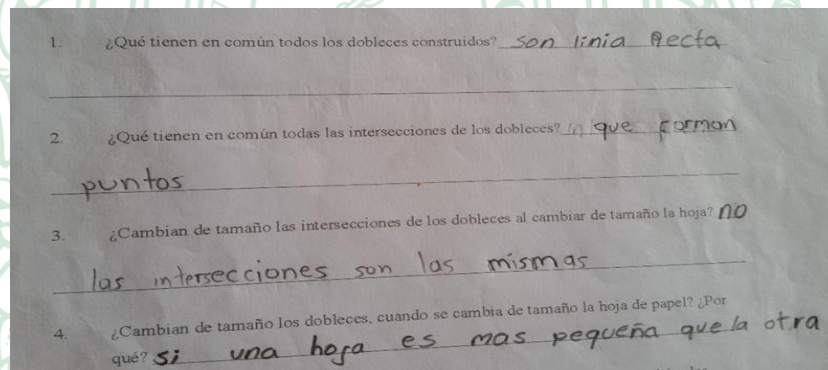


Ilustración 75: Descripción de la evaluación 4 de Estrellita.

Observa, además, las siguientes características: que los dobleces conservan el tamaño de acuerdo a la hoja que se utiliza, dado que afirma que: “*si una hoja es mas pequeña que la otra*”, los dobleces cambian de tamaño; reconoce que si la hoja de papel tiene dimensiones muy grandes, los dobleces serían “*grandes porque la hoja es grande*”; finalmente, menciona que si la hoja de papel tiene dimensiones infinitas, los dobleces serían infinitos.

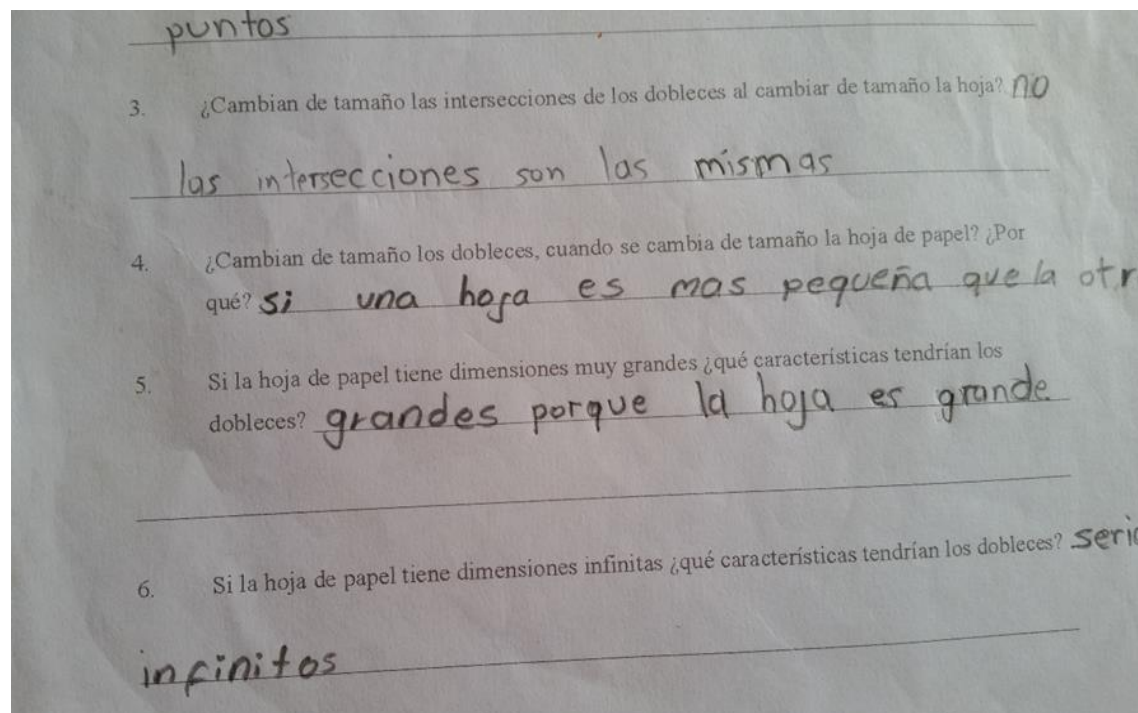


Ilustración 76: Complemento a la evaluación 4

Visualiza dobleces y puntos con mayor precisión, marcando las intersecciones encontradas en los dobleces de todas las hojas; estas las nombra como puntos, pues explica que las intersecciones forman “*puntos cuando dos líneas se encuentran*”; compara los dobleces con uno de los elementos básicos de la geometría, al responder a la pregunta: ¿con qué elemento geométrico se podrían comparar los dobleces? A lo que responde: “*línea recta*” y argumenta su respuesta “*como se traza con una regla*”. Ella logra identificar y mostrar que las marcas que dejan los dobleces, quedan tan rectas como las hechas con una regla (Santa y Jaramillo, 2010).

1 8 0 3



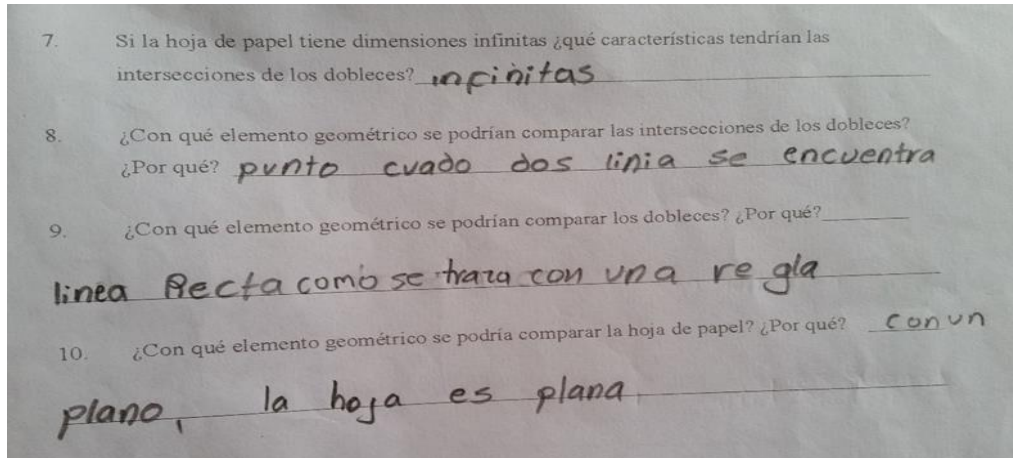


Ilustración 77: Complemento evaluación 4

Establece comparaciones entre la hoja de papel y el plano; esto se observó cuando respondió al interrogante ¿con qué elemento geométrico se podría comparar la hoja de papel? Ella respondió “con un plano”. ¿Por qué? Y afirmó “la hoja es plana”. De acuerdo con lo anterior, ella describe la hoja de papel por su forma plana; en este escenario, se observa un error conceptual, dado que la estudiante no reconoce que la hoja tiene dimensiones y que está limitada por segmentos de recta.

Sexto encuentro. En este encuentro se les solicitó a los estudiantes que realizaran un doblez en una hoja de papel bond y que dibujaran muchos puntos, cercanos unos de otros, encima de dicho doblez; posteriormente, cada estudiante debía ponerse al frente de su hoja, tomar distancia de esta, observar, y responder las siguientes preguntas:

## Facultad de Educación



Ilustración 78: Dobleces que pasan por un mismo punto.

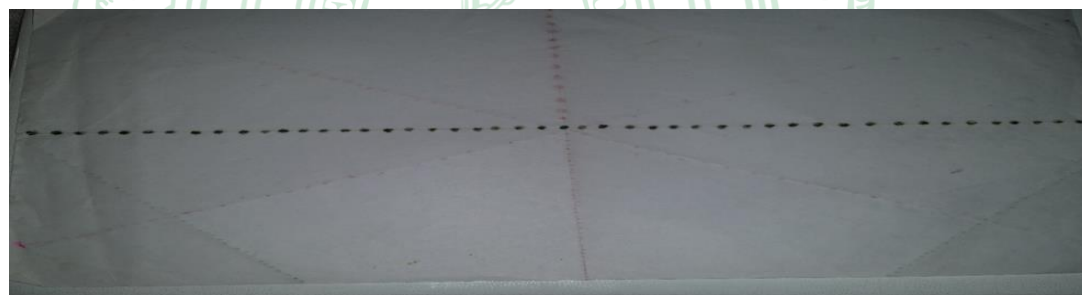


Ilustración 79: Conjunto de puntos marcados.

¿Qué observan en la hoja? Estrellita gritó: “una recta” ¿Por qué? “No se ven los puntos se ve la raya” (Fragmento de la transcripción de la observación del sexto encuentro).

¿De qué manera podría describir el elemento observado? “Los punticos pintados juntos de forma recta”. ¿Por qué? “se parecen a una línea” (Fragmento de la transcripción de la observación del sexto encuentro).

Además, se pudieron inferir las siguientes conclusiones:



Reconoce que si la hoja de papel es grande, caben muchos dobleces grandes; adicionalmente, logra establecer que caben infinitas rectas en un plano. Marca con plumones hileras de puntos muy cercanos encima de un doblez realizado en una hoja de papel bond.

Identifica puntos en la intersección de los dobleces horizontales y verticales; cuando se ubica a larga distancia o lejos, afirma: “*hay un punto donde se unen las rectas*”. De igual manera que lo ha identificado desde el comienzo en otras construcciones hechas.

Identifica que en una hoja de papel pueden surgir bastantes puntos de acuerdo a las intersecciones que se construyan y, así mismo, pueden pasar muchas rectas por un punto; si la hoja tiene dimensiones infinitas, pasan infinitas rectas por un punto; de la misma manera, explica que en una hoja grande se pueden hacer muchas rectas grandes doblando papel.

Finalmente, se pudo percibir en esta etapa de investigación guiada, que Estrellita desarrolló algunas de las características que menciona Stone (1999), como la observación profunda, debido a que ella profundizó más en las respuestas dadas, mostrándolo en sus registros; fue más cuidadosa con los datos, al usar un vocabulario más preciso de ciertas ideas. A diferencia de los otros dos estudiantes, la aproximación a la comprensión fue más significativa, percibiéndose un gran avance de acuerdo a sus descripciones iniciales, en comparación a las logradas hasta este momento; logró conceptualizar los conceptos objeto de estudio, usando un vocabulario adecuado y refinado, de acuerdo a su edad y grado; generalizó algunas ideas básicas en relación a los conceptos de punto, recta y plano, a

1 8 0 3





través del desarrollo minucioso de las actividades planteadas. Sin embargo, aún se percibe que para ella, la noción de punto sigue siendo un objeto con dimensiones.

### *Proyecto final de síntesis.*

En esta etapa, Estrellita muestra las tareas finales de este proceso investigativo, donde se percibe hasta qué punto tiene dominio de los conceptos abordados; en los resultados de las actividades que se muestran a continuación, se puede apreciar el nivel que alcanzó en cada dimensión; escribió un cuento donde usó como personajes, algunos de los conceptos trabajados en el desarrollo de la unidad curricular; estas producciones y las figuras tridimensionales que construyó con doblado de papel, se presentaron ante los compañeros y docentes en la feria de la creatividad, incluyendo algunas explicaciones sobre los conceptos de punto, recta y plano.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

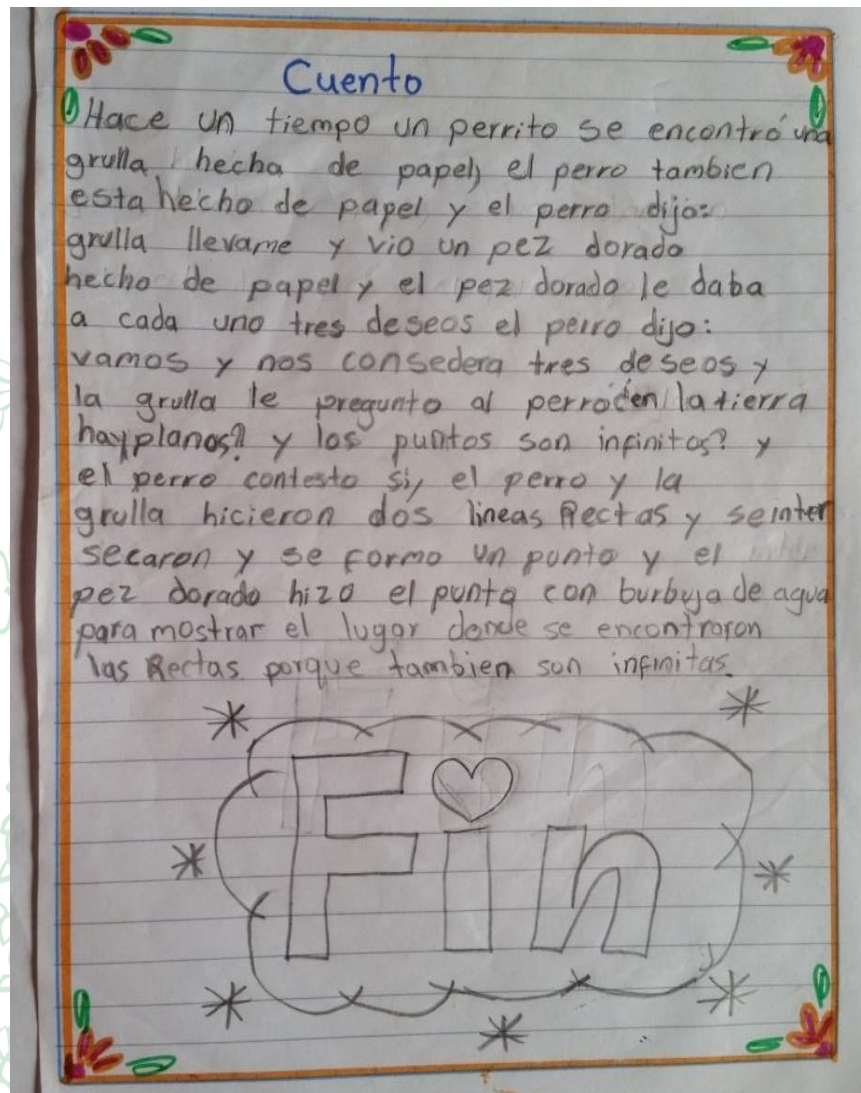


Ilustración 80: Cuento de Estrellita

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Ilustración 81: Exposición de las construcciones.

De acuerdo con el cuento, se observa imprecisión por parte de la estudiante con respecto a la característica infinita de los puntos, pues no quedó claro si se refería a su cantidad o a la dimensión de ellos; por lo tanto, no fue claro a qué hacía alusión en el cuento. Adicionalmente, se percibió que el punto era concebido como un objeto material, pues el pez dorado “hizo el punto con burbuja de agua”. Por otro lado, la grulla y el perro hicieron “dos líneas rectas”, lo que me permite interpretar que las considera como objetos





concretos. Sin embargo, Estrellita manifiesta que existe un punto en la intersección de dos rectas, lo cual es una afirmación válida. Así mismo, logró establecer que las rectas son infinitas, lo cual es una conclusión verdadera.

### *Caracterización final de la comprensión.*

La caracterización final de la comprensión de Estrellita se expone a continuación; los desempeños alcanzados por ella en este proceso de investigación, se pueden observar en cada uno de los descriptores que aparecen en negrita y subrayados; esto constituye una forma de hacer público aquellos desempeños logrados por la participante, en correspondencia a los conceptos de punto, recta y plano. Es importante resaltar que esta rúbrica de desempeños se hizo en cada una de las dimensiones con sus respectivos niveles de comprensión.

Dimensión de contenido. En la dimensión de contenido, al observar los desempeños iniciales de Estrellita, se percibe que sus conocimientos eran intuitivos, escolarizados y no escolarizados; otros, de sus referentes teóricos, en este caso sus docentes y, los demás, directamente del medio; en la etapa de exploración, en la información que presentó en las respuestas de las preguntas realizadas, se pudo apreciar que ingresa en el nivel de ingenuo, en la forma de representar gráficamente el punto; en el nivel de novato identificó y contó con exactitud el número de caras de cada uno de los sólidos presentados; contó las esquinas y los bordes, reconociendo que se pueden representar como puntos y rectas; encontró semejanza con objetos de su medio, como cuadro, cometa y pirámide.



En la observación de sus conocimientos previos, mostró su sentido común junto con los demás participantes, pues describió las formas tridimensionales con las bidimensionales; en esta perspectiva, según Boix y Gardner (1999), los niños construyen teorías fuertes erróneas, desde los primeros años de vida, las cuales entran en conflicto con las validadas por la comunidad científica; estas falsas concepciones, en muchas ocasiones, se vuelven resistentes con las versiones cimentadas a lo largo de los siglos; además, dichas concepciones alternativas pueden interferir en el proceso de comprensión en el nivel de maestría. Esto se puede visualizar específicamente en Estrellita, dado que no logró identificar el punto como la marca ubicada sin grosor, y relacionar los bordes y dobleces de la hoja de papel con un segmento de recta.

Al desarrollar todas las actividades de la guía curricular en las otras dos fases, avanza de manera significativa en la dimensión de contenido, al nivel de aprendiz y al nivel de maestría, por la conceptualización y flexibilidad con la que transformó sus percepciones iniciales, en las subcategorías establecidas (punto, recta y plano), logrando muy buenas aproximaciones, al construir relaciones entre los objetos de estudio; a medida que se desarrollaban las actividades con el doblado de papel y se construían figuras, ella daba respuestas a los interrogantes que permitieron el análisis y la descripción de la aproximación a la comprensión de forma constante y progresiva; pudo exponer ante el personal de la institución, sus modelos tridimensionales y su cuento, haciendo uso de la conceptualización, dando ejemplos y generalizando algunos términos.

Sin embargo, se percibió en Estrellita ciertas dificultades para comprender que el concepto de punto no se relaciona con un objeto que tiene dimensiones. Adicionalmente, se

logró observar que la estudiante no pudo relacionar los lados de las figuras, con segmentos de recta, los cuales son finitos. Tal vez hizo falta profundizar en el concepto de segmento, para que pudiera lograr tal generalización. Con respecto al concepto de plano, no pudo reconocer porciones del plano en hojas de papel de diferentes tamaños, pero sí identificó en hojas de papel formas planas, además integró el conocimiento del concepto con otros elementos del contexto.

En la siguiente tabla, se puede apreciar el proceso de comprensión completo de la dimensión de contenido.

Tabla 13. Comprensión en la dimensión de contenido por Estrellita.

Niveles / Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Reconoce que un punto se relaciona con las esquinas de una hoja de papel.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el punto en figuras tridimensionales describiendo algunas características de forma.</u></b></p> <p><b><u>Reconoce el número de vértices en un polígono.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona el punto, con otros lugares y objetos del espacio.</u></b></p>	<p><b><u>Relaciona el concepto de punto con la intersección de dobles y con la unión de los lados en una figura geométrica.</u></b></p> <p><b><u>Compara el punto con elementos del espacio físico.</u></b></p> <p>Identifica el punto como la marca ubicada sin grosor, como la marca que deja un lápiz al caer sobre la hoja de papel en un lugar determinado.</p>
	<p><b><u>Representa rectas mediante dobles en hojas de papel.</u></b></p> <p><b><u>Puede establecer algunas características de la recta</u></b></p>	<p><b><u>Reconoce la recta como un conjunto infinito de puntos alineados, como una línea infinita.</u></b></p>





Concepto de recta	<p><b><u>cuando observa los dobleces en una construcción.</u></b></p> <p><b><u>Puede contar y comparar cuántos lados forman las figuras construidas o modeladas del contexto.</u></b></p> <p><b><u>Reconoce y describe rectángulos, triángulos y cuadrados según el número de bordes y puntos.</u></b></p>	<p>Relaciona un segmento de recta con los bordes y dobleces de la hoja de papel.</p> <p><b><u>Integra el conocimiento del concepto de recta con otros elementos del contexto.</u></b></p>
Concepto de plano	<p><b><u>Muestra más flexibilidad en la conceptualización del término plano.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones con algunas partes de su entorno físico, como pisos, paredes, puertas y tableros.</u></b></p> <p><b><u>Identifica y cuenta el número de caras planas que forman algunos sólidos geométricos.</u></b></p> <p><b><u>Identifica figuras geométricas planas al desdoblar las figuras construidas doblando papel.</u></b></p>	<p><b><u>Reconoce el plano como parte del entorno físico, comparándolo con el piso, paredes, tableros.</u></b></p> <p>Identifica como infinito el plano, imaginándose la unión de infinitas hojas de papel.</p> <p>Reconoce porciones del plano en hojas de papel de diferentes tamaños.</p> <p><b><u>Integra el conocimiento del concepto de plano con otros elementos del contexto.</u></b></p>

Dimensión de métodos. En la dimensión de métodos, en la fase de exploración, se ubica a Estrellita en el nivel I de comprensión ingenua en algunos desempeños y, en otros, en el nivel II de comprensión de novato; se percibió que ella mostró carencias en el uso de métodos para comprobar y describir las relaciones geométricas asociadas con los sólidos presentados mediante el doblado de papel, con respecto a los conceptos de punto, recta y plano. Algunos desempeños que manifestó, la ubicaron en el nivel más avanzado, al



terminar la fase de exploración, pues se logró percibir en una de las descripciones que establecía algunas relaciones geométricas, pero aún carecía de métodos válidos para explicarlas, dado que le faltó más argumentación en sus producciones; esto se visualizó en la siguiente afirmación “*yo obserbo al desdoblarse la hoja 6 líneas rectas un punto triangulos 2 diamantes una cruz y cuando la volteo forma un equis*”. Por otro lado, también mostró dificultad cuando describió el concepto de raya, el cual empleó en varias ocasiones para referirse a la recta; de hecho, utilizó métodos comunes y tradicionales para representarla en el cuaderno.

Estrellita usó métodos en el desarrollo de las actividades en las otras etapas, al cumplir cabalmente con los procesos orientados en la unidad curricular; mostró semejanzas y diferencias, algunas notorias y más avanzadas, con respecto al proceso de comprensión de sus demás compañeros. En sus descripciones, cuando realizaba alguna figura con doblado de papel, logró caracterizar los modelos presentados o creados de forma completa, utilizando otras figuras geométricas planas como triángulos, rectángulos y rombos; pudo describir las figuras empleando diferentes procedimientos y conceptos; representó figuras planas y tridimensionales y, en hojas de papel de diferente tamaño, pudo visualizar puntos al intersecar muchos dobleces.

Algunos desempeños ubicados en el nivel IV de maestría, en la dimensión de métodos, no fueron alcanzados por Estrellita; en este caso no logró identificar y comprender el concepto de segmento como un elemento básico para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas; los demás, en su mayoría, fueron alcanzados. En este caso me faltó, como investigadora, hacer énfasis en el uso del concepto, pues me concentré

demasiado en inducir las actividades al reconocimiento de los conceptos objeto de estudio, en este caso la recta; no lograr tal relación, condujo a la participante a quedar con la idea de que la recta es finita, al relacionarla directamente con un doblado que tiene dimensiones específicas.

A continuación, se presenta la tabla con los descriptores alcanzados (destacados en negrita y subrayados) por la estudiante Estrellita:

Tabla 14. Comprensión de Estrellita en la Dimensión de métodos.

Niveles Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Utiliza métodos que le permiten comprobar que la intersección de dos dobles forma un punto.</u></b></p> <p><b><u>Utiliza el doblado de papel para definir el concepto con palabras propias de su lenguaje cultural.</u></b></p> <p><b><u>Visualiza y pinta puntos al realizar intersecciones de dobles en hojas de papel de diferentes tamaños.</u></b></p> <p><b><u>Marca la unión de segmentos con puntos.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de punto, en construcciones con doblado de papel.</u></b></p>	<p><b><u>Utiliza métodos válidos para identificar y representar el punto en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p> <p><b><u>Utiliza el concepto de punto para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</u></b></p>



<p>Concepto de recta</p>	<p><b><u>Demuestra la validez de los métodos usados, cuando relaciona la recta con otros objetos de su cotidianidad.</u></b></p> <p><b><u>Representa rectas por medio de dobles y señala los lugares donde se visualizan.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de recta, en construcciones con doblado de papel.</u></b></p>	<p><b><u>Emplea diferentes procedimientos o métodos para identificar, conceptualizar y representar una recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p> <p>Utiliza el concepto de segmento para nombrar algunos elementos de las figuras geométricas.</p> <p><b><u>Utiliza métodos válidos para identificar y representar la recta en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</u></b></p>
<p>Concepto de plano</p>	<p><b><u>Identifica en una hoja de papel una porción del plano.</u></b></p> <p><b><u>Establece relaciones geométricas asociadas con el concepto de plano, en construcciones con doblado de papel.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona el plano con una hoja de papel o un rectángulo.</u></b></p>	<p><b><u>Representa en figuras planas y tridimensionales porciones de plano.</u></b></p> <p><b><u>Representa el plano en una hoja de papel donde se intersecan muchos dobles y visualiza los puntos encontrados.</u></b></p> <p>Utiliza métodos que le permiten definir y mostrar porciones de planos en situaciones o lugares propios del contexto matemático y de otros contextos.</p>

Dimensión de propósito. Estrellita, en la dimensión de propósitos, supera la mayoría de los desempeños esperados en la unidad curricular; de esta manera, logra avanzar en algunas categorías al nivel IV de maestría y, en otras, al nivel III de aprendiz; su responsabilidad, interés y motivación, le permitieron trabajar aspectos fundamentales que promueven el uso de los conceptos básicos de punto, recta y plano, en diferentes actividades como: la modelación de figuras tridimensionales, las descripciones, las



exposiciones, la redacción de textos narrativos escritos, entre otros, con la sana intención de mostrar una comprensión en otro nivel, diferente a la que fue encontrada al principio.

Durante todo el proceso de trabajo, Estrellita se destacó por dar mayor argumentación a los interrogantes, usar otros conceptos geométricos en sus descripciones y tener buena motricidad para la construcción de las figuras con el doblado de papel; se observó que tenía habilidades para describir los dobleces o las figuras modeladas con el doblado de papel.

La estudiante pudo hacer comparaciones de semejanza y diferencia en relación a dichos conceptos y logró la comprensión de otros conceptos; también logró establecer que la recta y el plano son infinitos, pero aún se percibe que le faltan elementos que le posibiliten alcanzar un mayor desempeño con respecto a la abstracción de los objetos de estudio; adicionalmente, la estudiante no logra relacionar el concepto de segmento con un doblez, con los bordes de la hoja o con objetos de su medio.

En la siguiente tabla, se observan los desempeños alcanzados por Estrellita, durante todo el proceso investigativo:

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tabla 15. Comprensión de Estrellita en la dimensión de propósitos.

Niveles Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Describe y evalúa sus procedimientos identificando las dificultades encontradas en el desarrollo de actividades de comprensión del concepto de punto.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona el uso del punto con esquinas y cortes de dos dobles, en las construcciones realizadas.</u></b></p> <p><b><u>Reconoce y determina el número de vértices que visualiza en cada construcción.</u></b></p> <p><b><u>Representa y relaciona el punto con conceptos como marcas y esquinas.</u></b></p> <p><b><u>Realiza dobles que se cruzan entre sí para encontrar y pintar puntos.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel y elementos del entorno físico para acercarse al concepto de punto.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de punto y a otros conceptos geométricos.</p> <p><b><u>Aplica lo comprendido del concepto de punto durante el desarrollo de la temática, trabajando con otros estudiantes y familiares.</u></b></p> <p><b><u>Responde evaluaciones y preguntas, relacionadas con el concepto de punto, defendiendo los conocimientos de los cuales se ha apropiado durante el trabajo.</u></b></p>
Concepto de recta	<p><b><u>Describe y evalúa sus producciones identificando en que momento presenta dificultad para comprender y exponer su trabajo, con respecto al concepto de recta.</u></b></p> <p><b><u>Construye las figuras, visualiza los lados, los cuenta y los nombra como lados.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones con el doblado del papel y elementos del entorno físico para aproximarse al concepto de recta.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de recta y a otros conceptos geométricos.</p>





	Relaciona el concepto de segmento con un doblez.	
Concepto de plano	<p><b><u>Describe y evalúa sus producciones, con respecto al concepto de plano, doblando papel.</u></b></p> <p><b><u>Identifica los momentos en que presenta dificultad en su aprendizaje y al exponer su trabajo, con respecto al concepto de plano.</u></b></p> <p><b><u>Se desenvuelve con mayor facilidad haciendo figuras con doblado de papel y muestra más propiedad cuando hace uso de los conceptos para describir o explicar cuántas caras forman un tetraedro, cubo u octaedro.</u></b></p> <p><b><u>Relaciona, con argumentos válidos, el concepto de plano con la cara de la hoja de papel o con las caras de las figuras tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Establece conexiones entre las construcciones hechas con el doblado de papel y elementos del entorno físico para acercarse al concepto de plano.</u></b></p> <p>Hace comparaciones de semejanza y diferencia en relación al concepto de plano y a otros conceptos geométricos.</p>

Dimensión de formas de comunicación. Estrellita alcanza, en la dimensión de formas de comunicación, en todo el proceso vivido durante la unidad curricular, el nivel de aprendiz y algunos desempeños del nivel de maestría, en las tres subcategorías analizadas (conceptos de punto, recta y plano). Ella pudo hacer público y de manera coherente su conocimiento; usó espontáneamente los conceptos en diferentes contextos; comunicó y explicó los procedimientos para las construcciones usando los conceptos comprendidos a lo largo del trabajo planeado en la unidad curricular; conceptualizó los objetos matemáticos indagados; inventó un cuento haciendo uso de los conceptos de punto y recta e incluyó algunas propiedades aprendidas: existe un punto en la intersección de dos rectas y que estas últimas son infinitas; sin embargo, en el cuento, se percibieron algunos errores conceptuales



como, por ejemplo, falta de precisión en la afirmación “*los puntos son infinitos*”; el punto fue concebido como un objeto concreto; de la misma manera, se observó que las rectas también las consideró como objetos materiales finitos.

Al inicio, en la fase de exploración, se percibió que estaba en el nivel de ingenuo pues usó conceptos que se le dificultaba comprender y relacionó de manera errónea, figuras bidimensionales con figuras tridimensionales; pero luego, al desarrollar todas las actividades, mostró desempeños significativos, que fueron reconocidos al expresarse de manera más refinada en relación a los conceptos que usaba en su lenguaje cotidiano y cultural.

Estrellita no pudo alcanzar algunos desempeños del nivel de maestría, en relación a los conceptos de punto, recta y plano. De acuerdo con el cuento y con su exposición, ella no fue coherente en sus explicaciones verbales y escritas, con respecto a dichos conceptos; incluso, mostró que percibía la recta y el punto, como objetos concretos, que se pueden crear y mostrar (las rectas fueron hechas por el perro y la grulla; el pez dorado hizo una burbuja, la cual se relacionó con un punto). Por otro lado, el cuento tiene mucha creatividad para haber sido escrito por una estudiante del grado segundo. De todos modos, ella logró establecer algunas relaciones válidas, tales como: existe un punto en la intersección de dos rectas y que estas últimas son infinitas.

A continuación, se presenta la tabla que resume los desempeños alcanzados por Estrellita (resaltados en **negrita y subrayado**) en la dimensión de formas de comunicación:

1 8 0 3



Tabla 16. Comprensión en la dimensión de formas de comunicación por

Estrellita.

Niveles Categorías	Nivel 3. Comprensión de aprendiz	Nivel 4. Comprensión de maestría.
Concepto de punto	<p><b><u>Asume con mayor compromiso el uso del concepto de punto, al representarlo e identificarlo en dobleces, pintando el lugar exacto donde se forma en la hoja de papel.</u></b></p> <p><b><u>Describe y relaciona el punto con las esquinas de las figuras tridimensionales.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el punto en relación con las esquinas de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p><b><u>Usa el concepto de punto en diferentes situaciones, combinando con otros elementos del contexto.</u></b></p> <p>Logra entender que un punto no solo se dibuja sino que representa un lugar en el espacio, mostrando comprensión mediante sus representaciones verbales y escritas.</p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de punto.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del punto con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p>
Concepto de recta	<p><b><u>Muestra mayor compromiso con el uso del concepto de recta y lo representa realizando dobleces.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el concepto de recta en algunos objetos tridimensionales contruidos con el doblado de papel.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza la recta</u></b></p>	<p><b><u>Usa el concepto de recta en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</u></b></p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de recta.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas de la</p>





	<p><b><u>en relación con los lados de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	recta con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.
Concepto de plano	<p><b><u>Expresa relaciones válidas acerca del concepto de plano.</u></b></p> <p><b><u>Identifica el concepto de plano en las caras de objetos tridimensionales contruidos con doblado de papel, en la misma hoja de papel o en algunos objetos de la cotidianidad del aula de clase.</u></b></p> <p><b><u>Usa su propio lenguaje para explicar cómo visualiza el plano en relación con las caras de las figuras planas y tridimensionales.</u></b></p>	<p>Establece conexiones entre las instrucciones que sigue al construir los modelos con el doblado de papel, argumentando algunas características, tales como: el plano es infinito, se pueden construir rectas y puntos en este.</p> <p><b><u>Usa el concepto de plano en diferentes situaciones y lo relaciona con elementos físicos del medio.</u></b></p> <p>Es coherente con sus explicaciones verbales y escritas, con respecto al concepto de plano.</p> <p>Escribe textos narrativos coherentes que reflejan relaciones válidas del plano con otros elementos básicos de geometría u otros contextos.</p> <p><b><u>Construye algunos modelos de figuras con doblado de papel y explica los pasos de acuerdo a sus ideas abstractas.</u></b></p> <p><b><u>Hace representaciones de figuras doblando papel describiendo verbalmente los elementos geométricos que las forman.</u></b></p>



### 5. Capítulo Cinco: Conclusiones y Recomendaciones

En este último capítulo, se exponen las conclusiones obtenidas tanto del objetivo general, como de los específicos, después de haber culminado el proceso de investigación. Se aborda la respuesta a la pregunta de investigación mediante algunos aportes a la Educación Matemática, derivados del desarrollo de la unidad curricular diseñada bajo los cuatro elementos de la EpC, usando el doblado de papel como medio para la aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano; se destacan, además, recomendaciones en torno a los aspectos a resaltar de la experiencia y se trazan algunas líneas de investigación, que en el futuro se podrían desarrollar.

#### 5.1. Conclusiones

##### 5.1.1. Consecución del objetivo general.

Para esta investigación se planteó como meta el objetivo general que consistió en analizar las maneras en que los estudiantes del grado segundo se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel, en el contexto de la EpC, el cual estuvo presente en todo el proceso, desde la revisión de la literatura que permitió consolidar el planteamiento del problema, hasta la descripción de los casos con los que se hizo el análisis. El proceso de caracterización de cada caso fue presentado en el capítulo cuatro; la información y los datos recogidos se evidenciaron al revisar los resultados de las evaluaciones, junto con las descripciones y construcciones con doblado de papel hechas por los estudiantes, como fue el modelo de la cara de un gato, la grulla, el perrito, y las construcciones literarias plasmadas en los cuentos presentados.



En relación a esto último, pienso que fue un avance muy significativo, porque los niños se vincularon con esta investigación iniciando el grado segundo, donde su lectura y escritura era para ese entonces bastante lenta y, pese a esto, lograron mostrar sus aproximaciones a la comprensión a través de sus descripciones y el cuento; tales escritos fueron los datos que permitieron el análisis de los resultados en este trabajo, y el alcance del objetivo planteado. Por otro lado, aunque este tipo de producciones haga parte de un área diferente a la geometría, se logró realizar un trabajo interdisciplinar entre las áreas de Matemáticas, Humanidades (específicamente, la asignatura de Español) y Educación Artística, usando el doblado de papel en la enseñanza de la geometría como recurso didáctico.

De esta manera, se evidencia que se puede trabajar la comprensión de conceptos geométricos con este recurso y, además, se logra atender a las orientaciones que propone el Ministerio de Educación Nacional (2004), mediante el desarrollo de un conocimiento geométrico útil desde distintas dimensiones que permitió a los estudiantes obtener una perspectiva multifacética con el uso del papel, a partir de su propia experiencia.

Los participantes propusieron modelos, siguieron instrucciones, expusieron sus conocimientos, redactaron su experiencia, comprendieron y crearon historias, y lo más interesante, es que se mantuvo la motivación y disposición para el trabajo hasta el final; además, se pudo percibir la forma como se fue desarrollando la aproximación a la comprensión y, a su vez, mostrar lo útil que es la geometría para representar y describir objetos del entorno físico por medio de modelos tridimensionales construidos con papel.





Se puede apreciar desde la etapa de exploración, que los niños, al comienzo, no tenían idea de los nombres de los sólidos (cubo, octaedro y tetraedro) presentados en la obra de títeres; que la forma de transmitir sus comprensiones fue hecha a través de comparaciones con objetos aprendidos de su entorno y de los textos; ellos compararon, por ejemplo, a tetraedro con una “pirámide” o un “triángulo”; al octaedro con una “cometa” y al cubo con un “dado”; Ángel comparó este último con un “cuadro”, Estrellita logró identificar sus nombres mostrando de esta manera que ella comprende y recuerda con más facilidad a diferencia de sus compañeros. Esto demuestra y resalta la importancia de los niveles del marco teórico empleado, porque deja ver que no todos los niños comprenden en un mismo nivel y que hay unos con más habilidades que otros; aunque su forma de comprensión no sea igual, todos logran avanzar en ciertos niveles particulares.

Al preguntarles a los participantes cómo eran los sólidos, se esperaba que observaran sus características para poder describirlos, usando los conceptos básicos de geometría pero, por el contrario, ellos usaron los nombres de objetos parecidos a la forma, basándose más en características de objetos bidimensionales para describir lo tridimensional. Se observa así, como conclusión, que es importante enfatizar en la comprensión de los conceptos básicos de geometría desde los grados iniciales, para que avancen en su comprensión al cursar cada grado y, de esta manera, puedan establecer la relación y diferencia entre las distintas dimensiones del espacio, describiendo las características de los objetos tridimensionales.

Los niños en los primeros grados y en las edades entre 6 y 7 años, muestran más facilidad para reconocer o identificar objetos haciendo observaciones y comparaciones de



acuerdo a la forma de las figuras geométricas; un ejemplo claro, es cuando se le pide a Sofía describir los sólidos presentados, ella afirma: “el cubo se parece a un cuadro; tetraedro a un triángulo y octaedro a un rombo”; la observación y la experiencia en esta investigación ratificó que el doblado de papel es útil para que los niños puedan aproximarse a comprensiones de conceptos geométricos, tanto en lo plano como en lo tridimensional y, al mismo tiempo, pueda establecerse su diferencia, experimentar, manipular, deducir, contar y verificar de forma inmediata, como lo mostró Estrellita al tomar en sus manos las construcciones con papel, observarlas y contar caras, vértices y puntas de forma exacta (ver ilustraciones 63 – 81)

Por otro lado, el doblado de papel ayuda a mantener la concentración y perseverancia de los niños, aun en los que son demasiado inquietos o hiperactivos; es el caso de Ángel, estudiante cuyo comportamiento tenía estas características, pero que cuando construía la grulla que era quizás la construcción más compleja, no se dio por vencido y optó por repetir los pasos, preguntar a la investigadora y mostrarle lo que había realizado para que le diera su aprobación. También se observó que los niños al trabajar con este medio, desarrollan valores de solidaridad, compañerismo, paciencia, apoyo, atención y concentración, además de habilidades motrices finas y la conceptualización, los cuales son muy necesarios para la comprensión.

De acuerdo con lo mencionado hasta el momento, el objetivo general se alcanzó, dado que se analizaron las maneras en que los estudiantes del grado segundo, en este caso particular, Sofía, Ángel y Estrellita, se aproximaron a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante construcciones con doblado de papel. Las vivencias de los



participantes durante el desarrollo de la unidad curricular, junto con las descripciones de sus desempeños, a través de la rúbrica de dimensiones por nivel, me permitieron dar cuenta de la evolución de su proceso de comprensión.

### 5.1.2. Consecución de los objetivos específicos.

El primer objetivo específico alcanzado consistió en el diseño y aplicación de una unidad curricular usando el doblado de papel, como estrategia para la aproximación a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría; fue desarrollado en el capítulo cuatro con la aplicación y evaluación de la unidad, logrando obtener los descriptores por nivel que emergieron de la recolección de los datos y que fueron organizados en una rúbrica, por un lado, de acuerdo a las dimensiones de contenido, de propósito, de métodos y de formas de comunicación; de otro, de acuerdo a los niveles: I de ingenuo, II de Novato, III de aprendiz, y IV de maestría, según la guía del marco de la EpC. Estos descriptores fueron refinados a medida que se avanzó en el proceso de análisis de la comprensión durante la investigación, los cuales sirvieron para la ubicación de los estudiantes en alguno de los niveles respectivos, en función de los desempeños observados.

Al desarrollar la unidad curricular, se consideraron tres etapas que propone el marco conceptual de la EpC, de la siguiente forma: fase de exploración, fase de investigación guiada y fase de proyecto final de síntesis.

La **fase de exploración** se realizó a través de un guión de teatro con la historia del origami, la cual fue recreada con las figuras tridimensionales: tetraedro, octaedro y cubo, y construidas a través del doblado de papel; por otro lado, se construyeron dos figuras que





fueron sugeridas por los estudiantes y, luego, la cara del gato, sugerida por la investigadora. Estas últimas sirvieron para identificar los conceptos previos de los participantes, por medio de preguntas intencionadas en las evaluaciones diagnósticas con relación a los conceptos de punto, recta y plano.

Estas actividades dieron luces para el análisis del proceso de aproximación a la comprensión de los participantes; de hecho, se habla de “aproximación” en este proceso, porque a la edad y grado de los niños, es complejo referirse a una comprensión como tal de conceptos primitivos y abstractos como los usados en la investigación: punto, recta y plano. Esta comprensión, según Stone (1999) y Perkins (1999), se manifiesta en la habilidad de pensar y actuar flexiblemente a partir de lo que se sabe y, a su vez, muestra la capacidad de usar el propio conocimiento de los estudiantes de maneras novedosas.

De acuerdo a estos planteamientos, las comprensiones presentadas por los participantes tuvieron errores, poca flexibilidad y dominio, siendo notorio por ciertas imprecisiones encontradas en sus descripciones. Un ejemplo de ello se dio cuando Ángel presentó su modelo, el cual relacionó primero con un “triángulo”, luego con una “estrella” y, por último, lo nombró como “diamante”; lo anterior permite inferir que estableció varias relaciones en un mismo proceso, impidiendo una caracterización completa de su comprensión inicial.

## Facultad de Educación



Ilustración 82: Modelo propuesto por Ángel en la Etapa de Exploración.

Estrellita describió su modelo de avión así: “Y hice doble el papel como un triángulo lo doblé a si a bajo lo subi doble las a las se parece un rectángulo y una punta”. Como se puede analizar, aunque ella no se expresa de manera correcta en los términos propios de la geometría básica, se observa un acercamiento, una aproximación al reconocimiento de los elementos básicos geométricos que son los objetos matemáticos en el estudio.

La **fase de investigación guiada**, presenta indicios de una comprensión un poco más avanzada; los estudiantes construyen una grulla, se cuenta la historia de las mil grullas de papel, se modela un perrito de raza terrier escocés, se manipulan hojas de diferentes tamaños (desde una hoja de apuntes pequeña hasta una hoja de papel bond), se realizan dobleces e intersecciones entre estos y se destaca la representación de un punto de forma concreta en varios tamaños hasta llegar a la idea de punto sin dimensión. Con estas actividades, los participantes compararon los diseños de la hojas con figuras geométricas y en sus descripciones se percibió que asociaron los bordes con los lados y las puntas con los vértices, mostrando un nivel más alto de comprensión en relación a los conceptos de punto, recta y plano.



Al desarrollar las actividades propias de esta etapa, se analizaron los resultados de la evaluación continua de cada participante, convirtiéndose esta en el elemento del marco más útil en el proceso de investigación llevado a cabo. Así, se evidencia el alcance del objetivo general mostrando las maneras cómo se aproximaron los estudiantes a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano a través del doblado de papel; sus descripciones permitieron exteriorizar las experiencias previas y nuevas de los participantes, encontrar lo común y particular en sus conceptualizaciones y dar significado a las representaciones gráficas, como, por ejemplo, cuando marcaron los puntos en forma de óvalos rellenos en las intersecciones, describiéndolos como “*bolitas chiquitas*”. Luego, avanzan más allá de la representación, comprendiendo que en las intersección de los dobleces se “*forman puntos*” y a los dobleces los identifican como “*líneas*”, afirmando más adelante que “*son rectas*”.

Vale la pena resaltar que mientras se modelaban las figuras, se propició un avance en la comprensión, en el paso de lo concreto a lo abstracto, al obtener una comprensión más formal y fundamentada en conocimientos geométricos, en comparación con la que se tenía al inicio; los estudiantes logran identificar el concepto de recta en los dobleces marcados, en un conjunto de puntos alineados “en la misma dirección”. En algunos objetos tridimensionales construidos con el doblado de papel, visualizan en las figuras planas y tridimensionales lados rectos, representándolos como líneas rectas en gráficas de los modelos. También reconocen que muchas rectas pueden pasar por un mismo punto, identifican las hojas con una porción de plano, las comparan con un rectángulo e identifican figuras geométricas en los dobleces como triángulos, cuadrados y rombos.





En la **fase de proyecto final de síntesis**, los niños construyeron un cuento que incluyó los conceptos de punto, recta, plano, y otros desarrollados durante todo el proceso; los nombres de los personajes fueron de algunas de las figuras que hicieron con el doblado de papel y expusieron todas las construcciones que elaboraron; esto permitió caracterizarlos y mostrar cómo avanzan en los niveles; además, se lograron percibir algunas dificultades para relacionar un segmento de recta con los bordes o dobleces de la hoja de papel, pues se quedaron con la idea de línea recta.

Por otro lado, es importante notar que la mayoría de los participantes requirieron hacer una representación concreta de los conceptos abstractos en cuestión; por ejemplo, Estrellita representó el punto como una burbuja de agua en su cuento o también manifestó la idea de que una hoja de papel representa el plano sin tener presente que la hoja tiene dimensiones, pero más adelante afirmó que era infinito. Se puede concluir así que fueron más los avances que las dificultades, las cuales se pueden superar al seguir el proceso en los grados siguientes.

Las construcciones con el doblado de papel se convirtieron en una experiencia de aprendizaje que permitió, tanto a docentes como a estudiantes, experimentar y observar en el desarrollo de las temáticas cómo avanzaron de un nivel a otro en el marco de la Enseñanza para la Comprensión, cómo lograron llegar en algunos desempeños hasta el nivel de maestría al integrar el conocimiento de los conceptos de punto, recta y plano con otros elementos del contexto; de esta manera, se puede afirmar que se cumplió con el objetivo general de esta investigación y con el proceso que se llevó a cabo con relación al diseño, evaluación constante y refinamiento de los descriptores que se aplicaron en las



dimensiones con sus respectivos niveles. Finalmente, fue posible ubicarlos en el nivel correspondiente, de acuerdo al análisis de los resultados, lo que permitió alcanzar el tercer objetivo específico, que textualmente afirma: *Identificar el avance de los estudiantes en los niveles de la EpC cuando se aproximan a la comprensión de los conceptos primitivos de la geometría.*

Durante las fases de exploración, de investigación guiada y de proyecto final de síntesis, se logró alcanzar el objetivo específico antes mencionado, al hacer el análisis de las comprensiones presentadas y observadas en cada caso. Este proceso contribuyó a reconocer las debilidades que se encontraron en los estudiantes participantes al ser ubicados en el nivel ingenuo, pues los tres carecían de argumentos para explicar la idea de punto en su forma abstracta y optaban por hacerlo de forma concreta en una representación gráfica de un círculo relleno; al razonar sobre el concepto de recta, lo hacían a través de una raya recta, pero les era muy difícil describirla; comprendían por plano las formas concretas como puertas, pisos, hojas y paredes y, luego, las identificaban en las caras planas de los sólidos.

Al observar los desempeños de los estudiantes en cada actividad, se pudo revelar cómo fueron avanzando hasta alcanzar en algunas categorías el nivel de maestría; los participantes lograron integrar el conocimiento del concepto de punto con otros elementos como las esquinas de los modelos y en la intersección de dobleces en una hoja. En particular, relacionaron el concepto de recta, con los dobleces.



Reconocen el plano como parte del entorno físico; lo relacionan con una hoja de papel que comparan con un rectángulo, identifican la infinitud del plano imaginándose la unión de infinitas hojas de papel; también logran reconocerlo en hojas de papel de diferentes tamaños, integrando el conocimiento del concepto de plano con otros elementos del contexto como pisos, paredes y las caras planas de los sólidos tridimensionales.

### 5.1.3. Respuesta a la pregunta de investigación.

La pregunta de investigación que se trazó para este estudio fue: ¿cómo los estudiantes del grado segundo se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano, mediante el doblado de papel, en el contexto de la EpC?

El marco de la EpC ofrece una guía particular con los cuatro elementos que sirvieron para realizar el trabajo investigativo, lo que permite dar respuesta a esta pregunta de investigación, siendo los desempeños según Stone (1999) los más importantes del marco conceptual; ellos sirvieron como actividades centrales para mostrar el avance de los participantes en su comprensión durante esta investigación y se logró hacer el análisis, que se describió en el capítulo cuatro. Los resultados de las evaluaciones y las observaciones de cada desempeño, contribuyeron a la construcción de los descriptores hipotéticos que fueron refinados mientras se avanzaba en el proceso y que, a su vez, permitieron la caracterización en cada uno de los niveles de comprensión de los participantes, de acuerdo a los objetos de estudio.

La información que se obtuvo de cada participante, en comparación con la rúbrica de descriptores en las dimensiones y categorías que se establecieron, permitió ubicarlos en uno





de los niveles de comprensión desde que se desarrolló la etapa de exploración, hasta el proyecto final de síntesis; los desempeños posibilitaron caracterizar su avance en todo el proceso, utilizando la evaluación diagnóstica continua, que es otro de los elementos útiles del marco que brinda información individual del aprendizaje y, en general, del proceso de comprensión alcanzado por los estudiantes.

La revisión constante de las actividades desarrolladas, permitió delinear la descripción del proceso de conceptualización de los objetos de estudio, que fue analizado en las dimensiones de contenidos, métodos, propósitos, y formas de comunicación; además de examinar la trascendencia de las comprensiones desde sus generalizaciones, también se pudo revisar desde lo concreto o particular. Se observó que los tres estudiantes describían las formas tridimensionales desde lo bidimensional y daban algunas respuestas erróneas en relación a las características de los modelos descritos; lo mismo sucedió cuando se les preguntó al inicio por los elementos geométricos que podían describir las figuras.

Al inicio del proceso, los estudiantes pudieron avanzar en las intuiciones iniciales que traían desde el hogar o la escuela, algunas construidas de forma errónea, como, por ejemplo, el creer que el punto se representa siempre como un óvalo relleno o que es una bolita chiquita o un planeta; más adelante, logran avanzar en el concepto al encontrar un punto en el corte de dos dobles, una recta en las marcas de las hojas y planos en las caras de los cubos de tetraedros y octaedros. Además, reconocieron figuras geométricas que se formaban en las marcas que quedaban al desdoblar la hoja en la que habían construido modelos tridimensionales.

1 8 0 3



Cada que los niños construían un modelo, sus respuestas mostraban argumentos más coherentes, guiados hacia un concepto más refinado, que permitía describir cómo avanzaron en el proceso de comprensión, desde las actividades iniciales con la obra de títeres hasta la redacción de sus cuentos. Esto me permite concluir que el proceso de investigación dio respuesta a la pregunta de investigación.

### 5.1.4. Aportes a la Educación Matemática.

El estudio de los conceptos básicos de la geometría en esta investigación, permitió establecer cómo avanzan los estudiantes de segundo grado en la aproximación a la comprensión de conceptos a través de la experiencia con actividades dirigidas a la construcción de modelos tridimensionales mediante el doblado de papel, sin usar pegante ni tijeras. Los estudiantes lograron manipular, visualizar, establecer conexiones, inferir, razonar y conceptualizar, usando esta estrategia.

De acuerdo a lo anterior, el presente estudio evidencia la importancia que puede significar que desde los primeros grados, los estudiantes comiencen el proceso de aproximación a la comprensión de los conceptos básicos de la geometría como punto, recta y plano, en tanto que puedan visualizar y describir intuitivamente las características y propiedades de las formas geométricas en el plano y en el espacio y, de esta manera, puedan entender formas en un contexto o ambiente y desarrollar procesos de abstracción.

También se aporta a la Educación Matemática, la novedad de planificar y diseñar un currículo con temas generales que abarcan otras asignaturas o áreas, con la geometría, empleando la metodología que plantea el marco de la EpC y utilizando el doblado de papel



como una herramienta didáctica que permite alternativas a la enseñanza tradicional, generando redes conceptuales más amplias y haciendo mayor énfasis en la comprensión que en la memorización de los conceptos. Es necesario aclarar que en el estudio se muestra el doblado de papel como una alternativa eficaz para alcanzar los propósitos de la investigación, mas no como la única.

Considero que la unidad curricular y los descriptores obtenidos son un aporte a destacar, en tanto que permiten analizar cómo se aproximan los estudiantes a la comprensión de los conceptos básicos de la geometría y, a la vez, ubicar los participantes en uno de los niveles de comprensión en el marco de la EpC, en cada una de las dimensiones. En el estudio, se pudo comprobar que el doblado de papel sirve para guiar procesos geométricos, permite a los estudiantes tener contacto con modelos concretos y manipulables de manera lúdica, fácil y entretenida, y posibilita el análisis y procesamiento de la información sobre la forma en la que los niños conceptualizan y visualizan las figuras tridimensionales.

### **5.1.5. Futuras líneas de investigación.**

Este estudio investigativo deja líneas que a futuro se pueden considerar para otras investigaciones, como:

La construcción de una unidad curricular bajo los cuatro elementos de la EpC, que genere procesos de comprensión desde el contexto escolar en el área de geometría, en relación a la clasificación y propiedades de los polígonos.





El doblado de papel como recurso didáctico en Educación Matemática para generar comprensión de las propiedades de objetos tridimensionales y el cálculo de volúmenes y áreas.

La solución de problemas geométricos con representaciones con doblado de papel que logren el avance en la comprensión de los niños de lo concreto a lo gráfico y de lo gráfico a lo abstracto.

### 5.2. Recomendaciones

Del estudio, se pueden inferir las siguientes recomendaciones:

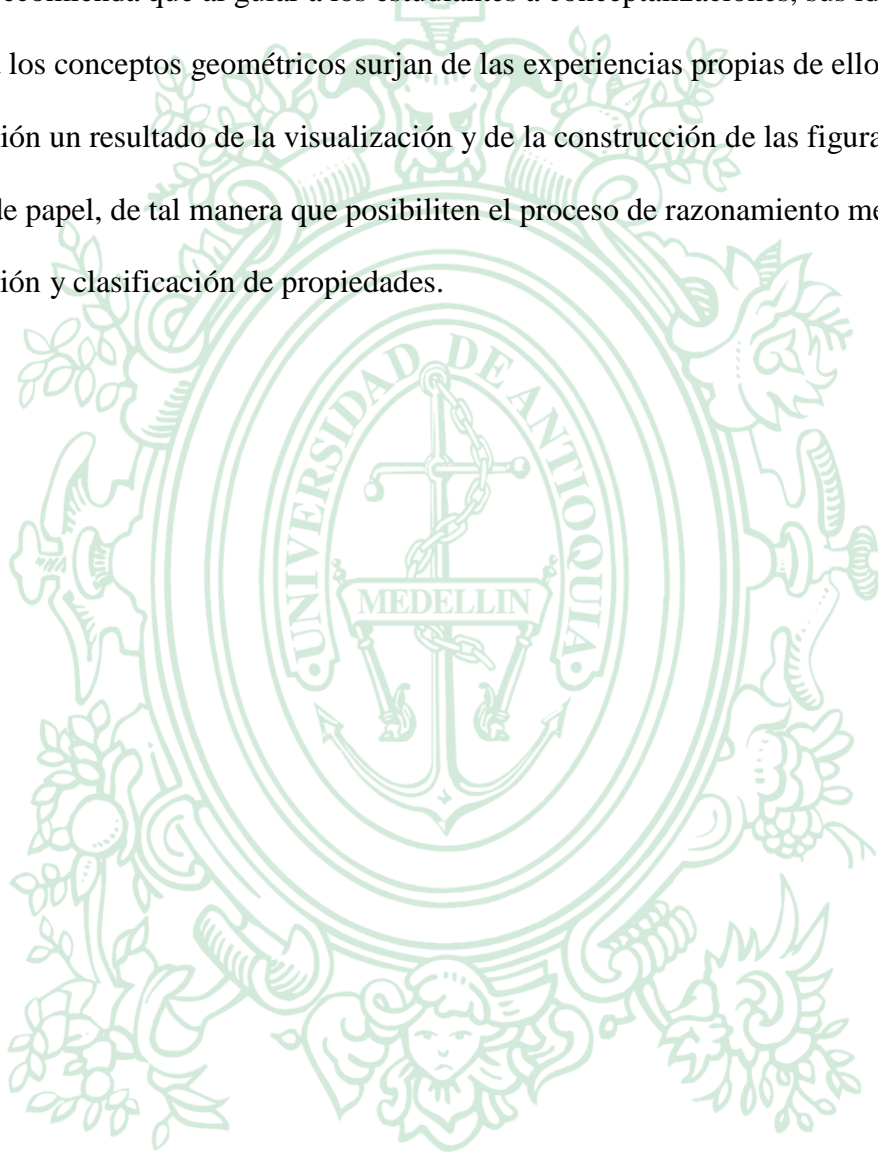
Usar la técnica del doblado de papel como una alternativa para que los estudiantes manipulen, representen, visualicen y enriquezcan las ideas perceptivas de las figuras planas y características de modelos tridimensionales.

Usar los cuatro elementos del marco conceptual de la EpC, para analizar y poner en práctica el currículo, despertando siempre la motivación de los estudiantes para que quieran ir más allá de lo que se establece.

Para trabajar con el doblado de papel y el marco de la EpC, se recomienda que los grupos no sean tan numerosos, debido a que el doblado de papel requiere del manejo de habilidades motrices, de concentración y atención. El marco exige una descripción detallada de la comprensión, para poder ubicar a los estudiantes en los niveles de comprensión correspondiente.



Se recomienda que al guiar a los estudiantes a conceptualizaciones, sus ideas en relación a los conceptos geométricos surjan de las experiencias propias de ellos, siendo la comprensión un resultado de la visualización y de la construcción de las figuras con doblado de papel, de tal manera que posibiliten el proceso de razonamiento mediante la comparación y clasificación de propiedades.



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



### 6. Referencias bibliográficas

- Baldor, A. (1985). *Geometría plana y del espacio*. México: Ccedta.
- Baldor, A. (2005). *Geometría plana y del espacio: con una introducción a la geometría*. México: Ccedta.
- Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la Geometría escolar y su enseñanza – aprendizaje* (Tesis doctoral). Universidad de Extremadura, España.
- Blythe, T. (1998). *La Enseñanza para la Comprensión, Guía para el Docente*. Buenos Aires: Paidós.
- Boix, V. y Gardner, H. (1999). Cuáles son las cualidades de la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*, (pp. 215-256). Buenos Aires: Paidós.
- Borba, M. y Araújo, J. (2008) Construyendo investigaciones colectivamente en Educación Matemática. En M. Borba y J. Araújo (Comp.), *Investigación Cualitativa en Educación Matemática*, (pp. 21 - 42). México: Limusa.





- Cano, L. (2009). Desarrollo de habilidades para producir una semejanza gráfica de información espacial en niños y niñas del grado primero de instituciones educativas de la ciudad de Medellín. *Revista Q*, 4(7), pp. 1 – 27.
- Cañadas, M., Crisóstomo, E., Gallardo, S., Molina, M., Martínez-Santaolalla, M. J. y Peñas, M. (2005). El papel como material didáctico en la construcción de la geometría plana. *Actas de las XII Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 973-977).
- Castro, J. (2004). El desarrollo de la noción de espacio en el niño de Educación Inicial. *Acción Pedagógica*, 13(2), pp. 162 – 170. Recuperado de <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/17193/2/articulo5.pdf>.
- Creswell, J. (2009). *Diseño de la investigación: Métodos cualitativos y de métodos mixtos*. Londres y Thousand Oaks: Publicaciones de Sage.
- D' Amore, B. (2001). Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. La posición “ingenua” en una teoría "realista" “versus” el modelo “antropológico” en una teoría “pragmática”. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8(27), 51-76.
- Diccionario de Matemáticas. Madrid, España: Cultural S.A.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. *New ICMI Studies Serie 5*, 37-51.



Escobedo, H, Jaramillo, R. y Bermúdez, Á. (2004). Enseñanza para la Comprensión

*Educere*, 8(27), pp. 529 – 534.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24(2), 139-162.

Gobernación de Antioquia. Región Urabá. Recuperado de:

<http://antioquia.gov.co/images/subregiones/uraba.jpg>

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1996). Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de magisterio. *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, 143-170.

Hemmerling, E. (1998). *Geometría Elemental*. México: Limusa. S.A.

Hernández, R., Fernández-Collado, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.

Jaramillo, V. (1986). *Elementos de geometría plana*. Medellín: Fondo Editorial Universidad Eafit.

Londoño, J. (2013). Geometría Euclidiana. Recuperado de:

<http://hdl.handle.net/10495/1712>



- Martínez, A. y Rivaya, F. (1998). La enseñanza de la geometría en el ámbito de la educación infantil y primeros años de primaria. En: A. Martínez, *Una Metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*, (pp. 49 - 66). España: Síntesis.
- Martínez, P. (2006). El Método de Estudio de Casos. Estrategia Metodológica de la Investigación Científica. *Pensamiento y Gestión*, pp. 165-193.
- Medina, E. (2011). Lucha particular del docente con la geometría. *Innovación y Experiencias Educativas*, (41), 1 – 9.
- MEN, (2004). *Serie Documentos: Pensamiento geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá: Enlace Editores Ltda.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y ciudadanas*. Santa Fe de Bogotá D. C: Imprenta Nacional.
- MEN. (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Recuperado de:  
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/w3-article-349446.htmljk>:
- Monsalve, O. y Jaramillo, C. (2009). El placer de doblar papel. Mostraciones y algunas aplicaciones matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35), pp. 11 – 25.
- Mora, J. (1995). Los recursos didácticos en el aprendizaje de la geometría. *UNO*, 3.
- Perkins, D. (1999). ¿Qué es la Comprensión? En M. Stone, *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. (pp. 69-95). Buenos Aires: Paidós.





- Perkins, D. y Blythe, T. (1994). Putting Understanding Up Front. En: *Educational Leadership*, 51(5), 4 – 7.
- Pogré, P. (2012). *Enseñanza para la Comprensión. Un marco para el desarrollo profesional docente*. (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Madrid, Madrid.  
Recuperada de la base de datos DIALNET (57811\_pogre\_paula.pdf).
- Rendón, P. (2009). *Conceptualización de la Razón de Cambio en el marco de la Enseñanza para la Comprensión* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Rich. B. (1991). *Geometría*. Mexico: Mc Graw-Hill.
- Ritchhart. R., Stone. M., Buchovecky. E. y Hetland. L. (1999). ¿Cómo se ve en la práctica la Enseñanza para la Comprensión? En M. Stone, *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*, (pp.169 - 212). Buenos Aires: Paidós.
- Rodríguez, A. (1997). El desarrollo del pensamiento lógico-matemático. En: *Congreso de Córdoba*, España. Recuperado de: <http://www.waece.org/biblioteca/pdfs/d081.pdf>.
- Royo, J. (2002). Matemáticas y papiroflexia. *Sigma: Revista de Matemáticas*, 21, 175 – 192.
- Sandoval, C. (2002). *Investigación Cualitativa*. Bogotá: ARFO Editores e Impresos Ltda.



Santa, Z. (2011). *La elipse como lugar geométrico a través de la geometría del doblado de papel en el contexto de Van Hiele*. (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Santa, Z. y Jaramillo, C. (2010). Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (31), 338-362.

Santa, Z., Londoño, R. y Molina, J. (2014). *Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café*. (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria*, (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.

Shiro, S. (2010) *Sasaki Sadako y Senbatsuru, las mil grullas de papel*. Recuperado de <http://shinanonoshiro.blog.com/2010/08/07/sasaki-sadako-y-senbatsuru-las-mil-grullas-de-papel/>

Stake, R. (1999). *Investigación con Estudio de Casos*. Madrid: Ediciones Morata.

Stone, M. (1999). ¿Qué es la Enseñanza para la Comprensión? En M. Stone, *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*, (pp. 95 - 126). Buenos Aires: Paidós.



Stone, M. La importancia de la comprensión. En M. Stone, *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*, (pp. 21-34). Buenos Aires: Paidós.

Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona: Gedisa.

Vílchez, N. (2004). *Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia. Aplicación a la primera etapa de Educación Básica* (Tesis doctoral). Universitat Rovira I Virgili, España. Recuperado de: <http://www.tdx.cat/handle/10803/8928>

Wikipedia. Enciclopedia Libre. Recuperado de:  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Turbo\\_\(Antioquia\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Turbo_(Antioquia))

Yin, R. (1989). *Estudio de caso: Diseño y métodos. Serie de Métodos de Investigación Social Aplicada*. Recuperado de:  
[https://books.google.co.ma/books?id=OgyqBAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=f  
r&source=gbg\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.co.ma/books?id=OgyqBAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=f&source=gbg_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3





### 7. Anexos

#### 7.1. Anexo A. Carta de solicitud de permiso al rector de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús.

Turbo, 12 de Mayo de 2015

Señor

**ÁNGEL OVIDIO LEZCANO PEREA**

Rector

Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús

Cordial saludo.

Me dirijo a usted con el propósito de solicitarle permiso para llevar a cabo la investigación **“Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel”**, con algunos niños del grado segundo de Educación Básica Primaria. El objetivo es analizar las maneras en que estos estudiantes se aproximan a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano mediante el doblado de papel; adicionalmente, le solicito permitirme nombrar la Institución, dentro de mi trabajo escrito, para identificar el contexto donde se desarrolla el estudio.

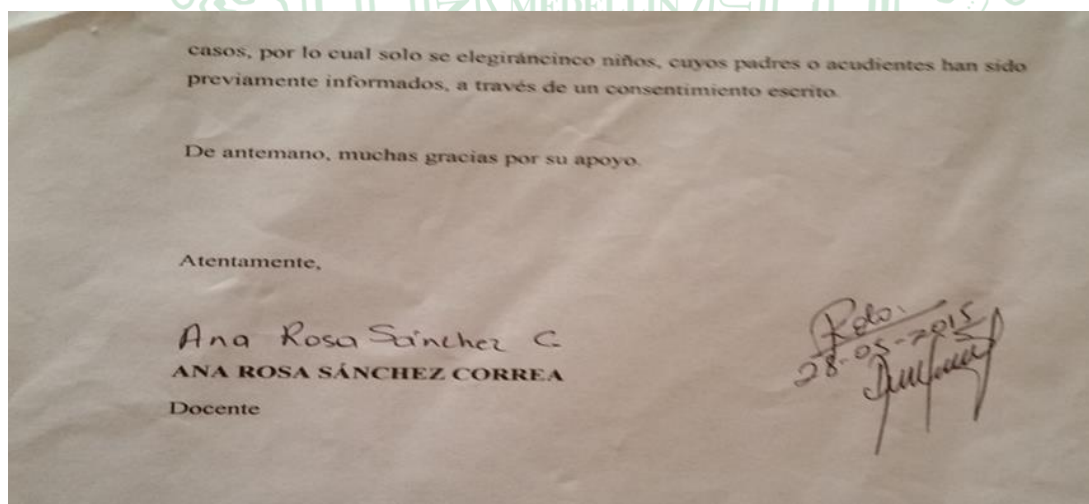
No sobra mencionarle que soy docente de esta Institución y estudiante de Maestría en Educación, Línea Educación Matemática, de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Dentro de mi formación académica, es fundamental presentar y defender un trabajo investigativo, que no solo brinde aportes a la Educación Matemática, sino a la región del Urabá Antioqueño.



Cabe anotar que la Institución no incurrirá en ningún gasto, a propósito del estudio. En este caso, se solicita un espacio o lugar adecuado para la consecución del trabajo de campo y el tiempo pertinente para el encuentro con los estudiantes y la realización de las actividades; vale la pena aclarar que en este estudio se va a utilizar un método de estudio de casos, por lo cual sólo se elegirán unos niños cuyos padres o acudientes, han sido previamente informados a través de un comunicado escrito.

De antemano, muchas gracias por su apoyo.

### 7.2. Anexo B. Firma del recibido del rector.



### 7.3. Anexo C. Consentimiento informado para los padres.

#### Consentimiento informado

Apreciado(a) padre de familia, madre de familia o acudiente.

Cordial saludo.



Es grato para mí dirigirme a usted y desearle éxitos en sus labores.

El motivo del presente oficio es informarle que me encuentro realizando estudios de Maestría en Educación, Línea Educación Matemática, en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Dentro de mi formación académica, es fundamental presentar y defender un trabajo investigativo, que no solo brinde aportes a la Educación Matemática, sino a la región del Urabá Antioqueño. El estudio lleva por nombre **“Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel”**, en el cual es importante la participación de su hijo (a).

Por consiguiente, le solicito el favor de firmar este consentimiento, en el que manifiesta, libremente, que apoya la participación de su niño (a) en el estudio. Cabe mencionar que, en algunas ocasiones, se realizarán actividades en horas extras, es decir, por fuera del horario establecido por la Institución, por lo que será necesario contar con el desplazamiento o traslado respectivo de cada niño (a). En este estudio, la información se recolectará a través de observaciones, revisión del material de los estudiantes, que surge de las diferentes actividades académicas, y evaluaciones escritas u orales. En todos los casos, se tomarán registros fotográficos y se harán grabaciones de audio o video, siempre y cuando el niño (a) esté de acuerdo. Además, tendrá la posibilidad de tomar la decisión de continuar o no con el proceso, sin que sienta algún tipo de presión.

De antemano, muchas gracias por su apoyo.

Nombre del estudiante: \_\_\_\_\_

Nombre del padre de familia, madre de familia o acudiente: \_\_\_\_\_

Firma padre de familia o acudiente: \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_





### 7.4. Anexo D: consentimiento firmado Sofía.

**CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Apreciado(a) padre de familia, madre de familia o acudiente.

Cordial saludo.

Es grato para mí dirigirme a usted y desearte éxitos en sus labores.

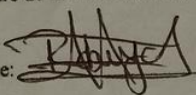
El motivo del presente oficio es informarle que me encuentro realizando estudios de Maestría en Educación, Línea Educación Matemática, en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Dentro de mi formación académica, es fundamental presentar y defender un trabajo investigativo, que no solo brinde aportes a la Educación Matemática, sino a la región del Urabá Antioqueño. El estudio lleva por nombre "Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel", en el cuales importante la participación de su hijo(a).

Por consiguiente, le solicito el favor de firmar este consentimiento, en el que manifiesta, libremente, que apoya la participación de su niño (a) en el estudio. Cabe mencionar que, en algunas ocasiones, se realizarán actividades en horas extras, es decir, por fuera del horario establecido por la Institución, por lo que será necesario contar con el desplazamiento o traslado respectivo de cada niño(a). En este estudio, la información se recolectará a través de observaciones, revisión del material de los estudiantes, que surge de las diferentes actividades académicas, y entrevistas escritas u orales. En todos los casos, se tomarán registros fotográficos y se harán grabaciones de audio o video, siempre y cuando el niño(a) esté de acuerdo. Además, tendrá la posibilidad de tomar la decisión de continuar o no con el proceso, sin que sienta algún tipo de presión.

De antemano, muchas gracias por su apoyo.

Nombre del estudiante: Lesly Dariana Muñoz Perea.

Nombre del padre de familia, madre de familia o acudiente: Lixenia Perea Panesso

Firma padre de familia o acudiente:  cc: 71986.692(T.)

Fecha: 28/05/2015



### 7.5. Anexo E: Consentimiento firmado de Ángel.

**CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Apreciado(a) padre de familia, madre de familia o acudiente.

Cordial saludo.

Es grato para mí dirigirme a usted y desearle éxitos en sus labores.

El motivo del presente oficio es informarle que me encuentro realizando estudios de Maestría en Educación, Línea Educación Matemática, en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Dentro de mi formación académica, es fundamental presentar y defender un trabajo investigativo, que no solo brinde aportes a la Educación Matemática, sino a la región del Urabá Antioqueño. El estudio lleva por nombre "Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel", en el cuales importante la participación de su hijo(a).

Por consiguiente, le solicito el favor de firmar este consentimiento, en el que manifiesta, libremente, que apoya la participación de su niño (a) en el estudio. Cabe mencionar que, en algunas ocasiones, se realizarán actividades en horas extras, es decir, por fuera del horario establecido por la Institución, por lo que será necesario contar con el desplazamiento o traslado respectivo de cada niño(a). En este estudio, la información se recolectará a través de observaciones, revisión del material de los estudiantes, que surge de las diferentes actividades académicas, y entrevistas escritas u orales. En todos los casos, se tomarán registros fotográficos y se harán grabaciones de audio o video, siempre y cuando el niño(a) esté de acuerdo. Además, tendrá la posibilidad de tomar la decisión de continuar o no con el proceso, sin que sienta algún tipo de presión.

De antemano, muchas gracias por su apoyo.

Nombre del estudiante: Matias Madrox Gómez

Nombre del padre de familia, madre de familia o acudiente: Jusa Gómez R.

Firma padre de familia o acudiente: Jusa pto Gómez Rhoan.

Fecha: 30 - 05 - 2015



### 7.6. Anexo F: Consentimiento firmado Estrellita.

**CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Apreciado(a) padre de familia, madre de familia o acudiente.

Cordial saludo.

Es grato para mí dirigirme a usted y desearle éxitos en sus labores.

El motivo del presente oficio es informarle que me encuentro realizando estudios de Maestría en Educación, Línea Educación Matemática, en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Dentro de mi formación académica, es fundamental presentar y defender un trabajo investigativo, que no solo brinde aportes a la Educación Matemática, sino a la región del Urabá Antioqueño. El estudio lleva por nombre "Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel", en el cual es importante la participación de su hijo(a).

Por consiguiente, le solicito el favor de firmar este consentimiento, en el que manifiesta, libremente, que apoya la participación de su niño (a) en el estudio. Cabe mencionar que, en algunas ocasiones, se realizarán actividades en horas extras, es decir, por fuera del horario establecido por la Institución, por lo que será necesario contar con el desplazamiento o traslado respectivo de cada niño(a). En este estudio, la información se recolectará a través de observaciones, revisión del material de los estudiantes, que surge de las diferentes actividades académicas, y entrevistas escritas u orales. En todos los casos, se tomarán registros fotográficos y se harán grabaciones de audio o video, siempre y cuando el niño(a) esté de acuerdo. Además, tendrá la posibilidad de tomar la decisión de continuar o no con el proceso, sin que sienta algún tipo de presión.

De antemano, muchas gracias por su apoyo.

Nombre del estudiante: Jade Andrea Martínez Banguera

Nombre del padre de familia, madre de familia o acudiente: Brenda Banguera

Firma padre de familia o acudiente: Brenda Banguera

Fecha: 30-09-2015.

1 8 0 3





### 7.7. Anexo G: Evaluación # 1 conocimientos previos.

Evaluación # 1 conocimientos previos.

Descripción de cada uno de los personajes de la obra la Historia del Origami.

¿Conoces los nombres de los personajes? Escribe los: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo somos? \_\_\_\_\_

¿Cuántas caras tiene el Cubo? \_\_\_\_\_ ¿octaedro? \_\_\_\_\_ ¿tetraedro? \_\_\_\_\_

¿Cuántas puntas tiene el Cubo? \_\_\_\_\_ ¿octaedro? \_\_\_\_\_ ¿tetraedro? \_\_\_\_\_

¿Cómo podemos representar estas puntas? \_\_\_\_\_

¿Cuántos bordes tiene el Cubo? \_\_\_\_\_ ¿octaedro? \_\_\_\_\_ ¿tetraedro? \_\_\_\_\_

¿A qué figura o forma se te parece el Cubo? \_\_\_\_\_ ¿octaedro? \_\_\_\_\_ ¿tetraedro? \_\_\_\_\_

¿Nos pueden dibujar?

--	--	--

¿Con qué elementos básicos de geometría nos pueden dibujar?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



### 7.8. Anexo H: evaluación # 2 Construcción de la grulla.

EVALUACIÓN N° 2 CONSTRUCCIÓN DE LA GRULLA

Nombre \_\_\_\_\_ grado \_\_\_\_\_ fecha \_\_\_\_\_

Paso 1

Observe el mosaico de pliegues, describa lo que visualiza y responda:

¿La forma que tiene se relaciona con algo de su cotidianidad? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Marque con un color la intersección de las diagonales. ¿La marca se relaciona con algo de su Cotidianidad?

¿Puede describir la marca que hizo con el color? \_\_\_\_\_

Paso 2

¿Cuántos dobleces se han marcado en la hoja? \_\_\_\_\_

¿Qué nombre le daría a las marcas que quedan en la hoja cuando doblamos el papel? ¿Por qué?

\_\_\_\_\_

Describe la imagen que visualiza. \_\_\_\_\_

¿Dónde se intersecan los dobleces? ¿Tiene un nombre particular? \_\_\_\_\_

Observe el centro del cuadrado, ¿cuántos dobleces pasan por ahí? \_\_\_\_\_

1 8 0 3



¿Cuántos dobleces pasan por un punto? ¿Por qué? 7 dobleces porque

Paso 5

¿Qué figura geométrica observa en el mosaico de pliegues, después de realizados los dobleces? \_\_\_\_\_

Describan la figura que se lleva hasta el momento \_\_\_\_\_

¿Cuántas dobleces se pueden observar? \_\_\_\_\_

¿Qué nombre podrían recibir estos pliegues? \_\_\_\_\_

Paso 6 ¿Qué se observa? \_\_\_\_\_

¿Qué puede decir de los lados de la figura construida? \_\_\_\_\_

¿Cuántos lados tiene? \_\_\_\_\_

¿Qué características tienen esos lados? \_\_\_\_\_

¿Qué otro nombre le podría dar a los lados? ¿Cómo se pueden nombrar las esquinas? \_\_\_\_\_

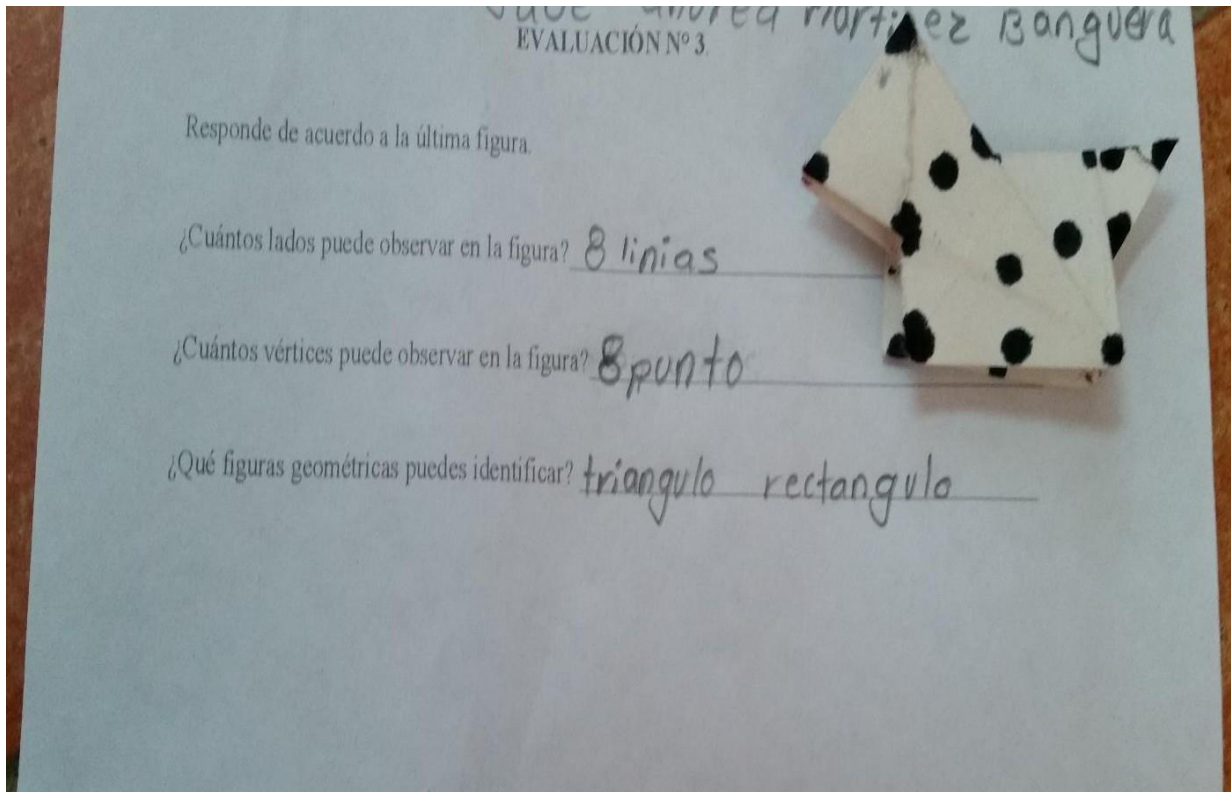
# DE ANTIOQUIA

1 8 0 3





### 7.9. Anexo I: Construcción del perrito terrier escocés.



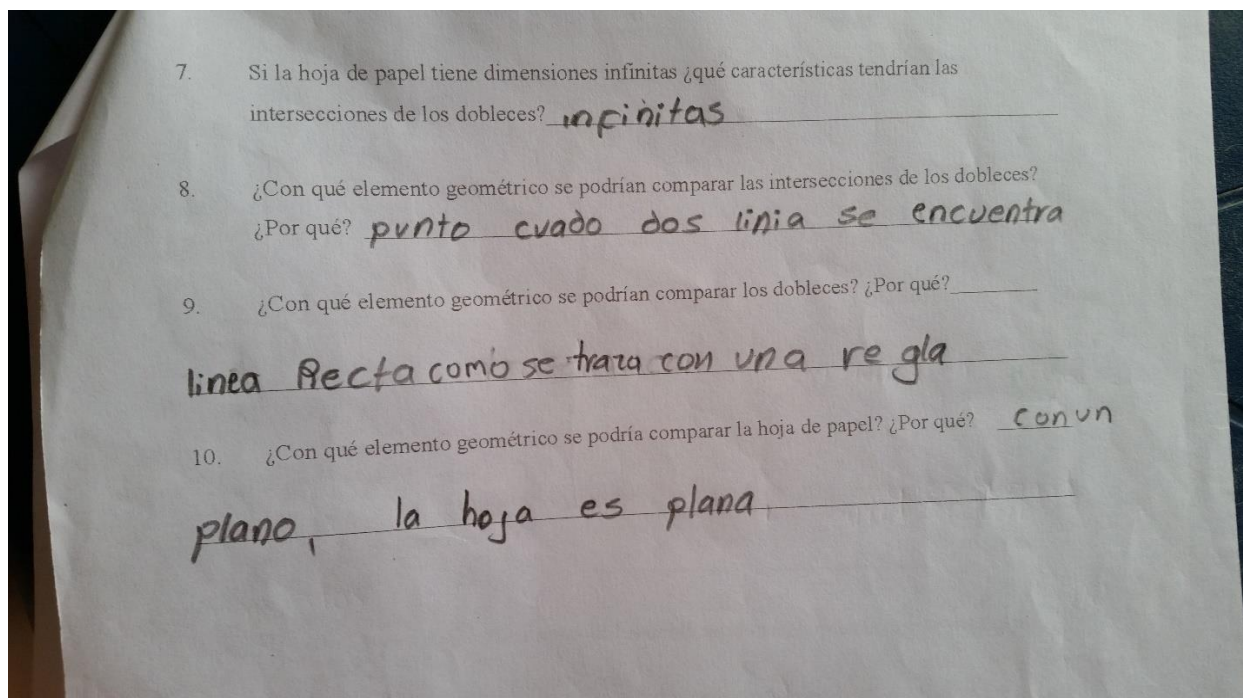


### 7.10. Anexo J: Evaluación # 4 trabajo con hojas de diferentes tamaños.

EVALUACIÓN N° 4

Se tomarán hojas de diferentes tamaños (desde una hoja de apuntes pequeña hasta una hoja de bond) y se realizarán dobleces e intersecciones entre estos, con el propósito de proponerles las siguientes preguntas intencionadas.

1. ¿Qué tienen en común todos los dobleces construidos? son línea recta
2. ¿Qué tienen en común todas las intersecciones de los dobleces? lo que forman puntos
3. ¿Cambian de tamaño las intersecciones de los dobleces al cambiar de tamaño la hoja? no  
las intersecciones son las mismas
4. ¿Cambian de tamaño los dobleces, cuando se cambia de tamaño la hoja de papel? ¿Por qué? si una hoja es mas pequeña que la otra
5. Si la hoja de papel tiene dimensiones muy grandes ¿qué características tendrían los dobleces? grandes porque la hoja es grande
6. Si la hoja de papel tiene dimensiones infinitas ¿qué características tendrían los dobleces? serian infinitos



### 7.11. Anexo K: Transcripción de episodio con Estrellita.

Transcripción de episodio con Estrellita al trabajar con una hoja de papel bond en el sexto encuentro.

Primero se les pidió hacer un doblez, luego que dibujaran muchos puntos, cercanos unos de otros, encima de dicho doblez; posteriormente, cada estudiante debía ponerse al frente de su hoja, tomar distancia de esta, observar, y responder las siguientes preguntas:

¿Qué observan en la hoja? Estrellita gritó: “una recta”

¿Por qué? “No se ven los puntos se ve la raya”

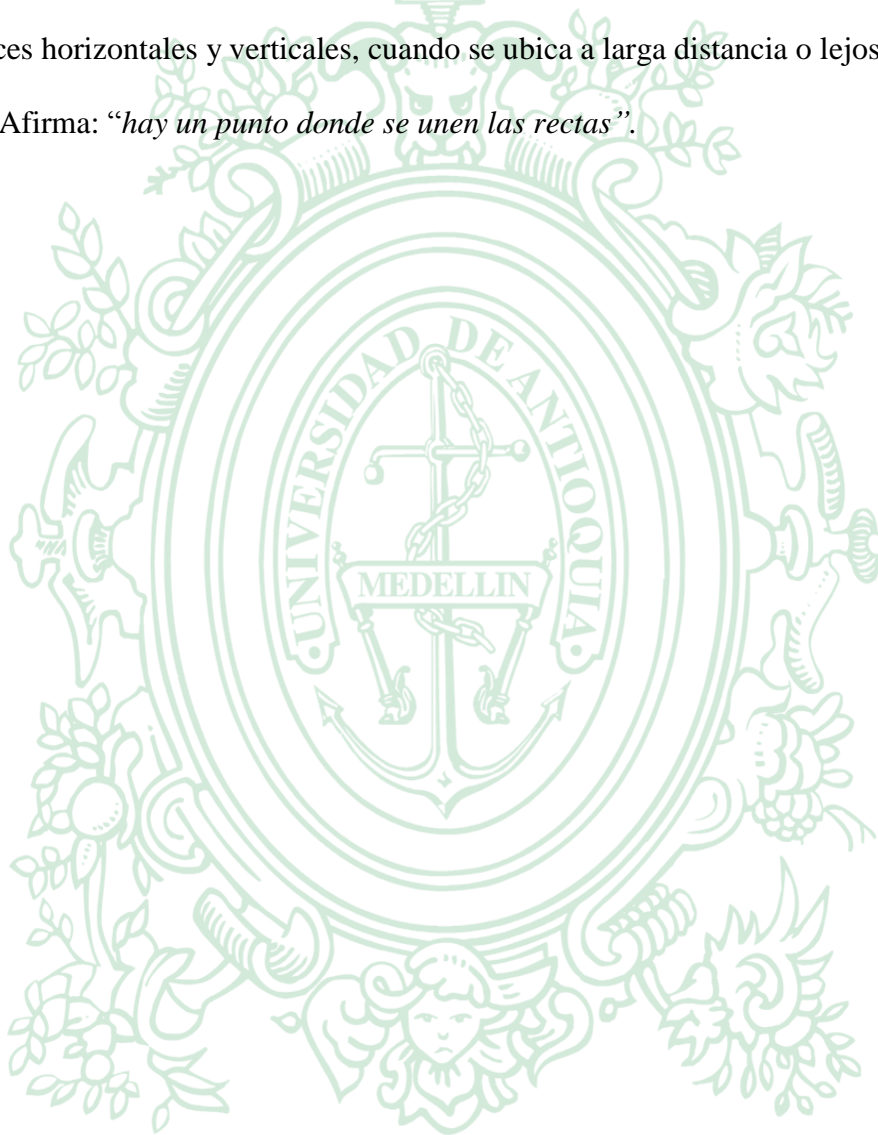
¿De qué manera podría describir el elemento observado? “Los puntitos pintados juntos se ven en forma recta”.

¿Por qué lo comparas con una recta? “Se parecen a una línea”





Se le presentan dos dobleces en forma perpendicular y se le pregunta: ¿en la intersección de los dobleces horizontales y verticales, cuando se ubica a larga distancia o lejos, que se observa? Afirma: “*hay un punto donde se unen las rectas*”.



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3