UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803

LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DEL PENSAMIENTO MÉTRICO A TRAVÉS DE LOS PROCESOS DE RAZONAMIENTO DE LOS NIVELES DE VAN HIELE EN NIÑOS DE CUARTO GRADO.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACION
DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

INFORME FINAL

SEMINARIO INTEGRATIVO Y PRACTICA PROFESIONAL IV

FABIO ALEXANDER CORTÉS GARCÉS

ASESOR
CARLOS VENGOECHEA

LICENCIATURA EN EDUCACION BASICA CON ENFASIS EN MATEMATICAS

MEDELLIN

ABRIL

2009

Este trabajo lo dedico a mi familia quienes con gran esfuerzo me apoyaron durante el proceso de formación como docente.

Agradecimientos

Agradezco a mi profesor de práctica profesional Carlos Vengoechea, quien dedicó su tiempo y conocimiento para la elaboración y desarrollo de este trabajo de grado.

A la institución educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo sede Juan Cancio Restrepo del municipio de Medellín, a todos los profesores y estudiantes que permitieron hacer realidad este proyecto, dando todo el apoyo incondicional.

TABLA DE CONTENIDO

1 INTRODUCCION

Este es el resultado del trabajo de grado enfocado en el campo de la educación matemática, donde se esta proponiendo el modelo educativo de Van Hiele al mejoramiento de los procesos de modelación de los estudiantes en el aprendizaje de los conceptos fundamentales de la matemática.

El objeto de la investigación fue justificar una nueva propuesta metodológica, que acercara a los estudiantes de cuarto de primaria a la modelización matemática mediante el desarrollo del pensamiento métrico, a partir de los conceptos de área de una superficie y su perímetro en polígonos regulares e irregulares, teniendo como principales recursos el geoplano, simulación informática y la entrevista.

Se puede concluir que la estrategia de modelización abre nuevos caminos a la solución de múltiples problemas cotidianos relativos a la realidad de los estudiantes y a la construcción del concepto matemático, teniendo presente la motivación que ocasiona en los educandos los sistemas informáticos para su aprendizaje. por ejemplo, la asociación del área de las superficies de los polígonos a las teselaciones.

2 Justificación

Esta actividad fue pensada desde lo que los estándares están aplicando con respecto al pensamiento métrico, el razonamiento y las representaciones que los alumnos tienen de los conceptos (conocimientos previos) aplicados en el contexto en el que ellos se mueven, mediado por los recursos tecnológicos que tiene la escuela.

Con respecto al pensamiento métrico los estándares mencionan: "*Los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones.*" [1]

En los estudiantes de Cuarto grado se puede notar como estos conceptos de medición están siendo aprehendidas de forma didáctica mediante las actividades que los mismos profesores están integrando en su método de enseñanza. Para el desarrollo de estas competencias es necesario que los profesores tengan una muy buena concepción de lo que se esta trabajando con los alumnos, ya que de esto depende la comprensión apropiada de los conceptos importantes de este pensamiento y de esta misma forma se puedan relacionar con los demás pensamientos (geométrico, numérico, lógico, aleatorio), el fin de cada una de estas actividades es brindarle al alumno la oportunidad de ver que los pensamientos no se desarrollan de manera individual, sino, **de forma integral.**

---

[1] ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MÁTEMÁTICAS, Ministerio de educación de Colombia.

Uno de los errores en la enseñanza es tratar de enseñar los conceptos matemáticos de forma individual, sin dar paso al uso de las nuevas tecnologías que son de gran ayuda en la enseñanza matemática.

La actividad planteada para la enseñanza de lo que es el concepto de **área de una superficie y el perímetro,** fue diseñada mediante un software gratis llamado ***cabri-geómetrì II*** esta es una gran herramienta que si es bien utilizada puede ser de gran ayuda, mediante este programa se pueden ver algunas propiedades de los triángulos, de los polígonos regulares e irregulares, que por mucho esfuerzo que haga el profesor el alumno no lo va a ver en sus propios dibujos, es decir, estas propiedades no van a pasar de la escritura y de la memorización de estos conceptos por parte de los alumnos para presentar el examen, y lamentablemente hasta ahí llega el concepto, y después quedará el vacío en el alumno.

Todo esto está pasando por las concepciones de los profesores en cuanto a las nuevas tecnologías, "*un argumento que se esgrime habitualmente en contra del empleo de tecnología en la enseñanza de las matemáticas es que se abandona y olvida lo que se hace con papel y lápiz, y eso va en perjuicio de la calidad en la formación. Creemos que hay que entender la instrumentación de las tecnologías informáticas en la enseñanza de las matemáticas, con un proceso de enriquecimiento, no como substitución, tratando de mejorar capacidades cognoscitivas, no de substituirlas. Una reflexión más detenida nos enseña que detrás de estas críticas hay una comprensión precaria de la tecnología. Lo primero que se pone de manifiesto cuando se escucha hablar de tecnología, es que como tal, solo* *se reconoce la ultima tecnología. Ya casi no se menciona que la escritura (¡sobre todo la escritura!) es una forma de tecnología.”* [2]

Los profesores no podemos ver las nuevas tecnologías como algo que va a causar algo negativo en los alumnos, por eso, el docente esta en la obligación de crear actividades que lleven al alumno a pensar en el porque de las conceptos, mediante los procesos lógicos basados en los conocimientos previos.

Un buen ejemplo del uso de las tecnologías, es el módulo en la operación suma. Para esta actividad se puede hacer que los alumnos lleven cada uno una calculadora sencilla, y ponerlos a sumar cualquier numero con 0 y preguntarles que resultado obtienen, de seguro que todos van a llegar a la misma conclusión, y a partir de ello trabajar la propiedad del modulo de la suma. Mediante esto se va dinamizar mas la clase y de seguro que esa propiedad no se va a olvidar, entonces con esto se esta logrando un “*aprendizaje significativo*”.

En cuanto a las representaciones que los alumnos se hacen de los conceptos se puede decir que están basadas en lo que ellos han percibido del contexto en el que se mueven diariamente, entre ellos se encuentra el de la escuela, también se puede entender como representaciones “*las notaciones simbólicas o graficas, o bien manifestaciones verbales, mediante las que se expresan los conceptos o procedimientos en esta disciplina así como sus características y propiedades mas*

[2] Tecnologías y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas, José Luis Lupiañez, Luis Moreno Armella, CINVESTAV, México.

relevantes" [3]. Estas representaciones son bastante importantes para el trabajo docente, a partir de estas, es donde el profesor iniciara la creación de nuevas actividades que lleven al alumno a mejorar la que ha entendido sobre cierto concepto cuya representación ya tienen o si esta equivocado mejorar la del alumno con la actividad propuesta agregándole todas las propiedades que envuelven el concepto. Uno de los ejemplos típicos es el del triangulo rectángulo, la representación que el alumno tiene de este es el siguiente (ver figura 1).

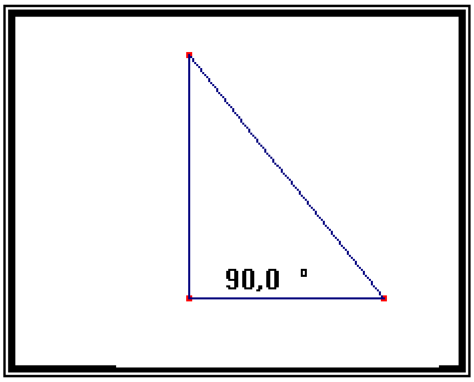


Fig. 1 triangulo rectángulo[4]

En este caso hay que mostrarle a los alumnos que esta no es la única representación del triangulo rectángulo, que esta es una de las muchas que se pueden encontrar, este problema puede ser causado por las mismas concepciones de los profesores, de estos conceptos, y por esto es muy importante "*la toma de conciencia sobre la importancia de la relación entre el cerebro y las herramientas mediadoras de la actividad humana, nos compromete a analizar esta situación desde*

[3] Tecnologías y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas, José Luís Lupiañez, Luís Moreno Armella, CINVESTAV, México.

[4] Figura 1. realizada en cabri-géometrì II

una perspectiva mas amplia" [5]*.* Por usar las herramientas que las mismas escuelas tienen los docentes están cometiendo errores, ahora para este concepto de triangulo rectángulo podemos usar la herramienta de *cabri-geómetrì II* y de seguro que va a ser de gran ayuda y con ella podemos hacer lo siguiente (ver figura 2).

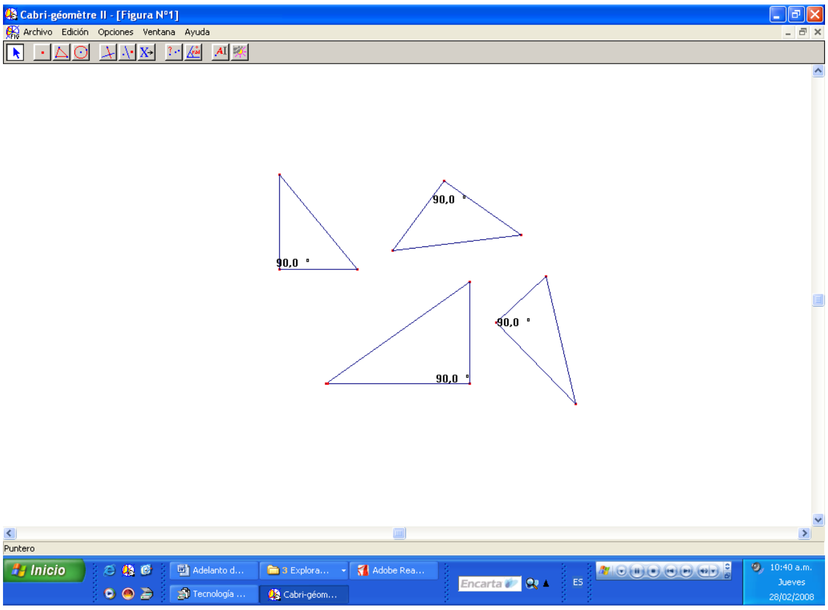


Fig. 2 plataforma de cabri-geómetrì II

Ya hablamos de las representaciones de los alumnos con los conceptos matemáticos, pero queda una pregunta, ¿Cuáles son los procesos mentales de los alumnos para llegar a esas representaciones matemáticas?, es decir, como logran tener un razonamiento coherente con lo que tiene como representación del concepto. "*El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y*

[5] Tecnologías y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas, José Luís Lupiañez, Luís Moreno Armella, CINVESTAV, México.

adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas" [6]*.* Esta de verdad que es una tarea bastante compleja para los profesores, a partir de las buenas pruebas que se realicen los docentes pueden ver como los alumnos están razonando y como conciben el concepto que se esta evaluando.

Para llevar al alumno a que de cuenta de que lo que él tiene representado es correcto también lo podemos ver evaluando mediante alguna herramienta, como con el software RyC (regla y compás), este software nos puede ayudar a percibir el razonamiento del alumno con respecto al concepto de ángulo, y cual es el manejo que el alumno le da al compás para construir un ángulo y como usa el transportador para medirlo, sin necesidad de tenerlo sentado en una silla angustiada por que se le olvidó el proceso que se le había enseñado.

Ahora bien, para que este razonamiento se lleve a cabo el docente también debe crear ambientes propicios para la enseñanza, por eso, con el uso de las nuevas tecnologías se esta haciendo que los alumnos sientan que hay otros lugares para el aprendizaje de matemáticas, diferente al aula de clases y que estas se pueden ver materializadas en muchas partes. " *Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y*

---

[6] ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MÁTEMÁTICAS, Ministerio de educación de Colombia.

definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos”.[7]

En síntesis, las buenas actividades ayudaran a los alumnos a que sus representaciones los lleven a unos razonamientos correctos del aprendizaje matemático, es aquí donde el docente relaciona los 5 tipos de pensamiento y el alumno no ve el concepto como algo separado del contexto en el que se mueve y empieza a darle sentido a las matemáticas, las situaciones de aprendizaje tienen que tener como objetivo general, crear en el alumno un razonamiento lógico y correcto de las representaciones dadas, y mediante esto tener la seguridad de que el aprendizaje significativo si se puede dar mediante el uso de las nuevas tecnologías.

3 Marco contextual

3.1 Descripción de la escuela

Visión

La institución educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo será líder en formación integral de mujeres con compromiso social, competentes para la vida, el trabajo digno, la creación y administración de empresas productivas, con miras a una educación superior.

Misión

[7] ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MÁTEMÁTICAS, Ministerio de educación de Colombia.

La institución educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo es un establecimiento oficial femenino que atiende a los niveles de preescolar, básica y media técnica, con especialidad en alimentos, comercio y sistemas.

Cuenta con talento humano, científico, pedagógico y técnico para garantizar una educación integral, fundamentada en valores de respeto, responsabilidad y solidaridad, posibilitando la construcción de un proyecto de vida digno y la adquisición de competencias comunicativas y laborales para la producción y proyección en un mundo que debe transformar.

La practica profesional I se va realizar en el **Instituto Educativo Juan Cancio Restrepo** en el grado cuarto, esta es una sede de la institución educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo, la profesora cooperadora es la señora Blanca Eva Gómez, el grupo de practica cuenta con aproximadamente 37 alumnas con edades entre 9 y 10 años, la escuela tiene una estudiante rezagada de 15 años, una estudiante invidente y una niña especial en preescolar, la coordinadora de la escuela es la señora Alba Osorio, la rectora de la escuela es la señora Beatriz Henao de Jiménez.

Esta escuela es pública y atiende los estratos 1, 2 y 3 esta ubicada en un sector urbanístico del sector de buenos aires en la ciudad de Medellín, cuenta con una planta física adecuada par la enseñanza de los grados primero a quinto y también tienen preescolar, tienen dos jornadas de estudio mañana y tarde, la mañana va desde las 7 a.m. hasta las 12 m y la tarde va desde las 12m hasta las 5 p.m. el preescolar tiene un horario más flexible, teniendo en cuenta que son niños de 5 o 6

Años la jornada de la mañana va desde las 7 a.m. hasta las 11 a.m. y la tarde va desde las 12 m hasta las 4 p.m., esta escuela solo atiende una población femenina.

La escuela cuenta con una sala de informática (4 computadores), un aula funcional (nevera para los refrigerios de los alumnos), 8 salones de clase, una biblioteca (televisor, VHS, DVD), un coliseo no cubierto y una cancha de basketball, tienen en construcción un nuevo preescolar, una sala de profesores, coordinación y un cuarto del celador. Cada jornada tiene 6 grupos de 40 alumnos en promedio, un preescolar de 36 alumnos y 7 profesores.

En la observación de las clases de la profesora encargada de las clases de matemáticas en el grado cuarto se notan que son de tipo magistral ya que se están basando en las actividades propuestas en los libros que se pidieron en el colegio para las clases de matemáticas, en el momento están tratando los siguientes temas en matemáticas van en LOS NUMEROS DECIMALES PARA CONTINUAR CON LOS FRACCIONARIOS, EN GEOMETRIA ESTAN VIENDO LOS CUADRILATEROS PARA CONTINUAR CON LOS SÓLIDOS Y LUEGO CON MEDICION (PERIMETRO, AREA, VOLUMEN, ETC.), la didáctica en la enseñanza de estos temas no se han visto puesto que los talleres propuestos son tomados de los libros los método de enseñanza siguen siendo los mismos “el magistral”.

En cuanto al modelo pedagógico utilizado por la profesora no lo tengo muy claro, puesto que el tipo de clase que la profesora da es de tipo magistral, no hay ningún tipo de dinámica por que ella no domina las herramientas tecnológicas que tiene, como son el computador. Par ella es suficiente para cada tema ponerle un ejemplo y con esto se pierde el valor de la clase.

Uno de los problemas que se están presentando en la escuela con la enseñanza de los conceptos de área y perímetro por separado haciendo que la esencia de los conceptos se pierdan, mediante la aplicación de los talleres propuestos en este trabajo se busca mitigar un poco el problema que se esta produciendo con estos conceptos en los estudiantes.

Por esto es necesario innovar la enseñanza de este concepto mediante la modelación, como su mismo nombre lo dice es utilizar una serie de modelos que el estudiante use apara que se le facilite el aprendizaje de los conceptos no por separado sino de manera unida, ya que cada uno de estos conceptos esta relacionado. “El término modelo se refiere a la generalización conceptual que se abstrae de un grupo de experiencias con el propósito de categorizar y sistematizar nuevas experiencias”. [8] Los modelos son una de la herramienta más útil a la hora de enseñar cualquier tipo de concepto matemático. Este trabajo también va a tratar de integrar el modelo de Van Hiele y las representaciones semióticas de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

Según una de las investigaciones de Vinner se da bastante importancia a los procesos de aprendizaje en los estudiantes sobre los conceptos geométricos y las temáticas que envuelven dicho concepto, en la enseñanza de las matemáticas y mas en la rama de la geometría, se debe tener en cuenta que todos los conceptos que se

[8] (Von Glasersfeld & Steefe, 1987, citado en Steefe, 1991, p.190).

trabajan tienen una relación el uno con el otro, de ahí que Vinner diga:" un elemento central de este modelo es la distinción que hace entre un "concepto" matemático y la imagen del "concepto" (concept image)"[9]

Una de las estrategias para la enseñanza de las matemáticas en este trabajo es mediante trabajos y talleres que hace que los estudiantes recurran a conceptos o saberes previos que le ayuden a dar solución a los diferentes trabajos propuestos por el docente, lo mas particular que hacen los educandos es acudir a los concepts images[10], es decir, evocar ejemplos, imágenes o representaciones que los alumnos tienen sobre el concepto, mediante estas imágenes del concepto se ayudan para poder encontrar la solución al problema, se puede concluir que esta puede ser una estrategia de solución.

Pero, lo que el profesor no puede permitir en la enseñanza de un concepto matemático es dejar que los estudiante confundan la definición de cierto concepto matemático con la imagen del mismo, puesto que esto puede traer bastantes problemas a la hora de interiorizar la definición formal, hay que tener presente que la definición formal de un concepto es la generalización de este para todos los casos, y no es un simple ejemplo, esto es lo que se pretende con esta investigación de la enseñanza del concepto de áreas y perímetros como estos dos conceptos están ligados y no deben enseñarse por separado. Por eso, los profesores a la hora de enseñar la definición de uno de los conceptos matemáticos es no utilización de la memorización pues esto esta contribuyendo en gran Manero que se confundan con

[9] Giménez J.y otros (eds)(1996): el proceso de llegar a ser un profesor de primaria, cuestiones desde la educación de matemática (collecion mathema nª8)ed. Comares, Granada
[10] Grupo vinner, uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes del magisterio.

las imágenes de los conceptos, lo que explicaría las respuestas erradas con respecto a la definición y la aprehensión del concepto como tal.

4 Marco teórico

4.1 Fuentes históricas:

4.1.1 Historia de la modelación

El proceso de modelización se esta aplicando en el aprendizaje de las matemáticas desde tiempos muy antiguos, comenzando desde los egipcios en el año 1600 A.C con problemas de repartición de tierras e intercambios de mercancía, además, encontraron la solución a problemas bastante complejos, como hallar el área de un terreno irregular o de algo de forma circular.

Pitágoras en el año 550 A.C quien encontró un modelo matemático para la geometría y la trigonometría con su famoso teorema que lleva su nombre, además hizo bastantes aportes a la matemática con:

- Con el análisis de la noción de número
- Establecieron la relación de la aritmética con la geometría
- Definieron los números primos, algunas progresiones y precisaron la teoría de las proporciones.
- Encontraron que la diagonal del un cuadrado es inconmensurable con su lado

Aristóteles en el año 384 A.C propuso la existencia de un universo esférico y finito que tenia como centro la tierra, encontró el modelo matemático del ciclo del agua mediante proposiciones lógicas. Mas tarde, Euclides en el año 300 A.C, creo los modelos matemáticos para la geometría que hoy todavía se utiliza mediante, los axiomas, los teoremas y los postulados, además, trabajó en:

- Geometría plana
- Proporciones
- Propiedades de los números
- Magnitudes inconmensurables
- Geometría del espacio.

Descartes en el año 1619 encuentra dos grandes fallas en la ciencia escolástica, la primera era que, los conceptos que esa ciencia usaba para plantear y resolver los problemas eran conceptos oscuros, y el segundo es, no existía un método universal que se pudiera aplicar a la diversidad de los datos. Luego, para Descartes darle una solución a este problema, creo un modelo, mediante la matematización de toda la geometría y dando como resultado la geometría analítica.

Galileo en el año 1564 creó el modelo para la velocidad, pero este solo funcionaba para velocidades cortas, por ejemplo, mediante este modelo se puede determinar los movimientos de una bola de billar a una velocidad determinada, pero ¿qué sucederá con la bola de billar si se golpea a una velocidad cercana a la velocidad de la luz?, ¿funcionará el modelo de Galileo?, según algunas pruebas no funciona. Este problema lo soluciona el señor Lorentz en el año 1853 quien crea el modelo para velocidades tan grandes como la luz, con la transformación de la velocidad que lleva su nombre, este modelo mas tarde es usado por Einstein en su ley de la relatividad.

Como se puede notar, el proceso de modelización se ha trabajo durante la construcción de la matemática a lo largo de los años.

Le aprendizaje de las matemáticas ha sido estudiado por muchos sicólogos, entre ellos Vigotsky, Piaget, Bruner y los Van Hiele.

> *"El aprendizaje de la matemática ha sido estudiado por varios psicólogos reconocidos, uno de los más connotados es el Suizo Jean Piaget. "Él visualiza el aprendizaje como un proceso de evolución, asociado a la madurez. Los niños pequeños aprenden por la interacción con objetos concretos. De manera similar, Bruner, psicólogo norteamericano, describe el aprendizaje, iniciándose con la manipulación de objetos físicos, continuando con un estado gráfico antes de alcanzar el estado analítico abstracto. Ambos están de acuerdo en que el aprendizaje principia con lo concreto y que el proceso hacia lo abstracto depende del nivel de madurez y comprensión de los niños" . Las investigaciones de Piaget, abarcan distintas áreas del conocimiento, pero se podría decir, a grandes rasgos, que todas ellas versan sobre cómo son, cómo piensan y cómo aprenden los niños. Piaget dividió el desarrollo intelectual de los niños en cuatro etapas o estadios: la etapa senso-motriz (desde que nacen hasta los dos años), la preoperacional (aproximadamente de los dos a los siete años), la de operaciones concretas (aproximadamente de los siete a los once años) y, por último, la de operaciones abstractas o*

formales (aproximadamente de los once años en adelante). Por estar mis alumnos en el Primer Ciclo Básico en la segunda etapa y porque no es mi objetivo hacer una revisión exhaustiva de las investigaciones de Piaget, me detendré en la que en estos momentos me interesa: la de operaciones concretas y la de operaciones formales, y lo haré, además, desde la perspectiva de la construcción del conocimiento matemático." [11]

4.1.2 Modelo de Van Hiele

A continuación se va a explicar en que consiste este nuevo proceso de aprendizaje, elaborado por los Van Hiele. Para la definición de los niveles se toma las definiciones de Hoffer, en su versión simplificada de los niveles del pensamiento, tal como fueron aplicados por Van Hiele a la geometría.

4.1.2.1 Niveles de Van Hiele

Nivel 1: Reconocimiento o visualización.

Los alumnos reconocen las figuras por la apariencia global. Pueden aprender el empleo de cierto vocabulario para identificar algunas figuras. Por ejemplo: triangulo, cuadrado, cubo. Pero no son capaces de identificar explícitamente las propiedades de las figuras.

Nivel 2: Análisis.

Los alumnos analizan las propiedades de las figuras. Por ejemplo, con enunciados como: "los rectángulos tienen diagonales iguales", pero no son capaces de interrelacionar explícitamente las figuras con sus propiedades.

[11] Vásquez, Manuela. La teoría del aprendizaje de las matemáticas. Pag 1

Nivel 3: clasificación o abstracción.

Los alumnos relacionan las figuras con sus propiedades. Por ejemplo, todo cuadrado es un rectángulo. Pero no son capaces de organizar los enunciados en forma secuencial, para justificar sus observaciones.

Nivel 4: deducción

Los alumnos organizan sucesiones de enunciados que les permiten deducir un enunciado a partir de otro. Por ejemplo, para mostrar que el postulado de las paralelas implica que la suma de los ángulos de un triangulo mide 180^0. Pero no reconocen la necesidad del rigor y no alcanzan a comprender las relaciones entre varios sistemas deductivos.

Nivel 5: rigor

Los alumnos analizan diversos sistemas deductivos con un grado de rigor comparable al exigido por D. Hilbert en su tratamiento de la geometría. Los alumnos comprenden ahora las propiedades de que puede gozar un sistema deductivo, como la consistencia, la independencia y la completitud de los postulados.

En el modelo educativo de Van Hiele la teoría de los niveles de pensamiento va necesariamente unida a un ordenamiento adecuado del material que los alumnos deben aprender, para lo cual deben definirse previamente los objetivos y las metas del proceso de aprendizaje. En el caso de los niveles de pensamiento que los Van Hiele postularon para la geometría, la meta final es la construcción del pensamiento del alumno acerca de las figuras geométricas y las pruebas de las proposiciones y su organización en varios sistemas deductivos.

Para que un estudiante pase de un nivel a otro los Van Hiele desarrollaron cinco fases de aprendizaje, al lograr el alumno pasar estas cinco fases habrá alcanzado un nivel mas alto.

4.1.2.2 Las cinco fases de aprendizaje

Fase 1: indagación.

El maestro sostiene un dialogo con los alumnos acerca de los objetos de estudio, que le permite conocer las interpretaciones que los alumnos les dan las palabras. Los alumnos por su parte, entran en contacto con el vocabulario y los objetos de la materia que se va a estudiar mediante el intercambio de preguntas y observaciones. En esta fase se prepara el terreno conceptual para el estudio posterior.

Fase 2: orientación dirigida.

El profesor organiza en forma secuencial las actividades de exploración de los alumnos, por medio de las cuales estos pueden tomar conciencia de los objetivos que se persiguen y se familiarizan con las estructuras características. La mayoría de las actividades en esta fase consisten en tareas de un solo paso que estimulen a los alumnos a dar respuestas específicas.

Fase 3: explicitación

Los estudiantes refinan el empleo de su vocabulario, construyendo ahora sobre experiencias previas. La intervención del maestro en esta fase debe restringirse a lo mínimo indispensable y orientarse a facilitar la expresión explicita de las opiniones de los alumnos con respecto a las estructuras intrínsecas del estudio. En esta fase, los alumnos empiezan a formar el sistema de relaciones del estudio, a partir del cual podrán operar con eficacia en la solución de los problemas.

Fase 4: orientación libre.

Los alumnos ahora encuentran tareas de múltiples pasos, así como otras que pueden llevarse a cabo por procedimientos diferentes. Esto les permite adquirir experiencia en el hallazgo de su manera propia de resolver las tareas. Los alumnos llegan a hacer explicitas muchas de las relaciones entre los objetos de estudio cuando se les estimula a orientarse por si mismos en el campo de investigación.

Fase 5: integración.

Los alumnos revisan ahora los métodos que tienen a su disposición y lanzan una mirada de conjunto, con lo cual unifican los conceptos y las relaciones y logran asimilarlos internamente en un nuevo dominio de pensamiento. La ayuda del maestro en esta fase consiste en proporcionar a los alumnos algunas vistas panorámicas de aquellos que ellos ya conocen, teniendo cuidado de no presentarles ideas nuevas o discordantes.

Hoffer observa que la tercera fase de aprendizaje – la de explicación – no debe confundirse con las explicaciones dadas por el maestro, pues lo esencial en esta fase son las observaciones que los estudiantes formulan explícitamente más que las lecciones que reciben. Las fases de aprendizaje de Van Hiele pueden ponerse en correspondencia con las fases consecutivas – exploración, formalización, y asimilación – postuladas por Polya

4.1.3 Descriptores:

Son las competencias que nosotros como docentes deseamos que los estudiantes alcancen, mediante la actividad que se está proponiendo.

Ahora, ¿qué es una competencia?

> *"Desde la perspectiva de SERCE la competencia matemática es: "la capacidad de utilizar procedimientos matemáticos para comprender e interpretar el mundo real. Esto es que el alumno tenga la posibilidad de matematizar el mundo real lo que implicará: interpretar datos, establecer relaciones y conexiones, poner en juego conceptos matemáticos, analizar regularidades, establecer patrones de cambio, encontrar modelos, argumentar, justificar, comunicar procedimientos y resultados"* [12]

> No obstante, una competencia también puede ser: "*las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia mas y mas complejos".* [13]

[12] COLEGIATURA DE MATEMÁTICA PRIMERA PROPUESTA DE FUNDAMENTACIÓN CONCEPTUAL JULIO DE 2005, Myriam Margarita Acevedo Caicedo, María Cristina Pérez de Díaz, José Reinaldo Montañez, Crescencio, Huertas, Grace Judith Vesga Bravo

[13] Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, potenciar el pensamiento matemático: ¡ un reto escolar ¡ MEN, Pág. 49

Dentro de la enseñanza matemática es necesario tener presente los cinco procesos generales de la actividad matemática, propuestos en los estándares de matemáticas (MEN). Cuando el docente tiene como prioridad ver que es lo que sucede con los estudiantes como piensan o razonan una situación problema, necesariamente se encuentra con que los niños están desarrollando una serie de procesos que a veces no son tan notorios, de ahí que, si tenemos en cuenta los procesos generales de la actividad matemática, será mas fácil para el docente, percibir en que nivel de razonamiento se encuentra el estudiante.

4.1.4 Los cinco procesos generales de la actividad matemática son:

- La formulación, tratamiento y resolución de problemas.
- La modelación.
- La comunicación.
- El razonamiento.
- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

4.1.4.1 La formulación, tratamiento y resolución de problemas:

> *"Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; mas aun, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el*

contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido…..” [14]

Por medio de los estándares se puede concluir que una de las formas de hacer que los estudiantes, le den sentido a las matemáticas, es por medio de las situaciones problemas, las cuales llevan al estudiante a su propio contexto, si, **CONTEXTO**, el docente debe contextualizar las matemáticas, para que los niños se interesen y se motiven a aprender matemáticas, cuando el educando es motivado por medio de buenos ejercicios las matemáticas dejan de ser esa materia que les causa problema y se convierte en algo útil para ellos.

4.1.4.2 La comunicación:

“Las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escucha. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explicita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo……” [15]

---

[14] Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, potenciar el pensamiento matemático: ¡ un reto escolar ¡ MEN, Pág. 52

[15] Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, potenciar el pensamiento matemático: ¡ un reto escolar ¡ MEN, Pág. 54

El lenguaje matemático no es sencillo de aprender y de comprender, pero, los docentes deben tener un buen tratamiento de este para darlo a conocer, siendo claros cuando se esta haciendo una pregunta a los estudiantes, es aquí donde la forma como se pregunta va a cumplir con el objetivo que el profesor se planteó a la hora de evaluar, además, como dijo Raymond Duval: " si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, formas que el llama "*registros de representación*" o "*registros semióticos*" , no parece posible aprender y comprender dicho contenido. [16]

> *"los aspectos sugeridos por Duval sobre el ver el razonamiento como una extensión del conocimiento y como una herramienta explicativa, cobran vida en la realidad de la clase usando estos ambientes de aprendizaje. Mediante la experimentación y la generalización inductiva, los alumnos extienden su conocimiento sobre las formas y las relaciones geométricas y extienden su VOCABULARIO de formas legitimas de razonamiento…."* [17]

4.1.4.3 El razonamiento:

> *" El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyados en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; dar explicaciones coherentes; proporcionar interpretaciones y respuestas*

[16] Duval R (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (2ª ed.). Peter Lang-universidad del Valle, Cali, Pág. 32-42 y 74-83.(original francés publicado en 1995).
[17] Hershkowitz, R. acerca del razonamiento en geometría. Traducción Hernández, Victor y Villalba, Martha. PMME-UNISON. feb. 2001

posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas…." [18]

Las matemáticas deben ser trabajadas desde el mismo contexto de los estudiantes, a veces suena repetitivo, pero este es un eje moderador de las matemáticas, cuando el contexto no es incluido en las situaciones problema, el proceso de razonamiento de los alumnos se va a convertir en la repetición de un algoritmo, y como es bien sabido esto no es aprendizaje significativo, por lo tanto, la tarea del docente es hacer que las matemáticas cobren vida en los alumnos, ¿de que forma? Haciendo las situaciones problemas con temáticas que no sean desconocidas de los estudiantes y hacer que el educando conciba las matemáticas como algo "***realista***". Frase del currículo alemán: realista se refiere a aquello que es experiencialmente real par los estudiantes, incluyendo a las propias matemáticas. Una vez que los estudiantes han dominado algunas matemáticas se transforman en un contexto "realista".

5 Metodología

Esta es una investigación cualitativa mediada por la etnografía en la que se propone un diagnostico, para la identificación de las necesidades de aprendizaje, luego se propone un problema o una pregunta a partir de esta necesidades, se aplica una

[18] Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, potenciar el pensamiento matemático: ¡ un reto escolar ¡ MEN, Pág. 54

metodología para darle solución a la pregunta y por ultimo se hace el análisis teniendo presente la metodología propuesta.

5.1 Resultados de las pruebas saber

A partir de la información dada por el ICFES en los resultados de las prueba saber, se notó que hay unas falencias matemáticas en los estudiantes, en la lectura o comunicación, resolución de problemas y en el razonamiento matemático

Matemáticas - Niveles de competencia
Grado 5°

Entidad	N Alum	Porcentaje nivel A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	**714.323**	**13,98**	**39,7**	**21,04**	**25,28**
ANTIOQUIA	88.823	9,47	46,44	23,22	20,87
MEDELLIN	36.044	7,59	43,78	24,71	23,92
INST EDUC GONZALO RESTREPO JARAMILLO	165	8,54	28,05	25,61	37,8

Matemáticas - Componentes

Grado 5°

Promedio y desviación estándar

Entidad	N Alum	Numérico Variacion		Geométri Métrico		Aleatorio	
		Pro	De	Pro	De	Pro	De
NACIONAL	**714.**	**4,0**	**1,1**	**3,9**	**1,2**	**3,8**	**1,1**
ANTIOQUIA	88.8	3,8	1,0	3,5	1,1	3,6	1,1
MEDELLIN	36.0	3,9	1,0	3,6	1,1	3,7	1,1
INST EDUC GONZALO RESTREPO	165	4,0	0,9	3,7	1,0	3,5	1,0

Matemáticas - Competencias

Grado 5°

Promedio y desviación estándar

Entidad	N Alum	Comunicación		Solución Problema		Razonamiento	
		Pro	Des	Pro	De	Pro	De
NACIONAL	**714.**	**4,4**	**1,2**	**3,8**	**1,0**	**3,96**	**1,2**
ANTIOQUIA	88.8	4,1	1,1	3,6	1,0	3,67	1,1
MEDELLIN	36.0	4,2	1,1	3,6	1,0	3,76	1,1
INST EDUC GONZALO RESTREPO	165	4,1	1,0	3,7	1,0	3,89	1,2

5.2 Necesidades de aprendizaje

Algunas de las necesidades de aprendizaje matemático evidenciadas en el diagnostico son:

- Es la no diferenciación de las áreas y los perímetros, para los estudiantes es casi igual, a tal punto que no diferencian un concepto de otro.
- Tienen problemas con la definición de área en los triángulos, lo que hace pensar que el trabajo con polígonos no se interiorizo por parte de los alumnos.
- También encontramos problemas con las operaciones suma, resta, multiplicación, división. Y estos es de vital importancia para trabajar los conceptos de área y perímetro en geometría.
- Se dificulta en gran Manera el reconocimiento de los diferentes polígonos, es decir, no reconocen los polígonos de más de cinco lados.
- No identifican las propiedades de los triángulos dentro de un polígono regular.
- Tenemos problemas con los sistemas de medición.

En vista de esta problemática tenemos que preguntarnos como docentes si nuestro método de enseñanza es el más adecuado a la hora de dar a conocer un concepto matemático. Es por ello que los lineamientos de matemáticas nos hacen algunas sugerencias en cuanto al proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Los lineamientos curriculares dicen que la enseñanza matemática debe pasar por cinco procesos generales, *La formulación, tratamiento y resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento, La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos* [19].

En este trabajo nos enfocaremos en la modelación teniendo en cuenta que los demás procesos también son de importancia.

Ahora, con respecto a la formulación, tratamiento, resolución de problemas los estándares curriculares nos dicen:

> *"La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas." (MEN).*

[19] Estándares de matemáticas, MEN. 2005

Esta es una de las mejores estrategias que el docente puede utilizar apara despertar algún tipo de inquietud en los estudiantes y motivarlos a trabajar sobre la situación propuesta, este es uno de los objetivos del trabajo, estas situaciones hacen que los estudiantes creen nuevas estrategias para darle solución, mediante esto los docentes están haciendo que los alumnos trabajen a partir de sus conocimientos previos, estos van a ser de gran ayuda, de ahí que la representaciones semióticas que tengan del concepto les pueda ayudar y no se les dificulte demasiado llegar a la definición formal del concepto, y como decía Vinner no confundan la **definición con una imagen del concepto,** hay que tener presente que las representaciones y las imágenes de un concepto son simples ejemplos o comparaciones mentales que los alumnos hacen para darle solución a cierto problema que se les presenta.

A continuación vamos a hablar del tema que va centrar el trabajo de investigación que es la modelación,

> *"La modelación puede hacerse de formas diferentes, que simplifican la situación y seleccionan una manera de representarla mentalmente, gestualmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos, para poder formular y resolver los problemas relacionados con ella. Un buen modelo mental o gráfico permite al estudiante buscar distintos caminos de solución, estimar una solución aproximada o darse cuenta de si una aparente solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos sí es plausible y significativa, o si es imposible o no tiene sentido".(MEN).*

El hombre durante muchos años ha tratado de resolver problemas mediante modelos, esta es una de las muchas estrategias que ha encontrado, en la matemática ha tratado de modelar los números y los diferentes apreciaciones que con ellos puede hacer, este método ha revolucionado de manera interesante la enseñanza de las matemáticas haciendo que estas se vuelvan mas dinámicas para los estudiantes y le vean la importancia que estas pueden tener en su vida cotidiana y en la resolución de problemas. Uno de los objetivos del trabajo de investigación que se esta proponiendo es llevar a los estudiantes a que mediante la resolución de problemas lleguen a la modelización de este, la intención es que los estudiantes generen un modelo, gráfico o mental de una de las formas de generalizar el calculo de las áreas de los polígonos regulares o con base en las áreas de los triángulos, para esto se debe tener claro las propiedades de los triángulos dentro de los polígonos regulares y también encontrar una relación del perímetro dentro de estos polígonos con respecto al área.

La comunicación es de vital importancia dentro de la enseñanza de las matemáticas, es por ello, que los estándares la ponen como uno de los procesos de aprendizaje y si esta se da de manera equivocada puede ocasionar grandes problemas, en los estudiantes, por eso los profesores deben tener cuidado en la transferencia o transposición didáctica de estos conceptos.

> *“A pesar de que suele repetirse lo contrario, las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un*

proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos." (MEN).

El lenguaje matemático no es sencillo de enseñar y mas para los estudiantes de aprender o comprender, por eso, se debe tener presente con los alumnos que términos se van a utilizar para que no hallan problemas en la escritura o en la aprehensión del concepto o definición, mediante el lenguaje matemático también hace que el trabajo en equipo se haga mas productivo, y se trate de llegar a la modelización que como se menciono antes es uno de los objetivos del proyecto de investigación.

Para hacer que los estudiantes tengan un buen razonamiento la situación debe estar apoyada en graficas que llaman la atención, y a partir de esto permitir que los alumnos aporten a la solución del problema trayendo nuevas imágenes del concepto o nuevas representaciones, que como se ha mencionado en varios a partes son unas muy buenas estrategias para la resolución de problemas.

Los estándares del ministerio de educación apoyan lo anteriormente dicho y lo confirma:

> *“Es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas. En esas situaciones pueden aprovecharse diversas ocasiones de reconocer y aplicar tanto el razonamiento lógico inductivo y abductivo, al formular hipótesis o conjeturas, como el deductivo, al intentar comprobar la coherencia de una proposición con otras aceptadas previamente como teoremas, axiomas, postulados o principios, o al intentar refutarla por su contradicción con otras o por la construcción de contraejemplos.”(MEN).*

Las situaciones problema que son la estrategia en este proyecto están dirigidas al razonamiento en el pensamiento métrico, puesto que este pensamiento es el que se interrelaciona con los demás, de manera que con una buena estrategia didáctica se puede lograr una excelente conexión con los otros pensamientos.

> *“Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse,*

ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras."(MEN).

Las herramientas que los estudiantes utilicen para la resolución de problemas, los docentes las tiene que tener bastante presentes puesto que, los estudiantes están recurriendo a sus conocimientos previos para tratar de darle solución al problema, esta representaciones que los estudiantes se están haciendo del problema, hacen parte de la solución del problema, es por ello que el profesor debe leerlo con detenimiento, ya que el estudiante se puede estar acercando a un modelo matemático y darle solución al problema mediante este modelo.

Para darle mas importancia a este trabajo de investigación se va a tener en cuenta el modelo de Van Hiele, para estudiar los procesos de aprendizaje de los estudiantes, estos modelos se componen de tres elementos principales:

1. *Percepción (insight) que se entiende como comprensión de la estructura.*
2. *Los niveles de Van Hiele, son una estratificación del razonamiento humano en una jerarquía de niveles.*
3. *Las fases de aprendizaje, que sirven de guía para diseñar la instrucción a las que se deben exponer los alumnos para ayudarlos a progresar del nivel que se encuentran al siguiente.*[20]

[20] Jaramillo López, Carlos Mario, y Esteban Duarte, Pedro Vicente, "Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele", revista educaron y pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educaron, vol. XVIII, num. 45(mayo-agosto), 2006

El modelo de Van Hiele se ha utilizado para analizar el proceso de aprendizaje de muchas áreas, como son las ciencias naturales, física, química, psicología y por supuesto en las matemáticas, este modelo nos dice en que nivel de aprendizaje se encuentra un estudiante después de aplicarle una serie de tareas que den cuenta de ello.

Los niveles de razonamiento describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que va desde el razonamiento intuitivo de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias. De acuerdo con el modelo de van Hiele si el aprendiz es guiado por experiencias instruccionales adecuadas, avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como todos (nivel 1), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5). El nivel 1 es denominado nivel de *reconocimiento o visualización*; el nivel 2, *nivel de análisis*; el nivel 3 *clasificación o abstracción*; el nivel 4 *deducción*, y el nivel 5 *rigor*. El modelo es recursivo, es decir cada nivel se construye sobre el anterior, concidiéndose el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos como una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos, hacia formas de razonamiento cada vez más deductivas y abstractas. [21]

---

[21] El artículo está publicado en la revista *Signos, Teorías y Prácticas de la educación*. Número 4, páginas 52 - 57. Julio - Diciembre de 1991.

Para este concepto se va atrabajar a partir del geoplano, ya que esta es una de las herramientas más útiles para la comprensión del concepto como tal.

5.2.1 El geoplano como recurso didáctico y uso creativo:

El recurso mas usado por los matemáticos es el tablero, hasta tal punto de manejarlo con gran habilidad. Se trazan a mano alzada rectas paralelas y perpendiculares, circunferencias, planos cartesianos y figuras geométricas del cualquier tipo. El geoplano es más dinámico que el tablero. Permite hacer un trabajo personalizado y es más fácil de fabricar.

El goeplano es, artesanalmente, una tabla cuadrada –por ejemplo de 30 centímetros de lado- con puntillas que pueden ubicarse, formando cuadrados, triángulos, círculos fijos o movibles.

Además, de los muchos juegos que se pueden hacer con el geoplano, mediante su manipulación directa y la organización de figuras, también se pueden identificar las principales propiedades aritméticas y geométricas de un concepto. Los estudiantes pueden sacar sus propias conclusiones y se divierten aprendiendo de modo casi empírico, a partir de los conocimientos previos.

Se ha usado el geoplano en primaria para trabajar con los números triangulares y cuadrangulares para la construcción de figuras planas y la construcción de las tablas de multiplicar. En el manejo de algunos temas de Geometría como el de regiones poligonales y sus áreas.

“el geoplano permite explorar el espacio bi-dimensional (construir figuras geométricas) y la relación área-perímetro, estimar áreas y perímetros, encontrar regularidades y seguir instrucciones. Es además un excelente facilitador del lenguaje logo (lenguaje del computador). El goeplano es un instrumento de trabajo de una vasta riqueza, por que permite que el estudiante construya distintas posibilidades con mayor facilidad que cuando trabaja con lápiz y papel, dado que para “trazar” figuras y modificarlas basta poner y quitar ligas” [22]

6 Problema

¿Cómo facilitar la construcción de los conceptos matemáticos de área de una superficie y su perímetro, mediante los procesos de modelización a través de los niveles de desarrollo propuestos en la teoría de Van Hiele en niños de cuarto grado partiendo de problemas métricos del mundo real?

6.1 Objetivos

6.1.1 Objetivo general

Mediante las fases de desarrollo de modelación matemática, ubicar a los alumnos de cuarto grado de primaria entre los niveles de análisis y clasificación matemática.

---

[22] Situaciones de aprendizaje, modulo 6, pag58.

6.1.2 Objetivos específicos

- Modelar el concepto de área de una superficie mediante el proceso de modelación del perímetro en cualquier polígono a partir de situaciones reales de los estudiantes.
- Utilizar como estrategia de enseñanza el modelo de Van Hiele al lado de la modelación, para crear en los estudiantes la necesidad de elaborar modelos mentales para la solución de cualquier problema matemático propuesto.

7 Modelización matemática

“El propósito de la modelización matemática es explicar un fenómeno o un comportamiento observado en el mundo real, haciendo predicciones respecto de ese comportamiento y analizando los efectos que varias situaciones pueden provocar en el.{………} la modelización matemática consiste en la construcción de una teoría o estructura matemática en la cual se incorporan los factores primarios o las características esenciales del sistema o proceso modelizado. El comportamiento de este sistema puede entonces ser explicado con base en el modelo matemático. En tal caso el modelo es razonable. Pero dada la naturaleza simplificadora del modelo, no puede esperarse que este sea una copia exacta de la realidad….. Cuando una persona piensa en el modelo, lo hace bajo la forma de alguna representación mental de esa estructura. La capacidad para manejar mentalmente el sistema físico que se esta modelizando se ve enriquecida por las distintas representaciones mentales del modelo y por la capacidad de pasar de una de esas represtaciones a las demás.

Cada representación mental del modelo matemático guarda con este una relación semejante a la que el modelo guarda con el sistema físico modelizado. Así como el modelo es una versión parcial y refleja algunas propiedades de este, pero no todas, de igual manera la representación mental del modelo refleja una parte selecta de las propiedades del modelo!” [23]

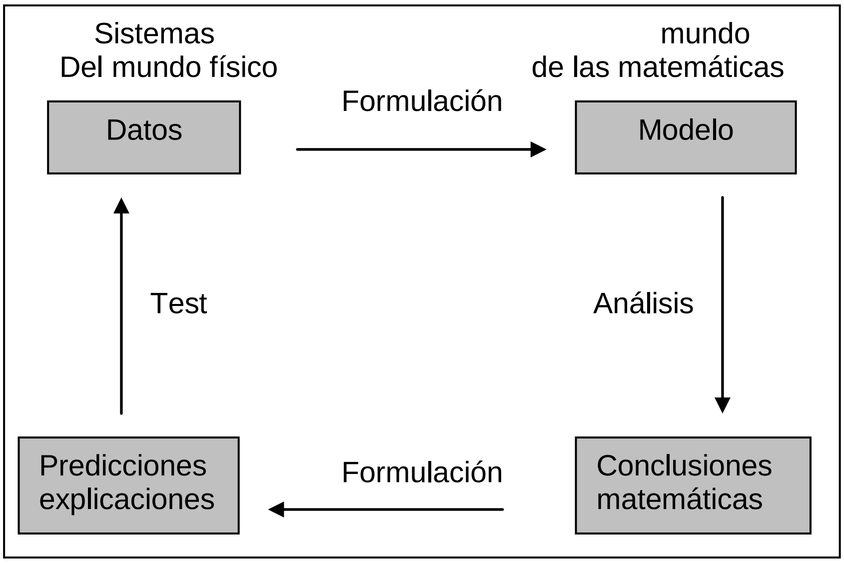


Figura 1.1 el proceso de modelización

Dreyfus describe la conexión entre el modelo matemático y su representación mental en los siguientes términos: “en la modelización, la situación o sistema es físico y el modelo es matemático: en la representación, el objeto a representar es la estructura matemática y el modelo es una estructura mental” [24]

“La modelación matemática es reconocida como una práctica científica y ha sido incorporada a la enseñanza de las matemáticas por la diversidad de significados que

[23] De la torre, Andres, Modelización del espacio y del tiempo, UdeA, editorial universidad de Antioquia, 2003, pag 22.

[24] Dreyfus, T “advance mathematical thinking processes”, en : D. tall, ed. Advanced mathematical thenking, Dordrecht, Kluwer, 1991, pp 95-123

aporta (Blum et al, 1989), sin embargo, es necesario dar cuenta de las implicaciones teóricas que conlleva su incorporación en la escuela y de los cambios que se producen en la naturaleza de las matemáticas que se aprenden. El debate actual sobre el papel de las prácticas en la construcción de conocimiento matemático señala como una hipótesis que la graficación es la categoría que permite articular el uso de la modelación matemática y el uso de la tecnología en actividades matemáticas (Cordero, 2004)."[25]

"un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, grafico o tridimensional que reproduce representa la realidad en forma esquemática para hacerla mas comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema - a veces se dice también "una estructura" – que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender, una imagen análoga que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. Un modelo se produce para poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginados, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar en la demostración. En este sentido, todo modelo es una representación, pero no toda representación es necesariamente un modelo, como sucede con las representaciones verbales y algebraicas que son propiamente modelos, aunque puede estarse interpretando en un modelo. Análogamente, todo modelo es un

[25] Suarez Tellez, Liliana, Cordera Francisco, modelación matemática educativa, cinvestav del IPN, mexico

sistema, pero no todo sistema es un modelo, aunque cualquier sistema podría utilizarse como modelo…..”[26]

“La matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente.” [27]

Cuando el docente crea una buena situación problema, la cual permita que el estudiante pueda sacar una buenas conclusiones matemáticas, y estas obliguen al estudiante a formarse una serie de representaciones mentales que lo lleven a la solución del problema, y ,mediante esta se pueda generalizar este esquema para la solución de otro tipo de problemas, podríamos concluir que el educando esta modelando, ya que la modelación es un modelo que el alumno crea en su mente para llegar a la solución del problema. Todo este tipo de razonamiento está ligado a las situaciones problemas, estas son un eje principal dentro de los cinco procesos generales de razonamiento en matemáticas,

7.1 ¿Como aplicar el modelo de razonamiento de Van Hiele en la construcción del concepto de área y perímetro de una superficie en niños de cuarto grado?

[26] Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, potenciar el pensamiento matemático: ¡ un reto escolar ¡ MEN, Pág. 52

[27] Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, potenciar el pensamiento matemático: ¡ un reto escolar ¡ MEN, Pág. 53

Para trabajar con los estudiantes de grado cuarto el concepto de área de una superficie y perímetro de un polígono, el docente debe tener presente en cual de los niveles de Van Hiele se encuentran los estudiantes. Los niveles de Van Hiele son:

1. Reconocimiento o visualización
2. Análisis
3. Clasificación o abstracción
4. Deducción
5. Rigor

Para pasar de un nivel a otro se deben tener en cuenta las siguientes fases de aprendizaje:

1. Información o indagación
2. Orientación dirigida
3. Explicitación
4. Orientación libre
5. Integración

En este caso, lo que el docente pretende con el trabajo de áreas y perímetros es, pasar a los estudiantes del nivel 2 al nivel 3, es decir, del nivel de análisis al nivel de clasificación o abstracción.

Nivel de razonamiento de análisis (2)

Fases de aprendizaje

- » Información o indagación
- » Orientación dirigida
- » Explicitación
- » Orientación libre
- » Integración

Nivel de razonamiento de clasificación (3)

Entonces, para lograr pasar de un nivel a otro es necesario tener presente el siguiente trabajo.

8 Área de una superficie

Se va a empezar a analizar uno de los conceptos que se va a trabajar mediante los procesos de aprendizaje de los niveles de Van Hiele, para esto se tiene en cuenta las cinco fases de aprendizaje aplicado este modelo. Los alumnos están en el nivel II de aprendizaje y mediante una serie de talleres y situaciones problemas van a pasar al nivel III de este modelo.

8.1 Área de una superficie en un polígono de n lados

8.1.1 El área en un contexto matemático y cognitivo.

Recordemos como ya se ha expresado antes que el pensamiento métrico implica, entre otros aspectos, el dominio de los conceptos, el dominio de cada magnitud y sus medidas. Este dominio exige la comprensión de una serie de procesos que permiten abstraerlas "*de los fenómenos, para medirlas, para compararlas entre si,* *operar con sus medidas y aplicarlas en diferentes contextos; utilizando como herramientas básica los sistemas de medida*”.

En particular la magnitud área y desde el punto de vista algebraico, como ya se trato para las magnitudes extensivas, ésta también se define como. “un semi-grupo conmutativo con elemento neutro y ordenado $(M,+,\leq)$”. Además de que son importantes otras propiedades para su proceso de formalización como: la descomposición de un polígono, la congruencia y la equivalencia de polígonos.

OLMO y otros 1997, definen estas propiedades así:

8.1.2 La descomposición de un polígono:

Si llamamos P un polígono decimos que se puede descomponer en P_1, P_2 , P_3 , P_4…….P_n si P puede ser recompuesta a partir de P_1U P_2 U P_3 U P_4…….UP_n, sin que en espacios vacíos o sin que hayan regiones solapadas (superpuestas). Y escribimos que P= P_1+ P_2 + P_3 + P_4…….+P_n

8.1.3 La congruencia:

Dos polígonos P_1 y P_2 son congruentes si tienen sus lados y sus ángulos respectivos congruentes o iguales. O también se dice que dos polígonos son congruentes si existe un movimiento en el plano que transforma uno en otro.

8.1.4 Equivalencia:

Dos polígonos decimos que son equivalentes si adjuntándoles a ambos un mismo polígono, no solapados con ellos, obtenemos figuras congruentes.

Así mismo, el concepto de magnitud área puede ser entendido cognitivamente como "la extensión de la superficie. O uno de los rasgos o características de los cuerpos que se mide cuantitativamente es el área o extensión". (GODINO. 2002, pag. 17), por lo tanto, una primera aproximación al concepto de área puede "ser mediante procesos de recubrimiento, para luego introducir la idea de que esta es un medio conveniente para expresar el tamaño de una región, es decir, para expresar el numero de unidades requeridas para cubrir una región plana".[28]

Para afianzar a los estudiantes, se proponen los siguientes talleres, tendiendo en cuenta las fases de aprendizaje.

8.2 Fase de aprendizaje 1:(información indagación)

El docente hará un pequeño sondeo de lo que saben los estudiantes acerca del tema usando un taller donde se encuentran diversos tipos de figuras planas. En este taller se preguntara por el nombre de las figuras que conocen y las que no conocen.

[28] Gutierrez, Jesús M, Zapata Fabio, la magnitud superficie, unidad 6, mod 3, pensamiento métrico y sistemas de medidas, gobernación de Antioquia, universidad de Antioquia, 2006. pag 63.

8.2.1 Objetivos

8.2.1.1 Generales:

- Crear en los alumnos la necesidad de utilizar nuevas herramientas para la solución de problemas del contexto en que ellos se mueven.
- Integrar el uso de nuevas tecnologías en las aulas de clase, para la mejor aprehensión de los conceptos matemáticos (perímetro, área) por parte de los alumnos.
- Crear nuevos métodos de enseñanza mediante la adecuación o creación de nuevos ambientes de aprendizaje y así lograr una enseñanza dinamizadora de las matemáticas.

8.2.1.2 Específicos:

- Diseñar actividades que despierten la curiosidad de los alumnos, por comprender los conceptos matemáticos (perímetro-área).
- Verificar mediante estas actividades los procesos de aprendizaje (razonamiento) de los alumnos frente a los conceptos matemáticos.

8.2.2 Descripción de la actividad 1 (ver anexo)

Uno de los problemas por el que los estudiantes pasan es la no aprehensión del concepto de medida, ya que es un concepto que es trabajado por los profesores en las escuelas de forma muy superficial, creando grandes vacíos en los estudiantes.

Es por esto, que vamos a trabajar el tema: **perímetro y área de la superficie en los polígonos regulares e irregulares.**

Motivo:

La construcción del palacio de los reyes de Mountain Green

Nombre de la situación:

El palacio de los reyes de "MOUNTAIN GREEN"

El objetivo es construir el palacio de los reyes Sir Alfred y Mrs Alice en la ciudad Mountain Green, pero esta ciudad tiene algo muy especial y es que todos sus terrenos tienen forma de polígonos y por esta razón los reyes quieren que su palacio le haga honor a su ciudad es decir, esta debe ser construida de forma que su arquitectura sea parecida a la de la ciudad de Mountain Green.

Esta actividad va a ser realizado por estudiantes de **cuarto grado**.

8.2.3 Estándares relacionados:

Pensamiento numérico:

- Describir y argumentar relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes cuando es constante una de las dimensiones.

- Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

Pensamiento métrico:

- Diferenciar atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, volumen, capacidad, masa- peso, tiempo y amplitud angular) en diversas situaciones.
- Utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar la medida de superficies y volúmenes.
- Calcular el área y volumen de figuras geométricas utilizando dos o más procedimientos equivalentes.
- Describir y argumentar relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando es constante una de las dimensiones.

Pensamiento espacial:

- Construir objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Pensamiento variacional:

- Construir ecuaciones e inecuaciones aritméticas como representación de las relaciones entre datos numéricos.

8.2.4 Interpretación de la actividad 1

1. ¿Cuánto miden las áreas de las superficies de los sectores C y G?

   La pregunta fue pensada para hacer notar al alumno la necesidad encontrar el área de uno de los sectores y tomar este como unidad de medida para hacer las comparaciones necesarias para responder las preguntas de manera correcta. En esta pregunta se nota como los alumnos también hacen construcciones alternas para no tener que usar la típica formula del triangulo sino la del rectángulo, pues a partir de esta sale la del triangulo.

2. ¿Qué relación pueden tener las áreas de la superficie de los sectores Ay B?

   Esta pregunta afirma lo que la primera pregunta hace, aquí el alumno ya detecta que existe una unidad de medida para todas las áreas, no saben cuanto vale el área, pues el numero para ellos no existe ya que solo maneja los números naturales, pero saben que A es la mitad de B y que B tiene como área 15 cms cuadrados.

3. ¿Será posible hacer una comparación entre lo que miden el área de la superficies del sector G con respecto al área en total del reino del rey Alfred?, ¿Qué parte del área total representa el sector G?

   Aquí lo que se busca es que los alumnos tomen la unidad de medida que en este caso es A, por que con la pregunta anterior se dieron cuenta que A es la mitad de B y que todo se podía medir con A, encontraron que A cabe exactamente 24 veces en todo lo que se llama Reino de Mountain Green y que A cabe 3 veces en el sector G, entonces la conclusión es que si se podía hacer una comparación del sector G con todo el reino de Mountain Green y que el sector G correspondía a 3/24 de todo el reino.

4. ¿Qué forma tiene el reino de Mountain Green?

   En este caso es necesario que los alumnos, llegue a caracterizar una figura según las propiedades que en ella se cumplen, en este caso fue fácil que ellos identificaran el polígono por sus lados, pero de manera indirecta se trabajo el área de un polígono regular a partir de triángulos, concepto que se puede trabajar con cualquier polígono de n lados.

5. Al final de la lectura se hace una pregunta capciosa y es, ¿cómo se podría calcular lo que mide el reino de Mountain Green de forma mas corta?

   Lo que los alumnos trataron de hacer fue, que como ya tenían la unidad de medida para todos los triángulos, y se dieron cuenta que A es la mitad de B y que B era igual C y también era igual a D+E, concluyeron que el área total del reino de mountain Green era sumar la cantidad de veces necesaria a B, contaron y la cantidad era 6 y como se sabe que B mide 15 cms cuadrados algunos sumaron 6 veces 15, otros multiplicaron 6*15 y llegaron a la respuesta.

6. ¿De qué forma se puede representar el área del reino de Mountain Green?

Esta pregunta es demasiado ambiciosa, pues los alumnos no tienen manejo de la generalidad en esta etapa de su aprendizaje, pero el objetivo no era tanto que la respondieran, sino, que cree en el alumno expectativa en cuanto a las fórmulas, que se dan para hallar cualquier tipo de medida en alguna figura geométrica o espacio geométrico.

Nota: La nomenclatura de los descriptores se hizo de la siguiente forma: el primer digito corresponde a la fase de aprendizaje, el segundo digito corresponde a la actividad y el tercer digito corresponde a la pregunta.

8.2.5 Descriptores actividad 1

1.1.1 El estudiante reconoce un triángulo, sus partes y saben hallar la medida del área de los triángulos.

1.1.2 Identifica las relaciones de comparación de la medida del área de los triángulos con otros polígonos diferentes, sabiendo que esta medida es un número (área).

1.1.3 Reconoce que la medida del área de un polígono (triángulo) puede usarse como unidad de medida para hallar la totalidad del área de un polígono mayor.

1.1.4 Reconoce un polígono diferente al triangulo y que cualquier polígono se puede dividir en triángulos congruentes.

1.1.5 El estudiante logra reconocer que hay un modelo para hallar esta medida de área de un polígono de n lados mediante los triángulos.

1.1.6 Los estudiantes logran identificar que existe un modelo algebraico para hallar la medida del área de un triángulo y mediante esta la medida del área de un polígono de n lados.

8.3 Fase de aprendizaje 2: (orientación dirigida)

1. En esta fase el docente hará una pequeña explicación de los diferentes tipos de polígonos.
2. Los estudiantes mediante uno de los talleres empezaran a indagar sobre las propiedades de estos polígonos. Se empezara a notar que algunas cosas son repetitivas y se intuye que se pueden "generalizar".
3. En esta parte del trabajo el docente debe estar pendiente de lo que los estudiantes están haciendo con la herramienta que es el geoplano.

Para esta fase se propone un taller que tiene como objetivo tratar de elaborar el concepto de área, con la ayuda de un software "GEOPLANO", en la introducción se mencionó la importancia de nuevas tecnologías.

8.3.1 Objetivos

8.3.1.1 Generales:

- Tratar de conceptualizar el área de una superficie teniendo como medio el geoplano.
- Generalizar de manera didáctica y constructivista el concepto de área de un polígono en niños de cuarto grado.

8.3.1.2 Específicos:

- Usar como mediador para la conceptualizacion del área de una superficie el software GEOPLANO, y llegar a la generalización del concepto.
- Mediante el conocimiento de los polígonos regulares, construir el concepto de área, a partir de los cuadriláteros.

8.3.2 Justificación de la actividad 2 (ver anexo)

Para dar a conocer el concepto de área de una superficie se toma como mediador los sistemas informáticos, esta es una herramienta que pocos docentes la usan, debido al desconocimiento de las ayudas que estas nos pueden aportar. Las nuevas tecnologías están tomando un papel importante dentro del aula de clase, puesto que por medio de estas se están generando nuevos espacios de conceptualizacion o nuevos ambientes de aprendizaje. Es importante generar nuevos ambientes de aprendizaje, para innovar un poco en la metodología que el docente tiene concebida, ya que siempre que se utiliza la misma, el conocimiento no va a tener la misma importancia en los estudiantes. Entonces, ¿dónde queda el aprendizaje significativo?

> *"El creador de la teoría del aprendizaje significativo es David Paul Ausubel. Uno de los conceptos fundamentales en el moderno constructivismo, la teoría en referencia, responde a la concepción cognitiva del aprendizaje, según la cual éste tiene lugar cuando las personas interactúan con su entorno tratando de dar sentido al mundo que perciben. Al proceso mediante el cual se construyen las*

representaciones personales significativas y que poseen sentido de un objeto, situación o representación de la realidad, se le conoce como aprendizaje."[29]

Cuando el docente hace que el estudiante le encuentre sentido al conceptos que se esta enseñando, es ahí donde se esta generando las verdaderas matemáticas, por que "**el aprendiz solo aprende cuando encuentra sentido a lo que aprende**." [30]

El aprendizaje significativo, además de encontrarle sentido a las matemáticas es facilitar de cierto modo el razonamiento que se hace a la hora de dar solución a un problema, pues el estudiante no va a necesitar de la memoria para resolverlo, mas bien, va a reconstruir el concepto de tal modo que va a solucionar el problema con un método equivalente al que se le había enseñado. Entonces cuando utiliza esta herramienta del aprendizaje, lo que el alumno esta haciendo en su razonamiento es la construcción de un **MODELO MATEMATICO**.

Para esta actividad se cuenta con un software de computación, que simula un geoplano, este programa es gratis, es muy sencillo de manejar.

Para trabajar el concepto de área de una superficie, simulamos que todo el ambiente en el que se movía la tortuga "PACHA", es el pueblo en el que ella vive y que cada cuadricula de este ambiente equivalía a una cuadra del pueblo, a partir, de

[29] El aprendizaje significativo y la evaluación de los aprendizajes, Jorge l. rivera Muñoz. REVISTA DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA AÑO 8 N.° 14 (2004). Pág. 47.

[30] El aprendizaje significativo y la evaluación de los aprendizajes, Jorge l. rivera Muñoz. REVISTA DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA AÑO 8 N.° 14 (2004). Pág. 47.

este se empezaron a realizar una serie de preguntas. Para la realización de esta actividad, fue necesario que en cada computador estuvieran dos alumnas, ya que no teníamos suficientes equipos para hacerlo individual, esta actividad se hizo con la guía del profesor.

Motivo:

La medida del pueblo de Pacha.

Nombre de la actividad:

Vamos a medir el pueblo de Pacha.

Esta actividad se basa en una serie de preguntas que hacen que los estudiantes sigan unas ordenes y mediante estas hagan que Pacha deje un rastro por donde va pasando, este forma unas figuras o polígonos, mediante una forma intuitiva o tanteando se va a llegar a la conceptualizacion de lo que es el área de un cuadrilátero.

8.3.3 Estándares relacionados

Pensamiento métrico y sistemas de medidas.

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

- Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior de algunos polígonos.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas, y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Conjeturo y justifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

8.3.4 Interpretación de la actividad 2

Las preguntas planteadas en la actividad fueron pensadas para que se siguieran unos recorridos. A través de estas formar unos cuadriláteros y hallarle la medida del área de la superficie.

Las preguntas 1, 2 y 3 están planteando como por medio del recorrido que hace la tortuga Pacha. Se forman unos cuadriláteros, cuya unidad de medida es la cuadra del pueblo.

La pregunta 4 tiene como objetivo, saber si los estudiantes perciben que las áreas de diferentes polígonos se pueden sumar.

La pregunta 5 tiene como objetivo saber que tanto entendieron el concepto que se esta trabajando, aunque los estudiantes no saben el nombre técnico del concepto.

La pregunta 6 esta planteando si de pronto han intuido una forma mas corta para hallar la solución.

La pregunta 7 esta pensada para saber si los estudiantes de pronto han encontrado el nombre técnico del concepto o no.

8.3.5 Descriptores actividad 2

- 2.2.1 Los estudiantes tienen claro el proceso de lateralidad (arriba, abajo, derecha, izquierda) y además reconocen los cuadriláteros de los demás polígonos. (este descriptor toma las preguntas 1, 2 y 3)
- 2.2.4 Se percatan de que la medida de área es un número y por lo tanto cumple con las propiedades de los números naturales.
- 2.2.5 Han creado un modelo intuitivo mediante el conteo o la fórmula para hallar la medida del área de un cuadrilátero cualquiera.
- 2.2.6 Han logrado crear un modelo para hallar el área de un cuadrilátero.
- 2.2.7 Logran los estudiantes generalizar este modelo para hallar el área de cualquier polígono.

8.4 Fase de aprendizaje 3: (Explicitación)

1. El trabajo del docente debe ser de total acompañamiento con los estudiantes, pues en esta fase de aprendizaje el estudiante debe clarificar como mínimo el concepto de polígono, y los diferentes tipos de polígonos.

2. Cuando esto se halla trabajado, fortalecer más las propiedades de estos mediante el geoplano, y talleres adicionales.

> *"Esta es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre alumnos y en las que el papel de profesor se reduce en cuanto a contenidos nuevos y sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos en cuanto a lo requerido en ese nivel.*
>
> *La interacción entre alumnos es importante ya que les obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás."* [31]

El trabajo que se hace con los estudiantes en esta fase de aprendizaje, es mediado por una serie de preguntas que hacen que las dudas de los estudiantes se clarifiquen. Hay muchas formas de hacer este trabajo, puede ser mediante una actividad que mediante el error se le pueda explicar al alumno el significado o el proceso de cierto concepto matemático, en este solo se tendría en cuenta los resultados que arroje la actividad propuesta, otra seria mediante un conversatorio

[31] Modelos de Van Hiele para la didáctica de la geometría, Fernando Fouz, Berrizagune de Donosti

donde los alumnos lanzan todas sus inquietudes, es decir, todas las dudas de los estudiantes son resueltas por el profesor, en este caso el papel del profesor es de vital importancia, puesto que es el mediador de la discusión, este método es el mas adecuado ya que le permite ver al profesor que tanto saben los niños del concepto matemático propuesto.

Durante la discusión el grupo estuvo muy dispuesto y motivado, de tal modo que las preguntas formuladas por parte de las alumnas fueron bastante interesantes, de un grupo de 42 estudiantes, 18 participaron de manera muy activa 10 estuvieron apoyando algunas preguntas de las demás y las 24 restantes estuvieron pasivas en sus escritorios.

Algunas de las preguntas planteadas a los alumnos para clarificar el concepto de área de una superficie.

Para realizar este trabajo, se uso el método de constructivista, donde los estudiantes dan sus ideas y mediante estas se llega a la definición del concepto con la ayuda del profesor.

8.4.1 Estándares relacionados:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos.

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

- Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un calculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Pensamiento métrico y sistemas métricos.

- Utilizo y justifico el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación.

8.4.2 Preguntas hechas a los estudiantes.

¿Qué significa para cada uno de ustedes "área de un polígono o de una superficie"?

¿Creen que el área es una medida? ¿porque?

Según los ejercicios trabajados en clase, ¿creen que hay una forma más sencilla de hallar esta medida en los cuadriláteros?

¿Cómo creen que podemos llegar a esta forma?¿hay varios caminos? Diga cuales.

¿Cuál es el modelo general para llegar a la solución de cualquier problema que nos pregunte sobre áreas de un cuadrilátero cualquiera?

Entonces, ¿como hallaríamos la medida del área de un triangulo usando el modelo de solución de los cuadriláteros?

8.4.3 Algunas respuestas de los estudiantes:

Repuestas a la pregunta 3.1:

Profesor: ¿Qué significa para cada uno de ustedes "área de un polígono o de una superficie"?

Estudiante1: Lo que miden los bordes de la figura.

Estudiante 2: Lo que hay dentro de la figura.

Estudiante 3: Lo que cubre la figura.

Estudiante 4: Lo que mide toda la figura.

Estudiante 5: Es el espacio que ocupa la figura.

Profesor: el área de una superficie o un polígono es todo lo que hay dentro de la figura, lo que cubre la figura, lo que mide toda la figura.

Respuestas a la pregunta 3.2:

Profesor: ¿creen que el área es una medida? ¿Por qué?

Estudiante 1: no, porque con el área no se puede medir otra cosa.

Estudiante 2: si, pero no sé, por que con lo único que se puede medir otra cosa es con el metro.

Estudiante 3: si es una medida, pero no sé explicar por que es una medida……..

Estudiante 4: si es una medida, por que cada que hallamos el área de un polígono este siempre nos da un número.

Estudiante 5: no, por que el área de los polígonos son el espacio que ocupan y el espacio no se cuenta.

Profesor: el área si es una medida, pues cada que buscamos el área de un polígono lo que hallamos es un numero que nos da cuenta de esta medida.

Respuestas a la pregunta 3.3:

Profesor: según los ejercicios trabajados en clase, ¿creen que hay una forma más sencilla de hallar esta medida en los cuadriláteros?

Estudiante 1: si, hay una forma mas corta y es contando lo que hay dentro de la figura.

Estudiante 2: si, sumando todas las filas……..

Estudiante 3: si, sumando………

Estudiante 4: Sumando cuanto hay en una fila y luego sumando lo que hay en una columna y se multiplican.

Estudiante 5: si, multiplicando………

Profesor: claro que hay una forma mas corta de hallar esta medida, y realmente todas tienen parte de la respuesta, pues es necesario sumar y multiplicar, basta con que se sepa cuanto mide una de sus columnas y una de sus filas y luego multiplicarlas. Y con esto hallamos el área de forma sencilla sin necesidad de contar mucho.

Respuestas de la pregunta 3.4:

Profesor: ¿Cómo creen que podemos llegar a esta forma? ¿Hay varios caminos? Diga cuales

Estudiante 1: si profe, como nos dijo multiplicando, esa es la única forma.

Estudiante 2: si, multiplicando como usted nos dijo y sumando todo esas son las formas.

Estudiante 3: profe, las única forma es la que usted nos enseñó.

Estudiante 4: profe yo sumaria todo y esta es una forma o haría lo que usted nos enseñó.

Estudiante 5: no profe, yo usaría la que nos acabó de enseñar.

Profesor: recuerden niñas que la matemática nos ofrece siempre varios caminos para la solución de los problemas, no siempre es necesario tener una fórmula para solucionar un problema, es necesario ver que camino es mas corto, algunas veces la fórmula lo hace corto otras veces no, y debemos tomar otro atajo. Es cierto, otro de los caminos es contar o sumar todo lo que hay dentro de la figura.

Respuestas a la pregunta 3.5:

Profesor: ¿Cuál es el modelo general para llegar a la solución de cualquier problema que nos pregunte sobre áreas de un cuadrilátero cualquiera?

Estudiante 1: profe pero no se que es un modelo.

Profesor: un modelo es lo que usted crea en su cerebro como herramienta para dar solución a un problema cualquiera. Por ejemplo: cuando les pregunto cuanto es 9 x 4.

Algunas de ustedes hacen lo siguiente:

Suman 9 x 4 = 9 + 9 + 9 + 9= 36

Otras dicen 9 x 4= 40 - 4 = 36 multiplican por 10 que es más fácil y le restan 4

Otras dicen 9 x 4 = (9 x 2) + (9 x 2) = 18+18 = 36.

Entonces cada uno de estos procedimientos son validos y también son modelos que cada uno de nosotros usamos para dar solución a los diferentes problemas.

Estudiante 1: entonces profe el único modelo es el que usted nos enseñó….

Profesor: niñas en el ejemplo anterior ¿solo les mostré un modelo?

Estudiante 1: no profe.

Estudiante 2: creo que no hay solo un modelo, mire que también se puede hallar el área sumando.

Estudiante 3: si hay varios tipos de modelo como así ¿que un modelo general?

Profesor: si un modelo que nos solucione todos los problemas que contengan hallar el área de un cuadrilátero cualquiera.

Estudiante 3: entonces seria el que hablamos hace un rato. Multiplicando lo que mide sus columnas con lo que mide sus filas.

Estudiante 4: si multiplicando lo que mide sus columnas con lo que mide sus filas.

Estudiante 5: si creo lo mismo multiplicando sus filas con sus columnas.

Profesor: muy bien niñas uno de los modelos generales para hallar el área de un cuadrilátero cualquiera es por medio de la multiplicación de lo que mide una de sus columnas con la medida de una de sus filas.

Respuestas a la pregunta 3.6:

Profesor: entonces, ¿como hallaríamos la medida del área de un triangulo usando el modelo de solución de los cuadriláteros?

Estudiante 1: no se profe
Estudiante 2: no entiendo profe…

Las demás estudiantes tampoco entendieron la pregunta

Profesor: niñas, si trazamos una de las diagonales al cuadrilátero, ¿Cuántos triángulos nos quedan?

Estudiantes (todas): dos, profesor.

Profesor: entonces ¿Cómo podemos hallar el área a uno de los triángulos?

Estudiante 1: no se profe, midiendo todo el cuadrado y luego restar la mitad.

Estudiante 2: hallar lo que mide todo el cuadrado y dividirlo en dos.

Estudiante 3: multiplicar lo que mide una de las columnas con lo que mide una de sus filas y eso dividirlo en dos, por que salieron dos triángulos.

Estudiante 4: si creo que aplicando el modelo que usted nos enseño hace un rato y lo que dé dividirlo en dos por que quedaron dos triángulos.

Estudiante 5: multiplicar y lo que dé dividirlo en dos.

8.4.4 Descriptores entrevista 1

El estudiante reconoce el área y el perímetro de un polígono como un número.

El estudiante diferencia y ordena, en objetos y eventos, propiedades y atributos que se puedan medir.

El estudiante utiliza diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie de un polígono. Aplica para la pregunta 3.4.

3.1.3.5 El estudiante representa y relaciona patrones numéricos en tablas y reglas verbales.

3.1.3.6 Modeliza el área de una superficie como una teselación

8.5 Fase de aprendizaje 4: (orientación libre)

1. durante la orientación libre, los estudiantes tendrán en sus manos el geoplano y taller para ser resuelto en grupos, en este el profesor dejara que los alumnos traten de encontrar diferentes tipos de soluciones a los ejercicios propuestos, esto hará que las estrategias sean todas diferentes pero que a la final los lleva al mismo camino o a la misma respuesta.

> “Aparecen actividades mas complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario. Estas actividades deberán lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordados de manera diferentes o puedan ser de varias respuestas validas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y un lenguaje cada vez mas potente.”[32]

Para lograr trabajar con los alumnos en esta fase de aprendizaje se tuvieron que tener en cuenta algunos casos especiales, ya que no todos los estudiantes estaban comprendiendo el tema, fue necesario hacer un repaso para tener a todos los alumnos en un mismo nivel, este se hizo mediante una serie de preguntas que involucraban el concepto que se explicó

[32] Modelos de Van Hiele para la didáctica de la geometría, Fernando Fouz, Berrizagune de Donosti

Con estas preguntas se lograron aclarar las dudas y poder proponer o trabajar la actividad que se tenía planeada para esta fase de aprendizaje.

8.5.1 Objetivos:

- Identificar unidades de medida para encontrar el área de una superficie poligonal, mediada por una serie de gráficos.
- Comprender algunas propiedades de las medidas de longitud como son el área de una superficie.

8.5.1.1 Objetivos específicos:

- Analizar y comprender como hallar el área de los diferentes polígonos (triángulos, cuadriláteros), mediante problemas o situaciones de la vida cotidiana que lleven a los estudiantes a formular diferentes tipos de soluciones.
- Reconocer mediante problemas o situaciones que el área de una superficie de un polígono esta dando cuenta de un número, el cual cumple con las propiedades (aditivas) del conjunto (naturales, enteros, racionales, etc.)

8.5.2 Justificación de la actividad 3 (ver anexo)

Esta actividad fue pensada desde la misma situación que los estudiantes viven a diario en sus vidas, trata de contextualizar a los alumnos y de que vean que las matemáticas están ligadas a la vida y que pueden ayudar a dar solución a los diversos problemas.

Ahora utilizando los conceptos de teselación y mosaicos ayudar a los estudiantes a comprender el concepto de área de una superficie de un polígono (triángulos y cuadriláteros). Esta es una buena estrategia, puesto que se puede ejemplificar de tal modo que los estudiantes lo pueden entender, con un caso cotidiano por ejemplo,

Si don Pedro necesita embaldosar la sala que tiene una medida de 16 mts^2, con una baldosa cuadrada que mide de lado 20 cms. ¿Cuántas baldosas necesita don Pedro para embaldosar toda la sala?

Con este tipo de ejercicios los docentes están haciendo que los alumnos le den significado a las matemáticas

Nombre de la actividad:

Midiendo, midiendo………..

8.5.3 Estándares relacionados.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales o dibujos y figuras geométricas bidimensionales.

Pensamiento métrico y sistemas de medida.

- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y en los eventos la duración.
- Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.
- Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.
- Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numéricos, geométrico, musical, entre otros).
- Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

8.5.4 Interpretación de la actividad 3

En la pregunta 1 se esta usando el concepto de teselaciones como ayuda para la medición de el área de una figura poligonal con unidades de medida no convencionales.

Las preguntas 2 y 3 tienen como objetivo, hacer ver a los alumnos la relación que tienen los conceptos de área de una superficie y perímetro de un polígono.

La pregunta 4 hace referencia a las propiedades que tiene el área de un polígono.

8.5.5 Descriptores de la actividad 3

4.3.1 Logran los estudiantes reconocer las teselaciones como una herramienta para dar solución a los problemas de áreas en los polígonos (triángulos, cuadriláteros, etc.). Además logran identificar las diferentes unidades de medida (convencionales y no convencionales)

4.3.2 Es claro para los estudiantes las propiedades del cuadrado y la relación que tiene el perímetro con el área en este polígono que es especial por ser regular. (este descriptor toma la pregunta 3)

4.3.4 El estudiante se percata de que se puede crear un modelo matemático para darle solución a este tipo de problemas. Mediante diferentes medios de solución

9 Perímetro

9.1 Fase 2: (orientación dirigida)

Nombre de la actividad: iniciemos el recorrido del pueblo Garden City.

9.1.1 Estándares relacionados:

Pensamiento numérico:

- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalita directa e inversa.

Pensamiento espacial:

- Utilizo sistemas de coordenadas par especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Pensamiento métrico:

- Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de las medidas.

Pensamiento aleatorio:

- Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

Pensamiento variacional:

- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica con tablas y reglas verbales.

9.1.2 Objetivos:

- Resolver problemas de perímetro mediante el reconocimiento de las propiedades de los polígonos con la ayuda del geoplano.
- Usar el geoplano como mediador para la aprehensión del concepto de perímetro.

9.1.2.1 Objetivos específicos:

- Resolver problemas de perímetro con la ayuda del geoplano.
- Reconocer el perímetro como la distancia que se recorre alrededor de una figura.

9.1.3 Justificación actividad 2 (ver anexo)

Actividad propuesta para esta fase de aprendizaje se pensó en la necesidad que tienen los estudiantes, de una nueva metodología de enseñanza por parte de los docentes. En esta actividad se uso como mediador un programa de computador, llamado "geoplano", es un software gratuito, el cual nos permite enseñar este concepto desde lo virtual, el programa tiene una cuadricula y una tortuga que obedece a los comando que se le den (girar a la izquierda, a la derecha, subir, bajar).

9.1.4 Análisis de la actividad 2

En la pregunta 1, 2, 3, 4, 5 y 6 tienen como objetivo relacionar estas medidas de perímetro a los diferentes tipos de polígonos, primero identificando que tipo de polígono es, cuadriláteros, triángulos, ú otros, y luego mirar que pasa con la distancia recorrida alrededor de ellos.

En la pregunta 7 se espera que es alumno de una manera intuitiva diga que es lo que esta pasando con esta serie de recorridos alrededor de polígonos, mediante una explicación corta.

En la pregunta 8 se indaga que tanto saben los estudiantes de este tipo de recorridos alrededor de los polígonos, si han escuchado de algún concepto matemático que tenga que ver con lo que esta proponiendo el ejercicio.

9.1.5 Descriptores de la actividad 2

2.2.1 Los alumnos identifican los cuadriláteros y los triángulos como polígonos. además encuentran una relación de la medida que se esta haciendo con ellos (este descriptor aplica para las preguntas 2, 3, 4, 5, 6)

2.2.7 El estudiante justifica mediante las representaciones mentales el concepto de perímetro en los polígonos (cuadriláteros, triángulos).

2.2.8 El estudiante ha creado un modelo para dar una descripción científica del concepto de perímetro.

9.2 Fase 3: (Explicitación)

9.2.1 Estándares relacionados:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos:

- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.
- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas.

- Selecciono unidades tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Utilizo y justifico el uso de estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación.
- Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.
- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.

9.2.2 Objetivos:

- Realizar conjeturas matemáticas con los alumnos teniendo como mediador el geoplano en el campo de los polígonos (perímetros).
- Relacionar los conceptos de perímetro y área en los polígonos (triángulos, cuadriláteros), teniendo en cuenta sus propiedades intrafigurales.

9.2.2.1 Objetivos específicos:

- A partir de diferentes opiniones de los alumnos relacionar el área de un polígono con su perímetro.
- Observar que tipos de estrategias usan los alumnos para llegar a la solución de algunos problemas matemáticos.

9.2.3 Justificación actividad 3 (ver anexo)

Mediante esta actividad se retomaran los conceptos de áreas y perímetros aplicados a los polígonos, mediante ejercicios que tengan que ver con la vida cotidiana.

Para realizar esta actividad tomaremos como ayuda el mundo de Pacha, esta nos va a representar las unidades de medida que se están pidiendo en las medidas (perímetro y área) de un polígono.

9.2.4 Análisis de la actividad 3.

Para la pregunta 1 se espera que el estudiante tenga claro el concepto de área de una superficie y las propiedades de los polígonos regulares, y mediante esto confirmar la relación que tiene el área del cuadrado con su perímetro.

Para la pregunta 2 el estudiante debe saber cuales son las partes un cuadrado entre ellas que es una diagonal, además ver que pasa cuando se le traza una de estas al cuadrado, con esta pregunta se logra aclarar mas que sucede con el área del cuadrado o del rectángulo, se puede verificar que la divide en dos área congruentes.

Para la pregunta 3 se puso que se construyera en el geoplano y se tomara cada cuadrado con área 1 cm^2 o que cada cuadrado que forma la cuadricula tiene como medida 1 cms entonces, lo que tenían que hacer los alumnos es contar cuanto mide el recorrido alrededor del rectángulo con las medidas dadas al inicio.

Para la pregunta 4 como se ha venido trabajando el concepto de área debe estar claro, hasta tal punto de saber como hallarla de manera algebraica, es decir, $A = L \times L$, siendo A el área y L el lado del cuadrado. Ahora, que significa para ellos el perímetro de la figura, y que modelos encontraron para hallarlo.

9.2.5 Descriptores para la actividad 3

El estudiante reconoce las propiedades intrafigurales e Interfiguales del cuadrado. Además que el perímetro de un cuadrilátero puede variar según su área.

Reconoce que la diagonal de un cuadrado o un rectángulo divide el área de este en dos áreas iguales. Crea una representación mental para justificarlo mediante casos particulares.

Reconoce las unidades de medida convencionales de las no convencionales aplicadas a los conceptos de áreas y perímetros.

Justifica de manera clara teniendo presente el modelo general para hallar el área, un nuevo proceso de razonamiento para hallar el perímetro de un polígono (triangulo, cuadrilátero).

9.3 Fase 4: (orientación libre)

Nombre de la actividad: **El pueblo de Pacha**.

9.3.1 Estándares Relacionados.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

- Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identifico y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas, y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
- Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas.

- Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Utilizo y justifico el uso de estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación.
- Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos.

- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.

9.3.2 Objetivos

- Identificar la definición del concepto de perímetro como la distancia que se recorre alrededor de un polígono.
- Crear diferentes modelos de razonamiento para la solución de problemas de perímetros en situaciones reales de los estudiantes.

9.3.2.1 Objetivos específicos.

- Afianzar el concepto de lateralidad de los estudiantes mediante el seguimiento de instrucciones en el plano.
- Identificar diferentes modelos de solución a problemas de perímetros teniendo presente la realidad de los estudiantes.

- Reconocer mediante diferentes tipos de modelos que el perímetro de cualquier polígono es el resultado de la suma de todos sus lados.

9.3.3 Justificación de la actividad 4 (ver anexo)

Esta situación se pensó teniendo en cuenta la realidad de los estudiantes, puesto que ellos a diario deben hacer un recorrido de la casa a la escuela y viceversa, esta puede ser en automóvil o caminando, entonces a partir de esto se puede realizar un buen acercamiento al concepto que estamos trabajando, que es el perímetro de un polígono, es importante saber que como ellos en el transcurso del viaje no ingresan a ninguna parte sino a la escuela es bastante pertinente el símil con el pueblo de Pacha. Además para justificar que el perímetro es una distancia contamos con el reloj medidor de distancias en el automóvil y en el caso de los que se movilizan caminando, la cantidad de cuadras que caminan hasta el colegio.

9.3.4 Análisis de la actividad 4

La pregunta 1 tiene como objetivo que los estudiantes tengan una buena ubicación dentro del plano, en este caso dentro del pueblo de Pacha, además que mediante este recorrido que se plantea mediante una serie de coordenadas, los alumnos se creen diferentes tipos de modelos para realizar el ejercicio o dar solución al problema.

La pregunta 2 ya no se le esta diciendo al estudiante que haga un recorrido, sino identifique o se cree una representación mental de lo que mide el parque con las dimensiones dadas y pueda lograr encontrar el perímetro del parque.

La pregunta 3 tiene como objetivo que el alumno identifique que no solo hay polígono convexos sino que también hay no convexos y que ha estos también se les puede hallar el perímetro de la misma forma.

La pregunta 4 y 5 se debe tener en cuenta las coordenadas que se están dando para lograr encontrar la figura a la que se le desea hallar el perímetro, para la solución de este problema es necesario que se tenga muy claro la ubicación dentro de un plano, es decir las coordenadas.

9.3.5 Descriptores de la actividad 4

4.4.1 Crear diferentes modelos para hallar el perímetro mediante las coordenadas que se dan dentro del pueblo de Pacha. El alumno sabe que es una longitud y una unidad de medida.

4.4.2 El estudiante tiene un modelo de representación de perímetro el cual dice que el perímetro es la suma de todos los lados del polígono.

4.4.3 El estudiante reconoce que es un polígono no convexo. Utiliza nuevos métodos de solución para hallar el perímetro a este tipo de polígonos.

4.4.4 Mediante la lateralidad que los alumnos manejan crear un modelo algebraico para hallar el perímetro de cualquier polígono convexo y no convexo.

9.4 Fase de aprendizaje 5: (Integración)

2. En esta parte del trabajo se hace una puesta en común, entre todos los estudiante para dar a conocer las respuestas encontradas para la solución de la situación problema, en esta parte el docente debe permitir que los estudiantes expongan lo que encontraron.
3. Sacar una conclusión de todas las respuestas.
4. Hacer notar a los estudiantes que a pesar de que todos los caminos que usaron son diferentes, la respuesta es una y se puede generalizar.

"Los alumnos revisan ahora los métodos que tienen a su disposición y lanzan una mirada de conjunto, con lo cual unifican los objetos y las relaciones y logran asimilarlos internamente en un nuevo dominio de pensamiento. La ayuda del maestro en esta fase consiste en proporcionar a los alumnos algunas vistas panorámicas de aquello que ellos ya conocen, teniendo en cuidado de no presentarles ideas nuevas o discordantes.

Hoffer observa que la tercera fase de aprendizaje – la de explicación – no debe confundirse con las explicaciones dadas por el maestro, pues lo esencial en esta fase son las observaciones que los estudiantes formulan explícitamente más que las lecciones que reciben. Las fases de aprendizaje de Van Hiele pueden ponerse en correspondencia con las fases consecutivas – exploración, formalización, y asimilación – postuladas por Polya."[33].

---

[33] De la Otorre, Andres, Modelización del espacio y del tiempo, UdeA, editorial universidad de Antioquia, 2003, pag 13.

9.4.1 Actividad evaluativa 5 (ver anexo)

9.4.2 Estándares relacionados:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.

Pensamiento métrico y sistemas de medida.

- Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie de un polígono.
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de esas medidas.

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

- Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Represento datos usando tablas y gráficas.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
- Construyo igualdades y desigualdades numéricas con representación de relaciones entre distintos datos.

9.4.3 Objetivos:

- Identificar mediante situaciones reales del alumno las relaciones de los conceptos de área y perímetro de un polígono.

9.4.3.1 Objetivos específicos:

- Identificar las propiedades de los cuadriláteros, especialmente el cuadrado (diagonales).
- Modelizar el concepto de área mediante el modelo del concepto de perímetro.

9.4.4 Descriptores actividad evaluativa 5

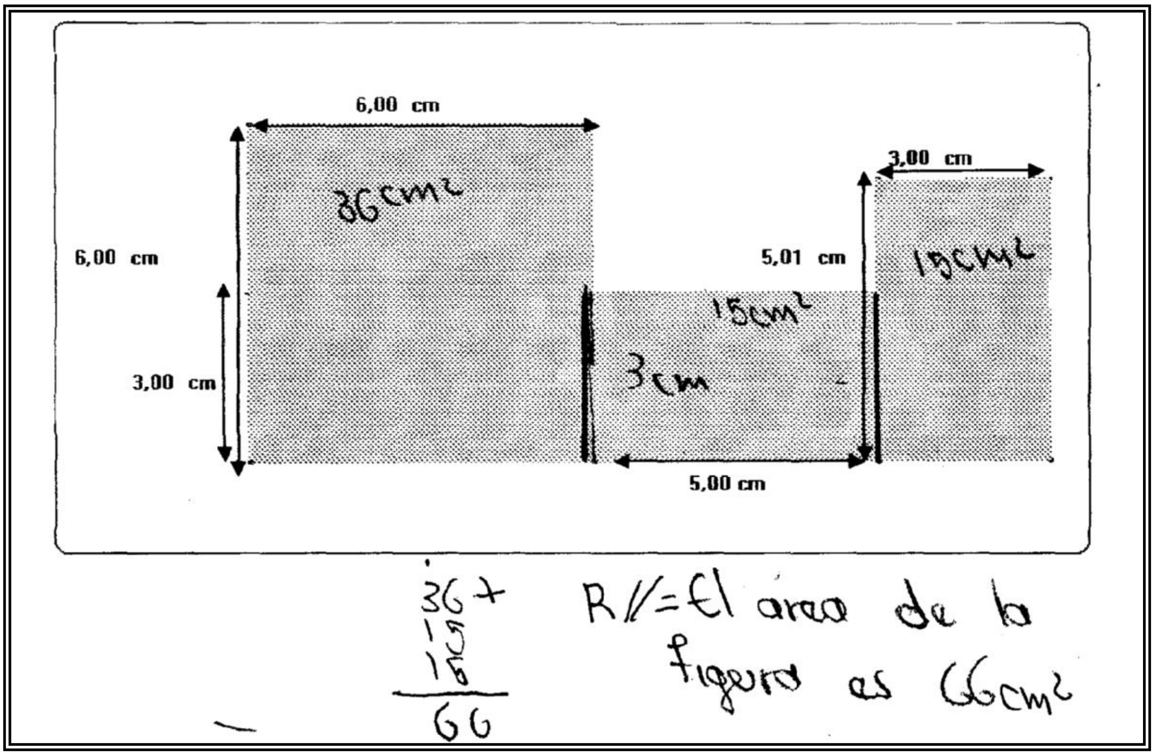
El estudiante descompone un polígono en otros polígonos de medida de área igual. Además reconoce el área de un polígono como un número que da cuenta de una medida

El estudiante relaciona el perímetro de un polígono con su área, y resuelve problemas de áreas a partir de las teselaciones. También para la pregunta 3

10 Respuestas de los estudiantes a algunas de las actividades

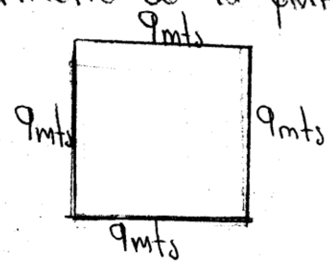
10.1 Actividad 3 para el área (ver anexo)

Para la pregunta 4



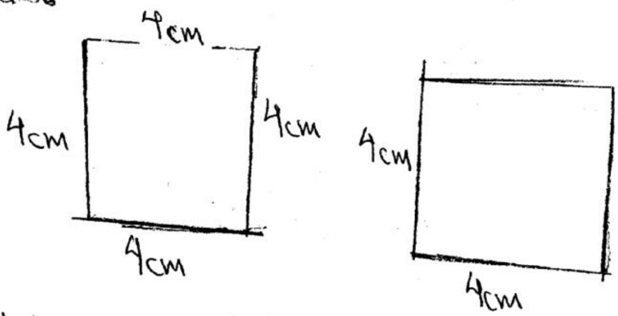
Para la pregunta 2

2- Si el perímetro de la pintura es 36 mts el área sería 81MTS.



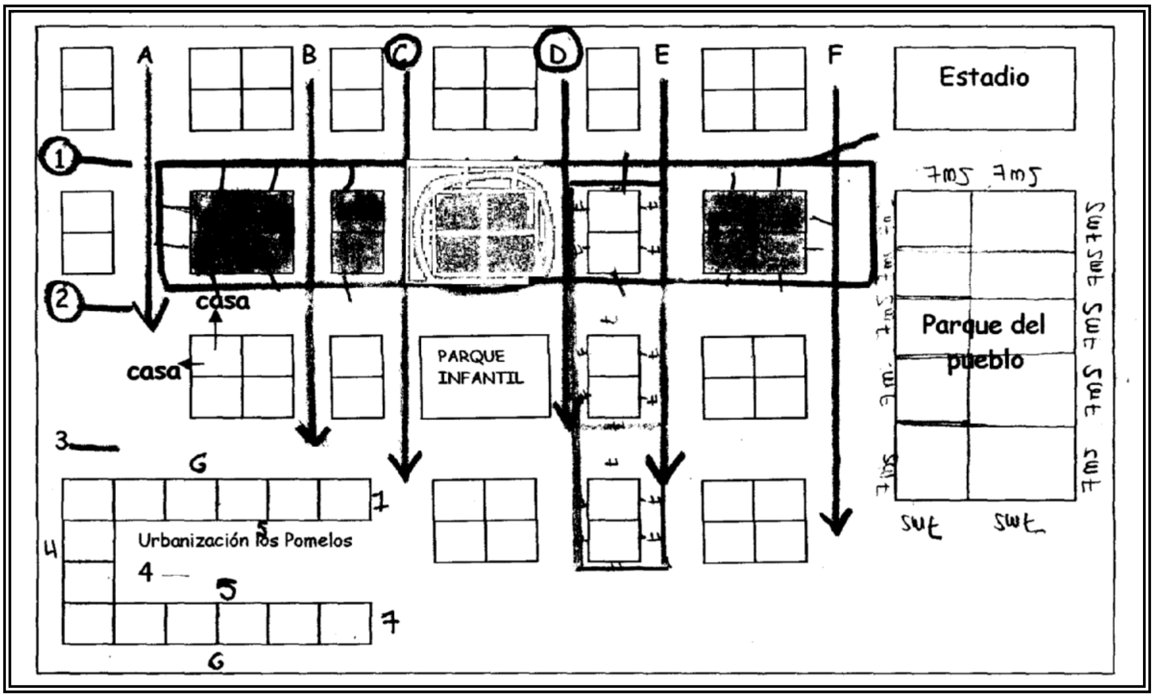
Para la pregunta 3

3-La figura geometrica q. tiene el área igual al perímetro es el cuadrado.



11.1 Actividad 4 para el perímetro (ver anexo)

Son los diversos recorridos que se le propusieron en la actividad



Respuestas a las preguntas

1. 7 x 8 = 56 debemos recorer 56 coadras.

2. entotal de largo es 35 y de ancho 14.

3. Si Pacha recore la orbanización los Pomelos tiene que hacer 2

28
42
42 +
35
35
14
7
7
—
210

139

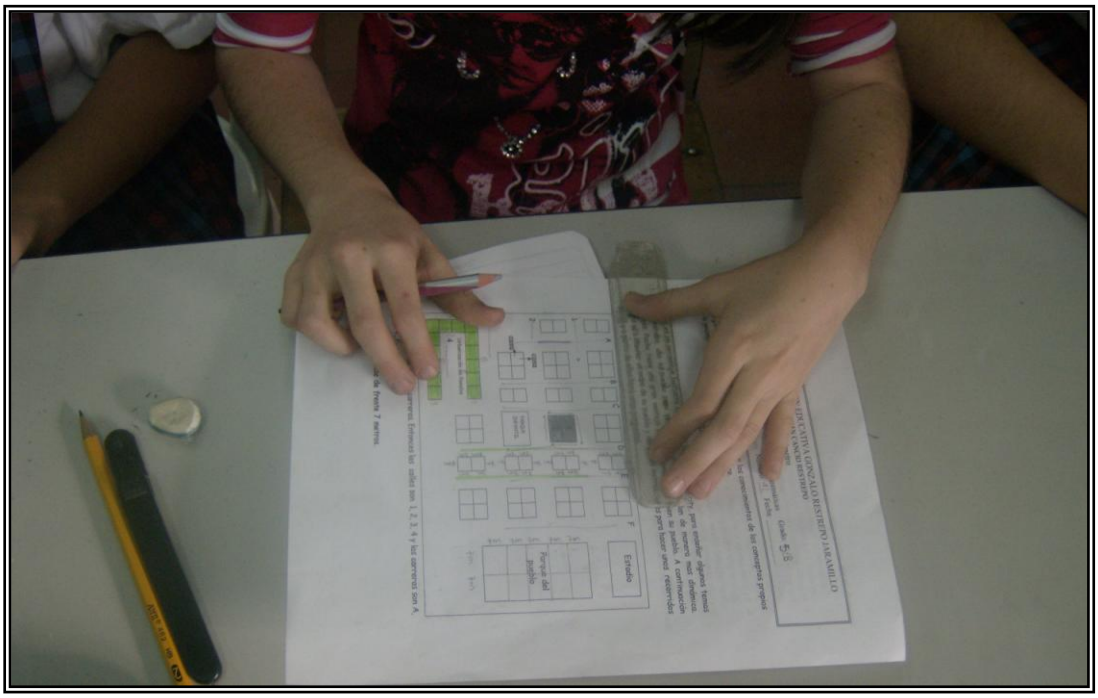
4. entre todo Pacha debe recorrer 133.

5. en total del recorrido es 139.

10.2 Los estudiantes trabajando en la actividad 2 para el área (ver anexo)

Estudiantes de la Institución Educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo sede Juan Cancio Restrepo

10.3 Actividad 4 para el perímetro (ver anexo): trazando los recorridos



Estudiantes de la Institución Educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo sede Juan Cancio Restrepo

10.4 Actividad 4 para el perímetro (ver anexo)

Estudiantes de la Institución Educativa Gonzalo Restrepo Jaramillo sede Juan Cancio Restrepo

11 Análisis de los resultados para el área.

tabla de resultados de los análisis de las actividades de área																							
	actividad 1: fase 1						actividad 2: fase 2					entrevista: fase 3					actividad 3: fase 4			fase 5		resultados	porcentaje
	1,1,1	1,1,2	1,1,3	1,1,4	1,1,5	1,1,6	2,2,1	2,2,4	2,2,5	2,2,6	2,2,7	3,1,3,1	3,1,3,2	3,1,3,3	3,1,3,5	3,1,3,6	4,3,1	4,3,2	4,3,4	5,1,1	5,1,2		logrado
E1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	7	33,6%
E2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	7	33,6%
E3	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	8	38,4%
E4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	8	38,4%
E5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	5	24,0%
E6	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	12	57,6%
E7	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	19	91,2%
E8	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	10	48,0%
E9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	7	33,6%
E10	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	12	57,6%
E11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	5	24,0%
E12	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	15	72,0%
E13	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	8	38,4%
E14	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	5	24,0%
E15	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	7	33,6%
E16	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	16	76,8%
E17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	6	28,8%
E18	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	6	28,8%
E19	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	7	33,6%
E20	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	11	52,8%
E21	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	7	33,6%
E22	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	7	33,6%
E23	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	6	28,8%
E24	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	5	24,0%
E25	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	7	33,6%
E26	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	8	38,4%
E27	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	4	19,2%
E28	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	13	62,4%
E29	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	7	33,6%
E30	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	8	38,4%
E31	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	19	91,2%
E32	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	5	24,0%
E33	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	8	38,4%
E34	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	4	19,2%
E35	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	8	38,4%
E36	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	5	24,0%
E37	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	7	33,6%
E38	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	7	33,6%
E39	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	6	28,8%
E40	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	7	33,6%
E41	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	10	48,0%
E42	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	17	81,6%
E43	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	7	33,6%

12 Análisis de los resultados para el perímetro.

tabla de resultados de los análisis de las actividades de perímetro																					
	actividad 1: fase 1						actividad 2: fase 2			actividad 3: fase 3				actividad 4: fase 4				fase 5		resultados	porcentaje
	1,1,1	1,1,2	1,1,3	1,1,4	1,1,5	1,1,6	2,2,1	2,2,7	2,2,8	3,3,1	3,3,2	3,3,3	3,3,4	4,4,1	4,4,2	4,4,3	4,4,4	5,1,1	5,1,2		logrado
E1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	9	47,7%
E2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	10	53,0%
E3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	9	47,7%
E4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	11	58,3%
E5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	9	47,7%
E6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	10	53,0%
E7	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	14	74,2%
E8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	10	53,0%
E9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	9	47,7%
E10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	8	42,4%
E11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	7	37,1%
E12	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	9	47,7%
E13	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	9	47,7%
E14	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	7	37,1%
E15	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	8	42,4%
E16	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	9	47,7%
E17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9	47,7%
E18	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	9	47,7%
E19	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	9	47,7%
E20	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	10	53,0%
E21	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	7	37,1%
E22	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	9	47,7%
E23	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	8	42,4%
E24	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	8	42,4%
E25	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6	31,8%
E26	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	9	47,7%
E27	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	7	37,1%
E28	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	10	53,0%
E29	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8	42,4%
E30	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	9	47,7%
E31	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	13	68,9%
E32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	6	31,8%
E33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6	31,8%
E34	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	7	37,1%
E35	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	6	31,8%
E36	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	5	26,5%
E37	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	8	42,4%
E38	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	7	37,1%
E39	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	10	53,0%
E40	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	8	42,4%
E41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	6	31,8%
E42	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	12	63,6%
E43	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	7	37,1%

13 Análisis de las tablas

13.1 Para el área

Cada estudiante se va a ubicar en una de las fases de razonamiento según el porcentaje adquirido en el cumplimiento de los diversos descriptores, entonces tenemos que si el estudiante cumple entre el 1% y el 20% se ubica en la fase 1, del 21% al 40% en la fase 2, del 41% al 60% en la fase 3, del 61% al 80% en la fase 4 y del 81% al 100% en la fase 5.

Fase	**Cantidad de estudiantes**
1	2
2	30
3	5
4	3
5	3

13.2 Para el perímetro

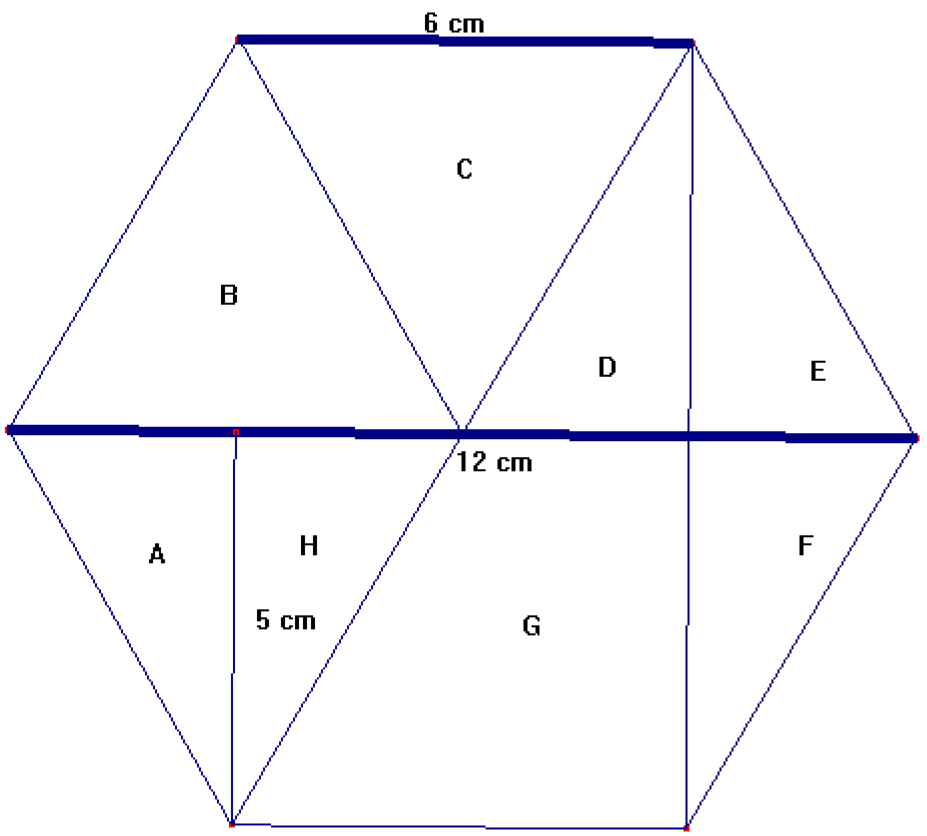
Fase	**Cantidad de estudiantes**
1	0
2	13
3	27
4	3
5	0

14 ANEXOS PARA EL AREA

Actividad 1

El territorio de los reyes Alfred y Alice es demasiado grande, y tiene una forma muy particular; los reyes ya mandaron a sus sabios matemáticos a medir la cantidad de tierra que tienen en el reino de Mountain Green, pero no han terminado de medirla, para esto necesitan la ayuda de más matemáticos.

El Reino de Mountain Green



El reino de Mountain Green esta dividido en varias partes o sectores, que también tienen unas formas muy particulares, para llegar a la medida total del reinado de Mountain Green necesitamos hallar la medida de cada una de las partes que componen el reino. Los matemáticos del rey para facilitar las medidas hicieron que cada kilómetro del reino fuera igual a un centímetro de lo que los matemáticos habían pintado en el mapa.

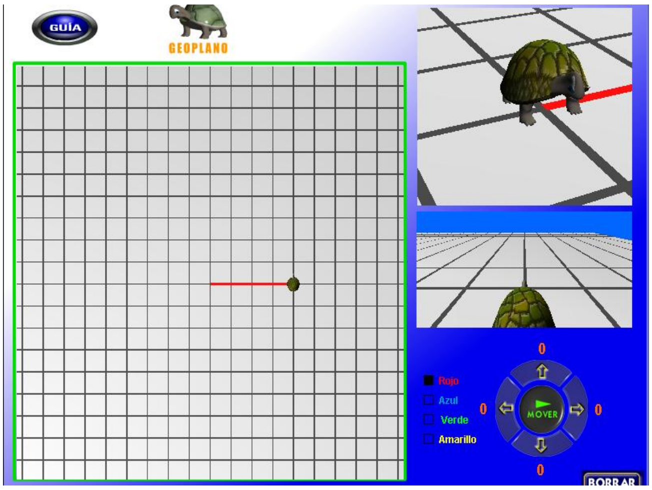
Mediante las siguientes preguntas los matemáticos del rey Alfred, buscan tratar de encontrar un camino mas rápido para llegar a la medición concreta del reino de Mountain Green

a) ¿Cuánto miden las áreas de las superficies de los sectores C y G?
b) ¿Qué relación pueden tener las áreas de la superficie de los sectores Ay B?
c) ¿Será posible hacer una comparación entre lo que miden el área de la superficies del sector G con respecto al área en total del reino del rey Alfred?, ¿Qué parte del área total representa el sector G?
d) ¿Qué forma tiene el reino de Mountain Green?

Ahora que tenemos las áreas de las superficies de todos los sectores del Reino de Mountain Green, y basándonos en las comparaciones de cada uno de los sectores, ¿será que podemos ayudar a los matemáticos de rey a encontrar una forma mas corta para medir el reino?, ¿de qué forma lo podemos representar?

Actividad 2

VAMOS A MEDIR EL PUEBLO DE PACHA



Pacha desea que todos los visitantes del pueblo se den cuenta, de cuanto a crecido su hogar durante los últimos meses. Para ello nos va a dar un paseo por todo el pueblo.

En la visita anterior pacha nos mostró cuanto mide el pueblo por los alrededores, ahora vamos a ver cuanto terreno cubre todo su pueblo.

¡SIGAMOSLA!

INICIEMOS EL RECORRIDO DEL PUEBLO GARDEN CITY

Pacha inicia mostrándonos el parque del pueblo mediante su forma y la cantidad de cuadras que lo conforma, Pacha le dice al grupo: “vamos a darle la vuelta al parque del pueblo” entonces dice: “subimos 5 cuadras, luego giramos a la derecha 8 cuadras, después bajamos 5 cuadras y por ultimo giramos a la izquierda y avanzamos 8 cuadras.”

Pacha para que cada uno de ustedes entienda el objetivo del recorrido va hacer unas preguntas.

1. ¿Cuántas cuadras conforman el parque del pueblo?

Después de este recorrido al parque Pacha, le propone a sus visitantes que conozcan su barrio, entonces dice: “bajamos 5 cuadras, luego giramos a la izquierda 5 cuadras, luego subimos 5 cuadras y por ultimo giramos a la derecha 5 cuadras.”

2. ¿Cuántas cuadras conforman el barrio de Pacha?

Después de este recorrido que Pacha nos dio por el pueblo nos propuso que conociéramos la escuela en la que ella es un personaje importante. Entonces Pacha empieza el recorrido y dice: “subimos 2 cuadras, luego giramos a la izquierda 3 cuadras, después bajamos 2 cuadras, y por ultimo giramos a la derecha 3 cuadras.”

3. ¿Cuántas cuadras conforman la escuela de Pacha?
4. ¿Cuántas cuadras conforman el parque del pueblo, el barrio y la escuela?

Para finalizar el recorrido Pacha desea que cada uno de ustedes saque algunas conclusiones matemáticas de lo que se hizo en el pueblo.

5. el pueblo de Pacha tiene forma rectangular, si el pueblo mide por uno de sus lados 12 cuadras y por el lado contiguo a este mide 16 cuadras, ¿Cuántas cuadras mide todo el terreno donde esta el pueblo de pacha? Hágalo en el goeplano
6. A partir de todos los recorridos, ¿podríamos encontrar una forma más sencilla de hallar las medidas del pueblo?
7. ¿Cómo se llama la medida del pueblo?

Actividad 3

1. Encuentre el área de las siguientes figuras, según el patrón de medida indicado.

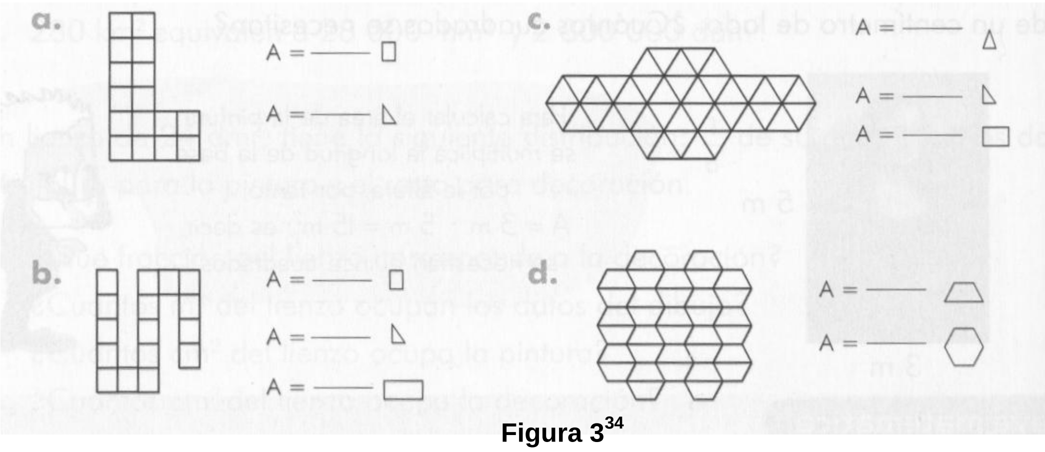
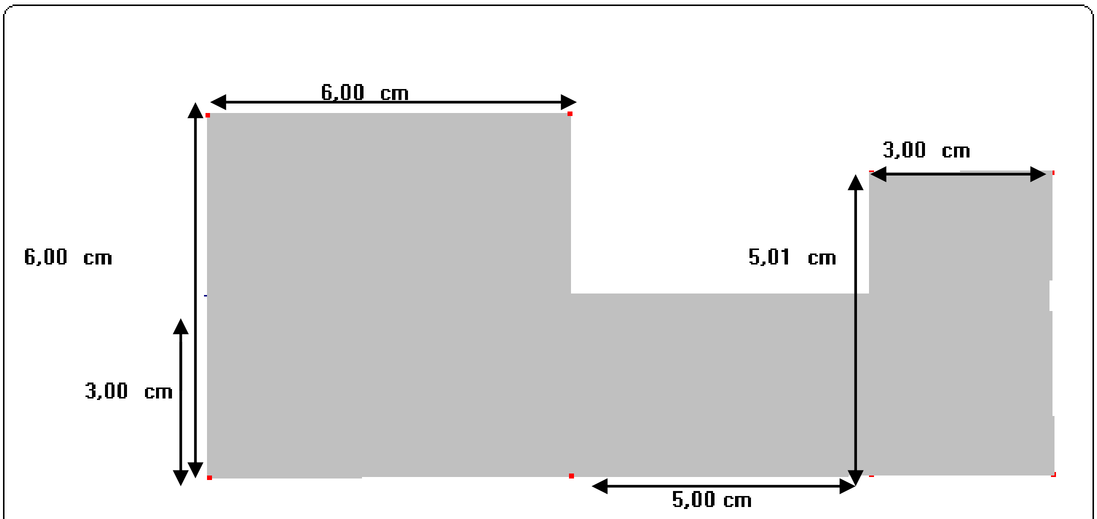


Figura 3[34]

2. Una pintura en forma cuadrada, tiene un perímetro de 36 mts ¿Cuál es el área de la pintura?.

3. ¿Qué figura geométrica tiene un área igual a su perímetro?

4. Hallar el área de la siguiente figura



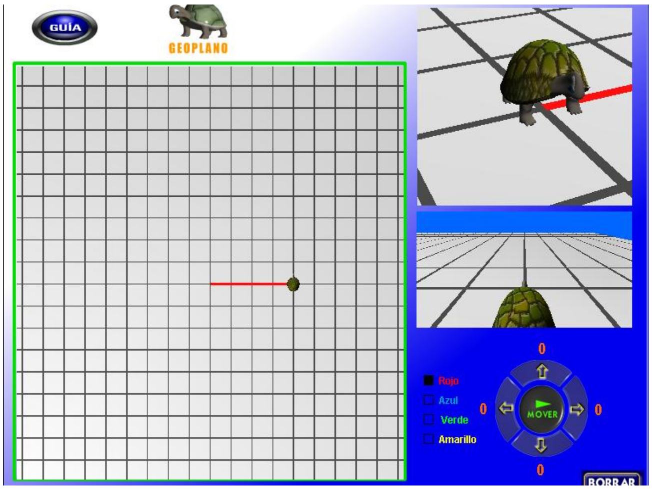
[34] Figura 3 tomada del libro “misión matemática 6”

15 PARA EL PERIMETRO

Actividad 2

Geoplano

El **GEOPLANO** es uno de los instrumentos mas utilizados para comprender o entender algunos conceptos matemáticos. Ahora trabajaremos a partir del desplazamiento de la tortuga Pacha, ella en el transcurso del ejercicio va a seguir unos movimientos y mientras camina deja un rastro o una marca en el camino, así:



La tortuga Pacha es el personaje más inteligente de la escuela del pueblo, además, conoce muy bien su pueblo Garden City, entonces Pacha se ofreció a darnos un paseo por el pueblo.

¡SIGAMOSLA!

INICIEMOS EL RECORRIDO DEL PUEBLO GARDEN CITY

Pacha inicia mostrándonos el parque del pueblo mediante su forma y la cantidad de cuadras que lo conforma, Pacha le dice al grupo: “vamos a darle la vuelta al parque del pueblo” entonces dice: “subimos 5 cuadras, luego giramos a la derecha 8 cuadras, después bajamos 5 cuadras y por ultimo giramos a la izquierda y avanzamos 8 cuadras.”

Pacha para que cada uno de ustedes entienda el objetivo del recorrido va hacer unas preguntas.

8. ¿Cuál es la forma que tiene el parque del pueblo?
9. ¿Cuántas cuadras recorrimos en total para darle la vuelta al parque del pueblo?

Después de este recorrido al parque Pacha, le propone a sus visitantes que conozcan su barrio, entonces dice: “bajamos 5 cuadras, luego giramos a la izquierda 5 cuadras, luego subimos 5 cuadras y por ultimo giramos a la derecha 5 cuadras.”

10. ¿Cuál es la forma que tiene el barrio de Pacha?
11. ¿Cuántas cuadras recorrimos en total para darle la vuelta al barrio de Pacho?

Después de este recorrido que Pacha nos dio por el pueblo nos propuso que conociéramos la escuela en la que ella es un personaje importante. Entonces Pacha empieza el recorrido y dice: “subimos 2 cuadras, luego giramos a la izquierda 3 cuadras, después bajamos 2 cuadras, y por ultimo giramos a la izquierda 3 cuadras.”

12. ¿Cual es la forma que tiene la escuela de Pacha?
13. ¿Cuántas cuadras en total recorrimos para darle la vuelta a la escuela?

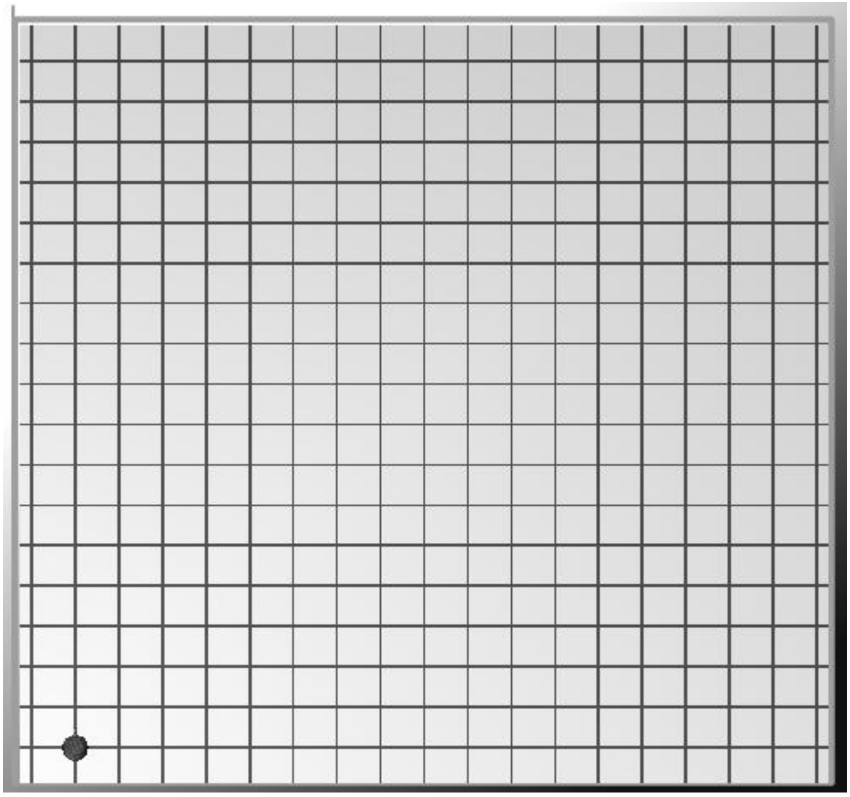
Para finalizar el recorrido Pacha desea que cada uno de ustedes saque algunas conclusiones matemáticas de lo que se hizo en el pueblo.

14. Al recorrido que Pacha hace por el pueblo, por cada uno de los lugares ¿podrán tomar un nombre desde las matemáticas?
15. ¿Cuál es ese nombre?

Actividad 3

Mediante esta actividad se retomaran los conceptos de áreas y perímetros aplicados a los polígonos, mediante ejercicios que tengan que ver con la vida cotidiana.

Para realizar esta actividad tomaremos como ayuda el mundo de Pacha, esta nos va a representar las unidades de medida que se están pidiendo en las medidas (perímetro y área) de un polígono.

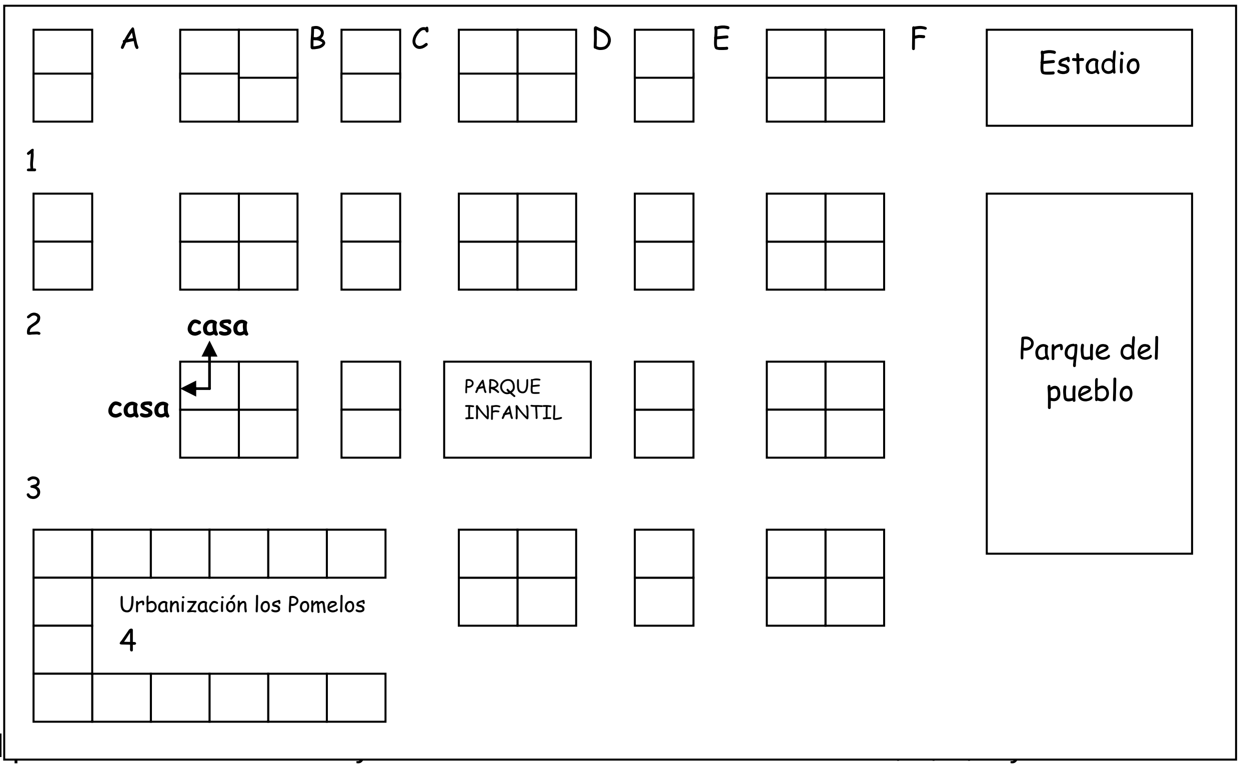


1. Construya un cuadrado de lado 4 cms describa el recorrido de la construcción y halle el perímetro y el área del cuadrado.
2. Al cuadrado anterior trace una de las diagonales y a cada polígono que resulta hallarle el área. ¿Qué figura resulta de esta división? ¿es posible hallarle el área? Justifique su respuesta.
3. Construya un rectángulo cuyos lados midan 5 y 7 cms respectivamente. Describa el recorrido de la construcción hallar el perímetro y el área del rectángulo.
4. ¿Que relación tiene la forma de hallar el área de un cuadrado y el área de un rectángulo?

Actividad 4

EL PUEBLO DE PACHA

Pacha, es un personaje bastante conocido el pueblo Garden city, para enseñar algunos temas matemáticos, usa su pueblo para que los estudiantes aprendan de manera mas dinámica. Además, Pacha tiene una gran ventaja y es que conoce muy bien su pueblo. A continuación Pacha va a enseñar un mapa de su pueblo y dará unas instrucciones para hacer unos recorridos por él y a partir de ellos hará unas preguntas.



El

carreras son A, B, C, D, E, F.

Nota: cada casa mide de frente 7 metros.

Responda las siguientes preguntas a partir de la información dada en el grafico.

1. ¿Cuántos metros hay que recorrer para darle la vuelta a la cuadra que está entre las carreras C y D y las calles 1 y 2? ubique la cuadra y coloréela.
2. El parque del pueblo mide de largo 5 cuadras y de ancho 2 cuadras ¿Cuantos metros hay que caminar para darle la vuelta al parque?
3. Si Pacha desea darle la vuelta a la urbanización los Pomelos ¿Cuántos metros debe de caminar para hacer el recorrido completo? Ubíquela y coloréela.
4. S i Pacha esta en la calle 1 y desea bajar por la carrera D hasta la calle 4 y luego subir desde la calle 4 por la carrera E hasta la calle 1 con la carrera D. ¿Cuántos metros recorre Pacha? Coloree el recorrido.
5. ¿Cuántos metros se recorren para ir de la calle 1 con carrera A hasta el parque o la carrera F, luego bajar hasta la calle 2 y caminar hasta la carrera A con calle 1? Marque el recorrido y coloréelo.

Actividad evaluativa 5

NOTA: CADA PREGUNTA NECESITA COMO JUSTIFICACION, EL PROCESO DE SOLUCION.

1. Dados los siguientes cuadrados, dividirlos en cuatro partes de áreas iguales. Coloréalos

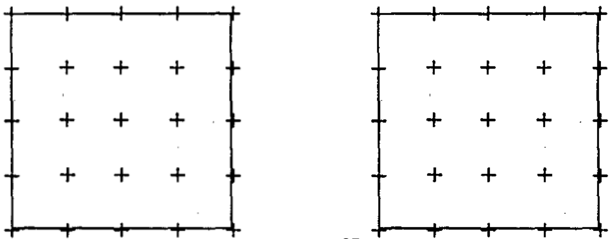
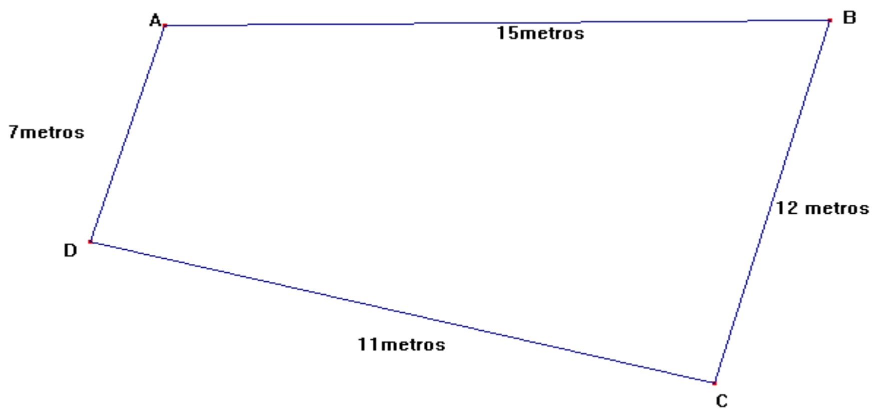


Figura 4[35]

2. Don Manuel va a cercar un terreno que tiene sembrado de naranjas, pero Don Manuel quiere que por cada lado, el terreno tenga 2 hilos de alambre ¿Cuántos metros de alambre necesita para cercarlo completamente?:



3. Si el área de la superficie de un cuadrilátero es 12 cms^2, ¿Cuánto pueden medir sus lados? Dibuje todas las formas posibles.

[35] Tomado del libro "Pensamiento Métrico y Sistemas de Medida, Modulo 3, Gallo Mesa Fernando, Gutierre Jesús Maria, Jaramillo Carlos Mario, Gobernación de Antioquia, Universidad de Antioquia"

16 Conclusión

La modelización matemática articulada a los procesos de desarrollo de Van Hiele puede ser usada como una nueva metodología de enseñanza, para la construcción de cualquier concepto matemático, a partir de los problemas del mundo real.

Los estudiantes con la ayuda de esta metodología y un seguimiento continuo mediante talleres y actividades, pueden llegar a formar modelos para facilitar el aprendizaje matemático. Y hacer que las matemáticas cobren sentido en los alumnos.

Esta nueva metodología de enseñanza ayuda a los docentes a darse cuenta que todos los estudiantes no se encuentran en el mismo nivel de desarrollo, es decir, cada estudiante tiene diferente procesos de aprendizaje, por lo tanto, todos los estudiantes aprenden a un ritmo diferente y por medio de esta estrategia se puede determinar en que nivel de desarrollo esta el estudiante.

17 Sugerencias para nuevos trabajos de investigación

- Áreas sombreadas.
- Teselaciones aplicando las rotaciones, traslaciones y simetrías.
- Volúmenes, masa, peso y densidad

18 Bibliografía

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MÁTEMÁTICAS, Ministerio de educación de Colombia. 2007

José Luís Lupiañez, Luís Moreno Armella, Tecnologías y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas CINVESTAV, México

Rina Hershkowitz, Acerca del razonamiento en geometría, PMME-UNISON, febrero, 2001.

Luís Moreno Armella, Cognición y computación: el caso de la geometría y visualización., CINVESTAV, México.

Luís Moreno Armella, Evolución y tecnología, CINVESTAV, México

Jorge l. Rivera Muñoz .El aprendizaje significativo y la evaluación de los aprendizajes, REVISTA DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA AÑO 8 N.º 14 (2004). Pág. 47.

Fernando Fouz, Berrizagune de Donosti, Modelos de Van Hiele para la didáctica de la geometría

Gutiérrez, Jesús M, Zapata Fabio, la magnitud superficie, unidad 6, módulo 3, pensamiento métrico y sistemas de medidas, gobernación de Antioquia, universidad de Antioquia, 2006. Pág. 63.

De la torre, Andres, Modelización del espacio y del tiempo, UdeA, editorial universidad de Antioquia, 2003, pag 13.

Suarez Tellez, Liliana, Cordera Francisco, modelación matemática educativa, cinvestav del IPN, mexico

Dreyfus, T "advance mathematical thinking processes", en : D. tall, ed. Advanced mathematical thenking, Dordrecht, Kluwer, 1991, pp 95-123

El artículo está publicado en la revista *Signos, Teorías y Prácticas de la educación*. Número 4, páginas 52 - 57. Julio - Diciembre de 1991

Jaramillo López, Carlos Mario, y Esteban Duarte, Pedro Vicente, "Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele", revista educaron y pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educaron, vol. XVIII, num. 45(mayo-agosto), 2006

Duval R (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (2ª ed.). Peter Lang-universidad del Valle, Cali, Pág. 32-42 y 74-83.(original francés publicado en 1995).

COLEGIATURA DE MATEMÁTICA PRIMERA PROPUESTA DE FUNDAMENTACIÓN CONCEPTUAL JULIO DE 2005, Myriam Margarita Acevedo Caicedo, María Cristina Pérez de Díaz, José Reinaldo Montañez, Crescencio, Huertas, Grace Judith Vesga Bravo

Vásquez, Manuela. La teoría del aprendizaje de las matemáticas. Pag 1