



DIDÁCTICA DE LAS
MATEMÁTICAS

X CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

20, 21 y 22 de febrero de 2020

ACTAS CIEM 2020

CONFERENCIAS

TALLERES

REPORTES DE INVESTIGACIÓN

SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS

X Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas

20, 21 y 22 de febrero de 2020

ACTAS *CIEM 2020*

Conferencias

Talleres

Reportes de Investigación

Socialización de Experiencias

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN
SOBRE LA ENSEÑANZA DE
LAS MATEMÁTICAS



PUCP

X Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas

Actas

CIEM 2020

Editores: Cecilia Gaita Iparraguirre, Jesús Flores Salazar, Francisco Ugarte Guerra

Diseño de carátula: Fondo Editorial PUCP

Diagramación de interiores: Cecilia Gaita Iparraguirre

© Pontificia Universidad Católica del Perú – 2020

Avenida Universitaria 1801, Lima 32

626 2000-anexo 4197

E-mail: irem@pucp.edu.pe

Dirección URL: <http://www.irem.pucp.edu.pe>

Derechos reservados, prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

ISBN: 978-612-4320-38-5

Primera edición digital: julio de 2020

Producido en el Perú – Produced in Perú

Presentación

La historia de los CIEMs se remonta 20 años atrás, entonces cuando empezó como un coloquio y desde entonces ha venido creciendo hasta convertirse en el congreso sobre enseñanza de las matemáticas más importante del Perú, prueba de ello es el interés que ha despertado en las regiones de nuestro país: así en el año 2016 el Congreso se realizó en el campus de la Universidad Nacional de Piura y, en el 2018, en la Universidad Nacional de Huancavelica, a más de 4000 msnm, el IX CIEM congregó a más de 400 personas, entre profesores e investigadores de todo el Perú y del extranjero. Hoy la Universidad Nacional del Centro del Perú, la Universidad Nacional Hermilio Valdizán, la Universidad Nacional de Tumbes y la Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco han manifestado su interés por ser las sedes de los siguientes CIEMs.

Para nosotros el décimo CIEM, significa además celebrar los 20 años del IREM-PUCP aunque como toda institución, nuestro instituto tiene una historia y una memoria que va más allá de su creación: debo recordar con gratitud al Dr. José Tola Pasquel, ilustre matemático e ingeniero peruano, exrector de la PUCP entre 1967 y 1989, fundador del Instituto para la promoción de la enseñanza de las matemáticas IPEN, que funcionó entre 1961 y 1968. EL IPEN fue creado con la finalidad de realizar cursos de perfeccionamiento para profesores de matemáticas de los diferentes niveles, difundir los nuevos conceptos e ideas relacionadas con la enseñanza de la matemática; auspiciar la publicación de libros de texto y colaborar con los organismos y autoridades nacionales en sus esfuerzos para promover el estudio y la enseñanza de las matemáticas. El profesor Tola Pasquel fundó además la Sociedad Matemática Peruana y el Instituto de Matemáticas (IMUNI) que funcionó entre 1960 y 1968. Luego, en 1980, siendo Rector de la PUCP, auspició la creación de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas. Años más tarde, en 1997, el profesor César Carranza y César Camacho, discípulos de Tola Pasquel e infatigables promotores de las matemáticas en el Perú, fundaron el Instituto de Matemáticas y Ciencias Afines (IMCA) de la UNI: esto significó el renacimiento del IMUNI luego de 30 años. En el año 2000, el profesor Uldarico Malaspina, impulsó la creación del IREM-PUCP, lo que significó el resurgimiento del IPEN luego de 30 años.

He querido recordar de forma sucinta la historia del IREM-PUCP pues entiendo que es la manera en que puede y debe comprender una institución, pues en ella puede vislumbrarse su razón de ser, su necesidad y su misión.

Desde esa perspectiva el IREM-PUCP es una comunidad de investigadores en Didáctica de las Matemáticas, estrechamente vinculados con la comunidad matemática, cuya finalidad académica es la realización de investigación al más alto nivel y, al mismo tiempo esta investigación es solo un medio para alcanzar un fin aún más alto: mejorar la enseñanza de las Matemáticas en el Perú.

Así, el CIEM debe ser entendido como un espacio de encuentro y de reflexión, que nos enriquezca a todos, profesores e investigadores, con la mirada puesta en construir un Perú con centros de investigación en matemáticas y didáctica de las matemáticas, en distintas regiones del país, que contribuyan coordinadamente con la formación continua de las siguientes generaciones de investigadores y profesores de matemáticas de todos los niveles educativos, y que de igual manera ayuden a establecer la vinculación de las matemáticas y la didáctica de las matemáticas con otras ramas del saber.

El X CIEM desarrolló las siguientes áreas temáticas:

- Currículo, competencias y evaluación
- Historia y epistemología de la matemática y de la Educación Matemática
- Recursos tecnológicos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
- Resolución y creación de problemas
- Modelización en Educación Matemática
- Matemáticas y su integración con otras áreas.

El presente libro contiene los artículos de las propuestas aceptadas y presentadas durante el congreso:

- 12 conferencias,
- 19 talleres,
- 53 reportes de investigación
- 13 socializaciones de experiencias

Mi agradecimiento al comité organizador, liderado por Cecilia Gaita y al Comité Científico coordinado por Jesús Flores y, por supuesto a todos aquellos que hicieron posible con sus participación este congreso.

Francisco Ugarte Guerra
Director del IREM-PUCP

Convocan

Instituto de Investigación para la Enseñanza de las Matemáticas (IREM-PUCP)

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas – Escuela de Posgrado de la PUCP

Auspician:

IREM-PUCP

Red Peruana de Universidades

Comité Científico

Dra. Jesús Flores Salazar (IREM-PUCP, Perú)

Dr. Alain Kuzniak (Laboratorio de Didáctica André Revuz de la Universidad Paris Diderot, Francia)

Dra. Avenilde Romo Vásquez (Instituto Politécnico Nacional-IPN, México)

Dr. Cerapio Quintanilla Córdor (Universidad Nacional de Huancavelica-UNH, Perú)

Dra. Cileda De Queiroz e Silva Coutinho (PUC Sao Paulo, Brasil)

Mag. Daysi Julissa García Cuéllar

Dra. Elizabeth Montoya Delgadillo (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso-Chile)

Dr. Fumikazu Saito (PUC Sao Paulo, Brasil)

Dr. Laurent Vivier (Laboratorio de Didáctica André Revuz de la Universidad Paris Diderot, Francia)

Dra. Maria Jose Ferreira da Silva (PUC Sao Paulo, Brasil)

Dra. Norma Rubio Goycochea (PUCP-Perú)

Dr. Saddo Ag Almouloud (PUC Sao Paulo, Brasil)

Dr. Uldarico Malaspina Jurado (IREM-PUCP, Perú)

Comité Organizador

Dr. Francisco Ugarte Guerra (IREM-PUCP)

Dra. Cecilia Gaita Iparraguirre (IREM-PUCP)

Dra. Nancy Saravia Molina (IREM-PUCP)

Mag. Cintya Gonzáles (IREM-PUCP)

Mag. Flor Carrillo Lara (IREM-PUCP)

Mag. Iris Flores Quesquén (IREM-PUCP)

Índice General

CONFERENCIAS PLENARIAS

- 1 Instrumentación Corporeizada: combinando diferentes puntos de vista sobre el uso de la Tecnología Digital en la Educación Matemática.
Paul Drijvers. 19
- 2 Razonar con la Covariación. Un estudio sobre las Estrategias en un Curso de Formación de Futuros Profesores de Matemática.
Jhony Alexander Villa-Ochoa. 44
- 3 El Papel de los Problemas de Modelación en la Enseñanza Secundaria.
María Trigueros Gaisman. 56
- 4 El 'Networking' de Teorías en Educación Matemática: ¿Qué significa y Qué produce?
Michèle Artigue. 72

CONFERENCIAS PARALELAS

- 1 Indagar, crear y resolver Problemas de Matemáticas
Uldarico Malaspina Jurado. 82
- 2 Geometría y Ecuaciones Cuadráticas de una Incógnita: Análisis de una Construcción
Maria José Ferreira da Silva. 91
- 3 Praxeologias requeridas por la Profesion Docente
Michèle Artaud. 102
- 4 Contribuição Da Didática da Matemática Na Forma Continuada de Professores que Ensinam Matemática
Saddo Ag Almouloud. 103
- 5 Curiosidades Criativas Na História Do Conceito de Função: Contribuições para o Ensino
Iran Abreu Mendes. 116

6	Cambios en el Espacio de Trabajo Matemático de Profesores del Liceo en el Dominio del Análisis y sus Implicancias con la Modelización <i>Elizabeth Montoya Delgadillo.</i>	124
7	Formación Docente: el caso de la proporcionalidad <i>Jean-Pierre Bourgade.</i>	132
8	Estadística, Criticidad y Registro de Representaciones Semióticas <i>Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.</i>	142

TALLERES

1	¿Cómo construir el concepto de Fracción a partir de sus significados? <i>Olimpia Castro, Sahara Doria, Rosa Lafosse, Percy Merino.</i>	151
2	O Cubo Estatístico: Material para Trabalhar Variáveis Estatísticas <i>Irene Mauricio Cazorla, Cláudio Vitor antana.</i>	158
3	Problemas de Matemática Recreativa: Resolución con TAC <i>Daniel Moreno Caicedo, Juddy Amparo Valderrama Moreno.</i>	168
4	Aprendizaje Activo y Visualización: Representación de un Objeto Tridimensional (3d) en el Plano Bidimensional (2d), a partir de sus Proyecciones Ortogonales o Vistas Principales <i>Carlos Manuel Sabino Escobar, Emilio Máximo Vera Namay.</i>	176
5	Patrón, Sucesión y Secuencia. <i>Elvis Bustamante Ramos, Francisco Ugarte Guerra, Magaly Ethel Campos.</i>	182
6	Propuesta de Tareas y Recursos para la Enseñanza de la Geometría <i>Isabel Torres Céspedes, Marisel Beteta Salas, José Carlos León Ríos.</i>	188
7	Recursos Tecnológicos-Matemáticos para formar Docentes Digitales <i>Zenón Eulogio Morales Martínez.</i>	196
8	Construindo o Pensamento Probabilístico: O Jogo Do Franc-Carreau <i>Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, Auriluci de Carvalho Figueired.</i>	206
9	Visualización de Sólidos por Secciones Transversales usando Geogebra <i>Nancy Saravia Molina, Elizabeth Advíncula Clemente.</i>	213
10	Uso de Scripts para Crear Actividades Autoevaluables en Geogebra <i>Marco Gutiérrez Montenegro.</i>	218

11	La Formulación de Problemas: Herramienta utilizada en el aula para el desarrollo de Habilidades Matemáticas a lo largo de la Escolaridad <i>Percy Merino, Olimpia Castro, Carlos Torres, Sahara Doria.</i>	224
12	Criação de Aplicativos Na Perspectiva Da Matemática Inclusiva <i>Elton de Andrade Viana, Maximiliam Albano Hermelino Ferreira, Ana Maria Antunes de Campos, Ana Lucia Manrique.</i>	224
13	Educación Financiera en la Escuela Primaria <i>Celso Ribeiro Campos, Andréa Pavan Perin.</i>	240
14	Vigilancia Epistemológica de Forma y Medida en Geometría <i>Victor Barrial Sandoval.</i>	249
15	Visualización de Cuadriláteros: Mediación del Software Geogebra <i>Cecilia Gómez Mendoza, Flor Isabel Carrillo Lara, Rocío Figueroa Vera, Gustavo Rodríguez T.</i>	260
16	Creación de Problemas sobre Composición de Funciones usando Applets <i>Elton Barrantes, Maritza Luna, Marco Solorzano.</i>	269
17	Resolución de Problemas Aritméticos <i>Ángel Homero Flores Samaniego, Isabel Torres Céspedes.</i>	278
18	Conocimientos Didáctico-Matemático del Profesor de Secundaria sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales <i>Carlos Omar Cárdenas Estrella, Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre.</i>	284
19	Una reflexión sobre el uso de la Geometría Diinámica en el Contexto Escolar <i>Guadalupe Morales Ramírez, Norma Rubio Goycochea.</i>	294

REPORTES DE INVESTIGACIÓN

- 1 La Creación de Problemas en Gestión de Datos y la Formación de Profesores de Secundaria
Augusta Osorio Gonzales, Sara Mónica Sáenz Chaparro, Yolanda Gladys Alhuay Albites, Norma Lidia Olivares Acuña. 302
- 2 Ensino de Matemática a Alunos com Altas Habilidades/Superdotação por Meio da Construção de Cenários Animados no Geogebra
Adrielei Cristine Bueno, Maria Ivete Basniak. 312
- 3 Una investigación con enfoque en las relaciones entre los trastornos y la ansiedad matemática
Ana Maria Antunes de Campos, Elton de Andrade Viana, Ana Lúcia Manrique. 322
- 4 Teorías de maestros sobre evaluación, en el área de matemática
Rodri Demus De la Cruz Rodríguez, Luis Manuel Casas García. 331
- 5 La Creación de Problemas en la Formación de Profesores
Carina Saire Huamani. 340
- 6 Una estrategia de Invención de Problemas para estimular el Desarrollo de la Competencia de Análisis Didáctico en Profesores de Matemática
Carlos Torres, Uldarico Malaspina. 340
- 7 Errores que cometen los estudiantes de tercer año de Secundaria en la Resolución de Inecuaciones Lineales con una Variable
Rolando Ruiz Carbajal. 358
- 8 Relación entre las Cónicas y Diseño Arquitectónico
Sumaya Jaimes Reátegui, Rosa Kohama Aréstegui, Darcy E. Aréstegui de Kohama. 381
- 9 Formas e Equações: Uma Introdução Ao Estudo Das Seções Cônicas Com O Geogebra
André Lúcio Grande, Benedito Antonio da Silva. 393
- 10 Formación de Profesores de Matemática. Una Revisión de Literatura Científica de los últimos 10 años
Flor Isabel Carrillo Lara. 403
- 11 Espacio de Trabajo Matemático Personal: Interpretación Geométrica de la Derivada de una Función Real de Variable Real
Lisseth Chacón Cama, Jesús Victoria Flores Salazar. 415

12	Objeto Virtual de Aprendizaje: Una Estrategia para Desarrollar Pensamiento Algebraico <i>Juddy Amparo Valderrama Moreno, Solange Roa Fuentes.</i>	421
13	Emociones de Profesores de Matemáticas en Formación <i>María S. García González, Elizabeth Advíncula Clemente, Carina J. Saire Huamani.</i>	429
14	La Enseñanza de Sumas con Números Naturales en la Escuela Primaria Multi - Grado <i>Lorena Trejo Guerrero.</i>	439
15	Análise de Livro Didático: Uma Olhar para o Ensino da Linguagem Gráfica <i>Sidney Silva Santos, Geovane Carlos Barbosa, Nathalia Tornisiello Scarlassari, Celi Espasandin Lopes.</i>	447
16	Un Análisis Normativo Ontosemiótico de los Textos Matemáticos Escolares bajo el Enfoque de Género <i>Anderson D. Chavez Marcelo.</i>	455
17	Álgebra nos Anos Iniciais e Finais Do Ensino Fundamental: Análise Das Expectativas Institucionais <i>Anderson Alves, Marlene Alves Días, Karina de Oliveira Castro, Mariana Silva Nogueira Ribeiro.</i>	464
18	Análisis de las Dificultades que presentan los Estudiantes Universitarios en Matemática Básica <i>Roger Ivan Soto Quiroz.</i>	473
19	Errores y Dificultades Relativos al Concepto de Solución de Ecuaciones Lineales <i>Aldrin Peña Lizano, Francisco Ugarte Guerra.</i>	484
20	Dificultades en el Desarrollo del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Ingeniería <i>Alejandro M. Ecos Espino, Joffré Huamán Núñez, Zoraida R. Manrique Chávez.</i>	490
21	Articulación de las aprehensiones en la noción del límite en un punto de una función real de variable real en estudiantes de ingeniería <i>Violeta Lupita Bejarano Vílchez, Verónica Neira Fernández.</i>	500
22	El Concepto de Infinito y el Modelo de Van Hiele <i>Alba Soraida Gutiérrez Sierra, Rene Alejandro Londoño Cano.</i>	509

23	El Dinamismo de Geogebra para explorar Aspectos Básicos de la Teoría del Caos <i>Viviana Angélica Costa.</i>	519
24	Herramientas matemáticas para la práctica experimental en el área de física <i>Johel Aldo Tarazona Guillen.</i>	529
25	O Professor Em Uma Aula Assente No Ensino Exploratório de Matemática <i>Vania Sara Doneda de Oliveira, Dalva Spiler Brandelero, Maria Ivete Basniak.</i>	537
26	Instrumentación del Artefacto Simbólico Función Cuadrática <i>Daysi Julissa García-Cuéllar, Mihály André Martínez-Miraval, Jesús Victoria Flores Salazar.</i>	546
27	Enfoque Frequentista de Probabilidades - Um Estudo À Luz Da Teoria Dos Registros de Representação Semiótica <i>Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, Auriluci de Carvalho Figueiredo.</i>	555
28	Formación Docente en Gestión de Datos <i>Augusta Osorio Gonzales, Elizabeth Advíncula Clemente.</i>	563
29	Concepções sobre Estatística Mobilizadas por Alunos E Professores Do Ensino Médio: Um Estudo de Caso <i>Cassio Cristiano Giordano.</i>	569
30	O Ensino Para O Desenvolvimento Do Pensamento Algébrico Nos Anos Iniciais Face Às Atitudes Em Relação À Matemática E Às Crenças De Autoeficácia De Professores In-Service E Pre-Service <i>Roseli Regina Fernandes Santana, Nelson Antonio Pirola.</i>	579
31	Programa Institucional De Bolsas De Iniciação À Docência, Pibid: O Que Dizem As Escolas, A Universidade E Os Bolsistas <i>Maria Aparecida Silva de Souza, Saddo Ag Almouloud.</i>	589
32	Propuesta De Un Perfil De Ingresante A La Carrera Profesional De Matemática De La Universidad Nacional De Piura <i>Gloria Solvey Crespo Guerrero.</i>	598
33	El Sistema Métrico Decimal En Las Escuelas De Perú: Un Análisis Del Manual De Aritmética Práctica Del Año De 1864 <i>Elenice de Souza Lodron Zuin.</i>	608

- 34 Elaboração De Livro Paradidático Para O Ensino De Estatística: O Trilhar De Uma Proposta Para O Nono Ano Do Ensino Fundamental
Anneliese de Oliveira Lozada, Ailton Paulo de Oliveira Jr. 617
- 35 A Contribuição Da Autoscopia Na Formação Do Professor De Matemática Da Rede Estadual Do Ensino Médio No Estado Do Amazonas
Aldemir Malveira de Oliveira, Floriano Augusto Veiga Viseu. 630
- 36 Formación Docente Que Enseña Matemáticas Desde Una Perspectiva Colaborativa
Zionice Garbelini Martos Rodrigues, Roseli Regina Fernandes Santana, Luciane de Castro Quintiliano, Adriana de Bortoli. 639
- 37 O Ensino E A Aprendizagem Da Matemática No Processo De Letramento Da Língua Materna: Reflexões Para A Prática Pedagógica
Dimas Cássio Simão. 645
- 38 Crenças De Autoeficácia E O Ensino Da Álgebra Nos Anos Finais Do Ensino Fundamental
Anderson Cangane Pinheiro, Nelson Antonio Pirola. 653
- 39 La Tasa De Variación: Una Mirada Desde El Etm Personal De Estudiantes De Secundaria
Marco Antonio Ticse Aucahuasi, Jesús Victoria Flores Salazar, Elizabeth Montoya Delgadillo. 662
- 40 Estudio Histórico-Epistemológico De Las Nociones Trigonométricas Seno Y Coseno
Gilder Samuel Vargas Vargas, Mihály Martínez-Miraval. 671
- 41 Estudo Dos Quadriláteros: Uma Revisão Da Literatura
Daysi Julissa García-Cuéllar, Saddo Ag Almouloud. 682
- 42 La Teoría Del Reflejo De V. I. Lenin En La Tradición Dialéctica De L. S. Vygotsky Y Sus Vínculos Con La Educación Matemática: Error Y Fantasía En La Enseñanza Problemática De La Geometría
Luis Miguel Maraví Zavaleta. 693
- 43 La Modelación Y La Experimentación En El Estudio De Un Fenómeno Físico. Experiencias Y Reflexiones En Educación Media
Alexander Castrillón-Yepes, Sebastián Mejía Arango, Ana Carolina González-Grisales, Paula Andrea Rendón-Mesa. 704

44	Un Acercamiento Entre Los Recorridos De Estudio E Investigación Y Las Tareas Auténticas, Propuesta De Un Proceso De Modelización De La Función Seno <i>Percy Luján Rosadio, Cintya Sherley Gonzales Hernández.</i>	714
45	Prácticas De Enseñanza Del Proceso De Modelización Matemática En Secundaria En Bogotá, Colombia <i>Blanca Cecilia Fulano Vargas.</i>	725
46	Descriptores De Nivel De Razonamiento De Van Hiele, Para La Comprensión De La Parábola Como Lugar Geométrico <i>William Eduardo Calderón Gualdrón, René Alejandro Londoño Cano.</i>	735
47	Tareas de Aprendizaje y Habilidades de Visualización a Partir del Cálculo de Volúmenes <i>Catalina Molano Carranza, Hildebrando Díaz Soler.</i>	744
48	Usos de la Pendiente en Prácticas de Agricultura <i>David Esteban Espinoza, Gabriela Buendía Abalos.</i>	757
49	¿Cuáles Competencias Digitales Favorece Desarrollar El Concurso Foto gebra? <i>Karina Amalia Rizzo, Viviana Angélica Costa.</i>	767
50	La Autorregulación como Posibilidad para Aprender Lógica Proposicional a Través del Ajedrez <i>Yorman Arley Isaza Agudelo, Neysy Catalina Londoño Misas, Luz Stella Mejía Aristizábal.</i>	777
51	Textos Literarios para El Aprendizaje de la Matemática <i>Ingrid Maritza Aquino Palacios, Marta Celinda Ríos Zea.</i>	784
52	Análisis Praxeológico de la Integral Definida en Libros de Texto de Ingeniería <i>Walter Orlando Gonzales Caicedo, Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre.</i>	792
53	Análisis Económico Institucional sobre la Enseñanza de Vectores <i>Maritza Luna Valenzuela, Saddo Ag Almouloud, Francisco Javier Ugarte Guerra.</i>	804

SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

- 1 Experiencia de Investigación Formativa en la Asignatura de Matemática Financiera
David Esteban Espinoza. 817
- 2 Errores de Estudiantes en la Modelización de una Situación Cotidiana que Involucra a la Función Lineal y Cuadrática
Magaly Ethel Campos Motta, Elvis Bustamante Ramos. 822
- 3 Sequências de Ensino para Promover o Letramento Estatístico
Irene Mauricio Cazorla, Miriam Cardoso Utsumi. 828
- 4 Análisis de Actividades para la Enseñanza de la Gestión de Datos
Percy Callinapa Supo, Eliana Inca Choquepata, Elsa Macedo Anaya. 839
- 5 La Situación Significativa en la Competencia Resuelve Problemas de Gestión de Datos e Incertidumbre
Giovanna Vicky Gonzales Oporto, Sebastiana Nancy Sacasqui Aguilar. 848
- 6 Experiencia de la Competencia, "Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización" en el Último Puente Inca de Queswachaka
Franklin Taipe Florez, Julio Cesar Condori Huillca, Doris Castro Huamani Willi Taipe Florez. 856
- 7 El Uso de la Regleta de Cuisenaire en el Aula
Elizabeth de Lourdes Caudana. 866
- 8 Educação Estatística Em Um Ambiente de Modelagem Matemática: Uma Ótica Inclusiva Na Educação Infantil
Roseli Rosalino Dias da Silva Angelino, Ana Paula Gonçalves Pita, Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki, Andréa Pavan Perin. 872
- 9 Usando El Ciclo Ppdac para el Análisis Didáctico de una Situación Problema de Secundaria
Augusta Osorio Gonzales, Gladys Flores Cuevas, Juliana Pérez Taxi. 880
- 10 A Constituição Da Matemática Na Proposta Curricular Da Rede Pública Municipal De Educação De São Luís
Waléria de Jesus Barbosa Soares, Carlos André Bogéa Pereira. 888
- 11 Vibraciones y Ondas con Mathematica
Roy Sánchez Gutiérrez. 896

12	Aprendiendo a Entender La Noción de Límite de una Función <i>Judith Catherine Chávez Salinas.</i>	904
13	O Laboratório de Educação Matemática e Inclusão Na Formação Inicial Do Professor de Matemática <i>Karem Keyth de Oliveira Marinho, Elielson Ribeiro de Sales.</i>	910

LA AUTORREGULACIÓN COMO POSIBILIDAD PARA APRENDER LÓGICA PROPOSICIONAL A TRAVÉS DEL AJEDREZ

Yorman Arley Isaza Agudelo
Neusy Catalina Londoño Misas
Luz Stella Mejía Aristizábal

jorman.isaza@udea.edu.co, neusy.londono@udea.edu.co, luz.mejia@udea.edu.co

Universidad de Antioquia, Colombia

Resumen

El presente informe de investigación da cuenta de la autorregulación como posibilidad para el aprendizaje de la lógica proposicional mediante el uso del ajedrez. Se toma como punto de partida la función que cumple el maestro, para que, desde la evaluación, los estudiantes aprendan a autorregularse. La pregunta que se pretende responder es: ¿cómo los estudiantes de básica secundaria aprenden a autorregularse? y ¿cómo desde la autorregulación y el uso del ajedrez aprenden lógica proposicional? La investigación se inscribe en un enfoque cualitativo y utiliza como método el estudio de caso. Las técnicas e instrumentos que se utilizaron para recoger la información fueron: la observación participante, el cuestionario y las actividades de formación. El análisis de contenido fue la técnica utilizada para el análisis de los datos. Para responder al objetivo se diseñó y aplicó una secuencia de enseñanza que además tenía como intención la identificación de las dificultades no sólo en el juego, sino también en la comprensión de la lógica proposicional. Los hallazgos dan cuenta de las dificultades y fortalezas de los estudiantes durante el proceso, así como de los aprendizajes adquiridos no sólo en el juego del ajedrez, sino también en los conceptos relacionados con la lógica proposicional.

Palabras clave:

Autorregulación, estrategias no convencionales, ajedrez, lógica proposicional.

Introducción

La educación básica primaria y secundaria en Colombia, tiene como objetivo la formación en competencias en el área de matemáticas, una de esas capacidades tiene relación con el desarrollo del pensamiento lógico matemático, por medio del cual el estudiante estará en capacidad de realizar inferencias de enunciados de cualquier índole o de la vida misma. No obstante, la realidad de la enseñanza de las matemáticas en la escuela es otra, pues desde la experiencia en las prácticas pedagógicas se evidencia que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de los

enunciados y por ende la capacidad de entender lógicamente dichos enunciados y de relacionarlos con su vida cotidiana.

Es importante resaltar que en los Estándares Básicos de Competencia y en los Lineamientos Curriculares de matemáticas, se hace alusión al desarrollo del pensamiento lógico y a la lógica matemática como tópicos fundamentales en la formación de los estudiantes, sin embargo, no es usual que se utilicen estrategias de enseñanza que potencialicen el desarrollo de la inteligencia lógico-matemática, es decir, no desarrollan la capacidad de comprender conceptos y relaciones basadas en un pensamiento lógico. Al respecto, en la investigación de Sala, Gorini y pravettoni (2015): *Mathematical problem-solving abilities and chess: an experimental study on young pupils*, los autores demostraron con un grupo de niños, que el juego del ajedrez, mejoraba considerablemente sus capacidades matemáticas, específicamente la resolución de problemas.

Los niños o jóvenes que juegan ajedrez tienden a desarrollar aptitudes y habilidades matemáticas; adicionalmente, el juego como actividad y herramienta enriquece el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que de esta forma estimula a los estudiantes a participar de dicho proceso y posibilita el mejoramiento del rendimiento escolar, ejercita el cerebro para que este desarrolle habilidades, destrezas y sea más activo a la hora de enfrentarse a cualquier situación matemática o de la vida cotidiana.

Por otra parte, la formación por competencias hace referencia a que el pensamiento crítico es una de las capacidades que el estudiante debe desarrollar, pues comprender el contexto, demanda su actuación con decisiones argumentadas y para ello es necesario que aprenda a analizar las diversas situaciones que la vida le presenta para buscar acciones de mejora frente a las dificultades.

No obstante, a pesar de que, desde el Ministerio de Educación, la escuela y la sociedad demanden la necesidad de una formación integral, en la práctica se evidencian otras realidades, específicamente, algunas estudiantes del grado undécimo de la Institución Educativa muestran apatía por las matemáticas. Al dialogar con ellas manifiestan que no ven utilidad alguna, ni necesidad de aprender lógica matemática pues no logran ver los aportes en la cotidianidad.

Por lo anterior, consideramos importante que los estudiantes fortalezcan su capacidad de resolver y desarrollar problemas por medio del razonamiento lógico-matemático, debido a que, al ser una construcción deductiva, no sólo, permite que se utilice en esta área específica, sino que puede ser implementado en su día a día para que su proceso educativo sea formativo.

Aspectos teóricos y metodológicos

La autorregulación de la enseñanza y el aprendizaje

De acuerdo con los planteamientos de Schunk y Ertmer (2000), la autorregulación es un proceso que tiene como intención formativa, el establecimiento de metas para la enseñanza y el aprendizaje, el desarrollo de la atención y la concentración en la instrucción, el establecimiento

de ambientes adecuados y productivos, el uso de recursos y tiempo de manera efectiva, la búsqueda de ayuda en el momento que se considere necesario y la satisfacción frente a los propios esfuerzos.

Por su parte Álvarez (2009), considera que la autorregulación comprende tres niveles: proactivo, interactivo y retroactivo. En el primer nivel, el docente en la interacción con el estudiante, ajusta la ayuda en la misma interacción que se produce como fruto de la actividad conjunta alrededor de un contenido en el aula (regulación interactiva); en el segundo nivel, el docente puede decidir ajustar algunos de los elementos del proceso de enseñanza y aprendizaje una vez finaliza la sesión en el aula y después revisar la planificación que había previsto, o la inclusión de alguna actividad posterior; en el tercer nivel, el docente puede decidir volver sobre algunos contenidos trabajados a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta regulación, con un carácter más retroactivo, supone el diseño de actividades de retroalimentación después de la evaluación.

Enfoque y Tipo de Estudio

La investigación se inscribe en un enfoque cualitativo, porque de acuerdo con Sampieri, Fernández y Baptista, (2014): “estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas” (p. 34).

Se utilizó como método el *estudio de caso*, pues posibilita la interpretación de una situación educativa de la vida real en un contexto determinado. Según Stake (1998), el estudio de caso es “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p. 11).

Los participantes son un grupo de estudiantes del grado undécimo de una institución educativa pública de la Ciudad de Medellín, de ese grupo se seleccionaron cinco casos, porque decidieron participar libremente del estudio, además porque contaban con dificultades en matemáticas y específicamente en lógica proposicional.

Las técnicas e instrumentos que se utilizaron para recolectar la información fueron: el cuestionario de indagación inicial, observación participante y 4 actividades que se realizaron dentro del aula de clase relacionadas a la enseñanza de lógica proposicional a través del ajedrez (actividades de formación). El *análisis de contenido* fue la técnica que se utilizó para analizar la información, el procedimiento implicó la codificación, categorización y triangulación de la información.

Para responder al compromiso ético, la institución educativa y los estudiantes firmaron un consentimiento informado, en el que los investigadores informaron los objetivos de la investigación y se comprometieron a guardar la confidencialidad y utilizar los datos solo con fines académicos.

Resultados obtenidos

¿Cómo aprenden los estudiantes a autorregularse y qué saben de lógica proposicional y técnicas ajedrecistas?

El nivel proactivo se inicia indagando por lo que saben las estudiantes con respecto a la lógica proposicional y las técnicas ajedrecistas, se aplicó un cuestionario diagnóstico con la intención de indagar por esos conocimientos. El instrumento estuvo compuesto de preguntas y actividades direccionadas a la toma de conciencia sobre qué saben, sus fortalezas o dificultades.

Para dar cuenta de las fortalezas o dificultades que tienen las estudiantes sobre lógica proposicional se analizaron los resultados desde las subcategorías: simbolización de enunciados (proposiciones), conectores lógicos, valores de verdad de los conectores, deducciones a partir de los conectores y las proposiciones. En el mismo sentido, para la categoría técnica ajedrecista, las subcategorías de análisis fueron: ubicación posicional de las casillas, movimientos de las piezas y táctica ajedrecista.

Fortalezas y dificultades de las estudiantes en lógica proposicional

Específicamente en lo relacionado con la simbolización, se encontró que cuatro estudiantes respondieron de forma correcta los enunciados propuestos, un ejemplo de ello, es la respuesta dada por la estudiante E1, cuando se le pregunta por cómo simbolizar la expresión "No me gusta trasnochar ni madrugar" a lo que responde: " $\neg P \wedge \neg Q$ ", adicionalmente, por medio de la pregunta: "escriba los conectores lógicos que conozca con sus respectivas características" donde las cinco estudiantes lograron identificar tres conectores lógicos, que son; la conjunción, la disyunción y el condicional simbolizados respectivamente con " $\wedge, \vee, \rightarrow$ ", además, del complemento lógico la negación "no" simbolizada por " \neg ".

Análisis del proceso de autorregulación de las estudiantes

A partir de este momento se inicia con el nivel interactivo donde las actividades que se proponen están relacionadas con las sugerencias dadas por las estudiantes para mejorar la comprensión de la lógica proposicional y la técnica ajedrecista, además, la idea era permitir que ellas eligieran que querían aprender y de este modo propiciar el desarrollo de la autonomía en su proceso de aprendizaje y de esta manera, se esperaba que aprendieran a autorregularse. Por ejemplo: la participante E2, expresó que: "¿Cómo podía saber dónde se debía mover siempre el caballo?" y de la misma manera, la participante E3 manifestó: "los movimientos de las piezas y sus nombres me confunden, y quisiera mejorar", otra pregunta de las participantes fue "¿cómo la táctica ajedrecista nos servirá para mejorar en matemáticas?" Estas dificultades y preguntas que de las estudiantes, se convirtieron en la posibilidad para que el maestro repensara las próximas

actividades de enseñanza.

Consideraciones finales

¿Qué tanto aprendieron de lógica proposicional las estudiantes y qué tanto aprendieron a autorregularse?

Como actividad final se aplicó un cuestionario para indagar sobre los conocimientos que adquirieron las participantes, específicamente la fase retroactiva, que de acuerdo con Álvarez (2009) es la fase en la que: "El docente puede decidir volver sobre algunos contenidos trabajados a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje una vez acabada la actividad de evaluación. Esta regulación, con un carácter más retroactivo, supone el diseño de actividades de refuerzo después de la evaluación" (p.11).

Ahora bien, después de las actividades de refuerzo se encontró que las participantes presentaron mayor claridad en los conceptos, por ejemplo, la estudiante E2 a la pregunta: ¿qué entiende por lógica proposicional? responde que: *"es proporcionarle un valor lógico de verdad a cada proposición que se asigna y busca el valor de verdad"*.

Por su parte la participante E3 expresó que: *"La lógica proposicional es un lenguaje que lo puedo representar mediante símbolos, es una herramienta que me sirve para razonar y pensar, hasta para resolver problemas"* cuyo razonamiento va en el mismo sentido del autor, ya que la lógica puede pensarse como una forma de verificar el razonamiento según las relaciones existentes entre las premisas o razonamientos.

En este mismo cuestionario, se les pregunta por: de acuerdo a la siguiente configuración de piezas, juegan las blancas y ganan en tres jugadas. Responda lo siguiente:

1. Escriba las jugadas con las cuales ganaría las piezas blancas.
2. Enuncie las proposiciones que consideró en el literal a.
3. ¿Los conectores lógicos que utilizó para determinar las jugadas correctas y unir las proposiciones que valor de verdad tienen? Realizar tablas de verdad para los conectores en caso de haberlos utilizado.



Imagen 1. Configuración de las piezas.

A lo que la participante E2 respondió:

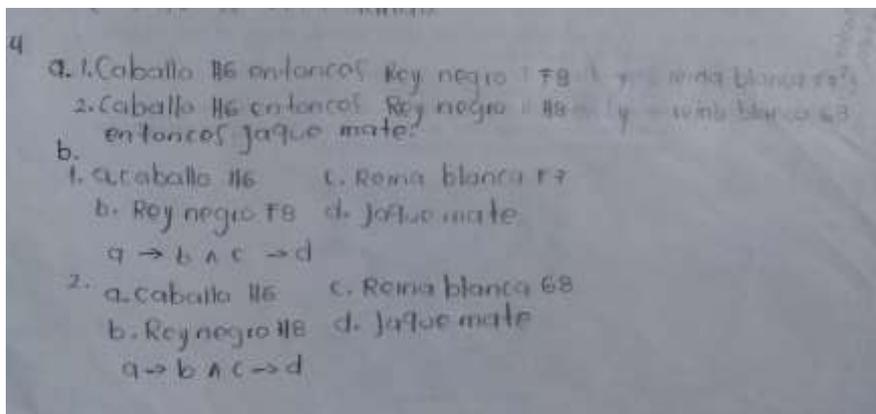


Imagen 2. Respuesta participante E2

Que de acuerdo con Gutiérrez (2000):

En la lógica proposicional, la interpretación de una fórmula viene dada por la interpretación semántica de las conectivas que contiene. Es decir, en la medida en que nuestras conectivas son funciones veritativas, una interpretación para el cálculo proposicional consiste en atribuir un valor de verdad a cada una de las variables proposicionales que componen una fórmula y evaluar según la interpretación semántica de las conectivas y el valor final de la fórmula (p.5).

En este sentido la respuesta que da la participante E2 es cierta y además resuelve la situación planteada que era dar *jaque mate*, además hace uso de los conocimientos que se trabajaron en clase, tanto del ajedrez como de la lógica proposicional.

Igualmente, le preguntamos a las participantes ¿cómo relacionarías el juego del ajedrez con las decisiones que una persona puede tomar en su día a día? para tener una claridad de cómo ellas podrían utilizar todo lo visto en clase en su vida cotidiana. Para esto la participante E5 nos dijo que: "Una persona antes de tomar una decisión debe tener en cuenta las consecuencias que esta lleva consigo, lo mismo pasa en el ajedrez, antes de mover una ficha se debe ver que eso no afecte

a otras fichas o incluso a sí misma, la decisión se debe tomar estratégicamente y al jugar ajedrez también” de modo que se evidencia la interiorización de los conceptos desde la utilidad y aplicabilidad, y además en la formación de sujetos conscientes de sus actos.

Para finalizar, no se vio la necesidad de realizar retroalimentación en los temas que ya se habían visto, ya que las respuestas que dieron las participantes para el último cuestionario que se realizó estaban en concordancia el marco teórico tal cual como se explicó en líneas anteriores, además se evidenció la eficacia de utilizar la autorregulación como estrategia para el aprendizaje en este caso de la lógica proposicional a través del ajedrez.

Uno de los aportes de este estudio, tiene relación con que los maestros comprendan la evaluación más allá de una nota cuantitativa que define qué tanto sabe un estudiante, es decir, que la asuman como una posibilidad para el aprendizaje y la autorregulación, desde la que se busca que los estudiantes sean conscientes de sus aprendizajes, de sus técnicas de estudio, de sus dificultades y cómo pueden superarlas.

Vale decir que aún se puede mejorar las actividades, se pueden ampliar los temas o vincular otros, que también puedan enseñarse desde ajedrez como, por ejemplo: lógica cuantificacional, teoría de conjuntos y matemáticas discretas tales como teoría de grafos.

Le recomendamos a los profesores del área de matemáticas buscar la posibilidad de alejarnos de las clases magistrales, que en ocasiones se convierte en tedio para los estudiantes y promover actividades diferentes que si bien están bajo la lupa de la evaluación se encuentra transversalizada por métodos no convencionales, brindándole a los estudiantes encontrarse con un espacio dedicado al juego relacionado con el aprendizaje.

Referencias

Álvarez Valdivia, I. M. (2009). *Evaluar para contribuir a la autorregulación del aprendizaje*.

Díez, J. A. (2002). *Iniciación a la Lógica*: Ariel.

Gutiérrez, G. A. (2000). *Introducción a la lógica*: Pearson Educación.

Sala, G., Gorini, A., & Pravettoni, G. (2015). Mathematical problem-solving abilities and chess: an experimental study on young pupils. *Sage Open*, 5(3), 2158244015596050.

Sampieri, R. H., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo, cualitativo, sus similitudes y diferencias. RH Sampieri, *Metodología de la Investigación*.

Schunk, D. H., & Ertmer, P. A. (2000). Self-regulation and academic learning: Self-efficacy enhancing interventions. In *Handbook of self-regulation* (pp. 631-649). Academic Press.