

Recursos Didácticos y Contextos Usados por Futuros Profesores de Matemáticas

Didactic Resources and Contexts Used by Future Mathematics Teachers

Walter F. Castro *

© ORCID iD 0000-0002-7890-681X

Hilduara Velásquez-Echavarría **

D ORCID iD 0000-0003-2467-0140

Juan López-Sora ***

ORCID iD 0000-0002-2823-9377

Resumen

Este documento informa sobre los recursos didácticos y contextos utilizados por futuros profesores de matemáticas durante el período de prácticas estipulado en su formación inicial. Se propone una definición operativa de recurso y de contexto, con la cual se identifican los recursos y los contextos que usan cuatro futuros profesores durante su práctica docente. La investigación es cualitativa y se usa un enfoque fenomenológico-hermenéutico para identificar e interpretar la actividad docente de los estudiantes en tanto que identifican, adecuan y usan recursos. Durante la investigación se registraron en el diario de campo los diferentes recursos que apoyan la enseñanza y se recopilan actividades que los futuros profesores presentan a los estudiantes. Se evidencia que los futuros profesores recurren a diferentes recursos y contextos de aplicación en la enseñanza de los conceptos y procedimientos matemáticos.

Palabras clave: Recursos didácticos. Contextos. Formación de profesores. Práctica docente.

Abstract

This document reports on the teaching resources and contexts used by mathematics teachers during the internship period stipulated in their initial training. An operational resource and context definition is proposed, with which we identified the resources and contexts used by four future teachers during their teaching practice. The research is qualitative, and a phenomenological-hermeneutical approach is used to identify and interpret students' teaching activity as they identify, adapt, and use resources. During the investigation, the different resources that support teaching were recorded in the field diary and activities that future teachers present to students are compiled, it is evident that future teachers use different resources and application contexts in teaching the concepts and mathematical procedures.

Keywords: Didactic resources. Contexts. Teacher training. Teaching practice.

^{*} Doctor en Didactica de las Matemáticas, Universidad de Granada (URG). Profesor de la Universidad de Antioquia (UDEA), Medellin, Antioquia, Colombia. E-mail: walter.castro@udea.edu.co.

Magister en Educación, Universidad de Antioquia (UDEA). Docente de cátedra de la Universidad de Antioquia (UDEA), Medellín, Antioquia, Colombia. E-mail: sarcavelasquez@gmail.com.

Licenciado en Educación, Universidad de Antioquia (UDEA). Profesor de Institución Educativa La Sagrada María (IESM), Medellin, Antioquia, Colombia. E-mail: juanlopezsora@gmail.com.



1 Introducción

La formación de profesores que enseñan matemáticas es una tarea que tanto los investigadores como las facultades de educación han asumido como prioridad, dada la importancia que los profesores de matemáticas tienen en el desarrollo social, cultural y económico (EVEN; TIROSH, 2002).

El estudio del conocimiento que deben tener los profesores que enseñan matemáticas ha sido un asunto de reflexión, dirigido al *qué* y al *cómo* debe ser aprendida por los estudiantes. En este proceso intervienen las creencias de los docentes, diversas fundamentaciones teóricas y otras formas de pensamiento que interactúan con las condiciones socioculturales para llevar a cabo acciones que se formalizan finalmente en el aula.

Diversos trabajos han abordado la conceptualización de recursos (RABARDEL, 1995; ADLER, 2000; BARTOLINI; MARIOTTI, 2008), otros exploran la adaptación de los textos (LLOYD; BEHM, 2005; BALL; FEIMAN-NEMSER, 1988) y del currículo (REMILLARD, 2005; LLOYD, 2002; COLLOPY, 2003; LLOYD, 2008; BALL; COHEN, 1996), de los recursos y su uso en el aula de clase (KIERAN; TANGUAY; SOLARES; 2011; LLOYD, 2009; REMILLARD, 2005; CHRISTOU; MENON; PHILIPPOU, 2009; LLOYD; BEHM, 2005) y la adecuación de los recursos a los contextos (SCHOENFELD,1998), efecto de los materiales sobre el trabajo docente (LLOYD; FRYKHOLM, 2000).

Entre otras investigaciones (SHULMAN, 1986; BALL; LUBIENSKI; MEWBORN, 2001; BALL; THAMES; PHELPS, 2008) han propuesto, diferentes modelos de conocimiento del profesor que han favorecido describir, explicar, valorar y guiar el avance de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

A partir de las categorías propuestas por Shulman (1986), investigadores como Ball, Lubienski y Mewborn (2001) introdujeron la noción de *conocimiento matemático para la enseñanza* (MKT). Diversos investigadores han propuestos conceptos que intentan caracterizar el conocimiento que un profesor debe tener para desarrollar su trabajo de manera eficiente: Hill, Ball y Schilling (2008, p. 374) definen "el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y desarrollo en el alumno". "Tal conocimiento no es algo que tendría un matemático como virtud por haber estudiado matemáticas avanzadas, más bien es un conocimiento especial para la enseñanza de las matemáticas" (BALL; LUBIENSKI; MEWBORN, 2001, p. 448).

El modelo (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015) propone la dimensión didáctica del conocimiento del profesor, que considera seis facetas – epistémica, cognitiva, afectiva,



ecológica, interaccional, y mediacional – que conforman "el conocimiento didáctico" del profesor; es decir, las facetas que el profesor debe considerar para promover procesos idóneos de formación matemática de los estudiantes. Una de las facetas del modelo es la faceta mediacional, que refiere a los recursos usados para promover el aprendizaje. Kierr (1990) considera el conocimiento de los recursos como una parte importante del conocimiento del profesor. El vínculo entre la faceta interaccional y la mediacional desarrolla y enriquece (GODINO; PINO-FAN, 2014) la noción de "conocimiento del contenido y la enseñanza" (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401).

En la investigación, cuyos resultados se reportan en este artículo, se estudian los recursos que identifican y adecuan profesores en formación durante su práctica docente, y se relacionan con el conocimiento matemático para la enseñanza que los profesores exhiben durante la enseñanza, en específico se estudia el conocimiento vinculado con la faceta mediacional (PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015). Conocer sobre el conocimiento didáctico para la enseñanza interesa tanto a la comunidad de investigadores quienes trabajan en la formación de profesores de matemáticas como a las facultades de educación, en tanto que se requiere informar sobre el núcleo de prácticas docentes que ha sido, recientemente, regulado para las licenciaturas en educación, por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2019).

El objetivo de este artículo es estudiar los medios, recursos, materiales y contextos que los profesores utilizan para enseñar matemáticas, utilizando la propuesta del Conocimiento Didáctico Matemático (GODINO; PINO-FAN, 2014) para estudiar la faceta mediacional del modelo del Conocimiento Didáctico Matemático del profesor (CDM).

A continuación, se presenta el apartado del marco teórico, el ámbito, la metodología, los hallazgos y las conclusiones.

2 Un modelo de conocimiento del profesor

Usaremos el modelo denominado *Conocimiento Didáctico Matemático* (CDM) el cual está basado en el Enfoque Onto-Semiótico de la instrucción y la cognición matemática (EOS) (GODINO *et al.*, 2006) para estudiar el conocimiento didáctico matemático que los practicantes ponen en juego durante sus clases.

El EOS considera "objeto matemático" como "cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo, que interviene de algún modo en la actividad matemática" (GODINO, 2014, p. 12). De igual modo, la



comprensión de un determinado objeto matemático está asociada al uso de éste de manera competente en diferentes prácticas (GODINO, 2014; PINO-FAN; GODINO; FONT, 2011). Las prácticas matemáticas, se conciben como "toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizar a otros contextos y problemas" (GODINO; BATANERO, 1994, p. 8).

El modelo CDM (PINO-FAN; GODINO; FONT, 2011; PINO-FAN; ASSIS; CASTRO, 2015) incluye dimensiones que hacen referencia al conocimiento que faculta a un profesor tanto para diseñar las clases como para orientar a los estudiantes durante la actividad matemática que se desarrolla en la clase. El modelo del conocimiento del profesor incluye seis facetas: epistémica, cognitiva, afectiva, ecológica, interaccional, y mediacional.

Beltrán-Pellicer y Giacomone (2018) reportan un trabajo que investiga la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en un curso de postgrado, mientras que Seckel y Font (2020) proponen la Teoría de la Idoneidad Didáctica para analizar la actividad docente, y proponen seis criterios, vinculados con la dimensión didáctica que favorece analizar diversos conocimientos que el profesor pone en juego durante su actividad profesional docente. En este trabajo, prestamos atención a la faceta mediacional, en tanto que estamos interesados en estudiar la identificación y la adecuación de los recursos propuestos por el futuro docente para el logro de objetivos instruccionales. La identificación y la adecuación suponen reconocer objetos matemáticos – faceta epistémica – para adaptarlos a los conocimientos de los estudiantes – faceta cognitiva – y al ambiente curricular escolar – faceta ecológica. Los recursos y su adecuación se estudian con base en las facetas y se incluyen en tanto que surgen de manera natural en la indagación que estudia los materiales identificados y modificados de manera natural por los estudiantes, en tanto que los criterios de idoneidad de estas facetas fueron conocidos por los estudiantes.

En la Figura 1 se aprecia que las diversas facetas están íntimamente relacionadas en tanto que, por ejemplo, una tarea propuesta debe considerar las ventajas y desventajas de su uso en relación con los objetos matemáticos motivo de discusión. Dada la interrelación entre las diferentes facetas y sus idoneidades asociadas, se reconoce que en el análisis de los recursos inciden indicadores propios de la idoneidad epistémica, el "uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...) traducciones y conversiones entre los mismos" de la idoneidad afectiva, el interés que genera las situaciones y la utilidad que se evidencia de las matemáticas para la vida cotidiana y profesional (GODINO, 2011, p. 9).



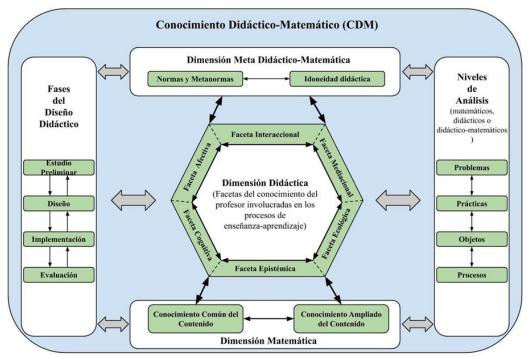


Figura 1 – Dimensiones y componentes del Conocimiento Didáctico Matemático Fuente: Pino-Fan y Godino (2015, p. 102)

El EOS considera las situaciones que el futuro profesor presenta a los estudiantes un "manipulativo gráfico-textuales-verbales" (GODINO; BATANERO; FONT, 2003) y reconoce que cada situación se propone con una "finalidad", "resolver situaciones problemáticas" para lograr la "génesis del conocimiento personal [que] se produce como consecuencia de la interacción del sujeto con el campo de problemas, mediatizada por los contextos institucionales" (GODINO; BATANERO, 1994, p. 2).

En este enfoque, la resolución de problemas se reconoce como *alternativa significativa* para enseñar las matemáticas, puesto que hace evidente las aplicaciones del conocimiento en la vida real (POCHULU; FONT, 2011). En este sentido, se relaciona con ideas de modelización, en tanto que favorece que los estudiantes aprecien utilidad en las matemáticas para resolver situaciones de la vida cotidiana, que se pueden abordar con la ayuda de *modelos*, que a manera de *esquema* favorece la solución de tareas matemáticas que incluyen, diversos significados matemáticos y relaciones entre ellos.

2.1 Método

La investigación se realiza bajo el enfoque cualitativo, usa un enfoque fenomenológicohermenéutico (HENRIKSSON; FRIESEN, 2012; SÁNCHEZ, 1998) en tanto que favorece identificar e interpretar la actividad docente de los practicantes en tanto que identifican y



adecuan recursos. Se orienta a la descripción y comprensión de situaciones únicas y particulares para examinar la experiencia tal cual se presenta en un ambiente natural, teniendo en cuenta los valores y los sentimientos que movilizan las diferentes situaciones que se presentan (RODRÍGUEZ; VALLDERIOLA, 2009). El paradigma investigativo es hermenéutico, en tanto que se interpretan los sucesos y los significados que otorgan los participantes a la realidad que experimentan. En la investigación participan cuatro practicantes, inscritos en la licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas de la Universidad de Antioquía-Medellín-Colombia, en los semestres octavo y noveno, quienes se desempeñan como docentes de primaria en un curso escolar regular.

2.2 Ámbito de investigación

El período de la práctica docente se realiza en los cursos de 3° y 4° de primaria en dos instituciones educativas públicas de carácter mixto, que atienden población de diferentes estratos socio-económicos, en la ciudad de Medellín, Colombia. La edad de los niños oscila entre 8 y 10 años. Para la toma de datos se utilizó la técnica de observación participante (COHEN; MANION; MORRISON, 2007). Los datos se registraron en el diario de campo, que posteriormente fueron sistematizados, analizados e interpretados. Se solicitó el consentimiento informado para que un investigador asistiera regularmente a las sesiones de clase que orientan los practicantes.

La recolección de datos se realizó durante un año académico, a través de la recopilación de las actividades diseñadas por los practicantes para ser usadas en sus clases, así como los recursos que usa en el aula. Los resultados del análisis de los datos obtenidos se contrastaron con la información recopilada de acuerdo con los elementos teóricos de la idoneidad didáctica (GODINO, 2011).

2.3 Recursos

La palabra *recurso*, proviene del latín *resurgere* que significa *surgir de nuevo*. Así que el recurso tiene la posibilidad de ser reusado pues tiene partes *ocultas* que pueden ponerse en uso de una nueva manera. En este documento, asumimos la definición de recurso dada por Carretero, Coriat y Nieto (1995, p. 32): "Se entiende por recurso cualquier material, no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el Profesor decide incorporar en sus enseñanzas".



Diversos autores reportan la adecuación que los profesores hacen de los libros de texto (BALL; FEIMAN-NEMSER, 1988; CHRISTOU; MENON; PHILIPPOU, 2009) como de materiales curriculares (LLOYD, 2009; SCHOENFELD, 1998) con lo cual, aun en caso en los que hay una intención explicita en los materiales disponibles para los profesores éstos los adecuan. Esta definición se usa y se matiza con las declaraciones de los practicantes, para quienes un recurso puede referir a discusiones, enunciados de tareas, materiales en físico, software, acciones o actividades que favorecen analizar o volver a hacer.

Los practicantes tomaron materiales no diseñados explícitamente para la enseñanza de ciertos objetos matemáticos y los adaptaron para su uso en las clases de matemáticas; de esta manera, los recursos son objeto de adaptación con intenciones didácticas, y esta adaptación permite identificar características conocimiento didáctico-matemático puesto en acto por los practicantes durante la clase. A continuación, se especifican los recursos, agrupados por categorías, que fueron usados por los practicantes en el aula.

Torta fraccionaria. Este recurso fue usado para el estudio de las fracciones, en referencia al estudio de la suma, la resta de fracciones homogéneas, la conversión de fracciones impropias a números mixtos y viceversa. Los practicantes dibujan gráficos hechos en la pizarra, pero sin promover el uso por parte de los estudiantes. El modo de representación escogido es el gráfico y el numérico; esté fue adaptado por los estudiantes, en tanto que usaron colores diversos para representar las fracciones y, en cierto modo modificaron el uso de este material (CARRETERO; CORIAT; NIETO, 1995).

Papel. Este recurso fue utilizado comúnmente para presentar gráficos y texto, pero se resalta que, en una ocasión, fue utilizado como *manipulativo tangible* (GODINO; BATANERO; FONT, 2003). En esta sesión se propuso el doblado de papel para construir un molino de cuatro aspas (Figura 2).



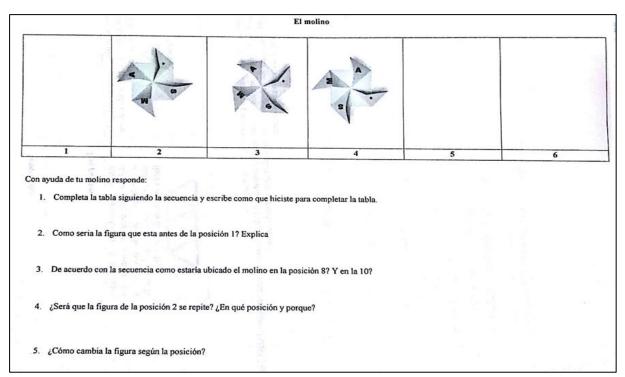


Figura 2 – Molino hecho con doblado de papel Fuente: profesor en formación

El propósito reconocido por los practicantes, es que los estudiantes construyeran un objeto que pueden manipular para identificar la secuencia de letras escritas en las aspas para responder a las preguntas de la guía de trabajo. Los estudiantes manifestaron no necesitar la manipulación del molino para descubrir la secuencia. Si bien la intención de los practicantes es loable, parece que el recurso no es adecuado ni a la edad de los estudiantes, que en promedio tienen nueve años, ni a los requerimientos epistemológicos de la tarea. Este aspecto fue reconocido posteriormente por los practicantes.

Durante la construcción del molino, los practicantes hicieron referencia constante a términos tales como diagonales, intersecciones y triángulos congruentes. Sin embargo, la construcción del molino se obtenía siguiendo la secuencia de acciones que realizaba el practicante, de tal suerte que la referencia a términos geométricos no tuvo propósito didáctico alguno para el desarrollo de la tarea.

Los Palillos. Este recurso se utilizó tanto para construir una secuencia de figuras como para establecer una generalización para la n-ésima figura de la secuencia. El objetivo es encontrar el número de palillos necesarios para configurar una secuencia numérica y pictórica, de triángulos contiguos y descubrir el patrón de formación.

La guía impresa que se entregó a los estudiantes no incluyó una tabla de registro, sin embargo, los practicantes la dibujaron en la pizarra y pidieron a los estudiantes hacer el registro completo. Cuando los estudiantes completaron la tabla y obtuvieron la generalización esperada



por el profesor, éste pidió resolver la misma situación, para el caso de cuadrados contiguos. Esta nueva consigna fue resuelta rápidamente por los estudiantes, quienes no utilizaron los palillos para realizar las figuras, dado que los palillos rodaban por el pupitre con facilidad y las figuras se desacomodaban, con lo cual usaron lápiz y papel para representar la situación. Los practicantes no habían considerado este escenario.

Pizarra o tablero. Fue el recurso de mayor uso; sin embargo, en ninguno de los cursos de la malla curricular de la Licenciatura aborda el uso de este recurso. Parece que su uso es simple, sin embargo, en la Práctica Docente los practicantes aprenden a usarlo como medio fundamental para la enseñanza. Aspectos tan elementales como el tamaño de letra, el orden que se debe llevar en él, el color y nitidez de los marcadores que usan son aspectos que se aprenden de la experiencia, del error, del malestar o el reclamo de los estudiantes porque no ven o no entienden lo que se escribe en el tablero. Los practicantes afirmaron que debería incluirse un curso, en su plan de estudios, donde se orientara el uso de diferentes recursos de gestión de aula, entre ellos el tablero.

Al principio de la práctica los practicantes dictan los problemas o llevan las actividades en fotocopias, y el uso de la pizarra se limita a que el profesor resuelva los ejercicios al final del taller, pero paulatinamente el uso de este recurso aumenta, y se usa en diferentes momentos de la clase. Así mismo, los practicantes solo usan la pizarra para discutir soluciones de las actividades, y animan a los estudiantes a que salgan y presenten los procesos que realizan, ya no solo escuchan las respuestas y revisan los argumentos que los estudiantes escriben en el cuaderno, sino que piden a los estudiantes presentar y discutir sus soluciones.

Canciones. El uso de cantos para que los estudiantes hagan silencio y centren la atención en las actividades fue recurrente por parte de uno de los practicantes, el cual es egresado de una Escuela Normal¹. La experiencia docente le permite saber que pedir silencio no es suficiente para obtenerlo y que la estrategia de cantar resulta efectiva cuando se trata de activar la atención de los niños. El canto también se utilizó para estudiar el concepto de secuencia repetitiva. La propuesta plantea una canción llamada ritmo, que requiere que los estudiantes aplaudan dos veces y den tres palmadas a sus piernas mientras cantan. Cuando un estudiante perdía el ritmo, se detenía la actividad y se le preguntaba cuál era la secuencia necesaria para que la canción se escuencia de manera uniforme, se motivaba a los estudiantes a responder utilizando la palabra secuencia.

Video. Este recurso se utilizó para mostrar a los estudiantes diferentes situaciones de la

¹ Instituciones educativas de básica secundaria que tiene un componente de cursos para educar profesores de primaria.



vida cotidiana que transcurren en secuencia. Una situación mostraba los diferentes pasos para la elaboración del pan, otra mostraba lo que hacía una niña antes de ir colegio; lo cual ilustra el concepto de secuencia. El uso de este medio evidenció dificultades en la integración de los recursos digitales en la enseñanza. Por un lado, las instituciones educativas no disponen ni de los equipos, ni de los programas, ni de personal técnico que apoye a los docentes. De otro lado, las condiciones de los salones son incompatibles con el uso del video. No es posible oscurecer el salón o regular el ruido externo para permitir escuchar y ver el video. Algunos profesores insisten en usar el video en tales condiciones, lo que provoca una reducción sustancial del tiempo de la clase, de la concentración y motivación de los estudiantes por la actividad a realizar. A continuación, se analizan las tareas y *el contexto* que utilizaron los practicantes en el proceso de enseñanza.

Diversos estudios reportan el uso de recursos por parte de los profesores, Stokes (2000) sugirió que el uso de herramientas visuales ayuda a que los estudiantes usen estrategias visuales para resolver problemas; tales herramientas visuales ayudan a configurar ambientes estimulantes de aprendizaje (BREEN, 1997).

2.3.1 Análisis de contextos

Diversas investigaciones (MARTINEZ; GORGORIÓ, 2004; ROGOFF, 1993; SCHOENFELD, 1998) resaltan el papel de los "contextos" en la enseñanza de las matemáticas. Rogoff (1993) ha estudiado la relación entre el contexto y el aprendizaje; afirma que la naturaleza del contexto crea diversos procesos de interacción, entre los estudiantes, que contribuyen al aprendizaje. Los contextos se utilizan para resaltar "la utilidad de lo que se aprende y debido a que se presume que tiene poder motivacional" (GRAVEMEIJER; DOORMAN, 1999, p. 111).

En la literatura, el término contexto tiene diversas acepciones, una consiste en considerarlo como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que otro consiste en considerar el entorno (RAMOS, FONT, 2006). Además, "Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana como a situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos" (GODINO, 2011, p. 17). También refiere a "cualquier información que puede ser usada para caracterizar la situación de una entidad" (DEY; ABOWD, 1999, p. 3).

En esta investigación, asumimos esta caracterización para posteriormente ampliar la idea de *contexto*. En este trabajo, adaptamos la propuesta de Bucur, Beaune y Boissier (2005) de contexto en un ambiente computacional. Asumimos, entonces, que el contexto es una



cuádrupla conformada por: atributos diversos, atributo relevante, ejemplificación y finalidad. La primera entrada *atributos diversos* puede estar conformada, a su vez, por un listado de características.

A lo largo del año de la práctica docente, los practicantes utilizaron tareas a las que asignaron diversos atributos para motivar el aprendizaje de las matemáticas. Parece ser que los practicantes consideran que el uso de situaciones y de relaciones promueve que los estudiantes "exploren, descubran, negocien, discutan, comprendan y usen las matemáticas" y esta creencia "está relacionada con una visión de la matemática basada en procesos" (BOALER, 1993, p. 15).

De tal suerte que en este trabajo, los recursos hacen referencia a materiales que no tienen la intención de uso didáctico, pero que son adaptados por los practicantes; estos recursos se pueden agrupar según características, que asumimos como constituyentes de *contextos*. Es así, como un *contexto* refiere a situaciones problemáticas reales, caracterizadas por cuatro componentes: atributos diversos, atributo relevante, ejemplificación y finalidad. En este sentido el contexto en este trabajo se diferencia del sentido usual dado al término, que se asume en función de identificación de características que permiten agrupar a los recursos, y se analizan teniendo en cuenta indicadores.

Es pertinente decir que el contexto refiere a un concepto que ayuda a organizar y clasificar los recursos según las cuatro características enumeradas en el párrafo anterior. Así, se puede afirmar que los contextos hacen parte de la faceta mediacional, inmersa en los recursos didácticos. Cada una de las tareas, los recursos identificados, las modificaciones propuestas y las agrupaciones de recursos, según criterios, se obtuvieron del análisis conjunto de todas las tareas propuestas por los cuatro practicantes; los contextos no se separan por practicante, en tanto que importan los contextos propuestos y no la relación con los sujetos que los propusieron. Estas tareas proponen un *contexto* implícito, en tanto que consideraban *atributos diversos, atributo relevante, ejemplificación y finalidad*.

Una vez estudiadas todas las tareas y los recursos propuestos, se estudiaron las características de éstas y se agruparon en varias categorías (CORREA *et al.*, 2015). A continuación, se describe cada uno de estos contextos en función de las características del conjunto de tareas propuestas por los practicantes, y se ofrece un ejemplo prototípico de cada uno.

Contextos reales. La mayoría de las situaciones presentadas por los practicantes a los estudiantes son susceptibles de ser comprobadas en la vida real y se asocian con ámbitos cercanos al estudiante. En la tarea que se muestra (Figura 3A) se identifican diversos atributos



numéricos: etapas descritas por ordinales y kilómetros recorridos descritos por cardinales. Se refiere a una competencia muy conocida en el ámbito ciclístico. El atributo relevante es la situación concreta (Tour de Francia) que es conocida para los estudiantes, la finalidad de este contexto, que los profesores identifican como *real* es vincular las operaciones matemáticas con un evento conocido por los estudiantes.

En la Figura 3B, el atributo relevante es la tienda escolar, conocida por los estudiantes, se propone una situación numérica, y se ofrece una relación numérica, *la mitad*, con la intención que los estudiantes realicen los cálculos respectivos para la solución.

Α.

En el tour de Francia el ciclista Nairo en la primera etapa recorrió 98 km, en la segunda etapa 116 Km, en la tercera etapa 129 Km, en la cuarta etapa 147 km y así fue avanzando en las siguientes etapas. Si la distancia aumenta a medida que avanza en las etapas, ¿cuántos Km habrá recorrido en la séptima etapa, en la novena etapa y en la décima etapa? Si son 21 etapas ¿cuántos Km habrá recorrido en total?

B.

En la tienda escolar, al reunir las ganancias del día martes, miércoles y jueves, se obtuvieron 35.000 pesos. Si cada día se recaudó la mitad de dinero del día anterior, ¿cuánto se recaudó el día martes; cuánto, el miércoles y cuánto, el jueves? Explica cómo lo hallaste.

Figura 3 – Dos tareas del contexto real Fuente: profesor en formación

En la tarea sobre el tour de Francia se proponen condiciones que no son verdaderas, en tanto que lo que se avanza en cada etapa en una carrera real dificilmente coincide con un patrón numérico establecido. Se plantean aspectos que son reconocidos por los estudiantes (nombre de un deportista, el nombre de la competición y los recorridos en kilómetros), sin embargo, tales aspectos no logran camuflar el carácter operativo de la actividad matemática propuesta.

Los practicantes proponen tareas en contextos que ellos suponen cercanos a los estudiantes, una de tales tareas refiere a la construcción de triángulos mediante palillos que los propios profesores proveen a los estudiantes (Figura 4), que corresponde a una situación intramatemática. Ben-Peretz (1990) afirma que los profesores encuentran potencial imbuido en los materiales.



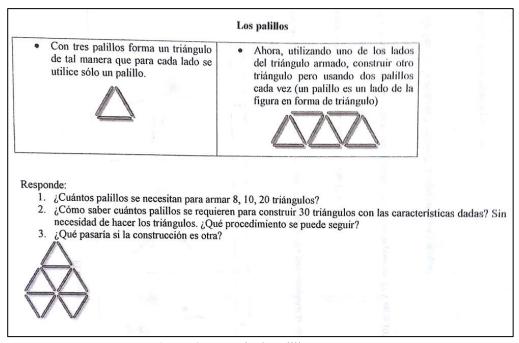


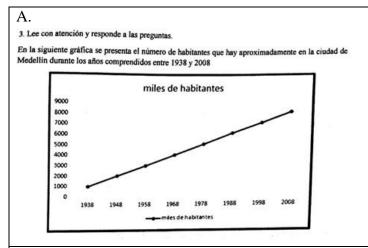
Figura 4 – Arreglo de palillos Fuente: profesor en formación

Otro ejemplo que corresponde a un contexto real, según criterio de los practicantes, refiere a la manipulación de materiales, en este caso los palillos, con la intención que verifiquen los resultados obtenidos. Aquí, el atributo relevante es la manipulación, que se representa tanto por figuras como numéricamente. La tarea fue respondida por todos los estudiantes, sin embargo, la tercera pregunta ¿Qué pasaría si la construcción fuera otra? no fue comprendida por los estudiantes.

Contextos pertenecientes a otras ciencias. La mayoría de las ciencias involucran tanto procedimientos como conceptos matemáticos como parte de su cuerpo de conocimientos. Sin embargo, las situaciones planteadas por los practicantes no establecen explícitamente las relaciones entre los conceptos de las ciencias y los procedimientos matemáticos. Por ejemplo, la situación propuesta (Figura 5A) puede asociarse con demografía, en ciencias sociales.

La intención de la tarea es estudiar el concepto de cambio, y el atributo relevante es su relación con la demografía. La presentación de la información mediante una gráfica fue bien comprendida por los estudiantes, sin embargo, algunos tuvieron dificultad con la interpretación del segmento horizontal con un punto en medio, y la leyenda *miles de habitantes*. El profesor debió ofrecer el significado de tal icono.





¿Cómo varia la cantidad de habitantes de Medellín, respecto a los años entre 1938 y 2008?

¿Si en el año 1938 hubo 1000 habitantes en Medellín ¿Cuántos había en el año 1928? Explica tu respuesta. Si la población continúa creciendo de la misma manera, en el año 2018 ¿Cuántos habitantes aproximadamente habrá?

¿Qué estrategias u operaciones realizaste para hallarla?

B. En equipos de a cinco estudiantes sigue las siguientes instrucciones:

Crea una fila y proponerse diferentes posiciones con el cuerpo que serán llevadas a cabo por cada integrante.

Para entender la dinámica de la actividad, observa el siguiente ejemplo que realizan 4

de tus compañeros al frente y trata de predecir qué posición sigue en el lugar número

5, en el 8, etc.



Cada grupo irá pasando al frente para que sus compañeros establezcan cuales serían las posiciones anteriores y siguientes. Luego se unirán de a dos equipos y propondrán una secuencia que sus demás compañeros deberán realizar y describir. El grupo que primero reconozca cual es el patrón de las posiciones deberá continuar y completar la secuencia, de esa manera el equipo que acumule más aciertos de puntos gana. Anexo 8.

Figura 5 – Relaciones con ciencias Fuente: profesor en formación

La propuesta relacionada con el *estiramiento* (Figura 5B), es el atributo relevante cuya intención es estudiar la idea de patrón y de secuencia. La referencia a la educación física es innecesaria y los estiramientos no tienen ningún papel en la solución de la tarea, las ilustraciones ayudan a configurar una secuencia fígural que bien podría haberse reemplazado por otro tipo de fíguras. El profesor no propone una discusión de la situación para promover el reconocimiento de conceptos matemáticos, tan solo se propone con la intención de usar ideas matemáticas cuya pertinencia no discute.

La representación gráfica fue bien comprendida por los estudiantes, y dieron las respuestas esperadas por el profesor. Los profesores consideran que se requiere abordar otras áreas del currículo escolar "estas presiones... pueden ser aliviadas al integrar experiencias de aprendizaje de manera holística" (ZHBANOVA *et al.*, 2010, p. 252). La integración en una clase de matemáticas requiere una interrelación fluida de áreas, pero lograr tal interrelación demanda que los profesores sean educados en esta visión (SCHLEIGH; BOSSÈ; LEE, 2011).

Contextos cercanos a la realidad cotidiana de los estudiantes. Para incluir las matemáticas en la vida cotidiana de los estudiantes, los practicantes incluyen a personas



conocidas, como la maestra cooperadora, la rectora de la institución, un compañero de clase o un personaje famoso, el grupo en general, la institución educativa o la tienda escolar. Las situaciones en las que estos se ven involucrados pertenecen a la cotidianidad de los estudiantes (problemas de compra, de distancia y de tiempo) o que evocan objetos con los que se tiene contacto diariamente como el reloj, o los pisos embaldosados. Los atributos identificados y usados por los profesores se ubican en la geometría y en la aritmética, y usan la representación pictórica y la numérica. Dado que las respuestas solicitadas por los profesores recurren al conocimiento de longitudes, perímetro y áreas, o de operaciones aritméticas, los estudiantes respondieron a las tareas sin evidenciar conflictos de significado. Los profesores adaptan el currículo para evocar objetos matemáticos y exploran materiales que respondan, efectivamente, a las especificidades y necesidades de la clase (BEN-PERETZ, 1990)

Contextos que parten del interés o la necesidad de los estudiantes. Estas tareas requieren indagar sobre las particularidades de cada grupo de estudiantes con los que se desarrolla la práctica docente (CARTAGENA; SOSSA, 2016), sin embargo, se procura despertar el interés de los estudiantes, puesto que las situaciones plantean comprar caramelos, duplicar confites o calcular el número de fichas con personajes de caricaturas. El practicante decidió utilizar figuras que vienen anexas a bebidas infantiles y que eran bastante populares entre los estudiantes (Figura 6). Los profesores implantan los recursos para promover el aprendizaje, y usualmente, de maneras diversas a como los materiales fueron diseñados (COHEN, 1990; WEIMERS, 1990).



Preguntas asociadas con la tarea:

- ¿Cómo haría para saber cuántos tazos² tiene cada uno?
- ¿Cuántos tazos tiene cada uno?

Figura 6 – Uso cotidiano por estudiantes Fuente: profesor en formación

El atributo que el profesor considera relevante es la cercanía de los niños con los objetos, lo cual atraerá su atención sobre los conceptos matemáticos que intenta discutir. La intención es trabajar con las relaciones numéricas, interpretarlas y usarlas para resolver la situación. Sin

Bolema, Rio Claro (SP), v. 35, n. 69, p. 432-458, abr. 2021

² Tazo refiere a fichas ilustradas promovidas en una campaña publicitaria por una compañía de alimentos, muy usados por los niños para jugar.



embargo, el uso específico de tales figuras se desdibuja aquí, y no desempeña un papel importante. La representación concreta y las preguntas de conteo simple no fueron especialmente difíciles para los estudiantes. Berger (2004) afirma que los estudiantes no atribuyen significados a conceptos y palabras de manera independiente al entorno social y cultural. El entorno social físico y las experiencias de los estudiantes pueden influenciar las experiencias visuales de los estudiantes (COOPER, 2008).

Contextos que permiten un análisis de la realidad social. Las situaciones ubicadas en esta categoría promueven el aprendizaje de las matemáticas como un medio para comprender la realidad social y cuestionarla; se considera que el aprendizaje de las matemáticas no tiene sentido por sí misma (CORREA et al., 2015). Las situaciones planteadas por los practicantes proporcionan un ejemplo de aplicación, para que los estudiantes reconozcan que la matemática se puede aplicar en diversos ámbitos. Algunos estudios (DAVENPORT, 2000; REMILLARD, 2000; VAN ZOEST; BOHL, 2002) reportan que los profesores usan, modifican, adaptan materiales curriculares y aprenden del uso de estos materiales.

Sin embargo, los practicantes prestan especial atención a que los estudiantes realicen correctamente los procedimientos. No se promueven discusiones sobre el entorno ni sobre las ideas matemáticas presentes y emergentes, que no son objeto de atención por parte de los practicantes. Parece que predomina el concepto matemático sobre la situación que se ha usado para promover la emergencia de ideas matemáticas que pueden conducir a la identificación de objetos, procedimientos, definiciones matemáticas adecuadas para resolver la situación planteada. Las representaciones de las tareas son verbales, gráficas y numéricas, que fueron bien aceptadas por los estudiantes, quienes no manifestaron conflictos de significado para resolver las tareas.

Contextos que permiten abordar conceptos matemáticos. En general, las situaciones que presentan los practicantes a los estudiantes tienen por objetivo introducir, ilustrar y ejercitar el uso de conceptos y procedimientos matemáticos. Todas las actividades desarrolladas involucran tanto discutir una situación para identificar el lenguaje matemático, que refiere a su vez a objetos matemáticos, a los procedimientos matemáticos pertinentes, como responder preguntas o cumplimentar una tabla en la que se visualiza la variación.

Por ejemplo, refieren a objetos conocidos por los estudiantes para promover el uso de conceptos y procedimientos matemáticos, en una actividad se utiliza un reloj análogo para discutir sobre grados, ángulos y rotación. Mientras que en otra situación se propone el caso de una pelota que rebota con cierta regularidad, lo cual se utiliza para introducir el estudio de secuencias, regularidades y tabulación de datos. Los profesores solicitan que los resultados se



expresen como respuesta al problema planteado, pero la validez de los mismos se fundamenta en la lógica y coherencia matemática, y no en la experimentación.

Contextos hipotéticos. Las situaciones presentadas por los practicantes generalmente proponen diferentes situaciones en las que se pretende dar sentido a los conceptos y las operaciones matemáticas. La mayoría hace alusión a objetos y a situaciones conocidas por el estudiante, pero, en su mayoría, éstas no son conocidas. El atributo relevante es *el equilibrio*, y la intención es utilizar ese atributo para vincular el concepto matemático bajo estudio con la situación. En la Figura 7 se muestra una actividad en la que se propone encontrar *equivalencia* entre frutas. Si bien el ejercicio es interesante en tanto puede motivar discusiones sobre el significado de la *equivalencia* y sobre sus diversas acepciones en la vida cotidiana y en la matemática, esta oportunidad no se explora por los practicantes.

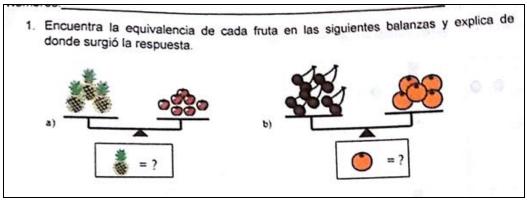


Figura 7 – Equivalencia mediante balanza Fuente: profesor en formación

De hecho, la expresión icónica debajo de cada balanza puede ser difícil de interpretar, dado que el uso del signo igual es muy conflictivo, sin embargo Ben-Peretz (1990, p. 71) afirma que los profesores usan su experiencia o creencias para "asignar sentido a los materiales curriculares en los salones de clase". La autora explora los marcos que los profesores utilizan para interpretar y analizar los materiales curriculares y sugiere que los profesores encuentran potencial imbuido en los materiales.

En su ánimo de vincular conceptos matemáticos con contextos, los profesores pueden olvidar que la igualdad es un concepto que tiene varias acepciones (MOLINA; CASTRO; AMBROSE, 2006), y que, en el caso utilizado, hace referencia a igualdad numérica, pero esa acepción parece no estar presente en las discusiones. Carpenter, Franke y Levi (2003) consideran que casi todas las manipulaciones sobre las ecuaciones requieren de la comprensión del signo igual en términos de relaciones, y desaconsejan el uso del signo igual en situaciones donde el número o la cantidad no sean explícitamente reconocidas, este tipo de usos oculta el número (KIERAN, 1991). Gelman y Gallistel (1986) reportan que niños entre 3 y 5 años



distinguen dos significados intuitivos para la igualdad entre conjuntos, y ambos basados en criterios numéricos.

Adicionalmente, no se discute que el signo igual puede referir a la igualdad entre el peso de una piña y el peso de varias manzanas, pero esto a su vez hace suponer que las relaciones entre los pesos son enteras, dado que parece no aceptarse fracciones del peso de una fruta. De nuevo, el practicante está interesado en trabajar sobre un concepto matemático, y ubica la situación en un contexto aparentemente conocido para los estudiantes, pero ignora diversas variables de la tarea y diferentes atributos del contexto que pueden o ser usados o causar confusiones. Los estudiantes resolvieron las tareas sin dificultad, sorprende que lograron interpretar el sentido de la equivalencia sin que mediara explicación por parte del practicante.

Contextos intramatemáticos. Algunas de las situaciones planteadas por los practicantes no se proponen en una situación de aplicación particular, se pide establecer la expresión matemática y hallar el número que se expresa (Figura 8), o realizar las operaciones matemáticas para determinar un resultado. La intención es estudiar relaciones numéricas y el atributo relevante es la ausencia de vínculos por fuera de la matemática escolar.

Escribir algebraicamente las siguientes expresiones, ¡justifica!:

El doble de un número

El triple de un número

El doble de un número más 5

La mitad de número más su triple

La cuarta parte de un número disminuido en 6

Figura 8 – Relaciones numéricas Fuente: profesor en formación

Campeón de los decimales. La situación se considera real en la medida que parte de la experiencia de los estudiantes para la recolección de datos obtenidos en una carrera que hacen en el patio del colegio; además, se relaciona con otra área de conocimiento, la educación física, puesto que la preparación para una carrera requiere calentamiento muscular, y permite el tratamiento de diversos conceptos matemáticos, las unidades de medida de la magnitud tiempo, el valor posicional de cantidades decimales y la representación tabular. Se resalta que, aunque la situación no parte del interés de los estudiantes, en el desarrollo de la competencia para la recolección de los datos, se logra cierta motivación pues los estudiantes se apresuran a tomar notas y revisan constantemente el tiempo que registran los compañeros para evitar el fraude y lograr ganar la competencia, esta motivación se genera naturalmente en este tipo de actividades.

Los registros de representación utilizados por el practicante fueron el lenguaje natural verbal, escrito y tabular, para que el estudiante registre los tiempos de la carrera. Ben-Peretz (1990, p. xiv) refiere a las acciones deliberadas de los profesores sobre materiales curriculares, "para reconstruirlos para estudiantes particulares o para situaciones específicas de clase". El



objetivo de recopilar la información y de comparar los tiempos motiva a interpretar las relaciones de orden y a ubicar las cantidades de acuerdo con el valor posicional, lo que evidencia que la situación plantea un proceso cíclico, en cuanto a que las relaciones de orden numérico se interpretan según la situación y, así, declarar el ganador de la competencia.

El reloj. Este recurso se presenta en registro gráfico en dos sesiones diferentes, para la enseñanza de rotación en una y las secuencias en otra. Se caracteriza por ser cercana a la realidad cotidiana de los estudiantes, el reloj es un instrumento que cotidianamente lo manejan los estudiantes, inclusive en el aula hay uno en la parte de adelante; además, promueve el estudio de varios conceptos matemáticos: el patrón de cambio, las secuencias, la medición de ángulos y la rotación. Ambas situaciones proponen determinar la hora cuando el minutero ha descrito un arco, medido en grados, u ocupa cierta posición. Este ejercicio intenta que los estudiantes consideren que la rotación del minutero también provoca rotación del horario, lo que propone considerar el movimiento del minutero en función de las horas. Se resalta que una misma situación se usó para motivar el aprendizaje de contenidos propios de la geometría y de la variación.

Secuencias con el cuerpo. Esta situación se propone en un contexto real, en el cual los estudiantes deben realizar movimientos para crear secuencias con las posiciones del cuerpo; permite explorar conceptos matemáticos tales como secuencia y patrón. Al igual que la carrera de decimales, la situación puede relacionarse con la educación física por involucrar movimientos coordinados, y despierta la motivación y el interés de los estudiantes que quieren que su grupo gane puntos y se involucran en descubrir los patrones de posición en la formación de los demás grupos. La representación es verbal y los estudiantes representan corpóreamente las posiciones asignadas a cada posición. La actividad es divertida para los estudiantes y logran encontrar la posición pedida en ubicaciones cercanas.

La caja mágica. Se refiere a una situación hipotética de una caja mágica que duplica la cantidad de chocolates que se ponen en ella; el contexto al que alude es hipotético, porque tal caja no existe, aunque los estudiantes pueden recrearla fácilmente y solucionarla por medio del tanteo; la situación se propone con el fin de que los estudiantes diseñen una solución, que podría ser a través de un sistema de ecuaciones que les permita resolver la actividad.

El único registro de representación utilizado es el lenguaje natural escrito y, aunque no se proporcionó ningún otro material, además de la guía impresa, en las explicaciones dadas por los practicantes a los estudiantes pedían suponer la existencia de la caja, por lo que los estudiantes empezaron a utilizar diferentes representaciones para la caja, algunos usaron la cartuchera de los lápices, los maletines, e incluso a los compañeros, *supongamos que usted es*



la caja. Puesto que la única pregunta fue ¿Cuántos chocolates tenía Juan en un principio? El resultado de las operaciones realizadas conducía a establecer la cantidad inicial de confites, lo que se entiende como un proceso cíclico. La situación permitió la movilización de significados que se ponen en juego y que hacen referencia a la faceta epistémica, los estudiantes pudieron resolver la tarea utilizando distintos procedimientos, mostrando diversas justificaciones y explicaciones, lo cual hace parte de las facetas interaccional y cognitiva.

Compra de caramelos. Esta situación pretende despertar el interés de los estudiantes al proponer la compra de dulces. El contexto es cercano para los estudiantes, puesto que todos ellos conocen esta sencilla dinámica del comercio y, en este sentido, guarda relación con la economía, asunto cotidiano para los estudiantes. Además, permite tratar diferentes temas matemáticos, las operaciones básicas y la lectura de tablas de frecuencia y de gráficos de barras.

Los registros de representación que se usan para presentar la situación son el lenguaje natural escrito, la tabla de doble entrada y el gráfico de barras; estos dos registros gráficos contienen la información necesaria para responder a las preguntas planteadas, lo que requiere analizar la información de los gráficos para resolver los interrogantes. Las preguntas planteadas en la situación promueven analizar el precio de cada caramelo en la tabla de doble entrada y la cantidad que se compró de cada uno en el gráfico de barras, además de determinar la cantidad de dinero gastado, lo que da cuenta de un proceso cíclico.

Secuencia de cuadrados. La situación se propone en un contexto intra-matemático, sin un contexto de aplicación cercano al estudiante. La situación permite abordar conceptos matemáticos como: figuras cuadradas, secuencias y perímetro. Los registros de representación utilizados son el lenguaje natural escrito, la representación gráfica de la secuencia de cuadrados y la representación tabular. Se resalta que una misma situación se use para la enseñanza del perímetro, concepto propio de la geometría y, de las secuencias, concepto propio de la variación.

Álgebra. Este conjunto de situaciones se presenta en un contexto intra-matemático, que permite a los estudiantes pensar en la generalidad y tratar de representarla matemáticamente con el uso de variables. El único registro de representación utilizado es el lenguaje natural escrito y, dado que la situación propone un tratamiento netamente formal de la situación, en la que el estudiante debe interpretar el enunciado solo en términos numéricos, no se evidencia un proceso cíclico. Los estudiantes resolvieron las tareas recurriendo a sus conocimientos numéricos y no manifestaron conflictos de significado.

Es interesante apreciar que los futuros profesores no solo proponen tareas, sino que las incluyen en sistema de prácticas para resolver un determinado campo de problemas (FONT; BREDA; SECKEL, 2017) de tal suerte que estas tareas convocan nuevas prácticas que, a su



vez, amplían los sentidos del objeto matemático.

3 Conclusiones

El artículo indaga sobre los recursos y los contextos que los estudiantes en práctica docente identifican, usan y adaptan para la enseñanza de las matemáticas. La faceta mediacional del modelo de conocimiento didáctico-matemático se manifiesta en la identificación, adecuación y uso de diferentes recursos materiales manipulativos, tangibles, verbales, visuales y las situaciones que diseña el futuro profesor para promover el aprendizaje de objetos matemáticos. En general los profesores utilizan los implementos que son comunes en los procesos de enseñanza, marcadores, tablero, reglas; pero, también integran implementos que son propios del aula y que no están diseñados para la enseñanza de las matemáticas, como el reloj, los palillos, las baldosas, entre otras.

Además, plantean situaciones que aluden a diferentes aplicaciones, en los cuales las definiciones y propiedades adquieren sentido fuera del ámbito escolar, dado que los profesores intentan motivar el estudio de las matemáticas escolares mediante el uso de recursos y características que encuentran disponibles. En este trabajo se ha utilizado el término contexto en el sentido de un ejemplo particular de un objeto matemático, junto con características asociadas y no tanto como el entorno. El aporte de esta investigación se ubica en la identificación de recursos y contextos que los estudiantes en práctica usan de manera espontánea, y de la complejidad de los mismos, en tanto que valorar los contextos en términos de criterios que da cuenta de las características incluidas en los materiales y de su uso.

El diseño y aplicación de las situaciones que se usan como recurso por parte de los practicantes se apoyan en el uso de recursos, auditivos, visuales, tangibles. Ello permite a los estudiantes aprender y establecer múltiples interrelaciones. Además, las guías impresas dan cuenta del uso de diferentes registros de representación que introducen y apoyan el aprendizaje de las matemáticas, el lenguaje natural verbal, escrito, simbólico y gráfico estuvo presente y asociado con las situaciones planteadas por los practicantes. Particularmente, se resalta que en algunas situaciones la información se presenta únicamente en gráficos, lo cual exige que el estudiante interprete datos en tablas y gráficos de barras o histogramas para comprender y solucionar la situación planteada.

Tanto los recursos como los contextos, o situaciones, usadas por los practicantes relacionan tres facetas de la dimensión didáctica del conocimiento didáctico-matemático del profesor: mediacional, epistémica y cognitiva. Es notable que los practicantes hayan hecho



ingentes esfuerzos por relacionar estas tres facetas de manera espontánea, en tanto que, durante su práctica, no hubo exigencia explicita por parte de los profesores orientadores para establecer tales relaciones.

En cuanto a la formación de futuros profesores, en el transcurso de la licenciatura se estudian diferentes ámbitos sociales, culturales y educativos en los que se ejerce la profesión docente y se proponen estrategias que permitan aprovechar las características de diferentes entornos particulares para promover el aprendizaje de las matemáticas, sin embargo, la cantidad de variables que inciden y condicionan las dinámicas de las instituciones educativas hace que sea impredecible el desarrollo de las actividades en una sesión de clase. Los cursos que componen el programa de la licenciatura procuran una formación de alto nivel en los conocimientos propios que debe tener un profesional docente, pero solo el ejercicio real de la profesión da cuenta de la capacidad para articular el conocimiento pedagógico, didáctico y disciplinar del futuro profesor. Esta articulación de saberes se puede entender en términos de la idoneidad del profesor para apoyar los procesos formativos de los estudiantes.

En este sentido, el período de las prácticas de la licenciatura, enfrenta al futuro profesor a una experiencia compleja. Por un lado, la primera posibilidad de conocer el contexto escolar permite adquirir experiencia real del ejercicio de la profesión docente; por otro lado, el proceso de enseñanza, realizado por los profesores en formación, pretende que se asuma no solo la práctica docente, sino una práctica investigativa en la que se documenta y sistematiza la experiencia. Lo que convierte a esta primera experiencia en una situación cargada de presión para el futuro profesor, que, a la vez que se debe adecuar a las dinámicas institucionales, también debe servir como trabajo de grado.

Por lo anterior, parece conveniente que los programas de licenciatura concedan más oportunidades para que el futuro profesor tenga contacto con los contextos escolares antes de asumir la docencia directa y la gestión de aula. El profesor podría asumir, con mayor naturalidad y seguridad, el reto de sistematizar la experiencia que le concede el acceso al título profesional. La adaptación docente de materiales y recursos para responder a las características del entorno social y cultural de la escuela es una labor al cual el profesor no puede renunciar, en un aspecto que pertenece a la jurisdicción del conocimiento docente, en la que su creatividad y conocimiento se ponen en juego.

Referencias

ADLER, J. Conceptualizing resources as a theme for teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, South Africa, v. 3, p. 205-224, 2000.



- BALL, D. L.; LUBIENSKI, S.; MEWBORN, D. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. *En:* RICHARDSON, V. (ed.). **Handbook of research on teaching**. 4. ed. Washington: American Educational Research Association, 2001. p. 433-456.
- BALL, D. L.; FEIMAN-NEMSER, S. Using textbooks and teachers' guides: A dilemma for beginning teachers and teacher educators. **Curriculum Inquiry**, London, v. 18, n. 4, p. 401-423, 1988.
- BALL, D. L.; COHEN, D. K. Reform by the book: What is or might be the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform? **Educational Researcher**, Washington, DC, v. 25, n. 9, p. 6–8, 1996.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching. What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Washington, DC, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARTOLINI BUSSI, M. G.; MARIOTTI, M. A. Semiotic mediation in the mathematics classroom: artefacts and signs after a Vygotskian perspective. *En:* ENGLISH, L.; BARTOLINI BUSSI, M.; JONES, G.; LESH, R.; TIROSH, D. (ed.). **Handbook of international research in mathematics education**: second revised edition. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2008. p. 746-805.
- BEN-PERETZ, M. **The teacher–curriculum encounter**: Freeing teachers from the tyranny of texts. Albany: State University New York Press, 1990.
- BELTRÁN-PELLICER, P.; GIACOMONE, B. Desarrollando la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en un curso de postgrado mediante la discusión de una experiencia de enseñanza. **REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education**, Barcelona, v. 7, n. 2, p. 111-133, 2018.
- BERGER, M. The functional use of a mathematical sign. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 55, p. 81-102, 2004.
- BOALER, J. The role of contexts in the mathematics classroom: do they make mathematics more "Real"? For the Learning of Mathematics, New Westminter, v. 13, n. 2, p. 12-17, jun. 1993.
- BREEN, C. Exploring imagery in P, M and E. *En:* PEHKONEN, E. (ed.). **Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. v. 2. Lahti: University of Helsinki. 1997. p. 97-104.
- BUCUR, O.; BEAUNE, P.; BOISSIER, O. Définition et représentation du contexte pour des agents sensibles au contexte. *En:* FRENCH-SPEAKING CONFERENCE ON MOBILITY AND UBIQUITY COMPUTING (UbiMob'05), 2., 2005, Grenoble. **Proceedings...** Grenoble: Association for Computing MachineryNew York, 2005. p. 13-16.
- CARRETERO, R.; CORIAT, M; NIETO, P. Secuenciación, Organización de Contenidos y Actividades de Aula. *En:* Junta de Andalucía (ed.). **Materiales Curriculares**: Educación Secundaria. v. 17. Junta de Andalucia: Sevilla, 1995. p. 65-173.
- CARPENTER, T. P.; FRANKE, M. L.; LEVI, L. **Thinking Mathematically**: Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School. Portsmouth: Heinemann, 2003.
- CARTAGENA, L. C.; SOSSA, G. **Resolución de problemas asociados al razonamiento algebraico.** Trabajo de grado (Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas) Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín, 2016.
- CHRISTOU, C.; MENON, M. E.; PHILIPPOU, G. Beginning teachers' concerns regarding the adoption of new mathematics curriculum materials. *En:* REMILLARD, J. T.; HERBEL-



EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (ed.). **Mathematics teachers at work**: Connecting curriculum materials and classroom instruction. New York: Routledge, 2009. p. 223-244.

COHEN, L.; MANION, L.; MORRISON, K. **Research methods in education**. 6. ed. London and New York: Routledge Taylor & Francis Group, 2007.

COHEN, D. K. A revolution in one classroom: The case of Mrs. Oublier. **Educational Evaluation and Policy Analysis**, Madrid, v. 12, n. 3, p. 327-345, 1990.

CORREA, M.; MARÍN, A.; GÓMEZ, P. A.; MESA, Y. M.; VILLA-OCHOA, J. A. Concepciones de formadores de profesores sobre la modelización matemática y la relación con sus prácticas de enseñanza. *En:* CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CNMEM'05), 9, 2015, São Carlos. **Actas...** São Carlos: Universidad Federal de Mina Gerais, 2015.

COOPER, L. Z. Supporting visual literacy in the school library media center: Development, socio-cultural, and experiential considerations and scenarios. **Knowledge Quest: Visual literacy**, Chicago, v. 36, n. 3, p. 14-19, 2008.

COLLOPY, R. Curriculum materials as a professional development tool: How a mathematics textbook affected two teachers' learning. **Elementary School Journal**, Chicago, v. 103, n. 3, p. 287–311, 2003.

DAVENPORT, L. Elementary Mathematics Curricula as a Tool for Mathematics Education Reform: Challenges of Implementation and Implications for Professional Development. Newton: Center for the Development of Teaching, 2000.

DEY, A. K.; ABOWD, G. D. Towards a better understanding of context and context-awareness. *In:* GVU Technical Report git-gvu-99-22.Conference: **Proceedings** of the PrCHI. Schevenin, 2000. p. 304-307.

EVEN, R.; TIROSH, D. Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning and thinking. *En*: ENGLISH, L. D. (ed.). **Handbook of International Research in Mathematics Education**. London: Lawrence Erlbaum y NCTM, 2002. p. 219-240.

FONT, V.; BREDA, A.; SECKEL, M. J. Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 10, n. 2, 2017.

GELMAN, R.; GALLISTEL, C. R. **The child's understanding of number**. Cambridge: Harvard University Press, 1986.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *En:* CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM-IACME'11), 13., 2011, Recife. **Actas...** Recife: Universidad Federal de Pernambuco, 2011. p. 1-20.

GODINO, J. D. **Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática**: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. 2014. Disponible en: https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sintesis_EOS_24. Acceso: 14 ago. 2010.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Paris, v. 14, n. 3, p. 325-355, 1994.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para maestros. Granada: ReproDigital. Facultad de Ciencias Avda. Granada, 2003.



- GODINO, J. D.; PINO-FAN, L. Del conocimiento matemático para la enseñanza al conocimiento didáctico-matemático. *En:* GONZÁLEZ, M. T.; CODES, M.; ARNAU, D.; ORTEGA, T. (ed.). **Investigación en Educación Matemática XVIII**. Salamanca: SEIEM, 2014. p. 513-522.
- GODINO, J. D.; BENCOMO, D.; FONT, V.; WILHELMI, M. R. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Revista Paradigma**, Caracas, v. 27, n. 2, p. 1-25, dic. 2006.
- GRAVEMEIJER, K.; DOORMAN, M. Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 39, n. 1-3, p. 111-129, 1999.
- HENRIKSSON, C.; FRIESEN, N. Introduction. *En:* FRIESEN, N.; HENRIKSSON, C. (ed.). **Hermeneutic Phenomenology in Education**. Dordrecht: Sense Publishers, 2012. p. 1-14.
- HILL, H. C.; BALL, D.; SCHILLING, S. Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 39, n. 4, p. 372-400, 2008.
- KIERAN, C. A procedural-structural perspective on Algebra Research. *En:* CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION (PME), 15., 1991, Assisi. **Actas...** Assisi: University of Genova, 1991. p. 245-253. v. 2.
- KIERAN C.; TANGUAY D.; SOLARES, A. Researcher-Designed Resources and Their Adaptation Within Classroom Teaching Practice: Shaping Both the Implicit and the Explicit. *En:* GUEUDET, G.; PEPIN, B.; TROUCHE, L. (ed.). **Mathematics Teacher Education**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 189-213. v. 7. Disponible en: https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8 10. Acceso: 24 marzo 2005.
- LLOYD, G. M. School mathematics curriculum materials for teachers' learning: future elementary teachers' interactions with curriculum materials in a mathematics course in the United States. **ZDM Mathematics Education**, Berlín, v. 41, p. 763–775, 2009. Disponible en: https://doi.org/10.1007/s11858-009-0206-4. Acceso: 3 febrero 2010
- LLOYD, G. M. Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 39, n. 1, p. 63–94, 2008.
- LLOYD, G. Mathematics Teachers' Beliefs and Experiences with Innovative Curriculum Materials. *En:* LEDER, G. C.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (ed.). **Beliefs**: A Hidden Variable in Mathematics Education?. Dordrecht: Springer, 2002. Disponible en: https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_9. Acceso: 15 junio 2008.
- LLOYD, G. M.; BEHM, S. L Preservice Elementary Teachers' Analysis of Mathematics Instructional Materials. **Action in Teacher Education**, London, v. 26, n.4, p.48-62, 2005. DOI: 10.1080/01626620.2005.10463342.
- LLOYD, G. M.; FRYKHOLM, J. How innovative middle school mathematics materials can change prospective elementary teachers' conceptions. **Education**, Chicago, v. 21, p. 575-580, 2000.
- MARTINEZ, M.; GORGORIÓ, N. Concepciones sobre la enseñanza de la resta: Un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. **Revista Electrónica de Investigación Educativa (REDIE)**, Mexicali, v. 6, n. 1, p.389-406, 2004.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL MEN 2017. Decreto 1330 de julio 25 de 2019 por el cual se sustituye el Capítulo 2 y se suprime el Capítulo 7 del Título 3 de la Parte 5 del Libro 2 del



Decreto 1075 de 2015 -Único Reglamentario del Sector Educación, 2019. Disponible en: https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-387348.html?_noredirect=1. Acceso en: 35 jun 2020.

MOLINA, M.; CASTRO, E.; AMBROSE, R. Trabajo con igualdades numéricas para promover pensamiento relacional. **PNA** (Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática), Granada, v. 1, n. 1, p. 33-46, 2006.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento-didáctico matemático del profesor. **Revista Paradigma**, Caracas, v. 36, n. 1, p. 87-109, jun. 2015.

PINO-FAN, L.; ASSIS, A.; CASTRO, W. F. Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**, L, v. 11, n. 6, p. 1429-1456, 2015. DOI: 10.12973/eurasia.2015.1403^a.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V. Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 141-178, 2011.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V. Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 60-89, 2015.

POCHULU, M.; FONT, V. Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)**, Mexico, v. 14, n. 3, p. 361-394, 2011.

RABARDEL, P. Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995. p.239.

RAMOS, A. B.; FONT, V. Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica: Una prospettiva ontosemiotica. **La Matematica e la sua didattica**, Bologna, v. 20, n. 4, p. 535-556, 2006.

REMILLARD, J. T. Can curriculum materials support teachers' learning? **Elementary School Journal**, Chicago, v. 100, n. 4, p. 331–350, 2000.

REMILLARD, J. T. Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. **Review of Educational Research,** Washington, 75, 211–246, 2005.

RODRÍGUEZ, D.; VALLDEORIOLA, J. **Metodología de la Investigación**. Barcelona: UOC – Universitat Oberta de Catalunya, 2009.

ROGOFF, B. Children's guided participation and participatory appropriation in socio-cultural activity. *En:* WOZNIAK, R.; FISHER, K. (ed.). **Development in context**: Acting and Thinking in Specific Environments. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1993. p. 121-153.

SÁNCHEZ, S. Fundamentos para la Investigación Educativa: Presupuestos epistemológicos que orientan al investigador. Santa Fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 1998.

SCHLEIGH, S. P.; BOSSÈ, M. J.; LEE, T. Redefining curriculum integration and professional development: In-service teachers as agents of change. **Current Issues in Education (CIE)**, Tempe, v. 14, n. 3, p. 1-14, sep. 2011.

SCHOENFELD, A. H. Toward a theory of teaching-in-context. **Issues in Education**, Charlotte, v. 4, n. 1, p. 1-94, 1998.



SECKEL, M. J.; FONT, V. Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. Magis. **Revista Internacional de Investigación en Educación,** Bogotá, v. 12, n. 25, p. 127-144, 2020. DOI: 10.11144/Javeriana.m12-25.crfp.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

STOKES, S. Visual literacy in teaching and learning: A literature perspective. **Electronic Journal for the Integration of Technology in Education**, Minneapolis, v. 1, n. 1, p. 10–19, 2000.

VAN ZOEST, L. R.; BOHL, J. V. The role of reform curricular materials in an internship: The case of Alice and Gregory. **Journal of Mathematics Teacher Education**, New York, v. 5, n. 3, p. 265–288, 2002. https://doi.org/10.1023/A:1019816329185

WIEMERS, N. J. Transformation and accommodation: A case study of Joe Scott. **Educational Evaluation and Policy Analysis**, Washington, v. 12, p. 281-292, 1990.

ZHBANOVA, K. S.; RULE, A. C.; MONTGOMERY, S. E.; NIELSEN, L. E. Defining the difference: Comparing integrated and traditional single-subject lessons. **Early Childhood Education Journal**, New York, v. 38, n. 4, p. 251-258, dec. 2010.

Submetido em 13 de Junho de 2019. Aprovado em 18 de Outubro de 2020.