



**Precio de la vivienda en Colombia. Revisión para la existencia o no de una burbuja  
inmobiliaria**

Andrés Eduardo Bran Arboleda

Monografía presentada para optar al título de Economista

Asesores

Héctor Mauricio Posada Duque. Doctor (PhD) en Economía

Vanessa Galeano Duque. Doctor (PhD) en Development Policy

Universidad de Antioquia  
Facultad de Ciencias Económicas  
Economía  
Medellín, Antioquia, Colombia  
2023

<b>Cita</b>	(Bran Arboleda, 2023)
<b>Referencia</b>	Bran Arboleda, A.E. (2023). <i>Existencia de una burbuja inmobiliaria en Colombia. Revisión de la evidencia empírica para los años 2015 a 2021</i> . [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
<b>Estilo APA 7 (2020)</b>	



Centro de Documentación Economía

**Repositorio Institucional:** <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - [www.udea.edu.co](http://www.udea.edu.co)

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

## **Dedicatoria**

A ellas dos, las mujeres más importantes de mi vida. Ellas le dieron el sentido a esto.

## **Agradecimientos**

A Héctor y a Vanessa quienes me guiaron en esta última etapa. La pasión por la excelencia los llevó hasta donde están. Gracias por su generosidad y exigencia.

A Gabriel por los momentos de tangos y café. “Vos que la tenés cuidala, si supieras cuánto vale”

A Felipe y al jara porque siempre creyeron.

A mi familia por comprender tantas cosas.

## Tabla de contenido

Resumen .....	7
Abstract .....	8
Introducción .....	9
1 Planteamiento del problema .....	11
2 Objetivos .....	13
2.1 Objetivo general .....	13
2.2 Objetivos específicos.....	13
3 Marco teórico .....	14
4 Metodología .....	17
Metodología para detectar burbujas sugerida por Franses .....	17
Método para verificar la estabilidad de los parámetros: Prueba CUSUM .....	36
Índice de precio de vivienda usada (IPVU) .....	22
5 Resultados .....	24
Análisis descriptivo de la serie .....	24
Resultados de la investigación .....	26
6 Conclusiones y recomendaciones.....	31
7 Bibliografía.....	32
8 Anexos.....	35

## **Lista de tablas**

Tabla 1. Prueba de hipótesis entre la velocidad y la aceleración .....	26
--	----

## Lista de gráficos

Gráfico 1. Comportamiento histórico del IPVU .....	24
Gráfico 2. Tasa de crecimiento del IPUV .....	25
Gráfico 3. Pruebas para la serie nacional .....	27
Gráfico 4. Pruebas para la ciudad de Bogotá .....	28
Gráfico 5. Pruebas para la ciudad de Medellín .....	29
Gráfico 6. Prueba para la ciudad de Cali.....	30
Gráfico 7. Pruebas para Otras Ciudades.....	30

## Resumen

Este trabajo pretende escudriñar las series de precios de la vivienda en Colombia con el objetivo de verificar la existencia y predecir el riesgo de una burbuja inmobiliaria. Se estima que en Colombia el precio de la vivienda se incrementó en una media del 7 % anual desde el 2015 hasta la fecha, lo que ha revivido la discusión sobre la existencia de una burbuja en el sector inmobiliario. El crecimiento ha sido en parte atribuido al auge del turismo, la creciente inmigración y la expansión de la economía colaborativa, y la discusión en las ciudades ha girado en torno a la presencia de procesos de gentrificación en similitud a lo ya sucedió en otras ciudades del mundo. Este estudio elabora a partir del método propuesto por Franses (2016) que verifica el comportamiento del precio de la vivienda en relación con su tendencia de largo plazo junto a una verificación de la estabilidad de los parámetros encontrados. La evidencia sugiere que hasta 2021 en Colombia no se presentó una burbuja inmobiliaria. Por tanto, el precio de la vivienda aumenta gracias a los fundamentales del mercado.

*Palabras clave:* Burbuja inmobiliaria, Índice de precio de vivienda usada, Modelos ARIMA, estabilidad de parámetros, economía colaborativa.

**Clasificación JEL:** C22, D14, D49, G11

## **Abstract**

This paper examines the housing price series in Colombia in order to predict the existence of a real estate bubble risk. It is estimated that in Colombia the price of housing increased by an average of 7% per year from 2015 to date, which suggests the existence of a bubble in the real estate sector. The growth has been partly attributed to the boom in tourism, the growing immigration and the expansion of the collaborative economy, and the discussion in the cities has revolved around the presence of gentrification processes compared to what has already happened in other cities of the world. This study is based on the method proposed by Frances (2016) that verifies the behavior of house prices in relation to its long-term trend together with a verification of the stability of the parameters found. The evidence suggests that a real estate bubble did not appear in Colombia until 2021. Therefore, the house price increases thanks to the fundamentals of the market.

*Keywords:* Real estate bubble, used housing price index, ARIMA models, stability of parameters, collaborative economy.



## Introducción

Voces de todos los frentes se han referido a la existencia de una burbuja inmobiliaria en el país dado que los precios de los inmuebles han crecido a una tasa media del 7 % anual (DANE, 2023) en los últimos 5 años. Por esta razón es importante analizar si efectivamente en Colombia puede hablarse de una burbuja inmobiliaria en los últimos años. Este estudio realiza una nueva revisión y evaluación del fenómeno usando el método sugerido por Franses (2016) y aplicado en Colombia por Rendón-García et al. (2019) para el periodo 2010-2015. Así mismo, se propone un análisis adicional de consistencia de los parámetros en toda la serie de datos mediante la prueba de errores acumulados propuesta por Chow (Johnston & DiNardo, 1997) para verificar si la crisis del UPAC en 1999 influyó en la senda del crecimiento de los precios para los años siguientes. Se hace uso de la serie de índice de precio de vivienda usada (IPVU) publicada por el Banco de la República desde 1989 hasta 2021.

El objetivo de este trabajo de monografía es verificar la existencia y el riesgo que se presente una burbuja inmobiliaria en Colombia en las principales ciudades con énfasis en el análisis de la tendencia en los años recientes (2015 a 2021). El acelerado crecimiento de los precios de la vivienda en las principales ciudades del país ha capturado titulares en los medios en los últimos meses, asociando este fenómeno al incremento de turistas y nómadas digitales, así como, a la puesta en marcha de nuevas formas de negocio de la economía colaborativa. Publicaciones como las de Portafolio (2023) y Semana (2023) se han ocupado del tema. En Colombia, tras ser superada la crisis del UPAC de 1999 se ha observado un crecimiento sostenido de los precios de los productos inmobiliarios a una tasa media del 3,15 %, y a partir del 2015 esta tasa se ubica en el 7%. (cálculos propios) La vivienda continúa siendo el acervo primario de riqueza de las familias del país, y la aspiración de muchas personas en su esfuerzo personal por salir de la pobreza y construir riqueza. Esta investigación explora el comportamiento del precio de las viviendas en Colombia y en sus principales ciudades para los años 2015 a 2021 con el objeto de evaluar la existencia de burbuja inmobiliaria.

Las burbujas están relacionadas con prácticas especulativas del mercado y se definen como un incremento del volumen de transacciones que difieren bastante del valor económico de sus

variables fundamentales como las presiones de oferta y demanda y a presiones especulativas que en el caso del mercado inmobiliario simplemente consisten en que las personas compran una vivienda con la esperanza de venderla al tiempo a un mayor precio. Una de las características principales de las burbujas es la dificultad para calcular el valor real de un activo y en el momento en que el verdadero valor es identificado ocurre un colapso brusco de los precios. En el caso de los bienes inmobiliarios por tratarse de un bien de baja liquidez el colapso es más lento dada la dificultad de encontrar el precio real del activo.

El trabajo consta de siete partes incluida esta introducción. En la segunda parte se presenta el porqué es necesaria la revisión del problema, en la tercera se plantean los objetivos de este estudio. En una cuarta sección se muestra la revisión de la literatura, la metodología propuesta compone el quinto apartado, en el sexto aparte presenta los resultados de la investigación. Por último, se presentan las conclusiones y discusión de los alcances.

## 1 Planteamiento del problema

Mucho se especula en los corrillos públicos y en medios masivos especializados acerca de los incrementos en el precio de la vivienda en Colombia y sobre una posible burbuja inmobiliaria. Las cifras indican que el precio de las viviendas se duplicó en poco más de 10 años presentando una tasa media de crecimiento anual aproximada del 7% entre los años 2003 y 2013 (Rendón-García et al., 2019). Forbes (2020), La República (2021), y Corficolombiana (2023) han planteado la existencia de una burbuja inmobiliaria en Colombia para los últimos años. Estas publicaciones apuntan a que en Colombia el precio de la vivienda se ha incrementado significativamente pero no se ponen de acuerdo en la existencia o no de una burbuja.

Si bien el precio de la vivienda se ha incrementado en los últimos años, no se sabe cuáles son las causas del aumento. En la básica de la economía el incremento del precio de un bien es explicado por el comportamiento de variables fundamentales del mercado que para el caso de la vivienda se habla de variables como los costos de producción (tierra, insumos, tasa de cambio) o el aumento de la demanda. La reconfiguración urbana de las ciudades de las últimas décadas junto con la proliferación de fenómenos como la inmigración, el turismo y el uso de aplicaciones como Airbnb y Uber (arquetipos de la economía colaborativa) han sido relacionadas con efecto al alza en los niveles de precios de la vivienda. Así lo documentan Quijano-Gómez (2020) y Romero (2018) para las ciudades de Bogotá y Barranquilla, respectivamente. De acuerdo con ellos, la gentrificación y la parahotelería han transformado las condiciones socioeconómicas de estas ciudades; para el caso bogotano se ha cambiado el uso del suelo en el centro de la ciudad y, para Barranquilla la transformación sufrida por el malecón del río Magdalena ha influido al alza en el precio de la vivienda.

Estudios recientes sobre la existencia de burbuja inmobiliaria en Colombia como los de García-Rendon et al. (2019) y Sánchez & Vega (2015) afirman que hubo un incremento en el nivel de precio de la vivienda desde 2003 hasta 2015 no correspondiente con una burbuja inmobiliaria. Dicho por ellos, este incremento es el resultado de políticas públicas como los subsidios, la inflación, el crecimiento económico y del empleo que han influido en las condiciones de demanda mientras que los costos de producción como el precio del suelo han influido en la oferta. No

obstante, la evidencia más reciente documenta las tendencias del mercado hasta el año 2015 dejando de lado el efecto que pueda tener en el precio el crecimiento del turismo, uso de plataformas de la economía colaborativa y la inmigración.

Algunas publicaciones afirman que es posible que las nuevas formas de turismo y de negocio como la economía colaborativa han influido en el cambio de precio de la vivienda tanto en España como en Colombia. Por un lado, observaciones hechas por Gil & Sequera (2018) para ciudades en España han estudiado estas formas de negocio y cuál ha sido su influencia en el incremento en el precio de la vivienda y han llegado a conclusiones como:

“[Barcelona] ha experimentado en los últimos años, una fuerte subida de precios tanto en la vivienda propiedad como en los precios de alquiler, un total de 36,4% (...) las cifras muestran que, en el año 2013, el precio del suelo por metro cuadrado era de 10,29 mientras que en el 2018 se registró una cifra de 13,40” (Merino, 2020)

Colombia no ha sido ajena a esta clase de fenómenos y por ello Pérez (2019) indica como en la ciudad de Medellín la construcción del tranvía de Ayacucho disparó el precio de los alquileres y la vivienda en sectores aledaños. Con la construcción del tranvía el precio de venta de un apartamento de 45 m<sup>2</sup> pasó de \$COP 90 millones a \$COP 130 millones entre 2013 y 2016. Este incremento no fue el resultado de tener un proceso de renovación urbana sino porque personas con mejor posición económica a la de los habitantes del sector apostaron a que la rápida articulación con el centro de la ciudad dio pie a nuevas formas de explotación comercial de la vivienda. Las transformaciones en mejoras del sector son un atractivo para mirar al sector como alternativa para turistas y para nómadas digitales quienes sacan provecho de la alternativa de transporte para articularse con el resto de la ciudad.

Por tanto, es necesario dar una nueva revisión al comportamiento del precio de la vivienda en Colombia. Este trabajo busca revisar si se está configurando una burbuja inmobiliaria en Colombia y las principales ciudades, considerando el crecimiento de migración, auge turístico y economía colaborativa. Nótese, que el ejercicio propuesto no pretende explicar cuáles son las razones para ese cambio.

## **2 Objetivos**

### **2.1 Objetivo general**

Determinar la existencia de burbuja inmobiliaria a partir del estudio del precio de la vivienda en Colombia para el periodo 2015 a 2021.

### **2.2 Objetivos específicos**

- Aplicar la metodología del modelo de Franses (2016) para el caso colombiano para verificar si hay burbuja en el precio de los bienes inmobiliarios.
- Describir el cambio del precio de la vivienda en Colombia en la serie estudiada y verificar si hay estabilidad en los parámetros calculados.

### 3 Marco teórico

Algunos autores se han ocupado tanto en Colombia como a nivel internacional sobre el comportamiento del precio de la vivienda y la posibilidad de que nuevos aspectos puedan determinar la existencia de una burbuja inmobiliaria. El fenómeno no es ajeno para economías desarrolladas como la de los Estados Unidos y Europa occidental y para países en desarrollo como Colombia. Para algunas ciudades colombianas se han hecho análisis y mediciones aplicando diferentes metodologías. En el ámbito internacional se ha identificado como nuevos fenómenos como la parahotelería han influenciado en la evolución del mercado inmobiliario en las economías desarrolladas.

Con el cambio de metodología del cálculo de los créditos hipotecarios -de UPAC a UVR- algunos autores se han interesado en el comportamiento del precio de la vivienda en Colombia, máxime cuando se ha presentado un incremento sostenido en el precio a partir de ese momento. Para el primer lustro de la década del 2010, Rendón-García et al. (2019) aplicaron el método planteado por Franses (2016) en el país. Los autores llegan a la conclusión de que en Colombia no existió burbuja inmobiliaria hasta 2015 aun cuando el precio de los bienes inmuebles creció de forma estable. Los autores desagregaron el indicador por ciudades indicando que en Cali se presentaron bajos niveles en el precio de la vivienda, caso contrario al de la ciudad de Medellín que en el 2013 observó índices históricamente altos. Por último, para Bogotá en 2012 y 2013 se observaron algunos indicios de existencia de una alerta por incremento del nivel de precio (Rendón-García et al., 2019) y en caso de que esta tendencia se hubiera presentado se podría hablar de una burbuja en Bogotá, hecho que no se presentó.

Otros análisis hechos por Villa (2015) para Colombia consistieron en el cálculo del cambio del precio de la vivienda y la aplicación de tres filtros (Hodrick–Prescott, Baxter-King, Butterworth) para determinar si el incremento del precio de la vivienda fue el resultado de cambios en las variables fundamentales o a presiones especulativas. Villa concluyó que no existió evidencia para pensar en una burbuja inmobiliaria entre 2003 y 2013 y también mostró que para el periodo de estudio variables como el ingreso per cápita y la cantidad de metros construidos fueron las

variables más volátiles que pudieron ser las responsables de los ciclos del precio del metro cuadrado.

Otro estudio para la ciudad de Bogotá estuvo a cargo de Herrera (2019) mediante la aplicación del modelo de Kindlerberger (1991). Este método predice el precio correcto de una vivienda basado en dos funciones para el periodo entre 2010 y 2015. Los autores aplican la metodología propuesta por Kindlerberger que consiste en definir dos funciones; una primera función que está compuesta por el precio de los fundamentales y posteriormente incluirle segunda función que contiene variables como el comportamiento irracional y emotivo desde los postulados en la escuela conductual. Los resultados arrojados determinaron que el incremento del precio de los bienes inmuebles no fueron consecuencia de procesos especulativos, sino que por el contrario fueron consecuentes con la dinámica de las variables fundamentales.

Otro análisis para Bogotá fue presentado por Sánchez & Vega (2015) quienes utilizaron el método univariado dadas las limitaciones técnicas que representa el método multivariado por la adopción de supuestos. Los resultados demostraron que para los años 2008 y 2009 se observaron precios exuberantes en algunas zonas especialmente en las zonas con los hogares de mayores ingresos, aunque no fueron crecimientos homogéneos. Por otro lado, para el 2014 se concluyó que en estas zonas aparentemente se hicieron inversiones de tipo especulativo porque el uso no fue habitacional, sino que las ganancias se derivarían por la valorización del inmueble.

En el ámbito internacional se ha observado como ha sido la influencia en el mercado de vivienda de las nuevas formas de negocio como por ejemplo la economía colaborativa. El estudio realizado por Merino (2020) explica como la economía colaborativa (específicamente las plataformas parahoteleras<sup>1</sup> Airbnb y Homeaway) han tenido impacto en el mercado de la vivienda. El estudio presenta cifras y un marco teórico acerca de cómo este nuevo fenómeno impacta al alza el precio de rentas de alquiler en algunas ciudades tanto de España como de los Estados Unidos. Tras varios análisis llega a la conclusión de que el precio de alquiler de renta en la ciudad de Barcelona se ha incrementado como consecuencia del auge de la economía colaborativa, así como

---

<sup>1</sup> El término no aparece en el artículo, pero es usado con cierta frecuencia en publicaciones como la de Tapia & Escobar (2015) para referirse al alojamiento de turistas o población flotante en muchas ciudades (término añadido por el autor).

el número de transacciones inmobiliarias ya que en solo 4 años se pasó de un volumen de negocios de 258,3 millones de euros a 339,8 millones.

Desde otro enfoque, Gil & Sequera (2018) enseñan cual ha sido el papel de la economía colaborativa (fenómenos de Airbnb y Uber) en la modificación del uso de los activos infravalorados y trata de explicar cómo es el cambio del uso del suelo en la ciudad de Madrid. Los resultados presentados dicen que el 76% de las residencias que para esa fecha estaban siendo usadas para Airbnb podrían ser destinadas para el uso residencial y, que el cambio del uso en el centro de la ciudad para más de tres mil residencias (pasando del uso como residencia hacia economías colaborativas) dio como resultado un aumento del precio de alquiler.

La existencia de burbujas es importante estudiarla por diversas razones como las que resalta Crowe et al. (2013) como el hecho de que la riqueza de las familias se sustenta en gran parte por la propiedad inmobiliaria y que el grado de apalancamiento va a influir en el mercado financiero en caso de un colapso. Para Colombia la medición de la riqueza de las familias fue aproximada por Clavijo et al. (2005) con un sencillo cálculo de una tasa de propiedad hipotecaria que se define como la relación entre las familias propietarias y el acervo total de vivienda existente. La estimación calculada por Guerrero Hurtado (2022) para Bogotá en 2019 fue una tasa de propiedad de 36.6 %<sup>2</sup>.

En síntesis, es pertinente estudiar la existencia de una burbuja inmobiliaria en la medida que las viviendas son el acervo de riqueza de la economía (de las familias) y su conexión con la estabilidad del mercado financiero de esta economía. Si bien, la literatura existente sobre burbuja inmobiliaria para Colombia convergen en la no existencia de este fenómeno y que el crecimiento del precio de vivienda se explica desde la óptica de las variables fundamentales. Estos estudios no contemplan los nuevos fenómenos como el crecimiento de migración, el turismo y la economía colaborativa que pueden haber influido en el incremento del precio de la vivienda y configurado una burbuja inmobiliaria en Colombia y ciudades.

---

<sup>2</sup> Se toma el área metropolitana de Bogotá como referente por concentrar las tres cuartas partes de la construcción nacional para el año



## **4 Metodología**

En esta sección el lector encuentra cual es la metodología aplicada para llegar a determinar si existe una burbuja inmobiliaria en Colombia o no. En una primera parte se hace una descripción detallada de cuál es el método propuesto por Franses (2016) acerca de cómo es que se determina la existencia o no de una burbuja inmobiliaria. En un segundo apartado se aplica una prueba de consistencia de los parámetros en toda la serie de datos mediante la prueba CUSUM como valor agregado al estudio previo de (Rendón-García et al., 2019) hasta el año 2015. En una tercera y última subsección se da una explicación del porqué se escoge al IPVU como indicador adecuado para el modelo y cuál es el método de cálculo del indicador.

Las metodologías para el estudio del precio de la vivienda pueden ser agrupadas en dos enfoques. El primero de ellos trata de explicar el porqué del incremento de los precios puede salirse de la tendencia histórica mediante variables endógenas también llamadas fundamentales como la tasa de interés, el ingreso de las familias y la capacidad del desembolso de los créditos hipotecarios por nombrar algunas. Un segundo enfoque explica la existencia de burbujas inmobiliarias desde aproximaciones estadísticas al comportamiento histórico del precio de los inmuebles o viviendas. Una de las dificultades que se presenta a la hora del cálculo de la evolución del precio de los activos inmobiliarios consiste en atrapar las causas del cambio de los precios y precisamente esa es una de las dificultades que presentan los modelos del primer grupo: no existe criterio unificado para determinar cuáles son las variables diferentes a las fundamentales que inciden en la evolución del precio de los bienes inmuebles sumado a la dificultad de la consecución de los datos.

### **Metodología para detectar burbujas sugerida por Franses**

Con el fin de simplificar el análisis de la evolución de precios de algunos activos como la vivienda, precio de las acciones u obras de arte, Franses (2016) presenta una alternativa de modelo que tiene la ventaja de no requerir variables exógenas dada la inexistencia del consenso de cuáles son las variables a tener en cuenta y evita la dificultad que implica la consecución de los datos. Este es el enfoque que será adoptado en este trabajo.

El modelo de Franses (2016) explica la evolución de los precios de un bien y cuál es la relación entre el crecimiento del precio -velocidad de crecimiento- y el crecimiento de dicho crecimiento -aceleración-. El modelo trata de predecir que en el caso de que estos dos valores sean positivos más adelante se presentará un colapso del precio regresando a los valores más bajos de la serie en el periodo estudiado. De manera más formal, se usa la notación de las series de tiempo con el familiar operador de rezago  $L$ . La primera regresión, velocidad, está dada por  $(1 - L)y_t$  y la aceleración, medida en la segunda regresión  $(1 - L)^2y_t$ . Si los coeficientes estimados para la velocidad y la aceleración tienen simultáneamente valores positivos el modelo predice que la serie colapsará y los precios del activo regresarán a los niveles más bajos de la serie.

El modelo de Franses ya fue usado por Rendón-García et al. (2019) para el caso colombiano. Los autores presentan el modelo autorregresivo partiendo de una serie de tiempo deflactada iniciando desde el supuesto de que la serie sigue un proceso estocástico no estacionario con la consecuencia lógica de que la serie sigue una caminata aleatoria integrada de orden uno. Ello significa que:

$$P_t = \phi_1 P_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

En donde  $P_t$  se representa en (1),  $\varepsilon_t$  tiene las características de ruido blanco gaussiano y un parámetro  $\phi_1$  que hace la relación entre  $P_t$  y  $P_{t-1}$  debiéndose cumplir que  $|\phi_1| < 1$  para que la serie sea estacionaria. El modelo aplicado por Rendón-García et al. (2019) implica que en el momento en que las primeras y segunda diferencia de  $P_t$  son positivas hay evidencia de que existe una burbuja en el precio. En síntesis, el modelo dice que la relación entre la velocidad y la aceleración de una serie explosiva se representa mediante un modelo AR(1) con parámetro  $|\phi_1| < 1$  y que en el momento en que las primera y segunda regresión son positivas es indicio de una burbuja inmobiliaria.

Cuando la serie de tiempo es estacionaria no presenta desbalance entre la velocidad y la aceleración. Un proceso AR(1) estacionario puede tomarse como equivalente a un proceso estocástico con regresión a la media. Por consiguiente, si una serie no presenta regresión a la media no va a presentar una relación estable entre la velocidad y la aceleración (desbalance). Así, se

recurre a una prueba para detectar la presencia de un próximo colapso del precio que se sustenta en una regresión lineal entre la aceleración y la velocidad de  $P_t$  de la siguiente forma (Franses, 2016; Rendón-García et al., 2019):

$$(1 - L)P_t = \beta(1 - L)^2P_t + a_t \quad (2)$$

Siendo  $a_t$  una variable de nuevo ruido blanco gaussiano y  $\beta$  es un parámetro que mide la relación existente entre la aceleración y la velocidad de  $P_t$ . Ello implica que la esperanza de la velocidad está condicionada por la aceleración. Así se tiene que

$$E(1 - L)P_t = \beta(1 - L)^2P_t \quad (3)$$

Bajo el supuesto de que el precio sigue un proceso AR(1) que es estacionario que se puede expresar como un modelo de medias móviles infinitas (de orden infinito) así:

$$P_t = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_1^i \varepsilon_{t-i} \text{ con } |\phi| < 1 \quad (4)$$

Reescribiendo se tiene:

$$E \left[ (1 - L) \sum_{i=0}^{\infty} \phi_1^i L^i \varepsilon_{t-i} \right] = \beta(1 - L)^2 \sum_{i=0}^{\infty} \phi_1^i L^i \varepsilon_t \quad (5)$$

Al cancelar términos semejantes a ambos lados de la ecuación:

$$E(1 - L)\varepsilon_t = \beta(1 - L)^2\varepsilon_t \quad (6)$$

Nótese que no es necesario estimar el parámetro  $\beta$  puesto que este se deriva directamente de la conexión entre la aceleración y la velocidad y teóricamente tiene un valor de 0.5 (Franses, 2016) sin embargo se hacen estadísticas derivadas de la anterior ecuación en donde al estimar los mínimos cuadrados se llega a:

$$\beta = \frac{E[(1 - L)\varepsilon_t(1 - L)^2\varepsilon_t]}{E[((1 - L)^2\varepsilon_t)^2]} \quad (7)$$

Con  $\beta=0.5$  y  $a_t = 0.5(1 - L^2)P_t$  cuando  $P_t$  es estacionario y por tanto la velocidad y la aceleración están balanceadas. Con el fin de comprobar dicha estabilidad entonces se aplica la prueba de hipótesis de la siguiente manera:

$$H_0 = \beta \text{ es igual a cero}$$

$$H_1 = \beta \text{ no es igual a cero}$$

Ahora, como este es un proceso estacionario en el caso en que  $P_t$  no presenta burbujas, lo que se busca es aplicar una prueba que ayude a detectar desbalances entre la velocidad y a aceleración (burbuja). Esta prueba consiste en el cálculo de los residuos recursivos pronosticados un paso adelante planteada por Heij et al. (2004) que determinan si hay cambios estructurales y cambios en la varianza y por consiguiente miden si hay estabilidad en los parámetros de una regresión por MCO. Los recursos recursivos son estimados en este caso como

$$E_{t-1}[(1 - L^2)] = \alpha_{t-1} \quad (8)$$

En donde se obtiene la esperanza en el periodo t-1 y el intercepto estimado con información hasta t-1

$$(1 - L^2)P_t - \alpha_{t-1} = f_t \quad (9)$$

Que corresponde a la estimación del error pronosticado para t. Los residuos recursivos se estiman mediante la división entre  $f_t$  y la raíz de la varianza pronosticada según la forma planteada por Heij et al. (2004).

$$w_t = \frac{f_t}{\sqrt{v_t}} \sim N(0, \sigma^2), t = i + 1, \dots, n \quad (10)$$

Con respecto a la utilidad de los residuos recursivos, Heij et al. (2004) indican que, para detectar posibles rupturas de parámetros, es útil trazar las estimaciones recursivas de  $\beta$  y los residuos recursivos  $w_t$  en función de t. Si los parámetros varían, esto se refleja en variaciones en las estimaciones de  $\beta$ . En residuos recursivos relativamente grandes y correlacionados en serie después de la ruptura. Tales rupturas pueden sugerir variables explicativas adicionales que explican el desbalance, o el modelo puede ajustarse al incluir variables *dummy*.

Es necesario verificar si el modelo conserva sus características a lo largo de la serie o en otras palabras si los coeficientes del modelo son constantes ya que esta es una condición necesaria para que el modelo sea apto para ser usado como medio de simulación y propósito.

## **Prueba CUSUM para verificar la estabilidad de los parámetros**

En Colombia es de amplio conocimiento la crisis del UPAC de la década de 1990 cuya afectación recayó especialmente en el sector financiero sobre todo en aquellas entidades con alta concentración en créditos hipotecarios, crisis que recaló en el resto de los sectores económicos. Esta crisis desató una reducción del precio de la vivienda, hecho que a la luz del modelo que se está usando para esta monografía puede afectar a la serie de tiempo y al comportamiento de las variables en los siguientes periodos.

Para comprobar este hecho se ha utilizado la prueba CUSUM. Esta prueba trata de verificar la existencia de errores de especificación en los modelos de regresión lineal con  $k$  variables. Una vez se han estimado los parámetros del modelo se deben analizar los resultados para dar juicio a los resultados y la validez de estos. Una simple descripción del método es dada por Johnston & DiNardo (1997) de la siguiente manera: se asume la validez de los supuestos de homocedasticidad, normalidad en los residuales y ausencia de correlación entre los residuales. Esta validación se hace a través de los errores de estimación y si el modelo se estima satisfactorio se hacen pruebas para verificar si existen cambios estructurales y si hay estabilidad en los parámetros.

Uno de los criterios más importantes para verificar la veracidad de los datos es que la regresión estimada sea relevante fuera de los datos usados en la estimación, ello implica que el vector de parámetros debe ser válido tanto en los datos al interior de la muestra como por fuera de ella bajo el criterio llamado consistencia de los parámetros lo que significa que el vector de estos parámetros debe ser válido tanto para valores que estén dentro de la muestra como para los valores que estén por fuera de esta. Una de las pruebas más usadas para la estabilidad de los parámetros es la prueba de pronósticos de Chow.

La idea consiste en medir la precisión en los predictores por fuera de la muestra observada partiendo de la idea de que existen grandes errores de predicción que están por fuera de la información muestral que pueden dar un indicio de la inestabilidad de la muestra lo que significa que los parámetros no permanecen constantes a lo largo de tiempo. Todo lo anterior se conoce como el cambio estructural que se define como el cambio en los estimadores del modelo lo que invalida al modelo para ser usado como estimador de pronósticos.

## **Índice de precio de vivienda usada (IPVU)**

Para el cálculo de los resultados, es necesario escoger la variable apropiada con el fin de capturar la evolución del precio de las viviendas y, por consiguiente, la existencia o no de una burbuja inmobiliaria. Para ello estudios como el de Sánchez & Vega (2015) usan el índice de precio de vivienda nueva (IPVN). El método de índice de precios hedónicos es usado por Castaño et al. (2013) para la ciudad de Bogotá; García-Rendon et al. (2019), Rendón-García et al. (2019) estiman sus cálculos con el índice de precio de venta; mientras que Gutiérrez & Parra (2022); Soto & David (2021) utilizan el precio del metro cuadrado como insumo para estimar los cambios en el precio de la vivienda para el departamento de Antioquia.

Los índices de precios de la vivienda son útiles porque permiten hacer comparaciones entre diferentes economías además de servir a las instituciones para monitorear de manera más adecuada la evolución del indicador. En Colombia existen varias metodologías de cálculo que entre las que se destacan los índices para vivienda usada y para vivienda nueva. Para el primer caso el Banco de la República usa el método de ventas repetidas y es explicado con detalle más adelante; el Centro de Estudios Sobre Desarrollo Económico de la Universidad de los Andes construye otro indicador de vivienda usada basado en el método de estratificación mediante el método de la diferencia entre en dos periodos de tiempo entre medias o medianas para cada estrato socioeconómico. Para el índice de vivienda nueva CAMACOL usa el promedio ponderado del precio por metro cuadrado de los nuevos proyectos con área superior a 300 m<sup>2</sup> con una periodicidad trimestral y mediante las herramientas propuestas para las series de tiempo; el Departamento Nacional de Planeación usa el promedio ponderado del metro cuadrado acorde a tres rangos de precios (bajo, medio, alto) que puede también entenderse como estratificado y el DANE lo calcula mediante la metodología de Fischer con la media geométrica de los números índice de Laspeyres y Paasche.

Para esta monografía se va a usar el índice de precio de vivienda usada (IPVU) en términos reales publicado con una periodicidad tanto trimestral como anual para el país y anual para las principales ciudades colombianas tomando como año base (100) 1990. El indicador es calculado por el Banco de la República con información tomada de las tres principales ciudades: Bogotá (incluyendo a Soacha), Medellín (incluyendo a Bello, Envigado e Itagüí) y Cali, pero a partir de

2014 se incluyen datos de Barranquilla, Bucaramanga, Cúcuta, Manizales, Neiva y Villavicencio. El índice mide la evolución de precios de la vivienda usada mediante la variación periódica de su precio basado en el método de ventas repetidas planteado por Case & Shiller (1989). El tamaño de la muestra consta de un total de 33 observaciones entre los años 1989 y 2021 con una periodicidad anual.

El método usado por Escobar & Romero (2003) para el cálculo del indicador cuenta con ventajas que pasan porqué se usa información del valor de un mismo bien en dos puntos temporales logrando capturar el cambio en el precio de un bien homogéneo lo que significa que se aproxima al índice de un bien de calidad constante. Lavado & Mosquera (2015) destacan que el método sobresale por su simpleza econométrica ya que usa variables propias del objetivo de medición a partir de los datos. En cuanto a las falencias del método, vale la pena resaltar que solo utiliza una porción de las transacciones de ventas disponibles (solo aquellas viviendas que han tenido una venta efectiva en el periodo de estudio) y deja al margen el cambio en el precio de las viviendas que están ofrecidas y o vendidas o aquellas que solo han tenido único dueño. También es necesario señalar que se forma un sesgo derivado de la antigüedad de la vivienda que es incontrolado por el método además de no recoger cambios en las características demandadas por los nuevos usuarios como número de garajes, baños, acceso al transporte y otras características propias del mercado.

Para la estimación del índice es necesario ubicar a aquellas viviendas que hayan sido vendidas como mínimo dos veces en el periodo de estudio que son identificadas usando variables como dirección y matrícula inmobiliaria cruzando el precio entre las primeras y segunda transacción y estableciendo cuál es su variación. Dada la dificultad de identificar cual fue el precio exacto de la transacción se usa el avalúo comercial ya que este es el valor que se toma como garantía para el desembolso del crédito hipotecario. (Banco de la República, n.d.).

La disponibilidad de los datos es de carácter público y pueden ser obtenidos en la página electrónica del Banco de la República. La serie de datos del IPVU está disponible para el total nacional con una periodicidad trimestral desde el primer trimestre de 1988 hasta el cuarto trimestre de 2022 en el momento de escribir estas líneas. Una segunda serie de datos cuenta con una periodicidad anual para las ciudades de Bogotá, Cali, Medellín y otras ciudades con datos calculados desde 1988 hasta 2021.

## 5 Resultados

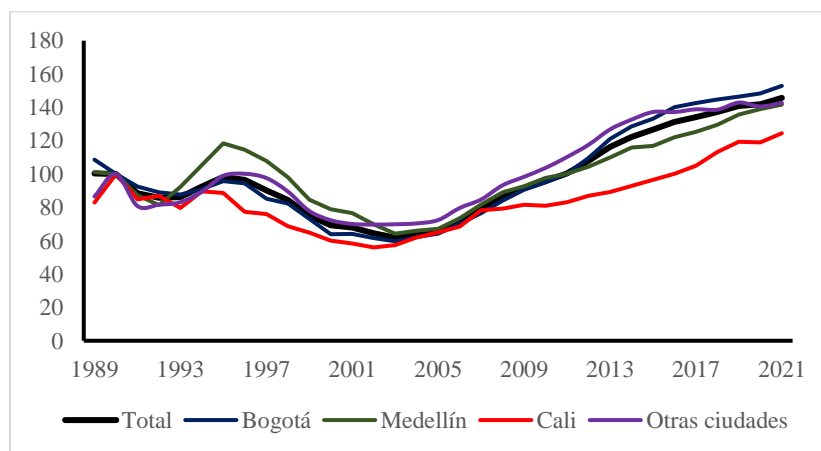
Este capítulo se va a dividir en dos partes. En la primera de ellas se hace el análisis descriptivo de los datos para la serie nacional y por ciudades con cálculos realizados por el autor en la herramienta de Excel ®. en una segunda sección se presentan los resultados obtenidos luego de aplicar los métodos descritos en capítulos anteriores mediante la herramienta del paquete estadístico R- Studio ®. Para hacer los cálculos y los análisis para estas series se toma el IPVU con periodicidad anual.

### Análisis descriptivo de la serie

Al tomar un horizonte de tiempo entre 1989 y 2021 con una periodicidad anual la serie presenta una media en la tasa de crecimiento medio anual del 1.54 %. Cuando se hace la desagregación por ciudades, la mayor tasa de crecimiento media se presenta en otras ciudades con un valor de 1.6 % el menor crecimiento medio lo obtuvo la ciudad de Medellín con un 1.39 %.

Al observarse el gráfico 1 se distinguen dos marcadas y claras tendencias contrarias. La primera de ellas es un descenso en el indicador para los primeros años de la serie como respuesta a la crisis del UPAC que fue consecuencia de los cambios en la regla de indexación del saldo de los créditos hipotecarios (del IPC a la tasa de DTF) y la desvalorización de los bienes inmuebles a partir de 1995 (Cardenas & Badel, 2003; Mora, 2010).

Gráfico 1. Comportamiento histórico del IPVU



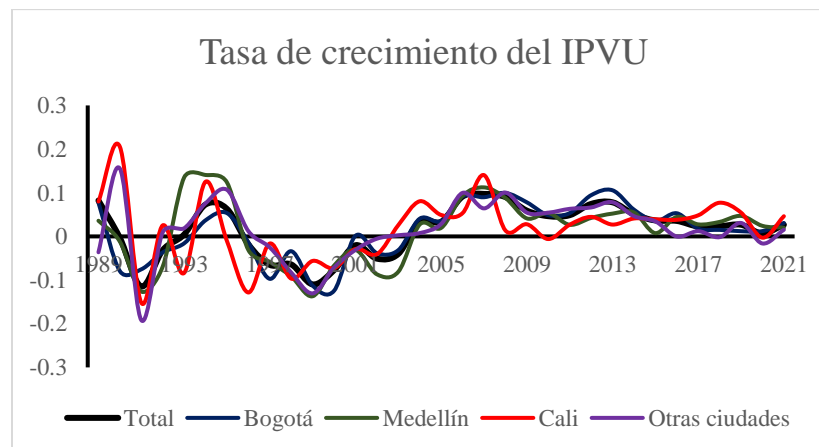
Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República



Como consecuencia de la crisis del UPAC el gobierno decreta un nuevo sistema de financiación de crédito de vivienda y a partir de enero de 2000 entra en vigencia el nuevo sistema de UVR que se indexa exclusivamente del IPC y junto con circunstancias como la seguridad democrática y estímulos para la inversión (Mora, 2010) hay un cambio en la serie de IPVU presentando una tendencia de crecimiento sostenido. Cuando se hace la desagregación por ciudades, luego de la implementación del UVR fue la ciudad de Cali la que presentó a lo largo de la serie menores valores del IPVU, el resto de las ciudades del país (otras ciudades) presentó los mayores valores excepción hecha de los últimos periodos en donde se ve una suavización de su crecimiento y pasando a ser Bogotá la ciudad con los mayores valores.

Si el análisis se hace mediante la tasa de crecimiento, la serie tiene un comportamiento estacionario en las dos etapas descritas anteriormente. En la etapa de decrecimiento (previa a la crisis del UPAC) se observa un comportamiento alrededor de la media de decrecimiento del 1.6 % anual para el total de las ciudades, aunque con un comportamiento gráfico menos regular como el caso del crecimiento de la serie luego de ser implementado el sistema de UVR. En el gráfico 2 se observa que la tasa de crecimiento de la serie desagregada por ciudades también presenta una tendencia alrededor de la tasa media de crecimiento del 3.15 % anual para el total de las ciudades. La ciudad que presentó una mayor tasa media de crecimiento para esta etapa fue la ciudad de Bogotá seguida por Cali con 3.5 % y 3.1 % anual respectivamente y Medellín con la menor tasa con un valor del 2.5 %

*Gráfico 2. Tasa de crecimiento del IPVU*



Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República

## Resultados de la investigación

Se tiene la siguiente definición de las variables

X2: Serie anual nacional

X3: Serie anual para Bogotá

X4: Serie anual para Medellín

X5: Serie anual para Cali

X6: Serie anual para Otras ciudades

Al aplicar la prueba de hipótesis para la estabilidad entre la velocidad y la aceleración se tiene que en todas las series estudiadas se observa que existe un balance entre las dos regresiones, hecho que se confirma al observar los resultados de la tabla 1. En todas las regresiones analizadas se tiene que el valor de  $\beta \neq 0$  de manera que se corrobora la hipótesis nula no se cumple (ver capítulo de la metodología) con niveles de significancia adecuados, esto implica entonces que  $P_t$  es estacionario y por tanto la velocidad y la aceleración están balanceadas. Para todas las regresiones el valor estimado de  $\beta$  es cercano a 0.5 que ratifica la estabilidad mencionada en líneas anteriores.

*Tabla 1. Prueba de hipótesis entre la velocidad y la aceleración*

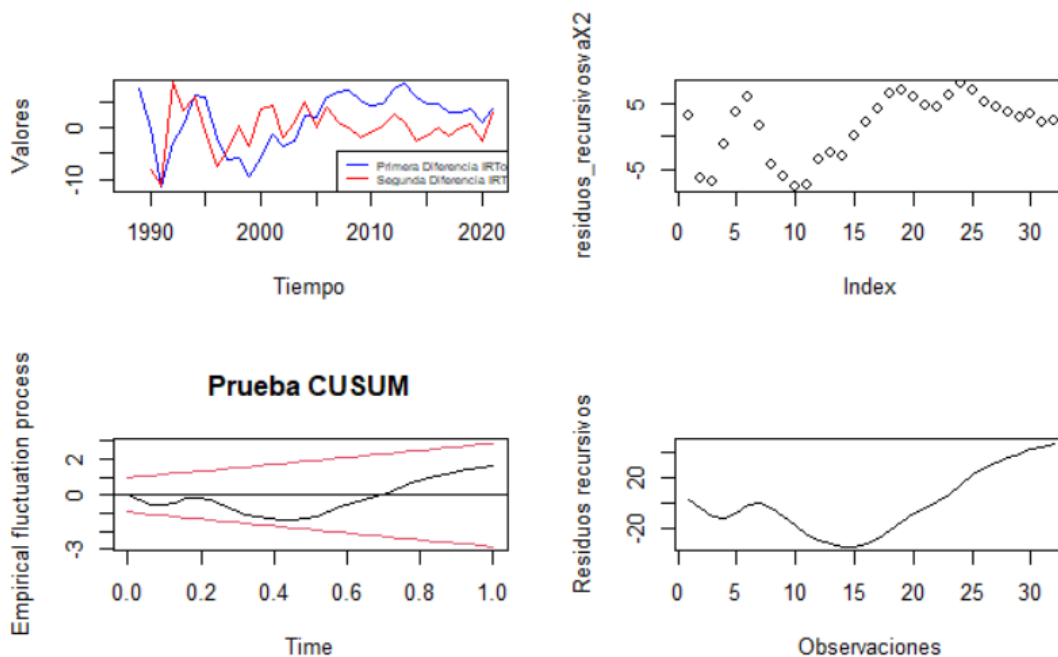
	Nacional	Bogotá	Medellín	Cali	Otras ciudades
	DX2	DX3	DX4	DX5	DX6
D2X2	0.46**				
D2X3		0.47**			
D2X4			0.50**		
D2X5				0.50***	
D2X6					0.50***
Observations	32	32	32	32	32

Note: \*p<0.1; \*\*p<0.05; \*\*\*p<0.01

Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República

En el Gráfico 3. Pruebas para la serie nacional se observan los resultados para la serie agregada a nivel nacional y se llega a la siguiente conclusión: al analizarse el panel superior izquierdo gráficamente se advierte que no existe desbalance entre la velocidad (línea de color azul) y la aceleración (línea de color rojo) puesto que a lo largo de toda la serie los signos de las dos regresiones presentan el mismo signo. La prueba de los residuos recursivos indica que están dentro del intervalo de confianza adecuado y por tanto no existe un desbalance entre la primera y la segunda regresión.

Gráfico 3. Pruebas para la serie nacional



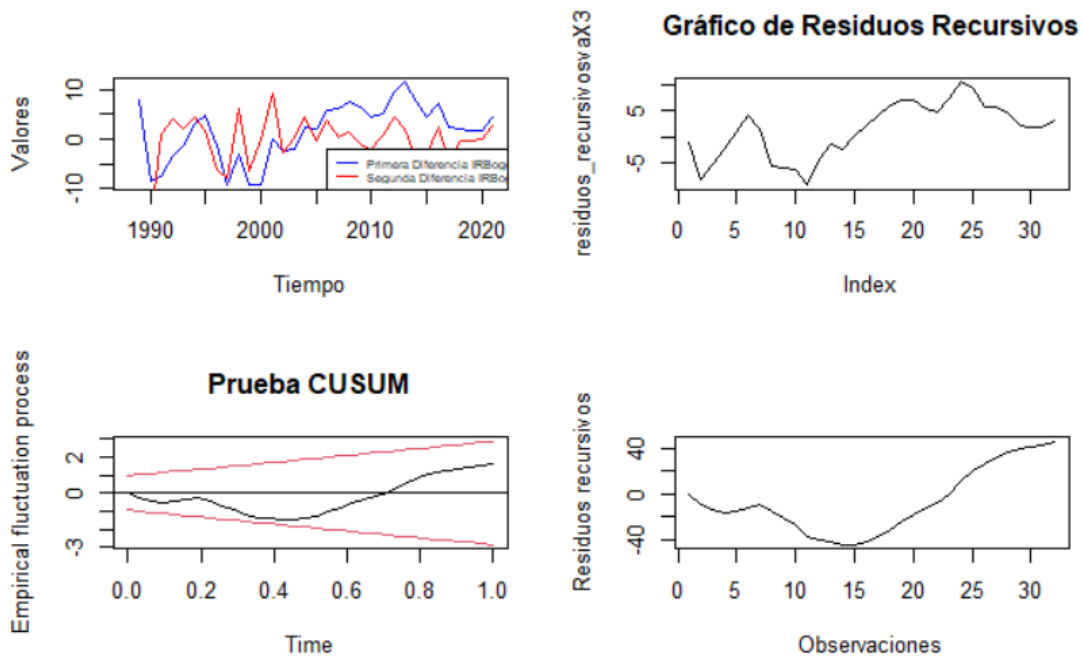
Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República

La prueba CUSUM para la serie agregada muestra que, si bien existe un cambio en la tendencia en el indicador después de la crisis del UPAC de fines de siglo pasado, este cambio no es significativo lo que significa que hay estabilidad en los parámetros calculados para la regresión. Este hecho se corrobora gráficamente porque en ningún momento de la serie los errores acumulados se sale del intervalo de confianza sugerido por Chow

Los cálculos hechos para la serie nacional agregada se aplicaron para el resto de las variables (series por ciudades). Para estas variables también se aplican las metodología gráfica entre la velocidad y la aceleración, el cálculo de los residuos recursivos y la prueba de los errores acumulados CUSUM

Para la ciudad de Bogotá la prueba de los residuos recursivos muestra que a lo largo de toda la serie estos residuos están dentro del intervalo de confianza que lleva a pensar que el precio de la vivienda ha permanecido estable y que no existe indicio de que haya una burbuja inmobiliaria para la capital colombiana.

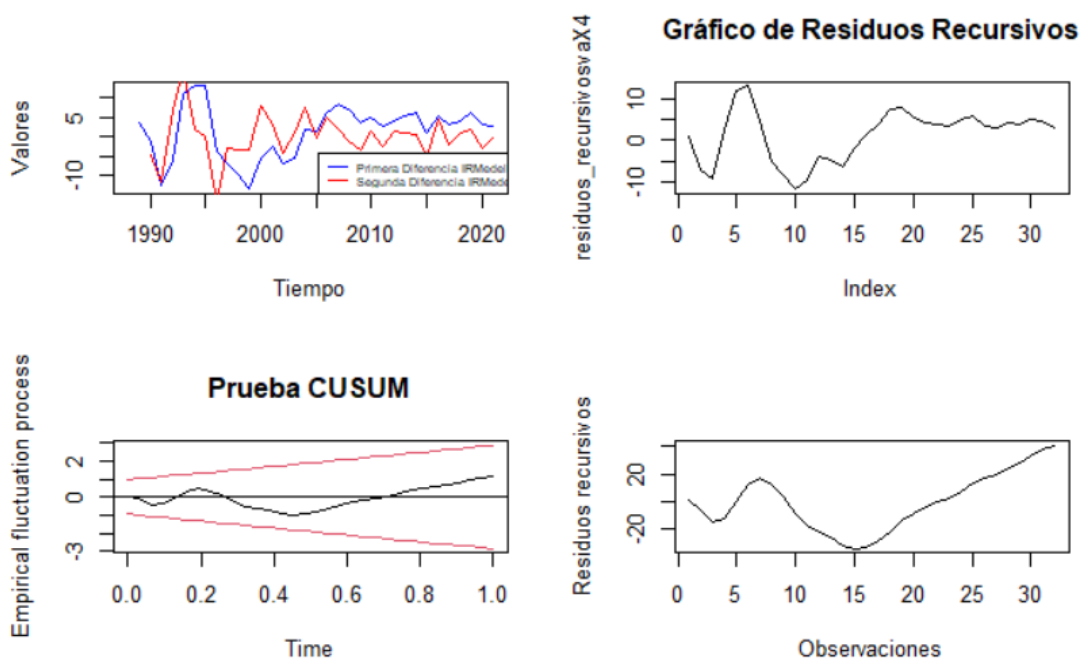
*Gráfico 4. Pruebas para la ciudad de Bogotá*



Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República

Si se aplica la prueba de los errores acumulados lleva a pensar que no hay un cambio significativo en la serie de datos luego de la crisis del UPAC. Una vez más se llega a la conclusión de que efectivamente luego de esta crisis hubo un cambio en la tendencia en el IPVU, pero este cambio no afectó a los parámetros calculados para la serie para X2 (Bogotá)

Gráfico 5. Pruebas para la ciudad de Medellín

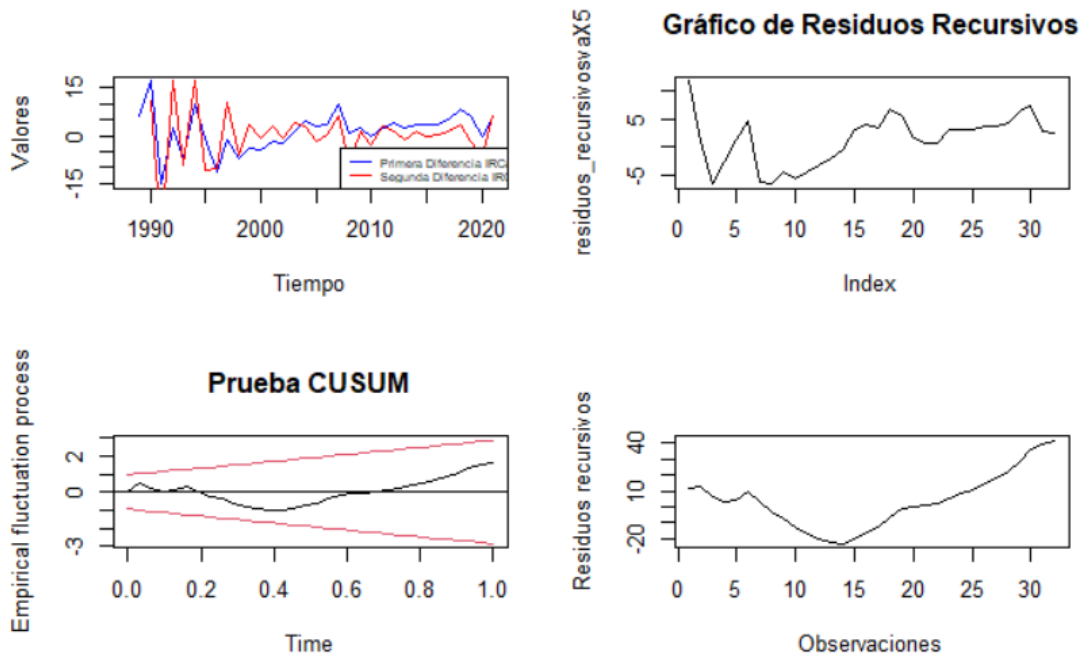


Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República

El análisis para el resto de las variables arroja resultados similares a los de la serie agregada nacional y la serie para la ciudad de Bogotá. En los gráficos 5 y 7 (pruebas para la ciudad de Medellín y para Otras Ciudades respectivamente) no se presentan desbalances entre el la velocidad del precio y la aceleración a lo largo de todas las series de datos. La prueba de los recursos recursivos en todas las series analizadas presentan resultados acordes a la estabilidad entre la velocidad y la aceleración y una vez más se corrobora que estos residuos están dentro de los intervalos de confianza para cada una de las ciudades lo que implica a la luz del modelo de Faneses que no hay una evidencia de que exista una burbuja inmobiliaria para las ciudades de Medellín, Cali y las otras ciudades del país.

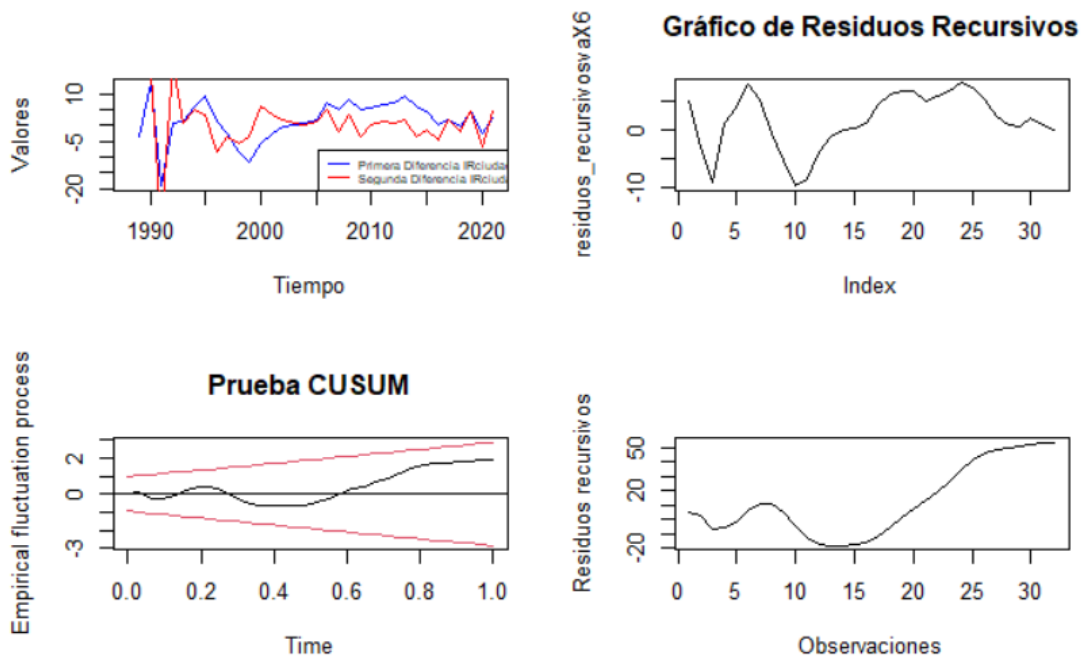
La prueba de los errores acumulados en las series por ciudades no difieren en sus resultados a los observados para las series nacional y para Bogotá. En genera entonces se llega a las siguiente conclusión: no hay un cambio en los parámetros calculados y el cambio de tendencia en el índice no afectó a las series de datos.

Gráfico 6. Prueba para la ciudad de Cali



Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República

Gráfico 7. Pruebas para Otras Ciudades



Fuente: elaboración propia con datos tomados del Banco de la República

## 6 Conclusiones y recomendaciones

Se aplica la metodología sugerida por Franses (2016) para la serie el IPVU desde 1989 hasta el año 2021 con una periodicidad anual publicada por el Banco de la República. Los cálculos aplicados a todas las series consistieron en el cálculo de una primera diferencia (velocidad) y la segunda diferencia (aceleración) para el IPVU. En segundo lugar, se calculan los residuos recursivos para verificar si están dentro del intervalo de confianza planteado por el autor para verificar la existencia de una burbuja inmobiliaria en Colombia y puntualmente en cualquiera de las ciudades en las que se calcula el índice. Por último, se aplica la prueba de errores acumulados para verificar la estabilidad de los parámetros

La llegada del nuevo milenio en Colombia trajo un cambio en la forma de financiar la vivienda en Colombia que llevó a un incremento sostenido del precio de las viviendas usadas. Si bien en todas las series estudiadas existe un cambio en la tendencia a partir de 2000, este cambio no implicó cambios en los parámetros de la serie de tiempo.

A la luz del modelo propuesto por Franses (2016) no existe evidencia para pensar que hubo una burbuja inmobiliaria en Colombia o en alguna de las principales ciudades del país dada la estabilidad entre la velocidad y la aceleración del índice de precio de vivienda usada. La ciudad de Bogotá presenta un incremento por encima de la tendencia nacional a partir de 2013 lo mismo que la variable otras ciudades, aunque para los últimos años de la serie la segunda presenta estabilidad en este crecimiento. La ciudad de Medellín muestra un crecimiento estable y es la ciudad de Cali la serie que presenta una menor tasa de crecimiento del IPVU

Para trabajos posteriores es útil utilizar la prueba de CUSUM para verificar si los parámetros siguen siendo estables debido a que nuevas variables como la llegada de economías colaborativas y la constante migración de nacionales y extranjeros hacia las principales ciudades del país pueden estar cambiando estos parámetros y en determinado momento pueden desequilibrar la estabilidad del precio.

## 7 Bibliografía

- Banco de la República. (n.d.). *Índice de Precios de la Vivienda Usada - IPVU* .
- Cardenas, M., & Badel, A. (2003). *La crisis de financiamiento hipotecario en Colombia: causas y consecuencias*.
- Case, K., & Shiller, R. (1989). The Efficiency of the Market for Single-Family Homes. *The American Economic Review*, 79(1), 125–137.
- Castaño, J., Laverde, M., Morales, M., & Yaruro, A. M. (2013). Índice de Precios de la Vivienda Nueva para Bogotá: Metodología de Precios Hedónicos. *Reporte de Estabilidad Financiera*, 78, 2–27.
- Cifuentes, V. (2020, December 16). ¿Se está inflando una burbuja inmobiliaria en Colombia? *Forbes*.
- Clavijo, S., Janna, M., & Muñoz, S. (2005). La vivienda en Colombia: sus determinantes socioeconómicos y financieros. *Desarrollo y Sociedad* , 101–161.
- Crowe, C., Dell’Ariccia, G., Igan, D., & Rabanal, P. (2013). How to deal with real estate booms: Lessons from country experiences. *Journal of Financial Stability*, 9(3), 300–319. <https://doi.org/10.1016/j.jfs.2013.05.003>
- DANE. (2023, June 20). *Índice de precios de vivienda nueva*.
- Escobar, J., & Romero, J. V. (2003). Métodos de construcción de índices de precios de vivienda. Teoría y experiencia internacional. *Ensayos Sobre Economía Regional*, 7, Art. 003211.
- Franses, P. H. (2016). A simple test for a bubble based on growth and acceleration. *Computational Statistics and Data Analysis*, 100, 160–169.
- Galeano Balaguera, P. (2023, February 26). Alza en el precio de vivienda nueva, la más alta en 8 años. *Portafolio*.
- García-Rendon, J. jairo, Díaz, S., Upegui, J. C., & Velázquez, H. (2019). Determinantes del precio de la vivienda nueva en Medellín: Un modelo estructural. *Cuadernos de Economía*, 38(76), 132.
- Gil, J., & Sequera, J. (2018). Expansión de la ciudad turística y nuevas resistencias. El caso de Airbnb en Madrid. *Empiria*, 41, 15–32.



- Guerrero Hurtado, A. (2022). Titulización hipotecaria y desarrollo geográfico desigual por construcción de vivienda en el área metropolitana de Bogotá (2001-2020). *Yeiya*, 3(2), 209–228. <https://doi.org/10.33182/y.v3i2.2898>
- Gutiérrez, C., & Parra, D. (2022). *Predicción del precio de vivienda en Antioquia*. Universidad de Antioquia.
- Heij, C., De Boer, P., Franses, P. H., Teun, K., & Van Dijk, H. (2004). Diagnostic test and model adjustments. In *Econometric Methods and Applications in Business and Economics* (1st ed., pp. 310–313). Oxford University.
- Herrera, A. J. (2019). *¿Hay burbuja inmobiliaria en Bogotá? Una mirada de las causas que la originan. Periodo 2010-2015*. Universidad Santo Tomás.
- Johnston, J., & DiNardo, J. (1997). Some tests of the k-variable linear equation for specific error. In *Econometric methods* (4th ed., p. 119). McGraw-Hill.
- Kindlerberger, C. P. (1991). *Manias, panicos y cracs: Historias de las crisis financieras*. Ariel.
- Lavado, J. F. C., & Mosquera, M. Á. M. (2015). *Revisión Metodológica de Índices de Precios de la Vivienda*. Banco de la República Colombia.
- Merino, N. (2020). *El impacto de colaborativa la economía en el mercado de la vivienda de Barcelona*. Universidad Pompeu Fabra .
- Mora, A. (2010). El UPAC y la UVR: Aspectos generales sobre el origen y desarrollo del crédito hipotecario en Colombia. *Revista MBA EAFIT*, 12–27.
- Ocampo, R. D. (2021, June 21). “Colapso de burbujas en el precio de la vivienda conlleva a reducir nivel de consumo.” *La República*, 1.
- Pardo, J. C. (2023, February 13). ¿Burbujas en el mercado de vivienda? Evidencia para Colombia y el mundo. *Corficolombiana*.
- Pérez, K. A. (2019). *El Tranvía de Ayacucho y los procesos de gentrificación en Medellín: La transformación urbana del barrio Alejandro Echavarría entre los años 2012-2017*. Universidad de Antioquia.
- Quijano-Gómez, E. (2020). Gentrificación, clases sociales y nuevos actores urbanos en el centro de Bogotá (Colombia). *Ciudad y Territorio Estudios Territoriales*, LII(206), 887–900.
- Rendón-García, J. F., Trespalacios-Carrasquilla, A., & Cano-Bedoya, J. (2019). Monitoring the risk of bubbles: In the housing prices in Colombia. *Cuadernos de Vivienda y Urbanismo*, 12(24). <https://doi.org/10.11144/Javeriana.cvu12-24.mrbp>

- Romero, L. (2018). *De la regeneración urbana a la gentrificación. Caso estudio en Barranquilla, Colombia*. Universidad de Granada.
- Sánchez, V. C., & Vega, C. V. (2015). ¿Hay una burbuja inmobiliaria en bogotá? Un estudio por segmentos de Mercado. *Revista de Economía Institucional*, 17(32), 233–257. <https://doi.org/10.18601/01245996.v17n32.08>
- Semana. (2023, June 6). Precios de la vivienda en Colombia están igual de caros que el promedio de la OCDE. *Revista Semana*.
- Soto, R. A., & David, E. (2021). *Modelo de Predicción del Precio de la Vivienda en el Valle de San Nicolás*. Universidad de Antioquia.
- Tapia, A. M., & Escobar, C. J. (2015). *La parahotelería en el Distrito, Turístico y Cultural de Cartagena y sus efectos económico-sociales*. Universidad de Cartagena.
- Villa, P. (2015). *Burbujas especulativas en los precios de vivienda en Colombia*. Universidad EAFIT.

## 8 Anexos

### Anexo 1. Método de cálculo del IPVU

El método es resumido por Escobar & Romero (2003) de la siguiente manera: consiste en tres etapas. En la primera se hace una regresión simple entre el logaritmo del cambio relativo en los precios entre la primera y la segunda transacción como la variable explicada enfrentada a un grupo de variables “*dummy*”<sup>3</sup> en cada periodo de la muestra. Por consiguiente, la especificación de esta primera etapa es:

$$\Delta V_i = \sum_{t=0}^T \beta_t D_{it} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Con un valor inicial del parámetro igual a cero que es excluido de la regresión por ser el año base. Luego se toma el vector de los residuos estimados.

En la segunda etapa se realiza una regresión ponderada de los residuos al cuadrado ( $\varepsilon_i^2$ ) sobre u termino constante y el tiempo transcurrido entre ambas ventas de cada vivienda<sup>4</sup>  $(t - s)^2$  siendo el término constante de la regresión de la segunda etapa es un estimativo de  $2\sigma_N^2$  dos veces el error aleatorio de una propiedad específica con un coeficiente de la pendiente que es un estimado de la varianza del cambio trimestral en término de una caminata aleatoria gaussiana que se estima de la siguiente manera:

$$E[\varepsilon_i^2] = A(t - s) + B(t - s)^2 + 2C \quad (2)$$

En una tercera etapa se hace una regresión de mínimos cuadrados generalizados que se estima de manera que se haga una repetición de la regresión de la primera etapa una vez se haya

---

<sup>3</sup> Se da un valor de cero en todos los periodos excepción hecha de aquellos periodos en donde se consolidaron las ventas. Se da un valor de -1 para el precio de la primera venta u un valor de 1 para el periodo en donde se hace la segunda venta.

<sup>4</sup> El tiempo que pasa entre las dos variables “*dummy*” diferentes de cero.

ponderado cada observación por la raíz del valor que se ajustó en la segunda etapa. Así, este modelo queda especificado de manera funcional de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta V}{\sqrt{\hat{d}_i^2}} = \sum_{t=0}^T \beta_t \frac{D_{it}}{\sqrt{\hat{d}_i^2}} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{\hat{d}_i^2}} \quad (3)$$

Y una vez es estimada la anterior ecuación se construye el índice de bajo el siguiente esquema:

$$IPVU_t = 100e^{\hat{\beta}_t} \quad (4)$$

En donde  $\hat{\beta}_t$ , con  $t = 1, 2, 3 \dots T$  son los parámetros estimados por procedimiento de mínimos cuadrados generalizados. Otra versión actualizada del índice es calculada con un ajuste log-normal de la distribución:

$$IPVU_t = 100e^{\hat{\beta}_t + 0.5\sigma_{\beta}^2} \quad (5)$$

Que a diferencia de los índices convencionales este método presenta un error estándar asociado a cada estimación que si bien este error puede representar algún ruido ha sido consistente con el tiempo y no afecta al desempeño del índice. Por último, el error asociado para cada estimación del índice está dado por:

$$\sigma_{I_t} = IPVU_t * \sigma_{\hat{\beta}_t} \quad (6)$$

## **Anexo 2. Método para verificar la estabilidad de los parámetros: Prueba CUSUM**

El método busca la medición de los predictores de una manera precisa que estén por fuera de la muestra. Se parte de la premisa de que existen errores grandes de predicción que pueden dar alguna inestabilidad a la muestra que no es otra cosa que hay inestabilidad en los parámetros. Ello es conocido como cambio estructural en los parámetros que daría invalidez al modelo para ser usado como pronosticador.

De manera que, si el modelo es adecuado, los errores en los pronósticos deben ser cercanos a cero así:

$$d_i = P_{n+i} - \hat{P}_{n+i} \approx 0$$

El problema está en el hecho de que no se conoce los valores observados  $P_{n+i}$  por estar fuera de la muestra lo que dificulta la estimación de los errores. La solución propuesta por Chow es dividir la muestra en dos submuestras ( $n_1 + n_2 = n$ ) y con base en la primera muestra se calcula el parámetro  $b$  y con ella se calcula el pronóstico de la segunda muestra y una vez se tenga el  $P$  estimado se compara con el  $P$  observado (que ya se tenía previamente) y con estos valores se estiman los errores de pronóstico y luego la bondad de pronósticos. De allí se deduce entonces que el vector de errores es:

$$d_i = P_2 - \hat{P}_2 \approx 0_{n_2 \times 1}$$

Si el modelo es apto para hacer los pronósticos se espera que los elementos del vector sean cercanos a cero.

Formalmente, en el modelo original<sup>5</sup> se tiene que:

$$p = X\beta + \mu, \text{ con } \mu \sim N(0, \sigma^2 I_n), \text{ con } X \text{ no estocástica y con rango } k < n.$$

$$\text{Var}(b) = \sigma^2 (X^T X)^{-1}$$

Y lo que se busca es verificar si  $\beta$  cambia o no. Para ello entonces se plantea la prueba de hipótesis de la siguiente manera:

$$H_0 = \beta \text{ es constante}$$

$$H_1 = \beta \text{ no es constante}$$

En resumen, la hipótesis nula indica que hay estabilidad en los parámetros contrastada con la hipótesis alternativa de que no lo son.

### **Anexo 3. Códigos del paquete estadístico R**

Call:

---

<sup>5</sup> El modelo original básico es una regresión por MCO con la función lineal  $P = X\beta + \mu$  con una matriz de datos  $X$  no estocástica y con rango  $k < n$ . El vector  $\mu$  es de errores aleatorios, normal y con sus elementos independientes entre sí con media igual a cero y varianza constante. El vector de parámetros  $\beta$  es constante y por ultimo los errores aleatorios son independientes de los valores de las variables explicativas.

lm(formula = DX2 ~ D2X2 - 1)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-7.680	-2.635	3.181	4.758	7.991

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
D2X2	0.4574	0.2217	2.063	0.0475 *

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.026 on 31 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.1208, Adjusted R-squared: 0.0924

F-statistic: 4.258 on 1 and 31 DF, p-value: 0.04753

Call:

lm(formula = DX3 ~ D2X3 - 1)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-9.189	-2.222	2.114	5.533	10.572

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
D2X3	0.4719	0.2028	2.327	0.0267 *

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.42 on 31 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.1487, Adjusted R-squared: 0.1212

F-statistic: 5.414 on 1 and 31 DF, p-value: 0.02668

Call:

lm(formula = DX4 ~ D2X4 - 1)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-11.675	-4.164	3.432	4.713	13.006

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
D2X4	0.4978	0.1949	2.555	0.0158 *

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.348 on 31 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.1739, Adjusted R-squared: 0.1473

F-statistic: 6.526 on 1 and 31 DF, p-value: 0.01576

Call:

lm(formula = DX5 ~ D2X5 - 1)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-6.495	-2.188	2.742	3.699	11.600

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

D2X5 0.49853 0.09232 5.4 6.82e-06 \*\*\*

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.606 on 31 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.4847, Adjusted R-squared: 0.4681

F-statistic: 29.16 on 1 and 31 DF, p-value: 6.818e-06

Call:

lm(formula = DX6 ~ D2X6 - 1)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-9.8861	-0.2377	1.6460	5.5032	8.2612

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

D2X6 0.4986 0.1146 4.349 0.000137 \*\*\*

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.306 on 31 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.3789, Adjusted R-squared: 0.3589

F-statistic: 18.91 on 1 and 31 DF, p-value: 0.0001373

Call:

lm(formula = DX7 ~ D2X7 - 1)



Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-11.413	-1.424	2.220	4.649	7.994

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
D2X7	0.5066	0.1398	3.624	0.00103 **

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.882 on 31 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.2976, Adjusted R-squared: 0.2749

F-statistic: 13.13 on 1 and 31 DF, p-value: 0.001027

Call:

lm(formula = DX8 ~ D2X8 - 1)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-8.104	-2.378	3.111	5.025	7.998

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
D2X8	0.4643	0.1910	2.431	0.021 *

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.19 on 31 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.1601, Adjusted R-squared: 0.133

F-statistic: 5.91 on 1 and 31 DF, p-value: 0.02103

#### Anexo 4. Índice de precio de vivienda usada

Date	Índices reales				
	Ciudades				
	IRTotal	IRBogotA	IRMedellIN	IRCali	IROciudades
1989	100.33	108.63	101.20	82.96	86.55
1990	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1991	88.54	92.47	87.38	84.81	80.83
1992	85.76	89.08	81.34	86.96	81.59
1993	86.14	87.67	92.32	79.68	83.11
1994	92.42	90.90	105.31	89.66	89.41
1995	98.25	95.75	118.33	88.71	98.95
1996	96.46	94.43	114.64	77.31	100.14
1997	90.17	85.26	107.93	76.06	97.62
1998	84.38	82.36	98.02	68.70	89.53
1999	75.10	73.07	84.59	64.85	77.85
2000	69.30	63.98	78.94	60.11	72.29
2001	67.90	64.07	76.50	58.38	70.06
2002	64.44	61.62	69.86	56.00	69.69
2003	61.85	59.68	64.21	57.45	69.87
2004	64.05	62.11	65.97	62.07	70.40
2005	66.20	64.30	67.25	65.12	72.41
2006	72.24	70.19	73.52	68.60	79.63
2007	79.27	76.49	81.78	78.22	84.75
2008	86.42	84.10	88.97	79.28	93.26
2009	91.53	90.67	92.64	81.49	98.34
2010	95.77	95.08	97.60	81.00	103.69
2011	100.43	100.15	100.20	83.17	110.24
2012	107.90	109.60	104.45	86.89	117.55
2013	116.33	121.17	109.90	89.24	126.76
2014	122.23	128.60	115.94	92.90	132.64
2015	126.69	133.11	116.80	96.55	137.21
2016	131.18	140.16	122.02	100.21	137.19
2017	134.15	142.65	125.38	105.05	138.84
2018	137.27	144.79	129.55	113.15	138.60
2019	140.95	146.53	135.63	119.32	142.87
2020	141.91	148.32	138.89	118.97	140.55
2021	145.69	152.90	141.66	124.47	142.70

Fuente: Banco de la República.