



Lluvia o calor ¿Qué me espera hoy? Un proyecto con enfoque STEAM para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado sexto.

Aura Janneth Taramuel Cuaical

Sara Milena Soto Vanegas

Yaritza Rodríguez Ramírez

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciada en Matemáticas y Licenciada en Física.

Asesores

Christian Fernney Giraldo Macías, Doctor (PhD) en Educación

Verónica Valderrama Gómez, Doctora (PhD) en Ciencias de la Educación

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

Medellín, Antioquia, Colombia

2023

Cita

(Taramuelet al., 2023)

Referencia

Estilo APA 7 (2020)

Taramuel, A., Rodríguez, Y., Soto, M. (2023). *Lluvia o calor ¿Qué me espera hoy? Un proyecto con enfoque STEAM para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado sexto* [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.



Centro de Documentación Educación

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes

Decano/Director: Wilson Bolívar Buriticá.

Jefe departamento: Cartul Valerico Vargas Torres.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

A mis queridos padres, quienes con amor y dedicación han guiado mis pasos desde mis primeros días; ustedes son mi inspiración y mi razón de ser. Gracias por compartir conmigo la belleza y los desafíos de este viaje. Que este logro honre y enaltezca todo su amor y sacrificio.

Con gratitud y amor eterno, Aura.

A mi mamá, a mi abuela y a mi hermana, porque con amor y coraje formaron lo que soy ahora y desde que era una niña alimentaron mi espíritu soñador, motivándome siempre a marcar la diferencia y lograr cada uno de mis propósitos, pues ustedes son todo mi mundo. Espero estar honrando con este logro todos sus esfuerzos y la resiliencia que me han compartido en este trasegar, porque de la mano de Dios y de ustedes no hay obstáculo invencible.

Con infinita gratitud, las ama, Yaritza.

Para mi sobrino Thiago, por ser el rayito de luz que vino a iluminar mi hogar. Gracias por traerle a mi familia la fuerza con la que me apoyaron durante todo este tiempo. Gracias por ser la veleta que me guía en las tormentas, y el arcoíris que me sonrío al final de ellas.

Con amor, Milena.

Agradecimientos

Con inmensa gratitud, elevo mis agradecimientos a Dios, por ser mi fuente de vida y esperanza. A mis padres, y a cada uno de mis familiares quienes merecen un agradecimiento especial, pues han sido pilares fundamentales en mi trayecto. Un profundo agradecimiento a Sara y Yaritza, dos mujeres excepcionales a quienes admiro mucho. A mis queridos asesores, Verónica y Christian, por guiarme con amor y permitirme tejer mi propio camino. Mil gracias a ustedes. Al Colegio Calasanz Medellín, mi sincera gratitud por abrirme sus puertas y reafirmarme mi deseo de ser maestra. Y cómo olvidar a la querida Alma mater, que me dio la oportunidad de soñar con una realidad diferente, donde aprendí de los mejores y quienes hoy dejan una huella indeleble en mi esencia de maestra. Finalmente, agradezco al Semillero OriGEM-EDUMATH, por mostrarme este bello paisaje de la investigación que ha encendido aún más mi pasión por este noble camino.

Aura Taramuel

Quiero extender mis agradecimientos a Dios por su infinita bondad, por no dejarme derrumbar ante el primer obstáculo y por permitirme alcanzar este logro de la mano de quienes más amo. Agradezco mucho a mis compañeras Aura y Milena, por su responsabilidad, compromiso y complicidad en la materialización de este sueño, pues aprendí a valorar nuestras diferencias, que construyeron una amistad sincera y real entre nosotras, haciendo parte de mi evolución académica y personal; a mis maestros Verónica y Christian por su excelente acompañamiento, por las experiencias compartidas e invitarnos desde el amor por disfrutar esta bella labor; Al Colegio Calasanz Medellín por permitirnos participar y pertenecer de su cultura educativa. Finalmente, agradezco al Semillero ORIGEM y a mi querida Alma Máter, por enseñarme el camino hacia la emancipación al formar mi espíritu crítico y soñador y mostrarme un mundo rico en diferencias, lleno de esperanza y de múltiples saberes.

Yaritza Rodríguez Ramírez

Agradezco de manera especial a todos los familiares y amigos que me acompañaron en este proceso, en especial a mis amigas Aura y Yaritza, con quienes conformé “Shine Girls”, lo que comenzó siendo un grupo de estudio, pero se convirtió en mi refugio de amistad y valor. A mis asesores, por su paciencia y ternura, encontrar padres como ustedes en el mundo académico es un regalo de la vida. Al Alma Mater por darme la posibilidad de cultivar mi espíritu y mi mente, y al Colegio Calasanz Medellín por haberme acogido y valorado como maestra. Finalmente, agradezco al semillero OriGEM-EDUMATH por impulsar este trabajo y ayudarme a trazar las rutas por las que volaré.

Milena Soto

Tabla de contenido

Resumen	12
Abstract	13
1 Planteamiento del problema y Justificación.....	14
2 Revisión de literatura	17
2.1. Antecedentes	21
3 Objetivos	27
3.1 Objetivo general	27
3.2 Objetivos específicos.....	27
4 Marco conceptual	28
4.1 Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPy) y el enfoque STEAM	28
4.2 Pensamiento variacional.....	32
4.2.1 Relación del pensamiento variacional con la modelación matemática.....	34
4.2.3 Los procesos del pensamiento variacional y la generalización.....	36
4.2.3.1 Ver o detectar	36
4.2.3.2 Describir o comunicar	37
4.2.3.3 Escribir o representar	38
4.3 Sistema de tareas	39
5 Metodología	41
5.1 Metodología de investigación	41
5.2 Método	42
5.3 Contexto y participantes.....	43
5.4 Técnicas e instrumentos de recolección de la información	44
5.5 Consideraciones éticas	45
5.6. Ruta de Análisis	46

5.7 Metodología del diseño	48
6 Análisis y Resultados	70
6.1 Procesos del pensamiento variacional	70
6.1.1 Detectar.....	70
6.1.2 Describir.....	90
6.1.3 Representar.....	109
6.2 Percepciones de los estudiantes sobre el proyecto y las matemáticas	117
7 Conclusiones	133
8 Recomendaciones.....	135
9 Referencias	136

Lista de tablas

Tabla 1 Criterios de búsqueda.....	17
Tabla 2 Categorías y subcategorías de análisis	47
Tabla 3 Descripción del proyecto semana a semana	48
Tabla 4 Descripción semana 1	52
Tabla 5 Juegos y descripciones de cyber number	54
Tabla 6 Descripción semana 2.....	57
Tabla 7 Descripción semana 3.....	59
Tabla 8 Descripción semana 4.....	60
Tabla 9 Descripción Semana 5.....	61
Tabla 10 Descripción semana 6.....	62
Tabla 11 Descripción semana 7.....	64
Tabla 12 Descripción semana 8.....	65
Tabla 13 Descripción semana 9.....	67
Tabla 14 Descripción semana 10.....	69
Tabla 15 Respuestas de algunos estudiantes en la actividad ¡No te bajes de esa nube!	74
Tabla 16 Respuestas de algunos estudiantes sobre los cambios identificados en el cuadrado.	84
Tabla 17 Descripciones de los estudiantes a algunas regularidades detectadas.....	91
Tabla 18 Descripciones de los estudiantes de la relación de equivalencia entre Celsius y Kelvin	95
Tabla 19 Respuestas de algunos estudiantes sobre sus concepciones de área y perímetro.....	97
Tabla 20 transcripción de audio podcast sobre la relación altura y presión atmosférica	99
Tabla 21 Situaciones problemas planteadas por los estudiantes.....	105
Tabla 22 Expresiones matemáticas sobre área y perímetro de tres estudiantes.....	110

Tabla 23 Descripciones de los grupos del patrón detectado en el registro de la velocidad del viento.....	116
Tabla 24 Concepciones de los estudiantes sobre lo que es una estación meteorológica.....	118
Tabla 25 Definición de velocidad según los estudiantes.....	125
Tabla 26 Respuestas de los estudiantes en el experimento de la presión atmosférica	127
Tabla 27 Relaciones proporcionadas por los estudiantes, entre presión y altura.	129

Tabla de figuras

Figura 1 Definición de velocidad según los estudiantes.....	18
Figura 2 Relaciones del pensamiento variacional.....	19
Figura 3 Relaciones ABPy.....	19
Figura 4 Relaciones STEAM.....	20
Figura 5 Estándares de oro del ABPy.....	28
Figura 6 Elementos constituyentes del estudio de caso.....	42
Figura 7 Diseño general del sistema de tareas.....	50
Figura 8 Mapa de aventura Mate-climática en la semana de lanzamiento.....	52
Figura 9 Tabla de fichas didácticas para la base.....	56
Figura 10 Situación problema: Datos de 12 días de observación de nubes.....	59
Figura 11 Construcción en el coliseo de figura geométrica en la estrella del viento.....	62
Figura 12 Diseños de las cartillas finales.....	66
Figura 13 Estación meteorológica con Arduino.....	68
Figura 14 Diagramas de barras sobre la precipitación realizado por el estudiante P3.....	71
Figura 15 Diagrama de puntos realizado por P9.....	76
Figura 16 Toma de datos masa nubosa en seis momentos por estudiantes P3 Y P5.....	77
Figura 17 Evidencia del proceso de conversión realizado por dos participantes.....	78
Figura 18 Estudiantes resolviendo retos con el tangram y los palillos.....	79
Figura 19 Elaboración en el coliseo de figura geométrica en la estrella del viento por parte de los estudiantes.....	80
Figura 20 Transformación de figura geométrica en la estrella del viento.....	81
Figura 21 Elaboración de figura con su transformación de estudiantes P4 y P8.....	82
Figura 22 Construcción y transformación de figuras realizada por los estudiantes.....	83
Figura 23 Elaboración de cuadrado y sus transformaciones en la estrella del viento.....	83
Figura 24 Descripción de la relación entre el tamaño de la figura y su perímetro.....	85

Figura 25 Representación de datos del grupo G5	86
Figura 26 Gráfica de Tiempo vs Temperatura realizada por el grupo	87
Figura 27 Diagrama de líneas realizado por el grupo G10.	87
Figura 28 Diagrama de barras realizado por el grupo G3	88
Figura 29 Patrones presentados en la actividad “manos a la obra”	102
Figura 30 Descripción realizada por G6 para el patrón de la temperatura.....	104
Figura 31 Respuestas de estudiantes P2 y P5.....	111
Figura 32 Representación de la relación entre los datos de la altura y los datos de la presión del grupo G7.....	115
Figura 33 Tabulación de los registros de velocidad del grupo G2.....	116
Figura 34 Mural climatológico elaborado por los estudiantes.....	120
Figura 35 ¿Cómo sería tu mejor clase de matemáticas? Respuestas de los estudiantes	120
Figura 36 Preguntas sobre las percepciones de la clase de matemáticas	121
Figura 37 Percepciones previas de los estudiantes sobre sus clases de matemáticas	121
Figura 38 Percepciones los grupos de estudiantes sobre sus clases de matemáticas después de la participación en un proyecto con enfoque STEAM	122
Figura 39 Construcción de instrumentos para estación meteorológica.....	124
Figura 40 Instrumentos de la estación meteorológica y exhibición.	125
Figura 41 Acciones que contrarrestan los efectos del cambio climático propuestas por los estudiantes.....	131
Figura 42 Respuesta a la pregunta ¿qué aprendizajes le deja el proyecto?.....	132

Siglas, acrónimos y abreviaturas...

APBy	Aprendizaje Basado en Proyectos
BIE	Buck Institute for Education
MEN	Ministerio de Educación Nacional
OMM	Organización Meteorológica Mundial
ONU	Organización de las Naciones Unidas
STEAM	Science, Technology, Engineering, Arts & Mathematics
UdeA	Universidad de Antioquia

Resumen

En esta investigación se presenta una propuesta interdisciplinaria entre las Matemáticas y las Ciencias mediante la implementación de un proyecto con enfoque STEAM, dirigido a 88 estudiantes del grado sexto del Colegio Calasanz Medellín. Se buscó analizar la implementación de este proyecto en el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes, además de favorecer con este enfoque una alternativa innovadora que posibilite el desarrollo de múltiples habilidades en las diferentes disciplinas. La investigación se ejecutó en diez semanas y el producto final se materializó en una estación meteorológica.

La metodología se caracterizó por el paradigma cualitativo, y utilizando el estudio de caso como método de investigación se seleccionaron nueve estudiantes de la totalidad de los participantes; las técnicas de recolección de la información fueron centralmente cuestionarios (Inicial y final) favoreciendo la observación. Respecto a la fase analítica se seleccionaron las categorías apriorísticas, y el proceso de triangulación de la información se relacionó dialógicamente con los referentes teóricos.

Los resultados permiten reconocer una evolución de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento variacional en los procesos de detectar, comunicar y representar regularidades en situaciones climáticas de variación y cambio una vez que participaron en las actividades propuestas. Así mismo, teniendo en cuenta los principios teóricos que fundamentan el diseño de un sistema de tareas se reconoce en las actividades desarrolladas, la transversalidad entre los diferentes pensamientos matemáticos, la coherencia curricular con los documentos rectores de educación nacional, y los principios de complejidad y progresividad que las caracterizan. Además, se reconoce la relevancia de la metodología y el enfoque utilizado al permitir una integración de las disciplinas y al favorecer procesos de enseñanza-aprendizaje del pensamiento matemático en contextos reales.

Palabras clave: Aprendizaje Basado en Proyectos, Educación STEAM, Pensamiento variacional, Sistema de tareas, Educación matemática.

Abstract

This research presents an interdisciplinary proposal between mathematics and science through the implementation of a project with a STEAM focus, aimed at 88 sixth grade students at Colegio Calasanz Medellín. The aim is to analyze the implementation of this project in the development of students' variational thinking, in addition to promoting with this approach an innovative alternative that enables the development of multiple skills in different disciplines. The research was carried out in ten weeks and the final product materialized at a weather station.

The methodology was characterized by the qualitative paradigm, and using the case study as a research method, nine students were selected from all the participants; the data collection techniques were mainly questionnaires (initial and final), favoring observation. Regarding the analytical phase, the priori categories were selected, and the information triangulation process was dialogically related to the theoretical references.

The results allow us to recognize an evolution of the students in the processes of detecting, communicating and representing regularities in climatic situations of variation and change once they participated in the proposed activities. Likewise, considering the theoretical principles that underlie the design of a task system, it is recognized in the activities developed the transversality between the different mathematical thoughts, the curricular coherence with the governing documents of national education, and the principles of complexity and progressivity that characterize them. Furthermore, the relevance of the methodology and approach used is recognized by allowing an integration of disciplines and by promoting teaching-learning processes of mathematical thinking in real contexts.

Keywords: ABPy, STEAM Education, Variational thinking, Task system, Mathematics education.

1 Planteamiento del problema y Justificación

Los estudiantes aprenden más y mejor cuando ellos mismos toman el control de sus aprendizajes definiendo sus objetivos y controlando su progreso. Cuando son desafiados con tareas elegidas de manera apropiada, los estudiantes adquieren confianza en su habilidad para abordar problemas difíciles, desean resolver las cosas por sí mismos, muestran flexibilidad al explorar ideas matemáticas e intentar vías de solución alternativas, y disposición para perseverar (NCTM, 2000, p. 20).

Los sistemas educativos del siglo XXI han supuesto una transformación para la educación matemática, que supone una integración disciplinar y contextualizada, promoviendo a su vez estudiantes activos y críticos en el proceso de enseñanza aprendizaje. Sin embargo, esto dista mucho de lo que comúnmente se ve en las aulas de clases: procesos de enseñanza y aprendizaje memorísticos, carentes de sentido, y sin una articulación entre las diferentes áreas del conocimiento, los contenidos matemáticos, y la vida cotidiana de los estudiantes. Según Alsina & Mulà (2022), la mayoría de las prácticas educativas, del siglo pasado, se basaron fundamentalmente en la repetición, mecanización y la descontextualización, lo cual respondía a un currículo orientado a la adquisición de contenidos aislados, que, de manera fraccionada, han provocado un pensamiento crítico deficitario, con baja autonomía y poca creatividad, junto con dificultades de aplicación del conocimiento matemático.

En consecuencia, se perciben prácticas de enseñanza cuya finalidad radica en el desarrollo de procedimientos para resolver adecuadamente ejercicios y promover resultados cuantitativos satisfactorios, dejando de lado, la reflexión sistemática acerca de los modos flexibles de abordar una situación matemática y la atención en las relaciones y elementos clave que la definen para construir la estrategia de resolución (Alsina, 2019). Ahora bien, establecer una mirada en un marco conceptual, puede posibilitar una dimensión pragmática y crítica en los estudiantes, al reconocer el aporte significativo que hacen las comunidades de las matemáticas en situaciones auténticas, reales, y cercanas a la cultura, y la sociedad (Villa-Ochoa et al. 2017).

Así mismo, cuando se presenta una formación fragmentada del conocimiento matemático, podría existir una tendencia a reproducir en el aula de clase, actividades elaboradas que no

representan una realidad mutable, sino situaciones problema descontextualizadas. En ese devenir formativo, el estudiante no se ve integrado en la construcción del conocimiento matemático, sino que asume una postura de espectador de lo que el maestro pretende enseñar. Al respecto, Godino et al., (2015) dicen que “(...) en lugar de ser receptores de matemáticas ya elaboradas, los estudiantes deben ser como participantes activos en el proceso educativo, en el cual ellos mismos desarrollan todo tipo de herramientas matemáticas y comprensiones” (p. 253), que den cuenta de una mirada más profunda del bagaje conceptual, y de las relaciones matemáticas que se pueden establecer con la variación del contexto real.

Sin embargo, autores como Mantilla (2011), aseguran que difícilmente se encuentran en las aulas estudiantes críticos, que, atendiendo a la variación incluida en los contextos reales, se caractericen no solo por generar ideas, sino también por pensarlas, evaluarlas y revisar nuevos resultados, aplicables a dichas situaciones. Lo anterior, no es ajeno al centro de práctica donde se llevó a cabo la presente investigación, pues de manera particular se pudo evidenciar que a los estudiantes se les dificulta reconocer una igualdad y su interpretación bidireccional, así como identificar, describir, interpretar, cuantificar y modelar matemáticamente fenómenos que atiendan a los cambios y la variabilidad en los contextos a los cuales se enfrentan. Además, los estudiantes no consideran las expresiones aritméticas desde un punto de vista estructural, es decir, centran la atención en el valor numérico de las expresiones y en la obtención del resultado de las operaciones expresadas. Del mismo modo, se manifiestan ciertos conflictos en el proceso de comunicación y expresión simbólica de las situaciones problema, lo cual da paso, a que maestros y estudiantes, quizá pierdan de vista la importancia de reconocer, proponer y discutir múltiples formas de solucionar un problema, y asumir una postura crítica frente a un contexto real abordado en la clase.

Por lo tanto, es un gran reto de la educación matemática actual, tal como lo plantean Alsina y Mulá (2022), construir el conocimiento matemático en una amplia diversidad de situaciones variables, que lo trasciendan y lo articulen con problemáticas reales, como las diferentes crisis sociales, ambientales y sanitarias, que se pueden comprender a través de las matemáticas. En este sentido, el cambio climático puede representar una situación problema, socioambiental y variable, susceptible de ser estudiada en el aula a través de las matemáticas, para potenciar en los estudiantes una postura crítica de lo que constituye una emergencia global.

Ahora bien, Valero (2018) desde la política cultural de la educación matemática, se preocupa por la interrelación que pueden establecer los educadores entre las matemáticas y las

problemáticas ambientales. Además, se pregunta qué retos se les presentan cuando se asume la misión de abordar un problema matemático que sea creativo, retador y significativo, para que genere conciencia ambiental y a la vez desarrolle el pensamiento matemático crítico. Por esta razón, esta investigación propone articular actividades que vinculen a la matemática con experiencias propias de los estudiantes, situaciones que no sean ajenas a su contexto real, y que brinden más elementos para responder a las preguntas que ellos se plantean del para qué y el porqué de los saberes construidos.

Con base en las ideas anteriores, se pretende establecer conexiones y relaciones interdisciplinarias en el conocimiento matemático, además de favorecer el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas en los estudiantes, para que usen sus comprensiones y herramientas matemáticas en la resolución de problemas en diversos contextos, dotados de sentido. (Godino et al., 2015) Desde esta mirada, la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPy) con enfoque STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics), se configura como una oportunidad para que los estudiantes de sexto grado del Colegio Calasanz de Medellín tengan la posibilidad de resignificar la relación de las matemáticas a través del estudio de las problemáticas ambientales, y específicamente, el cambio climático, como una emergencia global.

Por lo anteriormente descrito, en este trabajo investigativo tiene como pregunta de investigación.

¿De qué manera un proyecto con enfoque STEAM en torno al cambio climático posibilita el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de sexto grado del Colegio Calasanz de Medellín?

2 Revisión de literatura

En este apartado, se presentan los resultados obtenidos al realizar una revisión de literatura, cuyo propósito se enmarcó en rastrear información concerniente al desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica, rescatando el valor de la información compilada al respaldar la base teórica que sustenta el planteamiento del problema y el marco teórico de esta propuesta investigativa.

Para la recolección de la información, se consideraron algunos planteamientos establecidos por Hoyos (2000), respecto a un modo general de realizar una investigación documental en el cual la autora propone unas fases en el proceso general de búsqueda, en las que se considera unos momentos relevantes que inician desde la preparación, hasta la extensión y la publicación. A continuación, se presenta la Tabla 1 la cual detalla los criterios tenidos en cuenta para la búsqueda de la información.

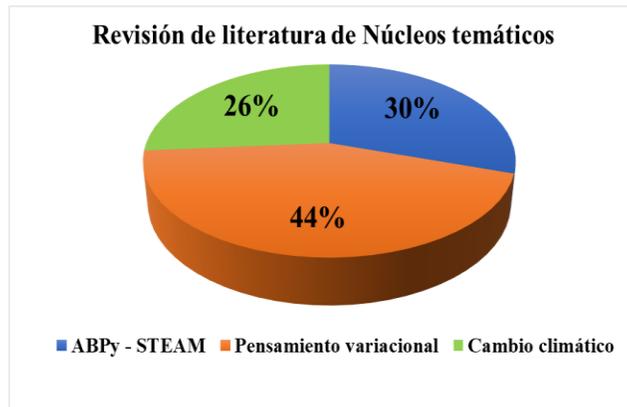
Tabla 1
Criterios de búsqueda

Criterios de búsqueda de la información					
Delimitación temática	Delimitación temporal	Contexto	Colectivos de análisis	Unidades de análisis	Núcleos temáticos
Desarrollo del pensamiento variacional en contextos reales	Entre los años 2010/2022	Ámbito Nacional e internacional	Revistas nacionales e internacionales	Artículos	Desarrollo del pensamiento variacional en educación básica Aprendizaje Basado en Proyectos y enfoque STEAM. Cambio climático

Con base en lo anterior, la autora sugiere definir “*unidades de análisis*”, las cuales son entendidas como aquel material documental susceptible de ser revisado, y, que, para esta investigación en particular, se caracterizan por ser artículos de investigación. En este sentido, se tuvieron en cuenta las revistas de corte nacional e internacional de Educación Matemática, tales como: “ZDM-International on Mathematic Education”, “Mathematical Thinking and Learning”, “Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME”, “International Journal of Science and Mathematics Education”, entre otras. Asimismo, se usaron fuentes de búsqueda, se utilizó la base de datos proporcionada por Google Académico, el repositorio y biblioteca de la Universidad de Antioquia y la Universidad Nacional de Colombia con algunas tesis de grado. Como resultado, se rastrearon alrededor de 118 unidades de análisis que daban cuenta de los núcleos temáticos y las estrategias metodológicas seleccionadas (Figura 1).

Figura 1

Definición de velocidad según los estudiantes.



Para efectos de organización de la información se definieron tres categorías para hacer un análisis de los artículos rastreados. La primera de ellas se agrupó en 35 unidades de análisis que atienden a las estrategias utilizadas para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes de educación inicial secundaria. En esta categoría, las unidades de análisis se agrupan según las relaciones o los escenarios matemáticos que autores como Pulgarín, J (2016); Watson et al. (2017); Zapata-Cardona (2018); Kuntze et al. (2017); Weiland (2017); Levin, M., et al. (2022); Vasco (2013); Watson, J., y English, L.D, (2010) entre otros, proponen para cumplir este objetivo (Figura 2). Se puede observar cómo los procesos estadísticos se configuran como un escenario para

desarrollar el pensamiento variacional, al igual que aquellas situaciones relacionadas con patrones numéricos o geométricos, modelación matemática, y resolución de problemas.

Figura 2
Relaciones del pensamiento variacional



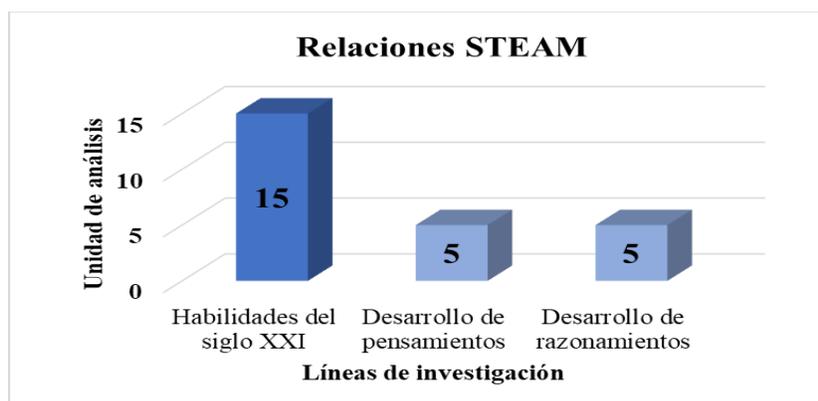
La segunda categoría, conformada por 24 unidades de análisis, atiende a la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos, y similarmente a la anterior, se agrupan de acuerdo con las estrategias de desarrollo, tendencias y comprensiones identificadas en el ABPy (Figura 3). En este sentido autores como Domènech-Casal (2020) y Benjumeda y Romero (2017), destacan entre estas estrategias el sistema de tareas, el diseño de proyectos y la elaboración de productos. Así mismo, autores como Ayerbe, J., y Perales, F., (2020); García-Piqueras y Soto (2021); Casado y Checa-Romero (2020); Del Valle Ramón et al. (2020) rescatan un interés de que esta metodología esté enfocada en las problemáticas ambientales, y el uso de las herramientas digitales.

Figura 3
Relaciones ABPy



Finalmente, para la tercera categoría, las 25 unidades de análisis que la constituyeron se agruparon según el objetivo principal que los autores propusieron al utilizar el enfoque STEAM en los diferentes procesos educativos (Figura 4). Se evidencia que entre estos propósitos se destaca el desarrollo de habilidades del siglo XXI en los estudiantes, pues autores como Reid, J., y Wilkes, J., (2016), Queiruga et al. (2021), y Ortiz-Revilla (2020) afirman que son necesarias para desarrollar la parte socioemocional y conductual de los estudiantes y responder a los retos que trae la sociedad actual. Así mismo, autores como Gómez, C. L., & Magán, G. R. (2021); y Roberts et al. (2022) muestra un interés por el desarrollo de diversos pensamientos como el sistémico o el computacional, y de algunos razonamientos como el espacial y el inductivo.

Figura 4
Relaciones STEAM



Así pues, las unidades de análisis que constituyen esta revisión de literatura presentan los elementos que se consideran necesarios para comenzar el proceso de investigación. Sin embargo, es importante aclarar que, no todas se tuvieron en cuenta para el diseño y la aplicación del proyecto

pensado, o el análisis de los resultados obtenidos, puesto que al trabajar bajo la metodología ABPy es importante atender a aquellas necesidades emergentes que se ponen de manifiesto en la práctica educativa.

2.1. Antecedentes

A continuación, se hará referencia a los antecedentes que dan cuenta de los núcleos temáticos definidos en esta investigación, tales como: Aprendizaje Basado en Proyectos con enfoque STEAM, y el desarrollo del pensamiento variacional en educación básica secundaria, mediante contextos reales que atiendan a problemáticas ambientales como el cambio climático.

En cuanto al pensamiento variacional, se rescatan las contribuciones realizadas por Jane Watson (2020; 2022) quien defiende que la variación es un aporte esencial para la educación STEAM, ya que sustenta la implementación, la cuantificación y la mejora de proyectos. Se destaca, en particular, la aplicación de dos proyectos, en donde se puede ver la relación del pensamiento variacional y el enfoque STEAM. En primer lugar, Watson (2020) desarrolló una actividad diseñada para presentar a 70 estudiantes de tercer grado de dos escuelas australianas el concepto de variación, desde el componente estadístico; esto mediante la fabricación del regaliz, como un contexto relacionado con STEAM, donde la variación ocurre de una forma realista y fácil de medir. Los resultados de este estudio muestran que los estudiantes de primaria pueden asumir la idea de variación y usarla para explicar sus experiencias con la vida diaria, y permite analizar las etapas iniciales del pensamiento variacional y sistemas de datos de los estudiantes, cuando el aprendizaje está integrado con un contexto STEAM.

En segundo lugar, Watson (2022) aplicó un proyecto a 64 estudiantes de grado sexto en una Academia Australiana de Ciencias, en el cual se tomó el crecimiento de las plantas como contexto STEAM, para explorar las ideas en desarrollo de los estudiantes sobre la variación. Los resultados fueron evaluados cualitativamente a través de las entradas de los libros de trabajo y la taxonomía SOLO, que se utiliza para evaluar la evidencia a largo plazo, y la naturaleza del desarrollo del aprendizaje adquirido. Una de las conclusiones que se puede retomar de este estudio, es que si bien se necesita más investigación para ilustrar la forma en que los estudiantes se involucran con las experiencias de aprendizaje, y así fomentar el conocimiento sobre la variación dentro de contextos de aprendizaje de múltiples currículos (Tyler et al., 2019), ha surgido una imagen general más

amplia del potencial para desarrollar la apreciación de la variación en un contexto STEM en la escuela primaria, generándole así a los estudiantes, la posibilidad de desarrollar el pensamiento variacional desde edades tempranas.

Ahora bien, centrando la mirada únicamente en pensamiento variacional, se pueden destacar autores como Levin (2022), Maury (2012), Pulgarín (2016) y, Alarcón (2019), que si bien no utilizan la metodología STEAM para la enseñanza del pensamiento variacional, si rescatan mediante otros enfoques epistemológicos, como el Knowledge in Pieces (Levin, 2022) o los Proyectos de Aula (Pulgarín, 2016), la importancia de recurrir a contextos reales y cercanos a los estudiantes para el estudio de los procesos de variación y cambio. Estos autores, similarmente a Watson (2020) resaltan que es en la educación primaria donde se deben sentar las bases que le permita a los estudiantes desarrollar el pensamiento variacional (Levin, 2022).

En ese orden de ideas, Maury (2012), por ejemplo, realizó un trabajo investigativo con la intención de aportar una metodología a los docentes de Educación de Básica Primaria, que les permitiera favorecer el pensamiento variacional en los estudiantes. Esta investigación buscó fortalecer el trabajo independiente de los estudiantes en su proceso de aprendizaje, enmarcándose en un sistema de tareas que se iban incrementando en complejidad y estaban mediadas por fases de orientación, ejecución y control. En los resultados se presentó un mejoramiento en el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas que implican variación y cambio, haciendo énfasis en deducciones de patrones de variación, interpretación de gráficas, identificación de variables, cálculos con magnitudes desconocidas y elaboración de modelos.

En la misma línea, Pulgarín (2016) diseñó e implementó un proyecto de aula para estudiantes de grado quinto, con la intención de construir acercamientos significativos al pensamiento variacional a través del estudio y detección de patrones geométricos desde un carácter secuencial y ordenado, mostrando que, al orientar a los estudiantes en procesos lógicos, éstos observan, comunican de diferentes maneras y luego verifican aquello detectado, abriendo las puertas a una posterior generalización. Asimismo, Alarcón (2019), atendiendo a la importancia de desarrollar el pensamiento variacional a través de sus procesos en la educación primaria, se preguntó en su trabajo qué tipo de estrategias de evaluación formativa, potencia el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de quinto grado mediante el diseño, implementación y evaluación de una unidad didáctica referente a Razones y proporciones. Este trabajo evidenció que es posible vincular los aprendizajes adquiridos con la contextualización de situaciones reales, lo

cual cambió la percepción de los estudiantes sobre las matemáticas al descubrir su aplicabilidad, generando a su vez compromiso y motivación por el aprendizaje, lo cual conlleva a los docentes plantearse estrategias de enseñanza que atiendan a las necesidades de los estudiantes.

De esta manera, los antecedentes anteriormente citados, reflejan el interés de la comunidad educativa por forjar escenarios que posibiliten el desarrollo del pensamiento variacional desde la educación primaria, y que como afirma Molina, M (2009) incidan en el cambio curricular en la educación secundaria, mencionando a su vez que esta algebrización en el currículo enriquece la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos, y en particular evita saltos o rupturas entre la enseñanza de la aritmética y el álgebra formal. Adicionalmente, Rivera, A. (2019) se suma a esta idea, diseñando una propuesta didáctica para la enseñanza de las matemáticas mediada por la resolución de problemas, que orientó las prácticas de un grupo de docentes en el municipio de Itagüí, Antioquia, en la transición de quinto a sexto grado para el desarrollo del pensamiento variacional. Esta propuesta, concluyó que situar una propuesta didáctica en esta etapa escolar posibilita minimizar debilidades académicas y cognitivas relacionadas con la resolución de problemas, desde el fortalecimiento constante de situaciones problema que le ayuden al estudiante a construir generalizaciones de patrones.

Ahora bien, dichos escenarios se deben conservar en la educación secundaria, incluyendo en este nuevo ciclo formativo el reto de enfrentarse a los procesos algebraicos con los estudiantes. En la revisión de literatura se pudieron encontrar autores como Otaya, Y. P., & Mosquera, V., (2017), Martínez (2018) y, Ordoñez-Ortega., et al., (2019) que defienden que los procesos de variación en la formación secundaria también se deben incluir dentro de contextos reales y cercanos a los estudiantes.

Un claro ejemplo se puede encontrar en el trabajo investigativo realizado por Ordoñez-Ortega, et al., (2019), quienes realizaron una investigación de enfoque cualitativo, con una metodología de Investigación – Acción, para propiciar mejoras en el pensamiento variacional y el pensamiento geométrico en estudiantes de grado octavo. Dicha metodología permitió que el estudiante analizara una situación social, para mejorar las acciones propias en la misma situación.

Por su parte, Otaya, Y. P., & Mosquera, V., (2017), argumentan que desligar las matemáticas del contexto cotidiano es entrar en un mundo irreal donde solo tiene cabida la imaginación. Además, el autor también reconoce que el paso de lo concreto a lo abstracto en el álgebra supone un cambio cualitativo en la forma de pensar del estudiante y un reto grande en el

proceso de enseñanza del docente. Atendiendo a esto, diseñó una situación didáctica en el área de matemáticas, la cual fue aplicada a los estudiantes del grado noveno para promover el aprendizaje de las expresiones algebraicas, movilizandando las capacidades del pensamiento variacional. Similarmente, Martínez (2018) desarrolló una investigación cualitativa en el área de matemáticas, en la cual se trató el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de noveno grado, usando para tal fin secuencias didácticas diseñadas para el estudio y mediadas con TIC. Los resultados de ambas investigaciones permiten sugerir que las intervenciones dadas generaron cambios significativos en los estudiantes en lo relacionado al pensamiento variacional, ya que la mayoría de ellos asignaban inicialmente valores numéricos a las variables de forma arbitraria para poder realizar cálculos aritméticos, lo que sugirió un desconocimiento por parte de los estudiantes de la utilidad de la variable y de su significado en situaciones problemáticas, así como ciertas dificultades en los procesos de razonamiento y argumentación en estos escenarios. Ahora bien, se puede destacar que se generó una particular motivación e interés en los estudiantes por participar en los proyectos o actividades diseñadas.

Teniendo en cuenta las investigaciones anteriores, se pueden notar las ventajas de vincular el desarrollo del pensamiento variacional con metodologías y procesos que permitan relacionar las matemáticas con contextos reales y cercanos a los estudiantes, aún en la educación secundaria. En este sentido, Vasco (2013) problematiza si la educación que todos los estudiantes necesitan para su desarrollo profesional, ciudadano y personal, son esas matemáticas puras, estáticas y majestuosas tradicionalmente presentadas, o más bien las matemáticas dinámicas y fluidas en las que se puedan desarrollar modelos mentales y ejercitar el pensamiento variacional.

En relación con el enfoque STEAM adoptado en este trabajo, se encontraron antecedentes en autores como Ríordáin, et al., (2016), que sustentan que la integración de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias facilita el compromiso, la motivación, la resolución de problemas, y la criticidad. Además, tal como lo señala Roberts, et al. (2022), también permite a los estudiantes aplicar el contenido específico de la disciplina a problemas auténticos. Estos mismos autores destacan como características principales de la practica STEAM, el uso del pensamiento crítico y creativo en la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el uso de herramientas apropiadas. Así mismo, hacen énfasis en que estas prácticas permiten que el estudiante desarrolle habilidades comunicativas para la solución de problemas basados en evidencia y datos verídicos, además de reconocer y usar estructuras en sistemas del mundo real.

En ese mismo sentido, Queiruga, et al., (2021) realizó un estudio en donde presentan dos contribuciones fundamentales a la literatura STEAM: La primera contribución es la descripción detallada de una experiencia de trabajo STEAM con estudiantes de secundaria utilizando el Aprendizaje Basado en Proyectos; y la segunda aportación se da en el sentido de las relaciones que se establecen entre los miembros internos y externos de la comunidad educativa, y la manera en que estos logran conectarse generando situaciones enriquecedoras desde el enfoque STEAM, como las diferentes problemáticas ambientales.

Ahora bien, en relación al cambio climático como problemática ambiental, autores como García, et al (2022), Ouariachi, T., et al., (2021), se pronunciaron en torno a la importancia de fortalecer las propuestas curriculares sobre cambio climático, en correspondencia a lo que constituye esta emergencia global, incluso desde propuestas innovadoras que transgredan metodologías tradicionales, teniendo en cuenta que el análisis de escenarios socio científicos en contextos escolares no está exento de dificultades, ya que el quehacer educativo está condicionado por fines curriculares que no se incorporan con cuestiones claves de la realidad. En el estudio realizado por García, et. al, (2022) se preocuparon por la representación social del cambio climático que tienen algunos estudiantes de secundaria no obligatoria, a través de un amplio cuestionario que abordaba unos ítems relacionados con la temática. Estos resultados dieron cuenta de una amplia divergencia, incluso ambivalencia entre ciertos asuntos de comprensión por parte de los estudiantes entorno a la emergencia climática, por ejemplo, asociar el efecto invernadero como fenómeno análogo al cambio climático. Aún más, se considera desde la Organización de las Naciones Unidas (ONU, 2015) que el cambio climático es un tópico que no debe ser ignorado desde la esfera educativa, y es por ello que ya es una situación constituyente del escenario formativo de los estudiantes; incluso Ouariachi, T., et al., (2021) proponen incursionar en herramientas tecnológicas como juegos online que promuevan estrategias de enseñanza/aprendizaje del cambio climático.

Por su parte desde el Aprendizaje Basado en Proyectos, autores como Ayerbe López, J. y Perales Palacios (2020), aseguran que existe un consenso generalizado en cuanto a los beneficios pedagógicos que el ABP puede producir entre el alumnado, entre estos un aumento entre la motivación de los estudiantes, cuando se llevan a cabo tareas que implican aplicar conocimientos, interactuar con agentes externos al centro educativo, usar material o herramientas como las TICS, tareas que son muy frecuentes en esta metodología. Por lo que desde su investigación relacionada

con fenómenos ambientales sugieren utilizar el ABP como herramienta para generar una mejora de la conciencia ambiental de los estudiantes de secundaria.

Así, de acuerdo con los antecedentes anteriormente descritos, se puede notar una imperiosa necesidad de fortalecer el pensamiento variacional ligado a contextos verosímiles que estén en mutua correspondencia con la realidad de los estudiantes, es decir, situaciones que exhiban cambios y que sean susceptibles de ser analizadas en el aula. El cambio climático, se constituye como una emergencia global y como un escenario mutable de interés de todos, más todavía, cuando la comprensión de los estudiantes ante este tópico dista mucho de lo que realmente significa y del impacto que tiene este sobre la humanidad. Es por ello que el cambio climático se toma como una oportunidad para ser estudiado desde las matemáticas a tono con sus matices variables, pero también como oportunidad para concederle la importancia que amerita.

Así mismo, es importante resaltar que la metodología ABPy con enfoque STEAM es una valiosa herramienta para desarrollar procesos educativos que generen relaciones entre las diversas áreas del conocimiento, y posibiliten escenarios cercanos a los estudiantes donde se desarrollen y vinculen diferentes pensamientos matemáticos como el variacional.

3 Objetivos

3.1 Objetivo general

Analizar la incidencia de la implementación de un proyecto con enfoque STEAM para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado sexto del Colegio Calasanz Medellín.

3.2 Objetivos específicos

Diseñar sobre la base de principios teóricos un sistema de tareas encaminado al desarrollo del pensamiento variacional para estudiantes del grado sexto.

Caracterizar el avance en el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de sexto grado en torno a su capacidad para detectar, describir, representar y generalizar regularidades en distintos sistemas o registros simbólicos.

Valorar las percepciones de los estudiantes de sexto grado asociados al aprendizaje de las matemáticas mediante una escala de valoración en el marco de un proyecto con enfoque STEAM.

4 Marco conceptual

A continuación, se presenta la conceptualización de los núcleos temáticos que sirven de base teórica para este trabajo. En primera instancia la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPy) y el enfoque STEAM, posteriormente, los procesos del desarrollo del pensamiento variacional y su relación con la modelación matemática, y, por último, el sistema de tareas y los principios que lo componen.

4.1 Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPy) y el enfoque STEAM

La metodología Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPy) con enfoque STEAM es una apuesta educativa que ha sido relevante en los últimos años debido a su capacidad para promover un aprendizaje activo, práctico e interdisciplinario. Esta propuesta busca transformar la educación tradicional en una experiencia dinámica y significativa para los estudiantes.

En ese sentido, ABPy es una vía metodológica prometedora para el aprendizaje de las ciencias, y según Thomas, (2000) se constituye como una herramienta con múltiples beneficios pedagógicos en la cual los estudiantes aprenden a través de la realización de proyectos concretos que involucran investigación, planificación, ejecución y presentación. Por su parte, Domènech-Casal, (2018) afirma que los proyectos se pueden entender como tareas auténticas y contextualizadas que permiten a los estudiantes aplicar conocimientos y habilidades en situaciones del mundo real. A su vez, esto fomenta la autonomía, la colaboración, la resolución de problemas y la creatividad de los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente trabajo entenderá el ABPy como una metodología didáctica (Domènech-Casal, et al.; 2019); y retomará el trabajo por proyectos postulados por el Buck Institute for Education (En adelante BIE), el cual es un instituto que promueve la aplicación de proyectos en entornos escolares en los Estados Unidos, y que además establece unas características esenciales para el desarrollo de este tipo de propuestas (Figura 5); las cuales han sido descritas por Larmer et al (2015).

Figura 5

Estándares de oro del ABPy



**Nota: Tomado de Setting the Standard for Project Based Learning (p. 34), por Larmer Mergendoller & Boss, 2015, Buck Institute For Education.*

Estas características buscan esbozar los elementos necesarios para el éxito de un proyecto que intente maximizar el aprendizaje del estudiante y su compromiso por el mismo. La primera de ellas, nominada “reto o pregunta que desafía”, alude a la importancia de analizar en la escuela problemas motivantes que hagan que el aprendizaje sea más significativo. De esta manera, los estudiantes no estarán aprendiendo algo para recordarlo, sino porque en realidad tienen la necesidad de saberlo, lo cual los lleva a la siguiente categoría esencial: “investigación profunda”. En este ciclo se debe tener en cuenta que, en el ABP, la investigación es iterativa, por ende, cuando los estudiantes se enfrentan a un problema retador, hacen preguntas y buscan recursos para ayudar a responderlas, para luego hacer preguntas más profundas y repetir el proceso hasta que se desarrolle una solución satisfactoria. Es por esto, que un proyecto que atienda a los estándares de oro propuestos por el BIE no puede durar tan solo unos días, ya que el proceso de investigación requiere tiempo y dedicación.

La tercera categoría se acobija bajo el término “autenticidad” y se preocupa por la relación entre el mundo real, las tareas, y el aprendizaje. En cuanto a esto, se debe tener en cuenta que proyecto puede ser autentico de varias formas y que estas se pueden entrelazar entre sí: puede tener un contexto real, cuando los estudiantes intentan resolver problemas que enfrentan las personas por fuera de la escuela; puede implicar el uso de procesos o herramientas del mundo real, cuando los estudiantes planean una investigación experimental o utilizan software para producir material

cercano a la calidad profesional; puede tener un impacto real en otros, cuando se abordan necesidades comunitarias o se crea algo que será para el uso o el experimento de los demás; finalmente, un proyecto puede tener autenticidad personal cuando aborda inquietudes, intereses o identidades propias.

La cuarta categoría, denominada “decisiones y voz de los estudiantes” hace referencia al sentido de pertenencia que se debe desarrollar por el proyecto al tener participación y control sobre muchos de los aspectos de este, como las preguntas que se generan, los recursos que se van a utilizar para encontrar respuestas, las tareas y roles que se van a asumir dentro de un equipo de trabajo, los productos que se van a crear y entre otros. Si los estudiantes no tienen un juicio crítico para enfrentar estos aspectos y los problemas que se les puedan ir presentando, el proyecto se convierte en un ejercicio en el que solamente se sigue un conjunto de instrucciones. Esta categoría va de la mano con la siguiente, la cual se posiciona en la “reflexión” de la práctica, haciendo énfasis en lo que se está aprendiendo, cómo lo están aprendiendo, y el por qué lo están haciendo. Ahora bien, cuando este proceso se da en cuanto a los contenidos y a las comprensiones adquiridas durante el proyecto, se ayuda a los estudiantes a consolidar lo que han aprendido para aplicarlo en diferentes contextos; cuando se hace en torno a las habilidades del siglo XXI, se posibilita que los estudiantes interioricen el significado de dichas habilidades estableciendo metas para un mayor crecimiento; así mismo, cuando la reflexión se hace sobre el propio proyecto, su diseño y su implementación, ayuda no solo a los maestros a mejorar la calidad de las practicas ABP, sino que también le da herramientas a los estudiantes que los pueden ayudar a tomar mejores decisiones en sus próximos proyectos.

La sexta categoría atiende a una “crítica y revisión” constante del proyecto, proceso en el que se resalta la evaluación formativa, es decir, una retroalimentación constante no solo de los maestros hacía los estudiantes, sino de los propios estudiantes evaluando los resultados de su aprendizaje. En esta categoría, los estudiantes aprenden a dar y recibir retroalimentaciones constructivas mediante rubricas y protocolos de crítica que buscan mejorar los procesos del proyecto. Así los estudiantes llegarán mejor preparados para la última categoría que atiende al “producto final público”, el cual puede ser desde un objeto tangible hasta una actuación, que al ser presentado a los demás, tanto a maestros como personas externar del sector educativo, no solo genera motivación en los estudiantes, sino también un mayor compromiso y despeño, logrando encontrar un punto medio entre la ansiedad y el aburrimiento en el aprendizaje.

En relación con el enfoque STEAM, que por sus siglas en inglés significa Ciencia (Science), Tecnología (Technology), Ingeniería (Engineering), Artes (Arts) y Matemáticas (Mathematics), propone integrar estas áreas de forma interdisciplinar, evidenciando dicha correspondencia a través de situaciones del mundo real. De esta manera, asegura Couso (2017) que la educación STEAM favorece la formación tecnológica, científica, crítica y matemática de los estudiantes al proporcionarles herramientas que les permita identificar y aplicar conocimientos clave; además de hacer, pensar, hablar y sentir estas disciplinas de forma integrada para brindar soluciones creativas e innovadoras a situaciones problema complejas.

Bajo esta mirada, el enfoque STEAM se configura como una herramienta muy viable para establecer comprensiones en matemáticas. Al respecto, Alsina (2014) refiere que las conexiones matemáticas se caracterizan por relaciones intradisciplinarias, es decir, existe un vínculo entre contenidos y procesos de matemáticas; interdisciplinarias, pues hacen referencia a las disciplinas STEAM y otras áreas del conocimiento; y por último el enfoque globalizado que atiende a las relaciones de las matemáticas con el entorno. Asegura el autor, que esta triple visión constituye uno de los principios fundamentales del aprendizaje en matemáticas.

Ahora bien, la conjunción entre la metodología de Aprendizaje Basado en Proyectos y el enfoque STEAM convergen en elementos esenciales que se entrelazan de manera complementaria, ya que, al incorporar proyectos en el escenario educativo se crean ambientes de aprendizaje que satisfacen las necesidades académicas de los estudiantes permitiendo conexiones entre las diferentes disciplinas, el currículo y su aplicación con la vida real. Es por ello, que la ejecución de proyectos interdisciplinarios propicia no solo la adquisición de saberes teóricos, sino también su empleo en contextos auténticos, promoviendo una asimilación más profunda.

Desde esta perspectiva se lleva a cabo el aprendizaje como una experiencia activa y dinámica, ya que los estudiantes asumiendo un papel protagónico, se definen como artífices de su propio proceso educativo, lo que a su vez potencia su motivación y compromiso con el aprendizaje; permitiendo fortalecer las habilidades de resolución de problemas, trabajo colaborativo, además de un pensamiento crítico y creativo esenciales para encontrar soluciones innovadoras y adaptativas.

Por lo anterior, vemos un contexto que refleja la complejidad y diversidad del mundo actual, donde la fusión de conceptos científicos, tecnológicos, matemáticos y artísticos en proyectos anclados a situaciones reales adquieren una importancia crucial. Esta integración enriquece la comprensión de dichos conceptos al acercar el aprendizaje a escenarios auténticos y palpables,

equipando a los estudiantes con herramientas que trascienden las aulas y encuentran relevancia en la vida cotidiana, siendo ellos los protagonistas en la construcción de sus propios conocimientos.

4.2 Pensamiento variacional

Desde el análisis de los documentos rectores que orientan los procesos educativos y pedagógicos en el país, se deja entrever una necesidad de incorporar una nueva visión de las matemáticas como creación humana, resultado de la actividad de grupos culturales concretos y, por tanto, como una disciplina en desarrollo, provisoria, contingente y en constante cambio (MEN, 2006). De ahí que, en el desarrollo del proyecto educativo de las Matemáticas, esta deba ser entendida como actividad humana incidente en la vida social, cultural y política de la sociedad. Lo anterior, conlleva a asumir el reto de tomar en consideración el estado actual de la sociedad, sus tendencias de cambio, sus necesidades y los futuros deseados hacia los cuales se deben orientar los fines de la enseñanza de las matemáticas que se enmarca como una práctica social.

En ese sentido, los Lineamientos Curriculares del MEN (1998) establece que “uno de los logros para alcanzar en la educación básica, es superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados”, por lo que se propone desarrollar en los niños desde una temprana edad, un tipo de pensamiento que identifique de manera natural fenómenos de variación y cambio; y que ellos sean capaces de modelarlos y transformarlos, lo que contribuirá a desarrollar procesos de pensamiento matemático. De ahí que, el pensamiento variacional tenga una función muy importante para el mundo científico, ya que es a través de este pensamiento que se ha llegado a la modelación de diferentes procesos de las ciencias y de las matemáticas mismas.

Por ello, es imprescindible fortalecer el pensamiento variacional desde la básica primaria y no esperar hasta los grados superiores para iniciar con estos procesos (MEN, 2006), que dan cuenta del dominio de un campo conceptual, y que a su vez involucran conceptos y procedimientos inter estructurados y vinculados entre sí. Además, estos procesos deben iniciar con la generalización de patrones aritméticos que van a constituir una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio (MEN, 1998). Por tal razón, desarrollar el pensamiento variacional desde los primeros grados de la educación básica primaria es apropiado en tanto le permitirá al estudiante “analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas” (MEN, 2006).

De manera general, el pensamiento variacional se relaciona directamente con la detección, percepción, reconocimiento y descripción de alteraciones y transformaciones en diversos escenarios. Esto involucra la representación y modelado de dichas variaciones y cambios en distintos sistemas simbólicos, ya sean expresados de manera verbal, icónica, gráfica o algebraica. Es más, en cuanto a la representación, propuestas para la exploración del concepto de cambio también puede ser el análisis de fenómenos de variación representados en gráficos y tablas, que, a través de un detenido análisis de estas representaciones, es posible identificar las variaciones que ocurren y, en algunos casos, cuantificar la magnitud de ellos. En ese orden de ideas, en lo que refiere a la representación, los documentos rectores hacen alusión a que el sistema algebraico se convierte en el medio más directo para representar variaciones, aunque estas también pueden expresarse a través de otros tipos de representaciones, como gestuales, lenguaje común o técnico, representaciones numéricas en tablas, gráficos y representaciones icónicas. Estos medios actúan como intermediarios en la construcción general de procedimientos, algoritmos o fórmulas que definen los patrones y las correspondientes reglas que permiten su reproducción (MEN, 2006).

Además, el MEN, (2006) resalta una serie de actividades que permiten desarrollar cada uno de los procesos del pensamiento matemático, las cuales están orientadas a identificar patrones numéricos que involucren la observación, exploración y manipulación de los elementos en los que se basa el proceso de generalización, siendo este último uno de los principales procesos de desarrollo del pensamiento variacional. Dichas actividades, preparan a los estudiantes para la construcción de expresiones algebraicas a través de la formulación verbal de reglas recursivas, que indican cómo construir términos subsiguientes basados en los anteriores, y para la identificación de patrones que les conduzcan hacia la expresión algebraica de manera más o menos directa.

Aún más, de la relación entre el pensamiento variacional y el manejo de sistemas algebraicos, desde el MEN, (2006) se hace énfasis en que el álgebra es mucho más que un conjunto de símbolos abstractos; es un poderoso sistema de representación y descripción de fenómenos cambiantes. Desde esta perspectiva se subraya la importancia de usar el álgebra de manera significativa y explorar los componentes algebraicos como variables, constantes, términos y fórmulas, e incluso ecuaciones e inecuaciones. Esto requiere ampliar la notación aritmética y aplicar propiedades clave de los sistemas numéricos.

De igual forma en los Estándares Básicos de Competencias se hace énfasis en la integración de los cinco tipos de pensamiento matemático, incluyendo el numérico, el espacial, el de medida y

el aleatorio, ya que estos comparten elementos conceptuales que son fundamentales para diseñar situaciones de aprendizaje, especialmente problemas, que fomentan un trabajo integral y unificado del pensamiento matemático. A pesar de su complejidad y el ritmo gradual de desarrollo, este pensamiento es fundamental para capturar aspectos cruciales de la variación, como las partes que cambian y las que permanecen constantes, las variables en juego, el rango de escasez de cada variable y las posibles relaciones dinámicas.

En síntesis, el pensamiento variacional interactúa con diversas formas de pensamiento matemático y científico, influyendo en la modelación y comprensión de cambios. Integrar diferentes tipos de pensamiento matemáticos en la enseñanza promueve una comprensión más profunda y aplicable de los conceptos. Además, el desarrollo del pensamiento variacional y su relación con sistemas algebraicos resaltan la importancia de analizar patrones cambiantes y utilizar herramientas algebraicas en contextos diversos.

4.2.1 Relación del pensamiento variacional con la modelación matemática

Las transformaciones de la educación matemática que suponen los sistemas educativos del siglo XXI apuntan hacia una alfabetización ciudadana que requiere mucho más que los procesos de lectura y escritura. Los hechos y la información que se recoge de ellos implican relaciones matemáticas que dan cuenta de las dinámicas de variación y cambio de los componentes que articulan la realidad. Así pues, las matemáticas, y en especial el álgebra, pueden ser entendidas como el lenguaje que refleja y ayuda a estructurar el uso de la lógica y la abstracción, describiendo patrones y regularidades existentes en una situación específica de un contexto real (Lacampagne, 1995).

Bajo esta mirada, es necesario problematizar un poco el tipo de formación matemática presente en los centros educativos. Al respecto, Carlos Eduardo Vasco (2013) se cuestiona si las matemáticas necesarias para todos en nuestro desarrollo profesional, ciudadano y personal, corresponden a esas matemáticas puras, estáticas y majestuosas, o más bien a las matemáticas dinámicas y fluidas en las que se desarrollan modelos mentales, que permiten analizar las dinámicas de la realidad, y ejercitar el pensamiento variacional. De esta manera, cuando los estudiantes, utilizan las matemáticas para entender y explicar procesos de la realidad, no solo

desarrollan el pensamiento variacional, sino también habilidades y competencias necesarias para leer, comprender y desarrollarse como ciudadano del siglo XXI.

Es así, como podemos decir que el pensamiento variacional dista mucho de la aplicación de algoritmos matemáticos para encontrar respuestas a situaciones diseñadas casi a la perfección, alejadas totalmente de la variación inmersa en la realidad. En este sentido, Vasco (2013) define el pensamiento variacional como “una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas, de tal manera que covarían en forma semejante de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (p.63) Bajo esta definición, cuando se reflexiona sobre situaciones específicas reales, es necesario producir modelos mentales que intenten reflejar de la mejor manera posible, las formas en que las variables existentes interactúan entre ellas. De esta manera, el autor se refiere a la modelación matemática como el principal objetivo del pensamiento variacional.

La modelación matemática, según Vasco (2013) se considera un arte que conlleva un proceso de detección, formulación y proyección de regularidades por medio de la creación de un artefacto mental, cuyas variables covarían en forma que simulen las regularidades de la covariación de los fenómenos o procesos que se intenta modelar. A su vez, se reconocen unos momentos, que, si bien no son secuenciales, permiten dar cuenta de un proceso en el cual se desarrolla la modelación, y a su vez, el pensamiento variacional. En un primer momento se busca detectar la variabilidad de la situación, es decir, notar lo que cambia y lo que no, y los patrones que se puedan presentar; en un segundo momento, se intenta crear un modelo mental, en el cual se construya un proceso de variación similar al de la realidad; luego, se pone a prueba ese modelo para analizar los resultados obtenidos, se comparan esos resultados con lo ocurrido en el proceso que se quiere modelar, y por último, se hace la revisión final del modelo, realizando correcciones de ser necesario.

Por otro lado, el pensamiento variacional no se constituye como un pensamiento que solo se pueda desarrollar en el marco de los sistemas algebraicos. Más aún, Vasco (2013) menciona que este pensamiento se desarrolla de múltiples maneras desde todas las disciplinas matemáticas. En este sentido, se puede encontrar en los aportes realizados por Jane Watson (2022), quien propone que la variación es la base del razonamiento estadístico, en cuanto sustenta la implementación, cuantificación y mejora de proyectos que se basan en la medición de datos en situaciones extraídas de la realidad. Por ejemplo, en el informe GAISE (Bargagliotti et al., 2020), describe que el

pensamiento variacional de una práctica matemática con enfoque estadístico permite en los estudiantes:

- Formular preguntas, anticipando la variabilidad y haciendo predicciones,
- Recopilar datos, planificar la variabilidad y realizar pruebas justas,
- Analizar datos, teniendo en cuenta la variabilidad utilizando una variedad de representaciones y tecnologías,
- Interpretar y evaluar resultados, permitiendo variaciones y sugiriendo mejoras.

Este proceso, a su vez, debe ser desarrollado con la participación activa de los estudiantes, pues son justamente las experiencias obtenidas de la interacción y el análisis de la realidad, las que conforman la base del pensamiento variacional.

4.2.3 Los procesos del pensamiento variacional y la generalización

La actividad matemática caracterizada por facilitar el aprendizaje en torno a situaciones donde el alumno ponga en juego las fases de desarrollo del pensamiento variacional, es entendida por Mason et. al, (1985) desde un punto de vista didáctico como aquellas etapas que conducen al estudiante a los procesos de generalización. Estos autores describen estas etapas en tres momentos: En un primero momento se reconoce una fase de aproximación que consiste en la visión de regularidad de una configuración matemática, donde el estudiante establece relaciones y diferencias de aquello que está observando; en un segundo momento es necesario la exposición verbal de la regularidad ya identificada, para finalmente generar una expresión escrita y simbólica de la manera más concisa posible.

A continuación, se detallará con más amplitud en qué consiste cada una de las etapas anteriormente descritas:

4.2.3.1 Ver o detectar

Ver la configuración es un proceso mental por el cual la estructura, el modelo, aparece claramente, interrelacionando los diversos elementos, permitiendo por tanto observar la situación

de una forma diferente, con una nueva perspectiva. Se trata de distinguir entre lo que es propio de cada situación, de cada ejemplo, y lo que es común a todos ellos; lo que no varía. Se trata de encontrar lo que se mantiene en cada caso, los factores clave, y conseguir, mediante una combinación adecuada, una regla, una expresión que resuma todas las situaciones, que permita «contar en general» sin referencia a los casos concretos. (Grupo Azarquiel, 1991)

Bajo esta mirada, los autores reconocen dos contextos diferentes donde el ejercicio de visión de las regularidades se hace presente: las figuras geométricas y el campo de los números. La percepción de regularidades en conjuntos de figuras geométricas se caracteriza porque a menudo es más fácil manipular la información, reordenando, recordando otras figuras similares, comparando partes equivalentes, donde el estudiante pone en práctica su capacidad de organización espacial que puede facilitar la aparición de aquella estructura que dará paso a la solución. Ahora bien, en las series de números afirman los autores que su principal diferencia con las series geométricas estriba en que el razonamiento allí presente es específicamente numérico con propiedades menos visuales, donde se requiere percibir características entre los números, operaciones entre ellos y leyes numéricas de formación. Es decir, este razonamiento tiene un carácter más abstracto, pero plantean los autores que tiene la ventaja de sacar todo el provecho de las experiencias con el trabajo de los números y las propiedades que ya se han aprendido en años anteriores con éstos.

4.2.3.2 Describir o comunicar

Esta segunda etapa del proceso de generalización consiste en el proceso de descripción en el lenguaje natural de la regularidad percibida, lo que posteriormente va a permitir la expresión precisa y por escrito de la propiedad general. En este sentido, la expresión oral consiste en verbalizar o comunicar el modelo detectado, la cual admite diversas características y diversos grados de precisión que dependen normalmente de cómo se hay percibido la regularidad, pues se dice que el trabajo previo de los estudiantes de ver figuras o números mejora su capacidad de expresar posteriormente y de forma más ajustada y útil aquellas relaciones.

De acuerdo con lo anterior, en la misma línea de las ideas planteadas por el Grupo Azarquiel (1991), se postula que hablar y decir lo que se ve es un esfuerzo siempre productivo dentro y fuera de las matemáticas y obliga a una cierta organización de las ideas. La necesidad de

explicar hace aparecer las contradicciones y lagunas de las hipótesis que mentalmente parecían correctas. El hecho de comunicar a sí mismo o a otro lo que se piensa constituye un reto, un compromiso y a la vez un estímulo para comprobar la adecuación de lo dicho a la realidad y para buscar la solución correcta.

En esta medida, la etapa de descripción se puede facilitar en pequeños grupos de trabajo, puesto que el intercambio de ideas y opiniones propicia la reformulación de las hipótesis, comprobación de conjeturas y el acercamiento a soluciones más ajustadas. En este proceso, es natural que en primera instancia los alumnos en el intento de describir lo que ven, no pongan de manifiesto plenamente las relaciones debido a ciertas imprecisiones y limitaciones del lenguaje literal dejando algunas propiedades implícitas. De esta manera, es preciso pedir a los estudiantes aclaraciones, para dar cuenta de aquello que no están comprendiendo y reconocer a qué corresponde la incompletitud en las descripciones, favoreciendo la comunicación entre pares donde surgen “formas personales de hacer explícito el pensamiento” (Grupo Azarquiel, 1991) aunque la expresión correcta no constituya un objetivo de primera mano. Es por ello, que algunas actividades que los autores sugieren poner en marcha en este camino hacia la generalización son: discutir las relaciones y regularidades en pequeños grupos de trabajo; dibuja y describir la figura con n grande y comprobar la precisión de las descripciones realizadas.

4.2.3.3 Escribir o representar

Como se había mencionado, el desarrollo de la generalización tiene como objetivo último la expresión escrita y en forma simbólica de las relaciones halladas en el proceso de detección. Pero, el registro de las palabras y de las ideas es una fase avanzada y la más difícil en el proceso de simbolizar la regla general de cualquier propiedad en el aprendizaje de la misma.

Asimismo, la escritura es más fácil de analizar y puede llegar a más personas, lo cual significa que es más susceptible a la crítica, a la vez que puede permitir más juicios, haciendo parecer estas ideas escritas como simples o quizá absurdas y contradictorias. Es por ello, que el registro simbólico exige mayor precisión y ayuda a clarificar los pensamientos, puesto que los términos escritos no admiten ambigüedad, pero sí completitud en la expresión, porque según los autores “apuntar” a la respuesta no es suficiente. Ahora bien, el registro por escrito no atiende solamente a un acervo de expresiones simbólicas, sino que ésta constituye sólo una forma de

hacerlo, y no es precisamente la más “natural” y familiar para los alumnos. Es decir, la expresión por escrito de propiedades generales puede hacer uso de varios elementos, tales como, palabras, dibujos, combinaciones de símbolos y palabras, pues lo más importante es animar al estudiante a iniciarse en este proceso y utilizar estas formulaciones lo que considere necesario.

Es preciso referir, como plantean los autores, que este ejercicio favorece la amplia gama de expresiones escritas y/o dibujadas, por lo que es útil también animar a los estudiantes que expresaron por escrito sus ideas de generalización de un ejercicio a que las comparen entre sí e intenten proponer nuevas alternativas. Se pretende entonces que este acercamiento a la escritura se lleve a cabo de una manera gradual, ya que en una primera fase se comprende que se acuda a símbolos propios, y proseguir gradualmente a la sustitución de las palabras ya verbalizadas hasta que se llegue a un nivel de simbolización total de la expresión correcta utilizando las reglas de enlace del álgebra. Finalmente, se recomienda que desde un inicio no sólo se motive al uso exclusivo de los símbolos por muy correctos y generales que sean, dado que el uso intermedio de expresiones y transformar paulatinamente las palabras a símbolos enriquece y refuerza el significado de los mismos, además que se generen situaciones abiertas donde se intercambien ideas personales sin precipitarse a escribir desde el inicio registros simbólicos y correctos sino tomarse el tiempo de construir experiencias significativas y graduales con la escritura.

4.3 Sistema de tareas

El proceso de enseñanza-aprendizaje en un contexto real y de variación, debe caracterizarse porque los maestros orienten a sus estudiantes en la resolución de problemas bajo una mirada activa de la situación. Estos últimos no van a depender completamente de la explicación del docente, sino que en este ambiente formativo el maestro posibilita las condiciones necesarias para la apertura a escenarios donde se desarrolle cierta independencia bajo su acompañamiento. Para ello, Concepción y Rodríguez (2005) refieren la necesidad de que el alumno asuma una posición activa al implicarse en tareas que le exijan un trabajo autónomo, favoreciendo su independencia cognoscitiva; además, ello dará paso a que desarrolle cierto interés por las temáticas y refine sus conocimientos.

Ahora bien, esta independencia cognoscitiva relacionada con la ineludible necesidad de que el estudiante se emancipe un poco de las interpretaciones del docente, para que construya las

propias, se puede lograr mediante un sistema de tareas, ubicadas como se había mencionado anteriormente, bajo la metodología ABPy con enfoque STEAM. La tarea escolar según Concepción y Rodríguez (2005) es entendida entonces, como un núcleo constituyente en el trabajo independiente de los alumnos, siendo el maestro quien planea, diseña, orienta y retroalimenta la tarea como oportunidad de enseñanza, y el estudiante quien la desarrolla como oportunidad de aprendizaje. En este sentido, "la tarea escolar se considera como una herramienta mediadora entre la triada docente-contenido-estudiante" (Maury et., 2012).

El sistema de tareas está enmarcado bajo los siguientes principios considerados por Maury, et al., 2012:

- **Principio de coherencia curricular:** Se refiere a la armonía que deben conservar las tareas con los propósitos de los documentos rectores, como lo son: lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencia.
- **Principio de transversalidad:** Dada la naturaleza del pensamiento variacional, presente en todos los tipos de pensamiento matemático, el sistema de tareas se compone de un conjunto de problemas que los transversaliza en coherencia con los estándares.
- **Principio de progresividad:** La elaboración de las tareas debe contemplar un carácter progresivo para posibilitar el desarrollo de habilidades en los estudiantes.
- **Principio de complejidad:** Según Concepción y Rodríguez (2005) las tareas del sistema se deben diseñar aumentando el grado de complejidad para favorecer el desarrollo de la independencia cognoscitiva por parte del estudiante.

De esta manera, afirma Maury, et al., (2012) que el sistema de tareas deberá atender a los siguientes requisitos: En primera instancia, el sistema debe estar en correspondencia con los contenidos del grado 6°, para esta investigación en particular; en segunda instancia el nivel de complejidad será mayor en la medida que aumentan los conocimientos, y finalmente se deben generar espacios de reflexión y discusión, que den cuenta del discernimiento de los métodos utilizados para resolver las tareas mediante una socialización entre estudiantes y maestros.

5 Metodología

En este apartado se detalla la metodología implementada para obtener y recolectar la información necesaria para alcanzar los objetivos que se establecieron en esta investigación. En primera instancia, se presenta la metodología de investigación la cual incluye una descripción específica del método utilizado, los instrumentos de recolección de la información y el contexto de la institución en la que se desarrolló el proyecto. Posteriormente, se enuncia la metodología de intervención donde se presentan las fases de la implementación del proyecto con enfoque STEAM; y la metodología de análisis de los resultados y los criterios de triangulación de la información.

Los anexos de esta investigación están alojados en un repositorio web de manera secuencial al desarrollo del proyecto. En esta interfaz denominada [Lluvia o calor ¿Qué me espera hoy?](#) encontrarán una sección inicial que contiene el panorama general de cada una de las fases que componen el proyecto, en el cual de manera interactiva al seleccionar cada una de las estaciones se encontrará la descripción, y los diferentes anexos que corresponden a cada una de las estaciones, y una galería de evidencias que dan cuenta de la participación de los estudiantes en medio del proyecto.

5.1 Metodología de investigación

La presente investigación se desarrolló en el marco de una metodología cualitativa en la cual se propone comprender la realidad desde las diversas perspectivas de los actores sociales que la construyen. Por consiguiente, la recolección y análisis de información incluye necesariamente un contacto directo con los actores sociales y sus escenarios (Galeano, 2004).

Además, la investigación cualitativa se entiende como un plan flexible, que se puede modificar de acuerdo con las necesidades del estudio, en tanto que su diseño es un proceso reflexivo y en permanente construcción que si bien, se inicia con una pregunta de investigación, se va afinando a medida que avanza el proceso. Ya en la interacción con los actores van emergiendo las perspectivas teóricas (categorías, presupuestos, hipótesis) y los enfoques investigativos que orientan su abordaje y que da cabida a diferentes apropiaciones conceptuales y metodológicas que se ofrecen al investigador a manera de caja de herramientas, que no están limitadas por criterios académicos sino por la realidad social (Galeano, 2004).

5.2 Método

Con base en los objetivos descritos, hemos optado por el estudio de caso como método de investigación. De esta manera, se adopta la propuesta de Stake (2005) quien afirma que el estudio de caso posibilita la comprensión de la realidad de determinado objeto de estudio, el cual, inicialmente se sitúa desde la particularidad y complejidad de un caso singular, para posteriormente establecer interpretaciones de su actividad en circunstancias contextuales. Así mismo, enfatiza sobre la importancia de que el investigador centre su mirada en acciones observables de aquellos informantes que hacen parte de la realidad del caso, más allá de analizar percepciones, actitudes y/o creencias propias.

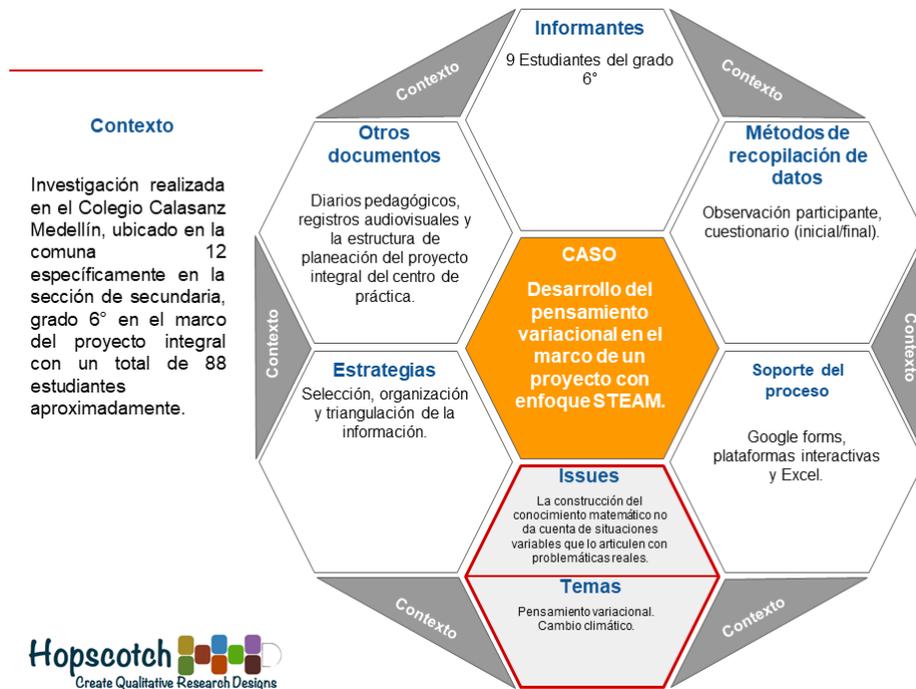
Ahora bien, este método investigativo permite comprensiones profundas de carácter holístico, interpretativo, empático y empírico desde la perspectiva de Stake (1995). Adicionalmente, Pérez-Serrano (1994) categoriza el estudio de caso como heurístico, holístico y descriptivo, asumiendo como objetivo básico comprender el significado de una experiencia, de aquello particular e idiosincrático al margen de un contexto. Además, este mismo autor, clasifica en tres tipologías los estudios de caso que se aplican a la educación, en tipo descriptivo, interpretativo o evaluativo, atendiendo a la naturaleza del informe final que se presente.

Para el desarrollo de esta investigación, se adopta el tipo de estudio de caso descriptivo-interpretativo. En estos términos, atendiendo a la clasificación de Pérez-Serrano (1994) con respecto a lo descriptivo, se presenta la necesidad de generar un informe detallado del caso que no esté guiado por fundamentaciones teóricas ni hipótesis previas. Al mismo tiempo, según lo interpretativo, se deben aportar descripciones ricas y densas con el propósito de interpretar y teorizar sobre el caso.

En este trabajo investigativo, el estudio de caso se lleva a cabo mediante un registro detallado de la información, además de la selección, organización y triangulación de la misma para evitar el sesgo del investigador. A continuación, en la (Figura 6) se esquematizan los elementos constitutivos de este estudio de caso, tomando como referencia el modelo rayuela propuesto por Jorrín (2016).

Figura 6

Elementos constituyentes del estudio de caso



**Nota: Adaptado de Jorrín (2016)*

5.3 Contexto y participantes

La investigación se desarrolló en el Colegio Calasanz Medellín, plantel educativo de carácter privado ubicado en el barrio Calasanz en la comuna 12 de la zona occidental de la ciudad de Medellín. Esta institución pertenece a la Orden Religiosa de las Escuelas Pías, la cual fue fundada por San José de Calasanz, a los cuales se les conoce como Padres Escolapios. Esta Orden Religiosa fundamenta sus principios educativos bajo la consigna de Piedad y Letras que actualmente se entiende desde la Fe y la Cultura.

En el plan de estudios de la institución, los estudiantes cursan 38 horas de clase semanales, de las cuales cinco de ellas están destinadas al área de Matemáticas. El desarrollo del pensamiento matemático se lleva a cabo a través de diferentes elementos teóricos y prácticos, que permitan favorecer competencias tales como: Razonamiento y argumentación, Comunicación modelación y representación y Planteamiento y resolución de problemas.

La implementación del trabajo investigativo se llevó a cabo en el marco de los Proyectos Integrales de la institución, una apuesta educativa que favorece la integración de las disciplinas

STEAM, en la cual, cada grado escolar prepara durante dos periodos del año escolar un proyecto que busca vincular diversos conocimientos para dar respuesta a una situación planteada, y que es presentado al resto de la comunidad académica. Esta estrategia posibilita el desarrollo de habilidades y actitudes en los estudiantes, tales como el trabajo cooperativo, la autonomía, y la creatividad, al enfrentarse con actividades significativas y retadoras que cobran sentido en su realidad más cercana, y a la cual pueden dar respuesta de manera interdisciplinar con los elementos de las áreas involucradas.

En el proyecto participaron 88 estudiantes, cuyas edades se encontraban entre los 10 y 12 años de edad, pertenecientes a estratos socioeconómicos 3, 4 y 5. Se seleccionaron por conveniencia nueve estudiantes, entendiendo esto bajo los preceptos de Galeano (2004), quien propone la oportunidad de elegir un evento o situación determinada que facilite el registro de la información, dado que las características de los participantes se corresponden con los propósitos de la investigación. En este sentido, los estudiantes participaron de cada una de las actividades propuestas en la implementación, dando cuenta cada uno de ellos de diferentes niveles de evolución de los procesos del pensamiento variacional, lo cual los convertía en estudiantes fundamentales para analizar todo lo concerniente a la apuesta de esta investigación.

Sin embargo, es preciso mencionar que el proyecto se desarrolló dentro del marco de la propuesta institucional de proyectos integrales, la cual fomentaba el trabajo integral y colaborativo entre diversas áreas y estudiantes. En este contexto, para el análisis de la primera categoría, se recopiló la información proporcionada por los nueve estudiantes seleccionados. Por otro lado, para la segunda categoría, los resultados se detallan de manera colectiva, ya que las respuestas se recopilaron a partir de grupos de trabajo en los cuales participó la totalidad de los estudiantes involucrados. Este enfoque permitió integrar las perspectivas individuales y grupales en el análisis de los datos, en consonancia con los principios de colaboración y trabajo integral promovidos por la iniciativa institucional.

5.4 Técnicas e instrumentos de recolección de la información

La recolección de información se enmarcó en el ambiente escolar cotidiano, y tuvo como objetivo principal, aportar información sobre las motivaciones, pensamientos y sentimientos de los estudiantes (Hernández et al., 2014). En consecuencia, los instrumentos seleccionados para recolectar la información en este trabajo fueron:

- La observación participante: Según Stake (1998) “los significados de los datos cualitativos o interpretativos son los que directamente reconoce el observador” (p.60). En este sentido, la observación permite al investigador tener una mayor comprensión respecto al caso que se estudia. Esta técnica de recolección de información se implementó para tratar de conocer los significados y motivos que los estudiantes otorgaron a sus acciones al interior de las clases. Aunque no fue una tarea fácil, puesto que significó efectuar una labor detallada minuciosa y disciplinada para lograr una comprensión adecuada de los fenómenos sociales y sus significados (Sánchez, 2005), nos permitió, mediante registros anecdóticos consignados en los diarios de campo ([Anexo A: Diario de pedagógico](#)), captar y comprender las interacciones y sentidos del proceso educativo como práctica social.
- **Cuestionarios:** Autores como Hernández et al., (2014) afirman que los cuestionarios, son tal vez, el instrumento más utilizado para recolectar datos. Estos consisten en un conjunto de preguntas, pensadas estratégicamente para medir una variable o un fenómeno social. En ese sentido, un cuestionario puede ayudar a obtener la información necesaria de una investigación que busca entender la magnitud de un fenómeno social, sus relaciones con otros fenómenos y el porqué de su ocurrencia, en especial cuando es necesario conocer la opinión de una gran cantidad de personas para mejorar los procesos en los que son participes. Atendiendo a las ideas anteriormente descritas, en este proyecto investigativo se implementaron dos cuestionarios correspondientes al momento inicial y final del proyecto. El primero de ellos ([Anexo B: Prueba diagnóstica](#)) se configuró como un ejercicio fundamental de aproximación entre docentes y alumnos el cual implicó el descubrimiento de aspectos cognoscitivos, actitudinales y aptitudinales del grupo y de cada uno de sus integrantes (Hernández, M., 2015). El segundo, Cartilla final, ([Anexo C: Cartilla Final](#)), tuvo como objetivo identificar el posible avance del pensamiento variacional en los estudiantes, una vez se implementó el proyecto.

5.5 Consideraciones éticas

Por su naturaleza de investigación cualitativa, este trabajo se acoge a los principios de la ética en la investigación propuestos por Hernández, et al., (2014), los cuales se relacionan con el respeto a los derechos de los participantes y respeto al lugar donde se efectúan las investigaciones. Estos elementos se pueden resumir en las siguientes cuestiones:

- a) Los participantes tienen derecho a estar informados del propósito de la investigación, el uso que se hará de los resultados de la misma y las consecuencias que puede tener en sus vidas.
- b) Negarse a participar en el estudio y abandonarlo en cualquier momento que así lo consideren conveniente, así como negarse a proporcionar información.
- c) Cuando se utiliza información suministrada por ellos o que involucra cuestiones individuales, su anonimato debe ser garantizado y observado por el investigador.

Ahora bien, en cuanto a las relaciones que se puedan dar con el lugar de práctica, los autores defienden que el contexto en el cual se conducen las investigaciones debe ser valorado y respetado. Primero, obteniendo los debidos permisos para acceder al lugar por parte de las personas autorizadas. Segundo, al observar y cumplir con las reglas del sitio y recordar que somos “invitados”, por lo cual tenemos la obligación de ser amables, cooperativos, cordiales y respetuosos de las personas, sus creencias y costumbres.

5.6. Ruta de Análisis

Bajo el objetivo de organización, interpretación y triangulación de la información se estableció una ruta de análisis (Tabla 2) adoptando lo propuesto por Cisterna (2005), el cual hace referencia a que la obtención de la información debe caracterizarse por ser coherente, secuencial e integral. La ruta de análisis en mención se compone de tres categorías apriorísticas, relacionadas con los objetivos específicos de esta investigación, que, a su vez, con el fin de precisarlas, se corresponden con unas subcategorías relacionadas con los procesos del pensamiento variacional, los principios que fundamentan el sistema de tareas y las percepciones de los estudiantes bajo dos miradas.

Tabla 2*Categorías y subcategorías de análisis*

Categoría	Sub-Categorías	Descripción
Pensamiento variacional	Detectar	Se trata de distinguir entre lo que es propio de cada situación, de cada ejemplo, y lo que es común a todos ellos; lo que no varía. Se trata de encontrar lo que se mantiene en cada caso, los factores clave, y conseguir, mediante una combinación adecuada, una regla, una expresión que resuma todas las situaciones, que permita «contar en general» sin referencia a los casos concretos.
	Describir	Describir la regularidad percibida. Esta descripción en el lenguaje natural es un raso que se da habitualmente al generalizar, y que permite posteriormente expresar por escrito, con precisión, la propiedad general que se ha obtenido. Se trata de contar, verbalizar, o comunicar al compañero lo que se ve, la relación que existe.
	Representar	La escritura exige más esfuerzo que la expresión oral, mayor precisión en lo que se dice, es una forma de clarificar los propios Pensamientos. Para la expresión por escrito de las relaciones generales se pueden utilizar palabras y dibujos, o bien sólo palabras, o combinaciones de palabras y símbolos, o únicamente símbolos.
Principios teóricos del sistema de tareas	Coherencia curricular	Hace referencia a que las tareas contempladas en el sistema han de estar en armonía con los propósitos de los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencia y los DBA asociados.
	Transversalidad	Por la misma naturaleza del pensamiento variacional, que transversaliza todos los tipos de pensamiento matemáticos, el sistema de tareas está conformado por un conjunto de problemas que abarcan los diversos tipos de pensamiento, de conformidad con los estándares.
	Progresividad	Las tareas están elaboradas progresivamente de tal manera que posibiliten el desarrollo sucesivo de habilidades de los estudiantes.
	Complejidad	Las tareas del sistema se presentan aumentando su grado de complejidad de tal manera que contribuya a que el estudiante adquiera independencia cognoscitiva. Propende por el trabajo autónomo del estudiante. (Concepción y Rodríguez, 2005):

Percepciones	Saber específico	Percepciones, sentimientos y emociones que manifiestan los estudiantes sobre la incidencia de un proyecto con enfoque STEAM para el aprendizaje de las matemáticas y del pensamiento variacional en el estudio de fenómenos climáticos.
	Proyecto STEAM	

5.7 Metodología del diseño

Tabla 3

Descripción del proyecto semana a semana

Título del proyecto/ pregunta orientadora		Lluvia o calor ¿Qué me espera hoy?
Estándares Básicos de Competencias		<ul style="list-style-type: none"> • Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos. • Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. • Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales. • Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.
DBA		1. Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc.
Estándares ABPy		Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos).
Producto Final		Reto o pregunta que desafía; investigación profunda; autenticidad; decisiones y voz de los estudiantes; reflexión; crítica y revisión; producto final público.
Grado/Asignaturas		Estación meteorológica.
Periodo de tiempo		6º/Matemáticas, Ciencias, Artes y Tecnología. 10 semanas
Fases del Proyecto	Semanas de implementación	Actividad central

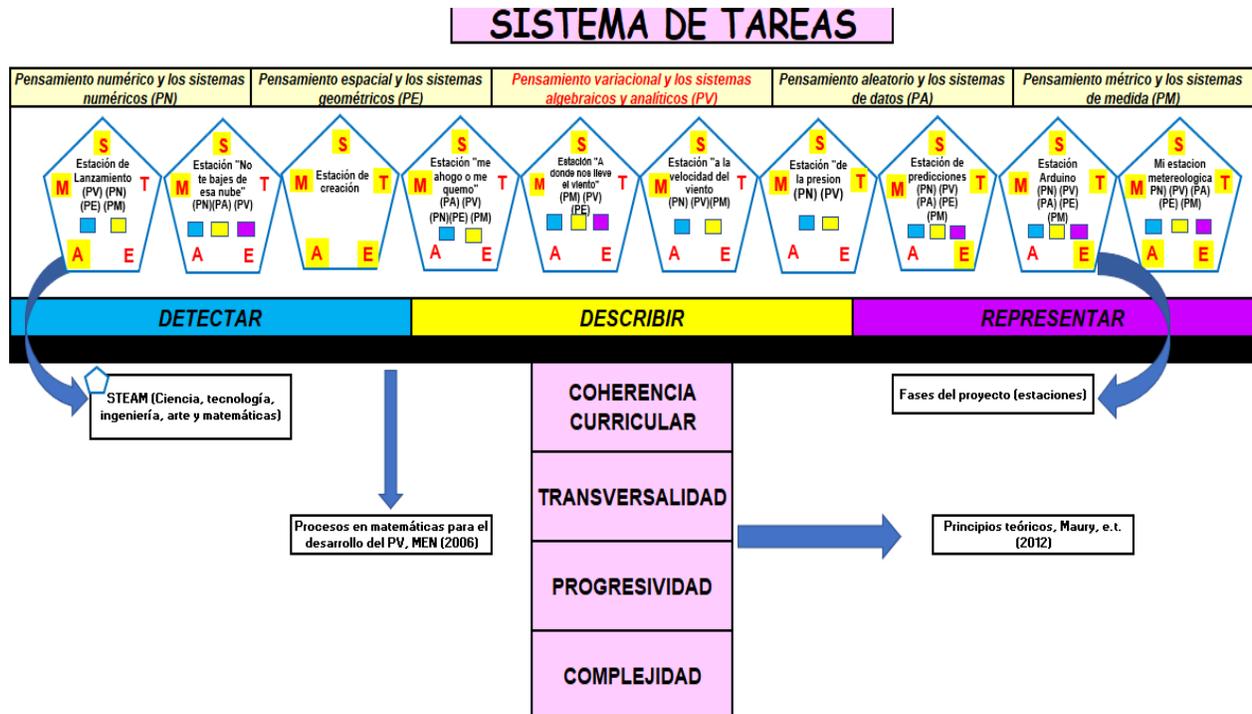
			Disciplinas STEAM ¹				
			Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas
Lanzamiento	Semana 1	Actividad de lanzamiento	Aplicación de prueba diagnóstica y realización de lanzamiento del proyecto con los estudiantes				
	Semana 2	Estación nubosa: ¡No te bajes de esa nube!	Estudio sobre la clasificación de las nubes para la predicción del clima.				
Desarrollo	Semana 3	Estación creación	Construcción de los instrumentos de la estación meteorológica.				
	Semana 4	Estación lluvia o calor: ¿Me ahogo o me quemo?	Estudio del fenómeno de la precipitación y la temperatura				
	Semana 5	Estación del viento: ¡A donde nos lleve el viento!	Uso de la veleta y de la estrella del viento para detectar la dirección de éste.				
	Semana 6	Estación del viento: ¡A la velocidad del viento!	Uso del anemómetro para hallar la velocidad del viento.				
	Semana 7	Estación de la Presión	Uso del barómetro para medir y estudiar el fenómeno de la presión atmosférica				
	Semana 8	Estación de predicciones	Toma de datos meteorológicos por parte de los estudiantes con los instrumentos contruidos				
	Semana 9	Estación Arduino	Creación de estación meteorológica mediada por la TIC's y la tarjeta Arduino UNO.				
	Cierre	Semana 10	Mi estación meteorológica.	Socialización del instrumento y presentación de cartilla final.			

¹ En este apartado se seleccionan con un color diferente las disciplinas STEAM involucradas en cada semana de implementación del proyecto.

Figura 6:*Diagrama general de desarrollo del proyecto*

Para el diseño del proyecto, se utilizaron las características esenciales de los principios básicos del sistema de tareas propuestos por Maury (2012). Se busca a través de este proyecto favorecer el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes mediante un sistema de tareas que se relaciona con la metodología ABPy con enfoque STEAM. Además, con las tareas propuestas se pretende mostrar situaciones de enseñanza que evidencien una relación entre los pensamientos en matemáticas y sus respectivos DBA (MEN, 2006). En la Figura 7 se describen las características generales del diseño del sistema de tareas.

Figura 7*Diseño general del sistema de tarea*



Respecto a la interpretación asociada al esquema anterior, se puede detallar lo siguiente: En la parte vertical del esquema se ubican los principios teóricos del sistema de tareas, en los cuales se fundamenta el proyecto. En la parte horizontal se encuentran ocho pentágonos, que corresponden a las ocho estaciones o fases de trabajo en las que se desarrolló la implementación del proyecto. Cada pentágono está compuesto por cuatro componentes: En primer lugar, al interior se puede percibir el nombre de cada estación, el cual está directamente relacionado con la temática abordada. Así mismo, en cada esquina del pentágono está ubicada una letra de la abreviación “STEAM”, (Science, Technology, Engineer, Art, Mathematics) estando subrayadas aquellas disciplinas que transversalizan a la actividad desarrollada en dicha estación. Bajo el nombre de la estación, se pueden apreciar entre paréntesis la abreviación de los diferentes pensamientos matemáticos que se están potenciando en cada fase, los cuales se detallan en la parte superior de los pentágonos. Se resalta el pensamiento variacional, ya que este es el propósito general de la investigación en curso. Finalmente, al interior de cada pentágono se puede notar también, pequeños cuadrados de colores, que corresponden a las subcategorías definidas y relacionadas al desarrollo del pensamiento variacional (PV). A continuación, se describen brevemente los momentos de cada una de las fases que se trabajaron en cada semana (Tabla 4).

Tabla 4*Descripción semana 1*

Fase 1	Actividad de lanzamiento				Duración ² horas	Pensamientos en matemáticas				
						PV	PM	PA	PN	PE
Disciplinas STEAM						Procesos de pensamiento				
						Variacional				
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Detectar	Describir	Representa	r		

Esta actividad de lanzamiento ([Anexo D: Actividad de lanzamiento](#)) buscó motivar a los estudiantes a participar del proyecto con enfoque STEAM, en donde el cambio climático se posicionó como una temática estratégica, propiciando el conocimiento matemático a través del estudio de relaciones y variables concernientes al tema, y desarrollando la imaginación y curiosidad de los estudiantes en las experiencias de aprendizaje que vivieron durante el proyecto.

Se llevó a cabo mediante seis bases que estaban ubicadas en diferentes espacios del colegio. Los estudiantes se debían organizar en grupos de cuatro o cinco personas, ocupando cada grupo una de las seis bases que componían la actividad. El tiempo estimado en cada una de las bases fue alrededor de 15 minutos, y una vez finalizado, se debía pasar a la base siguiente.

Para lograrlo cada equipo contaba con un mapa del colegio, en donde estaban ubicadas las seis bases, (Figura 8). A continuación, se describe la dinámica que se desarrolló en cada una estas:

Figura 8*Mapa de aventura Mate-climática en la semana de lanzamiento*



- **Base 1: Mural climatológico**

En esta base se buscó observar, reconocer y crear los principales conceptos relacionados con el cambio climático a través de creaciones artísticas, que permitirían dar cuenta de que se trata dicho fenómeno ambiental, sus causas y consecuencias, y las acciones que se pueden realizar para contrarrestar el cambio climático. Para esta creación se requirieron materiales como: Recortes, colores, lápices, tijeras, papel, pegante, cartulina, marcadores, y entre otros.

Cada estudiante plasmó sus ideas y conceptos previos en torno al cambio climático en el mural, caracterizado por un espacio colaborativo donde surgieron propuestas que identifican tanto las causas profundas como las consecuencias tangibles de este fenómeno global. Algunas de las preguntas orientadoras que se les realizaron a los estudiantes en esta base fueron: ¿Qué fenómenos meteorológicos observas a tu alrededor? ¿Cómo crees que las acciones del ser humano podrían perjudicar la conservación del medio ambiente? ¿Qué ventajas y desventajas puedes identificar en la temporada de lluvia y en la temporada de calor? ¿Qué sabes del cambio climático? ¿Cómo describirías al cambio climático? ¿Nuestras acciones influyen en el cambio climático? ¿Qué actividades del ser humano crees que afectan el medio ambiente? ¿Qué acciones podrían ayudar a mitigar los efectos del cambio climático? ¿Qué acciones realizas tú que ayudan a cuidar el medioambiente? ¿Crees que entre los efectos del cambio climático están con los cambios bruscos de temperatura?

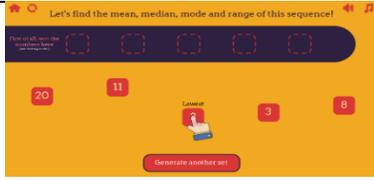
Así mismo, el estudiante debía reconocer las diferentes características climáticas que se presentan en cierto tiempo atmosférico. Para ello, se dispusieron varios recortes de revistas, algunas imágenes impresas y también se tenía la opción de dibujar, escribir, o describir imágenes y recortes.

- **Base 2: Cyber Number**

A través de este proyecto se busca que los estudiantes puedan desarrollar capacidades en el pensamiento variacional atendiendo al cambio climático como un escenario real y cercano que permite reconocer y medir factores de cambio. Por ende, entre los objetivos a los que atendía esta actividad, estaba acercar a los estudiantes a la identificación y predicción de patrones y regularidades, para lo cual se propusieron algunos juegos en los que se presentaban situaciones matemáticas que involucraban patrones numéricos, y geométricos. De la misma manera, se propusieron algunos juegos con la intención de que primero, los estudiantes se pudieran relacionar con conceptos y definiciones matemáticas susceptibles a ser trabajadas durante el proyecto, y segundo, pudieran reconocer elementos esenciales en una descripción; además se presentaron otros juegos que tenían la intención de recordar procesos estadísticos que ayudan en el análisis de la información. La actividad se desarrolló mediante una competencia al interior del equipo que estaba habitando la base, en la cual los estudiantes se enfrentaron a cinco juegos en línea, descritos en la Tabla 5, que les exigió un análisis rápido y preciso para poder completar las pruebas en el menor tiempo posible. En la siguiente tabla se pueden encontrar los cinco juegos propuestos y la intencionalidad de cada uno de ellos.

Tabla 5
Juegos y descripciones de cyber number

Juegos en línea	Objetivo
	<p>En este juego se presentaron cinco imágenes en las que el estudiante debía reconocer el patrón que guardaba cada uno de los ejercicios (gráficos, numéricos y geométricos) propuestos, para determinar el elemento siguiente o faltante.</p> <p>El estudiante debía completar un crucigrama de cinco incógnitas, cada una con una pista de ayuda correspondiente, la cual atendía a la descripción matemática de una figura bidimensional.</p>



Atendiendo a un conjunto numérico proporcionado por el juego, los estudiantes organizaron los valores dados como datos para encontrar las medidas de tendencia central en estos.



El juego proporcionaba un listado con varios conjuntos numéricos, y a su vez, los estudiantes debían identificar cuáles guardaban un patrón o regularidad, para posteriormente ubicarlos en dos listados diferentes: uno que atendiera a los conjuntos numéricos con una regularidad entre ellos, y otro que agrupara los conjuntos que no contaran con un patrón.



El último juego consistió en detectar en cada nivel, el patrón de carácter numérico que se presentaba para predecir el siguiente elemento. Cabe resaltar que, en cada nivel, la regularidad que describía el patrón iba aumentando de complejidad.

- **Base 3: Estación a ciegas**

En esta base se propuso reconocer las percepciones y sentimientos de los estudiantes en torno a las matemáticas a través de una actividad de trabajo en equipo, poniendo en juego el pensamiento lógico-matemático. En grupos de 4 o 5 estudiantes, un integrante debía tomar la vocería y el liderazgo porque sus compañeros tenían los ojos vendados y permanecían siempre en fila, atentos a las indicaciones de su compañero. Ellos escuchaban atentos a las instrucciones verbales. En el recorrido, los estudiantes que tenían los ojos vendados en la medida en que iban avanzando, debían ir recopilando unas piezas, y descifrando la adivinanza lógica-matemática que contenía cada una de ellas, para poder continuar el recorrido. Es por ello que, atendiendo a la incidencia que tiene este proyecto en las dinámicas de enseñanza-aprendizaje de las clases de matemáticas, los estudiantes al concluir con las adivinanzas y finalizando el recorrido, se encontraron con una pregunta, la cual debían responder mediante unos “posticks”: *¿Cómo sería tu mejor clase de matemáticas?*

- **Base 4: Lluvia, sol y viento**

Esta base consiste en la presentación de un juego que contenía tres filas dibujadas en el suelo: lluvia, sol y viento; las cuales correspondían a un intervalo numérico, menor, igual y mayor a diez, respectivamente. La guía del juego (figura 9) tenía en su poder fichas didácticas que irían

sacando al azar, las cuales contenían una operación matemática que daba como resultado un valor mayor, menor o igual a diez. Así, cuando los estudiantes escucharan la operación escrita en la ficha, debían realizarla mentalmente lo más rápido posible, o utilizar una aproximación para saltar sobre la fila correcta. El estudiante que se equivocara de lugar debía retirarse del juego hasta que al final solo quedara un ganador.

Figura 9

Tabla de fichas didácticas para la base.

LLUVIA X<10	VIENTO X=10	SOL X>10
10^0	$10 + 0$	10^2
3×3	$10 \div 1$	$10 + 1$
3×2	$100 \div 10$	5^2
3×1	$10 - 0$	15×3
3^2	10×1	3^3
$10 - 1$	$20 \div 2$	$15 \div 1$
$-5 - 5$	$30 - 20$	$5 + 6$
$15 \div 3$	$50 - 40$	2^4
$15 - 6$	$5 + 5$	$40 - 10$
$6 + 3$	$15 - 5$	$6 + 5$

- **Base 5: ¡Controlemos el vuelo!**

Esta base trató de explorar las formas aerodinámicas más convenientes para que un avioncito de papel alcanzara una trayectoria máxima de vuelo, generando una conexión con el pensamiento métrico, donde los estudiantes se acercaron a las conversiones de medida, utilizando en un inicio un sistema no convencional para luego transformarlo al sistema internacional de unidades. Además, se permitió el reconocimiento de posibles variables que influyeran en el vuelo del mismo.

Luego de configurar el avioncito de papel mediante instrucciones del pliegue de la hoja, los niños debían arrojarlos desde un lugar indicado, de tal manera que intentaran alcanzar la trayectoria máxima de vuelo. Tenían tres intentos y debían medir esa distancia con sus pies, y realizar la conversión a unidades de medida del sistema internacional, como metros o centímetros, para luego diligenciarlo en una tabla. Además, se presentaron preguntas orientadoras tales como: ¿Qué crees que hace posible que el avión vuele? ¿Cómo lanzaste el avión? Describe posición corporal y dirección de vuelo.

• **Base 6: ¡Mathenigma!**

En esta base se buscaba desarrollar nociones geométrico-espaciales que permitieran estimular el pensamiento lógico-matemático, para distinguir figuras geométricas y sus características. Los materiales requeridos fueron: palillos y fichas de tangram. Allí los estudiantes se enfrentaban a dos retos de forma individual: el primero de ellos consistían en formar figuras con las siete piezas del Tangram, sin que estas se superpusieran unas a otras. No hay límite de figuras que se puedan hacer, sin embargo, el estudiante deberá formar las figuras que se le pida en la base.

Este segundo reto consistió en un juego de palillos, que se les proporcionó a los estudiantes con la intención de que, a partir de las siguientes instrucciones: 1. Sitúa sobre la mesa 12 palillos formando una figura que sea cuadrada con cuatro cuadrados internos más pequeños. 2. Quita cuatro palillos y quedará un cuadrado sólo. 3. Forma dos cuadrados iguales quitando cuatro palillos. Cada instrucción debía ser superada secuencialmente, de modo que no se podía omitir ninguna de ellas. Este reto fue superado de manera grupal y cada integrante del equipo debía cooperar para dar solución al reto.

Tabla 6
Descripción semana 2

Fase 2	Estación nubosa: ¡No te bajes de esa nube!	Duración 4 horas	Pensamientos en matemáticas				
			PV	PM	PA	PN	PE
	Disciplinas STEAM		Procesos de pensamiento Variacional				
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Detectar	Describir	Representar

Descripción:

Para el desarrollo de esta estación, se tenían previstos tres momentos: uno de orientación y conceptualización, otro de observación, y finalmente, uno de sistematización donde el estudiante a través de diferentes formas de representación plasmaba los cambios, variaciones o predicciones que logró detectar.

En un primer momento, se realizó la lectura de un pequeño fragmento del cuento *Experiencias de Joselito un pequeño científico* ([Anexo E: Cuento parte 1](#)). Para el diseño de este proyecto se consideró que la creación y utilización de un cuento como estrategia pedagógica en el

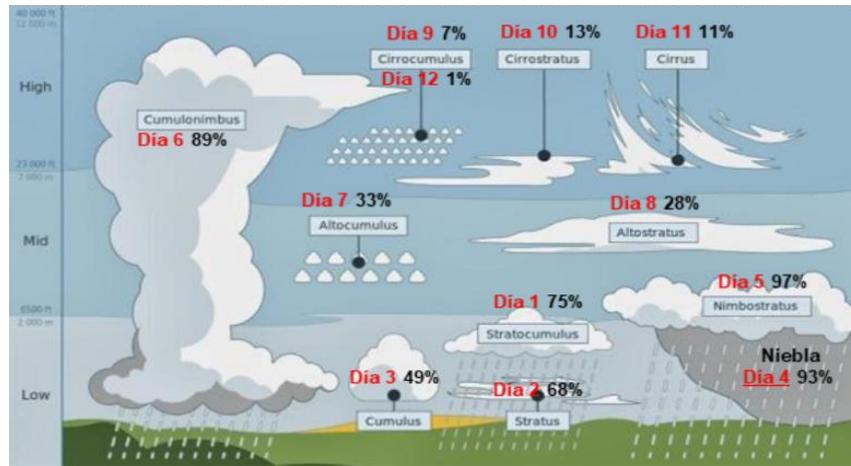
sistema de tareas, aporta al principio de progresividad de una manera cautivadora que a su vez fomenta una sinergia literaria cohesiva a lo largo del desarrollo de cada una de las estaciones. Esta narrativa introductoria no solo establecía un contexto envolvente para los estudiantes, sino que también sienta las bases conceptuales de manera gradual y estratégica. A medida que el cuento despliega su narrativa, se iba tejiendo una conexión subyacente que impulsaba una comprensión más profunda de los conceptos tratados en las actividades siguientes. La progresividad del cuento no solo trata de despertar la curiosidad inicial de los estudiantes, sino que también actúa como hilo conductor de los fenómenos climatológicos estudiados en cada estación.

Seguidamente, se llevó a cabo una explicación sobre los tipos de nube y sus características. Para esto, se utilizó una presentación donde predominaba la parte gráfica, con la que se logró identificar las diferentes categorías de nubes que conocemos ([Anexo F: Presentación clasificación de nubes](#)). En un segundo momento, se llevó a cabo la actividad exploratoria, donde se dirigió a los estudiantes a la cancha a observar el cielo y mediante algunas preguntas orientadoras como: ¿Qué tipos de nubes observas en el cielo? ¿Qué porcentaje de masa nubosa le asignarías a cada una de ellas?, inclusive al estudiante se le planteó situaciones como: Elige un tipo de nube y describe que nos puede indicar ésta con respecto al pronóstico del tiempo. A través de estos acercamientos, se lograron relacionar las explicaciones ya dadas con las observaciones que se realizaban en ese momento.

Posteriormente, se abordó una situación problema hipotética en torno al pensamiento variacional, donde el personaje principal, Joselito quería aprender sobre el cambio climático, que lo llevo a observar por 12 días consecutivos las nubes, sus formas, opacidad y masa nubosa. Dichos resultados se le mostraron al estudiante mediante un gráfico (Figura 10) que contenía el tipo de nube y el porcentaje de la masa nubosa que determinó en la observación, con esta situación se le pidió a los estudiantes que organizaran, tabularan y graficaran datos relacionados con la clasificación de las nubes. Estas actividades intentaban establecer conexiones con el pensamiento aleatorio y el análisis de datos, por lo que fueron diseñadas que fueron diseñadas reflejando un aumento de complejidad en el planteamiento de las situaciones y retos que atendían los estudiantes, particularmente en esta fase, las actividades que se ofrecieron daban cuenta del inicio de un procesos de observación, más adelante se le plantea una situación hipotética y el estudiante la analiza mediante los datos proporcionados y finalmente el mismo estudiante se convierte en el proveedor de la información y es capaz de analizarla. Con respecto a lo anterior, al estudiante se le

planteo la actividad ¡Elevemos la mirada al cielo! ([Anexo G: Actividad elevemos la mirada al cielo](#)); donde se les invitó a mirar el cielo durante cuatro días para recolectar sus propios datos y posteriormente analizarlos.

Figura 10
Situación problema: Datos de 12 días de observación de nubes.



**El grafico representa una situación problema que se le proporciono a los estudiantes con datos hipotéticos que él debía tabular, graficar y analizar.*

Tabla 7
Descripción semana 3

Fase 3		Estación de creación			Duración	Pensamientos en matemáticas				
					2 horas					
						PV	PM	PA	PN	PE
		Disciplinas STEAM				Procesos de pensamiento Variacional				
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Detectar	Describir		Representar		

El objetivo de esta fase consistió en la construcción de los instrumentos que constituyen la estación meteorológica. Dado que se pretendió que los estudiantes construyeran comprensiones en torno al cambio climático de una manera más cercana para ellos se constituyó un asunto necesario destinar un momento de elaboración de los instrumentos que ayudó en la recolección de la información, atendiendo a situaciones variables y reales para los estudiantes. En este sentido, se les solicitó previamente traer material al aula para construir dichos instrumentos, los cuales, al constituirse como un material concreto, permitieron desde su carácter palpable trascender el aula,

facilitando así, el proceso de investigación entorno a ellos y a los fenómenos con los que se relacionaban. Cada uno de los equipos de trabajo llevó a cabo la elaboración de uno de ellos, y así, finalmente haciendo uso de su ingenio y creatividad constituyeron los cinco dispositivos que conformaron la estación meteorológica: anemómetro, pluviómetro, termómetro, barómetro y veleta.

Esta sesión, se llevó a cabo en el espacio de clase de informática, en el cual, con el propósito de generar conciencia ambiental mediante hábitos amigables que ayuden a disminuir el impacto negativo de los fenómenos climáticos, los estudiantes utilizaron material reciclable para dicha construcción, tales como: cartón, pitillos, papel, botellas y otro tipo de elementos como lo fueron: piedras, arena, cal, entre otros. En este momento de creación, los estudiantes también tenían la posibilidad de hacer uso del celular y de otras herramientas interactivas para acceder a material audiovisual que los orientara con la construcción. Además, pusieron en juego elementos matemáticos propios a las estimaciones y el cálculo, uso de las unidades de medida y nociones de pensamiento espacial para construir los instrumentos.

Las maestras que acompañaron este espacio se dividieron entre los equipos de trabajo, con el propósito de orientar las dudas de los estudiantes y, en tanto se iba llevando a cabo la construcción recordar el fenómeno climático con los cuales se relacionaban los instrumentos: la precipitación (pluviómetro), la presión (barómetro), la temperatura (termómetro), la dirección del viento (veleta) y finalmente la velocidad del viento (anemómetro).

Tabla 8
Descripción semana 4

Fase 4		Estación lluvia o calor: ¿Me ahogo o me quemo?			Duración 2 horas	Pensamientos en matemáticas				
						PV	PM	PA	PN	PE
		Disciplinas STEAM				Procesos de pensamiento Variacional				
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Detectar	Describir	Representar			

En primera instancia se activaron los saberes previos a través de un concurso relámpago denominado "patroncitos" que se realizó por filas, mostrándoles los ejercicios que debían resolver en unas diapositivas. A la par los estudiantes debían ir diligenciando en la actividad planteada para esta semana ([Anexo G: Actividad ¿Me ahogo o me quemo?](#)) sus soluciones propuestas. Luego, se

utilizó el cuento ([Anexo H: Cuento parte 2](#)) y las diapositivas ([Anexo I: Presentación Estación lluvia o calor](#)) para contextualizar en torno a la temática de esta estación: precipitación y temperatura donde se estudiaban los instrumentos como el pluviómetro y el termómetro.

Posteriormente, se continuó con la realización de los demás puntos de la actividad relacionados con los fenómenos de precipitación y temperatura. Estos ejercicios le planteaban al estudiante una situación problema hipotética en la que nuestro personaje principal, Joselito Calasancio estaba inmerso en una situación de toma de datos la que a su vez presentaba un patrón. La misión del estudiante era hallarlo, y con ello realizar predicciones climáticas para los siguientes días. Además, al estudiante se le realizaban unas preguntas acerca de lo que éste había detectado en la situación problema, las cuales buscaban explorar el proceso de solución que el estudiante proporcionó y así, evidenciar el lenguaje con el que ellos se referían a los cambios y variaciones que encontraban allí.

Tabla 9
Descripción Semana 5

Fase 5	Estación del viento: ¡A donde nos lleve el viento!				Duración 2 horas	Pensamientos en matemáticas					
						PV	PM	PA	PN	PE	
Disciplinas STEAM						Procesos de pensamiento Variacional					
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Detectar	Describir	Representar				

Descripción:

El trabajo de esta fase o estación se dividió en bloques de dos horas, y tenía como objetivo principal reconocer los puntos cardinales en el espacio para dar lectura a las señales de la veleta, instrumento previamente construido por los estudiantes para marcar la dirección de donde proviene el viento, analizando al mismo tiempo la manera en que sus cambios son influidos por el calentamiento global.

Se dispuso para el primer bloque de trabajo seis planos trazados con cinta en el suelo del coliseo de la institución, cada extremo señalando cuatro puntos cardinales: norte, sur, este y oeste. Se conformaron equipos con alrededor de cinco estudiantes cada uno, y siguiendo indicaciones de movimiento proporcionadas por las maestras (Figura 11) conformaron una figura, en la cual ellos

mismos o algunos objetos eran los puntos principales de la misma. Luego, los estudiantes de manera individual debían plasmar en una hoja cuadriculada la figura que habían formado en el suelo sobre el plano, manteniendo la misma proporcionalidad en la construcción. Finalmente, las maestras proporcionaron a los estudiantes otras indicaciones ([Anexo J: Actividad ¡A donde nos lleve el viento!](#)), que generaban transformaciones (rotaciones, traslaciones y reflexiones) a la figura trazada. A su vez, los estudiantes debían describir las transformaciones realizadas a cada uno de los puntos de intersección de la figura. Estas descripciones se compartieron entre los mismos estudiantes con el fin de socializar y comprobar las indicaciones descritas.

Figura 11
Construcción en el coliseo de figura geométrica en la estrella del viento



Haciendo uso de los conocimientos que se afianzaron en este primer bloque de trabajo, se propuso para el segundo, comenzar la actividad con algunas indicaciones que daban la ubicación de cuatro puntos en plano, los cuales conformaban un cuadrado en el tercer cuadrante. A este cuadrado se le iban realizando transformaciones, aumentando o disminuyendo su tamaño, y cambiando su posición en el plano. A la final, se obtuvieron cuatro cuadrados de diferente tamaño, cada uno en un cuadrante del plano. Mediante un conversatorio con los estudiantes en donde se les planteó diferentes preguntas que se encuentran al finalizar las instrucciones de la actividad inicial. Se analizó la variación del perímetro y el área del cuadrado en relación con su tamaño.

Tabla 10
Descripción semana 6

Fase 6	Estación a la velocidad del viento	Duración	Pensamientos en matemáticas
--------	---	----------	-----------------------------

					2 horas				
					PV	PM	PA	PN	PE
					Procesos de pensamiento Variacional				
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Detectar	Describir	Representar		

Con el objetivo de cumplir con el principio de progresividad, se continuaba contextualizando las estaciones con el cuento de Joselito Calasancio. Por ello, en un primer momento se llevó a cabo la lectura del apartado que correspondía a esta semana ([Anexo K: Cuento parte 3](#)). En esta sesión se trabajó en términos de la velocidad, un concepto que quizá por experiencia los estudiantes ya reconocían. Sin embargo, matemáticamente era importante establecer algunas comprensiones, ya que como fenómeno físico relaciona dos variables: distancia y tiempo. En este sentido, las maestras prepararon una breve explicación de este concepto, a través de unas diapositivas, ([Anexo L: Presentación Estación de la velocidad](#)) en el cual, no se pretendía definirlo ni mucho menos mencionar las variables que relacionaba, sino que, a través de algunos ejemplos se iban estableciendo algunas relaciones por parte de los estudiantes en torno a este fenómeno físico. En medio de estas orientaciones, los estudiantes iban concluyendo que medir la distancia recorrida en determinado tiempo era sólo un caso particular de la velocidad, pues también se podía hacer alusión a otra acción o movimiento en un período de tiempo, por ejemplo, contar la cantidad de vueltas que completaba el anemómetro en un lapso determinado, el cual era el fenómeno físico que convocaba esta estación.

En este sentido, luego de que los estudiantes lograron tejer ciertas relaciones, se continuó con la realización de la actividad propuesta ([Anexo M: Actividad estación de la velocidad](#)): En primera instancia, las maestras con ayuda de un ventilador y un anemómetro construido por los estudiantes provocaron corrientes de viento para que los estudiantes contaran el número de vueltas que el anemómetro completaba en 60 segundos, utilizando diferentes potencias del ventilador. Luego los estudiantes debían identificar algunos patrones y regularidades que se podían evidenciar con los datos que registraron de la experiencia con el anemómetro, además de resolver unas situaciones problema entorno a los mismos. Finalmente debían intentar generalizar y/o expresar a través de algún registro simbólico, algebraico o icónico la representación de lo que comprendieron por velocidad a nivel general. La intencionalidad con el diseño de esta estación se contempló claramente desde un nivel simple hasta un nivel complejo, donde los estudiantes paulatinamente

fueron creando sus propias comprensiones mediante la identificación en un primer momento de las regularidades, para luego representar matemáticamente esas relaciones encontradas del objeto matemático en cuestión.

Tabla 11
Descripción semana 7

Fase 7		Estación de la Presión			Duración	Pensamientos en matemáticas				
					3 horas					
		Disciplinas STEAM				PV	PM	PA	PN	PE
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Procesos de pensamiento Variacional					
					Detectar	Describir	Representar			

Con esta estación se logran abordar los cinco instrumentos de la estación meteorológica, finalizando con el barómetro, el cual mide la presión atmosférica. En la primera hora, se llevó a cabo un experimento donde se utilizaron mangueras transparentes y recipientes con agua y colorante. El experimento consistió en que los estudiantes debían succionar el líquido en dos diferentes alturas, compitiendo en equipo hasta lograr absorber la sustancia desde el recipiente hasta el otro extremo de la manguera. Lo anterior, con el objetivo de generar reflexiones en los estudiantes sobre las situaciones donde se puede evidenciar la presión atmosférica, simulando el experimento de Berti y Maggiotti en el año 1640, el cual propició el invento de las bombas para elevar el agua a grandes alturas.

En la segunda hora, se presenta una historieta ([Anexo N: historieta “entre aire y vacío”](#)) con algunos elementos históricos del descubrimiento de la presión atmosférica, reconociendo algunos físicos que establecieron las primeras comprensiones alrededor de dicho fenómeno, además de un vídeo explicativo de la presión atmosférica para seguir estableciendo algunas claridades. Luego de ello, se lleva a cabo un conversatorio guiado por las maestras, en el cual, los estudiantes en equipos debían responder las preguntas que se les planteó en torno al experimento ([Anexo O: Actividad estación de la presión](#)) y generar algunas conclusiones sobre el fenómeno de presión atmosférica.

Estas respuestas, posteriormente fueron un insumo para que en la tercera hora los equipos generaran un audio podcast de máximo dos o tres minutos donde debían responder: ¿Qué relación se puede establecer entre la presión atmosférica y la altura? Con la realización de este ejercicio, se

se constituyó como el cuestionario final de este trabajo investigativo. Para el primer momento de desarrollo, los estudiantes reconocieron y plasmaron sus ideas sobre lo que es una estación meteorológica, su importancia, y funcionalidad. Luego, utilizando los datos que habían recolectado durante ocho días de cada uno de los instrumentos, los estudiantes realizaron un proceso de tabulación y representación de datos, utilizando para esto diagramas de barras y de líneas, y un plano cartesiano para ubicar vectores que apuntaran hacía las direcciones de proveniencia del viento que se registraron. Esto dio paso a que se les presentara un conjunto de hipótesis relacionadas con el cambio climático a los estudiantes, los cuales debían realizar una lectura y análisis de las tablas y gráficas construidas para justificar su valor de verdad.

En un tercer momento se presentaron bajo la misma temática dos situaciones problema, las cuales contenían tablas y gráficos, con datos que atendían a patrones numéricos. Los estudiantes debían analizar las relaciones entre las variables para predecir el comportamiento de la gráfica, y por consiguiente el del patrón establecido, además de proponer una generalización del patrón mediante una expresión algebraica. Para el momento siguiente, se les pidió a los estudiantes proponer su propia situación problema que se resolviera mediante la detección y el análisis de un patrón numérico.

Por último, se desarrolló un cuestionario que buscó reconocer las percepciones de los estudiantes en cuanto al cambio climático, y el desarrollo de este proyecto como metodología para estudiar matemáticas y otras disciplinas STEAM. Cabe resaltar que el desarrollo de la cartilla final se hizo de manera grupal al interior de cada equipo de creación, que como se dijo anteriormente, atendían a uno de los fenómenos atmosféricos estudiados y a su respectivo instrumento de medición. En la Figura 12 se pueden observar algunos diseños de las cartillas producidos por los estudiantes.

Figura 12
Diseños de las cartillas finales

Es importante mencionar que cada uno de los 4 sensores mide los siguientes fenómenos atmosféricos: DHT11 mide la temperatura y la humedad, el sensor BMP280 mide presión atmosférica, el sensor de ultrasonido mide proximidad y finalmente la pantalla LCD proyecta los datos de esos fenómenos del entorno. Cada uno de estos sensores tiene una librería proporcionada por el programa Arduino, donde están los códigos de programación caracterizados por un lenguaje básico C++ que permitieron asignarle a cada sensor unas “entradas”, es decir, unas instrucciones que garantizaron el funcionamiento adecuado en la medición de cada fenómeno, los cuales se evidenciaron a través de unas reacciones que se programaron con ayuda de las librerías, pues, al medir un fenómeno el sistema integrado de la estación Arduino debía dar cuenta de eso mediante una acción, es decir, proyectarlo en una pantalla, o generar un sonido, o generar una luz, etc. Por ejemplo, cuando la estación Arduino mediante su sensor ultrasonido de proximidad detectaba algo cerca, encendía unas luces de colores dando cuenta de esto.

Luego de tener estos códigos por cada uno de los sensores, es importante programar cada uno de ellos, enlazándolos a la tarjeta Arduino e interactuar con cada uno individualmente, verificando las acciones asignadas a cada uno. Posteriormente, se integran los 4 sensores en un sistema corrigiendo los errores emergentes en el proceso, hasta lograr una correcta correspondencia de las partes que componen el sistema, es decir, de cada sensor, para llevar a cabo el funcionamiento de la estación meteorológica.

Finalmente, los sensores se dejan expuestos al ambiente para lograr medir los fenómenos atmosféricos, además de que su fuente de energía depende de la conexión que se establezca entre el puerto USB de la tarjeta Arduino y un computador. A continuación, en la Figura 13 se puede observar la estación meteorológica con Arduino que fue presentada a los estudiantes.

Figura 13

Estación meteorológica con Arduino



Esta estación fue presentada en la última sesión, donde los estudiantes por equipos socializaron sus instrumentos, exponiendo las claridades que construyeron en el transcurso de todo el proyecto. Allí, con la estación Arduino, se dejó la invitación a maestros y alumnos a explorar nuevas apuestas interdisciplinarias que aludan a sus motivaciones y que pongan en juego los conocimientos adquiridos en situaciones variables y significativas donde las áreas STEAM brinden elementos para la resolución de las mismas.

Tabla 14
Descripción semana 10

Fase 10	Mi estación meteorológica	Duración 2 horas	Pensamientos en matemáticas						
Estándares ABPy	Creatividad y argumentación				PV	PM	PA	PN	PE
Disciplinas STEAM					Procesos de pensamiento Variacional				
Ciencia	Tecnología	Ingeniería	Arte	Matemáticas	Detectar	Describir	Representar		

En la fase final de este proyecto, los estudiantes realizaron la presentación de su trabajo, atendiendo a unos indicadores de logros propuestos por las maestras ([Anexo Q: Criterios para presentación final](#)). Así pues, cada equipo de creación expuso su proceso en el proyecto y los aprendizajes obtenidos. Cabe mencionar que el público al que se enfrentaron lo constituían sus compañeros de curso, los maestros orientadores de cada disciplina STEAM, y otros actores educativos como la coordinadora académica y el rector de la institución. Los instrumentos creados y las guías de uso correspondientes se tomaron como productos de diseño que se expusieron en la feria de proyectos de la institución, a la que invitaron los padres de familia.

6 Análisis y Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos haciendo uso de los instrumentos mencionados en la metodología y desarrollados por los estudiantes en el transcurso del proyecto. De esta manera, se lleva a cabo un diálogo entre las categorías apriorísticas y los referentes teóricos de esta investigación. De acuerdo a las consideraciones éticas, en términos de garantizar la privacidad de los participantes, se empleará la letra P acompañada del número que los identifica, cada vez que se necesite citar información textual individual de ellos (P1: participante 1), y la letra G para referirse a las respuestas grupales de los estudiantes (G1: grupo 1).

Además, los análisis se presentan en dos categorías que dan respuesta a los objetivos específicos de esta investigación, de ahí que en la primera de ellas se analicen los procesos que desarrollan el pensamiento variacional. En la segunda categoría se abordan las percepciones de los estudiantes respecto a las clases de matemáticas y el proyecto con enfoque STEAM.

6.1 Procesos del pensamiento variacional

6.1.1 Detectar

Con respecto a la prueba diagnóstica, se propuso analizar los conocimientos previos de los estudiantes en relación con la detección, como uno de los procesos de desarrollo del pensamiento variacional. Además, en consecuencia, del rezago académico y conceptual que presentan los estudiantes, producto de la pandemia, se pretendió observar a través de actividades y situaciones que propone esta prueba, el estudiante cómo interactúa en la solución de las mismas.

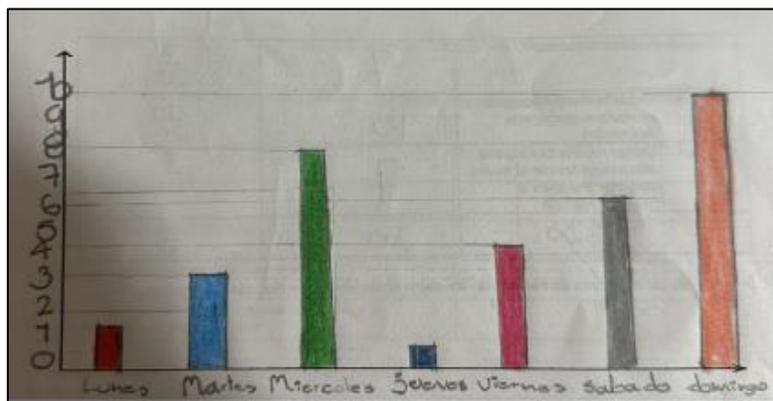
En este sentido, de los 9 participantes analizados se percibe la capacidad de cada uno de ellos para identificar tendencias y regularidades desde diferentes expresiones. Por ejemplo, el participante P5 utiliza datos numéricos para referenciar el cambio de temperatura en dos meses específicos, atendiendo a la información que se proporcionó a través de una tabla que contenía la temperatura durante 12 meses del año; P5 responde: *“mayo tiene una temperatura de 30°C y el mes de agosto solo asciende a 14°C”*. Sin embargo, algunos participantes interpretaron este cambio aludiendo a un aumento de temperatura y cuando esta se mantenía constante de mes en mes, describían que se mantenía igual, aludiendo a que había un clima promedio. Esto se ve reflejado en algunas respuestas como P2: *“Las temperaturas son iguales y también son como el medio de lo*

registrado” y P1: “los meses tuvieron una temperatura promedio”. Además, en términos del lenguaje con el que los estudiantes hacen alusión al cambio o la variación que presenta la temperatura en determinados meses del año, se destaca las diferentes expresiones con las que categorizaron sus análisis, por ejemplo, el estudiante P4 asegura que el cambio observado entre los meses de mayo y agosto son totalmente diferentes, como lo describe a continuación: P4 “en mayo la temperatura es más calurosa y en agosto baja y era más fría” y en entre los meses de agosto a diciembre responde que “en agosto era muy caliente y en diciembre subió” comunicando de esta manera la información que ha recibido y desde donde se puede evidenciar que ha logrado detectar, describir y categorizar las regularidades, y variaciones en el clima propuestas en la situación problema.

Posterior a ello, en un tercer ejercicio de la prueba diagnóstica al estudiante se le presenta una situación hipotética, donde se debía tabular y graficar los datos presentados de la precipitación de una semana para respuesta a algunos interrogantes. Con el análisis de la información realizada por los estudiantes, estos lograron identificar y comprender el cambio, tabular y graficar la información dada, distinguiendo cada variable analizando, en un primer ejercicio sobre el tipo de nubes, luego la precipitación y más ante datos relacionados con el comportamiento del ser humano ante crisis ambientales. Ante este ejercicio de análisis y representación de datos por medio de diferentes gráficos se pueden percibir algunas dificultades como el hecho que se omitían factores claves en el proceso de tabulación y representación como asignarle un título al gráfico, nombrar los ejes, o no asignarle al cero una cantidad en la coordenada del eje y. Para ejemplificarlo, se presenta el diagrama de barras realizado por el estudiante P3 como se evidencia en la Figura 14.

Figura 14

Diagramas de barras sobre la precipitación realizado por el estudiante P3.



En relación con el lenguaje matemático presente en la prueba diagnóstica, los estudiantes manifestaron desconocer algunos conceptos que dan cuenta de comportamientos y tendencias en los datos representados, por ejemplo, “decrecimiento y crecimiento”. En consecuencia, con el desconocimiento por parte de los estudiantes de los términos propios de esta disciplina, se evidencia cierta dificultad para la resolución e interpretación de problemas matemáticos. Esto se pone en manifiesto en el siguiente fragmento de diario de campo de una de las maestras ([Anexo R: Diario pedagógico](#)):

Sin embargo, cuando analizamos las dificultades relacionadas con el aprendizaje, nos pudimos dar cuenta, que uno de los mayores retos en los estudiantes para desarrollar el pensamiento variacional, está atado a la comprensión y el uso del lenguaje variacional en diferentes situaciones problema. En nuestro trabajo encontramos una nueva categoría de análisis, relacionada con el pensamiento y el lenguaje variacional. En ese sentido, Cantoral (2004) dice que el pensamiento y el lenguaje variacional estudian los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y el medio social que le da cabida. Además, hace énfasis en los diferentes procesos cognitivos y culturales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados utilizando estructuras y lenguajes variacionales. Por ende, el pensamiento variacional se debe desarrollar en escenarios que permitan visualizar, estudiar y cuantificar el cambio inmerso en todos los ámbitos de la vida.

Similarmente, las dificultades en relación con el lenguaje matemático para la comprensión de las matemáticas, también se presenciaron en la actividad de lanzamiento, más específicamente en la base dos. El desconocimiento de algunos conceptos como “vértice”, “longitudinal”, “paralelo” o “bidimensional”, impedían no solamente que los estudiantes resolvieron sus ejercicios, sino que dificultaba la comprensión del mismo. Así, se percibió en muchas ocasiones que, aunque los estudiantes tenían interiorizado un procedimiento matemático que ayudara a resolver una situación problema, no podían hacerlo al no entender la situación en sí por el tipo de lenguaje planteado. Ahora bien, en cuanto a la detección de patrones y regularidades que se llevó a cabo en esta base, se evidenció que los estudiantes reconocían con mayor facilidad aquellos patrones que involucraban procesos de adición o sustracción, ya que era más fácil para los estudiantes

identificarlos, pero se les dificultó, aquellos ejercicios en los que el patrón se constituía con procesos de multiplicación, división o potenciación.

Así pues, las actividades que se están analizando están direccionadas a desarrollar el proceso de detección, o tal como lo define el Grupo Azarquiél (1991) el proceso de ver, el cual se trata de distinguir entre lo que es propio de cada situación, lo que es común y lo que no varía en cada una de ellas. Es decir, se trata de encontrar lo que se mantiene en cada caso y los factores claves de la situación.

A propósito de abordar este proceso de detección, autores como Watson (2017) y Bargagliotti (2020) defienden, que la variación puede ser detectada inicialmente a través de representaciones gráficas y cálculos estadísticos numéricos, ya que la variación sustenta la “práctica de la estadística” (Watson et al., 2017). Así mismo, Bargagliotti (2020) en el informe GAISE describe algunos procesos estadísticos que permiten la detección de la variabilidad, tales como, recopilar y analizar datos mediante pruebas justas para interpretar, analizar y predecir resultados.

En esa misma línea, algunas de las tareas de la segunda semana: "*¡No te bajes de esa nube!*" dan cuenta un carácter progresivo en el proceso de detección, puesto que facilita la adquisición de habilidades por parte de los estudiantes, elevando gradualmente cada ejercicio desde lo más simple a lo más complejo. En un primer momento, los estudiantes exploran diversos tipos de nubes según la clasificación de la Organización Meteorológica Mundial (OMM), descrita en Cohn (2017) y la utilizan, en un ejercicio de observación, para describir con mayor precisión las características y la apariencia de las nubes, además de identificar las condiciones climáticas en las que aparecen.

En este contexto, se presentan las preguntas y ejercicios que buscan establecer una conexión entre el proceso de detección y las comprensiones de los estudiantes en cuanto a la nubosidad, siendo estas últimas un vínculo que permite la ejecución de actividades matemáticas y científicas, como la predicción. En primera instancia, dos preguntas asociadas a la descripción y predicción de algunos tipos de nubes, el ejercicio de enfrentarse a formular preguntas a través de la lectura de datos hipotéticos por medio de una gráfica, posteriormente, el planteamiento de dos preguntas con sus respectivas respuestas que diera cuenta de unos datos que ellos mismos habían recolectado a través de unos datos recolectados por ellos mismos, y finalmente una actividad de socialización en donde los estudiantes comparten algunas de sus comprensiones. En la siguiente Tabla 15 se realiza un seguimiento a las preguntas y respuestas de los estudiantes p3 y p7.

Tabla 15*Respuestas de algunos estudiantes en la actividad ¡No te bajes de esa nube!*

Tipo de actividad	Preguntas asociadas a la actividad de observación		Actividad realizada con datos hipotéticos	Actividad realizada con datos reales
Pregunta/ejercicio	¿Qué porcentaje de masa nubosa le asignas a esta observación del cielo?	¿Elige un tipo de nube y describe que nos puede indicar esta con respecto al pronóstico del tiempo?	Ejercicio 1 de formulación de preguntas y respuestas sobre una gráfica	Ejercicio 2 de formulación de preguntas y respuestas sobre una gráfica
Respuestas de estudiante p7	Mayormente nublado 50% - 95%.	Altocúmulos: es poco probable que llueva.	¿Cuál fue el menor porcentaje de masa nubosa? R/ 90%	¿Cuánta masa nubosa subió desde el día 1 hasta el día 5? R/ Subió de un 70% a un 100% que sería una diferencia de un 30%.
Respuestas de estudiante p3	“De 50 a 95% mayormente nublado”.	Cirros: nos indican que va a llover entre 24 y 36 horas.	¿Qué paso del día 4 al día 5 R/ subió la masa nubosa	¿Cuánto le falta al día con menos masa nubosa para llegar a la que tiene más?

* *La masa nubosa se refiere a la cantidad de cielo que está cubierta por nubes en relación con el cielo total visible desde un punto de referencia, y se expresa generalmente como un porcentaje.*

Esta actividad es destacable por su contribución al desarrollo del pensamiento variacional, ya que, mediante estas situaciones, los estudiantes pueden identificar, variaciones y se vuelven conscientes de esto, relacionando conceptos matemáticos con situaciones de la vida real. Además, logran relacionar conceptos matemáticos con situaciones de la vida real, lo que los impulsa a formular preguntas más rigurosas y a demostrar su comprensión.

Un ejemplo de esto se observa en los estudiantes P3 y P7 que inicialmente, asignan un porcentaje de masa nubosa y describen cada nube utilizando la conceptualización proporcionada por las maestras. Sin embargo, cuando se enfrentan a una situación hipotética, sus preguntas se realizan desde un enfoque literal y se centran simplemente en la lectura de datos, dándonos a entender que han comprendido y asimilado la información directa y evidente presente en las gráficas, pero no necesariamente han realizado una interpretación profunda que implique

suposiciones o análisis más allá de lo que se presenta de manera directa. Se destaca, además, que empiezan a utilizar en sus preguntas un lenguaje relacionado con el cambio, como "mayor" o "menor".

No obstante, el avance más notable ocurre cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones reales, tal es el caso de la última actividad donde los participantes son los protagonistas tanto en la recolección de los datos, como en la organización de los mismos. En este contexto, podemos ver que se sienten más seguros para formular preguntas más complejas y completas, es más, en sus respuestas se refleja un nivel de comprensión más profundo, cuando vemos que el estudiante da sus respuestas en términos numéricos y hace uso de operaciones como la resta para otorgar un resultado más preciso. Esto respalda la idea planteada por el grupo Azarquiel (1991), que sugiere que, si bien la percepción inicial es rápida e intuitiva, a menudo se requieren recursos adicionales para enriquecerla, como analizar ejemplos iniciales y estudiar sus propiedades y características.

Así mismo, durante la actividad de socialización suscitada por las maestras, se destaca una notable participación de los estudiantes, cuyos aportes dan cuenta de la comprensión del tema. Además, esta experiencia enriqueció sus habilidades comunicativas, evidenciando cómo los estudiantes expresan en sus propios dialectos su capacidad para prever las condiciones climáticas futuras a partir de los datos recopilados, tal como puede ser evidenciado en el siguiente fragmento de diario pedagógico ([Anexo S: Diario pedagógico](#)).

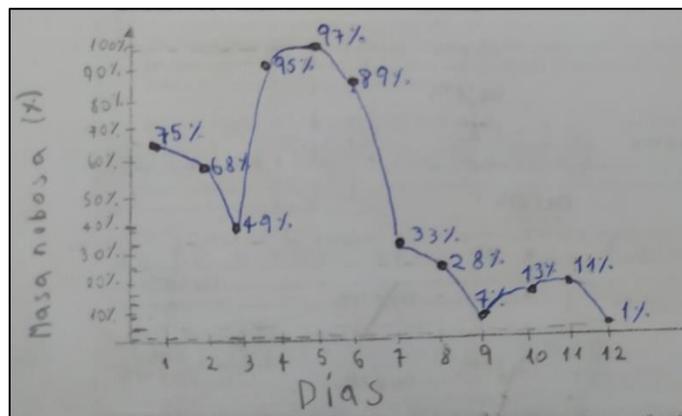
[...] al finalizar la actividad, los estudiantes tuvieron un espacio de socialización en donde algunos de ellos compartieron su experiencia con respecto a la actividad, para uno de ellos el hecho de poder explorar de manera diferente los conceptos de la ciencia, le resulta cautivador además de que cuando realizaron la toma de datos por sí mismo, él pudo observar que desde diferentes zonas de la ciudad el clima no era el mismo, esta aseveración la realizó basado en los datos recolectados por otro compañero. Por su parte otro estudiante, nos hace saber que se encontraban en unos días de bastante cambio ya que en la mañana cuando ella tomaba los datos en el primer descanso estos daban cuenta de un día bonito y con presencia del sol, pero en la tarde, sus datos apuntaban a que llovería o como sucedió el día de hoy, que para dicho momento de la tarde ya se encontraba lloviendo, sin importar que en la mañana no había rastros de ello.

Por lo anterior, un aspecto esencial que se resalta en esta actividad es la una característica fundamental de las ciencias: su naturaleza variacional e impredecible, ya que los estudiantes señalaron la presencia de variaciones repentinas en los datos recopilados, en un mismo día. Al realizar dos observaciones en momentos diferentes, pudo notar un cambio drástico en las condiciones climáticas. Este fenómeno subraya la importancia de que los estudiantes se vuelvan conscientes de los cambios en su entorno y aprendan a establecer relaciones que les permitan interpretar datos y realizar predicciones sobre el clima futuro.

Con este objetivo, la estación “No te bajes de esa nube” estuvo relacionada por el pensamiento aleatorio, buscando con esta, retomar y reforzar algunos conocimientos necesarios tanto para la toma de datos, como para el manejo y análisis de la información, y la comunicación asertiva de los hallazgos. Tras una tarea de observación los estudiantes respondían a unas preguntas donde categorizaban los tipos de nubes que encontraron y las describían brevemente, luego se les daban unos datos hipotéticos y debían organizarlos, es decir, tabularlos, para posteriormente graficarlos mediante un diagrama de líneas o puntos, como se muestra en la Figura 15.

Figura 15

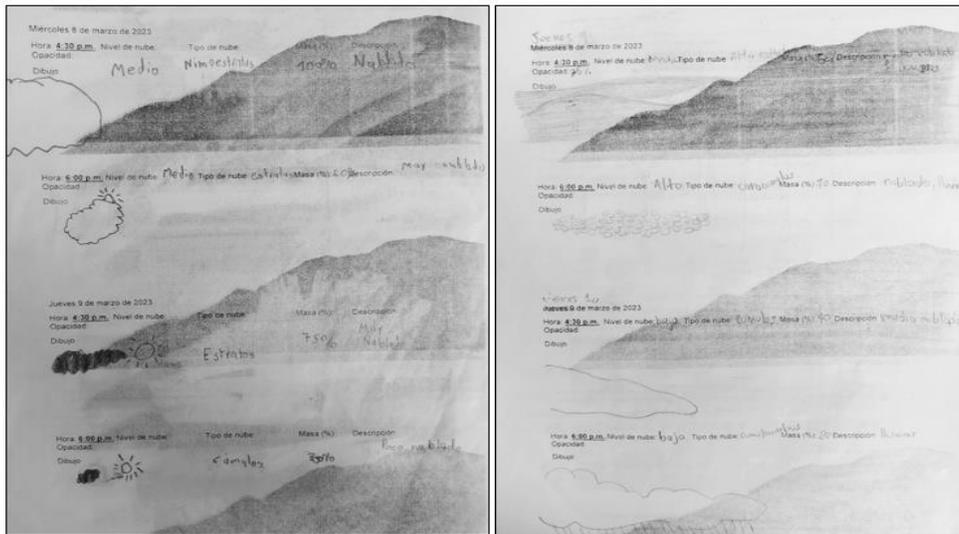
Diagrama de puntos realizado por P9



En este ejercicio, menos de la mitad de los nueve estudiantes abordó la necesidad de nombrar y establecer las variables en la gráfica, se resalta el progreso evidente en términos del reconocimiento de aspectos esenciales, como la escala, al graficar. Además, solo un estudiante (P9) desarrolló un diagrama, nombrando las variables y etiquetando cada punto según los datos de la masa nubosa.

Finalmente, se les deja a los estudiantes un compromiso para los siguientes tres descansos, donde ellos volvían a reforzar los ejercicios abordados, pero lo hacían mediante datos reales, tomados por ellos mismos, allí recopilaban información, la tabulaban y generar gráficas, para posteriormente, formular preguntas acerca de los cambios identificados y las variaciones. En el formato para la recolección de datos, se les pedía, tratar de plasmar el tipo de nube que observara, el nivel al que estaba ubicada, (se tenía una referencia: las montañas) su porcentaje de masa nubosa en el cielo y una descripción. Veamos los registros realizados por los estudiantes P3 y P5 en la Figura 16.

Figura 16
Toma de datos masa nubosa en seis momentos por estudiantes P3 Y P5



En este mismo ejercicio otros estudiantes, realizaban descripciones más completas de sus observaciones, se destacan las respuestas de los estudiantes P5 y P9, quienes, al describir los diferentes tipos de nubes, se atreven a hacer una descripción más detallada, por ejemplo, P9, asegura que el cumulo es una nube baja y es más visible, tanto que puede llegar a cubren el sol. Por su parte, P5 describe a los estratos y a los cúmulos, y nos agregaba que este tipo de nubes corresponde a un día muy nublado y con lluvia, lo cual es correcto pues desde la caracterización de los estudiantes, estas nubes generan cambios en el clima, como los que describen.

Con respecto a esto, se puede evidenciar que estos estudiantes establecían descripciones detalladas de los momentos de observación, mientras que los otros siete participantes solo establecían relaciones literales con la teoría abordada, es decir, describían las condiciones

climáticas en términos de la clasificación de porcentaje de masa nubosa, atendiendo así a términos como: mayormente nublado, parcialmente nublado, etc.

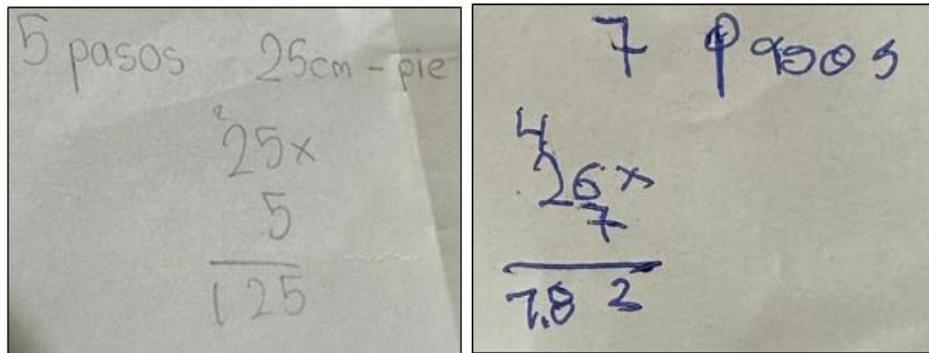
En referencia a lo anteriormente descrito, se rescatan las bondades de relacionar los procesos de detección con elementos propios del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, para favorecer el desarrollo del pensamiento variacional. Del mismo modo, se hace necesario resaltar la importancia de generar conexiones con los demás pensamientos en matemáticas, atendiendo al principio de transversalidad que caracteriza el sistema de tareas, y el enfoque metodológico STEAM de este proyecto.

Como evidencia de esto, en la actividad de lanzamiento, en particular en la base 4: *lluvia sol y viento*, se integra el pensamiento numérico al proporcionarle al estudiante una situación en la cual debe hacer uso constante, tanto de la numeración como del sentido de las operaciones y las relaciones entre números, experimentando diferentes técnicas de cálculo y estimación (MEN, 2006).

Por su parte, en la base 5: *“Controlemos el vuelo”*, los estudiantes estimaron una distancia de una manera no convencional, utilizando sus pies, para luego realizar un proceso de conversión de unidades al sistema de medida internacional. En este sentido, según el MEN (2006) los estudiantes demuestran tener cierta comprensión en torno a los conceptos y procedimientos del pensamiento métrico cuando hacen referencia a magnitudes, cantidades, mediciones y el uso de diferentes sistemas métricos en diversas situaciones. En la Figura 17 se presentan los procedimientos de los estudiantes P3 y P5.

Figura 17

Evidencia del proceso de conversión realizado por dos participantes.



No obstante, en la realización de este ejercicio, algunos estudiantes demuestran cierta dificultad al presentar una solución, porque no fue muy evidente el proceso de conversión para

ellos, en el cual tenían una cantidad que midieron en pasos, pero debían expresarla en centímetros. En este sentido, para algunos no fue muy familiar aludir al procedimiento de medir su pie y multiplicar por el número de pasos dados, y esto se evidenciaba al presentar respuestas, tales como: P3: “14 pasos”, o simplemente no daban una respuesta a la actividad.

De igual forma, en la base 6: “*Mathenigma*” se lograron desarrollar actividades geométrico-espaciales a través de la distinción de figuras geométricas y sus características, incentivando al estudiante a construir y manipular representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones y transformaciones. Estos aspectos, según lo descrito en el documento del MEN (1998), se refieren al conjunto de procesos cognitivos relacionados con el pensamiento espacial. Sin embargo, se evidenciaron dificultades para completar la actividad, dada la complejidad de algunas de las formas y figuras geométricas presentes en el tangram (Figura 18), sólo dos estudiantes lograron completar la actividad de manera efectiva.

Figura 18

Estudiantes resolviendo retos con el tangram y los palillos.



Por otra parte, de acuerdo con las actividades en la semana 5: “A donde nos lleve el viento”, en la cual se abordó este fenómeno atmosférico y la veleta como aquel instrumento apropiado de señalar su dirección, se mencionan algunos aspectos importantes de destacar respecto a la interacción de los estudiantes con los ejercicios propuestos. Dado que la unidad didáctica para esta sesión también estuvo caracterizada por una conexión intradisciplinar directa con el pensamiento matemático espacial, donde los estudiantes debían construir una figura con los puntos que la componían, obedeciendo a unas indicaciones espaciales dadas en la estrella del viento, cuya expresión fue utilizada en esta sesión para hacer alusión al plano cartesiano.

En primera instancia, los estudiantes demostraron haber disfrutado la actividad (Figura 19), dado que ésta tuvo lugar en un escenario diferente al aula de clase, más aún se llevó a cabo en el coliseo de la institución, donde fue posible construir las figuras; siendo los mismos estudiantes quienes se debían desplazar y ubicar en la estrella del viento para formarlas, un momento del cual sacaron mucho provecho, ya que pusieron en práctica sus nociones de ubicación espacial en un ambiente diferente al usual. Posterior a la representación que los estudiantes realizaron en sus hojas de las figuras conformadas, se enfrentaron a algunas transformaciones (rotaciones, reflexiones y traslaciones) que debían realizarle a la figura correspondiente, dando cuenta de sus estrategias para llevarlas a cabo. Por ejemplo, el estudiante P9 en el ejercicio donde se le solicita rotar la figura 180° respecto al eje de la abscisa, menciona que: *“fue útil girar la hoja donde dibujó la figura original y en otra hoja dibujarla en esa disposición que se observa con la hoja volteada”*.

Figura 19

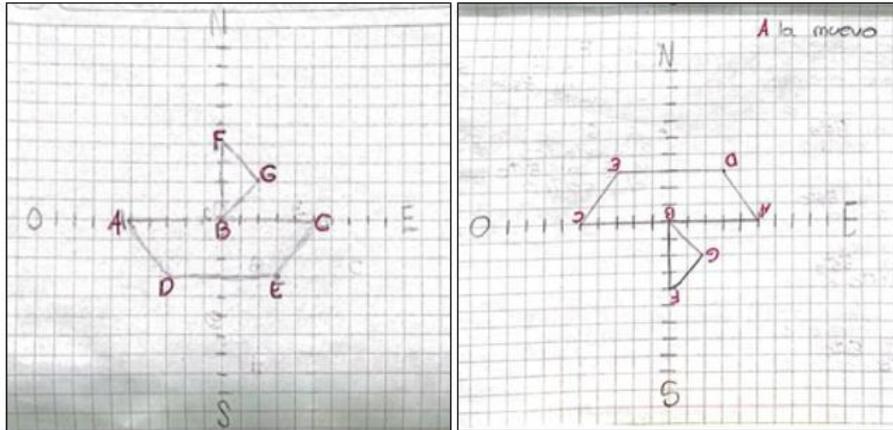
Elaboración en el coliseo de figura geométrica en la estrella del viento por parte de los estudiantes



Sin embargo, se observa que, al utilizar esta estrategia, cinco de los participantes pierden de vista que los puntos cardinales de la estrella del viento no se modifican, es decir, norte, sur, este y oeste siguen conservando su posición, pues lo que se modifica es la ubicación de los puntos o vértices que componen la figura. Más aún, estos participantes dieron cuenta del desafío que les representó realizar las transformaciones, dado que modificaron la posición de algunos puntos de la figura de manera incorrecta, ya que si se debía modificar la posición de la figura realizando una reflexión respecto a la abscisa, los puntos que estaban en la parte superior de este eje ya se situarían en la parte inferior y de manera inversa, pero los puntos de izquierda y derecha no intercambian posición, como es el caso de la construcción geométrica, con forma de barco (Figura 20), donde los vértices D y E no se intercambiaban entre sí.

Figura 20

Transformación de figura geométrica en la estrella del viento.



Otra estrategia similar a la anterior que pusieron en práctica los estudiantes, para realizar la reflexión de la figura respecto a los ejes, consistió en observar los puntos o vértices y situarlos en dirección opuesta de donde se encontraban originalmente. No obstante, en el desarrollo de esta actividad, cuatro de los estudiantes no utilizaron regla para la construcción, por lo tanto, no fueron estrictos con las proporcionalidades en la construcción, lo que dio como resultado figuras un poco deformes en esos casos. Además, cuatro de los participantes al momento de la transformación perdían de vista la rotulación de los vértices y la dimensión de la figura, pues ésta debía conservarse en las situaciones en las que no se pedía modificar el tamaño sino la posición de los puntos.

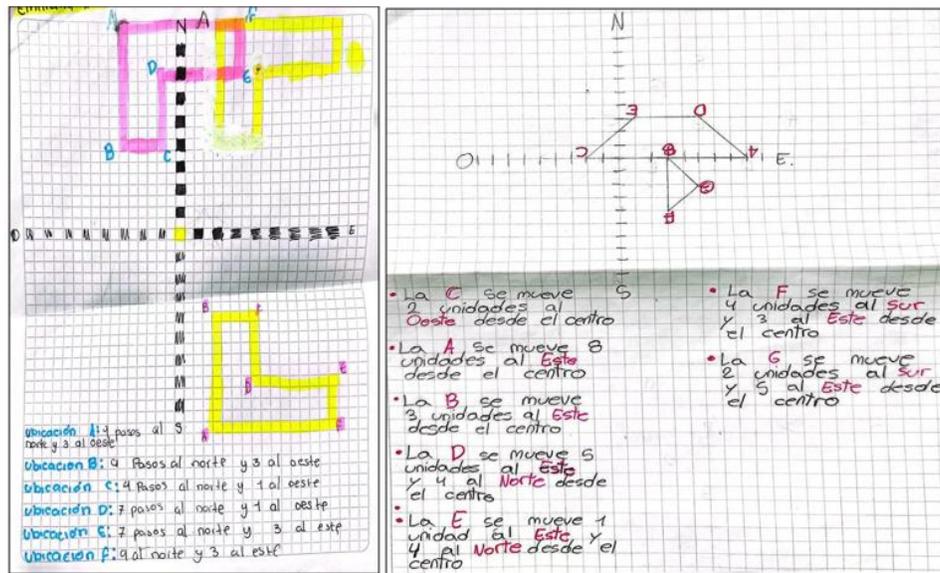
Es importante también mencionar que, al solicitarles a los estudiantes modificar el tamaño de la figura y luego trasladarla se presentaban dos situaciones: manifestaban cierta confusión sobre qué indicación aplicar primero; y respecto al tamaño, no tenían muy claro si el aumento se llevaba a cabo, determinadas unidades hacia arriba, hacia abajo, hacia un lado u otro o en ocasiones no era evidente para ellos que para aumentar el tamaño debían hacerlo en dirección diagonal y ascendente. Incluso, ninguno de los participantes aumentó la figura correctamente.

En la misma línea, en correspondencia con la intencionalidad de esta actividad, reconociendo la importancia de propiciar este tipo de actividades, como lo afirma el MEN (2006) el reconocimiento por parte de los estudiantes con el meso-espacio y el microespacio, denominados así por Grecia Gálvez en este documento rector, haciendo referencia no sólo a la dimensión del espacio que rodea a los individuos, sino también a su relación e interacción con éste y los objetos

que lo habitan, además de su percepción sobre la ubicación de los mismos. La Figura 21 permite evidenciar las transformaciones realizadas por los estudiantes.

Figura 21

Elaboración de figura con su transformación de estudiantes P4 y P8



En este sentido, se pueden destacar aspectos trascendentales de esta semana, aludiendo a que dos de las participantes desarrollaron la actividad a cabalidad y con pequeños detalles por mejorar como se observa en la figura 21. Adicional a ello, en términos generales fue una actividad que propició un escenario articulador con el pensamiento geométrico, donde los estudiantes aprendieron muchos elementos de ubicación espacial, representaciones en el plano de estas figuras, además de sus transformaciones. También se reconoce la vinculación de esta actividad en un ambiente diferenciador y cercano con situaciones problema significativas y auténticas, coadyuvando como afirma Villa et., al (2017) a fortalecer una dimensión pragmática y crítica en los estudiantes.

Ahora bien, en correspondencia con la segunda parte de la actividad en torno a la dirección del viento, los estudiantes demostraron un mayor dominio en el plano, al ubicar los puntos de la figura solicitada, además de ser mucho más estrictos en la construcción y transformación de la misma. Como se puede apreciar en la Figura 22, la actividad se llevó a cabo en torno a los cambios y regularidades que experimenta el área y perímetro de un cuadrado al modificar su tamaño, en

donde los participantes demostraron una evolución en la interacción con el espacio y la ubicación de las figuras en el mismo, como alude una de las maestras orientadoras en el siguiente fragmento del diario de campo:

Los estudiantes pusieron en práctica las comprensiones que construyeron en la sesión anterior, dado que fue más evidente para ellos ubicar la figura y transformaciones solicitadas, teniendo presente que los puntos cardinales son un aspecto inamovible en la estrella del viento, conservando las proporciones en los trazos de la figura y del plano e indicando los vértices que la componen. ([Anexo S: Diario pedagógico](#)).

Figura 22

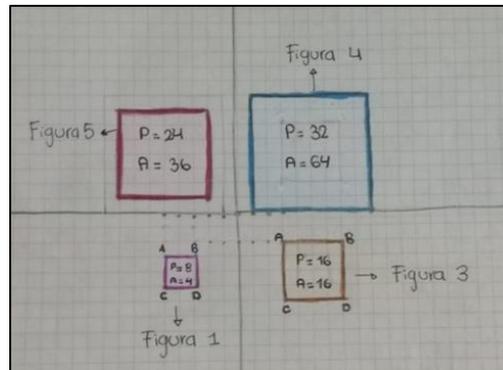
Construcción y transformación de figuras realizada por los estudiantes



Por su parte, con la actividad realizada en la semana cinco, denominada: “*A donde nos lleve el viento*”, se rescata que la dinámica utilizada para esta actividad propició escenarios más comunicativos, exigiendo por parte de los estudiantes una mayor atención, ya que todas las indicaciones para desarrollar los ejercicios se expresaban verbalmente por una de las maestras orientadoras. Dada la intencionalidad que caracterizó esta unidad didáctica, se lograron destacar varios aspectos alrededor del proceso de detección del pensamiento variacional, toda vez que los que los estudiantes dieron cuenta de la percepción de regularidades, identificando aquello que cambia y/o permanece en constante en el cuadrilátero, como consecuencia de las transformaciones que se le realizaron (Figura 23); y a su vez explicando en qué consisten esos cambios.

Figura 23

Elaboración de cuadrado y sus transformaciones en la estrella del viento



Bajo esta mirada, los participantes coinciden en que las transformaciones del cuadrilátero atienden a modificaciones de su tamaño, longitud, y ubicación, además de que logran reconocer que dichos cambios constituyen la causa de que el perímetro y el área también se modifiquen. A continuación, en la Tabla 16 se presentan las respuestas dadas por los estudiantes en las cuales ellos reconocen ciertas regularidades identificadas en la figura:

Tabla 16

Respuestas de algunos estudiantes sobre los cambios identificados en el cuadrado.

Preguntas	Estudiantes	Respuestas
1. ¿Qué cambios puedes notar en cada uno de los cuadrados que construiste	P1	1. "Que unos son más grandes que otros" 2. "Depende de la longitud"
	P4	1. "El perímetro cambió el doble y al final se le restó 8. El área cambió al triple y se le restó 28 al final" 2. "Lo que mide cada lado, si todos o algunos miden más aumentará el perímetro. Si todos o alguno disminuye, disminuye el perímetro"
2. ¿De qué depende que aumente o disminuya el perímetro de la figura?	P6	1. "Cada vez que lo aumentaba o disminuía cambiaba su perímetro y área". 2. "De las unidades que aumentamos o disminuimos en este caso los cuadritos"

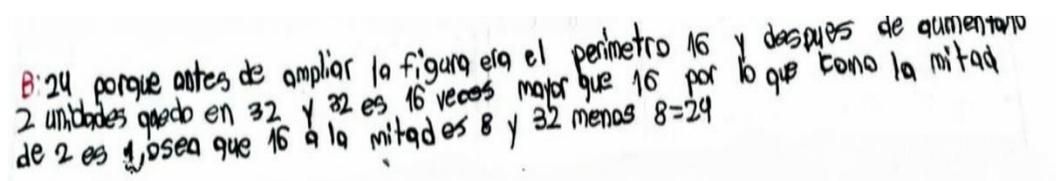
Más aún, los estudiantes se aventuraron a definir área y perímetro del cuadrado, como respuesta a las relaciones que lograron configurar desde la actividad del ver, observar o detectar aquellos elementos propios de la situación planteada, tal como lo afirma el Grupo Azarquiel (1991). De acuerdo con esto, los participantes P5 y P8 relacionaron el perímetro con el contorno de la

figura y el área con la parte interna de la misma, infiriendo respectivamente lo siguiente: “El perímetro en este caso son los cuadritos (unidades) que están en cada lado, su área son los cuadritos (unidades) que están por dentro”; “Su perímetro es la cantidad de unidades alrededor de la figura, el área es lo que hay adentro de una figura. O sea, se diferencian en el lugar que se cuentan, o sea a los lados y adentro”.

Además, se destacan otro tipo de relaciones que los estudiantes establecen con algunas respuestas de tipo numérico espacial, ya que ante la pregunta “Si la figura tres hubiera aumentado su tamaño sólo en una unidad a cada lado, ¿Cuál sería su perímetro? y ¿Por qué?, el estudiante P9 encuentra una relación entre la cantidad de unidades que se aumentó la figura y el valor del perímetro, como se muestra a continuación en su respuesta (Figura 24).

Figura 24

Descripción de la relación entre el tamaño de la figura y su perímetro.



B: 24 porque antes de ampliar la figura era el perímetro 16 y después de aumentarlo 2 unidades quedo en 32 y 32 es 16 veces mayor que 16 por lo que como la mitad de 2 es 1, o sea que 16 a la mitad es 8 y 32 menos 8 = 24

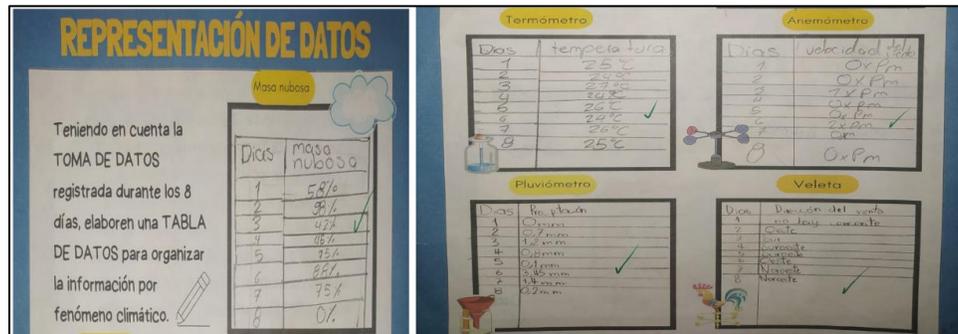
Como se puede observar, este participante identifica y compara las figuras 2 y 3 notando que, de la figura 2 a la figura 3 el perímetro aumentó el doble agregando dos unidades a cada lado, y esto es similar a devolverse en el procedimiento respecto a las mitades de los perímetros. Es decir, el estudiante percibe que, si la diferencia de los perímetros de la figura 2 y 3 es 16, aumentando dos unidades a cada lado del cuadrado, significa que el perímetro de la figura 2 al aumentarla solo en una unidad se puede hallar sumándole al perímetro de la figura 2 la mitad de esta diferencia.

Ahora bien, aludiendo a los elementos propios de ser analizados en el cuestionario final, al constituirse como una de las fases que componen el cierre del proyecto, denominada: “Estación de predicciones” los estudiantes haciendo uso de los instrumentos de la estación meteorológica durante una semana recolectaron los datos necesarios que atendían a las mediciones de los fenómenos climáticos estudiados en semanas anteriores, como lo fueron respectivamente: la masa nubosa, la precipitación, la temperatura, la velocidad y dirección del viento. Es importante

mencionar algunas particularidades que caracterizaron esa semana, entre ellas, que la locación donde se tomaron los datos estaba atravesando por fuertes oleadas de calor, por lo tanto, los datos de la velocidad del viento no tuvieron mayor variación dado que el anemómetro no registraba revoluciones porque había pocas corrientes de viento. Dadas las circunstancias climáticas en las que se tomaron los datos, y con el fin de tener mayor certeza, fue importante hacer uso de aplicaciones como el SIATA que ayudaran a validar la información que los instrumentos estaban arrojando, notando que no había mayor diferencia entre los datos de esta aplicación y la de los instrumentos. En este sentido, como afirma Valero (2018) se atiende a asumir prácticas de enseñanza-aprendizaje en medio de situaciones variables, retadoras, significativas y sobre todo reales generando cierta conciencia ambiental, en este caso en particular por los efectos del cambio climático, valorando lo impredecible de estos escenarios, pero así mismo de la riqueza de sus aportes en la educación matemática y viceversa.

Posterior a la recolección de datos, los estudiantes debieron representarlos y graficarlos, percibiendo con esta actividad una evolución en aquellos elementos necesarios a considerar para llevar a cabo este ejercicio. Con esto se hace referencia a que los estudiantes demuestran ser más rigurosos en la tabulación de la información, nominando cada una de las variables, además de referir explícitamente el carácter de estas, es decir, si es masa nubosa indicar el signo porcentual (%), o en el caso de la temperatura la expresión de grados centígrados (°C), en la precipitación milímetros (mm) y con la velocidad del viento indicar vueltas por minuto, como se muestra en la actividad de tabulación presentada por el grupo G5 (Figura 25).

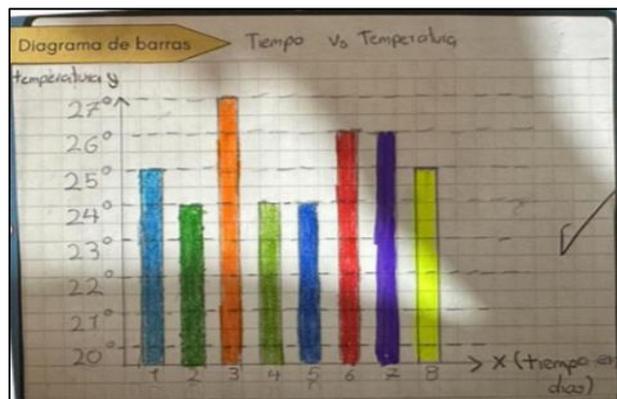
Figura 25
Representación de datos del grupo G5



Asimismo, los estudiantes graficaron la información que anteriormente habían tabulado (Figura 26), desde un carácter más riguroso y explícito en los datos, dando cuenta también de una evolución en este aspecto al nombrar la gráfica y los ejes que componían los diagramas de líneas y/o barras e indicar las unidades de medida, como es el caso de los grupos 1, 3 y 10.

Figura 26

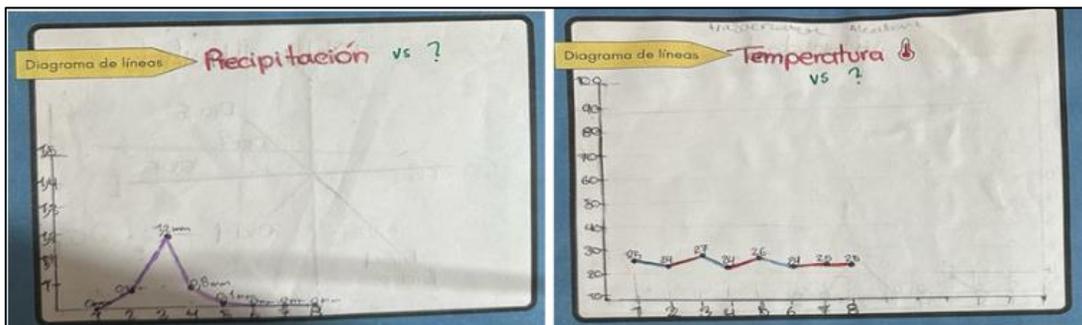
Gráfica de Tiempo vs Temperatura realizada por el grupo



En comparación con el cuestionario inicial, se puede inferir que muchos de los estudiantes en el cuestionario final ponen en práctica muchos elementos de organización, tabulación y representación de datos, al ser más precisos con los datos obtenidos. Sin embargo, también se puede evidenciar que seis de los grupos omitieron en algunas gráficas titular los diagramas y los ejes que lo componían, como es el caso, por ejemplo, del grupo 10, como se evidencia en la Figura 27.

Figura 27

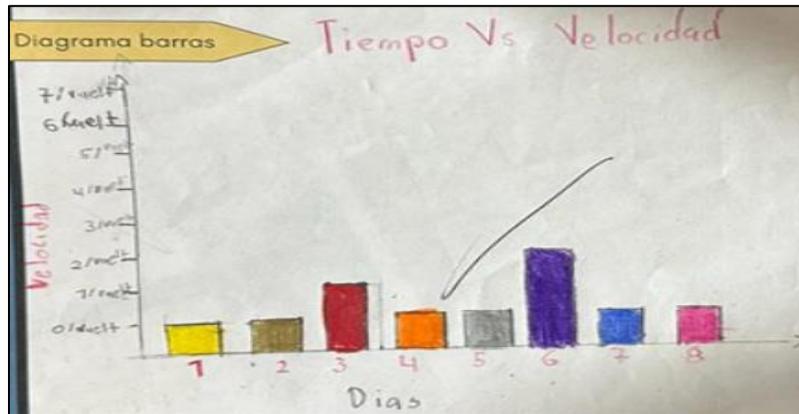
Diagrama de líneas realizado por el grupo G10.



Adicionalmente, en la prueba diagnóstica los estudiantes evidenciaron que, al graficar, cuando el dato representaba el cero, le dibujaban una pequeña barra, dado que el cero no lo ubicaban en la unión de los ejes que componen el gráfico, sino a cierta altura, lo cual también se evidenció en tres de los grupos, como se muestra a continuación en la Figura 28.

Figura 28

Diagrama de barras realizado por el grupo G3



En estos términos, aludiendo al objeto de esta investigación y a los resultados evidenciados, se infiere que los estudiantes están llevando a cabo procesos de variación, pues como afirma Watson (2022) presentar la idea de variación mediante un cambio en la dispersión de ciertos datos, creando al estudiante la necesidad de representarlos e ilustrarlos puede constituir un punto crítico de partida para resolver preguntas entorno a cualquier situación. Esta convergencia entre la variación y las prácticas de estadística también se puede sustentar bajo los planteamientos de Shaughnessy (2007) cuando menciona que el concepto de variabilidad se pone de relieve en valores particulares, cambio en el tiempo, en un rango probable de valores o de una muestra, en una asociación de muchas variables y finalmente en una distribución.

Ahora bien, la actividad previa ya tenía como objetivo la recolección de datos, una tarea crucial en esta fase final, pero, además, en la cartilla final, se incluyen actividades diseñadas para ir más allá y evaluar la comprensión de los estudiantes con respecto a los fenómenos estudiados durante el proyecto, de tal manera que se plantearon varias hipótesis relacionadas con las variables, como la temperatura, precipitación, presión atmosférica, velocidad y dirección del viento. Cada grupo debía analizar la información proporcionada para validar o refutar las hipótesis planteadas.

En un primer paso, los estudiantes identificaron las variables presentes en cada hipótesis y determinaron si estas estaban relacionadas y tenían alguna dependencia. Por ejemplo, en el caso de

la temperatura y la precipitación, se les planteó que estas eran proporcionales, es decir, que a medida que una aumentaba, la otra también lo hacía. Sin embargo, esto resultó ser falso, y más de la mitad de los grupos coincidieron en esta respuesta. Proporcionaron argumentos sólidos, como el Grupo G5, que mencionaron situaciones en las que hace mucho calor, pero no hay precipitación durante días, incluso meses. Por otro lado, las respuestas a favor de la relación proporcional entre temperatura y precipitación carecían de argumentos sólidos, y el G2 incluso comparó la precipitación con respecto a la masa nubosa, una respuesta correcta pero que no coincidía con el análisis inicial requerido.

Luego, se planteó una segunda situación con respecto a la temperatura y la presión atmosférica, considerando una relación inversamente proporcional, es decir, que un descenso de temperatura traería consigo un aumento de la presión atmosférica o viceversa. En este caso, los estudiantes de varios grupos coincidieron en que este fenómeno estaba relacionado con la altitud de las zonas donde se miden estas variables. Por ejemplo, el Grupo 3 argumentó: "Falso: porque entre más cerca estemos al nivel del mar habrá más presión atmosférica y temperatura porque hay más aire y entre menos presión atmosférica habrá menos temperatura ya que hay menos aire y estamos cerca del espacio". Estas respuestas reflejaron un análisis riguroso de las situaciones, agregando fenómenos adicionales relacionados con algunas de las variables propuestas. A lo largo del proyecto, los estudiantes adquirieron una profunda comprensión de cada uno de los fenómenos estudiados, lo que se evidenció claramente en sus respuestas.

En cuanto a la hipótesis cuatro, que, si relacionaba la presión atmosférica y la altura, todos los estudiantes estuvieron de acuerdo en que estas dos variables son inversamente proporcionales. Por ejemplo, el Grupo G10 explicó: "Verdadero, ya que la presión atmosférica es la cantidad de aire sobre nosotros; por lo tanto, si estamos a mayor altura, habrá menos presión atmosférica".

Finalmente, en lo que respecta a la dirección del viento, los estudiantes se basaron en los resultados de la primera actividad de recolección de datos para analizar que la dirección del viento proviene principalmente del sur, en raras ocasiones del norte y, en algunos días, parece variar o no pudieron detectar una dirección específica en la corriente de viento. En cuanto a la velocidad del viento y su influencia en la sensación de la temperatura (hipótesis 3), los estudiantes afirmaron que cuando el viento sopla con fuerza, experimentan una sensación de frío, mientras que, en ausencia de una fuerte corriente de viento, sienten una temperatura más alta.

Cada uno de los fenómenos analizados permitió a los estudiantes internalizar las diversas relaciones entre las variables, destacando que el cambio es un comportamiento común entre estas variables y que su análisis puede respaldar pronósticos precisos sobre lo que podría ocurrir en las próximas semanas, días e incluso, horas. Además, los estudiantes relacionaron condiciones geológicas, como la altitud, en sus análisis, considerándola un factor que, aunque no cambia, influye en la variación de otros fenómenos, como la presión atmosférica.

Sus respuestas corresponden a un análisis coherente de las situaciones y demuestra interiorización del comportamiento de los fenómenos y su relación con otros fenómenos atmosféricos; al punto de verificar con argumentos sólidos la validez o no de una afirmación. También puede notarse, que ellos destacaron y aplicaron tanto los conocimientos adquiridos durante el proyecto como los datos que recolectaron en la experiencia, convirtiéndose este en un proceso de comprensión, apropiación y análisis crítico de la realidad.

6.1.2 Describir

Teniendo en cuenta el trabajo realizado con los estudiantes durante las dos semanas iniciales del proyecto en cuanto al proceso de detección, se busca en la fase cuatro “Estación lluvia o calor: ¿me ahogo o me quemo?”, analizar las maneras en que los estudiantes se enfrentan al siguiente proceso del desarrollo del pensamiento variacional: la descripción. De esta manera, se analizan las cuatro secciones de trabajo que se llevaron a cabo en esta semana.

En primera instancia, los estudiantes se enfrentaron a dar una descripción de la regularidad que pueden detectar en una variedad de patrones numéricos y gráficos. Es importante resaltar que los participantes ya se habían enfrentado inicialmente a la detección de algunos de estos patrones en la segunda base de la actividad de lanzamiento. En los seis ejercicios propuestos se puede notar que la mayoría de los estudiantes reconocen las características principales de la regularidad detectada, sin embargo, no más de tres participantes, logran hacer una descripción detallada que permita comprender el patrón propuesto en cada uno de estos. Mas aún, respuestas como la de P8 para el ejercicio uno, o la de P1 para el ejercicio 2 (Tabla 7), describen la acción necesaria para encontrar el siguiente elemento del patrón, más no la regularidad percibida en todo el patrón en general.

Así mismo, se puede evidenciar que el proceso de describir detalladamente una regularidad depende en gran medida de la comprensión y el uso que tenga cada estudiante de los diferentes conceptos y expresiones matemáticas. Es así, como se rescata una conexión directa entre el lenguaje matemático y el proceso de descripción, lo cual se puede evidenciar en el ejercicio tres, donde solo dos estudiantes, logran describir el conjunto de números presentado como múltiplos de un valor. Este es el caso de P7, quien responde que estos números “son múltiplos del 7 (hay que sumar de a 7)”, mientras que los otros seis estudiantes recurren a expresiones más referentes al proceso o a las características de los números que al significado, tales como P1: “es la tabla del 7” o P9: “se multiplica por 7”.

Similarmente, la relación existente entre el lenguaje matemático y el proceso de descripción se logra percibir en el ejercicio cuatro, en el cual, les presenta una secuencia numérica a los estudiantes caracterizada por una suma sucesiva de los números naturales. La mayoría de los participantes describen en sus respuestas características generales del patrón, aunque ninguno de ellos es específico en su lenguaje sobre el patrón identificado. Sin embargo, es importante resaltar algunas respuestas como la de P5 (Tabla 17), en las cuales se comienzan a evidenciar expresiones simbólicas, que luego posibilitaran el proceso de generalización. En la siguiente tabla se presentan las respuestas de los nueve participantes en cada uno de los seis ejercicios propuestos:

Tabla 17
Descripciones de los estudiantes a algunas regularidades detectadas

Ejercicio	Descripción detallada del patrón	Descripción acercada del patrón
	<p>P2: “Pato, porque se le resta de a dos patas”.</p> <p>P7: “Una gallina porque es un patrón que va restando de a 2”.</p>	<p>P1: “Es el pato porque se le resta las patas”.</p> <p>P3: “Pato porque tiene dos patas”.</p> <p>P4, P6: “Segue el pato porque se va sumando dos patas”.</p> <p>P5: “Pato porque 4 el gato, 6 la mariquita, 8 la araña y 10 la oruga”.</p> <p>P8: “Una gallina ya que se le tiene que quitar dos patas”.</p> <p>P9: “Patrón=2 porque es el número de patas”.</p>



P7: “Hay que juntar las dos secuencias anteriores”.

P1: “Tiene que juntar las figuras”.

P2, P8, P9: “Juntar 5-6”.

P3: “El patrón se hace con la figura anterior”.

P4: Intenta dibujar la figura siguiente, pero no explicar el patrón.

P5: “Figura 5 + figura 6 = figura 7”.

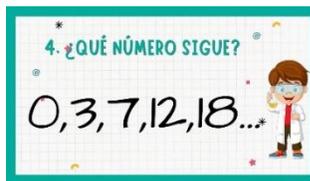
P6: “Se repiten dos patrones anteriores”.

P1, P2, P3, P4, P5, P6: “Era la tabla del 7”.

P9: “Se multiplica por 7”.



P7, P8: “Son múltiplos del 7 (hay que sumar de a 7)”.



P1: “Era 25 porque es sumando”.

P2: “25. Se le va sumando en progresiva”.

P3: “Seguía el 25 porque se le va sumando de 1 en 1”.

P4: Intenta seguir escribiendo la secuencia numérica, pero no la explica.

P5: “0 (+3), 3 (+4), 7 (+5), 12...18 (+7), 25. Se le suma”.

P6: “Al 0 se le suma 3, o sea, se va sumando un número más”.

P7: “Cada vez que se suma se agrega 1”.

P8, P9: “25 porque se va sumando de uno en uno (3,4,5,6,7)”.

P1, P2, P3: No participan en este ejercicio.

P4, P5, P8: Dibuja la figura faltante pero no explica el patrón.

P6: “Se suman de a dos a la figura anterior”.

P7: “Se acomoda en L y se suman dos”.

P9: “Se multiplica de dos en dos”.



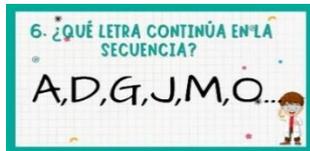
P4, P6, P8: “Se van sumando de a 3 letras”.

P1, P2, P3: No participan en este ejercicio.

P5: “Se le suma 3”.

P7: “Se dejan dos letras”.

P9: “De 2 en 2”.



Las respuestas anteriormente presentadas dan cuenta del trabajo que se ha venido desarrollando con los estudiantes en el proceso de descripción, según el cual el Grupo Azarquiel (1991) es el intento de describir una regularidad percibida, y corresponde a la segunda etapa del proceso de generalización, el cual, es uno de los objetivos principales del pensamiento variacional. Es decir, según estos autores, en el proceso de descripción se busca comunicar en un lenguaje natural la regularidad o el modelo detectado, buscando expresar por escrito y con precisión la propiedad general que se ha obtenido.

Bajo la mirada de estos referentes, se reconoce que el lenguaje juega un papel muy importante en el proceso de descripción, ya que cuando se intenta describir lo que se ve, surgen expresiones que no determinan plenamente las relaciones que se buscan explicar, debido a las imprecisiones y limitaciones del lenguaje natural, por lo que es muy común indicar en las respuestas algunas propiedades de la regularidad detectada, pero dejar otras implícitas (Grupo Azarquiél, 1991).

Ahora bien, el proceso de descripción se puede presentar en diferentes niveles, y su desarrollo no se lleva de manera progresiva ni cíclica, pues esto va a depender en gran medida el proceso de detección que se haya realizado de la situación presente. Es más, según los mismos autores, las respuestas dejan entrever cómo la descripción verbal de la regularidad admite distintos grados de precisión y puede centrarse en diversas características.

Con respecto a esto, desde el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), se proponen algunas expectativas específicas para las actividades que se desarrollan en los diferentes niveles escolares, y que están orientadas a identificar y usar relaciones funcionales para la descripción y el análisis de situaciones problema. En relación con los participantes de este proyecto, se plantea que, al terminar el grado quinto, los estudiantes puedan describir, representar y analizar patrones y funciones, usando palabras, tablas y gráficas. Así, en el siguiente ciclo que va desde sexto a octavo se enfrentarán a situaciones que le permitan representar, analizar, y generalizar patrones con tablas, gráficas y palabras, y cuando les sea posible, con reglas simbólicas (NCTM, 2000)

Ahora bien, para la segunda sección de trabajo de esta semana, los estudiantes, atendiendo a una situación hipotética, debieron completar una tabla en la cual faltaban algunos datos sobre la precipitación que se había registrado de algunos días. Cabe resaltar que dichos datos atendían a una regularidad que puede ser expresada como n^2 , siendo n el número del día. Sin embargo, en las respuestas obtenidas solo uno de los participantes aludió a esta relación, ya que al pedirle una explicación de cómo encontró las cantidades faltantes, escribe P1: "Yo las encontré con potenciación". Para el resto de los estudiantes, es más factible encontrar para esta situación, una regularidad en términos de sumas y restas, sumando los números impares desde el 5, de manera consecutiva a cada termino, tal como se puede evidenciar en las siguientes respuestas:

P2: “La suma se va sumando de a 2. Por ejemplo, de 4 pasa a 9, o sea que suma 5, y de 9 pasa a 16, o sea que suma 7, y de 5 a 7 hay 2. Ese es el patrón”.

P3: “De 4 a 9 es 5 de diferencia, de 9 a 16 es 7, entonces podríamos decir que la suma va de 2 en 2 en la diferencia de los días”.

P6: “Pues me di cuenta de que se van agregando de a 2, o sea 2 números más que el anterior, o sea como los números impares, si tenemos que sumar 5 al siguiente sumamos 2”.

Nuevamente, se pone de manifiesto que los estudiantes tienen más cercanía con los procedimientos de suma y resta, que con aquellos relacionados con la multiplicación y la potenciación. Esto también se ve reflejado en la tercera sección de trabajo de esta semana, donde los estudiantes debían completar un ejercicio muy similar al anterior, en el que la regularidad puede ser expresada como $72 - [8(n-1)]$, siendo n el número del día que se quiere saber. Para este caso, ocho de los nueve participantes hizo alusión a esta resta sucesiva, escribiendo respuestas como P5: “resté $72-64$ y me di cuenta de que era 8, y fui restando de a 8” o P3: “Le resté 8 y me daban los resultados del próximo día”; y solo uno de ellos detectó la regularidad en términos de multiplicidad al responder que para completar las cantidades faltantes se debe “hacer la tabla del 8” tal como lo indicó P1.

Estas diferencias entre las descripciones de un mismo patrón se generan según el Grupo Azarquié (1991), porque “tanto el grado de precisión como el aspecto en el que se centra la descripción, dependen, normalmente, de la forma en que se haya apreciado la regularidad” (P. 10). Es decir, según estos autores, la expresión que el estudiante utilice para realizar su descripción da cuenta de la forma en como este ha visto el modelo, y puede servir a los maestros como herramienta diagnóstica de la primera fase del proceso de detección.

Finalmente, para la última sección de trabajo de esta semana, los estudiantes respondieron una serie de preguntas que atendían a la detección y descripción de las regularidades encontradas entre los datos obtenidos de una situación hipotética, en la que se tomaba la temperatura en cinco días de la semana. Cabe resaltar que dichos valores se le presentaban en dos escalas diferentes: Celsius y kelvin, y los datos guardaban la siguiente relación de equivalencia universal: $0\text{ }^{\circ}\text{C} + 273 = 273\text{ }^{\circ}\text{K}$.

Se puede notar una regularidad en las respuestas de las cuatro preguntas iniciales, donde se les pedía encontrar los valores correspondientes de los dos días siguientes y la descripción de cómo

hallarlo, la cual constaba de restar 3 a la cantidad anterior, para ambas escalas. Algunos ejemplos de esto son las respuestas de P2: “Es la tabla del 3... Solo debo de restar 3 a cada uno”, P3: “Restándole 3 a los días da el resultado”, y P7: “Observe el patrón que iba restando de a 3”. Sin embargo, no se nota la misma regularidad cuando se les da a los estudiantes un valor de temperatura en Celsius, y se les pide que describan el proceso para hallar el valor correspondiente en Kelvin, y viceversa. Las respuestas a esos enunciados se presentan en la Tabla 18.

Tabla 18

Descripciones de los estudiantes de la relación de equivalencia entre Celsius y Kelvin

Enunciado	Descripción alusiva a una equivalencia numérica entre datos	Descripción alusiva a la relación de equivalencia: °C + 273 = 273 K.
<p>Si se registra una temperatura de 19° Celsius ¿a cuánto corresponde esta temperatura en grados Kelvin? Describe detalladamente como encontraste el valor.</p>	<p>P1: “En la tabla dice que 18 es 291, se le suma uno y queda en 292”.</p> <p>P2: “Si el 18 es 291° Kelvin, pues 19 sería 292”.</p> <p>P4: “Sumándole un grado a los Celsius y a los Kelvin”.</p> <p>P7: “Le resté 2 a 294”.</p> <p>P8: “A cada día se le va bajando de a un grado [...] entonces a 20°F se le baja 1°C y da 292°”.</p> <p>P9: “Al 21 le resté 2 en vez de 3, e hice lo mismo con el 294, y me dieron 19 y 292”.</p>	<p>P3, P5: “Porque sume 273 más 19”.</p> <p>P6: “A 273 que es el punto 0 en Kelvin le sume 19 que es lo que pedían y eso me dio 292”.</p>
<p>Si se registra una temperatura de 333° Kelvin ¿a cuánto corresponde esta temperatura en grados Celsius? Describe detalladamente como encontraste el valor.</p>	<p>P2: “Porque 27 es 300, entonces si es 333° Kelvin se le sumaría 33 al 300 como se le suma 33 al 27, que da 60”.</p> <p>P7: “Suma 33 más 27”.</p>	<p>P1, P3, P4, P5, P6, P9: “Porque resté 333-273 y me dio 60”.</p> <p>P8: “A 333 se le restan 273° y da 60°, también podemos verificarlo restándole a 333, 60°, que da 273”.</p>

En las respuestas anteriores se puede evidenciar un progreso en el desarrollo de los procesos de detección y de descripción de una generalidad. En relación con esto, para el primer enunciado tan solo tres de los participantes detectan y describen la regularidad haciendo alusión a la relación

de equivalencia entre las escalas de medida, y seis de ellos lo hacen aludiendo a una operación básica fundamental. Esto puede estar influenciado por el contexto del valor solicitado, ya que como lo menciona P1 en su primera respuesta, el valor anterior al solicitado era proporcionado por la tabla. Sin embargo, el dato que se requería hallar en el segundo enunciado estaba un poco más alejado de los que se proporcionaban, y para este caso, siete de los nueve participantes hacen alusión a la relación de equivalencia entre las dos escalas. Esto a su vez, posibilitó dar respuesta a la siguiente pregunta que se les propone a los estudiantes en esta sección de trabajo, donde debían intentar hallar una expresión que permita expresar cualquier temperatura dada en Celsius a Kelvin.

Esta pregunta fue intencionada a que los estudiantes interactuaran con el proceso de escritura simbólico y propusieran una expresión matemática de la generalidad detectada, comenzando a asignar algunas letras para las variables consideradas, algo quizá novedoso para ellos. Sin embargo, las respuestas de los estudiantes se mantienen en una descripción de tipo verbal, evidenciando una dificultad para trascender al proceso de representación. Lo anterior se puede evidenciar, toda vez que cuatro de los participantes realizan descripciones que no dan cuenta de la generalidad detectada, algunos ejemplos son las respuestas de P5: “Sumamos los grados Celsius con los de Kelvin”, y P9: “ $550 - 273 = 277$ ”; tres de ellos lo hacen correctamente, aunque se mantienen en una descripción verbal escrita, como lo hacen P2: “Sumándole al número Celsius 273, lo que es del Kelvin”, y P3: “273 y le sumo el número de grados Celsius”; y solo dos de los participantes logran acercarse a una descripción un poco más simbólica. Este es el caso de P1: “sumando $X + 273$ ” y P6: “C + punto cero de K = Temperatura en C”.

Estas respuestas coinciden con la ruta de desarrollo de este proceso propuesto por el Grupo Azarquiél (1991), quienes afirman, que “la forma de describir la regularidad llevará, con mayor o menor dificultad, a una expresión simbólica más o menos exacta” (p. 10). Además, teniendo en cuenta el principio de complejidad que caracteriza el sistema de tareas, el trabajo realizado por los estudiantes en el desarrollo de este proceso ha sido progresivo. De ahí que en las primeras dos secciones de trabajo los estudiantes describan patrones gráficos y numéricos, preguntándose por el término inmediatamente siguiente; en la tercera fase se comienzan a preguntar por como hallar un término que está en una posición mucho más alejada; y finalmente en la sección cuatro intentan describir la generalidad que le permita encontrar cualquier término de la secuencia.

En correspondencia con la actividad desarrollada en la semana 5: “A donde nos lleve el viento”, los estudiantes dieron cuenta de un ejercicio de verbalización escrita sobre lo que

identificaron de cómo se hallaba el perímetro y el área de una figura, sucedido de un proceso de detección y observación de los elementos que observaban en las figuras y transformaciones planteadas. En esta perspectiva, los estudiantes indicaron que el perímetro del cuadrado se hallaba a través de la suma de sus lados o, incluso, tomando un lado y multiplicándolo por cuatro; respecto al área indican que se halla multiplicando dos de sus lados. A continuación, se muestran algunas de las respuestas recopiladas en la Tabla 19.

Tabla 19

Respuestas de algunos estudiantes sobre sus concepciones de área y perímetro.

<i>Preguntas</i>	<i>Estudiantes</i>	<i>Respuestas</i>
<p>1. Describe detalladamente cómo se encuentra el perímetro de cualquier cuadrado.</p>	P8	<p>1. “Cuento cada cuadrado de afuera, o multiplico el número de unidades por 4 (cantidad de lados)</p> <p>2. “Cuento cada cuadrado de adentro, o multiplico la cantidad de cuadrados de la altura por la cantidad de cuadrados de la base”</p>
	P2	<p>1. “Para encontrar el perímetro, tengo que saber los cm de los lados y sumarlos, o también se puede multiplicar un lado por 4”</p> <p>2. M elevado al cuadrado porque se multiplicaría 2 veces la M”</p>
<p>2. Describe detalladamente cómo se encuentra el área de cualquier cuadrado.</p>	P6	<p>1. “Son los lados de la figura, o sea la cantidad de unidades a los lados de la figura, las unidades que haya alrededor de la figura y esas las cuento, eso es el perímetro”</p> <p>2. “Son las unidades adentro de la figura y la encuentro contando las unidades de adentro”</p>

En este sentido, se evidencia que los estudiantes logran un análisis profundo de la situación problema, asociando las propiedades del perímetro y el área en dependencia directa con el tamaño de la figura, con la longitud de sus lados, y particularmente con el contorno que la rodea en cuanto al perímetro, y a su vez, del espacio que ocupa en cuanto al área. Metodológicamente, se rescata ese carácter socializador en el cual se llevaron a cabo las actividades, dado que los participantes tuvieron la oportunidad de configurar muchas comprensiones al verbalizar y comunicar sus construcciones mentales. Además, al plantear esta sesión desde una condición muy descriptiva por parte de las maestras, se orientó a los estudiantes a compartir sus procedimientos con los demás,

un ejercicio que según el Grupo Azarquiél (1991) es retador y estimulador, toda vez que “[...]la comunicación con otros propicia la comprobación conjunta de las conjeturas, la reformulación de las hipótesis, el acercamiento paulatino a soluciones cada vez más ajustadas” (p. 10), exigiendo por parte del estudiante organizar las ideas y verbalizar aquellas concepciones para comprobarlas y confrontarlas con la realidad.

Todos estos procesos, ejercicios y avances que atendieron a la descripción como un proceso del desarrollo del pensamiento variacional, se vieron reflejados, por ejemplo, en la elaboración del audio podcast que se llevó a cabo en la semana de la Estación presión, luego de que los estudiantes llevaron a cabo un experimento y discutieran algunos elementos de este fenómeno atmosférico como lo es la presión. Es por ello que, el objetivo de esta semana se consolidó en la elaboración de un audio-podcast, en el cual, los estudiantes ponen de relieve aquellos elementos y relaciones necesarias para responder a la pregunta: ¿Qué relación podrías establecer entre la presión atmosférica y la altura?

Ahora bien, esta apuesta educativa de la creación de audio-podcast para la enseñanza de las matemáticas tiene su fundamentación teórica en los planteamientos de Christof Schreiber de la Universidad Justus-Liebig de Giessen del instituto de Didáctica de las Matemáticas de la escuela primaria, quien ha trabajado entorno a la creación de audio-podcast como una excelente oportunidad para representar las matemáticas oralmente y profundizar más en los contenidos de esta disciplina a través de los medios digitales. Esta estrategia se caracteriza en un primer momento, por una grabación espontánea donde el estudiante comunica la solución de una situación de manera oral, utilizando un lenguaje cotidiano o de proximidad que pone de manifiesto elementos del objeto matemático que está abordando. En un segundo momento, el estudiante luego de explorar ese medio fónico debe generar un guion para generar una segunda versión del audio-podcast, pero desde una concepción escrita que, a su vez, se desarrolle utilizando un lenguaje más técnico y académico.

Es evidente que, en este tipo de ejercicios, el estudiante para lograr verbalizar su explicación entorno a un reto matemático que se le propone, de antemano debe organizar sus ideas, pues como afirma el Grupo Azarquiél (1991) hablar sobre lo que se ve exige un esfuerzo muy productivo en el aprendizaje de las matemáticas y fuera de ellas, ya que la necesidad de explicar pone de manifiesto algunas hipótesis y contradicciones mentales que se concebían correctas, pero que al

comunicarlas a otro o a sí mismo se constituye como un reto, un estímulo o compromiso para dar cuenta de la correspondencia entre lo dicho y la realidad y así encontrar una solución correcta.

Atendiendo a lo anterior, y a los documentos rectores que apoyan esta investigación, como lo son los DBA y los Estándares Básicos de Competencias, ambos propuestos por el MEN, se decidió que la estación presión se llevara a cabo en términos más cualitativos, dado que el estudio de este fenómeno atmosférico considerando algunos elementos que constituyen su fundamentación pueden ser muy complejos para el nivel académico de los participantes, como lo es por ejemplo, sus unidades de medida, la conceptualización y las mismas expresiones matemáticas que lo explican.

A continuación, se muestran algunas apreciaciones de cada grupo al responder a la pregunta planteada para elaborar el audio podcast.

Tabla 20

transcripción de audio podcast sobre la relación altura y presión atmosférica

Audio podcast: ¿Qué relación podrías establecer entre la presión atmosférica y la altura?	
Grupos	Apreciaciones del audio
G1	<ul style="list-style-type: none"> - “La presión es más alta cuando más bajo sea el terreno. Y lo mismo pasa que, cuando la presión es menor, sólo que, al revés, ya que si es menor significa que estamos a mayor altura de los pisos térmicos”. - “Cuando nos metemos bajo el agua experimentamos un aumento de la presión la correspondiente del peso del agua que hay sobre nosotros”. - “La altitud menciona los puntos altos y bajos de la superficie, sobre todo teniendo en cuenta el nivel del mar”. - “Hay mucha relación en ambos, mientras a más altitud estés menor presión hay y si estás a baja altitud más presión hay”. - “Podríamos concluir que, si en alguna ocasión llegásemos a una mayor altura no sufriríamos tanto de la presión atmosférica, en cambio si estamos un poco más bajo se aumentaría mucho más esta presión”.
G2	<ul style="list-style-type: none"> - “La presión atmosférica es la fuerza del aire que ejerce sobre un cuerpo”. - “La presión se debe a la altura en la que tú estés”. - “O sea que si uno está en una parte muy baja la presión va a ser mayor”. - “Y si uno está en una parte con mayor altitud la presión va a ser menor a si uno está en una parte muy baja”.
G3	<ul style="list-style-type: none"> - “Entre más altura hay menos presión atmosférica, entonces la presión bajará el nivel de oxígeno y dejaremos de respirar bien. Por ejemplo, cuando subimos al monte Everest el oxígeno disminuye gracias al peso atmosférico ya que tiene menor presión”. - “La presión atmosférica es la columna de aire que nos cubre entre la atmósfera y la superficie”.
G4	<ul style="list-style-type: none"> - “La presión atmosférica es la presión que ejercen las corrientes de aire en un cuerpo.”

- “Cuando estamos muy arriba de la atmósfera la presión atmosférica va bajando en cambio cuando estamos en la parte de abajo la presión atmosférica va subiendo y de esa manera podemos respirar mejor”.
- “El aire no nos aplasta porque la densidad del aire es menor que la densidad de nuestro cuerpo”.
- “La densidad es muy necesaria para habitar sobre la tierra”.
- G5 - “A mayor altura menos será la presión. A mayor altura menor cantidad de aire queda por encima. Por lo tanto, pesa menos y ejerce menos presión”.
- G6 - “La presión atmosférica es el peso y la fuerza del aire sobre toda la materia y una superficie”.
- “El aire no nos aplasta porque nuestro cuerpo también tiene presión y contrarresta la fuerza que ejerce el aire”.
- “A los peces no los aplasta el agua porque los peces también tienen presión y contrarrestan la fuerza del mar”.
- Entre más altura haya hay menos aire que nos comprima entonces es menor la presión.
- G7 - “Entre más altura menos presión va a haber y entre menos altura más presión va a haber”.
- “Entre más altura menos presión va a haber atmosférica porque como está más alejado del planeta tierra, va a haber menos presión porque no va a tener algo que lo atraiga hacia algún lugar exacto. Y entre menos altura, por ejemplo, a la superficie terrestre va a haber más presión porque va a estar más cerca de un núcleo”.
- “Las actividades se realizan más fácil en una superficie plana que por ejemplo en una rampa porque nos cansamos más”.
- “Entre más altura menos presión va a haber porque la presión en el aire está abajo. Por ejemplo, más arriba en el monte Everest hay menos presión porque el aire está abajo”.
- “La presión está muy relacionada al aire y al agua, por ejemplo, si tú subes demasiado va a haber menos presión del aire, por ende, va a haber menos aire que tú puedas respirar. Por eso si subes el monte Everest vas a necesitar ayuda de un tanque de oxígeno, o si tú bajas demasiado al agua, como la presión y densidad del agua es más que el aire te va a aplastar si estás muy abajo, si no llevas ninguna ayuda, ni ningún submarino ni nada, porque el agua al ser tanta genera una presión sobre ti y sobre tu cuerpo que no es capaz de igualar a la presión que tienes adentro, por eso al estar tan profundo en el agua también te puede aplastar por la presión y densidad del agua”.
- G8 - “La altura y la presión atmosférica son factores que se relacionan mucho entre sí, esto porque la presión atmosférica varía acorde a la altura en la que estemos”.
- “La presión atmosférica, entre más alto estemos hay menos presión atmosférica y entre más bajo estemos más presión atmosférica hay”.
- “Esta presión en realidad sí pesa, pero como está expandida por todo el mundo no la sentimos”.
- G9 - “La presión atmosférica es la fuerza de una columna de aire sobre una superficie”.
- “La relación entre la presión atmosférica y la altura es que cada vez que estamos llegando a la atmósfera hay menos presión”.
- “Esa fuerza tiene un peso, que es de 1033 gramos por centímetro cúbico por objeto en la superficie”.
- “Nuestro cuerpo está diseñado para soportar una fuerza. Hay un balance entre la fuerza y la ausencia de ella”.
- “Cada vez que la altura sube la presión baja, y nuestro cuerpo no está diseñado para soportar presiones tan bajas y por eso cuando salimos al espacio exterior los astronautas necesitan trajes especiales para no explotar”.
- G10 - “La presión atmosférica es el peso del aire sobre los cuerpos”.
- “El aire no aplasta a los seres vivos porque el cuerpo está hecho para aguantar el peso del aire”.
- “Entre más alto estés menos presión atmosférica habrá, o sea que, entre mayor altura, menos aire, menos presión atmosférica”.

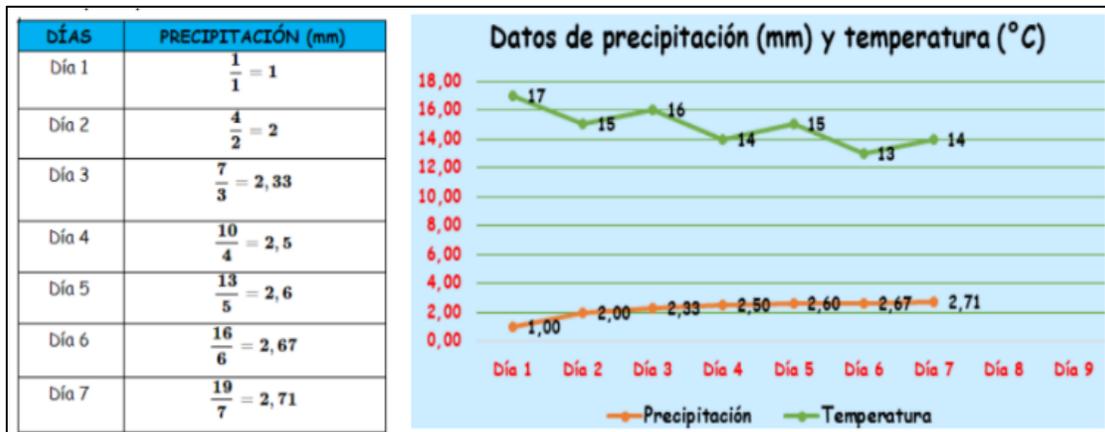
- “Un ejemplo de esto es que cuando ponemos un pitillo en un vaso con un líquido, el líquido sube por dentro del pitillo. Esto es gracias al vacío”.
 - “Al poner un pitillo en un vaso, el pitillo queda rodeado por aire, y en el interior un tubo de aire al succionar eliminamos el aire al interior del pitillo y se crea un vacío por donde el líquido sube, así funciona la presión atmosférica”.
- G11
- “La presión atmosférica, es una fuerza que se ejerce sobre una superficie en la tierra”.
 - “Para poder comparar la presión atmosférica y la altura tenemos que tener en cuenta que la presión atmosférica es la cantidad de aire arriba de nosotros”.
 - “Por ejemplo, hay más presión atmosférica en la playa que en el monte Everest”.
 - “La presión atmosférica se mide con los barómetros, cuanto mayor sea la altitud menor será la presión atmosférica”.
 - “A mayor altura menor cantidad de aire queda por encima”.
 - “El aire no nos aplasta porque estamos diseñados para soportar el peso del aire y porque el aire está repartido por toda la atmósfera”.
 - “El aire está compuesto por unas partículas muy pequeñas y también está distribuido por todo el mundo por diferentes capas, y así aparte de que nuestro cuerpo está formado para poder soportar este peso, también es por nuestro peso que el aire no es capaz de aplastarnos a nosotros”.
- G12
- “Mientras más altura vaya a ver menos presión se va a sentir. Por ejemplo, cuando usted va caminando por ahí por una rampa se va a sentir mucho más cansado porque hay menor presión, y mientras menor altura haya más presión va a haber”.
 - “El aire no nos aplasta, porque sencillamente porque nuestro cuerpo está diseñado para soportar ese peso y pues lo soportamos porque la misma presión está en el exterior y el interior de nuestro cuerpo”.
-

Al respecto de las apreciaciones que se muestran en la tabla, todos los grupos lograron establecer la relación correcta entre la presión y la altura. No obstante, se pueden destacar varios elementos de las interpretaciones que describieron los estudiantes, por ejemplo, los grupos G4 y G7 mencionaron la importancia de la densidad del aire y la relacionaron con la presión; el grupo G11 fundamenta su argumentación, quizá de manera intuitiva utilizando elementos de un cuerpo en estado de equilibrio donde las fuerzas se contrarrestan al afirmar que es por nuestro peso que el peso del aire no nos aplasta. Por su lado, el grupo G7 también, en su discurso relaciona la presión con la gravedad, al mencionar una fuerza de atracción fuera de la atmósfera, es decir a grandes alturas, y, asimismo, justificar el aumento de presión a bajas alturas por la constante atracción hacia un núcleo, es decir, a la fuerza de gravedad. Adicionalmente, el grupo G9 trascendió también en su respuesta al explicar lo que sucede cuando sobrepasamos los límites de la atmósfera, afirmando que necesitamos trajes especiales porque dado que la presión es casi nula por fuera de la atmósfera, nuestro cuerpo no está diseñado para soportar este tipo de condiciones. Todos estos elementos, dan cuenta que los estudiantes trascendieron sus explicaciones incursionando en elementos de ciencia que incluso en su nivel académico actual no se está planeado abordar, pero que, al abordar objetos

de aprendizaje en torno al pensamiento variacional propiciando situaciones reales en un proyecto caracterizado por un sistema de tareas y un carácter interdisciplinar, permite elevar la mirada más allá de la propuesta curricular. Asimismo, en el cuestionario final, el cual se constituyó en una carpeta de presentación por grupos de trabajo como se indicó en el diseño del proyecto; particularmente en la actividad denominada “manos a la obra” ([Anexo C: “cartilla final”](#)), se les mostró a los estudiantes dos patrones diferentes (Figura 29), y ellos a su vez, predijeron los dos elementos siguientes del patrón haciendo una descripción detallada de la regularidad encontrada.

Figura 29

Patrones presentados en la actividad “manos a la obra”



El conjunto de datos que representó la precipitación se mostró tanto en el diagrama como en la tabla, la cual permitía ver los valores de forma decimal para detectar de una manera más fácil la regularidad. Cabe resaltar que de los once equipos que se analizan en esta prueba todos pudieron detectar el patrón presentado, prediciendo correctamente los valores de la precipitación para los días ocho y nueve; esto a su vez, refleja un avance por parte de los estudiantes en el proceso de detección de las regularidades, avance que también se refleja en el proceso de descripción, aunque no en la misma medida, teniendo en cuenta el nivel de complejidad que exige este proceso para los estudiantes.

Para este caso, siete de los once equipos dieron una descripción muy detallada de la regularidad detectada, utilizando conceptos claves de variación como "aumento", "patrón", "relación" y entre otros. Un ejemplo claro son las respuestas de G1 y G8, quienes afirmaban de manera similar que “la relación encontrada era que a medida que aumentaban los días, la precipitación también aumentaba con una secuencia, la cual era que el numerador cada día

aumentaba tres sucesivamente, y el denominador siempre lo hacía en 1". Dentro de este primer grupo de respuestas, se puede destacar además la justificación de G4, quienes lograron analizar los datos tanto en su expresión decimal como fraccionaria, argumentando que además del patrón encontrado con el denominador "que siempre se suman tres, y en el denominador que se suma uno, también en el resultado se suma una milésima". Esta perspectiva fue compartida por G7, quienes no lograron una descripción detallada de la regularidad detectada, pero reflejan cierto análisis en la expresión decimal de los datos, asegurando "que todos van alrededor del número dos". Aunque estas afirmaciones no son del todo correctas, permiten evidenciar los aspectos que están teniendo en cuenta los estudiantes para hacer la descripción del patrón y además muestran una forma alterna en el proceso de detección, tal vez no muy común al resto de los grupos.

Similarmente, se evidenció en dos grupos de trabajo, G5 y G9, que los estudiantes describieron solo una de las características del patrón, aunque se podría decir que la característica faltante si fue detectada ya que predijeron correctamente los días ocho y nueve; y sin embargo solo hicieron alusión a que "cada día el numerador de la fracción aumentaba de tres en tres". Finalmente, solo uno de los once equipos de trabajo, aun escribiendo correctamente los valores solicitados, aseguraron que "estos datos están subiendo cada día constantemente sin un patrón determinado".

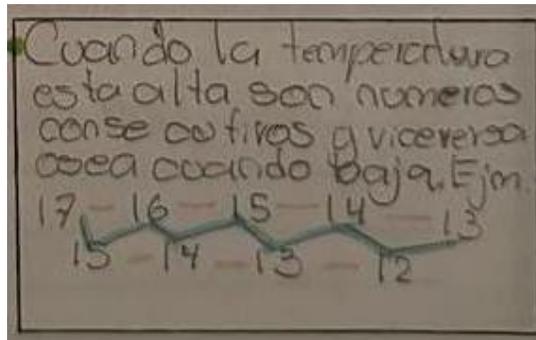
Se pueden notar entonces diferentes niveles, perspectivas, y habilidades en el desarrollo de la descripción de una regularidad en los estudiantes, diferencias que son valoradas y compartidas en el proceso de socialización que se lleva a cabo al finalizar cada actividad. Autores como Darnacullea, A., et al. (2009), rescatan las conversaciones que se pueden generar en este proceso, ya que son claves en la enseñanza y el aprendizaje de unas matemáticas críticas que promueven el papel de la conversación y de las preguntas en el aula de matemáticas de secundaria como un método eficaz de atención a las diversidades y de fortalecimiento de las formas de desarrollo y comunicación del pensamiento matemático, permitiéndole a cada estudiante aprender en su relación con los otros, explicando sus razonamientos e intercambiando y contrastando ideas por medio de preguntas que considera esenciales.

Esta situación no es ajena a la segunda parte de esta actividad, donde los estudiantes analizaron los datos de la temperatura (Figura 30), los cuales fueron proporcionados mediante un diagrama de puntos, lo que posibilitaba la detección de un patrón numérico, pero también gráfico. En este sentido, la mayoría de los equipos de trabajo coincidieron en sus respuestas, identificando como lo menciona G3 que "la temperatura del día 1 al día 2 bajo 2 grados, y del día dos al día tres

subió 1, y esto se sigue consecutivamente", o como lo describe G5, quienes además de utilizar un lenguaje variacional también incluyen términos y expresiones relativas a las ciencias y el estudio climático, argumentando que "hay un patrón donde se disminuye 2°C y al próximo día aumenta 1°C, y así sucesivamente". Sin embargo, G6 logró describir la regularidad detectada atendiendo tanto a una característica descriptiva gráfica como a una característica descriptiva numérica, tal como se muestra en la Figura 30.

Figura 30

Descripción realizada por G6 para el patrón de la temperatura



Sin embargo, la multiplicidad de respuestas no es el único factor que se puede resaltar en el desarrollo de esta actividad: en esta segunda fase, aparte de que todos los equipos de trabajo proporcionaron una descripción detallada del patrón, cuatro de ellos utilizaron una descripción escrita y simbólica que permite establecer relaciones cercanas entre el proceso de descripción y el proceso de representación:

G1: "Cada vez va disminuyendo la temperatura y el patrón es -2, +1, -2, +1..."

G2: "El patrón es x número, a este se resta -2 y lo de se le suma +1 y así sucesivamente. Entonces $X = -2 + 1 - 2 + 1 - 2 + 1 \dots$ "

G7: "Descubrí el patrón. Un día empieza con 17 y en el día dos pasa a 15, y en el tres a 16, entonces el patrón es: $17 - 2 = \text{día 2}$; $15 + 1 = \text{Día 3}$, y así consecutivamente".

G10: "Primero se restan 2, al siguiente número se suma 1... $17 - 2 = 15 + 1 = 16 - 2 = 14 + 1 = 15 \dots$ "

De esta manera, se puede percibir que los estudiantes además de realizar descripciones verbales, y gráficas, también se comienzan a acercar, luego de varios ejercicios, a descripciones de carácter más formal. De ahí que autores como Vasco (2002), argumenten que, en el momento de

realizar una descripción o formulación simbólica de un sistema mental, se hace uso de las palabras, los dibujos, y otros símbolos que pueden ser tanto visuales, pictóricos, o gestuales, como simbólico-formales, aunque equivocadamente suele creerse que solo es válida esta última opción. En otras palabras, es solo a través del desarrollo constante de los procesos del pensamiento variacional que se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para comunicar, representar y generalizar patrones y regularidades (Godino y Font, 2003).

Bajo estas ideas, Cantoral., et al (2004) argumenta que desarrollar el pensamiento variacional implica algo más que detectar el cambio, ya que la noción de cambio denota la modificación de un estado, una apariencia o de comportamiento de un cuerpo; pero la variación es la cuantificación del cambio, lo que implica un análisis sobre cómo y cuánto cambia el cuerpo o el sistema; por ende, los estudiantes utilizan estrategias de pensamiento variacional cuando hacen uso de maniobras, ideas, técnicas, y explicaciones que reflejan y expresan el reconocimiento cualitativo y cuantitativo del cambio en diversos escenarios. Aún más, al participar en un proceso de aprendizaje bajo la metodología ABP, los estudiantes pueden proponer y tomar decisiones sobre los escenarios a analizar y las preguntas que se generen en el proceso, lo cual no solo genera una reflexión y uso profundo del aprendizaje, sino también un sentido de pertenencia y juicio crítico sobre sus producciones.

Atendiendo a las ideas anteriores, en el cuestionario o cartilla final se planteó una actividad denominada “formulemos nuestra situación problema” ([Anexo C: “cartilla final”](#)) en la que los estudiantes debieron escoger uno de los fenómenos climáticos analizados durante el desarrollo del proyecto para proponer una situación problema en la cual los datos proporcionados se relacionen a través de un patrón o secuencia. En la Tabla 21 se ejemplifican seis respuestas obtenidas de los equipos de trabajo, las cuales describen una situación problema, sus datos, y el patrón formulado por los estudiantes al cual atiende la situación.

Tabla 21

Situaciones problemas planteadas por los estudiantes.

Situación problema	Datos proporcionados	Descripción del patrón
--------------------	----------------------	------------------------

G1: “Un día Joselito quería ir a la playa, pero se dio cuenta que estaba lloviendo, así que quiso tomar la precipitación durante 6 días”.

Días	Precipitación (mm)
1	2 mm
2	4 mm
3	6 mm
4	8 mm
5	10 mm
6	12 mm

“A medida que aumentan los días de 1 en 1, la precipitación es el doble del día”.

G3: “En una estación meteorológica se recopilan datos sobre precipitación y al final de la semana se colocan los datos en una hoja”.

Días	precipitación
1	1mm
2	6mm
3	9mm
4	11mm
5	16mm
6	21mm
7	24mm

“Del día 1 al 2 sube 5mm, después del día 2 al 3 sube 3mm, después del día 3 al 4 sube 2mm y así sucesivamente”.

G5: “Había una vez en la casa de una abuela, un padre llamado Rodrigo que tenía un hijo llamado Lucas que quería ser meteorólogo de grande, y un día se fue de vacaciones a la casa de una tía llamada Lucia y empezó a tomar datos”.

“Lucas el primer día tomo de temperatura 31°C, de velocidad de viento 4 vueltas por minuto y de masa nubosa un 3%, y al día 2 le restó a todo 2, y al día 3 le sumo a todo 5 puntos, y así sucesivamente”.

“Primero Lucas miro los datos que tomó el día 1, y al día 2 a los grados les resto 2 quedando en 29°C, a la velocidad del viento le restó 2 vueltas y le dio 2 vueltas por minuto y a la masa nubosa le restó 2% quedando 1% de masa nubosa, y así lo hizo las durante las vacaciones todos los días”.

G6: “Merlino fue a pasar vacaciones en la finca de su tío por 7 días. Merlino tomó la masa nubosa mientras estuvo donde su tío, pero a Merlino se le olvido tomar la masa nubosa del día 4, y no se dio cuenta que ese día iba a llover y entonces los dejo afuera y se mojaron”.

“Cada día se le resta 2 al anterior:
Día 1: 25
Día 7: 10”.

“El patrón consiste en que el día 1 hubo 25 y al 25 se le resta 2, y así hasta llegar al día 7”.

G8: “En medellín hay varios cambios estrictos de temperatura, ya que están subiendo a grandes calores y después bajando haciendo mucho frío”.

-7	Lunes: 25°C
+8	Martes: 18°C
-9	Miércoles: 26°C
+10	Jueves: 17°C
-11	Viernes: 27°C
+12	Sábado: 10°C
	Domingo: 28°C

“Mi patrón como se puede ver se basa en restar, luego sumar, y otra vez restar, así muchas veces. Estas sumas y restas se hacen con el número que tenemos de temperatura entre un número, y después ese número que nos de por el siguiente número al que ya pusimos”.

G11: “En una tormenta queremos saber sus niveles de precipitación en las últimas dos horas”.

4mm	2mm	4mm	2mm	4mm
-----	-----	-----	-----	-----

“Sube 4, baja 2”.

Al centrar la mirada en las situaciones problemas que los estudiantes plantearon, se hace evidente que en realidad estas no se configuran como tal, ya que el problema supuesto no denota una actividad cognitiva, ni representa un verdadero problema para el estudiante en el cual se deban utilizar conocimientos anteriormente adquiridos para resolverlo (Moreno y Waldegg., 2022). De hecho, en la respuesta de G5 se puede notar como los estudiantes condicionan los resultados de su ejercicio mediante un patrón (“el primer día tomo datos [...] y al día 2 le resto a todo 2, y al día 3 le sumo a todo 5”) en lugar de proponer, mediante una situación, un conjunto de datos que caracterizara una regularidad. Sin embargo, aunque la mayoría de los estudiantes describieron contextos imaginarios con ciertas características sin lograr proponer una situación problema como tal, el proceso de idearlas, formularlas y describirlas, sí puede ser considerado una situación problema. Al respecto Obando y Múnera (2003) afirman que “una situación problema debe permitir al estudiante desplegar su actividad matemática a través del desarrollo explícito de una dialéctica entre la exploración y la sistematización. Esto implica que la situación problema debe tener, como parte de los elementos que la constituyen, dispositivos que permitan a los alumnos desarrollar, de manera autónoma, procesos de exploración tales como la formulación de hipótesis, su validación, y si es del caso, su reformulación” (p.186)

Además, en las situaciones problema que los estudiantes están planteando, se puede reconocer el dominio conceptual que comienzan a adquirir tanto en las matemáticas como en las ciencias. Para esta segunda disciplina en particular, se puede observar que los estudiantes relacionan la precipitación con climas lluviosos al expresar, por ejemplo, que “se quiere saber los niveles de precipitación de una tormenta” o que al darse cuenta de que estaba lloviendo, los planes de ir a la playa de un niño cambiaron, y mejor “quiso tomar la precipitación”. Además, los estudiantes reconocen como un indicador de futuras precipitaciones a la masa nubosa, dando a entender a través de la situación planteada que un niño no se dio cuenta que un día en particular llovería, pues “olvido tomar la masa nubosa de ese día”. De la misma manera, se puede observar que los estudiantes relacionan la temperatura con la sensación de calor y frío al expresar que los cambios de esta pueden estar “subiendo a grandes calores o bajando y haciendo mucho frío”.

Aún más, los estudiantes no solo relacionan fenómenos atmosféricos con cambios climáticos, sino que también tienen una idea más precisa sobre el significado y la funcionalidad de una estación meteorológica, lo cual facilitó y motivó el proceso de diseño y construcción de una estación propia como producto final de este proyecto, y marcó una diferencia antes las

concepciones ideales de estación meteorológica que tenían los estudiantes antes del participar del proyecto, tal como se verá en la segunda parte de este análisis. Lo anterior se refleja en respuestas como las de G3 y G9 quienes plantearon en su situación problema que “en una estación se recopilan datos y se colocan en una hoja” o que “Lucas quería ser meteorólogo y empezó a tomar datos”. Así pues, aunque los estudiantes no lo expresen de una forma concisa, se infiere que han comprendido que, con ayuda de una estación meteorológica, un meteorólogo observa el cambio del clima, para luego registrar y analizar los datos obtenidos.

Ahora bien, desde una mirada sobre el análisis de los patrones planteados por los estudiantes, se pueden hacer otras apreciaciones. Por ejemplo, en el caso de G3 y G6 se puede percibir que la descripción del patrón realizado no coincide con los datos propuestos, o incluso, no denotan una regularidad. Sin embargo, con la última parte de la actividad que consistió en realizar preguntas que dieran cuenta de la variación de la situación, los estudiantes reflexionaron y reformularon sus patrones. En el caso de G3, los estudiantes plantean una relación de suma entre los primeros seis datos y un conjunto numérico ($\{5,3,2,5,5,3\}$) que no denota ninguna regularidad o patrón; pero en la sección de preguntas los estudiantes decidieron analizar precisamente esta situación mediante interrogantes como “¿qué patrón encuentras?, ¿qué precipitación habría en el día 8 y 9?”. Similarmente, para el caso de G6, aunque los estudiantes ya habían planteado un patrón (G6: “cada día se le resta 2 al anterior”), las preguntas les permitieron poner en consideración nuevamente su planteamiento, ya que, al preguntar por los datos correspondientes a algunos días específicos, se dieron cuenta de que los datos propuestos no correspondían a esta regularidad. Se rescata entonces, que resolver problemas, tal como lo plantea Guy Brousseau (1993), solo es una parte del trabajo en la producción de conocimiento matemático, ya que encontrar buenas preguntas es tan importante como darles solución; de esta manera el trabajo intelectual del estudiante se compara con la actividad científica, permitiéndole observar, formular y construir modelos, lenguajes y conceptos que utilizará en su realidad.

Otro aspecto que se puede evidenciar en el análisis de los patrones planteados tiene que ver con el uso natural de tablas y otros sistemas de representación por parte de los estudiantes para organizar y exponer datos. En este sentido G1, G3, y G10 decidieron utilizar tablas para representar datos, y se percibe que se tienen en cuenta las principales características de la tabulación al hacerlo, tales como mencionar la periodicidad del tiempo, el fenómeno a medir, y la magnitud utilizada. En el caso de G11, aunque los estudiantes no reflejaron la variable del tiempo en su sistema, se

atreveron a hacer una representación gráfico-numérica que permitía percibir de una manera más sencilla el patrón propuesto, reflejando de esta manera las conexiones intra-disciplinares que los estudiantes están conformando en el aprendizaje de las matemáticas.

En la misma medida, se valora el avance que los estudiantes han desarrollado en el uso del lenguaje verbal y simbólico para la descripción de las regularidades. Un ejemplo de lo anterior, lo podemos encontrar en la respuesta de G1, en donde los estudiantes al interior de su situación problema, utilizan una relación de duplicidad entre la precipitación y el tiempo como variables; expresando “que la precipitación es el doble del día”, en lugar de decir, por ejemplo, que se va sumando de a dos, lo que representaría la acción para hallar un término, pero no la descripción de la regularidad propuesta. En ese mismo sentido, se puede observar que en G8, los estudiantes se ayudan de una representación verbal simbólica para describir el patrón planteado; más aún, sin esta representación simbólica no sería posible entender lo que están argumentando por medio de las palabras escritas, lo que le permite al estudiante reconocer la necesidad de usar expresiones matemáticas, simbólicas y formales, en algunas situaciones para facilitar su descripción.

6.1.3 Representar

Según la literatura, este proceso corresponde a la fase más retadora del proceso de generalización, pues según el Grupo Azarquiél (1991), se requiere de más precisión en el lenguaje para expresar una propiedad o relación identificada, siendo un ejercicio exigente dentro del aprendizaje del álgebra. En esta fase la expresión escrita se lleva a cabo de manera simbólica, poniendo de manifiesto las ideas a rasgos más generales para ser más fácil de analizar y discutir por más personas. En la misma línea, estos autores mencionan que la escritura es más compleja, porque permite menos ambigüedades y el lenguaje simbólico no es el más “natural” de los alumnos, sin embargo, favorece el esclarecimiento de las ideas.

A continuación, en la tabla 12 se muestra la representación simbólica que proponen tres estudiantes: P2, P3 y P8 en el ejercicio que se llevó a cabo en la semana 5: “A donde nos lleve el viento”, donde los participantes luego de que identificaron y verbalizaron cambios y regularidades en los cuadrados, escribieron con una expresión matemática más precisa las propiedades de área y perímetro.

Tabla 22

Expresiones matemáticas sobre área y perímetro de tres estudiantes.

Estudiantes

Representación de área y perímetro

P2

$K. A = M \times M$
 $A = M^2$
 $A = M \times M$
 J = M elevado al cuadrado porque se multiplicaría 2 veces la M

H Para encontrar el perímetro, tengo que saber los cm de los lados y somarlos o también se puede multiplicar un lado por 4

$I. P = L \times 4$
 $P = L + L + L + L$

P3

$R/I = L \times L = L^2$
 $R/J =$ Se multiplica la base por la altura y da el área del cuadrado
 $R/K =$
 $X = L \text{ Altura} \times L \text{ base}$

P8

J. R) Cuento cada cuadrado de adentro, o multiplico la cantidad de cuadrados de la altura por la cantidad de cuadrados de la base
 $K. RIA = C \text{ (altura)} \times F \text{ (base)}$
 H. R) Cuento cada cuadrado de afuera, o multiplico el número de unidades por 4 (cantidad de lados).
 $I. P = L \times 4$

En el siguiente fragmento de diario de diario pedagógico ([Anexo S: Diario pedagógico](#)) de una de las maestras orientadoras, se indican algunas dificultades presentes en esta unidad didáctica:

En la aplicación de esta actividad los estudiantes evidenciaron el desafío que les representa el lenguaje matemático simbólico, y esto se percibe, desde que fue evidente que la escritura no

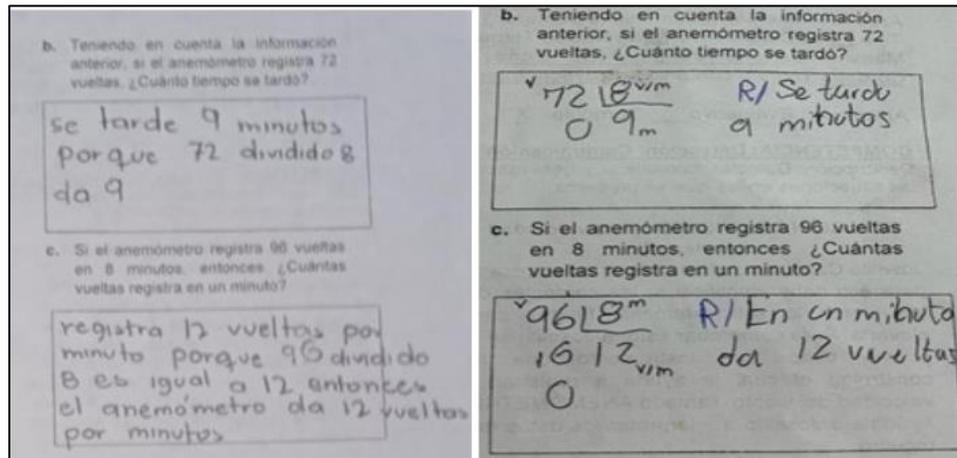
constituye una herramienta de primera mano para ellos, posibilitadora de construcciones matemáticas en la identificación de patrones y regularidades. También se reconoce que mediante la observación lograban detectar muchas relaciones y propiedades de los cuadrados, pero se les dificultaba escribir lo que verbalizaban y observaban. Otra situación perceptible, es la utilización de términos literales para expresar simbólicamente alguna propiedad, dado que para los estudiantes no era tan evidente que éstas representan cualquier valor numérico, y se suele utilizar para expresar de manera más general una relación o propiedad. Por lo tanto, cuando se les orientaba de que el lado del cuadrado podía asumir el valor de una letra, donde esta letra correspondía a cualquier expresión numérica, no era un asunto tan familiar por los estudiantes, sin embargo, luego de ciertas orientaciones, ellos lograron expresiones y representaciones de área y perímetro muy acertadas.

En esta misma línea, atendiendo a la actividad correspondiente a la segunda parte de trabajo desarrollada para la semana 5, denominada: “A la velocidad del viento”, los estudiantes estudiaron la velocidad, cuya magnitud física se relaciona con las variables tiempo y cantidad de movimiento, dado que para el caso particular de la estación meteorológica, el anemómetro, instrumento que se aborda en la semana mencionada, tiene como funcionalidad medir cierta cantidad de vueltas en determinado tiempo. Es por ello, que luego de que las maestras direccionaran esta unidad didáctica para que los estudiantes observaran el anemómetro en acción, influenciado por las corrientes de viento que genera un ventilador, éstos debían dar respuesta a algunas situaciones que daban cuenta de su capacidad de ver y/o detectar lo que estaba ocurriendo.

En un primer momento, los estudiantes lograron identificar que el viento era más rápido en cada una de las tres situaciones en las que el anemómetro se puso a funcionar, además, todos los participantes perciben que, al aumentar la cantidad de vueltas en el mismo tiempo, se debe a que la velocidad del viento aumentó también, como se puede evidenciar en la siguiente pregunta: “¿Qué debe ocurrir para que en el Momento 1 el anemómetro gire el doble de vueltas exactamente en el mismo tiempo?” A lo cual, los participantes P1 y P3 respondieron respectivamente: “que el viento del ventilador aumente para que sea más rápido”, “ponerle más velocidad al viento”. Adicionalmente, al plantearle al estudiante considerar cambios en cuanto al tiempo y/o número de vueltas, el estudiante lograba indicar la cantidad de vueltas por minuto del anemómetro, aludiendo al uso de operaciones fundamentales, como se registra en la Figura 31 con las siguientes respuestas:

Figura 31

Respuestas de estudiantes P2 y P5



En vista de las respuestas anteriores, se reconocen los medios semióticos de objetivación bajo los planteamientos de Radford (2006) como todos aquellos gestos, artefactos, signos y símbolos que constituyen el constructo teórico que dan cuenta de los modos en que los alumnos le dan sentido a una situación fenomenológica, la cual se relaciona con la objetivación del conocimiento, y ésta a su vez, con la dimensión subjetiva del mismo, como se puede percibir en las respuestas anteriores, donde los estudiantes hacen usos de operaciones fundamentales, expresiones matemáticas y aritméticas para advertir sobre el ejercicio planteado.

A propósito del ámbito fenomenológico, y dado que esta actividad como muchas de las que conformaron el diseño de la presente investigación, se han desarrollado desde el reconocimiento contextual, social y cultural que permea a los estudiantes, al estar bajo una metodología ABPy con enfoque STEAM, se evidencia que las experiencias que se propiciaron con el anemómetro y los demás instrumentos de la estación metereológica, permiten una interacción social en el plano sujeto-objeto como afirma Radford (2006) en el cual las aulas son escenarios interactivos caracterizadas por impartir actividades mediadas por la transmisión del conocimiento científico, estético y ético que los estudiantes objetivan, mediante una participación activa y reflexiva.

De acuerdo con la actividad realizada en la segunda parte de la semana 5, denominada: “A la velocidad del viento”, luego de que los estudiantes tuvieron varios acercamientos y experiencias con la velocidad como magnitud física, presentada y definida para el objetivo particular de esta sesión en términos del tiempo y vueltas por minuto, se les solicitó a los estudiantes presentar una expresión matemática haciendo uso de los medios semióticos como afirma Radford (2006) para

dar cuenta de la velocidad en cualquier escenario. Ahora bien, hablar de la velocidad en términos de distancia y tiempo es un caso particular de esta magnitud física, por ello, a través de varios ejemplos se quiso dar a entender a los estudiantes que la velocidad puede estudiarse como una acción que se puede medir en determinado tiempo, cuya conclusión debía ser configurada por ellos.

Es así, como 4 estudiantes lograron expresar la velocidad en términos de un cociente entre tiempo y distancia, tan sólo uno propuso dicha expresión en términos de una acción representada por la letra A dividido el tiempo, representado por la letra T, pues la expresión que presentó el estudiante P6 fue:

$$v = A \div T, \text{ indicando que } A \text{ representa Acciones.}$$

Es importante además destacar, que en la realización de este ejercicio a los estudiantes se les dificultó hacer uso de las letras como símbolo para generalizar una magnitud, siendo difícil para ellos comprender que dicha letra puede representar cualquier número y se utilizan para generalizar una expresión de cualquier situación sin particularizarla, dado que como se había mencionado, se propuso inicialmente que se pensarán en una expresión que diera cuenta de la magnitud velocidad en cualquier escenario. Como resultado de esto, 4 de los estudiantes expresaron una velocidad en particular, es decir, con unos números específicos, haciendo alusión a las vueltas por minuto.

Sin embargo, el estudiante P3 decidió aludir a una descripción escrita posicionándose desde un caso particular de la situación, afirmando lo siguiente: “*uno expresa la velocidad con el tiempo y hay que dividir. Ejemplo: hago 5 vueltas y me demoré 5 minutos; cada vuelta la hice en un minuto*”. De la respuesta de este estudiante, una de las maestras orientadoras hace referencia a lo siguiente en el fragmento de diario de campo ([Anexo S: Diario pedagógico](#)):

La respuesta de este estudiante da cuenta de que, en efecto, el desarrollo del pensamiento variacional no se lleva a cabo como un proceso cíclico ni lineal, ya que este estudiante ha demostrado tener un nivel de comprensión elevado en las temáticas propuestas, dando cuenta de su habilidad en la resolución de situaciones problema.

Además, se puede inferir que el estudiante ha llevado a cabo procesos de ver, detectar, y describir, porque el estudiante da cuenta de que comprende la situación, pero también pone en evidencia que se le dificulta desde la particularidad de una situación construir una descripción a rasgos generales del concepto abordado en algún sistema de representación simbólica o gráfica, ya que se basta sólo de palabras, lo cual según el Grupo Azarquié (1991) también hace parte de ese registro de la propiedad detectada, pero siendo importante trascender a un rigor más elevado

haciendo uso de otros elementos en matemáticas”. Es así, como se evidencia que el estudiante debe retomar aquellos elementos propios de la detección, como afirma Vasco (2013) aludiendo a aquel momento de comparar los resultados con el proceso modelado, luego llevar a cabo una revisión del mismo para intentar echar a andar nuevamente ese modelo.

Respecto a los elementos propios de analizar de la cartilla final, correspondiente a una de las fases de cierre del proyecto, denominada: “Estación de predicciones”, es importante analizar la sección de este último cuestionario llamada: ¡Volando por los cielos!, donde se valora en primera instancia el proceso de identificación de la relación, como afirma el Grupo Azarquiél (1991) de lo que es propio de cada situación, en donde los estudiantes para este caso en particular debían identificar el patrón que vinculaba los datos de altura por su parte, y los datos de presión por otra. Incluso en el último apartado de esta sección, al presentarles una relación de proporcionalidad inversa entre estas dos variables mediante una gráfica, la mayoría de los grupos de trabajo lograron identificar y describir la relación presente allí, manifestando que a mayor altura menor presión, como fue el caso de la mayoría de los grupos, excepto los grupos G1 y G4 que dejaron este último ejercicio sin resolver. De las respuestas de los grupos, se destaca la del grupo G3 que explicó la gráfica de la siguiente manera: “Entre más altura menos presión ya que entre más alto menos aires por lo tanto menos presión”. Este grupo además de expresar la regularidad relaciona aquello detectado con una explicación atmosférica del fenómeno, al justificar que entre la altura aumenta menor es la columna de aire, por lo tanto, menor es la presión.

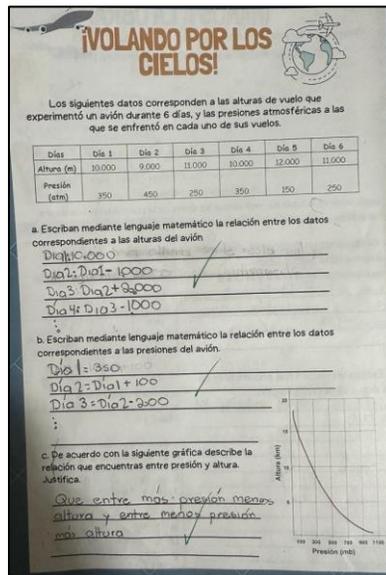
En esta medida, todos los grupos en su totalidad superaron esta primera fase del proceso de generalización, en el cual logran descifrar la propiedad allí oculta detrás de la serie numérica. Posteriormente, trascienden al proceso de descripción, dado que, al llevar a cabo esta actividad de manera grupal, el carácter dialógico que tiene la socialización y la puesta en común que se realizaba en equipos permitía que los participantes se comunicaran mutuamente las percepciones de las interrelaciones observadas, lo cual constituye una de las actividades que el Grupo Azarquiél (1991) sugiere realizar en esta fase, afirmando que cuando los estudiantes se encuentran en un clima abierto y de confianza donde sientan libertad para expresar cualquier conjetura, éstos ponen de manifiesto ciertas expresiones que debido a la imprecisiones del lenguaje natural no determinan completamente. No obstante, en ocasiones esa comunicación biunívoca posibilita que entre pares se entiendan, aprovechando esas formas personales de hacer explícito el pensamiento, dado que estos autores sugieren que tampoco es muy beneficioso en este escenario de aprendizaje encontrar

demasiado pronto la expresión correcta, apreciando las aclaraciones y comprobaciones que se pueden describir a priori.

Ahora bien, luego de dejar por sentado estas descripciones, llega al momento de representarlas o escribirlas a través de algún sistema de representación, dejando plasmado en el papel esa relación hallada mediante elementos u operaciones matemáticas, pues en este caso los estudiantes expresaron dicha regularidad mediante suma y resta iterada, relacionando consecutivamente los números de la serie con una de estas operaciones. De esta manera, continuando con los planteamientos del Grupo Azarquiel (1991) en esta fase se valoran las precisiones y claridades de manera progresiva de la regla expresada, pues esta formulación más allá de que se llegue de manera inmediata a expresiones algebraicas, se anima a los estudiantes a hacer uso de formas que ellos puedan interpretar y explicar, como lo son dibujos, palabras, antes de llegar a expresiones simbólicas. A continuación, se muestra la Figura 32 correspondiente a la actividad desarrollada por el grupo G7, añadiendo que los demás grupos adoptaron la misma forma de representación, dado que este momento se llevó a cabo en un espacio compartido de socialización como se explicó anteriormente.

Figura 32

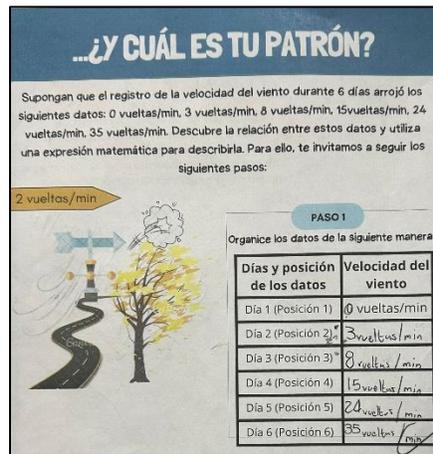
Representación de la relación entre los datos de la altura y los datos de la presión del grupo G7.



A propósito de seguir valorando los elementos propios de este proceso del pensamiento variacional, es importante destacar las comprensiones de los estudiantes en este último cuestionario

en la sección denominada: ¿Y cuál es tu patrón? El fin último de este ejercicio era que los estudiantes representaran de manera simbólica el patrón detectado, luego de organizar la serie numérica de los registros de velocidad del viento que mencionaba la situación problema. Todos los grupos lograron realizar esta tabulación. A continuación, se ejemplifica el registro del grupo G2 (Figura 33), pues los demás grupos organizaron la información en la tabla de la misma manera:

Figura 33
Tabulación de los registros de velocidad del grupo G2



Pero, antes de ello es importante recapitular los momentos que llevaron a cabo para echar a andar el modelo, como afirma Vasco (2013) al afirmar que el propósito del pensamiento variacional es la modelación la cual se lleva a cabo a través de unos momentos que no son cíclicos, ni secuenciales. A continuación, se dará cuenta de ese proceso de producción, de aquello que detectaron los estudiantes, ver Tabla 23, acerca de las relaciones que encontraron y que los grupos describieron así en el paso 2 generando una correspondencia entre la posición y el número que indica la velocidad del viento de cada día, sabiendo que sólo el grupo G2 Y G9 dejaron este ejercicio sin resolver.

Tabla 23
Descripciones de los grupos del patrón detectado en el registro de la velocidad del viento.

Grupos	Descripciones
G1	“Multiplicar el día y la posición y se le resta 1”

G3	“La relación que tiene el # de posición de dato y la velocidad del viento es que siempre se potencia 2 a la posición de los datos y lo que dé, se le resta 1, así dando la velocidad de viento en todos los días”.
G4	“Se multiplica el número de los días por sí mismo, y al resultado le restamos 1”
G5	“A la posición se le suma el número de la posición anterior más la velocidad de la posición anterior”
G6	“Se hace la potencia entre el día potenciado a la 2 y al resultado se le resta 1”
G7	“La diferencia entre los 2 números va subiendo de a 2; del día 2 al día 3 sube 5, del día 3 al día 4 sube 7 y así sucesivamente”
G8	“Que entre más días pasan se va aumentando la velocidad del viento”
G10	“El número de la posición elevado a la 2 menos 1 es igual a las vueltas por minuto”
G11	“Eleva la posición por sí misma y se le resta uno al resultado”

Se reconoce que la relación que establecen los estudiantes la sustentan a partir de elementos matemáticos como lo son la potencia, multiplicación, relaciones de crecimiento, de suma y de resta. Dado que el paso 3 correspondía a la representación simbólica del modelo hallado, y aludiendo a que, se les orientó a que podrían entenderlo como la diferencia de dos elementos que debían identificar, se valora que el grupo G5 en su descripción alude a una adición de los datos inmediatamente anteriores entre posición y velocidad, es decir, encontró otra relación en términos de una sucesión iterada a parte de la diferencia que se les planteaba, trascendiendo la reflexión y criticidad en el ejercicio al dar cuenta de una forma diferente de resolver una situación problema, mientras que las demás respuestas aluden a la diferencia entre una potencia cuadrada y el número uno como fue planteado inicialmente, misma representación a la cual todos los grupos llegaron.

Es importante valorar la complejidad de este ejercicio, pues en semanas anteriores este tipo de ejercicios se proponía con cierta orientación, pero al ser este el cuestionario final atendiendo a este principio del sistema de tareas esta sección de la cartilla da cuenta de la evolución en el nivel de las actividades propuestas durante todo el sistema de tareas que fundamentó el proyecto que finalmente como refieren Concepción y Rodríguez (2005) favorecen el desarrollo de la independencia cognoscitiva del estudiante mediante situaciones problema retadoras que pongan a prueba sus habilidades y competencias.

6.2 Percepciones de los estudiantes sobre el proyecto y las matemáticas

En coherencia con el tercer objetivo de esta investigación, la actividad de lanzamiento posibilitó el reconocimiento de la percepción de los estudiantes, sobre un proyecto relacionado con el cambio climático y las matemáticas. En este sentido, se puede notar que algunos estudiantes relacionan el concepto de estación meteorológica, con un lugar o un aparato que tiene como fin medir el clima, aunque la mayoría de ellos no reconocen cuáles son los instrumentos o las herramientas necesarias para medirlo. Tal es el caso de los participantes P1, P5 y P7 (Tabla 24)

Tabla 24

Concepciones de los estudiantes sobre lo que es una estación meteorológica

Definición de estación meteorológica	Asociación con un lugar o espacio	P7: <i>“Entiendo que es como un estudio del clima, como medirlo etc. Y creo que puede haber elementos para saber varias cosas del clima, pisos térmicos”</i> P5: <i>“Entiendo de estación meteorológica es donde estudian y analizan el clima creo que en ella se pueden encontrar antenas, computadores, cámaras, etc.”</i> P1: <i>“Entiendo que una estación meteorológica estudia: la atmósfera, calentamiento global, el aire, la presión, etc. Creería yo que hay un elemento en específico que tiene que ver con el estudio del aire y las velocidades del aire y de la atmósfera pueden ser cosas especiales para estudiar la atmósfera”</i>
	Inferencia textual	P3: <i>“Yo pienso que es un diagrama que se propone para saber dónde hay mejor tiempo y yo creo que en ella encontramos temperaturas”.</i> P4: <i>“Pienso que es una forma de alargar la palabra lógica, quiere decir todo lo que pensamos”.</i> P8: <i>“Es una estación donde se puede estudiar los meteoros o un objeto o cosa donde se puede medir algo”.</i>

Con respecto al cambio climático, siete estudiantes reconocen la influencia de la actividad del ser humano en este fenómeno, exhibiendo algunas de las causas, efectos y maneras de evitar el cambio climático. Lo anterior se puede evidenciar en las respuestas de los participantes P1, P5 y P2. Para el estudiante P1: *“El cambio climático es un fenómeno producido por el humano que cambia los climas. Un día puede haber sequías y al otro día, inundaciones”*. Por su parte, el estudiante P5 explica: *“El cambio climático lo ocasiona la pérdida de agua, el humo, dejar las luces prendidas (...)”* y finalmente el estudiante P2, para quien el cambio climático es un efecto o consecuencia de las acciones del ser humano, en su respuesta menciona los siguientes factores: P2:

“(…) Lo ocasiona el calentamiento global, la contaminación ambiental, los polos, incendios forestales, la calidad del aire empeora, etc. Se debe contaminar menos, no malgastar el agua, RRR, plantar y cuidar nuestra casa”. Es así como a través de esta experiencia, se logró identificar las diferentes nociones y percepciones que los estudiantes tienen en relación al cambio climático; sus causas, efectos, consecuencias y en algunos casos, propuestas en las que ellos se concientizan de esta problemática y proponen soluciones ante esta crisis ambiental.

Ahora bien, una de las dificultades que se logra percibir en los estudiantes al dar cuenta de sus conocimientos previos en relación al cambio climático, es la evasión a la argumentación de sus respuestas. Es decir, algunos estudiantes manifiestan tener conocimiento sobre asuntos asociados al cambio climático seleccionado una categoría que alude a su nivel de comprensión, pero cuando se les pide justificar sus respuestas, prefieren cambiar su selección inicial por una categoría que no requiera justificación, tal como lo manifiesta una de las maestras en el diario pedagógico ([Anexo S: Diario pedagógico](#)):

“Esto se pudo notar, por ejemplo, en el numeral siete de la prueba diagnóstica, en donde se les pidió indicar mediante una escala valorativa a los estudiantes, que tanto creen saber sobre el cambio climático. Muchos de ellos se ubicaban en los primeros dos niveles, que indican que lo saben y que se lo pueden explicar a sus compañeros. Sin embargo, cuando en el ítem siguiente se les pedía a los estudiantes que construyeran un párrafo corto con las ideas que tenían al respecto, muchos preferían devolverse y modificar sus respuestas en la escala valorativa, escogiendo los dos últimos niveles que corresponden a no lo entiendo y no lo sé, ya que, en estos últimos, no se les pedía ninguna argumentación”.

Adicionalmente, en la actividad de lanzamiento en la base uno, en la cual los estudiantes se involucraron en la creación de un "mural climatológico", que se convirtió en un vehículo para la expresión y exploración de conceptos vinculados al cambio climático. El mural no sólo sirvió como un lienzo para la expresión artística, sino que también sirvió como un escenario para la concientización ambiental, pues a medida que trabajaron juntos para diseñar visualmente el mural climatológico, también trazaron conexiones entre las problemáticas ambientales y sus posibles soluciones para mitigar este fenómeno global. Es relevante mencionar que el resultado de esta actividad trascendió el aula de clases, puesto que las creaciones artísticas de los estudiantes fueron expuestas en todo el colegio, lo que permitió que estas reflexiones y llamados a la acción relacionadas con la protección del medio ambiente fueran visibles para toda la comunidad

educativa. Pues bien, esta iniciativa no solo enriqueció el proceso de aprendizaje de los estudiantes, sino que también contribuyó significativamente a la promoción de una conciencia ambiental más amplia y una responsabilidad individual y colectiva en la preservación del entorno natural. Se presenta entonces el producto de esta base (Figura 34) y los aportes que hacen los estudiantes en ella.

Figura 34
Mural climatológico elaborado por los estudiantes



Finalmente, la actividad de lanzamiento también posibilitó el reconocimiento de las percepciones de los estudiantes sobre las matemáticas en sí mismas y la forma de enseñarlas y aprenderlas, al enfrentarse a la pregunta ¿cómo sería tu mejor clase de matemáticas? Sus diferentes respuestas se pueden evidenciar en la Figura 35.

Figura 35
¿Cómo sería tu mejor clase de matemáticas? Respuestas de los estudiantes



Así mismo, se presenta las preguntas (Figura 36) acerca de las diferentes percepciones que tenían los estudiantes sobre sus clases de matemáticas antes de haber participado en este proyecto investigativo, donde las opciones de respuesta eran las siguientes: MA (muy de acuerdo), A (De acuerdo), D (En desacuerdo), MD (muy en desacuerdo), NR (No responde). También se presentan las respuestas obtenidas al inicio del proyecto (ver Figura 37) y las que se recolectaron al finalizar el proyecto (Figura 38).

Figura 36
Preguntas sobre las percepciones de la clase de matemáticas

1. Las matemáticas son divertidas y entretenidas para mí.
2. Yo disfruto con los problemas que se hacen en la clase de matemática.
3. Generalmente tengo dificultades para resolver los ejercicios de matemática.
4. Confío en mí cuando tengo que resolver un problema de matemática.
5. Las matemáticas me resultan útiles para entender las demás áreas.
6. Ante un fracaso en matemáticas, no me desanimo, me esfuerzo y estudio más.
7. A pesar de que estudio, las matemáticas me parecen difíciles.
8. Me emociona aprender nuevos temas en matemáticas.
9. Las matemáticas son valiosas y necesarias.
10. En matemáticas busco algo más que aprobar “raspando”.
11. Me estresa mucho cuando el profesor aborda nuevas actividades en matemáticas.

Figura 37
Percepciones previas de los estudiantes sobre sus clases de matemáticas

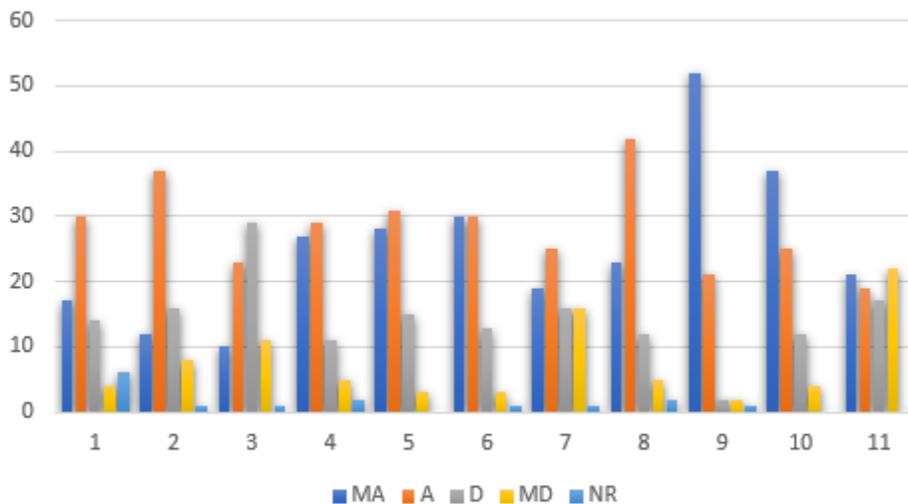
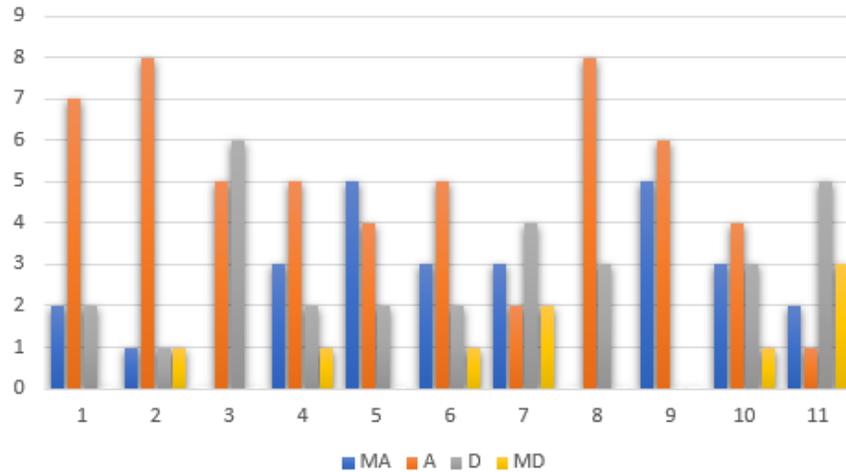


Figura 38

Percepciones los grupos de estudiantes sobre sus clases de matemáticas después de la participación en un proyecto con enfoque STEAM



De acuerdo con las percepciones de los estudiantes en torno a la clase de matemáticas se evidencia que, en la prueba diagnóstica algunos estudiantes respondieron estar en desacuerdo con que las matemáticas son valiosas y necesarias, pero en el cuestionario final todos los participantes logran reconocer su importancia, valorando que, al proponer las matemáticas en escenarios reales, los aprendizajes pueden estar atravesados por dinámicas activas y retadoras, un poco diferentes a las enseñanza clásica tradicional de las matemáticas. En la misma medida se puede resaltar que al inicio del proyecto la mayoría de los estudiantes aseguraban que las matemáticas no eran divertidas ni entretenidas para ellos, ya que manifestaban (ver figura 35), que una de las características de su clase de matemáticas ideal es que sean interactivas, lúdicas, fuera del aula, y diferente a la manera tradicional de enseñanza; pero esta percepción cambia considerablemente con el transcurso del proyecto a medida que los estudiantes participan de actividades vinculadas con el mundo real y con alternativas de enseñanza propias de otras disciplinas.

Ahora bien, durante la tercera semana de implementación, se llevó a cabo la estación "Creación", que se centró en la construcción de los instrumentos que constituirían la estación meteorológica. En esta etapa, los estudiantes se organizaron en equipos de trabajo y realizaron un previo acercamiento a cada uno de los instrumentos, investigando su utilidad, modo de uso, el fenómeno atmosférico que medían y, por supuesto, su proceso de construcción, todo lo anterior, recopilado en un informe meteorológico que elaboraron.

Se construyeron seis dispositivos fundamentales: el anemómetro, pluviómetro, termómetro, barómetro y veleta, que fueron fabricados utilizando materiales reciclables recopilados por los propios estudiantes. En esta sesión, los participantes asumieron roles de trabajo específicos y comenzaron conjuntamente la construcción de los instrumentos. Estos espacios emergieron dada la metodología ABPy con enfoque STEAM la cual nos propicia entornos de aprendizaje activos y dinámicos desde donde los estudiantes asumen un papel protagónico, y se definen como artífices de su propio proceso educativo, lo que a su vez potencia su motivación y compromiso con el aprendizaje; permitiendo fortalecer las habilidades de resolución de problemas, trabajo colaborativo, además de un pensamiento crítico y creativo, que se corresponde con lo descrito por Domènech-Casal, (2018). Es importante destacar que esta actividad sobresale por su capacidad de integración con todas las áreas de STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas), proporcionándoles herramientas que, según Couso, D. (2017), les permita identificar y aplicar conocimientos clave a situaciones problema complejos.

Las construcciones realizadas por los estudiantes exhibieron una creatividad única y una atención meticulosa a cada uno de los detalles. De acuerdo con un fragmento extraído de los registros en el diario de las maestras ([Anexo S: Diario pedagógico](#)), los estudiantes demostraron un entusiasmo evidente por la ejecución de la actividad, ya que tenían objetivos claramente definidos, que conjuntamente con su indagación previa, corresponden a la fase de investigación y planificación de un proyecto descrita por Thomas, (2000), se muestran a continuación dicho apartado.

Durante el desarrollo de la actividad se acompañó a los estudiantes en la creación de los instrumentos meteorológicos, cada grupo trabajaba en torno a un solo instrumento, mientras guiaba al equipo de pluviómetro y les orientaba en su construcción, notaba como cada uno de los estudiantes tenía muy bien apropiado los conceptos relacionados con este instrumento, pues daban cuenta de lo que entendían por precipitación, y sabían explicar claramente para que nos servía el pluviómetro, además de reconocer todas sus partes, para este caso: solo tuve que explicar la funcionalidad de un aspecto que habían pasado por alto, lo anterior se evidencia mediante una dialogo con los estudiantes:

Maestra: hay algo que no veo en sus materiales

Estudiantes: cada uno trajo lo que le correspondía, no hemos olvidado ninguno.

Maestra: hacen falta piedras, iremos en búsqueda de ellas, procuren que estas sean pequeñas.

Estudiantes: hemos conseguido las piedras, ¿pero qué utilidad tienen?

Maestra: estas le proporcionaran estabilidad a su instrumento, dado que el pluviómetro recolecta la cantidad de agua lluvia, estas también pueden venir acompañadas de fuertes corrientes de viento que podrían arruinar el instrumento o interferir en nuestras tomas de datos.

Estudiantes: ¡Qué bien! Estas nos serán de mucha ayuda, entonces.

Estudiante: profe, este también tiene otra funcionalidad, ya que como nuestro envase no tiene una base plana, debemos iniciar la medición desde otro punto de referencia, y este puede ser el que nos marque las piedras y un poco de agua.

Maestra: exacto, por eso se pueden utilizar bien se piedras, o arena e inclusive ambas[...]

Ahora bien, se muestran algunas evidencias de la construcción de los instrumentos por parte de los estudiantes, como lo revela la Figura 39.

Figura 39
Construcción de instrumentos para estación meteorológica



Finalmente, los estudiantes debían socializar sus construcciones y en esta etapa cada uno de ellos presentaba su instrumento y compartían con sus compañeros todo lo relacionado con su instrumento. Esto además de permitirles expresar sus conocimientos, posibilitó que cada equipo se permeara del conocimiento relacionado con los otros instrumentos, ya que, durante el ejercicio de investigación, cada grupo solo se enfocaban en uno de ellos, pero si adentrarse en el funcionamiento, la construcción o uso de los demás instrumentos como se muestra en la Figura 40.

Figura 40
Instrumentos de la estación meteorológica y exhibición.



Por otra parte, en relación con aquellas comprensiones construidas por los estudiantes en la semana 6 del proyecto, denominada: “A la velocidad del viento”, se les ilustró, en primera instancia mediante varios ejemplos el concepto general de velocidad de manera implícita sin mencionar su definición, además de que se contextualizó y relacionó específicamente con la velocidad del viento, cuyo fenómeno es medido por el anemómetro, instrumento que arroja sus mediciones en vueltas por minuto. Luego de que los estudiantes presenciaron la experiencia con el anemómetro, además de haber atendido a varias situaciones donde se podía hallar la velocidad, los estudiantes debían finalmente brindar una definición de su significado en términos generales, es decir, en cualquier escenario, como se muestra la Tabla 25.

Tabla 25
Definición de velocidad según los estudiantes.

Estudiantes	Definición de velocidad
P1	“Es la rapidez con la que se mueve un cuerpo”
P2	“Es una fuerza determinada”
P3	"Es cuando hacemos algo en un determinado tiempo”
P4	“Es la medida o sirve como medida para medir qué velocidad va o qué tan rápido va, es la fuerza con la que va algo o alguien”

P5	“Velocidad es una fuerza la cual hace que un objeto vaya más rápido o más lento y/o cambie de lugar, influyen el tiempo y el espacio”
P6	“Es la velocidad que da o alcanza un objeto por estar en movimiento”
P7	“Es el tiempo en que algo hace acciones en un tiempo determinado corriendo, dando vueltas, etc.”
P8	“Subir la potencia del aire y aumentar la velocidad del viento”
P9	"El tiempo que te tomas para hacer las cosas”

De acuerdo con las apreciaciones de los estudiantes al definir la velocidad, se puede inferir que asocian dicho concepto con tres elementos: rapidez, fuerza, tiempo y espacio. Es importante reiterar que a los estudiantes bajo ninguna circunstancia se les mencionó de manera explícita la definición de este concepto, además de que se les indicó que medir la distancia en un determinado tiempo, cuyo caso de velocidad fue el más familiar para ellos, es sólo un caso particular de este fenómeno físico, por lo cual se les invitó a trascender en su intuición y construir una definición en términos generales. Se valora entonces, que los estudiantes se atrevieron a generar sus propias conclusiones al respecto de la temática, y en particular que los estudiantes P1, P3 y P9 aludieron a la velocidad en términos del tiempo que se puede tomar algo o alguien en llevar a cabo una acción o movimiento. Se reconoce a su vez, el escenario en el que se llevó a cabo esta práctica formativa, poniendo de manifiesto las bondades del ABPy donde los estudiantes son fundadores activos de sus propios conocimientos, y como afirma Godino et al., (2015), dejan de ser espectadores de matemáticas elaboradas para construir una relación más armónica con las comprensiones que desarrollan.

Ahora bien, el proyecto no solo posibilita escenarios donde se puedan reconocer las percepciones de los estudiantes sobre el cambio climático, sino también aquellos donde el estudiante construye conocimientos iniciales frente a un tema complejo y específico de las Ciencias, el cual, al ser un fenómeno real y variable, puede ser analizado desde un componente matemático.

Ese es el caso de la fase siete de este proyecto, la cual presenta varios escenarios que les posibilitan la comprensión de la presión atmosférica, analizando la variación que hay entre esta y la altura a la cual es registrada. En esa medida, los estudiantes vivencian un momento de conceptualización al interior del aula, acompañado de ayudas audiovisuales; y uno por fuera de

esta, en el que se desarrolla el experimento denominado “Absorción del agua”. Luego de esto, los estudiantes responden un cuestionario de nueve preguntas que busca establecer sus comprensiones en torno a la presión atmosférica, al tiempo que los prepara para la producción del audio podcast como producto final de esta fase.

La segunda, tercera, sexta y séptima pregunta de este cuestionario buscan evidenciar las comprensiones de los estudiantes sobre algunas variables presentes en el experimento como el viento, el agua y el vacío, y la manera en que estas se relacionan con la presión. En la Tabla 26 se presentan algunas de las respuestas que los estudiantes dieron a estas preguntas de manera grupal.

Tabla 26

Respuestas de los estudiantes en el experimento de la presión atmosférica

<i>Preguntas</i>	<i>Grupos</i>	<i>Respuestas</i>
2. Cuando tu succionas, ¿qué estás creando en el pitillo para que el agua ascienda?	G3	2. “Queda un vacío o una nada dentro del pitillo” 3. “Estamos eliminando la columna de aire que hay dentro del pitillo” 6. “Porque el agua empuja al aire por la presión atmosférica teniendo su volumen normal”
3. ¿Qué estás eliminando al succionar el agua?		7. “Porque estamos succionando el aire y le ganamos a la presión”
6. En el momento en que introduces el pitillo en el recipiente con agua, se puede notar que el agua sube un poco por el pitillo así no se esté succionando ¿por qué crees que eso sucede?	G5	2. “Vacío, ya que mientras succionamos nos tragamos el aire, creando una guerra de presiones, ganando nuestra presión de succionar el aire” 3. “El aire que está antes del agua y después” 6. “Porque al meter el pitillo al agua se genera presión que hace que el agua busque un espacio dentro del pitillo”
7. ¿Por qué crees que el agua sube por el pitillo cuando tu succionas?		7. “Porque al yo succionar le gano a la presión atmosférica vaciando el aire”.

Se puede percibir por las respuestas anteriores, que los estudiantes reconocen las variables que estuvieron presentes en el experimento y las maneras en como estas se relacionaron. En primer lugar, se reconoce la existencia del vacío en la ausencia del aire una vez este fue eliminado del interior del pitillo, o como lo dice G5, cuando nos “tragamos el aire” al succionar”.

En segundo lugar, los estudiantes reconocen una diferencia entre la presión atmosférica al interior del pitillo y la que se está ejerciendo sobre el líquido por fuera de este. Además, reconocen que el agua suba un poco más por el pitillo cuando es introducido al recipiente con agua, gracias a esta diferencia de presiones, o como lo dice G3, “porque el agua empuja el aire por la presión atmosférica”.

En tercer lugar, los estudiantes reconocen que en el experimento no solo está presente la presión atmosférica, sino también la que ellos ejercen cuando succionan por un extremo de la manguera, y que la segunda debe ser mayor a la primera si se quiere que el agua ascienda en el interior de la manguera. Según la explicación de G5, el agua logró subir por la manguera porque “ellos al succionar le ganaron a la presión atmosférica”.

El reconocimiento de estas variables posibilitó a los estudiantes en la misma medida interiorizar su significado, especialmente el de presión atmosférica, primero desde un enfoque científico y luego desde uno matemático. En cuanto al primero, los estudiantes logran relacionar este concepto con el peso del aire sobre la superficie terrestre, configurando definiciones para la presión atmosférica como las de G5: “es la presión que el aire ejerce sobre una materia, un tipo de fuerza” y la de G7: “es el peso del aire sobre un cuerpo o superficie, comprimiéndola”.

Completando la anterior idea, los estudiantes también reconocen algunas circunstancias adaptación que permiten a los seres humanos vivir bajo esta presión. Es decir, reconocen que en sus cuerpos también se encuentra una presión que de una u otra manera se equilibra con la presión atmosférica y permite la existencia de los seres humanos. Esto se puede ver evidenciado en algunas respuestas como las de G5, al preguntar por qué el aire no nos aplasta, responde: “porque nosotros tenemos una presión que se equilibra con la presión atmosférica”.

Sin embargo, es común notar que este concepto aun es complejo para la edad de los estudiantes, y no todas las comprensiones surgen en la misma medida. Por ejemplo, para G6 el aire “si nos aplasta, pero no se siente por ser tan débil”; y para G7, podemos soportar el aire podemos soportar la presión atmosférica “porque la densidad del aire es menor que la densidad de nuestro cuerpo”. Cabe resaltar que estas respuestas no están alejadas de lo que han podido evidenciar

durante todo el trabajo de esta fase, pues reflejan un factor clave del aire, su densidad, lo cual los llevará a pensar en otras variables posibles de ser analizadas desde un enfoque matemático, como la masa y el volumen.

En cuanto a la comprensión del significado de presión atmosférica desde un enfoque matemático, se evidencia que los estudiantes reconocen términos como fuerza y área, y también la posibilidad de cuantificar este fenómeno atmosférico. Es por ello que la mayoría de los grupos coinciden con la respuesta de G4, en que "matemáticamente la presión es una fuerza sobre un área"; aunque también utilizan sinónimos como "superficie", "espacio determinado" y "zona".

Estas comprensiones facilitaron las respuestas a la octava y novena pregunta del cuestionario, las cuales buscan identificar las relaciones que los estudiantes pudieron establecer entre presión y altura. Esta presión se refiere a la fuerza ejercida por los estudiantes al succionar el agua por el pitillo y la manguera en el experimento. En la Tabla 27 se presentan las respuestas de G3 y G5 para estas preguntas.

Tabla 27

Relaciones proporcionadas por los estudiantes, entre presión y altura.

<i>Preguntas</i>	<i>Grupos</i>	<i>Respuestas</i>
<i>8. ¿Desde qué piso se les hizo más fácil absorber el agua? ¿A qué crees que se deba esto?</i>	<i>G3</i>	<i>8. "Desde el primer piso porque había menos aire, ya que el pitillo era más corto". 9. "Si, porque entre más altura hay que succionar más aire".</i>
<i>9. ¿Crees que sea más difícil succionar el agua por la manguera a una mayor altura? ¿Por qué?</i>	<i>G5</i>	<i>8. "Desde el primero porque al ser más corto el pitillo hay menos presión, o sea, menos aire, haciendo que sea más fácil succionar todo". 9. "Porque cuando hay más altura el pitillo sería más largo y por lo tanto hay que succionar más aire".</i>

Se puede notar que los estudiantes reconocen para este caso, una relación directamente proporcional, contraria a la existente entre presión atmosférica y altura, y además son capaces de justificar con argumentos dicha proporcionalidad. Aunque también se presentaron respuestas en

las que esta relación no fue la principal causa de su razonamiento, y sus justificaciones atendían más a dinámicas de competencia en las que se desarrolla el experimento. Este es el caso de G1 y G3, que aseguraban no encontrar una dificultad al succionar a una mayor altura ya que “solo tenían que succionar más” o “porque tuvieron una técnica mejor que en la manguera de menor altura”, respectivamente.

Centrándose ahora en la relación inversamente proporcional que logran establecer los estudiantes entre la presión atmosférica y la altura, y los argumentos que la respaldan, se pueden destacar las siguientes ideas enunciadas en los guiones realizados por los estudiantes para los audios podcast:

G5: “La altura y la presión atmosférica son factores que se relacionan mucho entre sí. Esto, porque la presión atmosférica varía acorde a la altura en la que estemos. Entre más alto estemos menos presión atmosférica hay y entre más bajo estemos, más presión atmosférica hay”.

G7: “La relación que podemos encontrar entre la presión atmosférica y la altura, es que la presión disminuye gradualmente entre más altura, y cuando hay menor altura hay más presión, porque entre menos altura hay más aire, y entre más altura hay menos masa de aire”.

Estas respuestas no solo manifiestan una comprensión por parte de los estudiantes de estos conceptos y sus relaciones, sino que expresiones como “varía” o “disminuye gradualmente”, dan cuenta de una mejor apropiación del lenguaje matemático y un uso más natural del mismo por parte de los estudiantes.

Al finalizar el recorrido por cada una de las estaciones, se puede ver como el proyecto se desarrolló de manera sinérgica en relación a los fenómenos atmosféricos. Gracias a sus características de cambio y variación, se logró que el estudio de cambio climático se convirtiera en un escenario propicio para el desarrollo de habilidades matemáticas relacionadas con el pensamiento variacional, al mismo tiempo que fomentó la conciencia ambiental entre los estudiantes. Este proyecto, a través de su enfoque STEAM, logró integrar diversas áreas de conocimiento, proporcionando escenarios reales en los cuales, los estudiantes observaron, identificaron, analizaron, representaron y generalizaron estos cambios. Cada actividad se diseñó con el propósito de ofrecer a los estudiantes, múltiples alternativas para abordarlos, diversificación de los procesos de resolución y diferentes medios para comunicar sus comprensiones. En todo momento, se procuró que el estudiante asumiera el protagonismo del proyecto y de manera

autónoma y motivada resolviera cada una de las actividades, que implicaban desafíos y situaciones problema, que a su vez capturarán su atención y promovieran su participación activa.

Este enfoque se refleja claramente en las percepciones, aprendizajes y comentarios de los propios estudiantes sobre el proyecto y los diferentes escenarios en los que participan. Pues bien, al inicio del proyecto, en el diagnóstico inicial, se planteó a los estudiantes una pregunta similar a la de esta prueba diagnóstica final: "¿Qué es una estación meteorológica?" Aunque inicialmente algunos estudiantes, en su mayoría, la llegaron a considerar solo como un lugar en el espacio o como algo asociado a los meteoros, después de su recorrido a través del proyecto, fueron capaces de distinguir cada uno de los instrumentos fundamentales que deben poseer una estación meteorológica. Algunos de ellos resaltaron la importancia de estas estaciones, ya que les permiten medir y recopilar datos que contribuyen al conocimiento de diferentes fenómenos atmosféricos.

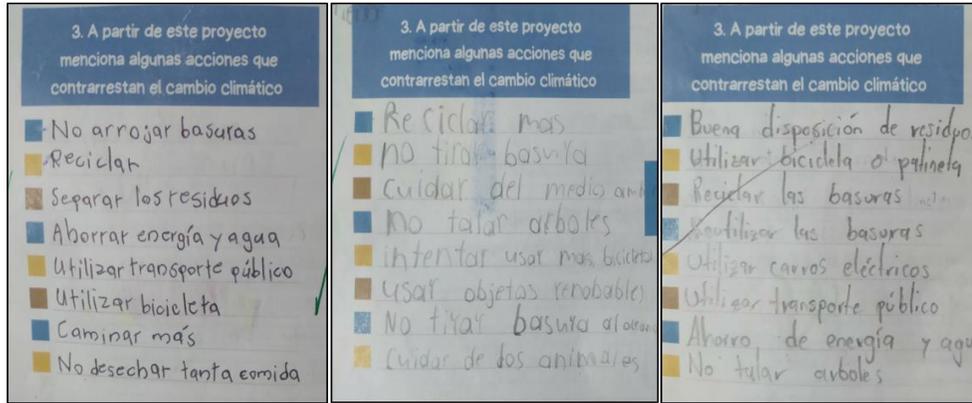
Un ejemplo notable de este aprendizaje se encuentra en la respuesta del grupo G6, que describe una estación meteorológica como un lugar donde se miden, observan y calculan fenómenos climáticos, con el propósito de mejorar el cambio climático y prevenir desastres naturales. Además, mencionaron instrumentos como el anemómetro, pluviómetro, veleta, termómetro y barómetro como herramientas para medir el viento, la presión atmosférica y otros parámetros.

En ese sentido, la conciencia ambiental que los estudiantes desarrollaron a lo largo del proyecto se refleja en sus respuestas a tres preguntas adicionales. En la primera pregunta, se les consultó si creían que los seres humanos influían en el cambio climático y, en caso afirmativo, cómo lo hacían. Los estudiantes reconocieron que las acciones humanas, como la contaminación, tienen un impacto directo en el cambio climático. Mencionaron actividades comunes como la disposición incorrecta de basura, la tala de árboles y la emisión de gases contaminantes, así como la contaminación de las aguas.

En respuesta a la segunda pregunta, los estudiantes propusieron medidas para contrarrestar el cambio climático. Estos incluyen el reciclaje, el uso de medios de transporte amigables con el medio ambiente, la preferencia por objetos renovables, el cuidado de la flora y la fauna, y la promoción de fuentes de energía renovables, entre otros que se presentan en la Figura 41.

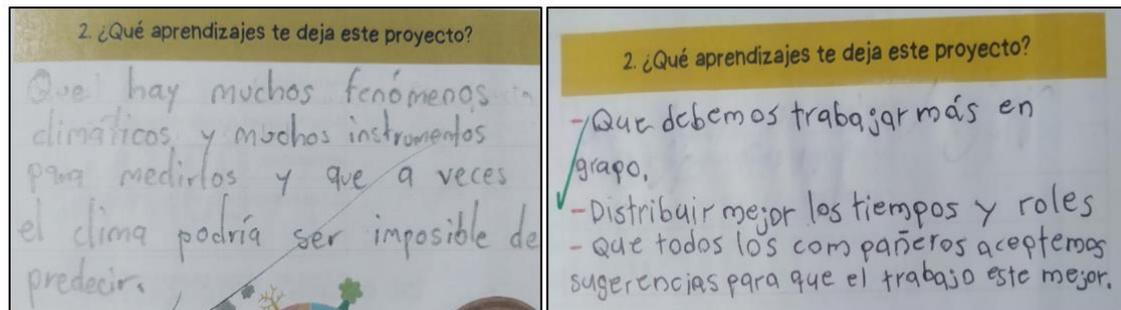
Figura 41

Acciones que contrarrestan los efectos del cambio climático propuestas por los estudiantes



Finalmente, se les pidió a los estudiantes que compartieran los aprendizajes que obtuvieron del proyecto. Destacaron la importancia del cuidado del medio ambiente y la necesidad de comprender los fenómenos atmosféricos y cómo medirlos e interpretarlos matemáticamente. Reconocieron que la imprevisibilidad de la naturaleza puede conducir a desastres si no se toman medidas y se toma conciencia de nuestras acciones, como se muestra en las respuestas de la Figura 42.

Figura 42
respuesta a la pregunta ¿qué aprendizajes le deja el proyecto?



Además de estos aspectos, los equipos también destacaron la importancia del trabajo en equipo, la distribución efectiva de tareas y roles, y la comunicación asertiva para aceptar sugerencias de sus compañeros. Esta colaboración mejoró el ambiente de trabajo en equipo, como se evidencia en las respuestas de los grupos G3.

7 Conclusiones

Partiendo del anterior análisis y entendiendo que el objetivo principal de este trabajo investigativo busca analizar la incidencia de la implementación de un proyecto con enfoque STEAM para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado sexto, se resaltan las siguientes conclusiones:

En cuanto al primer objetivo, se reconoce la manera en la que se relaciona el sistema de tareas planteado por Maury (2002) con el desarrollo del pensamiento variacional al interior de un proyecto, en tanto que sus principios fundamentales (transversalidad, coherencia curricular, progresividad y complejidad) permitieron configurar actividades que no estuvieran aisladas entre sí, sino que por el contrario reflejaran una conexión y una coherencia interna entre ellas y el propósito de este trabajo. En la misma medida, se diseñaron bajo este sistema, actividades vinculadas con los documentos rectores del Ministerio de Educación Nacional, y los parámetros que estipulan para el conocimiento matemático en estudiantes de grado sexto, reflejando además una interdisciplinariedad entre los diferentes pensamientos en matemáticas. Por último, el sistema de tareas permitió generar actividades que fueran de lo simple a lo complejo, favoreciendo en los estudiantes su autonomía cognoscitiva y el desarrollo progresivo de habilidades necesarias para el desarrollo del pensamiento variacional.

Con relación al segundo objetivo, el cual hace referencia a caracterizar el avance en el desarrollo del pensamiento variacional, se destacan los resultados logrados en los procesos de detección, descripción y representación; ya que los estudiantes logran detectar situaciones de variación y cambio en contextos cercanos a la realidad, logran hacer una descripción detallada de la situación utilizando cada vez más términos específicos de las diferentes disciplinas, logrando conexiones valiosas en el conocimiento como lo es la de lenguaje y matemáticas. También se resaltan los medios y técnicas que han utilizado los estudiantes en sus procesos de representación de la variación y el cambio, las cuales van incluyendo en mayor medida registro escritural simbólico, que los acercan cada vez más al proceso de la generalización.

Finalmente, se rescatan las percepciones de los estudiantes al participar de un proyecto con enfoque STEAM para el aprendizaje de las matemáticas, entre ellas, la posibilidad de proponer escenarios alternativos de aprendizaje en el aula, pues al estar atravesados por diferentes áreas del conocimiento, implican el reconocimiento y el uso de habilidades matemáticas específicas en

contextos reales y diversos. También de rescata que atender los estándares de oro del ABP, permitió un desarrollo en los estudiantes de conocimiento crítico y creativo, toda vez que las actividades eran retadoras para ellos y no los limitaban a una sola respuesta o interpretación.

8 Recomendaciones

Atendiendo al trabajo anterior, se recomienda utilizar un sistema de tareas junto con la metodología ABPy con enfoque STEAM, para el desarrollo del pensamiento variacional, con el fin de configurar escenarios cercanos a las realidades de los estudiantes, en los que sea necesario el uso constante de habilidades específicas de las diferentes disciplinas. Por ende, se sugiere que los maestros se preparen continuamente frente a estas formas de enseñanza y dialoguen entre ellos, promoviendo así educación interdisciplinar y útil ante los desafíos del siglo XXI.

De la misma manera, se recomienda configurar escenarios de enseñanza en el aula que admitan múltiples respuestas, para promover en los estudiantes el uso de habilidades en el aprendizaje, como el pensamiento crítico y la creatividad.

9 Referencias

- Alarcón, A., García, C., y Sepúlveda-Delgado, O. (2019). La evaluación formativa: una herramienta para el desarrollo del pensamiento variacional. *Educación y Ciencia*, (22), 457-473. <https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2019.22.e10065>
- Alsina, Á. (2019). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 8(1), 1-19. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2019.1-19>
- Alsina, Á., y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 21-34.
- Alsina, Á., y Mulà, I. (2022). Sumando competencias matemáticas y de sostenibilidad: Implementar y evaluar actividades interdisciplinarias. *Uno: revista de didáctica de las matemáticas*, (95), 23-30.
- Ayerbe, J., y Perales, F. (2020). “Reinventar tu ciudad”: aprendizaje basado en proyectos para la mejora de la conciencia ambiental en estudiantes de Secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(2), 181-204. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2812>
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., y Spangler, D. (2020). *Pre-K-12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II (GAISE II)*. American Statistical Association. https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEIIPreK-12_Full.pdf
- Benjumeda, F., Romero, I. (2017) Ciudad Sostenible: un proyecto para integrar las materias científico-tecnológicas en Secundaria. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 14(3), 621-637. <http://hdl.handle.net/10498/19511>
- Brousseau, G. (1993). Fundamentos y método de la didáctica de las Matemáticas. En *Lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa*. Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta. Traducido de *Vonda-ments et methodes de la didactique des mathema-tiques*. *Recherches en didactique des mathematiques*, 7(2), 33-115.
- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 17, 1-9. © COMITÉ LATINOAMERICANO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA. A. C.

- Cantoral, R., Molina, J., Sánchez, M. (2005). Socioepistemología de la predicción. [Ponencia] Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 463-468. © COMITÉ LATINOAMERICANO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA. A. C.
- Cárcamo, S., Palmezano, G., y Maury, E. (2012). Sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en 5 grado de educación básica primaria. *Escenarios*, 10(1), 7-16.
- Casado, R. y Checa-Romero, M. (2020). Robótica y Proyectos STEAM: Desarrollo de la creatividad en las aulas de Educación Primaria Pixel-Bit. *Revista de Medios y Educación*, 58, 51-69. <https://doi.org/10.12795/pixelbit.73672>
- Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Revista Theoria*, 14(1), 61-71. <https://www.ubiobio.cl/theoria/v/v14/a6.pdf>
- Cohn, S. (2017) Nueva edición del Atlas Internacional de Nubes. *Boletín de la OMM*, 66(1), p. 2-7.
- Concepción, R., y Rodríguez, F. (2005). Rol del profesor y sus estudiantes. *Uniautónoma. Universidad Autónoma del Caribe*.
- Couso, D. (2017). ¿Por qué estamos en STEM? Un intento de definir la alfabetización STEM para todo el mundo y con valores. *Revista Ciències*, 34, 22-30.
- Darnaculleta, A., Iranzo, N., y Planas, N. (2009). El pensamiento crítico en actividades de contexto real. [Ponencia] XIV Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas.
- Del Valle-ramón, D., García-Valcárcel, A., y Gómez-Pablos, V. (2020). Aprendizaje basado en proyectos por medio de la plataforma YouTube para la enseñanza de matemáticas en Educación Primaria. *Education in the Knowledge Society (EKS)*, 21, 9. <https://doi.org/10.14201/eks.23523>
- Domènech-Casal J. (2020) Construyendo un simulador de ecosistemas. Una experiencia STEM de enseñanza de dinámica de los ecosistemas, funciones matemáticas y programación. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 17(3), 3202. https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2020.v17.i3.3202
- Domènech-Casal, J. (2018). Aprendizaje Basado en Proyectos en el marco STEM: componentes didácticas para la Competencia Científica. *Ápice. Revista de Educación Científica*, 21(2), 29-42.

- Domènech-Casal, J., Lope, S., y Mora, L. (2019). Qué proyectos STEM diseña y qué dificultades expresa el profesorado de secundaria sobre Aprendizaje Basado en Proyectos. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 16(2), 2203.
- English, L. (2010) Young children's early modelling with data. *Mathematic Research Journal*, 22, 24–47. <https://doi.org/10.1007/BF03217564>
- Galeano, M. (2004) El diseño de la investigación social cualitativa (27–54). Medellín: Diseño de Proyectos de investigación cualitativa. Fondo Editorial EAFIT.
- García-Piqueras, M., Sotos Serrano, M. (2021) Regeneración forestal tras un incendio: complejidad y protocolos en una aproximación STEM transversal. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 18(1), 1201. <https://www.redalyc.org/journal/920/92064232005/92064232005.pdf>
- García-Vinuesa, A., Garteza, P., Gómez, J., y Bachiorri, A. (2022). El cambio climático en la educación secundaria: conocimientos, creencias y percepciones. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 40(2), 25-48.
- Godino, J., Batanero, C., Cañadas, R., y Contreras, J. (2015). Articulación de la indagación y transmisión de conocimientos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En Congreso Internacional Didáctica de la Matemática (249-269). Universidad de la Sabana.
- Godino, J., y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Gómez, C., y Magán, G. (2021). Transdisciplinary integration and its implementation in primary education through two STEAM projects. *Journal for the Study of Education and Development, Infancia y Aprendizaje*, 44(4), 801-837.
- Grupo-Azarquiel (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Síntesis.
- Hernández, M. (2015). El diagnóstico educativo, una importante herramienta para elevar la calidad de la educación en manos de los docentes. *Atenas*, 3(31), 63-74.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2003). *Metodología de la investigación (3a ed.)*. McGraw-Hill.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación (6 ed.)*. McGraw Hill Education.

- Hoyos, C. (2000). *Un modelo para investigación documental: guía teórico-práctica sobre construcción de Estados del Arte con importantes reflexiones sobre la investigación*. Señal Editora.
- Jorin-Abellan, I. (2016). Construyendo Rayuela: Un modelo y herramienta web para el diseño de investigaciones cualitativas. <https://hopscotchmodel.com/bienvenidos/>
- Kuntze, S., Aizikovitsh-Udi, E. y Clarke, D (2017). Hybrid task design: connecting learning opportunities related to critical thinking and statistical thinking. *ZDM Mathematics Education* 49, 923–935. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0874-4>
- Lacampagne, C (1995). Coloquio de la Iniciativa de Álgebra. Volumen 2: Documentos del grupo de trabajo. Imprenta del Gobierno de EE. UU., Superintendente de Documentos, Parada de correo: SSOP, Washington, DC 20402-9328
- Larmer, J.; Mergendoller, J. y Boss, S. (2015). *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*. ASCD book copublished with Buck Institute for Education.
- Levin, M., Walkoe, J. (2022). Seeds of algebraic thinking: a Knowledge in Pieces perspective on the development of algebraic thinking. *ZDM Mathematics Education* 54, 1303–1314 <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01374-2>
- Mantilla, L. (2011). El aula de clases como un espacio generador de un pensamiento crítico. *Revista UIS Humanidades*, 39.
- Martínez, F. (2002). *El cuestionario. Un instrumento para la investigación en las ciencias sociales*. Laertes Psicopedagogía.
- Martínez-López, L. y Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(1), 91–102. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156>
- Mason J. A., Graham. D., Pimm. y Gower, N. (1985). *Rutas y Raíces hacia el álgebra* The Open University Press. Great Britain.
- Maury, E., Cárcamo, S. y Palmezano, G. (2012). Sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en 5° grado de educación básica primaria. *ESCENARIOS*, 10(1), 7-16.
- MEN (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

- MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- MEN (2017). Derechos Básicos de Aprendizaje V2. <https://drive.google.com/file/d/0BzWVeoODM2kBVfg4MGRaM0NWc3c/view>
- Miguel-Ángel Queiruga-Dios, Emilia López-Iñesta, María Diez-Ojeda, María-Consuelo Sáiz-Manzanares y José-Benito Vázquez-Dorrío (2021) Implementation of a STEAM project in compulsory secondary education that creates connections with the environment. *Journal for the Study of Education and Development*, 44(4), 871-908.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *Pna*, 3(3), 135-156.
- Moreno, L. y Waldegg, G. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. Seminario Nacional de Formación de docentes: Uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas, pp. 40-66.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) (Principles and Standards for School Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Obando, G. y Muñera J. (2003). Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*. XV (35) 185 -199.
- Ordóñez-Ortega, O., Gualdrón-Pinto, E., y Amaya-Franky, G. (2019). Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales. *Revista de investigación, desarrollo e innovación*, 9(2), 347-362.
- Ortiz, J. (2020). El desarrollo competencial en la Educación Primaria: efectos de una propuesta STEAM integrada. [Tesis doctoral] Universidad de Burgos.
- Otaya, Y. y Mosquera, V. (2017). Situación didáctica y enseñanza del pensamiento variacional. *Educere*, 21(70), 571-579.
- Ouariachi, T., Olvera-Lobo, M., y Gutiérrez-Pérez, J. (2017). Evaluación de juegos online para la enseñanza y aprendizaje del cambio climático. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 35(1), 193-214.

- Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes*. Editorial La Muralla, S.A.
http://concreactraul.weebly.com/uploads/2/2/9/5/22958232/investigacin_cualitativa.pdf
- Pulgarín, J. (2016). Generalización de patrones geométricos: proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 -12 años. [Tesis de maestría] Universidad Nacional de Colombia.
- Queiruga-Dios, M., López-Iñesta, E. Diez-Ojeda, M., Sáiz-Manzanares, M. y Vázquez-Dorrío J. (2021). Implementación de un proyecto STEAM en educación secundaria obligatoria que crea conexiones con el entorno. *Journal for the Study of Education and Development*, 44(4), 871- 908.
- Radford, L. (2006). Semiótica cultural y cognición. Investigación en Matemática Educativa en Latinoamérica. *Relime*, número especial, 7-21.
- Reid, J. y Wilkes, J. (2016). Developing and applying quantitative skills maps for STEM curricula, with a focus on different modes of learning, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(6), 837-852.
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739X.2016.1144814>
- Ríordáin, M., Johnston, J., y Walshe, G. (2016). Making mathematics and science integration happen: key aspects of practice. *International journal of mathematical education in science and technology*, 47(2), 233-255.
- Rivera, A. (2019). Propuesta didáctica en la enseñanza del pensamiento variacional por resolución de problemas en la transición del grado quinto a sexto. [Tesis de maestría] Universidad Nacional de Colombia.
- Roberts, T., Maiorca, C., Jackson, C., y Mohr-Schroeder, M. (2022). Integrated STEM as problem-solving practices. *Investigations in Mathematics Learning*, 14(1), 1-13.
- Sánchez, M. (2005). La metodología en la investigación cualitativa. *Mundo siglo XXI*, (1), 115-118.
- Serrano, G. (2000). *Modelos de investigación cualitativa en educación social y animación sociocultural: Aplicaciones prácticas*. Narcea Ediciones.
- Shaughnessy, J. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook on research on mathematics teaching and learning (957–1009)*. Information Age Publishing.
- Stake, R. (1995). *The Art Of Case Study Research*. Thousand Oaks. Sage Publications.
<http://books.google.es/books?id=ApGdBx76b9kCyprintsec=frontcover#v=onepageyqyf=false>

- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos (4ta Ed.)*. Ediciones Morata, S. L. <https://www.nelsonreyes.com.br/LIVRO%20STAKE.pdf>
- Stake, R. (2005). Qualitative case studies. En N. K. Denzin y Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE handbook of qualitative research* (443-466). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Thomas, J. W. (2000). *A review of research on projectbased learning*. Autodesk Foundation.
- Valero, P. (2018). Justicia Social y Educación Matemática: Una exploración de la política cultural de la educación matemática en un tiempo de fragilidad de los ideales de la justicia, la igualdad, la equidad y la democracia. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 8(3), 40-56.
- Vasco, C. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática (2009-2010). In *Anais eletrônicos do CIAEM-Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Blumenau.
- Vico, F., Molina, M., Orden, D., Ortiz, J., Garcia, R., y Masa, J. (2019). A coding curriculum for K-12 education: the evidence-based approach (7102-7106). En *EDULEARN19 proceedings*. IATED.
- Villa-Ochoa, J., Castrillón-Yepes, A., y Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, XVIII (36), 219-251.
- Watson, J. y English, L. (2017). Statistical Problem Posing, Problem Refining, and Further Reflection in Grade 6. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 17(4), 347-365. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14926156.2017.1380867>
- Watson, J., Fitzallen, N., English, L., y Wright, S. (2020). Introducing statistical variation in year 3 in a STEM context: Manufacturing licorice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(3), 354-387.
- Watson, J., Wright, S., Fitzallen, N., y Kelly, B. (2022). Consolidating understanding of variation as part of STEM: Experimenting with plant growth. *Mathematics Education Research Journal*, 1-39.
- Weiland, T. Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies. *Educ Stud Math*, 96, 33-47 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9764-5>
- Zapata-Cardona, L. (2018) Students' construction and use of statistical models: a socio-critical perspective. *ZDM Mathematics Education* 50, 1213-122. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0967-8>