

Producción de Materia Oscura EN COSMOLOGÍAS NO ESTÁNDAR

Valentina Franco Velásquez

Asesor: Dr. Óscar Alberto Zapata Noreña

EN CUMPLIMIENTO DE LOS REQUERIMIENTOS PARA EL GRADO DE
MAESTRÍA EN FÍSICA

Instituto de física

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UNIVERSIDAD[®]
DE ANTIOQUIA**

06 2023

*A mis padres,
a mi asesor de tesis y a mi novio...*

Resumen

En el marco del actual modelo de la cosmología estándar, una partícula de Materia Oscura producida térmicamente mediante el mecanismo del freeze-out en el universo temprano, debe tener asociada una masa del orden de los 100 GeV y una sección transversal de aniquilación característica de las interacciones débiles, $\langle\sigma v\rangle \sim 10^{-9} \text{ GeV}^{-2}$, para poder dar cuenta de la abundancia observada de esta componente en el universo. Este hecho, que durante las últimas décadas ha sido considerado como el milagro WIMP, ha motivado la construcción de múltiples experimentos diseñados para la búsqueda de un candidato con tales características a través de diferentes estrategias de detección.

A la fecha, el período más antiguo del universo del que se tiene evidencia experimental es del de la nucleosíntesis del Big Bang. A partir de ese momento y hasta los siguientes 50000 años de la historia cosmológica, se sabe que el universo estuvo dominado por radiación. En el modelo ΛCDM se extrapola este hecho a épocas más tempranas y se asume que el período que va desde final del proceso de recalentamiento hasta el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang, presentó una dominación por la misma componente. Si durante tal intervalo de tiempo se plantea la posibilidad de un universo dominado por una componente diferente a radiación, se entra al campo de lo que se conoce como cosmologías no estándar.

Dado que una de las principales cualidades de una era de expansión no estándar es su capacidad para modificar la abundancia reliquia de especies de partículas, en el presente trabajo se estudiará la producción de Materia Oscura mediante el mecanismo WIMP, en un universo temprano con una dominación por materia asociada a un campo de larga

duración ϕ que exhibe una tasa de decaimiento Γ_ϕ dependiente del tiempo. Mediante la parametrización de Γ_ϕ introducida en nuestro modelo se demostrará que, en comparación al caso de una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante, es posible concebir escenarios en los que la partícula asociada a la componente de Materia Oscura posea secciones transversales de aniquilación más pequeñas. Así, el modelo propuesto, se establece como una forma mejor motivada de evadir los límites experimentales impuestos sobre el WIMP.

Índice general

Resumen	III
Agradecimientos	XIV
Declaración	XV
1 INTRODUCCIÓN	1
2 COSMOLOGÍA ESTÁNDAR	5
2.1 Introducción	5
2.2 El principio cosmológico	6
2.3 Geometría del universo	8
2.4 Dinámica cósmica	13
2.4.1 Contenido de materia	14
2.4.2 Las ecuaciones de Friedmann y la evolución de universo	20
2.5 El modelo de nuestro universo	27
3 COSMOLOGÍAS NO ESTÁNDAR	32
3.1 Introducción	32
3.2 De inflación a nucleosíntesis del Big Bang	33
3.2.1 Problemas del modelo del Big Bang Caliente	34
3.2.2 Inflación y recalentamiento	39
3.2.3 Hipótesis de la historia cósmica hasta la nucleosíntesis del Big Bang	48
3.3 Modelo de cosmología no estándar	50
4 MATERIA OSCURA	54
4.1 Introducción	54

4.2	Equilibrio térmico	58
4.2.1	Termodinámica del equilibrio	59
4.2.2	Salida del equilibrio	67
4.3	Mecanismos de producción de Materia Oscura	75
5	PRODUCCIÓN DE MATERIA OSCURA EN COSMOLOGÍAS NO ESTÁNDAR	81
5.1	Introducción	81
5.2	Cosmología no estándar con Γ_ϕ dependiente del tiempo	84
5.3	Producción de Materia Oscura tipo WIMP	93
5.3.1	Caso $x = 0$: <i>el escenario estándar de las cosmologías no estándar</i> . .	96
5.3.2	Casos $x \neq 0$: <i>los nuevos escenarios introducidos por el modelo</i> . . .	103
6	CONCLUSIÓN	113
	Apéndices	116
A	Ecuación de Riccati	116
B	Materia Oscura en cosmologías no estándar con $\Gamma_\phi = \Gamma_\phi(t)$	119

Índice de cuadros

2.1	Dominación del universo	26
2.2	Parámetros de nuestro modelo del universo	28
2.3	Eventos en la historia del universo	31

Índice de figuras

2.1	En esta figura se ilustran las tres posibles situaciones que se pueden presentar en el análisis de los patrones con relación a la homogeneidad y la isotropía. En a) el patrón es anisotrópico pero homogéneo a escalas más grandes que el ancho de las franjas, en b) el patrón es isotrópico en el origen pero inhomogéneo, en c) el patrón es tanto homogéneo como isotrópico, por tanto, la homogeneidad no implica la isotropía y viceversa. Figura adaptada de Ryden 2017.	7
2.2	Capas espaciales temporalmente ordenadas de un universo con curvatura nula o plano (a), con curvatura positiva o esférico (b) y con curvatura negativa o hiperbólico (c). Figura tomada de Baumann 2022.	12
2.3	De la dependencia de la densidad de energía con el factor de escala para cada una de las componentes del universo, se puede concluir que nos encontramos en un universo en el que alguno de los fluidos domina a lo largo de cierto período en la historia cósmica. En este panorama primero domina la radiación, posteriormente la materia y en la actualidad la Energía Oscura. Figura adaptada de Baumann 2022.	26
3.1	En la figura superior se presenta un mapa de las anisotropías en la temperatura del fondo cósmico de microondas y el espectro de potencias asociado en la figura inferior. En este espectro el tamaño angular del horizonte de partículas al momento de la recombinación corresponde a $l \approx 200$, la posición del primer pico depende de la curvatura espacial del universo, su altura es una medida de la densidad de materia y las alturas relativas de los diferentes picos determinan la densidad de bariones. Figura adaptada de Lozanov 2019.	37
3.2	Energía, temperatura y escalas de tiempo a las cuales se da la unificación de las diferentes fuerzas en la naturaleza. Figura adaptada de Ryden 2017.	38

3.3	Ejemplo de un potencial de tipo slow-roll. En esta figura el estado de ‘falso vacío’ se da en $\phi = 0$, el mínimo global o estado de ‘verdadero vacío’ en $\phi = \phi_0$ y la inflación ocurre en la región sombreada hasta el momento en que el campo comienza a oscilar en $\phi = \phi_{osc}$ alrededor del mínimo. Figura adaptada de Baumann 2022.	43
3.4	Evolución de la densidad de energía del inflatón ρ_ϕ y de la radiación ρ_R en escala logarítmica. Inmediatamente después de inflación, el decaimiento de ϕ en a_{osc} produce un incremento súbito en la densidad de energía de la radiación a un valor máximo. A partir de este momento, la radiación se diluye como $a^{-3/2}$ durante una época no adiabática dominada por materia (DM_{NA}) hasta que termina el recalentamiento en a_R cuando el decaimiento del inflatón se vuelve eficiente e inicia una era dominada por radiación (DR). En esta figura se muestra también, por ilustración, la forma en la que escala la temperatura y el parámetro de Hubble en las diferentes épocas presentadas. Figura adaptada de Gonzalez, Harigaya et al. 2020.	48
3.5	Evolución de la escala de Hubble comóvil $1/(aH)$ en función del factor de escala a . Aún asumiendo que el proceso de inflación se presentó en el universo temprano para solucionar los diferentes problemas del modelo del Big Bang Caliente, mientras no haya evidencia observacional, lo que pasó en el período que va entre el final de inflación y el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang continúa siendo una incógnita. En la figura, a_f es el factor de escala que marca el final de inflación, a_{BBN} denota el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang y a_{rm} corresponde al momento en que se produjo la igualdad radiación-materia. Figura adaptada de Allahverdi et al. 2020.	51
4.1	Datos de la curva de rotación para la galaxia de Andrómeda (M31) obtenidos por diferentes trabajos. Los datos asociados a la línea de los 21 cm (puntos en verde), muestran una clara discrepancia en la masa con el comportamiento esperado (línea azul sólida) en las regiones externas de la galaxia. Figura tomada de Bertone y Hooper 2018.	56

4.2	El cúmulo de la bala es uno de los pocos eventos en los que se presenta una colisión de frente y de alta velocidad entre dos cúmulos de galaxias. En esta figura, la región en rojo corresponde a la imagen del cúmulo en las longitudes de onda del visible y de los rayos-x. La región azul, por su parte, señala los lugares del objeto donde hay presencia de lentes gravitacionales. Esta colisión es usualmente considerada como prueba de la existencia de la Materia Oscura como partícula. Dado que la Materia Oscura interactúa más débilmente que la materia ordinaria, en este tipo de eventos, se hace posible que los halos de Materia Oscura puedan pasar uno a través del otro mientras la materia visible, que interactúa consigo misma, queda atrás. Figura tomada de <i>The bullet cluster</i> s.f.	57
4.3	Evolución de g_* y g_{*S} con la temperatura asumiendo el contenido de partículas del modelo estándar. Las bandas grises indican, por referencia, los períodos en los que se dió la transición de fase de la QCD y el desacople de los neutrinos (des- ν) y las líneas punteadas las escalas de masa en las que algunas de las partículas del modelo estándar se aniquilaron con su correspondiente antipartícula. Figura adaptada de Wallisch 2019.	65
4.4	Abundancia de equilibrio en un volumen comóvil para una especie de partículas. Figura adaptada de Baumann 2022.	66
4.5	Solución de la ecuación de Riccati para diferentes valores de λ . Note que la abundancia reliquia escala inversamente con λ o, equivalentemente, con $\langle\sigma v\rangle$. Figura adaptada de Baumann 2022.	72

4.6	Mecanismos de producción térmica de Materia Oscura en el universo temprano. En rojo MOC y MOT son las abreviaciones de Materia Oscura Caliente y Materia Oscura Tibia respectivamente, en azul se representa la Materia Oscura tipo WIMP y la Materia Oscura Asimétrica (MOA) ¹⁷ . Finalmente, en verde se dibuja el mecanismo de producción de Materia Oscura tipo FIMP que toma lugar cuando la partícula asociada a este candidato se encuentra fuera del equilibrio debido a (i) dispersiones de partículas pesadas en equilibrio térmico (línea sólida) y (ii) decaimientos de partículas pesadas en equilibrio térmico (línea discontinua). Figura adaptada de Baer et al. 2015.	78
4.7	Representación esquemática de las tres estrategias de búsqueda de Materia Oscura. En a), b) y c) se presenta el diagrama de Feynman de juguete asociado al correspondiente método de detección donde ME y MO son las abreviaciones de modelo estándar y Materia Oscura respectivamente y el círculo negro hace referencia a la falta de conocimiento de cómo tales interacciones ocurren. Figura adaptada de Arcadi et al. 2018.	80
5.1	Espacio de parámetros T_f - κ capaz de producir la abundancia reliquia de Materia Oscura observada en el universo para los escenarios del modelo propuesto en que (i) $x = 0$, (ii) $x = -3/2$ y (iii) $x = -3$. En cada una de las figuras se fija $m_\chi = 100 \text{ GeV}$ y $\langle\sigma v\rangle = 1 \times 10^{-11} \text{ GeV}$	95
5.2	Evolución con el factor de escala de diferentes cantidades para el caso típico de una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante. De izquierda a derecha se muestra: (i) la evolución de las densidades de energía de la componente de radiación y del campo ϕ , (ii) la evolución de la temperatura asociada al baño térmico de partículas del modelo estándar y (iii) la evolución de la tasa de expansión del universo.	96

5.3	Abundancia de Materia Oscura producida a través del mecanismo WIMP en una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante. En (i) se presenta el caso en el que la Materia Oscura se desacopla del plasma cuando $T_d \gg T_{ig}$, en (ii) el desacople sucede cuando $T_c \ll T_d \ll T_{ig}$ y en (iii) cuando $T_f \ll T_d \ll T_c$	98
5.4	Evolución con el factor de escala de las densidades de energía de radiación y del campo ϕ (primera fila), de la temperatura del modelo estándar (segunda fila) y de la tasa de expansión del universo (tercera fila) para los escenarios cosmológicos no estándar en que (i) $x = -3/2$ y (ii) $x = -3$	105
5.5	Evolución de la producción de Materia Oscura en función del inverso de la temperatura (primera fila) y en función del factor de escala (segunda fila) para las cosmologías no estándar del modelo propuesto en que (i) $x = 0$, (ii) $x = -3/2$ y (iii) $x = -3$. En todas las figuras el desacople sucede cuando $a_{ig} \ll a_d \ll a_c$	106
5.6	Producción de Materia Oscura para el caso en que el desacople se produce cuando $a_c \ll a_d \ll a_f$ en los escenarios cosmológicos no estándar con (i) $x = 0$ y (ii) $x = -3/2$	107
5.7	Figura esquemática en la que se representa las suposiciones de la aproximación del decaimiento instantáneo. En (i) se muestra la evolución con el factor de escala de las densidades de energía asociadas a la componente de radiación (línea sólida en azul) y del campo ϕ (línea sólida en rojo) para los casos en los que, durante un período de dominación no adiabático de materia, la temperatura aumenta (panel superior) y disminuye (panel inferior). En (ii) se presenta la evolución de las mismas cantidades pero dentro de la aproximación del decaimiento instantáneo. Note que dentro de este esquema se hace un salto del período de dominación adiabática de materia en a_c al período de dominación por radiación en a_f . Por referencia se señalan los diferentes períodos de dominación y los factores de escala correspondientes. Es importante resaltar que esta aproximación también es válida en el caso estándar en que la temperatura disminuye.	108

5.8 Espacio de parámetros $m\text{-}\langle\sigma v\rangle$ capaz de producir la densidad correcta de Materia Oscura en el universo mediante el mecanismo WIMP en varios de los escenarios cosmológicos no estándar del modelo introducido. Por comparación se muestra el espacio de parámetros de la cosmología estándar con una línea sólida en negro. 111

Agradecimientos

En primer lugar me gustaría agradecer a mi asesor de tesis el profesor Óscar Zapata por su apoyo incondicional, calidez personal y su invaluable aporte intelectual al desarrollo del presente trabajo. Sin su ayuda, en principio, esta investigación no hubiera sido posible. Al profesor Nicolás Bernal le estoy enteramente agradecida por su total disposición en todo momento y a los aportes que se produjeron durante las discusiones sostenidas desde su gran experiencia en el área de la cosmología. A mis padres les quiero agradecer por el sustento económico pero sobre todo por su apoyo emocional a lo largo de mi vida y carrera profesional. Finalmente, me gustaría agradecer a mi novio Daniel Estrada por la paciencia, el constante soporte emocional y la ayuda brindada en algunos de los programas numéricos que se desarrollaron en la obtención de los resultados del modelo propuesto en el capítulo final.

A la Universidad de Antioquia le agradezco por ser la institución que me ha visto crecer a nivel profesional y por sus ayudas económicas en la asistencia a congresos durante la maestría. Este proyecto fue financiado por la Universidad de Antioquia y el Comité para el Desarrollo de la Investigación -CODI- en el marco del convenio de pasantía 10410023-0008-2023 derivado del proyecto 2020-33177 coordinado por el profesor Óscar Zapata.

Declaración

Yo declaro que, excepto donde se haga referencia explícita a la contribución de otros, esta tesis es el resultado de mi propio trabajo y no ha sido enviada para otro grado en la Universidad de Antioquia u otra institución.

Valentina Franco Velásquez

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Hace poco más de un siglo se empezaron a producir las primeras observaciones que posteriormente concluirían con el descubrimiento de que tan sólo el 15% del total del contenido de materia del universo puede ser explicado a través de la materia bariónica que conocemos. La única evidencia del 85% restante de esta componente, que denominamos Materia Oscura, proviene de las interacciones gravitacionales observadas con la materia ordinaria y, a pesar de los múltiples intentos por detectarla, lo cierto es que hasta la fecha, su naturaleza sigue siendo un misterio entre la comunidad científica.

Si bien pueden existir múltiples aproximaciones al problema de la Materia Oscura, la hipótesis de que el contenido de esta componente invisible del universo se debe parcial o completamente a una partícula de naturaleza no bariónica con características bien definidas por las observaciones, es, por mucho, la más famosa y aceptada de todas.

Entre los múltiples candidatos propuestos al papel de esta partícula, los WIMPs ocupan, sin duda, un rol central. Un WIMP (o Weakly Interacting Massive Particle por sus siglas en inglés) es un tipo de partícula que no es parte del modelo estándar de la física y que es producida térmicamente en el universo temprano en lo que se conoce como el paradigma del desacople. Si se asume que esta nueva clase de partícula elemental constituye el conte-

nido total de la Materia Oscura presente en el universo, su masa y su sección transversal de aniquilación deben encontrarse en el orden de magnitud de las interacciones débiles para dar cuenta del valor medido por la colaboración Planck de su abundancia reliquia $\Omega_{mo}h^2 \sim 0,12$. Aunque tal hecho haya motivado una intensa búsqueda por este candidato en las últimas décadas, los resultados nulos en su detección han restringido el espacio de parámetros asociado al WIMP al punto que su validez como candidato a Materia Oscura se encuentra fuertemente limitada. La inexistencia de señales de detección ha llevado a considerar otra clase de partículas como potenciales candidatos a Materia Oscura e incluso escenarios más allá del modelo cosmológico Λ CDM. En el presente trabajo se estudiará la segunda aproximación a este problema.

Dentro del modelo cosmológico estándar se plantea un panorama en el que el universo a lo largo de su evolución sufre diferentes procesos y atraviesa múltiples etapas en las que una de sus componentes domina sobre el resto. En particular, se establece que, durante la historia cosmológica, el universo entra a tres períodos de dominación: una etapa temprana en la que domina la componente de radiación, la etapa intermedia en la que se produce una dominación por materia y la etapa actual y futura en la que domina la componente de Energía Oscura.

En relación al universo temprano, la realidad es que hasta ahora sólo se posee evidencia confirmada a partir de 1 segundo de su existencia, cuando se produce el proceso conocido como la nucleosíntesis del Big Bang. De este momento hacia atrás, lo que se postula que pudo haber sucedido es meramente una especulación. Asumiendo que el proceso de inflación es un hecho, con el fin de resolver los problemas del horizonte y de la planitud, y así mismo el del recalentamiento, para repoblar el universo con las partículas que conocemos, la incertidumbre que se tiene del universo temprano recae en el período comprendido des-

de el final del recalentamiento hasta el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang. Es decir que, durante este intervalo de tiempo, no se sabe qué componente pudo haber dominado y escenarios alternativos en los que la radiación no domina la expansión del universo, son posibles.

Cualquier escenario cosmológico diferente al propuesto dentro del modelo Λ CDM, es considerado una cosmología no estándar. Específicamente, aquellas cosmologías en las que, durante algún período de tiempo, se modifica la historia de dominación del universo en relación al caso estándar, pueden tener un impacto significativo en la abundancia reliquia esperada de la Materia Oscura ya que en una era de expansión no estándar de este clase cambia la tasa de expansión del universo, se producen inyecciones de entropía que pueden diluir la densidad producida de esta componente e incluso se generan mecanismos de producción no térmica de la Materia Oscura. En el marco de nuestro modelo, se consideran, en particular, escenarios en los se introduce una era de dominación por materia debido a un campo de larga duración ϕ con una tasa de decaimiento dependiente del tiempo en el período que va desde el final del proceso de recalentamiento hasta el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang.

Los tres siguientes capítulos se establecen como un compendio de la herramientas necesarias para la comprensión de capítulo final en el que se desarrolla un estudio detallado de la producción de Materia Oscura tipo WIMP en la cosmología no estándar propuesta. En el capítulo 2 se discuten las características esenciales observadas del universo que permiten la descripción de su evolución a través del modelo estándar de la cosmología. Allí se introduce el formalismo matemático usado en este contexto y se establece el panorama general de los procesos y las etapas evolutivas de la historia cosmológica. En el capítulo 3 se motiva la necesidad de considerar modelos más allá de Λ CDM y se presenta la idea básica detrás de los escenarios cosmológicos no estándar a través del estudio del período del recalentamiento para finalmente introducir de forma superficial el modelo de cosmología no estándar que se adoptará posteriormente. En el capítulo 4 se aborda en

detalle la física del equilibrio y del no equilibrio con el fin de entender los mecanismos de producción que dan lugar a la creación de las partículas de Materia Oscura en el universo temprano, además se incorpora gran parte del formalismo y las ideas que se usarán en el tratamiento del modelo propuesto. En el capítulo 5 se introducen los elementos fundamentales para el estudio nuestro modelo, las parametrizaciones hechas y las consideraciones asumidas. Los resultados en relación a la producción de Materia Oscura en los escenarios estudiados se presentan en las secciones finales. El análisis hecho se lleva a cabo teniendo como referente, en todo momento, el caso usual de una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante a fin de demostrar, en comparación, que a través de la cosmología no estándar introducida es posible reproducir la densidad reliquia de Materia Oscura observada en el universo con secciones transversales de aniquilación más pequeñas logrando evadir los límites experimentales impuestos sobre el WIMP de forma más efectiva. Finalmente, en el capítulo 6 se concluye.

COSMOLOGÍA ESTÁNDAR

2.1 Introducción

De forma breve, una cosmología estándar se puede definir como *el modelo más simple del universo y su evolución que dé cuenta, en buena aproximación, de las diferentes propiedades observadas del cosmos*. La actual cosmología estándar, el modelo Λ CDM, ha logrado describir la evolución cosmológica desde que el universo tenía un segundo después del Big Bang, hasta hoy, 13800 millones de años después. En esta parametrización del modelo cosmológico del Big Bang, el universo está compuesto por una constante cosmológica (Λ), Materia Oscura fría (CDM, por sus siglas en inglés) y materia ordinaria.

En el presente capítulo se pretenden introducir los elementos esenciales a nuestro análisis, tanto a nivel conceptual como matemático, en la descripción de una cosmología estándar y brindar un panorama general del desarrollo de los sucesos más relevantes que propiciaron la evolución del universo hasta su estado actual haciendo un énfasis especial en los eventos ocurridos en la época del universo temprano que son los verdaderamente relevantes al estudio que se llevará a cabo posteriormente.

2.2 El principio cosmológico

Este capítulo se iniciará definiendo una de las ideas más importantes en la cosmología estándar, el **principio cosmológico**. La importancia de este principio no sólo radica en el hecho de que las ‘suposiciones’ que conlleva simplifican considerablemente los cálculos que se desarrollarán en la comprensión de la evolución y descripción del universo sino también en que es una idea soportada por las observaciones del universo a gran escala.

El principio cosmológico enuncia que, *visto a escalas suficientemente grandes, las propiedades del universo son las mismas para todos los observadores*, o dicho de otra forma, *el universo es homogéneo e isotrópico a grandes escalas*.

Es importante resaltar varios aspectos relevantes de esta afirmación. En primer lugar, la isotropía implica que sin importar la dirección en la que se mire, el universo lucirá igual, esto es, no hay direcciones privilegiadas en el universo. La homogeneidad, por otra parte, significa que no hay una posición privilegiada en el universo (principio Copernicano), es decir, que sin importar en qué lugar se esté, el universo lucirá igual. En general, la isotropía no implica la homogeneidad ni la homogeneidad implica la isotropía como se puede apreciar en la figura 2.1.

Ahora, cabe recalcar que tanto la isotropía como la homogeneidad del universo no son cuestiones inmediatamente obvias. Al observar, por ejemplo, la distribución de galaxias relativamente cercanas se puede apreciar un universo localmente grumoso, inhomogéneo y anisotrópico y es sólo cuando se observa tal distribución a escalas cada vez más grandes que, en promedio desde nuestra posición, el universo parece isotrópico. La isotropía observada combinada con el principio Copernicano implica, entonces, isotropía al rededor de cada punto en el universo, es decir, implica homogeneidad [Ryden 2017, Baumann 2022].

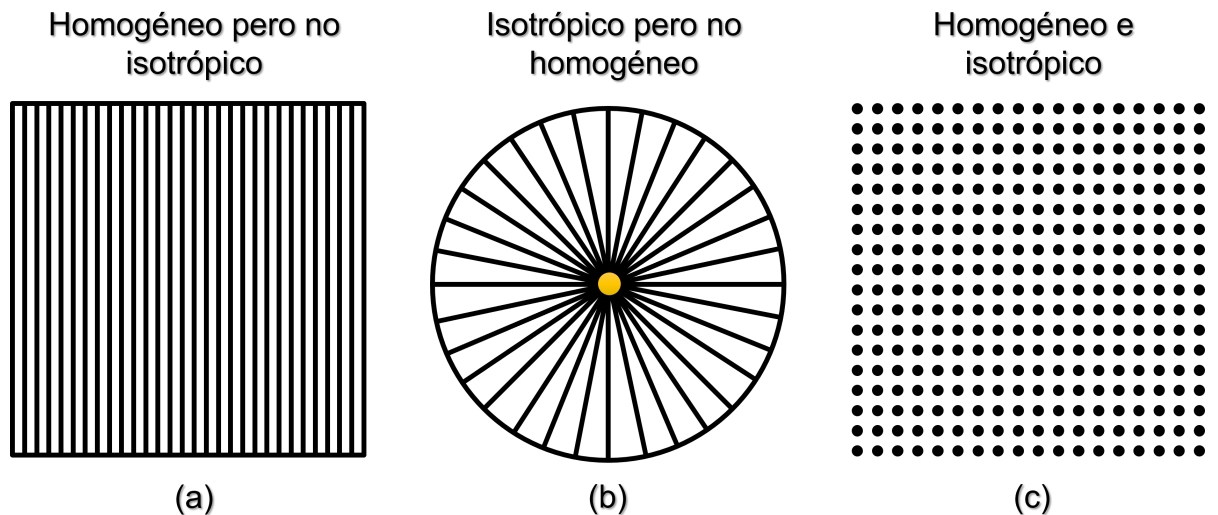


Figura 2.1: En esta figura se ilustran las tres posibles situaciones que se pueden presentar en el análisis de los patrones con relación a la homogeneidad y la isotropía. En a) el patrón es anisotrópico pero homogéneo a escalas más grandes que el ancho de las franjas, en b) el patrón es isotrópico en el origen pero inhomogéneo, en c) el patrón es tanto homogéneo como isotrópico, por tanto, la homogeneidad no implica la isotropía y viceversa. Figura adaptada de Ryden 2017.

En cuanto a la cuestión del tamaño en el que se puede hablar de ‘*escalas suficientemente grandes*’, se ha determinado observacionalmente (a través, por ejemplo, de análisis del fondo cósmico de microondas (CMB por sus siglas en inglés) y de la distribución de galaxias a gran escala) que la transición a la homogeneidad ocurre a escalas de ~ 100 Mpc. Esta escala es consistente con la extensión de las estructuras más grandes del universo, la red cósmica de filamentos de galaxias interconectados que llenan el universo [Kolb y Turner 1981, Carroll y Ostlie 2017].

2.3 Geometría del universo

Gracias a los esfuerzos realizados por Vesto Slipher en 1912 midiendo el corrimiento en la longitud de onda de varias galaxias, por Georges Lemaitre en 1927 quien determinó la velocidad radial, entre otras, de tales galaxias y atribuyó esto por primera vez a una expansión del universo y finalmente por Edwin Hubble en 1929 con el establecimiento de la famosa relación que lleva su nombre (La ley de Hubble), hoy sabemos que nos encontramos en un universo que se expande con una velocidad de recesión proporcional a la distancia:

$$\mathbf{v} = H_0 r, \tag{2.1}$$

donde \mathbf{v} es la velocidad de recesión, r la distancia propia ¹ del observador a un punto de interés y H_0 es la constante de Hubble hoy, cuyo valor, resultado de varias técnicas de investigación, se ha establecido como $\approx 70 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$.

Aunque ingenuamente pareciera que la ley de Hubble representa una violación al principio Copernicano, en el sentido en que el punto desde el que receden las demás galaxias parece un punto privilegiado universo, lo cierto es que lo que se observa desde nuestra posición es lo mismo que vería un observador en cualquier otro lugar. Nos encontramos, por lo tanto, en un universo que atraviesa una expansión homogénea e isotrópica.

¹La distancia propia entre dos puntos es igual a la longitud de la geodésica espacial (camino más corto entre dos puntos en una superficie) entre ellos cuando el factor de escala se fija a un valor $a(t)$ [Ryden 2017].

Sabiendo que el universo se expande, se puede inferir que si nos regresamos lo suficiente atrás en el tiempo, se llegará a un punto desde el cual el universo parte desde un estado altamente denso hasta el actual estado de baja densidad. En este sentido, la ley de Hubble conduce naturalmente al modelo del Big Bang [Ryden 2017].

Con el fin de describir la evolución de un universo enmarcado en el modelo del Big Bang, es necesario determinar la geometría del espacio-tiempo a través de una métrica ². En general, la distancia física entre dos puntos separados por las distancias coordenadas infinitesimales dx^i , está dada por ³:

$$dl^2 = \sum_{i,j=1}^3 g_{ij} dx^i dx^j, \quad (2.2)$$

donde la forma de la métrica, g_{ij} , depende del sistema coordenado que se use ⁴. Como ejemplo, en el espacio Euclidiano tridimensional, se tiene que:

$$dl^2 = \sum_{i,j=1}^3 g_{ij} dx^i dx^j = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2; \quad g_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1).$$

²En poca palabras, la métrica es un objeto que convierte distancias coordenadas en distancias físicas [Baumann 2022].

³Acá se adopta la notación en la que las letras griegas corren para índices espacio-temporales ($\mu = 0, 1, 2, 3$), y las letras latinas, para índices espaciales ($i = 1, 2, 3$).

⁴Aún cuando se usen diferentes sistemas coordenados, en lo que siempre coincidirán diferentes observadores es en el valor de la distancia física (dl), por tanto, se puede afirmar que la métrica convierte coordenadas que dependen del observador en invariantes [Baumann 2022].

En relatividad el espacio y el tiempo constituyen un espacio-tiempo 4-dimensional, por lo tanto, 2.2, que vive en tres dimensiones, no es suficiente para describir la geometría del universo y el elemento de línea invariante estará determinado por la **métrica espacio-temporal** $g_{\mu\nu}$, tal que ⁵:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu; \quad g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}), \quad (2.3)$$

donde se adopta tanto la convención de sumatoria de Einstein para índices repetidos como la convención de signos para la métrica $(-, +, +, +)$ y con $x^\mu = (ct, x^i)$ ⁶. $g_{\mu\nu}$ se obtiene tratando de garantizar en todo momento un universo homogéneo, isotrópico y en expansión. Esta fue la línea de razonamiento usada por los físicos Howard Robertson y Artur Walker en 1930 para derivar, de forma independiente, lo que hoy conocemos como la métrica Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW), sin embargo, la presentación de la expresión correspondiente se pospondrá con el fin de señalar varios aspectos importantes.

1. El hecho de que el universo sea homogéneo e isotrópico espacialmente significa que puede describirse como una secuencia temporalmente ordenada de capas espaciales 3-dimensionales y, por tanto:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) dl^2, \quad (2.4)$$

donde t es el tiempo propio cosmológico ⁷, $dl^2 = \gamma_{ij}(x^k) dx^i dx^j$ es el elemento de línea sobre las capas y a , el factor de escala que describe la expansión del universo, es sólo función del tiempo debido, nuevamente, al principio cosmológico.

⁵De la misma forma en que se puede calcular la distancia entre dos puntos en el espacio mediante la métrica adecuada, se puede calcular la separación entre dos eventos en el espacio-tiempo.

⁶En el presente capítulo se mantendrá la velocidad de la luz explícita, pero en el resto del texto se trabajará en unidades naturales con $\hbar = c = 1$.

⁷También denominado el tiempo cósmico, es el tiempo medido por un observador que ve el universo expandirse uniformemente a su alrededor o, lo que es lo mismo, por un observador que se encuentra en reposo en un marco comóvil [Ryden 2017, Kolb y Turner 1981].

2. Para hallar la forma de dl^2 es necesario tener en cuenta que el requerimiento de homogeneidad e isotropía implica una curvatura intrínseca constante de las capas espaciales 3-dimensionales. De esta forma las capas pueden tener curvatura igual a cero (espacio plano), curvatura positiva (espacio esférico) o curvatura negativa (espacio hiperbólico) como se muestra en la figura 2.2.
3. El elemento de línea dl^2 que combina cada uno de los diferentes casos mencionados en el literal anterior está dado por:

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2/R_0^2} + r^2 d\Omega^2; \quad \text{con } k = \begin{cases} 0, & \text{Espacio plano} \\ +1, & \text{Espacio esférico} \\ -1, & \text{Espacio hiperbólico} \end{cases}, \quad (2.5)$$

donde $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2$, (r, θ, ϕ) son las coordenadas comóviles ⁸, k la curvatura, y R_0 es la escala de curvatura.

Habiendo establecido las implicaciones del principio cosmológico y la expansión del universo en la construcción de una métrica que describa nuestro universo, se obtiene finalmente, de 2.5 en 2.4:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2/R_0^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (2.6)$$

que es la métrica FLRW ⁹. En relación a 2.6, es importante tener en mente que:

- Esta métrica es sólo una aproximación que se mantiene a escalas mayores a ~ 100 Mpc.

⁸Es un sistema de coordenadas usadas en cosmología y que están fijas respecto al *flujo de Hubble* del universo o, dicho de otra forma, se expanden de la misma forma que el espacio. La posición de una galaxia descrita por estas coordenadas no cambia a medida que el universo se expande [*An Etymological Dictionary of Astronomy and Astrophysics* s.f.].

⁹Por motivos prácticos en el presente texto sólo se presenta la expresión de la métrica. Si se desea ver una deducción más detallada de la misma véase Kolb y Turner 1981 y Ryden 2017.

- Las suposiciones de homogeneidad e isotropía permitieron reducir las 10 componentes independientes del tensor métrico $g_{\mu\nu}$ a una sólo función donde todo lo que se necesita saber sobre la geometría del universo está contenido en el factor de escala $a(t)$, la curvatura k y la escala de curvatura actual R_0 .
- Ya que el elemento de línea en 2.6 es invariante ante el re-escalamiento:

$$a \rightarrow \lambda a, \quad r \rightarrow r/\lambda, \quad R_0 \rightarrow R_0/\lambda,$$

se tiene, por una parte, que el factor de escala hoy se puede hacer igual a la unidad, esto es, $a(t_0) = 1$. Por otra parte, esto implica que r no es un observable físico sino la coordenada física $r_{\text{fis}} = a(t)r$ y, en consecuencia, la velocidad física,

$$\mathbf{v}_{\text{fis}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{fis}}}{dt} = \frac{da}{dt}\mathbf{r} + a\frac{d\mathbf{r}}{dt} = H\mathbf{r}_{\text{fis}} + \mathbf{v}_{\text{pec}}; \quad H \equiv \dot{a}/a : \text{Parámetro de Hubble},$$

tiene una contribución del primer término, denominado **flujo de Hubble**, debida a la expansión del universo (que es básicamente el enunciado de la ley de Hubble) y una contribución del segundo término, denominado **velocidad peculiar**, que da cuenta del movimiento causado generalmente por interacciones gravitacionales y que es el que mide un observador comóvil.

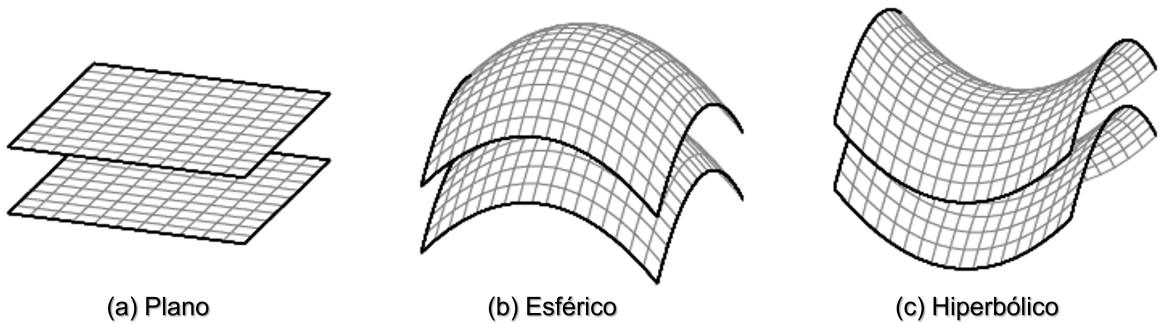


Figura 2.2: Capas espaciales temporalmente ordenadas de un universo con curvatura nula o plano (a), con curvatura positiva o esférico (b) y con curvatura negativa o hiperbólico (c). Figura tomada de Baumann 2022.

2.4 Dinámica cósmica

Hasta ahora se ha señalado que nos encontramos en un universo homogéneo e isotrópico (a grandes escalas) y en expansión. Como se mencionó en la sección 2.3, la expansión se describe a través del factor de escala, sin embargo, dado que no se ha especificado de qué forma depende a con el tiempo, no conocemos de forma explícita cómo es la dinámica que rige un universo en expansión.

Para nuestra tranquilidad, resulta que existe una relación que nos permite obtener la evolución del factor de escala y esa relación no es otra que la **ecuación de campo de Einstein** [Einstein 1915]:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}; \quad G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

con G la constante de Newton, $T_{\mu\nu}$ el tensor momento-energía, $R_{\mu\nu}$ el tensor de Ricci y $R = R^\mu{}_\mu = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ su traza, el escalar de Ricci. Lo extraordinario de 2.7 es que logra relacionar la geometría del espacio-tiempo, a través del tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$, con el contenido de materia dentro de él, mediante el tensor de momento-energía $T_{\mu\nu}$.

Aunque la compacta notación en las ecuaciones de campo dan la sensación de simplicidad, lo cierto es que 2.7 esconde un gran nivel de detalle. Recordando que los índices μ y ν corren de 0 a 3, tanto $G_{\mu\nu}$ como $T_{\mu\nu}$ son tensores 4×4 , implicando, en principio, un sistema de 16 ecuaciones. Nos obstante, dado que tanto el tensor de Einstein como el de momento-energía son simétricos¹⁰, 2.7 resulta en un sistema de 10 ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden, cuya solución, aún con tal simplificación, está lejos de ser una tarea trivial.

Por suerte para nuestro propósito, como se verá a continuación, los argumentos de homogeneidad e isotropía simplifican considerablemente tanto el número de ecuaciones a las que se llega con 2.7 como la forma del tensor momento-energía allí contenido.

2.4.1 Contenido de materia

Retomando, nuestra finalidad es conocer la dependencia del factor de escala con el tiempo y de esta manera poder estudiar, desde la cosmología estándar, cómo ha evolucionado nuestro universo. Ya sabemos que para lograr esto debemos resolver en primer lugar las ecuaciones de campo de Einstein, pero antes es necesario determinar tanto la geometría como el contenido de materia del universo.

¹⁰Que un tensor $A_{\mu\nu}$ sea simétrico implica que $A_{\mu\nu} = A_{\nu\mu}$.

Debido a que $G_{\mu\nu}$, como se verá, depende exclusivamente de la métrica, en principio, tenemos las herramientas para calcular el lado izquierdo de 2.7 porque sabemos que la métrica que describe nuestro universo a grandes escalas está dada por 2.6. Sin embargo, ya que la forma de $T_{\mu\nu}$ y, por tanto, el contenido del universo siguen siendo desconocidos, el objetivo de esta sección será emplear los argumentos del principio cosmológico para hallar la forma más simple del tensor momento-energía y de esta forma usar los resultados obtenidos para resolver completamente 2.7.

Por una parte, para ser consistentes con las simetrías de la métrica FLRW, $T_{\mu\nu}$ debe ser diagonal y, por isotropía, las componentes espaciales deben ser iguales. De esta manera, la forma más sencilla que puede tomar este tensor es la de un fluido perfecto en el marco de un observador comóvil determinado por una densidad de energía ρ y una presión P dependientes del tiempo:

$$T^{\mu}_{\mu} = \text{diag}(-\rho(t)c^2, P(t), P(t), P(t)), \quad (2.8)$$

donde la evolución temporal de ρ y P se siguen de la ecuación de conservación para el tensor momento-energía:

$$\nabla_{\mu} T^{\mu}_{\nu} = \partial_{\mu} T^{\mu}_{\nu} + \Gamma^{\mu}_{\mu\lambda} T^{\lambda}_{\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} T^{\mu}_{\lambda} = 0, \quad (2.9)$$

donde los tensores $\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda}$ son los símbolos de Christoffel relacionados con la métrica a través de la expresión:

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\mu\sigma} \left(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^{\lambda}} + \frac{\partial g_{\sigma\lambda}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\nu\lambda}}{\partial x^{\sigma}} \right). \quad (2.10)$$

Específicamente, calculando la componente $\nu = 0$ de 2.9, con $g_{\mu\nu}$ dada por 2.6, se llega a una ecuación diferencial para la evolución de la densidad de energía ρ , lo que es lo mismo, a la **ecuación de continuidad**:

$$\dot{\rho} + 3H \left(\rho + \frac{P}{c^2} \right) = 0, \quad (2.11)$$

que describe la ‘conservación de la energía’¹¹ en el contexto cosmológico y que no es más que una manifestación de la primera ley de la termodinámica $dQ = dE + PdV$ ¹². A fin de conocer de forma explícita cómo depende ρ del factor de escala¹³, es necesario introducir lo que se conoce como una **ecuación de estado**. Una ecuación de estado es básicamente una relación matemática entre la presión y la densidad de energía de las cosas que componen el universo, esto es, una relación tal que:

$$P = P(\rho).$$

¹¹Dado que el universo se expande, la simetría ante traslaciones temporales se rompe y la conservación de la energía, de la que se habla en este contexto, no proviene de la noción estándar de cantidades conservadas producto del teorema de Noether.

¹²Para ver un desarrollo de la ecuación de continuidad partiendo de la primera ley de la termodinámica refiérase a Ryden 2017.

¹³Ya que el factor de escala sólo es función del tiempo, conocer la dependencia de una cantidad con a es una forma implícita de saber cómo es su evolución.

En general las ecuaciones de estado pueden ser bastante complicadas, sin embargo, ya que en cosmología se trata con gases diluidos para los que la ecuación de estado es simple, la mayoría de los fluidos cosmológicos pueden ser parametrizados en términos de una ecuación de estado constante dada por:

$$P = w(\rho c^2), \quad (2.12)$$

donde w es un número adimensional. Así, de 2.12 en 2.11, se tiene, reemplazando $H = \dot{a}/a$, que:

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a} \Rightarrow \rho \propto a^{-3(1+w)}. \quad (2.13)$$

En función, entonces, del fluido que se describa, w tomará un valor en particular y, en consecuencia, la manera en que se diluye la densidad de energía para cada uno de ellos cambiará. Es importante señalar que ciertos valores de w son de especial interés debido al papel que juegan los correspondientes fluidos en la evolución del universo.

El primer fluido que se tomará en consideración es la **materia**. En este contexto, la materia se define como aquella componente del universo para la cual la presión es mucho más pequeña que su densidad de energía ($|P| \ll \rho c^2$) de tal forma que en buena aproximación se pueda asumir que $w = 0$ y, por tanto, de 2.13, para este fluido:

$$\rho \propto a^{-3},$$

que es el caso de un gas de partículas *no relativistas*¹⁴. En general, a esta categoría pertenece la **materia ordinaria o bariónica** compuesta por núcleos y electrones y la **Materia Oscura**, cuya naturaleza aún es desconocida y de la cual se hablará con más detalle en el capítulo 4. Por ahora sólo se mencionará que el desconocimiento de esta forma de materia a nivel microscópico, no afecta la evolución del universo a grandes escalas y que el hecho de que se consideren como partículas no relativistas al momento de la formación de las primeras estructuras, es la razón por la que a esta componente, dentro de la cosmología estándar, se le denomine **Materia Oscura Fría**.

El segundo fluido que entrará a tomar parte de la lista es la **radiación**. La radiación denota aquella componente del universo para la cual la presión es un tercio de la densidad de energía ($P = \frac{1}{3}\rho c^2$) tal que $w = 1/3$ y,

$$\rho \propto a^{-4},$$

que es el caso de un gas de partículas *relativistas*. Antes de continuar, es importante señalar que la naturaleza de las partículas que puedan componer la materia o la radiación no necesariamente es exclusiva de alguna de estas categorías. En determinado momento en la historia del universo, una partícula puede ser considerada como radiación o relativista y en otro como materia o no relativista.

Desde la teoría cinética de los gases, la temperatura es directamente proporcional a la energía cinética media del gas. Como, a su vez, la energía cinética es proporcional tanto a la masa como al cuadrado de la velocidad media de dichas partículas, la velocidad al cuadrado será directamente proporcional a la temperatura e inversamente proporcional a

¹⁴Acá, el término no relativista hace referencia al hecho de que el movimiento térmico aleatorio de las partículas del gas tienen velocidades peculiares pequeñas en comparación con la velocidad de la luz.

la masa. Esto implica que, para una temperatura dada las partículas masivas se moverán más lento que las más ligeras y que para una masa dada un aumento en la temperatura implica un aumento en la velocidad. Esto define, entonces, una relación entre las escalas de masa y de temperatura.

Como la temperatura del universo cambia conforme este evoluciona (en general disminuye con la expansión), en momentos en que la temperatura es mayor que la masa de una determinada partícula, su velocidad podrá ser lo suficientemente alta como para considerarla radiación, pero, si la temperatura disminuye y la masa se vuelve relevante en comparación, no alcanzará a ser relativista y deberá comportarse como materia.

La implicación de toda esta discusión es que los **fotones**, al no tener masa, son siempre relativistas y por tanto radiación, los **neutrinos**, al ser tan poco masivos, se han comportado la mayor parte de la historia del universo como radiación y sólo hasta épocas recientes, que su masa se ha vuelto relevante en relación a la temperatura, se comportan como materia y, finalmente, que **todas las partículas** del modelo estándar son consideradas como radiación en el universo temprano, debido a que en tal período la temperatura del universo es más grande que la masa de cualquiera de ellas, pero como materia a medida que la temperatura empezó a disminuir y la masa de la mayoría de ellas a volverse importante.

El último de las tres clases de fluidos relevantes a la evolución del universo, y también el más desconocido, es la **Energía Oscura**. La Energía Oscura hace referencia a la componente del universo con una presión que es el negativo de la densidad de energía ($P = -\rho c^2$), de tal manera que $w = -1$ y, en consecuencia,

$$\rho \propto a^0,$$

es decir que la densidad de energía no se diluye (se mantiene constante) y, por tanto, a medida que el universo se expande se debe crear energía. Ya que, al igual que para la Materia Oscura, la naturaleza de la Energía Oscura sigue siendo una pregunta sin respuesta, cualquier cosa que se pueda incluir en esta categoría será simplemente un candidato.

Dado que el universo se expande y más espacio y energía se crea en proporción al volumen, parece ser que uno de los candidatos más naturales a Energía Oscura es la **energía del vacío**. Este candidato no es más que la energía asociada al espacio vacío en si mismo y es predicho por la teoría cuántica de campos ¹⁵.

2.4.2 Las ecuaciones de Friedmann y la evolución de universo

Ahora que contamos con una expresión para el tensor momento-energía a través de 2.11, hemos completado el conjunto de ingredientes necesarios para resolver las ecuaciones de campo.

En primer lugar es necesario recordar que el tensor de Einstein depende del tensor y el escalar de Ricci como en 2.7. Además, debido a que:

$$R_{\mu\nu} = \partial_\lambda \Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \partial_\nu \Gamma^\lambda_{\mu\lambda} + \Gamma^\lambda_{\lambda\rho} \Gamma^\rho_{\mu\nu} - \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\rho}, \quad (2.14)$$

¹⁵La **constante cosmológica**, un término que se puede introducir de forma natural a las ecuaciones de campo de Einstein y que conduce de forma sencilla a la ecuación de estado de la Energía Oscura, es en general considerada una medida de la densidad de energía del vacío [Carroll 2001].

con $\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda}$ los símbolos de Christoffel dados en 2.10, se concluye que $G_{\mu\nu}$, como se mencionó anteriormente, está determinado completamente por la métrica FLRW. Es en ese sentido precisamente que se relaciona el tensor de Einstein con la descripción de la geometría del espacio-tiempo especificada originalmente por $g_{\mu\nu}$, la métrica.

Como el cálculo completo de los símbolos de Christoffel es, además de tedioso, extenso en esta sección sólo se expondrán los principales resultados ¹⁶. De esta manera, sabiendo que las componentes R_{0i} desaparecen debido a la isotropía de la métrica FLRW y que el tensor de Ricci es simétrico:

$$R_{0i} = R_{i0} = 0,$$

sólo sobrevive R_{00} y R_{ij} , cuya forma final está dada por:

$$\begin{aligned} R_{00} &= -\frac{3}{c^2} \frac{\ddot{a}}{a}, \\ R_{ij} &= \frac{1}{c^2} \left[\frac{\ddot{a}}{a} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + 2 \frac{kc^2}{a^2 R_0^2} \right] g_{ij}. \end{aligned} \tag{2.15}$$

El escalar de Ricci, al ser la traza de $R_{\mu\nu}$, queda entonces determinado por la expresión:

¹⁶Para ver un desarrollo más completo refiérase a Baumann 2022.

$$\begin{aligned}
R &= R^\mu{}_\mu = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = g^{00} R_{00} + g^{ij} R_{ij} \\
&= -R_{00} + \frac{1}{a^2} R_{ii} \\
&= \frac{6}{c^2} \left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2 R_0^2} \right],
\end{aligned} \tag{2.16}$$

y, reemplazando los resultados 2.15 y 2.16 en 2.7, las componentes diferentes de cero de $G^\mu{}_\nu = g^{\lambda\mu} G_{\lambda\nu}$ son:

$$\begin{aligned}
G^0{}_0 &= -\frac{3}{c^2} \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2 R_0^2} \right], \\
G^i{}_j &= -\frac{1}{c^2} \left[2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2 R_0^2} \right] \delta^i_j.
\end{aligned}$$

De esta forma, haciendo uso de las igualdades anteriores en 2.7, se llega finalmente a que:

$$G^0{}_0 = \frac{8\pi G}{c^4} T^0{}_0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2 R_0^2}, \tag{2.17}$$

$$G^i{}_j = \frac{8\pi G}{c^4} T^i{}_j \quad \Rightarrow \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right). \tag{2.18}$$

Las ecuaciones 2.17 y 2.18 son respectivamente la **ecuación de Friedmann** y la **ecuación de Raychaudhuri** ¹⁷.

En relación a las ecuaciones de Friedmann es importante resaltar varios puntos importantes:

1. La ecuación que describe la evolución del factor de escala está dada por la ecuación de Friedmann en 2.17. Esta es la expresión que se ha buscado a lo largo de nuestros desarrollos.
2. Tanto en 2.17 como en 2.18, ρ es la suma de todas las contribuciones a la densidad de energía del universo. Como en la construcción de la cosmología estándar sólo tres fluidos son de especial importancia en la evolución del universo, todas las contribuciones que se puedan tener a la densidad de energía en un momento determinado de la historia cósmica provendrán exclusivamente de una de tales componentes o de una combinación de ellas. En este sentido, ρ_r denota la densidad de energía asociada a la radiación, ρ_m a la materia y ρ_Λ a la Energía Oscura.
3. A fin de encontrar la expresión exacta para $a(t)$, es necesario especificar en la ecuación de Friedmann la evolución de la densidad de energía a través de $\rho(a)$ como en 2.13.
4. Escribiendo la ecuación de Friedmann en términos del parámetro de Hubble ($H = \dot{a}/a$),

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2R_0^2},$$

se define la densidad crítica ρ_c como la densidad de energía para un cierto valor del parámetro de Hubble asociada a un universo plano ($k = 0$):

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}.$$

¹⁷También conocida como la segunda ecuación de Friedmann, esta expresión se puede obtener de la ecuación de continuidad en 2.11 y de la primera ecuación de Friedmann en 2.17.

De esta manera, si $\rho > \rho_c$, el universo tiene curvatura positiva ($k = +1$) y si $\rho < \rho_c$, el universo tiene curvatura negativa ($k = -1$).

5. En cosmología el subíndice 0 hace referencia al valor de las cantidades hoy ($t = t_0$). Por ejemplo, la densidad crítica hoy:

$$\rho_{c,0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}.$$

6. En relación a la curvatura del universo es conveniente definir una cantidad adimensional:

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}; \quad i = r, m, \Lambda,$$

denominada el **parámetro de densidad**. La ecuación de Friedmann en términos de las diferentes contribuciones a Ω hoy se puede escribir como:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{r,0}a^{-4} + \Omega_{m,0}a^{-3} + \Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{k,0}a^{-2}, \quad (2.19)$$

donde $\Omega_{k,0} = -kc^2/(R_0H_0)^2$ se ha definido como el parámetro de densidad de curvatura. La ecuación 2.19 evaluada hoy y con $a(t_0) = 1$ conduce a la restricción:

$$1 = \Omega_0 + \Omega_k; \quad \Omega_0 = \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda$$

$$\Rightarrow \quad \Omega_k = -\frac{kc^2}{(R_0H_0)^2} = 1 - \Omega_0. \quad (2.20)$$

De esta manera, notando que $\Omega_k < 0$ para $k > 0$ y que $\Omega_k > 0$ para $k < 0$, de 2.20 se concluye que si se conoce Ω_0 , se conoce el signo de la curvatura ¹⁸.

¹⁸Como en la ecuación 2.20, en lo que sigue del texto el subíndice 0 se omitirá por facilidad sobreentendiendo que Ω hace referencia al valor del parámetro de densidad hoy a no ser que se indique lo contrario.

En términos generales, la ecuación de Friedmann 2.19 para un universo de varias componentes conduce a una ecuación diferencial no lineal para $a(t)$ complicada y a soluciones analíticas del factor de escala que no son triviales. El estudio de universos con una sola componente, por otra parte, permiten una primera aproximación a la comprensión de un universo en expansión y aunque en principio parecen modelos no muy realistas del cosmos, lo cierto es que muchas de las soluciones a las que conducen son una buena aproximación al universo real por ciertos períodos de tiempo.

El presente análisis no pretende hacer un estudio detallado de cada uno de los diferentes universos que pueden surgir al considerar las diferentes componentes del universo o una combinaciones de ellas, tan solo se comentará de forma breve el panorama general que se tiene de la evolución del universo desde una rápida observación de los universos con una sola componente ¹⁹.

Si para empezar consideramos un universo plano ($k = 0$) y con una sola componente, desde la ecuación 2.13 para la dependencia de la densidad de energía con el factor de escala se puede notar fácilmente que en el límite en que $a \rightarrow 0$ (universo temprano), la componente con el valor más grande de w es la que domina y que en el límite cuando $a \rightarrow \infty$ (universo tardío), la componente con el valor más pequeño de w es quien lo hace. De esta forma nos encontramos frente a un universo dominado, la mayor parte de su historia, por una sola componente: primero por radiación ($w = 1/3$), luego por materia ($w = 0$) y finalmente por Energía Oscura ($w = -1$) como se puede apreciar en la figura 2.3.

Si en la ecuación de Friedmann se parametrizan cada una de las componentes del universo por su ecuación de estado y se hace $k = 0$, entonces:

¹⁹Para un desarrollo más completo refiérase a Ryden 2017, Baumann 2022 y Kolb y Turner 1981.

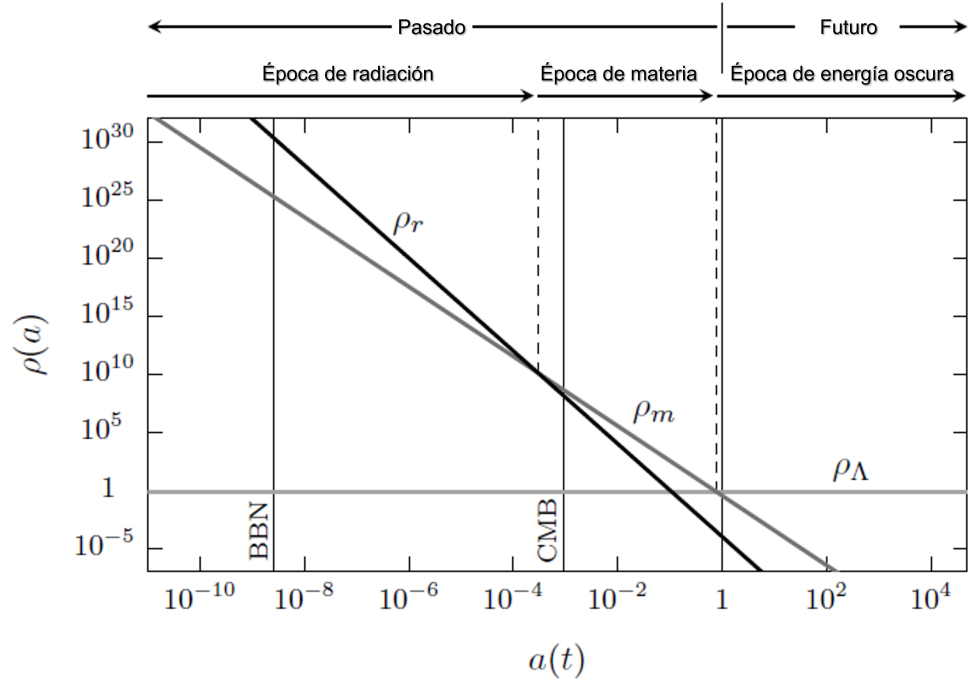


Figura 2.3: De la dependencia de la densidad de energía con el factor de escala para cada una de las componentes del universo, se puede concluir que nos encontramos en un universo en el que alguno de los fluidos domina a lo largo de cierto período en la historia cósmica. En este panorama primero domina la radiación, posteriormente la materia y en la actualidad la Energía Oscura. Figura adaptada de Baumann 2022.

$$\frac{\dot{a}}{a} \approx H_0 \sqrt{\Omega_i} a^{\frac{3}{2}(1+w_i)},$$

de donde se obtiene la dependencia temporal del factor de escala en los momentos en los que alguna de las componentes domina. Una síntesis de la evolución de algunas cantidades para cada uno de los fluidos del universo, dentro de la cosmología estándar, se encuentra en el cuadro 2.1.

Dominación del universo				
Componente	Ecuación de estado	Densidad de energía	Factor de escala	Parámetro de Hubble
<i>Radiación</i>	$w = 1/3$	$\rho \propto a^{-4}$	$a \propto t^{1/2}$	$H \propto a^{-2}$
<i>Materia</i>	$w = 0$	$\rho \propto a^{-3}$	$a \propto t^{2/3}$	$H \propto a^{-3/2}$
<i>Energía Oscura</i>	$w = -1$	$\rho \propto a^0$	$a \propto e^{H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda} t}$	$H \propto a^0$

Cuadro 2.1: Formas funcionales de algunas variables para los diferentes universos de una sola componente.

2.5 El modelo de nuestro universo

Cualquier modelo que se plantee con el fin de describir la naturaleza y los fenómenos que se presenten en ella debe ser producto tanto de la teoría como de las observaciones. De las observaciones hoy sabemos que nos encontramos en un universo en expansión, isotrópico y homogéneo a grandes escalas, compuesto de diversos fluidos (radiación, materia y Energía Oscura) y espacialmente plano. De la teoría, por otra parte, sabemos cómo evoluciona el universo y los procesos que atravesó a lo largo de su historia.

Lo que se ha hecho en el presente capítulo no ha sido más que un breve repaso de los desarrollos necesarios en la descripción de la geometría y del contenido del universo basados en las observaciones con el fin último de conocer cómo es su evolución.

En este punto sabemos que la evolución del universo está determinada por tres ecuaciones fundamentales: La **ecuación de Friedmann**, la **ecuación de continuidad** y la **ecuación de estado**. Justamente a través de estas ecuaciones, con un análisis muy somero de los universos de una sola componente, fue que se pudo construir en la sección anterior el panorama general de un universo dominado por determinadas componentes en ciertas etapas de su evolución. No obstante, lo cierto es que para conocer de forma detallada la dependencia temporal del factor de escala, y poder calcular otras cantidades importantes como distancias propias y tiempos relevantes en la historia del universo, se debe resolver 2.19 incluyendo los valores de todos los parámetros que la componen.

El conocimiento de dichos parámetros no es una tarea fácil y de hecho gran parte de los esfuerzos en la cosmología están dedicados a su determinación. En el cuadro 2.2 se muestran los valores medidos de los parámetros que aparecen en la ecuación de Friedmann y de otras cantidades calculadas a partir de ellos.

Parámetros de nuestro modelo del universo			
		Parámetro	Valor
<i>Radiación</i>	Densidad de radiación	Ω_r	$8,99 \times 10^{-5}$
	Densidad de fotones	Ω_γ	$5,35 \times 10^{-5}$
	Densidad de neutrinos	Ω_ν	$< 0,003$
<i>Materia</i>	Densidad de bariones	Ω_b	$0,0486 \pm 0,0010$
	Densidad de Materia Oscura	Ω_{mo}	$0,262$
	Densidad de materia	Ω_m	$0,3089 \pm 0,0010$
<i>Energía Oscura</i>	Densidad de Energía Oscura	Ω_Λ	$0,6911 \pm 0,0062$
<i>Curvatura</i>	Densidad de curvatura	$ \Omega_k $	$< 0,01$
	Constante de Hubble	H_0	$67,74 \pm 0,46 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
	Densidad crítica	ρ_c	$(8,62 \pm 0,12) \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$
		a_{rm}	$2,9 \times 10^{-4}$
	Igualdad radiación-materia	t_{rm}	50 ka
		z_{rm}	3395 ± 33
		$a_{m\Lambda}$	$0,77$
<i>Épocas relevantes</i>	Igualdad materia-Energía Oscura	$t_{m\Lambda}$	$10,2 \text{ Ga}$
		$z_{m\Lambda}$	$0,3$
		a_0	1
	Hoy	t_0	$13,799 \pm 0,021 \text{ Ga}$
		z_0	0

Cuadro 2.2: Valores medidos de los parámetros que se ajustan al modelo que se tiene del universo actualmente. El factor de escala, el tiempo y el redshift son cantidades calculadas a partir de estos parámetros y expresan los valores correspondientes a las épocas que allí se mencionan desde que ocurrió el Big Bang. Cuadro adaptado de Baumann 2022 y Ryden 2017.

La radiación en nuestro modelo del universo consiste de fotones reliquia (γ) provenientes exclusivamente del **fondo cósmico de microondas** y de neutrinos (ν)²⁰. Mientras los neutrinos son relativistas, la contribución a la densidad de energía desde el fondo cósmico de neutrinos es teóricamente calculada como el 68% de la de los fotones reliquia resultando en $\Omega_\nu \approx 3,64 \times 10^{-5}$, sin embargo, dado que los neutrinos tiene masa y se vuelven no relativistas en tiempos posteriores existe un incremento en su densidad de energía que conduce al valor que se presenta en el cuadro.

²⁰Aunque los fotones constantemente son producidos en objetos luminosos y absorbidos por objetos opacos, se puede calcular que la densidad de energía asociada a los fotones del fondo cósmico de microondas es mucho mayor que la de todos los fotones emitidos por todas las estrellas en la historia del universo [Ryden 2017].

Como se puede inferir de los datos recopilados en 2.2, la mayor parte del contenido de materia en el universo está en la forma de Materia Oscura con una contribución a la densidad de energía ~ 5 veces mayor a la de la materia bariónica. Sin embargo, el grueso del contenido del universo no está ni en la forma de radiación ni de materia, sino en la forma de Energía Oscura ²¹.

A modo de comentario final, y en relación al cuadro 2.2, se quiere agregar que únicamente los parámetros que aparecen en la ecuación de Friedmann son producto de una medición, todas las demás cantidades allí contenidas se calculan a partir de relaciones con tales parámetros. Como ejemplo, los factores de escala, en los momentos en que se dá la igualdad entre dos de las tres componentes que constituyen el universo, se obtienen conociendo los valores de la densidad de las componentes correspondientes; el redshift, a través de la relación:

$$1 + z = \frac{1}{a(t)},$$

se calcula conociendo el valor del factor de escala en la época de la igualdad; y el tiempo, se halla integrando la ecuación de Friedmann (incluyendo todas las componentes) desde $a(t_i) = 0$ hasta $a(t_{ig}) = a_{ig}$ (Véase Baumann 2022) ²².

²¹La energía asociada a esta componente es la responsable de la expansión acelerada del universo y el valor de su densidad de energía se obtiene a partir del ajuste de las curvas de distancia en función del redshift de supernovas tipo Ia.

²²El subíndice 'ig' hace referencia al momento en que se presenta la igualdad entre cualquier par de componentes del universo.

Como se mencionó anteriormente, en el establecimiento de una cosmología como la teoría que estudia la naturaleza del universo, no sólo interesa la forma en que el universo se expande sino también los procesos que ocurren en esa evolución y la forma en que, mediante su entendimiento, se logran predecir los fenómenos y muchas de las cantidades observadas.

El estudio de tales procesos requiere el manejo de varias áreas de la física e incluso de la química y no se expondrán en este trabajo, por motivos prácticos, a menos que el contexto lo requiera. Sin embargo, al ser parte esencial de la historia que se reconstruye del universo a través de la cosmología estándar, que es el tema central del presente capítulo, en el cuadro 2.3 se listan los principales sucesos que toman parte en el universo como consecuencia de los procesos que sufre en su evolución.

Principales eventos en la historia del universo			
Evento	Temperatura [K]	Energía	Tiempo
Inflación	$< 10^{28}$ K	$< 10^{16}$ GeV	$> 10^{-34}$ s
Bariogénesis <i>-formación de bariones-</i>	?	?	?
Desacople de la Materia Oscura	?	?	?
Transición de fase Electro-Débil	10^{15}	100 GeV	20 ps
Transición de fase de la QCD <i>-formación de hadrones-</i>	10^{12}	150 MeV	10^{-5} s
Desacople de neutrinos <i>-fondo cósmico de neutrinos-</i>	10^{10}	1 MeV	1 s
Aniquilación electrón-positrón	$5,8 \times 10^9$	500 keV	6 s
Nucleosíntesis del Big Bang <i>-formación de núcleos-</i>	10^9	100 keV	3 min
Igualdad radiación-materia	8700	0,75 eV	60 ka
Recombinación <i>-formación de átomos-</i>	3400	0,30 eV	260 ka
Desacople de fotones <i>-fondo cósmico de microondas-</i>	2900	0,25 eV	380 ka
Formación de las primeras estrellas	50	4 meV	100 Ma
Formación de las primeras galaxias	20	1,7 meV	1 Ga
Dominación de la Energía Oscura	3,8	0,33 meV	9 Ga
Momento actual	2,7	0,24 meV	13,8 Ga

Cuadro 2.3: Escalas de tiempo, energía y temperatura a la que sucedieron algunos de los procesos más relevantes que han sucedido a lo largo de la evolución del universo desde el Big Bang hasta el presente en el marco de la cosmología estándar. Cuadro adaptado de Baumann 2022.

COSMOLOGÍAS NO ESTÁNDAR

3.1 Introducción

La cosmología Λ CDM se ha establecido como un buen modelo del universo debido a su capacidad para explicar y predecir muchas de las características que hoy conocemos de él a gran escala. Los patrones medidos en la distribución espacial de las galaxias y en la distribución angular del fondo cósmico de microondas son consistentes con lo que se espera de los remanentes de las Oscilaciones Acústicas Bariónicas (BAO por sus siglas en inglés), una de las predicciones de la cosmología estándar [Peebles 2022]. La explicación de la formación de los elementos ligeros (principalmente hidrógeno, helio y litio) y la predicción de sus abundancias, la predicción de la polarización del fondo cósmico de microondas y la explicación de la expansión acelerada del universo son, por mencionar, algunos de los múltiples éxitos que se le atribuyen a esta, la actual teoría del cosmos.

Aún con el gran poder descriptivo del universo que ha probado tener, lo cierto es que, a la fecha, el modelo Λ CDM enfrenta varios retos. Por una parte el modelo no logra explicar la naturaleza de la materia y la Energía Oscura, el mecanismo que da lugar a la inflación sigue siendo desconocido, además, a partir del desarrollo de las observaciones de

gran precisión, han surgido una serie de anomalías entre las que se encuentra la conocida tensión de Hubble. Estos y algunos otros problemas son la base sobre la cual se motiva la consideración de física más allá de Λ CDM o, lo que es lo mismo, de **cosmologías no estándar**¹.

Una cosmología no estándar es, entonces, básicamente cualquier modelo cosmológico que se propone como alternativa al actual modelo estándar. Ejemplos de este tipo de cosmologías hay muchos en la literatura, no obstante, sólo un tipo muy específico de ellas será relevante al propósito de nuestros desarrollos posteriores.

El presente capítulo tiene como objetivo retomar algunos de los procesos ocurridos en los primeros instantes del universo temprano y los elementos que los caracterizan a la luz de la cosmología estándar con el fin de motivar la introducción de una clase particular de fenómenos cuyas características e implicaciones principales serán discutidas.

3.2 De inflación a nucleosíntesis del Big Bang

Mientras que en el capítulo 2 se hizo principal énfasis en la descripción teórica de un universo en expansión, por motivos prácticos, los procesos que ha sufrido el universo a lo largo de su historia evolutiva y los momentos en los que sucedieron tan sólo se mencionaron rápidamente.

¹Si bien parece ser que el actual modelo estándar de la cosmología no es la teoría última que describe el universo, al ser una buena aproximación a la realidad, es de esperarse que una mejor teoría del cosmos se parezca mucho a Λ CDM.

En la presente sección se ampliará de forma breve, en el marco de una cosmología estándar, la discusión del estado del universo temprano y lo que aconteció en él entre las épocas de inflación y nucleosíntesis del Big Bang. Esto, con el propósito final de motivar la necesidad de introducir el tipo de cosmología estándar que se describirá al final del capítulo.

3.2.1 Problemas del modelo del Big Bang Caliente

Para empezar es importante resaltar un hecho clave. El modelo Λ CDM, la actual cosmología estándar, no es más que una parametrización del modelo cosmológico del Big Bang Caliente en el que se agrega al contenido del universo una constante cosmológica (Λ) y una cantidad suficiente de partículas de Materia Oscura masivas o, lo que es lo mismo, Materia Oscura fría (CDM por sus siglas en inglés) [Robson et al. 2019].

El modelo del Big Bang Caliente da cuenta de la historia cósmica, de forma confiable y comprobada experimentalmente, desde que el universo tenía al menos 1 s a partir del momento en que ocurrió el Big Bang. Este momento corresponde básicamente a la época en la que se formaron los núcleos, esto es, al momento en el que se dio la nucleosíntesis del Big Bang. De esta manera, la nucleosíntesis del Big Bang se puede pensar como el momento en que la historia del universo se divide en dos, una a partir de la cual los procesos descritos por la teoría son un hecho y otra en la que los procesos son o una extrapolación confiable (como las transiciones de fase electrodébil y de la QCD) o eventos que se saben debieron de haber ocurrido (como la producción de la Materia Oscura, la bariogénesis y la inflación).

Aún cuando el Big Bang Caliente ha probado ser un excelente modelo de los procesos del universo llevados a cabo dentro del amplio período de tiempo que abarca (1s - hoy), lo cierto es que es una teoría incompleta. Concretamente, esta afirmación se debe al hecho de que para explicar las características de ciertas observaciones importantes, el Big Bang Caliente, requiere de un universo con condiciones iniciales muy específicas, tan específicas que, en principio, deben ser impuestas a mano. Los tres famosos problemas que se plantean dentro del modelo son llamados: **el problema del horizonte, el problema de la planitud y el problema de los monopolos.**

El remanente de la época de la recombinación, el fondo cósmico de microondas, contiene pequeñas variaciones en la temperatura en función de la dirección en el cielo (anisotropías) que reflejan las perturbaciones en la densidad de materia en el universo temprano. Gracias a múltiples experimentos se han podido determinar fluctuaciones en la temperatura tan pequeñas como $\Delta T/T \sim 10^{-5}$ para regiones del espacio, vistas desde la Tierra hoy, con distancias angulares $\theta > 2,3^\circ$. Esto quiere decir que dos puntos en el CMB con separaciones más grandes que la distancia angular indicada se encuentran a temperaturas que difieren tan solo en una 1 parte entre 10^5 de la temperatura promedio $T_0 = (2,7260 \pm 0,0013)$ K medida por el satélite COBE. Tal isotropía en la temperatura del CMB no puede ser explicada dentro del Big Bang Caliente ya que cálculos hechos en el marco de este modelo indican que sólo regiones con $\theta \lesssim 2,3^\circ$ pueden estar conectados causalmente, de este modo, no hay manera en que puntos a distancias mayores se encuentren en una especie de equilibrio térmico o en contacto causal tal y como lo indican las observaciones. Este es el problema del horizonte.

Las pequeñas anisotropías en la temperatura medidas en el CMB pueden ser estudiadas mediante un espectro de potencias. La forma exacta del espectro de potencias depende de modelo cosmológico, de esta forma, ajustando la teoría a los puntos en el espectro, se pueden determinar muchos de los parámetros cosmológicos. Dado que la posición del primer pico en el espectro de potencias de la figura 3.1 depende de la curvatura espacial del universo (Ω_k), aplicando el proceso de ajuste descrito, se obtiene el límite superior para la cantidad de curvatura espacial hoy [Baumann 2022]:

$$|\Omega_{k,0}| < 0,005. \quad (3.1)$$

Lo cual es muy cercano a un universo plano. El problema en el modelo del Big Bang Caliente es que el valor de la curvatura dado en 3.1 conduce a valores de Ω_k cada vez más pequeños a tiempos más tempranos, o, de la relación 2.20, a valores de Ω_0 tan cercanos a 1 que la densidad de energía del universo tiende a su valor crítico con una precisión tan alta que parece poco natural. De esta manera, a menos que las condiciones iniciales se fijen a valores muy específicos, el universo o se expande o colapsa tan rápido que no habría tiempo para que la estructura a gran escala que se observa actualmente se pueda formar [Lozanov 2019]. Este es el problema de la planitud.

El problema de los monopolos es básicamente el resultado de integrar el modelo del Big Bang Caliente con el concepto de Teoría de Gran Unificación (GUT por sus siglas en inglés) de la física de partículas. Con el descubrimiento de Maxwell en 1873 de que la electricidad y el magnetismo eran manifestaciones de una misma fuerza, la fuerza electromagnética, y más tarde, en 1967, cuando Weinberg, Glashow y Salam demostraron que, de una forma análoga, a partir de cierto rango de energías el electromagnetismo y la fuerza débil se unían en la forma de una sola fuerza, la fuerza electrodébil, se desencadenó una serie

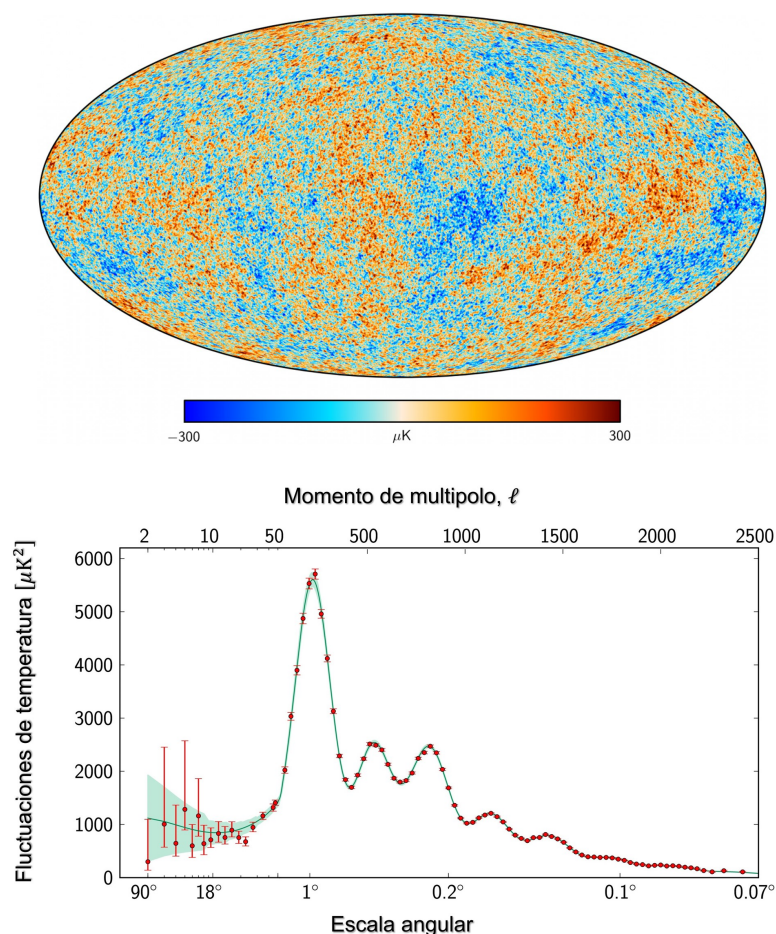


Figura 3.1: En la figura superior se presenta un mapa de las anisotropías en la temperatura del fondo cósmico de microondas y el espectro de potencias asociado en la figura inferior. En este espectro el tamaño angular del horizonte de partículas al momento de la recombinación corresponde a $l \approx 200$, la posición del primer pico depende de la curvatura espacial del universo, su altura es una medida de la densidad de materia y las alturas relativas de los diferentes picos determinan la densidad de bariones. Figura adaptada de Lozanov 2019.

de esfuerzos para unificar cada una de las cuatro fuerzas fundamentales presentes en la naturaleza. De esta manera, nace una visión del universo en la cual a determinadas escalas de energía (temperatura o tiempo) se unen las fuerzas restantes a, la ya confirmada experimentalmente, fuerza electrodébil (Véase la figura 3.2).

En este panorama, una vez que la temperatura del universo decae por debajo del rango de energías a las que las diferentes fuerzas se unifican, se da lo que se conoce como una transición de fase donde se genera tanto el rompimiento espontáneo de ciertas simetrías presentes como la hipotética formación de defectos topológicos. Lo que se debe de entender

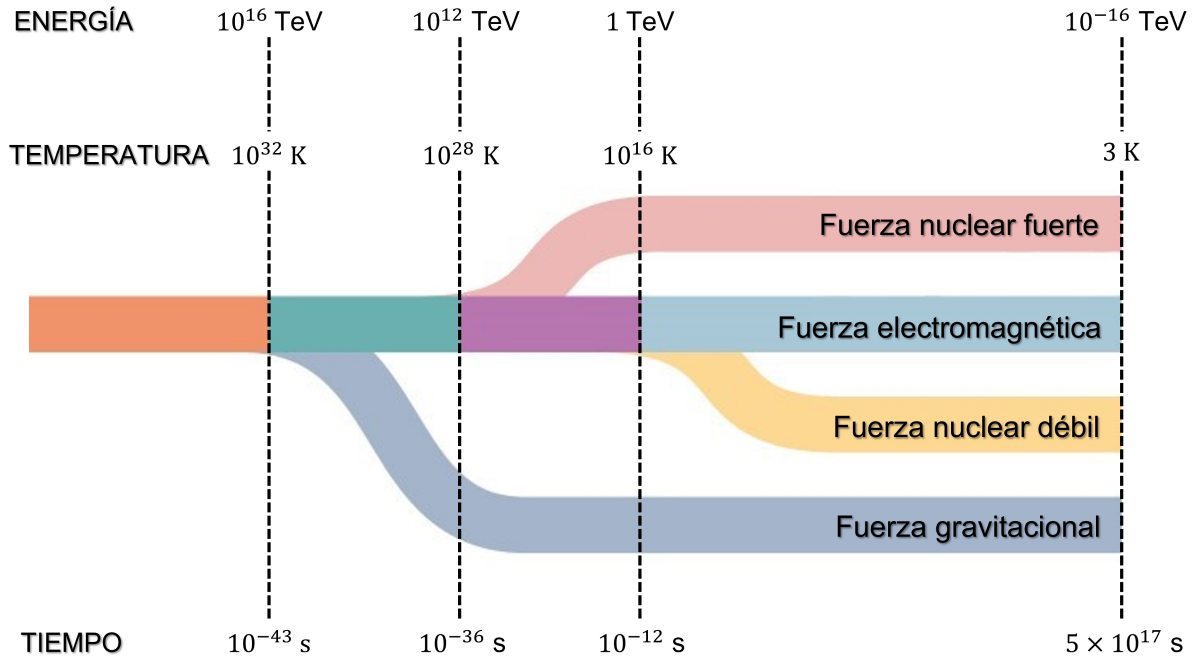


Figura 3.2: Energía, temperatura y escalas de tiempo a las cuales se da la unificación de las diferentes fuerzas en la naturaleza. Figura adaptada de Ryden 2017.

de toda esta discusión, es que los monopolos magnéticos son un tipo de defectos topológicos que surgen en las transiciones de fase en teorías de Gran Unificación, esto es, cuando se separan la fuerza fuerte y la electro-débil a escalas de energía de $\sim 10^{12}$ TeV. Al momento de su creación, se calcula una densidad de monopolos magnéticos:

$$n_M \sim 10^{82} \text{ m}^{-3},$$

un número bastante grande. No obstante, a la fecha ningún monopolo magnético ha sido observado y las búsquedas han establecido limites superiores en la densidad de monopolos hoy tan restrictivos como $n_{M,0} < 10^{-29} n_{b,0}$. Dado que los monopolos surgen dentro de la teoría como partículas masivas y estables, la dilución de su densidad a los niveles observados actualmente constituye un problema, el problema de los monopolos.

De fondo, tanto el problema de horizonte como el problema de la planitud provienen de observaciones del fondo cósmico de microondas y su inconsistencia con la causalidad en el marco del Big Bang Caliente. El problema de los monopolos, por otra parte, al ser una consecuencia de la hipotética existencia de las Teorías de la Gran Unificación y de ciertas búsquedas experimentales, no se constituye como un problema puramente cosmológico, de hecho, los monopolos magnéticos dejan de ser un problema si simplemente se considera que no existe algo como una Teoría de Gran Unificación. Dado que el problema del horizonte y el de la planitud no pueden ser descartados tan fácilmente como el de los monopolos, la inflación surge como una teoría que logra solucionar las dificultades existentes al demostrar que, en realidad, los tres problemas tienen el mismo origen y que las características tan particulares del universo en el que nos encontramos pueden ser explicadas aún cuando el universo primigenio haya partido de condiciones iniciales más genéricas.

3.2.2 Inflación y recalentamiento

La inflación fue propuesta por primera vez en 1981 por Alan Guth [Guth 1981] como una síntesis de varias ideas que se venían desarrollando desde finales de los setentas. Esta inicial e incompleta versión de la teoría fue refinada posteriormente gracias a las contribuciones hechas, entre otros, por los físicos Andrei Linde y Paul Steinhardt [Linde 1982, Albrecht y Steinhardt 1982] que junto con Guth se consideran los pioneros del esquema inflacionario [Peebles 1993].

Básicamente la inflación consiste en la hipótesis de que hubo un período durante el cual el universo temprano se expandió de forma acelerada. Por expansión acelerada se entiende que $\ddot{a} > 0$, de esta manera, la ecuación de Raychaudhuri 2.18 implica:

$$P < -\frac{1}{3}\rho,$$

esto es, un universo dominado temporalmente por una componente con $w < -1/3$. Si específicamente se asume $w = -1$, entonces el universo estuvo dominado por una constante cosmológica y, de la ecuación de Friedmann 2.17, en esta época la expansión es exponencial:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{\Lambda_i} = \frac{\Lambda_i}{3} \Rightarrow a(t) \propto e^{H_i t},$$

con $H_i = (\Lambda_i/3)^{1/2} = \text{cte}$, el parámetro de Hubble en la época inflacionaria. De esta manera, el panorama detrás de la idea de inflación es la de un universo temprano en el que en el intermedio de la época en la que está dominado por radiación, como en el modelo del Big Bang Caliente, se introduce un período de dominación por una constante cosmológica, entre los tiempos t_i y t_f , de tal manera que:

$$a(t) = \begin{cases} a_i(t/t_i)^{1/2} & \text{si } t < t_i \\ a_i e^{H_i(t-t_i)} & \text{si } t_i < t < t_f \\ a_i e^{H_i(t_f-t_i)}(t/t_f)^{1/2} & \text{si } t > t_f. \end{cases}$$

Y, por tanto, durante el lapso de tiempo que dura inflación, el incremento en a escala como:

$$\frac{a(t_f)}{a(t_i)} = \frac{a_i e^{H_i(t_f - t_i)}}{a_i} = e^N; \quad N = H_i(t_f - t_i).$$

Aunque la forma exacta en la que la inflación resuelve cada uno de los problemas del modelo del Big Bang Caliente no se expondrán en el presente texto ², por razones prácticas, si se señalará que al asumir, por ejemplo, un modelo en el que la inflación se da en la escala de energías de las teorías de gran unificación ($E_{GUT} \sim 10^{16}$ GeV), entonces, $t_i \approx t_{GUT} \sim 10^{-36}$ s y el número de e-folds de inflación, N , necesarios para resolver los problemas descritos debe ser ≥ 60 ³.

Hasta ahora sólo se ha introducido la idea subyacente detrás del paradigma inflacionario y sus implicaciones en la forma en la que se expande el universo durante el período de tiempo que dura. Para hacer de la inflación una teoría del universo temprano es necesario, además, incluir en nuestra descripción el mecanismo físico que da lugar a este tipo de evolución.

Existen muchos modelos de inflación, sin embargo, el que se estudiará en el resto de la presente sección es el modelo consistente con las observaciones más común en el que un solo campo escalar ϕ , denominado el inflatón, genera la expansión acelerada del universo. Este campo, que es en general función de la posición y el tiempo, tiene asociado un potencial $V(\phi)$. Debido a los argumentos de homogeneidad y de isotropía, el campo es sólo función del tiempo ($\phi = \phi(t)$) y la densidad de energía y la presión asociados a este fluido toman la forma:

²Para ver un análisis detallado de la solución inflacionaria a los problemas del Big Bang Caliente refiérase, por ejemplo, a Baumann 2022, Lozanov 2019 o Ryden 2017.

³Para este modelo propuesto, el valor de la densidad de energía asociada a la constante cosmológica Λ_i presente en el tiempo de la inflación es mucho mayor que la densidad de energía de la constante cosmológica hoy Λ_0 . En específico $\rho_{\Lambda_i} \sim 10^{107} \rho_{\Lambda_0}$.

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad P_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (3.2)$$

De esta manera, si se cumple que $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$, 3.2 implica que:

$$P_\phi \approx -\rho_\phi \approx -V(\phi),$$

y el campo del inflatón actúa como una constante cosmológica capaz de expandir el universo exponencialmente si durante cierto período de tiempo ϕ varía muy lento en el tiempo y el potencial es lo suficientemente grande para dominar la densidad de energía del universo. Estas condiciones tanto para el campo y como para el potencial se presentan en el universo temprano si se cumple que:

$$\frac{M_{pl}^2}{2} \left(\frac{1}{V} \frac{dV}{d\phi} \right)^2 \ll 1, \quad (3.3)$$

con $M_{pl} = 1/\sqrt{8\pi G}$ la masa de Planck reducida. La desigualdad 3.3, que se presenta sin demostración por practicidad ⁴, básicamente indica que el potencial debe ser lo suficientemente plano ($dV/d\phi$ pequeño) y amplio (V grande) como para que el campo ϕ ruede tan lento como sea necesario a través de él ($\dot{\phi}$ pequeño). A esta clase de modelos se les denomina inflación de tipo slow-roll y el término de la izquierda en 3.3 es el parámetro de slow-roll del potencial (ϵ_V).

⁴Para ver una demostración completa de esta desigualdad refiérase a Baumann 2022, Ryden 2017 o Lozanov 2019.

En la figura 3.3 se muestra, como ejemplo, un tipo de potencial que cumple con las condiciones que conducen a un período inflacionario.

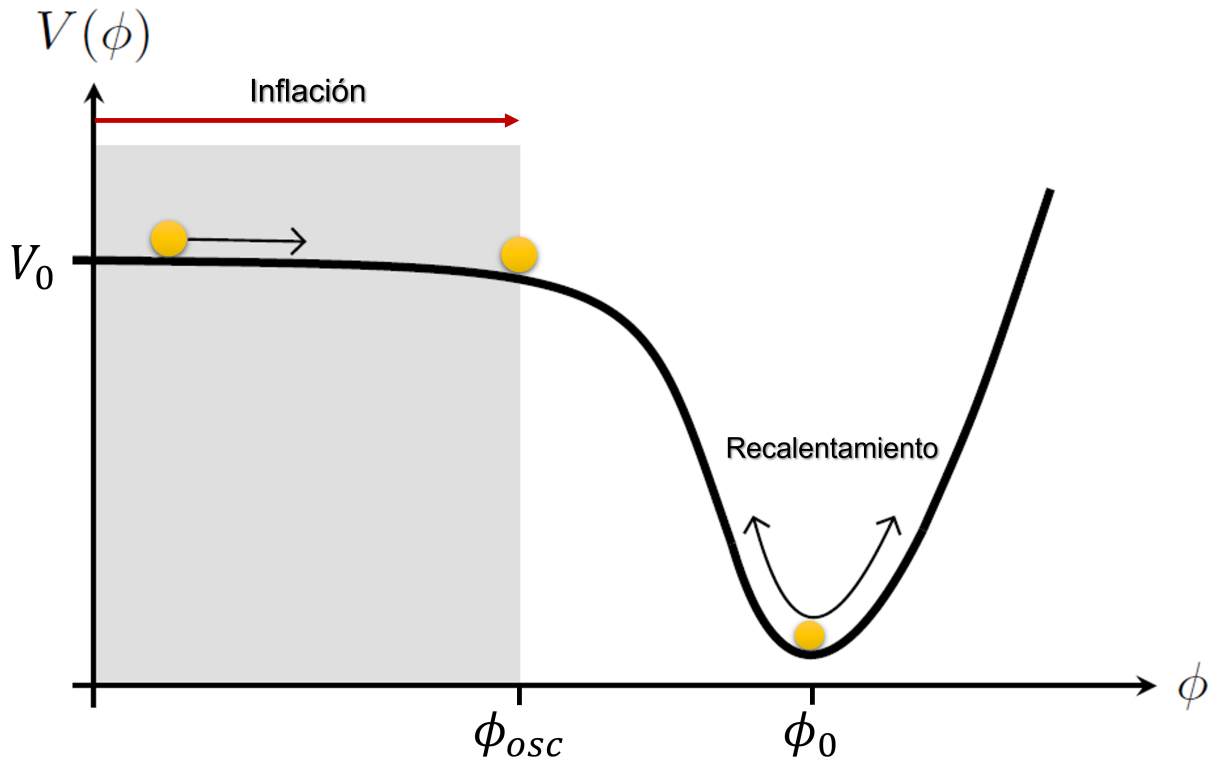


Figura 3.3: Ejemplo de un potencial de tipo slow-roll. En esta figura el estado de ‘falso vacío’ se da en $\phi = 0$, el mínimo global o estado de ‘verdadero vacío’ en $\phi = \phi_0$ y la inflación ocurre en la región sombreada hasta el momento en que el campo comienza a oscilar en $\phi = \phi_{osc}$ alrededor del mínimo. Figura adaptada de Baumann 2022.

En este potencial, el inflatón se encuentra en un *estado de falso vacío meta-estable* si el campo reside cerca a su máximo en $\phi = 0$ y $V = V_0$. Ante tales circunstancias, basta con un pequeño empujón para que ϕ continúe rodando lentamente hacia su mínimo o *estado de verdadero vacío* en $\phi = \phi_0$ y $V = 0$. Si se cumple la condición 3.3, el inflatón puede llegar a tardar muchos tiempos de Hubble ⁵ en rodar cuesta abajo hacia el estado de verdadero vacío y, mientras esto sucede, el campo produce la expansión exponencial. Dado que esta expansión termina en el momento en que la pendiente del potencial se hace mayor y el

⁵El tiempo de Hubble es una estimación aproximada de la edad del universo en un momento determinado asumiendo que el valor del parámetro de Hubble ha permanecido igual desde el Big Bang. Esta cantidad está dada por el inverso del parámetro de Hubble en la época de interés. Hoy, por ejemplo, con $H_0 = 6,893 \times 10^{-2} \text{ Ga}^{-1}$, se calcula que el tiempo de Hubble es $H_0^{-1} = 14,507 \text{ Ga}$.

campo adquiere una energía cinética apreciable, la duración de la inflación y, por tanto, el número de e-folds depende de la forma específica del potencial. En particular, se espera que valores grandes de ϕ_0 y V_0 y valores pequeños de $dV/d\phi$ conduzcan a un valor grande de N .

Una vez termina inflación, el campo ϕ alcanza el fondo del potencial y empieza a oscilar al rededor del mínimo dando paso al proceso que se conoce como **recalentamiento**. La ecuación que describe el movimiento del inflatón para el período que va desde el final de inflación y el final de recalentamiento, está dada por:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -\frac{dV}{d\phi}. \quad (3.4)$$

Esta expresión, que se obtiene insertando las igualdades 3.2 en la ecuación de continuidad 2.11 para el inflatón, corresponde a la de un oscilador armónico amortiguado en el que una partícula oscilando en un potencial es acelerada por una fuerza proporcional a $-dV/d\phi$ y frenada por una fuerza de fricción proporcional a su velocidad debida a la expansión del universo. Al término $3H\dot{\phi}$ en 3.4 se le denomina *fricción de Hubble*.

Como ya se ha mencionado, el estado de la expansión del universo en un momento determinado depende de la densidad de energía presente vía la ecuación de Friedmann. En un universo dominado por un campo escalar homogéneo que oscila al rededor del mínimo de su potencial, el parámetro de la ecuación de estado, $w = P_\phi/\rho_\phi$, también oscila y toma valores entre -1 cuando ϕ se encuentra en su máximo y 1 cuando $\phi = 0$. A fin de entender, entonces, la evolución cósmica durante recalentamiento, parece útil determinar la ecuación de estado promedio de este período $\langle P_\phi \rangle = w\langle \rho_\phi \rangle$. Sin embargo, para esto es necesario conocer en primer lugar la forma del potencial.

Un hecho clave en la descripción del recalentamiento es que este proceso en si mismo puede ser desligado de inflación y las partes del potencial en la figura 3.3 asociadas a cada uno de estos períodos se pueden asumir, en principio, diferentes [Garcia et al. 2020]. Si durante la fase de oscilaciones se adopta una parametrización del potencial de la forma $V(\phi) \propto |\phi|^n$, entonces, multiplicando por ϕ la ecuación 3.4 y tomando el promedio sobre una oscilación se tiene:

$$\langle \ddot{\phi}\phi \rangle + \left\langle \phi \frac{dV}{d\phi} \right\rangle = 0,$$

donde se ignora la expansión dado que H decae con el tiempo después de inflación. Además, como $\langle \dot{\phi}^2 \rangle = -\langle \ddot{\phi}\phi \rangle$:

$$\langle \dot{\phi}^2 \rangle = \left\langle \phi \frac{dV}{d\phi} \right\rangle.$$

Y el parámetro de la ecuación de estado toma la forma ⁶:

$$w = \frac{\langle P_\phi \rangle}{\langle \rho_\phi \rangle} \approx \frac{\langle \dot{\phi}^2 \rangle / 2 - \langle V \rangle}{\langle \dot{\phi}^2 \rangle / 2 + \langle V \rangle} = \frac{\langle \phi dV/d\phi \rangle / 2 - \langle V \rangle}{\langle \phi dV/d\phi \rangle / 2 + \langle V \rangle} = \frac{n-2}{n+2}. \quad (3.5)$$

⁶Cuando $n \leq 1/2$, $w \leq -1/3$ y $\ddot{a} > 0$, esto es, el universo entra en una etapa de inflación. No obstante, para que la ecuación de movimiento del inflatón esté bien definida, se debe cumplir que $n \geq 1/2$ y, en consecuencia, las oscilaciones al rededor del mínimo siempre conducen a una etapa de expansión decelerada con $w \geq -1/3$ [Lozanov 2019].

Considerando en específico un potencial de la forma $V(\phi) \approx \frac{1}{2}m^2\phi^2$, esto es, $n = 2$ ⁷, la ecuación de movimiento y el parámetro de estado resultantes son, respectivamente:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -m^2\phi,$$

$$w = 0.$$

De esta manera, para un potencial cuadrático, el proceso de recalentamiento toma lugar en un universo en el que campo oscilante del inflatón se comporta en promedio como materia, esto es, $\rho_\phi \propto a^{-3}$.

Con el fin de evitar la situación en la que el universo termine completamente vacío después del período inflacionario, el inflatón se debe acoplar a campos del modelo estándar. En este escenario, la amplitud de las oscilaciones de ϕ no solo se ven amortiguadas por la fricción de Hubble sino también a causa del decrecimiento en ρ_ϕ por la transferencia de la energía almacenada en el campo a partículas ordinarias relativistas (radiación). Si el decaimiento al modelo estándar, con ancho Γ_ϕ , es lento⁸, entonces la evolución de la densidad de energía del inflatón y de la radiación generada están dictadas por la solución al conjunto de ecuaciones acopladas de Boltzmann dadas por:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H\rho_\phi = -\Gamma_\phi\rho_\phi,$$

$$\dot{\rho}_R + 4H\rho_R = \Gamma_\phi\rho_\phi,$$
(3.6)

⁷Los modelos que durante inflación exhiben potenciales de tipo cuadrático, aunque fáciles de estudiar, están descartados por observaciones del CMB [Baumann 2022].

⁸Un decaimiento lento típicamente sucede si el inflatón sólo se acopla a fermiones. Si, además, existe un acople a bosones, el decaimiento es más rápido y los bosones se crean fuera del equilibrio térmico dando lugar a lo que se conoce como **preheating** [ibíd.].

donde el parámetro de Hubble de un universo dominado por el campo del inflatón ($\rho_\phi \gg \rho_R$), como sucede durante recalentamiento, está dado de forma aproximada por:

$$H^2 \approx \frac{\rho_\phi}{3M_{pl}^2}.$$

Como se puede observar en la figura 3.4, donde se grafica la solución numérica a las ecuaciones en 3.6, una vez la expansión exponencial termina y el inflatón empieza a decaer, los productos del decaimiento comienzan a interactuar y, en consecuencia, a termalizar. La temperatura de este plasma escala rápidamente a una temperatura máxima T_{max} y, alcanzado este valor, en un universo dominado por materia, la temperatura decae de la forma usual, esto es, como $a^{-\frac{3}{8}}$ hasta que se retorna al período en que la radiación, producto de los decaimientos de ϕ , domina el universo en $T = T_{rec}$, la temperatura de recalentamiento. Al final de la época de recalentamiento, la densidad de energía de radiación es menor que la densidad de energía de ϕ al final de inflación $\rho_{\phi,f}$. Si el recalentamiento dura mucho tiempo $\rho_R \ll \rho_{\phi,f}$ y T_{rec} se vuelve mucho más pequeña. Como mínimo la temperatura de recalentamiento debe ser mayor a 1 MeV, esto con la intención de respetar las condiciones presentes en el momento en que inicia el proceso de la nucleosíntesis del Big Bang ⁹.

Una vez las partículas presentes en el plasma entran en equilibrio térmico, el universo alcanza eventualmente un estado de expansión característico de una época dominada por radiación. De esta manera, el proceso de recalentamiento no solo explica el origen cósmico de la materia de la que estamos hechos sino que, al mismo tiempo, su culminación marca el inicio de las condiciones presentes en el modelo del Big Bang Caliente, esto es, un universo caliente, en equilibrio térmico y dominado por radiación, el universo de la nucleosíntesis del Big Bang.

⁹Con el fin de garantizar que se lleve a cabo el proceso de bariogénesis luego de recalentamiento, en principio, la T_{rec} debe ser mucho mayor que la escala propuesta.

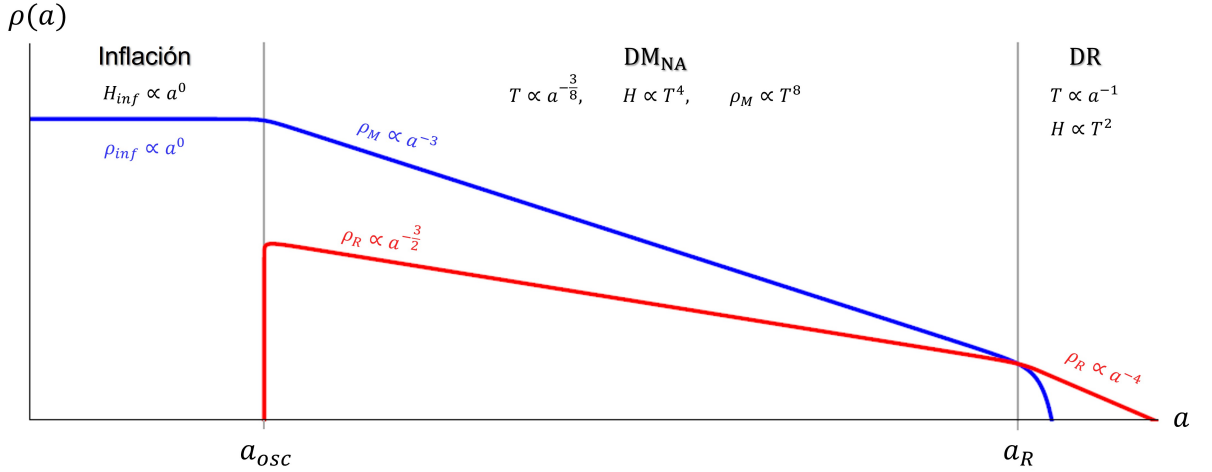


Figura 3.4: Evolución de la densidad de energía del inflatón ρ_ϕ y de la radiación ρ_R en escala logarítmica. Inmediatamente después de inflación, el decaimiento de ϕ en a_{osc} produce un incremento súbito en la densidad de energía de la radiación a un valor máximo. A partir de este momento, la radiación se diluye como $a^{-3/2}$ durante una época no adiabática dominada por materia (DM_{NA}) hasta que termina el recalentamiento en a_R cuando el decaimiento del inflatón se vuelve eficiente e inicia una era dominada por radiación (DR). En esta figura se muestra también, por ilustración, la forma en la que escala la temperatura y el parámetro de Hubble en las diferentes épocas presentadas. Figura adaptada de Gonzalez, Harigaya et al. 2020.

3.2.3 Hipótesis de la historia cósmica hasta la nucleosíntesis del Big Bang

Si bien, hasta el momento, se ha hecho énfasis en la capacidad y el éxito de la teoría inflacionaria para resolver los problemas del modelo del Big Bang Caliente, lo cierto es que una de sus características más fascinantes es que provee un mecanismo natural para crear las fluctuaciones de densidad primordiales que son las semillas de la estructura a gran escala que hoy observamos en el universo.

Aún cuando el mecanismo inflacionario logra explicar de forma extraordinaria las condiciones iniciales del universo temprano, se debe mantener el mente que, al igual que todos los sucesos que tomaron lugar antes de la nucleosíntesis del Big Bang, inflación no es un hecho. No es un hecho, porque los experimentos cosmológicos actuales no pueden probar el período transcurrido entre inflación y la nucleosíntesis del Big Bang. Tan solo conectar

estas dos épocas constituye un verdadero reto. Debido a la enorme diferencia entre las escalas de energía en las que toman lugar estos procesos se puede decir que existe un amplio rango de escalas de tiempo caracterizado por el escaso entendimiento y la falta de restricciones observacionales que se tienen de él [Lozanov 2019]¹⁰. No obstante, a pesar de que inflación sea más bien una hipótesis del universo temprano, su fundamento teórico está tan bien desarrollado que actualmente el panorama que proporciona se considera parte de la historia de un universo con una cosmología estándar.

El hecho de que experimentalmente no se tenga acceso al período de tiempo mencionado, no implica que no se pueda conjeturar a cerca de lo que sucedió o debió haber sucedido entre las épocas de inflación y nucleosíntesis del Big Bang. Algunos de estos eventos se resumen en el cuadro 2.3 y, lo importante a tener en cuenta es que, de todos ellos tan solo se puede obtener información de las transiciones de fase electro-débil y de la QCD a través de los experimentos que se llevan a cabo en los colisionadores dadas las energías a las que se presentan. En este sentido, aunque la historia cósmica sea un hecho comprobado hasta la nucleosíntesis del Big Bang, como se mencionó antes, de los sucesos que se supone debieron haber tomado lugar en el universo temprano únicamente los mencionados constituyen una extrapolación teórica de gran confiabilidad.

¹⁰La escala de energía a la que se produjo inflación puede ser tan grande como $E_{inf} \sim 10^{16}$ GeV y la escala a la que se produjo la nucleosíntesis del Big Bang es $E_{BBN} \sim 1$ MeV. Es decir que, es posible que nuestro desconocimiento del universo abarque un rango de energías tan grande como 10^{19} MeV.

3.3 Modelo de cosmología no estándar

Sin importar que en todas las etapas de su evolución el universo esté constituido por una o más componentes, hasta ahora se ha aprendido que la descripción cósmica a través de diferentes períodos de dominación de una sola componente es una buena aproximación en el estudio y entendimiento de la historia del universo. Al respecto, el modelo Λ CDM proporciona un escenario de 6 etapas en el que:

1. Desde el momento del Big Bang hasta el inicio de inflación en $t_i > 10^{-34}$ s, el universo se encuentra dominado por radiación.
2. Durante inflación, el universo es dominado por una constante cosmológica Λ_i que conduce a un período de expansión exponencial con una duración de aproximadamente $\Delta t = t_f - t_i \gtrsim 10^{-36}$ s.
3. A partir del final de inflación hasta final de recalentamiento, el universo es dominado por un campo escalar ϕ , el campo del inflatón, que en promedio se comporta como materia por un lapso de tiempo 10^{-34} s $< t < 1$ s.
4. Del final de recalentamiento hasta la época de la igualdad radiación-materia el universo atraviesa una etapa de dominación por radiación que dura aproximadamente 50000 años.
5. El universo es dominado por materia hasta el momento de la igualdad materia- Λ durante un tiempo de ~ 10 Ga.
6. Nos encontramos en un universo dominado por una constante cosmológica Λ desde hace 3,6 Ga aproximadamente.

De esta manera, aún suponiendo que efectivamente Λ_i dominó en el universo temprano, soportados en la consistencia de las predicciones de la teoría inflacionaria con las mediciones de las anisotropías en la temperatura del CMB, y sabiendo que el universo estuvo dominado por radiación durante la nucleosíntesis del Big Bang debido a las abundancias de los elementos ligeros, es importante notar que, dentro de la cosmología estándar, sigue

existiendo un período entre final de recalentamiento y el inicio de la nucleosíntesis del que no se tiene sustento observacional (Véase la figura 3.5). Así, no hay razón para creer que, en principio, hubo una dominación por radiación en el intermedio de estas dos épocas y, en este sentido, es posible que la historia del universo exhiba una etapa adicional dominada por una componente diferente dentro del marco de una cosmología no estándar. Como se mencionó antes, el modelo Λ CDM ya enfrenta varios retos y, de cara a esta situación, parece natural hacer la transición a nuevos escenarios.

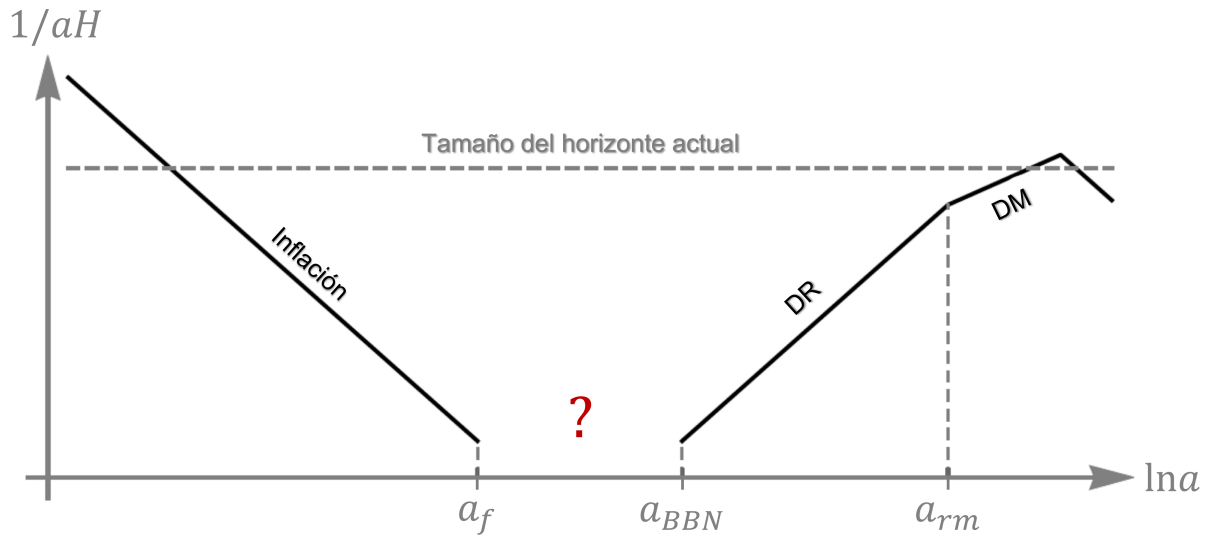


Figura 3.5: Evolución de la escala de Hubble comóvil $1/(aH)$ en función del factor de escala a . Aún asumiendo que el proceso de inflación se presentó en el universo temprano para solucionar los diferentes problemas del modelo del Big Bang Caliente, mientras no haya evidencia observacional, lo que pasó en el período que va entre el final de inflación y el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang continúa siendo una incógnita. En la figura, a_f es el factor de escala que marca el final de inflación, a_{BBN} denota el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang y a_{rm} corresponde al momento en que se produjo la igualdad radiación-materia. Figura adaptada de Allahverdi et al. 2020.

Un período de expansión no estándar puede tener diversos orígenes, sin embargo, el que acá se estudiará está relacionado con la idea de una partícula pesada de larga duración ϕ en un baño térmico que da lugar a una época temprana de dominación por una componente diferente a radiación ¹¹. Específicamente, esta época sucede en algún período de tiempo en el intermedio de los procesos de recalentamiento y nucleosíntesis del Big Bang ¹².

¹¹Cuando se habla de un baño térmico, se hace referencia a aquellas especies de partículas relativistas en equilibrio térmico con los fotones.

¹²Para ver un análisis detallado de las posibles causas de una cosmología no estándar en este contexto refiérase a Allahverdi et al. 2020.

En este contexto, la densidad de entropía del modelo estándar s y la densidad de energía asociada a el campo φ , que puede ser cualquier especie de partícula con un parámetro de ecuación de estado $w \neq 1/3$, evolucionan de acuerdo al sistema de ecuaciones de Boltzmann acopladas dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_\varphi + 3(1+w)H\rho_\varphi &= -\Gamma_\varphi\rho_\varphi, \\ \dot{s} + 3Hs &= \frac{\Gamma_\varphi\rho_\varphi}{T}, \end{aligned} \tag{3.7}$$

con Γ_φ la tasa de decaimiento de φ y T la temperatura del modelo estándar. Mientras el campo φ domine la densidad de energía del universo, el parámetro de Hubble escala como:

$$H \propto a^{-\frac{3}{2}(1+w)} \propto T^{\frac{3}{2}(1+w)}.$$

El ejemplo más sencillo en una cosmología no estándar de este tipo corresponde al caso en que $w = 0$ y el universo está dominado por materia. Escenarios con un w más general pueden ocurrir. En la mayoría de los casos de interés $|w| \leq 1$ con $w = -1$ asociado a una dominación por Energía Oscura o quintaesencia y $w \approx 1$ asociado a kination.

Como comentario final, se dirá que una de las consecuencias más notables de introducir a la historia del universo un período de cosmología no estándar es su impacto en las abundancias cosmológicas de diferentes especies de partículas. En particular, estas épocas pueden alterar significativamente la densidad reliquia de Materia Oscura esperada debido a cambios en la tasa de expansión del universo, inyecciones de entropía que pueden diluir

la abundancia reliquia de Materia Oscura o producción no térmica de estas partículas [Allahverdi et al. 2020]. Esta característica de las cosmologías no estándar constituye el eje principal del presente trabajo y su desarrollo se pospondrá hasta el capítulo 5 donde no sólo se expondrá el estatus de este tema en la literatura sino que también se propondrá un nuevo modelo de producción de Materia Oscura tipo WIMP en una época temprana de dominación por materia.

MATERIA OSCURA

4.1 Introducción

La hipótesis de la Materia Oscura surge en un intento de explicar una serie de observaciones que se empezaron a producir desde finales del siglo 19 e inicios del siglo 20. Aunque la historia en torno a esta idea es el producto de múltiples esfuerzos, generalmente se consideran dos observaciones en específico como las primeras pruebas convincentes de la existencia de la Materia Oscura: la dispersión en las velocidades radiales de los cúmulos de galaxias y las curvas de rotación galácticas.¹

El cúmulo de coma, que ya era conocido en la década de los treinta por personajes como Hubble y Humason por exhibir una dispersión en la velocidad aparente de sus galaxias anormalmente alta en comparación a otros cúmulos, se constituye como uno de los primeros lugares donde se probó la existencia de la Materia Oscura gracias a los estudios realizados por el astrónomo suizo Fritz Zwicky. Mediante una estimación de la masa de Coma, Zwicky, pudo determinar en 1933 que la dispersión en las velocidades de las galaxias calculada haciendo uso del teorema del virial era inconsistente e inferior a la

¹Para una revisión completa de la historia de la Materia Oscura, refiérase a Bertone y Hooper 2018.

dispersión observada. Concluyendo que las estrellas y el gas presente en el cúmulo no eran suficientes para proporcionar la atracción gravitacional necesaria en mantener las galaxias juntas, Zwicky señaló que el cúmulo debía contener materia que no podemos observar en cantidades mucho mayores a la materia luminosa, el cúmulo debía contener grandes cantidades de Materia Oscura.

En 1937 Fritz Zwicky publica un artículo en el que refina y extiende su análisis del cúmulo de Coma. Allí, además de su estudio de los cúmulos de galaxias, discute la posibilidad de usar las curvas de rotación galácticas para inferir su distribución de masa ². Este trabajo y estudios anteriores constituyeron el inicio de los esfuerzos que culminaron en la década de los setentas con la segunda observación más importante a favor de la idea de la Materia Oscura gracias al trabajo desarrollado, entre otros, por Vera Rubin y Kent Ford. Esta observación consiste en el descubrimiento de las curvas de rotación planas. Si se considera una galaxia espiral constituida únicamente de materia bariónica, de la dinámica de las estrellas y el gas presente se deduce una velocidad de rotación orbital que decae a grandes distancias del centro de la galaxia como $1/\sqrt{R}$. Al analizar las curvas de rotación de este tipo de galaxias se encuentra que la velocidad orbital de gas y estrellas no decrece sino que por el contrario se mantiene constante para valores grandes de R como se observa en la figura 4.1 y se dice que la curva de rotación se aplana. Nuevamente, como la materia visible presente en la galaxia no es suficiente para mantener las estrellas y el gas en las órbitas de gran velocidad observadas, se deduce la presencia de un halo de Materia Oscura dentro del cual el disco estelar visible debe estar contenido.

Hasta ahora, como en las observaciones mencionadas, gran parte de la evidencia que se tiene de la Materia Oscura proviene de sus efectos gravitacionales sobre la materia ordinaria. En adición a la información proveniente de los cúmulos de galaxias de Zwicky y de las curvas de rotación de Rubin, en esta misma línea de evidencias, se incluyen las lentes

²Por curva de rotación galáctica se entiende al perfil de velocidad circular de estrellas y gas en una galaxia como función de su distancia desde el centro galáctico.

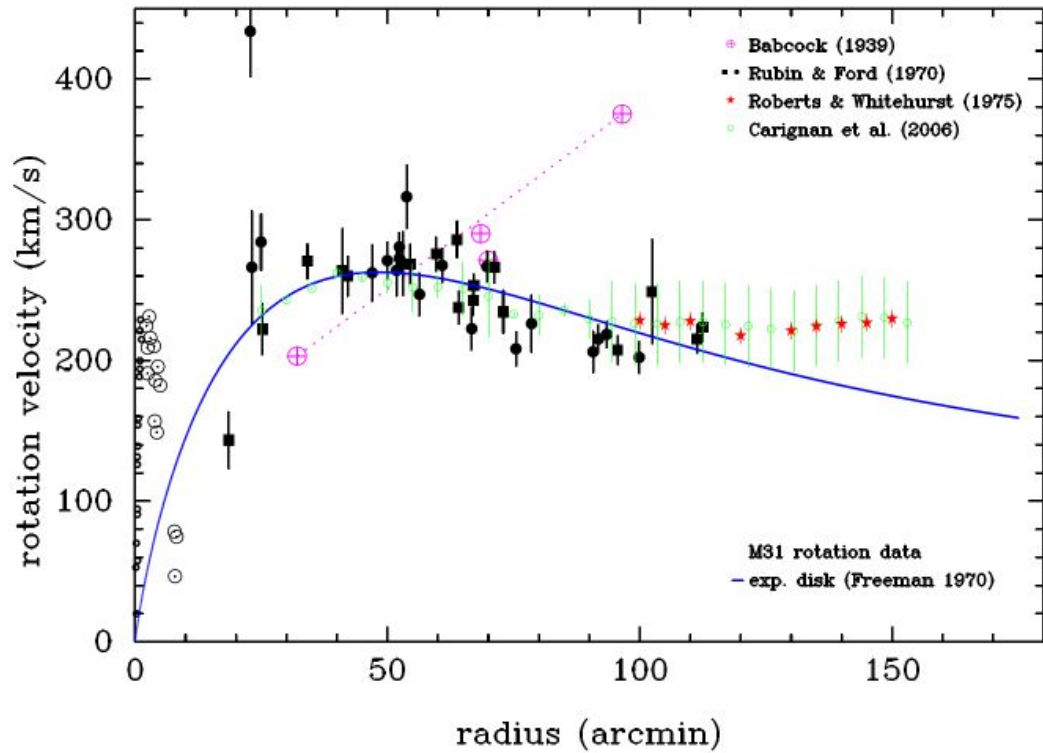


Figura 4.1: Datos de la curva de rotación para la galaxia de Andrómeda (M31) obtenidos por diferentes trabajos. Los datos asociados a la línea de los 21 cm (puntos en verde), muestran una clara discrepancia en la masa con el comportamiento esperado (línea azul sólida) en las regiones externas de la galaxia. Figura tomada de Bertone y Hooper 2018.

gravitacionales, la formación de estructura a gran escala del universo, la formación y evolución de las galaxias y la localización de la masa durante las colisiones galácticas (Véase la figura 4.2). Actualmente, la evidencia más notable de la Materia Oscura proviene de una combinación de las observaciones del fondo cósmico de microondas y de las abundancias de los elementos ligeros producidos durante la nucleosíntesis del Big Bang. Ambas fuentes de información del universo temprano indican que el parámetro de densidad de la Materia Oscura es:

$$\Omega_{mo} \approx 0,27,$$

que, en comparación con los parámetros de densidad presentados en el capítulo 2, conducen a un universo en el que la Materia Oscura constituye un 85% del total de la materia presente y un 27% del total del contenido del universo.

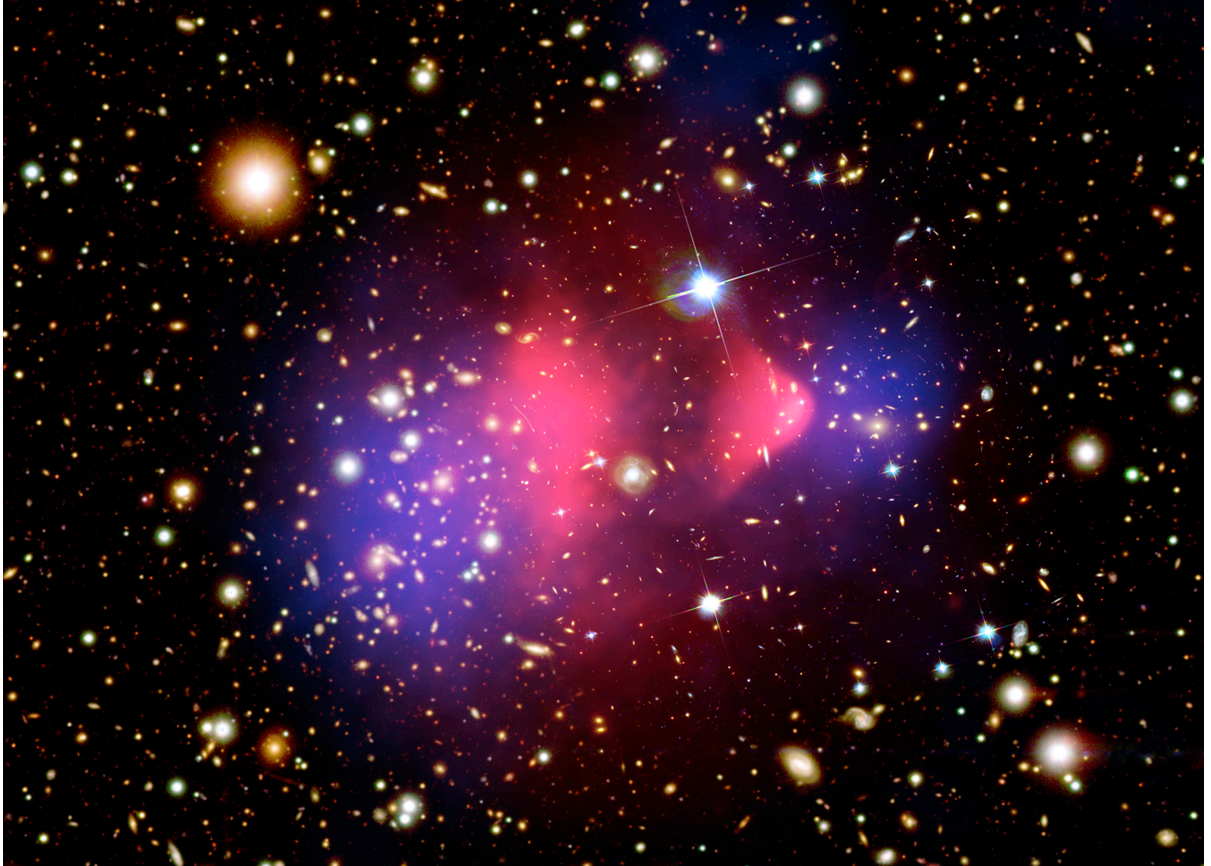


Figura 4.2: El cúmulo de la bala es uno de los pocos eventos en los que se presenta una colisión de frente y de alta velocidad entre dos cúmulos de galaxias. En esta figura, la región en rojo corresponde a la imagen del cúmulo en las longitudes de onda del visible y de los rayos-x. La región azul, por su parte, señala los lugares del objeto donde hay presencia de lentes gravitacionales. Esta colisión es usualmente considerada como prueba de la existencia de la Materia Oscura como partícula. Dado que la Materia Oscura interactúa más débilmente que la materia ordinaria, en este tipo de eventos, se hace posible que los halos de Materia Oscura puedan pasar uno a través del otro mientras la materia visible, que interactúa consigo misma, queda atrás. Figura tomada de The bullet cluster s.f.

Aunque existen modelos alternativos, como las Teorías de la Gravedad Modificada, para abordar el problema de la Materia Oscura, en el presente capítulo se adoptará la postura en la que se asume que los constituyentes de esta componente del universo se debe total o parcialmente a la presencia de una nueva partícula. Esto, siguiendo la corriente de pensamiento actual y aún teniendo en cuenta su incapacidad para explicar diversas observaciones.

A lo largo de las siguientes secciones se introducirán los elementos necesarios en la comprensión de las características de la Materia Oscura, sus posibles mecanismos de producción en el universo temprano y sus métodos de detección. Todo esto, apuntando siempre a la descripción de uno de los candidatos más importantes a Materia Oscura de todos los tiempos, el WIMP.

4.2 Equilibrio térmico

En el capítulo 2 se aprendió que la descripción del universo no sólo se da a través de conocimiento de la historia de su expansión, también se produce mediante la comprensión de la historia de los procesos que se llevaron a cabo a lo largo de su evolución. Aunque la exposición detallada de cada uno de estos procesos no es el propósito del presente trabajo ³, existe un proceso en específico que merece especial atención debido al papel fundamental que juega en el planteamiento y análisis del próximo capítulo que es el eje central de esta investigación. Este proceso es el de la producción de la Materia Oscura y dado que la comprensión de la dinámica del equilibrio es de suma importancia en su estudio, la presente sección estará dedicada a introducir sus principales elementos usando los métodos de la termodinámica y la mecánica estadística.

³Para ver una lista de algunos de los procesos más importantes en el universo refiérase al cuadro 2.3.

4.2.1 Termodinámica del equilibrio

En un universo caliente y denso, como el nuestro en su época temprana, las altas tasas de interacción presentes en el plasma primordial son las responsables de que la mayor parte de sus constituyentes entren en equilibrio térmico ⁴. Así, la descripción desde el equilibrio de los procesos que se presentan durante esta época se considera una buena estrategia.

Con el fin de describir el gas caliente de partículas débilmente interactuantes que era el universo temprano se adopta la aproximación de la mecánica estadística en donde, en vez de seguir la evolución de cada partícula individual, se caracterizan las propiedades del gas estadísticamente. En esta aproximación, el concepto de función de distribución juega un papel clave.

Una función de distribución $f(\mathbf{p}, t)$ se define como la probabilidad de que una partícula cualquiera en el gas tenga un momento \mathbf{p} asociado. En general la forma de f puede ser muy complicada, sin embargo, para un sistema que ha alcanzado el equilibrio y, por tanto, el estado de máxima entropía, la función de distribución toma la forma:

$$f(\mathbf{p}, t) = \begin{cases} \frac{1}{e^{(E(p)-\mu)/T} + 1}, & \text{para fermiones} \\ \frac{1}{e^{(E(p)-\mu)/T} - 1}, & \text{para bosones} \end{cases} \quad (4.1)$$

⁴El equilibrio térmico es un estado muy simple en el que las abundancias de todas o la mayor parte de las especies de partículas presentes en el universo quedan determinadas por su temperatura.

donde E es la energía, T la temperatura, μ el potencial químico ⁵. Y esta descripción microscópica del gas se relaciona con sus propiedades macroscópicas a través de las relaciones:

$$\begin{aligned} n(T) &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 p f(p, T), \\ \rho(T) &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 p f(p, T) E(p), \\ P(T) &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 p f(p, T) \frac{p^2}{3E(p)}, \end{aligned} \tag{4.2}$$

con n la densidad de número de partículas, ρ la densidad de energía y P la presión del gas con g grados de libertad internos. Si se pueden ignorar las energías de interacción entre las partículas, la energía es simplemente:

$$E(p) = \sqrt{m^2 + p^2}.$$

En este punto es importante resaltar que cada una de las especies de partículas i presentes en el gas tiene asociada su propia función de distribución f_i y, por tanto, su propio n_i , ρ_i y P_i . Como en tiempos tempranos $\mu_i \ll T$ y, además, las partículas están en equilibrio térmico, entonces, el potencial químico puede ser ignorado y $T_i = T$ ⁶. De esta manera, teniendo en cuenta estas consideraciones y de 4.1 en 4.2:

⁵El potencial químico describe la respuesta de un sistema al cambio en el número de partículas.

⁶Un potencial químico mucho menor que la temperatura se cumple por definición para fotones, sin embargo, para electrones, protones y neutrinos esto es tan solo un hecho probable.

$$\begin{aligned}
n(T) &= \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{e^{E/T} \pm 1} E dE, \\
\rho(T) &= \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{e^{E/T} \pm 1} E^2 dE, \\
P(T) &= \frac{g}{6\pi^2} \int_m^\infty \frac{(E^2 - m^2)^{3/2}}{e^{E/T} \pm 1} dE.
\end{aligned} \tag{4.3}$$

⁷En el límite relativista, esto es, cuando $T \gg m$, la solución a las expresiones en 4.3 es:

$$\begin{aligned}
n &= \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \begin{cases} 1, & \text{para bosones} \\ \frac{3}{4}, & \text{para fermiones} \end{cases}, \\
\rho &= \frac{\pi^2}{30} g T^4 \begin{cases} 1, & \text{para bosones} \\ \frac{7}{8}, & \text{para fermiones} \end{cases}, \\
P &= \frac{1}{3} \rho,
\end{aligned} \tag{4.4}$$

donde $\zeta(3) = 1,20206\dots$ es la función zeta de Riemann de 3. En el límite no relativista ($m \gg T$), la densidad de número, la densidad de energía y la presión son las mismas para fermiones y bosones y su solución está dada por:

⁷Si la densidad de número de equilibrio n se obtiene de 4.2 reemplazando la función de distribución de Maxwell-Boltzmann, adoptada típicamente por conveniencia, entonces $n = g \frac{m^2 T}{2\pi} K_2\left(\frac{m}{T}\right)$ tiene solución analítica y es independiente del límite. En la expresión de la densidad de número, K_2 corresponde a la función modificada de Bessel de orden 2.

$$\begin{aligned}
n &= g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m/T}, \\
\rho &\approx mn + \frac{3}{2}nT, \\
P &= nT \ll \rho.
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Note como desde el análisis del equilibrio del universo temprano se ha logrado llegar a una ecuación de estado en la que el gas se comporta como *radiación* y como *materia* en los límites relativista y no relativista respectivamente tal y como se estableció en el capítulo 2 sin demostración. Dado que la densidad de número, la densidad de energía y la presión de las especies de partículas en el gas decaen exponencialmente cuando se pasa de un límite a otro, esto es, cuando la temperatura desciende por debajo de la masa de las partículas, se dice que estas cantidades son **suprimidas por Boltzmann**. Esta supresión que se interpreta en términos de la aniquilación de partículas y antipartículas, también se presenta a temperaturas superiores, sin embargo, en este régimen las energías son lo suficientemente altas como para equilibrar las aniquilaciones a través de la producción de pares partícula-antipartícula [Baumann 2022].

Sin tomar ningún límite en 4.3, en general, la densidad total de energía de todas las especies en equilibrio se puede expresar en términos de la temperatura como:

$$\rho = T^4 \sum_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 \frac{g_i}{2\pi^2} \int_{x_i}^{\infty} \frac{\sqrt{u^2 - x_i^2}}{e^u \pm 1} u^2 du, \tag{4.6}$$

donde el índice i corre sobre todas las especies de partículas, $u = E/T$ y $x_i = m_i/T$. Dado que la densidad de energía de las especies no relativistas es exponencialmente menor que la de las especies relativistas, en 4.6 sólo se considera la contribución de la radiación y la densidad de energía total $\rho = \rho_R$:

$$\rho_R = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4, \quad (4.7)$$

con:

$$g_*(T) = \sum_{i=\text{bosones}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermiones}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4, \quad (4.8)$$

el número total de *grados de libertad relativistas para la energía del modelo estándar*. Si todas las partículas están en equilibrio a una temperatura T , determinar $g_*(T)$ es tan solo un ejercicio de conteo ⁸.

Además de n , ρ y P , una tercera cantidad muy importante para describir la evolución del universo es la entropía S . Específicamente, en el tratamiento del universo temprano, la relevancia de la entropía proviene del hecho de que, durante el equilibrio, S se conserva. Matemáticamente, la conservación de esta cantidad, que es una consecuencia de la primera y segunda ley de la termodinámica aplicadas a dicho período de tiempo, implica que:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d(sV)}{dt} = 0, \quad (4.9)$$

⁸Para una discusión más detallada al respecto refiérase a Baumann 2022 y Kolb y Turner 1981.

donde s es la densidad de entropía y se define como:

$$s = \frac{S}{V} = \frac{\rho + P}{T}. \quad (4.10)$$

Considerando, nuevamente, que la contribución de las partículas relativistas dominan la densidad total de entropía, de la ecuación de estado para la radiación y de 4.7 en 4.10 se tiene que:

$$s = \sum_i \frac{\rho_i + P_i}{T} = \frac{\rho_R + P_R}{T} = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S}(T) T^3, \quad (4.11)$$

donde $g_{*S}(T)$ es el número total de *grados de libertad relativistas para la densidad de entropía* y se define como:

$$g_{*S}(T) \approx \sum_{i=\text{bosones}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermiones}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3. \quad (4.12)$$

Note de 4.8 y 4.12 que cuando $T_i = T$, esto es, cuando las especies de partículas están en equilibrio térmico, $g_* = g_{*S}$ como se aprecia en la figura 4.3. Ya que $s \propto V^{-1}$ y que $V \propto a^3$, entonces $s \propto a^{-3}$ y el número de partículas en un volumen comóvil $N_i \equiv n_i a^3$, como se muestra en la figura 4.4, está dado por ⁹:

⁹Si las partículas de una especie determinada no son ni producidas ni destruidas, entonces N_i permanece constante.

$$N_i = \frac{n_i}{s} = \begin{cases} \frac{45\zeta(3)g}{2\pi^4 g_{*S}} \begin{cases} 1, & \text{para bosones,} \\ 3/4, & \text{para fermiones,} \end{cases} & ; \text{ si } T \gg m, \\ \frac{45g}{4\sqrt{2}\pi^5 g_{*S}} \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} e^{-m/T}; & \text{si } T \ll m. \end{cases} \quad (4.13)$$

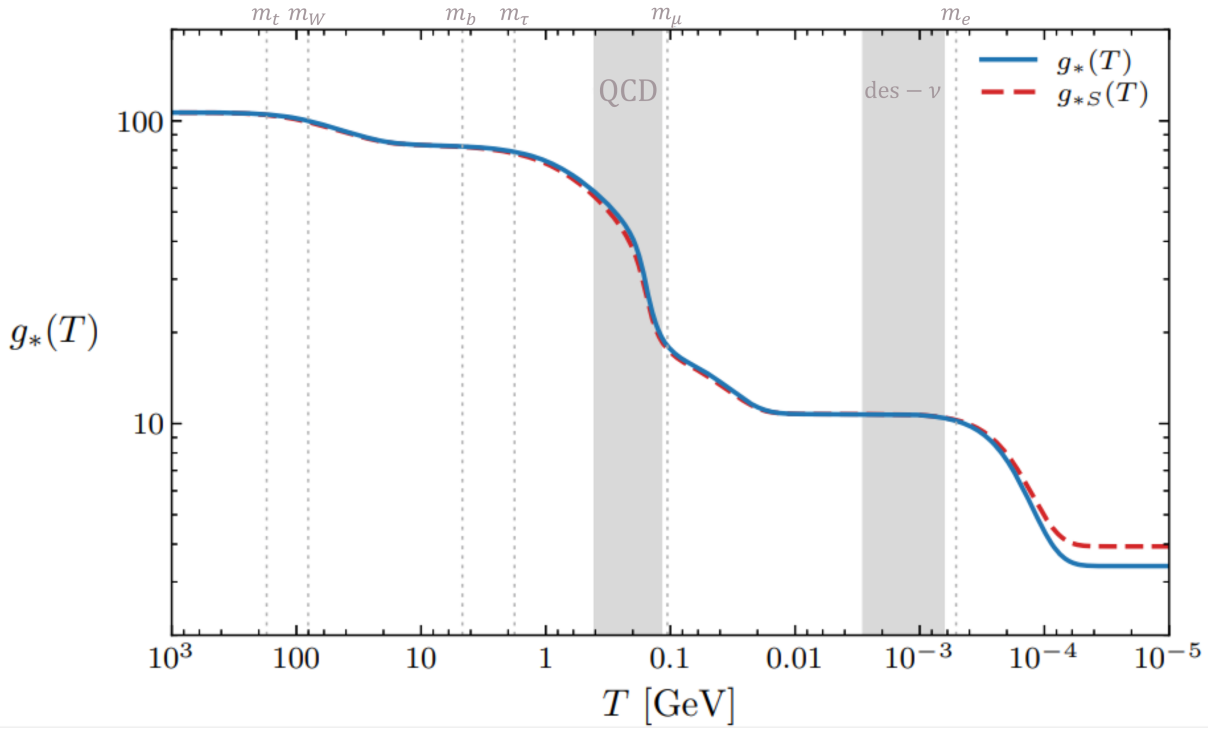


Figura 4.3: Evolución de g_* y g_{*S} con la temperatura asumiendo el contenido de partículas del modelo estándar. Las bandas grises indican, por referencia, los períodos en los que se dió la transición de fase de la QCD y el desacople de los neutrinos (des- ν) y las líneas punteadas las escalas de masa en las que algunas de las partículas del modelo estándar se aniquilaron con su correspondiente antipartícula. Figura adaptada de Wallisch 2019.

Como consecuencia de la conservación de la entropía, de 4.11 en 4.9, $g_{*S}(T)T^3 a^3 = \text{cte}$ y la temperatura del universo evoluciona como:

$$T \propto \frac{1}{g_{*S}(T)^{1/3}} a^{-1}. \quad (4.14)$$

Así, en los momentos en que g_{*S} es aproximadamente constante, $T \propto a^{-1}$, esto es, T escala de la forma usual en un universo dominado por radiación. De otra manera, el factor $g_{*S}^{-1/3}$ entra en juego y hace que T decaiga más lento que a^{-1} . Este escalamiento de la temperatura da cuenta de los momentos en los que se produce una transferencia de entropía al plasma térmico debido a la desaparición y a la transición de las diferentes especies de partículas al límite no relativista.

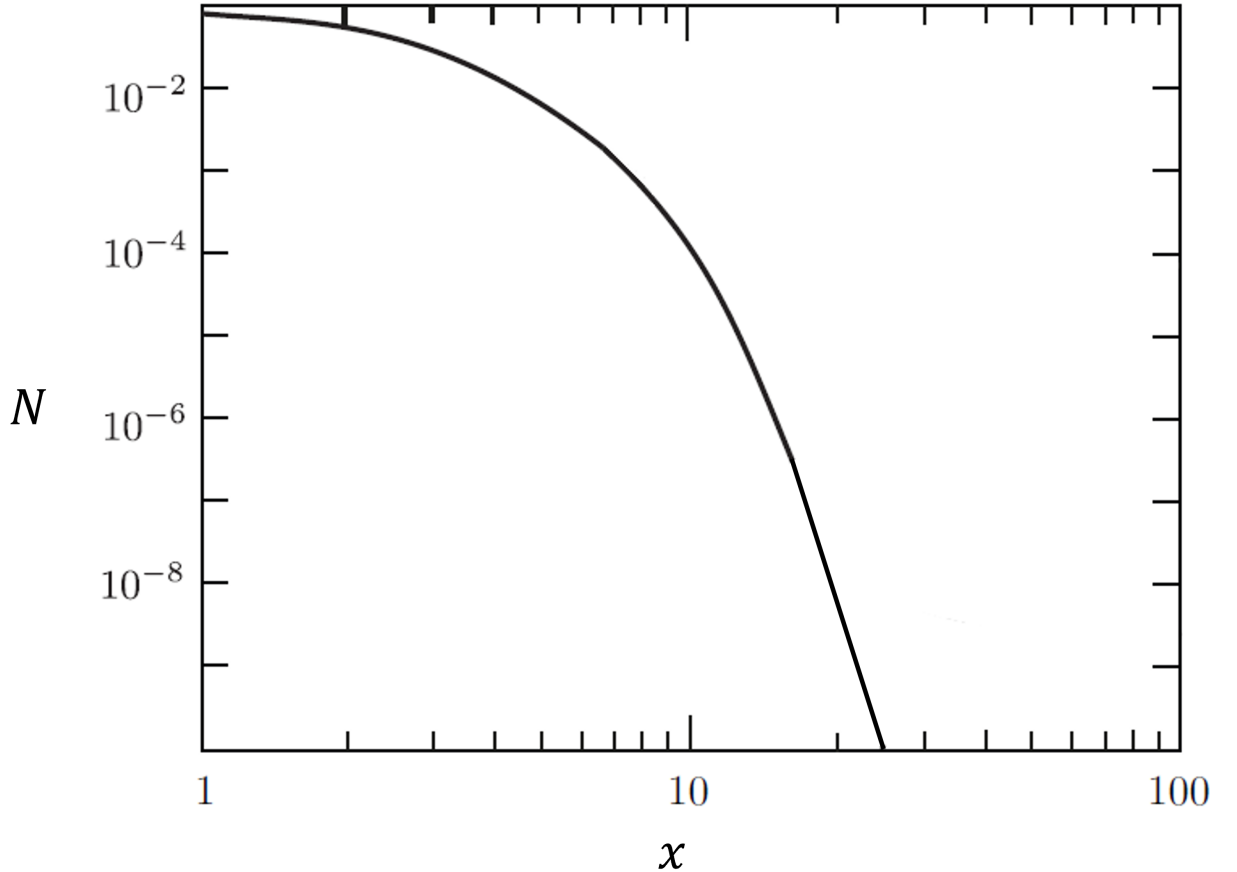


Figura 4.4: Abundancia de equilibrio en un volumen comóvil para una especie de partículas. Figura adaptada de Baumann 2022.

Finalmente, dado que un cambio en la evolución de la temperatura debida a la presencia de g_{*S} durante un período de equilibrio se refleja en la expansión del universo a través de la ecuación de Friedmann, el parámetro de Hubble para un universo temprano, dominado por radiación y de curvatura despreciable es:

$$H^2 \simeq \frac{\rho_R}{3M_{pl}^2} = \frac{\pi^2}{90} g_* \frac{T^4}{M_{pl}^2},$$

con T dada por 4.14. Como antes, si $g_{*S} = \text{cte}$, se recuperan los resultados para un universo dominado por radiación en donde:

$$a \propto t^{1/2}, \quad T \propto a^{-1}, \quad H \propto t^{-1},$$

mientras que un g_{*S} dependiente de la temperatura implica una ligera desviación en estos escalamientos a lo largo de esta etapa.

4.2.2 Salida del equilibrio

Una de las lecciones de la sección anterior es que en el momento en el que la temperatura del universo se vuelve muy pequeña en comparación a la masa asociada a una cierta especie de partícula en equilibrio térmico, su abundancia empieza a decaer de forma exponencial. Si todas las especies de partículas permanecieran el tiempo suficiente en equilibrio, sus abundancias se diluirían a niveles inobservables actualmente y el estado del universo estaría completamente especificado por la temperatura hoy. Como este no es el caso, pareciera que, en orden de sobrevivir hasta el presente, las partículas deben salir del equilibrio térmico antes de que la razón m_i/T , para cada una de las especies, sea haga mucho mayor que 1. En efecto, a lo largo de la historia del universo se han presentado varias de estas *desviaciones del equilibrio*. Ejemplos de ello lo constituyen el desacople de los neutrinos, el desacople de fondo cósmico de radiación y la nucleosíntesis primordial. Procesos hipotéticos como la inflación, la bariogénesis y el desacople de la Materia Oscura tipo WIMP, también son considerados parte de esta categoría.

Un criterio aproximado para determinar si una especie de partículas está o no desacoplada involucra la comparación entre la tasa de interacción de la partícula Γ con la tasa de expansión del universo H ¹⁰. Una reacción ocurre lo suficientemente rápido para mantener una distribución térmica si $\Gamma \gtrsim H$. Si, por el contrario, $\Gamma < H$, no hay suficientes reacciones como para que la especie permanezca en equilibrio y se desacopla del plasma. Este criterio, aunque útil y asombrosamente aproximado en la mayoría de los casos, no es una condición suficiente para que suceda una desviación del equilibrio térmico. Con el fin de entender adecuadamente el momento y las condiciones del desacople se debe estudiar la evolución más allá del equilibrio o, dicho de otra forma, la evolución microscópica de la función de distribución de la partícula gobernada por la **ecuación de Boltzmann**.

En ausencia de interacciones, la densidad de número de una especie de partículas i evoluciona como:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_i a^3)}{dt} = \frac{dn_i}{dt} + 3Hn_i = 0. \quad (4.15)$$

Dado que la cantidad entre paréntesis del lado izquierdo de esta igualdad es la definición del número de partículas en un volumen comóvil, 4.15 es simplemente una manifestación de la conservación de N . A fin de incluir el efecto de las interacciones en la evolución de la densidad de número, se introduce un término de colisión C_i de tal manera que:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_i a^3)}{dt} = C_i[\{n_j\}]. \quad (4.16)$$

¹⁰Por desacople se hace referencia al período en el que una especie de partículas sale del equilibrio térmico.

En esta expresión, conocida como la ecuación de Boltzmann, la forma de C_i queda determinada por el tipo de interacciones específicas que se consideren. Si se deseara estudiar, por ejemplo, la evolución de la densidad de número de una partícula 1 en procesos en el que la interacción de un par de partículas 1 y 2 producen otro par 3 y 4 o viceversa ($1 + 2 \leftrightarrow 3 + 4$), la ecuación 4.16 tomaría la forma:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_1 a^3)}{dt} = -\langle \sigma v \rangle \left[n_1 n_2 - \left(\frac{n_1 n_2}{n_3 n_4} \right)_{eq} n_3 n_4 \right], \quad (4.17)$$

donde $\langle \sigma v \rangle$ es la sección transversal de aniquilación térmicamente promediada y n_i^{eq} la distribución de equilibrio de la densidad de número asociada a la especie i . Una de las implicaciones más importantes de la ecuación de Boltzmann 4.17, y la razón por la que en el presente capítulo se generó toda una discusión entorno al entendimiento de la dinámica del equilibrio y del no equilibrio, es que puede ser aplicada para explicar uno de los posibles, y más famosos, mecanismos de producción de la Materia Oscura en el universo temprano: el freeze-out de las partículas masivas.

Antes de pasar a manipular la ecuación 4.17, es necesario plantear algunas suposiciones al respecto de la situación que nos concierne con el fin de que se simplifique su solución:

- En primer lugar se considera la Materia Oscura como una partícula χ estable o con un tiempo de vida más largo que la edad del universo en el momento en que se desacopla del plasma térmico. Dado que la partícula es estable, sólo procesos de aniquilación y aniquilación inversa pueden cambiar su número y el número de sus antipartículas correspondientes $\bar{\chi}$ en un volumen comóvil.

- Se asume que la Materia Oscura se aniquila con su antipartícula para producir dos partículas ligeras ℓ y $\bar{\ell}$ que pueden ser parte del modelo estándar, esto es:

$$\chi + \bar{\chi} \leftrightarrow \ell + \bar{\ell}$$

- Se ignora cualquier asimetría inicial entre χ y su antipartícula $\bar{\chi}$ tal que $n_\chi = n_{\bar{\chi}}$.
- Se considera que las interacciones de las partículas ℓ y $\bar{\ell}$ con el resto del plasma son más fuertes que sus interacciones con las partículas de Materia Oscura. De esta manera, las partículas ligeras logran mantener sus densidades de equilibrio y $n_\ell = n_\ell^{eq}$.
- Se supone que no hay más aniquilaciones de partículas durante el desacople de χ . Así, durante este período $T \propto a^{-1}$.
- Finalmente, se asume que ℓ y $\bar{\ell}$ tienen distribuciones de equilibrio con un potencial químico igual a cero.

Con estas suposiciones, la ecuación de Boltzmann para la evolución de χ queda determinada por:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_\chi a^3)}{dt} = -\langle \sigma v \rangle \left[n_\chi^2 - (n_\chi^{eq})^2 \right]. \quad (4.18)$$

Con el fin de escalar el efecto de la expansión del universo, se considera la evolución del número de partículas en un volumen comóvil a través de la cantidad:

$$Y_\chi = \frac{n_\chi}{T^3}. \quad (4.19)$$

Además, dado que gran parte de la dinámica interesante toma lugar cuando la temperatura es del orden de la masa de la partícula, se introduce una nueva medida de tiempo:

$$x = \frac{m_\chi}{T}. \quad (4.20)$$

Así, de 4.19 y 4.20 en 4.18 y teniendo en cuenta que para partículas débilmente interactuantes el desacople sucede en tiempos muy tempranos cuando el universo aún es dominado por radiación, se llega a la **ecuación de Riccati**¹¹:

$$\frac{dY_\chi}{dx} = -\frac{\lambda}{x^2} \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right], \quad (4.21)$$

donde se ha definido el parámetro adimensional:

$$\lambda = \frac{\Gamma(m_\chi)}{H(m_\chi)},$$

con $\Gamma(m_\chi) = m_\chi^3 \langle \sigma v \rangle$ y $H(m_\chi) = Hx^2$. Haciendo $\lambda = \text{cte}$ y tomando como condición inicial la abundancia del equilibrio, la solución numérica de la ecuación de Riccati es como se muestra en la figura 4.5.

Note que 4.21 se puede reescribir como:

¹¹Para ver los pasos intermedios en la transición de la ecuación 4.18 a la 4.21 refiérase al apéndice A.

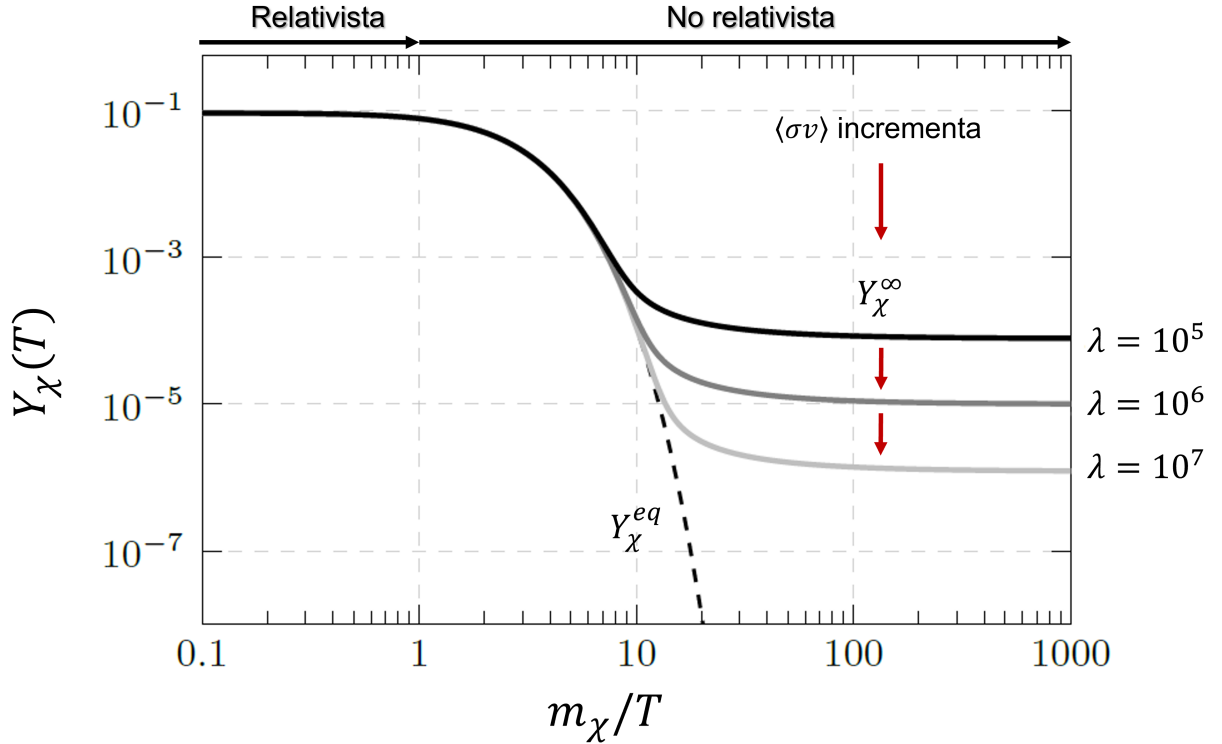


Figura 4.5: Solución de la ecuación de Riccati para diferentes valores de λ . Note que la abundancia relicua escala inversamente con λ o, equivalentemente, con $\langle\sigma v\rangle$. Figura adaptada de Baumann 2022.

$$\frac{x}{Y_\chi^{eq}} \frac{dY_\chi}{dx} = -\frac{\Gamma}{H} \left[\left(\frac{Y_\chi}{Y_\chi^{eq}} \right)^2 - 1 \right], \quad (4.22)$$

con $\Gamma = n_\chi^{eq} \langle\sigma v\rangle$, la tasa de aniquilación. Expresada de esta forma, la ecuación de Riccati indica que el cambio en χ por volumen comóvil está controlado por la efectividad de las aniquilaciones, esto es, por el factor Γ/H multiplicado por una desviación del equilibrio. Dada la definición de la tasa de aniquilación, en general, tanto en el régimen relativista como en el no relativista, un decrecimiento en T implica uno en Γ y eventualmente las aniquilaciones se detienen. De la ecuación 4.22 es claro que esto sucede cuando $\Gamma/H \ll 1$ y el cambio relativo en el número de χ 's por volumen comóvil se hace pequeño generando que la Materia Oscura se desacople del plasma con una abundancia relicua. La razón Γ/H que inicialmente se presentó como una condición aproximada para estudiar las desviaciones del equilibrio, resultó siendo un criterio con sustento matemático en la relación 4.22.

Aunque la ecuación de Riccati no tiene una solución analítica, es posible hacer un análisis global de la situación y estimar algunas cantidades importantes a partir de unas cuantas consideraciones. Por ejemplo, en el límite relativista ($x \ll 1$) y no relativista ($x \gg 1$) se espera que el número de χ 's por volumen comóvil siga su distribución de equilibrio, esto es, $Y_\chi \approx Y_\chi^{eq}$, donde:

$$\begin{aligned} Y_x^{eq}(x) &= \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_{ef} & (x \ll 1) \\ Y_x^{eq}(x) &= g \left(\frac{x}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-x} & (x \gg 1), \end{aligned} \tag{4.23}$$

donde $g_{ef} = 3g/4$ (g) para fermiones (bosones). Eventualmente, cuando $\Gamma \simeq H$, la expansión del universo empieza a dominar sobre las interacciones de χ y las partículas masivas se vuelven tan escasas que no son capaz de encontrarse lo suficientemente rápido como para mantener la abundancia de equilibrio. En este período de tiempo se produce el desacople de la Materia Oscura y, como se puede observar en la figura 4.5, toma lugar cuando $x = x_f \sim 10$. Así, se concluye que para $x \lesssim x_f$, $Y_\chi \simeq Y_\chi^{eq}$, mientras que para $x \gtrsim x_f$ la abundancia se mantiene constante y $Y_\chi = Y_\chi^\infty \simeq Y_\chi^{eq}(x \rightarrow \infty)$. Esta abundancia reliquia determina la densidad de las partículas masivas al salir del equilibrio y su expresión se puede obtener de la ecuación 4.21 asumiendo que $Y_\chi \gg Y_\chi^{eq}$. Así:

$$\frac{dY_\chi}{dx} \simeq -\frac{\lambda Y_\chi^2}{x^2},$$

e integrando de x_f a $x \rightarrow \infty$:

$$\frac{1}{Y_\chi^\infty} - \frac{1}{Y_\chi^f} = \frac{\lambda}{x_f},$$

donde $Y_\chi^f = Y_\chi(x_f)$. Como, en general, $Y_\chi^f \gg Y_\chi^\infty$, entonces:

$$Y_\chi^\infty \simeq \frac{x_f}{\lambda}, \quad (4.24)$$

y la abundancia reliquia decrece para valores grandes de λ , o lo que es lo mismo, cuando la sección transversal de aniquilación $\langle\sigma v\rangle$ incrementa. De esta manera, la ecuación 4.24 implica que interacciones más grandes logran mantener el equilibrio por más tiempo en el régimen de supresión de Boltzmann en concordancia con el comportamiento observado en la figura 4.5.

Finalmente, dado que la densidad de número de partículas de Materia Oscura después del desacople se diluye como $n_\chi \propto a^{-3}$, es importante relacionar su abundancia reliquia a la densidad observada hoy. Esto se hace a través del parámetro de densidad y su expresión aproximada, que se presentará sin demostración a efectos de brevedad, toma la forma ¹²:

$$\Omega_\chi \equiv \frac{\rho_{\chi,0}}{\rho_{crit,0}} \sim 0,1 \frac{x_f}{\sqrt{g_*(m_\chi)}} \frac{10^{-8} \text{ GeV}^{-2}}{\langle\sigma v\rangle}, \quad (4.25)$$

¹²Para ver la deducción de esta ecuación refiérase a Baumann 2022.

donde se ha usado la aproximación para Y_χ^∞ de la ecuación 4.24, $g_{*S}(T_0) = 3,91$ ¹³ y que $g_{*S}(m_\chi) = g_*(m_\chi)$. De 4.25, la densidad de Materia Oscura observada, que se presentó en la sección 2, se logra reproducir si $\langle\sigma v\rangle \sim 10^{-8} \text{ GeV}^{-2} \sim 0,01 G_F$ ¹⁴. En realidad una mejor estimación da un valor de:

$$\langle\sigma v\rangle \sim 1,9 \times 10^{-9} \text{ GeV}^{-2} \approx 2,2 \times 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (4.26)$$

En ambos casos, el hecho de que una reliquia térmica, con una sección transversal del orden de las interacciones débiles, logre dar cuenta de la abundancia de la Materia Oscura hoy, es lo que se conoce como **el milagro WIMP**.

4.3 Mecanismos de producción de Materia Oscura

Hasta ahora la Materia Oscura se ha considerado meramente como una hipótesis que logra explicar diferentes fenómenos observados en el universo. Específicamente, al asumir la postura de que la Materia Oscura es una partícula, nos hemos referido a ella como una componente no visible que conforma la mayor parte de un fluido que, debido a sus propiedades, denominamos materia.

De la evidencia observacional, hoy sabemos que una partícula asociada a la componente de Materia Oscura:

¹³Este valor de g_{*S} se obtiene al considerar fotones y tres especies de neutrinos.

¹⁴A la constante $G_F = 10^{-5}/m_p^2$, con m_p la masa del protón, se la conoce como el acople de Fermi. Este acople caracteriza la fuerza de la interacción débil.

1. Debe ser estable cosmológicamente, o al menos de larga duración, dada su presencia en el universo actual.
2. Debe ser no relativista al momento de la formación de las estructuras en el universo temprano ¹⁵, esto es, la Materia Oscura debe ser en su mayoría, sino en su totalidad, Materia Oscura Fría ¹⁶.
3. Su abundancia reliquia debe dar cuenta de la abundancia de Materia Oscura observada.
4. Interactúa con la materia ordinaria principalmente a través de la gravedad.
5. Posee auto-interacciones restringidas por las colisiones de cúmulos de galaxias.

Como se puede apreciar, observacionalmente no se posee información de la naturaleza exacta de la Materia Oscura, tan solo una serie de condiciones que deben ser respetadas al momento de proponer modelos concretos de lo que podría ser esta partícula. Como se mencionó en el capítulo 2, los detalles exactos de lo que en realidad es la Materia Oscura no afectan la evolución a gran escala del universo. Dado que hasta el momento se ha hecho un tratamiento del universo en este régimen, es que ha bastado con tratar esta componente como un fluido sin presión, dentro de cuya descripción cualquier posible modelo es representado. Ya que la intención de este capítulo es presentar un estudio más detallado al respecto de la Materia Oscura y que el entendimiento de los posibles orígenes que esta partícula pueda tener es relevante en el análisis del capítulo final, se discutirá lo que puede ser considerado como una primera aproximación en la comprensión de la naturaleza de la Materia Oscura, esto es, sus mecanismos de producción.

¹⁵Dado que las partículas relativistas excederían la velocidad de escape de los bariones agrupados, no se podrían producir las barreras gravitacionales necesarias para la formación de estructura.

¹⁶Existen modelos en los cuales la Materia Oscura está compuesta por dos o más clases de partículas. En estos escenarios una de las componentes puede ser Materia Oscura Caliente (*relativista*), sin embargo, dada la restricción que impone la formación de estructuras en el universo, tan sólo una pequeña parte de ella puede constituir la totalidad de la Materia Oscura observada. En particular, dentro del modelo Λ CDM se asume que toda la Materia Oscura es fría.

Existen diferentes mecanismos de producción de la Materia Oscura, sin embargo, se considera que las reliquias de las partículas asociadas a esta componente son producidas, en general, de dos formas en el universo temprano: a través de mecanismos de **producción térmica** y mediante **producción no térmica**. Como se verá, la determinación misma de uno u otro mecanismo está estrechamente ligada a los procesos que toman lugar en o fuera del equilibrio y esta fue precisamente la razón por la que se dedicaron dos secciones completas a su estudio.

La producción térmica se define como el mecanismo en el cual la Materia Oscura es producida por partículas en equilibrio térmico de tal forma que su espectro de energía resultante es el mismo que la de las partículas que la produjeron. Las reliquias de la Materia Oscura producidas de esta forma, conocidas como *reliquias térmicas*, pueden entonces desacoplarse posteriormente del plasma o pueden estar ya desacopladas cuando, por ejemplo, son producidas por dispersiones o decaimientos de las partículas térmicas [Baer et al. 2015].

A esta primera categoría, que se explicó en detalle en la sección 4.2.2, pertenecen, entre otras, la *Materia Oscura Caliente*, un tipo de partícula ligera que se desacopla cuando $T_f \gg m_\chi$, la *Materia Oscura Fría tipo WIMP*, una clase de partícula pesada que se desacopla cuando $T_f < m_\chi$ y sus velocidades típicas son semi-relativistas. En la segunda categoría se encuentra, por ejemplo, la *Materia Oscura Fría tipo FIMP*, una clase de partícula con interacciones tan débiles que nunca llega a estar en equilibrio térmico en el universo temprano. Aunque la tasa de interacción entre estas partículas sea muy baja, los FIMPs pueden ser producidos a tasas significativas en dispersiones y decaimientos (Véase la figura 4.6).

¹⁷En los modelos de Materia Oscura Asimétrica, la densidad reliquia asociada a esta componente queda determinada por una asimetría inicial entre las poblaciones de partículas y antipartículas de Materia Oscura y no por el desacople térmico usual.

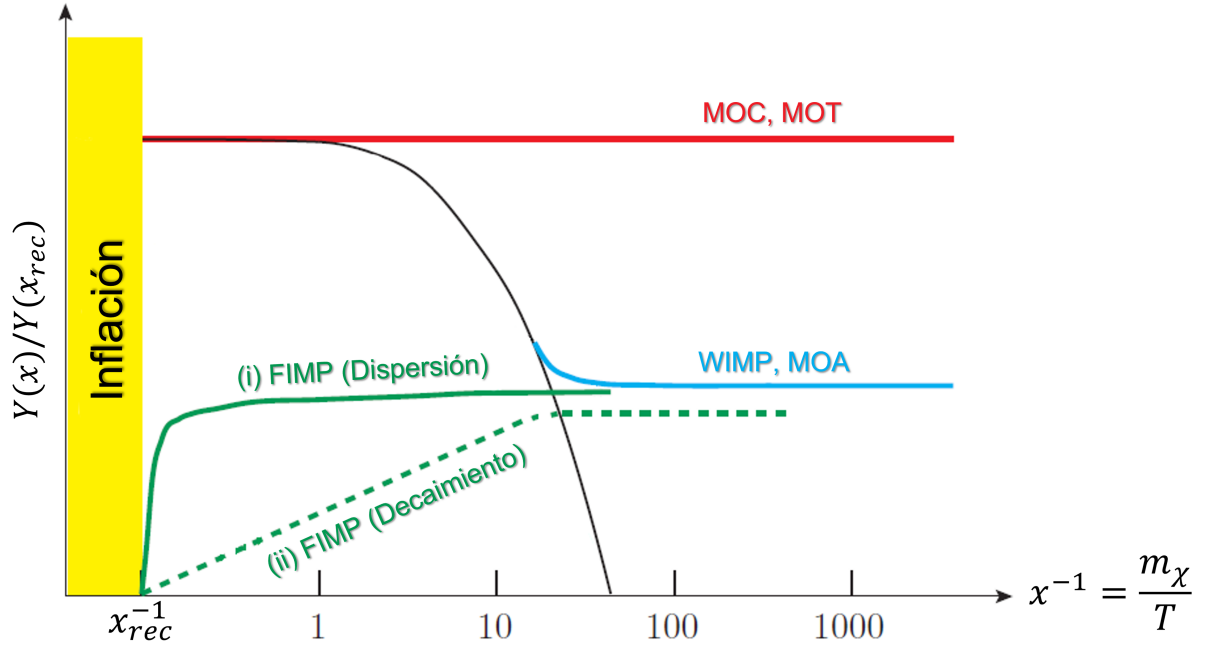


Figura 4.6: Mecanismos de producción térmica de Materia Oscura en el universo temprano. En rojo MOC y MOT son las abreviaciones de Materia Oscura Caliente y Materia Oscura Tibia respectivamente, en azul se representa la Materia Oscura tipo WIMP y la Materia Oscura Asimétrica (MOA) ¹⁷. Finalmente, en verde se dibuja el mecanismo de producción de Materia Oscura tipo FIMP que toma lugar cuando la partícula asociada a este candidato se encuentra fuera del equilibrio debido a (i) dispersiones de partículas pesadas en equilibrio térmico (línea sólida) y (ii) decaimientos de partículas pesadas en equilibrio térmico (línea discontinua). Figura adaptada de Baer et al. 2015.

La producción no térmica de Materia Oscura se puede definir básicamente como cualquier otro mecanismo en el que la partícula asociada a esta componente se genera de una forma diferente a como lo hace en un proceso de producción térmica [Gelmini s.f.]. En esta clase de escenarios, la población de partículas *reliquia no térmicas* de Materia Oscura puede ser producida, por ejemplo, por el decaimiento de otras especies que no están en equilibrio con el baño térmico o por efectos gravitacionales. Entre los candidatos no térmicos a Materia Oscura están los axiones, los wimpzillas y los gravitinos.

De los candidatos a Materia Oscura mencionados, es importante resaltar que la mayoría no hacen referencia a una partícula elemental específica sino a una amplia clase de partículas posibles y que gran parte de ellos son reliquias de la era anterior a la nucleosíntesis del Big Bang ¹⁸. Como vemos, existe una gran variedad de modelos de Materia Oscura ¹⁹ capaz de explicar la densidad reliquia observada en un rango de masas de aproximadamente 30 órdenes de magnitud y un rango de secciones transversales, asociadas a los diferentes procesos, que abarca casi 40 órdenes de magnitud. Algunos de estos modelos son creados específicamente para dar una explicación a la naturaleza de esta componente desconocida del universo y otros surgen naturalmente de soluciones a problemas en la física de partículas como los axiones en la solución al problema CP y el neutralino en la solución supersimétrica del problema de la jerarquía del Higgs.

En la actualidad, la Materia Oscura se busca a través de tres estrategias: la detección de las interacciones de las partículas de Materia Oscura con átomos a través de las **búsquedas directas**, la detección de los productos de las aniquilaciones o del decaimiento de la Materia Oscura mediante las **búsquedas indirectas** y su **producción en colisionadores** (Véase la figura 4.7). Dado que el WIMP es, de todos, el candidato a Materia Oscura más cautivador por las razones planteadas al final de la sección 4.2.2 en relación al milagro WIMP, gran parte de los esfuerzos se han dedicado a la construcción de experimentos donde se lleva a cabo una intensa búsqueda por la partícula con las características propias de esta clase de modelos. Valga decir que sin resultados positivos a la fecha.

¹⁸Como la historia del universo antes de la nucleosíntesis del Big Bang es una época de la que no se tiene información, el descubrimiento de alguno de estos candidatos constituiría la primera información que se pueda tener sobre esta fase cósmica.

¹⁹Para una revisión detallada de diferentes modelos de Materia Oscura refiérase a Baer et al. 2015.

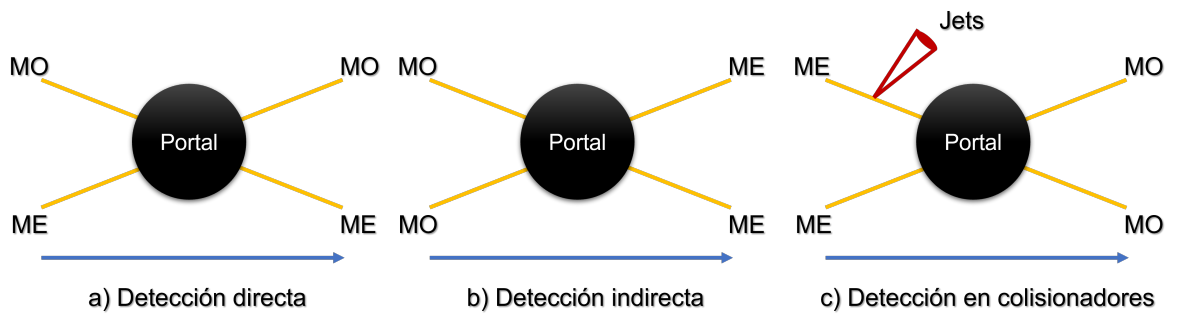


Figura 4.7: Representación esquemática de las tres estrategias de búsqueda de Materia Oscura. En a), b) y c) se presenta el diagrama de Feynman de juguete asociado al correspondiente método de detección donde ME y MO son las abreviaciones de modelo estándar y Materia Oscura respectivamente y el círculo negro hace referencia a la falta de conocimiento de cómo tales interacciones ocurren. Figura adaptada de Arcadi et al. 2018.

PRODUCCIÓN DE MATERIA OSCURA EN COSMOLOGÍAS NO ESTÁNDAR

5.1 Introducción

Como se señala en Peebles 2022, el conocimiento que tenemos de la naturaleza proviene en mayor o menor medida de alguno de dos ingredientes fundamentales: la teoría y las observaciones. El actual modelo de la cosmología, el modelo Λ CDM, se desarrolla de una forma intermedia entre estos dos aspectos en una combinación de ideas brillantes y fenomenología útil. Como se ha discutido en capítulos anteriores, en esta construcción, la historia del universo ha estado marcada por períodos de dominación de alguno de los fluidos que lo componen: radiación, materia y Energía Oscura. Del contenido total del universo, tan sólo un 5%, aproximadamente, logra ser explicado a través del modelo estándar de la física de partículas. En relación al 68%, que está en la forma de Energía Oscura, se sabe poco o nada y el 27% restante se atribuye, muy frecuentemente, a una partícula o conjunto de partículas con unas propiedades muy específicas inferidas a través la observación de sus interacciones gravitacionales y que conforman la componente no visible del contenido de materia en el universo que denominamos Materia Oscura.

En el tratamiento a gran escala del universo, los detalles de lo que es o la forma en la que se produce la Materia Oscura no es relevante. En este sentido, el modelo Λ CDM no tiene más que decir al respecto de la naturaleza de esta componente que es un fluido sin presión y que, en consecuencia, la Materia Oscura presente en el universo es Materia Oscura Fría. Sin embargo, dado el éxito del paradigma del desacople térmico en hacer predicciones detalladas de observables en el universo temprano como las abundancias de los elementos ligeros y el fondo cósmico de microondas, es que un mecanismo térmico para la producción de la Materia Oscura Fría se constituye como la forma más natural de inferir la abundancia reliquia observada de esta componente [Arcadi et al. 2018].

A la amplia clase de candidatos a Materia Oscura Fría producidos térmicamente en el universo temprano y cuya densidad reliquia es producto del desacople del plasma primigenio se les conoce como WIMP's (por las siglas en inglés de Weakly Interacting Massive Particles). Como se estudió en el capítulo 4, en el marco de este paradigma, y bajo la hipótesis de una evolución cosmológica estándar, se espera encontrar una partícula asociada a la componente de la Materia Oscura con una masa en el rango $(1 - 10) \text{ MeV} \lesssim m_\chi \lesssim 120 \text{ TeV}$ ¹ y con una sección transversal térmicamente promediada $\langle\sigma v\rangle_0 \sim 10^{-9} \text{ GeV}^{-2} \sim 10^{-26} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$, que es la escala característica de las interacciones electrodébiles. El hecho de que el mecanismo WIMP sea la manera más directa en que se espera que se produzca la Materia Oscura en el universo temprano, dado nuestro conocimiento de la forma en la que se generó la densidad reliquia de otras partículas como los neutrinos y los fotones [Lin 2019]; el hecho de que la abundancia de esta componente pueda ser explicada, en principio, por una sola especie de partículas que presenta interacciones electrodébiles, gracias al valor favorecido cosmológicamente de la sección transversal de aniquilación para este candidato o milagro WIMP; el hecho de que un amplio rango de extensiones propuestas al modelo estándar de la física de partículas posean candidatos WIMP [Gaskins 2016], y que además en algunas de estas extensiones logren solucionar

¹Los límites inferior y superior en la masa esperada del WIMP son impuestos por predicciones de la nucleosíntesis del Big Bang y por restricciones de la unitariedad respectivamente [Hooper 2018, Baer et al. 2015].

problemas como el de la jerarquía [Arcadi et al. 2018]; el hecho de que el paradigma WIMP haya motivado la búsqueda de nueva física alrededor de la escala electrodébil; y el hecho de que las mismas interacciones que dan la densidad correcta de Materia Oscura sean las mismas que hacen la detección de los WIMPs posible [Gelmini y Gondolo 2010], son tan solo algunos de los argumentos que convierten a este, en el candidato más destacado tanto teórica como experimentalmente de las últimas décadas.

Gracias a sus características y a que el WIMP se encuentra entre los candidatos a Materia Oscura mejor motivados es que las diferentes estrategias de búsqueda de esta componente se han enfocado principalmente en la identificación de la naturaleza de la partícula correspondiente en concordancia con los modelos propuestos dentro del paradigma WIMP accesibles a los experimentos. A pesar del extenso programa de búsqueda que se ha llevado a cabo, ninguna señal de detección experimental concluyente ha sido confirmada hasta ahora. Específicamente, los límites cada vez más estrictos provenientes de los diversos métodos de detección han restringido fuertemente el espacio de parámetros de gran parte de las realizaciones del mecanismo WIMP.

En el contexto de una cosmología estándar, el paradigma del desacople térmico implica que la abundancia reliquia de la Materia Oscura es inversamente proporcional a la sección transversal. Así, un valor de $\langle\sigma v\rangle \gg \langle\sigma v\rangle_0$ da lugar a una escasez de Materia Oscura que puede ser entendida en el contexto de Materia Oscura multicomponente [Arias et al. 2019], mientras que, por el contrario, un valor de $\langle\sigma v\rangle \ll \langle\sigma v\rangle_0$ genera una sobreabundancia de esta componente. Dos de las múltiples formas en las que se pueden tener secciones transversales diferentes de $\langle\sigma v\rangle_0$ y, por tanto, evadir las fuertes restricciones experimentales es considerar un mecanismo de producción diferente al mecanismo WIMP o contemplar escenarios en los que este candidato es producido durante una época de expansión no estándar.

Dado que la densidad reliquia de los WIMPs depende de características del universo como la tasa de expansión y su composición antes de la nucleosíntesis del Big Bang, cualquier modificación de las suposiciones del escenario estándar puede conducir a una alteración de la abundancia de la Materia Oscura y, por tanto, a desviaciones del valor de referencia para la sección transversal $\langle\sigma v\rangle_0$ dentro de este paradigma. Motivados por los resultados experimentales nulos y las fuertes restricciones en el espacio de parámetros de modelos sencillos tipo WIMP, en el presente capítulo se estudia la producción de este candidato en una cosmología no estándar, donde, en contraposición al escenario estándar de dominación por radiación en la época previa a la nucleosíntesis del Big Bang, durante algún período del universo temprano, la expansión del universo está dominada por una componente ϕ ² con una tasa de decaimiento a partículas del modelo estándar Γ_ϕ dependiente del tiempo.

En la sección 5.2 se introducirán los elementos necesarios para el estudio de la cosmología propuesta y en 5.3 se investigará cómo es la producción de la Materia Oscura tipo WIMP dentro de los diferentes escenarios posibles en el marco del modelo planteado. Se presentarán y analizarán los resultados obtenidos y, finalmente, se expondrán las principales conclusiones producto de la investigación llevada a cabo.

5.2 Cosmología no estándar con una tasa de decaimiento dependiente del tiempo

Como se estudió en el capítulo 2, dentro del escenario estándar que nos ofrece el modelo Λ CDM, los primeros $\sim 10^5$ años de la historia post-inflacionaria del universo son dominados por la densidad de energía asociada a su componente de radiación. En el capítulo 3 se discutió que cualquier desviación de este panorama, soportadas en el desconocimiento

²Es importante tener el mente que tal componente no tiene relación, en este contexto, con el inflatón aún cuando en el capítulo 3 se usó la letra ϕ para hacer referencia a este campo.

del período anterior a la nucleosíntesis de Big Bang, constituye una cosmología no estándar. Finalmente, en el capítulo 4 se aprendió que el cálculo de las densidades reliquia está fuertemente ligado a las condiciones del universo por el período en que se producen. Ciertamente este es el caso del WIMP, cuya producción térmica en la cosmología estándar fue analizada en detalle. Cualquier modificación de las suposiciones que se hicieron para seguir la evolución de esta especie de partícula conduce a valores diferentes de su densidad reliquia. Si en particular se transforma la suposición de un período dominado por radiación, nos enfrentamos al bien estudiado problema de la producción de Materia Oscura tipo WIMP en una cosmología no estándar.

En la presente sección se estudiará una cosmología no estándar en la que un campo de larga duración ϕ domina la densidad de energía del universo temprano en algún momento entre el período que va desde el final de recalentamiento hasta el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang. La dominación de esta componente en el universo, que conduce finalmente a una era de dominación por materia, se produce luego de que las especies de partículas asociadas entran al régimen no relativista y su densidad de energía, que evoluciona como a^{-3} , se hace cada vez más importante en comparación a la componente de radiación, que se diluye como a^{-4} . Esta clase de campos, que surgen en escenarios de la teoría de cuerdas y modelos de supersimetría, propician un nuevo período de recalentamiento si su termalización se genera suficientemente temprano. Durante este período, a pesar de lo que indica el término ‘recalentamiento’, la temperatura del universo nunca incrementa sino que simplemente decrece menos rápido de lo que lo haría sin la inyección de energía que produce el decaimiento perturbativo de la componente de materia en radiación [Gonzalez, Harigaya et al. 2020]. Aunque, como se indicó, la producción del WIMP en una cosmología no estándar es un proceso ya estudiado en la literatura [Arias et al. 2019, Bernal y Xu 2022], la nueva propuesta en nuestro modelo consiste en introducir una tasa de decaimiento dependiente del tiempo, en contraste al caso usual en el que $\Gamma_\phi = \text{cte}$. Como se verá, para los escenarios en los que Γ_ϕ incrementa, la temperatura a lo largo de recalentamiento puede permanecer constante e incluso aumentar.

Sin pérdida de generalidad, se parametrizará la tasa de decaimiento como una función del factor de escala y la temperatura de tal forma que $\Gamma_\phi(a, T) \propto a^k T^q$, donde el caso en que $\Gamma_\phi = \text{cte}$ se recupera si $k = q = 0$. Lo cierto es que esta parametrización no es arbitraria, sino que por el contrario, además de encontrar una motivación en muchos escenarios que surgen en modelos de la física de partículas [Gonzalez, Harigaya et al. 2020], captura una gran variedad de dinámicas presentes durante el recalentamiento como el efecto de decaimientos vía operadores de orden superior y el feedback del fondo térmico [Barman et al. 2022].

En una cosmología no estándar, la densidad reliquia de los WIMP Ω_χ puede ser menor o mayor a su valor en una cosmología estándar. Esta densidad reliquia puede ser menor debido, por ejemplo, a una disminución en la tasa de producción térmica, a una reducción en la tasa de expansión del universo al momento del desacople o a una dilución por inyecciones de entropía cuando se produce radiación después del desacople. Por otro lado, la densidad puede aumentar debido a decaimientos de partículas o por incrementos en la tasa de expansión del universo en el desacople [Gelmini y Gondolo 2010]. En el universo temprano toda esta dinámica se encuentra contenida en el sistema de ecuaciones acopladas de Boltzmann dadas por [Arias et al. 2019, Jaeckel y Yin 2022]:

$$\frac{d\rho_\phi}{dt} + 3H\rho_\phi = -\Gamma_\phi\rho_\phi, \quad (5.1a)$$

$$\frac{ds}{dt} + 3Hs = c[t]\Gamma_\phi\rho_\phi + 2\frac{E}{T}\langle\sigma v\rangle\left(n_\chi^2 - n_{\chi,eq}^2\right), \quad (5.1b)$$

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3Hn_\chi = -\langle\sigma v\rangle\left(n_\chi^2 - n_{\chi,eq}^2\right), \quad (5.1c)$$

donde 5.1a, 5.1b y 5.1c representan la evolución temporal de: la densidad de energía del campo ϕ , la densidad de entropía del modelo estándar s y la densidad de número de la Materia Oscura n_χ , respectivamente. En el coeficiente $c[t] = 4(Tg'_{*S} + 3g_{*S})/3T(Tg'_* + 4g_*)$, las variables primadas representan las derivadas respecto a la temperatura, por su parte, $E^2 \simeq m_\chi^2 + 3T^2$ es la energía promediada por partícula de Materia Oscura, $\langle\sigma v\rangle$ es la sección transversal de aniquilación de la Materia Oscura en partículas del modelo estándar y m_ϕ es la masa asociada al campo ϕ . En 5.1b, el primer término del lado derecho de la igualdad representa la fracción de ρ_ϕ que va a radiación y el segundo término, que corresponde a la inyección de entropía debida a las aniquilaciones de la Materia Oscura, es subdominante y por tanto ignorado. La ecuación 5.1c es idéntica a la expresión para la producción térmica típica del WIMP considerada en la sección 4.2.2.

En general, el parámetro de Hubble en 5.1 está dado por:

$$H^2 = \frac{\rho_R + \rho_\phi + \rho_\chi}{3M_{pl}^2}, \quad (5.2)$$

donde la densidad de energía de la Materia Oscura ρ_χ es despreciable y no se considera. Bajo el supuesto de que la termalización es eficiente y que la radiación producida por la disipación de la materia alcanza el equilibrio térmico instantáneamente, en todo momento ρ_R está dado por 4.7. Además, dado que la densidad de entropía se relaciona con la temperatura a través de 4.11, mediante 5.1b se puede estudiar la evolución de la temperatura del baño térmico de partículas del modelo estándar y, por tanto, de la densidad de radiación ρ_R .

Finalmente, la tasa de decaimiento se parametriza como [Barman et al. 2022]:

$$\Gamma_\phi = CH_f \left(\frac{a}{a_f} \right)^k \left(\frac{T}{T_f} \right)^q, \quad (5.3)$$

en donde las cantidades con el subíndice f hacen referencia al valor de la variable en el momento en que el campo ϕ ha decaído casi por completo. Como en ese período $H^2 \simeq \rho_R/3M_{pl}^2$, de 4.7 se tiene que:

$$H_f = \frac{\pi^2}{90M_{pl}^2} g_*(T_f) T_f^4. \quad (5.4)$$

A fin de fijar la constante $C = C(k, q)$, se determina, en primer lugar, la solución analítica de la densidad de radiación teniendo en cuenta que su evolución está dada por:

$$\frac{d\rho_R}{dt} + 4H\rho_R = \Gamma_\phi \rho_\phi. \quad (5.5)$$

De esta forma, introduciendo las densidades de energía comóvil $X_\phi \equiv \rho_\phi(a/a_i)^3$ y $X_R \equiv \rho_R(a/a_i)^4$, 5.1a y 5.5 se simplifican tal que se obtiene el sistema de ecuaciones acopladas:

$$\frac{dX_\phi}{dt} = -\Gamma_\phi X_\phi, \quad (5.6a)$$

$$\frac{dX_R}{dt} = \Gamma_\phi X_\phi \left(\frac{a}{a_i} \right), \quad (5.6b)$$

donde a_i es el factor de escala en el tiempo en que los productos de la disipación dominan sobre el baño de radiación inicial y la tasa de decaimiento en términos de X_R toma la forma:

$$\Gamma_\phi = CH_f \left(\frac{30}{\pi^2 g_*} \right)^{q/4} \left(\frac{a}{a_f} \right)^k \left(\frac{\rho_R^{1/4}}{T_f} \right)^q = CH_f \left(\frac{30}{\pi^2 g_*} \right)^{q/4} \left(\frac{a}{a_f} \right)^k \left(\frac{a_i}{a} \right)^q \left(\frac{X_R^{1/4}}{T_f} \right)^q. \quad (5.7)$$

En tiempos tempranos cuando la tasa de decaimiento es despreciable $H \simeq (\rho_\phi/3M_{pl}^2)^{1/2} = H_i(a/a_i)^{-3/2}$, $X_\phi(t) = X_\phi(0) = 3M_{pl}^2 H_i^2$ y la ecuación de Boltzmann 5.6b de puede solucionar en términos del factor de escala de tal manera que:

$$\begin{aligned} \int_{X_{R,i}}^{X_R} \frac{dX_R}{X_R^{q/4}} &= \frac{CH_f X_\phi}{H_i a_i T_f^q} \left(\frac{30}{\pi^2 g_*} \right)^{q/4} \left(\frac{a_i}{a_f} \right)^k \int_{a_i}^a \left(\frac{a'}{a_i} \right)^{k-q+3/2} da', \\ &= C \left(3M_{pl}^2 H_f^2 \right)^{\frac{4-q}{4}} \frac{H_i}{H_f} \left(\frac{a_i}{a_f} \right)^k \frac{1}{k-q+5/2} \left[\left(\frac{a}{a_i} \right)^{k-q+5/2} - 1 \right], \end{aligned}$$

y la densidad de energía de radiación:

$$\begin{aligned} \rho_R(a) &= \left[C \left(3M_{pl}^2 H_f^2 \right)^{\frac{4-q}{4}} \frac{H_i}{H_f} \left(\frac{a_i}{a_f} \right)^k \frac{4-q}{2(2k-2q+5)} \left[\left(\frac{a}{a_i} \right)^{\frac{2k-2q+5}{2}} - 1 \right] \right. \\ &\quad \left. + \rho_{R,i} \right]^{\frac{4}{4-q}} \left(\frac{a_i}{a} \right)^4. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Es importante resaltar en este punto que diferentes elecciones de los parámetros k y q conllevan a diferentes escalamientos en la temperatura y diferentes condiciones de recalentamiento durante el período cosmológico no estándar estudiado. En Gonzalez, Harigaya et al. 2020 se puede encontrar un análisis detallado de los escenarios posibles en el espacio de parámetros q - k , acá sólo se mencionará que para $q < 4$, $k < 3/2$ implica un período de decrecimiento en la temperatura y la evolución es cualitativamente igual al caso en que $q = k = 0$, cuando $k = 3/2$ la temperatura se mantiene constante y para valores de $k > 3/2$, ρ_R aumenta en el tiempo y, en consecuencia, la temperatura incrementa mientras la disipación de ϕ se mantiene activa. En este trabajo, en particular, nos restringiremos a escenarios en los que $q < 4$, esto es, en los que el baño de radiación inicial no es importante ($\rho_{R,i} \simeq 0$) y, por tanto, la mayor contribución a esta componente proviene de la disipación del campo ϕ . Además, con el fin de garantizar de que el campo ϕ logre transferir toda su energía a la componente de radiación y la disipación se complete, $k - q + 5/2 > 0$. Con estas suposiciones el segundo y tercer término en 5.8 se desprecian y:

$$\rho_R(a) \simeq 3M_{pl}^2 H_f^2 \left[C \frac{H_i}{H_f} \left(\frac{a_i}{a_f} \right)^k \frac{4-q}{2(2k-2q+5)} \right]^{\frac{4}{4-q}} \left(\frac{a_i}{a} \right)^{\frac{6-4k}{4-q}}. \quad (5.9)$$

Dado que al final de este proceso de recalentamiento las densidades de energía de radiación y de ϕ son iguales, $\rho_\phi(a_f) = \rho_R(a_f) = 3M_{pl}^2 H_f^2$ y 5.9 queda como:

$$\frac{a_i}{a_f} = \left[\frac{1}{C} \frac{H_f}{H_i} \frac{2(2k-2q+5)}{4-q} \right]^{2/3},$$

donde fijando:

$$C = \frac{2(2k - 2q + 5)}{4 - q},$$

se tiene que:

$$\frac{a_i}{a_f} \equiv \left(\frac{H_f}{H_i} \right)^{2/3}, \quad (5.10)$$

y la ecuación 5.9 se reduce a:

$$\rho_R(a) \simeq 3M_{pl}^2 H_f^2 \left(\frac{a_f}{a} \right)^{\frac{2(3-2k)}{4-q}}. \quad (5.11)$$

Ya que en todo momento a y T están relacionados, la parametrización de Γ_ϕ en términos del factor de escala y la temperatura puede ser un poco redundante. Así, de 5.11 en la expresión de Γ_ϕ en términos de ρ_R dada en 5.7 se tiene que:

$$\Gamma_\phi \simeq \frac{5-2x}{2} H_f \left(\frac{a_f}{a} \right)^x, \quad (5.12)$$

en donde:

$$x \equiv \frac{3q - 8k}{2(4 - q)}, \quad (5.13)$$

y solución analítica de ρ_R en 5.11 queda finalmente como:

$$\rho_R(a) \simeq 3M_{pl}^2 H_f^2 \left(\frac{a_f}{a}\right)^{\frac{3+2x}{2}}. \quad (5.14)$$

En términos de esta nueva parametrización, la condición $k - q + 5/2 > 0$ se simplifica a $x < 5/2$ dentro de cuyo rango se debe garantizar que, en las posibles combinaciones de valores k y q que lleven a un valor determinado de x , $q < 4$. El caso en el que la tasa de decaimiento es constante se produce cuando $q = k = 0$ o cuando $x = 0$. Para valores de x mayores o menores que cero, la tasa de decaimiento disminuye o incrementa respectivamente.

En la solución numérica que se implementa de las ecuaciones 5.1 se hace uso de la tasa de decaimiento dada por 5.12 de tal forma que nuestro modelo queda determinado por 5 parámetros libres: x , T_f cuyo valor se elige $> 4 \text{ MeV}$ a fin de respetar el período de la nucleosíntesis del Big Bang, $\kappa \equiv \frac{\rho_\phi}{\rho_R} \Big|_{T=m_\chi}$ que define las condiciones iniciales del problema, m_χ y $\langle \sigma v \rangle$.

Dentro de las consideraciones hechas en relación a la parametrización final de la tasa de decaimiento, en lo que sigue de nuestro análisis nos enfocaremos en los tres escenarios principales que nos ofrece una cosmología no estándar como la que se propone, esto es, aquellos en los que durante un período de dominación por materia no adiabático i) la temperatura incrementa ($x = -3$ o $k = 3$, $q = 0$), ii) la temperatura se mantiene constante ($x = -3/2$ o $k = 3/2$) y iii) la temperatura disminuye ($x = k = q = 0$) como en el caso estándar.

5.3 Producción de Materia Oscura tipo WIMP

En la presente sección se estudiará la producción de Materia Oscura a través del mecanismo WIMP dado el efecto de una tasa de decaimiento parametrizada como en 5.12 cuando: $x = 0$, $x = -3/2$ y $x = -3$. Dado que en algunos regímenes de la cosmología estudiada la entropía asociada a las partículas del modelo estándar no se conserva, es conveniente reescribir 5.1c en términos del número de partículas de Materia Oscura en un volumen comóvil $N_\chi = n_\chi a^3$. De esta manera, el conjunto de ecuaciones de Boltzmann acopladas 5.1 que se resolverán numéricamente, expresadas en términos del factor de escala y los cambios de variable introducidos, quedan determinadas por:

$$\frac{dX_\phi}{da} = -\frac{\Gamma_\phi}{aH} X_\phi, \quad (5.15a)$$

$$\frac{dX_s}{da} = c \frac{\Gamma_\phi}{aH} X_\phi, \quad (5.15b)$$

$$\frac{dN_\chi}{da} = -\frac{\langle\sigma v\rangle}{a^4 H} (N_\chi^2 - N_{\chi,eq}^2), \quad (5.15c)$$

con $X_s = s(a/a_i)^3$, $N_{\chi,eq} = n_{\chi,eq} a^3$, $H^2 = (\rho_\phi + \rho_R)/3M_{pl}^2$ y a_f en la parametrización de la tasa de decaimiento se despeja de la igualdad 5.10 definiendo $a_i = a(T = m) = 1$ y considerando $H_f = 10^3 \text{ GeV}$ y $H_i = 10^8 \text{ GeV}$ como en Barman et al. 2022³. Con el propósito de hallar el espacio de parámetros T_f - κ capaz de reproducir, en la cosmología propuesta, la abundancia de Materia Oscura observada, se fija $m_\chi = 100 \text{ GeV}$, $\langle\sigma v\rangle = 1 \times 10^{-11} \text{ GeV}^{-2}$ y se soluciona numéricamente 5.15 para valores de T_f en el rango $[10^{-3}, 10^3] \text{ GeV}$ y κ entre $[10^{-3}, 10^5]$ de tal forma que garantice que la razón:

³Acá $n_{\chi,eq}$ se toma como la densidad de número de equilibrio presentada en el pie de página ⁷ del capítulo anterior.

$$\frac{Y_\chi}{Y_\chi^\infty} = 1, \quad (5.16)$$

donde $Y_\chi = n_\chi/s$ y:

$$Y_\chi^\infty m_\chi = \frac{\rho_c \Omega_{mo,0} h^2}{s_0 h^2} \simeq 3,86 \times 10^{-10} \text{ GeV}. \quad (5.17)$$

En la figura 5.1 se muestra en rojo la solución numérica del espacio de parámetros T_f - κ compatible con las observaciones de la abundancia reliquia de Materia Oscura en el universo para $x = 0$, $x = -3/2$ y $x = -3$. La franja gris a la izquierda de las gráficas corresponde a valores de T_f en tensión con la nucleosíntesis del Big Bang (NBB), y la región inferior derecha equivale al caso usual de un universo dominado por radiación. Las líneas discontinuas $T_{ig} = T_d$ en amarillo, $T_c = T_d$ en verde y $T_f = T_d$ en violeta marcan cuatro regiones en el espacio de parámetros que delimitan las temperaturas T_d a las cuales se desacopla la Materia Oscura en relación a $T_{ig} = T(a = a_{ig})$, la temperatura a la cual ρ_ϕ empieza a dominar sobre ρ_R , $T_c = T(a = a_c)$, la temperatura en la que ρ_ϕ empieza a dominar la evolución de ρ_R y $T_f = T(a = a_f)$, la temperatura en que se puede decir que ρ_ϕ ha decaído casi por completo ⁴.

⁴En este trabajo las líneas discontinuas amarilla, verde y violeta son producto de una solución numérica y el criterio para definir las se estableció de manera arbitraria. Específicamente, T_{ig} (o temperatura de la igualdad) se definió como la temperatura a la cual la densidad de energía de radiación y del campo ϕ se hacen iguales por primera vez, T_c (o temperatura crítica) corresponde al momento en el que la diferencia relativa entre la temperatura en la cosmología no estándar propuesta es mayor en un 10% a la del caso estándar y T_f (o temperatura final) es la temperatura en la que la densidad de energía del campo ϕ y la radiación se hacen iguales por última vez. Por su parte, la temperatura del desacople T_d se define como la temperatura a la cual el conocido criterio $\Gamma = n_{eq} \langle \sigma v \rangle = H$, introducido en la sección 4.2.2, se cumple.

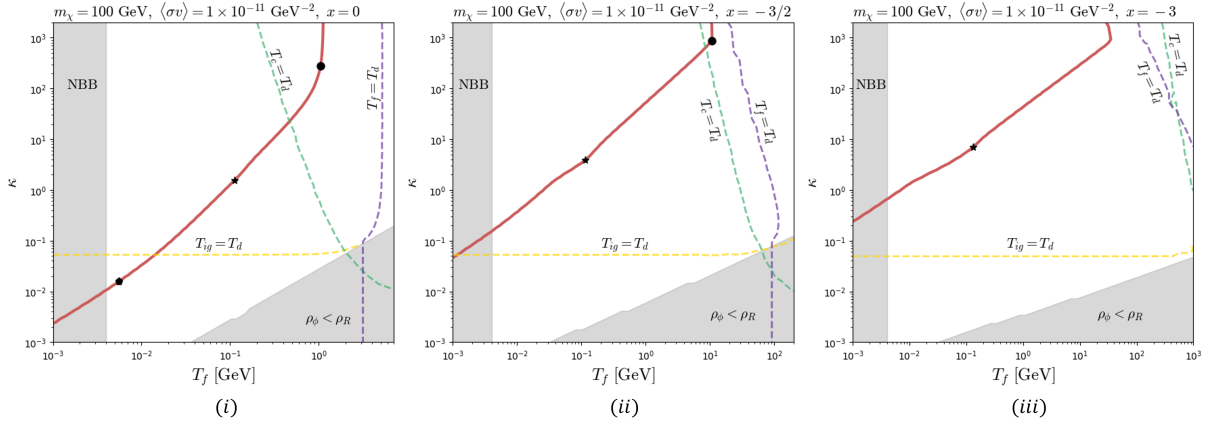


Figura 5.1: Espacio de parámetros T_f - κ capaz de producir la abundancia reliquia de Materia Oscura observada en el universo para los escenarios del modelo propuesto en que (i) $x = 0$, (ii) $x = -3/2$ y (iii) $x = -3$. En cada una de las figuras se fija $m_\chi = 100 \text{ GeV}$ y $\langle\sigma v\rangle = 1 \times 10^{-11} \text{ GeV}$.

Como se puede apreciar, en cada uno de los escenarios de la figura 5.1 se elige un punto en el espacio de parámetros dentro de los diferentes regímenes con los que es posible, para del modelo propuesto, obtener la abundancia reliquia de Materia Oscura medida. Para el caso $x = 0$ (temperatura decreciente), existen puntos en tres de estas regiones, para los escenarios $x = -3/2$ (temperatura constante) y $x = -3$ (temperatura creciente) no es posible que la Materia Oscura se desacople en $T_d \gg T_{ig}$ ya que los puntos en este régimen se encuentran en tensión con el período de la nucleosíntesis del Big Bang, en consecuencia, el primero de estos últimos casos queda con puntos en dos de las regiones señaladas, mientras que el segundo posee puntos tan solo en una de ellas. A continuación se discutirá la producción de Materia Oscura en las cosmologías y puntos del espacio de parámetros elegidos.

5.3.1 Caso $x = 0$: el escenario estándar de las cosmologías no estándar

El espacio de parámetros T_f - κ correspondiente a este caso es el de la gráfica de la izquierda de la figura 5.1. En esta cosmología, que es el ejemplo típico en la clase de los escenarios no estándar, la tasa de decaimiento es constante y, como consecuencia de ello, durante el período de dominación no adiabático del campo ϕ , al que usualmente se le denomina *recalentamiento*, la temperatura nunca incrementa, sino que disminuye menos rápido de lo que lo haría en un universo sin esta inyección de energía. La evolución con el factor de escala de algunas de las cantidades más importantes en nuestro análisis para un universo como este, es, en general, como se muestra en la figura 5.2.

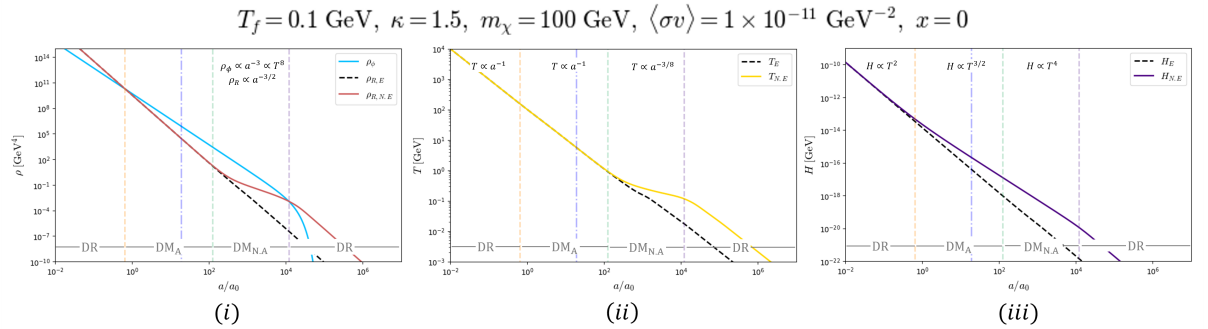


Figura 5.2: Evolución con el factor de escala de diferentes cantidades para el caso típico de una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante. De izquierda a derecha se muestra: (i) la evolución de las densidades de energía de la componente de radiación y del campo ϕ , (ii) la evolución de la temperatura asociada al baño térmico de partículas del modelo estándar y (iii) la evolución de la tasa de expansión del universo.

En estas gráficas, que corresponden al punto en forma de estrella en el espacio de parámetros 5.1 (i), se representa con una línea sólida en cian, la densidad de energía del campo ϕ , con una línea sólida en rojo, la densidad de radiación, la línea sólida en amarillo corresponde a la temperatura y la tasa de expansión se dibuja con una línea sólida en violeta. Por comparación, la línea negra discontinua representa, en cada caso, la evolución de estas cantidades en una cosmología estándar, esto es, en un universo dominado por radiación con $H^2 \approx \rho_R/3M_{pl}^2$ y $\Gamma_\phi = 0$. La línea a puntos y rayas azul oscuro representa el instante aproximado del desacople de la Materia Oscura y las líneas discontinuas

amarilla, verde y violeta marcan los momentos en los que el factor de escala toma los valores a_{ig} , a_c y a_f respectivamente. Como se puede observar, a lo largo de la historia cosmológica no estándar propuesta, cada una de estas líneas fija la transición a procesos diferentes en el universo, y por tanto, a sub-períodos de dominación que toman lugar de una forma distinta a la convencional. Los intervalos inicial y final DR hacen referencia a épocas *Dominadas por Radiación* en los que las cantidades graficadas evolucionan de manera estándar, esto es, $\rho_R \propto a^{-4}$, $\rho_\phi \propto a^{-3}$, $T \propto a^{-1}$ y $H \propto T^2$. El intervalo DM_A es un período *Dominado por Materia* con una expansión *Adiabática* en el que las densidades de energía y la temperatura evolucionan de la misma forma con el factor de escala que en el caso anterior pero con $H \propto T^{3/2}$. Finalmente, el intervalo $DM_{N.A}$ corresponde un período de *Dominación por Materia No Adiabático* en donde la densidad de radiación evoluciona de acuerdo a la ecuación 5.14 y, en consecuencia:

$$T \propto a^{-\frac{3+2x}{8}}, \quad \rho_\phi \propto T^{\frac{24}{3+2x}}, \quad H \propto T^{\frac{12}{3+2x}}. \quad (5.18)$$

Claramente, cuando $x = 0$, la temperatura, las densidades de energía y la tasa de expansión evolucionan como se indica en la figura para este período.

Como se anticipó en secciones anteriores, los factores presentes en una era de expansión no estándar alteran el proceso de producción de la Materia Oscura durante este período haciendo que su densidad reliquia esperada se modifique en relación al caso estándar. Dado que en este tipo de modelos los parámetros libres pueden ser ajustados, es posible lograr que la abundancia obtenida de la Materia Oscura coincida con la abundancia observada de esta componente en el universo. Este hecho se evidencia de forma clara en una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante, en donde ajustando los parámetros libres del modelo presentado $(m_\chi, \langle\sigma v\rangle, T_f, \kappa, x)$, como en la figura 5.3, ciertamente es

posible reproducir el valor de $\Omega_{mo}h^2 \sim 0,12$ medido por Planck [Aghanim et al. 2020] a través del mecanismo WIMP para cada uno de los regímenes mencionados. Dado que este es el escenario estándar de las cosmologías no estándar, el resultado encontrado no es nuevo y, por el contrario, ha sido bien estudiado en la literatura.

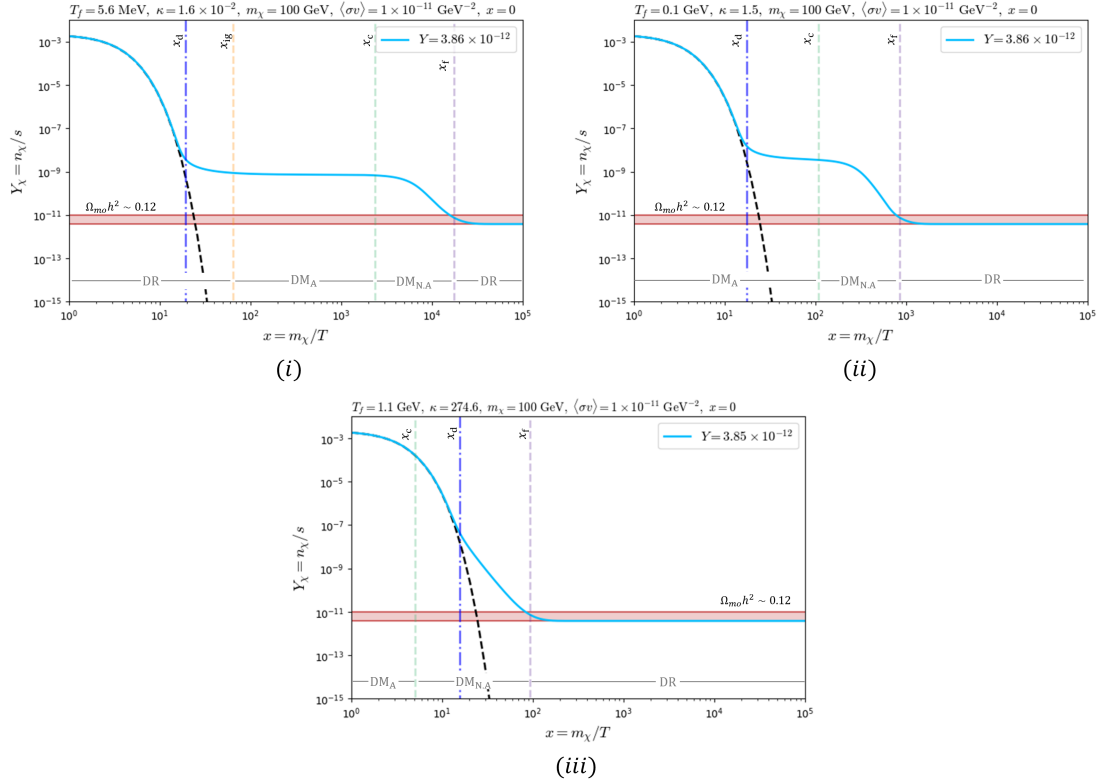


Figura 5.3: Abundancia de Materia Oscura producida a través del mecanismo WIMP en una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante. En (i) se presenta el caso en el que la Materia Oscura se desacopla del plasma cuando $T_d \gg T_{ig}$, en (ii) el desacople sucede cuando $T_c \ll T_d \ll T_{ig}$ y en (iii) cuando $T_f \ll T_d \ll T_c$.

En cada una de las gráficas de 5.3 se presenta, con una línea sólida en cian, la evolución de la producción térmica de la Materia Oscura tipo WIMP como función del inverso de la temperatura. La línea negra discontinua corresponde a la evolución de equilibrio del plasma térmico Y_{eq} , la franja roja marca el valor de Y obtenido en 5.17 más un margen de error y la línea azul oscura a puntos y rayas marca el valor aproximado de x para el que se produce el desacople de la Materia Oscura. Como en las figuras 5.1 y 5.2, las líneas discontinuas amarilla, verde y violeta, correspondientes a $x_{ig} = x(T = T_{ig})$, $x_c = x(T = T_c)$

y $x_f = x(T = T_f)$ respectivamente, delimitan las fronteras entre los diferentes períodos de dominación que se presentan en la cosmología introducida. Ya que los tres escenarios que se muestran en 5.3 son estudiados en detalle en Arias et al. 2019, acá se limitará la discusión a la presentación de los aspectos más importantes de cada uno de ellos.

En el escenario (i) de la figura 5.3, que corresponde al punto en forma de pentágono del espacio de parámetros, la Materia Oscura se desacopla, como en el caso estándar, en $T_d \gg T_{ig}$ cuando el universo está dominado por radiación. Por su parte, en el escenario (ii) de la misma figura (punto en forma de estrella del espacio de parámetros), la Materia Oscura se desacopla en $T_c \ll T_d \ll T_{ig}$ durante una época de dominación adiabática del campo ϕ . Debido a que en el primer caso la entropía se conserva y en el segundo lo hace de forma aproximada, porque durante este período el campo ϕ no decae eficientemente a radiación del modelo estándar, es posible considerar en buena aproximación para ambos escenarios que $T \propto a^{-1}$ y la ecuación 5.1c se puede reescribir en términos de la cantidad $Y_\chi = n_\chi/s$ de tal forma que:

$$\frac{dY_\chi}{dx} = -\frac{\langle\sigma v\rangle s}{Hx}(Y_\chi^2 - Y_{\chi,eq}^2), \quad (5.19)$$

donde $Y_{\chi,eq} = n_{\chi,eq}/s$. Además, ya que la diferencia sustancial entre uno y otro caso es el período durante el cual se desacopla la Materia Oscura, la tasa de expansión correspondiente a cada escenario cambia y:

$$H \simeq \begin{cases} \sqrt{\frac{\rho_R}{3M_{pl}^2}} = \frac{\pi}{3M_{pl}} \sqrt{\frac{g_*}{10}} \left(\frac{m_\chi}{x}\right)^2, & \text{escenario (i)} \\ \sqrt{\frac{\rho_\phi}{3M_{pl}^2}} = \frac{\pi}{3M_{pl}} \sqrt{\frac{g_*}{10}} \sqrt{\frac{\kappa m_\chi^4}{x^3}}, & \text{escenario (ii)} \end{cases}. \quad (5.20)$$

Haciendo uso de las mismas aproximaciones que en la deducción de 4.24 y de 5.20 en 5.19, es posible calcular la expresión de la densidad de Materia Oscura Y_0 que queda mucho después del desacople pero antes del decaimiento efectivo del campo ϕ en el período de dominación por materia no adiabático ⁵. Así:

$$Y_0 = \begin{cases} \frac{15}{2\pi M_{pl} \sqrt{10g_*}} \frac{x_d}{m_\chi \langle \sigma v \rangle}, & \text{escenario (i)} \\ \frac{45}{4\pi M_{pl}} \sqrt{\frac{\kappa}{10g_*}} \frac{x_d^{3/2}}{m_\chi \langle \sigma v \rangle}, & \text{escenario (ii)} \end{cases}, \quad (5.21)$$

donde, a partir del criterio $n_{\chi,eq} \langle \sigma v \rangle / H|_{x=x_d} = 1$, se tiene que ⁶:

$$x_d = \begin{cases} \ln \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{5}{\pi^5 g_*}} g M_{pl} m_\chi \langle \sigma v \rangle \sqrt{x_d} \right), & \text{escenario (i)} \\ \ln \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{5}{\pi^5 g_*}} \frac{g M_{pl}}{\sqrt{\kappa}} m_\chi \langle \sigma v \rangle \right), & \text{escenario (ii)} \end{cases}. \quad (5.22)$$

En las ecuaciones 5.21 es claro que aunque el desacople de la Materia Oscura suceda durante un período de dominación adiabática del campo ϕ como en el caso (ii), se sigue cumpliendo que la abundancia obtenida poco después del desacople es inversamente proporcional a la sección transversal de aniquilación. Dado que en nuestro modelo se tomó $\langle \sigma v \rangle \ll \langle \sigma v \rangle_0$, es de esperarse que el desacople se produzca antes que en el caso estándar tal y como se observa de las gráficas (i) y (ii) de la figura 5.3. Es necesario, entonces, que la Materia Oscura producida entre a una era no adiabática de dominación del campo para que las inyecciones de entropía al baño de partículas del modelo estándar por el decaimiento de ϕ logren diluir su abundancia a los niveles observados en el universo. El

⁵En los cálculos analíticos se asume, además, que no hay variaciones para g_* y g_{*S} con la temperatura y que $g_* = g_{*S}$ lo cual es una buena aproximación para valores de T mayores a 1 MeV.

⁶Como en el mecanismo WIMP la Materia Oscura se desacopla siendo no-relativista, la cantidad $n_{\chi,eq}$ está dada por la primera igualdad en las ecuaciones 4.5.

decaimiento en la abundancia de la Materia Oscura durante el período mencionado se cuantifica a través del factor de dilución D . Este factor, que se define como la razón entre las entropías de las partículas del modelo estándar antes y después del decaimiento del campo, está dado, de acuerdo a Arias et al. 2019, por:

$$D \simeq \kappa \left(\frac{m_\chi}{T_f} \right), \quad (5.23)$$

de tal manera que la abundancia reliquia observada Y_{obs} en ambos escenarios queda determinada por:

$$Y_{obs} = \frac{Y_0}{D} \simeq \begin{cases} \frac{15T_f}{2\pi M_{pl}\sqrt{10g_*}} \frac{x_d}{\kappa m_\chi^2 \langle \sigma v \rangle}, & \text{escenario (i)} \\ \frac{45T_f}{4\pi M_{pl}\sqrt{10g_*}} \frac{1}{m_\chi^2 \langle \sigma v \rangle} \left(\frac{x_d}{\kappa} \right)^{1/2}, & \text{escenario (ii)} \end{cases}, \quad (5.24)$$

es decir que para reproducir la abundancia 5.17, en el escenario (i) se debe cumplir que $\kappa \propto T_f$ y en el escenario (ii) $\kappa \propto T_f^2$ que es justamente el comportamiento observado en los regímenes correspondientes de la figura 5.1 (i).

La situación en la que la Materia Oscura se desacopla en un universo con una dominación no adiabática de materia con $T_f \ll T_d \ll T_c$, es un tanto diferente a los escenarios (i) y (ii) presentados. Y es que en este escenario (punto en forma de círculo del espacio de parámetros), que se presenta en la gráfica 5.3 (iii), la entropía no se conserva porque el desacople sucede mientras ϕ decae. En este caso, el cambio de variable empleado en 5.19 no es adecuado y resulta más conveniente solucionar la ecuación 5.15c. De allí, sabiendo que la tasa de expansión está dada por:

$$H \simeq \sqrt{\frac{\rho_\phi}{3M_{pl}^2}} = \frac{\pi m_\chi^2}{3M_{pl}} \sqrt{\frac{\kappa g_*}{10}} \left(\frac{a}{a_i}\right)^{-3/2}, \quad \text{escenario (iii)}, \quad (5.25)$$

se obtiene que:

$$N_0 = \frac{\pi}{2M_{pl}} \sqrt{\frac{\kappa g_*}{10}} \frac{m_\chi^2}{\langle \sigma v \rangle} \left(\frac{a_d}{a_i}\right)^{3/2}, \quad (5.26)$$

con N_0 el valor de N luego del desacople, $a_i = a(T = m) = 1$ y a_d el factor de escala al momento del desacople dado por:

$$a_d = a_i \left[\kappa \left(\frac{m_\chi T_f}{T_d^2} \right)^4 \right]^{1/3}. \quad (5.27)$$

Ya que después de este período el universo entra a una era de dominación por radiación (se recupera el escenario estándar de la cosmología), no existen etapas posteriores que puedan diluir la densidad de la Materia Oscura producida. En el escenario (iii), a diferencia del (i) y (ii), la densidad reliquia debe ser producida directamente en el período de dominación no adiabático de materia como se observa en la figura 5.3 (iii). De esta manera, sabiendo, de Arias et al. 2019, que el producto sa^3 después del decaimiento de ϕ está dado por:

$$sa^3 = \frac{2\pi}{45} g_* \kappa \frac{m_\chi^4}{T_f}, \quad (5.28)$$

se llega a que:

$$Y_{obs} = \frac{N_0}{sa^3} = \frac{45}{4\pi M_{pl}\sqrt{10g_*}\langle\sigma v\rangle} \frac{T_f^3}{T_d^4}, \quad (5.29)$$

que es independiente de κ tal y como se observa en la región correspondiente de la figura 5.1 (i).

5.3.2 Casos $x \neq 0$: los nuevos escenarios introducidos por el modelo

Dentro de nuestra parametrización de la tasa de decaimiento, en principio, cualquier elección de $x \neq 0$ constituye un nuevo escenario cosmológico no estándar. De los análisis previos discutidos, cierto rango de estos valores se excluyeron, para garantizar, entre otras cosas, que después del período no estándar introducido, la historia cosmológica pueda seguir su curso, en la concepción estándar, a partir del momento desde el cual se tiene evidencia de ella, esto es, a partir del proceso de la nucleosíntesis del Big Bang. Con este hecho asegurado, se encontró, adicionalmente, que durante el período de dominación no adiabático del campo ϕ , de los posibles valores que puede tomar x , sólo tres escenarios cosmológicos fenomenológicamente diferentes pueden ser concebidos: uno en el que la temperatura disminuye, uno en el que se mantiene constante y uno en el que aumenta.

Al introducir la situación en la que $x = 0$ en 5.3.1, no sólo se cubrió el primero de estos escenarios sino que además se recuperó el caso usual de una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante. Con el fin de estudiar la producción de la Materia Oscura a través del mecanismo WIMP en los escenarios restantes, se tomó $x = -3/2$ y

$x = -3$ como las cosmologías en las que la temperatura se mantiene constante e incrementa respectivamente. El primer resultado en relación a estos escenarios se obtiene a través de las gráficas 5.1 (ii) y (iii) en donde se observa que a partir de una elección adecuada de los parámetros es posible dar cuenta de la densidad reliquia de la componente de la Materia Oscura presente en el universo en el marco de una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento dependiente del tiempo.

En la figura 5.4 se muestra, por columnas, la evolución de las densidades de energía, la temperatura y la tasa de expansión para los puntos en forma de estrella del espacio de parámetros T_f - κ de la figura 5.1 (ii) (columna de la izquierda) y 5.1 (iii) (columna de la derecha) correspondientes a los dos escenarios elegidos. La asignación de colores y líneas para cada una de las cantidades graficadas es igual a la usada en la sección 5.3.1. Nuevamente, por referencia, se señalan los diferentes sub-períodos de dominación que sufre el universo a lo largo de la era de expansión no estándar introducida y la forma en la que evolucionan las variables en cada uno de ellos. Note, de la figura, que la principal diferencia con el caso $x = 0$ es que el escalamiento de las cantidades, dictado por las relaciones 5.18, cambia durante el período de dominación no adiabática del campo ϕ , donde se hace evidente para $x = -3/2$ que la temperatura y la densidad de radiación se mantienen constantes mientras que para $x = -3$ aumentan. Es importante señalar que aunque los casos graficados son bastante específicos, lo cierto es que el comportamiento observado de las cantidades en 5.4 es general para los diferentes valores de los parámetros libres válidos dentro de los escenarios en consideración.

La producción de Materia Oscura correspondiente a los puntos en forma de estrella del espacio de parámetros de cada uno de los escenarios de 5.1 se presenta en la figura 5.5. El caso $x = 0$ se incluye por comparación. Como es usual, en la primera fila de la figura se grafica la variable Y en función del inverso de la temperatura. Observe que cuando la evolución se presenta de esta manera, es fácil reconocer cómo se comporta T durante el período de dominación por materia no adiabático. En la segunda fila se presenta la

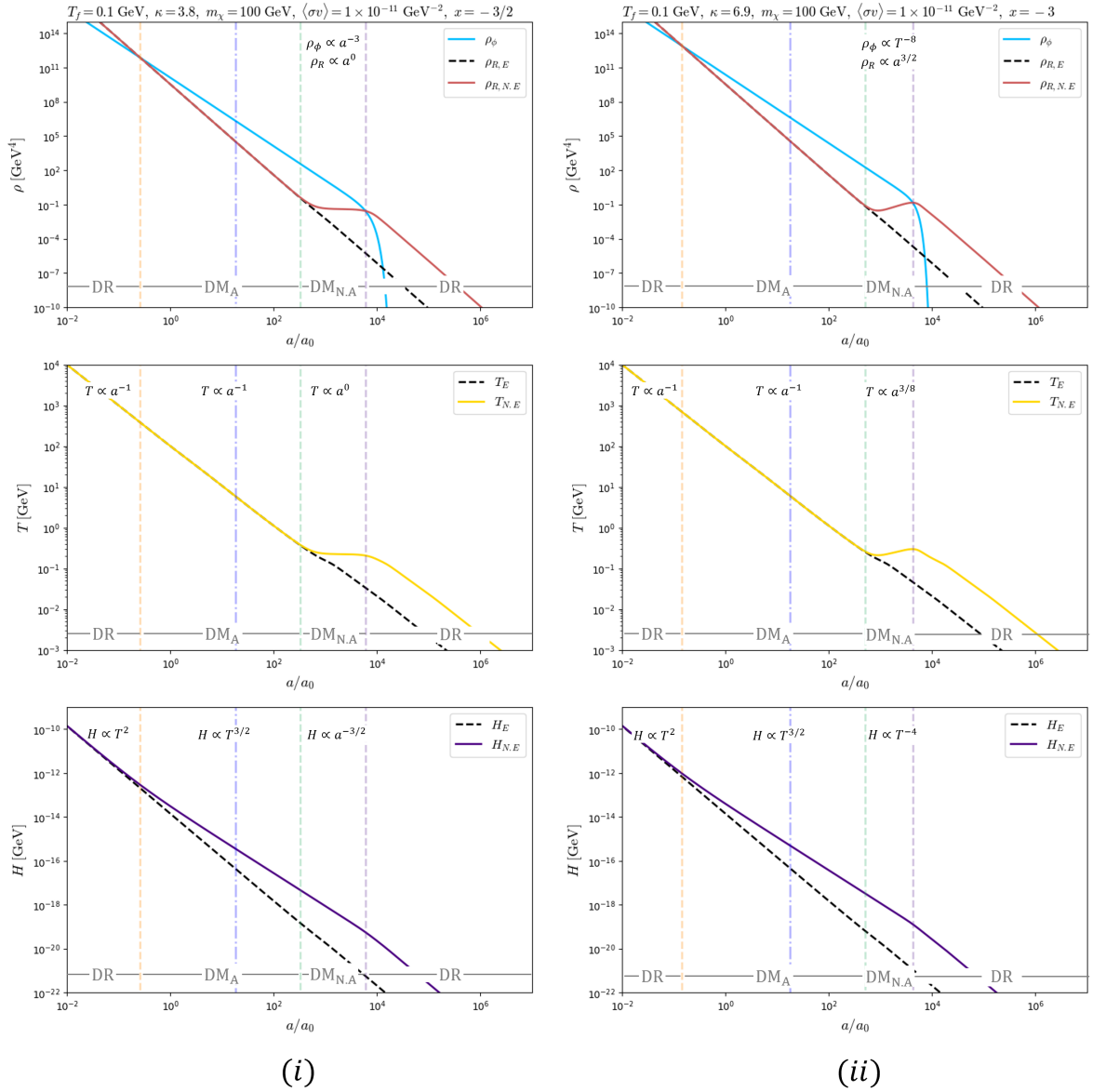


Figura 5.4: Evolución con el factor de escala de las densidades de energía de radiación y del campo ϕ (primera fila), de la temperatura del modelo estándar (segunda fila) y de la tasa de expansión del universo (tercera fila) para los escenarios cosmológicos no estándar en que (i) $x = -3/2$ y (ii) $x = -3$.

evolución correspondiente de Y pero en función del factor de escala sólo para enfatizar el hecho de que aunque en las cosmologías en las que la temperatura decrece, la variable T se puede tomar como una medida del tiempo, en escenarios no estándar en los que la temperatura puede permanecer constante o incluso incrementar, esta consideración es inadecuada.

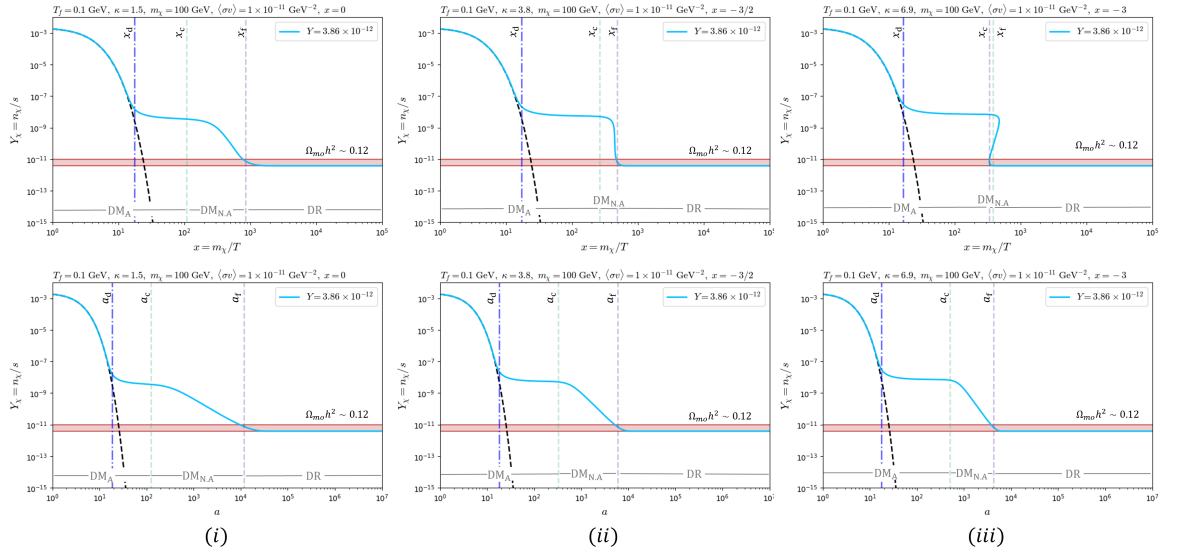


Figura 5.5: Evolución de la producción de Materia Oscura en función del inverso de la temperatura (primera fila) y en función del factor de escala (segunda fila) para las cosmologías no estándar del modelo propuesto en que (i) $x = 0$, (ii) $x = -3/2$ y (iii) $x = -3$. En todas las figuras el desacople sucede cuando $a_{ig} \ll a_d \ll a_c$.

Como se puede apreciar en la figura 5.5, para la situación en la que la Materia Oscura se desacopla en un período de dominación adiabática de ϕ en los escenarios (ii) y (iii), la evolución de la Materia Oscura es, en términos generales, cualitativamente igual al caso $x = 0$. La Materia Oscura que inicialmente se encuentra en equilibrio con el plasma térmico, se desacopla en $a_{ig} \ll a_d \ll a_c$ con una abundancia que se mantiene hasta que el campo ϕ empieza a decaer y las inyecciones de entropía resultantes logran diluirla al valor en que $\Omega_{mo} h^2 \sim 0,12$. Esta semejanza entre escenarios no es característico del régimen del espacio de parámetros discutido. En la figura 5.6 se observa que también en la región en que $a_c \ll a_d \ll a_f$, la producción de Materia Oscura se genera de forma similar cuando $x = 0$ en comparación a la situación en que $x = -3/2$. En ambos casos, después del desacople, la Materia Oscura debe diluirse hasta su densidad reliquia observada antes de salir del período de dominación no adiabático de ϕ .

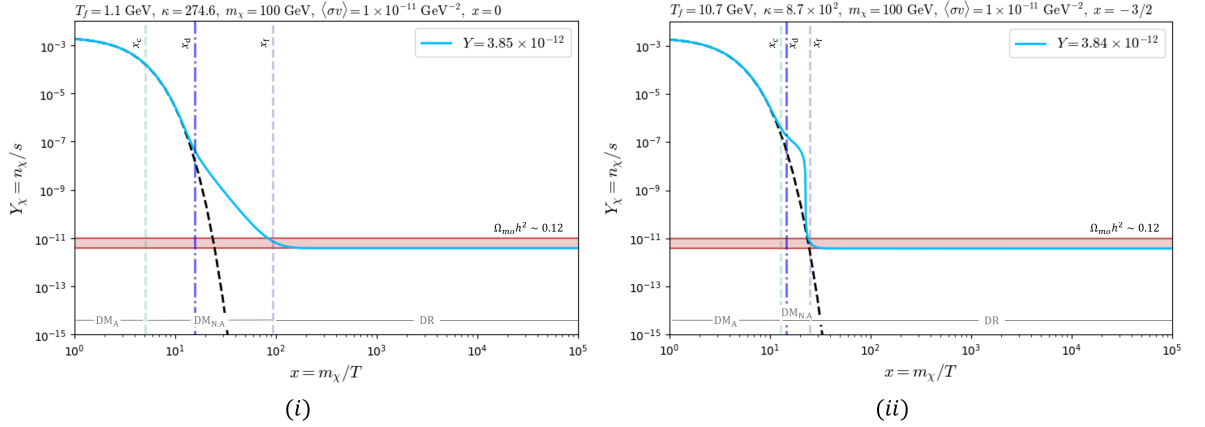


Figura 5.6: Producción de Materia Oscura para el caso en que el desacople se produce cuando $a_c \ll a_d \ll a_f$ en los escenarios cosmológicos no estándar con (i) $x = 0$ y (ii) $x = -3/2$.

En general, el comportamiento en los diferentes regímenes de la cosmología no estándar introducida está regido por las mismas ecuaciones discutidas en 5.3.1. Para los casos en los que, en nuestro modelo, la Materia Oscura se desacopla cuando $a_d \ll a_{ig}$ en un universo dominado por radiación -régimen (i)- y cuando $a_{ig} \ll a_d \ll a_c$ en un período de dominación por materia adiabático -régimen (ii)- se sigue cumpliendo, en buena aproximación, que la entropía se conserva, $T \propto a^{-1}$, $Y_\chi = n_\chi/s$ es una buena parametrización de la ecuación 5.1c y, en consecuencia, la ecuación 5.19 es válida en los nuevos escenarios.

Ya que la parametrización hecha de la tasa de decaimiento sólo afecta las cantidades en el período de dominación no adiabático de ϕ , las expresiones de ρ_R para el régimen (i) y de ρ_ϕ para el régimen (ii) son las mismas que en el caso $x = 0$. En este orden de ideas, las ecuaciones 5.20 para la tasa de expansión quedan idénticas y las expresiones en 5.21 son una solución para el tipo de cosmologías en consideración.

Como se mencionó en la sección anterior, el factor que nos lleva de Y_0 a Y_{obs} es D , el factor de dilución. A la expresión correspondiente de esta cantidad en 5.23 se llega a través de la aproximación del decaimiento instantáneo. En esta aproximación se ignora que existe un período de dominación no adiabático del campo ϕ entre T_c y T_f (véase la figura 5.7) y por tanto se asume que:

$$\rho_\phi(T_1) \sim \rho_R(T_2),$$

donde ρ_ϕ es la densidad de energía del campo durante el período de dominación por materia adiabático, ρ_R la densidad de radiación del período de dominación por radiación final, T_1 es la temperatura justo antes del decaimiento de ϕ y T_2 la temperatura justo después. Dado que en ningún punto de la deducción de D entra en juego el período durante el cual nuestra parametrización es efectivamente válida, la expresión 5.23 es aplicable al presente análisis y, por tanto, el par de ecuaciones en 5.24 proveen en los nuevos escenarios, como en el caso $x = 0$, la expresión correcta para la densidad reliquia de la Materia Oscura producida.

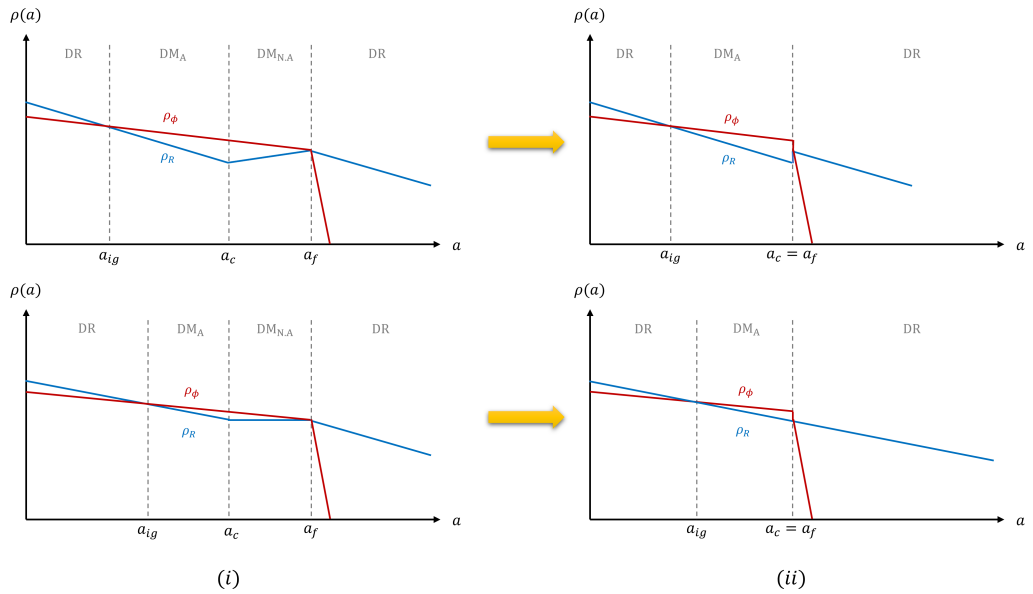


Figura 5.7: Figura esquemática en la que se representa las suposiciones de la aproximación del decaimiento instantáneo. En (i) se muestra la evolución con el factor de escala de las densidades de energía asociadas a la componente de radiación (línea sólida en azul) y del campo ϕ (línea sólida en rojo) para los casos en los que, durante un período de dominación no adiabático de materia, la temperatura aumenta (panel superior) y disminuye (panel inferior). En (ii) se presenta la evolución de las mismas cantidades pero dentro de la aproximación del decaimiento instantáneo. Note que dentro de este esquema se hace un salto del período de dominación adiabática de materia en a_c al período de dominación por radiación en a_f . Por referencia de señalan los diferentes períodos de dominación y los factores de escala correspondientes. Es importante resaltar que esta aproximación también es válida en el caso estándar en que la temperatura disminuye.

Una de las principales razones para calcular Y_{obs} es que a través de su expresión se puede conocer como debe ser la dependencia de κ con T_f para producir la abundancia observada de Materia Oscura y, por tanto, el comportamiento del espacio de parámetros obtenidos en 5.1 en los diferentes regímenes. A partir de la discusión generada, se puede concluir entonces, como en la sección 5.3.1, que en el régimen (i), $\kappa \propto T_f$, mientras que en el régimen (ii), $\kappa \propto T_f^2$. Es importante anotar que debido a que en los escenarios no estándar $x = -3/2$ y $x = -3$ el régimen (i) se produce en la región en tensión con el período de la nucleosíntesis del Big Bang, el espacio de parámetros no se decidió extender en esta dirección.

En el régimen (iii), donde la Materia Oscura se desacopla cuando $a_c \ll a_d \ll a_f$ en un universo con una dominación no adiabática del campo, la entropía no se conserva. Así, al igual que en el caso $x = 0$ de la misma región, 5.15c resulta ser la expresión adecuada a solucionar durante el período en consideración. Dado que esta ecuación diferencial se resuelve en términos del factor de escala y que la densidad de energía de ϕ , en todo instante de la era de expansión no estándar, evoluciona como $\rho_\phi \propto a^{-3}$, la expresión para H en 5.25 y, por tanto, la solución en 5.26 para N_0 son también aplicables a nuestro modelo.

Aunque la entropía asociada a las partículas del modelo estándar no se conserva mientras el campo ϕ está decayendo, se puede definir la abundancia de Materia Oscura observada como $Y_{obs} = N_0/s(T_f)a_f^3$. De esta manera, haciendo uso de 4.11, el producto en el denominador está dado por:

$$s(T_f)a_f^3 = \frac{2\pi^2}{45} g_* T_f^3 a_f^3, \quad (5.30)$$

donde la expresión para a_f se calcula en el apéndice B. Así, la abundancia de Materia Oscura producida cuando el desacople se produce durante el régimen (iii):

$$Y_{obs} = \frac{N_0}{sa^3} = \frac{45}{4\pi M_{pl} \langle \sigma v \rangle \sqrt{10g_*}} \left(\frac{T_f^{9-2x}}{T_d^{12}} \right)^{\frac{1}{3+2x}}, \quad (5.31)$$

resulta ser, al igual que en el caso $x = 0$, independiente de κ como se aprecia en la figura 5.1.

Uno de los puntos más importantes que se ha mencionado y observado en nuestro análisis hasta el momento, es la capacidad de un período de expansión no estándar para reproducir la densidad de Materia Oscura observada en el universo a partir de una sección transversal de aniquilación $\langle \sigma v \rangle \ll \langle \sigma v \rangle_0$ y una elección conveniente de parámetros del modelo. La presente sección se cerrará con lo que se considera uno de los resultados más relevantes de esta investigación, el hecho de que en una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento dependiente del tiempo es posible reproducir la densidad reliquia de Materia Oscura para valores mucho menores de $\langle \sigma v \rangle$ a los obtenidos a través de un período de expansión no estándar con una tasa de decaimiento constante.

En la figura 5.8 se grafica el espacio de parámetros $m-\langle \sigma v \rangle$ asociado a los diferentes escenarios cosmológicos analizados a lo largo del capítulo. El caso $x = 1$ se introduce con fines de comparación, además, dado que en la literatura la sección transversal de aniquilación se presenta en unidades de $[cm^3 s^{-1}]$, se incluye, por referencia, la escala correspondiente a la izquierda de la figura. En esta gráfica la línea sólida en negro corresponde al espacio de parámetros asociado al mecanismo WIMP en una cosmología estándar y las regiones en gris muestran las áreas donde las diferentes cosmologías no son capaz de reproducir la abundancia de Materia Oscura observada a través de dicho mecanismo de producción.

Como ejemplo, la franja gris sobre la línea sólida en negro representa el hecho de que en una cosmología estándar, con una partícula de Materia Oscura con las características descritas en el capítulo 4, valores de $\langle\sigma v\rangle \gg \langle\sigma v\rangle_0$ conducen a una sub-abundancia de Materia Oscura en el universo. Finalmente, las líneas de color marcan el espacio de parámetros límite $m\text{-}\langle\sigma v\rangle$ para los escenarios considerados en donde $x_d = 3$ (límite relativista) y $T_f = T_{NBB}$.

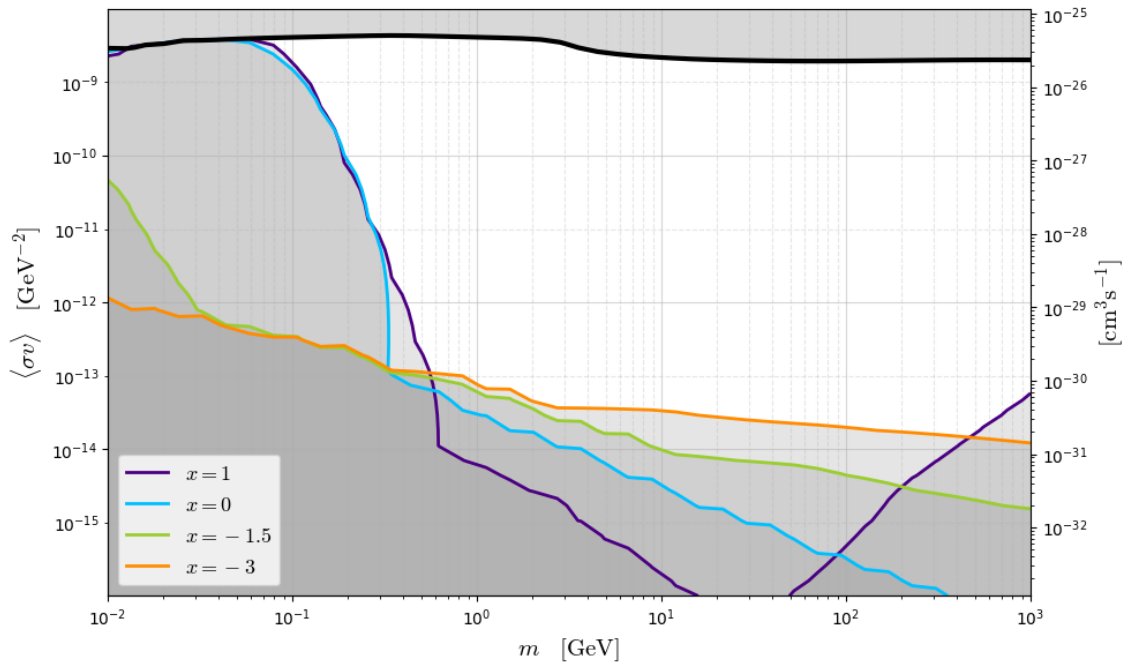


Figura 5.8: Espacio de parámetros $m\text{-}\langle\sigma v\rangle$ capaz de producir la densidad correcta de Materia Oscura en el universo mediante el mecanismo WIMP en varios de los escenarios cosmológicos no estándar del modelo introducido. Por comparación se muestra el espacio de parámetros de la cosmología estándar con una línea sólida en negro.

Note de 5.8 que para valores más grandes del parámetro x , es posible obtener secciones eficaces más pequeñas. Recordando que actualmente la validez del paradigma WIMP se encuentra fuertemente limitado por las restricciones experimentales, a través de nuestro modelo se ha logrado demostrar que en una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento dependiente del tiempo es posible aliviar los límites impuestos ya que, con valores tan pequeños de $\langle\sigma v\rangle$ como permitan estos escenarios, se puede dar cuenta de la abundancia de la componente de Materia Oscura presente en el universo.

A lo largo de esta sección fue posible apreciar que en el marco de cosmologías no estándar exhibiendo períodos de dominación no adiabática, durante los cuales la temperatura aumenta o se mantiene constante, se puede dar cuenta del contenido de Materia Oscura presente en el universo a través del mecanismo WIMP. Como se mostró, la evolución general de las diferentes cantidades estudiadas en estos escenarios, exceptuando claramente el período de decaimiento efectivo del campo ϕ , es bastante similar al caso en que $x = 0$. De la misma manera, el comportamiento del proceso de producción y dilución de la componente de Materia Oscura a través de los posibles momentos del desacople analizados, no mostró un cambio significativo en relación a la cosmología no estándar usual.

La diferencia fundamental con los resultados obtenidos en la sección 5.3.1, realmente surge a raíz de la posibilidad de reproducir, para los nuevos escenarios introducidos, la abundancia correcta de Materia Oscura con secciones transversales de aniquilación mucho más pequeñas. Como consecuencia, se encuentra que en cosmologías no estándar con una tasa de decaimiento dependiente del tiempo, el espacio de parámetros permitido para modelos sencillos de Materia Oscura tipo WIMP puede ser mucho menos restrictivo en relación a una cosmología no estándar con una tasa de decaimiento constante.

Capítulo 6

CONCLUSIÓN

El presente trabajo se establece como una síntesis de los conceptos necesarios para la comprensión y el estudio de los escenarios cosmológicos no estándar. A lo largo del texto se pudo comprender que, aunque bastante exitoso en describir múltiples fenómenos observados del universo, el actual modelo de la cosmología estándar, enfrenta a la fecha múltiples retos que hacen menester considerar modelos cosmológicos más allá de Λ CDM.

Como se pudo comprender, la introducción de una era de expansión no estándar del tipo estudiado no es arbitraria, sino que encuentra sustento en nuestra carencia de conocimiento de la historia del universo antes del período de la nucleosíntesis del Big Bang. Entre las múltiples implicaciones que puedan tener esta clase de períodos, una de las mejor estudiadas, y el tema de la actual investigación, es su impacto en la densidad de Materia Oscura esperada. Aunque el área de las cosmologías no estándar no es nueva, lo cierto es que los constantes resultados nulos en las estrategias de búsqueda de la Materia Oscura se han constituido como uno de las mayores motivaciones para el creciente estudio de este tópico.

En la literatura se pueden encontrar múltiples escenarios cosmológicos no estándar en donde, mediante un ajuste adecuado de los parámetros libres del modelo, es posible reproducir el valor de $\Omega_{mo}h^2 \sim 0,12$ medido para la abundancia de la componente de Materia Oscura en el universo. En el modelo propuesto en esta tesis se pretende dar cuenta de este contenido a través del mecanismo WIMP e introduciendo un campo de materia de larga duración ϕ capaz de decaer a partículas del modelo estándar con una tasa de decaimiento Γ_ϕ dependiente del tiempo. El período durante el cual este decaimiento puede tomar lugar abarca el intervalo de tiempo que va desde el final del recalentamiento inflacionario y el inicio de la nucleosíntesis del Big Bang.

El carácter novedoso en este trabajo radica realmente en la investigación de la producción de la partícula de Materia Oscura para una tasa de decaimiento con la parametrización introducida que, como se recalcó en varios puntos del texto, más allá de ser un artificio conveniente, es una idea que encuentra soporte en múltiples modelos de la física de partículas.

A través de nuestro modelo no sólo fue posible estudiar el caso estándar de las cosmologías no estándar, esto es, una cosmología con una tasa de decaimiento constante, sino también nuevos escenarios en los que durante un período de dominación no adiabática del campo ϕ , la temperatura del universo podía permanecer constante e incluso aumentar en contraste al caso usual en el que la temperatura decrece.

Mediante nuestros resultados se demostró que para las cosmologías introducidas no sólo era posible dar cuenta de la densidad reliquia de Materia Oscura, sino que además, a lo largo de estos períodos no estándar, era posible lograr este valor para secciones transversales tan pequeñas como fuera posible dentro de los diversos escenarios. Al igual que se concluyó en el capítulo anterior, la relevancia de este hecho radica en su mayor capacidad para evadir los límites experimentales impuestos sobre la partícula de Materia Oscura producida a través del mecanismo WIMP.

Dadas las pequeñas secciones transversales de aniquilación de la Materia Oscura que se pueden concebir en el contexto de las eras de expansión no estándar propuestas, se espera que la tasa de producción de las partículas buscadas a través de la estrategia de detección indirecta sea menor que en el caso estándar. Este hecho sumado al ruido de las partículas producidas por los diferentes procesos astrofísicos, hace que la búsqueda del WIMP por este método sea mucho más difícil.

Apéndices

A Ecuación de Riccati

Se parte de la ecuación de Boltzmann 4.18 dada por:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_\chi a^3)}{dt} = -\langle \sigma v \rangle \left[n_\chi^2 - (n_\chi^{eq})^2 \right].$$

De allí, reemplazando la variable $Y_\chi = n_\chi/T^3$, se obtiene:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(Y_\chi T^3 a^3)}{dt} = -\langle \sigma v \rangle T^6 \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right].$$

Como durante una época dominada por radiación $T \propto a^{-1}$, la expresión anterior queda como:

$$T^3 \frac{dY_\chi}{dt} = -\langle \sigma \nu \rangle T^6 \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right].$$

Aplicando la regla de la cadena para expresar la derivada temporal de Y_χ en la ecuación anterior como una derivada de la nueva variable $x = m_\chi/T$, se tiene que:

$$\frac{dY_\chi}{dx} \frac{dx}{dt} = -\langle \sigma \nu \rangle T^3 \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right]. \quad (1)$$

Como en este período $a \propto t^{1/2}$, el parámetro de Hubble:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = \frac{1}{t^{1/2}} \frac{1}{2t^{1/2}} = \frac{1}{2t}. \quad (2)$$

Pero además:

$$H^2 \simeq \frac{\rho_R}{3M_{pl}^2} = \frac{\pi^2 g_*}{90M_{pl}^2} T^4. \quad (3)$$

De esta manera, igualando la ecuación 3 con el cuadrado de la ecuación 2, se llega a que:

$$t = \sqrt{\frac{45}{2\pi^2}} M_{pl} g_*^{-1/2} T^{-2} = ux^2; \quad u = \sqrt{\frac{45}{2\pi^2}} \frac{M_{pl} g_*^{-1/2}}{m_\chi^2},$$

de donde:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{u}} t^{-1/2} = \frac{1}{2u} x^{-1} = \sqrt{\frac{\pi^2 m_\chi^2 g_*^{1/2}}{90 M_{pl}}} x^{-1}.$$

Como, de la ecuación 3:

$$H = H(m_\chi) x^{-2}; \quad H(m_\chi) = \sqrt{\frac{\pi^2 m_\chi^2 g_*^{1/2}}{90 M_{pl}}}, \quad (4)$$

entonces la derivada temporal de x es simplemente:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Hx^2}{x} = Hx,$$

y, finalmente, reemplazando esta igualdad en 1, se llega a que:

$$\frac{dY_\chi}{dx} Hx = -\langle \sigma v \rangle T^3 \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right] = -\frac{\langle \sigma v \rangle m_\chi^3}{x^3} \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right].$$

De esta manera, teniendo en cuenta la igualdad 4:

$$\frac{dY_\chi}{dx} = -\frac{\langle\sigma v\rangle m_\chi^3}{Hx^4} \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right] = -\frac{\langle\sigma v\rangle m_\chi^3}{H(m_\chi)x^2} \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right],$$

se llega a la ecuación de Riccati 4.21:

$$\boxed{\frac{dY_\chi}{dx} = -\frac{\lambda}{x^2} \left[Y_\chi^2 - (Y_\chi^{eq})^2 \right]},$$

si se define:

$$\boxed{\lambda \equiv \frac{\Gamma(m_\chi)}{H(m_\chi)}}, \quad \text{donde} \quad \boxed{\Gamma(m_\chi) = \langle\sigma v\rangle m_\chi^3}.$$

B Producción de Materia Oscura en cosmologías no estándar con una tasa de decaimiento dependiente del tiempo

Con el fin de hallar la expresión para la abundancia de Materia Oscura durante un período de expansión no estándar con una tasa de decaimiento parametrizada como en 5.12, se calcula el producto $s(T_f)a_f^3$ correspondiente al régimen (iii) del espacio de parámetros de nuestro modelo. Sabiendo que la densidad de energía del campo ϕ , a lo largo de la historia cosmológica no estándar, escala como $\rho_\phi \propto a^{-3}$:

$$\begin{aligned}\rho_\phi(a) &= \rho_\phi(a_i) \left(\frac{a_i}{a}\right)^3 \\ &= \rho_\phi(a_i) \left(\frac{a_i}{a_c}\right)^3 \left(\frac{a_c}{a}\right)^3,\end{aligned}\tag{5}$$

donde la evolución de ρ_ϕ se ha dividido en dos regímenes (antes y después de $a = a_c$) en los que la dependencia de la temperatura con el factor de escala es diferente. En el régimen en el que la temperatura escala como el inverso de a , se encuentra que:

$$\begin{aligned}T \propto a^{-1} \quad \Rightarrow \quad T &= T_c \left(\frac{a}{a_c}\right)^{-1}, \\ \text{si } T = T_i \Rightarrow \frac{a_i}{a_c} &= \frac{T_c}{m_\chi},\end{aligned}\tag{6}$$

mientras que en el régimen en el que la temperatura evoluciona de acuerdo a la ecuación 5.18:

$$\begin{aligned}T \propto a^{-\frac{3+2x}{8}} \quad \Rightarrow \quad T &= T_c \left(\frac{a}{a_c}\right)^{-\frac{3+2x}{8}}, \\ \Rightarrow \frac{a_c}{a} &= \left(\frac{T}{T_c}\right)^{-\frac{8}{3+2x}}.\end{aligned}\tag{7}$$

De esta manera, reemplazando (6) y (7) en (5), se llega a que:

$$\begin{aligned}
 \rho_\phi(a) &= \rho_\phi(a_i) \left(\frac{T_c}{m_\chi} \right)^3 \left(\frac{T}{T_c} \right)^{\frac{24}{3+2x}} \\
 &= k \frac{\pi^2}{30} g_* m_\chi \left(\frac{T^{24}}{T_c^{3(5-2x)}} \right)^{\frac{4}{3+2x}},
 \end{aligned} \tag{8}$$

donde:

$$\rho_\phi(a_i) = \rho_\phi(T = m_\chi) = k\rho_R(T = m_\chi),$$

con ρ_R dado por la igualdad 4.7. Ahora, de la aproximación del decaimiento instantáneo, haciendo uso de la expresión 8, se tiene que:

$$\begin{aligned}
 \rho_\phi(T_f) &= \rho_R(T_f), \\
 \Rightarrow k \frac{\pi^2}{30} g_* m_\chi \left(\frac{T^{24}}{T_c^{3(5-2x)}} \right)^{\frac{4}{3+2x}} &= \frac{\pi^2}{30} g_* T_f^4, \\
 \Rightarrow \boxed{T_c = \left(km_\chi T_f^{\frac{4(3-2x)}{3+2x}} \right)^{\frac{3+2x}{3(5-2x)}}}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Siguiendo un procedimiento similar al anterior, para hallar los factores de escala en el momento del desacople cuando $a = a_d$ y al momento en que el ϕ se diluye casi por completo en $a = a_f$, se encuentra a través de los diferentes regímenes que:

$$\begin{aligned} \frac{a_d}{a_i} &= \frac{a_d a_c}{a_c a_i} = m_\chi \left(\frac{T_c^{(5-2x)}}{T_d^8} \right)^{\frac{1}{3+2x}} \\ \Rightarrow a_d &= a_i \frac{\left[km_\chi^4 T_f^{\frac{4(3-2x)}{3+2x}} \right]^{\frac{1}{3}}}{T_d^{\frac{8}{3+2x}}}, \end{aligned} \quad (10)$$

y que:

$$\begin{aligned} \frac{a_f}{a_i} &= \frac{a_f a_c}{a_c a_i} = m_\chi \left(\frac{T_c^{(5-2x)}}{T_f^8} \right)^{\frac{1}{3+2x}} \\ \Rightarrow a_f &= a_i \left[\frac{km_\chi^4}{T_f^4} \right]^{\frac{1}{3}}, \end{aligned} \quad (11)$$

donde en 10 y 11 se ha hecho uso de la expresión hallada en 9. Finalmente, de 11 en 5.30, se sigue que:

$$\begin{aligned} sa^3 &= \frac{2\pi^2 g_* a_i^3 km_\chi^4}{45 T_f}, \\ \Rightarrow Y_{obs} &= \frac{N_i}{sa^3} = \frac{45}{4\pi M_{pl} \langle \sigma v \rangle \sqrt{10g_*}} \left(\frac{T_f^{9-2x}}{T_d^{12}} \right)^{\frac{1}{3+2x}}, \end{aligned} \quad (12)$$

que es la expresión buscada para la abundancia de Materia Oscura producida durante un período de dominación no adiabático del campo ϕ en la cosmología propuesta.

Bibliografía

- Aghanim, Nabila et al. (2020). «Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters». En: *Astronomy & Astrophysics* 641, A6.
- Albrecht, Andreas y Paul J Steinhardt (1982). «Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking». En: *Physical Review Letters* 48.17, pág. 1220.
- Allahverdi, Rouzbeh et al. (2020). «The first three seconds: a review of possible expansion histories of the early universe». En: *arXiv preprint arXiv:2006.16182*.
- An Etymological Dictionary of Astronomy and Astrophysics* (s.f.). URL: <https://dictionary.obspm.fr/index.php?showAll=1&formSearchTextfield=comoving%2Bcoordinates>.
- Arcadi, Giorgio et al. (2018). «The waning of the WIMP? A review of models, searches, and constraints». En: *The European Physical Journal C* 78, págs. 1-57.
- Arias, Paola et al. (2019). «Reconstructing non-standard cosmologies with dark matter». En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2019.10, pág. 047.
- Baer, Howard et al. (2015). «Dark matter production in the early Universe: beyond the thermal WIMP paradigm». En: *Physics Reports* 555, págs. 1-60.
- Barman, Basabendu et al. (2022). «Ultraviolet freeze-in with a time-dependent inflaton decay». En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2022.07, pág. 019.
- Baumann, Daniel (2022). *Cosmology*. Cambridge University Press.
- Bernal, Nicolás y Yong Xu (2022). «WIMPs during reheating». En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2022.12, pág. 017.

- Bertone, Gianfranco y Dan Hooper (2018). «History of dark matter». En: *Reviews of Modern Physics* 90.4, pág. 045002.
- Carroll, Bradley W y Dale A Ostlie (2017). *An introduction to modern astrophysics*. Cambridge University Press.
- Carroll, Sean M (2001). «The cosmological constant». En: *Living reviews in relativity* 4.1, págs. 1-56.
- Einstein, Albert (1915). «Die feldgleichungen der gravitation». En: *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, págs. 844-847.
- Garcia, Marcos AG et al. (2020). «Reheating and post-inflationary production of dark matter». En: *Physical Review D* 101.12, pág. 123507.
- Gaskins, Jennifer M (2016). «A review of indirect searches for particle dark matter». En: *Contemporary Physics* 57.4, págs. 496-525.
- Gelmini, GB (s.f.). «TASI 2014 Lectures: The Hunt for Dark Matter, in the proceedings of Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: Journeys Through the Precision Frontier: Amplitudes for Colliders (TASI 2014), June 2–27, Boulder, USA (2015)». En: *arXiv preprint arXiv:1502.01320* ().
- Gelmini, Graciela y Paolo Gondolo (2010). «DM production mechanisms». En: *arXiv preprint arXiv:1009.3690*.
- Gonzalez, Eric, Keisuke Harigaya et al. (2020). «Increasing temperature toward the completion of reheating». En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2020.11, pág. 038.
- Guth, Alan H (1981). «Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems». En: *Physical Review D* 23.2, pág. 347.
- Hooper, Dan (2018). «TASI lectures on indirect searches for dark matter». En: *arXiv preprint arXiv:1812.02029*.
- Jaeckel, Joerg y Wen Yin (2022). «Shining ALP dark radiation». En: *Physical Review D* 105.11, pág. 115003.
- Kolb, Edward W y Michael S Turner (1981). «The early universe». En: *Nature* 294.5841, págs. 521-526.

- Lin, Tongyan (2019). «TASI lectures on dark matter models and direct detection». En: *arXiv preprint arXiv:1904.07915*.
- Linde, Andrei D (1982). «A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems». En: *Physics Letters B* 108.6, págs. 389-393.
- Lozanov, Kaloian D. (2019). *Lectures on Reheating after Inflation*. arXiv: 1907 .04402 [astro-ph.CO].
- Peebles, Phillip James E (2022). «Anomalies in physical cosmology». En: *Annals of Physics* 447, pág. 169159.
- Peebles, Phillip James Edwin (1993). *Principles of physical cosmology*. Vol. 27. Princeton university press.
- Robson, Brian Albert et al. (2019). «Introductory Chapter: Standard Model of Cosmology». En: *Redefining Standard Model Cosmology*, págs. 1-4.
- Ryden, Barbara (2017). *Introduction to cosmology*. Cambridge University Press.
- The bullet cluster* (s.f.). URL: https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2007/07/The_Bullet_Cluster2.
- Wallisch, Benjamin (2019). «Review of Modern Cosmology». En: *Cosmological Probes of Light Relics*. Cham: Springer International Publishing, págs. 9-47. ISBN: 978-3-030-31098-1. DOI: 10.1007/978-3-030-31098-1_2. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-31098-1_2.