



Actividades Orientadoras de Enseñanza: una posibilidad para el proceso de resolución de problemas asociados a las estructuras multiplicativas

María Daniela Ramírez Pasos

Brian Stiven Lopera González

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Asesores

Diego Alejandro Pérez Galeano, Doctor (PhD) en Educación

Lorena María Quiroz Betancur, Magíster (MSc) en Educación

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

Medellín, Antioquia, Colombia

2024

Cita	(Ramírez & Lopera, 2024)
Referencia	Ramírez, M.D., & Lopera, B. S. (2023). <i>Actividades Orientadoras de Enseñanza: una posibilidad para el proceso de resolución de problemas asociados a las estructuras multiplicativas</i> . [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Grupo de Investigación Matemática, Educación y Sociedad (MES).

Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas (CIEP).



Centro de Documentación Educación

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Agradecimientos

Brian Lopera

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a nuestros profesores Lorena Quiroz y Diego Pérez, quienes dedicaron tiempo y esfuerzo para asesorar y guiar mi proceso de construcción del trabajo de grado. Ellos fueron un pilar fundamental en todo momento, brindando su sabiduría y experiencia para enfrentar los retos que surgieron durante el camino; permitiéndome crecer y mejorar como estudiante. Agradezco a mi compañera de investigación Daniela por dar su experiencia, dedicación y paciencia, pues aprendí mucho de ella. También quiero agradecer a la Institución Educativa Pequeña María, por ofrecerme el espacio y los recursos necesarios para llevar a cabo mi trabajo de grado.

Daniela Ramírez

En este momento tan significativo, deseo expresar mi más profundo agradecimiento primeramente a Dios. También quiero extender mi gratitud y profundo amor a cada miembro de mi familia, cuyo apoyo indispensable y sabia orientación han sentado los cimientos de mi educación y han sido inspiración en este transcurrir. A mi compañero de trabajo, Brian, gracias por tu colaboración y apoyo constante. Agradezco de corazón a los profesores Lorena y Diego quienes, con su amplio conocimiento, amor por la enseñanza, paciencia y disposición, han sido mis guías en este camino. Además, no puedo dejar de mencionar a mi lugar de trabajo, la Institución Educativa Pequeña María, por proporcionarme un espacio enriquecedor en el que mi formación docente se ha fortalecido. Este logro es un reflejo de cada sujeto que me acompañó en este camino.

Gracias.

Contenido

1.	Introducción	1
2.	Planteamiento del problema	4
2.1	Horizonte institucional y contexto de los estudiantes	4
2.2	Lo observado	6
1.	Marco teórico	13
2.1.	Explorando la estructura multiplicativa.	13
3.2	Dificultades y estrategias para la resolución de problemas	26
3.3.	Recorrido por las Actividades Orientadoras de Enseñanza.	32
3.3.1	Perspectiva histórico-cultural	32
4.	Metodología	41
4.1	Los protagonistas	42
4.2	Instrumentos y técnicas para la producción de la información	43
4.3	La ruta trazada de las Actividades Orientadoras de Enseñanza	46
4.3.1	AOE: Tejiendo la historia de mi barrio	50
4.3.2	AOE: Un viaje histórico con un experto en construcción	60
4.3.3	AOE: nuestra construcción, nuestra responsabilidad. La carta a la rectora	64
4.3.4	AOE: Diseñando y edificando a escala	68
4.4	Análisis	72
4.4.1	Las representaciones usadas por los estudiantes	73
5.	Análisis: el aporte de las Actividades Orientadoras de Enseñanza en nuestra investigación	74
5.1	Un viaje histórico con un experto en construcción	75
5.2	Nuestra construcción, nuestra responsabilidad: La carta a la rectora	85
5.3	Diseñando y edificando a escala	93
5.4	Entrevista	104
6.	Consideraciones finales	107

6.1 Contexto como elemento motivador.	108
6.2 Campos conceptuales: estructuras multiplicativas (isomorfismo de medidas) - resolución de problemas.	109
6.3 Trabajo en equipo y juego de roles como negociador de significados	110
6.4 Actividad de enseñanza: reflexión sobre nuestra práctica pedagógica	110
6.5 Posibles barreras en la investigación.	111
6.6 Aportes a la Educación Matemática	112
7. Referencias	113
8. Anexos	117
Anexo 1. Consentimiento informado de los participantes en la investigación.	117
Anexo 2. Guía N°1 Actividades Orientadoras de Enseñanza.	119
Anexo 3. Guía N°2 Actividades Orientadoras de Enseñanza.	120
Anexo 4. Guía N°3 Actividades Orientadoras de Enseñanza.	120
Anexo 5. Guía N°4 Actividades Orientadoras de Enseñanza.	121
Anexo 6. Ejemplo planeación de la AOE.	122
Anexo 7. Ejemplo diario de campo AOE.	123

Lista de figuras

Figura 1. Ejercicio diagnóstico	9
Figura 2. Esquema de correspondencia entre cantidades.	21
Figura 3. Análisis vertical	21
Figura 4. Análisis horizontal	22
Figura 5. Funciones psicológicas de Vygotsky.	33
Figura 6. Actividades Orientadoras de Enseñanza, relación entre la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje.	39
Figura 7. Mi flor de intereses.	46
Figura 8. Respuestas en la flor de intereses.	48
Figura 9. Características de la actividad de aprendizaje de la AOE.	51
Figura 10. Socialización de las historias del barrio.	52
Figura 11. Respuestas división de casas y terrenos en partes iguales	53
Figura 12. Respuestas división de casas y terrenos en partes iguales	54
Figura 13. Preguntas y respuestas para la reflexión	55
Figura 14. Preguntas y respuestas para la reflexión.	56
Figura 15. Preguntas y respuestas para la reflexión	56
Figura 16. Planos de una casa (Noe)	58
Figura 17. Planos de una casa (Valentina)	59
Figura 18. Características de la actividad de aprendizaje “Un Viaje histórico con un experto en construcción”.	61
Figura 19. Actividad sobre la construcción.	62
Figura 20. Verificación de la información.	64
Figura 21. Elementos de la actividad “nuestra construcción, nuestra responsabilidad: La carta a la rectora”.	65

Figura 22. Medición en la construcción del salón nuevo.	66
Figura 23. Socialización del ejercicio de medición.	67
Figura 24. Elementos de la actividad de aprendizaje “Diseñando y edificando a escala”.	68
Figura 25. Material didáctico: billetes.	70
Figura 26. Venta de material de construcción.	71
Figura 27. Uso de dinero para la compra de material.	71
Figura 28. Estudiantes explorando usos de la cinta métrica	78
Figura 29. Respuesta de Noe sobre lo más relevante dicho por el invitado	79
Figura 30. Respuestas de los estudiantes en la guía sobre la construcción del aula	79
Figura 31. Esquema análogo	81
Figura 32. Respuestas de los estudiantes al problema de los adobes	81
Figura 33. Respuestas de los estudiantes al problema de las filas y los adobes (1)	83
Figura 34. Respuesta de los estudiantes al problema de las filas y los adobes (2)	84
Figura 35. Solución al problema de los cuadrados del tablero del salón	86
Figura 36. Repartición de los grupos de trabajo.	87
Figura 37. Estrategia usada por el grupo 1.	88
Figura 38. Tiago y Noe contando los adobes.	89
Figura 39. Transcripción del audio de la rectora de la institución.	89
Figura 40. Respuestas de los estudiantes.	90
Figura 41. Carta del grupo 1.	92
Figura 42. Carta del grupo 6.	93
Figura 43. Dibujo de plano realizado por uno de los estudiantes	94
Figura 44. Elaboración del plano a escala	95
Figura 45. Estrategia creativa para el conteo de adobes	97
Figura 46. Construcción de salón a escala	98

Figura 47. Operación para la compra de varillas	100
Figura 48. Estudiantes ajustando la altura de la construcción a escala	101
Figura 49. Guía final de AOE	102
Figura 50. Collage del producto final de la AOE	103

Resumen

En el transcurso de la investigación identificamos como problema las dificultades para la resolución de problemas asociados con la multiplicación; es así que llegamos a preguntarnos ¿Cómo las Actividades Orientadoras de Enseñanza posibilitan el proceso de la resolución de problemas relacionados con las estructuras multiplicativas? De esta manera, fundamentados en la perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática, pretendemos analizar el proceso de resolución de problemas relacionados con la multiplicación en estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Pequeña María ubicada en el municipio de Medellín.

Para alcanzar este objetivo diseñamos unas Actividades Orientadoras de Enseñanza, considerando cómo la cultura y la historia influyen en el proceso de aprendizaje de los sujetos. Así mismo, utilizamos una metodología que se basó en un enfoque cualitativo; este enfoque nos permitió recopilar datos significativos sobre las experiencias vividas por los participantes de esta investigación desde una perspectiva que contempló sus subjetividades.

A lo largo de nuestra investigación, hemos comprendido que la resolución de problemas vinculados a la multiplicación puede abordarse de manera adecuada a través de Actividades Orientadoras de Enseñanza, arraigadas en la experiencia cultural y social de nuestros estudiantes. Este enfoque nos llevó a involucrarnos activamente en los procesos en los que los estudiantes participaban en relación con las actividades centradas en las estructuras multiplicativas y, específicamente, en el isomorfismo de medidas. Estas actividades se diseñaron cuidadosamente en una secuencia que se centró en los intereses y necesidades de los estudiantes y evolucionó con cada sesión de clase. Durante este proceso, realizamos un análisis exhaustivo de los procesos cognitivos y de razonamiento empleados por cada estudiante para enfrentar los desafíos planteados, así como de los recursos utilizados para llegar a sus respuestas.

Palabras claves: isomorfismo de medidas, cultura, prácticas sociales, actividades de construcción, trabajo colaborativo.

Abstract

During the research we identified as an issue the difficulties for problem solving related to multiplication; thus, a question raised: How do the Guiding Teaching Activities enable the problem-solving process related to multiplicative structure? In this way, based on the historical-cultural perspective education in Math, we intended to analyze the problem-solving process related to multiplication with fifth graders at Institución Educativa Pequeña María located in Medellín city.

To achieve the main objective, different Guiding Teaching Activities were designed, taking into consideration how the culture and the history influence in the learning process of the individual. Moreover, we used a methodology based on a qualitative approach. This approach allowed us to gather meaningful data regarding the experiences lived by the participants in this research project from a subjective perspective.

Throughout our research, we have understood that problem solving linked to multiplication can be addressed in proper way through Guiding Teaching Activities connected with the students' cultural and social experiences. This approach led us to be actively involved in those processes in which students participated in the activities focused on the multiplicative structures and, specifically, in the isomorphism of measurements.

These activities were carefully designed in a sequence centered in the students' interests and needs, which were evolved in every session. During this process, an exhaustive analysis was carried out regarding cognitive, and reasoning used by every student to face the challenges proposed, as well as the resources to accomplish their answer.

Key words: Isomorphism of measurements, culture, social practices, construction activities, collaborative work.

1. Introducción

Para lograr un cambio en la educación actual, se proponen diversas metodologías que se convierten en facilitadoras del proceso de enseñanza y aprendizaje centrándose en que los estudiantes se apropien del conocimiento de manera eficiente, y, para lograr esto, la presente investigación toma fuerza a partir de las Actividades Orientadoras de Enseñanza. El origen de estas surge con la teoría histórico-cultural de la Educación Matemática y la teoría de la actividad en donde hace evidente la importancia de la educación escolar como un acto intencional, sistemático y organizado. Destacamos que, a lo largo de nuestro trabajo, utilizaremos las siglas AOE para referirnos a las Actividades Orientadoras de Enseñanza, resaltando así la importancia de estas actividades en nuestro enfoque investigativo. En este sentido, la actividad se concibe como una acción realizada por el sujeto, guiada por un propósito, una necesidad, y enmarcada en un contexto sociocultural mediado por instrumentos y signos. A partir de esto se desarrolla la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje; en estas se busca una apropiación de la cultura y la apropiación de los conocimientos. Para lograr que esto suceda las AOE actúan como mediadoras entre ambas actividades, pues una no ocurre sin el desarrollo de la otra.

Es por esto por lo que la actividad facilita la apropiación de los conocimientos a los estudiantes dirigiéndolos hacia la comprensión y apropiación de conceptos específicos, partiendo de una necesidad. En este sentido, la actividad de enseñanza tiene una intencionalidad pedagógica clara y está destinada a organizarla adecuadamente y promover un proceso de aprendizaje. Por otro lado, la actividad de aprendizaje es el proceso llevado a cabo por el estudiante partiendo desde su necesidad; o sea, está impulsada por un propósito concreto, y se desarrolla en un

contexto sociocultural. A través de esta interacción activa con las acciones, los objetos y los sujetos, los estudiantes apropian el conocimiento y construyen significados.

Por lo dicho anteriormente, se tiene en cuenta la perspectiva histórico-cultural, la actividad de enseñanza y de aprendizaje, para analizar el proceso de resolución de problemas relacionado con la estructura multiplicativa, posibilitado por las AOE, utilizando las actividades desencadenantes del aprendizaje para lograr el objetivo.

Es de resaltar que a lo largo de la investigación abordaremos diferentes capítulos que hacen explícito el camino recorrido. En el caso del planteamiento del problema analizamos minuciosamente diferentes aspectos que dieron vida y sentido a la investigación partiendo de la realidad y lo observado en el aula de clase; igualmente, se revisarán cuestiones institucionales y metodológicas, así como los resultados observados en los estudiantes que dieron origen a este trabajo. Este análisis nos proporcionó una perspectiva clara sobre los desafíos y preguntas que inspiraron la investigación.

El siguiente capítulo proporciona una exploración en profundidad del marco teórico de este estudio. En el recorrido teórico abordaremos las estructuras multiplicativas, la resolución de problemas y las AOE desde una perspectiva de la teoría histórico-cultural. Esto servirá como base para comprender los conceptos clave de este trabajo y el sentido que se le quiere dar para lograr una apropiación teórica en los estudiantes.

En la misma dirección, detallamos la metodología empleada en esta investigación. Se describirán los protagonistas involucrados haciendo énfasis en el porqué de su selección, se explicarán los instrumentos de recolección de datos utilizados y se brindará una explicación de

cada una de las AOE implementadas. Este enfoque metodológico será esencial para comprender cómo se llevó a cabo la investigación, como fue el proceso de validación y qué metodología fue relevante para el posterior análisis.

Pasando a otro capítulo, en el análisis de resultados se observará la relación entre teoría y práctica, detallando los procesos de resolución de problemas a través de las estructuras multiplicativas de los estudiantes, mediadas por las AOE; además de las experiencias vividas en la práctica en donde se hizo evidente lo rastreado en el marco teórico. En este capítulo presentaremos los hallazgos y las evidencias recopiladas para proporcionar una comprensión más profunda de la investigación en cuestión.

Finalmente se podrán visualizar las conclusiones extraídas de toda la investigación. Se presentarán reflexiones sobre el aporte de esta investigación a la Educación Matemática y cómo satisfacer las necesidades e intereses de los estudiantes. Además, destacaremos la importancia de estos hallazgos y su relevancia para mejorar la enseñanza de estructuras de multiplicación y la resolución de problemas a través de las AOE.

2. Planteamiento del problema

En el contexto de una institución educativa ubicada en una zona de estrato socioeconómico 1 de la ciudad de Medellín (Antioquia), observamos una serie de retos significativos en el proceso educativo de los estudiantes, específicamente en el área de matemáticas. Esta institución, caracterizada por la diversidad de sus estudiantes, por la diversidad cultural, y las limitaciones económicas que enfrentan sus familias, presenta algunas barreras que inciden en el aprendizaje de las matemáticas que serán expuestos a continuación.

2.1 Horizonte institucional y contexto de los estudiantes

El centro de práctica en donde nos encontramos recibe el nombre de Institución Educativa Pequeña María, ubicada en el municipio de Medellín - Antioquia, en específico en el barrio Santo Domingo - Barrios Unidos Carpinelo. La población que allí se atiende pertenece a los estratos socioeconómicos cero y uno; parte de esta es migrante de Venezuela o desplazados de otras partes de la ciudad.

Las condiciones familiares de los estudiantes en este contexto escolar son diversas y, en algunos casos, desafiantes. Algunas de las familias se caracterizan por ser numerosas y con recursos limitados. Además, algunas de estas familias son encabezadas por madres solteras, quienes asumen la crianza y el sustento económico de sus hijos. La población desplazada o inmigrante también está presente en la comunidad escolar como mencionamos anteriormente, en donde la condición familiar en algunos casos es vulnerable. En este entorno, es común encontrar familias que enfrentan dificultades para trabajar y así tener sustento económico, lo que también resulta en una alimentación inadecuada para los estudiantes.

Lo mencionado anteriormente, sirve para dar contexto sobre la población atendida, de las posibles dificultades y de la institución educativa en general. Entonces, en la Institución

Educativa Pequeña María se atienden los niveles educativos: preescolar, básica y media, en las jornadas diurna, nocturna y sabatino; esta institución se caracteriza por ser inclusiva, donde hay espacio para la diversidad y la inclusión, y se ve como una realidad en las diferentes clases, teniendo la característica de contar con estudiantes con diferentes barreras en el aprendizaje.

Además, para nosotros y nuestra investigación fue clave la misión de la institución educativa que se fundamenta en que:

La Fundación Aldea Celeste y la Institución Educativa Pequeña María, tienen como finalidad brindar con carácter gratuito, educación formal y no formal, formación integral para niños, niñas, adolescentes, jóvenes y adultos, preferentemente de aquellas poblaciones con discapacidad, minoritarias, diversas a nivel social, político, cultural, sexual, racial, económico y las caracterizadas por la violencia y la precariedad económica, mediante una educación participativa en lo artístico, en lo científico y en lo cultural de una manera colectiva en la búsqueda de la construcción de identidad, afecto, creatividad de donde surge un hombre y una mujer coherentes frente a la realidad social. (Institución Educativa Pequeña María. 2023, p. 2).

De lo anterior, se puede destacar la importancia de la formación en lo humano, que sirvió para el desarrollo de la investigación por medio de “la realidad social” y del enfoque en el que está centrada; teniendo en cuenta a cada sujeto que se encuentra en este contexto educativo, su historia o realidad, lo que interviene directamente con su formación. Adicionalmente, la institución educativa está enfocada en la formación de competencias, haciéndolo evidente en su malla curricular, teniendo el objetivo de promover el pensamiento crítico, la resolución de problemas y el trabajo en equipo.

2.2 Lo observado

En los últimos 3 años, los directivos de la Institución Pequeña María se han preocupado por el desempeño de los estudiantes en las pruebas Saber, observamos que a nivel general los estudiantes presentan dificultades en el componente del pensamiento numérico y sistemas de números, en específico en las competencias de argumentación, formulación y ejecución. Esto último, evidenciado en las pruebas Saber realizadas por el gobierno en el año 2022 para el grado quinto, y analizadas al interior de la institución a través de taxonomías que han hecho posible observar los resultados obtenidos, no logrando resultados favorables.

Con base en esto, se dio una reunión con la rectora y coordinadora de la institución educativa. Allí se abordó una preocupación constante en relación con el desempeño académico de los estudiantes en la asignatura de matemáticas, esto era: el desafío que enfrentan los estudiantes en relación con la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos. Entonces, en el diálogo, se destacó cómo algunos de los estudiantes, a pesar de su esfuerzo, muestran dificultades significativas en esta área; además, mencionaron que la institución ha trabajado en que los estudiantes comprendan textos y apliquen conceptos matemáticos en situaciones prácticas pero que difícilmente se logra.

Por consiguiente, los protagonistas de esta investigación son estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Pequeña María. Para analizar las dificultades u oportunidades de aprendizaje que tenían los estudiantes realizamos un ejercicio inicial de observación, en donde se hizo evidente que la profesora tiende a enfocarse en que los estudiantes resuelvan algoritmos matemáticos en lugar de iniciar desde el contexto de los problemas. Como señalan los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998, p. 34):

Tradicionalmente el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones.

Entonces, esta estrategia puede limitar el entendimiento o análisis de los estudiantes y su capacidad para aplicar sus conocimientos matemáticos de manera significativa, posibilitado en una menor medida que los estudiantes sean quienes se apropien de su conocimiento y lo apliquen de manera consciente, dado que “los algoritmos no son un fin en sí mismos, sirven para simplificar los procesos de cálculo dentro de las operaciones, de ellos puede decirse que funcionan, así el estudiante los entienda o no.” (Rivera, 2014, p. 36). Esto quiere decir que, por encima de la práctica con algoritmos, es mejor brindar espacios a los estudiantes para que construyan sus propios razonamientos e intenten por sí mismos buscar el resultado ante un problema.

Seguido a esto, realizamos un ejercicio diagnóstico en donde se les presentaron a los estudiantes algunos problemas matemáticos para que ellos, desde sus conocimientos previos, los desarrollaran, teniendo como objetivo analizar las estrategias o recursos que implementan los estudiantes para resolverlos. Logramos observar en los estudiantes que presentan una tendencia a abordar los problemas matemáticos de manera mecánica, sin profundizar en el análisis y la comprensión de los conceptos que se derivan de ellos.

De allí, observamos diversos métodos de resolución que utilizaron los estudiantes. En un inicio algunos estudiantes mostraron rostros de confusión al no saber la metodología para

resolverlo, seguido utilizaron estrategias como la ayuda entre pares, dialogando entre ellos qué operación utilizar o cómo proceder; sus dudas o inseguridad se seguían reflejando por lo que se acercaban a nosotros en busca de una solución, lo cual en nuestra perspectiva es esencial dado que como afirma Moura et al (2010) el aprendizaje “presupone una naturaleza social específica y un proceso a través del cual los niños penetran en la vida intelectual de quienes lo rodean” (p. 83).

Así mismo, encontramos que los estudiantes pocas veces se detuvieron a analizar el problema y a encontrarle un sentido para desarrollar la solución, pues se hizo evidente cómo para ellos resolver los ejercicios a través de una estructura aditiva, era la salida más simple. En este sentido, los estudiantes no reconocieron ninguna situación multiplicativa, dejando como resultado respuestas incorrectas, de modo que allí se “revela una incorrecta aplicación de los conocimientos a las situaciones problemáticas y una elección de estrategias en las que, generalmente, interviene el azar y no el razonamiento; la impetuosa necesidad de llegar a un resultado es lo que más importa” (Fernández, 2006, p. 2). En lugar de hacer un análisis pausado, algunos estudiantes optaron por depender exclusivamente de algoritmos y fórmulas memorizadas para resolver problemas matemáticos.

Uno de los problemas planteados fue el siguiente: *Carlos y Juan tienen una granja, en ella tienen 43 gallinas, las cuales ponen 5 huevos diarios cada una. ¿Cuántos huevos ponen 15 gallinas en 8 días?*

Figura 1. Ejercicio diagnóstico

solución

	4	
75	75	75
x 5	x 8	gallinas ponen
75	720	720 huevos

Nota: Multiplicación realizada por uno de los estudiantes participantes.

En la figura 1 exponemos un ejemplo de un problema resuelto. Al intentar buscar la solución, los estudiantes hacían preguntas como: *¿Qué operación debo aplicar? ¿Es una suma o una multiplicación? ¿Qué respuesta debo dar?* Partiendo de estos y otros interrogantes y del procedimiento que se realiza, vemos que los estudiantes acuden a preguntar al docente deseando solo saber qué operación realizar, aplicar el algoritmo y decir la respuesta, que no siempre es correcta como en este caso. En este sentido, coincidimos con Poveda (2011), para quien “es usual encontrar niños que ante un problema multiplicativo preguntan cuál algoritmo hacer o hacen cualquiera de los algoritmos que conocen con los números dados en el problema, sin entender lo que significan los números dentro del algoritmo” (p. 1).

En definitiva, el común denominador en esta aplicación del ejercicio diagnóstico fue que los estudiantes presentaron dificultades para resolver problemas que impliquen situaciones multiplicativas; en estos, no dejaban los espacios correspondientes o al momento de poner el resultado, se confunden en la cifra. Así mismo, cuando debían deducir qué cálculo realizar, en particular, no lo asociaban con la operación para obtener el resultado; así, como lo menciona Poveda (2011) “para muchos estudiantes resulta difícil establecer la conexión entre el algoritmo y el problema y las relaciones que existen entre la multiplicación y división.” (p. 1).

Es de agregar que durante los momentos vividos en los que se hizo evidente el problema, constantemente se cuestionó a los estudiantes sobre el porqué “dejar espacios” al multiplicar. Ante este interrogante ninguno supo dar respuesta, mostraron caras de confusión, respondían con expresiones como “*la profe nos decía*”, “*porque si no, nos queda mal*”, pero no tenían una razón justificada para esta parte del procedimiento que realizaron. Consideramos esto una preocupación recurrente en el proceso educativo de los estudiantes, ya que es limitada la capacidad que presentan para argumentar y justificar sus soluciones por lo que, según Rivera (2014), “es necesario además desarrollar actividades de tipo práctico que potencien el desarrollo del intelecto. Para que ello ocurra es preciso que los estudiantes argumenten, expliquen y expongan sus ideas y sus construcciones, con sus maestros y sus pares” (p. 72).

Esta falta de habilidad en la argumentación en los estudiantes o de conocimiento no solo limita su capacidad para demostrar un aprendizaje profundo de los conceptos, sino que también reduce las posibilidades de demostrar un conocimiento matemático aplicado a situaciones del mundo real.

De acuerdo con esto, surge un cuestionamiento acerca de si en realidad el problema era por parte de la comprensión y el razonamiento de los estudiantes, o si por el contrario la dificultad se encontraba en la metodología implementada para que ellos llegaran al resultado, comprendieran los ejercicios planteados y lo que para nosotros es importante, si los estudiantes se sintieron motivados e identificados con el planteamiento del problema para que lo pensaran y tuvieran éxito en sus respuestas.

Por lo anterior, para nosotros es importante agregar que, según lo observado, la enseñanza de la multiplicación se centra en la enseñanza de la mecanización del algoritmo, por lo cual no se

intenta explorar ejercicios que tengan en cuenta el contexto de los estudiantes, pues “el contexto deberá crear situaciones problemáticas que permitan al alumno explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; estimular representaciones informales y múltiples” (MEN, 1998, p.16).

Por lo anteriormente expuesto, se tiene como metodología para resolver nuestro problema las AOE, que nos permiten centrarnos desde una perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática, que además nos invita a involucrarnos contextualmente con los estudiantes y conectarnos con su ser socio-cultural, integrando y teniendo presente la misión y la visión planteadas por la institución en donde “están presentes el contenido de aprendizaje, el sujeto que aprende, el docente que enseña y, lo más importante, la constitución de un modo general de apropiación de la cultura y el desarrollo del ser humano genérico” (Moura et al, 2010, p. 216).

Es por lo mencionado anteriormente que tuvimos un enfoque histórico-cultural de la Educación Matemática, en donde se buscó comprender las raíces históricas y las influencias culturales que han moldeado la objetivación y apropiación de los estudiantes culturalmente. Este enfoque permite profundizar en las interacciones complejas entre la historia y la cultura, en donde según Pérez (2020) “el eje conductor de esta teoría de la psiquis humana es la historicidad del hombre, de sus prácticas y la forma en que se relaciona con los demás, es decir, la historia del hombre como reflejo de la historia social.” (p. 28).

Además, para nuestra investigación partimos del enfoque cualitativo ya que este enfoque busca comprender y describir fenómenos y experiencias desde una perspectiva subjetiva y que a su vez explora sus significados, interpretaciones y contextos. Esta metodología proporciona una visión profunda y detallada, permitiendo captar la complejidad y la diversidad de las experiencias

humanas. Autores como Leontiev (2013) y Moura (2010) entre otros, dan apoyo teórico y nos posibilitan entender la importancia del aspecto sociocultural, histórico y cultural dentro de la Educación Matemática.

Frente a lo analizado anteriormente, tendremos como pregunta de investigación *¿Cómo las Actividades Orientadoras de Enseñanza posibilitan el proceso de la resolución de problemas relacionados con la estructura multiplicativa?*, esta pregunta con el objetivo de *analizar el proceso de resolución de problemas relacionado con la estructura multiplicativa, posibilitado por las Actividades Orientadoras de Enseñanza.*

1. Marco teórico

A la luz de la investigación, en el marco teórico, exploramos la perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática, en la que reflexionamos sobre que el aprendizaje y el desarrollo de los estudiantes, en todas sus dimensiones, se producen en un contexto social y cultural. Desde esta perspectiva, reconocemos que las AOE desempeñan un papel fundamental en el proceso del desarrollo de conocimientos y competencias matemáticas. Estas actividades influyen en la forma en que los individuos comprenden y utilizan las matemáticas desde su cultura, contexto y propias experiencias. En particular, prestaremos especial atención a la estructura multiplicativa, concepto que desempeña un papel crucial en la resolución de problemas y el razonamiento matemático.

2.1. Explorando la estructura multiplicativa.

Según los estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006), los factores culturales, sociales y pedagógicos son de gran relevancia para construir el conocimiento matemático, además:

...se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares (p.47).

Lo anterior implica que, para la construcción del conocimiento matemático y para la formación del estudiante, se deben propiciar espacios educativos en donde se tenga como base la incidencia de la cultura, de la historia y lo social en general, para generar ambientes de

aprendizaje significativos y contextualizados; pues “Ello implica incorporar en los procesos de formación de los educandos una visión de las matemáticas como actividad humana culturalmente mediada y de incidencia en la vida social, cultural y política de los ciudadanos” (MEN, 2006, p.48).

Desde esta visión, las matemáticas se conciben como una herramienta que los sujetos han desarrollado a lo largo de la historia para dotar de sentido al mundo que les rodea. Al considerar las matemáticas como una actividad humana, los estudiantes pueden sentirse más identificados con el proceso de aprendizaje, sentir que pertenecen a este, ya que ven las matemáticas como algo que ha sido construido y utilizado por los sujetos para resolver problemas y hacer descubrimientos significativos.

Adicional a esto, para tener en cuenta el desarrollo del conocimiento matemático, es necesario hablar de situaciones problema, “entendidas éstas como el espacio en el cual los estudiantes tienen la posibilidad de hacerse sus propias preguntas o encontrar pleno significado a las preguntas de otros” (MEN, 1998, p.24). Estas toman sentido cuando al aplicar las matemáticas en diferentes tipos de situaciones, los estudiantes adquieren la capacidad de analizar problemas, utilizando el razonamiento, los demás procesos generales y las habilidades matemáticas para llegar a resultados adecuados.

Por lo anterior, teniendo en cuenta los documentos anteriores, para esta investigación se hace necesario comprender el recorrido que ha llevado a que hablemos de estructuras multiplicativas y de su importancia en la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes en cuestión.

Para realizar este recorrido, iniciaremos recordando lo que comúnmente se entiende como multiplicación; así para Maza (1991) “La multiplicación debe entenderse como una operación aritmética entre números naturales” (p.17). Es así, como en este algoritmo podemos observar un recorrido histórico a través de las diferentes culturas que hicieron posible que conozcamos y trabajemos con el algoritmo actual, Vergnaud (1991) menciona que “los matemáticos han inventado una noción que permite clarificar los vínculos entre conocimiento y acción: la noción de algoritmo” (p. 258).

En este sentido, el algoritmo de la multiplicación se basa en la aplicación de propiedades matemáticas, como la propiedad distributiva, lo que conduce a calcular el producto de la operación. Sin embargo, la definición de algoritmo es usada por muchos profesores sin siquiera comprenderla a profundidad, en donde la utilizan como único método de enseñanza en la multiplicación lo que implica que “se reduce el aprendizaje algorítmico a una técnica, una enseñanza del procedimiento.” (Maza, 1991, p.96), sin destacar las conexiones entre conceptos matemáticos y la realidad, convirtiéndose en una secuencia de pasos ordenados que se deben realizar, automatizando su aprendizaje.

En la línea anterior, es para nosotros relevante mencionar que, como lo expresa Maza, en su libro del año 1991, los obstáculos en el algoritmo de la multiplicación “pueden tener un origen diverso, pero denotan, en todo caso, una dificultad en enlazar el conocimiento conceptual con el procedimental” (p.96); esto, por el hecho de que la desconexión entre estos dos tipos de conocimiento se genera en el momento en que los estudiantes y el profesor se enfocan en la memorización de reglas y procedimientos sin una comprensión profunda de los conceptos que surgen a partir de esto.

Entonces, no consideramos que la memorización es algo malo pues:

El conocimiento y memorización de los hechos básicos es un requisito imprescindible para abordar la realización del algoritmo, pero el hecho de que un alumno considere que 5×9 son 40 no significa que desconozca el mecanismo del algoritmo o que falle en alguno de los puntos conceptuales propios del mismo. (Maza, 1991, p.99)

Sin embargo, es necesario darle otra mirada al proceso de enseñanza de las matemáticas, para así lograr aprendizajes significativos, motivadores y que desencadenen un interés por aprender y por tener una mirada fija en la realidad de nuestros estudiantes.

Desde esta mirada, autores como Obando (2018) resalta las múltiples dificultades que enfrentan los estudiantes cuando se encuentran con este tipo de enseñanza, mencionando:

La enseñanza usual de la multiplicación parte de la estrategia de la suma abreviada de sumandos iguales. El principal problema de esta aproximación a la multiplicación es que la muestra como una continuación de la suma y no favorece una reflexión sobre las diferencias conceptuales entre la suma y la multiplicación. (p.2)

Cuando se presenta el algoritmo como una serie de pasos que siempre funcionan, sin un contexto asociado a su historia o interés, los estudiantes pueden percibirlo como una tarea abstracta y que no tiene relación con su vida cotidiana. Esto puede llevar a la falta de comprensión y a la memorización de los pasos sin una verdadera comprensión. Además, los estudiantes pueden presentar dificultades para aplicar el algoritmo en situaciones problema que requieren un razonamiento y la capacidad de identificar cuándo y cómo utilizarlo de manera efectiva.

Es de destacar que, “la multiplicación y la división son operaciones que generan un nivel mayor de abstracción, teniendo como requisito el uso eficaz de las habilidades obtenidas anteriormente en el campo del pensamiento numérico.” (López, 2015, p.33), pues en la suma y la resta, los procesos se ven relacionados directamente con situaciones cotidianas, como contar objetos o quitar partes de un total, lo que les da a los estudiantes un contexto familiar para comprender estas operaciones. Esto lo podemos comprender según lo afirma los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) cuando dicen que:

la adición y sustracción están asociadas con situaciones en las que se combinan o disocian dos conjuntos de objetos similares mientras que en la multiplicación y la división esto no ocurre, sino que en cada caso se asocia cada uno de los elementos de uno de los conjuntos con un subconjunto equivalente del otro. (p.32)

Para comprender la manera en que se clasifican los problemas que se relacionan con las situaciones multiplicativas encontramos en primer lugar al MEN (1998), en donde se visualiza los conceptos y algunos ejemplos para una mejor comprensión:

- ✓ **Factor multiplicante** ejemplo: Juan tenía tres carritos. María tenía cuatro veces más.
¿Cuántos carritos tiene María?
- ✓ **Adición repetida** ejemplo: Juan compró tres carritos cada día durante cuatro días.
¿Cuántos carritos tiene en total?
- ✓ **Razón** ejemplo: cuatro niños tenían tres carritos cada uno, ¿cuántos carritos tenían en total?

-
- ✓ **Producto cartesiano** ejemplo: un carrito de juguete se fabrica en tres tamaños distintos y en cuatro colores diferentes, ¿cuántos carritos distintos se pueden comprar? (p.33).

El autor Maza (1991) igualmente plantea una serie de clasificaciones para abordar los problemas en situaciones multiplicativas como los observaremos a continuación:

- ✓ Problemas de razón
- ✓ Problemas de combinación
- ✓ Problemas de comparación
- ✓ Problemas de conversión

Es así como a raíz de esto, nos encontramos con un amplio panorama llamado estructuras multiplicativas, las cuales entenderemos “como el conjunto de situaciones que requieren de una multiplicación o una división, o una combinación de tales operaciones, también se incluyen los conceptos y teoremas que permiten sus soluciones.” (Riviera, 2014, p.62) y para comprender mejor las estructuras multiplicativas, abordaremos una serie de conceptos que desarrollaremos en los siguientes párrafos.

Tomaremos en cuenta a Vergnaud (1990) para acercarnos a la teoría de los campos conceptuales; esta teoría está relacionada a la psicología de los conceptos, en la que intervienen aspectos fundamentales tales como los problemas, los esquemas, las estructuras, las propiedades y situaciones, en donde se le da un papel protagonista a los conceptos matemáticos los cuales

representan conjuntos organizados de dichos conceptos relacionados, que comparten propiedades y características comunes.

Dentro de la teoría anteriormente mencionada aparecen las estructuras multiplicativas como campo conceptual, en donde “es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones” (Vergnaud, 1990, p. 8). Entonces, al organizar estos conceptos de estructuras multiplicativas dentro de un campo conceptual como el mencionado, se les proporciona a los estudiantes una estructura lógica que facilita la comprensión y la aplicación de la multiplicación en múltiples situaciones.

Para comprender mejor la estructura multiplicativa como campo conceptual, tendremos en cuenta a Vergnaud (1991), en donde se comprende este concepto a través de categorías que hacen que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas sea efectivo, reestructurando el concepto de multiplicación.

✓ **Isomorfismo de medidas:** “El isomorfismo de medidas pone en juego cuatro cantidades,

pero en los problemas más simples se sabe que una de éstas es igual a uno.” (p.218)

✓ **Producto de medida:** “Esta forma de relación consiste en una relación ternaria entre tres

cantidades, de las cuales, una es el producto de las otras dos, tanto en el plano numérico como en el plano dimensional.” (p.211)

-
- ✓ ***Un solo espacio de medidas:*** “Hace intervenir una correspondencia, sin ser, por ello, un isomorfismo de medidas. No hay en este ejemplo más que una categoría de medidas” (p.220)

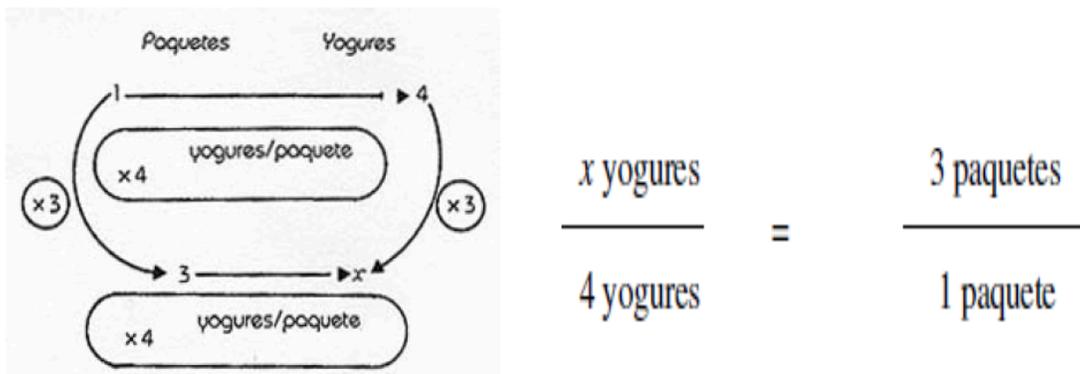
Para nuestra investigación tendremos en cuenta el desarrollo y fortalecimiento de la estructura multiplicativa “isomorfismo de medidas” en los estudiantes mencionados, dado que para nosotros este campo conceptual, no solo fortalece la comprensión de conceptos de los estudiantes en matemáticas, sino que también tiene aplicaciones prácticas en la resolución de problemas con un nivel de comprensión mayor a solo la aplicación del algoritmo, teniendo en cuenta que “el docente tiene escaso conocimiento sobre el “Isomorfismo de Medidas” y por consiguiente no lo aplica ni lo relaciona con el aprendizaje de sus alumnos, y sólo se centra en el uso del algoritmo con respecto a una relación ternaria.” (Cerritos, 2012, p.734)

Inicialmente, es necesario diferenciar los posibles problemas que se presentan en el isomorfismo de medidas; esto lo haremos a través de ejemplos planteados en el libro “El niño, las matemáticas y la realidad” escrito por Vergnaud en el año 1991.

- ✓ Tengo 3 paquetes de yogur. Hay 4 yogures en cada paquete. ¿Cuántos yogures tengo?
- ✓ Mi mamá quiere comprar una tela que cuesta 24.80 francos el metro para hacerse un traje sastre. Necesita 3.50 metros de tela. ¿Cuánto deberá pagar?”
- ✓ 3 madejas de lana pesan 200 gramos, Se necesitan 8 para hacer un jersey. ¿Cuánto pesa el jersey? (p. 198)

Para entenderlo mejor, es de aclarar que los problemas tienen diferentes niveles de dificultad, que se pueden representar en esquemas entendidos como aquellos que “permite estudiar la forma como los estudiantes resuelven los diferentes tipos de problemas, los procesos cognitivos que llevan a cabo, los procedimientos y los conocimientos aplicados.” (Riviera, 2014, p.37). En este caso podemos ver el esquema como la tabla de correspondencia entre las cantidades. Vamos a entender de manera gráfica cómo se representaría uno de los ejemplos.

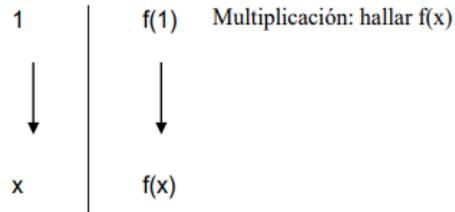
Figura 2. Esquema de correspondencia entre cantidades.



Nota: Gráficas tomadas del libro el niño las matemáticas y la realidad (Vergnaud, 1991).

Por otro lado, dentro de la solución a situaciones que impliquen la estructura multiplicativa y su esquema, se deben de determinar valores y realizar un análisis del mismo; para esto se tendrán en cuenta dos tipos de análisis (**Figura 3 y 4**).

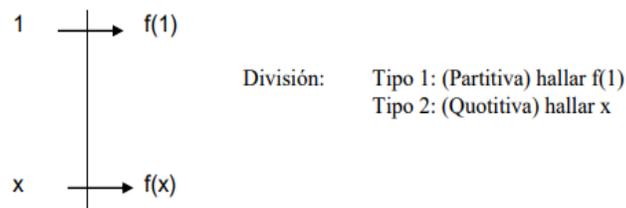
Figura 3. Análisis vertical



Nota. Gráfica tomada del trabajo de maestría CONCEPTUALIZACIÓN DEL PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO EN NIÑOS DE SEGUNDO Y TERCERO DE EDUCACIÓN BÁSICA A PARTIR DEL ESTUDIO DE LA VARIACIÓN (Botero, 2006)

Es así como el análisis vertical se encarga de observar las variaciones que se presentan al estar inmersas en una misma categoría de medidas, y de las relaciones entre dichas variaciones.

Figura 4. Análisis horizontal



Nota. Gráfica tomada del trabajo de maestría CONCEPTUALIZACIÓN DEL PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO EN NIÑOS DE SEGUNDO Y TERCERO DE EDUCACIÓN BÁSICA A PARTIR DEL ESTUDIO DE LA VARIACIÓN (Botero, 2006)

El análisis horizontal se encarga de comparar medidas en dimensiones diferentes y las relaciones entre las variaciones.

Es así como para el desarrollo de la estructura multiplicativa, tendremos en cuenta los procesos básicos de aprendizaje, entre los cuales se encuentran el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, y la modelación entre otros. Estos procesos se

comportan como posibilidad para mediar entre el aprendizaje y la comprensión de los conceptos matemáticos, siendo el camino en el cual transitamos y logramos los objetivos planteados a través de las actividades desarrolladas.

En este orden de ideas, entenderemos en razonamiento “como un proceso que le permite al estudiante crear sus propios procedimientos con respecto a la solución de un problema o le permite efectuar una u otra operación.” (Rivera, 2014, p. 36). En este proceso de razonamiento la edad del estudiante tiene gran relevancia dado que a medida que se avanza a nivel de escolaridad los estudiantes inician con un razonamiento desde lo abstracto, realizan una correcta relación entre la comprensión y aplicación de las matemáticas, permitiendo que estos puedan argumentar, expresar sus ideas y vean más allá de los pasos y algoritmos, llegando a comprender la lógica detrás de los conceptos matemáticos y cómo se relacionan entre sí.

En el razonamiento, entran en juego cada uno de los procesos pues “es comprender que su contexto de acción está dirigido al planteamiento y resolución de problemas, que el razonamiento matemático tiene que ver estrechamente con las matemáticas como comunicación, como modelación y como procedimientos” (López, 2015, p.26)

Para comprender lo que significa razonar en matemáticas, tenemos algunos puntos importantes que tienen que ver con este proceso:

- ✓ Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.

-
- ✓ Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
 - ✓ Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
 - ✓ Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
 - ✓ Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas son más que una memorización (MEN, 1998, p.54).

Es de rescatar que en los procesos de razonamiento y comprensión influyen factores externos, tales como sus condiciones histórico - culturales, dado que según Rivera (2014), “son procesos que varían según las condiciones particulares del estudiante condición social, situaciones que proporciona el contexto, el grupo familiar, la actividad socioeconómica del lugar donde vive, por lo tanto razonar y comprender son procesos diversos, únicos” (p.73). Entendiendo esto, en la formación de un sujeto se deben de tener en cuenta sus particularidades, ritmos de aprendizaje, contexto e historia, lo que representa un reto para los profesores quienes deben de propiciar un ambiente adecuado para explorar y aplicar los conocimientos matemáticos.

Además, si hablamos de estructura multiplicativa y se relaciona con el razonamiento podemos comprender que “el aprendizaje de esta estructura no surge por sí sola, debe estar acompañada y casi de forma sistemática por un proceso de reflexión y razonamiento en su proceso de interacción con objetos matemáticos” (López, 2015, p.33). Esta relación, no solo

fortalece la comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes, sino que también les brinda herramientas necesarias para enfrentar problemas matemáticos y aplicar las habilidades obtenidas en diferentes contextos.

De la misma forma, encontramos la resolución y el planteamiento de problemas en donde según el MEN, (1998):

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. (p.52)

Esto es necesario pues requiere de la habilidad de formular preguntas significativas, argumentos e interpretaciones que involucran conceptos matemáticos, lo que promueve la creatividad y la exploración de diferentes capacidades aplicadas a un contexto determinado.

Dentro de este proceso se encuentran “las situaciones problemas” las cuales son un vehículo efectivo para profundizar la comprensión de estas pues:

Permiten que el estudiante construya los conceptos a través de la interacción con el contexto y los problemas que surgen en él, ofreciéndole así, por una parte, la posibilidad de recrear la actividad científica del matemático, y por otra, llevarlo a alcanzar esquemas generales del pensamiento (Botero, 2006, p.19).

Por esto, si nos referimos al trabajo en problemas variados que involucran la estructura multiplicativa, los estudiantes pueden explorar diferentes aspectos y trabajar en las categorías

mencionadas para fortalecer sus conceptos matemáticos, sin antes olvidar que es un proceso ordenado y que hay categorías más adecuadas que otras para trabajar de acuerdo al nivel de desarrollo.

Es así como dentro de las situaciones problema se le crea la necesidad al estudiante de analizar, desarrollar y utilizar su conocimiento matemático para resolver una situación matemática creada, como lo mencionan los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) “El diseño de una situación problemática debe ser tal que además de comprometer la afectividad del estudiante, desencadene los procesos de aprendizaje esperados.” (p.19).

Analizamos la necesidad de la resolución de problemas o situaciones problema para comprender e interpretar la estructura multiplicativa y por lo que se mencionara posteriormente sobre las Actividades Orientadoras las cuales pueden ayudar a encontrar una forma alternativa en donde se logre orientar al estudiante hacia la importancia de indagar en su historia y hacer matemáticas desde su contexto, es así como Obando (2011) menciona que

Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos (p.3)

Y es a esto último que el profesor debe enfocar su esfuerzo, construir por medio de la participación entre estudiante-maestro nuevos conocimientos.

3.2 Dificultades y estrategias para la resolución de problemas

La resolución de problemas es un proceso fundamental en la construcción de significados, conceptos matemáticos y en la vida cotidiana; sin embargo, constantemente los estudiantes y los profesores enfrentan desafíos en la enseñanza y aprendizaje de dicho proceso. Es por esto que abordaremos diferentes barreras que se pueden presentar en el aprendizaje de la resolución de problemas, en donde la identificación y comprensión de estas dificultades son fundamentales para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del proceso de resolución de problemas, así como para desarrollar estrategias efectivas para superar dichas barreras.

De este modo encontramos que la poca aplicación de situaciones problema en las clases de matemática es una preocupación significativa que puede tener un impacto negativo en el proceso de aprendizaje; así, los profesores con frecuencia “optan por no utilizarlos, o por usarlos poco, y el fracaso se atribuye generalmente a la apatía o la incapacidad de los alumnos para comprender los problemas” (Roldan et al. 1997, p. 40) lo que puede contribuir a una percepción de las matemáticas como una disciplina abstracta y desvinculada de la vida cotidiana, ocasionando la poca motivación de los estudiantes y su compromiso con el aprendizaje.

Por otro lado, tenemos que una de las principales dificultades en la resolución de problemas está en la poca asimilación de los conceptos matemáticos, pero existen otros conocimientos necesarios para el desarrollo de este proceso que, como menciona Echenique, (2006), “se basan en la comprensión lectora, en el uso del lenguaje o en el desconocimiento de conceptos propios de otras disciplinas que intervienen en la situación planteada” (p.19). En muchos casos, una situación problema se presenta en forma de un enunciado en donde es necesaria una interpretación correcta para poder identificar los datos relevantes y las acciones

necesarias. Además, en algunas situaciones puede ser necesario el uso de términos de otras disciplinas, como por ejemplo la economía, lo que puede generar confusiones si los estudiantes no están familiarizados con esos conceptos o lenguajes.

Podemos agregar que es crucial tener presente el grado de dificultad de acuerdo al nivel escolar para así desarrollar la resolución de problemas. La complejidad de las diferentes situaciones debe estar alineada con el grado de madurez y las capacidades matemáticas de los estudiantes, teniendo en cuenta a Echenique, (2006):

Si la dificultad es muy elevada en comparación con su formación matemática, desistirán rápidamente al tomar consciencia de la frustración que la actividad les produce. Por el contrario, si es demasiado fácil y su resolución no presenta especial dificultad ya que desde el principio ven claramente cuál debe ser el proceso a seguir para llegar al resultado final, esta actividad no será un problema para ellos sino un simple ejercicio.
(p.20)

Entenderemos los “ejercicios” como simples procedimientos mecánicos en donde el proceso de razonamiento y resolución de problemas se ven como un entrenamiento, una aplicación de algoritmos pero que carecen de sentido, en donde “le sirven al profesor para comprobar que los alumnos han automatizado los conocimientos que él pretendía enseñarles y, a su vez, al alumno para consolidar dichas adquisiciones.” (Echenique, 2006, p.20). Estos ejercicios por lo general se ejecutan de manera individual, no se contrasta el conocimiento entre pares, no se discute o debate y finalmente no llevan a un proceso de razonamiento porque el profesor es quien lo corrige posteriormente en el tablero.

Para abordar las dificultades y superar las barreras en la resolución de problemas, es esencial considerar un conjunto de situaciones y aplicar estrategias efectivas para que se aborden diferentes niveles de complejidad en las situaciones planteadas, evitando la memorización y las consecuencias que esto implica. Iniciaremos recordando la importancia del contexto, del trabajo en grupo, de las situaciones problema, la actividad social y las aplicaciones de los conceptos matemáticos cómo se desarrolló en los párrafos anteriores.

Abordaremos como en las situaciones problema debe de existir una dialéctica entre la exploración y la sistematización esto significa que en una “situación problema debe tener, como parte de los elementos que la constituyen, dispositivos que permitan a los alumnos desarrollar, de manera autónoma, procesos de exploración tales como la formulación de hipótesis, su validación, y si es del caso, su reformulación.” (Obando y Múnera, 2003, p.185). Esto tiene una implicación en donde es el profesor quien debe de plantear múltiples situaciones problema en diferentes contextos y con diferentes objetivos.

Los autores Obando y Múnera (2003) plantean también que se debe de hacer un trabajo en el cual se vaya de lo particular a lo general y de lo general a lo particular mencionando:

La actividad matemática del alumno tiene un objetivo primordial: hacer que alcance esquemas generales de pensamiento, es decir, que pueda, ante una determinada situación, reconocer un caso particular de una clase general de problemas, o a la inversa, que pueda ver los casos particulares a través de clases generales de problemas. (p.187)

A partir de esto, los autores realizan una descripción de algunos elementos fundamentales para el desarrollo del proceso de resolución de problemas por medio de las situaciones

problemáticas dentro de estos se encuentra la red conceptual, el motivo, los medios y los mediadores, las actividades y la evaluación, las cuales desarrollaremos a continuación.

Red conceptual: desde una red conceptual, los conceptos cobran vida, sentido, significado, en tanto que se ponen en relación con otros, y cuanto más amplio sea el conjunto de relaciones, más complejo y estructurado es el conocimiento adquirido. (p.190)

Motivo, medios y mediadores: el motivo es la excusa, la oportunidad, el evento, la ocasión, el acontecimiento, la coyuntura, o el suceso, que puede ser aprovechado para generar una situación problema en el aula de clase.

Los medios son los soportes materiales sobre los cuales se estructura la situación problema. En este sentido, pueden ser materiales físicos, manipulables por los alumnos, también pueden ser abstractos. un medio se hace un mediador en tanto que éste permita el desarrollo de la actividad matemática del alumno. (p.192 - 193).

Las actividades: son la garantía de lograr que él sea consciente del trabajo que realiza y, por tanto, su actividad matemática sea significativa. Esta actividad matemática debe fundamentarse sobre lo que ya sabe, para lograr el aprendizaje de nuevos conceptos (p.194)

La evaluación: la evaluación dentro de una situación problema respeta los ritmos de aprendizaje y canaliza los errores presentes en las respuestas como agentes mediadores para provocar cambios conceptuales en los alumnos (p.196).

Al considerar y aplicar estos componentes de manera consciente, se crea una actividad de aprendizaje enriquecedora y desencadenadora de aprendizajes que fortalece la resolución de problemas y la comprensión matemática por parte de los estudiantes. Estos componentes son esenciales dado que van más allá de simplemente encontrar una respuesta correcta y se evidencia un proceso para este desarrollo, en el que nos apoyaremos del autor George Polya (1989).

En los siguientes apartados, teniendo en cuenta a Polya (1989) explicaremos cada una de las etapas de su método las cuales integran: comprender el problema, concebir un plan, ejecución de un plan y visión retrospectiva; y así observar cómo pueden potenciar el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

Comprender el problema: es la primera etapa para resolver problemas. Esto implica el análisis y la interpretación minuciosa del problema para comprender adecuadamente lo que se está preguntando y cuál es el objetivo de la resolución, en esta etapa, se hace la relación entre los datos y la incógnita, en este inicio “el alumno debe comprender el problema. pero no sólo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo” (p.28), adicionalmente, el alumno debe de comprender el enunciado verbal, considerar las partes principales de este, analizarlo en repetidas ocasiones y verlo desde diversos ángulos. Se puede tener en cuenta la visualización del problema a partir de esquemas o gráficas y preguntas que sirven para orientar el proceso de comprensión del problema tales como ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos? este tipo de preguntas se pueden trabajar utilizando otros lenguajes más cercanos a los estudiantes pero que los conduzca a la misma respuesta.

Concepción de un plan: aquí se trata de diseñar una estrategia o plan que permita abordar el problema de manera efectiva, “tenemos un plan cuando sabemos, al menos a “Grosso

modo”, que cálculos, que razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita” (p.30). Entonces, la elección de la estrategia depende de la naturaleza del problema y de la información presentada, esta concepción del plan es un proceso largo en el que influyen los conocimientos en el sentido de que “es difícil tener una buena idea si nuestros conocimientos son pobres en la materia, y totalmente imposible si la desconocemos por completo” (p.30) se puede abordar el trabajo teniendo en cuenta la pregunta ¿conoces algún problema relacionado? en algunos casos, puede ser necesario considerar condiciones particulares o casos trabajados anteriormente que puedan facilitar la estrategia de resolución

Ejecución del plan: en esta etapa, se implementa la estrategia que ha concebido para abordar el problema matemático, teniendo en cuenta el plan anteriormente planteado pues “el plan proporciona una línea general. Nos debemos asegurar que los detalles encajan bien en esa línea. Nos hace falta, pues, examinar los detalles uno tras otro, pacientemente, hasta que todo esté perfectamente claro” (p.33) a medida que se avanza en la ejecución del plan, es beneficioso realizar verificaciones para asegurarse de que los cálculos ejecutados sean correctos, para esto se les puede preguntar a los estudiantes “¿Pueden ustedes ver claramente que el paso es correcto?; Pero ¿pueden también demostrar que es correcto?” (p.34).

Visión retrospectiva: Esta última etapa implica revisar y reflexionar sobre el trabajo realizado, no es suficiente con creer tener el resultado correcto, es útil devolverse en los procedimientos. “reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas” al evaluar críticamente su propio trabajo, los estudiantes pueden desarrollar estrategias más efectivas para futuros problemas matemáticos. Se puede guiar de preguntas como

“¿Puede verificar el resultado?:¿Puede verificar el razonamiento?, ¿Puedo utilizar el resultado el método para resolver algún otro problema?” (p.35).

Concluyendo esta sección, destacamos la importancia de comprender estos conceptos matemáticos fundamentales para un aprendizaje sólido y significativo. La estructura multiplicativa, que se basa en comprender la multiplicación, la división y las relaciones proporcionales, siendo esencial en ella la resolución de problemas para abordar las situaciones problemas en las que está inmersa la realidad de los estudiantes, para facilitar la comprensión y el desarrollo de estas habilidades en los estudiantes. A continuación, exploraremos el recorrido por las AOE las cuales darán un sentido y un significado al proceso de aprendizaje.

3.3. Recorrido por las Actividades Orientadoras de Enseñanza.

3.3.1 Perspectiva histórico-cultural

La cultura es un elemento importante que caracteriza al ser humano ya que esta influye en la forma en que las personas se comportan, piensan y se desarrollan, sin la cultura no se tendría una construcción de identidad grupal o individual. De acuerdo con Moll (1996) la cultura es "entendida en su forma concreta, como práctica, como las experiencias sociales y materiales desarrolladas y acumuladas históricamente por los seres humanos" (p.4).

Según lo anterior, para que el desarrollo de la cultura sea posible es necesaria la comunicación, un lenguaje propio de cada sociedad, el cual posibilite la interacción entre los individuos de una sociedad particular. Vygotsky menciona que "La función primaria del lenguaje es la comunicación, el intercambio social" (1995, p.13), sin ese intercambio social de la comunicación sería difícil objetivar los conocimientos culturalmente aprendidos de generaciones anteriores.

En la teoría histórico-cultural presentada por Vygotsky el conocimiento es aquel que el sujeto interpreta del mundo que lo rodea, en palabras de Baquero (1997) “la cultura se “apropia” del sujeto en la medida en que lo constituye” (p.6) entonces el conocimiento es mediado por el entorno social y cultural.

En esta teoría, Vygotsky menciona que el sujeto al constituirse como un ser social y cultural necesita (para poder generar conocimiento) funciones psicológicas que medien en las actividades académicas y en la vida cotidiana. De acuerdo con Ledesma (2014), Vygotsky clasifica las funciones psicológicas en dos: funciones psicológicas elementales y las funciones psicológicas superiores, las cuales pueden ser comprendidas de la siguiente manera:

Figura 5. *Funciones psicológicas de Vygotsky.*

Funciones psicológicas elementales	Entorno (Estimulación ambiental)
Funciones psicológicas superiores	Autorregulación (Estimulación autogenerada)

Nota. Cuadro adaptado de Ledesma (2014).

Las funciones psicológicas elementales son aquellas que se dan naturalmente desde que se nace y dependen del entorno o de una estimulación ambiental, estas se dan de forma inconsciente, mientras que las funciones psicológicas superiores son las que están autorreguladas, estas están mediadas por la interacción con el otro.

Siguiendo el marco de la perspectiva histórico-cultural propuesta por Vygotsky, se destacan dos conceptos fundamentales para el proceso de aprendizaje: el primero, alude a lo

interpersonal, es decir, a cómo el sujeto construye conocimientos por medio de sus relaciones sociales, lo que implica una interacción con otros; por ende, existe una influencia cultural que constantemente está proporcionando al sujeto elementos o herramientas para su aprendizaje. Es aquí donde entra el segundo concepto que tiene que ver con el proceso de introspección del sujeto que toma las herramientas o los elementos que le ofrece lo social y los empieza a vincular con su vida personal, es decir, una vez interiorizados decide si aplicarlos o no. Este concepto es el que hace referencia a lo intrapersonal. Vygotsky lo vincula y nombra como la zona de desarrollo próximo, que es un concepto que refleja la distancia entre los dos conceptos, es decir, una distancia crucial para comprender la relación entre el aprendizaje y el desarrollo, y su importancia se refleja en las prácticas pedagógicas.

En este sentido la zona de desarrollo próximo planteada por Vygotsky en el libro pensamiento y lenguaje se puede definir como la búsqueda de un conocimiento por parte del sujeto el cual se logra a partir de la interacción con otras personas el cual ayude a la comprensión del conocimiento al cual se quiere aprender para luego lograrlo de forma individual, en palabras de Medina (2007):

No es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz (p.8)

Es así que el profesor es crucial para la creación de un entorno educativo propicio para que los estudiantes adquieran competencias y habilidades esenciales para la vida, esto implica una contextualización en situaciones de la vida real, es fundamental que el proceso de enseñanza

no se limite únicamente a un saber específico, sino que se enfoque en la conexión y aplicación práctica de dicho conocimiento en la vida diaria de los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo anterior, es necesario tener presente que todo conocimiento es objetivado, algunas cosas de nuestra vida cotidiana son objetivadas o mediatizadas en el proceso cultural de interactuar con el otro, por ejemplo, las emociones humanas son un constructo social, las cuales están objetivadas, se ha definido que es estar triste, feliz, tener hambre, enojado, etc. También del cómo son las sensaciones que estas emociones producen, del porqué o cuando ocurren, por lo tanto, estamos culturalmente objetivados.

Siguiendo la idea anterior, en el caso de las matemáticas no es diferente, resumiendo a Moura (2011) todo conocimiento matemático como signos, símbolos, definiciones, etc. son elementos culturalmente contruidos. Eso quiere decir, que parte del conocimiento matemático está objetivado o mediatizado; pues un conocimiento es objetivado o mediatizado, para poder ser aprendido, y es así, como en la educación actual el profesor se convierte en un mediador que interactúa con el estudiante para que adquiriera un conocimiento.

Es importante mencionar que la mediatización está presente mayormente en el lenguaje, en el caso de las matemáticas se encuentra en los conceptos, definiciones o expresiones, Vygotsky (1995) menciona que "La transmisión racional, intencional, de la experiencia y el pensamiento a los demás requiere un sistema mediatizador, y el prototipo de éste es el lenguaje humano nacido de la necesidad de intercomunicación durante el trabajo" (p. 13). Si bien la mediatización es inevitable en muchos casos en el desarrollo socio- cultural del estudiante, creemos que debemos evitar la mediatización de la enseñanza por parte del profesor, ya que imponer la enseñanza lleva a perder el papel de mediador dentro del aula de clase, en donde se

hace necesaria una resignificación del rol que como profesores tenemos dentro del aula, ya que somos los encargados de potenciar las habilidades con las que el estudiante cuenta, sin dejar de lado el rol que tiene la cultura y las demás personas que interactúan en el espacio escolar.

Con todo lo anterior, podemos llegar a la conclusión de que en la perspectiva histórico-cultural entre sus enfoques más importantes está en cómo el sujeto se desarrolla mediado con la interacción con el otro teniendo en cuenta las necesidades de su contexto histórico y cultural, es así que para entender mejor esta perspectiva en el acto educativo o social, aparece la teoría de la actividad que propone Leontiev (2013) y Moura (2010) en donde describe cómo la persona interactúa con el entorno, incluyendo sus necesidades, motivaciones, metas, acciones y las condiciones en las que se desarrolla esta interacción.

Agudelo y Jaramillo (2015) plantean que “la actividad es un conjunto de acciones que el sujeto realiza, movilizado desde una intencionalidad para satisfacer algunas necesidades en su relación con el medio que habita” (p.3) es así como en nuestro rol como profesores, debemos promover en el aula actividades que construyan conocimientos valiosos para los estudiantes, evitando proponer tareas vacías que no aportan a su proceso de aprendizaje.

En esta línea es importante diferenciar entre tarea y actividad, ya que en nuestro contexto cultural se pueden llegar a interpretar como algo análogo, la tarea se puede ver como un elemento evaluativo de poco trasfondo, según Valenzuela (2007) [las tareas son mediadores de aprendizaje que no apuntan directamente al querer aprender] es así que la actividad vista por Pérez (2014) citando a Leontiev es:

Una actividad, en el sentido de Leontiev debe considerarse como una secuencia interconectada de acciones a través de las cuales los individuos se relacionan no solamente con el mundo de los objetos sino también con otros individuos, adquiriendo, en el curso de ese proceso, la experiencia humana (p. 443).

Partiendo de lo anterior, es importante reconocer la importancia de la actividad, para analizarla a la luz de lo que proponen las Actividades Orientadores de Enseñanza (AOE), pues este concepto resulta clave, desde la misma forma de nombrar esta perspectiva de trabajo, que debe ser comprendida desde una perspectiva más amplia, que le permita a los estudiantes relacionarse no solo con conceptos abstractos sino también con los otros y en este sentido con el mundo.

En este sentido las AOE se pueden ver como actividades intencionadas las cuales se tiene una participación constante de ambas partes (profesor-estudiante) en donde el contexto social juega un papel importante, además, dichas AOE se desarrollan guiadas por un motivo.

Las Actividades Orientadoras de Enseñanza promueven la idea de que, al planificar y llevar a cabo las clases en el aula, se deben crear interacciones que permitan a los estudiantes volver a utilizar el conocimiento matemático que se ha construido en la sociedad; en palabras de Cadavid y Quintero (2011) “Las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* proponen pensar, planear y desarrollar los encuentros en el aula de clase procurando interacciones que posibiliten retomar el conocimiento matemático socialmente construido, desde los elementos constitutivos de la *Teoría de la Actividad*” (p. 12). En este sentido, el profesor se enfrenta a un reto, pues no solo será el encargado de transmitir un conocimiento, sino de posibilitar interacciones entre los estudiantes, que les permitan adquirir habilidades para la vida.

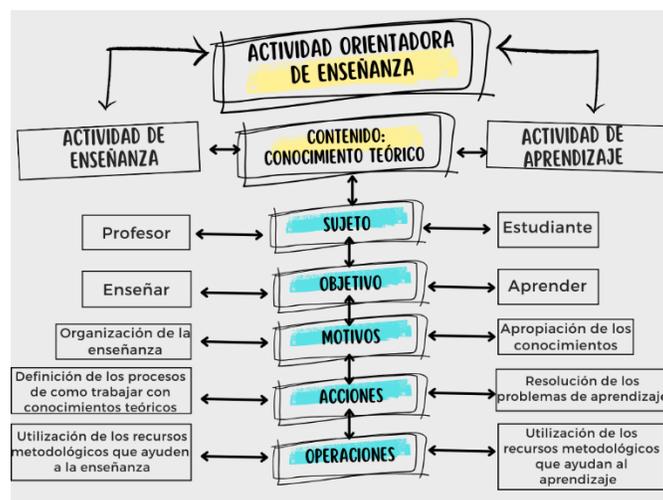
Podemos decir que las AOE permiten el acercamiento intelectual y emocional del maestro y el estudiante en el aula de clase, en donde el maestro es el responsable de estructurar el proceso educativo, de manera que los estudiantes adquieran el conocimiento cultural existente; en palabras de Pérez (2020) "En esta concepción de la actividad pedagógica le cabe entonces al profesor una organización de la enseñanza que posibilite que los estudiantes apropien los saberes culturales como construcciones que han respondido históricamente a las necesidades de las generaciones anteriores" (p.5), es así como en las AOE el profesor en vez de ser visto como alguien que transmite conocimientos, se convierte en palabras de Cadavid(2011) en *creador de sentido*.

Para poder lograr el objetivo de constituirnos como profesores creadores de sentido, es importante entender las bases de las AOE; pues como lo dijimos con anterioridad, la actividad es una palabra que es clave y que nos da las bases para lograr buenos resultados utilizando esta perspectiva de trabajo en nuestro ejercicio como profesores, para ello es importante establecer la diferencia entre una actividad de enseñanza y una actividad de aprendizaje, ya que no son lo mismo, la primera va direccionada a las acciones que como profesores realizamos en nuestro ejercicio, a las planeaciones y formas de relacionarnos con los estudiantes, y la segunda se entiende como como esas acciones que realizan los estudiantes en la construcción de conocimiento. Según Pérez (2020):

La Actividad Orientadora de Enseñanza se constituye en una unidad entre la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje pues surge como una posibilidad para poner en diálogo las acciones de profesores y estudiantes para legitimar colectivamente un saber específico. (p. 42)

Lo anterior nos presenta una perspectiva muy interesante e integral de las AOE, pues no solo se toman como importantes las acciones que los profesores realizan, sino que el estudiante, desde su accionar, se posiciona como un agente mucho más activo y crítico, dando con esto, una mirada más integral del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Figura 6. *Actividades Orientadoras de Enseñanza, relación entre la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje.*



Nota: Tomada de Moura et al (2010). A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. Traducción propia.

Finalmente, el sentido del que dotamos la enseñanza y el aprendizaje como profesores lo descubrimos por medio de la necesidad en su contexto particular y de cómo este puede motivar la enseñanza en el aula de clase, según Moura "Desde el inicio de la humanidad, el combustible que mueve al hombre es la necesidad" (2011, p.3). Es así como en el aula el profesor tiene el papel de llevar el combustible que impulse y motive a los estudiantes mediante actividades, en donde lo abordado hasta el momento, se presenta como un camino o como una luz que nos guía en la búsqueda de ese ideal.

4. Metodología

Nuestra investigación tuvo una metodología cualitativa dado que nuestro enfoque es histórico-cultural y en ambos encontramos una herramienta invaluable para explorar temas partiendo de la realidad, contextos culturales y experiencias personales, como señala Hernández et al., (2012):

La intención de la investigación cualitativa se fija en el tejido real, en el que los problemas a indagar no forman parte de una sola disciplina, sino que irrumpen dentro de un contexto complejo, es decir que tiene carácter de transdisciplinariedad; en este sentido es heterogénea, multiforme y temporal (p.62).

Ambos enfoques tienen una mirada de investigación hacia las dinámicas culturales y sociales. La metodología cualitativa se centra en comprender las prácticas y relaciones sociales en el momento de la investigación en donde “el propósito central de la investigación cualitativa consiste en priorizar el aspecto humano de la realidad social objeto de estudio” (Hernández et al., 2012, p.62) y el enfoque histórico-cultural se centra en cómo las prácticas culturales se desarrollan y transforman a lo largo de la historia a los sujetos en cuestión.

A través de esta metodología, logramos capturar la riqueza de las narrativas de los estudiantes y comprender cómo su realidad, su historia y su cultura favorecen su aprendizaje. Este enfoque cualitativo no solo permite responder a preguntas de investigación en profundidad, sino que también enriquece el conocimiento del profesor y del estudiante, no dando una respuesta absoluta, sino comprendiendo que existe una dialéctica entre el conocimiento y la realidad de cada sujeto.

Por otro lado, se tiene en cuenta que en la investigación cualitativa los resultados son diferentes y se pueden dar variaciones en cuanto a los momentos de la investigación y sus resultados, como afirman Hernández et al (2010)

La acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular” en el que la secuencia no siempre es la misma, pues varía con cada estudio. (p.7)

Para nuestra investigación, fue indispensable observar, intervenir y participar en los procesos que estaban viviendo los estudiantes con cada una de las AOE que se planteaban en relación a las estructuras multiplicativas, estas fueron una secuencia de actividades que partieron de los intereses de los estudiantes y se fueron tejiendo en cada encuentro en el aula de clase; a partir de esto realizamos un análisis de los procesos y razonamientos usados por cada uno para resolver la situación que se les planteó y los medios que usaron para llegar a su respuesta.

Fueron indispensables los intereses, las historias, el juego de roles, el trabajo en equipo, las narraciones de cada estudiante, los razonamientos, las confrontaciones, el diálogo y las construcciones de conocimiento por parte de todo el grupo, esto fue posible gracias a la metodología de las AOE en donde se buscó desarrollar situaciones desencadenadoras de aprendizaje, las cuales tuvieron como objetivo despertar el interés, posibilitar la reflexión y generar una exploración activa del aprendizaje en los estudiantes.

4.1 Los protagonistas

La investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa Pequeña María, en el nivel de primaria. Los participantes en el proceso de la práctica y de la implementación fueron 44

estudiantes (entre los 10-12 años) pertenecientes al grado quinto. Las actividades las realizaron todos los estudiantes; sin embargo, nos centramos en analizar el proceso de seis de ellos.

La decisión de centrar nuestra investigación en un grupo de seis estudiantes se basó en que demostraron una motivación significativa, un interés genuino y un aporte constante en todas las AOE planteadas. Estos estudiantes destacaron por su participación activa y su capacidad para aprovechar las oportunidades de aprendizaje, lo que los convirtió en casos de análisis valiosos para analizar sus experiencias, motivaciones y aprendizajes.

Con el fin de proteger la identidad, privacidad y confidencialidad de los estudiantes seleccionados, se optó por que cada uno fuera el encargado de adjudicarse un seudónimo para ser nombrado a lo largo de la investigación, creando así un entorno seguro y de confianza que fomenta la participación y la sinceridad por parte de los estudiantes; entonces, los nombres con los cuales los llamaremos de ahora en adelante serán: Valentina, Andrea, Santi, Noe, Alex y Tiago

4.2 Instrumentos y técnicas para la producción de la información

En la investigación cualitativa en la cual nos enfocamos, la elección de los instrumentos de recolección de información desempeña un papel fundamental en la recopilación de datos potenciales y significativos. Estos instrumentos nos proporcionaron información en donde captamos las experiencias, percepciones, comportamientos y avances de los participantes en el proceso de resolución de problemas mediados por la estructura multiplicativa, de una manera en la que las perspectivas y diálogos fueron enriquecedores para recolectar los datos que se analizaron. A continuación, mencionaremos cada uno de ellos.

-
- Planeaciones: para la investigación las planeaciones fueron herramientas esenciales para garantizar la calidad en la ejecución y recolección de datos utilizando las AOE. Estas permitieron una investigación bien estructurada, lo que contribuyó a obtener resultados significativos. Cada una de las AOE implementadas tuvieron su respectiva planeación en donde se consideraron los momentos a trabajar durante estas.
 - Diario pedagógico: este instrumento permite registrar y documentar de manera sistemática las experiencias, observaciones, reflexiones y decisiones pedagógicas que se tuvieron al implementar cada una de las AOE, además, el proceso de escribir en un diario pedagógico fomenta la reflexión y la autoevaluación en las prácticas vividas. Su escritura fue de manera libre para ambos con el fin de llevar un registro o seguimiento al proceso de los estudiantes, de nosotros y de los momentos vividos.
 - Guías elaboradas por los estudiantes: este instrumento da cuenta de las elaboraciones, razonamientos y proceso que llevaron a cabo los estudiantes. Cada una de las guías contemplaba la intencionalidad, las acciones y las necesidades planteadas por las Actividades Orientadoras de Enseñanza. Fue una herramienta que enriqueció el análisis pues se tiene un registro a nivel individual y grupal ayudando a visualizar el impacto de la estrategia.

Al respecto la profesora Agudelo (2016) plantea el esquema mencionado anteriormente y realiza una descripción en detalle de cada uno de los elementos que componen las AOE:

Intencionalidad: propósito que como profesora tengo frente a la Actividad Orientadora de Enseñanza pensado a partir de ese sujeto que aprende.

Acciones: paso a paso para lograr el propósito de la Actividad Orientadora de Enseñanza

Necesidad: expresada a partir de esa relación hombre - naturaleza (para el estudiante en este caso) (p.46.)

- Entrevista a los participantes: se utilizó el tipo de entrevista abierta esta “se refiere a la conversación mantenida entre investigador/investigados para comprender, a través de las propias palabras de los sujetos entrevistados, las perspectivas, situaciones, problemas, soluciones, experiencias” (Munarriz, 1991, p.112). Permittiéndonos explorar el mundo, las vivencias y los conocimientos adquiridos desde la perspectiva de los participantes, igualmente este tipo de entrevista permite una mayor adaptación a las necesidades planteadas para la investigación.
- Material audiovisual - fotografías: estas herramientas visuales y auditivas desempeñan un papel crucial al capturar los momentos, conversaciones, ideas y comunicar o registrar con detalle lo que observamos y escuchamos por parte de los estudiantes. Además, este registro detallado, estas representaciones también contextualizan los datos que servirán de análisis, para comprender cómo interactúan los estudiantes en contexto. Estos instrumentos son sinónimo de veracidad, lo que fortalece la credibilidad y la validez de nuestros hallazgos y de los resultados de la investigación.

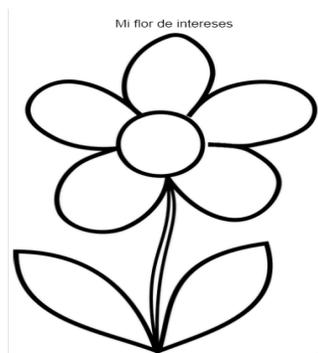
Después de haber mencionado los instrumentos y técnicas utilizados para recopilar datos en nuestra investigación, es esencial adentrarnos en el siguiente momento de nuestro proceso: las AOE implementadas. Estas fueron la base de la investigación en donde los estudiantes interactuaron y se hizo concreta la teoría antes plasmada; en ese sentido, se hará visible cómo los estudiantes abordan la resolución de problemas matemáticos y la comprensión de las estructuras multiplicativas, teniendo en cuenta las AOE como metodología. En esta sección, se observará en detalle las actividades diseñadas, su implementación y los datos recopilados a través de ellas.

4.3 La ruta trazada de las Actividades Orientadoras de Enseñanza

Iniciamos nuestro recorrido guiado por la primera actividad, la cual recibió el nombre de “Mi flor de Intereses”. Esta actividad la diseñamos con el propósito de indagar en los intereses y motivaciones de los estudiantes permitiéndoles expresar sus preferencias y curiosidades a través de un proceso visual, participativo y personal (ver figura 7). Esta fue un punto de partida crucial para el diseño de las siguientes AOE dado que en palabras de Moura (2011) "Combinar las razones para aprender matemáticas para el sujeto, con las necesidades del desarrollo social, debe ser el gran motivo de la existencia de la escuela" (p. 6). En este sentido, los intereses individuales de los estudiantes no solo los motivan, sino que también actúan como un puente hacia la comprensión y la construcción de significados individuales y colectivos.

El análisis de las respuestas de todos los estudiantes nos suministró información valiosa para poder construir juntos el camino que se quería lograr.

Figura 7. *Mi flor de intereses.*



*Nota: instrumento usado para recolectar información sobre los intereses de los estudiantes.
Elaboración propia*

Para que los estudiantes plasmaran en este instrumento sus intereses, planteamos preguntas intencionadas que dieran respuesta a lo que posiblemente motivara el proceso de

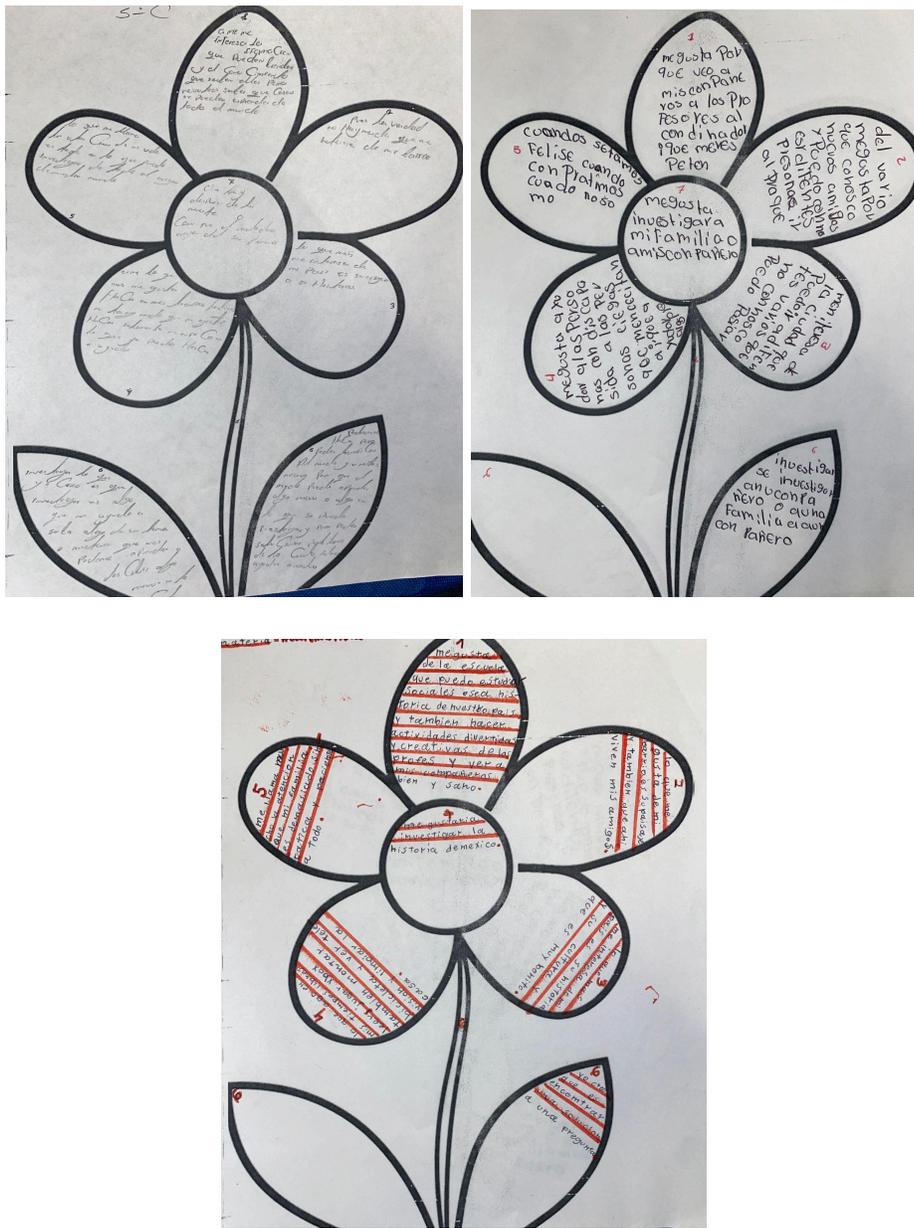
investigación del grupo, alineando de manera adecuada nuestros objetivos pedagógicos con los intereses de los participantes, para comprenderlo mejor como lo mencionan Moura et al. (2016, p.115) “la AOE es la mediación de la actividad del docente, cuya necesidad es enseñar contenidos al sujeto en actividad, cuyo objetivo es la apropiación de esos contenidos entendidos como un objetivo social.”. Esto a su vez aumentó la probabilidad de que se sintieran comprometidos, identificados y motivados por el proceso de aprendizaje. Entonces, estas preguntas que se observan a continuación fueron resueltas en las diferentes partes de la flor de la siguiente manera:

- ✓ Pétalo 1 ¿Qué es lo que más te gusta o te interesa de la escuela?
- ✓ Pétalo 2 ¿Qué es lo que más te gusta o te interesa del barrio?
- ✓ Pétalo 3 ¿Qué es lo que más te gusta o te interesa de la ciudad o país?
- ✓ Pétalo 4 ¿Qué te gusta hacer en tu tiempo libre?
- ✓ Pétalo 5 ¿qué te llama la atención de en tu vida o en la vida de tu familia?
- ✓ Hoja: ¿qué crees que es investigar?
- ✓ Centro de la flor ¿qué te gustaría investigar?

Las respuestas no sólo revelaron los gustos y motivaciones de los estudiantes, sino que también proporcionó una base sólida para la planificación y ejecución efectiva de las AOE

posteriores. Entonces, al tener en cuenta las respuestas de los estudiantes, como mencionamos anteriormente, nos aseguramos de que las estrategias pedagógicas se complementen efectivamente con sus necesidades. A continuación, en la figura 8 encontraremos algunas de las respuestas:

Figura 8. Respuestas en la flor de intereses.



Nota: Producción escrita de los estudiantes sobre sus intereses.

En el análisis de las respuestas de los estudiantes, observamos patrones que revelaron sus intereses por la historia en varios niveles. Muchos de los estudiantes expresaron un interés personal en explorar y comprender la historia, ya sea la historia de sus propias familias, la historia de la escuela, la historia del país, de otros países o incluso la historia de su barrio; este interés refleja una perspectiva que va más allá de la mera transmisión de conceptos, como lo señala Pérez (2020) "la escuela, lejos de ser un lugar de transmisión pasiva de conceptos, debe entre otras cosas, posibilitar que el estudiante tome los saberes producidos por la sociedad en sus momentos históricos y los apropie en dialéctica con sus dinámicas e interacciones sociales" (p. 6). Este interés en la historia no solo refleja una curiosidad por entender las raíces y el contexto en el que se encuentran, sino que también se resalta una conexión entre su aprendizaje y su entorno.

Al conocer estos intereses, iniciamos un conversatorio con los estudiantes con el fin de llegar a un común acuerdo acerca del tema de interés, para que fueran ellos mismos los protagonistas de su propio aprendizaje y poder generar situaciones desencadenadoras de aprendizaje a partir de esto. En el diálogo con los estudiantes se reveló el tema general de interés para explorar y trabajar con la historia de su propio barrio, los estudiantes expresaban sus intereses a través de frases como "a mí me gusta conocer la historia del barrio porque vivimos acá y hay muchos lugares", "la historia del barrio porque ha cambiado mucho", "es mejor la historia del barrio para conocer cómo era antes", "por acá había mucha violencia y ya no tanto".

Es así como la historia puede servir como un puente entre el contenido matemático que deseamos abordar a partir del problema y las experiencias personales de los estudiantes, permitiéndoles explorar conceptos matemáticos a través de una mirada histórica y cultural,

teniendo en cuenta que desde la perspectiva abordada “sólo es posible si ese mismo objeto constituye para ellos una necesidad, por lo que el conocimiento teórico es a la vez objeto y necesidad en la actividad de aprendizaje” (Moura et al, 2016, p.105), siendo la aproximación al problema planteado una aproximación al conocimiento teórico, el cual se convierte en un proceso significativo para los estudiantes cuando el conocimiento se presenta como un objeto de aprendizaje que satisface sus necesidades en este caso la historia y se convierte en una parte esencial de su experiencia educativa.

Es importante resaltar que una vez identificado el tema de interés sobre la historia y socializar, llegamos al primer compromiso para dar inicio a resolver el problema a partir de las AOE, en donde ampliamos el horizonte sobre la importancia de investigar, además de que para el camino que trazamos, cada uno sería el investigador, quedando con el compromiso de: ser investigadores y preguntar sobre la historia del barrio a alguna persona para llevar dicha historia y compartirla al grupo.

4.3.1 AOE: Tejiendo la historia de mi barrio

Tener en cuenta la perspectiva histórico-cultural, mediada por las AOE, no solo enriqueció los conceptos matemáticos al relacionarlos con su contexto en este caso el barrio, sino que también contribuyó a que se sintieran identificados con el espacio en el cual habitan y al cual pertenecen. Las historias del barrio se convirtieron en una fuente de inspiración para explorar conceptos matemáticos de una manera no forzada, viéndolo como un proceso, demostrando cómo el aprendizaje puede trascender las aulas y enriquecerse a través de las vivencias personales. A través de esta AOE, abrimos infinitas posibilidades para el aprendizaje matemático arraigado

en la historia y la cultura del barrio, por lo que exploraremos con mayor detalle el diseño y la implementación de esta actividad, destacando su importancia en nuestra investigación.

A continuación, en la figura 9 observaremos la intencionalidad, las acciones y la necesidad que son factores esenciales para lograr una actividad de aprendizaje.

Figura 9. Características de la actividad de aprendizaje de la AOE.



Nota: creación propia.

Como mencionamos anteriormente, los estudiantes tenían el compromiso de compartir las historias del barrio investigadas, por lo que en el inicio cada uno se convirtió en narrador de la historia de su propio entorno, compartiendo con los demás las vivencias, el progreso del barrio, de las construcciones, de la economía y las experiencias que conforman lo que es el barrio "Carpinelo". En la socialización, apreciamos acontecimientos que serían insumo para la ejecución de las actividades propuestas, en ellas se encontraron elementos relevantes que sirvieron para relacionar las matemáticas con sus intereses o necesidades iniciales.

Durante la socialización de las historias del barrio, un patrón común surgió por medio de las narraciones de los estudiantes. Fue evidente que muchas de ellas se centraron especialmente en lo que se relaciona a los primeros habitantes, a los terrenos, las construcciones iniciales de las viviendas y la convivencia de la comunidad. Las historias resaltaron los momentos fundamentales, describiendo cómo las personas llegaron al barrio, obtuvieron un terreno, qué materiales utilizaron para la construcción de las viviendas y cómo evolucionó la economía a lo largo del tiempo.

Figura 10. Socialización de las historias del barrio.



Nota: estudiante Harold. Fotografía propia.

Dentro de las interesantes historias compartidas por los estudiantes, surgió la necesidad de seleccionar una de ellas para poder darle una mirada más detallada. Se eligió una historia que se destacaba por tener un nivel de detalle mayor y contener muchos aspectos de las demás historias, convirtiendo al estudiante “Harold” en un "investigador invitado" que sería sorpresa, él fue el

encargado de compartir todos los momentos significativos y hallazgos de su investigación, su narración fue la siguiente:

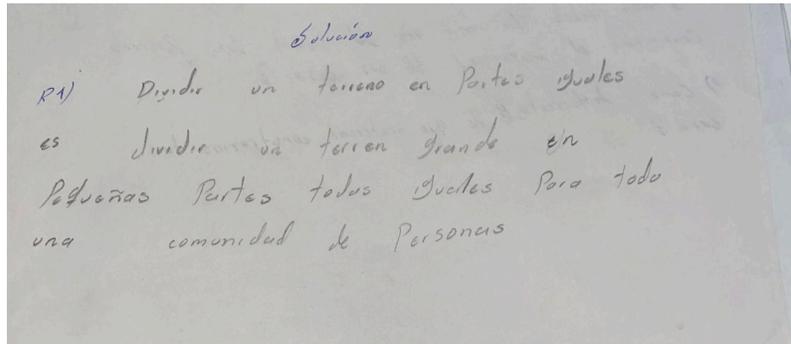
El barrio llamado El Compromiso se empezó a formar hace aproximadamente 29 años, este lugar era formado por rastrojos y árboles pequeños, la junta de acción comunal en ese entonces tomaron la decisión de medirlo en partes iguales y se lo vendieron a las personas que iban llegando las cuales empezaron a hacer las casas de plástico y madera, no había agua ni luz pero en el sector que marcaron para hacer la cancha hicieron una pila comunal y pusieron agua para que el sector se fuera beneficiando y fueron consiguiendo alambres de luz para colocarle a los postes más cercanos, con el correr del tiempo fue progresando y las casas fueron haciéndose de adobes, luego vino EPM a poner acueductos, llegaron los primeros recibos, dentro del gobierno con su apoyo ayudando a las familias vulnerables ayudándoles a mejorar sus viviendas.

Después de escuchar o retomar la historia, los estudiantes llevaron a cabo la ejecución de la primera guía de las AOE, que contenía la solución de preguntas relacionadas con la historia del investigador invitado. En este contexto, reconocemos la importancia crucial del trasfondo histórico y cultural como señala Moura et al, (2016) “las acciones del docente deben organizarse de manera que permitan a los estudiantes apropiarse de los conocimientos y experiencias histórico-culturales de la humanidad” (p.112) dando lugar posteriormente a la construcción de conocimientos teóricos, en específico de los conceptos matemáticos.

A través de esta guía, los estudiantes tuvieron un viaje de exploración que les permitió indagar en el porqué de la división de casas en partes iguales en tiempos anteriores y que

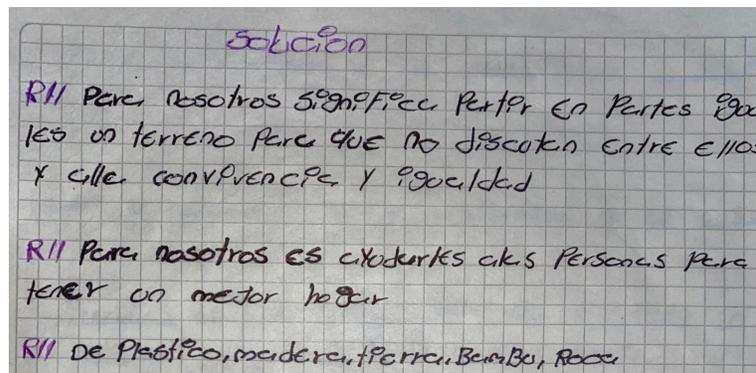
significado social tenía que las personas hicieran esto, obteniendo respuestas que iban más allá de la comprensión matemática y se centraron en las relaciones con el otro (ver figura 11 y 12).

Figura 11. Respuestas división de casas y terrenos en partes iguales



Nota: Respuesta sobre las razones para dividir un terreno en partes iguales.

Figura 12. Respuestas división de casas y terrenos en partes iguales



Nota: Respuesta sobre las razones para dividir un terreno en partes iguales.

Al adentrarse en la historia de su barrio y entender el contexto en el que se tomaban estas decisiones, se pudo reconocer la conexión directa entre la resolución de problemas matemáticos y los sucesos de las comunidades que dieron lugar al espacio y al tiempo que se está viviendo en la actualidad.

Otro aspecto fundamental abordado en esta guía fue la orientación que podíamos tomar para trabajar alrededor de nuestro objeto de investigación con el material disponible en la historia, es así como se hizo referencia a los materiales utilizados en la construcción de casas en los inicios del barrio. Los estudiantes se enfocaron en la exploración de los recursos mencionados en la historia, analizando cómo su uso influyó en la decisión de las personas para construir sus casas y cuáles eran los posibles beneficios o dificultades que encontrarían. A través de esta aproximación, realizamos conversaciones en donde se les mencionaba momentos o situaciones cotidianas en los que las personas hacían uso de las matemáticas sin tener conocimiento de ellas, lo que consideramos factores clave en el razonamiento matemático.

En otro momento crucial del desarrollo de la actividad, los estudiantes tuvieron la oportunidad de observar fotos de su barrio en específico de algunas casas. Esta experiencia abrió la posibilidad de identificarse con las imágenes y reflexionar sobre la conexión entre la historia narrada y la realidad que se observa en la actualidad. A través de este momento, se les planteó una pregunta fundamental: ¿Te identificas con alguna de esas casas? ¿Por qué? Los estudiantes no solo compartieron sus sentimientos y percepciones personales, sino que también se involucraron en un análisis detallado de los materiales y elementos visibles en las fotografías (ver figura 13).

Figura 13. Preguntas y respuestas para la reflexión

¿te identificas con alguna de esas casas? ¿por qué?
 sí porque mi casa es así y alrededor de mi casa hay más casas así y son algo que representa por ser algo muy bonito y son en diferentes materiales como unas son de adobe y otras son de madera pero son muy organizadas

¿que materiales observas en las casas o la imagen?
 tablas
 adobes
 plást, Co
 plástico

Nota. Respuestas de los estudiantes, basadas en la proyección de imágenes.

Figura 14. Preguntas y respuestas para la reflexión.

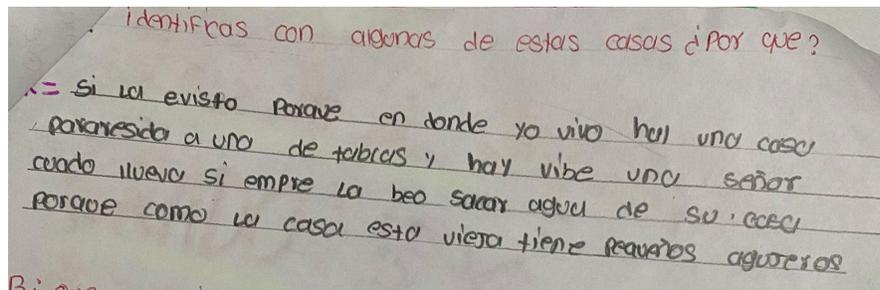
¿te identificas con alguna de estas casas? ¿por qué? =
 yo me identifico por que yo antes vivia en una finca y nuestro cuarto era de madera.

¿que materiales observas en las casas de la imagen? =
 - madera
 - tejas
 - plástico
 - cemento
 - ladrillos
 - adobe
 - palos

¿que tipos de materiales se pueden encontrar en tu casa? =
 cemento y ladrillo y loza.

Nota. Respuestas de los estudiantes, basadas en la proyección de imágenes.

Figura 15. Preguntas y respuestas para la reflexión.



Nota. Respuestas de los estudiantes, basadas en la proyección de imágenes.

Un momento significativo que traemos a colación fue cuando en el diálogo sobre los beneficios y la estética de las diferentes casas y los materiales usados para la construcción, los estudiantes se sintieron en confianza para hablar de sus propias casas, de sus vivencias personales y de los materiales en los que se encontraban elaboradas. En un inicio había una tensión para hablar del tema, luego se generó un entorno de confianza entre todos en donde se podían apreciar diversos comentarios como “mi casa tiene la mitad de material y la mitad de tablas”, “mi papá fue capaz de hacer la casa de tablas y ahí vivimos desde que estaba pequeña”, “mi casa como es grande hay veces se entra el agua al baño porque está en plástico”, “las casas de madera a mí me gusta, huelen rico”, “desde que llegamos de Venezuela vivimos más arriba en las casas de madera”, “antes nuestra casa tenía madera, pero mi papá fue comprando adobes y la organizó”.

Esta conversación se dio para enriquecer los conocimientos de todos los estudiantes, además sirvió para aprovechar la vista de la institución ya que ellos mismos, sin indicación alguna, optaron por levantarse del puesto, observar por las ventanas y descubrir aspectos que anteriormente eran irrelevantes como hacer un análisis de su entorno y de las casas que comúnmente tiene la oportunidad de apreciar; en esta observación, los estudiantes señalaban y encontraban cada uno de los materiales mencionados anteriormente. Sus rostros reflejaban

asombro, pero también intriga y a través de sus preguntas corroboramos que en realidad era un tema de interés.

Este ejercicio les permitió comparar y contrastar la historia con la realidad y la actualidad de su entorno y vida, poniendo en relevancia la evolución en el uso de materiales y recursos en la construcción de viviendas del otro y las propias, lo anterior dio validez a que la actividad fuera orientadora en el sentido de que se desarrolló “constituyéndose de manera dialéctica en la relación entre lo ideal y lo real y como un proceso de acción y reflexión” (Moura et al, 2016, p.116.) Así mismo, la observación de las fotografías y del entorno les brindó una perspectiva más completa y enriquecedora de la historia del barrio y su influencia en la configuración actual.

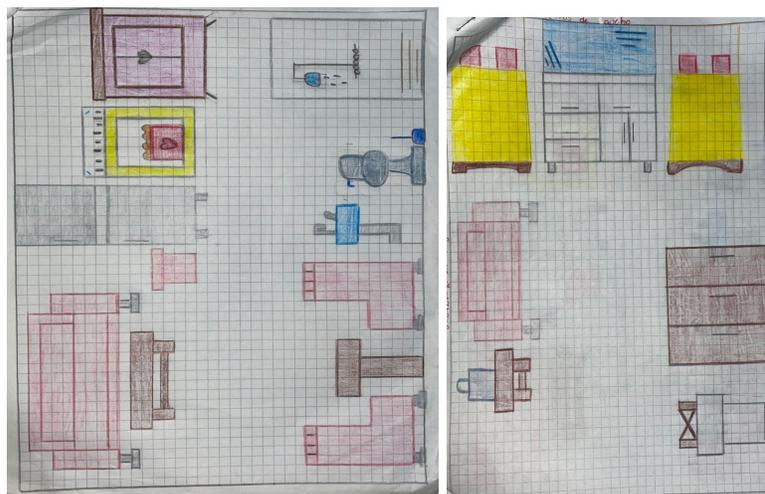
Siguiendo con nuestra AOE invitamos a los estudiantes a participar en un emocionante juego de roles siendo este una posibilidad de apropiarse del mundo en donde “el juego es la principal vía para que los niños experimenten su proceso de humanización, ya que es la actividad que mejor les permite apropiarse de actividades culturalmente elaboradas (motivos, acciones y operaciones)”(Moura et al, 2016, p.145); en este juego en particular, los estudiantes se convirtieron en arquitectos de sus propias casas explorando las diversas formas de acercarse a la realidad.

Este momento les brindó la oportunidad de reflexionar sobre los materiales que les gustaría utilizar en la construcción de sus hogares, aprovechando el trabajo que se venía realizando. Para hacer este momento más familiar y cercano, les mostramos un plano de la casa de uno de nosotros como ejemplo, además se les acercó la historia detrás de esta construcción. Al observar el plano de una casa que les resultaba familiar, se dieron cuenta de que nuestras viviendas eran similares a las suyas, lo que establece aún más la conexión entre sus vidas y las de

nosotros como profesores, motivándolos así a realizar la actividad con libertad y creatividad (ver figuras 16 y 17).

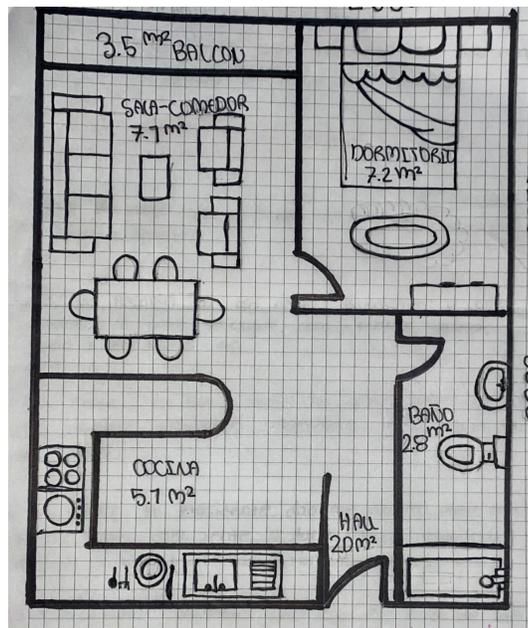
Los resultados de la actividad de diseño de planos o remodelación de sus hogares revelaron una interacción entre la creatividad de los estudiantes y su comprensión de la realidad. Cada plano reflejaba las preferencias personales de los estudiantes en cuanto a materiales, decoración y organización de espacios, pero lo que más se resalta es cómo, a pesar de las modificaciones, lograron mantener la esencia de sus casas o la estructura inicial. Este espacio fue una muestra de la conexión entre sus propias vidas y su capacidad para adaptar sus hogares soñados al contexto real, una habilidad valiosa que servirá para abordar las situaciones problema.

Figura 16. Planos de una casa (Noe)



Nota. Plano construido por el participante Noe.

Figura 17. Planos de una casa (Valentina)



Nota. Plano construido por la participante Valentina.

Un momento destacado surgió cuando uno de los estudiantes compartió: "Para mí, esto es fácil porque yo trabajo con mi papá construyendo y sé hasta precios". En este comentario resaltamos la importancia de considerar los conocimientos y experiencias de los estudiantes en la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje. Entonces, esta situación se alineó directamente con nuestro objetivo principal de investigar las estructuras multiplicativas y la resolución de problemas, destacando que las realidades de los estudiantes y su historia desempeñan un papel esencial en la matematización de situaciones cotidianas.

Finalmente, la primera AOE demostró ser un paso fundamental para la futura exploración de las estructuras multiplicativas y la resolución de problemas en un contexto histórico y cultural a través del reconocimiento de las historias de los barrios, la observación de fotografías locales y el juego de roles de arquitectos; pues este conocimiento surgirá de manera natural y no forzada ya que buscaremos la "posibilidad de que el juego coloque al niño frente a una situación problemática similar a la que experimenta el hombre cuando trata con conceptos matemáticos"

(Moura et al, 2016, p.121) y de esta manera sea capaz de resolver situaciones problemas, recurriendo a las situaciones desencadenadoras de aprendizaje para cumplir con los objetivos de la AOE. Igualmente, la actividad ha fomentado la reflexión sobre la relación entre las decisiones de construcción, los materiales utilizados y la resolución de problemas matemáticos de una manera empírica a través de una necesidad.

4.3.2 AOE: Un viaje histórico con un experto en construcción

En el colegio del centro de práctica se está construyendo un salón de clases el cual tiene como objetivo poder recibir a más niños y niñas del barrio, aprovechando esta construcción decidimos elaborar una AOE que permitiera a los estudiantes acercarse a la historia del barrio por medio de alguien cercano al contexto, esta persona es quien brinda el servicio de seguridad en la institución, adicional se encarga de algunos otros oficios en el transcurso del día, dependiendo de las necesidades que surjan en la comunidad académica.

En el siguiente cuadro se podrá visualizar la intencionalidad, las acciones y la necesidad que se tuvieron en cuenta para la realización de la actividad de aprendizaje:

Figura 18. Características de la actividad de aprendizaje “Un Viaje histórico con un experto en construcción”.



Nota. Creación propia.

Para iniciar esta actividad, consideramos pertinente reunir a los estudiantes en el lugar de la construcción del salón, pues cambiar de espacio pedagógico desde nuestra mirada fue una estrategia pedagógica relevante que brindó a los estudiantes la oportunidad de explorar y aprender de manera activa y dinámica, reconociendo a través de la visión lo que les estaban hablando; los estudiantes pudieron experimentar un ambiente educativo enriquecedor que estimularía su creatividad y les permitió aplicar sus conocimientos en contextos reales. Este cambio de escenario no solo les proporcionó una experiencia de aprendizaje más significativa, sino que también les ayudó a comprender la relevancia de lo que estaban aprendiendo en situaciones concretas.

En este lugar, ya estaba presente el experto en construcción, para los estudiantes un “ingeniero” invitado. Su participación se centró en dos aspectos clave. En primer lugar, les ofreció a los estudiantes una charla sobre la historia del barrio, ya que él ha habitado en él desde

sus inicios y toda su formación académica fue en la misma institución, brindando una perspectiva única y personal sobre la evolución de la comunidad. En segundo lugar, compartió conocimientos sobre las características necesarias al momento de construir, dado que también ha participado en la construcción de varias viviendas ubicadas en el mismo barrio y ha estado presente en la edificación de la institución.

Figura 19. *Actividad sobre la construcción.*



Entonces, mientras nuestro invitado iba contando la historia del barrio, a su vez atrapaba a los estudiantes con la historia de la institución, durante su intervención, el invitado incorporó paulatinamente los aspectos clave que se deseaban abordar en la construcción en la que nos encontrábamos y que serían necesarios para el desarrollo de la actividad. Comenzó hablando a los estudiantes sobre cómo se llevaba a cabo la construcción, describiendo los pasos, los requisitos del terreno y las medidas necesarias. Luego, profundizó en la importancia de los materiales y les proporcionó información detallada sobre los diferentes precios de estos materiales, lo que cautivó a los estudiantes debido a su amplio conocimiento. Además, les explicó cómo calcular aproximadamente la cantidad total de materiales necesarios y cómo se ocuparía el espacio en una pared.

Los estudiantes en su rol de arquitectos se involucraron activamente, formulando preguntas, interactuando con el invitado, utilizando sus elementos de protección y comprobando por sí mismos las afirmaciones hechas, como por ejemplo las medidas de un adobe. Juntos, exploraron su entorno, analizaron diferentes construcciones y compararon diversos tipos de viviendas con la construcción en la que estaban trabajando. Esta actividad les permitió relacionar las matemáticas con el mundo real y comprender la utilidad de estas habilidades en la construcción, además, no solo enriqueció su comprensión sobre la construcción, sino que también los animó a participar activamente en el proceso que viviríamos posteriormente.

En otro momento, los estudiantes se organizaron en grupos y utilizaron el metro para medir diversos objetos como el adobe, distancias y tamaños que encontraron en el sitio de la construcción. Su entusiasmo por medir todo lo que tenían a la vista fue evidente, incorporando muchos conocimientos matemáticos a la actividad que estaban realizando.

En este sentido, los estudiantes se organizaron en equipos, completaron una guía que resultó siendo fácil debido a la situación que habían experimentado y que estaba relacionada con lo narrado por Diego, en la guía encontraron preguntas como ¿Qué recuerdas haber escuchado sobre las medidas de los materiales? ¿Qué fue lo que más les llamó la atención de lo narrado de nuestro invitado? Igualmente, como cada equipo de trabajo había tomado unas medidas, se hizo una construcción colectiva de las medidas totales del salón. Esto facilitó su comprensión y les mostró cómo los conceptos matemáticos y de construcción se aplican de manera práctica en el mundo real.

Figura 20. *Verificación de la información.*



Nota. Ejercicio de medición con base en la explicación dada por Diego.

Al final de esta actividad, los estudiantes se enfrentaron a algunas situaciones problemas relacionadas con los conceptos y conocimientos adquiridos durante la actividad que abarco el objeto de investigación. Trabajando en grupos, lograron solucionar los problemas usando diferentes estrategias. Cada grupo abordó los desafíos, discutiendo sus enfoques y aplicando sus conocimientos en matemáticas y construcción de manera colaborativa.

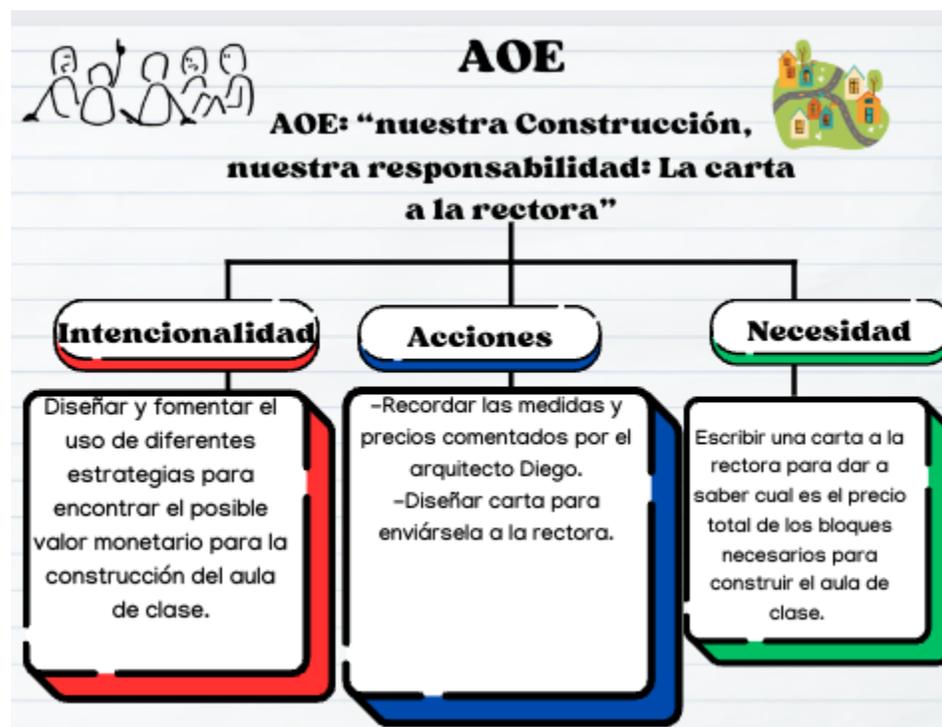
La etapa de socialización resultó igualmente valiosa, ya que cada grupo compartió sus respuestas y dudas con sus compañeros. Esto permitió una retroalimentación y un aprendizaje colectivo, ya que los estudiantes no sólo resolvieron los problemas, sino que también pudieron comparar y contrastar sus soluciones y estrategias.

4.3.3 AOE: nuestra construcción, nuestra responsabilidad. La carta a la rectora

En esta nueva actividad, los estudiantes se enfrentaron a un desafío que no solo pondría a prueba sus conocimientos adquiridos, sino que también les permitiría aplicar estrategias y metodologías de una manera auténtica y significativa. Su tarea sería nada menos que escribir una carta a la rectora de la institución, en la que detallarían el presupuesto necesario para la

adquisición de adobes con el fin de finalizar la construcción. Esto no fue simplemente un ejercicio académico, sino más bien un juego de roles que los sumergieron en una situación real y les exigió utilizar sus habilidades de resolución de problemas y de estructuras multiplicativas de manera adecuada. A continuación, observamos los elementos de la actividad de aprendizaje.

Figura 21. Elementos de la actividad “nuestra construcción, nuestra responsabilidad: La carta a la rectora”.



Nota: Creación propia.

En este sentido, se inició este momento con un asombroso hecho: la rectora se involucró de manera activa y participativa en la actividad. Sorprendiendo a los estudiantes, la rectora envió un mensaje de audio a través de WhatsApp expresando sus felicitaciones por la actividad anterior y demostrando su interés por lo que estaban haciendo. Esto sugería un reto, les pidió a los estudiantes que le ayudarán y le proporcionarán un presupuesto detallado que incluyera la cantidad exacta de materiales necesarios para finalizar la construcción, junto con los precios

correspondientes. Este inesperado giro no solo agregó un elemento de realismo y autenticidad a la actividad, sino que también motivó a los estudiantes a abordar la tarea con un sentido renovado de propósito y compromiso, sabiendo que estaban contribuyendo al progreso de la institución.

Para lograr este reto y permitir que los estudiantes tomen los datos necesarios para describir cuántos adobes eran necesarios para construir el salón de clase nuevo, fue necesario reunirlos en grupos de trabajo de 4 a 6 personas, para así poder asignar a cada grupo una pared específica y lograr primero un orden y segundo una rápida recolección de datos.

Fue así como nos dirigimos al lugar de la construcción de salón de clase nuevo, cada grupo de trabajo uso técnicas diferentes e innovadoras para buscar los adobes necesarios para la construcción del muro el cual le correspondía, nosotros fuimos un apoyo para los estudiantes para lograr su fin y hacerlos comprender, a través de preguntas, posibles errores o aciertos que estaban teniendo; después de 30 minutos nos organizamos nuevamente en el salón de clase.

Figura 22. *Medición en la construcción del salón nuevo.*



Nota: fotografía propia.

Al llegar al salón invitamos a cada grupo a que compartiera qué cálculo utilizaron para saber la cantidad de adobes necesarios para construcción de cada muro, estos datos se iban plasmando en el tablero para que los otros grupos pudieran ver el resultado de cada grupo y así poder sacar la conclusión final del total de adobes en la construcción de todo el salón.

Figura 23. Socialización del ejercicio de medición.



Una vez que los estudiantes llevaron a cabo un proceso de análisis y socialización de los presupuestos de cada grupo, se llegó a una conclusión unificada sobre el costo total de la construcción. Sin embargo, la pregunta de cómo compartirían esta información a la rectora se convirtió en un punto de reflexión fundamental. Fue entonces cuando los estudiantes expresaron su deseo de hacerlo a través de una carta, en la cual detallarían todo el proceso que habían seguido hasta ese momento. Esta decisión reflejó su compromiso y esmero por el desafío que habían abordado, además de su deseo de que la rectora validara la efectividad de su trabajo mediante el escrito que estaban realizando. En este proceso, los estudiantes demostraron no solo un profundo interés en el reto, sino también una dedicación por lo que estaban aprendiendo, lo que quedó patente como una actividad enriquecedora y significativa que trascendió a una práctica real.

4.3.4 AOE: Diseñando y edificando a escala

Para culminar el proceso llevado a cabo de las AOE, realizamos una situación que agrupó todo lo trabajado previamente. El objetivo era que los estudiantes se interesaran en la creación a escala del salón de clases que estaba en proceso de construcción en la institución. Esta actividad final, se convirtió en un desafío que les permitiría aplicar todas las habilidades y conocimientos adquiridos a lo largo de las AOE. Entonces, a través de esta actividad, los estudiantes tuvieron la oportunidad de poner en práctica su comprensión de las estructuras multiplicativas en específico del isomorfismo de medidas y la resolución de problemas en un contexto real y concreto partiendo desde la selección de materiales hasta la organización del espacio.

A continuación, observamos la gráfica en la que está plasmada la intencionalidad, las acciones y la necesidad de la AOE “Diseñando y edificando a escala”.

Figura 24. Elementos de la actividad de aprendizaje “Diseñando y edificando a escala”.



Nota. Creación propia.

Para dar inicio a esta actividad de construcción, invitamos a los estudiantes a participar en un proceso creativo y reflexivo. En primer lugar, los motivamos a plasmar sus ideas y preferencias sobre cómo les gustaría que fuera el salón, teniendo en cuenta el espacio disponible y sus dimensiones. Los estudiantes expresaron sus ideas de manera escrita, detallando aspectos como la disposición de los puestos, la ubicación de las ventanas, la distribución de los espacios, y otros elementos que fueron relevantes, como decoración y un espacio recreativo. A partir de estas descripciones, los estudiantes trasladaron las ideas escritas a un plano gráfico de lo que deseaban y visualizaban.

Posteriormente, abordamos el tema de las medidas a escala, preparando a los estudiantes para el desafío de reducir las dimensiones del salón de clases de manera proporcionada en su construcción a escala. Para facilitar su comprensión, en primer lugar, les preguntamos ¿cómo podrían reducir el tamaño del salón para poder plasmarlo en el papel?, hubo diversas respuestas como “pues podríamos quitarle dos medidas”, “mmm la que es 9 metros la quitamos porque es grande”, “partirla a la mitad” a partir de estas respuestas se les mostró un ejemplo práctico de cambio de tamaño de una imagen, lo que les permitió visualizar cómo una representación puede ser reducida o ampliada manteniendo la proporción adecuada.

A partir de la elección de la escala, cada grupo de estudiantes se enfrentó al desafío de convertir las medidas del salón de clases a las dimensiones apropiadas para su construcción. Esta conversión requería un análisis en el que debían decidir cómo convertir cada medida y la capacidad de trabajar con proporciones o con el isomorfismo de medidas al tener que reducir la medida. Con determinación y orientación, los estudiantes lograron adaptar las medidas al

contexto de su construcción a escala lo que les serviría posteriormente para poder realizar el plano.

Una vez que las medidas estuvieron listas, repartimos cartones gruesos a cada grupo de estudiantes para que pudieran plasmar sus planos a escala. A continuación, explicamos el funcionamiento del "Depósito Pequeña María", el centro de la actividad que simularía la compra de los materiales de construcción a precios reales. Para este momento, se socializaron los precios de los materiales, la forma de compra y el uso de billetes exclusivos para la adquisición de adobes (ya que serían diferentes a los tradicionales, ver figura 25) y otros recursos necesarios para la construcción. Este enfoque realista o de juego de roles permitió a los estudiantes interactuar con conceptos matemáticos de manera práctica y relacionarlos con una situación cotidiana.

Figura 25. Material didáctico: billetes.



Nota. Billetes creados para la compra de adobes en el salón.

El impacto de esta introducción no pasó desapercibido. Los estudiantes expresaron asombro y entusiasmo al observar el material concreto con el que iban a realizar su construcción a escala. La posibilidad de "comprar" adobes y otros elementos de construcción generó un gran interés y motivación en el grupo, ya que les proporcionó una experiencia tangible que les permitiría aplicar sus conocimientos matemáticos en un contexto real, en el cual ya se venía trabajando y resolviendo problemas los cuales aplicarían en esta actividad. Este aspecto lúdico y

práctico de la actividad agregó un elemento emocionante al proceso de construcción a escala y enriqueció aún más su comprensión de las estructuras multiplicativas y la resolución de problemas ya que serían ellos mismos quienes comprobarían las teorías y los trabajos realizados con anterioridad.

Figura 26. *Venta de material de construcción.*



Por otro lado, durante la actividad de compra destacamos la notable agilidad de los estudiantes en la manipulación del dinero. Esta destreza se hizo evidente a medida que realizaban sus compras y manejaban los billetes, estos tenían una facilidad innata para calcular el cambio y contar rápidamente el dinero que debían pagar. Esta agilidad se debe en gran medida, a su experiencia cotidiana en situaciones de compra. Muchos de ellos están acostumbrados a realizar compras en sus hogares o en su cotidianidad, por lo que tienen muchas habilidades en el manejo del dinero. Esta competencia en el ámbito financiero no solo facilitó el desarrollo de la actividad, sino que también enriqueció la experiencia al permitirles aplicar sus conocimientos en un contexto matemático práctico y relevante.

Figura 27. *Uso de dinero para la compra de material.*



Finalmente, los estudiantes terminaron su construcción, en donde surgió otro momento esencial de la actividad que se centró en la resolución de la guía que los estudiantes debían completar por equipos. En esta guía, se les pedía que plasmarán los materiales comprados, la cantidad adquirida de cada material y el costo en total de cada cantidad de materiales. Luego, tenían que calcular el precio total de su construcción a escala. Acá observamos cómo los estudiantes se enfrentaban al desafío de realizar cálculos precisos y aplicar estrategias de conteo o resolución de problemas. La construcción y la guía se socializó.

4.4 Análisis

Las AOE han demostrado ser un recurso valioso en nuestra investigación, proporcionando una perspectiva amplia para analizar los procesos de aplicación de la teoría de los estudiantes. Estas actividades desencadenantes no sólo nos permiten satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes, sino que también nos ayudan a reconocer y analizar sus intereses individuales y las interacciones entre los estudiantes y su entorno cultural. Al mismo tiempo, la AOE sirve como un puente eficaz entre las actividades del estudiante y las actividades del profesor, promoviendo la colaboración y la construcción colectiva del conocimiento.

Por lo anteriormente mencionado, en el próximo capítulo de nuestra investigación, nos enfocaremos en el análisis de las estrategias que fueron utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas relacionados con la estructura multiplicativa, además de cómo se vivió este proceso y qué resultados se obtuvieron. Este momento crucial de nuestro trabajo nos permitirá comprender a profundidad cómo los estudiantes se enfrentaron a diversos desafíos y cómo las AOE han influido en este proceso. Para que sean evidentes los resultados, se visualizarán la variedad de instrumentos de recolección de datos usados, que fueron fundamentales para la culminación de nuestro trabajo, pues a través de estos realizamos procesos de verificación y reflexión analizando el proceso de los estudiantes.

4.4.1 Las representaciones usadas por los estudiantes

A través de la triangulación de la información recopilada por medio de los instrumentos, salió a la luz un dato fundamental, en el cual los estudiantes emplearon diversas estrategias para abordar y resolver las situaciones problema que partieron de su realidad y fueron planteadas en su mayoría a través de enunciados verbales. Este hallazgo es de gran relevancia, ya que nos demuestra que los estudiantes no solo aplican un enfoque estándar en la resolución de problemas matemáticos, sino que adaptan sus estrategias según la naturaleza y el contexto específico de cada problema. Este nivel de adaptación y diversidad en las estrategias utilizadas refleja un enriquecimiento en su pensamiento matemático y su capacidad para enfrentar desafíos en el ámbito de la estructura multiplicativa y la resolución de problemas.

Entonces, tendremos en cuenta diferentes tipos de representaciones o estrategias que usan los estudiantes, planteado por Villegas et al, (2009), quienes toman como referencia las siguientes

representaciones, las cuales adoptaremos para nuestra investigación ya que fueron evidenciadas en la ejecución de las AOE:

1. Representación verbal del enunciado del problema: consiste fundamentalmente en el enunciado del problema, que puede ser escrito o hablado.
2. Representación pictórica: aquella que se hace a través de dibujos, diagramas o gráficos, así como cualquier tipo de acción relacionada con estos.
3. Representación simbólica: se refiere a la que se forma de números, signos de operación y de relación; símbolos algebraicos, además de cualquier tipo de acción referida a estos (p.288).

Por otra parte, en nuestro análisis, no sólo hemos considerado las diversas representaciones que los estudiantes utilizaron en la resolución de problemas, sino que también hemos explorado el papel crucial del trabajo colectivo en su proceso de aprendizaje y construcción de significados. Observamos cómo los estudiantes, al trabajar juntos en equipo, aportan diferentes perspectivas y estrategias que enriquecen su comprensión y resolución de problemas. Además, demostraron habilidades en la resolución de problemas al verse enfrentados a situaciones contextuales, tangibles y usaron estrategias creativas para llegar al resultado.

5. Análisis: el aporte de las Actividades Orientadoras de Enseñanza en nuestra investigación

A continuación, nos adentraremos en un análisis detallado de tres de las AOE que diseñamos para esta investigación. En este análisis, abordaremos tres categorías emergentes que

han surgido como pilares en el proceso de resolución de problemas de los estudiantes. Estas tres categorías son:

1- El trabajo colectivo y la negociación de significados: analizaremos cómo los estudiantes desarrollan AOE a través del trabajo colaborativo, el juego de roles y cómo esto influye en el resultado de su actividad de aprendizaje a través de la resolución de situaciones problemáticas presentadas. La negociación de significado y la interacción entre pares juegan un papel crucial en el desarrollo de actividades desencadenantes y la construcción del conocimiento matemático.

2- La resolución de problemas en el contexto como elemento motivador: analizaremos cómo el uso del contexto, situaciones cotidianas y tangibles sirvieron como fuente de motivación para los estudiantes. Exploramos cómo el isomorfismo de medidas ha permitido a los estudiantes relacionar los problemas matemáticos con su entorno, lo que influyó en su interés y compromiso.

3- Estrategias creativas utilizadas por los estudiantes: describiremos las estrategias innovadoras y propias que los estudiantes han empleado en la resolución de problemas. Examinaremos cómo su pensamiento creativo ha enriquecido su proceso de resolución y ha contribuido a la construcción de significado.

Este análisis detallado de cada AOE incluyendo las categorías se hará visible a través de toda la narración y las vivencias que proporcionarán una comprensión más profunda de cómo la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje han incidido en el proceso de resolución de problemas.

5.1 Un viaje histórico con un experto en construcción

A partir de la construcción de un salón nuevo dentro de la institución y respondiendo a los intereses de los estudiantes por conocer la historia de su barrio, se aprovechó la oportunidad para vincular esta experiencia al campo de las matemáticas. Sumado a esto, se contó con la participación del celador de la institución, quien como habitante del barrio desde sus inicios y conocedor empírico en todo lo referente a la construcción, dio una charla a los estudiantes, que vinculó aspectos históricos que abarcaron la consolidación del barrio desde sus inicios y la caracterización de las personas que allí habitan; hasta aspectos matemáticos, como medidas y precios a tener en cuenta al momento de construir una estructura.

Dentro de esta actividad, evidenciamos el trabajo colaborativo, pues no solo se vincularon roles comunes como docente y estudiante, sino que se vincularon otras personas, como Diego, que pertenecen al espacio escolar y como sujetos activos conocen y dan sentido a este espacio, con ello, se deslegitima el rol tradicional del docente como suma autoridad en el conocimiento y se le da apertura a otros saberes que tienen los demás, que también son válidos y que pueden ser usados para construir sentido.

Lo anterior, fue un espacio fundamental para abordar con los estudiantes el aspecto matemático; con este antecedente, ellos lograron introyectar no solo conceptos, sino toda una experiencia, pues como lo proponen las AOE, el aprendizaje debe ser colaborativo, debe partir de la experiencia y de los intereses de los estudiantes, ya no se trata solo de la introyección de conceptos vacíos, aplicados a situaciones abstractas, ya que la educación, como lo propone Freire (2004) en su libro *Pedagogía de la autonomía* “enseñar no es transferir conocimiento, sino crear posibilidades para su propia producción o construcción” (p.22) sino que el aprendizaje ahora

parte de un papel activo tanto del estudiante como del docente, este último como guía, orienta y da sentido a esos conceptos, que en este caso fueron los referentes a la multiplicación. Gracias a esto, ellos lograron desarrollar algunos razonamientos en la parte de resolución de problemas concretamente en isomorfismo de medidas.

Siguiendo la idea anterior, mientras Diego hablaba de la historia del barrio también mencionaba cosas como: *“por cada piso que se construye tenemos que cavar 2 metros de profundidad por 1 metro de ancho para poder que resista”* los estudiantes mientras escuchaban, sorprendidos, mencionan: *“entonces como este salón está en un tercer piso tuvieron que cavar 6 metros”*, muchas veces al tratar de introducir un problema relacionado con razonamiento o proporcionalidad en ocasiones se dificulta la comprensión de estos problemas por parte de los estudiantes.

Igualmente, en este caso se evidenció que al ser un concepto expresado desde el diálogo, desde un tema que resultaba interesante para ellos, los estudiantes lograron entender y pensar el concepto de proporcionalidad que es una estructura que va ligada al isomorfismo de medidas, esto se logra porque se aborda desde el interés, la interacción con el otro y desde el contexto específico de los estudiantes, porque como menciona Botero (2006) “Los contextos son en esencia conjuntos de situaciones que, en tanto plantean problemas a los estudiantes, les permiten diversos tipos de interacciones a través de las cuales emerge el conocimiento matemático como un proceso constructivo” (p. 18) entonces, los conceptos matemáticos pueden tener más sentido si parten desde la interacción social. Estos y otros datos como mencionar las medidas y precios de los diferentes materiales como los adobes, los cuales hay de muchos tipos, pero el más común es

el adobe número 5 rojo, que es el que más se observa en las construcciones de las casas del barrio.

Mientras Diego daba la charla y hacía visible explicaciones explícitas de las diferentes medidas con un metro (cinta métrica) de los materiales de construcción, como adobes, varillas y tablas, los estudiantes comparan estas medidas con las cintas métricas que habían traído de sus casas, en este sentido Moura (2016) considera: “que una enseñanza que promueva el aprendizaje presupone al sujeto en una actividad que le permita compartir significados, en un contexto de "espacios de aprendizaje", en los que la acción de quienes enseñan es fundamental” (p. 111), esto con el fin de afianzar el conocimiento compartido por Diego y lograr interactuar y entender el nuevo conocimiento adquirido, el cual logró que por medio de esta charla despertara el interés de querer saber más de las medidas de los objetos que estaban alrededor, no era raro ver a estudiantes al final de la charla midiendo estos objetos o queriendo saber la medida del profesor o compañeros (ver figura 28), descubriendo así nuevos usos creativos de una herramienta que normalmente está recogiendo polvo en un cajón.

Figura 28. *Estudiantes explorando usos de la cinta métrica*



Después de la charla con Diego y del proceso de exploración de medidas realizado por los estudiantes, pasamos a reunirnos en el aula de clase de quinto, en donde contestaron preguntas relevantes a lo sucedido con la charla con Diego, algunos de los datos más importantes están a continuación:

Figura 29. Respuesta de Noe sobre lo más relevante dicho por el invitado

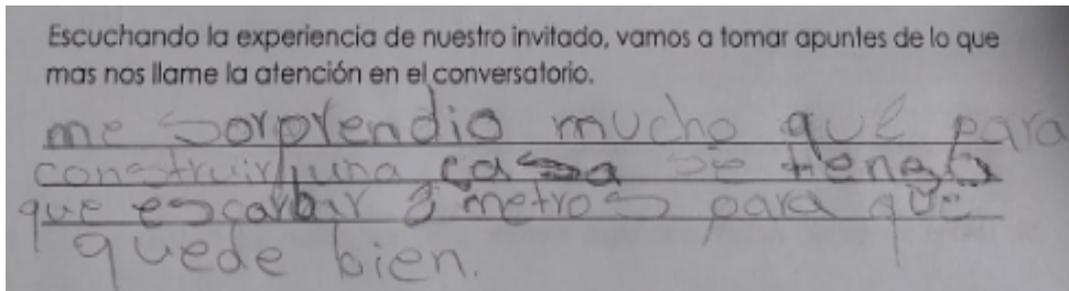
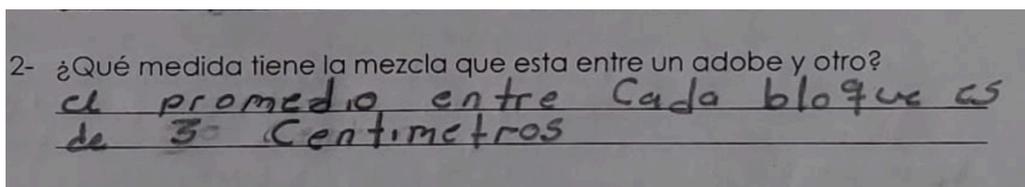
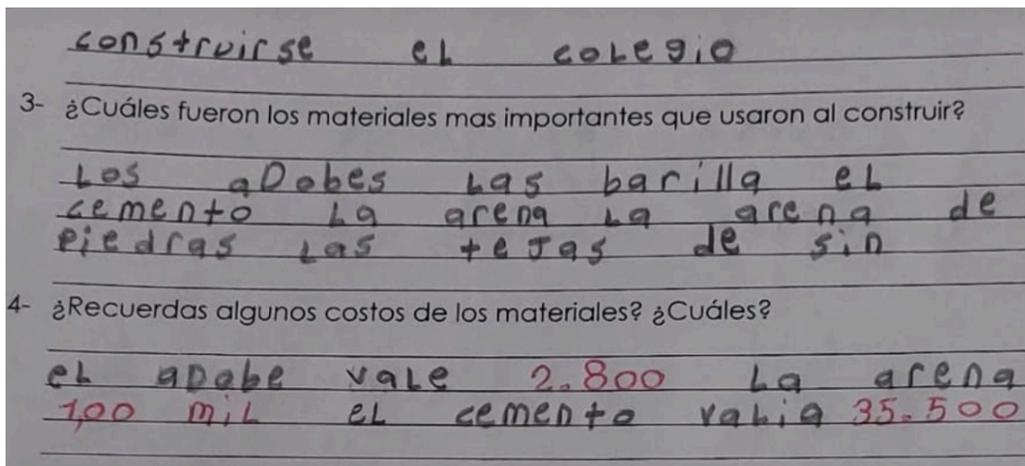


Figura 30. Respuestas de los estudiantes en la guía sobre la construcción del aula



En la figura 29, respuesta dada por Noe, se evidencia el aprendizaje de un concepto explicado por Diego en el marco de la construcción, el cual se relaciona con la proporcionalidad entre dos medidas, la primera el número de pisos y la segunda la profundidad que se debe cavar para lograr una estabilidad adecuada de la construcción, todo esto va ligado directamente al isomorfismo de medidas mencionado anteriormente.

En la otra imagen (ver figura 30), se puede percibir que los estudiantes plasman fácilmente datos importantes los cuales servirán de base para realizar las AOE posteriores a esta y que, gracias a la interacción social entre Diego y los estudiantes, se logró enlazar las otras actividades de forma natural.

Luego de la actividad práctica que involucró a los estudiantes en la construcción del salón y la adquisición de materiales para su proyecto de construcción, se les invitó a enfrentar nuevos desafíos en el sentido de la resolución de problemas de manera escrita. En esta ocasión, se les presentan ejercicios relacionados directamente con la actividad anterior, pero con un enfoque en la resolución de problemas y la aplicación del isomorfismo de medidas. Esta transición permitió a los estudiantes llevar su comprensión más allá de la teoría y aplicarla de manera práctica, consolidando así su aprendizaje y habilidades matemáticas en situaciones reales y concretas.

Se analizarán algunas respuestas dadas según cada pregunta que se les planteó. En la primera pregunta presentamos la siguiente situación problema en donde se puede observar una visualización a través de la gráfica del problema, tal y como lo muestra Vergnaud (1991) quien menciona que los problemas de isomorfismo de medidas “pueden ser representados por un esquema análogo, que no presenta ningún tipo de dificultad para los niños y que muestra muy claramente que son cuatro las cantidades puestas en relación.” (p.198)

1- Lina pagó 8400 por tres adobes ¿Cuánto pagará por 13 adobes?

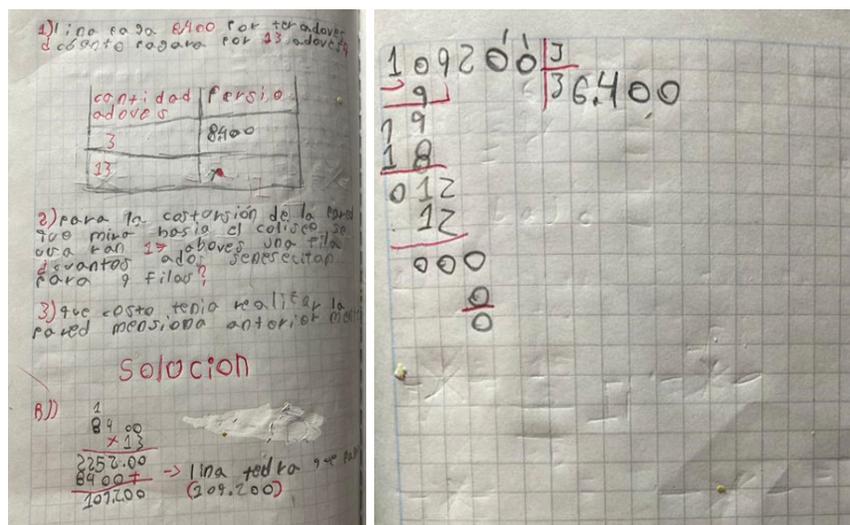
Figura 31. Esquema análogo

Cantidad de adobes	Precio
3	8.400
13	X

Elaboración Propia

Como se observa en la figura 32 los estudiantes implementaron el uso de la multiplicación y la división en el sentido de que “las estructuras multiplicativas hacen referencia al conjunto de situaciones que pueden ser resueltas empleando divisiones y/o multiplicaciones y es necesario abordarlas desde la perspectiva de la proporcionalidad.” (Botero, 2006, p.24) esto con el fin de lograr una respuesta correcta, en estas observamos su capacidad de razonamiento y lo trabajado en relación a la resolución de problemas.

Figura 32. Respuestas de los estudiantes al problema de los adobes



Solución ♡♡.

1 =

8.400	3
24	2800
000	

2	2.800
	x 13
1	8.400
	2.800
	+
	36.400

R// el precio es 36.400 pesos.

Las dos respuestas brindadas por los estudiantes fueron correctas y vimos un análisis horizontal y vertical del isomorfismo de medidas (ver explicación en el marco teórico), este análisis realizado por los grupos “permite dilucidar completamente las relaciones que intervienen en una multiplicación, y mostrar así que la multiplicación más elemental hace intervenir, de hecho, un cálculo relacional referido a cuatro cantidades y varios tipos de operaciones.” (Vergnaud, 1991, p.204.).

Entonces, los análisis horizontales o verticales llevaron a los estudiantes a considerar cómo las diferentes características de la construcción estaban relacionadas y cómo debían integrarse proporcionalmente. Esta mirada les permitió asegurarse de que cada sección de la construcción estuviera en armonía con el precio y la cantidad correcta. Además, se evidenció este análisis en su capacidad para descomponer el problema en elementos a través de la división, lo que facilitó el cálculo de los costos y la cantidad de adobes necesarios para el área específica.

Con la segunda pregunta buscamos que los estudiantes le dieran el sentido a la operación que debían hacer o necesitaban para resolver la situación, esta pregunta fue la siguiente. *Para la*

construcción de la pared que mira hacia el coliseo se usaron 17 adobes en una de las filas, ¿Cuántos adobes se necesitarán para construir 9 filas?

Figura 33. Respuestas de los estudiantes al problema de las filas y los adobes (1)

$$\begin{array}{r}
 2^{\circ} \quad 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 17 \\
 \hline
 153
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 \hline
 153
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 153 \\
 153 \\
 \hline
 306 \\
 \div 2 \\
 \hline
 153
 \end{array}$$

Tota 153

$$\begin{array}{r}
 6 \\
 17 \times \\
 \hline
 102 \\
 9
 \end{array}$$

R/ se necesitan 153 adobes

Los resultados brindados por los estudiantes en la figura 33 dan cuenta de cómo un grupo usó la suma reiterada para llegar a la respuesta, la cual fue incorrecta; mientras que otros hicieron el razonamiento de usar la multiplicación de una forma más práctica mostrando como lo menciona Maza (1998) “la multiplicación como un producto cartesiano de manera que el resultado se obtenga multiplicando directamente (sin mediar suma reiterada)” (p. 27). Entonces, en lugar de ver la multiplicación solamente como una suma reiterada, los estudiantes evidenciaron que representan esta solución a partir de problemas de razón, lo que fortalece su base conceptual en matemáticas.

Finalmente, por medio del resultado del problema anterior los estudiantes calcularon el precio que tendría comprar los adobes necesarios para finalizar la pared, usando las diferentes estrategias de solución mencionadas anteriormente como se muestra en la figura 34.

Figura 34. Respuesta de los estudiantes al problema de las filas y los adobes (2)

The figure shows two pages of handwritten student work on grid paper. The left page contains two calculations. The first is a vertical multiplication of 14 by 9, resulting in 126. The second is a vertical multiplication of 2800 by 153, resulting in 428400. A handwritten note next to the second calculation reads: 'R= se presentan 153 adobes para construir 9 filas'. The right page shows a horizontal multiplication of 753 by 2800, resulting in 428400. A handwritten note next to it reads: 'El precio de los adobes para la pared de nueve filas son 428.400'.

En las respuestas de los estudiantes evidenciamos cómo su capacidad para resolver problemas se fortaleció no solo en el sentido de las estructuras multiplicativas, sino que también trascendió el conocimiento al uso de las propiedades en este caso la propiedad conmutativa, en los problemas resueltos por cada grupo “tienen una gran importancia (casi exclusiva en algunas aulas) incluyen una acción multiplicativa que diferencia con claridad el papel del multiplicando y el multiplicador” (Maza, 1998, p. 63). Esto es fundamental en la comprensión de las estructuras multiplicativas en el sentido que, al asimilar la propiedad conmutativa, los estudiantes no solo realizan cálculos mecánicos en donde no hay razonamiento ni comprensión, sino que también

analizan por qué la propiedad es válida, ayudándoles a internalizar el concepto de multiplicación y les permite aplicarlo de manera adecuada a diferentes situaciones problemas.

5.2 Nuestra construcción, nuestra responsabilidad: La carta a la rectora

Al iniciar la clase ocurrió algo muy curioso, valioso y significativo para el desarrollo de la clase, mientras preparábamos el espacio de la clase Tiago y Noe se acercan a nosotros para saludarnos y conversar de diferentes cosas mientras se inicia la clase, en ese momento, Noe le pregunta a Tiago: *¿cuántos cuadritos tendrá el tablero?* a lo que Tiago contesta... *mmm... no se ¿cómo podríamos saberlo?*, nos pregunta Tiago.

Nosotros al escuchar esta pregunta aprovechamos la oportunidad para alentarlos a desarrollar una posible solución dándoles un pequeño espacio en el tablero, uno de nosotros se quedó con ellos en el tablero, mientras otro daba una pequeña introducción de lo que se iba a tratar la clase a los demás estudiantes.

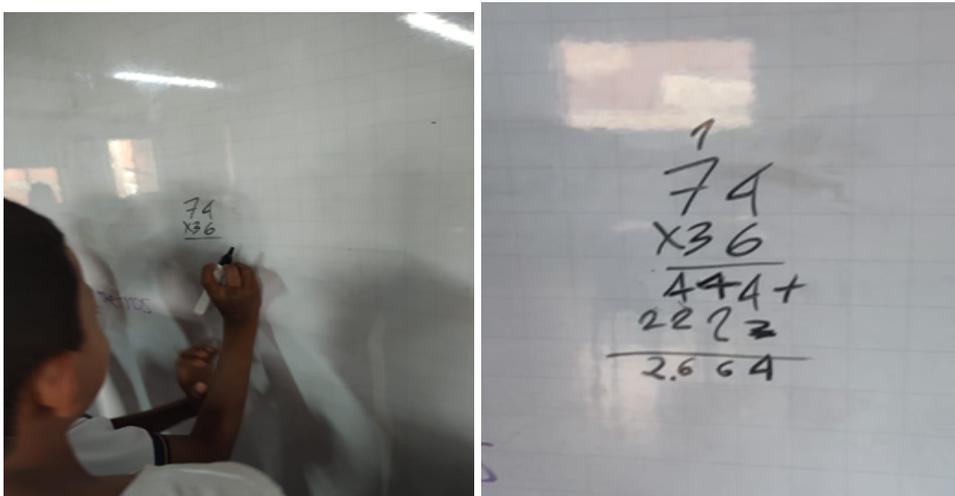
Es así que para generar en ellos un análisis crítico en la resolución de una posible respuesta a esta interrogante se les preguntó *¿Cómo podrían llegar a saber cuántos cuadrados tiene este tablero?* Ambos se miraron y llegamos a la siguiente conversación junto con el profesor.

- *Noé: mmm... pues midiendo cada cuadrito con un metro o regla*
- *Profesor: si, podría ser una posible solución, pero como en este momento no contamos con esos instrumentos ¿de qué otra manera podríamos saber cuántos cuadrados hay en total en la superficie de este tablero?*
- *Tiago: tengo una idea, que no se si funcionara*

- *Profesor: muy bien, cuéntame, que idea tienes*
- *Tiago: y si contamos los cuadros de esta esquina a esta otra esquina y también los cuadros de esta esquina de arriba hacia abajo y después multiplicamos el resultado*
- *Profesor: muy bien, inténtalo para ver que te da*

En ese momento nos sorprendimos gratamente al escuchar la respuesta de Tiago ya que encontró una solución a un problema el cual se generaron ellos mismos en su rol de estudiantes en un espacio cotidiano para ellos, ya que como estudiantes el tablero de clase es un instrumento que ven 5 horas al día durante muchos años de su vida académica. Después de contar los cuadros, Tiago y Noe llegan a la conclusión que el tablero tiene 74 cuadros de largo por 36 cuadros de alto tal y como se muestran en la siguiente figura:

Figura 35. Solución al problema de los cuadrados del tablero del salón



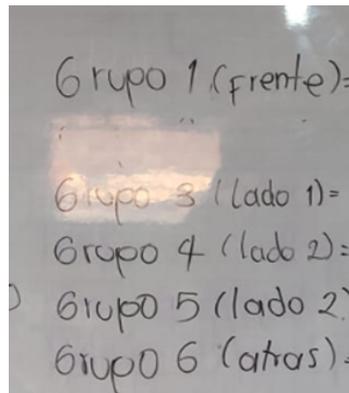
Nota. Solución encontrada por Noe y Tiago.

Al llegar a esa respuesta les hicimos la pregunta ¿Qué concepto creen que aplicaron para llegar a esa respuesta? Ellos respondieron que la multiplicación y después de una pausa Tiago

complementó: “también creo que es algo relacionado con el perímetro”. Esto nos dejó sorprendidos, porque sin nosotros planearlo, realizaron un ejercicio de resolución de problemas usando la multiplicación como apoyo en su solución y sin tenerlo planeado nosotros en la investigación, porque como plantea Moura (2016) “en AOE tanto profesor como alumno son sujetos activos y como sujetos se constituyen a sí mismos” (p. 111), esta idea que tanto el profesor como los estudiantes son generadores de conocimiento que comparten un espacio físico; también podemos ver que los conocimientos previos y la interacción social puede llegar a ser relevante al interior del aula de clase tal y como lo sugiere la perspectiva histórico-cultural.

Después de esto, pasamos a explicar la primera parte de la actividad que se iba a realizar, la cual consistía en trabajar en grupos de cuatro personas, en el primer momento la intención fue salir al lugar de la construcción para que ellos tomen medidas en sus grupos de trabajo. Para hacerlo de forma organizada cada grupo de trabajo tenía la tarea de tomar medida a muros diferentes tal y como se muestra en la siguiente figura.

Figura 36. *Repartición de los grupos de trabajo.*



Para llegar a ciertas conclusiones, generalizamos ciertas medidas para facilitar las conclusiones, a las cuales debían llegar los estudiantes; por ejemplo, decidimos que 5 hileras de

adobes tienen como medida 1 metro de altura sin tomar en cuenta la mezcla de cemento que está entre adobes y adobes. Esto se hizo con la intencionalidad de no confundir a los estudiantes que contaban con una cinta métrica a la hora de realizar la medida, también decidimos que la altura del aula de clase la cual se iba a construir era de 3 metros de altura (casi todos los muros estaban a medio construir, generalmente de 1 metro de altura).

Teniendo en cuenta las condiciones anteriores al llegar a la construcción los grupos de trabajo utilizaron diferentes estrategias para encontrar la cantidad de adobes necesarios para construir el muro que se les asignó. Nuestros protagonistas en esta investigación estaban trabajando de la siguiente forma: Valentina, Santi y Alex trabajaron en el grupo 1, Andrea, Noe y Tiago en el grupo 6.

El grupo 1 tenía una desventaja particular respecto a los otros grupos: no tenían ninguna muestra que los ayudara a contar los adobes a lo largo ya que este muro estaba revocado. Ellos decidieron entonces encontrar la respuesta de la siguiente forma: tomaron un adobe para trasladarlo a lo largo de la pared y así poder saber cuántos adobes cabían a lo largo del muro, así como se muestra en la siguiente figura.

Figura 37. Estrategia usada por el grupo 1.



Por medio de esta solución creativa lograron encontrar respuesta a este problema porque, como mencionan Ayllón et al. (2016) “cuando una persona se enfrenta a resolver un problema, a priori, le supone una tarea no demasiado fácil, constituyendo además un desafío con el que desarrollará su creatividad y sus habilidades matemáticas” (p.4) el desafío en este caso era encontrar un medio creativo el cual fuera suficiente para poder solucionar el problema.

El grupo 6, en el que estaban Tiago, Noe y Andrea, contaron los adobes que estaban contruidos a lo largo del muro, de repente Tiago nos llama y nos pregunta: “¿profes... cierto que es lo mismo que lo que hicimos Noe y yo hace un rato con el tablero?”

En ese momento nos sorprendimos gratamente, recordaron y aplicaron un conocimiento anterior sin necesidad de ser sugerido por nosotros. Entonces llegaron a la conclusión que, si 5 hileras de adobes son iguales a 1 metro, entonces 15 hileras son 3 metros, es así como multiplicaron 15 por la cantidad de adobes de largo que tenía el muro para encontrar la respuesta.

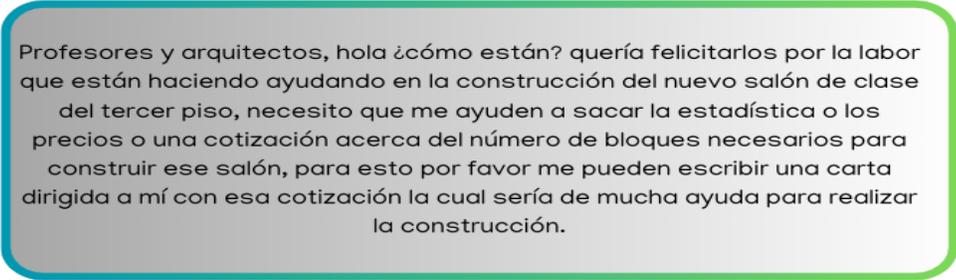
Figura 38. Tiago y Noe contando los adobes.



Después de 30 minutos en donde los grupos de trabajo desarrollaron sus estrategias para encontrar el número de adobes correspondientes al muro asignado, regresamos al salón de clase

en donde, todavía reunidos en grupos de trabajo les dimos a escuchar un audio de la rectora (Lina) de la institución, el cual será plasmado en la figura 39.

Figura 39. *Transcripción del audio de la rectora de la institución.*

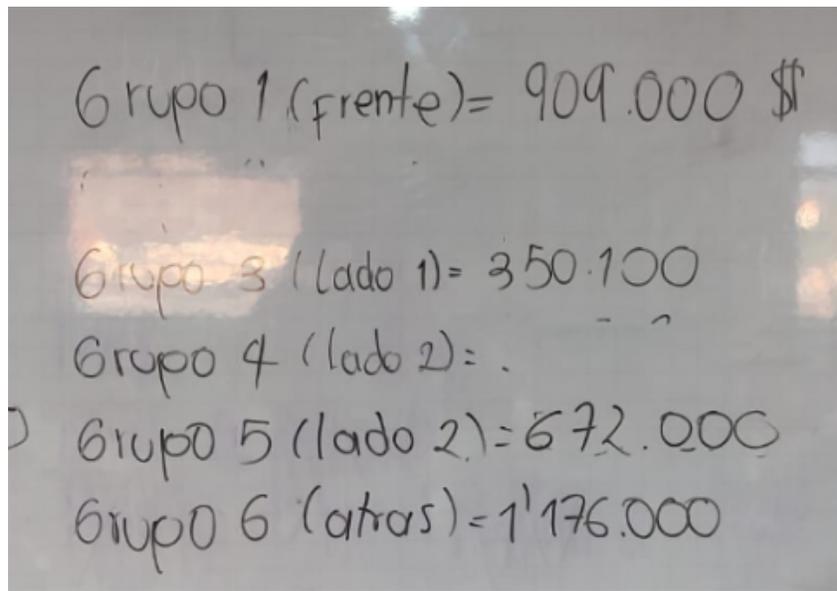


Profesores y arquitectos, hola ¿cómo están? quería felicitarlos por la labor que están haciendo ayudando en la construcción del nuevo salón de clase del tercer piso, necesito que me ayuden a sacar la estadística o los precios o una cotización acerca del número de bloques necesarios para construir ese salón, para esto por favor me pueden escribir una carta dirigida a mí con esa cotización la cual sería de mucha ayuda para realizar la construcción.

Nota. Transcripción del audio enviado.

Los estudiantes se emocionaron mucho al saber que la rectora se estaba dirigiendo a ellos y que estaba buscando ayuda para la construcción del nuevo salón de clase, antes de dar las instrucciones para realizar la carta, les dijimos que encontrarán el precio correspondiente al muro que les había tocado, teniendo en cuenta el precio de un adobe el cual mencionó el ingeniero Diego en la actividad anterior, después decidimos sacar un espacio de reflexión para saber la respuesta de cada grupo de trabajo, sobre cuántos adobes se necesitan en cada pared (ver figura 40).

Figura 40. *Respuestas de los estudiantes.*



El grupo 1, que estaba conformado por algunos de los estudiantes protagonistas de esta investigación Valentina, Santi y Alex, gracias a la estrategia creativa que usaron, llegaron a la conclusión de que necesitan aproximadamente 324 adobes para construir la pared del frente y que al multiplicarlo por 2.800 pesos que vale un solo adobe, según el ingeniero Diego, el resultado sería 909.000 pesos más o menos.

Después el grupo 3, al cual le correspondía la pared del frente, mencionó que contaron solo una hilera de adobes y que después solo la sumaron 15 veces más, que es el número de hileras necesarias para tener 3 metros de altura. Esta solución nos pareció muy creativa ya que ningún otro grupo usó este método de sumar las hileras cierta cantidad de veces. Después ellos lo multiplicaron por 2.800 pesos que es lo que vale cada adobe y así llegaron al resultado de 350.100 pesos. Se les preguntó a los demás equipos de trabajo hasta llegar al grupo 6 en el que se encontraban los otros protagonistas de esta investigación.

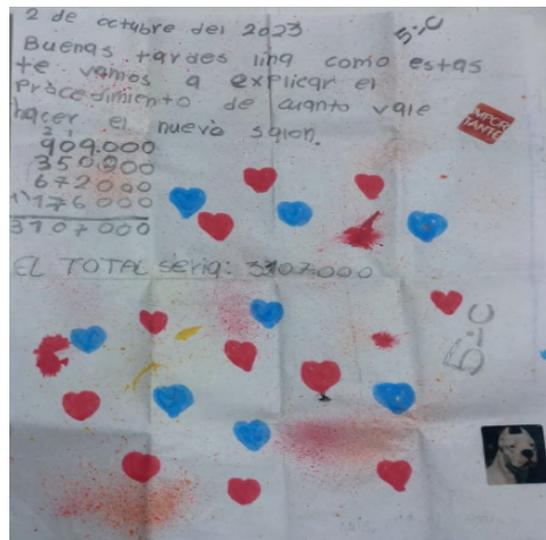
El grupo 6 conformado por Tiago, Noe y Andrea, para encontrar la solución a este problema, aplicaron el procedimiento que realizó Tiago y Noe al iniciar la clase, el cual fue

contar el número de cuadrados que tiene el tablero. Entonces, contaron el número de adobes que tenía una hilera de izquierda a derecha la cual tenía 28 adobes y después el número de adobes necesarios para tener 3 metros de altura que son 15, al hacer eso multiplicaron 28 por 15 el cual les dio 420 adobes que son los de la pared de atrás. Queremos resaltar que al grupo 1 y el grupo 6 les tocó los muros de mayor longitud, todo con el fin de exigirlos en la búsqueda de los resultados. Después hicieron lo mismo de los otros grupos y multiplicaron 420 por 2.800 pesos que dio como resultado 1.176.000 pesos, que es lo que costaría construir esa pared.

Después de hacer este ejercicio con cada grupo de trabajo, pasamos a explicarles el ejercicio de la carta. Les dijimos que la idea es que hagan una carta dirigida a la rectora Lina con el presupuesto del precio de los adobes que necesita para construir el salón de clase, es así como empezaron a realizar las cartas muy ilustradas, muchos hicieron sobres, decoraciones muy bonitas y mensajes de apoyo dirigidos a la rectora.

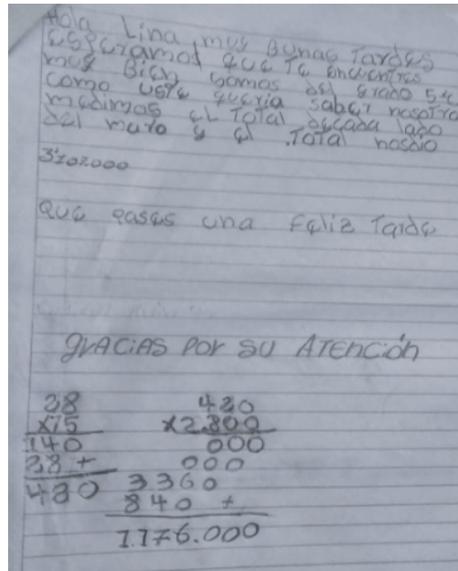
El grupo 1 realizó una carta con detalles muy coloridos, tomaron todos los datos brindados por los demás grupos y los sumaron, en esta se puede ver cómo sumaron todos los resultados que se muestran en la figura 41 para llegar a la respuesta.

Figura 41. Carta del grupo 1.



El grupo 6 realizó varios procedimientos para llegar a la respuesta final y plasmándolos en la carta (ver figura 42) dieron el mismo resultado que el grupo 1 y también agregaron las operaciones que realizaron de la pared que les tocó en su grupo de trabajo.

Figura 42. Carta del grupo 6.



En el desarrollo de la AOE: “nuestra Construcción, nuestra responsabilidad: La carta a la rectora”, se presentaron intereses y estrategias particulares de los estudiantes para encontrar múltiples soluciones de un problema cotidiano, esto condujo a los investigadores a crear nuevas dinámicas en el entorno educativo para la otra AOE, que tuviesen en cuenta los gustos y necesidades de los estudiantes.

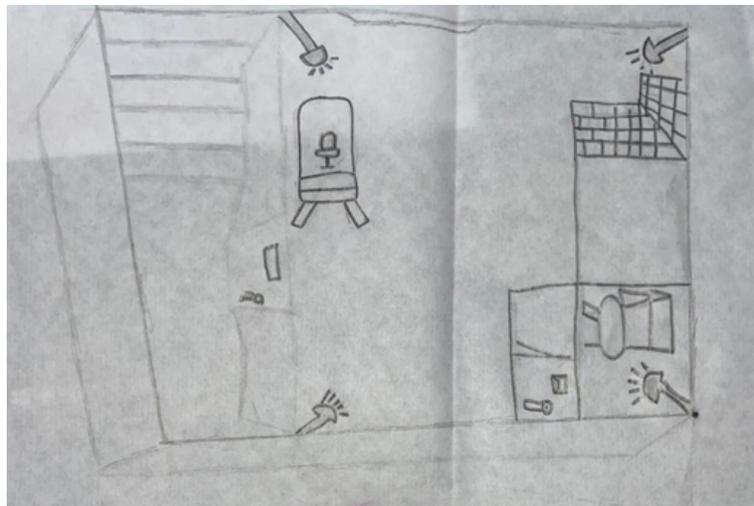
5.3 Diseñando y edificando a escala

El análisis de esta última actividad se da en la medida que los estudiantes transformaron sus ideas en planos tangibles, y pudieron experimentar cómo las decisiones de diseño se traducen en la representación matemática de un espacio como se muestra en la figura 43. Además, su creatividad salió a relucir, visualizaron espacios como un baño situado en una esquina pequeña para aprovechar todo el salón, material audiovisual para las clases, zonas de juegos, sillas “masajeadoras”, hasta un ascensor para llegar a este tercer piso. Para llegar al salón soñado, el trabajo en equipo fue indispensable, pues cada uno de los miembros del grupo dio libremente sus

ideas quedando plasmadas en una sola, veremos una conversación entre los estudiantes, para llegar al consenso de su idea final.

- ✓ Andrea: “para no subir tantas escaleras deberíamos hacer un ascensor.”
- ✓ Tiago: “hum, también que tenga el baño, que pereza venir hasta acá, es que uf eso queda lejos ¿si o qué?”
- ✓ Valentina: “miren, se acuerdan que nos montamos en un muro por las escalas para medir, ahí atrás puede quedar el baño”

Figura 43. Dibujo de plano realizado por uno de los estudiantes



A través de los diálogos que surgieron en torno a las medidas a escala, se planteó a los estudiantes de nuevo la pregunta:

Ahora viendo esto, ¿cómo podríamos disminuir las medidas del salón a una escala que nos permita trabajar en nuestro proyecto?

Les recordamos las unidades de medida, como el metro y el centímetro, para darles una visión de lo que necesitaríamos. A partir de esto, el estudiante Noe respondió:

Entonces podemos usar centímetros porque no nos va a caber el metro en una hoja.

De ahí se llegó al acuerdo de que se utilizaría una escala específica para este proyecto en donde *un metro sería equivalente a tres centímetros*. Esta elección de una escala precisa sería fundamental para garantizar que las dimensiones de la construcción a escala fueran proporcionales a las del salón real, lo que añadió un elemento matemático esencial al proyecto y reforzó la importancia de las medidas en la construcción y la forma de estas.

Luego, cuando los estudiantes empezaron a plasmar sus planos, se presentaron ciertas dificultades debido a que las medidas no eran iguales, lo que resultaba en que la gráfica no les proporcionaba un rectángulo o cuadrado como ellos lo esperaban, incluso una de sus opciones fue preguntar si podían poner dos de las medidas iguales para facilitar el dibujo, “profe podríamos poner esta raya derecha para que se vea mejor” Valentina. Al explicarles porqué eran necesarias las medidas adecuadas, todos los estudiantes perseveraron y superaron este obstáculo. Con esfuerzo y trabajo en equipo, lograron realizar sus planos a escala de manera exitosa.

Figura 44. *Elaboración del plano a escala*



A medida que los estudiantes se involucraron en el proceso de compra y construcción, se produjo un interesante cambio en sus métodos. Inicialmente, muchos de ellos estaban ansiosos por comprar materiales sin detenerse a analizar cuidadosamente lo que realmente necesitaban, teniendo en cuenta que “lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan. Esta idea puede tomar forma poco a poco o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto una "idea brillante” (Polya, 1989, p. 30) Sin embargo, a medida que avanzaba la actividad, los grupos se daban cuenta de la importancia de la planificación en la construcción, tener un plan de compra con cantidades y costos definidos, pues sin esto no era posible la venta, además el equipo sirvió para validar las respuestas y poder calcular lo que necesitaban tal y como se muestra en la siguiente conversación:

- *Valentina: profe me das 500 pesos en adobes*
- *Profesor: ¿cuánto me debe pagar y para qué tan rápido esa cantidad de material?*
- *Valentina: es que después todos los demás no los quitan y quedamos sin nada*
- *Profesor: pero ¿seguros necesitan tantos?*
- *Valentina: jaja no profe, vamos a mirar a ver ¿tenemos que hacer cuentas?*
- *Profesor: ¿entonces como saben la cantidad exacta que me deben pagar?*

- *Noe: a pues claro, es que no piensan, vamos a hacer cuentas*

Es por esto que los equipos de trabajo se convirtieron en espacios en donde intercambiaban ideas y ejecutaban diferentes estrategias, tanto en la compra como en la elaboración, ejecutando así el plan anterior. Los estudiantes dialogaban activamente sobre cómo organizar los adobes de manera efectiva y calculaban las cantidades necesarias en el momento para llevar a cabo su proyecto, En palabras de Moura et al. (2016), “En AOE la resolución de la situación problemática por parte de los estudiantes debe realizarse de forma colectiva. Esto ocurre cuando a los individuos se les brindan situaciones que implican compartir acciones para resolver una situación determinada que surge en un contexto determinado.” (p.122.)

Durante la actividad, se escuchaban conversaciones sobre cómo distribuir los materiales y cómo asegurarse de que cada billete fuera utilizado de manera eficiente y correcta para ganar tiempo. Los estudiantes se sintieron motivados a realizar cálculos precisos y a abordar con seriedad el desafío de la compra, ya que sabían que su éxito dependía de la correcta resolución del problema que estaban enfrentando como se muestra en la figura 48.

Figura 45. *Estrategia creativa para el conteo de adobes*



Los estudiantes demostraron un notable grado de creatividad para determinar la cantidad de adobes necesarios. Utilizaron el lápiz como herramienta para tomar medidas precisas de un adobe pequeño y luego aplicaron un cálculo simple pero efectivo: calcularon cuántos adobes necesitarían para completar la base y la altura de la construcción, en este sentido la creatividad jugó un papel esencial citando a García, (1998) “el sujeto hace uso de su pensamiento crítico y su sensibilidad a los problemas, haciéndose consciente de la necesidad de crear, de solucionar un problema o de exteriorizar unas ideas que le estaban preocupando.” (p.156)

Esta estrategia demuestra su capacidad para abordar problemas de manera innovadora, combinando elementos cotidianos, matemáticos y personales (que es donde entra en juego la creatividad) para llegar a una solución práctica. La creatividad de los estudiantes en este enfoque resalta la importancia de fomentar la resolución de problemas con una mente abierta y la disposición para explorar diversas estrategias para llegar a respuestas precisas y efectivas.

Figura 46. Construcción de salón a escala



Por otra parte, la actividad hizo evidente una interesante reflexión por parte de los estudiantes cuando se les confrontaba por ciertas respuestas haciendo evidente el proceso de validación o visión retrospectiva “Reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella” (Polya, 1989, p.34) pues en su afán por comprar no se detenían a analizar sus resultados, como se hará evidente en la conversación:

- ✓ Estudiante: “profe me vende 20 adobes”

- ✓ Profesor: “¿cuánto debes de pagar?”

- ✓ Estudiante: “Profe, ah, son 4.800”

- ✓ Profesor: “si un adobe cuesta 2.800, ¿crees que 20 si pueden costar 4.800?”

- ✓ Estudiante: “jajaja ay profe obviamente no, ¿me espera?”

En esta conversación no solo se hace evidente el proceso de retrospectiva, si no que muchos estudiantes llegaron a la respuesta a través en ensayo y error teniendo en cuenta que, según Maza, (1998) “hay problemas multiplicativos que pueden empezar por el ensayo y error” (p. 31) y de esta manera dar un fruto de reflexión y métodos aplicados correctamente como los que vivieron los estudiantes.

A medida que avanzaban en la actividad, se daban cuenta de que no tenía sentido que el costo de un adobe o cualquier otro material fuera menor que la unidad básica de medida o que mucha cantidad de material tuviera un costo similar al de una sola unidad. Este ejercicio destacó la

importancia del razonamiento en las compras, lo que enriqueció su comprensión de las operaciones matemáticas y la resolución de problemas que debe de estar guiada:

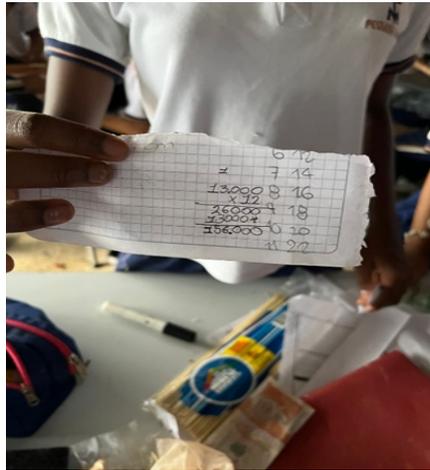
Por el proceso de razonamiento en el ámbito de las situaciones problemas que generen la capacidad de interacción, describiendo, analizando, interpretando, generando hipótesis, comprobando caminos de posible solución, categorizando, modelando, representando, para al final reflexionar sobre la validez de su solución y los criterios que considera factibles para confiar en todo su proceso de matematización. (López, 2015, p.30)

Adicional, durante la compra y venta de materiales se vivió la resolución de problemas a través del lenguaje verbal y la comunicación como señala Rivera, (2014):

cuando el estudiante verbaliza sus razonamientos tiene la posibilidad de clarificar sus ideas, organizarlas y reorganizarlas de tal manera que pueda identificar argumentos imprecisos que no tienen justificación e inconsistencias en sus razonamientos, lo que se concibe como un ejercicio de auto-reflexión y auto-evaluación acerca de lo que se explica o afirma, en otras palabras, el estudiante reflexiona sobre lo que aprende. (p.72)

Los estudiantes debían razonar sobre diversas situaciones, usar el isomorfismo de medidas y ponerlo en práctica en sus equipos de trabajo, un ejemplo de esto paso cuando la estudiante Andrea se acerca a comprar 12 varillas las cuales tenían un costo de \$ 13.000, ver figura 47. Mientras estaba esperando su compra, pregunta ¿profe puedo comprar más? Otras 6. A esto se le responde ¿entonces cuánto tendrías que pagar? La estudiante decide ir a su puesto y hacer los cálculos necesarios para comprar otras seis varillas haciendo uso de esta manera del isomorfismo de medidas.

Figura 47. Operación para la compra de varillas



Por otro lado, las estrategias creativas que utilizan los estudiantes no solo se evidencian al realizar cálculos, sino que también lo son al construir escalas. Un desafío importante al que se enfrentaron fue cumplir con las dimensiones permitidas, especialmente la altura del muro.

Para resolver este problema, los estudiantes encontraron una solución. Hicieron los cálculos necesarios para asegurarse de que su proyecto no excediera la altura especificada y utilizaron una regla como herramienta útil para medir y ajustar con precisión la altura como se muestra en la figura 48. Esta combinación de cálculo y uso de herramientas demuestra su capacidad para aplicar las matemáticas de forma práctica y creativa en situaciones cotidianas.

Figura 48. Estudiantes ajustando la altura de la construcción a escala



A lo largo de toda la experiencia vivida se destaca la importancia de la resolución de problemas matemáticos en un contexto práctico y real. Los estudiantes no sólo practicaron operaciones matemáticas, sino que también desarrollaron habilidades de trabajo en equipo al discutir y verificar sus respuestas con sus compañeros, cobrando sentido lo planteado por Moura et al, (2016) cuando plantean “las acciones individuales adquieran significado social y personal en la división del trabajo del colectivo; y reflexionar sobre la eficiencia de las acciones que realmente condujeron a los resultados inicialmente idealizados.” (p.117).

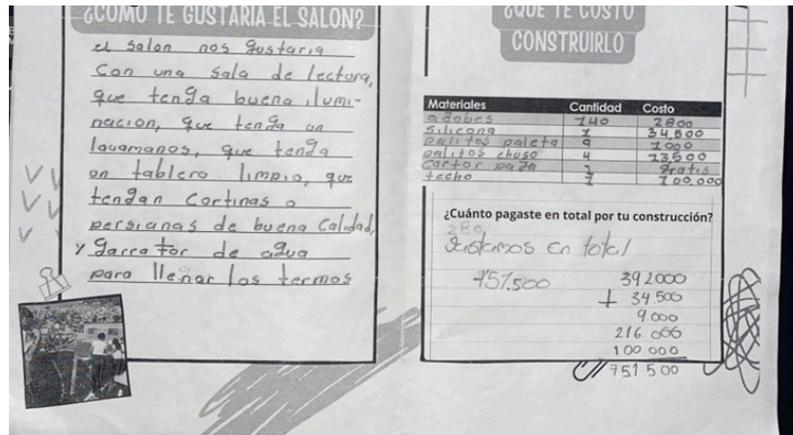
En este sentido el desarrollo de la guía en equipos permitió que aplicaran su comprensión de las estructuras multiplicativas en una situación auténtica y, al hacerlo, fortalecieron su habilidad para abordar problemas matemáticos complejos y colaborar adecuadamente.

Algunos de los equipos no llevaban registros para determinar cuántos adobes habían comprado anteriormente. Es por esto que se observaron dos formas innovadoras para solucionar el problema. Por un lado, un grupo de estudiantes optó por un método de conteo: contaron cada

adobe que usaron por separado y a partir de ese conteo realizaron los cálculos necesarios. En cambio, otro grupo aplicó una estrategia más rápida,

Observaron si se encontraba la misma cantidad de adobes en cada fila de paredes y hallaron el total a través de una multiplicación, en este momento de la actividad se hicieron evidentes algunas estrategias de razón y combinación y el isomorfismo de medidas para dar respuesta a la situación problema.

Figura 49. Guía final de AOE



Para encontrar el total necesario cada grupo puso la cantidad que habían usado, realizaron las operaciones por separado y finalmente sumaron cada resultado para hallar el total.

Finalmente, el trabajo en equipo se convirtió en un aspecto fundamental de la actividad, ya que los estudiantes descubrieron que era más efectivo y enriquecedor cuando revisaban las operaciones de sus compañeros para hallar cada aspecto necesario y completar su trabajo. Esta colaboración no solo les permitió corroborar la precisión de sus cálculos, sino que también fortaleció su capacidad para razonar matemáticamente y resolver problemas de manera conjunta.

La actividad de cierre de este proyecto da cuenta del trabajo realizado a lo largo de las AOE. Los estudiantes incorporaron todos los conocimientos adquiridos durante su investigación y aplicaron sus habilidades matemáticas de manera efectiva. El producto final que lograron, que era precisamente el objetivo inicial de la investigación, fue un testimonio sólido de su compromiso, esfuerzo y capacidad de aplicación de conceptos abstractos en situaciones reales.

Figura 50. Collage del producto final de la AOE



5.4 Entrevista

Esta entrevista la realizamos a los estudiantes protagonistas de esta investigación, en la cual se destacan puntos importantes que se pueden tener en cuenta en investigaciones futuras o como apoyo a colegas investigadores que quieran realizar una investigación parecida. Aquí se destacó la importancia de las clases en diferentes espacios, también se analizan algunos motivos, mediaciones y desencadenantes de aprendizaje que se vivieron a lo largo de esta investigación.

Esta entrevista consistió en realizar varias preguntas a los participantes principales de la investigación. Para esto nos trasladamos a la construcción del nuevo salón de clase, lugar donde se desarrolló el proceso más significativo de la investigación y lograr tener un ambiente con un sentido familiar y diferente a lo convencional. A continuación, se redactará la entrevista tal y como se vivió el día que se realizó, gracias a que se grabó todo el proceso, con fines académicos solo se tendrán en cuenta las respuestas más relevantes para nosotros como investigadores.

La primera pregunta que se hizo fue:

¿Cómo se sintieron en todo el proceso de esta investigación?

- **Andrea:** yo me sentí bien porque en ninguna materia nos habían sacado para ver temas como lo de los perímetros, medidas... pues si habíamos trabajado eso, pero no como tan haciéndolos... viviéndolos, aprendimos mucho de las medidas, de los precios, también de cómo podríamos hacer nuestras casas.

Segunda pregunta:

Mientras realizamos la investigación ¿sintieron algún cambio a las clases normales? ¿fue algo bueno o malo? ¿les gustó?

- ✓ **Valentina:** sí se sintió mucho el cambio porque antes solo era el televisor o el tablero, pero en este ya nos sacaron y todo eso y eso me gustó mucho.

- ✓ **Noe:** pues ningún profesor nos había sacado a hacer esto, porque siempre estamos en el salón y si salimos es porque es clase de educación física o así... pero en matemáticas

siempre es en el salón, también me gustó que las actividades eran en grupo, también porque uno aprendía a construir una casa en grupo y me puso a pensar que si hacer una casa así pequeñita es difícil no me imagino como será hacer una de verdad.

Tercera pregunta:

¿Qué creen que aprendieron de matemáticas? conceptos y demás cosas matemáticas

✓ **Alex:** pues muchas cosas mmm... perímetro, área, sumar varias cosas a la vez...

aprendimos precios de las cosas y también el cómo calcular la medida de algo y también a hacer planos.

Cuarta pregunta:

¿Se sintieron identificados con las actividades propuestas en la investigación?

✓ **Tiago:** profe en varias cosas, porque vimos la historia de nuestro barrio y es algo que yo

no sabía, también porque nos mostraron que desde el inicio habían casas de madera y de plástico... mi abuela en los tiempos de antes su casa era así... pues cuando no teníamos la casita de ladrillos.

En conclusión, la autoevaluación y regulación generadas en este momento se convirtieron en un componente esencial y que debe de estar presente en las AOE pues en palabras de Moura (2016) “Es a través de estas acciones que el estudiante podrá evaluar sus propias condiciones al inicio de su trabajo, su recorrido y los resultados alcanzados durante la actividad.”

(p.98) esta etapa de la investigación permitió a los estudiantes reflexionar sobre el proceso vivido e identificar conscientemente los conocimientos adquiridos y el proceso llevado. La autoevaluación vista en este caso como entrevista refleja cómo el contexto y la cultura desempeñan un papel clave en la apropiación del conocimiento. Esta autoevaluación intencional conduce a una comprensión más profunda y duradera de los conceptos matemáticos y promueve un aprendizaje significativo.

Así mismo, los estudiantes, al participar en una reflexión consciente y abordar problemas matemáticos desde sus experiencias culturales y sociales, revelan la profunda conexión entre la formación de su conciencia y la naturaleza social de la actividad educativa, pues “la formación de la conciencia reafirma el carácter social de la actividad, ya que su constitución y el proceso a través del cual se desarrolla el pensamiento teórico, están mediados por las relaciones que se establecen con el otro, en los espacios de interacción social” (Agudelo, 2016, p. 171). En este contexto, la actividad consciente de los estudiantes no sólo implica la reflexión personal, sino que también se enriquece con la interacción con los demás, incorporando sus perspectivas y experiencias. Esta interacción social no sólo reafirma la naturaleza colectiva del aprendizaje, sino que también enfatiza la importancia de reconocer y aplicar el conocimiento de manera relevante en la vida cotidiana, conectando así las experiencias individuales con el contexto social más amplio.

La entrevista finalmente refleja cómo se vive y se vuelve una realidad la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje al estar en juego la apropiación del conocimiento de los estudiantes y la organización de la enseñanza por parte del profesor para llegar a un fin, las cuales los estudiantes en su discurso identificaron y fueron conscientes de que el proceso llevado a cabo

se culminó de manera exitosa, se sintieron identificados y fue agradable en las clases. Lo anterior se puede reflejar citando a Moura, (2016) cuando menciona que:

No hay significado en la actividad docente si no se materializa en la actividad de aprendizaje; a su vez, no existe una actividad de aprendizaje intencional y no se realiza de manera consciente y organizada a través de la actividad docente (P.115)

6. Consideraciones finales

La pregunta que movilizó la investigación fue *¿Cómo las Actividades Orientadoras de Enseñanza posibilitan el proceso de la resolución de problemas relacionados con la estructura multiplicativa?* Esta pregunta, en su esencia, nos llevó a explorar la intersección entre las AOE, la resolución de problemas y la estructura multiplicativa desde la Teoría histórico-cultural. Al plantearla, nos sumergimos en un campo conceptual para comprender cómo las AOE influyen en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes. A lo largo de nuestra investigación, esta pregunta nos impulsó a observar, analizar y reflexionar sobre la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje y nos permitió revelar cómo las actividades orientadas de enseñanza pueden abrir puertas para un aprendizaje matemático lleno de significados.

Sin lugar a dudas, la implementación de las AOE no solo nos permitió acercarnos a los estudiantes desde sus necesidades, motivos e intereses, sino que también nos brindó herramientas para promover un aprendizaje matemático significativo en el contexto de la resolución de problemas a partir del contexto y las estructuras multiplicativas (isomorfismo de medidas). Las AOE han demostrado la importancia de la interacción social, la negociación de significados entre los estudiantes y la construcción colectiva del conocimiento, enriqueciendo de manera notable nuestra investigación. Así mismo, logramos identificar las estrategias utilizadas por los

estudiantes, sus enfoques creativos para abordar desafíos matemáticos y cómo han mantenido su motivación al relacionar las matemáticas con su entorno cotidiano.

6.1 Contexto como elemento motivador.

Hemos observado que cuando los estudiantes son capaces de relacionar problemas matemáticos con situaciones de la vida diaria o de la historia, están más decididos y motivados para resolverlos porque no lo ven como un tema aislado que debe resolverse mediante una simple pregunta de compromiso. Este enfoque ha demostrado ser eficaz para aumentar la capacidad de los estudiantes para participar activamente en la resolución de problemas porque pueden ver la relevancia de las matemáticas para su entorno y cultura.

También se ha demostrado que el uso de materiales tangibles es una estrategia eficaz para el aprendizaje de las matemáticas. Al proporcionar a los estudiantes objetos concretos que puedan manipular y visualizar, podemos brindarles una comprensión más sólida de los conceptos matemáticos a través de la cual pueden probar hipótesis y trabajar con ellas para abordar necesidades específicas, además de utilizar el material para mediciones de investigación. como isomorfismo, los cuales son elementos analíticos en el estudio.

En el mismo sentido, tener en cuenta la resolución de problemas prácticos aportó a que sirviera como elemento motivador, al enfrentar a los estudiantes a desafíos reales que involucran las estructuras multiplicativas, pues analizamos que se ha promovido un pensamiento crítico y la aplicación de conceptos teóricos en contextos concretos. Esto no solo fortalece sus habilidades matemáticas, sino que también les brinda la confianza para enfrentar problemas de la vida real que involucran las matemáticas.

Finalmente, el cambio de espacio pedagógico ha resultado ser un factor relevante en la actividad de enseñanza y de aprendizaje. Al trasladar a los estudiantes a un entorno diferente al aula tradicional, hemos estimulado su curiosidad y creatividad. El entorno físico influye en la percepción y la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje (sus motivos). Este cambio de lugar ha contribuido a crear un ambiente de aprendizaje más dinámico y motivador.

6.2 Campos conceptuales: estructuras multiplicativas (isomorfismo de medidas) - resolución de problemas.

En el transcurso de la investigación hemos logrado avances significativos en la resolución de problemas relacionados con estructuras multiplicativas, especialmente en el marco de los isomorfismos de medición, considerando que son procesos largos y su desarrollo lleva tiempo, sin embargo, la diferenciación de etapas se realiza mediante la implementación. A través de AOE, pudimos observar cómo los estudiantes desarrollaron una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos involucrados.

El análisis de sus respuestas mostró que los estudiantes comenzaron a utilizar estrategias más diversas y creativas para resolver problemas. Además, se mejora significativamente su capacidad para relacionar problemas con situaciones cotidianas o situaciones como recurso para aplicar conocimientos. Este enfoque centrado en el isomorfismo de medidas les permitió comprender mejor la equivalencia, proporcionalidad directa, uso de la multiplicación, así como desarrollar habilidades de razonamiento matemático y de resolución de problemas con más destreza.

6.3 Trabajo en equipo y juego de roles como negociador de significados

En cada una de las AOE planteadas se evidenció como el trabajo en equipo y el juego de roles estuvo presente en la actividad de aprendizaje de los estudiantes, permitiéndoles no solo

resolvieran problemas matemáticos, sino que además negociarán significados y construyeran conocimiento de manera conjunta. La mayoría de las AOE se diseñan para que los estudiantes las vivan en equipo, siguiendo el planteamiento teórico que emerge en la teoría histórico-cultural. Esto les brindó la oportunidad de discutir, compartir ideas, confrontar diferentes puntos de vista y llegar a acuerdos en la búsqueda de las soluciones a cada situación propuesta.

El trabajo en equipo no solo fomentó la colaboración entre los estudiantes, sino que también les proporcionó un espacio para el intercambio de conocimientos y estrategias en el rol que cada uno desempeñaba bien fuera como investigador, como arquitecto, comprador o constructor. A través de estas interacciones, se desafiaron mutuamente y aprendieron a razonar y justificar sus respuestas partiendo del respeto por la opinión del otro (que es un aspecto a mencionar posteriormente). Este enfoque social y colectivo para la resolución de problemas fortaleció su comprensión de la estructura multiplicativa y, al mismo tiempo, les brindó una visión más profunda de cómo se construye el conocimiento matemático.

6.4 Actividad de enseñanza: reflexión sobre nuestra práctica pedagógica

Nuestra experiencia en este estudio nos aportó valiosas reflexiones sobre la práctica docente. Aprendimos que era fundamental tener una comprensión clara de las motivaciones, necesidades e intenciones de cada actividad que diseñamos. Cada paso que se dé en el aula debe basarse en objetivos sólidos y en el deseo de los estudiantes de aplicar el conocimiento de manera significativa.

En este proceso, aprendimos la importancia de escuchar atentamente a nuestros estudiantes. Sus intereses, experiencias y necesidades son invaluable para el desarrollo de cualquier proceso y deben ser el punto de partida para construir momentos de aprendizaje. No se

trata sólo de enseñar matemáticas o enseñar una variedad de contenidos reflejados en un plan de estudio, sino de entrelazar lo que buscamos enseñar con lo que inspira a los estudiantes. Esto implica crear conexiones entre el currículo y sus vidas cotidianas, sus historias, su contexto, reconociendo que el aprendizaje debe ser una experiencia relevante y significativa.

Hemos descubierto que la educación va más allá de la simple transmisión de conocimientos; se trata de fomentar la curiosidad y la creatividad. Como profesores, debemos ser arquitectos de oportunidades como ellos lo fueron en el análisis y elaboración de la construcción, diseñando actividades de aprendizaje que les permitan a los estudiantes construir sus propios significados, cuestionar, investigar y resolver problemas. Esto nos lleva a un enfoque pedagógico más inclusivo y centrado en lo que conlleva la actividad de enseñanza y de aprendizaje.

6.5 Posibles barreras en la investigación.

Durante la implementación de las actividades encontramos obstáculos que si bien podrían considerarse desafíos, fueron oportunidades de cambio y organización educativa. Dos de estos obstáculos notables son el trabajo en equipo y el tiempo. El trabajo en equipo es esencial en nuestras actividades de instrucción educativa como mencionamos anteriormente, porque fomenta la colaboración y la construcción de significado colectivo. Sin embargo, algunos estudiantes tienen dificultades para interactuar con todos los miembros del grupo o compartir experiencias con amigos diferentes a los que están acostumbrados. Esta barrera, en lugar de ser un obstáculo, nos motiva a fortalecer las habilidades de comunicación y la apertura al otro, pues no es una novedad que para los estudiantes de estas edades suele ser difícil el trabajo colectivo, el cual es un proceso que se debe construir.

El tiempo es otro factor que ha surgido como una posible barrera para trabajar con más calma, especialmente cuando se trata de la resolución de problemas. Este proceso puede ser extenso y requerir paciencia y perseverancia; a veces los estudiantes pueden sentirse ansiosos por llegar a una solución rápida y no explorar a fondo todas las posibilidades. Sin embargo, esto nos enfoca a que debemos realizar un trabajo en el aula centrado en la resolución de problemas como un proceso indispensable, más que en la velocidad, ya que aprendemos que el tiempo es un factor importante para un aprendizaje significativo.

6.6 Aportes a la Educación Matemática

Las AOE pueden ser una herramienta efectiva para promover la resolución de problemas relacionados con la estructura multiplicativa en el aula. Al diseñar y aplicar AOE que se basan en los motivos, experiencias y reconocimiento de la historia y cultura de los estudiantes, observamos un aumento en su motivación que movilizó la participación de los sujetos implicados al sentirse identificados con el trabajo, logrando que de esta manera que fuera visible una apropiación de los conceptos a partir de las actividades desencadenantes.

Finalmente, nuestra investigación ha resaltado la importancia de integrar la perspectiva histórico-cultural en la enseñanza de las matemáticas. Al permitir que los estudiantes exploren y reflexionen sobre la historia de su entorno, hemos fomentado una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos y su relevancia en la vida cotidiana. Es por esto que esperamos que esta investigación inspire y sirva de herramienta a otros educadores a repensar sus prácticas, investigar y promover un aprendizaje matemático que tenga en cuenta los intereses y el contexto en el que se encuentran, en donde comprendan que la actividad de enseñanza y la actividad de

aprendizaje se deben articular para crear y propiciar el sentido que tiene la Educación Matemática.

7. Referencias

- Agudelo, L. y Jaramillo, D. (2015). *Sobre la actividad de aprendizaje de las medidas de tendencia central desde las Actividades Orientadoras de Enseñanza*. RECME, 1(1), 456-460.
- Agudelo, L. (2016). *Actividad de aprendizaje de estudiantes de sexto grado, desde las actividades orientadoras de enseñanza de las medidas de tendencia central* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Ayllón, M., Gómez, I y Ballesta-Claver, J. (2016). *Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. Propósitos Y Representaciones*, 4(1), 169–218. <https://doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>
- Baquero, R. (1997). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Aique Grupo Editor S.A. https://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/6PE_Baquero_2_Unidad_2.pdf
- Botero, O. (2006). *Conceptualización del pensamiento multiplicativo en niños de segundo y tercero de educación básica a partir del estudio de la variación*. (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Cadavid, L. A. y Quintero, C. p. (2011). *Función: Proceso de objetivación y subjetivación en clase de matemáticas*. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Cerritos, H. (2012). *El isomorfismo de medidas como estrategia para la resolución de problemas multiplicativos en el tercer grado de la escuela primaria*. (Tesis de Maestría). CONACYT. México.

-
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra. Navarra, España.
- Fernandez, J. A., (2006). *Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria*. Sigma-Revista de matemáticas, 30.
- Freire, p. (2004). Pedagogía de la autonomía. Recuperado de: <https://www.buenosaires.gob.ar/areas/salud/dircap/mat/matbiblio/freire.pdf>
- García, J. G., & García, J. G. (1998). *La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo*. Edu.co. Recuperado el 2 de noviembre de 2023, de: https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/3173/1/GarciaJose_1998_Creatividadresolucion.pdf
- González, GMR (2014). *Procesos de Razonamiento y de Comprensión con Respecto a la Solución de Problemas que Involucran la Estructura Multiplicativa*. Edu.Co. Recuperado el 11 de octubre de 2023 de https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6456/1/GladysRivera_2014_razonamientoestructura.pdf
- Hernández, I. (2012). *Investigación cualitativa: una metodología en marcha sobre el hecho social*. Revista Rastros Rostros, 57-68. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6515553>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, p. (2010). *Metodología de la investigación*. 5ta Edición. Editorial McGraw-Hill. 14(27), 2-21. México. <https://www.icmujeres.gob.mx/wpcontent/uploads/2020/05/Sampieri.Met.Inv.pdf>
- Institución Educativa Pequeña María. (2023). *Horizonte institucional*. Recuperado el 16 de octubre de 2023, <https://www.iepequenamaria.edu.co/index2.php?id=136210&idmenutipo=2951>
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división. Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid, España: Editorial Síntesis.

-
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de educación.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de educación.
- Moll, L. C. (1997). Vygotsky, la educación y la cultura en acción. *Hacia un currículum cultural. La vigencia de Vygotski en la educación*, 39-53.
- Moura, M. O., Araujo, E. S., Ribeiro, F. D., Panossian, M. L., y Moretti, V. D. (2010). *A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem*. En M. O. Moura (Ed.), *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Brasília, Brasil: Liber Livro.
- Moura, M. (2011). *Educar con las matemáticas: saber específico y saber pedagógico*. *Educación y pedagogía*, 23 (59) 47-57.
- Moura, M., Rigón, A., Picchetti, C., Araujo, E., Asbahr, F., Ribeiro, F., Euzébio, J., Mattosinho, M., Panossian, M., Moraes, S., Moretti, V. & Cedro, W. (2016). *A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural*. Liber Livro.
- Munarriz, B. (1992). *Técnicas métodos en Investigación cualitativa*. Udc.es. Recuperado el 16 de octubre de 2023, de <https://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/8533/CC-02art8ocr.pdf?sequence=1&isAllowed=>
- Obando, G., Múnera, J. (2003). *Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática*. *Educación y pedagogía*, 15 (35) 185-199.
- Pérez, D. (2020). *Las Actividades Orientadoras de Enseñanza: posibilidades para reflexionar en torno a la imagen del profesor; y de la variación y del cambio de la escuela*. *Obutchénie*, 4 (2) 434-459. <https://doi.org/10.14393/OBv4n2.a2020-57490>

-
- Poveda, M. (2011). El desarrollo del pensamiento multiplicativo. *Recuperado de <http://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/MULTIPLICACION/estructura%20multi/El%20desarrollo%20del%20pensamiento%20multiplicativo.pdf>*.
- Rivera González, G.M. (2014). *Procesos de razonamiento y comprensión con respecto a la solución de problemas que involucran la estructura multiplicativa* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Roldán, J., García, E. y Cornejo, C. (1996). *Dificultades y alternativas en la resolución de problemas matemáticos*. *Revista educación matemática*, 8(1), 40-52.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2-3), 133 - 170. Recuperado de https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/122730/mod_resource/content/1/art_vergnaud_espanhol.pdf.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño las matemáticas y la realidad, problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, México D.F, México: Editorial Trillas.
- Vigotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Ediciones Fausto. <https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2015/10/Pensamiento-y-Lenguaje-Vigotsky-Lev.pdf>
- Villegas, J., Castro, E. y Gutiérrez, J. (2009). *Representaciones en Resolución de Problemas: Un estudio de caso con problemas de optimización*. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 279-308 .
- Zapata, G. O. (2021). *“Multiplicar: suma de sumandos iguales”*. *Una falacia en la enseñanza de las matemáticas de la Educación Básica* (Doctoral dissertation, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia)

8. Anexos

Anexo 1. Consentimiento informado de los participantes en la investigación.

 UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Consentimiento Informado de Participación

Investigación: "Actividades orientadores de enseñanza: una posibilidad para el proceso de resolución de problemas utilizando la estructura multiplicativa"

Yo, Yulimar Peña de acuerdo que mi hijo/hija Diego participe en la investigación titulada "Actividades orientadores de enseñanza: una posibilidad para el proceso de resolución de problemas utilizando la estructura multiplicativa", la cual está adscrita a la Universidad de Antioquia como propuesta de investigación de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, bajo la responsabilidad de los profesores Diego Alejandro Pérez Galeano y Lorena María Quiroz Betancur y los estudiantes María Daniela Ramírez Pasos y Brian Stiven Lopera Gonzalez. Entiendo que la participación de mi hijo/hija es voluntaria y puedo decidir que no participe o deje de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. En caso de haber iniciado participación y decidir dejar de participar, puedo pedir que la información relacionada con mi hijo/hija no sea tenida en cuenta para la investigación.

Propósito de la investigación: Analizar el proceso de resolución de problemas utilizando la estructura multiplicativa posibilitado por las Actividades Orientadoras de Enseñanza en estudiantes de quinto grado.

Procedimiento: Los participantes desarrollarán una serie de actividades en las cuales se hará un registro audiovisual y fotográfico de los procesos y los desempeños tenidos en dichas actividades. Se trabajará con material concreto (todo brindado por parte de los investigadores) y se reflexionará con base a los desempeños obtenidos.

Beneficios: los participantes se beneficiarán toda vez que participen en las actividades propuestas las cuales apuntan a temas netamente académicos. Es importante aclarar que no habrá ninguna retribución de tipo económico para los participantes ni para la institución de la que hacen parte.

Riesgos: No hay riesgos asociados a la participación en este estudio excepto algunas molestias que, en algunos participantes, pueda generar las grabaciones.

Confidencialidad: cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información será guardada en un archivador con acceso limitado y sólo se permitirá el acceso a la información bajo la supervisión de los investigadores principales o el comité técnico de la investigación y únicamente para fines académicos. Toda la información producida en este estudio será confidencial, sólo se usarán seudónimos para escribir el informe final o cualquier publicación derivada de este.

 **UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Preguntas posteriores: los investigadores responderán a los participantes y representantes legales cualquier pregunta relacionada con palabras, conceptos o procedimientos que no le sean claros ahora mismo o en el transcurso del desarrollo de la investigación, a través de correo electrónico, por teléfono o personalmente. Los participantes podrán tomar el tiempo necesario para decidir participar en la investigación.

Consentimiento: entiendo que firmando esta autorización estoy de acuerdo en que mi hijo/hija participe de esta investigación. Autorizo que los datos relacionados con mi hijo/hija sean usados para otros estudios con previa aprobación del Comité de Ética de la Institución.

Manifiesto que no he recibido presiones verbales, escritas y/o mímicas para permitir la participación en el estudio; que dicha decisión la tomo en pleno uso de mis facultades mentales, sin encontrarme bajo efectos de medicamentos, drogas o bebidas alcohólicas; que dicha decisión la tomé consciente y libremente.

Yuliana Elena Pardo
Nombre y documento de identidad del representante legal

Gustavo Pardo
Firma del representante

Medellin 23-10-2023
Ciudad y fecha

ATENCIÓN: Señor(a) representante legal, cualquier comentario o situación en la que usted sospeche de falta de ética investigativa puede ser presentada ante el Sistema de Investigación Universitario (SIU) de la Universidad de Antioquia. Este documento se firma en dos copias, una para el representante legal y otra para el investigador principal.

Anexo 2. Guía N°1 Actividades Orientadoras de Enseñanza.

1) Actividades orientadoras de enseñanza como potenciadoras en el proceso de resolución de problemas relacionado con la multiplicación.

Institución Educativa Pequeña María
Grado quinto.
Agosto ___ de 2023.
Nombre: _____ Grado: _____

Hoy tendremos como invitado a un gran investigador llamado Harold, él ha trabajado arduamente por conocer la historia del barrio. Es por esto, que nos contara desde los inicios hasta la actualidad de barrio.



1- Hoy seremos unos reconocidos ingenieros quienes necesitan de la historia que observamos del investigador para saber cómo organizar el barrio y en específico nuestras propias casas. Es por esto que a través de la ayuda del investigador responderemos



- Según la historia que observaron ¿Qué significa dividir un terreno en partes iguales?

- Para ustedes ¿Qué logran las personas al dividir los terrenos en los que desean construir?

- En la historia que observaron ¿de qué material se construyeron las casas en los inicios del barrio?

- ¿Por qué crees que las personas construían sus casas con estos materiales?

- ¿Por qué crees que las personas cambian el material de sus casas a través del tiempo?

- Como arquitecto, ¿qué materiales utilizarías para la construcción de tu casa?

Como aprendimos de las historias, el desarrollo de un barrio inicia con las personas que lo habitan, además con la construcción de viviendas y lugares que a través del tiempo se puedan modificar.

Actividades orientadoras de enseñanza como potenciadoras en el proceso de resolución de problemas relacionado con la multiplicación.

Institución Educativa Pequeña María
Grado quinto.
Agosto ___ de 2023.
Nombre: _____ Grado: _____

"Los terrenos se los vendieron a las personas que iban llegando, las cuales empezaron a hacer las casas de plástico y madera" Investigador Harold.



1- Vamos a observar algunas fotos en las que encontraremos diferentes tipos de casas como las que comúnmente habitamos o conocemos.

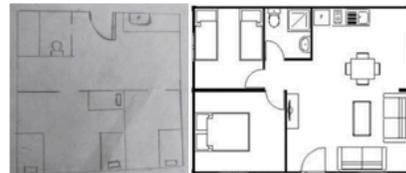


Ahora, responde las preguntas:

a) ¿te identificas con alguna de esas casas? ¿Por qué?

b) ¿Qué materiales observas en las casas de la imagen?

2- A continuación, observaremos el plano de la casa que construyeron los padres de unos de los profesores y otro encontrado en internet.



Los planos son representaciones gráficas (dibujos) de un inmueble o vivienda en este caso.

Te invitamos a elaborar en una hoja de block el plano de tu propia casa. Ten en cuenta las distribuciones y el espacio, puedes diseñar la casa de tus sueños.

3- Vamos a conocer los diferentes materiales en los que está construida tu casa y la de los demás miembros del barrio. Para esto responde:

a) ¿Qué tipos de materiales se pueden encontrar en tu casa?

Anexo 3. Guía N°2 Actividades Orientadoras de Enseñanza.

Actividades orientadoras de enseñanza como posibilidades en el proceso de resolución de problemas relacionado con la multiplicación.



Institución Educativa Pequeña María
Grado quinto.

Septiembre ___ de 2021.

Nombre: _____





Escuchando la experiencia de nuestro invitado, vamos a tomar apuntes de lo que **mas** nos llame la atención en el conversatorio.

Es importante estar atento a cada detalle, vamos a aprender sobre la construcción, ten en cuenta las medidas, las cantidades y costos que nos puedan mencionar. Para no olvidar los detalles respondamos:

- 1- ¿Qué recuerdas haber escuchado sobre las medidas de los materiales?

- 2- ¿Qué escuchaste sobre las cantidades usadas para la construcción?

- 3- ¿Cuáles fueron los materiales **mas** importantes que usaron al construir?

- 4- ¿Recuerdas algunos costos de los materiales? ¿Cuáles?

Exploremos juntos la construcción de nuestra institución y llevemos un pequeño registro de lo que observamos.

- 1- ¿Qué materiales para la construcción observas?

- 2- ¿Qué cantidad de adobes usaron para la construcción de una de las paredes?

Con ayuda del metro vamos a verificar algunos tamaños de los materiales de construcción.

- 1- ¿Qué medida tiene el largo de una pared?

- 2- ¿Qué medida tiene la mezcla que esta entre un adobe y otro?

Anexo 4. Guía N°3 Actividades Orientadoras de Enseñanza.



Ingenieros
5-c

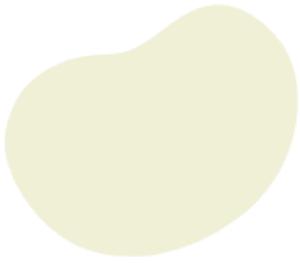
ESPECIALISTAS EN CONSTRUCCIÓN

¿QUÉ MEDIDAS TIENE LA CONSTRUCCIÓN?


 Realicen su plano

CANTIDAD,
MATERIALES Y
COSTOS

Señala el espacio que analizaras



DESCRIBE CÓMO
TE GUSTARÍA
DISEÑAR EL
SALÓN Y DIBÚJALO

CARTA A LA RECTORA

Anexo 5. Guía N°4 Actividades Orientadoras de Enseñanza.

DISEÑANDO

mm

¿CÓMO TE GUSTARÍA EL SALÓN?



EL SALÓN

mm

¿QUÉ TE COSTÓ CONSTRUIRLO?

Materiales	Cantidad	Costo

¿Cuánto pagaste en total por tu construcción?



Anexo 6. Ejemplo planeación de la AOE.



FORMATO DE PLANEACIÓN AOE

DOCENTES	NECESIDAD	INTENCIONALIDAD	ACCIONES	TIEMPO
Maria Daniela Ramírez Pasos Brian Steven Lopera	-Identificar las formas tradicionales de construcción. -Reconocer materiales, cantidades y costos de una construcción.	Reconocer a través de un experto y un lugar familiar la forma en la que es construido un espacio.	-Resolver preguntas de saberes previos. -Explorar espacio y vista de la construcción. -Recordar aspectos importantes de la conversación con el experto -socializar lo aprendido	<u>3 horas</u>
Estándar: Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.				
MOMENTOS DE CLASE				
Momentos de exploración ¿Qué voy a aprender? Inicialmente, se les realizaran las siguientes preguntas a los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> - ¿Quiénes son los responsables de construir una casa? - ¿Cómo han visto que realizan las construcciones? - ¿Qué materiales implementan para la construcción? - ¿Qué nombre reciben quienes construyen? - ¿Quiénes tienen familiares o conocidos que realizan esta labor? 				

¡Actividades orientadoras de enseñanza como posibilitadoras en el proceso de resolución de problemas relacionado con la multiplicación.!






Momento de estructuración, lo que estoy aprendiendo.
 Para reconocer la importancia de las construcciones y de los obreros quienes realizan esta labor, se llevará a un invitado especial llamado Diego, el les explicara a los estudiantes en primer lugar un poco de la evolución del barrio y seguido a esto la manera en que realizan las construcciones, los materiales usados y las cantidades apropiadas para esto. En este espacio se les pedirá a los estudiantes que tomen nota de lo que les parece importante en su discurso.
 Además, él va a interactuar con los estudiantes realizándoles preguntas sobre lo que menciona.
 Es de resaltar que el encuentro se realizara en la construcción de la institución.

Momento de práctica y ejecución, practico lo que aprendí
 En este momento se les pedirá a los estudiantes que observen su paisaje y relacionen esta construcción con las casas que se pueden observar a su alrededor además de que encuentren otras casas en otros tipos de materiales.
 Los estudiantes resolverán la guía

Momento de transferencia y evaluación ¿cómo sé que aprendí?
 Se realizara una mesa redonda en donde cada grupo de estudiantes socializara sus respuestas y los demás estudiantes tendrán la oportunidad de intervenir en estas de manera respetuosa.

¡Actividades orientadoras de enseñanza como posibilitadoras en el proceso de resolución de problemas relacionado con la multiplicación.!



Anexo 7. Ejemplo diario de campo AOE.

Fecha: 18 de octubre del 2023 Lugar: Institución Educativa Pequeña María	Nombre de la AOE: "nuestra Construcción, nuestra responsabilidad: La carta a la rectora"
Descripción de la actividad.	Análisis o reflexión.
<p>La actividad comenzó con la experiencia de escuchar el mensaje de audio de Lina, la rectora, quien amablemente invitó a los estudiantes a colaborar en el cálculo del costo de los adobes necesarios para finalizar la construcción. Este audio sirvió como punto de partida y motivación para la actividad que seguía.</p> <p>Los estudiantes, organizados en grupos, recibieron la asignación de áreas específicas en la construcción en las cuales debían calcular los costos necesarios. Con las instrucciones en mano, se dirigieron al lugar de la construcción con un entusiasmo evidente. Una vez allí, comenzaron a explorar y discutir cómo abordarían el desafío. Se plantearon cuestiones, compartieron ideas y reflexionaron sobre los pasos a seguir.</p> <p>Una revelación importante surgió durante la actividad: originalmente, la planificación incluía que los estudiantes redactaron una carta para informar a la rectora sobre el presupuesto. Sin embargo, fueron los propios estudiantes quienes tomaron la iniciativa y expresaron su deseo de hacerlo de esta manera, cuando se les preguntó cómo preferían transmitir la información. Esto demuestra el nivel de involucramiento y compromiso de los estudiantes, ya que consideraron crucial abordar la comunicación de manera integral, teniendo en cuenta todo el proceso de trabajo y los cálculos que han realizado. La actividad se convirtió en una muestra de autenticidad, <u>participación activa</u> y toma de decisiones, enriqueciendo su experiencia de aprendizaje.</p>	<p>En cuanto al isomorfismo de medidas, esta actividad permitió a los estudiantes aplicar los conceptos de proporciones y relaciones de medidas en un contexto práctico y concreto. Al asignar diferentes áreas de la construcción a grupos específicos, los estudiantes tuvieron que calcular la cantidad necesaria de adobes y los costos asociados, asegurándose de que todas las medidas estuvieran en proporción y armonía con el proyecto en general. Esta aplicación directa del isomorfismo de medidas les brindó una comprensión más profunda de cómo las dimensiones y las proporciones son esenciales en la planificación y ejecución de proyectos de construcción.</p> <p>En cuanto a la resolución de problemas, la actividad planteó un desafío complejo que requería el uso de estrategias matemáticas, razonamiento lógico y toma de decisiones. Los estudiantes tuvieron que abordar problemas relacionados con los costos, la cantidad de adobes necesarios y la administración eficiente de recursos. Además, la decisión de comunicar sus hallazgos a través de una carta les obligó a estructurar y presentar su información de manera coherente y persuasiva. En este proceso, los estudiantes adquirieron habilidades fundamentales de resolución de problemas que trascienden la matemática y son aplicables en una variedad de contextos.</p> <p>En resumen, esta actividad proporcionó una plataforma efectiva para integrar el isomorfismo de medidas en una experiencia práctica y contribuyó a fortalecer las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes al enfrentar desafíos del mundo real. Les permitieron aplicar conceptos abstractos en situaciones tangibles, lo que enriqueció su aprendizaje y les dotó de habilidades valiosas para el futuro.</p>

¡Actividades orientadoras de enseñanza como posibilitadoras en el proceso de resolución de problemas relacionado con la multiplicación.!

