

**Mediación didáctica a través de GeoGebra como estrategia posibilitadora de Aprendizaje
Significativo de la trigonometría en la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica grado**

décimo del INEM José Félix de Restrepo



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Miguel Ángel Cabrera Restrepo

Olga Emilia Botero Hernández

Magister en Educación

Universidad de Antioquia Facultad de Educación

Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes

Licenciatura en Matemáticas

Medellín, Antioquia, Colombia

2024

Cita	(Cabrera Restrepo, M. A., 2024)
Referencia	Cabrera Restrepo, M. A. (2024). <i>“Mediación didáctica a través de GeoGebra como estrategia posibilitadora de Aprendizaje Significativo de la trigonometría en la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica grado décimo del INEM José Félix de Restrepo”</i> . [Presencial]. Trabajo de grado profesional. Universidad de Antioquia, Medellín Antioquia. UdeA.
Estilo APA 7 (2020)	



Licenciatura en matemáticas

Línea de investigación: STEM



Biblioteca Central Carlos Gaviria Diaz.

Bibliotecadigital.udea.edu.co

Universidad de Antioquia www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes.

Decano: Wilson Antonio Bolivar.

Jefe departamento: Cártul Vargas Torres.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Dedicatoria

*A las montañas en donde he caminado
A los bosques y a sus frutos
A los ríos aquellos en donde he bañado mis penas y calmado mi sed
Al sol del amanecer y al mar inmenso.
Y con cariño especial, para aquellos corazones nobles y sinceros que pasaron por mi vida
y para quienes habrán de llegar.*

Agradecimientos

*A mí por haber creído en mí.
Me agradezco por resistir los avatares del camino y disfrutar del proceso, por haber trabajado consciente y
arduamente en mi formación universitaria, por no haber renunciado al sueño de ser Maestro.*



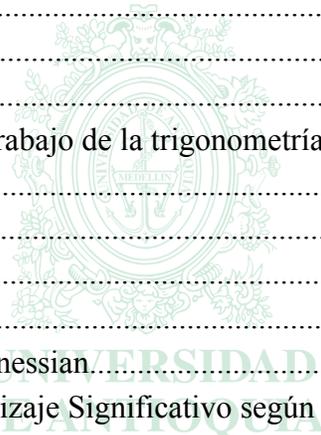
**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

ÍNDICE DE CONTENIDO

Lista de tablas.....	6
Lista de figuras.....	7
Resumen.....	10
Abstract.....	11
Introducción.....	12
1. Contextualización y problemática.....	13
1.1. Situación y entorno de la práctica.....	13
1.2. Principios Pedagógicos y Lineamientos Institucionales.....	15
1.2.1. Lineamientos Proyecto Educativo Institucional (PEI).....	15
1.2.2. Propuesta curricular.....	18
1.2.2.1. Plan de área académico asociado a la trigonometría en grado décimo.....	20
1.2.2.2. Plan curricular del área práctica de laboratorio.....	25
1.3. Identificación de la Problemática y evidencias.....	25
1.4 Justificación.....	32
1.5 Objetivos.....	34
1.5.1 Objetivo general.....	34
1.5.2 Objetivos específicos.....	34
2. Antecedentes.....	35
3. Marco teórico.....	39
3.1. Dimensión disciplinar.....	39
3.1.1. La trigonometría.....	39
3.1.2. Origen y aspectos históricos.....	40
3.1.3. Descripciones conceptuales.....	41
3.1.3.1. La circunferencia unitaria.....	41
3.1.3.2. Razones trigonométricas.....	42
3.1.3.3. Funciones trigonométricas.....	43
3.1.4. Los tipos de pensamiento matemático presentes en el trabajo de la trigonometría.....	44
3.2. Dimensión didáctica.....	46
3.3. Dimensión pedagógica.....	47
3.3.1. ¿Por qué el Aprendizaje Significativo?.....	48
3.3.2. Aprendizaje Significativo.....	48
3.3.4. Aprendizaje Significativo según Ausubel, Novak y Hanessian.....	49
3.3.4.1. Aspectos que inciden en el desarrollo del Aprendizaje Significativo según	



1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Ausubel, Novak y Hannesian.....	50
3.3.4.2. Métodos de Aprendizaje Significativo: recepción y descubrimiento.....	51
3.3.4.3. Tipos de Aprendizaje Significativo según Ausubel, Novak y Hannesian.....	53
3.3.4.3.1. Aprendizaje de representación.....	54
3.3.4.3.2. Aprendizaje de conceptos.....	54
3.3.4.3.3. Aprendizaje de proposición.....	55
3.3.4.4. Procesos cognitivos y programáticos del Aprendizaje Significativo.....	55
3.3.4.4.1. Diferenciación Progresiva.....	56
3.3.4.4.2. Reconciliación integradora.....	57
3.3.4.4.3. La consolidación y la organización secuencial.....	57
3.3.4.5. Condiciones necesarias para que haya Aprendizaje Significativo.....	57
3.3.4.6. Formas en la que se presenta el Aprendizaje Significativo.....	59
3.3.4.6.1. Aprendizaje subordinado.....	59
3.3.4.6.1.1. Aprendizaje subordinado derivativo.....	59
3.3.4.6.1.2. Aprendizaje subordinado correlativo.....	60
3.3.4.6.2. El Aprendizaje supraordinado.....	60
3.3.4.6.3. El aprendizaje combinatorio.....	61
3.3.4.7. Estrategias para el desarrollo de Aprendizaje Significativo según Ausubel, Novak y Hannesian: organizadores de contenido.....	61
3.3.4.8. Significatividad lógica y psicológica.....	62
3.3.4.9. El desarrollo del Aprendizaje Significativo en el aula.....	63
3.3.4.10. El rol del profesor en el Aprendizaje Significativo.....	63
3.4. Dimensión tecnológica.....	64
3.4.1. La tecnología en la enseñanza de las matemáticas.....	65
3.4.2. GeoGebra y Aprendizaje Significativo.....	65
3.5. Enfoque pedagógico.....	66
5.5.1. Metodologías activas que posibilitan el Aprendizaje Significativo.....	66
4. Marco Metodológico.....	68
4.1. Enfoque y paradigma de investigación.....	68
4.2. Tipo de investigación cualitativa.....	68
4.3. Diseño de la investigación.....	69
4.3.1. Técnicas e instrumentos.....	69
4.3.1.1. Instrumentos.....	70
4.3.1.1.1 Descripción de los instrumentos.....	70
4.3.2. Población y muestra.....	70
4.4. Estudio de casos.....	71
4.5. Categorías y subcategorías.....	72
4.6. Unidades de análisis y procesos de codificación de la información.....	74



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

4.7. Consideraciones éticas.....	75
4.8. Procesos y fases para el cumplimiento de los objetivos.....	76
4.9. Ruta metodológica.....	78
4.9.1. Descripción de la Propuesta de intervención.....	78
4.9.1.1. Guía didáctica: sesión número uno.....	79
4.9.1.2. Guía didáctica: sesión número dos.....	84
4.9.1.3. Guía didáctica: sesión número tres.....	89
5. Análisis.....	94
5.1. Análisis relacionados a las actividades diagnóstico: reconocimiento de saberes.....	94
5.2. Consideraciones previas relacionadas a los análisis generales de las guías.....	103
5.3. Análisis específicos relacionados a la mediación didáctica.....	104
Conclusiones.....	134
Referencias.....	137
Anexos.....	150



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Lista de tablas

	Pág
Tabla 1 Plan curricular de la trigonometría Especialidad Energía Fotovoltaica	22
Tabla 2 Estándares básicos de competencia. (MEN 2006)	46
Tabla 3 Características del aprendizaje por recepción y por experimentación	53
Tabla 4 Selección de las categorías y subcategorías	74
Tabla 5 Guía didáctica: sesión número uno	80
Tabla 6 Rúbrica de evaluación sesión uno	83
Tabla 7 Guía didáctica: Sesión número dos	84
Tabla 8 Rúbrica de evaluación sesión dos	88
Tabla 9 Guía didáctica: Sesión número tres	89
Tabla 10 Rúbrica de evaluación sesión tres	92
Tabla 11 Contraste entre los saberes diagnósticos y los adquiridos entre los estudios de casos seleccionados: (A) y (B)	127



Lista de figuras

	Pág
Figura 1 Esquema: Enseñanza diversificada INEM José Félix de Restrepo	14
Figura 2 Tabla de multiplicar del 30. Notas tomadas de los apuntes de los estudiantes. Agosto de 2023	28
Figura 3 Apuntes relacionados a las transformaciones de la función coseno en clases y la subutilización de los recursos. Agosto 2023	30
Figura 4 Culturas Egipcia, Griega, Hindu y Arabe comprendiendo los fenómenos ligados de la realidad.	40
Figura 5 Circunferencia unitaria	42
Figura 6 Razones Trigonómicas	43
Figura 7 Representación gráfica de las razones trigonométricas en la circunferencia unitaria y su asociación con la función seno y coseno	44
Figura 8 Estructura general de la red de categorías y subcategorías	73
Figura 9 Relación entre las fases de la investigación y algunos conceptos del constructo Aprendizaje Significativo	77
Figura 10 Actividad de clase diagnóstica uno implementada en Septiembre 2023	95
Figura 11 Respuestas asociadas a la prueba diagnóstica uno (Figura 10) presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023	96
Figura 12 Respuestas asociadas a la prueba uno (Figura 10) presentada por el estudiante (B). Septiembre 2023	98
Figura 13 Actividad de clases diagnóstica dos implementada en septiembre 2023.	99
Figura 14 Respuesta relacionada a la actividad diagnóstica dos (Figura 13) presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023	100
Figura 15 Respuesta relacionada a la actividad diagnóstica dos (Figura 13) presentada por el estudiante (B). Septiembre 2023	100
Figura 16 Actividad diagnóstica número tres implementada en Septiembre 2023.	101
Figura 17 Respuesta relacionada a la actividad diagnóstica tres (Figura 16) presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023	101
Figura 18 Respuesta relacionada a la actividad diagnóstico tres (Figura 16) presentada por el	



estudiante (B). Septiembre 2023	102
Figura 19 Reflejo de la calidad de la infraestructura y de los espacios de aula en la institución. Octubre 2023	105
Figura 20 Recepción e interés por la propuesta de parte de los estudiantes. Oct/2023	107
Figura 21 Apreciación del estudiante (A) sobre la experiencia de la propuesta que integró la guía didáctica dos (Tabla 6). 26/Octubre/2023	107
Figura 22 Reto sesión número dos: ¿Cuántos metros hay que recorrer? implementada durante la guía didáctica dos. Noviembre de 2023	109
Figura 23 Desarrollo del reto “¿Cuántos metros hay que recorrer?” de parte del estudiante (A) dentro del desarrollo de la guía didáctica número dos. Nov 2023	110
Figura 24 Actividad Propuesta dentro del cierre de la Guía Didáctica numero tres: “Simulemos un de circuito electrónico”Noviembre de 2023	113
Figura 25 Implementación de Geogebra dentro del desarrollo de la guía didáctica número tres. Noviembre de 2023	113
Figura 26 Transformaciones de la funciones trigonométricas integrada a un situación contexto de la práctica de laboratorio durante la guía didáctica 3, estudiante (A). Nov/23.	115
Figura 27 Apreciación del estudiante (A) sobre la implementación de GeoGebra. 04/Noviembre/ 23	117
Figura 28 Desarrollo de la actividad propuesta durante la guía didáctica dos al estudiante (A), puntos (2), (3), (4) y (5). Noviembre de 2023	119
Figura 29 Registro de la actividad diagnóstico en la guía didáctica dos presentado por estudiante (B) punto cuatro relacionado a la integración de conceptos; Circunferencia unitaria y Funciones trigonométricas. Octubre 2023	121
Figura 30 Percepción del estudiante (A) en torno a la importancia de establecer conexiones de la trigonometría a contextos reales. 04/Noviembre/2023	122
Figura 31 Desarrollo de la actividad por el estudiante (B) propuesta durante la guía didáctica uno puntos (1), (2), y (6).Octubre de 2023	123
Figura 32 Desarrollo de la actividad propuesta durante la guía didáctica uno al estudiante (B), puntos (3), (4), y (5). Octubre de 2023	125

Lista de anexos

	Pág
Anexo 1 Consentimiento informado	150
Anexo 2 Actividades en clase propuestas en la práctica pedagógica	151
Anexo 3 Actividad guía didáctica uno: En base a los aprendizajes adquiridos en clase	152
Anexo 4 Apreciaciones: Guía didáctica sesión uno	153
Anexo 5 Reto de la sesión número dos	154
Anexo 6 Actividad sesión dos: Registra los aprendizajes	155
Anexo 7 Apreciaciones sesión dos	156
Anexo 8 Actividad sesión tres: Registra los aprendizajes	158
Anexo 9 Sesión tres: Reto	159
Anexo 10 Apreciaciones sesión tres	161



Resumen

La presente investigación se centró en la implementación de una mediación didáctica a través del recurso tecnológico GeoGebra, como propuesta que posibilitó el desarrollo de Aprendizaje Significativo de la trigonometría y su conjunta aplicación en el entorno de laboratorio en estudiantes del grado décimo. Particularmente en aquellos que cursaron la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica del periodo 2023, en el INEM José Félix Restrepo, Medellín. Así, el objetivo general propuesto giró alrededor de la creación de estrategias pedagógicas y didácticas, mediadas por la tecnología, con las que se contrarrestaron las barreras de aprendizaje identificadas propias del periodo de práctica pedagógica.

En este sentido, el trabajo se fundamentó bajo el constructo teórico: "*Aprendizaje Significativo*" (Ausubel et al., 1983) cuyo principio reposa en el reconocimiento de los saberes que integran la estructura cognoscitiva del aprendiz, como fuente de construcción y desarrollo de nuevo conocimiento. De esta manera, la metodología adoptada siguió un paradigma interpretativo con un enfoque cualitativo empleando el tipo de investigación Observación Acción Participante (IAP) como herramienta que facilitó comprender las actuaciones, sus significados y productos derivados de la propuesta de práctica pedagógica.

Palabras Clave: *Aprendizaje Significativo, mediación didáctica, implementación de GeoGebra.*



"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Abstract

The present research focused on the implementation of didactic mediation through the technological resource GeoGebra, as a proposal that enabled the development of Meaningful Learning of trigonometry and its joint application in the laboratory environment in tenth grade students. Particularly in those who completed the Technical Specialty in Photovoltaic Energy for the 2023 period, at the INEM José Félix Restrepo, Medellín. Thus, the general objective proposed revolved around the creation of pedagogical and didactic strategies, mediated by technology, with which the identified learning barriers typical of the period of pedagogical practice were counteracted.

In this sense, the work was based on the theoretical construct: "Significant Learning" (Ausubel et al., 1983) whose principle rests on the recognition of the knowledge that makes up the cognitive structure of the learner, as a source of construction and development of a new knowledge. In this way, the methodology adopted followed an interpretive paradigm with a qualitative approach using the Participant Action Observation (PAI) type of research as a tool that facilitated understanding the actions, their meanings and products derived from the pedagogical practice proposal.

Keywords: *Meaningful Learning, didactic mediation, Geogebra implementation.*



"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Introducción

La enseñanza de la trigonometría en la educación Media Técnica de la Institución INEM José Félix Restrepo, en Medellín, destacó la necesidad de incorporar recursos tecnológicos, como el software GeoGebra, para facilitar un aprendizaje significativo. Durante la práctica pedagógica de 2023, se identificó que los recursos tecnológicos disponibles en el aula no se aprovechaban, lo que motivó la implementación de GeoGebra a través de una guía didáctica en la que destaca los principios del constructo “Aprendizaje Significativo”.

La investigación adoptó un enfoque cualitativo con un paradigma interpretativo y su objetivo principal giró alrededor de evaluar cómo la introducción del recurso tecnológico contribuía al desarrollo de un aprendizaje significativo entre los estudiantes alrededor del área.

De tal forma, el proceso investigativo se estructuró en cuatro fases: observación, diseño, aplicación y análisis. Primeramente, en la fase de observación, se identificaron las barreras de aprendizaje; en la fase de diseño, se elaboraron las correspondientes guías didácticas en las que, se reconocieron los saberes de la estructura cognoscitiva de los estudiantes; en la fase de aplicación se implementó la propuesta y, finalmente, en la fase de análisis, se examinó y trianguló la información permitiendo así, dar cuenta sobre la incidencia positiva de la propuesta.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

1. Contextualización y problemática

El siguiente apartado presenta primeramente la contextualización relacionada al entorno institucional y el lineamiento pedagógico-curricular del plantel, en donde, se describe la propuesta académica en torno a la enseñanza de la trigonometría y las prácticas de laboratorio. Seguidamente, se describe la problemática identificada en el ejercicio de la práctica pedagógica y sus evidencias. Finalmente, se presenta la formulación de los objetivos y el porqué de la investigación.

1.1. Situación y entorno de la práctica

Las prácticas pedagógicas que movilizaron la presente investigación tuvieron lugar en la institución INEM José Félix de Restrepo entre los períodos académicos 2023-01 y 2023-02. Este centro educativo se encuentra ubicado en la ciudad de Medellín en el barrio el Poblado comuna 14 guiado bajo el modelo Pedagógico de Educación Media Diversificada, el cual reconoce la continua actualización de la ciencia, la técnica, las artes y humanidades como eje en su desarrollo educativo. (PEI, 2023)

Según el Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2023) “Toda ciencia es útil como instrumento para que el alumno desarrolle la capacidad de pensamiento crítico, de observación, de análisis” (p. 6). Así, el estudiante es guiado a través de tres ciclos; Exploración Vocacional, Orientación Vocacional y Elección Media Vocacional. Los cuales permiten la formación de un ciudadano crítico y creativo con valores que llevan al desarrollo; psíquico, intelectual y social. (PEI, 2023).

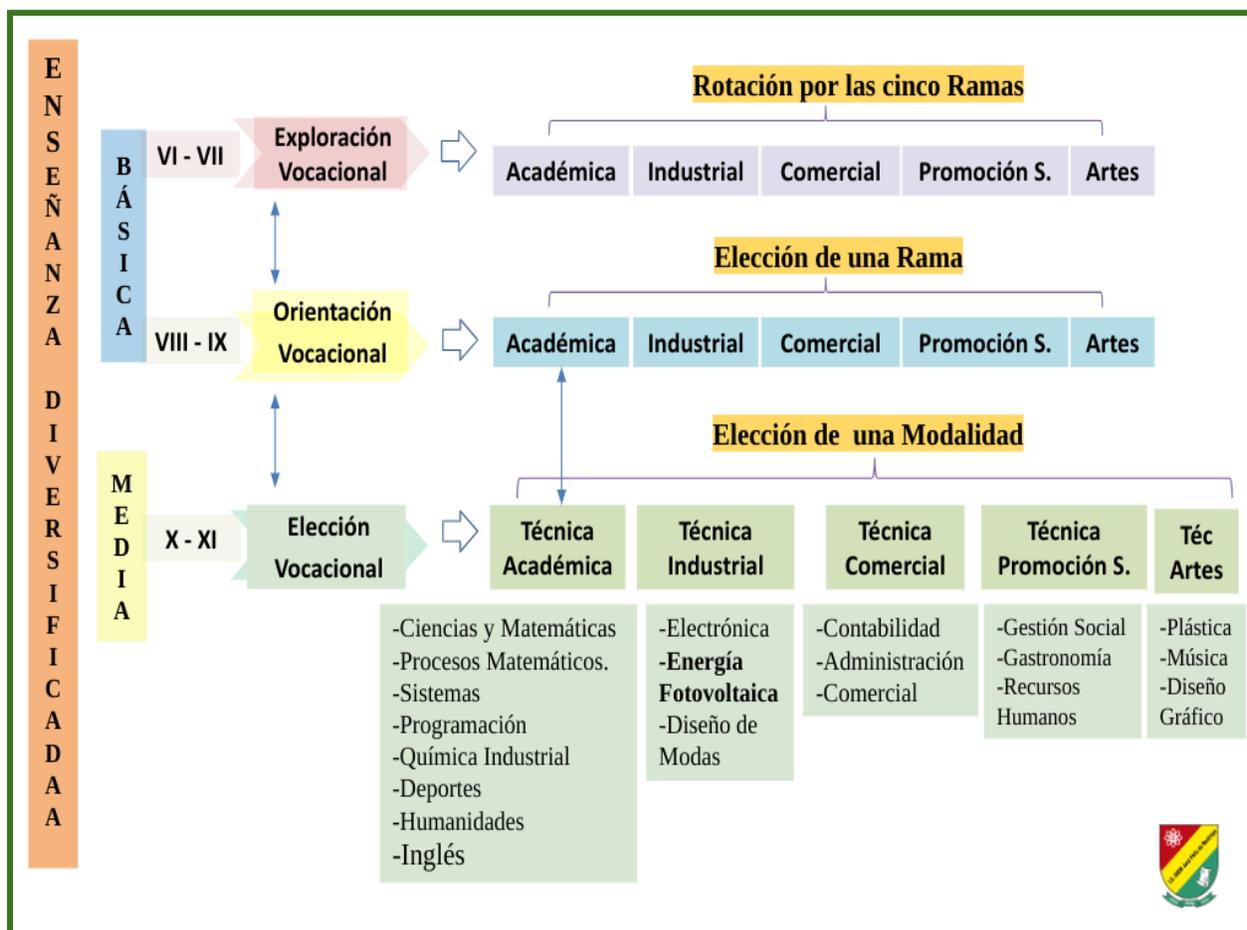
De esta forma, en el primer ciclo, los grados VI y VII rotan semestralmente de especialidad. Según el Proyecto Educativo Institucional (2023) *la rotación*: “es la exploración vocacional donde se realiza un seguimiento al alumno en los grados VI y VII, analizando sus afinidades y aptitudes para ingresar a la modalidad o rama de: Industrial, Comercial, Promoción Social, Académica y Artes”. (p. 11).

Seguidamente, en el segundo ciclo: *Orientación Vocacional*, los grados VIII y IX eligen la rama de su interés. (PEI, 2023). “La rama comprende los grados VIII y IX donde el alumno toma una primera decisión, por medio de la *rotación*, eligiendo una de sus especialidades”. (p.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

11). Finalmente, en el tercer ciclo del modelo pedagógico diversificado; la *Educación Media Vocacional*, los grados X y XI, con elección de modalidad al iniciar el grado X, toman una segunda decisión, la cual les permite elegir entre las 20 especialidades en promoción.

Figura 1. Esquema: Enseñanza diversificada INEM José Félix de Restrepo.



Fuente: Elaboración propia.

De esta manera, la práctica pedagógica en la institución se enmarcó con los estudiantes del tercer ciclo: “*Educación Media Vocacional*” en dos etapas guiadas simultáneamente por los seminarios de investigación VIII y IX. En donde, para el primer período (2023-01) de la práctica pedagógica, la actividad alternó entre la observación y registro de las dinámicas académicas de aula y el apoyo de la enseñanza de la trigonometría en 7 de las 20 especialidades promocionadas a través de planeaciones dirigidas y que, se situaron con mayor tiempo en los estudiantes de las especialidades en Ciencias y Matemáticas y en Energía Fotovoltaica.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

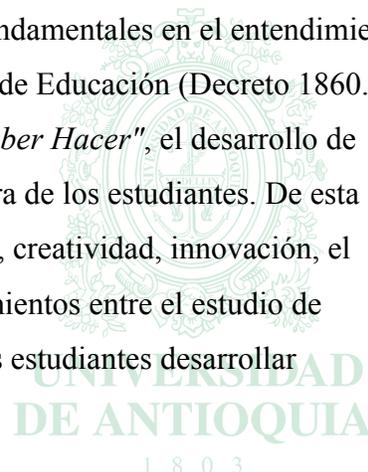
Seguidamente, en la etapa del período 2023-02 las especialidades que comprometen el trabajo de campo se reducen a tres especialidades en la que, sigue destacando el trabajo con los estudiantes en Energía Fotovoltaica puesto que, es una especialidad técnica en donde el plan de área de laboratorio está directamente relacionada al desarrollo de actividad matemática y su aplicación.

1.2. Principios Pedagógicos y Lineamientos Institucionales

1.2.1. Lineamientos Proyecto Educativo Institucional (PEI)

El INEM José Félix De Restrepo es una institución cuya filosofía académica centra al estudiante en el “Eje del proceso educativo” (PEI, 2023. p. 6). Es decir, la institución concibe al educando como protagonista no meramente como receptor de información sino como constructor de conocimiento. Esta particularidad, atiende a la declaración de la Ley 115 de 1994, señalada en el artículo 91, la cual ancla al educando bajo los principios que iluminan la Escuela Comprensiva Activa; Saber Ser, el Saber Hacer, el Saber Conocer y el Saber Vivir. De manera que, forjen en el educando un conjunto de valores y habilidades mediante la acción activa y el descubrimiento. Lo anterior, pretende que el estudiante posibilite la liberación de la inteligencia de manera que proyecte la vida, el respeto por esta y la emancipación del espíritu a través de conocimientos significativos (PEI, 2023). De tal forma, se atiende a las directrices institucionales del MEN (2006) puesto que, según PEI (2023) el currículo actual vela y pone en práctica los proyectos pedagógicos de ley.

Jacques Delors, citado en PEI (2023), señala que estos principios resultan pilares esenciales para la educación del siglo XXI como dimensiones fundamentales en el entendimiento del mundo. En consonancia con el artículo 32 de la Ley General de Educación (Decreto 1860. 1994), el INEM José Félix De Restrepo impulsa, a través del "*Saber Hacer*", el desarrollo de habilidades prácticas y técnicas para la vida laboral y social futura de los estudiantes. De esta manera, a través de su modelo pedagógico fomenta la curiosidad, creatividad, innovación, el trabajo en equipo, la reflexión crítica y la integración de conocimientos entre el estudio de diversas áreas. Ya que, estas cualidades y aspectos permiten a los estudiantes desarrollar



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

habilidades y formarse en competencias que les faciliten adquirir conocimientos y comprender su entorno. Según PEI (2023), las competencias son:

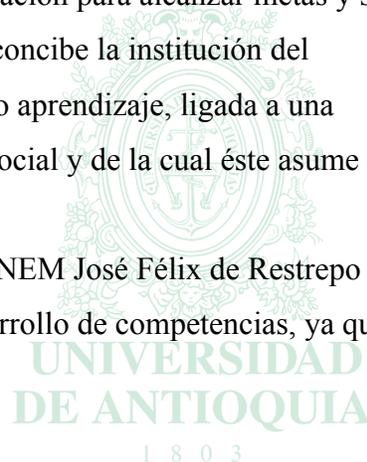
Capacidades complejas que poseen distintos grados de integración de conocimientos, habilidades y actitudes, supone transferencia, respuesta a situaciones nuevas, valores humanos puestos en práctica, conocimiento técnico inteligente y el desarrollo de las habilidades que sustentan su logro, y se ponen de manifiesto en una gran variedad de situaciones correspondientes a los diversos ámbitos de la vida humana, personal y social. (p. 45).

De esta manera, las competencias integradas a la dimensión del "*Saber Conocer*", permiten entender el porqué de las cosas, lo cual posibilita analizar, interpretar y generar nuevas ideas a partir de lo aprendido y que, proporcionan al estudiante la capacidad de actuar de manera justa, medida y adecuada en cada situación (PEI, 2023, p. 43). Por su parte, el "*Saber Ser*" se enfoca en el desarrollo personal e integral, permitiendo dar sentido a los aspectos emocionales, éticos, estéticos y espirituales, fomentando la autonomía, el autoconocimiento y el respeto por sí mismo y por los demás (PEI, 2023). Desde la perspectiva de Fernando Savater, citado en el PEI (2023), este proceso implica "impregnar al estudiante de humanidad" (p. 104).

Continuando, la dimensión del "*Saber Vivir*" promueve la comprensión intercultural, la solidaridad, el diálogo y la tolerancia, fundamentales para una convivencia pacífica. Así, el INEM José Félix de Restrepo vela por que los estudiantes vivan estos valores (PEI, 2023).

Por lo tanto, estas cuatro dimensiones configuran conjuntamente las prácticas pedagógicas de la institución, favoreciendo la construcción integral de conocimientos y el desarrollo humano. Y que, en la línea de Delors (1994), proporcionan a cada persona el desarrollo del conocimiento, la libertad de pensamiento, el juicio, los sentimientos y la imaginación para alcanzar metas y ser protagonista de su propio destino. En este sentido, la visión que concibe la institución del estudiante es la de un ser humano activo responsable de su propio aprendizaje, ligada a una formación que se despliega a una realidad con carácter técnico, social y de la cual éste asume el compromiso.

En relación con lo anterior, la propuesta pedagógica del INEM José Félix de Restrepo centraliza la formación académica de los estudiantes para el desarrollo de competencias, ya que:



"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Son ellas la expresión de los distintos grados de desarrollo personal y participación activa en los procesos sociales. Pues toda competencia es una síntesis de las experiencias que el sujeto ha logrado construir en el marco de su entorno vital amplio, pasado y presente. (PEI, 2023. p. 44).

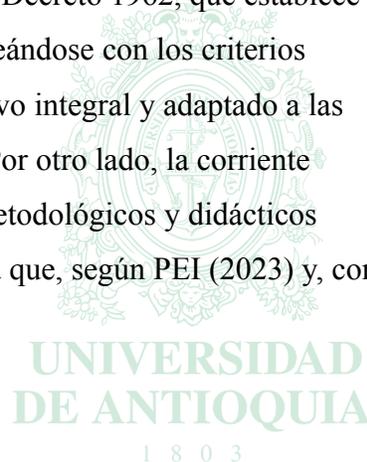
En este sentido, según Torrado, M. C. (2002) citada en Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2023) se educa en competencias para:

Permitir la construcción de conocimientos, la participación activa y responsable de los alumnos, la creación colectiva de saberes, significados y realidades, y de un ser humano que se desarrolla como tal a través del encuentro con el otro y con la cultura. (pp. 44-45).

En consecuencia, la institución bajo su modelo pedagógico ofrece al estudiante la oportunidad de que dé significado a la realidad mediante la construcción del conocimiento ya que resulta indispensable acompañar y trabajar en los métodos de estudio, expresión creadora, investigativa y sobre el trabajo de pensamiento crítico a través del aprendizaje por descubrimiento y la experiencia de la ciencia y las humanidades”. (p. 106). Esto además, bajo la integración de la tecnología. Puesto que, se justifica como una herramienta importante que potencia estos procesos; facilitando el acceso a recursos educativos globales y la colaboración en entornos virtuales a través de múltiples plataformas. Según se plantea en el Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2023) la tecnología:

Es un recurso didáctico actual que responde al ambiente en que se mueven los niños y jóvenes de hoy. La tecnología expanden las posibilidades de la comunicación, generan nuevas culturas y posibilitan el desarrollo de nuevas habilidades y formas de construcción del conocimiento. (PEI, 2023. p. 84).

Todo lo anterior, se enmarca bajo las consideraciones del Decreto 1962, que establece la organización de la educación media diversificada en el país, alineándose con los criterios globales de educación. Este, busca promover un enfoque educativo integral y adaptado a las necesidades del contexto social colombiano (Artículo 2, 1962). Por otro lado, la corriente pedagógica de la institución se orienta bajo unos lineamientos metodológicos y didácticos guiados a través de la filosofía constructivista del aprendizaje, ya que, según PEI (2023) y, como se destacó previamente:



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Concibe al estudiante como protagonista central del proceso educativo y no como un mero receptor de información; los contenidos curriculares se plantean como objeto de aprendizaje más que de enseñanza y el docente deja de ser el único poseedor y transmisor del conocimiento para convertirse en mediador y facilitador del proceso de aprendizaje. (p. 103).

De esta forma, se concibe una práctica pedagógica bajo la corriente pedagógica del psicopedagogo David Paul Ausubel, en donde, el conocimiento debe ser significativo, útil y aplicable en la vida de los aprendices. Precisamente Ausubel et al. (1983) destacan la importancia de que en el proceso formativo que se gesta en el aula, se creen las condiciones para que el estudiante relacione las nuevas ideas y conocimientos junto al conjunto de los ya existentes dentro de su estructura cognoscitiva, y que a partir de esto, se posibilite la formación de redes de significado más amplias y complejas dentro de su estructura de saber. Lo que facilita finalmente su recuerdo. Esto, como medida de desarrollo de aprendizajes significativos. Ya que, este aprendizaje se integra sustancialmente y puede ser utilizado por el aprendiz en diferentes contextos, Según PEI, 2023:

El Aprendizaje Significativo se inicia en la experiencia concreta, parte de lo que el estudiante ya sabe y se dirige hacia aquello que pretende aprender, mediante la interacción con el medio posibilita que las situaciones y experiencias sean reales, partiendo de lo que para ellos es conocido y familiar, hacia ámbitos más amplios y desconocidos. (p. 71).

1.2.2. Propuesta curricular

Ahora bien, de acuerdo con el Decreto 1962, el plan de estudios se define como un instrumento susceptible de permanente enriquecimiento y actualización, en concordancia con el avance de la ciencia, la evolución de la pedagogía y las necesidades de desarrollo de la nación (artículo 2, 1969). A lo que, el INEM José Félix de Restrepo atiende dentro de los procesos de gestión escolar pues como se viene describiendo, la institución está abierta al constante cambio en relación con el desarrollo científico, pedagógico y sobre todo, de las realidades regionales y nacionales del país. Por lo que, “El plan de estudios curricular debe tener unidad y articulación. Así, éste no puede integrarse con disciplinas y cursos aislados”. (PEI. 2023. p. 6). Debido a que,

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

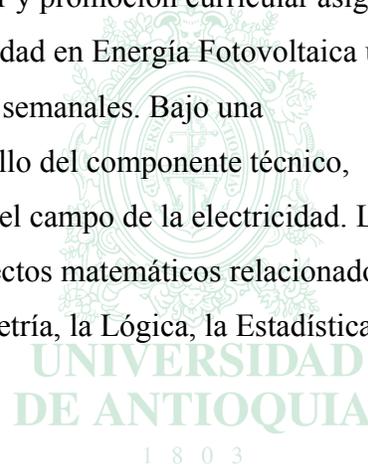
“la inserción de los temas transversales entre las distintas áreas y asignaturas debe romper las estructuras cerradas”. (PEI. 2023, p. 55). En este sentido, la institución apuesta por un enfoque articulador entre disciplinas:

Es necesario aprender a trabajar en equipos interdisciplinarios, para tener una comprensión integral e integradora de las situaciones. Es innegable la tendencia interdisciplinaria del conocimiento porque proporciona mayores elementos para ser propositivos en la solución de los problemas, ayuda a ser competentes, garantizando las condiciones al estudiante para que éste efectivamente demuestre que es competente. (PEI, 2023. p. 58).

Así, bajo estos principios el plan de área curricular para la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica se organiza bajo una articulación vertical y horizontalmente. La primera se refiere a la manera en que se conectan las áreas y contenidos con los diferentes niveles del sistema educativo en la institución, promoviendo la integración entre la educación media técnica y la educación superior. Por otro lado, la segunda articulación refiere a la colaboración entre diferentes instituciones educativas o entre programas del mismo nivel, permitiendo la formación integral y correspondiente a las necesidades del desarrollo educativo y social que enfrentan los estudiantes.

En este sentido, según PEI (2023): “Los contenidos en el currículo deben posibilitar la pertinencia, pertinencia, secuenciación, adecuación a los propósitos inmediatos del área y del grado, y en los mediatos a través de los distintos niveles educativos.” (p. 65). Es decir, el currículo inemita conecta los contenidos con el aprendizaje de estrategias para su procesamiento y aplicación en distintos contextos, proponiendo el desarrollo explícito del saber y sus relaciones.

Por otro lado, el centro educativo desde su gestión escolar y promoción curricular asigna para la Modalidad Técnica de estudiantes adscritos a la Especialidad en Energía Fotovoltaica una intensidad horaria en el trabajo del componente técnico 18 horas semanales. Bajo una distribución de 10 horas que se destinan para el trabajo y desarrollo del componente técnico, abarcando entre prácticas de laboratorio y la conceptualización del campo de la electricidad. Las restantes 8, se distribuyen entre 4 cursos que promueven los aspectos matemáticos relacionados a la intensificación de áreas como la de la Trigonometría, la Geometría, la Lógica, la Estadística. (Malla curricular, 2023).



Según PEI (2023) la intensificación es el proceso mediante el cual los estudiantes profundizan sus conocimientos en áreas específicas del currículo académico. Esto implica que éstos tienen la oportunidad de concentrarse en áreas de interés particular o en aquellas que desean explorar a fondo para su desarrollo académico y profesional futuro. Para el caso de la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica se dirigen a la formación en áreas de ocupación mediante una articulación horizontal en convenio interinstitucional con el Servicio Nacional de Aprendizaje: SENA, e instituciones de educación superior aliadas como el Politecnico Jaime Isaza Cadavid.

En este sentido, veamos entonces la estructura curricular; según objetivos, componentes conceptuales integrados a las distintas habilidades básicas, tipos de pensamiento y ejes curriculares propuestos para la Modalidad Media Técnica adscrita a la especialidad en Energía Fotovoltaica en la institución en torno al área de la trigonometría y las prácticas de laboratorio.

1.2.2.1. Plan de área académico asociado a la trigonometría en grado décimo.

Según la malla curricular INEM (2022) el plan académico asignado para el primer periodo de grado décimo, en relación a la enseñanza de la trigonometría, fija como objetivo que, el estudiante se forme en habilidades de identificación y relacionamiento de conceptos matemáticos, particularmente en torno a las relaciones que se presentan entre los elementos de un triángulo rectángulo y sobre las relaciones que se establecen entre las funciones trigonométricas en el sistema de coordenadas cartesianas. Lo cual pretende, el desarrollo de habilidades básicas de pensamiento Numérico Variacional a partir de la clasificación y medición de ángulos. Por ejemplo, desde las razones trigonométricas de ángulos notables de 30° , 45° y 60° en un triángulo rectángulo y sobre las funciones trigonométricas cuando se trabajan a través de la circunferencia unitaria.

Además, siguiendo éstos componentes conceptuales para el desarrollo del pensamiento Geométrico-Métrico, el plan curricular de área pretende que el estudiante fortalezca habilidades básicas en torno a la resolución de situaciones problema y con esto, que atienda a la integración y a la puesta en práctica del concepto, razón y función trigonométrica a partir de la práctica contextual (Malla Curricular INEM, 2022). Lo anterior, sugiere al estudiante, según los Estándares Básicos de Competencias señalados por el MEN (2006) una formación en habilidades

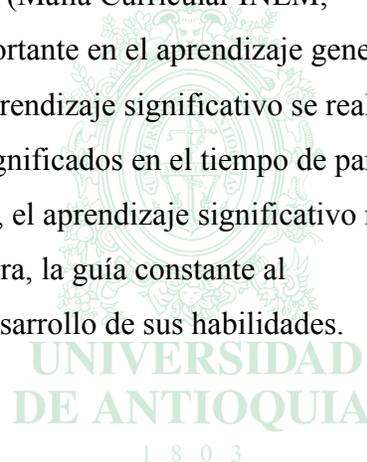
“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

de diseño y capacidad de estrategia con las que esté en la facultad de enfrentar situaciones de reconocimiento y diferenciación de conceptos, medición y descripción de lugares geométricos, desarrollo de habilidades para el modelado de fenómenos periódicos y fortalecimiento de competencias que permitan desarrollar procesos de comparación y contraste de propiedades relacionadas a conceptos del área.

Consecuentemente en el segundo periodo académico los componentes conceptuales se presentan para que los estudiantes se apropien y traigan los saberes adquiridos del periodo inmediatamente anterior de manera que, construyan así, una estructura secuencial y progresiva de aprendizajes consecutivos y generales de la trigonometría. Según Magendzo (2009) citado en el PEI (2023), el desarrollo de competencias en los estudiantes sugiere de parte de las instituciones un proceso curricular guiado de manera progresiva, paulatina y sistemática en el tiempo.

De este modo, los componentes conceptuales que integran el segundo periodo se anclan al plan consecuentemente; sugiriendo al estudiante la aplicación de los contenidos del periodo previo de manera que para este segundo, se trabaja con triángulos rectángulos y triángulos oblicuángulos, representaciones gráficas del concepto de función trigonométrica sobre el plano coordenado de dos dimensiones y la actividad sobre las nociones que den cuenta de sus inversas. Lo cual pretenden el desarrollo de habilidades básicas de pensamiento Numérico-Variacional.

Además, para el estímulo y desarrollo de habilidades de pensamiento Geométrico-Métrico en este segundo ciclo, el plan de área propone el trabajo relacionado con el concepto de circunferencia unitaria como lugar geométrico. De esta manera, se busca que el estudiante reconozca lugares geométricos, describa y modele fenómenos y emplee argumentos geométricos a partir de la resolución de situaciones contextuales. (Malla Curricular INEM, 2022). Así, el desarrollo de este tipo de pensamiento resulta importante en el aprendizaje general del área, ya que, como señala Rodríguez Palmero (2011) “...el aprendizaje significativo se realiza progresivamente, mediante una construcción e intercambio de significados en el tiempo de parte de los actores involucrados” (p. 38). Lo anterior quiere decir que, el aprendizaje significativo no es una transformación que suceda inmediatamente. De esta manera, la guía constante al educando incide positivamente y es un factor importante en el desarrollo de sus habilidades.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Finalmente, la unidad conceptual que se asigna para el tercer periodo en la enseñanza de la trigonometría, está propuesta para que el estudiante desarrolle competencias básicas en torno a procesos de razonamiento algebraicos y demostración matemática. Por lo que, para el desarrollo de habilidades de pensamiento Numérico-Variacional se propone al estudiante los componentes conceptuales relacionados con las transformaciones de las funciones trigonométricas integradas a situaciones contextuales, identidad trigonométrica e identidades de ángulo doble y medio, aplicación de las ecuaciones de suma y resta de ángulos y la representación algebraica. Por último para el desarrollo de habilidades de pensamiento Geométrico-Métrico se propone la circunferencia como sección cónica. (Malla Curricular INEM, 2022).

Tabla 1. Plan curricular de la trigonometría Especialidad en Energía Fotovoltaica.

Área: Matemáticas: Trigonometría		Grado: 10° Especialidad en Energía Fotovoltaica	
Metas por ciclos	Desarrollar los conocimientos matemáticos necesarios para resolver situaciones problema que involucran identidades y ecuaciones trigonométricas en la resolución de triángulos rectángulos y no rectángulos, funciones trigonométricas para la comprensión de fenómenos periódicos así como también, desarrolla conocimientos acerca de las diferentes cónicas aplicando sus respectivas ecuaciones cartesianas en la formulación y solución de problemas reales.		
Periodo	Uno		
Objetivo de período	Identificar las relaciones que se establecen entre las coordenadas cartesianas las funciones trigonométricas, los lados y ángulos de un triángulo rectángulo, a través de las razones trigonométricas para la solución de ejercicios y problemas en diferentes contextos.		
Pregunta problematizadora	En algunas ocasiones deseamos conocer el tamaño de un elemento en la naturaleza y por la dificultad de poder realizar una medida directa nos quedamos sin conocer su longitud. ¿Qué harías para conocer el tamaño de un edificio, un árbol y una persona, entre otros elementos, sin realizar la medición directa?		
Componentes y ejes curriculares generadores	Componente Numérico Variacional: Clasificación y medición de ángulos. Funciones trigonométricas de un ángulo en posición normal. Signo de las funciones trigonométricas. Funciones trigonométricas en la circunferencia unitaria. Aplicación de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo y en la solución de problemas, Razones trigonométricas de 30°, 45°, 60°. Componente Geométrico Métrico:		

Razones Trigonómicas en el triángulo Rectángulo	
Estándares Básicos de Competencias	Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. Reconozco y describo curvas y lugares geométricos. Describo y modelos fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas. Comparo y contrasto las propiedades de los números reales y las de sus relaciones y operaciones para construir manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos. Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
Competencias del área	Razonamiento y argumentación. Comunicación, representación y modelación. Planteamiento y resolución de problemas.
Derechos básicos de Aprendizaje	DBA: 1. Utiliza las propiedades de los números reales para justificar procedimientos y diferentes representaciones de subconjuntos de ellos. DBA: 2. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. DBA: 4. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. DBA: 5. Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.
Competencia laboral (Articulación a las prácticas de laboratorio)	Toma decisiones, creatividad, solución de problemas.
Periodo	Dos
Objetivo Período	Utilizar las razones trigonométricas para resolver problemas relacionados con triángulos rectángulos, oblicuángulos y la construcción de gráficas de funciones trigonométricas.
Enfoque problematizador o pregunta problematizadora	¿Cómo se relacionan los movimientos periódicos y algunos fenómenos de la naturaleza con la trigonometría? ¿Cómo pueden representarse dichos movimientos y qué elementos se necesitan?
Componentes y ejes curriculares Generadores	Componente Numérico Variacional: Resolución de triángulos rectángulos,. Teorema del seno y del coseno. Gráficas de las 6 funciones trigonométricas y noción de función inversa. Componente Geométrico Métrico: Secciones cónicas: circunferencia y parábola.

Estándares Básicos de Competencias	Reconozco y describo curvas y/o lugares geométricos. Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas. Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias. Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.
Competencias del área	Interpretación y representación. Formulación y ejecución. Argumentación.
Derechos básicos de aprendizaje	DBA: 3. Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales (velocidad media, aceleración media) a partir de tablas, gráficas y expresiones algebraicas. DBA: 4. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. DBA: 5. Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.
Competencias laboral (Articulación a las prácticas de laboratorio)	Utiliza datos e instrumentos y construye indicadores para evaluar los procesos y prácticas de otros.
Periodo	Tres
Objetivo de Período	Aplicar procedimientos algebraicos en la demostración de identidades y solución de ecuaciones trigonométricas.
Pregunta problematizadora	¿De qué manera se utilizan las identidades y ecuaciones trigonométricas, las funciones trigonométricas en ciencias como física, química, medicina y programas de ingeniería?
Componentes y Ejes curriculares Generadores	Componente Numérico Variacional: Identidades trigonométricas. Identidades de ángulo doble y mitad. Fórmulas de suma y resta de ángulos, ecuaciones trigonométricas y transformaciones trigonométricas. Componente Geométrico Métrico: Secciones cónicas: circunferencia, elipse e hipérbola.
Estándares Básicos de competencias	Establezco relaciones y diferencias entre distintas notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada. Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras. Reconozco y describo curvas y lugares geométricos.

Competencias del área	1. Razonamiento y argumentación. Comunicación, representación y modelación. 2. Planteamiento y resolución de problemas.
Derechos básicos de aprendizaje	<p>DBA: 5. Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.</p> <p>DBA: 6. Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.</p> <p>DBA: 7. Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.</p>
Competencia Laboral prácticas de laboratorio	<p>Identifica buenas prácticas de laboratorio y las adapta para mejorar los propios procesos y resultados.</p> <p>Pone en función el conocimiento de los demás al servicio de la práctica.</p>

Fuente: Elaboración propia.

1.2.2.2. Plan curricular del área práctica de laboratorio.

Por otro lado, el plan curricular de área integrado al núcleo de laboratorio de la especialidad se estructura para que los estudiantes a lo largo de este primer ciclo técnico desarrollen un conjunto de competencias y habilidades con las que estén en la facultad de diseñar, construir e instalar circuitos de dispositivos que reciben, transforman, generan y almacenan energía. Específicamente aquellos que transforman la luz solar en energía eléctrica. De esta forma, se ofrece una formación con la que enfrenten con éxito problemáticas relacionadas al campo de la vida laboral y posteriores estudios tecnológicos o universitarios.

Dentro del plan de área de la práctica se propone un eje temático relacionado a la enseñanza de circuitos eléctricos. Este componente, integra el estudio de leyes como la ley de Ohm y Kirchhoff, ley de superposición y de nodos puesto que estas leyes permiten analizar la relación entre corriente, voltaje, tensión y resistencia de dispositivos electrónicos y eléctricos. Particularmente, la especialidad técnica trabaja con sistemas fotovoltaicos; celdas solares, inversores, controladores de carga y baterías. Este eje temático se propone a través del desarrollo de un componente teórico-práctico con el que se espera que comprendan los fundamentos de la electricidad desde la interpretación matemática y práctica de esta. Es decir, una apuesta por la

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

articulación vertical.

1.3. Identificación de la Problemática y evidencias

De acuerdo con el trabajo de campo en la institución en torno a la enseñanza de las Matemáticas se identificaron un conjunto de barreras. Primeramente, se evidenció la falta de integración de los contenidos propios de la trigonometría con las temáticas que componen el plan de estudio en la Especialidad Técnica con las prácticas de laboratorio. Debido a que, la trigonometría es un área que se relaciona directamente con los componentes que desarrollan los estudiantes en el espacio de laboratorio, puesto que, representan una herramienta conceptual con la que se expresan, describen, analizan y comprenden algunos fenómenos dentro del campo de la corriente alterna. Temáticas con las cuales es posible además, interpretar y analizar fenómenos sobre los cuales trabaja la ciencia.

En segundo lugar, se identificó la subutilización de los recursos tecnológicos de los cuales dispone el aula, limitando los procesos de enseñanza exclusivamente a través del tablero. Paralelamente, se evidenció en el método de enseñanza, una propuesta guiada a través de procesos mecánicos como la transcripción de definiciones y de ejercicios. Agregando, se observó un bajo interés y disposición por parte de algunos estudiantes ante las actividades propuestas por el maestro cooperador. Y quiénes eran receptivos y mostraron interés enfrentaron incluso dificultades en el desarrollo de aprendizajes. Esto último, se corrobora en el registro codificado “Fragmento uno, sesión uno. Guía Didáctica Uno. 26/Oct/2023” minuto 0.25 seg - 0.48 seg, en donde un estudiante comentó a los compañeros y al docente en formación que: *“Con el profesor (...) de mi persona yo siento que no le entiendo muy bien. A veces me toca complementar en mi casa para poder entender los temas. Yo siento que mi debilidad en el área de la trigonometría se debe a esto ”*. De lo anterior se infiere que, el estudiante a través del enfoque de definiciones y ejercicios mecánicos no encuentra la claridad que quisiera, es decir, no logra la aprehensión en las temáticas guiadas por el maestro cooperador.

De esta manera, la problemática general radica en que, como se viene describiendo, la institución a través del “*deber ser*” y su propuesta curricular, conciben una práctica pedagógica que estimule y desarrolle competencias mediante la articulación conjunta entre áreas, la promoción de un enfoque en el que se construye el conocimiento y la implementación de los

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

recursos tecnológicos dispuestos. Sin embargo, como se identificó en el periodo de prácticas, el enfoque empleado en la enseñanza de la trigonometría expuso las barreras descritas, encontrando una contradicción entre lo que se concibe para el desarrollo de la práctica desde el proyecto pedagógico institucional y lo que finalmente termina haciéndose.

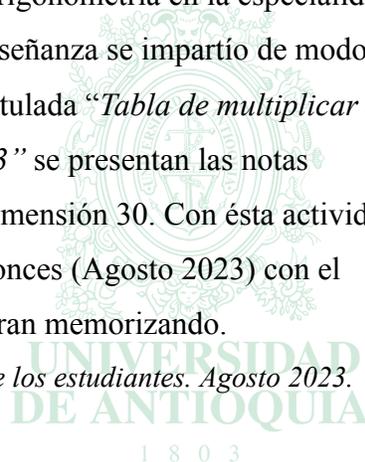
En consecuencia, se rompe con la articulación horizontal que la institución promueve en su función académica, puesto que, como señala el PEI (2023). “La articulación horizontal debe contribuir a la conexión de los conceptos, procedimientos y valores entre las diversas áreas desarrollando adecuadamente unas competencias en la complejidad de dimensiones que lo requieran, haciendo eficaz el currículo propuesto.”. (p. 66).

Además, según Novelo et al. (2015) la enseñanza de las matemáticas genera en los estudiantes una actitud de rechazo, lo cual evidencia que el docente deba crear un ambiente de interés y propiciar herramientas didácticas para generar atracción al conocimiento matemático. Consecuentemente en el marco de la reflexión pedagógica institucional, se menciona en el proyecto educativo que:

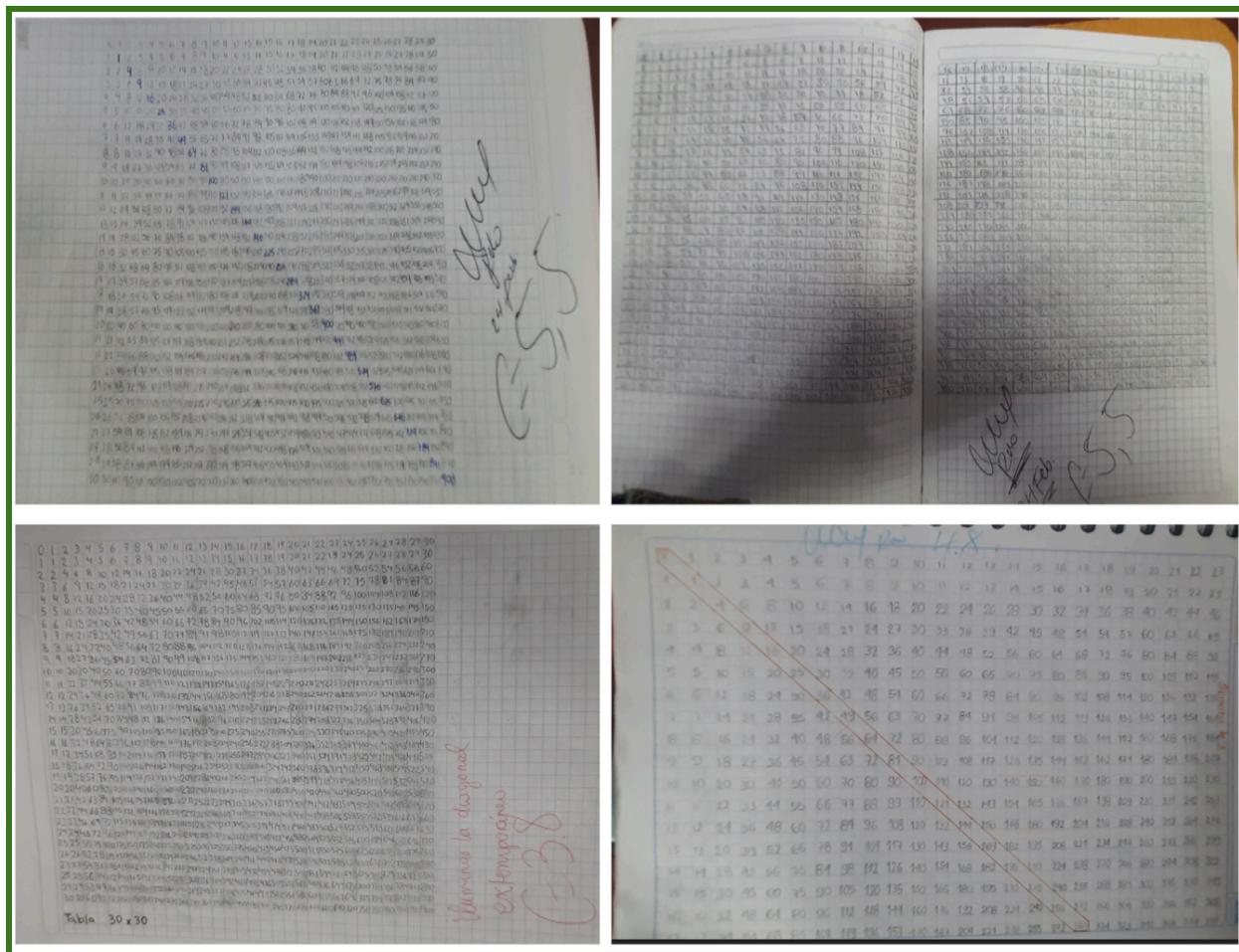
Existe la necesidad de articular la didáctica con su ejecución, la teoría y la práctica, lo cual se hace posible en la medida en que el propio educador a partir de una adecuada observación, sistematización y seguimiento de su quehacer educativo, logre convertir en experiencia su labor pedagógica y por lo mismo se transforme en una fuente de alternativas didácticas y de generalizaciones que contribuyan al mejoramiento continuo de la enseñanza y del aprendizaje. (PEI, 2023). (pp. 60-61).

Por lo tanto “Se debe mantener la atención del docente en la lógica interna de la disciplina y en su sentido total e importancia para la formación global de competencias en los estudiantes”. (PEI, 2023). (p. 65). Sin embargo, en las clases de trigonometría en la especialidad en Energía Fotovoltaica se percibió lo contrario puesto que, la enseñanza se impartió de modo mecánico y lineal como se señaló: Por ejemplo, en la *Figura 1*, titulada “*Tabla de multiplicar del 30. Notas tomadas de los apuntes de los estudiantes. Agosto 2023*” se presentan las notas tomadas por cuatro estudiantes en donde se observa la tabla de dimensión 30. Con ésta actividad, el docente cooperador dirigió la propuesta de clases de aquel entonces (Agosto 2023) con el objetivo de que los estudiantes la copiaran y seguidamente la fueran memorizando.

Figura 2. *Tabla de multiplicar del 30. Notas tomadas de los apuntes de los estudiantes. Agosto 2023.*



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.



Fuente: Elaboración propia.

Esta práctica resulta innecesaria ya que el algoritmo de la multiplicación permite y facilita obtener los cálculos para cualquier producto del 30; de tal modo, esta práctica se caracteriza por ser memorística y tradicional dada la naturaleza mecánica con la que se propone al estudiantes. Es decir, es una actividad que no permite el desarrollo de aprendizajes significativos. Pues como describe John Dewey el aprendizaje es significativo cuando éste está vinculado a la experiencia práctica y vivencial del individuo (Ruíz, 2013).

Según Bernald (2008), respecto a la enseñanza tradicional, es un proceso unidireccional en el que el docente transfiere mecánicamente el conocimiento a los estudiantes. Lo que asemeja una educación bancaria que según Freire (1968) en *"Pedagogía del Oprimido"* consiste en trasladar mecánicamente el conocimiento de quien enseña a la cabeza de quien aprende, como si de una mercancía se tratara.

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Al respecto del aprendizaje mecánico, Ausubel et al. (1983) sostienen que, este tipo de aprendizaje se opone al aprendizaje significativo. Según su perspectiva, el aprendizaje mecánico ocurre de manera tal que la nueva información es simplemente capturada y almacenada de manera arbitraria, sin establecer conexiones ni vincularse de forma coherente y sustancial a los conocimientos previos de la estructura cognoscitiva del aprendiz. En este contexto, el aprendizaje mecánico se caracteriza por la memorización superficial y la retención pasiva de información.

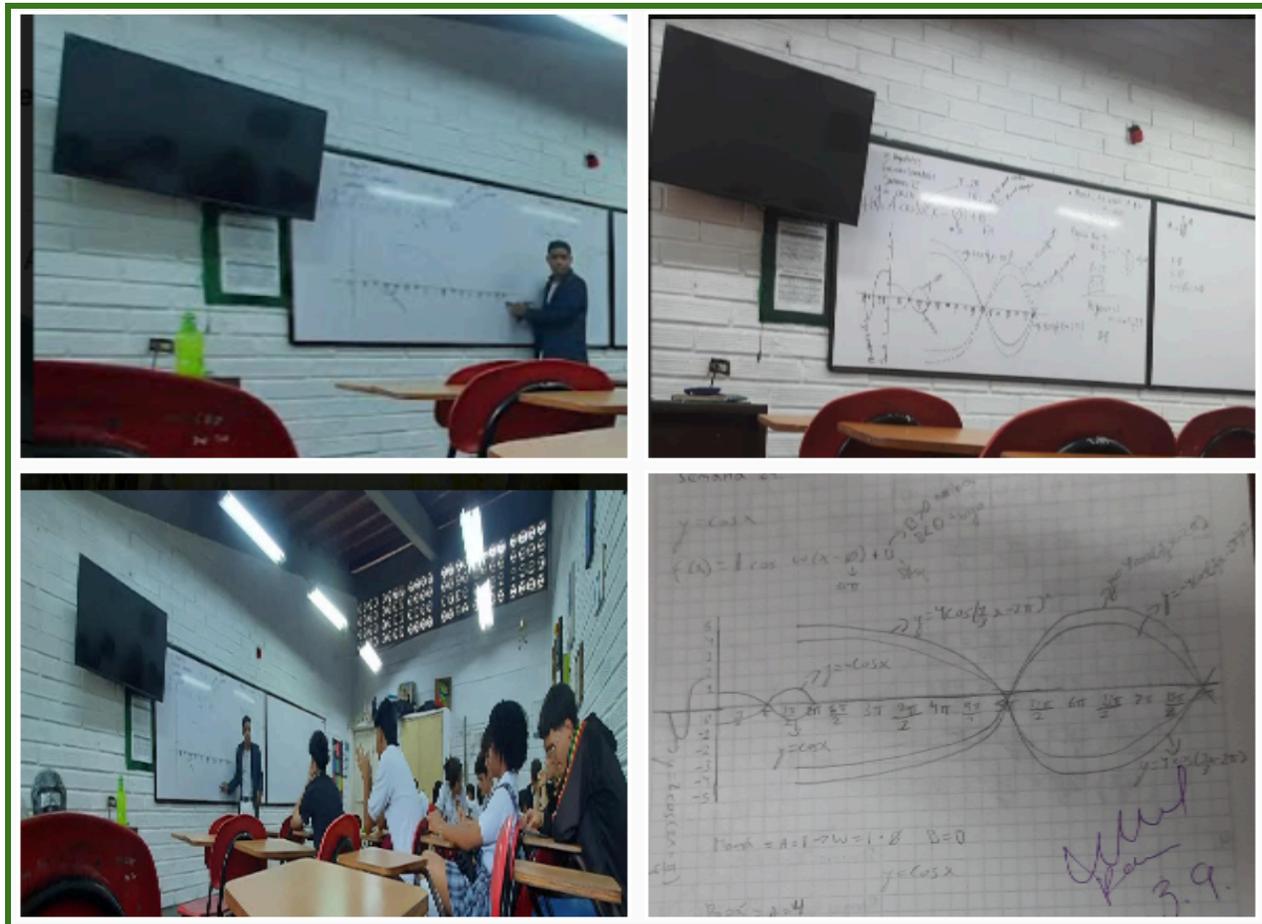
Por otro lado, Ramírez (2015) señala en la investigación titulada “Diseño de herramientas que fomentan el aprendizaje de matemáticas con ayuda de Mathematica”, que la enseñanza mecánica y tradicional no ofrecen al alumno experiencias con las que éste construya aprendizajes significativos sobre los fenómenos del contexto real y las temáticas relacionadas. De esta manera, la enseñanza mecanizada que se aplica con los estudiantes que integran la Especialidad en Energía Fotovoltaica resulta una posible causa del desinterés y el desarrollo de aprendizaje significativo. Para ahondar, tal como lo determina Guerrero y Hernández (2020) indican que las dificultades en la comprensión de la trigonometría en los estudiantes, radica en que muchos docentes enseñan estos contenidos sin el apoyo de recursos con los que sea posible que el estudiante lo despierte (interés).

De igual modo, en la *Figura 3 (Apuntes relacionados a las transformaciones de la función coseno en clases y la subutilización de los recursos)* se presenta el registro relacionado a la subutilización de recursos y el registro de las notas tomadas por un estudiante durante una clase llevada a cabo en el tercer periodo académico (Agosto 2023). La actividad propuesta giró en torno a transformar la función trigonométrica del coseno, apoyada exclusivamente de marcador y el tablero. Esto generó un ambiente de poca motivación en los estudiantes proponiendo exclusivamente la captura de notas y desconociendo incluso los medios y estrategias didácticas para transponer exitosamente el conocimiento. Según Brousseau, G. (1999) transponer implica de parte del maestro la transformación de los objetos de conocimiento para hacerlos accesibles a los estudiantes y asimilables.

La situación anterior, refleja el desaprovechamiento de los recursos educativos disponibles en el aula con los cuales se apoyara la enseñanza del área. Así, esta preferencia por reproducir los contenidos sin emplear más recursos que el tablero ni estrategias didácticas, lleva

al desinterés y consecuentemente se posterga la construcción de conocimientos sustanciales, lo que ralentiza el aprendizaje general de la trigonometría.

Figura 3. Apuntes relacionados a las transformaciones de la función coseno en clases y la subutilización de los recursos. Agosto 2023.



Fuente: Elaboración propia.

Continuando con la imagen presentada en la *Figura 3*, Se observa sobre ésta, el esbozo de la función $f(x) = -4 \cos \left[\left(\frac{1}{3} \right) x - 2\pi \right] + 1$. Esta representación revela la necesidad de trazar varios planos cartesianos con los que se recree una interpretación geométrica cuidadosa y detallada de la función propuesta. Pues esta medida en la que se esquematiza la interpretación geométrica para cada parámetro de la función se sugiere como estrategia que permita al maestro resaltar e integrar las propiedades algebraicas de esta, y con esto, la construcción de la temática y la posibilidad del Aprendizaje Significativo.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

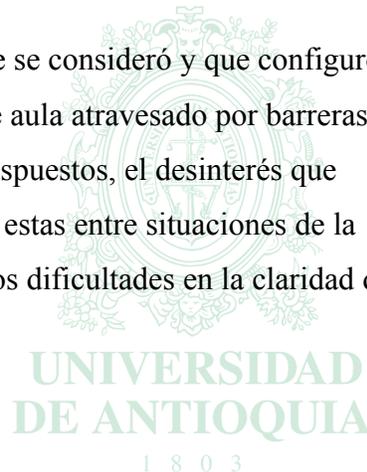
“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Gil-Suarez (2014) describe que, los estudiantes comprenden más fácilmente conceptos de funciones trigonométricas a partir de la implementación de recursos tecnológicos en el aula, ya que de esta manera, consiguen identificar mejor sus características y las funciones de aplicación. Contrario a esto, en el registro de la *Figura 2* se observa el trazado un solo plano cartesiano a través del tablero, integrando simultáneamente las cuatro transformaciones implícitas en la expresión algebraica de la función.

Vale la pena resaltar que, en el aula de clase en la que se llevó dicha actividad había herramientas tecnológicas, como se evidencia en el registro fotográfico, así como conexión a internet. Recursos que finalmente no fueron usados por el maestro cooperador como medios de apoyo. Grisales (2018) describe al respecto; “La aplicación de recursos tecnológicos en la enseñanza de las matemáticas es una estrategia importante que debe ser considerada si se quiere posibilitar la construcción de aprendizajes significativos en el entorno de aula”. (p. 205). Además, Greefrath (2011) citado en Villarreal y Mina (2020) señalan que los recursos tecnológicos en el aula resultan de suma importancia y de gran valor para la enseñanza de las matemáticas debido a que son facilitadores en los procesos que implican el desarrollo de aprendizaje de esta disciplina.

Ahora bien, factores como los señalados previamente: bajo interés, la descontextualización y no integración de las áreas y la subutilización de los recursos, resultan barreras en el desarrollo de aprendizaje, lo cual contribuye a que se experimente resistencia por el área y dificultades en su aprehensión. Así se evidencia en los registros que reposan dentro del apartado de los pre-análisis (*Figura 11, 12, 14, 15, 17 y 18*) dentro de la sección 5.1 relacionados a las actividades diagnóstico propuestas (*Figura 10, 13 y 16*) y desarrolladas por los estudiantes durante la práctica pedagógica del periodo 2023-2.

Así, de acuerdo con todo lo expuesto, la problemática que se consideró y que configuró el objeto de estudio, como se describe, se enfocó en un ambiente de aula atravesado por barreras relacionadas a la subutilización de los recursos tecnológicos dispuestos, el desinterés que tenían algunos estudiantes por las temáticas, y la desconexión de estas entre situaciones de la vida real y las prácticas de laboratorio. Lo anterior, reflejo en ellos dificultades en la claridad de ideas y dominio de conceptos propios del área.



En este sentido, se buscaron estrategias educativas para mitigar las dificultades en la enseñanza de la Trigonometría y las barreras presentadas. Consecuentemente, Brousseau, G. (1999) señala que resulta esencial disponer y poner en práctica en la práctica educativa los recursos y los medios para la construcción activa de conocimiento. En este contexto, se propuso la Mediación Didáctica a través de una organización secuencial, Según Ausubel et al. (1983) implica la presentación de la información de manera lógica y progresiva, siguiendo un orden que facilite la comprensión y la construcción del conocimiento. De manera que, mediante el apoyo del recurso tecnológico de GeoGebra se orientó la construcción progresiva y contextualizada de los contenidos del área de la trigonometría en la Modalidad Técnica adscrita a la Especialidad en Energía Fotovoltaica en la institución INEM José Félix De Restrepo. Por lo anterior, se planteó la siguiente pregunta de investigación:

¿De qué manera la implementación del recurso tecnológico de GeoGebra desarrolla aprendizaje significativo de la trigonometría en los estudiantes del grado décimo pertenecientes a la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica en el INEM José Félix de Restrepo?.

1.4 Justificación

De acuerdo con la problemática descrita, es importante promover, a través de la práctica docente, metodologías activas que involucren la participación del estudiante y la resolución de problemáticas de la realidad, basándose en el conocimiento y la coherencia. Ya que, como señala el MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencia en la práctica docente:

El quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (p. 52).

En este sentido, la presente investigación se fundamenta en la necesidad de transformar la enseñanza de la trigonometría, promoviendo un aprendizaje significativo que despierte y fomente el interés y la comprensión de los estudiantes. A través del enfoque didáctico y siguiendo los principios del “Aprendizaje Significativo”, con los que se subsanen las dificultades en la enseñanza identificada del área.

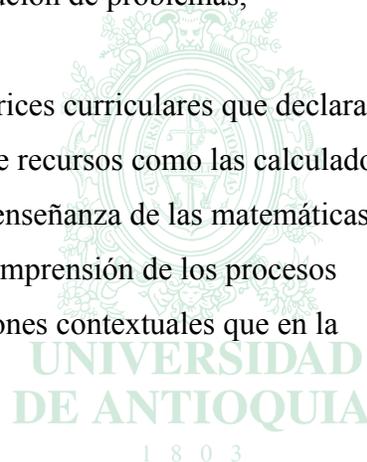
“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

La relevancia de este estudio radica en su capacidad para articular el contenido de la trigonometría con situaciones de la vida cotidiana y prácticas de laboratorio, permitiendo a los estudiantes establecer conexiones entre los conceptos matemáticos y su aplicación real. Esta contextualización no sólo contribuye a la asimilación de los conocimientos, sino que también transforma positivamente la estructura cognitiva de los estudiantes, fomentando habilidades esenciales en el pensamiento matemático, tales como el pensamiento variacional, geométrico y de medida. Estas competencias son fundamentales no solo para el dominio de la trigonometría, sino también para el estudio de otras disciplinas, como la física y el cálculo, que dependen de conceptos matemáticos claros.

Por lo tanto, la propuesta de práctica pedagógica reconoce las temáticas clave del área y los conocimientos diagnosticados, llevando a cabo el trabajo de estos de forma contextual e inductiva. Esto, implicó valorar los saberes de los estudiantes e integrarlos en la resolución de problemas propios de su entorno académico, promoviendo un enfoque que avanzara de lo particular a lo general, con el apoyo de recursos. puesto que, como indican los Lineamientos Curriculares del área de Matemáticas (MEN, 1996): “Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista” (p. 18).

En este marco, se destaca la incorporación del software GeoGebra como una herramienta didáctica esencial. Este recurso tecnológico no solo facilita la representación y comprensión de conceptos matemáticos desde múltiples perspectivas, sino que también permite a los estudiantes y al docente manipular y visualizar los elementos algebraicos y geométricos de manera integrada (Orellana Campoverde y Erazo Álvarez, 2022). La interactividad y funcionalidad de GeoGebra se convierten entonces en un aliado clave para el análisis y resolución de problemas, contribuyendo a una enseñanza enriquecedora y exitosa.

Lo anterior resulta destacable puesto que sigue las directrices curriculares que declara el MEN (2006) respecto a que es funcional la integración no solo de recursos como las calculadoras sino también de software simuladores dentro de los procesos de enseñanza de las matemáticas; sin embargo, el uso de estos recursos debe centrarse más en la comprensión de los procesos matemáticos y la representación de conceptos a través de situaciones contextuales que en la mecanización de rutinas.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Asimismo, esta investigación se alinea con principios como el que señala Freire (1968) en *“Educación como Práctica de Libertad”* en donde sostiene que educar consiste en crear las condiciones para el desarrollo de una mentalidad científica, abogando por una educación contextualizada y conectada a los desafíos reales de la sociedad. De esta forma, se fomenta un aprendizaje que trasciende el aula y se convierte en una herramienta para el desarrollo de facultades integrales en los estudiantes. Contribuyendo a la formación de estudiantes críticos y competentes. Por lo tanto, la investigación, no solo tiene un impacto académico, sino que también se proyecta como un elemento transformador en la práctica educativa y en la formación de futuros profesionales

1.5 Objetivos

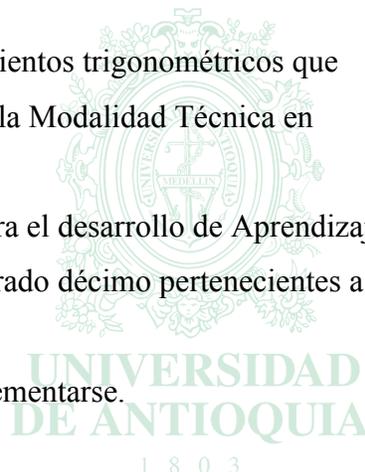
A continuación, se presentan los objetivos que guiaron la investigación en relación con las prácticas pedagógicas llevadas a cabo en la Institución Educativa INEM José Félix de Restrepo en el año de práctica correspondiente a los periodos 2023-01 y 2023-02.

1.5.1 Objetivo general

- Implementar una secuencia didáctica apoyada en la utilización del recurso educativo GeoGebra para el aprendizaje de la trigonometría en los estudiantes pertenecientes a la modalidad media técnica en Energía Fotovoltaica en el INEM José Félix de Restrepo.

1.5.2 Objetivos específicos

- Aplicar una actividad diagnóstica que refleje los conocimientos trigonométricos que poseen los estudiantes del grado décimo pertenecientes a la Modalidad Técnica en Energía Fotovoltaica.
- Diseñar una secuencia didáctica a través de GeoGebra para el desarrollo de Aprendizaje Significativo de la Trigonometría en los estudiantes del grado décimo pertenecientes a la Modalidad Técnica en Energía Fotovoltaica.
- Analizar la incidencia de la propuesta didáctica tras implementarse.



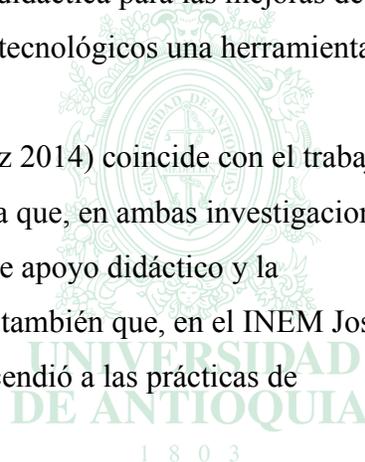
“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

2. Antecedentes

En el ámbito nacional, el estudio titulado *“Diseño e Implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza de las funciones trigonométricas para grado décimo mediante la modelación matemática y las TIC: Un Estudio de caso en el grupo 10° B de la Institución Educativa Montecarlo Guillermo Gaviria Correa, del municipio de Medellín”* realizado por Gil Suarez (2014) tiene como objetivo diseñar e implementar la estrategia para la enseñanza de la trigonometría mediante la identificación de metodologías para la enseñanza, la construcción y aplicación de actividades para redefinir mejoras y cambios en el aula. Todo ello se realiza mediante una revisión bibliográfica sobre el Aprendizaje Significativo y de ahí, la construcción de actividades didácticas mediante las TIC.

Como resultado, Gil Suarez (2014) identifica que los estudiantes comprenden más fácilmente conceptos de funciones trigonométricas de modo que consiguen diferenciar sus características y funciones de aplicación. Además, el rendimiento de los estudiantes constituye mejoras de modo que se consigue generar un desempeño favorable tanto para el estudiante como para la mediación docente. Así, el estudio sirve de referente debido a la problemática formulada en esta investigación puesto que, entre los estudios se comparten los conflictos de aprendizaje de los estudiantes de décimo grado y se implementa una mediación didáctica para las mejoras de conocimientos, constituyendo así la implementación de recursos tecnológicos una herramienta de gran utilidad para los docentes de matemáticas.

Por otro lado, si bien la investigación señalada (Gil Suarez 2014) coincide con el trabajo propuesto en la institución INEM José Félix de Restrepo debido a que, en ambas investigaciones se trabajó por el desarrollo de aprendizaje significativo a través de apoyo didáctico y la implementación de recursos tecnológicos, siendo preciso señalar también que, en el INEM José Félix de Restrepo la articulación del objeto de investigación trascendió a las prácticas de



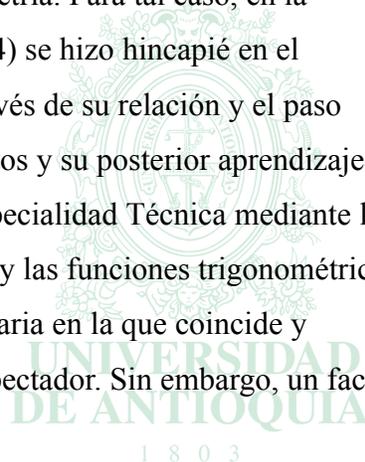
laboratorio que cursaba la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica. Es decir, la mediación didáctica integró de manera relacional el trabajo técnico de la especialidad más allá del uso meramente de alguna actividad apoyada con las TIC.

Segundo, el estudio titulado *“Una secuencia didáctica en el paso de las razones trigonométricas a las funciones trigonométricas: el caso de la función seno”*, implementada en una institución educativa de la ciudad Santiago de Cali tuvo como objetivo favorecer el paso de la razón a función trigonométrica seno a través de una secuencia didáctica en la que se empleó GeoGebra para estudiantes del grado décimo (Campo Marín y Lasso Munares, 2014). En ese sentido, se aplicó como enfoque fundamentado la ingeniería didáctica para proyectar el dominio de conocimientos de los estudiantes mediante la aplicación de secuencias didácticas que permitieron el análisis a priori y a posteriori de su aplicación. Particularmente, desde la teoría de Michael Artigue (1995), en donde se analizan las condiciones y posibilidades involucradas para el aprendizaje del concepto del Seno trigonométrico, considerando inicialmente su aspecto geométrico y finalizando en su parte algebraica.

Como resultado, se evidenció que la intervención del docente es fundamental en todo el proceso de aprendizaje ya que, este no debe ser un espectador, sino que debe ayudar a los estudiantes a encontrar respuestas (Campo Marín y Lasso Munares, 2014). Además, se encontró que la tecnología en el aula de clase puede ser implementada como un catalizador de conocimiento matemático gracias a las diversas posibilidades de interacción y exploración que pueden existir entre el objeto matemático y el estudiante.

De ese modo, el estudio de Campo Marín y Lasso Munares (2014) se alinea con la presente investigación puesto que, se desarrolla una mediación didáctica a través de GeoGebra con el fin de dar claridad a conceptos importantes de la trigonometría. Para tal caso, en la investigación referenciada (Campo Marín y Lasso Munares. 2014) se hizo hincapié en el concepto de razón trigonométrica y función trigonométrica a través de su relación y el paso entre ellas. Lo que permitió a los estudiantes asimilar los conceptos y su posterior aprendizaje.

De igual manera, en la investigación propuesta con la Especialidad Técnica mediante la guía didáctica se establece la enseñanza directa entre las razones y las funciones trigonométricas a través de la representación geométrica de la circunferencia unitaria en la que coincide y reconoce la postura del maestro como actor activo y no como espectador. Sin embargo, un factor



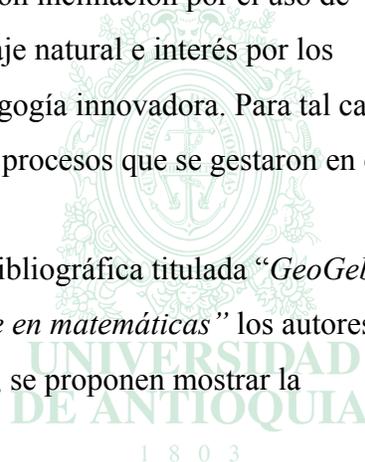
importante en el trabajo investigativo llevado a cabo en el INEM José Félix de Restrepo, como se viene describiendo, se enfoca en la puesta en práctica de los conceptos a través de situaciones de la práctica de laboratorio.

Tercero, el proyecto titulado “*Mediación complementaria de GeoGebra y material concreto en los procesos de aprendizaje de las identidades trigonométricas pitagóricas fundamentales en estudiantes de décimo grado de la IE Juan Pablo II*” realizado por García Ramos y Posada Ruiz (2022) e implementada en el Valle del Cauca tuvo como objetivo identificar las principales características que tiene un proceso de aprendizaje con la mediación complementaria de GeoGebra y material concreto, que contribuyeron a la construcción de conceptos como el de identidad trigonométrica pitagórica y el aprendizaje significativo de estas entre los estudiantes participantes. Así, utilizó una metodología mixta de modo que se analizaron tanto datos cuantitativos como cualitativos para la resolución de la pregunta delimitada y el objetivo de la investigación.

Como resultado, el estudio determinó que los estudiantes presentan inclinación por el uso de gráficos y representaciones en lenguaje natural y algebraico, de modo que se debían fortalecer los conocimientos mediante nuevos métodos que estuviesen sujetos a los procesos del estudiante (García Ramos y Posada Ruiz, 2022). Por lo tanto, es importante la definición de un lenguaje apropiado que vincule gráficos y un lenguaje enfocado en el aprendizaje trigonométrico de los estudiantes de décimo. Además, se evidencia que, lo que despierta interés por el aprendizaje de la trigonometría en los estudiantes es la didáctica, por lo tanto se resalta la necesidad de cambio de metodología con la que se estimule el desarrollo de aprendizajes significativos.

De esta manera, se puede decir que también en la investigación propuesta en el INEM José Félix de Restrepo los estudiantes de la Especialidad mostraron inclinación por el uso de gráficos y representaciones de la trigonometría a través de lenguaje natural e interés por los procesos didáctico mediante estrategias de enseñanza como pedagogía innovadora. Para tal caso, la implementación del recurso GeoGebra como facilitador en los procesos que se gestaron en el aula.

Finalmente, en el ámbito internacional, la investigación bibliográfica titulada “*GeoGebra, una propuesta para innovar en el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas*” los autores Jiménez García, J. G., y Jiménez Izquierdo, S. (2017) en México, se proponen mostrar la



relevancia de las matemáticas y el uso de software como herramientas clave para el desarrollo de competencias entre los estudiantes dada su relación fundamental y conexión con otras ciencias.

Este estudio es de tipo documental y de carácter descriptivo. En este, se analiza el aprendizaje de las matemáticas en alumnos con conocimientos digitales en el entorno escolar, subrayando la necesidad de que los docentes adopten recursos tecnológicos en la enseñanza de esta disciplina y diseñen estrategias que motiven a los estudiantes a aprender puesto que, las matemáticas son el área de conocimiento que genera mayor resistencia en todos los niveles de la educación, sin embargo, es el área más aplicada y utilizada en la mayoría de los campos del conocimiento.

A partir de este análisis, la investigación concluye que GeoGebra es una excelente opción para potenciar la enseñanza de las matemáticas, facilitando la resolución de problemas y actuando como una herramienta adecuada en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias.

De esta forma, las investigaciones presentadas destacan debido a que reconocen el valor del recurso GeoGebra como fuente de apoyo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en el área de la trigonometría. Además se reconocen las consideraciones del constructo teórico “*Aprendizaje Significativo*” formulado por Ausubel et al. (1983) como enfoque pedagógico mediador en el proceso de enseñanza. Así, los estudios presentados demuestran que la tecnología permite a los estudiantes conectar conceptos trigonométricos con lenguaje natural mediante representaciones visuales y prácticas reales que terminan consolidándose en su estructura cognitiva de manera sustancial.



3. Marco teórico

La combinación de un enfoque en el que se construye el saber, la implementación de recursos educativos y la aplicación de metodologías activas y estrategias didácticas permite no solo el desarrollo de aprendizaje significativo, sino también una transformación en las relaciones y las dinámicas del aula, en donde, el aprendizaje se convierte en un proceso sustancial aplicable a las realidades que viven los estudiantes. De esta manera, a continuación se describen las dimensiones teóricas que sustentan la propuesta de investigación.

3.1. Dimensión disciplinar

La dimensión disciplinar trata del objeto de enseñanza en la investigación, este es la trigonometría.

3.1.1. La trigonometría

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las razones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante asociadas por las relaciones que se establecen entre los lados de un triángulo rectángulo referenciados bajo un ángulo interior de éste en particular. Dicho estudio se integra a la circunferencia de radio uno en el sistema de coordenadas reales con el fin de poder estudiar fácilmente el concepto (razones trigonométricas y funciones trigonométricas), mediante la representación de triángulos rectángulos auxiliares inscritos en ella.

Según Vance (1965) citado en Carrasco-Carrasco y Moraga-Molina (2014) la trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las propiedades y las aplicaciones de las funciones circulares o trigonométricas, cuyo dominio son conjuntos reales. Así, se encarga de la medición de triángulos estableciendo la correcta relación entre sus lados y ángulos, de manera que se analicen sus propiedades y la variación generada en las funciones circulares en la realidad. De acuerdo con Moore, K.C. (2012). La trigonometría es una parte de las matemáticas que

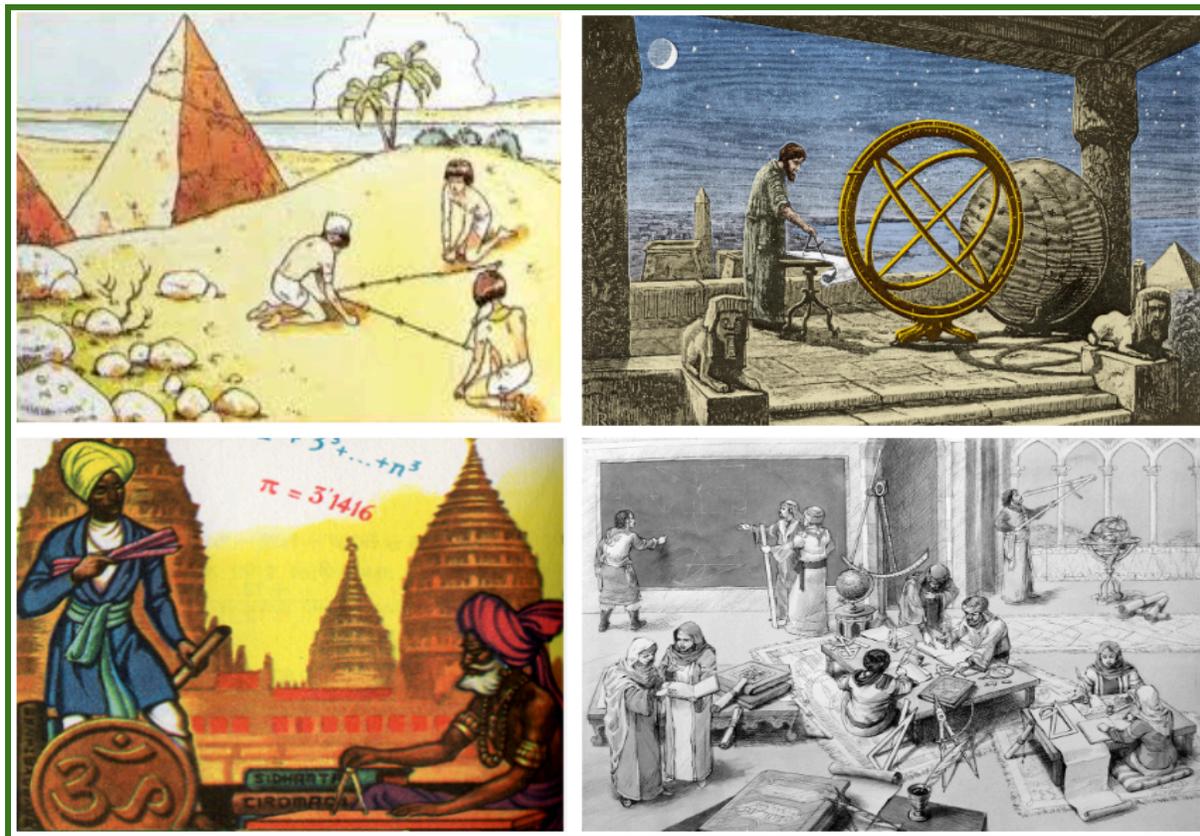
“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

estudia el significado de las razones trigonométricas elementales y sus aplicaciones, de esa manera el docente enseña conceptos esenciales para el saber de las cantidades vectoriales y los elementos fundamentales de la trigonometría.

3.1.2. Origen y aspectos históricos

Ahora bien, la trigonometría nace de la preocupación histórica por la medición de triángulos por parte de sociedades babilónicas, los cuales se aplican al nivel empírico por medio de fenómenos naturales, es decir, el cambio del día y la noche, los movimientos de cuerpos celestes y otras preocupaciones como las posiciones de las estrellas, la luna y el sol (Montiel, G. 2005). Anteriormente, los egipcios se acercaron a los sistemas de medición a partir de la construcción de pirámides con todas sus caras y de la misma inclinación y así, se acercaban al concepto de la trigonometría y a la comprensión de fenómenos de la realidad (Carrasco Carrasco y Moraga Molina, 2014).

Figura 4. Cultura Egipcia, Griega, Hindu y Erabe comprendiendo los fenómenos de la realidad.



Fuente: Imágenes adaptadas de la web.

<https://www.timetoast.com/timelines/historia-de-la-trigonometrica-6ae18782-e008-44bc-ba06-e78b7292ac5d>

Tal como lo indica Montalvo-Antolín (2012), los Griegos, los Hindúes y los Árabes utilizaron las líneas trigonométricas las cuales tomaron la forma de las cuerdas en círculo y se asociaron a valores numéricos; probablemente la medida de 360° procede de la astronomía, la división del zodiaco en 36 decanos y un ciclo de 360 días. Siendo así, la historia de la trigonometría guarda relación con los eventos de la naturaleza y los movimientos astrales. Pues permitió calcular en su momento la distancia entre cuerpos celestes, predecir eclipses solares y lunares, comprender algunos fenómenos de la naturaleza y utilizar métodos que facilitaban el desarrollo de la vida. Cuyos principios reposan ahora en la configuración de dispositivos que posibilitan el cálculo de nuevos fenómenos surgidos de la ciencia.

3.1.3. Descripciones conceptuales

3.1.3.1. La circunferencia unitaria.

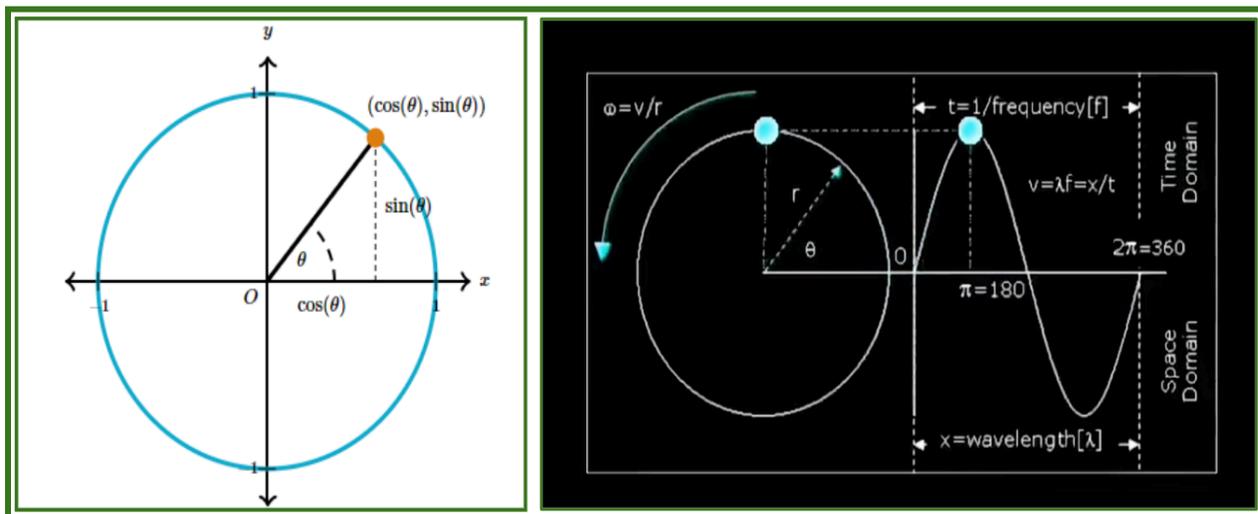
Es el conjunto de puntos del plano real que están a la misma distancia (llamada radio) de un punto fijo (llamado centro). Sus cualidades son: El centro, se sitúa sobre la coordenada de origen $(0 ; 0)$ cuyo radio trazado a partir de esta tiene una magnitud equivalente a una unidad real. Además asocia un triángulo rectángulo que se inscribe dentro de ésta. Si se traza la circunferencia unitaria en el plano cartesiano, sus puntos pueden representarse mediante coordenadas cartesianas, donde la coordenada (X) representa el coseno de un ángulo, esto es $X = \text{Cos}(x)$, y la coordenada (Y) representa el seno de ese mismo ángulo, esto es, $Y = \text{Sen}(y)$. Así, la circunferencia unitaria es un concepto fundamental en la trigonometría. *Figura (4)*.

A medida que un ángulo se mide desde el eje coordenado positivo de las (x) , las coordenadas del punto de intersección en la circunferencia corresponden a los valores del coseno y el seno de dicho ángulo $((x = \cos(\theta), y = \sin(\theta))$). Esta representación facilita la comprensión de cómo varían las funciones trigonométricas a medida que cambia el ángulo (θ) , lo cual es importante para conectar los conceptos de razón trigonométrica y su aplicación en situaciones geométricas y algebraicas.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Figura 5. Circunferencia Unitaria.



Fuente: Elaboración propia.

3.1.3.2. Razones trigonométricas.

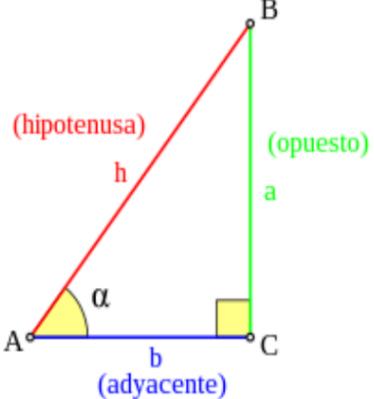
Las razones trigonométricas son proposiciones que relacionan los lados de un triángulo con sus ángulos. Estas razones se utilizan para analizar y resolver problemas geométricos y trigonométricos. Existen tres razones trigonométricas principales, que se derivan de las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo. Estas tres razones son: Seno, Coseno, Tangente. El seno de un ángulo en un triángulo rectángulo es la razón entre la longitud del cateto opuesto al ángulo y la longitud de la hipotenusa, esto es; $Sen(\alpha) = Opp/Hyp$. El coseno de un ángulo en un triángulo rectángulo es la razón entre la longitud del cateto adyacente al ángulo y la longitud de la hipotenusa, esto es; $Cos(\alpha) = Adj/Hyp$. La tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo es la razón entre la longitud del cateto opuesto al ángulo y la longitud del cateto adyacente al ángulo, esto es; $Tan(\alpha) = Opp/Adj$.

Estas tres razones son fundamentales y se utilizan comúnmente en trigonometría. Además, hay otras tres razones trigonométricas, que son simplemente las recíprocas de las anteriores: cotangente, secante y cosecante. La cosecante de un ángulo es la razón entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto opuesto al ángulo, esto es; $Csc(\alpha) = 1/Sin(\alpha)$. La secante de un ángulo es la razón entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto adyacente al ángulo, esto es; $Sec(\alpha) = 1/Cos(\alpha)$. Finalmente, la Cotangente de un ángulo es la razón entre la longitud del cateto adyacente al ángulo y la longitud del cateto opuesto al ángulo,

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

esto es; $Cot(\alpha) = 1/Tan(\alpha)$.

Figura 6. Razones Trigonómicas.

Triángulo rectángulo	Razones trigonométricas del ángulo (α)
	<p> $SEN(\alpha) = \text{Cat Opu} / \text{Hyp.}$ $COT(\alpha) = \text{Cat Ady} / \text{Cat Opu.}$ $COS(\alpha) = \text{Cat Adj} / \text{Hyp.}$ $SEC(\alpha) = \text{Hyp} / \text{Cat Ady.}$ $TAN(\alpha) = \text{Cat Opu} / \text{Cat Ady.}$ $CSC(\alpha) = \text{Hyp} / \text{Cat Opu.}$ </p>

Fuente: Elaboración propia.

3.1.3.3. Funciones trigonométricas.

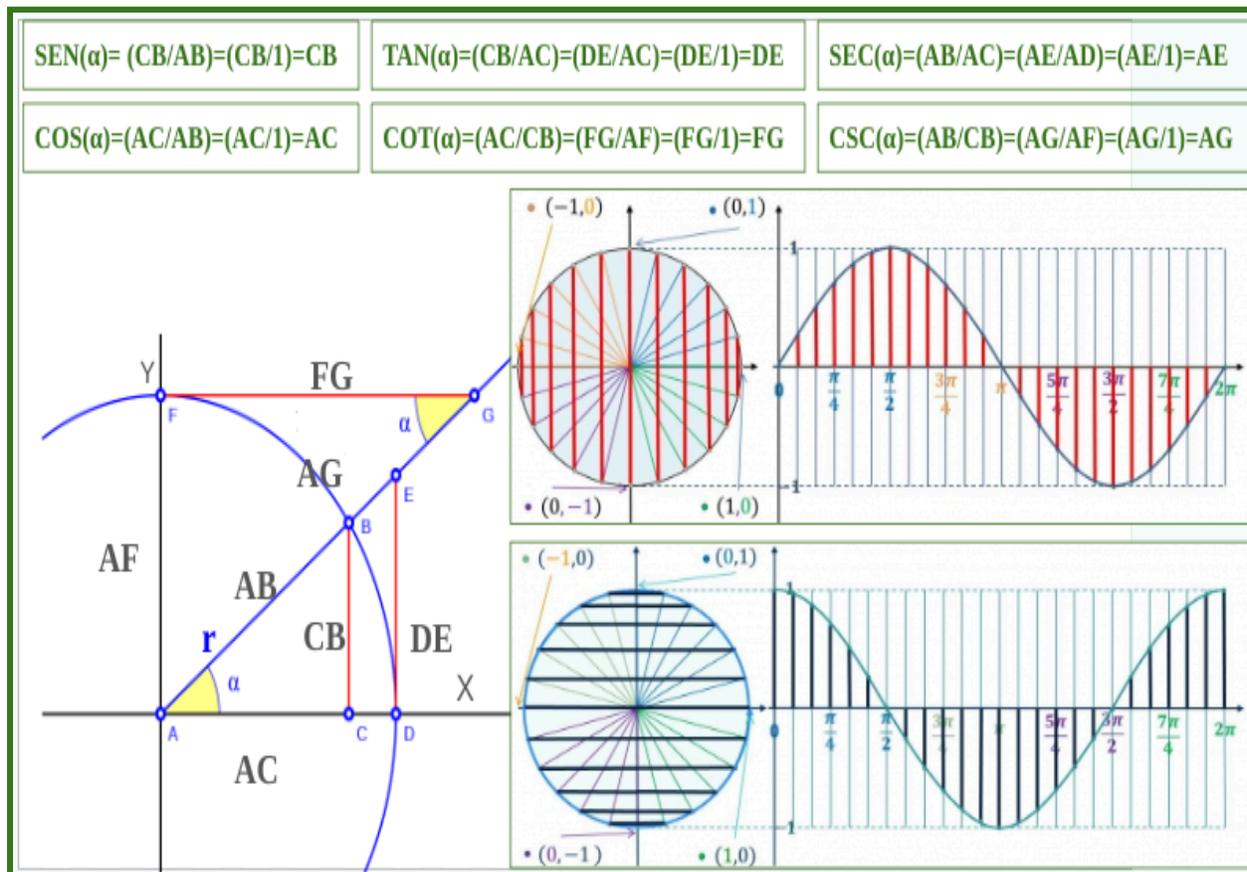
Las funciones trigonométricas son conceptos matemáticos que se emplean específicamente en contextos que describen fenómenos periódicos. Estas funciones se definen con relación al análisis de las longitudes de los lados de los triángulos rectángulos inscritos dentro de la circunferencia unitaria. Por ejemplo, el seno es una función periódica cuya variación depende de la relación del valor del ángulo que marca el radio en la circunferencia unitaria. Esta relación se define como la proporción entre la longitud del cateto opuesto al ángulo marcado y la longitud de la hipotenusa, el cual a su vez es el mismo radio, expresándose como " $sen(\alpha) = \text{cateto opuesto} / \text{hipotenusa}$ ". Esta función brinda una noción de la relación entre el lado opuesto al ángulo y la longitud de la hipotenusa.

De manera similar sucede con la función del coseno. Cabe señalar que la función seno como la función coseno generan valores comprendidos siempre entre -1 y 1. Por ejemplo, cuando el ángulo (α) es de 90° , el cateto opuesto (radio) tiene la misma longitud que la hipotenusa, lo que hace que el seno sea igual a 1 y el coseno sea 0 si $(\alpha) = 90^\circ$. Por otro lado, cuando el ángulo (α) es de 0° grados, el cateto opuesto tiene longitud cero, lo que lleva al seno a ser 0 y al coseno a ser 1.

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

De igual forma, existen otras 4 funciones trigonométricas; tangente, cotangente, secante y cosecante las cuales resultan conceptos importantes en el análisis de comportamiento a fenómenos que interpreta la ciencia.

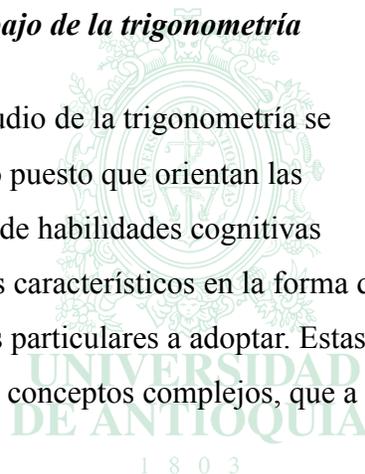
Figura 7. Representación gráfica de las razones trigonométricas en la circunferencia unitaria y su asociación con la función seno y coseno.



Fuente: Elaboración propia.

3.1.4. Los tipos de pensamiento matemático presentes en el trabajo de la trigonometría

Los tipos de pensamiento matemático relacionados al estudio de la trigonometría se destacan dentro del componente disciplinar y el objeto de estudio puesto que orientan las estrategias pedagógicas y didácticas que posibilitan el desarrollo de habilidades cognitivas específicas en el estudiante. Por ejemplo, la abstracción y análisis característicos en la forma de pensamiento matemático sugieren la estructuración de estrategias particulares a adoptar. Estas estrategias deben estar diseñadas para facilitar la comprensión de conceptos complejos, que a la



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

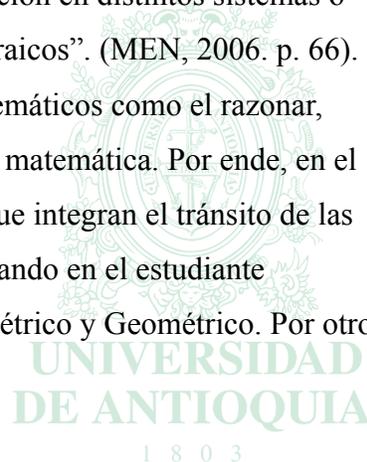
vez promueven un aprendizaje significativo en el que el estudiante aplique los conocimientos adquiridos en contextos diversos y resuelva exitosamente problemas de manera colaborativa o autónoma.

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) los componentes conceptuales de la Trigonometría, como cualquier temática que se desarrolla en el marco del currículo para la actividad matemática en Colombia le implican al estudiantes el trabajo sobre los cinco procesos matemáticos; razonar, plantear y resolver problemas, comunicar, modelar, elaborar comparaciones y ejercitación mediante procedimientos. Estos procesos fundamentados bajo los lineamientos curriculares del área de Matemáticas (MEN, 1996) desarrollan conocimientos básicos en torno al área y potencializan habilidades de pensamiento; Espacial y Sistemas Geométricos, Variacional y Sistemas Algebraicos y Métrico y Sistemas de Medida.

De Acuerdo con el MEN (2006), el pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos se entiende como "... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales" (p. 61). Respecto al pensamiento Métrico y sistemas de Medida se describe que este tipo de pensamiento "... hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones". (MEN, 2006. p. 63).

Por otro lado, frente al pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos, los Estándares Básicos de Competencia Matemática señala que este tipo; "tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos". (MEN, 2006. p. 66).

De esta manera, Montiel (2005) señala que procesos matemáticos como el razonar, plantear y resolver problemas se ven reflejados en toda actividad matemática. Por ende, en el área de la trigonometría se reflejan en actividades matemáticas que integran el tránsito de las razones trigonométricas a las funciones trigonométricas. Estimulando en el estudiante habilidades de pensamiento matemáticos como el Variacional, Métrico y Geométrico. Por otro



lado, según Kendall y Stacey (1998) agrega que las razones y funciones trigonométricas permiten comprender y comparar fenómenos que sugieren al estudiante procesos de análisis.

En este sentido, Grabovski y Kotelnikov (1971) señala la necesidad de presentar en el área de la trigonometría situaciones que impliquen al estudiante el estudio de fenómenos reales a través de la aplicación de funciones periódicas, puesto que, estos aspectos le implican el desarrollo de procesos y de habilidades de pensamiento como los que señala la estructura curricular propuesta por el Ministerio de Educación Nacional desde sus lineamientos en el área de las matemáticas.

Frente a lo anterior, el MEN (2006) propone a través de los Estándares Básicos de Competencia los criterios que contienen las acciones, los saberes y actitudes a seguir para el desarrollo de los diferentes tipos de pensamiento matemático relacionados a la actividad del área. Para el caso de la trigonometría, se consideran un conjunto de estos:

Tabla 2. Estándares básicos de competencia. (MEN 2006). (pp. 88-89).

Habilidades Básicas -Tipo de pensamiento	Estándar
Pensamiento Métrico y Sistema de Medidas	<p>Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.</p> <p>Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.</p>
Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos	<p>Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.</p> <p>Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones.</p>
Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos	<p>Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.</p> <p>Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros.</p>

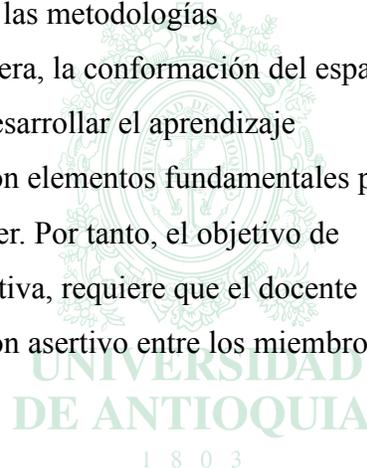
Fuente: Elaboración propia.

3.2. Dimensión didáctica

Según los Lineamientos Curriculares del área de Matemática (MEN, 1996) la didáctica corresponde a un conjunto de estrategias determinadas en la enseñanza de toda disciplina con las que se pretenden aprendizajes y desarrollar habilidades en los estudiantes. En este sentido, de acuerdo con Jiménez Rivas (2015) la didáctica es una disciplina de carácter científico pedagógica que tiene como objeto de estudio procesos y elementos para la enseñanza y el aprendizaje, de manera que, se ocupa de técnicas y de métodos de enseñanza, destinados a plasmar en la realidad las pautas de las teorías pedagógicas. Así, la didáctica permite la aplicación de estrategias efectivas para los estudiantes que se relacionen con sus diversas maneras de aprendizaje y también, con los problemas del entorno, de manera que se puedan transformar los procesos académicos para el aprendizaje significativo. Más profundamente, el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas de; Cuba (1990, citado en Jiménez & Oliva, 2015) afirma que, la didáctica es:

La teoría científica del proceso de enseñar y aprender, a partir de sus leyes y principios más generales, para lo cual tiene como categorías básicas los objetivos, el contenido, los métodos, los medios, las formas de organización y la evaluación, entre otros, que tiene en cuenta la unidad educación formación enseñanza aprendizaje desarrollo y la importancia de la comunicación en este proceso, en función de preparar al hombre para la vida. (p. 43).

Acorde con lo dicho anteriormente, la didáctica le ayuda al docente a preparar el aula de clase para la enseñanza, entendiendo con ello que el estudiante y las metodologías implementadas constituyen el entorno de aprendizaje; de tal manera, la conformación del espacio de enseñanza se desarrolla a partir de los objetivos que buscan desarrollar el aprendizaje significativo; a su vez, los métodos y las formas de evaluación son elementos fundamentales para la identificación de mejoras o dificultades de adquisición del saber. Por tanto, el objetivo de enseñanza y la metodología para la práctica pedagógica significativa, requiere que el docente conozca a los estudiantes y mantenga un proceso de comunicación asertivo entre los miembros de la comunidad institucional.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

3.3. Dimensión pedagógica

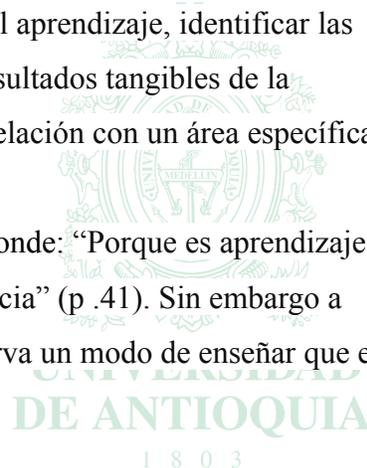
La dimensión pedagógica en la cual se basó la presente investigación se fundamentó en el paradigma constructivista del conocimiento siguiendo su principio característico; los procesos de aprendizaje de los individuos responden a una constante construcción de nuevos conocimientos y la debida reconstrucción de los previos. Así, la investigación se fundamentó bajo el constructo teórico; “Aprendizaje Significativo”, propuesto por el Psicopedagogo estadounidense David Ausubel y colaboradores Joseph Novak y Helen Hannesian, constructo que a su vez se ampara sobre la teoría de la asimilación.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, Novak y Hannesian destaca la importancia de la asimilación en el proceso educativo. La asimilación se refiere a la integración de nuevos conocimientos dentro de la estructura cognitiva existente del individuo. Este concepto se fundamenta en la premisa de que el aprendizaje significativo ocurre cuando la nueva información se relaciona de manera relevante y sustancial con los conceptos preexistentes en la mente de quien aprende. Es decir, por medio de la asimilación el aprendiz adquiere significados de los conceptos y las proposiciones relacionados sustancialmente con ideas dentro de su estructura de saber.

3.3.1. ¿Por qué el Aprendizaje Significativo?

Según Moreira (2000) y Rodríguez Palmero (2011), es importante dirigir la mirada hacia el entorno del aula para comprender verdaderamente el proceso de aprendizaje del estudiante. Ya que, éste enfoque activo permite explorar la naturaleza misma del aprendizaje, identificar las condiciones necesarias para que se lleve a cabo y observar los resultados tangibles de la reestructuración y reorganización de las ideas del estudiante en relación con un área específica del conocimiento.

Moreira (2010) citado en Rodríguez Palmero (2011) responde: “Porque es aprendizaje con significado, comprensión, retención, capacidad de transferencia” (p .41). Sin embargo a pesar de que se reconocen sus facultades, “...en las aulas se observa un modo de enseñar que es



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

el mismo de siempre, disciplinario, repetitivo, que considera al alumno como sujeto pasivo que almacena literal y mecánicamente la información que ha memorizado.”. (p. 41).

3.3.2. Aprendizaje Significativo

El Aprendizaje Significativo es un proceso de enseñanza activa y personal en el cual el estudiante pueda apropiarse de sus conocimientos, habilidades y hábitos de estudio, de manera que, es un proceso psicológico que se basa en la construcción y reconstrucción del conocimiento. (Garcés Cobos et al, 2018). De tal manera, el aprendizaje significativo implica variables cognitivas, habilidades de pensamiento y conductas instrumentales para alcanzar metas, de modo que se faciliten y se organicen actividades para que el estudiante interiorice el conocimiento (Alcalay y Antonijevic. 1978 citado en Garcés Cobos et al 2018).

3.3.3. Referentes del Aprendizaje Significativo y sus características

Los referentes del aprendizaje significativo son principalmente **Ausubel, Novak y Hanesian**, los cuales aplican la teoría del constructivismo para desarrollar el aprendizaje significativo en los estudiantes (Garcés Cobos et al, 2018). Dicha teoría pretende construir definiciones y perspectivas sobre el aprendizaje significativo y las formas de aplicación en el entorno educativo y al contexto que viven los estudiantes.

A continuación se señalan algunas características del constructo teórico:

El Aprendizaje Significativo es; “el que puede relacionar los conocimientos nuevos con los conocimientos previos del estudiante y esto le permite asignar significado a lo aprendido y poderlo utilizar en otras situaciones de la vida”. (Latorre. M, 2017. p. 2). Por su parte Carneros (2018) señala que el aprendizaje significativo supone un proceso en el que la persona adquiere información, la elige, la estructura y la vincula con el conocimiento que ya poseía anteriormente. Solano (2011) explica que es fundamental desarrollar aprendizajes significativos, ya que el proceso de adquisición del conocimiento es continuo y puede enriquecerse con diversas experiencias. Según él, el éxito de la enseñanza radica en lograr un aprendizaje que proporcione las bases necesarias para seguir aprendiendo a lo largo de la vida.

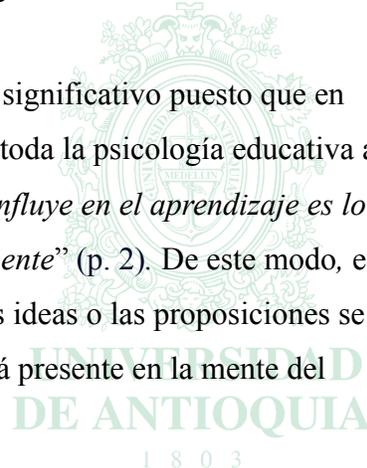
De esta manera resulta una estrategia de aprendizaje que promueve el aprendizaje con sentido, relacionándolo con el contexto socio-educativo de quienes aprenden, de tal modo que el aprendizaje se convierten en conocimientos, que puede ser usado en diversas situaciones.

3.3.4. Aprendizaje Significativo según Ausubel, Novak y Hanessian

El Aprendizaje Significativo de Ausubel et al.(1983) establece la adquisición de nuevos aprendizajes y significados en el estudiante que son producto de otros nuevos significados dentro del entorno escolar. Siendo así, el estudiante manifiesta el aprendizaje significativo mediante su disposición para relacionar el conocimiento en la materialidad y el contexto. De acuerdo con Ausubel et al. (1983) el material que el estudiante aprende es significativo para él, siempre y cuando sea relacionable con su estructura de conocimiento bajo una base no arbitraria y no al pie de la letra, es decir un conocimiento que no se construye mecánica o meramente por la memorización de conceptos.

En ese sentido, el aprendizaje significativo es caracterizado por edificar conocimientos de manera armónica y coherente para construir conceptos que perduran (Ausubel et al., 1983). En este sentido, la interrelación y la comunicación de saberes de forma estructurada y lógica de los contenidos en toda área permite al estudiante la conformación de análisis y conceptos frente a los fenómenos estudiados de manera significativa. Así, se construyen nuevos aprendizajes mediante la orientación de saberes relacionados a representaciones, conceptos y proposiciones previas del estudiante. Por lo que, el aprendizaje bajo este enfoque representa un proceso de enseñanza activa y aprendizajes de conocer, de ser, de hacer y de vivir juntos (Delors, 1994), es decir, constituye la acción del docente y del estudiante que interactúan y se comunican mediante los intereses y saberes que emergen en el aprendiz.

Así, bajo este principio reposa el sentido del aprendizaje significativo puesto que en palabras de Ausubel et al. (1983) señala: “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, anunciaría este: *el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente*” (p. 2). De este modo, el aprendizaje significativo ocurre cuando los nuevos conceptos, las ideas o las proposiciones se conectan con el conocimiento previo relevante y claro que ya está presente en la mente del



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

individuo. Esta interacción facilita la asimilación de la nueva información, contribuyendo así a diferenciarla, desarrollarla y consolidarla dentro de la estructura cognitiva.

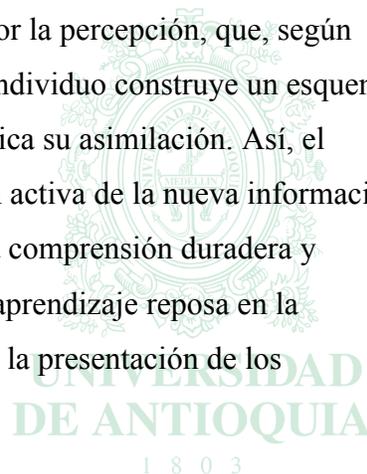
3.3.4.1. Aspectos que inciden en el desarrollo del Aprendizaje Significativo según Ausubel, Novak y Hannesian.

Según Ausubel et al. (1983) , para el desarrollo de Aprendizaje Significativo en entorno escolar aspectos como los intrapersonales, situacionales, cognitivos y afectivo-sociales inciden sustancialmente. Primeramente, aspectos como el intrapersonal integra los factores internos del alumno, como la estructura cognitiva y la disposición al desarrollo de aprendizaje. Incluye la capacidad intelectual, motivación, actitud y personalidad.

Segundo, el aspecto situacional el cual compromete el entorno de práctica en que se da el aprendizaje, el ordenamiento de los materiales de enseñanza y factores sociales y de grupo. Esto incluye el clima psicológico del aula, la cooperación, las cualidades profesionales del maestro y la calidad del entorno físico. Tercero, el aspecto cognitivo abarca factores intelectuales objetivos, la estructura cognitiva del aprendiz, su disposición ante el desarrollo, la capacidad intelectual de la que goce, la práctica y los materiales didácticos que se integra. Finalmente, aspectos relacionados al afectivo-social refiere a la motivación, actitudes, personalidad, factores colectivos y sociales.

3.3.4.2. Métodos de Aprendizaje Significativo: recepción y descubrimiento.

Siguiendo a Ausubel et al. (1983), el aprendizaje por recepción se fundamenta en la idea de que el proceso de adquisición de conocimientos está guiado por la percepción, que, según Neisser. (1976) es un proceso activo y constructivo en el que el individuo construye un esquema anticipatorio de información antes de procesar la nueva y le implica su asimilación. Así, el aprendizaje por recepción se lleva a cabo mediante la integración activa de la nueva información con los conocimientos previos que tenga éste, lo que permite una comprensión duradera y significativa de los conceptos. Una característica de este tipo de aprendizaje reposa en la organización y la estructuración de la información, la claridad en la presentación de los contenidos, y la relevancia de ésta para el estudiante.



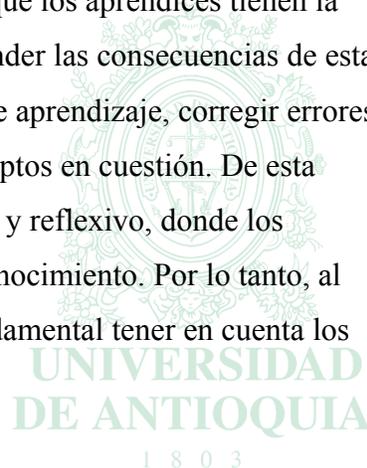
“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

En ese sentido, debe existir una reconciliación de las ideas existentes en la estructura cognoscitiva (procesos mentales empleados para entender la información) del estudiantes con las nuevas ideas para la aprehensión (acción de aprehender) de similitudes y diferencias de modo que, se dé resolución a contradicciones reales y conceptos nuevos (Ausubel et al., 1983). De este modo, el aprendizaje por recepción es un mecanismo humano que incentiva en el aprendiz la adquisición y almacenamiento de ideas e información de cualquier clase. Siendo un proceso activo de aprendizaje porque sugiere al individuo el análisis de conocimientos previos y de los cuales se vale para identificar similitudes, diferencias y de este modo reformular el material de acuerdo con el intelecto y el lenguaje.

Por su parte, el aprendizaje por descubrimiento parte del constructivismo y plantea un modo de aprender de acuerdo con la conformación de competencias por parte de los estudiantes de una manera activa para adquirir el saber (Castillo-Rodríguez, et al, 2020); de este modo, es el tipo de aprendizaje que procura que el estudiante obtenga conocimientos mediante la acción de forma guiada, de manera que el material a ser aprendido no se le presenta en su forma final, sino que es descubierto por éste durante el proceso.

Ausubel et al. (1983) abogan por la participación en la adquisición de conocimientos a través de la exploración y la experimentación directa. Señala que esta metodología fomenta en el estudiante el descubrimiento de conceptos mediante la manipulación de objetos, la realización de actividades prácticas y la resolución de problemas reales. Al involucrarse en situaciones concretas, se les proporciona la oportunidad de aplicar y de consolidar los conocimientos teóricos de manera práctica y significativa.

Una característica fundamental del aprendizaje por descubrimiento según Ausubel et al. (1983) consiste en la retroalimentación inmediata. Esto implica que los aprendices tienen la oportunidad de recibir información sobre sus acciones y comprender las consecuencias de estas en tiempo real. Dicha acción les permite ajustar sus estrategias de aprendizaje, corregir errores y mejorar en este sentido la comprensión y la asimilación de conceptos en cuestión. De esta manera, se fomenta un proceso de aprendizaje activo, progresivo y reflexivo, donde los estudiantes son agentes prestos a la construcción de su propio conocimiento. Por lo tanto, al diseñar experiencias de aprendizaje por experimentación, es fundamental tener en cuenta los



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

conocimientos previos de los alumnos y establecer conexiones sustanciales entre los nuevos contenidos y lo que ya saben.

En suma, la consolidación del aprendizaje por descubrimiento involucra la investigación científica, la experimentación y la solución de ensayo error (Ausubel et al., 1983) así, el individuo aplica sus conocimientos en la realidad y resuelve incógnitas a través del saber práctico. Según Baro (2011) el aprendizaje por descubrimiento se centra en la participación interactiva de los estudiantes, ya que los significados se construyen a través de la actividad de interacción con otros, el profesor, los contenidos estudiados y la estructura cognitiva (conjunto de saberes) del estudiante.

De esta manera, *el aprendizaje por recepción* y *por descubrimiento* representan dos métodos importantes en la aprehensión de saberes. Primeramente, en el aprendizaje por *recepción*, el contenido se presenta y entrega de manera final al estudiante, sin embargo, lo debe interiorizar en su estructura cognitiva sin limitarse a la mera memorización. Este método, resulta característico de etapas de desarrollo cognitivo tempranas en el aprendizaje en la que el aprendiz inicia la construcción de un saber específico. Por ejemplo, en el acercamiento de conceptos que fundamentan alguna teoría.

Por otro lado, el aprendizaje por *descubrimiento* lleva al estudiante a construir el conocimiento por sí mismo, sin que el contenido principal sea entregado de antemano. Este método, ideal para la formación de conceptos y la resolución de problemas, se adapta especialmente a etapas de desarrollo donde el aprendizaje de conceptos y proposiciones ya está consolidado. Además, resulta significativo en campos del conocimiento donde las respuestas no son cerradas o unívocas, permitiendo el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y creativo. Así, ambos métodos, por *recepción* y por *descubrimiento*, ofrecen ventajas únicas que pueden complementarse para enriquecer el proceso formativo, promoviendo un aprendizaje sustancial sobre lo que se estudia. A continuación algunas características precisas.

Tabla 3. Características del aprendizaje por recepción y por descubrimiento.

Aprendizaje por Recepción	Aprendizaje por Descubrimiento
El contenido se presenta en forma final. (Proposiciones elementales).	El contenido principal para aprender no se da en su forma final, el estudiante tiene que construirlo. (Proposiciones elaboradas).

El aprendiz debe internalizar el contenido (proposiciones elementales) en su estructura cognitiva.	Propio de la formación de conceptos y solución de problemas.
No es sinónimo de memorización.	Propios de las etapas del desarrollo de aprendizajes de conceptos y proposiciones más elaboradas.
Propio de las etapas de desarrollo cognitivo de aprendizaje verbal.	Útil en el campo del conocimiento donde no existen respuestas cerradas o unívocas.
Útil para el desarrollo de los campos establecidos del conocimiento temprano.	Útil en etapas de desarrollo de conocimientos previos.

Fuente: Elaboración propia.

3.3.4.3. Tipos de Aprendizaje Significativo según Ausubel, Novak y Hannesian.

De acuerdo con Ausubel et al. (1983) el Aprendizaje Significativo se clasifica en tres tipos: de *representación*, de *conceptos* y por *proposiciones*. Estos integrarán conjuntamente el desarrollo y análisis de la propuesta investigativa.

3.3.4.3.1. Aprendizaje de representación.

Primero, el aprendizaje de *representaciones* según Ausubel et al. (1983) es aquel proceso que establece una conexión significativa entre un símbolo y el objeto que dicho símbolo representa. Es decir, consiste en asignar significados a objetos, imágenes, signos o símbolos. Este tipo de aprendizaje ocurre cuando se igualan significados con símbolos arbitrarios con sus referentes, es decir, objetos, eventos y conceptos; de tal manera, este tipo de aprendizaje logra que el estudiante relacione de manera sustantiva los símbolos y los objetos generando así una equivalencia representacional con los contenidos relevantes en la estructura cognitiva que posee.

De esta manera, el Aprendizaje Significativo de *representación* puede ser preconceptual, es decir, que el estudiante aprende y en esa medida, establece relaciones entre conceptos dando así significados a estas relaciones. Al respecto Moreira (2020) señala que esto ocurre, para tal caso, cuando un niño ve una mesa, su mente forma una representación mental de los elementos claves que constituyen a toda mesa; las bases a una altura específica, una superficie en la que se

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

apoyan objetos, una forma específica, etc. Esta representación mental le permite al niño identificar la mesa como un mobiliario concreto de manera lógica y coherente, al comparar lo que ve con la imagen mental que tiene de una mesa.

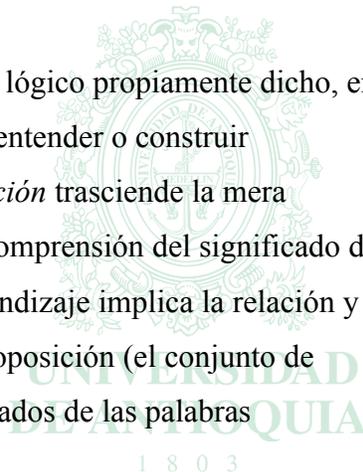
3.3.4.3.2. Aprendizaje de conceptos.

Segundo, el aprendizaje de *conceptos* se concreta al fijarse en las estructuras del pensamiento; los atributos de los objetos, formándose conceptos sobre los objetos (Ausubel, 1983). Concepto, entendido como una unidad cognitiva de significado, que representa un contenido mental que se puede definir como una "*unidad de conocimiento*". En este sentido, los objetos, dotados de atributos o propiedades, son representados y designados mediante símbolos o signos. Siendo así, Moreira (2020) define que el aprendizaje significativo conceptual son construcciones o imágenes mentales que permiten comprender las experiencias derivadas de la interacción con el entorno.

Estas construcciones se forman mediante la integración en clases o categorías que unen experiencias y conocimientos nuevos con los almacenados en la memoria. De este modo, mediante el aprendizaje significativo los *conceptos* se adquieren a través de procesos de formación y asimilación. Así, la formación de conceptos por asimilación se produce a medida que el individuo amplía su vocabulario y adquiere mayor conocimiento; procedente tanto del descubrimiento que encuentra del entorno inmerso como de los procesos de recepción y abstracción de información a la que se enfrenta.

3.3.4.3.3. Aprendizaje de proposición

Tercero, el aprendizaje de *proposiciones* es el aprendizaje lógico propiamente dicho, en el que el individuo adquiere las reglas del pensamiento lógico para entender o construir conocimientos (Ausubel et al., 1983). El aprendizaje por *proposición* trasciende la mera comprensión de palabras o conceptos aislados; pues, implica la comprensión del significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones. Este tipo de aprendizaje implica la relación y combinación de conceptos, de manera que el significado de la proposición (el conjunto de palabras-conceptos) va más allá de la simple suma de los significados de las palabras



individuales. Al presentarse un conjunto de palabras en forma de proposición, se generan nuevos significados.

Moreira (2020) señala que el aprendizaje *proposicional* implica brindar un significado a nuevos conocimientos expresos en forma de proposición, de manera que, el aprendizaje representacional y conceptual, anteceden a la proposición. Pues las proposiciones contienen potencialmente un significado denotativo (el significado de los conceptos que componen la proposición) y un significado connotativo (la carga afectiva, emotiva, intencional, etc., que puede tener una proposición). A través de estos dos tipos de significados, es posible comprender e identificar el sentido de lo que se propone decir.

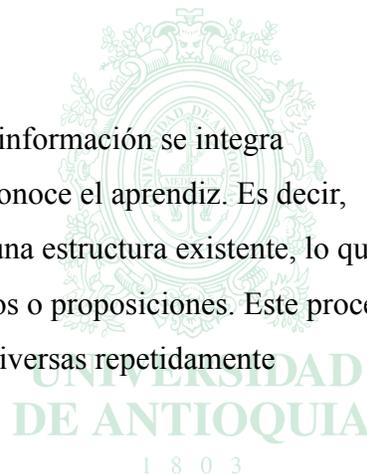
3.3.4.4. Procesos cognitivos y programáticos del Aprendizaje Significativo.

Bajo la óptica de la teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel et al. (1983) y como fundamento en los análisis de la investigación, se describen procesos programáticos y cognitivos del Aprendizaje Significativo; *la diferenciación progresiva, la reconciliación integradora, la consolidación y la organización secuencial*. Según Moreira, (2017):

La diferenciación progresiva y la reconciliación integradora son, al mismo tiempo, procesos de la dinámica de la estructura cognitiva y principios programáticos de la organización de la materia de enseñanza, así como la consolidación (de lo que está siendo estudiado y aprendido). La consolidación y la organización secuencial son el principio programático según el cual se puede sacar partido de las dependencias secuenciales naturales existentes en la materia de enseñanza. (p. 5).

3.3.4.4.1. Diferenciación Progresiva.

Así, la *diferenciación progresiva* ocurre cuando la nueva información se integra gradualmente en un concepto o proposición más amplia que ya conoce el aprendiz. Es decir, sucede cuando los nuevos conceptos se añaden repetidamente a una estructura existente, lo que les permite adquirir significado al diferenciarse de otros conceptos o proposiciones. Este proceso de diferenciación progresa a medida que se utilizan situaciones diversas repetidamente



lográndose mediante la subordinación o el ordenamiento secundario de conceptos y proposiciones a otros que actúan como términos superiores.

Por ejemplo, al asimilar el aprendiz el concepto de razón trigonométrica y posteriormente enfrentar con éste conocimiento, situaciones que le impliquen el cálculo de alturas y distancias entre objetos mediante la aplicación del teorema de pitágoras, encontrará de manera ineludible el surgimiento de nuevas relaciones y conceptos. Para tal caso, no encontrará que la hipotenusa se relaciona meramente como el denominador de la razón trigonométrica del seno y la razón del coseno o como el numerador en la razón de la secante y cosecante sino que, descubrirá que la forma de relacionarse es nueva a la descrita debido a que, al trabajar con el algoritmo de pitágoras encontrará nuevas relaciones. Para tal caso, la hipotenusa será igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos del triángulo. De manera que, la adquisición de estos nuevos significados y relaciones le implican un proceso de *diferenciación progresiva* en el desarrollo de nuevo conocimiento alrededor de la trigonometría.

3.3.4.4.2. Reconciliación integradora.

Por otro lado, la *reconciliación integradora* es el proceso el cual implica que al conocer varios conceptos secundarios o *supraordinados*, se produce una transformación de claridad en la estructura cognitiva del aprendiz. Es decir, sucede en cuanto se comprende algo que antes era confuso. Generando de esta manera, una idea, un concepto o proposición sólida que clarifica el conocimiento previo. Para tal caso, siguiendo el ejemplo anterior primero se estudia el concepto de razón trigonométrica a través de sus múltiples representaciones; algebraica y geométrica para luego estudiar el concepto de función trigonométrica. Así, los conceptos y proposiciones previamente aprendidos por el aprendiz experimentan cambios y se integran a un orden secuencial de nuevos conocimientos que florecen en su estructura cognitiva.

3.3.4.4.3. La consolidación y la organización secuencial.

La consolidación y la organización secuencial son principios del aprendizaje verbal significativo. El primero, refiere a la manera en que la nueva información se integra de manera sustancial con los conocimientos previos. Este proceso influye para que el conocimiento no sea

meramente almacenado de forma superficial, sino que se convierta en parte de la memoria a largo plazo, permitiendo su recuperación y aplicación en contextos futuros. Segundo, la organización secuencial, por su parte, implica la presentación de la información de manera lógica y progresiva, siguiendo un orden que facilite la comprensión y la construcción del conocimiento. Según Ausubel et al. (1983), esta estructuración debe ir de conceptos más generales y básicos hacia los más complejos y específicos, asegurando que cada nuevo aprendizaje se fundamenta en ideas previamente establecidas. Al respetar esta secuencia, se crea una red de conocimientos coherente y significativa que promueve un aprendizaje que perdura en el tiempo.

3.3.4.5. Condiciones necesarias para que haya Aprendizaje Significativo.

El Aprendizaje Significativo bajo la perspectiva de Ausubel et al. (1983) se basa en tres condiciones fundamentales; primeramente, condiciona a que en el proceso existan conocimientos relevantes en la estructura cognitiva del estudiante, la existencia e implementación de material significativo y el surgimiento de motivación e interés de parte del aprendiz.

La primera condición señala la importancia de que el aprendiz goce de un conjunto de conocimientos previos que subsume y se relacionen de manera no trivial con la nueva información que se busca aprender. Ausubel et al. (1983) lo señala como “*ideas anclaje*” o “*subsumidores*”. El cual responde a conceptos o ideas previamente aprendidos y almacenados en la estructura cognitiva del individuo los cuales sirven como punto de referencia para la asimilación de nueva información. Así, cuando una nueva idea o concepto se presenta, el aprendiz busca conexiones con sus conocimientos previos relevantes (los subsumidores). Si encuentra una conexión significativa, integra la nueva información con el conocimiento existente, lo que facilita la comprensión y la retención de esta.

La importancia de este concepto según Ausubel et al. (1983) radica en el rol para facilitar el proceso de asimilación y la comprensión significativa de la información. En otras palabras, el estudiante debe poseer un conjunto de saberes que faciliten la asimilación y la conexión con los nuevos conceptos. Esta conexión entre lo que se sabe y lo que se va a aprender es esencial para el proceso de adquisición de conocimiento significativo.

La segunda condiciona refiere a la existencia e implementación de material significativo. Éste alude a la naturaleza del material de aprendizaje el cual debe coincidir con la estructura

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

psicológica del estudiante. Es decir, éste material debe estar relacionado de manera relevante con los conocimientos previos del estudiante y contener conceptos y proposiciones importantes que se integran a su esquema cognitivo. Según Ausubel et al. (1983) corresponden a la intención psicológica del material. De esta manera, el contenido de aprendizaje adquiere sentido y relevancia para el estudiante, lo que facilita su comprensión y prevalece en el tiempo. Para el caso de la investigación; el material se estructura a través de las guías didácticas. Estas se configuran a partir de los saberes diagnosticados, la propuesta de área y su integración con las prácticas, los intereses de los estudiantes etc.

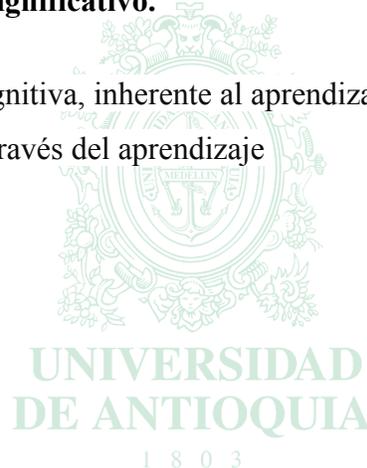
Finalmente, pero no menos importante que exista motivación e interés de parte del aprendiz, es decir, una decisión consciente de parte de éste ante el proceso. Esto implica aprender de manera sustancial, en donde exista compromiso de aprendizaje, siendo consciente del proceso y donde se establezcan relaciones significativas entre los nuevos conocimientos y los que ya posee. Esta actitud activa del aprendiz es fundamental para que el aprendizaje pueda tener lugar de manera efectiva. Así, el aprendizaje significativo supone cuestionamiento y requiere la implicación personal de quien aprende, es decir, una actitud reflexiva hacia el propio proceso y el contenido objeto de aprendizaje tendente a que nos preguntemos qué queremos aprender, por qué y para qué aprenderlo significativamente. Según Rodríguez Palmero, (2011):

El aprendizaje significativo supone cuestionamiento y requiere la implicación personal de quien aprende, es decir, una actitud reflexiva hacia el propio proceso y el contenido objeto de aprendizaje tendente a que nos preguntemos qué queremos aprender, por qué y para qué aprenderlo significativamente. (p. 6).

3.3.4.6. Formas en la que se presenta el Aprendizaje Significativo.

Según Pozo, J. I. (2006), en el proceso de asimilación cognitiva, inherente al aprendizaje significativo, se puede llevar a cabo de tres maneras distintas: a través del aprendizaje *subordinado*, *el supraordenado* y *el combinatorio*.

3.3.4.6.1. Aprendizaje subordinado.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

El *aprendizaje subordinado* se da cuando el nuevo aprendizaje, hecho o proposición que adquiere el aprendiz se vincula de manera subordinada al concepto o idea ya existente, sin cambiar sus atributos. Se caracteriza por la relación entre nuevas ideas y conceptos previos de mayor generalidad, abstracción e inclusividad, denominados inclusores (Ausubel et al., 1983) lo cual resulta en un aprendizaje deductivo.

En diálogo con ello, el *aprendizaje subordinado* ocurre cuando el conocimiento nuevo va a ser incorporado en la estructura cognitiva de modo que tiene un nivel de generalidad menor que los conocimientos de la estructura cognitiva (Román. 2023). Es decir, se parte de los conceptos más generales a los más específicos por medio de un “*proceso de diferenciación progresiva*”. El *aprendizaje subordinado* se divide en dos tipos principales: el Derivativo y el Correlativo.

3.3.4.6.1.1. Aprendizaje subordinado derivativo

En el *aprendizaje derivativo*, las nuevas ideas actúan como ejemplos o ilustraciones de los conceptos existentes en la estructura cognitiva del aprendiz, siendo un refuerzo o clarificación de estos últimos. A lo cual, Ausubel et al. (1983) describe como “*subsunción derivativa*”. Una característica especial de este tipo consiste en que no se produce una modificación sobre los atributos de las ideas o conceptos previos del aprendiz.

3.3.4.6.1.2. Aprendizaje subordinado correlativo

Por otro lado, el *aprendizaje correlativo*, más común, implica que los nuevos conocimientos representen para el aprendiz una extensión, elaboración, modificación o cualificación de los conocimientos previamente adquiridos, a lo cual Ausubel et al. (1983) describe como la “*Subsunción Correlativa*”. Así, ambos tipos de aprendizaje subordinado contribuyen a un estímulo del desarrollo cognitivo del aprendiz al relacionar éste, nuevas ideas con conocimientos existentes en su estructura cognitiva. Lo que facilita la comprensión y la integración de la información de manera significativa, ya que ésta interacción y relación entre nuevas ideas y las que ya se tienen permite un proceso de aprendizaje continuo y enriquecedor.

3.3.4.6.2. El Aprendizaje supraordinado.

El *aprendizaje supraordinado* se produce cuando el concepto o proposición existente en la estructura cognitiva del individuo es más específico que aquella idea que éste quiere adquirir, tiene lugar en el razonamiento inductivo (Ausubel et al., 1983). Es decir, se parte de la construcción de los conceptos más específicos hacia los más generales e inclusivos mediante un “*proceso de reconciliación integradora*”. De esta manera el proceso de aprendizaje supraordinado implica al aprendiz la incorporación y la asimilación de nuevos conceptos dentro de su estructura cognitiva preexistente.

En este tipo de aprendizaje, los conceptos previamente adquiridos (ideas previas), aunque relevantes, son menos generales, abstractos y abarcadores en comparación con los nuevos conceptos que éste pretende aprender. Este proceso se manifiesta cuando el sujeto logra integrar los conocimientos previos en un nuevo concepto que es más amplio y de mejor comprensión. Es decir, el aprendizaje supraordenado implica la asimilación de información de nivel superior que se construye sobre una base de conocimientos ya existentes, fomentando así una comprensión integradora de conocimiento.

3.3.4.6.3. El aprendizaje combinatorio.

El *aprendizaje combinatorio* se caracteriza porque la nueva información no se relaciona de modo subordinado, ni supraordinado (Ausubel et al., 1983). Más bien, se refiere a un proceso mediante el cual una nueva idea surge de otra idea que se encuentra en el mismo nivel jerárquico o nivel de abstracción, pero en una rama diferente y relacionada. Es decir, este tipo de aprendizaje ocurre y es útil cuando el aprendiz establece una analogía entre conceptos. Por ejemplo, al explicar el proceso implícito en una operación matemática cualquiera, se puede recurrir a un conocimiento previo que ilustre cómo se lleva a cabo las cuentas de las compras en el supermercado.

De acuerdo con Huaman (2024) las propiedades fundamentales del aprendizaje combinatorio comprenden, en primera instancia, establecer relaciones entre los saberes presentes; segundo, que los conocimientos sean comparados y tercero, englobar saberes dentro de la estructura cognitiva. En este sentido, el aprendizaje combinatorio permite conectar ideas de

manera lateral, ampliando así la comprensión y facilitando la asimilación de nuevos conceptos a partir de la interrelación de conocimientos previos.

3.3.4.7. Estrategias para el desarrollo de Aprendizaje Significativo según Ausubel, Novak y Hannesian: organizadores de contenido.

Las estrategias en el aprendizaje significativo se emplean con el propósito de ofrecer una enseñanza innovadora y organizada, que permitan al maestro la aplicación de instrumentos y medios de apoyo que le representen al estudiante el desarrollo de conocimiento de manera duradera. De acuerdo con Ausubel et al. (1983) una estrategia reposa en los organizadores de contenido; previos o introductorios, expositivos y comparativos. Los cuales cumplen un papel importante en el proceso de aprendizaje pues proporcionan una guía organizada y relevante de contenidos que facilitan la guía del maestro y los aprendizajes significativos de los estudiantes al presentar información que sirve de conexiones entre las ideas, proposiciones y conceptos ya presentes en la estructura cognitiva de los aprendices. Es decir, estos organizadores ayudan a explicitar la relación entre los nuevos conocimientos y aquellos que el aprendiz ya posee pero que no percibe y que se pueden relacionar con los nuevos.

De esta manera, según Ausubel et al. (1983) *los organizadores previos o introductorios* aluden a los contenidos con los que se apoya la apertura de las clases, seguidamente dentro del desarrollo de éstas, cuando el estudiante se enfrenta a un contenido nuevo, es necesario utilizar un organizador "expositivo" que se formula en términos de lo que el aprendiz ya sabe e integra en otras áreas del saber. Este tipo de organizador suple la falta de conceptos, ideas o proposiciones relevantes para el aprendizaje del nuevo contenido y que sirva como un "punto de anclaje inicial". Por otro lado, en el caso del contenido que sea relativamente familiar para el aprendiz en el aula, es apropiado emplear un organizador "comparativo". Este tipo de organizador ayuda a integrar y distinguir las nuevas informaciones y conceptos, que son básicamente análogos, con aquellos ya existentes en la estructura cognitiva del individuo. Así, éstos instrumentos resultan un conjunto de indicaciones escritas y sistemáticas de apoyo para el maestro con los que presenta los contenidos en el transcurso de las clases y que orientan las actividades de aprendizaje significativo. (Caballero-Freyte, 2014).

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Así, Ausubel et al. (1983) destacan la importancia en la enseñanza del método expositivo y comparativo. Pues estos métodos permiten reconocer y contrastar nuevos conceptos con los ya conocidos por el estudiante. Esto ayuda a que él identifique similitudes y diferencias, lo que facilita la asimilación, comprensión y la retención del nuevo conocimiento.

3.3.4.8. Significatividad lógica y psicológica.

Para que ocurra el Aprendizaje Significativo, Ausubel et al. (1983) sostienen que es necesario que el material tenga tanto significatividad lógica como *psicológica*. Es decir, el contenido debe estar bien estructurado a partir de material referente del área que se enseña y estudia (*significatividad lógica*) y debe conectarse además de manera relevante con los conocimientos previos del estudiante (*significatividad psicológica*). Solo entonces el aprendizaje será duradero, permitiendo al aprendiz no solo retener información, sino también aplicarla y transferirla a nuevas situaciones dentro de su formación posterior.

3.3.4.9. El desarrollo del Aprendizaje Significativo en el aula.

La búsqueda del aprendizaje significativo requiere en primera instancia, que el docente construya procesos de formación profesional para la conformación de actividades de enseñanza y aprendizaje que se desarrollen activamente en el aula (Bolívar-Ruano, 2009) Así, permitan que el individuo adquiera construcciones de conocimientos sobre los factores educativos aplicables a la realidad. En segunda instancia, la formación profesional es importante puesto que faculta la guía de procesos formativos que a su vez requieren el estudio de modelos teóricos y prácticos que se adecuen a las necesidades de los estudiantes y se reconozcan sus entornos personales. A partir de lo anterior, el docente debe generar procedimientos basados en la vida real de manera que el individuo reconozca experiencias de aprendizaje y pueda comprender el entorno (Bolívar-Ruano, 2009).

Todo lo anterior quiere decir que, el Aprendizaje Significativo requiere que el proceso educativo construya relaciones entre la teoría y la práctica. Para el caso de la investigación se construye a través del reconocimiento de las necesidades y las facultades expuestas por los estudiantes a través de estrategias pedagógicas y didácticas que fortalezcan sus debilidades y

maximicen sus capacidades. Todo ello sirve como fuente de información y formación para los estudiantes. En la actualidad, la aplicación de mediaciones didácticas orientadas sobre el aprendizaje significativo supone la integración de Tecnologías de Información (TIC) a partir de sistemas digitales que promueven el uso del ordenador como elemento motivante para el individuo y así, permite que el individuo avance a su propio ritmo, fomenta el trabajo en equipo y el desarrollo de habilidades profesionales en sistemas tecnológicos (Bolívar-Ruano, 2009).

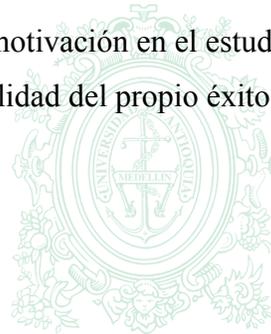
3.3.4.10. El rol del profesor en el Aprendizaje Significativo.

La función mediadora del docente es transmitir conocimientos, también es un motivador de la enseñanza o guía del proceso de aprendizaje (Castillo Claire, 2006). Siendo así, el docente aparte de transmitir conocimientos debe orientar al estudiante. De tal manera, las funciones del docente se distinguen en dos factores: por un lado, promover procesos de crecimiento personal del estudiante en el marco de la cultura de la que es parte (Castillo-Claire, 2006). Así, el estudiante construye su conocimiento relacionando de manera no arbitraria y sustancial la información para generar nuevos conocimientos y experiencias.

Por otro lado, *la motivación* como un factor cognitivo presente en los actos de aprendizaje, surgido en un intento de explicar las causas del comportamiento humano; de tal manera que, permite que el alumno desarrolle nuevos conocimientos mediante experiencias significativas. Por ejemplo, ¿por qué alguien decide pasar una noche estudiando sin necesariamente tener examen al día siguiente?, al responder a ésta clase de cuestiones, se emplea la motivación como proceso explicativo de la conducta. De este modo, la experiencia de aprendizaje e interacción entre el docente y el estudiante permite la creación de factores en la aprehensión del conocimiento. Específicamente, la influencia de la motivación en el estudiante establece perspectivas de mejora, expectativas de logro y responsabilidad del propio éxito o fracaso (Castillo-Claire, 2006).

3.4. Dimensión tecnológica

Para Casablanca (2014) las herramientas tecnológicas se consideran un recurso innovador porque supone un cambio fundamental para la construcción de saberes en el salón de



UNIVERSIDAD
DE MEDIELIN
1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

clases, de modo que se motive la acción pedagógica en los estudiantes; siendo así, la implementación de las tecnologías y de las plataformas digitales para facilitar el aprendizaje, constituye un proceso dinamizador y efectivo que transforma las prácticas escolares y construye nuevas formas de enseñanza. Al respecto, Villafañe-Pinzón (2019) defiende que las tecnologías tienen un sentido amplio que se extiende a través de lo simbólico y lo organizativo en la dinámica de las clases; lo cual quiere decir que las herramientas digitales y las plataformas construyen diversas maneras de aprender y potencia las habilidades de los estudiantes y los saberes prácticos.

Siguiendo tal perspectiva, Asqui y Ladino (2015) aseguran que las aplicaciones tecnológicas y sus herramientas potencian el interés y el compromiso activo del alumno, la participación, la retroalimentación y conexión con el contexto real; de forma que son propicias para el control y la concientización propia del proceso de aprendizaje. En consonancia con ello, a nivel educativo la tecnología es una herramienta para la creación de conceptos aplicables en fenómenos específicos y situaciones problémicas del contexto de los estudiantes.

3.4.1. La tecnología en la enseñanza de las matemáticas

Para la conformación de conocimientos y de saberes pragmáticos, se define que la visualización es de gran importancia para las matemáticas, dado que la observación es un ejercicio indispensable para la comprensión de objetos matemáticos, así, el estudiante desarrolla dudas y formula preguntas sobre los saberes de la disciplina. En este sentido, la visualización constituye el proceso de formar imágenes y de este modo, usarlas para descubrir o comprender matemáticamente los fenómenos de los saberes geométricos (González-Hernández, N., Garcés-Cecilio, W. y Grimaldy-Romay, L. 2021); por ello, la visualización es fundamental para los procesos que se medían en el área de las matemáticas dada su naturaleza abstracta de los objetos de estudio.

De acuerdo con González-Hernández et al. (2021) “la visualización en matemática desde una postura didáctica difiere de la concepción que se brinda en el lenguaje cotidiano, donde se relaciona más con la formación de imágenes que con la construcción y manipulación de objetos matemáticos” (p. 133). Lo anterior se aplica desde las herramientas digitales, es decir, los procesos de visualización en matemática se facilitan mediante el uso de herramientas como

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

GeoGebra, un instrumento que presenta una solución apropiada a la mecanización del aprendizaje y la visualización de gráficas (Campo-Marín y Lasso-Munares, 2014). Esto quiere decir que el empleo de herramientas digitales facilita la observación de representaciones de objetos matemáticos y contribuye a la formación de aprendizajes.

3.4.2. GeoGebra y Aprendizaje Significativo

De acuerdo con Papini y Natale (2019) Geogebra representa un software matemático concebido como una herramienta pedagógica que fomenta la indagación, la exploración y el desarrollo de aprendizajes sustanciales. El cual no solo sirve como facilitador para la comprensión de conceptos del área, sino que también actúa como una plataforma tecnológica que permite a los estudiantes abordar problemas desde una perspectiva experimental en el ámbito de las matemáticas y las ciencias. En este sentido, GeoGebra se presenta como una herramienta de múltiples funciones y un recurso que destaca las características, propiedades y fundamentos de contenidos matemáticos.

Según Arteaga et al. (2019) explica que el software Geogebra es un elemento mediador entre el alumno y el conocimiento matemático como objeto de estudio; esta relación puede describirse mediante la tríada alumno-GeoGebra-contenido; sobre esto, se argumenta que Geogebra se fortalece en la medida en la que el estudiante consigue comunicarse con dicha plataforma adecuadamente, por lo tanto, es necesario que se conozcan adecuadamente sus funciones y posibilidades de aprendizaje. Todo lo anterior expone lo propuesto por Auccahuallpa-Fernández et al. (2022) sobre que, el software permite descubrir nuevos aprendizajes, con la guía del docente y entendiéndose como un recurso didáctico y un apoyo significativo que genera el alcance de objetivos propuestos.

En diálogo con lo anterior, afirma Pari-Condori, (2019) que: “GeoGebra es un software de gran ayuda para la enseñanza de la Matemática, al que se puede acceder libremente ya sea de manera online u offline, que soporta múltiples plataformas y engloba geometría, álgebra, aritmética, análisis, estadística y probabilidades en un solo programa” (p. 6). De esta manera, el uso de Geogebra resulta provechoso en el aula de clase porque explota las capacidades del estudiante de manera satisfactoria para la resolución de problemas, el mejoramiento del rendimiento académico y las prácticas de enseñanza.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

3.5. Enfoque pedagógico

5.5.1. Metodologías activas que posibilitan el Aprendizaje Significativo

Las metodologías activas en educación son enfoques pedagógicos que destacan la participación activa de los estudiantes. En este enfoque, el profesor no ocupa el centro y los alumnos no son receptores pasivos de conocimiento, ya que el aprendizaje se construye a través de la experiencia directa. Es decir, convergen métodos de aprendizaje como el Aprendizaje Significativo de recepción y por descubrimiento. Según Asunción (2019), esto implica una planificación cuidadosa y la creación de condiciones que faciliten el proceso de aprendizaje. Para tal caso, las condiciones señaladas por Ausubel et al. (1983).

De esta manera, algunos tipos de enfoque o metodologías activas destacan el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), Aprendizaje por experimentación o prácticas, Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), Aprendizaje Basado en Retos (ABR), Flipped Classroom (Aula Invertida), Aprendizaje por Simulación, Aprendizaje Cooperativo y aprendizaje por Gamificación.

El ABR es una metodología activa en la que los estudiantes toman rienda de su aprendizaje con una actitud crítica y reflexiva (Rodríguez-Borges et al., 2021) en esa medida, el estudiante toma una actitud activa en el proceso de aprendizaje y enseñanza puesto que con la ayuda del docente se enfrenta a los saberes pedagógicos y construye aprendizajes en el contexto. Siguiendo tal perspectiva, el ABR es un principio fundamental de participación activa del estudiante mediante experiencias abiertas al aprendizaje, donde aprenden en situaciones reales, descubren problemas por ellos mismos e interactúan (Moore, 2013).

Los aprendizajes por experimentación en torno a las prácticas de laboratorio tienen como objetivo la adquisición de habilidades propias en los estudiantes mediante métodos y técnicas de trabajo enfocados en la investigación científica (Mes, 2018) de ese modo, se profundiza, interroga y comprueban las hipótesis fundamentadas en los conocimientos previos del estudiante, lo cual evidencia un aprendizaje significativo que le permite generar nuevos saberes. Siguiendo a Martínez-Castellini y Castro-Pérez (2020), las prácticas de laboratorio involucran el razonamiento crítico y el pensamiento científico a partir de técnicas experimentales y fijación de conceptos o procedimientos para la resolución de problemas.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Por consiguiente, el aprendizaje por experimentación en las prácticas de laboratorio en torno al aprendizaje de las matemáticas requiere el uso del material manipulativo, es decir, materiales que permiten el descubrimiento y la comprensión de conceptos y operaciones matemáticas; a parte, es necesario que verbalice las dudas e inquietudes, así como las acciones emprendidas para su resolución y finalmente, se registren los nuevos conceptos u operaciones halladas (Montoya. L, 2017).



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

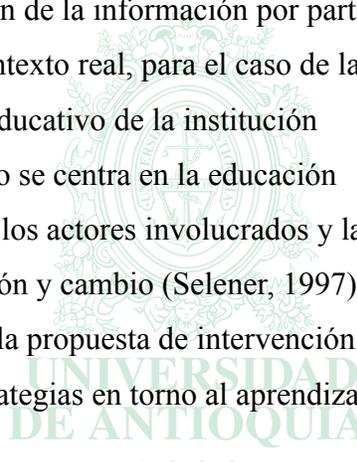
4. Marco Metodológico

4.1. Enfoque y paradigma de investigación

La presente investigación contó con un paradigma interpretativo y enfoque cualitativo. Interpretativo porque se centró en el análisis de los significados de las acciones que desarrollaron un conjunto de personas alrededor de una actividad particular (Schuster et al., 2013). Éste paradigma más que aportar explicaciones de carácter causal, intenta interpretar y comprender los significados y las intenciones de los sujetos que intervienen en la escena educativa. Y enfoque cualitativo que según Ballesteros y Mata (2014) se define como el arte y la ciencia; por un lado, arte porque desafía la habilidad del investigador para la formulación de categorías apropiadas y, por otro lado, ciencia porque permite realizar comparaciones, sintetizar datos de manera integral, innovadora y esquemática para construir análisis aplicables a fenómenos de la realidad. Para el caso de esta investigación, el análisis interpretativo giró en torno a la incidencia del recurso tecnológico en la Especialidad Técnica a través de la mediación didáctica.

4.2. Tipo de investigación cualitativa

El tipo de investigación es: investigación Observación Participante (IAP), que para Colmenares (2012) se define como un proceso de recolección de la información por parte de un investigador que pretende solucionar una problemática del contexto real, para el caso de la investigación, la problemática se desarrolló dentro del contexto educativo de la institución educativa INEM José Félix de Restrepo, cuyo modelo pedagógico se centra en la educación media diversificada. En diálogo con lo anterior, la IAP considera los actores involucrados y la voz propia como posibilidad de reflexión y proceso de intervención y cambio (Selener, 1997), de modo que, por medio de este tipo de investigación, se buscó que la propuesta de intervención (Mediación didáctica a través de GeoGebra) permitiera crear estrategias en torno al aprendizaje



significativo en los estudiantes de la Especialidad Técnica de Energía Fotovoltaica en el área de la trigonometría.

4.3. Diseño de la investigación

Según Meléndez y Pérez (2006) el diseño de la investigación cualitativa permite al investigador dar a conocer la forma en cómo se aborda el conocimiento expuesto por la realidad de estudio, las etapas y los procesos a implementar, la población, los instrumentos y datos registrados para llevar a cabo el proceso y desarrollo investigativo. En consecuencia, con lo anterior y en función de los objetivos planteados en el estudio, se describe a continuación el proceso consecutivo que se siguió dentro de la presente investigación.

4.3.1. Técnicas e instrumentos

De acuerdo con Arias (2006) en el contexto investigativo, las técnicas y los instrumentos en la recolección de información, son métodos y herramientas respectivamente utilizadas por el investigador para evaluar los comportamientos o atributos de las situaciones objeto de estudio. Algunas herramientas se categorizan en diversas modalidades; la recolección de documentos, el análisis de contenido, la observación etc. Coincidiendo con esta premisa, Tamayo (2003) argumenta que las técnicas desempeñan un papel importante en la validación del problema de investigación subrayando que todo el proceso investigativo cualitativo se sustenta en la observación.

En este contexto, se optó por emplear como técnicas principales la observación y el análisis de contenido debido al entorno en donde se desarrolló la investigación y la naturaleza de la información recolectada. Con respecto a la observación, Ruiz e Ispizúa (1989) señalan que en la investigación cualitativa la observación va más allá de una mera actitud de mirar, implicando al investigador una búsqueda activa pero imparcial, ya que se pretende no influir en la realidad del entorno que se estudia. Así, este principio prevalece en la presente investigación lo que facilitó la recopilación de información. Tamayo (2003) respalda este enfoque al explicar que la técnica de observación implica que el investigador observe directamente y recoja datos a través de su propia experiencia visual.

4.3.1.1. Instrumentos.

Según Arias (2006), los instrumentos son cualquier recurso, dispositivo o formato tanto en papel como digital que se utiliza para obtener, registrar o almacenar información, entre los cuales se incluyen cuestionarios, entrevistas y actividades de cualquier tipo. En relación con lo anterior, según Tamayo (2003), el instrumento se describe como una herramienta o conjunto de componentes que el investigador crea con el propósito de obtener información, lo que facilita la evaluación de estos. De esta manera, los instrumentos de recolección de información implementados dentro de la investigación fueron:

- Registro audiovisual.
- Cuestionarios dirigidos a indagar sobre las percepciones de los estudiantes en torno a la experiencia de la mediación didáctica.
- -Instrumento tres: registro escrito derivados de las actividades propuestas en las sesiones a los estudiantes.

4.3.1.1.1 Descripción de los instrumentos.

En primer lugar, destacan los registros audiovisuales en los cuales se capturaron las dinámicas acontecidas en el aula y en el laboratorio tras el periodo de apoyo didáctico. Estos se codificaron de manera que resultan un material de consulta abierto. En segundo lugar, se implementaron los cuestionarios dirigidos a los estudiantes de la especialidad con el objetivo de capturar las apreciaciones personales respecto a los contenidos propuestos durante la práctica pedagógica y sobre la percepción en torno a la metodología general del área. De igual manera, sobre la influencia del aprendizaje que dejó en ellos el conjunto de guías didácticas y la implementación de GeoGebra. Finalmente, el tercer instrumento corresponde al material propuesto tras cada una de las sesiones en la mediación didáctica. Estos se relacionan al registro de los aprendizajes adquiridos de los estudiantes.

4.3.2. Población y muestra



Según Tamayo (2003), la población se caracteriza por ser el conjunto completo de personas u objetos en situación de estudio, donde las unidades que la componen comparten una característica común que se examina y que da lugar a los datos de la investigación. Por su parte Arias (2006) define que la muestra es “un subconjunto representativo y finito que se extrae de la población accesible” (p 83).

De tal forma, la población involucrada en la investigación correspondió a los 26 estudiantes del grado décimo adscritos a la Especialidad en Energía Fotovoltaica en la institución INEM José Félix de Restrepo ubicada en la ciudad de Medellín y la muestra a un subconjunto de ellos. Esta última, se eligió teniendo en cuenta la asistencia y la correspondencia simultánea a las actividades diagnósticas y a las propuestas posteriormente en las sesiones de la guía didáctica. Es relevante destacar que, el objetivo por el cual se tomó una muestra particular del conjunto global de estudiantes se basó en su capacidad para proporcionar información clave para los fines del estudio; los registros audiovisuales, los productos derivados de las actividades propuestas (tanto diagnósticas como posteriores) y las percepciones obtenidas nutren el análisis necesario para responder a la pregunta de investigación planteada.

4.4. Estudio de casos

En sentido de lo expuesto previamente se implementó la metodología relacionada al estudio de casos; “El desarrollo de aprendizaje significativos de la trigonometría en los estudiante (A) y (B)”, que bajo la concepción de Stake (1998) se define como “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p. 11) y que se encarga de analizar profundamente una unidad global con la cual responder al planteamiento del problema y probar hipótesis (Sampieri, 2018).

De esta manera, la propuesta se enmarcó demandando; comprensión, descripción y análisis por el objeto de estudio propuesto. Así, los casos demarcados no constituyen una muestra en representación de una situación a generalizar de otro conjunto de casos, pues, lo que pretende la investigación consiste en estudiar a profundidad los casos elegidos de la propuesta pedagógica. Debido a esto, se realizó la inmersión en la situación de práctica diseñando conscientemente la propuesta de intervención con el fin de registrar información relevante que posibilitase comprender el caso.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Uno de los motivos por los que se eligió la metodología de estudio de casos, consistió en que esta permitió estudiar y comprender el aprendizaje significativo que desarrollaron los estudiantes señalados de la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica, de manera específica, resaltando así los procesos implicados al proponer en el espacio de aula una metodología fundamentada en el desarrollo de guías didácticas a través de la implementación del recurso tecnológico GeoGebra.

La investigación se llevó a cabo dentro del contexto cotidiano de aula (relacionado a la enseñanza de la trigonometría y las prácticas de laboratorio que ejercen los estudiantes). Por esta razón se optó por comprender los aprendizajes significativos que alcanzaron una muestra de estudiantes (A y B) debido a que, dentro de los registros filmicos de las sesiones y las actividades que integraron la mediación didáctica destacó la asistencia a clases de una media general de ellos, en las que finalmente se optó por los casos señalados. De esta forma se determinaron los casos particulares de análisis, conservando así, el aspecto natural de la investigación cualitativa. Puesto que, el escenario y el contexto ocurrió dentro de la formación escolar de estos.

Las categorías y subcategorías bajo las cuales se analizaron e interpretaron los registros filmicos y productos escritos se fundamentan en el constructo “Aprendizaje Significativo” (Ausubel et al., 1983).

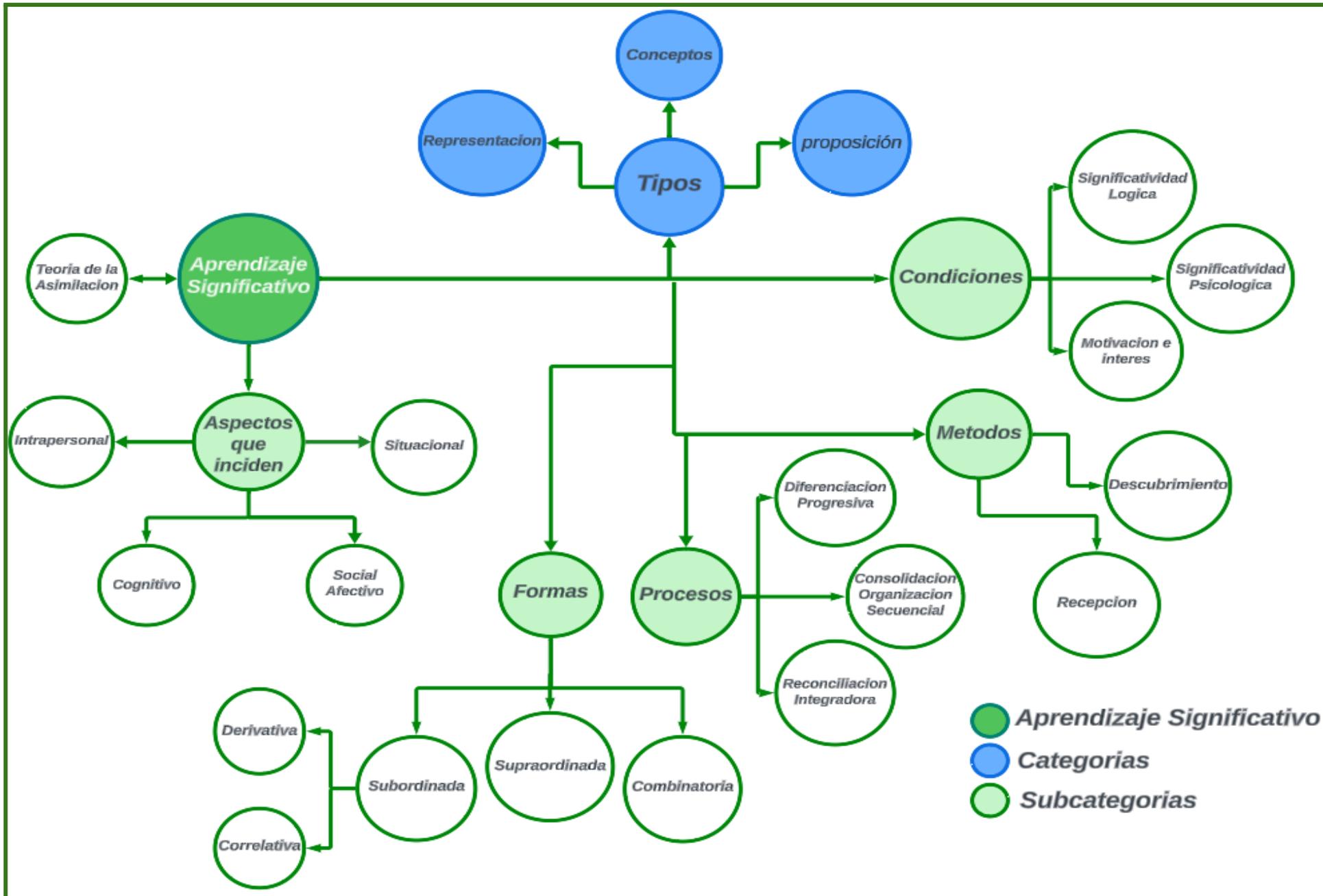
4.5. Categorías y subcategorías

De tal manera, las categorías que se delimitan para el análisis del presente proyecto corresponden a los tipos de aprendizaje significativo descritos por Ausubel et al. (1983). Estos son; el *representacional*, por *conceptos* y de *proposiciones*. Consecuentemente las subcategorías corresponden a: *los aspectos, las condiciones, los métodos, procesos y formas del desarrollo de Aprendizajes Significativos* fundamentadas en la teoría “*Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*” propuestas por Ausubel et al. (1983).



Figura 8. Estructura general de la red de categorías y subcategorías.

Fuente: Elaboración propia.



Así, bajo estos conceptos se analizaron los aprendizajes desarrollados por los estudiantes en torno al área de la trigonometría. Tras su desarrollo, se fortalecieron habilidades del tipo; conceptual, procedimental y se mejoraron procesos de tipo matemático como; el razonar, plantear y resolver problemáticas del contexto real y las prácticas de laboratorio. También, se afianzaron habilidades básicas en torno al pensamiento Matemático (Variacional, Métrico y Geométrico). En la siguiente tabla se exponen las categorías y subcategorías seleccionadas.

Tabla 4. Selección de las categorías y subcategorías de análisis.

Categoría			Subcategoría
Tipos de Aprendizaje			Aspectos que inciden: Intrapersonal, Situacional, Cognitivo, Social-Afectivo.
Representación	Conceptos	Proposición	Condiciones: Significatividad lógica, Significatividad Psicológica, Motivación.
			Métodos: Recepción y Descubrimiento.
			Procesos: Diferenciación Progresiva y Reconciliación Integradora.
			Formas: Subordinada, Supraordinada, Combinatoria.

Fuente: Elaboración propia.

Así, el análisis se estructuró mediante la triangulación de tres fuentes clave: la problemática identificada, los productos generados por los estudiantes y sus valoraciones sobre la propuesta en el contexto de la práctica pedagógica. Estas perspectivas, junto con el apoyo teórico de los referentes, proporcionaron una visión integral en la situación investigada.

4.6. Unidades de análisis y procesos de codificación de la información

Según Varela y Hamui (2021) las unidades de análisis y codificación forman parte del proceso de análisis de datos. Los códigos son etiquetas concisas que se construyen durante la interacción con la información. De esta manera, las unidades de análisis que se emplearon en el desarrollo de la investigación estuvieron orientadas a resaltar el aprendizaje significativo y sus tipos en torno al área de la trigonometría en la especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica. De

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

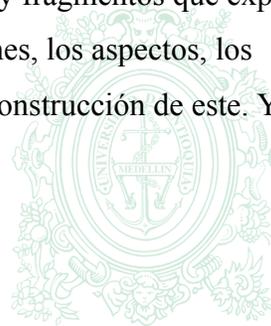
esta manera, las unidades de análisis se definieron a partir de las actividades propuestas, a través de las guías didácticas cuya característica reposa bajo la organización lógica de contenidos y estructurada a partir de los saberes diagnosticados y el recurso tecnológico GeoGebra.

Así, el material codificado reposa en la nube en la dirección web:

[“https://drive.google.com/drive/folders/1j9EebZ_ROOpm53qo1qlsZd_8Obvyipib”](https://drive.google.com/drive/folders/1j9EebZ_ROOpm53qo1qlsZd_8Obvyipib) con el objeto de ser consultado libremente por cualquiera que se encuentre interesado. La etiqueta se registra con el nombre: “*Codificación del registro capturados en el desarrollo de la Mediación Didáctica en el periodo de prácticas pedagógicas 2023-01 y 2023-01 con los estudiantes de la Especialidad Técnica de Energía Fotovoltaica en el INem Jose Felix de Restrepo*” se asignó a carpetas individuales para el almacenamiento de todos los registros. Así, las imágenes registran con la etiqueta: “Codificación de imágenes periodo de práctica 2023”, los Anexos con etiqueta:” anexos práctica pedagógica 2023” y la codificación de los registros audiovisuales capturados bajo la etiqueta: “codificación de los fragmentos audiovisuales capturados en el periodo de práctica”.

Por ejemplo, el episodio 24 dentro de los registros audiovisuales codificados reposa bajo la etiqueta “*Fragmento Veinticuatro-Sesión Cuatro. Guía Didáctica Tres. 11/Nov/2023*”. O respecto a las imágenes, para tal caso, los registros reposan como evidencia de aprendizaje codificadas bajo la descripción de la actividad realizada referenciada al estudiante que la desarrolla, señalando la guía en la que se propuso y fecha. En particular, la *Figura 26* del documento registra: “*Transformaciones de la función trigonométrica integrada a una situación contextual de la práctica de laboratorio durante la Guía Didáctica tres por el estudiante (A). Noviembre de 2023*”. De igual manera reposan codificados los anexos.

De esta manera, a partir de estos registros se resalta material y fragmentos que exponen el desarrollo de aprendizajes significativos a la luz de las consideraciones, los aspectos, los métodos, las condiciones, los procesos y formas que influyen en la construcción de este. Y que son del tipo: *de representación, de Conceptos y Proposición*.



4.7. Consideraciones éticas

El presente estudio se llevó a cabo respetando las consideraciones éticas establecidas por el código de ética de la Universidad de Antioquia. Este código establece que la investigación es

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

una función fundamental de las actividades académicas de la universidad y exige comportamientos y orientaciones éticas de todos sus miembros. Además, se destaca que cualquier persona que realice investigación en la universidad debe ser consciente de la importancia de su rol, no solo en la generación de conocimiento, sino también en su impacto sobre las personas con las que interactúa y en el manejo responsable de la información generada por su trabajo (Universidad de Antioquia, 2019).

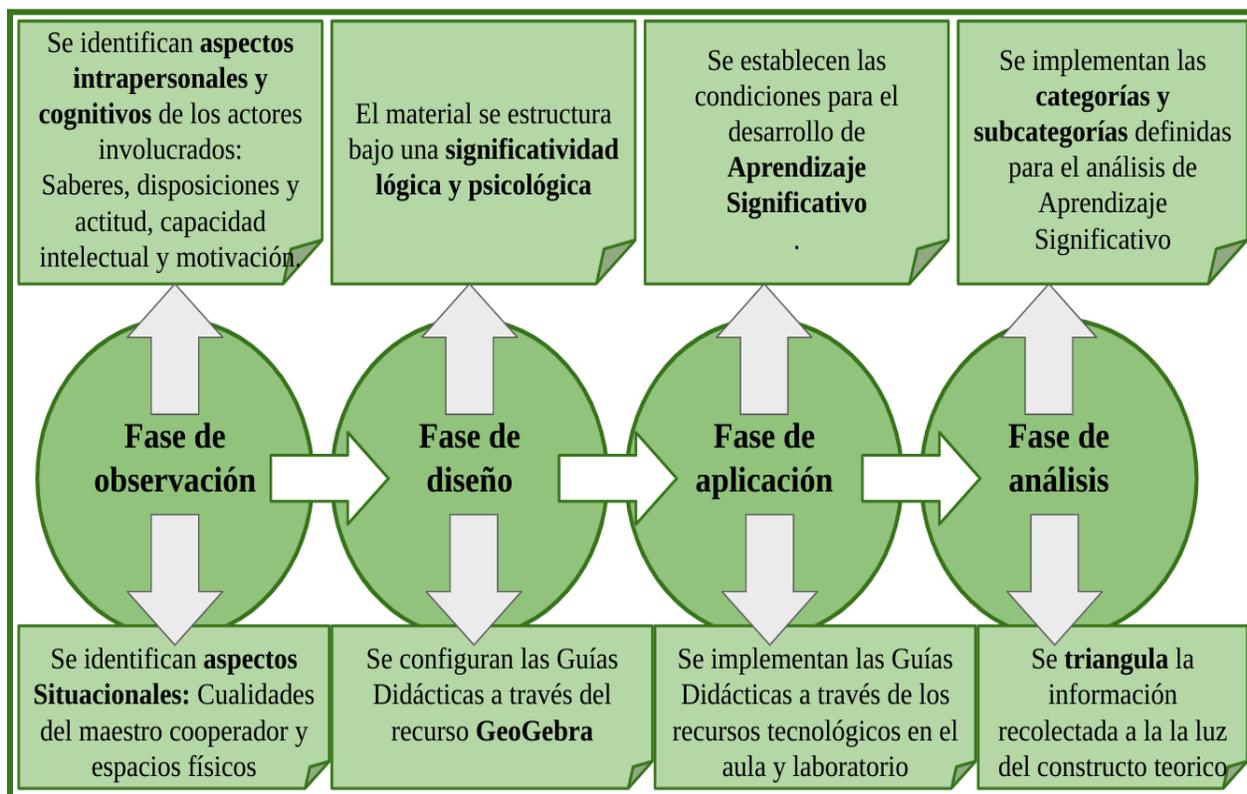
En este contexto, la presente investigación se comprometió a gestionar el proceso de investigación y la información recolectada de manera responsable, transparente y veraz. Se informó a la población estudiada sobre el tratamiento de sus datos a través del consentimiento informado (*Anexo 1*). De esta manera, se llevó a cabo una actividad investigativa que respetó la identidad de los estudiantes y la propiedad intelectual, reconociendo debidamente las contribuciones de las investigaciones integradas y citando oportunamente a sus autores.

4.8. Procesos y fases para el cumplimiento de los objetivos

Según Ander (1992), las fases consisten en un proceso de reflexión sistemática, controlada y crítica que busca descubrir e interpretar los hechos y fenómenos de una situación en particular, así como las relaciones y leyes que rigen un área específica de la realidad. En este sentido, los procesos de la presente investigación pretenden dar respuesta a la pregunta presentada con antelación: “*¿De qué manera la implementación del recurso tecnológico de GeoGebra desarrolla aprendizaje significativo de la trigonometría en los estudiantes del grado décimo pertenecientes a la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica en el INEM José Félix de Restrepo?*”. En este sentido, la investigación se llevó a cabo en cuatro fases: Observación, diseño, aplicación y análisis.



Figura 9. Relación entre las fases de la investigación y algunos conceptos del constructo Aprendizaje Significativo.



Fuente: Elaboración propia.

Fase de observación: Es la fase en la cual se identificaron las barreras de aprendizaje y las dificultades que presentaron los estudiantes de la Especialidad Técnica en torno al aprendizaje significativo de la trigonometría. Y que, reposan con gran detalle sobre las reflexiones formuladas en el diario de campo de la práctica pedagógica del primer periodo de prácticas.

Fase de diseño: Esta segunda fase consistió en diseñar un conjunto de Guías Didácticas fundamentadas en la significatividad lógica y psicológica del material a través de la configuración didáctica y el recurso de GeoGebra.

Fase de aplicación: En esta tercera etapa, se implementaron las Guías Didácticas diseñadas de modo que, contribuyeran a subsanar las barreras identificadas. Teniendo en cuenta las orientaciones del constructo “Aprendizaje Significativo”. Por ejemplo, sus condiciones necesarias, los aspectos que inciden, sus métodos, las formas, sus procesos y tipos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Fase de análisis: Finalmente, es la fase de análisis y triangulación de la información, en donde, se contrasta a la luz de la problemática, la teoría y las categorías y subcategorías definidas.

4.9. Ruta metodológica

A continuación, se presentan las correspondientes guías didácticas diseñadas bajo una estructura de *significatividad lógica y psicológica*, es decir, el diseño de la propuesta está diseñada de manera que el material comprometió el conjunto de saberes previos o subsumidores diagnosticados entre los estudiantes y que se relacionan a las representaciones, conceptos y proposiciones propios del área de estudio. Además, estas guías se configuraron con el objetivo de integrar las temáticas entre la práctica de laboratorio. Un elemento importante en estas reposa sobre la implementación del recurso GeoGebra y material didáctico. De esta forma, la intención consistió en desarrollar aprendizajes a través de la motivación y el interés que despertaron por la propuesta.

4.9.1. Descripción de la Propuesta de intervención

La guía didáctica se desarrolló durante tres sesiones con el objeto de apoyar y construir progresivamente algunos componentes conceptuales de la trigonometría y que se proponen dentro del plan de área para la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica. Cada sesión se apoyó mediante la utilización de material didáctico y actividades guiadas a través de GeoGebra.

En la primera sesión, se propuso y exploraron diferentes métodos para aproximar el valor del número de Pi: “¿Cómo aproximar Pi?”, en la se apostó porque la Especialidad Técnica encontrará el valor del número Pi mediante la medida realizada a algunos perímetros de superficies circulares en relación al diámetro de estas. Además, se realizó la actividad “Las agujas de Buffon” o el “reto de los palillos”.

Por otro lado, se presentaron de manera interactiva las relaciones conceptuales que integran la construcción geométrica de la circunferencia unitaria entre las razones trigonométricas y funciones trigonométricas. Esto, a través de las aplicaciones de GeoGebra preparadas dentro de la guía. De esta forma, el objetivo de esta primera consistió en que el estudiante reconociera algunos conceptos característicos de la trigonometría a partir de la

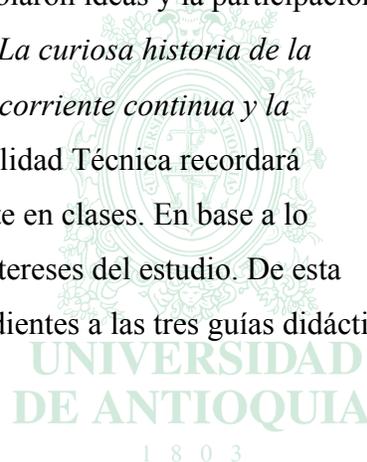
aplicación del concepto en situaciones cotidianas y a través de la representación que permite el recurso. Así, se constituye una experiencia en la que se recopiló información y apoyó el desarrollo de aprendizajes relacionados al área entre los estudiantes.

En cambio, en la segunda sesión la propuesta didáctica giró en torno a establecer la relación directa entre la circunferencia unitaria, las seis funciones trigonométricas y sus transformaciones a través de la representación algebraica y geométrica. Esto, mediante aplicaciones propias del software y material audiovisual. Por ejemplo, se propuso la visualización del material: “El asombroso Teorema de Pitágoras” la cual se integró seguidamente a la actividad “Representación gráfica de las razones trigonométricas a partir del círculo unitario” y al reto: “¿Cuántos metros recorre un estudiante?”.

Así, el objetivo de la guía didáctica consistió primeramente en qué, la Especialidad Técnica Identificara la interpretación geométrica de las propiedades algebraicas de los conceptos y las transformaciones de estos a través del recurso. Seguidamente encontrarán argumentos para la resolución de las actividades y retos propuestos. Lo anterior permitió la recolección de información nuevamente y alimentó los propósitos de la investigación debido a que, apoyando la aprehensión de saberes entre los estudiantes.

Finalmente, en la tercera sesión de la mediación se articuló el componente conceptual relacionado a las funciones trigonométricas y sus transformaciones. De manera que, este componente se integró a situaciones que relaciono la práctica de laboratorio que desarrollan entre las temáticas de corriente alterna. Para esto, se propuso el análisis y simulación de un circuito a través de material audiovisual y la implementación de software GeoGebra mediante un conjunto de aplicaciones que apoyaron la situación.

Paralelamente, se creó un ambiente en el que se intercambiaron ideas y la participación en clase. Para esto, se propuso la visualización de los registros: “*La curiosa historia de la electricidad*”, “*¿Qué es la electricidad?*” y “*Características de la corriente continua y la corriente alterna*”. Con éste material se pretendió que la Especialidad Técnica recordará aspectos alrededor de la temática y las comunicaran seguidamente en clases. En base a lo anterior, el desarrollo de la propuesta descrita contribuyó a los intereses del estudio. De esta manera, a continuación, se presentan las planeaciones correspondientes a las tres guías didácticas implementadas.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

4.9.1.1. Guía didáctica: sesión número uno.

Tabla 5. Guía didáctica: Sesión número uno.

Sesión uno: La circunferencia unitaria y elementos característicos. Conceptos y el número pi.		
		Métrico y Sistema de Medidas
Tiempo: 90 Minutos	Tipo de pensamiento	Variacional y Sistemas Algebraicos
	Habilidades Básicas	Espacial y Sistemas Geométricos
Objetivos Generales		
<ul style="list-style-type: none"> - Reconocer algunos conceptos característicos de la trigonometría a partir de la construcción y representación geométrica de la circunferencia unitaria. En donde, se integra el concepto de razón trigonométrica y función Trigonométrica. - Aplica estrategias e identifica métodos que conduzcan a aproximar el valor de Pi. 		
Objetivo de la actividad:		
<ul style="list-style-type: none"> - Que el alumno pueda conocer las relaciones que dan origen al concepto de identidad trigonometría y función trigonométrica. - Encontrar métodos prácticos para aproximar el valor del número Pi. 		
Derechos básicos de aprendizaje (BDA):		
<ul style="list-style-type: none"> - DBA Número uno: Utiliza las propiedades de los números reales para justificar procedimientos y diferentes representaciones de subconjuntos de ellos. - DBA Número Tres: Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes. - DBA Número Cuatro: Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones. - DBA Número Once: Utiliza calculadoras y softwares matemáticos como estrategia de aprendizaje. - DBA Número Catorce: Comprende la definición de función trigonométrica, en la cual x puede ser cualquier número real y calcula, a partir de la circunferencia unitaria, el valor aproximado. También traza sus gráficas e identifica sus propiedades. 		
Evidencias de aprendizaje:		
<ul style="list-style-type: none"> - Representa lugares geométricos en el plano cartesiano, a partir de su expresión algebraica. - Utiliza representaciones geométricas de los números irracionales. - Describe la propiedad de los números reales y utiliza estrategias para calcular un número entre otros dos. - Reconoce la relación funcional entre variables asociadas a problemas. - Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas. - Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos. - Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente. - Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones. 		

Estándares básicos de competencia:Pensamiento métrico y sistema de medidas:

- Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.
- Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.

Pensamiento variacional:

- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

Pensamiento espacial y sistemas Geométricos:

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros.

Observaciones: En la sesión de clase, es importante tener en cuenta aspectos claves tales como:

- Comunicar a los estudiantes previamente los objetivos que se trazan para la sesión.
- Crear un ambiente de participación activa mediante diálogo y ejercicios-retos prácticos.
- Apoyo de la sesión mediante aplicaciones de GeoGebra.
- Se prima el trabajo en equipo con el fin de que los estudiantes puedan comunicar las ideas y experiencia de aprendizaje.

Recomendaciones:

- Los estudiantes podrán aprovechar al máximo las futuras sesiones de clase si dedican tiempo adicional en casa para revisar y profundizar en la temática propuesta.

Momento de Apertura: 30 minutos aproximadamente

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios
Se incentiva la construcción de ideas a través de organizadores previos como el material audiovisual ; ¿Para qué sirve el número Pi? con el que se nutran los conocimientos previos de los estudiantes. Se abre espacio seguidamente para intercambiar ideas y comunicarlas ante la clase.	Actividad práctica: ¿Cómo aproximar Pi?. Actividad que busca que el estudiante Aproxime Pi mediante la toma de medidas correspondientes a los perímetros y diámetros de cuerpos de superficies circulares.	Recursos tecnológicos físicos: Computador, proyector. Organizadores de contenido: Presentación y Material audiovisual, talleres de registro, aplicaciones interactivas en GeoGebra. Recursos manuales: Cintas Métricas, cuerpos de superficies circulares.

Descripción momento de apertura: Primeramente, se indaga a través de material audiovisual (organizador previo) sobre el rol e importancia del número Pi. Se dispone así, de tiempo en el que el estudiante comparta ideas en torno a esto. Seguidamente, se propone la pregunta inicial a la sesión; “¿Cómo calcular Pi?” con la cual puedan poner en práctica los estudiantes sus conocimientos. Pasado un momento, se entrega el material didáctico (Cintas métricas y cuerpos de superficie circular) con el cual los estudiantes encuentren relaciones y un método para encontrar y calcular a partir de estas relaciones el valor del número pi. De esta manera, cada grupo elegirá seguidamente un vocero quien será el encargado de exponer a la clase la estrategia implementada.

Momento de Desarrollo: 30 minutos aproximadamente

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios
------------	-------------	-----------------

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Se presenta de manera expositiva mediante el correspondiente organizar previo el componente conceptual relacionado a la circunferencia unitaria y demás conceptos a trabajar mediante el apoyo de los recursos audiovisuales preparados e implementación de las aplicaciones de GeoGebra correspondientes a la sesión. Se procurará atender a las inquietudes presentadas entre los estudiantes para el desarrollo del momento.	Presentar de manera interactiva las relaciones conceptuales que integra la construcción geométrica de la circunferencia unitaria entre las razones trigonométricas y funciones trigonométricas mediante cada una de las aplicaciones del recurso de GeoGebra preparadas para que el estudiante interactúe en tiempo real con cada una de las simulaciones	Recurso tecnológico: Computador, proyector- Organizadores de contenido: Presentación, Aplicaciones diseñadas en GeoGebra y material audiovisual.
---	---	---

Descripción del momento de desarrollo: En esta etapa, de manera Expositiva se pretende, a través del apoyo de los organizadores de contenido preparados la presentación de los conceptos; Circunferencia unitaria. A partir de su representación Geométrica se integra el concepto de razón y función trigonométrica. Para esto, se apoya la explicación mediante aplicaciones preparadas en GeoGebra con las cuales pueda el estudiante observar, interactuar y contrastar de manera simulada y en tiempo real las múltiples representaciones geométricas asociadas a cada concepto.

Momento de Cierre: 30 minutos

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios
Poner en práctica los aprendizajes de la sesión mediante actividad escrita y apoyo de las aplicaciones GeoGebra propuestas.	Taller: Registra tus aprendizajes. Aplicación en GeoGebra: Las agujas de Buffon o el reto de los palillos. El reto de los palillos “Aproxime Pi” de manera física.	Recursos tecnológicos: Computador, proyector. Medios y herramientas Físicas: Lápiz, Papel, Caja de palillos, regla, hojas de block. Organizadores de contenido: Aplicaciones en GeoGebra, Actividad taller.

Descripción del momento de cierre: Finalmente, en esta etapa los estudiantes ponen en práctica los aprendizajes e interactúan a través de las aplicaciones propuestas. Para esto, se dispone de una actividad taller que les permita registrar sus aprendizajes y apreciaciones respecto a la experiencia. Se cierra la clase mediante el método de las agujas de Buffon (El reto de los palillos) a través de aplicación en GeoGebra con la cual pueda el estudiante reconocer nuevamente un método para relacionar variables y aproximar de manera interactiva y simulada el valor del número Pi.

Organizadores/Recursos/Medios a implementar

Material audiovisual para presentar al inicio de la sesión:

- Contexto histórico del número PI <https://drive.google.com/file/d/1S8BgOFu3uhti1L14fRzhtGb9i2EqRSyY/view?resourcekey>
- ¿Para qué sirve el número Pi? | BBC Mundo https://www.youtube.com/watch?v=JGg3BXeb_Gc

Material audiovisual para presentar al desarrollo de la sesión:

- Simulación de las funciones trigonométricas y la relación con la circunferencia unitaria <https://drive.google.com/file/d/1RwYbAwe22c62tO7ZkZalN7-S8r6t15/view?resourcekey>
- Simulación función del seno integrada a la representación geométrica en la circunferencia unitaria https://drive.google.com/file/d/1Rt0Theg3wct88q_XCrCo00-59yc1g0Vd/view?resourcekey

Material audiovisual a presentar al cierre de la sesión:

- Contexto: La Aguja de Buffon. <https://www.youtube.com/watch?v=YyoZWnkTmAg>

Aplicaciones de GeoGebra a implementar sobre el desarrollo de la sesión:

- Interpretación de las razones trigonométricas en el círculo unitario. <https://www.geogebra.org/m/Cw7z3SfD>
- Segmentos trigonométricos en círculo unitario <https://www.geogebra.org/m/eEnRQRbs>
- Líneas Trigonométricas <https://www.geogebra.org/m/hkszfwwa>
- Relación de las funciones trigonométricas y la circunferencia unitaria <https://www.geogebra.org/m/zF5GzAKV>
- Funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente) <https://www.geogebra.org/m/HdnfNmWA>



Aplicaciones de GeoGebra a implementar sobre el cierre de la sesión:

- Simulador de las agujas de buffon (Reto de los palillos): <https://www.geogebra.org/m/d4eXaZd7>

Diapositivas de apoyo para el desarrollo de la sesión:

- Presentación: <https://docs.google.com/presentation/d/1f2tmVyII8L1AywD2MKfuNjNjg344bN5trrrMPrw0qJ4/edit#slide=id.p>

Actividad taller sesión uno:

- En base a los aprendizajes adquiridos en clase responda a las siguientes preguntas
<https://docs.google.com/document/d/1nx9N6GPvf0CHB1aBh1LhrNHvQvSfe8emQoE8BNiKeg/edit>
- Formato de registro de las apreciaciones sobre la sesión de clases:
<https://docs.google.com/document/d/1Yc6PXYRbATVIMDbKZ91FmQmM6vUkTwWm2LJI55CSqPo/edit>

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6. Rúbrica de evaluación sesión uno.

Rúbrica de evaluación sesión uno	
Estándares básicos de competencia relacionado al pensamiento Métrico y Sistema de Medidas:	
<ul style="list-style-type: none"> - Seleccione y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados. 	
Indicador de desempeño VS Estándar Básico de Competencia Pensamiento Métrico y sistema de Medida	
Superior	Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas, obteniendo datos exactos.
Alto	Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas.
Básico	Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas con algún pequeño error.
Bajo	Presenta dificultades en interpretar y expresar magnitudes definidas como razones entre magnitudes, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas.
Estándares básicos de competencia relacionado al Pensamiento variacional:	
<ul style="list-style-type: none"> - Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. 	
Indicador de desempeño VS Estándar Básico de Competencia y Pensamiento variacional	
Superior	Explora, en una situación o fenómenos de variación propias de la trigonometría; valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica las respuestas y resultados correctamente.
Alto	Explora, en una situación o fenómenos de variación propias de la trigonometría; valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica las respuestas.
Básico	Explora, en una situación o fenómenos de variación propias de la trigonometría; valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica pero, se perciben algunos errores.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Bajo	Presenta dificultades para explorar, en una situación o fenómenos de variación propias de la trigonometría; valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica las respuestas y resultados correctamente.
Estándares básicos de competencia relacionado al Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos:	
	- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias e identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros.
Superior	Reconoce la relación entre variables asociadas a problemas geométricos propios de la trigonometría y explica los resultados usando un correcto lenguaje matemático y notación
Alto	Reconoce la relación entre variables asociadas a problemas geométricos propios de la trigonometría y explica los resultados.
Básico	Reconoce la relación entre variables asociadas a problemas geométricos propios de la trigonometría y explica de manera aceptable los resultados.
Bajo	Presenta dificultades para reconocer la relación entre variables asociadas a problemas geométricos propios de la trigonometría y explica los resultados.

Fuente: *Elaboración propia.*

4.9.1.2. Guía didáctica: sesión número dos.

Tabla 7. Guía Didáctica: Sesión número dos.

Sesión dos: “Un conjunto de habilidades: Reconozcamos conceptos y sus propiedades”.		
		Métrico y Sistema de Medidas
Tiempo: 120 minutos	Tipo de pensamiento	Variacional y Sistemas Algebraicos
	Habilidades Básicas	Espacial y Sistemas Geométricos
Objetivos Generales		
<ul style="list-style-type: none"> - Identificar en forma visual, gráfica y algebraicamente propiedades y características relacionadas a las funciones trigonométricas. Analizar igualmente sus transformaciones mediante el software educativo GeoGebra para la correcta interpretación y representación cartesiana del concepto. - Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas del mundo real en contextos matemáticos y en otras ciencias. 		
Objetivo de la actividad:		
<ul style="list-style-type: none"> - Exponer las propiedades del Teorema de Pitágoras y criterio del seno. - Que el estudiante analice y exponga la solución del reto: ¿Cuántos metros recorre un estudiante?. - Representar geoméricamente el concepto de función trigonométrica y simular sus transformaciones mediante GeoGebra. 		
Derechos básicos de aprendizaje (BDA):		
<ul style="list-style-type: none"> - DBA Número Tres: Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales a partir de tablas, gráficas y/o expresiones algebraicas. - DBA Número Siete: Resuelve problemas del contexto real mediante el uso de las propiedades de las funciones 		

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

trigonométricas y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.

- DBA Número Once: Utiliza calculadoras y software para encontrar un ángulo o lado correspondientes en un triángulo rectángulo mediante el teorema de Pitágoras conociendo su seno, coseno o tangente.
- DBA Número Doce: Comprende y utiliza la ley del seno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos.
- DBA Número Catorce: Comprende la definición de las funciones trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, en las cuales x puede ser cualquier número real y calcula, a partir de la circunferencia unitaria, el valor aproximado de $\sin(x)$ y $\cos(x)$.

Evidencias de aprendizaje:

- Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas e interpretaciones gráficas correspondientes de las funciones trigonométricas y sus transformaciones.
- Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente. Relaciona e integra además el concepto a la circunferencia unitaria.
- Diferencia las propiedades del teorema de pitágoras y criterios del seno.
- Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos e implementar estrategias que conduzcan a la solución.

Estándares básicos de competencia:

Pensamiento numérico y sistema numérico:

- Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos:

- Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros.
- Identifico diferencias entre conceptos y los aplica a situaciones de la realidad.
- Resuelvo situaciones problemas en los que se usen las propiedades de las funciones trigonométricas y sus transformaciones.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas:

- Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes.
- Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

- Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de las funciones trigonométricas.
- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

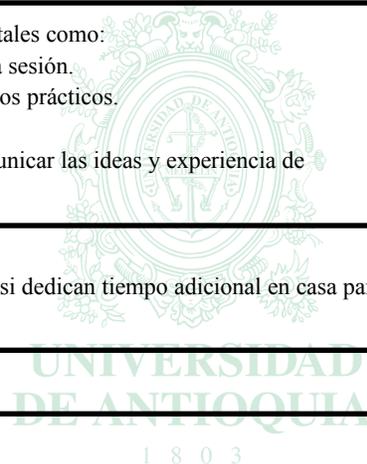
Observaciones: En la sesión de clase, es importante tener en cuenta aspectos claves tales como:

- Comunicar a los estudiantes previamente los objetivos que se trazan para la sesión.
- Crear un ambiente de participación activa mediante diálogo y ejercicios-retos prácticos.
- Apoyo de la sesión mediante aplicaciones de GeoGebra.
- Se prima el trabajo en equipo con el fin de que los estudiantes puedan comunicar las ideas y experiencia de aprendizaje.

Recomendaciones:

- Los estudiantes podrán aprovechar al máximo las futuras sesiones de clase si dedican tiempo adicional en casa para revisar y profundizar en la temática propuesta.

Momento de Apertura: 30 minutos aproximadamente



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios
Se incentiva la construcción de ideas mediante material audiovisual; “El asombroso Teorema de Pitágoras” y actividad reto ¿Cuántos metros recorre un estudiante?. Se espera que los estudiantes nutran sus conocimientos y fortalezcan sus habilidades en la solución de problemas. Se dispone de espacio y tiempo para el intercambio de ideas y la comunicación de estas en clase	Visualizar el material audiovisual “El asombroso Teorema de Pitágoras”. Enfrentarse a reto inicial: ¿Cuántos metros recorre un estudiante?. Actividad problemática que busca integrar el contenido de material audiovisual previo mediante una situación en la que el estudiante refleje sus habilidades conceptuales y procedimentales en la solución de la situación.	Recursos Tecnológicos: Computador, proyector. Organizadores de contenido: Presentación. Material audiovisual, talleres de registro, aplicaciones interactivas en GeoGebra.

Descripción momento de apertura: Se abre la sesión dando la bienvenida a los estudiantes, se presentan seguidamente los propósitos y la estructura de lo que será la sesión. Finalizada esta etapa, se proyecta el material audiovisual “El asombroso Teorema de Pitágoras” con el que se presenta contexto relacionado al componente conceptual necesario para que el estudiante se enfrente y dé solución al reto: ¿Cuántos metros recorre un estudiante? Pasados unos minutos los estudiantes presentan los resultados y estrategia sobre la solución de este y exponen frente al grupo algunas ideas respecto al material audiovisual.

Momento de Desarrollo: 60 minutos aproximadamente

Estrategia	Actividad	Recursos/Medios
Se presenta de manera expositiva el componente conceptual que relaciona a las funciones Trigonométricas y sus transformaciones. Se abre ésta etapa mediante el apoyo y proyección del recurso audiovisual “Entendiendo Seno y Coseno” con el que, inmediatamente finalizado se disponga de un momento sobre ideas que den los estudiantes en torno a su contenido. Durante esta etapa, se apoyará el desarrollo de la clase mediante un conjunto de simulaciones preparadas en GeoGebra con las que se puedan integrar relación de la circunferencia unitaria y los parámetro que transforman una función trigonométrica. Es preciso decir que se creará el ambiente para que los estudiantes interactúen con la aplicación.	Actividad guía relacionada al conjunto de aplicaciones en GeoGebra que simulan e integran la asociación de la circunferencia unitaria y las transformaciones que sufren las funciones trigonométricas bajo un parámetro específico.	Computador, proyector, Presentación en Aplicaciones diseñadas en GeoGebra, material audiovisual.

Descripción del momento de desarrollo: Este segundo momento de la sesión abre integrando el material audiovisual “Entendiendo Seno y Coseno” con el que se da pie a el intercambio de ideas respecto a su contenido. Seguidamente, durante los siguientes 15 minutos, el maestro dará una descripción detallada, mediante el apoyo del tablero y marcador, que ilustre y representa la relación de cambio directa que existe y se establece entre las distintas medidas angulares relacionadas a las de la circunferencia unitaria entre los valores que va tomando una determinada funciones trigonométricas. Se dará especial prioridad al caso de la función seno de manera análoga para su representación sobre la pizarra y de manera simulada en GeoGebra para algunos dos o tres casos. Puede ser, el caso del coseno y el de la tangente mediante el apoyo de la aplicación

“Funciones Trigonómicas en GeoGebra” del autor Cayetano Rodríguez.

Terminada este momento, se abre espacio para la retroalimentación y despejar de dudas respecto a la temática presentada. Se continúa así de esta manera, con la aplicación “Parámetros de las funciones trigonométricas” del autor Perez Hernandez con la que se permitirá que los estudiantes puedan interactuar y dar representación geométrica a casos particulares. Se conformarán equipos de trabajo y de manera colaborativa participaran de la clase enfrentando el desarrollo de la actividad. Se pide a los estudiantes antes de salir al descanso tener presente la temática trabajada para enfrentarse seguidamente al regreso de este a la actividad final “ Registra tus aprendizajes”.

Momento de Cierre: 30 minutos aproximadamente.

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios
Retroalimentación de las temáticas trabajadas durante la sesión y devoluciones en torno a las posibles dudas que aparezcan al respecto.	Actividad relacionada al taller cierre de la sesión “Registra tus aprendizajes”.	Recursos tecnológicos: Computador, proyector. Organizadores de contenido: Presentación, Aplicaciones diseñadas en GeoGebra, material audiovisual.

Descripción del momento de cierre: Se propone a los estudiantes el registro de los aprendizajes producto de la sesión. Para ello, se entrega el taller “Registra tus aprendizajes” el cual podrán desarrollar en el transcurso de los últimos 30 minutos apoyados de las aplicaciones en GeoGebra trabajadas.

Organizadores/Recursos/Medios a implementar

Aplicaciones de GeoGebra a implementar:

- Representación gráfica de las razones trigonométricas a partir del círculo unitario <https://www.geogebra.org/m/Cw7z3SfD>
- Funciones trigonométricas: <https://www.geogebra.org/m/GywtKtTE>
- Funciones trigonométricas: <https://www.geogebra.org/m/zF5GzAKV>
- Parámetros de las gráficas de Seno y Coseno: <https://www.geogebra.org/m/FHgjNhSv>
- Propiedades de la Gráfica de la Función Seno: <https://www.geogebra.org/m/ghhkNbtj>
- Gráfica función seno y coseno. <https://www.geogebra.org/m/tG4JNmTz>

Material audiovisual para presentar:

- El asombroso Teorema de Pitágoras. <https://www.youtube.com/watch?v=EtpBriFADE>
- Entendiendo Seno y Coseno <https://www.youtube.com/watch?v=XH3htlWU9N4>

Diapositivas de apoyo para la sesión:

- Presentación https://docs.google.com/presentation/d/19AErUrw4Z8aO4PkcHp2Sp3sv3phPCMYf4avsSIC_S8w/edit#slide=id.g1ea8f27fec8_0_6 :

Actividad taller:

- Actividad reto sesión dos: ¿Cuántos metros hay que recorrer?
https://docs.google.com/document/d/1-zWAXG5gWKOgu92XfEDEL_kvUEtNNXzA3ZPLq-JbCyM/edit
- Sesión dos: Registra los aprendizajes adquiridos en torno a la sesión número uno y sesión dos.
https://docs.google.com/document/d/1K8NU4ErVOdAdAdS8O0fPcsrEjlrO_COlp9agd-wbOY/edit
- Sesión dos: Apreciaciones en torno a la sesión de clases.
<https://docs.google.com/document/d/13YPkRv-vqdcWU33lrO540HXin8yfbmU04WxdbHhgVQQ/edit>

Fuente: *Elaboración propia.*

Tabla 7. Rúbrica de evaluación sesión: Dos.

Rúbrica de evaluación sesión dos
Estándares básicos de competencia relacionado al pensamiento Métrico y Sistema de Medidas:
- Identifico diferencias entre conceptos y los aplico a situaciones de la realidad.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

-
- Diseño estrategias que permitan formular, resolver y justificar problemas que involucren el cálculo de magnitudes.
-

Indicador de desempeño VS Estandar Basico de Competencia Pensamiento Métrico y sistema de Medida

Superior	Reconozco las propiedades del teorema de pitágoras y criterios del seno las cuales identifico y resuelvo problemas de la vida real justificando su correcto desarrollo y obteniendo cálculos precisos.
Alto	Reconozco las propiedades del teorema de pitágoras y criterios del seno con las cuales identifico y resuelvo problemas de la vida real
Básico	Reconozco las propiedades del teorema de pitágoras y criterios del seno las cuales identifico, pero no resuelvo problemas
Bajo	Presenta dificultades para reconocer las propiedades del teorema de pitágoras y criterios del seno con las cuales identifico y resuelvo problemas de la vida real.

Estándares básicos de competencia relacionado al Pensamiento variacional:

- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
-

Indicador de desempeño VS Estandar Basico de Competencia Pensamiento Pensamiento variacional

Superior	Identificar en forma visual, gráfica y algebraicamente propiedades y características relacionadas a las funciones trigonométricas y sus transformaciones. Resuelve y justifica además situaciones que integran el concepto de manera detallada y correcta
Alto	Identificar en forma visual, gráfica y algebraicamente propiedades y características relacionadas a las funciones trigonométricas y sus transformaciones. Resuelve y justifica además situaciones que integran el concepto.
Básico	Identificar en forma visual, gráfica y algebraicamente propiedades y características relacionadas a las funciones trigonométricas y sus transformaciones.
Bajo	Presenta dificultades para Identificar en forma visual, gráfica y algebraicamente propiedades y características relacionadas a las funciones trigonométricas y sus transformaciones. Resuelve y justifica además situaciones que integran el concepto de manera detallada y correcta.

Estándares básicos de competencia relacionado al Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos:

- Analizo y resuelvo situaciones problemas en los que se usen las propiedades de las funciones trigonométricas y sus transformaciones.
-

Superior	Interpreta y describe correctamente la notación algebraica asociada a las funciones trigonométricas y sus transformaciones de manera que graficó sus representación geométrica correspondiente claramente y justifico el proceso.
Alto	Interpreto y describe correctamente la notación algebraica asociada a las funciones trigonométricas y sus transformaciones de manera que graficó sus representación geométrica correspondiente.
Básico	Interpreto la notación algebraica asociada a las funciones trigonométricas y sus transformaciones de manera que graficó sus representación geométrica correspondiente.

Bajo	Presento dificultades para interpretar y describir correctamente la notación algebraica asociada a las funciones trigonométricas y sus transformaciones de manera que graficó su representación geométrica correspondiente.
-------------	---

Fuente: Elaboración propia.

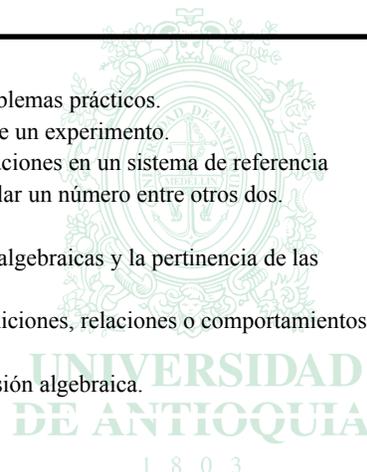
4.9.1.3. Guía didáctica: sesión número tres.

Tabla 9. Guía didáctica tres: Sesión número tres..

Sesión tres: “Una integración entre disciplinas; Corriente alterna y trigonometría”.		
Tiempo: 120 Minutos	Tipo de pensamiento	Métrico y sistema de medidas
	Habilidades Básicas	Variacional y Sistemas Algebraicos
		Espacial y Sistemas Geométricos
Objetivo General		
<ul style="list-style-type: none"> - Articular el componente conceptual de las funciones trigonométricas y sus transformaciones a situaciones del campo del laboratorio de corriente alterna a través de material audiovisual y la implementación de software GeoGebra. 		
Objetivo de la actividad:		
<ul style="list-style-type: none"> - Comprender algunos conceptos característicos de la práctica de laboratorio; Corriente alterna. - Articular, describir y analizar el concepto de corriente alterna junto a la representación geométrica de la función trigonométrica del seno y sus transformaciones. - Simular las actividades problema mediante GeoGebra. 		
Derechos básicos de aprendizaje (BDA):		
<ul style="list-style-type: none"> - DBA Número Cuatro: Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones - DBA Número Cinco: Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones. Traza sus gráficas e identifica sus propiedades. - DBA Número Siete: Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes. - DBA Número Once: Utiliza calculadoras y softwares matemáticos como estrategia de aprendizaje. - DBA Número Catorce: Comprende la definición de función trigonométrica, en las cual x puede ser cualquier número real. 		

Evidencias de aprendizaje:

- Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos.
- Plantea o identifica una pregunta cuya solución requiera de la realización de un experimento.
- Identifica las propiedades de lugares geométricos a través de sus representaciones en un sistema de referencia
- Describe la propiedad de los números reales y utiliza estrategias para calcular un número entre otros dos.
- Reconoce la relación funcional entre variables asociadas a problemas.
- Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos.
- Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones.
- Representa lugares geométricos en el plano cartesiano, a partir de su expresión algebraica.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Estándares básicos de competencia:Pensamiento métrico y sistema de medidas:

- Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes.
- Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.

Pensamiento variacional:

- Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones.
- Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.

Pensamiento espacial y sistemas Geométricos:

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros.
- Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de las funciones por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.
- Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- Reconozco y describo curvas y/o lugares geométricos.

Observaciones: En la sesión de clase, es importante tener en cuenta aspectos claves tales como:

- Comunicar a los estudiantes previamente los objetivos que se trazan para la sesión.
- Crear un ambiente de participación activa mediante diálogo y ejercicios-retos prácticos.
- Apoyo de la sesión mediante aplicaciones de GeoGebra.
- Se prima el trabajo en equipo con el fin de que los estudiantes puedan comunicar las ideas y experiencia de aprendizaje.

Recomendaciones:

- Los estudiantes podrán aprovechar al máximo las futuras sesiones de clase si dedican tiempo adicional en casa para revisar y profundizar en la temática propuesta.

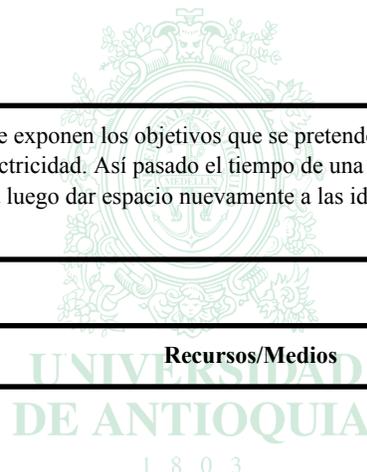
Momento de Apertura: 25 minutos aproximadamente.

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios
Se incentiva la construcción de ideas al principio de la sesión mediante el registro audiovisual; “La curiosa historia de la electricidad”, seguido del registro: <i>¿Qué es la electricidad?</i> y “Características de la corriente continua y la corriente alterna”. Con éste material se busca que los estudiantes recuerden aspectos alrededor de la temática y puedan intercambiar y comunicar ideas ante el resto de la clase.	Crear un ambiente que genere el intercambio de ideas y la participación entre los estudiantes.	Recursos tecnológicos: Computador, proyector. Organizadores de contenido: Presentación y Material audiovisual.

Descripción momento de apertura: Primeramente se da la bienvenida a la clase y se exponen los objetivos que se pretenden para la sesión. Seguidamente se pide a la clase contar alguna idea alrededor de la electricidad. Así pasado el tiempo de una o dos intervenciones, se proyectará el registro audiovisual dispuesto para la sesión para luego dar espacio nuevamente a las ideas de los estudiantes respecto a los presentado..

Momento de Desarrollo: 45 minutos aproximadamente

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Se presenta de manera expositiva el componente conceptual integrador de la sesión: “*Corriente alterna y Trigonometría*” (de manera que represente al estudiante un apoyo conceptual) y “*Parámetros de la función trigonométrica del seno*” con los que, se enfrenten a las actividades del transcurso de la sesión. Se procurará atender a las inquietudes expuestas en cuanto estas sean presentadas.

Se expone mediante GeoGebra las transformaciones que sufren la función trigonométrica del seno a medida que se varía el parámetro correspondiente en la expresión algebraica. Esto con el objetivo de que, el estudiante identifique el concepto trabajado en la sesión previa y así, relacione e integre los parámetros en una señal de onda de un circuito eléctrico específico

Recursos tecnológicos:
Computador, proyector.
Organizadores de contenido:
Presentación en power point,
Aplicaciones diseñadas en
GeoGebra, material audiovisual.

Descripción del momento de desarrollo: En esta etapa, mediante GeoGebra y el apoyo del material preparado, se trabajará sobre el componente variacional. Particularmente, se explicará el por qué una función senoidal sufre su debida transformación, se identificará así los parámetros dentro de la expresión algebraica y se asociaron a la correspondiente interpretación geométrica. Finalizado este momento se relaciona el concepto con el modelo que describe la señal de onda de un circuito eléctrico específico. En donde, el apoyo de la aplicación GeoGebra: “*Representación fasorial de corriente alterna*” del autor Isaque Ribeiro dos Santos será fundamental para los fines de la sesión. Finalizada la presentación conceptual de la trigonometría se dará espacio a la integración de temáticas de laboratorio con la que se represente, se modele, se analice y describa la señal de onda perteneciente a un circuito de corriente alterna específico.

Momento de Cierre: 50 minutos aproximadamente.

Estrategia	Actividades	Recursos/Medios
Estrategia: “Ponga en práctica sus aprendizajes”. Estrategia que pretende que los estudiantes pongan en práctica los aprendizajes en torno a la mediación. Para esto, se les entrega una copia física en la cual registra el planteamiento de una situación problémica que el estudiante enfrentará mediante la interacción con el software de GeoGebra.	Actividad física: “Ponga en práctica sus aprendizajes”. Ésta, se desarrollará dentro de la sesión. Se destinarán para esta un tiempo de 30 minutos. Actividad física taller: “Registra tus aprendizajes”. Esta actividad pretende analizar los aprendizajes en torno al total de la sesiones integradas en la mediación didáctica. Se destinarán para esta un tiempo de 20 minutos. Actividad: “Apreciaciones en torno a la experiencia”. Actividad que los estudiantes entregarán en la próxima clase.	Recursos tecnológicos: Computador, proyector. Organizadores de contenido: Aplicaciones en GeoGebra, Actividades taller. Herramientas físicas: Lápiz, papel.

Descripción del momento de cierre: Finalmente, en esta etapa los estudiantes ponen en práctica los aprendizajes e interactúan a través de las aplicaciones propuestas. Para esto, se dispone de una actividad que integra el campo de la trigonometría como el de las prácticas de laboratorio. Esta actividad les permite registrar los aprendizajes en torno a la experiencia. Se destinan 30 minutos para su desarrollo.

Actividad física taller: “Registra tus aprendizajes”. Esta actividad pretende analizar los aprendizajes en torno al total de la sesiones integradas en la mediación didáctica. Se destinarán para esta un tiempo de 20 minutos.

Se cierra la clase agradeciendo la disposición que entregaran y se describen los compromisos. Estos precisamente serán: Llenar la guía que describe la experiencia en torno a la experiencia global de la mediación.

Organizadores/Recursos/Medios a implementar

Material audiovisual para presentar sobre el inicio de la sesión:

- La Curiosa Historia de la Electricidad
https://www.youtube.com/watch?v=t_xK2m444BQ

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

- ¿Qué es la electricidad?
- <https://www.youtube.com/watch?v=RFXT9wz3enA>
- <https://www.youtube.com/watch?v=jBVZASYLI7Q>
- Características de la corriente continua y la corriente alterna
<https://www.youtube.com/watch?v=TMC7gidYPy8&t=7s>

Aplicaciones de GeoGebra a implementar sobre el desarrollo de la sesión:

Transformaciones de la onda Sinusoidal:

- <https://www.geogebra.org/m/CNhbep7U>
- <https://www.geogebra.org/m/hRQCD7Pz>

Aplicaciones de GeoGebra a implementar sobre el cierre de la sesión:

- Transformaciones de la función seno: <https://www.geogebra.org/m/UR8M9eKq>
- Representación de tensiones de corriente alterna: <https://www.geogebra.org/m/RMyAsTkX#material/HWxK3JPm>
- Corriente Continua-Corriente Alterna: <https://www.geogebra.org/m/EsXncmmN#material/W4MKvQJd>

Diapositivas de apoyo para el desarrollo de la sesión:

- Presentación: https://docs.google.com/presentation/d/1NxPUAOzpu-k1_712_Dbon8w2y7ZitytirP-Whe_PLpY/edit#slide=id.g29904d2cc7f_0_120

Actividad registró sesión uno:

- Sesión tres: En base a los aprendizajes adquiridos en la sesión número dos responda:
https://docs.google.com/document/d/1Up_9hO6GdMUZ1kke8ApG4-JWgmMIKvMmMxZHlmDz_6E/edit
- Reto sesión tres: “Ponga en práctica sus aprendizajes”
https://docs.google.com/document/d/12c4RmncBUjMzJ7IMyVZTAj_T2-4-AX3LAIvRjrx_6eM/edit
- Sesión tres: Apreciaciones en torno a la experiencia.
https://docs.google.com/document/d/1fT3STL0msENdR_TZuOWfOWWaMqDj-wO_z26GpAw_fuA/edit

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 10. Rubrica de evaluación: Sesión tres.

Rúbrica de evaluación sesión Tres	
Estándares básicos de competencia relacionado al pensamiento Métrico y Sistema de Medidas:	
- Resuelvo y formulo problemas que involucren el diseño de estrategia para abordar situaciones del entorno real, las analizo y Justifiqué sus resultados.	
Indicador de desempeño VS Estandar Basico de Competencia Pensamiento Métrico y sistema de Medida	
Superior	Explica las respuestas y resultados en un problema dado a través del correcto análisis de los datos.
Alto	Explica las respuestas y resultados en un problema dado a través del análisis de los datos
Básico	Explica las respuestas y resultados en un problema dado, a través del análisis de los datos pero se identifica algún pequeño error.
Bajo	Presenta dificultades para explicar las respuestas y resultados en un problema dado a través de análisis correcto de los datos
Estándares básicos de competencia relacionado al Pensamiento variacional:	
- Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones trigonométricas con la qué, interprete, analice y modele situaciones de variación periódica.	

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Indicador de desempeño VS Estandar Basico de Competencia Pensamiento Pensamiento variacional	
Superior	Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica las respuestas y resultados correctamente.
Alto	Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica las respuestas y resultados
Básico	Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica con algún error los resultados
Bajo	Presenta dificultades para explorar, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones, en los que explica las respuestas y resultados correctamente
Estándares básicos de competencia relacionado al Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos:	
- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias e identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros.	
Superior	Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos relacionando correctamente las características algebraicas de las funciones trigonométricas; sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
Alto	Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos relacionando las características algebraicas de las funciones trigonométricas; sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
Básico	Utiliza de manera aceptable representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos relacionando las características algebraicas de las funciones trigonométricas; sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
Bajo	Presenta dificultades para utilizar representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos relacionando correctamente las características algebraicas de las funciones trigonométricas; sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

Fuente: Elaboración propia.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

5. Análisis

5.1. Análisis relacionados a las actividades diagnóstico: reconocimiento de saberes

En primer lugar, es esencial señalar que el análisis que se presenta a continuación, abarcando las primeras diez páginas, corresponde a los resultados de las actividades diagnósticas propuestas durante la práctica pedagógica de principios del periodo 2023-02, realizadas con los estudiantes de la Modalidad Técnica de Energía Fotovoltaica. La selección de estos registros se hizo tomando en cuenta especialmente la participación continua y la receptividad mostrada por ellos a lo largo de los dos semestres de práctica en la institución INEM José Félix de Restrepo. Así, es importante señalar que, estos primeros análisis diagnósticos apoyan y fundamentan los análisis específicos de las guías didácticas implementadas a finales del periodo 2023-02 y que se analizan en la *sección 5.3*.

En este sentido, para esta primera parte, se examinaron las actividades desarrolladas y entregadas por los estudios de casos elegidos: estudiantes (A, B). En este contexto, en la *Figura 10* se presenta la actividad diagnóstica uno, diseñada bajo la estructura de preguntas del texto *del área "Guía del Estudiante 10"*, con la cual se les invitó a reflejar sus conocimientos. Esta actividad se centró en la temática de la circunferencia unitaria y las razones trigonométricas (*Anexo 2*).



Figura 10. Actividad de clase diagnóstica uno implementada en septiembre 2023.

Nombre: _____ Grado: _____ Especialidad: _____ Fecha: _____



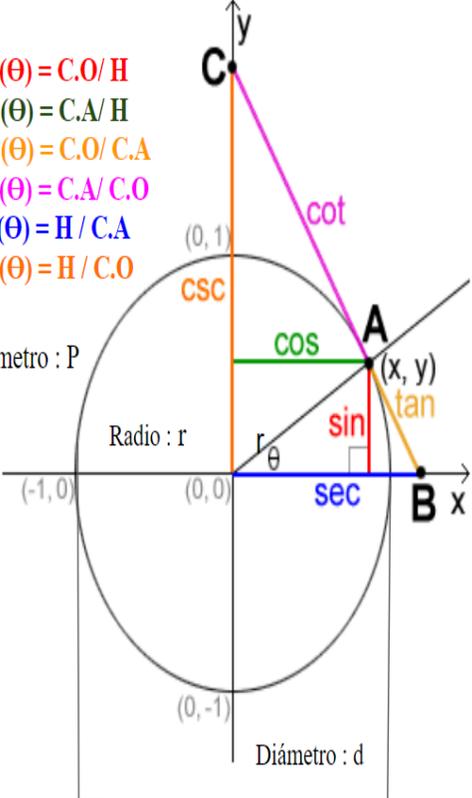
Circunferencia unitaria y segmentos trigonométricos

$\text{Sen } (\theta) = C.O./H$
 $\text{Cos } (\theta) = C.A./H$
 $\text{Tan } (\theta) = C.O./C.A$
 $\text{Cot } (\theta) = C.A./C.O$
 $\text{Sec } (\theta) = H / C.A$
 $\text{Csc } (\theta) = H / C.O$

Perímetro : P

Radio : r

Díámetro : d

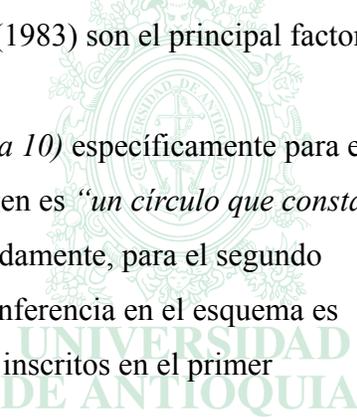


1. A Partir del esquema/representación anterior describa y justifique.
 - A. Describa en base a sus conocimientos lo que este representa.
 - B. Identifique la medida correspondiente al radio de la circunferencia y describa la relación de éste (radio) con los triángulos rectángulos que aparecen inscritos en el primer cuadrante.
 - C. ¿A qué área y tema de las matemáticas podría asociar el esquema?. Justifique.
 - D. ¿Describa qué relaciones se pueden establecer entre los elementos presentes en el esquema y la trigonometría?.
 - E. Suponga que el ángulo (θ) tiene una medida de 30 grados y que la medida de la hipotenusa del triángulo rectángulo que aparece inscrito en el primer cuadrante mide 5 cm. En base a esto, establezca una relación entre éstas dos medidas mediante una razón trigonométrica. Describa por qué se encuentran en relación.
 - F. ¿Cuáles son los dos elementos propios de la circunferencia que expresados mediante división permiten aproximar el valor de (π) Pi?.
 - G. ¿Es posible expresar la relación del literal (E) como una identidad trigonométrica recíproca?.

Fuente: Elaboración propia.

Así, empezando con el análisis diagnóstico, en la *Figura 11* se presenta el registro de la actividad realizada por el estudiante (A) (*Figura 10*) debido a que, esto permitió identificar los conocimientos previos de este y proponer seguidamente contenidos que se integraron de manera coherente a lo que el estudiante ya conocía. Según Ausubel et al. (1983) son el principal factor que influye en la adquisición de nuevos aprendizajes.

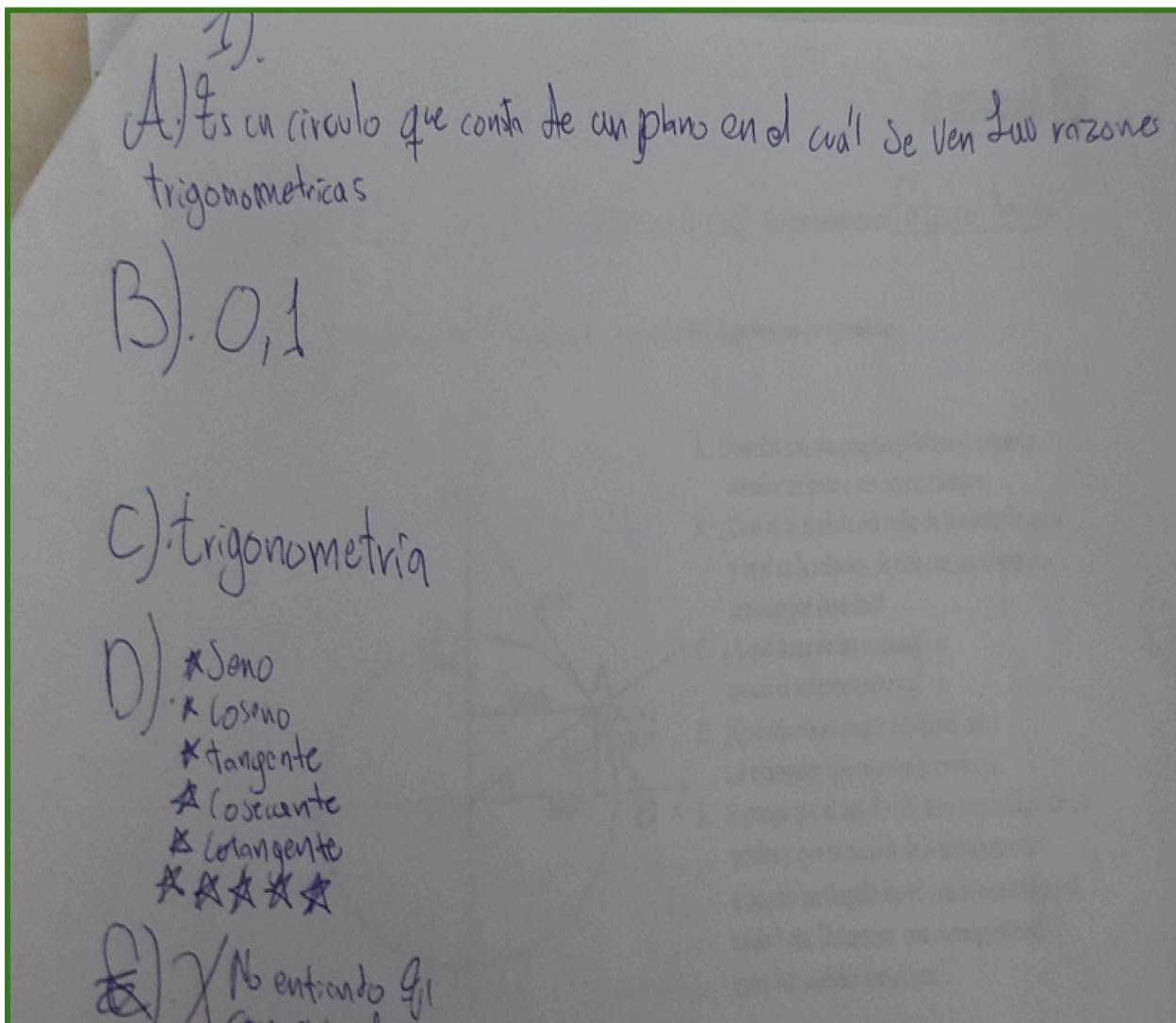
De esta manera, en relación al análisis de la prueba (*Figura 10*) específicamente para el primer literal el estudiante (A) escribió que el esquema de la imagen es “un círculo que consta de un plano en el cual se ven las razones trigonométricas”. Seguidamente, para el segundo literal (B), el estudiante señala que la medida del radio de la circunferencia en el esquema es “0,1”, sin identificar la relación entre este radio y los rectángulos inscritos en el primer



 “Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

cuadrante. Respecto a la pregunta del tercer *literal (C)*, indica que el esquema está asociado al área de la trigonometría, aunque no logra especificar el tema particular. Continuando, en respuesta al cuarto *literal (D)*, escribe “seno, coseno, tangente, cosecante y cotangente” como descripción de las posibles relaciones entre los elementos del esquema (la circunferencia unitaria y los segmentos trigonométricos) y el área de la trigonometría. Finalmente, no establece ninguna relación entre el ángulo (Θ) de 30° y la medida de la hipotenusa mencionada en el *literal (E)*.

Figura 11. Respuestas asociadas a la prueba diagnóstica uno (Figura 10) presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023.



Fuente: Elaboración propia.

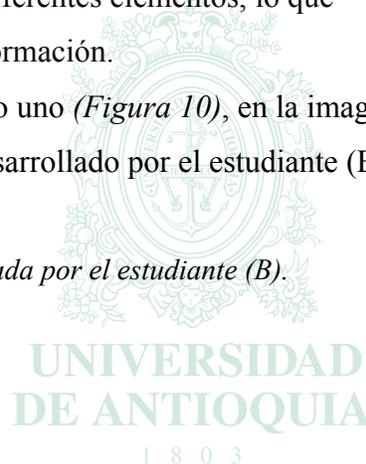
La anterior situación refleja que el estudiante (A) presentó dificultades para conceptualizar y trabajar con las representaciones integradas en el esquema. Esto llevó entonces a que éste analizará con inconvenientes; para tal caso, sobre la situación señalada. Ya que, no se es claro como las asocio o las relaciono. Por ejemplo, si se analiza la respuesta que presentó para el literal (D), queriendo encontrar relación con lo que señala, se observa que su respuesta se torna incompleta puesto que, no describe cómo estos conceptos “*Seno, coseno, tangente, cosecante y cotangente*” se integran directamente con el esquema o cómo estos se relacionan.

Es decir, era importante que el estudiante ofreciera una interpretación a la relación de estas y el área de manera que, se pueda comprender cómo los está asociando ó los relaciona. Ya que el esquema presenta explícitamente los elementos que la integran, lo que posibilita formular proposiciones sobre la información allí señalada. Por ejemplo, el *Seno* en el esquema puede representar una de las 6 líneas trigonométricas (línea trigonométrica del Seno), constituir el segmento de recta del seno al cortarse simultáneamente la línea trigonométrica del seno entre la línea trigonométrica del coseno y la Secante, o representar la relación directa entre el cateto opuesto y la hipotenusa al referenciarse el ángulo (θ) dentro del triángulo rectángulo que se inscribe en el primer cuadrante, etc. Así, en este mismo sentido es posible analizar algunas relaciones entre los demás conceptos señalados por el estudiante en la respuesta del literal (D) (“...*coseno, tangente, cosecante y cotangente*”). Finalmente, para el último literal (E), el estudiante responde que no entendió.

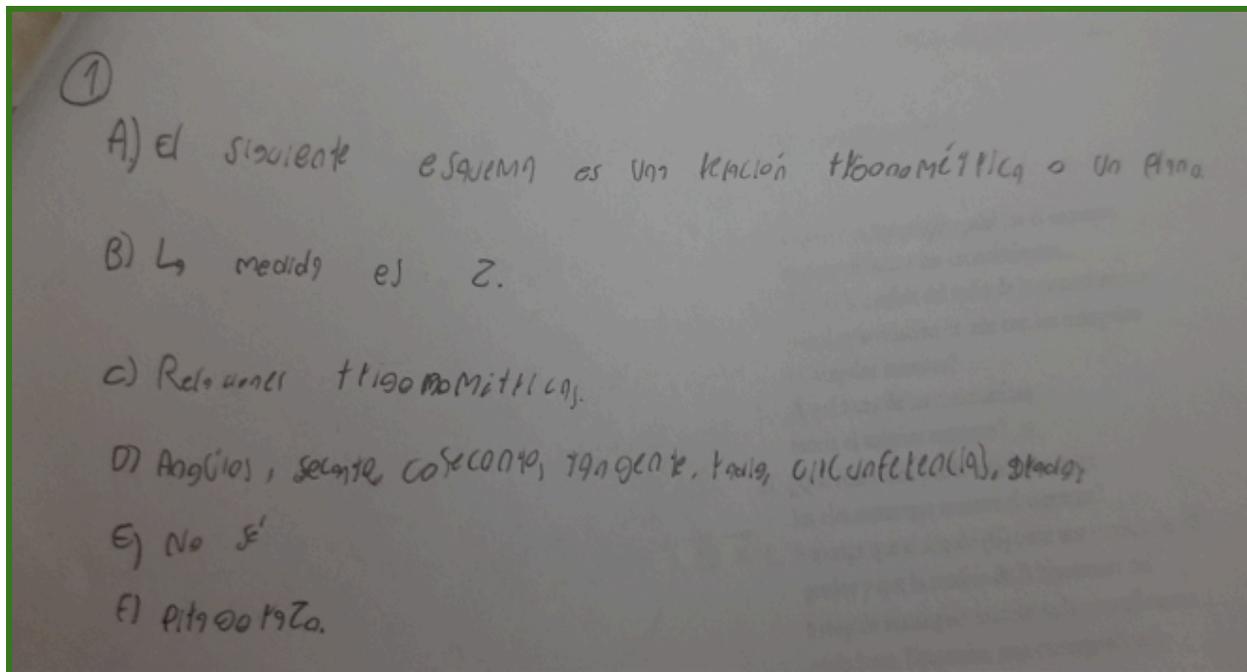
Según Vergnaud (1990), citado en Alfaro y Fonseca (2016), la conceptualización se refiere al proceso cognitivo mediante el cual los estudiantes construyen y organizan conceptos en su mente, permitiéndoles comprender y dar sentido a la realidad. Esto implica la capacidad de identificar patrones, relaciones y características comunes entre diferentes elementos, lo que facilita la categorización y la clasificación significativa de la información.

Siguiendo con el análisis de la prueba diagnóstico número uno (*Figura 10*), en la imagen que se presenta a continuación, *Figura 12*, aparece el registro desarrollado por el estudiante (B) a esta prueba.

Figura 12. Respuestas asociadas a la prueba uno (*Figura 10*) presentada por el estudiante (B). Septiembre 2023.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

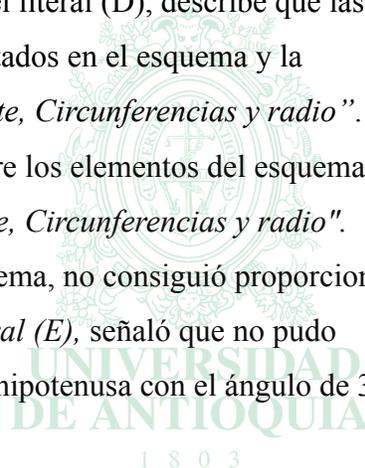


Fuente: Elaboración propia.

Este segundo estudiante, en respuesta al primer literal (A), describió el esquema "Circunferencia unitaria y segmentos trigonométricos" de la Figura 10 como una "función trigonométrica o un plano". A continuación, para el literal (B), indicó que el radio de la circunferencia mide "2". Esto da cuenta de que el estudiante no analizó con detalle la información que presentaba el esquema. Además, no ofreció alguna descripción que relacionara este radio con los triángulos rectángulos inscritos en el primer cuadrante. Es preciso señalar que, sobre el literal se propone "describir" tal relación.

Luego, en el literal (C), añadió que el esquema de la Figura 10 está relacionado con el tema de las "Relaciones trigonométricas". Para el cuarto literal, el literal (D), describe que las relaciones que se pueden establecer entre los elementos representados en el esquema y la trigonometría resultan ser: "Ángulo, Secante, Cosecante, Tangente, Circunferencias y radio".

Para el cuarto literal (D), describió que las relaciones entre los elementos del esquema y la trigonometría incluyen: "Ángulo, Secante, Cosecante, Tangente, Circunferencias y radio". Aunque logró mencionar algunos elementos presentes en el esquema, no consiguió proporcionar una descripción que los conectara de manera conjunta. En el literal (E), señaló que no pudo identificar la razón trigonométrica que relaciona la medida de la hipotenusa con el ángulo de 30



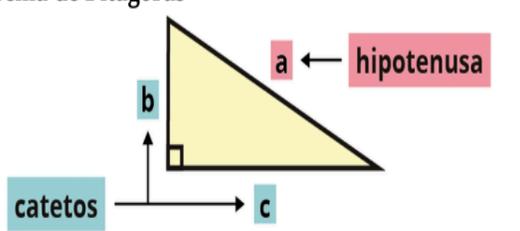
grados. Finalmente, para el último *literal (F)*, escribe que es posible aproximar el valor del número mediante “*Pitágoras*”, lo cual no es correcto puesto que esta aproximación surge de establecer la razón entre el perímetro de la circunferencia (P) y su diámetro (d), los cuales se señalan dentro del esquema. Finalmente, no identifica la identidad recíproca sugerida en la pregunta del *literal (E)*.

Por otro lado, en la *Figura 13*, se presenta una segunda actividad que fue propuesta en el periodo de práctica pedagógica a los estudiantes. En esta actividad se pidió a los estudiantes que identificaran y señalaran las diferencias que existen entre la aplicación del teorema de Pitágoras y la aplicación relacionada a los criterios del Seno y Coseno. Puesto que estos componentes conceptuales, como se señaló previamente, se trabajan dentro del eje temático relacionado al segundo periodo según el plan curricular del área de la trigonometría.

Figura 13. Actividad de clase diagnóstica dos implementada en septiembre 2023.

2. ¿Reconoce la diferencia que existe entre la aplicabilidad del teorema de pitágoras y la de los criterios del seno y coseno?. ¿Sabe en qué situaciones se pueden aplicar especialmente cada uno de estos?. Describa y Justifique.

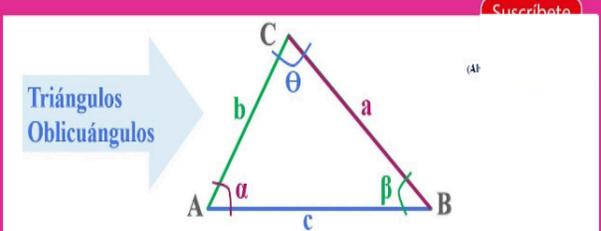
Teorema de Pitágoras



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Es el lado más largo → hipotenusa² = cateto² + cateto² ← Son los lados restantes

Triángulos Oblicuángulos



LEY DE SENOS

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \theta}$$

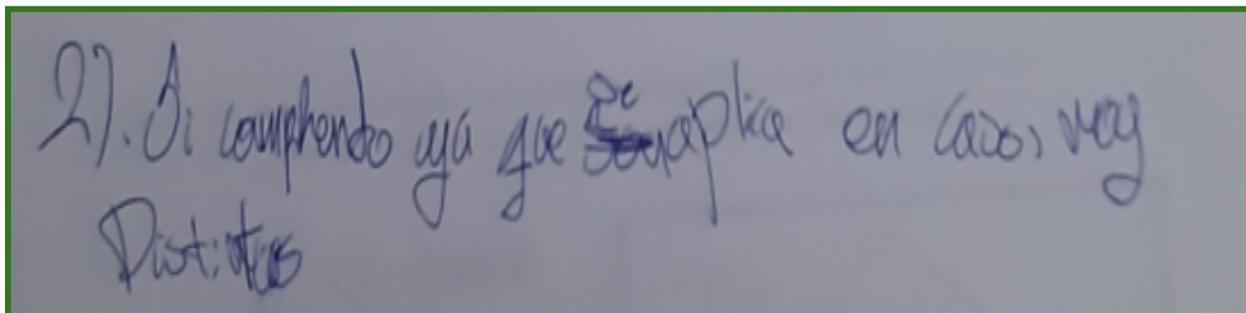
LEY DE LOS COSENOS

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta$$

Fuente: Elaboración propia.

Continuado, en la *Figura 14* se presenta la respuesta que el estudiante (A) planteó respecto a las situaciones propuestas en la actividad número dos (*Figura 13*).

Figura 14. Respuesta relacionada a la actividad diagnóstica dos (Figura 10), presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023.

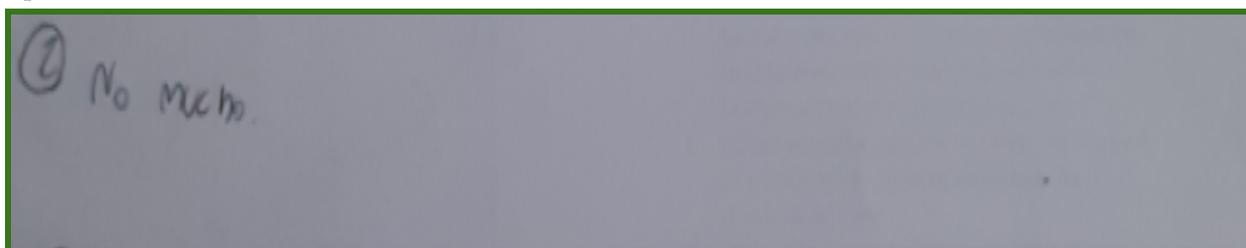


Fuente: Elaboración propia.

Este estudiante responde al respecto: “Si, comprendo ya que se aplican en casos muy distintos”. Frente a lo anterior, se observa que el estudiante reconoce que, tanto el teorema de Pitágoras como los criterios del Seno y del Coseno, se aplican para el cálculo de situaciones que satisfacen condiciones distintas, pero su respuesta no describe bajo qué situaciones en particular se aplican o sobre cuales no se satisfacen. Dicha respuesta resultó incompleta puesto que la actividad planteada sugirió además que este diera cuenta y describiera la situación en la que se aplican los algoritmos.

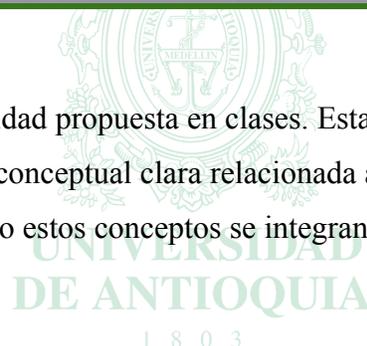
En la imagen señalada en la *Figura 15* se expone el registro de la actividad dos (*Figura 13*) presentada por el estudiante (B). Frente a esta formulación el estudiante responde: “No mucho”. Es decir, se expone que el estudiante no logra comprender la temática.

Figura 15. Respuesta relacionada a la actividad dos (Figura 13) presentada por el estudiante (B). Septiembre 2023.



Fuente: Elaboración propia.

En la imagen de la *Figura 16*, se presenta la tercera actividad propuesta en clases. Esta dinámica buscó identificar si el estudiante contaba con una base conceptual clara relacionada a las temáticas; la circunferencia unitaria y la función seno. Y cómo estos conceptos se integran o relacionan entre sí.

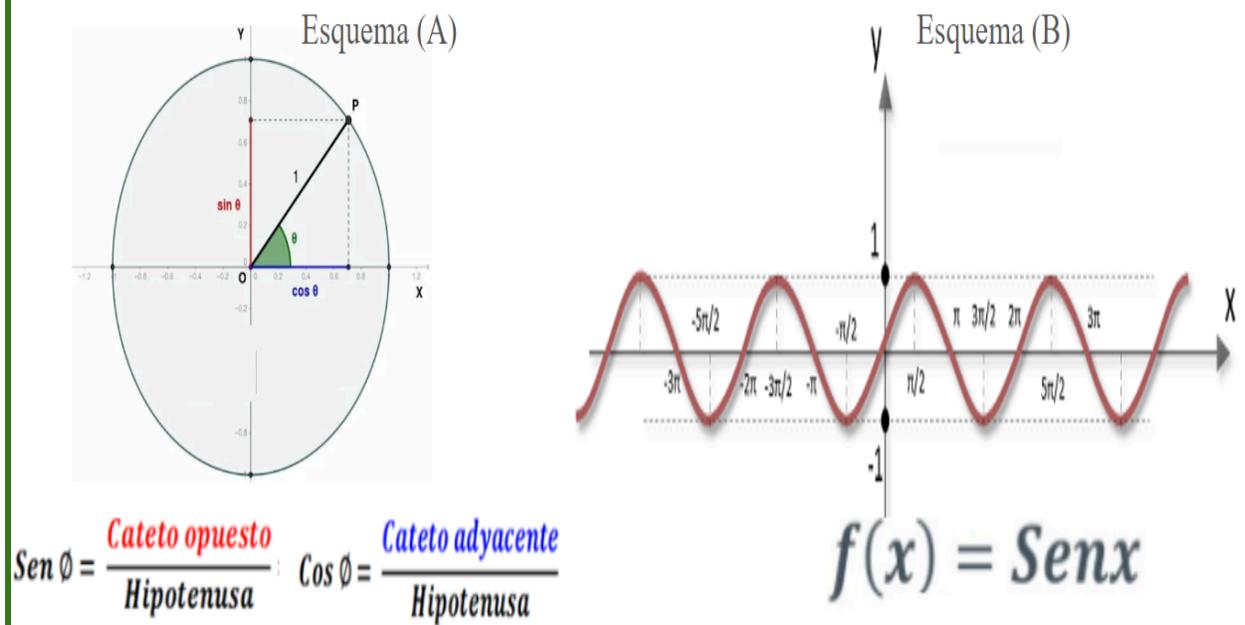


“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Figura 16. Actividad diagnóstica número tres implementada en septiembre de 2023.

3. Defina con sus propias palabras cada uno de los esquemas que se presentan a continuación.

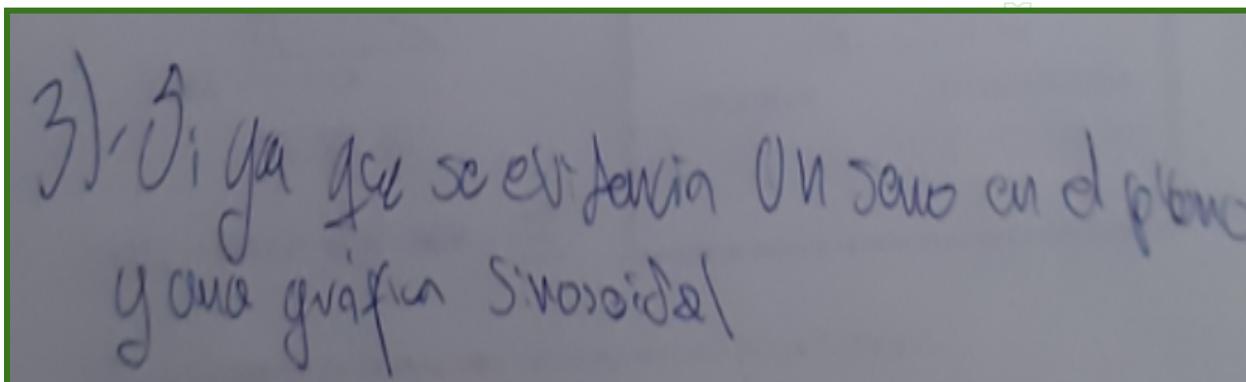
¿Es posible encontrar relación alguna entre ellos?, ¿Sí?, ¿No?, ¿Por qué?.



Fuente: Elaboración propia.

Así, en la *Figura 17*, el estudiante (A) expone la apropiación sobre las temáticas relacionadas a la actividad señalada (*Figura 16*). Al respecto responde: “sí, ya que se evidencia un seno en el plano y una gráfica sinusoidal”.

Figura 17. Respuesta relacionada a la actividad diagnóstica tres (*Figura 16*) presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023.



Fuente: Elaboración propia.

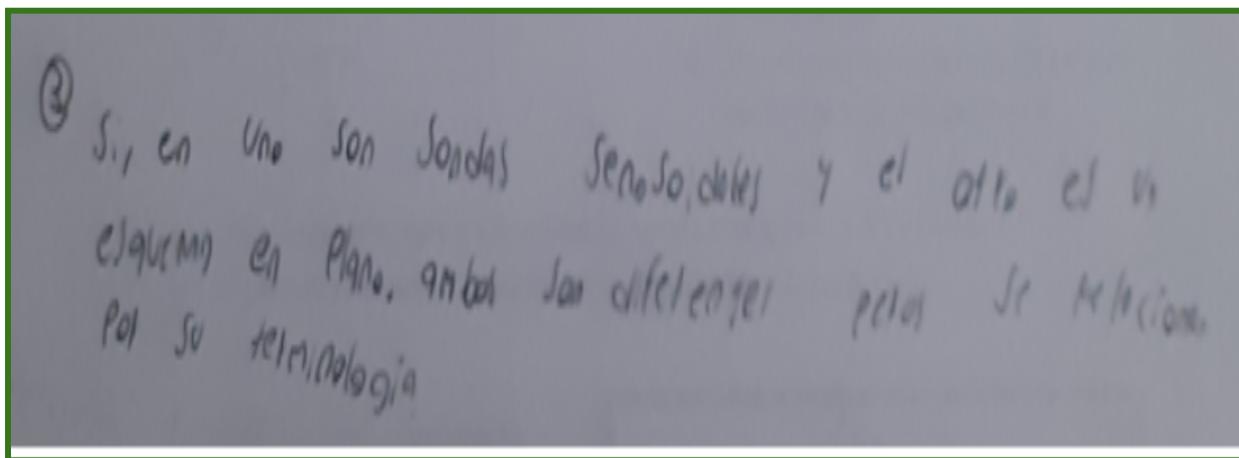
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

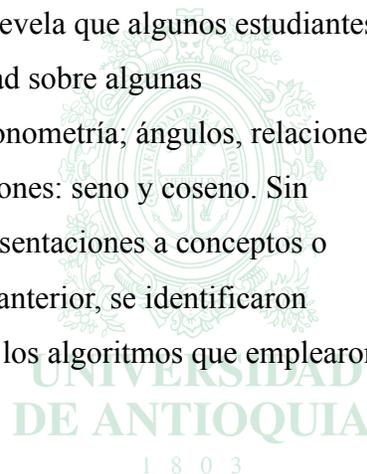
Finalmente, en la *Figura 18* se registra que el estudiante (B) no plantea o formula idea sobre los esquemas explícitos propuestos sobre la *Figura 16*, en cambio, respecto al asunto a identificar una relación válida entre estos plantea que, si es posible, a lo cual agrega: “*En uno son ondas sinusoidales y el otro es un esquema en plano. Ambos son diferentes, pero se relacionan por su terminología*”. La respuesta del estudiante revela algunas dificultades en cuanto a la claridad que tiene de los conceptos y las relaciones de estos, puesto que, el esquema del lado derecho describe la representación geométrica de la función canónica del seno y por otro lado, el esquema del lado izquierdo representa a la circunferencia unitaria que inscribe, en el primer cuadrante un triángulo rectángulo cuyos lados; se relacionan entre sí, a partir de la referenciación del ángulo (θ). Es decir, de la relación de elementos emergen razones trigonométricas como la del seno y el coseno.

Figura 18. Respuesta relacionada a la actividad diagnóstico tres (*Figura 16*) presentada por el estudiante (B). Septiembre 2023.



Fuente: Elaboración propia.

El análisis de las actividades diagnóstico uno, dos y tres revela que algunos estudiantes de la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica tenían claridad sobre algunas representaciones fundamentales que se ligan al estudio de la trigonometría; ángulos, relaciones trigonométricas, circunferencia unitaria, plano cartesiano y funciones: seno y coseno. Sin embargo, enfrentaron también dificultades para integrar las representaciones a conceptos o proposiciones que contienen un mayor significado. Sumado a lo anterior, se identificaron dificultades en torno al correcto uso de la notación matemática y los algoritmos que emplearon



“*Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo*”. Benjamín Franklin.

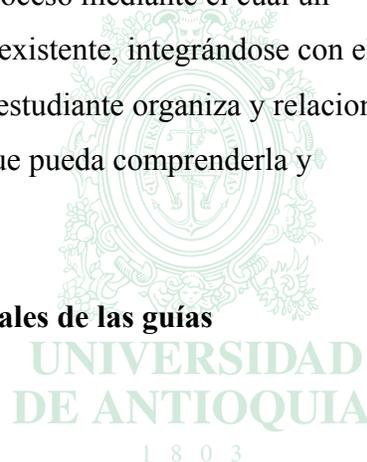
para explicar conceptos o representar estos. Según Ausubel et al. (1983) representar consiste en formar un concepto o contenido mental a través de una realidad que se le presenta al aprendiz.

De esta forma, estas dificultades condicionaron negativamente al estudiante al momento de realizar las actividades propuestas, es decir de matematizar las situaciones presentadas. Así, es necesario que éste disponga primeramente de una comprensión clara frente a lo conceptual, puesto que, esto le permite abstraer de mejor manera y reconocer integralmente las relaciones que se establecen en el estudio del área a medida que se forma en este. Respecto a lo anterior, Rueda Upequi (2012) señala que, los estudiantes sin una base conceptual clara, exponen malas prácticas alrededor del uso de la notación y alrededor de la aplicación de las leyes de la trigonometría, las cuales, no resultan ser las debidamente correctas al momento de matematizar la realidad.

Por ejemplo, continuando con Upequi (2012), estas confusiones suceden cuando los estudiantes aplican o generalizan las propiedades de un concepto a una situación que no se satisface a esta. Para tal caso, generalizar las propiedades de un triángulo rectángulo a uno que no lo es bajo el teorema de pitágoras, o en este sentido generalizar las propiedades de un triángulo oblicuángulo a las de un triángulo rectángulo bajo la aplicación de criterios como el del Seno. Incluso, relacionar la función Seno o Coseno a situación que no implique el estudio de fenómenos periódicos, etc. Debido a esto, el entendimiento de las nociones relacionadas al área de la matemática no se asientan en los estudiantes de manera correcta puesto que, las debilidades conceptuales alrededor de la materia terminan afectando la asimilación y la construcción de nuevos contenidos y por tanto, el resultado de estos malos procesos termina en un bajo aprendizaje. (Upequi, 2012).

Según Ausubel et al. (1983) la asimilación se refiere al proceso mediante el cual un individuo incorpora nueva información a su estructura cognitiva existente, integrándose con el conocimiento previamente adquirido. Lo anterior implica que el estudiante organiza y relaciona la nueva información con sus conocimientos previos, de modo que pueda comprenderla y retenerla de manera significativa.

5.2. Consideraciones previas relacionadas a los análisis generales de las guías



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

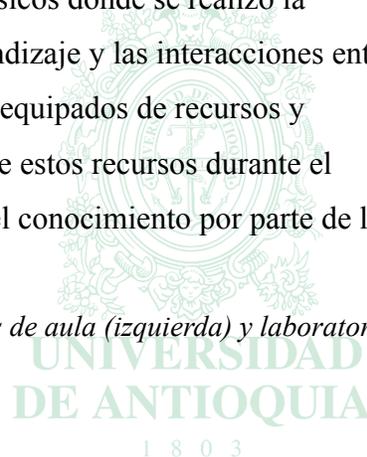
En el siguiente apartado, se realizó un análisis enfocado en integrar las consideraciones de la teoría del “Aprendizaje Significativo”, con especial atención a los componentes conceptuales representados en la *Figura 8*, “*Estructura General de la red de categorías y subcategorías*”. Se analizaron los **tipos de aprendizajes de representación, conceptos y proposición**, junto con las **formas: subordinada, supraordinada y combinatoria**, dentro de los registros utilizados en la Mediación Didáctica. Asimismo, se evaluaron los **procesos de diferenciación progresiva, reconciliación integradora**, y los **métodos por descubrimiento y recepción**, así como los **factores** que influyen en la construcción de Aprendizaje Significativo: ***situacional, cognitivo, interpersonal y socioafectivo***. De manera que, bajo esta estructura conceptual se enriqueció el análisis de la propuesta y se dio cuenta del desarrollo de Aprendizajes Significativos y sus tipos en los estudiantes.

En este sentido se destacó que la implementación del recurso tecnológico GeoGebra y el uso de **organizadores de contenido: introductorios, comparativos y expositivos** en cada una de las sesiones de las guías fueron de gran apoyo. En este contexto, se reflexionó alrededor de los alcances y la incidencia de la propuesta en la aprehensión de saberes entre la Especialidad de estudiantes.

5.3. Análisis específicos relacionados a la mediación didáctica

Ausubel et al. (1983) destacan que el entorno influye significativamente en el proceso de aprendizaje y en el clima psicológico del aula, ya que facilita las relaciones interpersonales y la construcción de conocimiento entre los estudiantes. En este contexto, el aspecto situacional del aprendizaje cobra relevancia. La buena calidad de los espacios físicos donde se realizó la mediación didáctica (*Figura 19*) favoreció el desarrollo del aprendizaje y las interacciones entre los estudiantes y el docente en formación, al tratarse de espacios equipados de recursos y adecuados para las actividades académicas. Así, el uso óptimo de estos recursos durante el desarrollo de las guías didácticas fue clave para la asimilación del conocimiento por parte de los estudiantes

Figura 19. Reflejo de la calidad de la infraestructura y de los espacios de aula (izquierda) y laboratorio (derecha) en la institución. Octubre 2023.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.



Fuente: Elaboración propia.

La propuesta didáctica, fundamentada en la concepción de Ausubel et al. (1983), analizó inicialmente la estructura curricular de la Especialidad en Energía Fotovoltaica. Esto permitió diseñar guías didácticas conforme a material referente (*significatividad lógica*). El diseño y organización de estas guías establecieron las condiciones necesarias para el Aprendizaje Significativo, considerando la significatividad lógica y psicológica (Ausubel et al. 1983). Así, se integró el material relacionado con el plan curricular, favoreciendo la conexión entre nuevos conceptos y el conocimiento previo diagnosticado (*significatividad psicológica*).

En los análisis presentados al inicio del apartado sobre el reconocimiento de saberes (*Figuras 11, 12, 14, 15, 17, 18*), se demostró que los estudiantes llevaban previamente dentro de su estructura de saberes algunas *representaciones* relacionadas a conceptos claves para el aprendizaje de la trigonometría tales como: ángulos, relaciones trigonométricas, circunferencia unitaria, plano cartesiano, razones entre medidas, identificación de la función seno y coseno como ondas, etc.

La motivación y el interés de los estudiantes también resultaron ser factores determinantes para lograr Aprendizajes Significativos, Ausubel et al. (1983) subrayan que es esencial motivar a los estudiantes y despertar el interés de ellos por las temáticas propuestas ya

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

que las posibilidades de aprendizajes sustanciales en el aula son mayores a cuando no lo tienen. De igual modo, la propuesta didáctica, mediada a través del recurso GeoGebra, permitió que los estudiantes se interesaran en los contenidos del área y adoptaran una postura activa de motivación y directa hacia el objeto de conocimiento propuesto (*Figura 20 y 25*).

Por ejemplo, en el registro de la *Figura 20*, se presenta una situación en la que los estudiantes trabajaron en torno a las transformaciones de las funciones trigonométricas (guía didáctica dos: "*Un conjunto de habilidades: Reconozcamos conceptos y sus propiedades*", tabla 6). Este registro evidencia que la implementación del recurso en las clases captó la atención de los estudiantes y despertó su interés por el área. Tras la exposición del maestro en formación, los estudiantes enfrentaron exitosamente situaciones problema como la descrita en el *Anexo 8*, utilizando el recurso tecnológico para simular las actividades.

En el registro señalado, se observa cómo el estudiante (A) indaga sobre lo que previamente configuró a través del recurso tecnológico (*Figura 20*). La evidencia de este desarrollo se documenta en la *Figura 26*. De esta manera, la disposición y receptividad de los estudiantes fue positiva y constante a lo largo de la propuesta, como se registra también en los fragmentos audiovisuales e imágenes codificadas. En el registro audiovisual "*Fragmento doce-sesión dos. Guía didáctica Dos. 02/Nov/2023*", se refleja igualmente la disposición e interés de los estudiantes hacia la propuesta.

Figura 20. Recepción e interés por la propuesta de parte de los estudiantes. Octubre 2023.



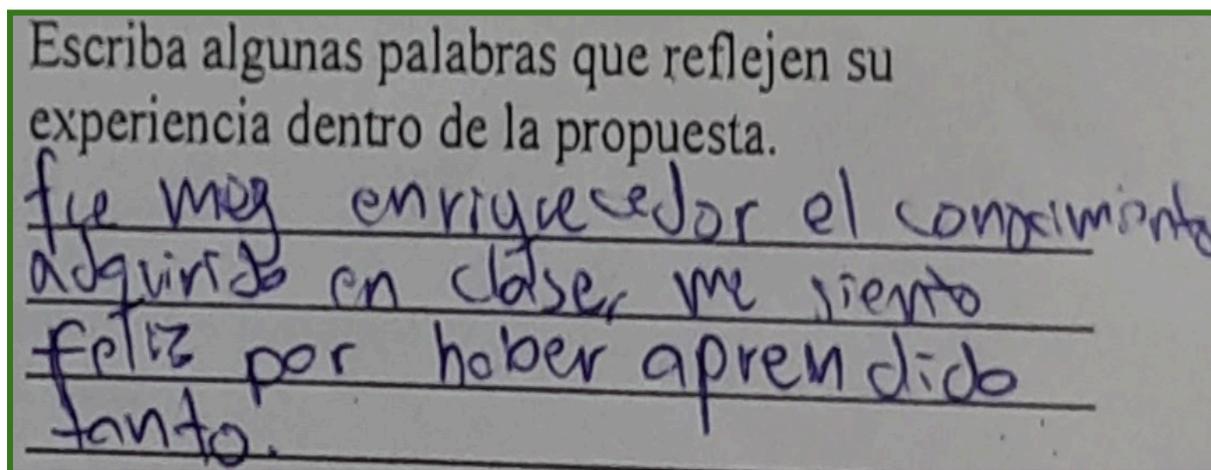
Fuente: Elaboración propia.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Para tal caso presentado en la *Figura 21*, el estudio de casos elegido, correspondiente al estudiante (A), expone la motivación que le despertó el recurso implementado, lo cual influyó positivamente en su proceso de aprendizaje. Por ejemplo, cuando se le indagó sobre la experiencia que le significó el desarrollo de la guía didáctica número dos (*Anexo 7, pregunta 10*) Señaló: “*Fue muy enriquecedor el conocimiento en clase, me siento feliz por haber aprendido tanto*”. Esta afirmación implica una recepción positiva e interés por la clase y la propuesta presentada

Figura 21. *Apreciación del estudiante (A) sobre la experiencia de la propuesta que integró la guía didáctica número dos. (Tabla 6). 26/Octubre/2023.*



Fuente. Elaboración propia.

Por otro lado, en los análisis realizados a la actividad reto, *Figura 22 (anexo 5)* titulada “*¿Cuántos metros hay que recorrer?*”, implementada al inicio de la guía didáctica número dos, se reflejó que, tras la propuesta expositiva presentada por el maestro en formación, (*Fragmento trece. Sesión dos. Guía didáctica dos. 02/Nov/2023*), el estudiante (A) desarrolló un aprendizaje significativo a través del método receptivo sobre la temática “*El teorema de Pitágoras y sus aplicaciones en la vida cotidiana*”. Puesto que, en la figura señalada (*Figura 22*), se observa que el estudiante solucionó correctamente el reto planteado. Según Ausubel et al. (1983) el aprendizaje por recepción ocurre cuando el estudiante adquiere conocimiento a partir de una exposición lógicamente estructurada por parte del maestro.

Esto resultó significativo porque el estudiante (A) logró identificar correctamente el teorema necesario para resolver el reto (*Figura 22*). Al preguntarle sobre el concepto que utilizaría para hallar el valor de X, respondió: “*Pitágoras, ya que es un triángulo rectángulo*”.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Esto demuestra la comprensión del estudiante sobre el concepto y su aplicación en la vida real, al asociar la cualidad fundamental de un triángulo rectángulo para aplicar el teorema de Pitágoras y utilizar el algoritmo correspondiente.

Lo anterior es relevante porque, basado en los análisis del registro presentado en la *Figura 14* (actividad diagnóstica llevada a cabo en septiembre 2023 (*Figura 10*) por el mismo estudio de casos (estudiante A), refleja que éste para aquel primer momento (actividad diagnóstica: reconocimiento de saberes) no tenía claridad alrededor de la temática. Sin embargo, gracias al apoyo de la presentación y la experiencia que vivió de la guía didáctica dos, logra posteriormente asimilar el tema. Esto se respalda en el registro de la *Figura 23*. Es decir, Al contrastar los análisis de la *Figura 14* con los de la *Figura 23*, se observa un aprendizaje significativo del estudiante alrededor de la temática, lo cual también permitió que el estudiante fortaleciera habilidades en torno a procesos de razonamiento y abstracción de los conceptos matemáticos. (El contraste señalado reposa sobre la tabla 11 como facilitador al lector).

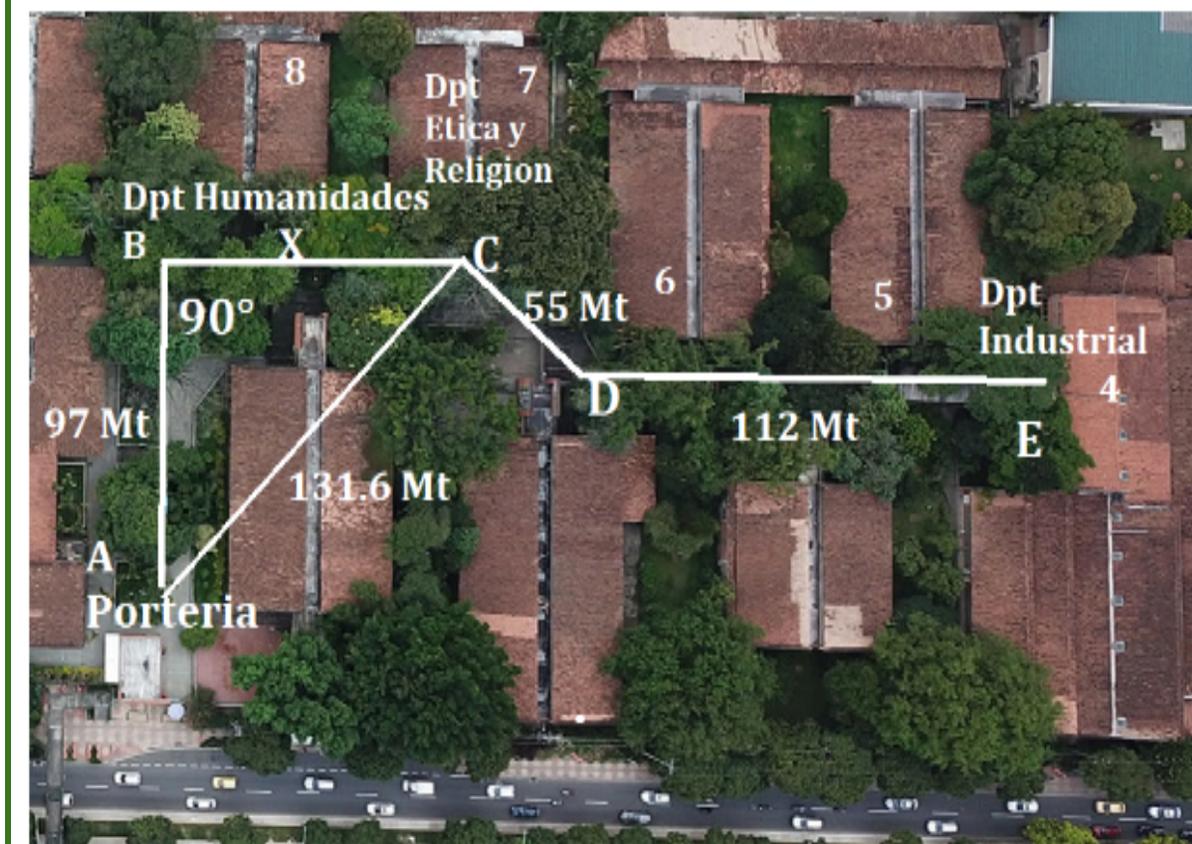


Figura 22. Reto sesión número dos: ¿Cuántos metros hay que recorrer? implementada durante la guía didáctica dos. Noviembre de 2023.

Reto sesión número dos: ¿Cuántos metros hay que recorrer?.

El siguiente esquema representa un posible camino que permite a un estudiante llegar al departamento de Industrial estando ubicado en la portería peatonal de la avenida las vegas. Dentro del esquema, el punto (A) representa la portería peatonal, la cual se encuentra a una distancia de 97 metros del punto (B). Por otro lado, del punto (B) al punto (C) se registra una distancia de X metros, seguidamente la distancia del punto (C) al punto (D) es de 55 metros y del punto (D) al punto (E) la distancia correspondiente es igual a 112 metros.

Nota: Tenga presente la distancia representada entre los puntos (A) y (C) igual a 131,6 metros señalada dentro del esquema, ya que, éste dato resulta importante para calcular la distancia X señalada por los puntos (B) Y (C). A partir de esto responda:



Fuente: Elaboración propia.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

En este sentido en la *Figura 23*, se evidencia que el estudiante (A) asimiló correctamente la temática propuesta durante la apertura de la sesión de la guía didáctica dos, logrando interpretar adecuadamente el contexto de la situación presentada (*Figura 22*).

Figura 23. Desarrollo del reto “¿Cuántos metros hay que recorrer?” de parte del estudiante (A) dentro del desarrollo de la guía didáctica número dos. Noviembre de 2023.

¿Qué concepto de la trigonometría utilizaste para hallar el valor de X?. ¿Por qué este y no otro?

Rta: Pitagoras ya que es un triángulo rectángulo

- ¿Cuántos metros recorre un estudiante que parte desde el punto A (portería peatonal) al seguir la ruta AB-BC-CD-DE descrita por el esquema para llegar al punto (D), el cual corresponde al departamento de Industrial?. Registre sus cálculos.

Rta: $\sqrt{131,6^2 - 97^2} = 88,9 \text{ mt}$

Recorre de A-B 97 mt
 B-C 88,9 mt
 C-D 55 mt
 D-E 112 mt

El recorrido es $\sum_{A-B, B-C, C-D, D-E}$

Fuente: Elaboración propia.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

En el registro detallado de la *Figura 23*, se refleja un aprendizaje significativo desarrollado mediante el método de descubrimiento y el tipo de aprendizaje de representación. Inicialmente, el estudiante comprendió que el teorema de Pitágoras no solo facilita el cálculo de las medidas opuestas al ángulo recto de un triángulo rectángulo, aplicando el algoritmo convencional " $h^2 = a^2 + b^2$ ", sino que también descubrió cómo calcular la medida del cateto BC en el triángulo (ABC) a partir de la medida de la hipotenusa AC y el cateto BA, utilizando sus habilidades en el despeje de ecuaciones y análisis previo

Ausubel et al. (1983) destacan que el aprendizaje por descubrimiento permite al estudiante construir conocimiento por sí mismo, sin que el contenido principal se le entregue en su forma final. En este caso, el reto implicaba que el estudiante (A) construyera el conocimiento a partir de la actividad (*Figura 22*), descubriendo que el teorema de Pitágoras, independientemente de las dos medidas conocidas, permite encontrar la tercera. Esto le permitió responder a la pregunta: “¿Cuántos metros hay que recorrer?”.

Continuando, Ausubel et al. (1983) defienden la participación activa en la adquisición de conocimientos a través de la exploración y la experimentación directa. Afirma que esta metodología fomenta el descubrimiento de conceptos mediante la manipulación de objetos, la realización de actividades prácticas y la resolución de problemas reales. Al involucrarse en situaciones concretas, el estudiante puede aplicar y asimilar su aprendizaje.

La *Figura 23* también demuestra un aprendizaje de tipo *representacional*, ya que el estudiante (A) identificó correctamente que la característica geométrica de todo triángulo rectángulo es tener un ángulo interno de noventa grados. Según la concepción de Ausubel et al. (1983), el estudiante asoció correctamente la cualidad del objeto trabajado -tener un ángulo recto- con la definición de esta figura (*Figura 23*). De acuerdo con la rúbrica de evaluación (tabla 7) y según los Estándares Básicos de Competencia en relación con el pensamiento métrico y sistemas de medida, el estudio de casos (A) alcanzó un desempeño superior, puesto que, reconoció en el teorema de Pitágoras propiedades que le ayudaron en la aplicación de la estrategia implementada y en el desarrollo exitoso del reto, es decir, reconoció la aplicación contextual del concepto.



A continuación, en el registro *Figura 25*, se presenta la formulación de la actividad propuesta en la guía didáctica número tres “Una integración entre disciplinas; Corriente alterna y Trigonometría”. (Tabla 9), (anexo 9).

Figura 24. Actividad Propuesta dentro del cierre de la guía didáctica número tres: “Simulemos un circuito eléctrico”. Noviembre de 2023.

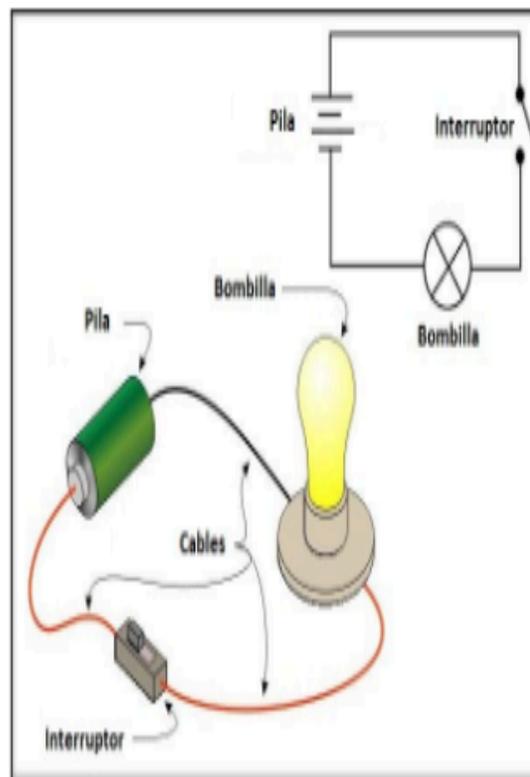
Supongamos que tienes un circuito de corriente alterna que alimenta una lámpara descrito mediante la siguiente función trigonométrica. Este circuito relaciona el voltaje en función del tiempo:

$$V(T) = 4 \text{ SEN } (3T + (\pi/2))$$

(A). A partir de la función señalada encuentre: Amplitud, Frecuencia angular, Frecuencia y Periodo.

(B). Analice los parámetros (Magnitudes) de la función onda del circuito mediante Geogebra y dibuje la representación geométrica sobre los esquemas que se dan a continuación.

Nota: Realice las debidas conversiones si le resultan necesarias.



Fuente: Elaboración propia.

Esta actividad propuso al estudiante integrar las transformaciones que sufren las funciones trigonométricas a una situación contexto relacionada con las prácticas de laboratorio que cursa la especialidad. La solución de esta actividad (*Figura 24*) a través de GeoGebra (*Figura 25*), demostró aprendizajes significativos mediante la forma de *subsunción derivada*, Según Ausubel et al. (1983), se desarrolla cuando el nuevo conocimiento es un caso o ejemplo de un concepto

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

previamente conocido por el estudiante. En este sentido, GeoGebra fue un medio que facilitó sustancialmente el proceso. Veamos.

Figura 25. Implementación de GeoGebra dentro del desarrollo de la guía didáctica número tres. Noviembre de 2023.

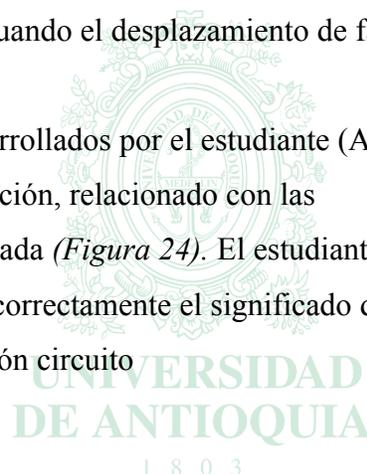


Fuente: Elaboración propia.

En los registros de la *Figura 26* (solución de la actividad propuesta *Figura 24*) se evidencia el desarrollo de aprendizajes del *tipo de representación* por parte del estudiante (A) a raíz de la guía didáctica número tres implementada (*Tabla 9*). Esto corrobora que, el recurso fue una herramienta mediadora en la asimilación de los conceptos matemáticos propuestos, específicamente en relación con las transformaciones de las funciones trigonométricas conforme variaban los parámetros. Por ejemplo, cuando la amplitud de la onda era diferente de uno, cuando la frecuencia cambiaba dentro del intervalo 0π a 2π , o cuando el desplazamiento de fase se modificaba horizontalmente (n)-grado, etc.

De esta manera, en la *Figura 26* presenta los registros desarrollados por el estudiante (A), mostrando su aprendizaje significativo en términos de representación, relacionado con las transformaciones de la función trigonométrica previamente señalada (*Figura 24*). El estudiante, con el apoyo de GeoGebra, logró asociar, representar y asimilar correctamente el significado de los parámetros que componen la expresión algebraica de la función circuito

$$V(T) = 4 \sin \left(3T + \left(\frac{\pi}{2} \right) \right).$$



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Específicamente el estudiante identificó que el parámetro "cuatro" está asociado a la amplitud vertical de la onda, y que el parámetro "tres" representa el número de ondas trazadas en un periodo de 2π . Esto se observa en el registro donde el estudiante señala el intervalo $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ relacionado directamente con el desplazamiento de fase o desplazamiento horizontal. El estudiante desplazó la onda $\pi/2$ (90°) hacia la izquierda, como indica el parámetro en la expresión algebraica de la función. En este sentido, bajo la perspectiva de Ausubel et al. (1983) el registro de la *Figura 26* demuestra que el estudiante comprendió la representación geométrica asociada a cada uno de los parámetros de la expresión algebraica de la onda circuito

$$V(T) = 4 \sin \left(3T + \left(\frac{\pi}{2} \right) \right).$$

Lo anterior es relevante debido a que, basados en el análisis de la actividad diagnóstico (*Figura 16*) y realizado por el estudio de casos (A) (*Figura 17*), se demuestra que la guía didáctica tres (*Una integración entre disciplinas; Corriente alterna y Trigonometría, tabla 9*) como también las guías didácticas previas a esta, significaron para el estudiante la aprehensión de conocimientos en torno a las funciones trigonométricas, sus transformaciones y aplicación, ya que, si se contrasta además el análisis hecho a la actividad diagnóstica (*Figura 16*) presentada por el estudiante señalado (*Figura 17*) entre el análisis que se presentan relacionando a las actividades de la implementación de las guías (*Figuras: 26, 28, y 29*), se observa una ampliación sustancial del conocimiento del estudiante puesto que, la comprensión inicial que tenía de la función seno (*Figura 17*) se modificó y transformó la percepción que tenía del concepto. (El anterior contraste reposa sobre la *tabla 11*).

Para tal caso, el Aprendizaje Significativo de la función seno a través de la representación algebraica y geométrica al variar sus parámetros. Esto le permitió darse cuenta de que la función canónica $F(x) = \sin(x)$ puede tener una amplitud distinta de uno, que su periodo puede estar en un intervalo diferente de $(0 ; 2\pi)$, que la frecuencia de la onda depende del coeficiente que multiplica el ángulo de la función etc. Es decir, el aprendizaje del tipo de *representaciones* (*Figura 26*) y que, integró conjuntamente al desarrollo del *tipo* de aprendizaje por *conceptos* y *proposiciones* en torno a la temática se transformó positivamente mediante una forma *supraordinada* del aprendizaje puesto que, le implicó la asimilación de información que estaba en un nivel jerárquico superior mediante al aprendizaje de las sesiones previas.

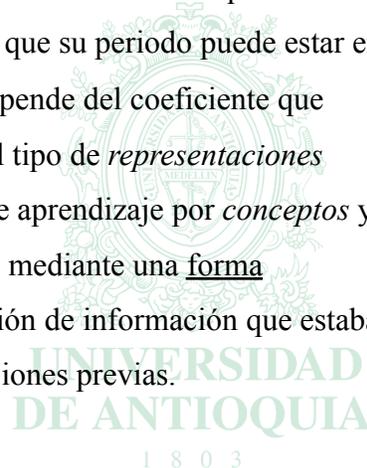
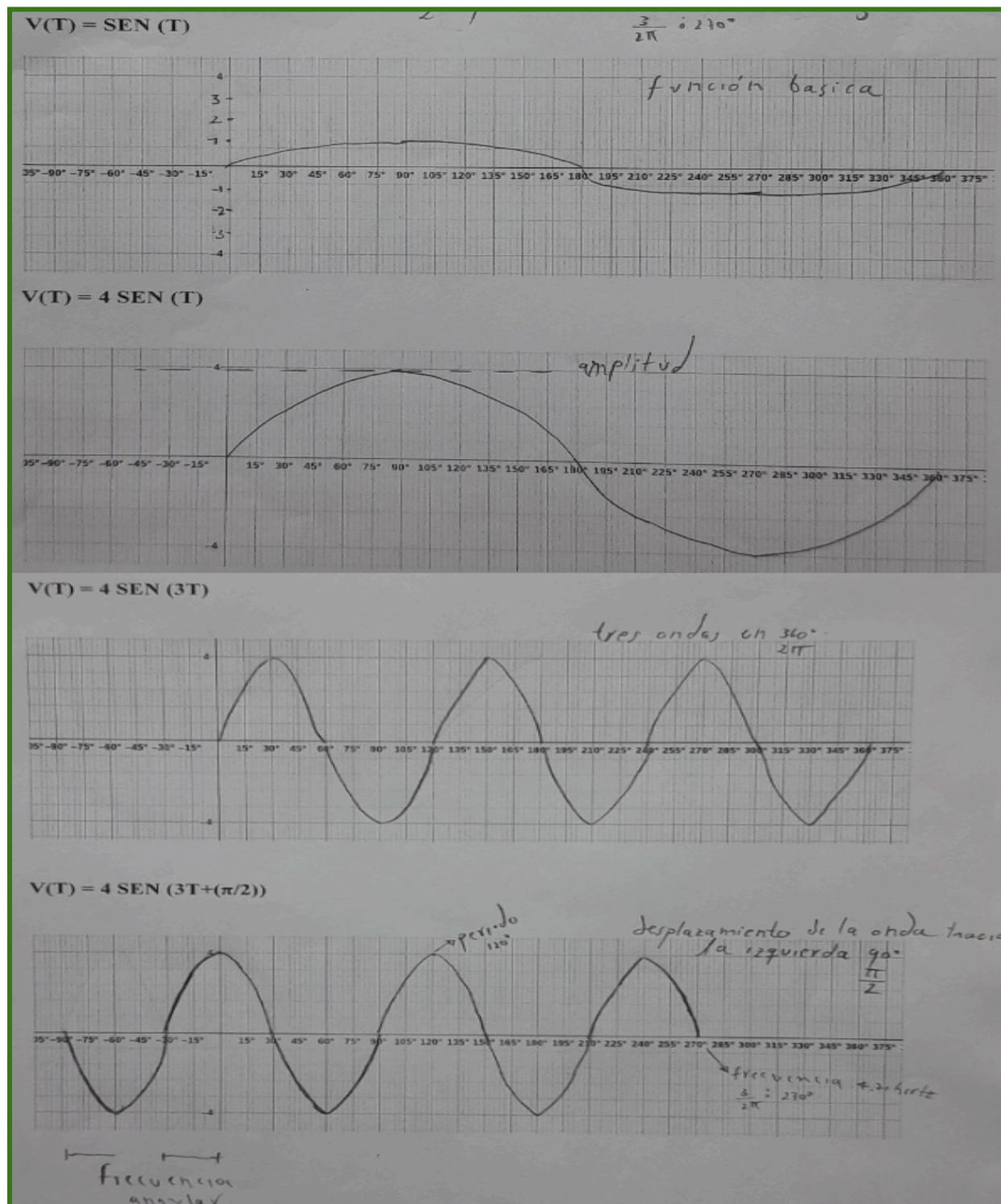


Figura 26. Transformaciones de la función trigonométrica integrada a un situación contextual de la práctica de laboratorio, llevada a cabo durante la guía didáctica tres por el estudiante (A). Noviembre de 2023.



Fuente: Elaboración propia.

DE ANTIOQUIA

1803

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

De igual manera dentro del registro audiovisual “*Fragmento Diecinueve-Sesión Tres. Guía didáctica tres. 11/Nov/2023*”, (0 al 1.55 minutos) se corrobora el desarrollo de Aprendizaje Significativo de *representación* en torno a la temática señalada sobre la *Figura 24*. En este fragmento, se observa cómo el estudio de casos (A) logró entender y representar la variación de una onda cuando se modificó el desplazamiento de fase. El maestro en formación comenzó preguntando qué sucedía cuando el desplazamiento de fase de la onda en el circuito

$V(T) = 4 \sin \left(3T + \left(\frac{\pi}{2} \right) \right)$ era igual a cero. Veamos:

Maestro en formación: “¿Qué sucede cuando el desplazamiento de fase es igual a cero?”.

Estudiante: “Es la función canónica seno...”

-Seguidamente el maestro en formación agrega-

Maestro en formación: “Mira los ciclos de la onda... ¿Si quitamos el desplazamiento de fase + $\left(\frac{\pi}{2} \right)$ qué sucede?”.

El estudiante seguidamente señaló con la mano los 3 ciclos de la onda dentro del intervalo $(0\pi; 2\pi)$. Es decir, se dio cuenta que la onda circuito

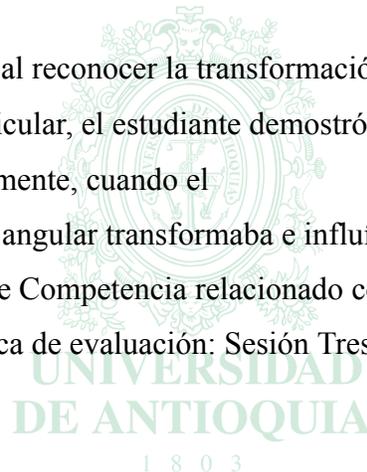
$V(T) = 4 \sin \left(3T + \left(\frac{\pi}{2} \right) \right)$ dejaba de estar en el intervalo $(-\pi/2; 3\pi/2)$.

Maestro en formación: “¿Qué hace que la onda se desarrolle tres veces?”.

Estudiante: “¡La Frecuencia Angular!”. -Refiriéndose al coeficiente que acompaña a la variable (T) dentro de la expresión algebraica de la función circuito $V(T)$.

Maestro en formación: “Cuando damos un desplazamiento de fase que es de + 90 grados ¿Que hacemos? cómo es positivo, hace que la onda se desplace horizontalmente hacia la izquierda 90 grados”.

Así, se evidencia que el estudiante comprendió la temática al reconocer la transformación que los parámetros de la función circuito $V(T)$ causaron. En particular, el estudiante demostró entendimiento alrededor de la representación geométrica precisamente, cuando el desplazamiento de fase fue distinto de cero y cómo la frecuencia angular transformaba e influía en el número de ondas de la función. Según el Estándar Básico de Competencia relacionado con el Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos (tabla 10, rúbrica de evaluación: Sesión Tres),



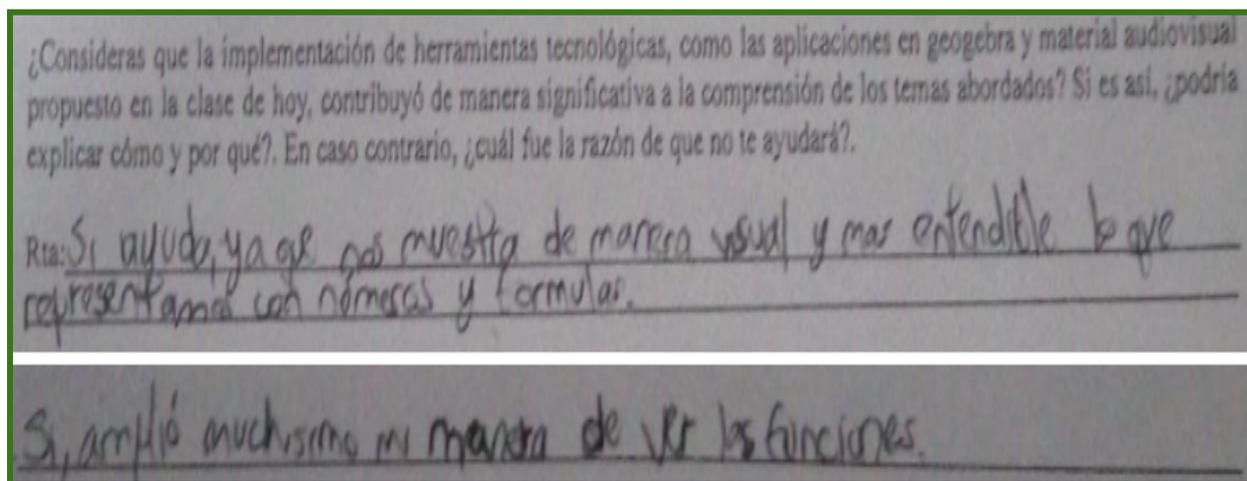
“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

el estudiante alcanzó un desempeño superior al utilizar Geogebra para representar la variación de los elementos matemáticos en el sistema cartesiano.

De esta manera, lo expuesto previamente siguió la concepción de Ausubel et al. (1983) quienes señalan que enseñar para el desarrollo de un Aprendizaje Significativo implica el uso de estrategias didácticas y recursos que permitan la transición de la estructura conceptual del contenido, en este caso, la trigonometría, hacia la estructura cognitiva del estudiante mediante una construcción activa del conocimiento. Esto se evidenció en el registro audiovisual "Fragmento diecinueve-sesión Tres. Guía didáctica tres. 11/Noviembre de 2023".

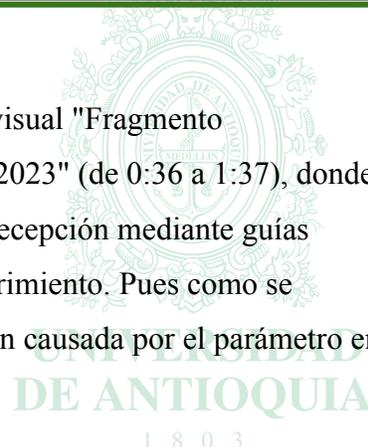
En este sentido, las apreciaciones dadas por los estudiantes, para tal caso, el estudiante (A) (a partir del *anexo 5*), señala que el recurso GeoGebra contribuyó a sus aprendizajes. Precisamente, en la *Figura 25*, escribió que; “*Si, ayuda, ya que nos muestra de manera visual y más entendible lo que representamos con números y fórmulas. Amplió muchísimo mi manera de ver las funciones*”.

Figura 27. *Apreciación del estudiante (A) sobre la implementación de GeoGebra.04/Nov/2023.*



Nota: Elaboración propia.

Esta apreciación también se corrobora en el registro audiovisual "Fragmento Dieciocho-Sesión Cuatro. Guía didáctica tres. 11/Noviembre de 2023" (de 0:36 a 1:37), donde se observa que el estudiante, inicialmente habiendo aprendido por recepción mediante guías didácticas previas, también desarrolló un aprendizaje por descubrimiento. Pues como se demostró anteriormente, el estudiante descubrió la transformación causada por el parámetro en la



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

función circuito, relacionada con el desplazamiento de fase, utilizando GeoGebra. (*Fragmento dieciocho-sesión cuatro. Guía didáctica Tres. 11/Noviembre de 2023*).

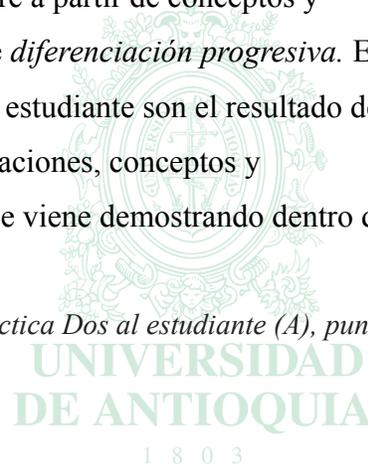
Maestro en formación: “*Qué pasa cuando el desplazamiento de fase sufre un desplazamiento de 90 grados?*”

Estudiante: “*La función se corre hacia la izquierda...*”.

Seguidamente dentro del registro señalado, se observó que el estudiante identificó, a través de la representación geométrica, el número de ondas que integraban la función propuesta. Demostrando un Aprendizaje Significativo por parte del estudiante a través de procesos como la *reconciliación integradora*, ya que se dio cuenta que la forma como entendía la transformación de la función no correspondía a la forma correcta. Siendo GeoGebra en este sentido, un recurso que influyó en la reconciliación del conocimiento. Puesto que, sus propiedades facilitan la representación de conceptos que en un principio se tornan abstractos. Ausubel et al. (1983) señalan que procesos como la *reconciliación integradora* en el aprendizaje se presentan de modo que, las posibles fuentes de confusión son eliminadas por el aprendiz a medida que avanza el proceso.

Por otro lado en el registro de la *Figura 28*, derivado de la actividad relacionada a la guía didáctica dos “*Un conjunto de habilidades: reconozcamos conceptos y sus propiedades*” (*anexo 8*), se reflejó un aprendizaje significativo de *proposición* por parte del estudiante (A) puesto que, este logró integrar conceptos y representaciones previamente asimilados de las guías didácticas que antecedieron el desarrollo de esta actividad, como las representaciones geométricas de las funciones trigonométrica y sus variaciones debidas a parámetros como amplitud, periodo, frecuencia, desplazamiento de fase, etc. Y las temáticas integradas de las guías previas. Según Ausubel et al. (1983), el aprendizaje por proposiciones se adquiere a partir de conceptos y representaciones previamente asimiladas mediante un proceso de *diferenciación progresiva*. Es decir, bajo la idea de que los nuevos significados que adquiere el estudiante son el resultado de la interacción del nuevo conocimiento de manera que, las representaciones, conceptos y proposiciones previamente aprendidos se retoman. Lo señalado se viene demostrando dentro del apartado.

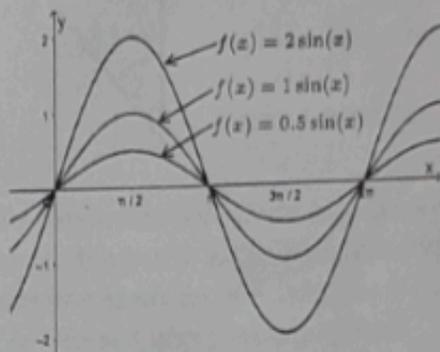
Figura 28. Desarrollo de la actividad propuesta durante la Guía Didáctica Dos al estudiante (A), puntos (2), (3), (4) y (5). Noviembre de 2023.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

2. A partir de la siguiente imagen responde:

$$(Y=F(x)) = (a)\text{sen}(x)$$

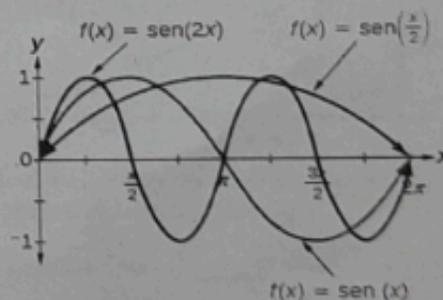


- A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (a), si (a) multiplica la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = (a)\text{sen}(x)$. Describa la transformación que sufre la función.

Rta: la función se "estira" y sube hasta el valor de (a) en el eje Y (multiplica Amplitud)

3. A partir de la imagen responde la siguiente

$$(Y=F(x)) = \text{sen}((b)X)$$

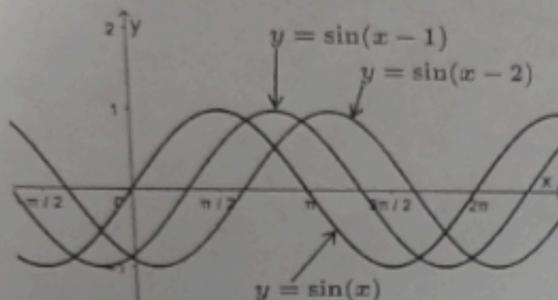


- A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ al multiplicar el ángulo (X) por el parámetro (b) de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = \text{sen}((b)x)$. Tenga presente que (b) denota el número de ondas (Frecuencia) presentes en un periodo dado de 2π . Describa la transformación que sufre la función bajo este parámetro.

Rta: Lo que ocurre es que el número que corresponde a (b) va a ser la cantidad de ondas encontradas en 2π

4. A partir de la siguiente imagen responde:

$$(Y=F(x)) = \text{sen}(x \pm (c)\pi)$$

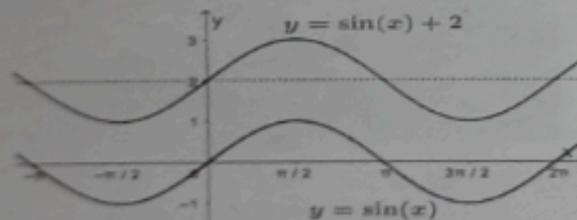


- A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (c), si (c), suma o resta el ángulo (X) de la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = \text{sen}(x \pm (c)\pi)$. Describa entonces, la transformación que sufre la función canónica.

Rta: la función se desplazaría (c) π unidades horizontalmente

5. A partir de la siguiente imagen responde:

$$(Y=F(x)) = (\text{sen}(x)) \pm (d)$$



- A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (d), si (d) suma o resta al término completo de la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = (\text{sen}(x)) \pm (d)$. Describe así, la transformación que sufre la función canónica.

Rta: la función se desplazaría (d) unidades verticalmente si (+d) la función se desplaza hacia arriba si (-d) la función se desplaza hacia abajo

Fuente: Elaboración propia.

DE ANTIOQUIA

1803

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Continuando, en la imagen señalada (*Figura 28*) literal 2, el estudiante (A) construye una proposición correcta que da cuenta sobre la clase de transformación que sufre la función $Y = F(x) = \text{Sen}(x)$ bajo el parámetro (a). Señalando que: “*La función se “estira” y sube hasta el valor de (a) en el eje (Y) (Modifica Amplitud)*”. Seguidamente, en la imagen que representa el literal (3) de la *Figura (28)* logra plantear la proposición que da cuenta sobre la transformación que sufre la función bajo el parámetro (b); “*Lo que ocurre es que el número que corresponde a (b) va a ser la cantidad de ondas encontradas en 2π* ”. De esta misma forma logra reflejar una proposición que describe las transformaciones que generan simultáneamente los parámetros (c) en el *Literal 4*) y parámetro (d) en el literal (5) en la función puesto que señala que: “*La función se desplazaría (c) π Unidades horizontalmente*” y “*la función se desplazaría (d) unidades verticalmente. Si (+d) la función se desplaza hacia arriba, si (-d) la función se desplaza hacia abajo*”.

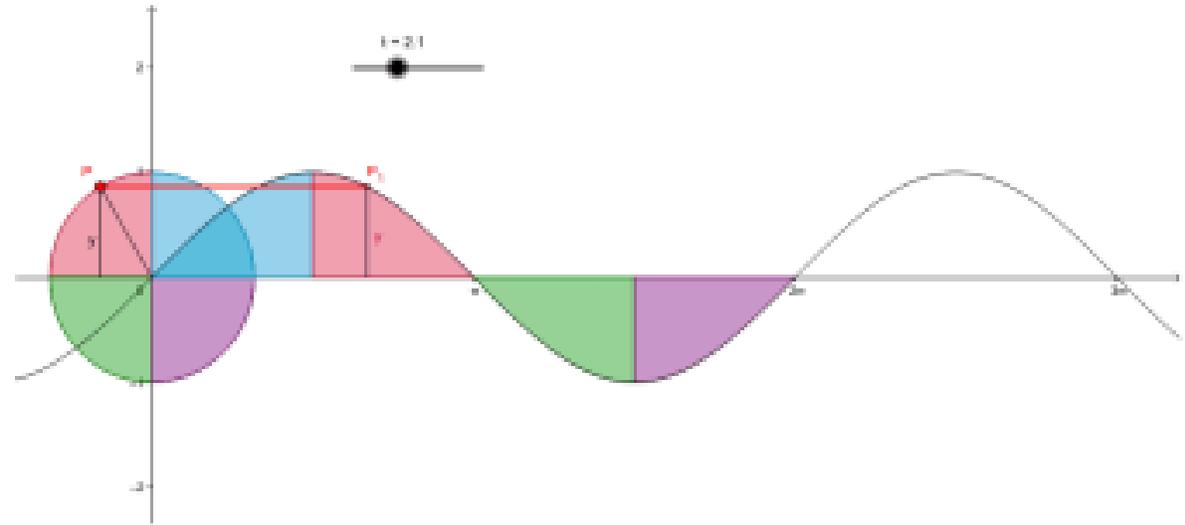
Así, basados en los Estándares Básico de Competencia (MEN 2006) relacionados al pensamiento variacional señalados en la rúbrica de evaluación de la guía didáctica dos (*Tabla 8*) evidencia que el estudiante (A) logró un indicador de desempeño superior puesto que, dio cuenta de la variación periódica de la función propuesta en la actividad de manera correcta, según las condiciones establecidas por los parámetros propuestos para la función.

Por otro lado, en la *Figura 29* el registro: “*Desarrollo actividad guía didáctica dos por estudiante (B), punto cuatro relacionado a la integración de conceptos; Circunferencia unitaria y Funciones trigonométricas. Octubre 2023*” evidencia que el estudiante igualmente desarrolló un Aprendizaje Significativo de *proposición* debido a que indicó que el esquema (*Figura 29*): “*Es la gráfica de la función trigonométrica del seno asociada a la circunferencia unitaria, las cuales se relacionan por la medida de los ángulos*”.



Figura 29. Registro de la actividad diagnóstica en la guía didáctica dos presentado por el estudiante (B) punto cuatro relacionado a la integración de conceptos; Circunferencia unitaria y Funciones trigonométricas. Octubre 2023.

4. Con tus propias palabras describe lo que representa el siguiente esquema. Determina qué relaciones tiene éste con las identidades trigonométricas y las funciones trigonométricas.



esta es la grafica de la funcion trigonométrica del seno en la circunferencia unitaria las cuales se relacionan por la medida de sus ángulos

Fuente: Elaboración propia.

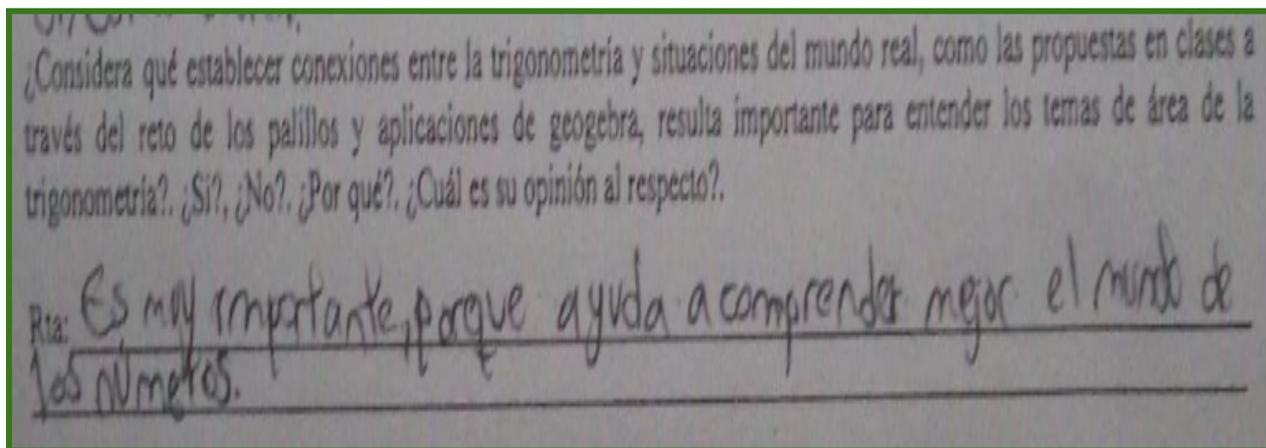


En la Figura 31, literal 1, el estudiante (B) desarrolló una idea que demuestra un aprendizaje de *Proposición* sobre la temática “El número π ”, indicando que “El valor de π es 3, 14. Representa una constante matemática que se calcula dividiendo el perímetro de la

circunferencia entre su diámetro". Esto ilustra un aprendizaje proposicional, ya que el estudiante estableció una relación específica y significativa entre varios conceptos. Primero, identificó y registró el valor de π , luego explicó que es una constante matemática obtenida al relacionar el perímetro de una circunferencia con su diámetro, lo cual es una conexión significativa entre la cantidad que representa y su relación con conceptos del área. Se precisa que, este tema fue trabajado durante las guías didácticas uno (Tabla 5) y dos (Tabla 7), mediante actividades como "*¿Cómo aproximar π ?*" y la medición de superficies circulares a través de cintas métricas dentro del reto: "*Las agujas de Buffon*". Los registros audiovisuales de estas actividades se codificaron como: "Fragmento Dieciséis-Sesión Tres. Guía didáctica dos. 03/Nov/2023 y Fragmento Tres-sesión Uno. Guía didáctica uno. 26/Oct/2023" y que, sirve de material de consulta que corrobora el análisis señalado.

Continuando, según las apreciaciones registradas por los estudiantes cuando se les preguntó sobre la importancia de establecer conexiones reales en el trabajo del área, indicaron: "*Es muy importante, porque ayuda a comprender mejor el mundo de los números*" (Figura 30). Esto, evidencia que el aprendizaje contextual no solo despierta el interés de los estudiantes, sino que también resulta en un aprendizaje significativo como se viene demostrando.

Figura 30. Percepción del estudiante (A) en torno a la importancia de establecer conexiones de la trigonometría a contextos reales. 04/Noviembre/2023.



Fuente: Elaboración propia.

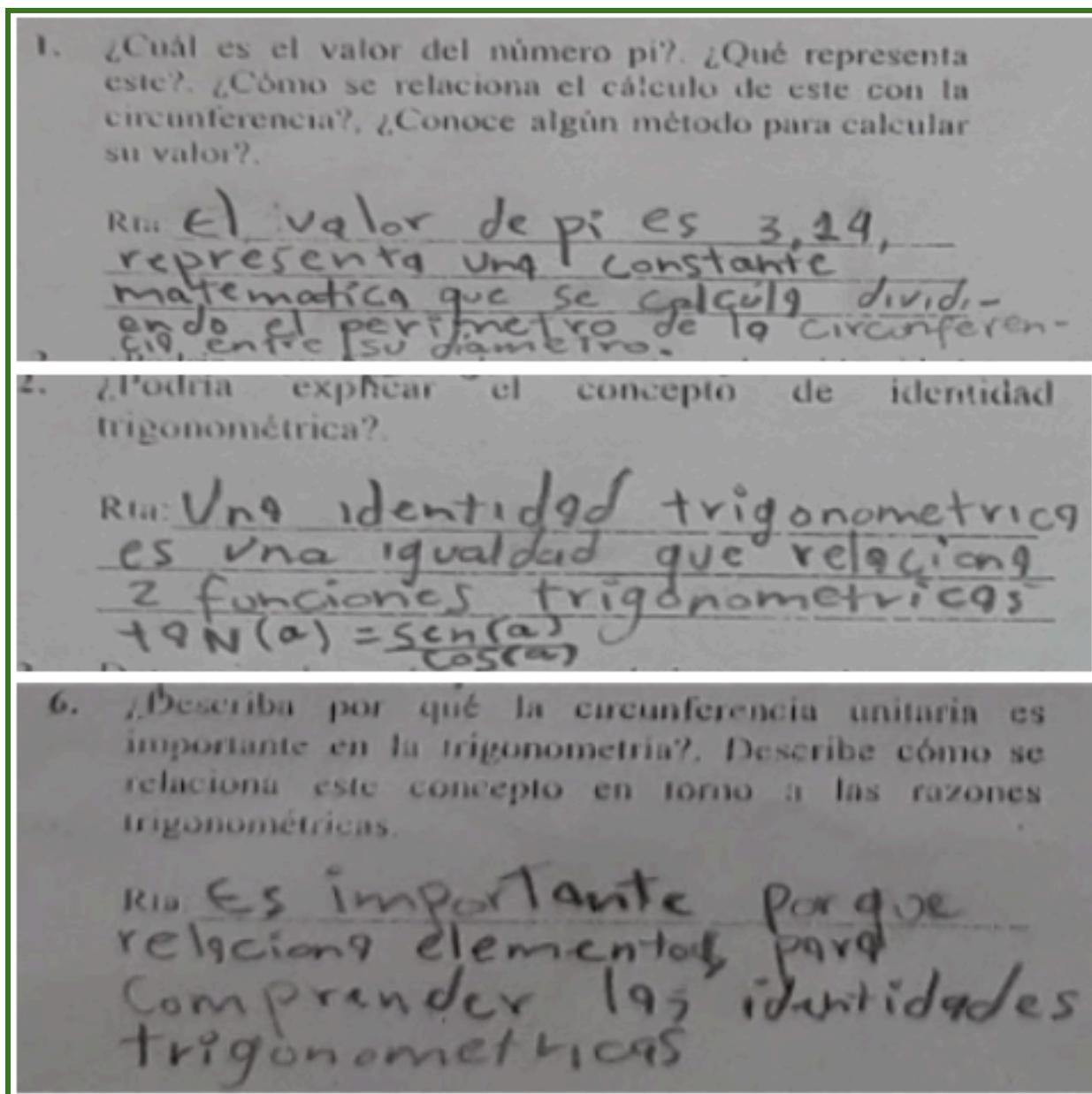
En relación con la temática "*La circunferencia unitaria y sus elementos característicos: Conceptos y el número π* ", el estudiante (B) señaló (Figura 31, literal 2), que el concepto de identidad trigonométrica "*es una igualdad que relaciona dos funciones trigonométricas*", y

presentó un ejemplo: “ $\tan (a) = \left(\frac{\sin (a)}{\cos (a)}\right)$ ”. Esto refleja un aprendizaje basado en proposiciones. Finalmente, en el *literal* (Figura 31), describió que el concepto de la circunferencia unitaria “*es importante porque relaciona elementos para comprender las identidades trigonométricas*”. Esto es correcto, ya que el concepto de razón trigonométrica está asociado a las relaciones que se establecen entre los elementos de los triángulos rectángulos inscritos en una circunferencia unitaria; de radio uno. Este tema se trabajó desde la construcción del concepto (Fragmento Diez-Sesión Dos. Guía didáctica dos. 02/Nov/2023).

Figura 31. Desarrollo de la actividad por el estudiante (B) propuesta durante la Guía Didáctica Uno; puntos (1), (2), y (6). Octubre de 2023.

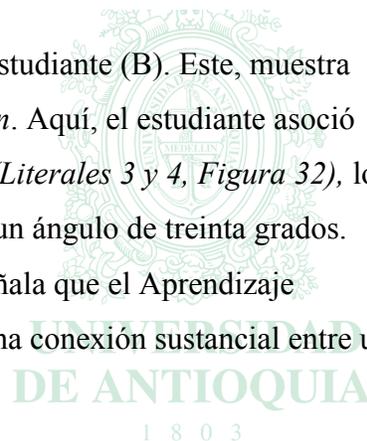


“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.



Fuente: Elaboración propia.

En este sentido, en la *Figura 32*, se integra el registro del estudiante (B). Este, muestra simultáneamente un aprendizaje por *representación y proposición*. Aquí, el estudiante asoció correctamente los elementos del triángulo rectángulo propuesto (*Literales 3 y 4, Figura 32*), lo que le permitió identificar la razón trigonométrica del seno para un ángulo de treinta grados. También expresó la identidad recíproca. Ausubel et al. (1983) señala que el Aprendizaje Significativo de *representación* es aquel proceso que establece una conexión sustancial entre un



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

símbolo y el objeto que dicho símbolo representa. Consecuentemente, el de *proposición* implica la relación y combinación de conceptos.

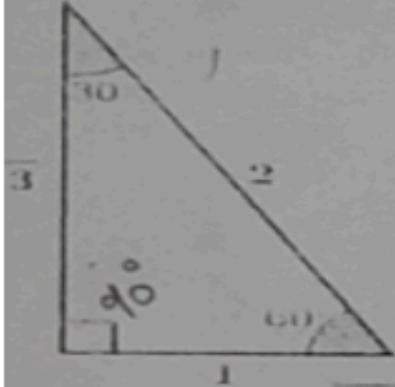
Así mismo, en el registro (*Figura 32*) se observa que, el estudiante expresó correctamente la proposición que justifica la relación entre estas identidades: "*Sí, se relacionan porque la respuesta (a) es la identidad recíproca de la respuesta (3)*".

A partir de esto, el estudiante referenciado demostró un aprendizaje por *representación* al identificar y señalar correctamente los lados del triángulo rectángulo que conforman la razón matemática. Luego, aplicó el aprendizaje proposicional al usar la identidad trigonométrica del seno para resolver el problema propuesto. Esto refleja los saberes diagnosticados (concepción geométrica de ángulo y lado, y las relaciones entre estos en el triángulo) que después relacionó y representó correctamente mediante una forma de *aprendizaje supraordinado* puesto que, según Ausubel et al (1983) se produce cuando el concepto o proposición existente en la estructura cognitiva del aprendiz es más específico que aquella idea que éste adquiere.



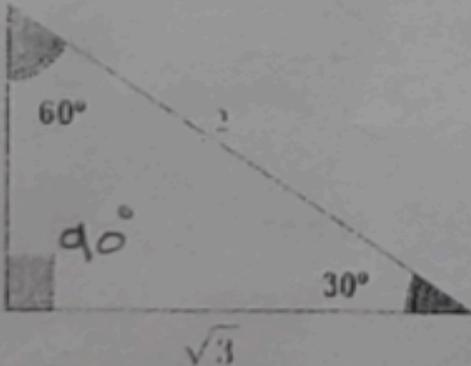
Figura 32. Desarrollo de la actividad propuesta durante la Guía Didáctica Uno al estudiante (B), puntos (3), (4), y (5). Octubre de 2023.

3. Determine la razón trigonométrica para el seno de 30 grados a partir del siguiente triángulo rectángulo.



Rta: $\text{sen}(30^\circ) = \frac{1}{2}$

4. Analice el siguiente triángulo rectángulo y exprese el Seno de 30 grados como una identidad recíproca.



Rta: $\text{sen}(30^\circ) = \frac{1}{\text{csc}(30^\circ)}$

5. ¿Existe alguna relación entre la respuesta de la pregunta 3 y la respuesta de la pregunta 4? ¿Sí?, ¿Cuál?, ¿No?, ¿Por qué?.

Rta: Sí, se relacionan porque la respuesta 4 es la identidad recíproca de la respuesta 3

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, en el registro “*Fragmento Diecisiete-Sesión Tres. Guía didáctica Tres. Noviembre 2023*” específicamente entre los minutos 1,54 al 2,50, se observa un ejemplo de aprendizaje *Combinatorio* o un aprendizaje por analogía de parte del estudiante (A) puesto que, dentro del desarrollo de la guía didáctica tres (*tabla 9*), *el estudiante* dio razón de un aprendizaje respecto al concepto de corriente eléctrica mediante la siguiente analogía: “*la corriente eléctrica es un flujo de electrones, y se puede pensar como la cantidad de agua que pasa a través de un tubo. Por ejemplo; el voltaje es la velocidad con la que pasa el agua a través de este. Y la potencia, es la fuerza o presión con la que transita el agua al correr por este*”. De esta manera, según las consideraciones de Ausubel et al. (1983) en torno al *aprendizaje combinatorio*, la analogía señalada por el estudiante dio cuenta de un proceso de Aprendizaje Significativo en el cual, el nuevo conocimiento fue derivado de un conocimiento o idea previa, es decir, ambos conceptos, el nuevo y el que ya sabía, se situaron al mismo nivel jerárquico dentro de la mente del estudiante.

En este contexto, es donde el uso del recurso de GeoGebra y el material didáctico digital adquieren relevancia, dado que, permitió a los estudiantes de la Especialidad Técnica abstraer ideas de manera concreta y dinámica. Por ejemplo, facilitó la representación geométrica y algebraica de las relaciones entre las unidades de medida del circuito propuesto. Además, incide en el desarrollo de pensamiento por analogía de conceptos técnicos como la corriente, el voltaje o la potencia. Lo que favorece la experimentación visual de conceptos que, de otro modo, podrían resultar abstractos y difíciles de asimilar.

De este modo, se encuentran propiedades importantes en su implementación en el aula y es posible señalar que el recurso además de facilitar la comprensión de conceptos mediante aprendizajes combinados, también promueve un Aprendizaje Significativo al integrar estos nuevos conocimientos con estructuras cognitivas ya existentes, cumpliendo con los principios formulados en la teoría del Aprendizaje Significativo: “*Psicología Educativa; un punto de vista Cognoscitivo*”. (Ausubel et al., 1983).

A continuación, se presenta de manera sintética, la incidencia de la guía didáctica entre los estudios casos seleccionados, de manera que se genera un contraste entre las actividades diagnóstico y las actividades posteriores que integraron el transcurso de las guías didácticas.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Tabla 11. Contraste entre los saberes diagnósticos y los adquiridos entre los estudios de casos seleccionados (A) y (B).

Estudio de casos	(A)
Actividades diagnóstico	Actividades en el transcurso de la Mediación Didáctica

Figura 10. Actividad de clase diagnóstica uno implementada en Septiembre 2023.

Nombre: _____ Grado: _____ Especialidad: _____ Fecha: _____

Circunferencia unitaria y segmentos trigonométricos

Perímetro : P

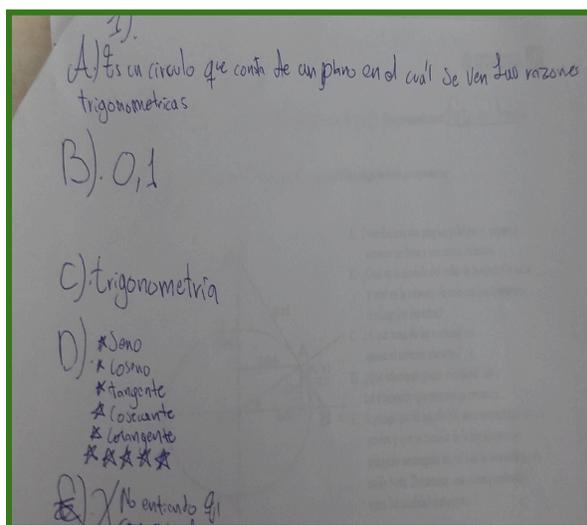
Radio : r

Dímetro : d

- A Partir del esquema/representación anterior describe y justifique.
 - Describe en base a sus conocimientos lo que este representa.
 - Identifique la medida correspondiente al radio de la circunferencia y describa la relación de éste (radio) con los triángulos rectángulos que aparecen inscritos en el primer cuadrante.
 - ¿A qué área y tema de las matemáticas podría asociar el esquema?. Justifique.
 - ¿Describe qué relaciones se pueden establecer entre los elementos presentes en el esquema y la trigonometría?.
 - Suponga que el ángulo (θ) tiene una medida de 30 grados y que la medida de la hipotenusa del triángulo rectángulo que aparece inscrito en el primer cuadrante mide 5 cm. En base a esto, establezca una relación entre estas dos medidas mediante una razón trigonométrica. Describa por qué se encuentran en relación.
 - ¿Cuáles son los dos elementos propios de la circunferencia que expresados mediante división permiten aproximar el valor de (π) Pi?.
 - ¿Es posible expresar la relación del literal (E) como una identidad trigonométrica recíproca?.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 11. Respuestas asociadas a la prueba diagnóstica uno (Figura 10) presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023.



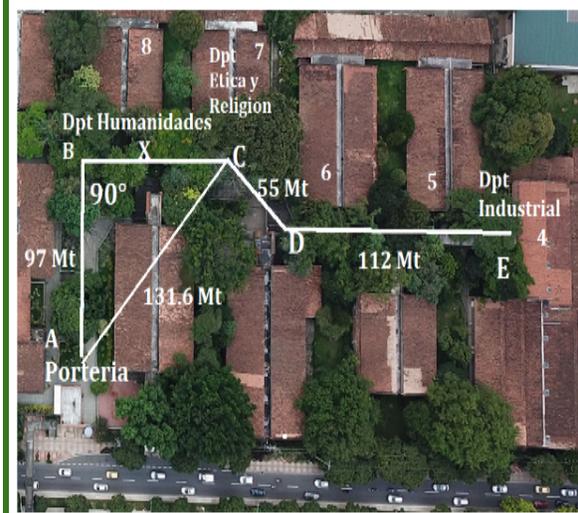
Fuente: Elaboración propia.

Figura 22. Reto sesión número dos: ¿Cuántos metros hay que recorrer? implementada durante la guía didáctica dos. Noviembre de 2023.

Reto sesión número dos: ¿Cuántos metros hay que recorrer?

El siguiente esquema representa un posible camino que permite a un estudiante llegar al departamento de Industrial estando ubicado en la portería peatonal de la avenida las vegas. Dentro del esquema, el punto (A) representa la portería peatonal, la cual se encuentra a una distancia de 97 metros del punto (B). Por otro lado, del punto (B) al punto (C) se registra una distancia de X metros, seguidamente la distancia del punto (C) al punto (D) es de 55 metros y del punto (D) al punto (E) la distancia correspondiente es igual a 112 metros.

Nota: Tenga presente la distancia representada entre los puntos (A) y (C) igual a 131,6 metros señalada dentro del esquema, ya que, éste dato resulta importante para calcular la distancia X señalada por los puntos (B) y (C). A partir de esto responda:



Fuente: Elaboración propia.

Figura 23. Desarrollo del reto “¿Cuántos metros hay que recorrer?” de parte del estudiante (A) dentro del desarrollo de la guía didáctica número dos. Noviembre de 2023.



Descripción del registro presentado por el estudiante: El estudiante (A) escribió que el esquema de la imagen es “un círculo que consta de un plano en el cual se ven las razones trigonométricas”. Seguidamente, para el segundo literal (B), el estudiante señala que la medida del radio de la circunferencia en el esquema es “0,1”, sin identificar la relación entre este radio y los rectángulos inscritos en el primer cuadrante. Respecto a la pregunta del tercer literal (C), indica que el esquema está asociado al área de la trigonometría, aunque no logra especificar el tema particular. Continuando, en respuesta al cuarto literal (D), escribe “seno, coseno, tangente, cosecante y cotangente” como descripción de las posibles relaciones entre los elementos del esquema (la circunferencia unitaria y los segmentos trigonométricos) y el área de la trigonometría. Finalmente, no establece ninguna relación entre el ángulo (Θ) de 30° y la medida de la hipotenusa mencionada en el literal (E).

Análisis actividades diagnóstico señaladas: La anterior situación refleja que el estudiante (A) presentó dificultades para conceptualizar y trabajar con las representaciones integradas en el esquema. Esto llevó entonces a que éste analizará con inconvenientes; para tal caso, sobre la situación señalada. Ya que, no se es claro como las asocio o las relaciono. Por ejemplo, si se analiza la respuesta que presentó para el literal (D), queriendo encontrar relación con lo que señala, se observa que su respuesta se torna incompleta puesto que, no describe cómo estos conceptos “Seno, coseno, tangente, cosecante y cotangente” se integran directamente con el esquema o cómo estos se relacionan.

Figura 16. Actividad diagnóstica número tres implementada en septiembre de 2023.

¿Qué concepto de la trigonometría utilizaste para hallar el valor de X?. ¿Por qué este y no otro?.

Rta: Pitagoras ya que es un triángulo rectángulo

- ¿Cuántos metros recorre un estudiante que parte desde el punto A (portería peatonal) al seguir la ruta AB-BC-CD-DE descrita por el esquema para llegar al punto (D), el cual corresponde al departamento de Industrial?. Registre sus cálculos.

Rta: $\sqrt{131,6^2 - 97^2} = 88,9 \text{ mt}$

Recorre de A-B 97 mt
 B-C 88,9 mt El recorrido es 352,9 mt
 C-D 55 mt
 D-E 112 mt

Fuente: Elaboración propia.

Figura 28. Desarrollo de la actividad propuesta durante la Guía Didáctica Dos al estudiante (A), puntos (2), (3), (4) y (5). Noviembre de 2023.

2. A partir de la siguiente imagen responda:

$(Y=F(x)) = (a)\text{sen}(x)$

$f(x) = 2\text{sen}(x)$
 $f(x) = 1\text{sen}(x)$
 $f(x) = 0.5\text{sen}(x)$

A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (a), si (a) multiplica la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = (a)\text{sen}(x)$. Describa la transformación que sufre la función.

Rta: la función se "estira" y "sube" según el valor de (a) en el eje Y (multiplicación)

3. A partir de la imagen responda la siguiente

$(Y=F(x)) = \text{sen}(bX)$

$f(x) = \text{sen}(2x)$
 $f(x) = \text{sen}(\frac{x}{2})$
 $f(x) = \text{sen}(x)$

A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ al multiplicar el ángulo (X) por el parámetro (b) de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = \text{sen}(bX)$. Tenga presente que (b) denota el número de ondas (Frecuencia) presentes en un periodo dado de 2π . Describa la transformación que sufre la función bajo este parámetro.

Rta: Lo que ocurre es que el número de ondas corresponden a (b) va a ser la cantidad de ondas que se repiten en 2π

4. A partir de la siguiente imagen responda:

$(Y=F(x)) = \text{sen}(x \pm (c))$

$y = \text{sen}(x - 1)$
 $y = \text{sen}(x - 2)$
 $y = \text{sen}(x)$

A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (c), si (c), suma o resta el ángulo (X) de la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = \text{sen}(x \pm (c))$. Describa entonces, la transformación que sufre la función canónica.

Rta: la función se desplaza (a la izquierda o a la derecha) horizontalmente

5. A partir de la siguiente imagen responda

$(Y=F(x)) = (\text{sen}(x)) \pm (d)$

$y = \text{sen}(x) + 2$
 $y = \text{sen}(x)$

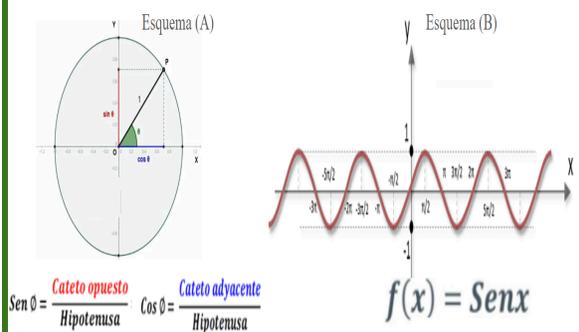
A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x)) = \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (d), si (d) suma o resta al término completo de la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = (\text{sen}(x)) \pm (d)$. Describa así, la transformación que sufre la función canónica.

Rta: la función se desplazará (d) unidades verticalmente. Si (+) la función se desplaza hacia arriba. Si (-) la función se desplaza hacia abajo.

Fuente: Elaboración propia.

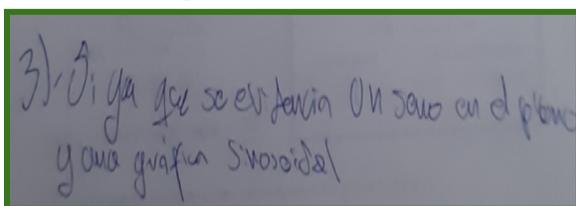
3. Defina con sus propias palabras cada uno de los esquemas que se presentan a continuación.

¿Es posible encontrar relación alguna entre ellos?, ¿Sí?, ¿No?, ¿Por qué?



Fuente: Elaboración propia.

Figura 17. Respuesta relacionada a la actividad diagnóstica tres (Figura 16) presentada por el estudiante (A). Septiembre 2023.



Fuente: Elaboración propia.

Descripción del registro presentado por el estudiante: Este estudiante responde al respecto: “sí, ya que se evidencia un seno en el plano y una gráfica senoidal”.

Descripción del registro presentado por el estudiante: El estudiante respecto al literal 2, construye una proposición correcta que da cuenta sobre la clase de transformación que sufre la función $Y = F(x) = \text{Sen}(x)$ bajo el parámetro (a). Señalando que: “La función se “estira” y sube hasta el valor de (a) en el eje (Y) (Modifica Amplitud)”. Seguidamente, en la imagen que representa el literal (3) de la Figura (28) logra plantear la proposición que da cuenta sobre la transformación que sufre la función bajo el parámetro (b); “Lo que ocurre es que el número que corresponde a (b) va a ser la cantidad de ondas encontradas en 2π ”. De esta misma forma logra reflejar una proposición que describe las transformaciones que generan simultáneamente los parámetros (c) en el Literal 4) y parámetro (d) en el literal (5) en la función puesto que señala que: “La función se desplazaría (c) π Unidades horizontalmente” y “la función se desplazaría (d) unidades verticalmente. Si (+d) la función se desplaza hacia arriba, si (-d) la función se desplaza hacia abajo”.

Análisis actividades transcurso de la guías: Basados en los Estándares Básico de Competencia (MEN 2006) relacionados al pensamiento variacional señalados en la rúbrica de evaluación de la guía didáctica dos (Tabla 8) evidencia que el estudiante (A) logró un indicador de desempeño superior puesto que, dio cuenta de la variación periódica de la función propuesta en la actividad de manera correcta, según las condiciones establecidas por los parámetro propuestos para la función.

Estudio de casos

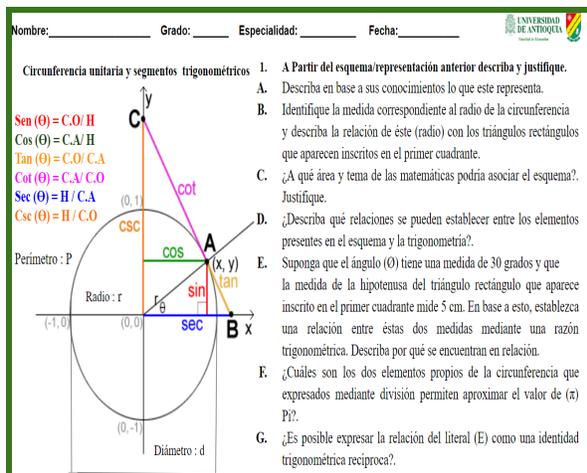
(B)

Figura 10. Actividad de clase diagnóstica uno implementada en Septiembre 2023.

Figura 31. Desarrollo de la actividad por el estudiante (B) propuesta durante la Guía Didáctica Uno; puntos (1), (2), y (6). Octubre de 2023.

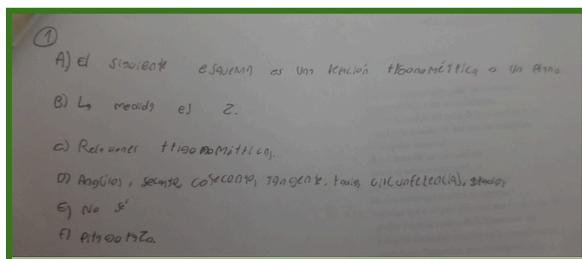
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.



Fuente: Elaboración propia.

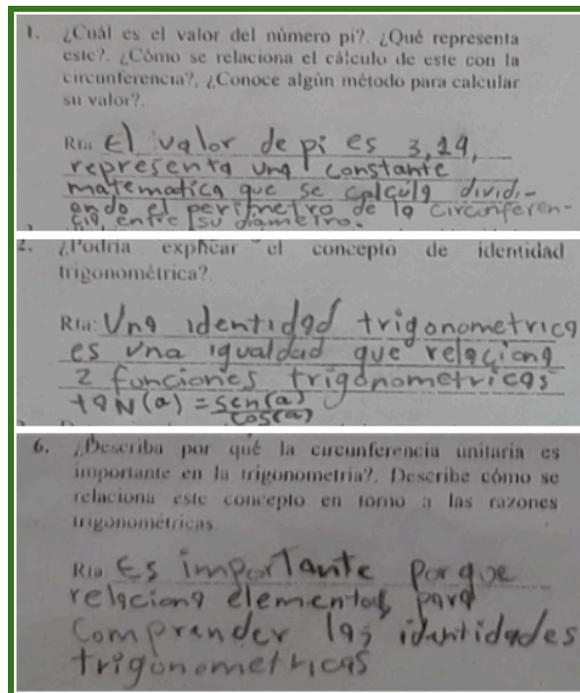
Figura 12. Respuestas asociadas a la prueba uno (Figura 10) presentada por el estudiante (B). Septiembre 2023.



Fuente: Elaboración propia.

Descripción al desarrollo de estudiante: En respuesta al primer literal (A), describió el esquema "Circunferencia unitaria y segmentos trigonométricos" de la Figura 10 como una "función trigonométrica o un plano". A continuación, para el literal (B), indicó que el radio de la circunferencia mide "2". Esto da cuenta de que el estudiante no analizó con detalle la información que presentaba el esquema. Además, no ofreció alguna descripción que relacionara este radio con los triángulos rectángulos inscritos en el primer cuadrante. Es preciso señalar que, sobre el literal se propone "describir" tal relación.

Luego, en el literal (C), añadió que el esquema de la Figura 10 está relacionado con el tema de las



Fuente: Elaboración propia.

El estudiante (B), muestra simultáneamente un aprendizaje por *representación y proposición*. Aquí, el estudiante asoció correctamente los elementos del triángulo rectángulo propuesto (Literales 3 y 4, Figura 32), lo que le permitió identificar la razón trigonométrica del seno para un ángulo de treinta grados. También expresó la identidad recíproca.

Figura 32. Desarrollo de la actividad propuesta durante la Guía Didáctica Uno al estudiante (B), puntos (3), (4), y (5). Octubre de 2023.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

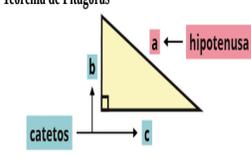
"Relaciones trigonométricas". Para el cuarto literal, el literal (D), describe que las relaciones que se pueden establecer entre los elementos representados en el esquema y la trigonometría resultan ser: "Ángulo, Secante, Cosecante, Tangente, Circunferencias y radio".

Para el cuarto literal (D), describió que las relaciones entre los elementos del esquema y la trigonometría incluyen: "Ángulo, Secante, Cosecante, Tangente, Circunferencias y radio". Aunque logró mencionar algunos elementos presentes en el esquema, no consiguió proporcionar una descripción que los conectara de manera conjunta. En el literal (E), señaló que no pudo identificar la razón trigonométrica que relaciona la medida de la hipotenusa con el ángulo de 30 grados. Finalmente, para el último literal (F), escribe que es posible aproximar el valor del número mediante "Pitágoras", lo cual no es correcto puesto que esta aproximación surge de establecer la razón entre el perímetro de la circunferencia (P) y su diámetro (d), los cuales se señalan dentro del esquema. Finalmente no identifica la identidad recíproca sugerida en la pregunta del literal (E).

Figura 13. Actividad de clase diagnóstica dos implementada en septiembre 2023.

2. ¿Reconoce la diferencia que existe entre la aplicabilidad del teorema de pitágoras y la de los criterios del seno y coseno?. ¿Sabe en qué situaciones se pueden aplicar especialmente cada uno de estos?. Describa y Justifique.

Teorema de Pitágoras



Es el lado más largo → hipotenusa² = cateto² + cateto² ← Son los lados restantes

LEY DE SENOS

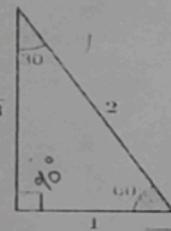
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \theta}$$

LEY DE LOS COSENIOS

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta$$

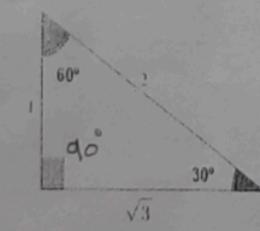
Fuente: Elaboración propia.

3. Determine la razón trigonométrica para el seno de 30 grados a partir del siguiente triángulo rectángulo.



Rta: $\text{Sen}(30^\circ) = \frac{1}{2}$

4. Analice el siguiente triángulo rectángulo y exprese el Seno de 30 grados como una identidad recíproca.



Rta: $\text{Sen}(30^\circ) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{\text{Csc}(30^\circ)}$

9. ¿Existen alguna relación entre la respuesta de la pregunta 3 y la respuesta de la pregunta 4?. ¿SI?, ¿Cuál?, ¿No?, ¿Por qué?.

Rta: *Sí, se relacionan porque la respuesta a es la identidad recíproca de la respuesta 3*

Fuente: Elaboración propia.

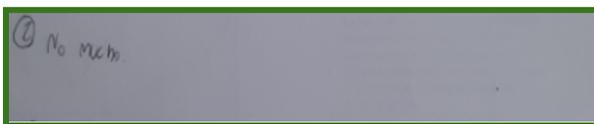
Se observa que, el estudiante expresó correctamente la proposición que justifica la relación entre estas identidades: "Sí, se relacionan porque la respuesta (a) es la identidad recíproca de la respuesta (3)".

A partir de esto, el estudiante referenciado demostró un aprendizaje por *representación* al identificar y señalar correctamente los lados del triángulo rectángulo que conforman la razón matemática. Luego, aplicó el aprendizaje proposicional al usar la identidad trigonométrica del seno para resolver el problema propuesto. Esto refleja que este tenía una estructura de conocimiento específica (concepción de ángulo y lado, y las relaciones entre estos en el triángulo) que después relacionó y representó correctamente.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Figura 15. Respuesta relacionada a la actividad dos (Figura 13) presentada por el estudiante (B). Septiembre 2023.



Fuente: Elaboración propia.

En la imagen señalada en la Figura 15 se expone el registro de la actividad dos (Figura 13) presentada por el estudiante (B). Frente a esta formulación el estudiante responde: “No mucho”. Es decir, se expone que el estudiante no logra comprender la temática.

Figura 16. Actividad diagnóstica número tres implementada en septiembre de 2023.

3. Defina con sus propias palabras cada uno de los esquemas que se presentan a continuación.
¿Es posible encontrar relación alguna entre ellos?, ¿Sí?, ¿No?, ¿Por qué?.

Esquema (A)

Esquema (B)

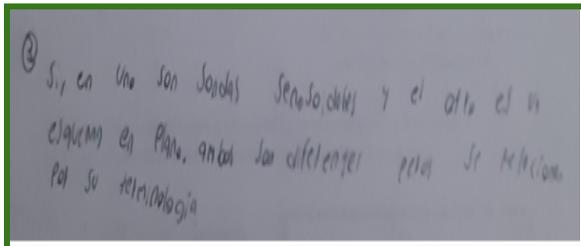
$f(x) = \text{Sen}x$

Cateto opuesto
 $\text{Sen } \theta = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$

Cateto adyacente
 $\text{Cos } \theta = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$

Fuente: Elaboración propia.

Figura 18. Respuesta relacionada a la actividad diagnóstica tres (Figura 16) presentada por el estudiante (B). Sep/2023.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 29. Registro de la actividad diagnóstico en la guía didáctica dos presentado por estudiante (B) punto cuatro relacionado a la integración de conceptos; Circunferencia unitaria y Funciones trigonométricas. Octubre 2023.

4. Con tus propias palabras describe lo que representa el siguiente esquema. Determina qué relaciones tiene éste con las identidades trigonométricas y las funciones trigonométricas.

Es la grafica de la función trigonométrica del seno asociada a la circunferencia unitaria las cuales se relacionan por la medida de sus ángulos

Fuente: Elaboración propia.

Se evidencia que el estudiante igualmente desarrolló un Aprendizaje Significativo de proposición debido a que indicó que el esquema (Figura 29): “Es la gráfica de la función trigonométrica del seno asociada a la circunferencia unitaria, las cuales se relacionan por la medida de los ángulos”.



Descripción del planteamiento del estudiante y análisis: El estudiante (B) no plantea o formula idea sobre los esquemas explícitos propuestos sobre la *Figura 16*, en cambio, respecto al asunto a identificar una relación válida entre estos plantea que, si es posible, a lo cual agrega: “*En uno son ondas sinusoidales y el otro es un esquema en plano. Ambos son diferentes pero se relacionan por su terminología*”.

La respuesta del estudiante revela algunas dificultades en cuanto a la claridad que tiene de los conceptos y las relaciones de estos, puesto que, el esquema del lado derecho describe la representación geométrica de la función canónica del seno y por otro lado, el esquema del lado izquierdo representa a la circunferencia unitaria que inscribe, en el primer cuadrante un triángulo rectángulo cuyos lados; se relacionan entre sí, a partir de la referenciación del ángulo (θ). Es decir, de la relación de elementos emergen razones trigonométricas como la del seno y el coseno.

Fuente: Elaboración propia.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Conclusiones

La presente investigación tuvo como objetivo implementar guías didácticas fundamentadas en el uso de GeoGebra y material digital, replicando una propuesta orientada al desarrollo de aprendizajes significativos, alejados de un enfoque mecánico del conocimiento. Se integraron los recursos tecnológicos del aula y del laboratorio disponibles para articular de manera didáctica los conceptos de la trigonometría con los de la electricidad.

De tal forma, en la primera guía didáctica, "*La circunferencia unitaria y elementos característicos: Conceptos y el número Pi*" (Tabla 5), los estudiantes de la Especialidad Técnica asimilaron conceptos clave alrededor de la trigonometría a través de métodos como el de *recepción* y por *descubrimiento*, alejándose de enfoque como la memorización. La integración de GeoGebra, los materiales audiovisuales y los recursos físicos como superficies circulares y cintas métricas permitió que los estudiantes explorarán de manera experimental temas como la relación entre la razón y el número Pi, así como las razones trigonométricas vinculadas a la representación geométrica de la circunferencia unitaria y el teorema de Pitágoras.

De este modo, la integración señalada, facilitó un proceso de aprendizaje interactivo, que promovió la construcción activa del conocimiento y el descubrimiento de principios del área. Continuando, el aprendizaje del tipo de *representación* emergió cuando los estudiantes visualizaron de manera concreta a imágenes, símbolos etc, como se demostró, y que se relacionaron a *conceptos y proposiciones* propias de las temáticas propuestas.

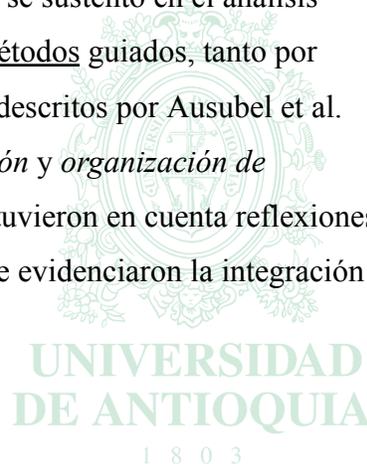
En la segunda guía didáctica, "Un conjunto de habilidades: Reconozcamos conceptos y sus propiedades" (Tabla 7), los estudiantes trabajaron en la manipulación de los parámetros de las funciones trigonométricas (amplitud, periodo, frecuencia y desfase), integrando su representación algebraica con la geométrica y visualizando a través del recurso cómo estas variaciones transformaban las funciones. A través del enfoque por descubrimiento y la estructurar el contenido de manera lógica y psicológica se posibilitó finalmente la aprehensión de saberes y aprendizaje sustancial alrededor del área.

De esta manera a través de los procesos de condicionamiento que facilitan la enseñanza para el desarrollo del aprendizaje significativo (Ausubel et al., 1983)—despertando interés, valorando los conocimientos previos de los estudiantes y organizando de manera adecuada el contenido del área—se identificó que los estudiantes de la Especialidad lograron aprendizajes sustanciales respecto a los conceptos trabajados y propuestos como se logró demostrar.

En la guía didáctica tres, "*Una integración entre disciplinas: Corriente alterna y Trigonometría*" (Tabla 9), se estableció una conexión directa entre la representación algebraica y geométrica de las funciones trigonométricas, sus transformaciones y un circuito de corriente alterna. Esto permitió integrar las temáticas previamente trabajadas, convirtiéndolas en herramientas aplicadas a nuevos contextos. Esta experiencia de aprendizaje por descubrimiento involucró a los estudiantes en la construcción activa de su conocimiento, ya que, no se les entregaron soluciones en su presentación final, sino que, mediante el uso de GeoGebra, participaron en el proceso de construir este. Lo que se concretó en aprendizajes de *representación, conceptos y proposiciones*.

Los aprendizajes significativos en los estudiantes de la Modalidad Técnica de la Especialidad en Energía Fotovoltaica fueron posibles, en gran medida, gracias a su interés y receptividad hacia el material propuesto. Este material se estructuró conforme al principio de *significatividad lógica*, es decir, presentando material significativo a lo propuesto por el plan de área y reconociendo las *representaciones, conceptos, proposiciones* e ideas previas en la estructura de saberes de los estudiantes, lo que constituye la *significatividad psicológica*. Esta base facilitó la implementación de un enfoque didáctico que promovió aprendizajes significativos en la especialidad.

Es importante señalar que, el desarrollo de esta propuesta se sustentó en el análisis contextual de la situación de aprendizaje. Así, se consideraron métodos guiados, tanto por *descubrimiento como por recepción*, y se aplicaron los procesos descritos por Ausubel et al. (1983), que incluyen la *diferenciación progresiva, la consolidación y organización de contenidos*, así como la *reconciliación integradora*. Además, se tuvieron en cuenta reflexiones sobre formas subordinadas, supraordinadas y combinatorias, que evidenciaron la integración y subsunción del conocimiento.



"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

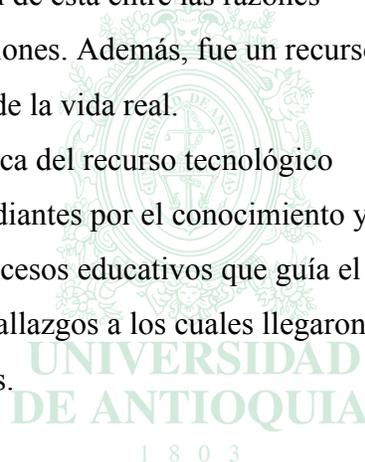
Así, el análisis de la propuesta implementada en torno al constructo “Aprendizaje Significativo” reflejó la aprehensión de conocimientos en el área por parte de los estudiantes, resultando en aprendizajes significativos en cuanto a representaciones, conceptos y proposiciones.

Por ejemplo, en los registros analizados antes de la mediación; *Figura: (11) y (17)* presentadas por el estudio de casos (A) (a partir de las actividades diagnóstico propuesta (*Figura: 10 y 16*)) entre los registros analizados a las actividades del desarrollo de la guía (*Figuras: 23, 28 y 29*), dan cuenta del aprendizaje significativo que tuvo el estudio de casos señalado, puesto que, tras la comparación de estas actividades es posible observar que asimiló algunos conceptos claves y las relaciones de estos. Para tal caso, las relaciones entre las funciones trigonométricas, sus transformaciones y la aplicación a situaciones contextuales, tanto de manera representacional, conceptual como proposicional. Es decir, el contraste de las actividades diagnóstico presentadas por el caso entre las realizadas posteriormente reflejan un aprendizaje significativo (**Tabla 11**).

Igualmente, es posible concluir el desarrollo de aprendizaje significativo para el caso (B), puesto que si se contrastan los análisis realizados a los registros relacionados a las Figuras: 12, 15 y 18 entre los registros de las Figuras: 29, 31 y 32 respectivamente se observa la incidencia que tuvo la guía sobre la aprehensión de saberes en el caso. (Tabla 11).

Tal reflejo es importante ya que, permiten mostrar el alcance que tuvo la implementación de la propuesta en la Especialidad Técnica. De igual manera se evidencio el aprendizaje general de los estudiantes de la Especialidad Técnica respecto a los contenidos propuesto y se reconoce de parte de ellos la importancia que tuvo el apoyo del recurso en el desarrollo de sus aprendizajes en torno a temáticas como: la circunferencia unitaria y la relación de esta entre las razones trigonométricas, las funciones trigonométricas y sus transformaciones. Además, fue un recurso que posibilitó la integración de estos componentes a situaciones de la vida real.

Es así como, se puede establecer que, la integración didáctica del recurso tecnológico GeoGebra es una herramienta que despierta el interés de los estudiantes por el conocimiento y apoya el desarrollo de aprendizajes sustanciales dentro de los procesos educativos que guía el maestro en torno al área. Lo que, corrobora de esta manera, los hallazgos a los cuales llegaron las investigaciones que reposan sobre el apartado de los antecedentes.



Lo anterior sugiere que dentro de los procesos de la enseñanza de las matemáticas es necesario adoptar la implementación del recurso tecnológico GeoGebra como herramienta de apoyo en la construcción de saberes. Puesto que, como se evidenció, sus propiedades y sus características ofrece al estudiante la posibilidad de que este simule y represente geométricamente el tipo de concepto que se encuentra construyendo dentro de su estructura cognitiva. Lo cual finalmente resulta significativo.

Por otro lado, es preciso señalar que el proceso de práctica pedagógica e investigativo fortaleció la formación como maestro en la dimensión; pedagógica, didáctica, disciplinar y en la dirección de procesos de la enseñanza del área puesto que como señala Freire (1998) “No hay enseñanza sin investigación ni investigación sin enseñanza”. (p. 30). En este sentido, el aula constituyó el espacio en el cual se movilizó el respeto por los saberes previos de los estudiantes y la adopción de estrategias pedagógicas y didácticas con las que se llevaron a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la institución INEM José Félix de Restrepo.

Finalmente, será necesario que en futuras investigaciones se estudie no solo como el recurso tecnológico contribuye al aprendizaje significativo de la trigonometría sino que además se investigue en cómo es posible integrar el recurso GeoGebra en el currículo escolar de la institución, de manera que el recurso sea implementado de manera sistemática entre las especialidades que comprometen el estudio de las matemáticas debido a que, representa un recursos cotidiano en el proceso de su enseñanza y aprendizaje. De esta manera, sería interesante también que se investigara en como el recurso contribuye a la formación de profesores y al mejoramiento de la práctica educativa del área en el centro educativo.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Referencias

- Auccahuallpa, R., Vásquez, R. I. T., & Rodríguez, D. I. R. (2022, May). *Beneficios del uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática*. In IV Congreso Internacional de la Universidad Nacional de Educación (pp. 267-274).
<https://congresos.unae.edu.ec/index.php/ivcongresointernacional/article/view/507>
- Ander-Egg, E. (1992). *Técnicas de investigación social*. México. El Ateneo.
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=1011905&pid=S1794-9998201600010000900004&lng=en
- Aguerreza, M., Solís, M. y Huincahue, J. (2021). *Errores matemáticos persistentes al ingresar en la formación inicial de profesores de matemática: El caso de la linealidad*. Uniciencia. v. 36(1).
<http://funes.uniandes.edu.co/23491/1/Aguerreza2022Errores.pdf>
- Alfaro, C., & Fonseca, J. (2016). *La teoría de los campos conceptuales y su papel en la enseñanza de las matemáticas*.
<https://www.redalyc.org/journal/4759/475948285003/475948285003.pdf>
- Arias, F. G. (2006). *El proyecto de investigación: Introducción a la metodología*.
https://books.google.com.co/books?id=y_743ktfK2sC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbg_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
- Arteaga Valdés, Eloy, Medina Mendieta, Juan Felipe, & del Sol Martínez, Jorge Luis. (2019). *Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática*. Conrado, 15(70), 102-108.
http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102&lng=es&tlng=es
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista Cognoscitivo*.
<https://vdoc.pub/download/psicologia-educativa-un-punto-de-vista-cognoscitivo-2288rbu0vnt0>
- Asqui, M. J., & Ladino, V. P. (2015). *Análisis, diseño e implementación de un entorno virtual de aprendizaje en Google Apps, utilizando las herramientas de la web 2.0 para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la materia de matemáticas del*

décimo año de educación básica de la unidad. Universidad de Chimborazo, Riobamba Asunción, S. (2020). *Metodologías Activas: Herramientas para el empoderamiento docente*. Revista Internacional.

<https://orcid.org/0000-0002-8652-773X>

Asunción, S. (2019). *Metodologías Activas: Herramientas para el empoderamiento docente*. Revista Internacional.

<https://ojs.docentes20.com/index.php/revista-docentes20/article/view/27/53>

Ballesteros, B., & Mata, P. (2014.). *Sentido y forma de la investigación cualitativa*. En B.Ballesteros (coord.). Taller de Investigación Cualitativa. UNED, 12-46.

<https://es.scribd.com/document/349152578/Belen-Ballesteros-Taller-de-Investigacion-Cualitativa>

Baro, A. (2011). *Metodologías activas y aprendizaje por descubrimiento*. Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas, 40, 1-11.

https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_40/ALEJANDRA_BARO_1.pdf

Bacques-Reyes y Portilla-Faican (2021). *El aprendizaje Significativo como Estrategia Didáctica para la Enseñanza-Aprendizaje*. Revista Polo del Conocimiento, vol. 6 (5).

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7927035>

Bernald, C. (2008). *La práctica del saber*.

<https://www.redalyc.org/pdf/356/35614571027.pdf>

BERELSON, B. (1952): *Análisis del contenido de la información*. Glencoe III, Free Press.

https://www.researchgate.net/publication/327910121_Content_Analysis

Bolaños, O. (s.f.). *Aprendizaje Basado en Retos*.

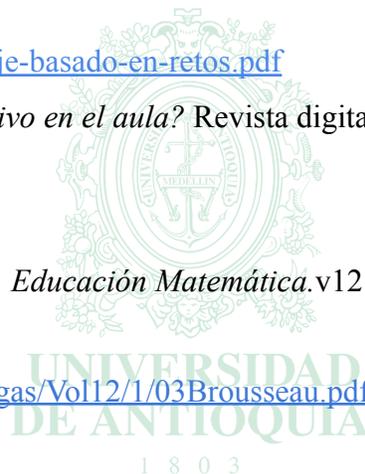
<https://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/crea-ruta-tic-aprendizaje-basado-en-retos.pdf>

Bolivar-Ruano (2009). *¿Cómo fomentar el aprendizaje significativo en el aula?* Revista digital para profesionales de la enseñanza.

<https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd5097.pdf>

Brousseau, G. (1999). *Educación y didáctica de las matemáticas*. Educación Matemática.v12 (1).

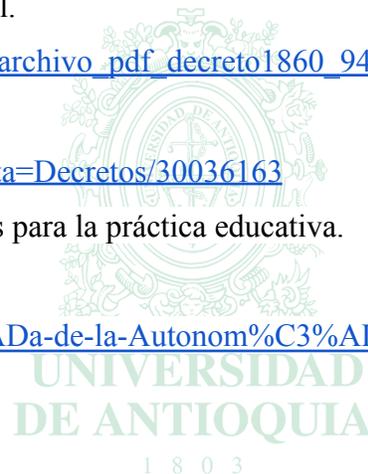
<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/03Brousseau.pdf>



- Chavarría, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas*. Cuadernos De Investigación Y Formación En Educación Matemática.
<http://www.unige.ch/fapse/clidi/textos/teoria%20de%20las%20situaciones%20didacticas.pdf>
- Caballero-Freyte (2014). *Estrategias pedagógicas para un aprendizaje significativo de la física*. Plumilla Educativa.
<https://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/plumillaeducativa/article/view/750>
- Cabrera Restrepo, M. A. (2023). *Diario De Campo Practica pedagógica INEM Jose Feliz De Restrepo*.
<https://drive.google.com/drive/u/0/folders/1bJNYnaunHkANmoHe7VWfsHYWkOp8usvL>
- Campo-Marín y Lasso-Munares (2014). *Una secuencia didáctica en el paso de las razones trigonométricas a las funciones trigonométricas: el caso de la función seno*. [Tesis: Pregrado]. Universidad del Valle.
<http://funes.uniandes.edu.co/11029/1/Campo2014Una.pdf>
- Cantoral, R., Farfan, R. M., Cordero, F., Rodriguez, R. A., & Garza, R. (2008). *Desarrollo del pensamiento Matemático* (Trillas ed.).
https://www.researchgate.net/profile/Rosa-Farfan/publication/261363590_Desarrollo_del_pensamiento_matematico/links/58e2b14baca2722505d16462/Desarrollo-del-pensamiento-matematico.pdf
- Cardeño Espinosa, Jorge; Muños Marin, Luis Guillermo; Ortiz Alzate, Hernán Darío; Alzate Osorio, Natalia Cristina. *La incidencia de los objetos de aprendizaje interactivos en el aprendizaje de las matemáticas básicas en Colombia*. En: Ciencia Tecnología Sociedad, 2017, vol. 9, no.16, p.63-84.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5763488>
- Carneros, P. (2018). *Aprendizaje significativo: dotando de significado a nuestros progresos*.
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7927035.pdf>
- Carrasco-Carrasco y Moraga-Molina (2014). *La Trigonometría En El Espacio De Trabajo Matemático: Una Propuesta Para La Enseñanza Y El Aprendizaje En La Etapa Escolar*. Tesis de Pregrado, Universidad de Valparaíso].
<https://repositoriobibliotecas.uv.cl/handle/uvsc1/5962>



- Castellanos, A. (2017). *Prácticas de laboratorio para promover el aprendizaje significativo del material y seguridad en el laboratorio, características de metales y no metales y formación de compuestos inorgánicos*. *Revista Criterios*. 24 (1).
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8736257>
- Castillo-Claure, Yahuita-Quisbert y Garabito-Lizeca. (2006). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. *Revista Cuad. Hosp. Clin*, vol 51 (1).
http://www.scielo.org.bo/scielo.php?pid=S1652-67762006000100015&script=sci_arttext
- Castillo Rodríguez, N. J., Giraldo Santamaría, D. S., & Zapata Gordon, A. Z. G. (2020). *Aprendizaje por descubrimiento: Método alternativo en la enseñanza de la física*. *Scientia Et Technica*, 25(4), 569–575.
<https://doi.org/10.22517/23447214.24221>
- César, J., & Alvarado, O. (2016). *La Investigación Acción como herramienta para la Formación Docente. Experiencia en la Carrera Ciencias Sociales de la Facultad de Ciencias de la Educación de la UNAN-Managua, Nicaragua*.
<https://repositorio.unan.edu.ni/6266/1/272-982-1-PB.pdf>
- Colmenares, A. M. (2012). *Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción. Voces y Silencios*. *Revista Latinoamericana de Educación*, 3(1), 102–115.
<https://revistas.uniandes.edu.co/index.php/vys/article/view/7540>
- Delors, J. (1994). *Los cuatro pilares de la educación, en La educación encierra un tesoro*. UNESCO.
https://uom.uib.cat/digitalAssets/221/221918_9.pdf
- Decreto 1860 de 1994*. (1994). Ministerio de Educación Nacional.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-172061_archivo_pdf_decreto1860_94.pdf
- Decreto 1962 de 1969*. (1969).
<https://www.suin-juriscal.gov.co/viewDocument.asp?ruta=Decretos/30036163>
- Freire, P. (1998). *Pedagogía de la autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa*. México: Editorial Siglo XXI.
<https://redclade.org/wp-content/uploads/Pedagog%C3%ADa-de-la-Autonom%C3%ADa.pdf>



Freire, P. (1968). *Educación como Práctica de Libertad*.

https://asslliab.noblogs.org/files/2013/09/freire_educaci%C3%B3n_como_pr%C3%A1ctica_libertad.pdf_-1.pdf

Freire, P. (1968). *Pedagogía del oprimido*.

<https://www.servicioskoinonia.org/biblioteca/general/FreirePedagogiadelOprimido.pdf>

Garcés-Cobos, Montaluisa y Vivas y Salas-Jaramillo. (2018). *El aprendizaje significativo y su relación con los estilos de aprendizaje*. Revista de la Universidad de Ecuador. Vol. 1(376)

<https://revistadigital.uce.edu.ec/index.php/anales/article/view/1871>

García-Ramos y Posada-Ruiz (2022). *Mediación Complementaria de GeoGebra y Material Concreto en los Procesos de Aprendizaje de las Identidades Trigonométricas Pitagóricas Fundamentales en Estudiantes de Décimo Grado de la IE Juan Pablo II*. Tesis: Maestría. Universidad Pontificia Bolivariana.

<https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/10696/Mediaci%C3%B3n%20complementaria%20de%20Geogebra%20y%20material%20concreto.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

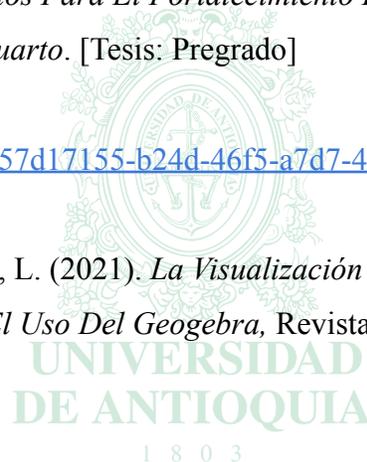
Gil-Suárez, A. (2014). *Diseño e Implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza de las funciones trigonométricas en los números reales para grado décimo mediante la modelación matemática y las TIC: Estudio de caso en el grupo 10° B de la Institución Educativa Montecarlo-Guillermo Gaviria Correa, del municipio de Medellín*. [Tesis: Pregrado]. Universidad Nacional de Colombia.

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/21664/98672018.2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Gil-Camargo (2021). *Gamificación Y Aprendizaje Basado En Retos Para El Fortalecimiento De Competencias Matemáticas En Estudiantes Del Grado Cuarto*. [Tesis: Pregrado] Universidad de Santander.

<https://repositorio.udes.edu.co/server/api/core/bitstreams/57d17155-b24d-46f5-a7d7-47be7807d7fd/content>

Gonzáles-Hernández, N., Garcés-Cecilio, W. y Grimaldy-Romay, L. (2021). *La Visualización En La Enseñanza De La Matemática. Su Empleo Mediante El Uso Del Geogebra*, Revista Didascalía, v. 7 (4).



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8164220.pdf>

González, M., Matilla, J., y Rosales, F. (2017). *Potencialidades del software Geogebra en la enseñanza de la matemática estudio de caso de su aplicación en la trigonometría*. Roca: Revista Científico Educaciones de la provincia de Granma, 13(4), 401-415.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6759725>

Grisales-Aguirre, Andrés Mauricio. *Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas*. Entramado. 2018. vol. 14, no. 2, p. 198-214.

<https://revistas.unilibre.edu.co/index.php/entramado/article/view/4751/4071>

Grabovsky y Kotelnikov. (1971). *The use of Kinematic Models in the Study of Trigonometric Functions*. Dordrecht: Educational Studies in Mathematics.

<https://www.jstor.org/stable/3481790>

Huaman, E. (2024). *Redes sociales y formas de aprendizaje en estudiantes de educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú* [Tesis de Maestría, Universidad del Centro de Perú].

https://repositorio.uncp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12894/10323/T010_71909721_M.pdf?sequence=1&isAllowed=y

INEM Jose Felix De Restrepo. (2023). *Proyecto Educativo Institucional (PEI)*.

https://drive.google.com/file/d/1ltqi9L14pRTE3BnmwINB-XhEu635y_9D/view

INEM. (2022). *Malla Curricular*.

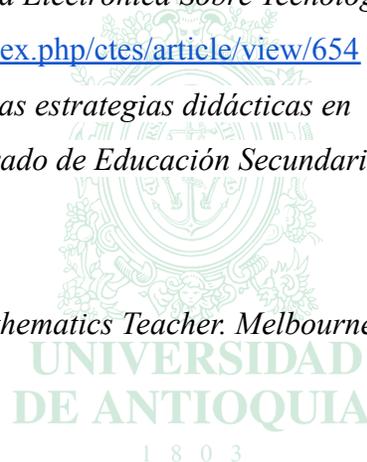
<https://docs.google.com/viewerng/viewer?url=https://inemjose.edu.co/colegio/newsite2021/wp-content/uploads/2022/09/MALLAS-CURRICULARES-DE-06-11.docx>

Jiménez García, J. G., & Jiménez Izquierdo, S. (2017). *GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas*. *Revista Electrónica Sobre Tecnología, Educación Y Sociedad*, 4(7). <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>

Jimenez, N., & Oliva, J. M. (2015). *Aproximación al estudio de las estrategias didácticas en ciencias experimentales en formación inicial del profesorado de Educación Secundaria: descripción de una experiencia*.

<https://www.redalyc.org/pdf/920/92043276009.pdf>

Kendal y Stacey. (1998). *Teaching Trigonometry*. *Australian Mathematics Teacher*. Melbourne: University of Melbourne.



“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

- <https://search.informit.org/doi/abs/10.3316/informit.919900974186280>
- Martínez-Castellini y Castro-Pérez (2020). *Innovaciones en prácticas de laboratorio de Matemática en la carrera de Ingeniería en Ciencias Informáticas*. Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas. Vol. 13 (11).
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8590358.pdf>
- MEN. (2006). *Estándares Básicos De Competencias de Matemáticas*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Melendez Ferrer, L., y Perez Jimenez, C. (2006). *Meta estructural para la construcción metodológica en investigación cualitativa como dinámica del conocimiento social*.
https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1690-75152006000300003
- Ministerio De Educación Nacional. (1996). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Moreira, M. A. (2017). *Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza*. Archivos de Ciencias de la Educación, 11(12), e029.
<https://doi.org/10.24215/23468866e029>
- Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo crítico*. La Salle Centro Universitario.
<https://www.redalyc.org/pdf/771/77100606.pdf>
- Moreira, M.A. (2002). *A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área*. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(1), 7-29.
<http://www.if.ufrgs.br/ienci>
- Moreira, M. (2005). *Aprendizaje significativo crítico*. Boletín de Estudios e Investigación.
<https://www.redalyc.org/pdf/771/77100606.pdf>
- Moreira, M. A. (2020). *Aprendizaje significativo: la visión clásica, otras visiones e interés*. *Proyecciones*, (14), 010-010.
<https://revistas.unlp.edu.ar/proyecciones/article/view/10481>
- Montalvo-Antolín (2012). *Historia de la Trigonometría y su enseñanza*. [Tesis de Pregrado, Universidad Autónoma de Puebla].
<https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/RosalbaMontalvoAntolin.pdf>

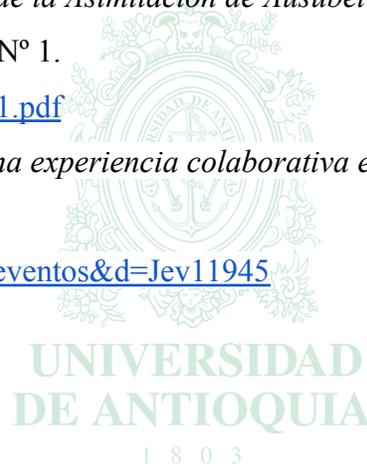


UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

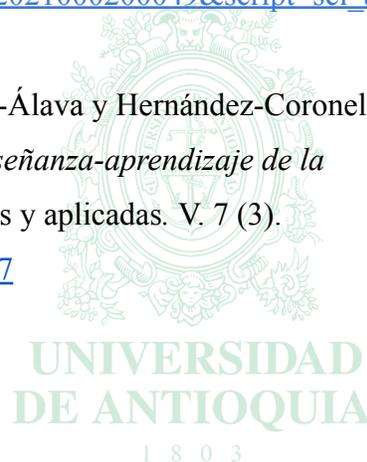
1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

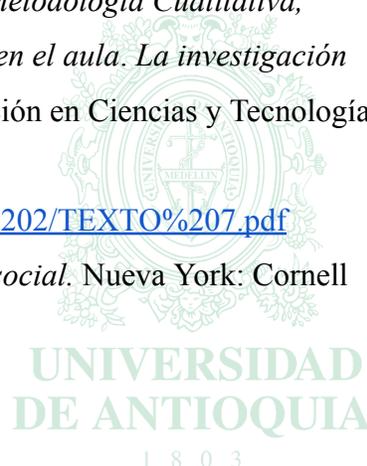
- Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica*.
https://www.researchgate.net/publication/275155006_Estudio_socioepistemologico_de_la_funcion_trigonometrica/link/5534249a0cf2f2a588b244cd/download
- Montoya, L. (2017). *La Estrategia De Laboratorios Matemáticos, En El Aprendizaje De Los Sistemas De Ecuaciones Lineales*. [Tesis: Pregrado]. Universidad Tecnológica de Pereira.
<https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/29bc13cb-8f98-4132-a86f-f0999237fa6d/content>
- Moore, K.C. (2012). *La coherencia, el razonamiento cuantitativo y la trigonometría de los estudiantes. Razonamiento cuantitativo y modelado matemático: un motor para la educación y la enseñanza integradas STEM en contexto*, 75-92.
https://www.researchgate.net/publication/253953132_Coherence_quantitative_reasoning_and_the_trigonometry_of_students
- Neisser, U. (1976). *Psicología cognoscitiva*. México D. F.: Trillas.
<https://www.bibvirtual.ucb.edu.bo/opac/Record/105004165>
- Latorre, M. (2017). *Aprendizaje Significativo y Funcional*. Lima / Perú: Universidad Champagnat.
<https://marinolatorre.umch.edu.pe/wp-content/uploads/2015/09/APRENDIZAJE-SIGNIFICATIVO-Y-FUNCIONAL.pdf>
- Ocampo Marin, C. D., & Masso Munares, L. A. (2014). *Una secuencia didáctica en el paso de las razones trigonométricas a las funciones trigonométricas: el caso de la función seno*.
<http://funes.uniandes.edu.co/11029/1/Campo2014Una.pdf>
- Paniagua y Meneses (2006). *Teoría Reformulada de la Asimilación (TRA): análisis, interpretación, coincidencias y diferencias con la Teoría de la Asimilación de Ausubel*.
 Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias. Vol. 5 N° 1.
http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen5/ART9_Vol5_N1.pdf
- Papini, & Natale. (2019). *Producir geometría con GeoGebra: Una experiencia colaborativa en el nivel universitario*.
<https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/library?a=d&c=eventos&d=Jev11945>



- Pari-Condori, A. (2019). *El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas*. [GeoGebra's impact on the professional development of mathematics teachers]. Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra, 1, 23-36.
<https://n9.cl/5bbt>
- Peña-Benítez, Y. (2022). *Aprendizaje de la trigonometría mediante una estrategia didáctica apoyada en una herramienta digital para estudiantes del grado décimo de la I.E.T.I Villa María de Soledad*. [Tesis: Maestría]. Universidad Autónoma de Bucaramanga.
https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/17603/2022_Tesis_Yasmin_Elena_Pe%C3%B1a_Benitez.pdf?sequence=1
- Pozo, J. I. (2006). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Morata.
https://books.google.co.ve/books?id=DpuKJ2NI3P8C&printsec=frontcover&hl=es&source=gbv_vpt_read#v=onepage&q&f=false
- Ramírez, Camilo Andrés. *Diseño de herramientas que fomentan el aprendizaje de matemáticas con ayuda de Mathematica*. Elementos, 2015, no. 5, p. 65-78.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5179413>
- Roberto Hernández-Sampieri. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*.
http://www.biblioteca.cij.gob.mx/Archivos/Materiales_de_consulta/Drogas_de_Abuso/Articulos/SampieriLasRutas.pdf
- Rodríguez-Solís y Acuario-Maldonado (2021). *Modelo TPACK y metodología activa, aplicaciones en el área de matemática. Un enfoque teórico*. Revista Científica Uisrael. V. 8 (2).
http://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?pid=S2631-27862021000200049&script=sci_artext
- Rodríguez-Borges, Pérez-Rodríguez, Bracho-Rodríguez, Cuenca-Álava y Hernández-Coronel (2021). *Aprendizaje Basado en Retos como estrategia enseñanza-aprendizaje de la asignatura resistencia de los materiales*. Ciencias técnicas y aplicadas. V. 7 (3).
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8229727>



- Rodríguez Palmero. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual*. IN. Revista Electrónica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa, V. 3, n. 1, Pág, 29-50.
http://www.in.uib.cat/pags/volumenes/vol3_num1/rodriguez/index.html
- Román, M., Tusa, F., Bermello, m. y Salvatierra, L. (2023). *Aprendizaje significativo en el contexto de la Educación Superior: una experiencia de aplicación práctica*, Revista Dom. Cien v. 9 (3).
<https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/3496/7766>
- Ruíz, G. (2013). *La teoría de la experiencia de John Dewey: significación histórica y vigencia en el debate teórico contemporáneo*. Foro de Educación, 11(15), Pág, 103-124.
<https://www.redalyc.org/pdf/4475/447544540006.pdf>
- Ruiz e Ispizúa. (1989). *La descodificación de la vida cotidiana*. Bilbao. Universidad de Deusto, cap. II
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=225435>
- Rueda Upegui, G. A. (2012). *Aproximación a la enseñanza de las razones trigonométricas a través del trabajo experimental en matemáticas en el grado décimo*. Repositorio Institucional Universidad Del Valle.
<http://funes.uniandes.edu.co/10762/1/Rueda2012Aproximaci%C3%B3n.pdf>
- Salazar, E. (2003). *Aprendizaje Significativo y Organización de la Enseñanza. Un Modelo basado en la Teoría de Ausubel*.
https://gc.scalahed.com/recursos/files/r161r/w23545w/U5_Aprendizaje%20significativo.pdf
- Schuster, A., Puente, M., Andrada, O., & Maiza, M. (2013). *La metodología Cualitativa, Herramienta para investigar los fenómenos que ocurren en el aula. La investigación educativa*. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología, 4(2), 109.
<https://exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%204%20NUM%202/TEXTO%207.pdf>
- Selener, D. (1997). *Investigación acción participativa y cambio social*. Nueva York: Cornell Red Universitaria de Investigación Acción Participativa.
<https://edepot.wur.nl/425683>



- Solano, N. (2011). Importancia del aprendizaje significativo.
<http://neisolano.blogspot.com/>
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*.
https://www.google.com.co/books/edition/Investigaci%C3%B3n_con_estudio_de_casos/gndJ0eSkGckC?hl=es&gbpv=1&printsec=frontcove
- Suárez, M., Chaves, A., y Fernández, E. (2017). *De las fórmulas fundamentales en la trigonometría esférica a las fórmulas fundamentales de la trigonometría hiperbólica*. Sigma, 13(2), 1-15.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6579446>
- Tamayo, M. (2003). *El proceso de la investigación*.
https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/227860/El_proceso_de_la_investigacion_cientifica_Mario_Tamayo.pdf
- Torrado, M. C. (2002). *Educación para el desarrollo de las competencias: una propuesta para reflexionar*.
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4897911.pdf>
- Universidad de Antioquia. (2019). *Código de ética en investigación de la Universidad de Antioquia*. Vicerrectoría de Investigación.
<https://www.udea.edu.co/wps/wcm/connect/udea/e79da6b4-1402-496b-88bc-0dc0321ba827/codigo-etica-udea.pdf?MOD=AJPERES&CVID=luyYgZ>
- Vega Vega, Juan Carlos; Niño Duarte, Franklin; Cardena, Yini Paola. *Enseñanza de las matemáticas básicas en un entorno e-Learning: un estudio de caso de la Universidad Manuela Beltrán Virtual*. Revista Escuela de Administración de Negocios, 2015, no. 79, p.172 – 85.
http://www.scielo.org.co/scielo.php?scrip-t=sci_arttext&pid=S0120-81602015000200011
- Villarreal, M., & Mina, M. (2020). *Actividades Experimentales con Tecnologías en Escenarios de Modelización Matemática*. Bolema, Rio Claro (SP), 34(67), 786-824.
<https://www.scielo.br/j/bolema/a/HYpsyDtHbLxpHGmKp8x53fw/?lang=es>
- Viquez-Ortiz y Hernández-López (2020). *Reflexión sobre la mediación pedagógica de la enseñanza de las Matemáticas con personas jóvenes y adultas*. Cuadernos de



Investigación y Formación en Educación Matemática. V. 15 (19). Pp. 79–87. Costa Rica.

<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/45221/45176>

Vives Varela, T., & Hamui Sutton, L. (2021). *La codificación y categorización en la teoría fundamentada, un método para el análisis de los datos cualitativos*.

<https://doi.org/10.22201/fm.20075057e.2021.40.21367>

Villañafe-Pinzón; J. C. (2020). *Herramientas multimediales para la enseñanza de trigonometría*.

<https://repository.ucc.edu.co/entities/publication/b2115f5e-c0c3-4e64-887f-4e6132d7104>

f



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Anexos

Anexo (1): Consentimiento informado.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO
 Resolución de Creación: 16303 de Noviembre 27 de 2002
 Resolución Actualizada: 1263 de Febrero 07 de 2017
 Cra. 48 No. 1-125, Teléfonos: 2684800
 NIT: 811042439-1, DANE: 105001013340
 "CIENCIA, TRABAJO Y VIRTUD"



Consentimiento Informado a Padres/Acudientes y Estudiantes Autorizando el Uso Académico e Investigativo del Registro Fotográfico y Filmico de las Sesiones de Clases que Hacen Parte de la Práctica Pedagógica del Actual Año.

Consentimiento para la participación en sesiones, actividades y uso de producción textual de estudiantes del grado Decimo pertenecientes a la Especialidad Técnica en Energía Fotovoltaica (X-18) durante el periodo de prácticas pedagógicas en la Institucion INEM Jose Felix Restrepo, en el marco del trabajo de grado de la Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

Yo _____ identificado (a) con cédula número _____ en la fecha _____ doy mi consentimiento como madre/padre/acudiente, para que los registros de las actividades académicas en el área de Matemáticas, obtenidos en el proceso de formación de mi hijo (a) _____ con numero de Identificación _____, puedan ser utilizados sólo con propósitos Académicos en el desarrollo del trabajo de grado del estudiante de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, Miguel Angel Cabrera Restrepo identificado con C.C _____ el cual se lleva a cabo en la Institución Educativa.

Procedimiento: Como madre/padre/acudiente entiendo que en este proceso de formación e investigación, los registros del proceso formativo de mi hijo(a) en el área de Matemáticas podrán ser fotografiados o grabados como parte del proceso de enseñanza que realiza el estudiante Miguel Angel Cabrera Restrepo. Los cuales como investigador garantizarán la protección de la información de mi hijo(a) de acuerdo con la política de protección de datos contemplada en la Ley 1581 de 2012 y su Decreto Reglamentario 1377 de 2013.

Nombre de madre/padre/acudiente de familia:

C.C. _____

Nombre del Investigador:

C.C. _____

UNIVERSIDAD
 DE ANTIOQUIA
 1803

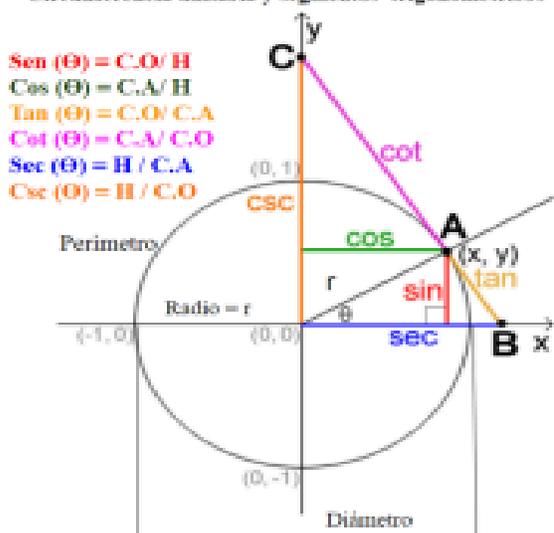
"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Anexo (2): Actividades en clase propuestas durante la práctica pedagógica.

Nombre: _____ Grado: _____ Especialidad: _____ Fecha: _____



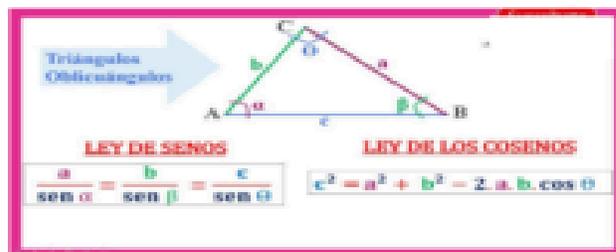
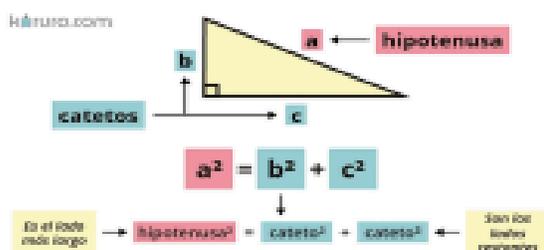
Circunferencia unitaria y segmentos trigonométricos



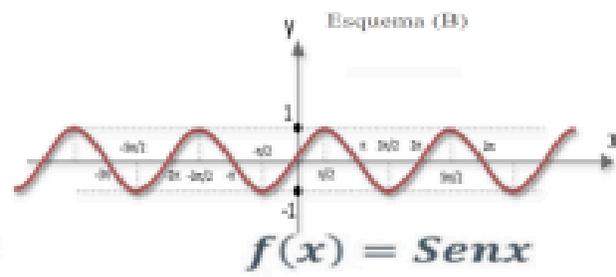
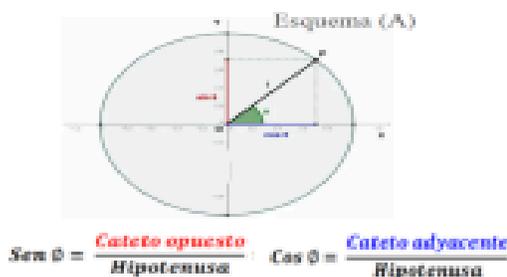
A Partir del esquema/representación anterior
Describe y justifique.

- Describe en base a sus conocimientos lo que este representa.
- Identifique la medida correspondiente al radio de la circunferencia y describa la relación de este (radio) con los triángulos rectángulos inscritos en el primer cuadrante.
- ¿A qué área y tema de las matemáticas podría asociar el esquema? Justifique.
- ¿Describe qué relaciones se pueden establecer entre los elementos presentes en el esquema y la trigonometría?
- Suponga que el ángulo (θ) tiene una medida de 30 grados y que la medida de la hipotenusa del triángulo rectángulo que aparece inscrito en el primer cuadrante mide 5 cm. En base a esto, establezca una relación entre estas dos medidas mediante una razón trigonométrica. Describa por qué se encuentran en relación.
- ¿Cuáles son los dos elementos propios de la circunferencia que expresados mediante división permiten aproximar el valor de $(x) \pi$?
- ¿Es posible expresar la relación del literal (E) como una identidad trigonométrica recíproca?

2. ¿Reconoce la diferencia que existe entre la aplicabilidad del teorema de pitágoras y la de los criterios del seno y coseno?. ¿Sabe en qué situaciones se pueden aplicar especialmente cada uno de estos?. Describa y Justifique.



3. Defina con sus propias palabras cada uno de los esquemas que se presentan a continuación. ¿Es posible encontrar relación alguna entre ellos?, ¿Si?, ¿No?, ¿Por qué?.



1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Anexo (3). Actividad guía sesión didáctica uno: En base a los aprendizajes adquiridos en clase



Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____

Sesión uno: En base a los aprendizajes adquiridos en clase responda a las siguientes preguntas

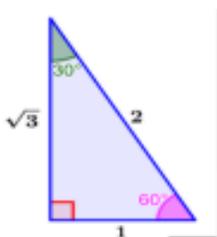
1. ¿Cuál es el valor del número pi? ¿Qué representa este? ¿Cómo se relaciona el cálculo de este con la circunferencia? ¿Conoce algún método para calcular su valor?.

Rta: _____

2. ¿Podría explicar el concepto de identidad trigonométrica?.

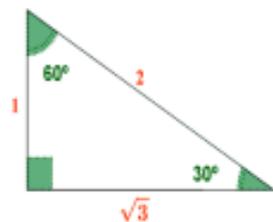
Rta: _____

3. Determine la razón trigonométrica para el seno de 30 grados a partir del siguiente triángulo rectángulo.



Rta: _____

4. Analice el siguiente triángulo rectángulo y exprese el Seno de 30 grados como una identidad recíproca.



Rta: _____

5. ¿Existe alguna relación entre la respuesta de la pregunta 3 y la respuesta de la pregunta 4? ¿Sí?, ¿Cuál? ¿No?, ¿Por qué?.

Rta: _____

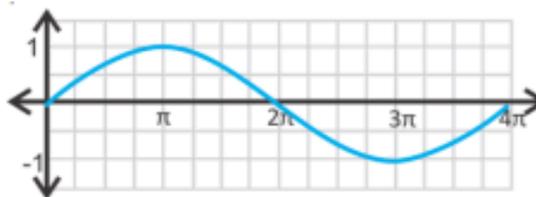
6. ¿Describa por qué la circunferencia unitaria es importante en la trigonometría? Describe cómo se relaciona este concepto en torno a las razones trigonométricas.

Rta: _____

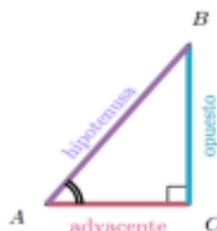
7. ¿Existe alguna relación entre la circunferencia unitaria, las identidades trigonométricas y las funciones trigonométricas? ¿Sí?, ¿No?, ¿Por qué?.

Rta: _____

8. Describa a qué tipo de concepto de la trigonometría hacen referencia los siguientes dos esquemas.



Rta: _____



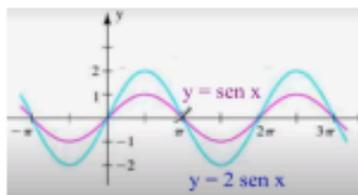
$$\sin(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(A) = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

Rta: _____

9. ¿Explique qué sucede entre las dos funciones del siguiente esquema?.



Rta: _____

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Anexo (4). Sesión uno: Apreciaciones sobre la sesión de clases

Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____



Sesión uno: Apreciaciones sobre la sesión de clases

1. Considera que la propuesta de clase del día de hoy te ayudó a comprender mejor las relaciones que se establecen entre la circunferencia unitaria, las identidades trigonométricas, las funciones trigonométricas y sus transformaciones. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

Rta: _____

2. ¿Consideras que la implementación de herramientas tecnológicas, como las aplicaciones en geogebra y material audiovisual propuesto en la clase de hoy, contribuyó de manera significativa a la comprensión de los temas abordados? Si es así, ¿podría explicar cómo y por qué?. En caso contrario, ¿cuál fue la razón de que no te ayudará?.

Rta: _____

3. ¿En clases de Trigonometría el profesor emplea software matemático o aplicaciones web, de manera constante, como estrategia que te ayude a comprender mejor los conceptos?

Rta: _____

4. ¿Te resultó significativa la experiencia de aprendizaje?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

Rta: _____

5. ¿Considera qué establecer conexiones entre la trigonometría y situaciones del mundo real, como las propuestas en clases el día de hoy, implementando Geogebra, resultan importantes para tu aprendizaje?. ¿Cuál es su opinión al respecto?.

Rta: _____

6. Durante la clase de hoy, ¿hubo algún concepto nuevo que logras comprender y que anteriormente te generaba confusión? Si es así, ¿podrías compartir ese concepto y describir cómo ahora lo entiendes?.

Rta: _____

7. ¿Podrías evaluar cuantitativamente los conocimientos adquiridos durante la clase de hoy?. En una escala del 1 al 5, ¿cuánto consideres que has aprendido?. ¿Por qué?.

Rta: _____

1. Valora cuantitativamente en una escala del 1 al 5 la forma como se le presentaron los contenidos en clases. Describe cómo el uso del Geogebra y el material didáctico implementado apoyaron tus aprendizajes.

Rta: _____

8. ¿Considera que la propuesta de clase del día de hoy contribuyó de manera significativa a la construcción de tus conocimientos en torno a la trigonometría?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

Rta: _____

9. ¿Considera que el material didáctico que se ha propuesto en clases ha sido tanto interesante como útil para su aprendizaje?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

Rta: _____

10. Escriba algunas palabras que reflejen la experiencia de aprendizaje que vivió a raíz de la propuesta de clases. ¿Resultó significativo este aprendizaje? ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

Anexo (5). Reto sesión número dos: ¿Cuántos metros hay que recorrer?.

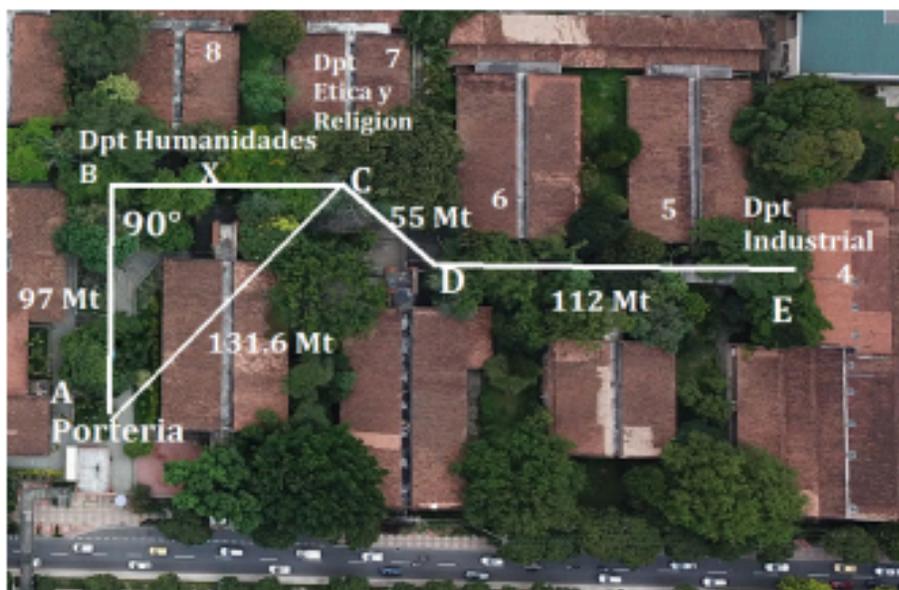
Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____



Reto sesión número dos:

El siguiente esquema representa un posible camino que permite a un estudiante llegar al departamento de Industrial estando ubicado en la portería peatonal de la avenida las vegas. Dentro del esquema, el punto (A) representa la portería peatonal, la cual se encuentra a una distancia de 97 metros del punto (B). Por otro lado, del punto (B) al punto (C) se registra una distancia de X metros, seguidamente la distancia del punto (C) al punto (D) es de 55 metros y del punto (D) al punto (E) la distancia correspondiente es igual a 112 metros.

Nota: Tenga presente la distancia representada entre los puntos (A) y (C) igual a 131,6 metros señalada dentro del esquema, ya que, éste dato resulta importante para calcular la distancia X señalada por los puntos (B) y (C). A partir de esto responda:



¿Qué concepto de la trigonometría utilizaste para hallar el valor de X?. ¿Por qué este y no otro?.

Rta: _____

- ¿Cuántos metros recorre un estudiante que parte desde el punto A (portería peatonal) al seguir la ruta AB-BC-CD-DE descrita por el esquema para llegar al punto (D), el cual corresponde al departamento de Industrial?. Registre sus cálculos.

Rta: _____

Anexo (6). Sesión dos: Registra los aprendizajes adquiridos de la sesión número uno y número dos.

Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____



Sesión dos: Registra los aprendizajes adquiridos en la sesión número uno y sesión número dos.

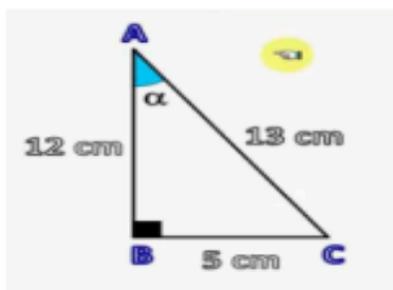
1. Recuerda y registra idea alguna relacionada a el número Pi.

Rta: _____

2. ¿Podría definir el concepto de identidad trigonométrica con sus propias palabras?. ¿Comprende el concepto?. Si es así, por favor escriba respecto a ella. Si aún no comprende el concepto describa entonces qué aspectos le resultan confusos o poco claros.

Rta: _____

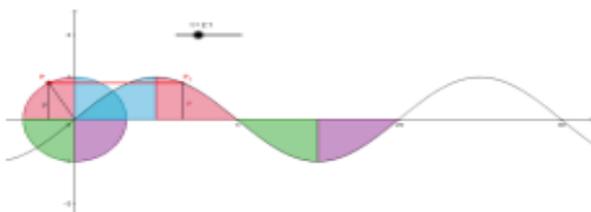
3. Para el siguiente triángulo rectángulo escriba la razón trigonométrica que relaciona el cateto opuesto del ángulo (α) y la hipotenusa. Luego, representa esta razón como una identidad recíproca.



Razón trigonométrica Rta: _____

Identidad recíproca Rta: _____

4. Con tus propias palabras describe lo que representa el siguiente esquema. Determina qué relaciones tiene éste con las identidades trigonométricas y las funciones trigonométricas.



Rta: _____

5. De las siguientes opciones la que describe a una identidad recíproca es:

- A. $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ B. $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$
 C. $y = \cos(x)$ D. $\sin(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

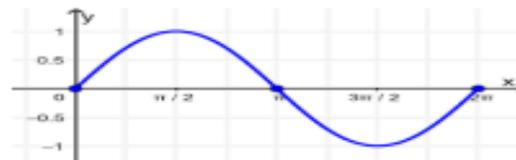
6. De los siguientes dos esquemas, seleccione el que representa una relación de correspondencia entre el conjunto de salida X (abscisas) y el conjunto de llegada Y (ordenadas).



7. De los siguientes dos esquemas marque el que describe una relación entre la hipotenusa, los catetos y sus correspondientes ángulos internos.

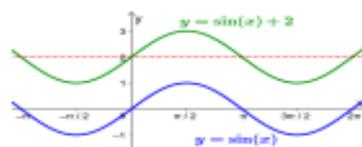


8. Escriba la expresión matemática que representa la función que se ilustra en el siguiente esquema. Determina su amplitud y periodo.



Rta: _____

9. Analiza y describe qué transformación adoptó la función seno en el siguiente esquema.



Rta: _____

Anexo (7). Sesión dos: Apreciaciones sobre la sesión de clases.



Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____

Sesión dos: Apreciaciones sobre la sesión de clases.

1. Considera que la propuesta desarrollada en la clase del día de hoy te ayudó a comprender mejor las transformaciones que sufren las funciones trigonométricas del seno y del coseno. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

Rta: _____

2. ¿Consideras que la implementación de herramientas tecnológicas, como las aplicaciones en geogebra y material audiovisual propuesto en la clase de hoy, contribuyó de manera significativa a la comprensión de los temas abordados? Si es así, ¿podría explicar cómo y por qué?. En caso contrario, ¿cuál fue la razón de que no te ayudará?.

Rta: _____

3. ¿Te resultó significativa la experiencia de aprendizaje?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

4. ¿Considera que establecer conexiones entre la trigonometría y situaciones del mundo real, como las propuestas en clases a través del reto de los palillos y aplicaciones de geogebra, resulta importante para entender los temas de área de la trigonometría?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?. ¿Cuál es su opinión al respecto?.

Rta: _____

5. Durante la clase de hoy, ¿hubo algún concepto nuevo que logras comprender y que anteriormente te generaba confusión?. Si es así, ¿podrías compartir ese concepto y escribir por qué ahora lo entiendes?. ¿Qué te llevó a comprenderlo?.

Rta: _____

6. ¿Podrías evaluar cuantitativamente los conocimientos adquiridos durante la clase de hoy?. En una escala del 1 al 5, ¿cuánto consideres que has aprendido?. ¿Por qué?.

Rta: _____

7. Valora cuantitativamente en una escala del 1 al 5 la forma como se le presentaron los contenidos en clases. Describe cómo el uso del Geogebra y el material didáctico implementado apoyaron tus aprendizajes.

Rta: _____

8. ¿Considera que la propuesta de clase del día de hoy contribuyó de manera significativa a la construcción de tus conocimientos en torno a la trigonometría?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

Rta: _____

9. ¿Considera que el material didáctico que se ha propuesto en clases ha sido tanto interesante como útil para su aprendizaje?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.

Rta: _____

10. Escriba algunas palabras que reflejen su experiencia de aprendizaje dentro de la propuesta de clases.

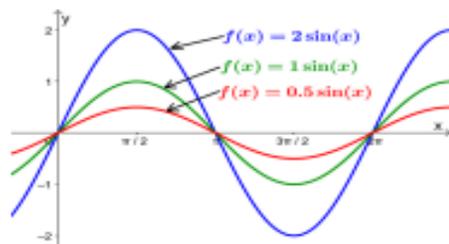
Anexo (8): Sesión tres: En base a los aprendizajes adquiridos en la sesión número dos responde



Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____

1. A partir de la siguiente imagen responde:

$$(Y=F(x))= (a)\text{sen}(x)$$

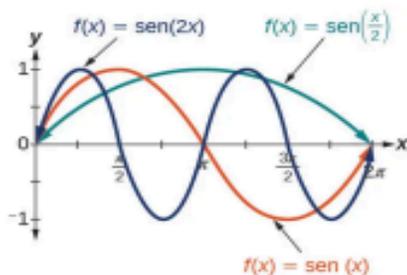


A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x))= \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (a) , si (a) multiplica la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x))= (a)\text{sen}(x)$. Describa la transformación que sufre la función.

Rta: _____

2. A partir de la imagen responde la siguiente

$$(Y=F(x))= \text{sen}(b)X$$

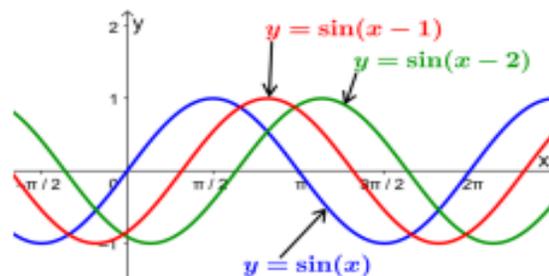


A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x))= \text{sen}(x)$ al multiplicar el ángulo (X) por el parámetro (b) de la siguiente manera: $(Y=F(x)) = \text{sen}(b)x$. Tenga presente que (b) denota el número de ondas (Frecuencia) presentes en un periodo dado de 2π . Describa la transformación que sufre la función bajo este parámetro.

Rta: _____

3. A partir de la siguiente imagen responde:

$$(Y=F(x))= \text{sen}(x \pm (c)\pi)$$

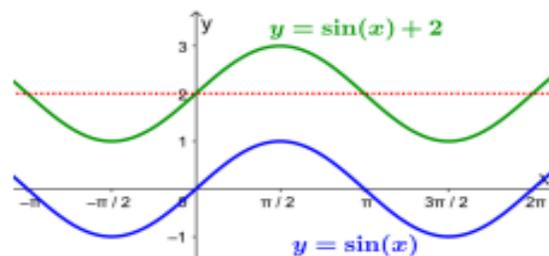


A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x))= \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (c) , si (c) , suma o resta el ángulo (X) de la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x))= \text{sen}(x \pm (c)\pi)$. Describa entonces, la transformación que sufre la función canónica.

Rta: _____

4. A partir de la siguiente imagen responde

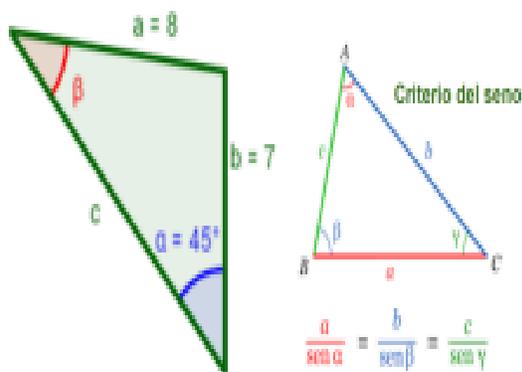
$$(Y=F(x))= (\text{sen}(x)) \pm (d)$$



A. ¿Qué clase de transformación sufre la función canónica $(Y=F(x))= \text{sen}(x)$ bajo el parámetro (d) , si (d) suma o resta al término completo de la función seno de la siguiente manera: $(Y=F(x))= (\text{sen}(x)) \pm (d)$. Describe así, la transformación que sufre la función canónica.

Rta: _____

5. A partir del siguiente triángulo acutángulo cuyos lados son $a=8$, $b=7$ y $c=?$, descrito en la parte izquierda de la imagen, calcule la medida correspondiente al ángulo (B).

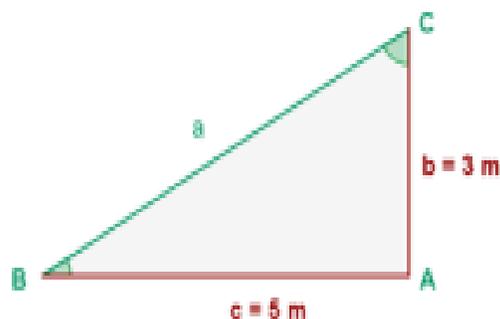


Nota: Para esto, aplique el criterio del seno, ilustrado en parte derecha de la anterior imagen, teniendo en cuenta la relación entre las medidas de los lados y los ángulos que se dan. Para esto, tenga presente la siguiente relación de correspondencia $((8)/\sin(45)) = ((7)/\sin(B))$. Registra el procedimiento.

Rta.

6. Determine qué clase de triángulo es el de la siguiente imagen.

Rta: _____



A partir de esto, utilice un criterio o teorema con el cual pueda calcular el valor del lado (a).

-¿Cuál utilizará? Rta: _____

-Describa por qué éste en especial.

Rta: _____

-¿Es el lado (a) un lado especial del triángulo? ¿Sí?, ¿Cuál?. ¿No?, ¿Por qué?.

Rta: _____

Registra los cálculos para obtener la medida del lado (a).

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Anexo (9). Reto sesión tres.

Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____



Actividad de clases:

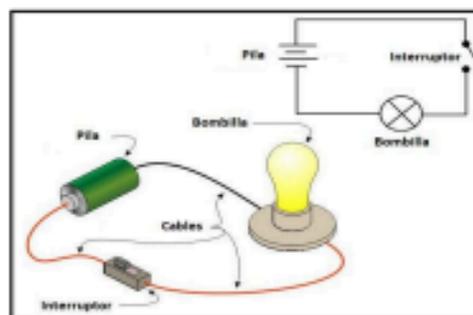
Supongamos que tienes un circuito de corriente alterna que alimenta una lámpara descrito mediante la siguiente función trigonométrica. Este circuito relaciona el voltaje en función del tiempo:

$$V(T) = 4 \text{ SEN } (3T + (\pi/2))$$

(A). A partir de la función señalada encuentre: Amplitud, Frecuencia angular, Frecuencia y Periodo.

(B). Analice los parámetros (Magnitudes) de la función onda del circuito mediante Geogebra y dibuje la representación geométrica sobre los esquemas que se dan a continuación.

Nota: Realice las debidas conversiones si le resultan necesarias.



Solución:

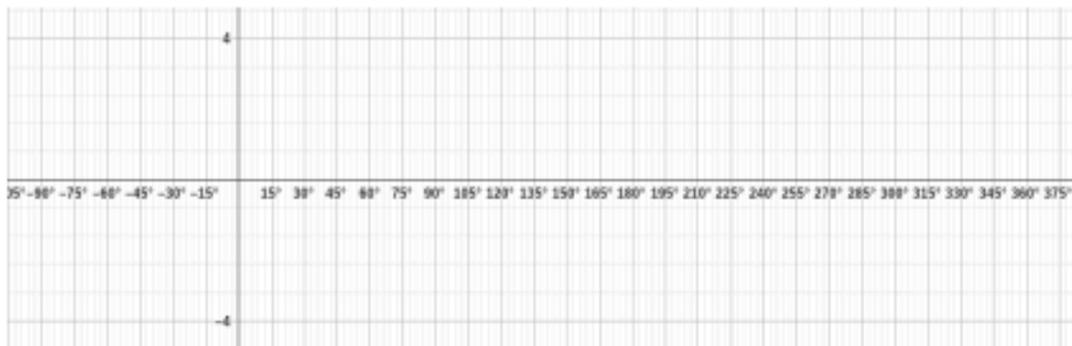
Amplitud:

Frecuencia angular:

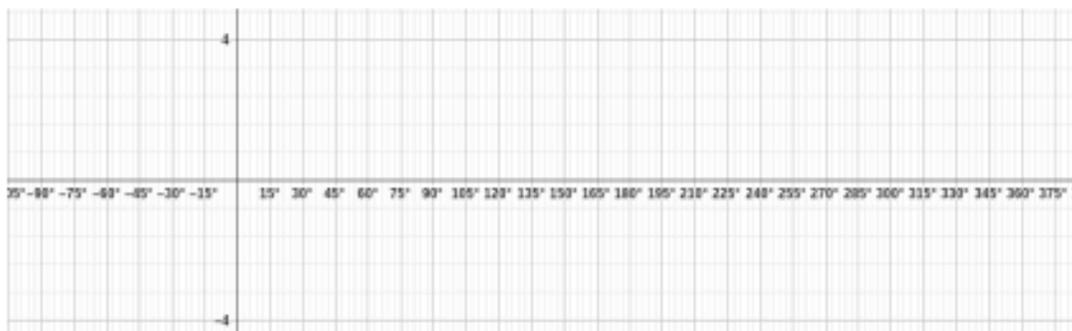
Frecuencia:

Periodo:

$$V(T) = \text{SEN } (T)$$



$$V(T) = 4 \text{ SEN } (T)$$



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. Benjamín Franklin.

$$V(T) = 4 \text{ SEN } (3T)$$



$$V(T) = 4 \text{ SEN } (3T + (\pi/2))$$



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo". Benjamín Franklin.

Anexo (10). Sesión tres: Apreciaciones sobre las sesiones de clases.

Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____ Modalidad: _____



Sesión tres: Apreciaciones sobre la sesión de clases.

1. Considera que la propuesta desarrollada en la clase del día de hoy te ayudó a comprender las transformaciones que sufren las funciones trigonométricas del seno y del coseno. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?
Rta: _____

2. ¿Consideras que la implementación de herramientas tecnológicas, como las aplicaciones en geogebra y material audiovisual propuesto en la clase de hoy, contribuyó de manera significativa a la comprensión de los temas abordados? Si es así, ¿podría explicar cómo y por qué?. En caso contrario, ¿cuál fue la razón de que no te ayudará?
Rta: _____

3. ¿Te resultó significativa la experiencia de aprendizaje?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?.
4. ¿Considera que establecer conexiones entre la trigonometría y situaciones del mundo real, como las propuestas en clases a través del reto de los palillos y aplicaciones de geogebra, resulta importante para entender los temas de área de la trigonometría?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?. ¿Cuál es su opinión al respecto?
Rta: _____

5. Durante la clase de hoy, ¿hubo algún concepto nuevo que logras comprender y que anteriormente te generaba confusión?. Si es así, ¿podrías compartir ese concepto y escribir por qué ahora lo entiendes?. ¿Qué te llevó a comprenderlo?
Rta: _____

6. ¿Podrías evaluar cuantitativamente los conocimientos adquiridos durante la clase de hoy?. En una escala del 1 al 5, ¿cuánto consideres que has aprendido?. ¿Por qué?
Rta: _____

7. Valora cuantitativamente en una escala del 1 al 5 la forma como se le presentaron los contenidos en clases. Describe cómo el uso del Geogebra y el material didáctico implementado apoyaron tus aprendizajes.
Rta: _____

8. ¿Considera que la propuesta de clase del día de hoy contribuyó de manera significativa a la construcción de tus conocimientos en torno a la trigonometría?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?
Rta: _____

9. ¿Considera que el material didáctico que se ha propuesto en clases ha sido tanto interesante como útil para su aprendizaje?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?
Rta: _____

10. Escriba algunas palabras que reflejen la experiencia de aprendizaje que vivió a raíz de la propuesta de clases. ¿Resultó significativo este aprendizaje?. ¿Sí?, ¿No?. ¿Por qué?

