



Tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática: el caso de cuatro estudiantes del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín

Angélica Cubillos Meléndez
Yerson Dayhan Pineda Quintero
Verónica Andrea Ramírez Martínez

Trabajo de grado para obtener el título de: Licenciados en Matemáticas

Asesor:
René Alejandro Londoño Cano
Doctor en Educación, Línea de Formación en Educación Matemática

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas
Medellín, Colombia
2024

Cita

(Cubillos Meléndez et al., 2024)



Referencia

Cubillos Meléndez, A., Ramírez Martínez, V. A., Pineda Quintero, Y. D., (2024). *Tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática: el caso de cuatro estudiantes del semillero de Matemáticas del colegio Corazonista de Medellín*. [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.



Grupo de Investigación Matemática e Historia - Edumath.



Centro de Documentación Educación

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes

Decano / Director: Wilson Bolívar Buriticá

Jefe de departamento: Cártul Valerico Vargas Torres

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

Este trabajo está dedicado a mi hijo Zahir Andrés Chamucero Cubillos, por su amor y paciencia durante mi carrera universitaria, la cual sirve como ejemplo para su formación personal. A mis compañeros Yerson y Verónica por el apoyo y la entrega para culminar nuestros estudios.

El presente trabajo está dedicado a mi abuela Anatilde Ceballos Marín, a mi tío Juan Esteban Pineda Ceballos y a mi tía Yasmid Andrea Zapata Guzmán por su apoyo, su amor, su acompañamiento en este proceso de formación y por brindarme los medios materiales para sacar adelante esta carrera. A mis compañeras Angélica y Verónica por su constancia, entrega y compromiso en el desarrollo de este estudio.

Este trabajo se lo dedico a mis padres Luis Guillermo Ramírez González, Diana Patricia Martínez Hincapié; a mis hermanos Sergio Adolfo Trejos Martínez y Guillermo Hernán Ramírez Martínez, por su compañía constante, por creer en mí y por su apoyo en los momentos de dificultad. También se lo dedico a mi sobrina Denis Valeria Trejos Cabezas, para que tenga un referente y cumplir todos sus sueños y metas. Por último, se lo dedico a mis compañeros Yerson y Angélica, porque sin su compromiso no hubiera sido posible desarrollar este trabajo; gracias por hacer amenos los momentos más tensos y por sacarnos siempre las sonrisas cuando más nos hicieron falta.

Agradecimientos

En primer lugar, agradecemos a nuestro asesor de Trabajo de Grado René Alejandro Londoño Cano, por enseñarnos a ser rigurosos en la escritura, por su cálido acompañamiento, por creer en nuestras habilidades y por fortalecer nuestra formación como docentes de educación matemática.

A las directivas del Colegio Corazonista de Medellín y a los estudiantes del Semillero de Matemáticas, por su constante disposición en la realización de las actividades propuestas que permitieron cumplir los objetivos de este trabajo de investigación y, por último, a nuestros docentes cooperadores de nuestros centros de práctica, quienes nos apoyaron y guiaron con su experiencia y sabiduría.

Tabla de contenido

Resumen.....	13
Abstract	14
Introducción	15
Capítulo I. Contextualización.....	17
1.1 El problema de investigación	17
1.2 Antecedentes	18
1.2.1 Acerca del objeto de estudio: los tipos de globalización intuitiva y la comprensión....	18
1.2.2 Acerca de la intuición	22
1.2.3 Acerca del objeto de saber específico: la desigualdad matemática.....	27
1.3. Justificación.....	33
1.4 Pregunta de investigación.....	34
1.5 Objeto de estudio.....	35
1.6 Objeto de saber específico.....	35
1.7 Objetivos	35
1.7.1 Objetivo general.....	35
1.7.2 Objetivos específicos	35
Capítulo II. Marco referencial.....	36
2.1 Marco contextual.....	36
2.2 Marco legal	38
2.3 Marco conceptual	41
2.3.1 Definición de desigualdad: nómeno.....	45
2.3.2 Fenómenos: Phainómenon	45
2.3.2.1 Fenómeno de ordenación	46

2.3.2.2 Fenómeno de generalización	46
2.3.2.3 Fenómeno de especificación	46
2.4 Marco teórico	46
2.4.1 Tipos de globalización intuitiva.....	46
2.4.2 La comprensión.....	51
2.4.3 La intuición	54
Capítulo III: METODOLOGÍA	56
3.1 Enfoque elegido para la investigación.....	56
3.2 Diseño o Método y Pertinencia	59
3.3 Selección de la población, objeto de estudio o participantes	61
3.4 Diseño de los instrumentos	62
3.5 Recolección de la información	63
3.5.1 Fases de recolección.....	64
3.5.1.1. Fase uno	64
3.5.1.2. Fase dos.....	64
3.5.1.3. Fase tres.....	64
3.5.1.4. Fase cuatro	65
3.6 Consideraciones Éticas.....	65
Capítulo IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS	68
4.1 Fase uno: aplicación de la prueba diagnóstica	68
4.1.1 Prueba diagnóstica	69
4.1.1.1. Pregunta uno.....	69
4.1.1.2. Pregunta dos.....	70
4.1.1.3. Pregunta tres.....	70
4.1.1.4. Pregunta cuatro	70

4.2 Fase dos: análisis de las respuestas de la prueba diagnóstica.....	72
4.2.1 Análisis de las respuestas de los participantes	72
4.2.1.1. Estudiantes no seleccionados	72
4.2.1.2. Unidades de análisis.....	80
4.3 Fase tres: aplicación de la prueba específica.....	86
4.3.1 Prueba específica	86
4.3.1.1. Pregunta uno.....	87
4.3.1.2. Pregunta dos.....	87
4.3.1.3. Pregunta tres.....	89
4.3.1.4. Pregunta cuatro	90
4.3.1.5. Pregunta cinco.....	90
4.3.1.6. Pregunta seis.....	91
4.3.1.7. Pregunta siete	92
4.3.1.8. Pregunta ocho.....	93
4.4 Fase cuatro: análisis de las respuestas de la prueba específica.....	93
4.4.1 Análisis de las respuestas de los participantes	94
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES.....	102
5.1 Consecución de los objetivos: general y específicos.....	102
5.1.1 Visualización.....	103
5.1.2 De la percepción a la intuición.....	104
5.1.3 Extrapolación	105
5.1.4 Jerarquización	105
5.2 Nuevas perspectivas encontradas	105
5.3 Futuras líneas de investigación.....	106
5.4 Discusiones	106

TIPOS DE GLOBALIZACIÓN INTUITIVA EN EL CONCEPTO DE DESIGUALDAD...

Referencias	108
Anexos	112

Lista de tablas

Tabla 1. Distribución de los niveles de educación formal.....	17
Tabla 2. Antecedentes acerca de los tipos de globalización intuitiva y la comprensión en matemáticas	19
Tabla 3. Antecedentes acerca de la intuición	23
Tabla 4. Antecedentes acerca de la desigualdad matemática.	28
Tabla 5. Respuestas a la primera pregunta de la prueba diagnóstica: visualización.....	73
Tabla 6. Respuestas a la segunda pregunta de la prueba diagnóstica: De la percepción a la intuición.....	75
Tabla 7. Respuestas a la tercera pregunta de la prueba diagnóstica: extrapolación	77
Tabla 8. Respuestas a la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica: jerarquización	79
Tabla 9. Respuestas de las unidades de análisis a la primera pregunta de la prueba diagnóstica: visualización.....	81
Tabla 10. Respuestas de las unidades de análisis a la segunda pregunta de la prueba diagnóstica: de la percepción a la intuición.....	82
Tabla 11. Respuestas de las unidades de análisis a la tercera pregunta de la prueba diagnóstica: Extrapolación.....	84
Tabla 12. Respuestas de las unidades de análisis a la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica: jerarquización	85
Tabla 13. Respuestas a la primera pregunta de la prueba específica: extrapolación	94
Tabla 14. Respuestas a la segunda pregunta de la prueba específica: extrapolación	94
Tabla 15. Respuestas a la tercera pregunta de la prueba específica: jerarquización.....	96
Tabla 16. Respuestas a la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica: jerarquización	96
Tabla 17. Respuestas a la quinta pregunta de la prueba diagnóstica: de la percepción a la intuición.....	98
Tabla 18. Respuestas a la sexta pregunta de la prueba diagnóstica: de la percepción a la intuición.....	98
Tabla 19. Respuestas a la séptima pregunta de la prueba diagnóstica: visualización	99

Tabla 20. Respuestas a la octava pregunta de la prueba diagnóstica: visualización100

Lista de ilustraciones

Ilustración 1. El informe en el proceso de investigación.....	59
Ilustración 2. Respuesta de E1.....	73
Ilustración 3. Respuesta de E2.....	74
Ilustración 4. Respuesta de E4.....	74
Ilustración 5. Respuesta de E5.....	74
Ilustración 6. Respuesta de E1.....	76
Ilustración 7. Respuesta de E2.....	76
Ilustración 8. Respuesta de E3.....	76
Ilustración 9. Respuesta de E1.....	77
Ilustración 10. Respuesta de E3.....	78
Ilustración 11. Respuesta de E4.....	78
Ilustración 12. Respuesta de E1.....	79
Ilustración 13. Respuesta de E2.....	80
Ilustración 14. Respuesta de E1.....	81
Ilustración 15. Respuesta de E2.....	82
Ilustración 16. Respuestas de E3.....	83
Ilustración 17. Respuestas de E4.....	83
Ilustración 18. Respuestas de E1.....	84
Ilustración 19. Respuestas de E2.....	85
Ilustración 20. Respuesta de E3.....	86
Ilustración 21. Respuesta de E1.....	95
Ilustración 22. Respuesta de E2.....	95
Ilustración 23. Respuesta de E4.....	96

Ilustración 24. Respuesta de E2.....	97
Ilustración 25. Respuesta de E4.....	97
Ilustración 26. Respuesta de E3.....	98
Ilustración 27. Respuesta de E4.....	99
Ilustración 28. Respuesta de E1.....	99
Ilustración 29. Respuesta de E2.....	100
Ilustración 30. Respuesta de E4.....	100

Resumen

La presente investigación se llevó a cabo en el Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín con dos estudiantes del grado quinto y dos del grado sexto pertenecientes a la educación básica primaria y la básica secundaria, respectivamente. En este trabajo se pretende analizar la influencia de los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática, por lo que el enfoque elegido es la investigación cualitativa dado que la naturaleza de los datos recolectados es descriptiva, lo que permitió que se desarrollara a través del método de estudio de casos.

Para ello, se tomó como referente teórico a Efraím Fischbein, el cual desarrolla el término de intuición en ciencias y matemáticas, además de concebir los tipos de globalización intuitiva como un método para interiorizar conceptos matemáticos, que para el caso particular, se trata del concepto de desigualdad.

Ahora bien, los niños crecen escuchando expresiones como: “esto es mayor que”, “esto es menor que”, “esto es igual a”, “esto es más grande que” y “esto es más pequeño que”, que en matemáticas hacen referencia al concepto de desigualdad o a la diferencia entre dos cantidades o expresiones en la que una no es igual a otra. En el paso de la educación básica primaria a la básica secundaria, este concepto se manifiesta de diversas maneras en problemas matemáticos; se espera que la experiencia de los estudiantes permita que la noción de desigualdad trascienda con el tiempo de la intuición a un tipo de cognición.

Palabras clave: *desigualdad, estudio de casos, globalización, intuición, matemáticas.*

Abstract

This research was carried out in the Mathematics Seedbed of the Corazonista School of Medellin with two students in the fifth grade and two in the sixth grade belonging to basic primary and basic secondary education, respectively. In this work, we intend to analyze the influence of the types of intuitive globalization on the concept of mathematical inequality, so the chosen approach is qualitative research given that the nature of the data collected is descriptive, which allowed it to be developed through the case study method.

For this, Efraím Fischbein was taken as a theoretical reference, which develops the term intuition in science and mathematics, in addition to conceiving the types of intuitive globalization as a method to internalize mathematical concepts, which in this particular case, is the concept of inequality.

However, children grow up hearing expressions such as: “this is greater than”, “this is less than”, “this is equal to”, “this is bigger than” and “this is smaller than”, which in mathematics refer to the concept of inequality or the difference between two quantities or expressions in which one is not equal to the other. In the transition from primary to secondary education, this concept manifests itself in various ways in mathematical problems; it is expected that the experience of students will allow the notion of inequality to transcend over time from intuition to a type of cognition.

Keywords: inequality, case study, globalization, intuition, mathematics.

Introducción

El propósito de la educación colombiana es formar integralmente a los estudiantes con el fin de que desarrollen el pensamiento, la inteligencia, el razonamiento, la resolución de problemas y la toma de decisiones, lo que permite que las personas puedan desenvolverse en distintos escenarios de la vida; la educación matemática aportando al sistema educativo colombiano, forma a los educandos en pensamiento lógico, habilidades tecnológicas, análisis crítico de situaciones, fortalece la resolución de problemas y desarrolla el pensamiento abstracto, favoreciendo el razonamiento estructurado y coherente del aprendiz.

En el Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín, se evidenció una dificultad en el proceso de comprensión del concepto de desigualdad matemática, dado que esta noción se manifiesta de diferentes maneras cuando se avanza de un grado escolar a otro, además, en el semillero participan estudiantes de primaria y bachillerato; por lo tanto, surgió un interrogante: ¿de qué manera influyen los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática? Teniendo en cuenta que los tipos de globalización son vistos como métodos para interiorizar conceptos en matemáticas, se procedió a analizar dicha influencia aplicando una prueba diagnóstica cuya finalidad era recolectar información en relación a los conocimientos previos de los estudiantes y, además, seleccionar la población objeto de estudio; el objetivo de la prueba específica fue determinar la manera en que cada tipo de globalización influye en la comprensión del concepto de desigualdad.

La investigación se desarrolló en cuatro fases consecutivas: en la fase uno se diseñó la prueba diagnóstica con cuatro preguntas en la que cada una está relacionada con un tipo de globalización, teniendo como propósito la obtención de un panorama más amplio para analizar la manera en que influyen en la comprensión de la noción en cuestión. En la fase dos, se realizó el procesamiento de la información recolectada en la fase uno con la intención de seleccionar la población objeto de estudio; se hizo un análisis de los estudiantes no seleccionados y de los seleccionados. En la fase tres se diseñó y se aplicó la prueba específica con ocho preguntas, dos interrogantes por cada tipo de globalización. Finalmente, en la fase cuatro, se analiza la información recolectada en la fase tres, con el fin de determinar la manera en que cada tipo de globalización influye en la comprensión del concepto de desigualdad.

En este estudio se implementó una metodología que posibilita un acercamiento mayor con cada estudiante seleccionado. De esta manera, el enfoque elegido para este trabajo es la investigación cualitativa que se desarrolló mediante el estudio de casos, con el que se permite comprender cada una de las unidades de análisis, teniendo en cuenta el entorno que habitan los aprendices del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín.

Capítulo I. Contextualización

En este capítulo se da a conocer el problema de investigación, el objeto de estudio y de saber específico, la pregunta problema y los objetivos general y específicos, que permiten poner en contexto estos aspectos a partir de la revisión de la literatura en la que se fundamentan los antecedentes.

1.1 El problema de investigación

La presente investigación se llevó a cabo en el Colegio Corazonista de Medellín, el cual se caracteriza por pertenecer al sector privado que atiende a población mixta en dos jornadas: mañana y tarde. El modelo pedagógico del Colegio está basado en la pedagogía de la confianza; los estudiantes están organizados por niveles de educación formal que agrupan grados de escolaridad, tal como se muestra en la tabla 1. La población elegida para desarrollar la investigación son dos estudiantes de básica primaria y dos de básica secundaria quienes cursan quinto y sexto grado, respectivamente.

Tabla 1. Distribución de los niveles de educación formal

Nivel de educación formal	Grados de escolaridad
Preescolar	Preescolar
Básica primaria	Primero, Segundo, Tercero, Cuarto y Quinto
Básica secundaria	Sexto, Séptimo, Octavo y Noveno
Media Académica	Décimo, Undécimo

El Colegio cuenta con un Semillero de Matemáticas al que asisten estudiantes de los niveles de educación formal: Cuarto, Quinto, Sexto y Séptimo; en el 2024, se lleva a cabo los días sábados de nueve de la mañana a 12 del mediodía.

Para la educación y la formación integral de los estudiantes, razonar matemáticamente es un asunto importante y necesario ya que promueve el desarrollo del pensamiento, la inteligencia, la resolución de problemas en diferentes ámbitos de la vida y facilita la toma de decisiones; este trabajo se centra en el concepto de desigualdad matemática dado que en el proceso de enseñanza y aprendizaje existen nociones matemáticas que van transformando su significado cuando se avanza en los distintos grados de escolaridad. Sin embargo, a pesar de su importancia, existe una falta de conocimiento en relación a la influencia de los tipos de globalización intuitiva en la comprensión del concepto de desigualdad matemática en los distintos niveles de educación formal. Por lo anterior, se hace imprescindible preguntar: ¿de qué manera influyen los tipos de globalización intuitiva en la comprensión del concepto de desigualdad matemática en cuatro estudiantes del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín?

1.2 Antecedentes

1.2.1 Acerca del objeto de estudio: los tipos de globalización intuitiva y la comprensión

En la tabla 2 se exponen algunos referentes sobre los tipos de globalización intuitiva definidos por Fischbein (2002) en su libro *Intuición en ciencia y matemáticas*, y acerca del proceso de comprensión de los estudiantes en el campo de las ciencias exactas, lo cual es fundamental en el aprendizaje de las matemáticas puesto que comprender

es una actividad intrínseca a cada individuo, lo que implica la habilidad de pensar y actuar con moderación de acuerdo con lo que una persona sabe.

Los siguientes trabajos de investigación que se abordan en el presente estudio, destacan la importancia de la comprensión como proceso cognitivo en el aprendizaje de conceptos matemáticos.

Tabla 2. Antecedentes acerca de los tipos de globalización intuitiva y la comprensión en matemáticas

Título	Autores	Cita para destacar	Aporte de los investigadores
Intuición en ciencia y matemáticas.	Efraím Fischbein (2002).	“La globalización intuitiva por omisión a la que se ha hecho referencia hasta ahora se ha relacionado con un proceso de extrapolación. El sujeto, o bien ignora simplemente ciertos componentes porque no es capaz de integrarlos en una decisión global, o bien los ignora porque los neutraliza en las circunstancias dadas” (p. 117).	La globalización se concibe como el procesamiento de una parte de la información que se posee ignorando el resto. Fischbein en su libro menciona cuatro tipos de globalización intuitiva que son esenciales para el desarrollo de esta investigación, los cuales son: 1. Extrapolación: utilizar solo una parte de la información que se posee y

con base en ella hacer generalizaciones.

2. Organización jerárquica:

comprender los elementos involucrados en una situación como una jerarquía de propiedades, por ejemplo, justificar los pasos en la solución de un problema.

3. Comprender las relaciones particulares involucradas en un fenómeno como expresión de un principio general visto como **necesario a priori y evidente por sí mismo.**

4. La visualización: una de las funciones de las representaciones pictóricas es producir una representación global, simultánea y panorámica de lo que en realidad es un proceso.

<p>La comprensión en acción: un análisis sobre sus niveles y cualidades.</p>	<p>Aldo Ocampo González (2019).</p>	<p>“La comprensión según Perkins (2006:78) se expresa cuando una persona es capaz de pensar y actuar con flexibilidad utilizando lo que uno sabe. Es ser capaz de tomar el conocimiento y utilizarlo en formas diferentes” (p. 7).</p>	<p>La comprensión se alcanza cuando el estudiante desarrolla la capacidad de manipular la información que adquiere, de hacer con los aprendizajes que obtiene cosas que activen el pensamiento; esto implica que se debe aplicar lo aprendido en contextos diferentes con el fin de dominar lo desconocido.</p>
--	-------------------------------------	--	---

<p>Etapas del desarrollo cognitivo de Piaget.</p>	<p>Armando Valdés Velázquez (2014).</p>	<p>“Estadio de las operaciones concretas: De 7 a 11 años de edad. Cuando se habla aquí de operaciones se hace referencia a las operaciones lógicas usadas para la resolución de problemas. El niño en esta fase o estadio ya no sólo usa el símbolo, es capaz de usar los símbolos de un modo lógico y,</p>	<p>Jean Piaget para sus estudios sobre epistemología genética se basó en el crecimiento de sus hijos. Logró afirmar que la lógica se desarrolla en las personas antes que el lenguaje y se genera cuando el bebé se relaciona con el medio que lo rodea. En este orden de ideas,</p>
---	---	--	--

a través de la capacidad de
conservar, llegar a
generalizaciones atinadas” (p.
2).

la lógica es la base del
pensamiento.
Con lo anterior, Piaget
fundamenta la teoría
constructivista, la cual
consiste en que la persona
construye su propio
conocimiento a partir de sus
vivencias e interpretaciones
del entorno que habita
teniendo como base los
conocimientos previos.

1.2.2 Acerca de la intuición

En el ámbito de las matemáticas, la intuición implica tener una comprensión natural de las propiedades y relaciones matemáticas, lo que permite a una persona tomar decisiones o hacer conjeturas de manera rápida y, a veces, sin una justificación completa; este sentido intuitivo se desarrolla con el tiempo a medida que adquirimos experiencia en diversos problemas y conceptos matemáticos.

La intuición matemática no excluye el razonamiento lógico; más bien, se complementa con él. A menudo, los matemáticos utilizan la intuición como punto de partida para abordar problemas y luego aplican el razonamiento formal para demostrar y validar sus ideas. Es

especialmente necesaria en la etapa exploratoria de la resolución de problemas, la formulación de hipótesis y estrategias. La tabla 3 recoge algunos antecedentes sobre la intuición en matemáticas.

Tabla 3. *Antecedentes acerca de la intuición.*

Título	Autores	Cita para destacar	Aporte de los investigadores
De la intuición al pensamiento abstracto.	Ángel Zapata	“La intuición es como un punto de partida, alcanzado por la percepción, del cual se puede seguir a la exploración de estos o nuevos saberes en el mismo dominio.” (p. 13)	Este estudio de investigación se basa en la manera en que se ha moldeado la comprensión acerca de cómo las personas perciben la intuición y los pensamientos abstractos en situaciones sencillas y en contextos más complejos.
Esbozo de la historia de la ciencia.	Ceballos. (2003)	la percepción de los hombres, dándoles claridad a sus ideas, no pertenece exclusivamente ni a los artistas, ni a los científicos, sino que es una cualidad de la mente que puede sucederle lo mismo al sabio que al ignorante. Pero si	La idea que se destaca del autor es fundamental para el presente trabajo de investigación, pues resalta los momentos históricos en los que la intuición se ha hecho presente a lo largo de la historia del ser humano y

la mente es reflexiva, entrenada en el	cómo algunos de los científicos más importantes,
pensamiento sobre algún tema; si el pensamiento es obsesivo y en el fondo de la mente se cree en lo que está buscando, “está seguro de que existe”, así no sepa aún qué es, parecería que la intuición es algo inducible, y finalmente, surge, bien sea en el sentido de probar su existencia, o de hallar la causa de por qué no es posible.” (p. 19)	han marcado la intuición y el pensamiento abstracto, en sus investigaciones y trabajos más importantes.

La intuición y la matemática.	Claudia López. (2004)	“La intuición es un concepto controvertido en ciencia y filosofía. Es aceptada por algunos como fuente de conocimiento verdadero y rechazada por otros como potencialmente engañosa en	En este texto, emerge el análisis de la relación entre la intuición en su forma general y la manifestación en el ámbito matemático.
----------------------------------	-----------------------------	--	---

<p>toda búsqueda de la verdad.</p> <p>La intuición – como concepto y como método – revive discusiones filosóficas, en fundamentos teóricos de ciencia y matemáticas, en consideraciones místicas, en ética y estética, en pedagogía y aun así en psicología.”</p>	<p>Adicionalmente, se entrelaza la psicología cognitiva, la educación matemática y la filosofía de la matemática; de esta manera se comprende la naturaleza de la intuición y su papel en el proceso de comprensión y resolución de problemas matemáticos.</p>
---	--

(p.29)

Esto es importante, dado que da un esbozo a la forma en que se pueden ofrecer diferentes perspectivas y enfoques para el estudio y la enseñanza de las matemáticas.

<p>Intuición y la razón en la construcción del conocimiento matemático.</p>	<p>Cecilia Crespo Crespo (2008).</p>	<p>“La intuición, entendida como la captación primera de conceptos que permite comprender lo que nos rodea, surge desde la niñez y constituye el punto de partida</p>	<p>Este artículo explora la naturaleza del conocimiento en el campo de las matemáticas y resalta dos formas de comprensión y expresión: la intuición y la razón. Ambas</p>
---	--------------------------------------	---	--

en la investigación y el aprendizaje. Ante un problema matemático, debe despertarse el interés, basado en la aceptación de la incertidumbre inicial como parte del proceso de aprendizaje. La intuición, por momentos saltea escalones del razonamiento lógico. Es cierto que puede conducirnos por caminos falsos, por ello es necesario extremar el cuidado, pero debe aprovecharse la intuición para ayudar al aprendizaje.” (p.718)	formas son esenciales y se complementan mutuamente en el estudio de las matemáticas. La intuición se describe como un proceso creativo, subjetivo y directo que comienza desde temprana edad y sirve como punto de partida en la exploración y aprendizaje de las matemáticas. Se destaca que la intuición implica una aceptación inicial de la incertidumbre y aunque puede conducir a caminos equivocados, es valiosa para el proceso de aprendizaje. En los niveles básicos e intermedios de educación matemática, se enfatiza que no se busca formar matemáticos profesionales, sino enseñar el uso práctico de las
---	---

matemáticas fomentando así la comprensión del método científico y el pensamiento lógico.

Es fundamental no confundir la intuición con la percepción, ya que la intuición trasciende la mera captación sensorial y desempeña un papel importante en el razonamiento matemático.

1.2.3 Acerca del objeto de saber específico: la desigualdad matemática

Comprender y manipular las desigualdades en matemáticas son aspectos fundamentales para el desarrollo de habilidades algebraicas y la resolución de problemas que involucran relaciones cuantitativas que los estudiantes adquieren en las diversas etapas escolares. Los símbolos " $<$ " (menor que), " $>$ " (mayor que), " \leq " (menor o igual que), y " \geq " (mayor o igual que), son herramientas importantes para representar desigualdades y hacer comparaciones entre expresiones. La correcta interpretación de estos símbolos no sólo facilita la solución de desigualdades, sino que también contribuye a la comprensión de conceptos propios del área de las matemáticas.

A continuación, se destacan algunas investigaciones acerca de la evolución de la noción de desigualdad matemática.

Tabla 4. *Antecedentes acerca de la desigualdad matemática.*

Título	Autores	Cita para destacar	Aporte de los investigadores
Indagación de la historia de las desigualdades matemáticas	Silvia Bernardis, Liliana Nitti, Sara Scaglia. (2017)	<p>“Es una noción que se presta a diversos “trajes”, a una variedad de expresiones. Para una mejor comprensión de estas relaciones por parte de los alumnos es indispensable presentarlas en distintos marcos (algebraico, geométrico y funcional) y mostrar que estas expresiones se corresponden en cada uno de ellos. De esta manera,</p>	<p>El concepto de desigualdad en el ámbito de las matemáticas se puede aplicar desde diferentes contextos, el primero de ellos se relaciona con el aspecto geométrico, desde esta perspectiva debemos remontarnos a los primeros sucesos históricos de los que se hace referencia, allí las desigualdades se utilizan como una herramienta mediante la cual se resolvían situaciones relacionadas</p>

reconocerán a la desigualdad como un concepto transversal que está presente en muchos otros y que conectan distintos dominios de la matemática.” (pp. 181- 182)	con la comparación de cantidades como la longitud, el área y el volumen. Un segundo aspecto para tener en cuenta es aquel relacionado con lo algebraico, en el cual las desigualdades pasan del ámbito de la geometría para ser utilizadas en este campo, es decir, se priorizan los procedimientos algebraicos los cuales se fundamentan en ecuaciones que se caracterizan por utilizar los símbolos descritos. Finalmente, se menciona la aplicación de las desigualdades en el aspecto funcional, el cual
---	--

			se enriquece con nuevas estructuras. En este aspecto, se crean problemas de modelización que surgen desde contextos geométricos y algebraicos cotidianos que se relacionan con otras ciencias.
Propuesta para la enseñanza y aprendizaje de las inecuaciones lineales.	Maroto, Ana Patricia. (2013)	“Hay que tener en cuenta los conocimientos previos, permitir la reflexión de los conceptos a través del planteamiento de diferentes ejercicios y problemas, tomar en cuenta el contexto cultural y natural y, por tanto, utilizar situaciones que	Considerando el texto citado, se puede observar que un elemento principal para el aprendizaje del concepto de desigualdad es conocer el entorno del estudiante, debido a que este aspecto posibilita acercar dicha realidad a la interiorización del significado de aquellos símbolos fundamentales para resolver

ejemplifican la	inecuaciones de manera
utilización del	apropiada. Además, no
concepto de	basta con conocer
inecuación. Además	solamente sobre esa
deben considerarse los	realidad, sino que se debe
diferentes ritmos y	tener en cuenta que el
estilos de aprendizaje	proceso de aprendizaje es
de las personas que	individual y único de
aprenden y la solución	acuerdo con las
de problemas como	capacidades de cada
elemento fundamental	estudiante a pesar de que
para provocar	se enseñe en un contexto
aprendizajes y	grupales.
motivación por	Ejemplo de ello puede
aprender. Introducir el	ser, cuando se enseña en
concepto de	básica primaria esta
inecuaciones, así	temática, al estar ante un
como el algoritmo de	grupo de estudiantes que
resolución debe ser un	se caracterizan por tener
proceso reflexivo, que	edades similares y por
permita analizar el	encontrarse en un proceso
significado de los	de educación donde todos
símbolos, del	han visto los mismos

	procedimiento empleado, introducir la notación de manera adecuada y comprensible para el grupo de estudiantes.” (pg.15)	temas, sin embargo, no todos los niños tienen la misma claridad sobre el uso de los símbolos, pues depende del entorno de cada uno para desarrollar sus conocimientos.
--	---	--

	"Muchos alumnos entienden los signos mayor y menor como nexos entre dos expresiones algebraicas que	Podemos observar que no es nuevo -y ya ha sido detectado por algunos investigadores-, que los estudiantes suelen confundir los símbolos de
Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones.	Garrote, M.; Hidalgo, M. J. y Blanco, L. J (2004).	arrastran en los diferentes pasos de la resolución de una inecuación y que no aportan significado a la misma, hasta el punto que no les supone ningún

TIPOS DE GLOBALIZACIÓN INTUITIVA EN EL CONCEPTO DE DESIGUALDAD...

“menor	mism	lo de	evidenciar esta
que” y	o	igualdad.	problemática, cuando los
“mayor	signifi	En el	alumnos sustituyen los
que” e	cado	ejercicio	conceptos en cuestión de
incluso le	que el	docente es	manera mecánica al
dan el	símbo	común	

<p>Pocos alumnos le dan contenido semántico a la inecuación, poniéndolo de manifiesto en el momento de interpretar el resultado al que llegan tras aplicar el algoritmo de resolución". (p. 40)</p>	<p>momento de aplicarlos en la resolución de inecuaciones. Una posibilidad para que se haga presente esta situación, es la ausencia o escasa utilización de las desigualdades en los distintos desafíos desde las edades tempranas en las que se inicia a adquirir conocimientos en el campo de las matemáticas.</p>
---	--

1.3. Justificación

El que los estudiantes comprendan el concepto de desigualdad matemática bajo la influencia de los tipos de globalización intuitiva es un asunto complejo de encontrar en la literatura, dado que ha sido poco explorado en la educación matemática. El motivo que llevó a esta investigación es la notoria confusión que expresan los estudiantes sobre los diferentes significados que toma la noción de desigualdad matemática, mientras avanzan en sus grados de escolaridad. Como profesores de matemáticas, se pretende utilizar los cuatro tipos de

globalización que menciona Fischbein en su libro: *Intuición en ciencia y matemáticas*, como estrategia que facilite la interiorización del concepto a partir de actividades contextualizadas que posibiliten un acercamiento experiencial en los educandos para poner en contexto la teoría y la práctica.

La experiencia intuitiva se refiere a la manera en que las personas desarrollan un sentido natural de las matemáticas, pero sin realizar un razonamiento formal como lo establece Fischbein (2002), lo que es debido a la creencia de que las personas desde muy temprana edad tienen la habilidad para manipular y comprender conceptos matemáticos sin necesidad de que la escuela se los enseñe.

Los niños crecen escuchando expresiones como: “esto es mayor que”, “esto es menor que”, “esto es igual a”, que en matemáticas hacen referencia al concepto de desigualdad y a la diferencia entre dos cantidades o expresiones en la que una no es igual a la otra; esa experiencia cotidiana permite que las personas desarrollen una intuición sobre lo que significa que una cantidad o una expresión sea mayor, menor o igual que otra.

Es así como por medio del presente trabajo de investigación, se hace necesario realizar un análisis acerca de la influencia de los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática, el cual va transformando su significado en los diferentes niveles educativos, con el fin de fortalecer la experiencia intuitiva del concepto matemático en cuatro estudiantes del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín.

1.4 Pregunta de investigación

¿De qué manera influyen los tipos de globalización intuitiva en la comprensión del concepto de desigualdad matemática en cuatro estudiantes del semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín?

1.5 Objeto de estudio

Los tipos de globalización intuitiva y la comprensión.

1.6 Objeto de saber específico

La desigualdad matemática.

1.7 Objetivos

1.7.1 Objetivo general

Analizar la influencia de los tipos de globalización intuitiva en la comprensión del concepto de desigualdad matemática en cuatro estudiantes del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín.

1.7.2 Objetivos específicos

- Identificar la noción del concepto de desigualdad matemática que tienen cuatro estudiantes que participan del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín, mediante la aplicación de dos pruebas escritas.
- Realizar un comparativo entre dos estudiantes de la educación básica primaria y dos de la básica secundaria en el proceso de comprensión del concepto de desigualdad matemática.

Capítulo II. Marco referencial

En el presente capítulo se realiza una exploración acerca del funcionamiento del Colegio Corazonista de Medellín, lugar donde se realizaron las prácticas pedagógicas profesionales de los investigadores, lo que consolidó el marco contextual; seguidamente, se hace una revisión en los documentos rectores en matemáticas y en educación: Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas y Ley General de Educación como contenido del marco legal; además, en el marco conceptual se aborda el concepto de desigualdad matemática desde la historia y la fenomenología; y, por último, en el marco teórico se menciona el por qué la investigación se centra en los tipos de globalización intuitiva como método para interiorizar el concepto de desigualdad matemática.

2.1 Marco contextual

El Colegio Corazonista de Medellín cumple un papel importante a lo largo de este estudio porque allí los investigadores realizaron sus prácticas docentes para optar al título de Licenciados en Matemáticas. Es un Colegio de carácter privado que atiende a población mixta en dos jornadas. El Colegio está ubicado en la carrera 84 #34-36, municipio de Medellín, departamento de Antioquia, y comenzó a prestar servicios educativos en el año 1963 cuando la fundación corazonista tenía como finalidad crear un seminario para aspirar a la vida religiosa.

Antioquia es un territorio de tradiciones sacerdotales y religiosas, por este motivo, los Hermanos encaminaron sus pasos a las tierras antioqueñas. Primero se creó el Colegio y después el seminario que quedaba junto al Colegio; actualmente, se encuentra ubicado en el municipio de

Marinilla; en el consejo regional del 29 de julio de 1961, el Hermano Ciriaco informó a todos sus consejeros un nuevo ofrecimiento: crear otras fundaciones; había dos municipios potenciales para la creación: Copacabana y Sonsón y en diversas reuniones los consejeros descartaron la primera opción.

Monseñor Tulio Botero Salazar no dudó en abrir un colegio en su ciudad arzobispal, Medellín, alquiló una casa en Perú con Sucre (Carrera 46 #55-168) y allí recibió a dos Hermanos en el año de 1963. Las labores académicas en Medellín comenzaron con el estudiante Pablo Vives. La casa de formación no era grande, pero sirvió como espacio educativo los primeros cuatro años. Cuando aumentó el número de estudiantes, los encargados alquilaron una casa cercana a la primera y, en vacaciones, se la pasaban buscando terrenos más grandes para poder atender a toda la población estudiantil que iba en aumento.

Actualmente, la propuesta educativa del Colegio Corazonista desarrolla la misión del Instituto de los Hermanos del Sagrado Corazón; al ser una obra eclesial de educación católica, pretende formar a los jóvenes en el amor de Dios potenciando el valor de la autoestima, la libertad, la responsabilidad, el sentido del deber y la exigencia en el estudio.

Para el año 2023 se crea el Semillero de Matemáticas, desde el cual se apoya el proceso del aula de estudiantes desde el grado cuarto hasta séptimo, fomentando el razonamiento, la comprensión y la apropiación de conceptos propios del área. A él asisten 57 estudiantes los sábados en la mañana de 9:00 a.m. a 12:00 m.; este es un espacio que se enfoca en los pensamientos matemáticos para adquirir un mejor lenguaje, comprender conceptos abstractos y ayudar con estrategias para mejorar el desempeño en el área.

El Colegio Corazonista de Medellín, cuenta en el año 2024 con 1.850 estudiantes, 82 docentes, cuatro directivos docentes, nueve administrativos y 18 funcionarios de servicios

generales, además, su infraestructura es amplia, agradable y adecuada para el desarrollo académico y humano de sus estudiantes.

2.2 Marco legal

Este trabajo de investigación está respaldado por diferentes normatividades que sirven como fundamento importante para sustentar el proceso investigativo.

Inicialmente, se cuenta con el derecho constitucional a la educación, el cual expresa:

La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. (Constitución Política de Colombia, 1991. Artículo 67)

Por otra parte, “El Estado garantiza las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra.” (Constitución Política, 1991. Artículo 27).

Con esto, se tiene que la Constitución Nacional, rige entre su normatividad la educación como derecho fundamental y permite que haya libertad de enseñanza y aprendizaje, dando pie a que se puedan establecer diferentes metodologías que permitan que el proceso formativo se desarrolle adecuadamente.

Así mismo, considerando la importancia de la educación matemática, se integra el concepto de intuición, teniendo en cuenta que,

El objetivo principal de la educación matemática es desarrollar ciertas facultades de la mente, y entre ellas la intuición no es la menos valiosa. Es a través de esto que el mundo matemático permanece en contacto con el mundo real. E incluso si las matemáticas puras pudieran prescindir de él, aún tendría que usarse para salvar el abismo que separa el símbolo de la realidad. El practicante, por lo tanto, siempre lo necesitará, y para un geómetra puro debe haber cien practicantes. (Poincaré, 1899, pp. 160-161).

Adicionalmente, se hace referencia a la Ley General de Educación, la cual establece el marco normativo para el sistema educativo nacional; en esta se definen los principios, fines, derechos, deberes y organización del sistema educativo, así como las políticas y lineamientos para su desarrollo; así mismo, se destaca que uno de los objetivos generales de la educación básica es “ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana” (Ley General de Educación, 1994. Artículo 20, inciso c) haciendo énfasis en la importancia de fortalecer el análisis y razonamiento matemático; sumado a esto es necesario señalar, que acorde con el marco de los objetivos específicos de la educación básica se tiene “el desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos.” (Ley General de Educación, 1994. Artículo 21, inciso e), resaltando entonces la importancia que tiene el desarrollo adecuado de estas habilidades en el proceso formativo de los educandos desde la básica primaria.

Adicional a esto, se destaca que en la básica primaria se tiene en los Derechos Básicos de Aprendizaje, para el grado cuarto que “Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal”. Este es el único grado en el que se hace mención específica en cuanto a estos términos, lo que conlleva a reflexionar frente a las desigualdades en otros contextos, conjuntos numéricos y grados escolares.

Finalmente, se resalta que en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas se establecen, desde los referentes curriculares, las concepciones acerca del conocimiento matemático escolar, en las cuales se aborda el intuicionismo, estableciendo que “el principio básico del Intuicionismo es que las matemáticas se pueden construir; que han de partir de lo intuitivamente dado, de lo finito, y que sólo existe lo que en ellas haya sido construido mentalmente con ayuda de la intuición.” (Lineamientos Curriculares de Matemáticas, p. 11).

Así pues, se hace necesario identificar en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, los aspectos específicos que se centran en el objeto de estudio del presente trabajo de investigación; en lo que se resalta, se tienen algunos aspectos que se espera que el estudiante pueda alcanzar una vez finalizado un ciclo escolar específico, así:

Al terminar quinto grado, en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos:

- “Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos”. (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, 2006, p.83)

Al finalizar el grado séptimo, se busca desde el pensamiento numérico y sistemas numéricos:

- “Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.”
(Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, p. 84)

2.3 Marco conceptual

En el presente trabajo se busca una relación entre la influencia de los tipos de globalización intuitiva en la comprensión del concepto de desigualdad a partir de la revisión histórica del concepto, el cual ofrece vestigios para interpretar las ideas y desafíos que los estudiantes enfrentan, así como para crear oportunidades que promuevan su comprensión.

Es por ello que la definición de conceptos matemáticos determinan en los estudiantes una relación de enseñanza y aprendizaje entre la teoría y la experiencia; dado lo anterior, se describen algunos fenómenos matemáticos presentes en el concepto de desigualdad, utilizando un estudio fenomenológico basado en Freudenthal (1983), los cuales han sido evidentes en la historia de las matemáticas para brindar a los estudiantes la base adecuada en términos de comprensión sobre la desigualdad durante su transición de la educación primaria a la educación de básica secundaria.

El concepto de desigualdad matemática ha desempeñado un papel importante en el desarrollo de diversas ramas de esta ciencia a lo largo de la historia. Las desigualdades se han desarrollado y aplicado en diversos contextos matemáticos desde sus primeros usos instrumentales, desde el Paleolítico hasta su evolución, en una disciplina robusta con aplicaciones en cálculo, estadística, análisis numérico y teoría de conjuntos; las desigualdades han sido esenciales para el progreso matemático. Esta indagación histórica sobre las

desigualdades matemáticas que a continuación se van a describir, no solo busca trazar su desarrollo a lo largo del tiempo, sino también proporcionar una adecuada comprensión de cómo estos conceptos han influido en el pensamiento matemático y en la resolución de problemas.

Este recuento histórico tiene su punto de referencia inicial en los principios de la humanidad. De acuerdo con Collette (1986), el origen de las desigualdades matemáticas podría remontarse a unos cinco millones de años, cuando los primeros primates comenzaron a reconocer variaciones en las cantidades. Durante el Paleolítico, estas primeras nociones de desigualdad se manifestaron en la comparación de objetos cotidianos, como herramientas. Nace el Álgebra Retórica, que utilizaba frases para describir desigualdades, lo que hacía los cálculos más largos y menos eficientes en comparación con las notaciones algebraicas modernas. Por ejemplo, en lugar de escribir una ecuación como " $2x + 3 = 7$ ", los matemáticos describían el problema en palabras, diciendo algo como "dos veces una cantidad más tres es igual a siete". Más tarde, en el Mesolítico y Neolítico, se desarrollaron símbolos ideográficos para transmitir información cuantitativa, facilitando las primeras comparaciones numéricas formales. La creación de la escritura en Mesopotamia, se considera un avance significativo para las matemáticas, ya que permitió tratar conceptos como áreas y volúmenes.

Las matemáticas evolucionaron significativamente en la India y Egipto. En la antigua India, (1500-1000 a. C), sobresale el uso del número cero (Gheverghese, 2008), un concepto crucial para el desarrollo de teorías matemáticas como las desigualdades. Mientras tanto, en Egipto (1800-500 a. C), las matemáticas tenían un enfoque práctico, orientado a resolver problemas comerciales y relacionados con la medición de cantidades.

En cuanto a la antigua Grecia (499 -323 a. C.), aunque las desigualdades matemáticas no estaban formalmente establecidas, los filósofos y matemáticos griegos las aplicaban en sus

cálculos y pruebas, por ejemplo, la "desigualdad triangular". En los "Elementos" de Euclides, se encuentran proposiciones sobre desigualdades, aunque el concepto de inecuación sólo se formalizó hasta el siglo XIX.

Con el transcurrir del tiempo, las matemáticas y las desigualdades se han desarrollado significativamente; durante el periodo del Álgebra Sincopada (s. III - XIV d. C), se comenzaron a emplear abreviaturas y símbolos parciales para simplificar la representación de operaciones y variables (Stewart, 2008). En la India, matemáticos desempeñaron ocupaciones decisivas entre los siglos V y VII. En Europa, Fibonacci, influenciado por los matemáticos árabes, ayudó a difundir conceptos algebraicos.

La invención de la imprenta por Gutenberg en 1448 es una puerta que difunde estos conocimientos. Durante el Renacimiento (s. XV - XVI d. C), matemáticos como Robert Recorde y Thomas Harriot introdujeron símbolos como los de suma, resta, igualdad y desigualdad, lo que impulsó el avance del pensamiento matemático.

La creación de universidades en Europa fomentó el desarrollo intelectual y la consolidación de los matemáticos como profesionales, fortaleciendo el uso de las desigualdades como herramientas fundamentales para resolver problemas teóricos y prácticos y dando inicio al álgebra simbólica como rama de las matemáticas que utiliza símbolos para representar y manipular cantidades y relaciones, lo que se desarrolló significativamente en los siglos XVI y XVII.

Durante el siglo XVIII, se da la formalización de las desigualdades matemáticas con conocimientos de grandes matemáticos como Gauss, Cauchy y Chebyshev, quienes impulsaron el análisis matemático. A lo largo del tiempo, las desigualdades se consolidaron como un recurso esencial con figuras como Weierstrass, que subrayan la importancia de las mayoraciones y

minoraciones. Estas desigualdades han llegado a ser reconocidas por los nombres de sus descubridores, como es el caso de la "Desigualdad de Cauchy-Schwarz".

En el siglo XIX, Farkas Bolyai implementó el método de Euclides, una técnica empleada más tarde por matemáticos como Riemann, Peano y Jordan para avanzar en el estudio de la integral (Sánchez y Sigarreta, 2011). En el siglo XX, John von Neumann utilizó las desigualdades en la modelización económica, destacando su relevancia en la teoría matemática aplicada.

Godfrey Harold Hardy se posiciona como una clave de referencia en la teoría de las desigualdades por su colaboración con Littlewood y Polya, lo que culminó en la publicación de *Inequalities* en 1934. Este trabajo fue fundamental para organizar y sistematizar el estudio de las desigualdades matemáticas. Actualmente, estos conceptos optimizan un papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.

Adicional a lo anterior, vale la pena tener en cuenta la fenomenología didáctica propuesta por Hans Freudenthal, quien sugiere una integración de la intuición y la crítica en la enseñanza de las matemáticas, y cómo este enfoque puede ser aplicado para una mejor comprensión de las desigualdades.

Según Bernardis (2015), en cuanto a la construcción del conocimiento matemático, se hace referencia a *Phainómenon* como el fenómeno que se quiere comprender y estructurar a través de la experiencia, por su parte *noúmeno*, se relaciona con lo que concibe la mente del estudiante, es decir, su memoria, ideas, pensamientos e intenciones con las que se organizan los fenómenos. En el caso de la desigualdad matemática, los términos utilizados son concepto de desigualdad para noúmeno y fenómeno para Phainómenon.

A continuación, se mencionan estos conceptos con base en las investigaciones de Silvia Bernardis:

2.3.1 Definición de desigualdad: nómeno

La desigualdad es una relación entre dos expresiones matemáticas que se caracteriza por cumplir con ciertas propiedades, como la tricotomía y la transitividad; tiene sus bases en la lógica proposicional y en la necesidad de establecer un orden en un conjunto de elementos.

2.3.2 Fenómenos: Phainómenon

Se identificaron tres fenómenos matemáticos (*fenómeno de ordenación, fenómeno de generalización y fenómeno de especificación*) que emergen al analizar las definiciones de desigualdad matemática y que son fundamentales para comprender este concepto y su organización en el conocimiento matemático. Por lo tanto, es importante que los profesores integren estos fenómenos y los utilicen como base para la propuesta de experiencias de aprendizaje adecuadas en la comprensión de las desigualdades matemáticas.

2.3.2.1 Fenómeno de ordenación. Surge a partir de la necesidad de comparar y ordenar elementos en un conjunto, se observa en una desigualdad absoluta que es aquella que se verifica para todos los valores de las variables. Algunos ejemplos de desigualdades absolutas son “ $9 > - 3$ ”, “ $x + 6 > 0$ ”.

2.3.2.2 Fenómeno de generalización. Se basa en el principio de generalización universal, el cual se sustenta en la cuantificación universal de una función proposicional, y se encuentra en una inecuación que es una desigualdad condicional. Para mayor claridad debemos entender que este tipo de inecuación es para ciertos valores de las

variables, precisamente porque hay una condición. A continuación, se presentan algunos ejemplos:

“ $x - 1 < 3$, válida sólo si $x < 4$ ”; “ $x^2 > 16$, válida sólo si $x > 4$ ó si $x < -4$ ”.

2.3.2.3 Fenómeno de especificación. Para este fenómeno, la definición de desigualdad entre dos expresiones se basa en los llamados axiomas normativos (esquemas) y pretende construir nuevos conjuntos a partir de referencias.

A manera de ejemplo, es posible mencionar la **Desigualdad Triangular**, que establece que para cualquier triángulo, la suma de las longitudes de dos lados debe ser mayor o igual que la longitud del tercer lado.

2.4 Marco teórico

2.4.1 Tipos de globalización intuitiva

La globalización intuitiva se entiende como un método para interiorizar un concepto en matemáticas, lo que es objeto de desarrollo en el marco de la obra de Fischbein: *Intuición en ciencia y matemáticas* publicado en el año 2002. A continuación, se establece una relación entre los tipos de globalización y el concepto de desigualdad matemática, lo que permiten sustentar este trabajo de investigación.

Este estudio es de suma importancia debido a que ofrece referentes teóricos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, apoyados en la teoría que brinda el autor, quien ha demostrado la utilidad práctica de los tipos de globalización en la interiorización de un concepto matemático.

Fischbein (2002) menciona que la globalización intuitiva se logra de varias maneras: una

de ellas es cuando los estudiantes basan sus evaluaciones intuitivas en un solo componente para una situación e ignoran el resto, porque así se produce una estructura aparentemente coherente; otra es organizando la información en una estructura unitaria significativa que se da a través de un proceso de jerarquización. Al respecto, Valdés (2014) menciona que Piaget ha llamado a este fenómeno “centración”, y se refiere a la inclinación que tienen los niños de fijarse solo en uno de los aspectos de un objeto o de una situación a la vez, esto debido a que su capacidad cognitiva es limitada para cierta edad y les impide tener en cuenta todos los aspectos al mismo tiempo. Este fenómeno ocurre inicialmente en el estadio preoperacional, el cual se caracteriza por la aceptación e interiorización de las manifestaciones del estadio sensoriomotor -en este estadio los niños utilizan sus sentidos y habilidades motrices que no están desarrolladas del todo, para conocer el entorno que les rodea- motivando a acciones mentales que no se pueden categorizar como operaciones, dado que son vagas e inadecuadas.

Siegler (1979), en una serie de experimentos sobre globalización, afirma que el principal hallazgo en esta línea es que la mayoría de los sujetos jóvenes y mayores, al parecer, basan sus juicios intuitivos en solo un componente de la información que se les proporciona, esto quiere decir que las personas generalizan los resultados confiadamente para toda la situación. Tres años más tarde, en 1982, Wilkening y Anderson cuestionan la conclusión de Siegler al mencionar que los sujetos integran toda la información disponible en un problema o situación mediante reglas algebraicas implícitas simples como la adición o la multiplicación. Encontraron que el modelo aditivo parece ser el más antiguo e influye principalmente en niños preoperacionales y jóvenes operacionales, mientras que el modelo multiplicativo predomina en edades más avanzadas, lo que les permite desarrollar la predicción intuitiva del resultado de una operación (como se citó en Fishbein, 2002). La conclusión de los investigadores es que los sujetos no se basan únicamente en un componente de la información proporcionada, si no que tienen la tendencia de integrar en

su representación una mezcla de los componentes, solo que se necesita de una técnica especial que permita revelar la influencia de éstos. Dichos estudios son clave en este trabajo debido a que en ellos se encontró una manera crítica de investigar reacciones intuitivas en las personas que, por su misma naturaleza, son directas y globales, esto quiere decir que aparentemente no son analizables.

En diversos casos, se les presenta a los estudiantes problemas que involucran dimensiones, por ejemplo, longitud, ancho y profundidad; Fischbein (2002) propone el siguiente ejemplo: “consideremos una situación en la que a un niño de cinco años se le pide que compare dos trozos de salchichas de arcilla que tienen la misma longitud, pero con diferentes diámetros. Sería muy sorprendente si el niño siguiera afirmando que las salchichas son "iguales" cuantitativamente” (pp. 113-114); lo más común en este tipo de sucesos es que el estudiante cambie la atención que tiene en la dimensión longitud por la del ancho. De acuerdo con Fischbein (2002), en este tipo de situaciones hay que saber distinguir entre la no integración y la centración. Por diversas razones se pueden omitir componentes de un problema al responder una pregunta determinada, pero se pueden activar o utilizar cuando se responda otra pregunta.

Un factor no activo o neutralizado participa en las decisiones cognitivas que toman los estudiantes únicamente por la información neutral que posee; el hecho de que ellos estén enfocados en un componente en el que ocurre la centración, no implica que el resto de componentes hayan desaparecido por completo. Cuando esto ocurre, Fischbein (2002) menciona que se debe a la *extrapolación de una parte al todo* y representa uno de los tipos de globalización intuitiva. El punto fundamental aquí es que el sujeto cree que está evaluando todos los componentes de una situación cuando en realidad únicamente tiene en cuenta uno o algunos de ellos.

Los estudios del desarrollo cognitivo de Piaget tienen una notable influencia en el

desarrollo de este trabajo. Según Valdéz (2014), en el estadio de las operaciones concretas que se da en los niños de siete a 11 años, se adquiere la capacidad de “conservar” cuyo significado es comprender que una cantidad determinada se mantiene igual, aunque varíe su forma. De acuerdo con Fischbein (2002), estas reacciones también son intuitivas y permanecen intuitivas toda la vida, ya que el niño las adquiere como respuestas globales evidentes. Por otra parte, contrario a la capacidad de conservar, está la capacidad de la “no conservación”, que es también una reacción global. Estas intuiciones, al ser fenómenos de desarrollo, cambian su estructura por efecto de la experiencia y el desarrollo cognitivo general de los niños. Según Siegler (1979), lo que cambia y determina la transformación de las intuiciones son las reglas implícitas en las que se basan las decisiones del sujeto; estas reglas pueden ser incorrectas o insuficientes para tomar decisiones cognitivas correctas, sin embargo, parecen guiar las reacciones intuitivas de las personas.

Fischbein (2002) menciona que “la globalización intuitiva por omisión mencionada hasta ahora se ha relacionado con un proceso de extrapolación. El sujeto simplemente ignora ciertos componentes porque no puede integrarlos en una decisión global, o los ignora porque se neutralizan en las circunstancias dadas” (p. 117). Pero la globalización no puede reducirse únicamente a esto, también hay otras formas en las que se manifiesta en los sujetos; una vez se comprueba que la solución a un determinado problema es correcta o que la demostración de un teorema es válida, se procede, generalmente, a resumir el proceso en una visión global, significativa e intuitivamente aceptable. Esta visión puede expresarse de diversas maneras, por ejemplo, verbalmente, mediante una imagen, un gesto o la combinación de estos. En este contexto, se da mediante un proceso de *organización jerárquica de significados*.

Construir un teorema es un ejemplo claro del segundo tipo de globalización intuitiva, se

da a través de una jerarquía de significados y no mediante la neutralización de ciertos componentes como es el caso de la extrapolación. De acuerdo con Fischbein (2002), este tipo de globalización reorganiza el proceso de razonamiento con el fin de hacer hincapié en los diferentes niveles conceptuales en los que se estructura el razonamiento.

Según Fischbein (2002), otro tipo de globalización intuitiva se refiere a la percepción que se transforma en intuición si, aparte de la imagen dada, se comprende la generalidad de una propiedad como necesaria y evidente por sí misma. Por ejemplo, visualmente es fácil identificar que todos los ángulos de un rectángulo son iguales, es cuestión de percepción que con el tiempo se convierte en intuición, así, cada que un sujeto observe la imagen de un rectángulo, sabrá que sus cuatro ángulos son congruentes.

Ribas (2005), menciona que Kant en su obra: *crítica de la razón pura*, entiende por conocimiento *a priori* "el que es absolutamente independiente de toda experiencia, no el que es independiente de esta o aquella experiencia. A él se opone el conocimiento empírico, el que sólo es posible *a posteriori*, es decir, mediante la experiencia" (p. 28).

Este trabajo de grado se apoya en el conocimiento *a posteriori* debido a que todos los conocimientos comienzan con la experiencia. Ribas (2005) sostiene que "la experiencia es, sin duda, el primer producto surgido de nuestro entendimiento al elaborar éste la materia bruta de las impresiones sensibles" (p. 27). Por esto, constituye la primera enseñanza y, en su desarrollo, se adquiere información nueva porque nos dice qué es lo que existe.

La visualización, considerada como otro tipo de globalización intuitiva, se entiende como las representaciones pictóricas y tiene una función principal sobre los procesos de razonamiento y es la de producir una representación global, compatible y general de lo que es un proceso, un concepto o una sucesión de eventos.

Por último, Fischbein (2002) menciona que la globalización no conduce necesariamente a

una aceptación intuitiva, pero contribuye a producirla o mejorarla. Es importante mencionar que en el proceso de comprensión de un concepto matemático no se utiliza solo un tipo de globalización, estos se suelen combinar.

2.4.2 La comprensión

Comprender es un proceso individual que se basa en la interiorización de los aprendizajes; para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un asunto de suma importancia debido a que ésta no consiste en memorizar fórmulas y procedimientos, sino que trata de analizar detalladamente los conceptos y principios que respaldan cada uno de los procesos mentales de los estudiantes. Hernández y Karel (2015) mencionan que, en la escuela, el objetivo central de las matemáticas ha sido la resolución de problemas; otros estudios como los de Polya (1976) han abordado la comprensión como una etapa o fase en el proceso de solución de un problema matemático.

La comprensión abarca la capacidad que tienen las personas para captar la información de una situación, interpretarla, hacer uso de ella e integrarla a los conocimientos previos.

Hernández (2010) define el problema como aquel enunciado que parte de la necesidad de comunicar verbalmente las situaciones problema a causa de la imposibilidad de solucionarlas prescindiendo del lenguaje; se parte del supuesto de que todo problema matemático al igual que cualquier texto, existe por la unidad entre los procesos de producción y comprensión. Se evidencia entonces la estrecha relación que hay entre el enunciado y la comprensión, si no se entiende lo que está escrito o lo que se dice, se tiende a sospechar en la presencia de sesgos intuitivos, los cuales consisten en los procesos mentales que se llevan a cabo en la etapa de comprensión que hacen que el conocimiento se organice erróneamente en la memoria.

Después de leer una situación matemática, el siguiente paso es resolverla; en ocasiones, en la lectura como proceso integral, se pueden analizar otros aspectos del enunciado como el contexto bajo el cual está formulado el problema, por ejemplo, se considera la dimensión social, política, económica, ambiental, entre otras. A partir de esto, Hernández & Pérez (2015) definen la comprensión de un problema matemático como “aquella actividad dirigida a revelar las relaciones matemáticas que permiten satisfacer la exigencia del problema y aquellas otras que permiten hacer una valoración integral del enunciado del problema” (p. 7) , por lo tanto, esta definición en la Didáctica de las Matemáticas permite resolver otro problema de la teoría. Hernández & Pérez (2015) mencionan que es “la diferenciación del proceso de búsqueda de la vía de solución y la solución en sí (resultado final)” (p. 7).

En ese orden de ideas, comprender debe entenderse como la destreza que tienen los estudiantes para dedicarse a buscar la vía de solución del problema matemático, aquí lo más importante no es el resultado final, si no las relaciones matemáticas que surgen en ese proceso. Por el contrario, resolver o solucionar se debe entender como la respuesta final que dan los educandos a un determinado ejercicio de manera independiente.

Al respecto, Wiske (2008) menciona que la comprensión va más allá de la adquisición particular del conocimiento, se manifiesta mediante la capacidad de pensar de manera flexible, lo que implica desarrollar la destreza de manipular y aplicar la información que se adquiere en contextos diversos. La estructura de la comprensión se da a través de procesos cognitivos que se expresan mediante imágenes mentales que son uno de los recursos más impresionantes de la mente; Ocampo (2019) declara que “las imágenes mentales son el resultado de la cualidad y de la condición de la tridimensionalidad, esto es, aquello que permite que las cosas se relacionen entre sí” (p. 3). A través de este proceso cognitivo los sujetos desempeñan procesos de comprensión

sobresalientes y refinados. Estas imágenes ayudan a las personas a razonar al momento de efectuar una actividad determinada, de su calidad depende el desempeño de entendimiento.

Wiske (2008) indica que uno de los propósitos de la comprensión es formar a los sujetos en pensamiento crítico, capaces de actuar en entornos complejos. Se interesa porque los estudiantes construyan conexiones que van más allá de las formas tradicionales de aprendizaje, concibe que hagan cosas con el pensamiento, que aprendan el sentido de algo utilizando la exploración, la imaginación y la creatividad.

2.4.3 La intuición

Hablar de intuición, es un asunto que desde lo cotidiano se centra en lo que de forma frecuente se denomina sexto sentido y, aunque todas las personas tienen la habilidad de desarrollarla, esta va más allá de ser un tema meramente de presentimiento o de azar.

Si bien la intuición parte de las situaciones cotidianas y de la manera cómo van surgiendo las experiencias de vida de cada persona, es necesario fomentarla por medio de procesos de análisis y comprensión objetiva de lo que ocurre con el entorno, tal y como lo expresa Crespo (2008) al decir que la intuición es entendida como “la captación primera de conceptos que permite comprender lo que nos rodea, surge desde la niñez y constituye el punto de partida en la investigación y el aprendizaje.”

Merece la atención mencionar que la intuición ha sido un concepto que se remonta a épocas incluso antes de Cristo, dado que Aristóteles realizó su primer acercamiento a esta noción al expresar que la “intuición intelectual” es la culminación de un conocimiento que se inicia en los sentidos, pero que logra comprender la necesidad y universalidad de los primeros principios o axiomas, algo que los sentidos no pueden alcanzar; por otra parte, Descartes también la define como la

concepción de un espíritu atento, tan claro y distinto que no se le quede duda alguna acerca de lo que entiende, o lo que es lo mismo, la concepción de un espíritu sano y atento, una concepción nacida a la luz de la sola razón y que es tanto más cierta cuanto más simple que la deducción misma (Descartes, citado por Bunge, 1965, p 11).

Ahora bien, al centrar la definición a un punto de vista matemático, se tiene que esta requiere de un afianzamiento que se desarrolla desde el aula de clase, por medio de propuestas en las que el estudiante pueda razonar e ir más allá de lo que es evidente, posibilitando espacios para que analicen las situaciones planteadas y construyan caminos diversos que lleven a la respuesta adecuada. Si se tiene en cuenta el grado de formación de cada estudiante, la exigencia puede ir aumentando según su nivel de desarrollo, dado que,

debemos recordar que en los niveles básico y medio, no se están formando matemáticos, se está enseñando a usar la matemática y educando en la comprensión y el manejo del método de esta ciencia. Se está enseñando a pensar lógicamente. Hace falta educar a la intuición y al razonamiento (Crespo, 2005)

siendo así fundamental llevar a cabo un proceso consciente y riguroso que permita el desarrollo de la intuición en los estudiantes, llevándolos a un razonamiento que va más allá del simple sentido común.

Capítulo III: METODOLOGÍA

En este capítulo se da a conocer la metodología utilizada para el desarrollo de esta investigación, se presenta el enfoque elegido, el método de estudio, los casos a investigar, el diseño de los instrumentos de evaluación, la recolección de los datos y las consideraciones éticas; esto permite el cumplimiento de los objetivos de este estudio y la aplicación de las pruebas, en las cuales se analiza la influencia de los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática.

3.1 Enfoque elegido para la investigación

Existen varios enfoques en la investigación como lo son: la investigación cualitativa, cuantitativa y mixta; en este trabajo, el enfoque elegido es la investigación cualitativa dado que la naturaleza de los datos es descriptiva, lo que permite que se desarrolle mediante el método de estudio de casos; el propósito es conocer el panorama conceptual de los participantes desde su conocimiento *a posteriori*, por lo que “La investigación cualitativa se centra en comprender y profundizar los fenómenos, analizándolos desde el punto de vista de los participantes en su ambiente y en su relación con los aspectos que lo rodean” (Guerrero, 2016, p. 2). El enfoque se eligió ya que se busca comprender la perspectiva de un grupo de personas, en específico de cuatro estudiantes del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín, en relación con la influencia de los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática; se busca profundizar en sus experiencias y valoraciones con el fin de conocer cuál es su percepción de la realidad con el concepto mencionado.

Dado lo anterior, el análisis investigativo se desarrolló con cuatro estudiantes de quinto y sexto grado, con edades comprendidas entre los 10 y 12 años, lo que permite observar en la transición del nivel básico de primaria a la secundaria los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad; además, se espera poder indagar acerca de la interiorización del objeto del saber específico y, posterior a esto, que revelen cómo aplican intuitivamente reglas y patrones aprendidos.

Según Guerrero (2016), cuando se plantea un problema de investigación, se considera que el estudio cualitativo se desarrolla principalmente en el contexto que habitan los participantes; las variables no son controlables ni manipulables debido a que los conceptos se basan generalmente en emociones y vivencias. Los integrantes de este estudio construyen sus propios significados; cabe resaltar que los datos no se reducen únicamente a números.

Para el presente trabajo se tiene en cuenta la investigación cualitativa desde un punto de vista de la *fenomenología*, la cual “busca conocer los significados que los individuos dan a su experiencia y lo importante es aprender el proceso de interpretación por el que la gente define su mundo y actúa en consecuencia” (Herrera, s.f., p. 4); la investigación cualitativa usa la recolección y el análisis de los datos para revelar nuevos interrogantes y, en lugar de medición numérica, utiliza descripciones detalladas e interpretaciones de fenómenos; el propósito de este alcance es “ver las cosas desde el punto de vista del otro, describiendo, comprendiendo e interpretando” (Herrera, s.f., p. 10).

Generalmente, respecto al proceso y las fases de cualquier proceso de investigación cualitativa, se diferencian cinco fases de trabajo:

- Definición del problema.

- Diseño de trabajo.
- Recogida de datos.
- Análisis de datos.
- Informe y validación de la información (Herrera, 2017, p. 4).

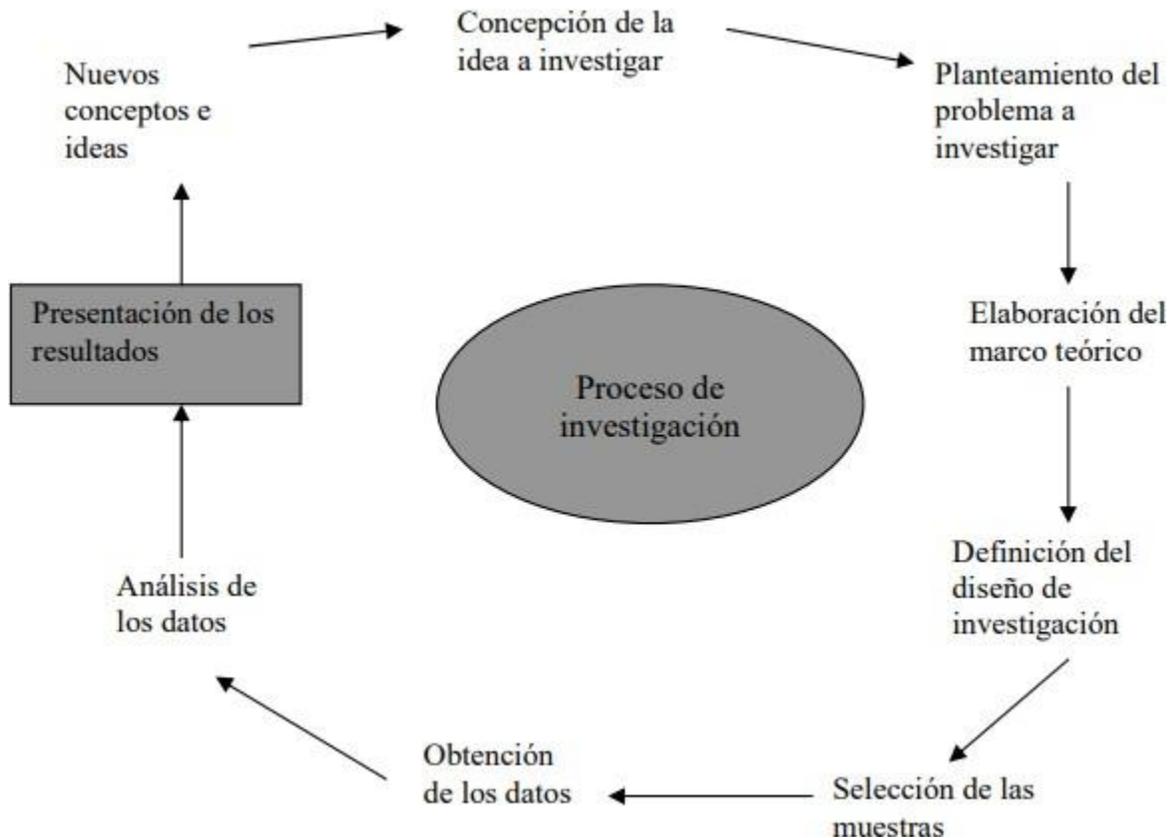
Adicionalmente, se encuentran técnicas de investigación como:

- La observación.
- La observación participante.
- La entrevista.
- La entrevista grupal.
- El cuestionario.
- El grupo de discusión (Herrera, 2017., p. 4).

En este estudio, se utilizaron las cinco fases de investigación y, como técnicas específicas, se utilizaron: la observación y el cuestionario. “La observación nos permite obtener información sobre un fenómeno o acontecimiento tal y como este se produce” (Herrera, 2017, p. 13-14). Con esta técnica se pueden observar y analizar las acciones y los hechos que al investigador le interesan, sin entablar comunicación con los casos a investigar. Por otra parte, el cuestionario “es una técnica que se elabora para sondear las opiniones de un grupo relativamente numeroso de sujetos, invirtiendo en cada uno de ellos un tiempo mínimo” (Herrera, 2017, p. 18). En este caso, el número de sujetos no es significativo ya que se trata de un estudio de casos; el cuestionario es más utilizado en la investigación cuantitativa, no obstante, éste puede prestar un servicio importante en este estudio ya que la intención no es analizar datos numéricos si no identificar la influencia de los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática.

En la siguiente ilustración se observa el ciclo de la investigación cualitativa:

Ilustración 1. El informe en el proceso de investigación.



Tomado de: La investigación cualitativa (Herrera, 2017.).

Es importante resaltar que una característica de este enfoque cualitativo es que es flexible y abierto, además, permite que el trabajo de campo se desarrolle con muestras seleccionadas a interés del investigador, con el fin de profundizar en cada sujeto de estudio, lo que contribuye a elegir la metodología de estudio de casos como la más apropiada para esta investigación, dado que posibilita analizar el aprendizaje de los estudiantes detalladamente.

3.2 Diseño o Método y Pertinencia

El estudio de casos es un método que permite profundizar en situaciones específicas, bien sea de una persona en particular o de un grupo, explorando sus singularidades con el objetivo de comprender qué sucede con dicho fenómeno en un contexto real.

Para el presente trabajo de investigación, se tiene en consideración el método de estudio de casos propuesto por Robert K. Yin (2017), quien es un investigador estadounidense conocido por sus contribuciones en el campo de la investigación cualitativa y los estudios de caso; con este método se busca analizar la manera como los estudiantes pueden comprender el concepto de desigualdad, teniendo en cuenta los tipos de globalización intuitiva, propuestos por Fischbein.

Así pues, según el autor en mención, un estudio de caso es una metodología de investigación que implica un examen exhaustivo de un caso particular o de un pequeño número de casos, adicionalmente establece una tipología de estudios de casos, que son: estudio de casos exploratorios, descriptivos y explicativos (Yin, 2017, pp. 23 - 35).

El estudio de caso exploratorio tiene como propósito indagar acerca de un fenómeno o problema poco estudiado, identificando patrones o tendencias y desarrollando hipótesis; su diseño es flexible y adaptativo, pues busca la recopilación de datos cualitativos.

Por su parte, *el estudio de caso descriptivo* permite dar cuenta de un problema de manera detallada, identificando características y patrones; en este se emplean técnicas de recolección de datos de forma estructurada para así dar a conocer las particularidades del fenómeno en cuestión. Los datos recopilados pueden ser cualitativos y cuantitativos.

Adicionalmente, *el estudio de caso explicativo* aclara por qué ocurre un fenómeno, identificando sus causas y efectos; en este se tiene en cuenta una hipótesis y la evaluación de la relación entre cada una de las variables que se establezcan.

Cabe resaltar que los tipos de estudios de caso no son excluyentes, por el contrario, pueden combinarse entre sí varios elementos de cada uno.

Dicho esto, para el trabajo investigativo que se desarrolló, es necesario tomar en cuenta diferentes elementos de cada una de las tipologías, para identificar el tipo de estudio de caso más apropiado, teniendo en cuenta la manera como intervienen los tipos de globalización intuitiva al momento de comprender el concepto de desigualdad matemática y el proceso de transición entre la primaria y el bachillerato, dado el uso de conceptos que se van incorporando en el área y la manera como se involucran nuevos procesos, lo que conlleva a resignificar el concepto base.

Así las cosas, es *el estudio de caso explicativo* será el más conveniente, pues se busca conocer de qué manera los tipos de globalización intuitiva influyen al momento de comprender el concepto de desigualdad. Este tipo de estudio de caso permite entonces, llevar a cabo una mejor comprensión de la investigación desarrollada, estableciendo relaciones entre las causas y las variables que se tienen en cuenta, lo que posibilita a su vez, clarificar el porqué de la situación problema.

3.3 Selección de la población, objeto de estudio o participantes

Para este estudio, se seleccionaron estudiantes que han participado activamente durante al menos un año del *Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín*, el cual es un espacio educativo que provee experiencias de aprendizaje y permite desarrollar la capacidad de aplicabilidad de las matemáticas en diferentes contextos, evidenciando un compromiso continuo con las actividades que contienen diversos niveles de habilidad matemática, desde aquellos con un rendimiento excepcional hasta aquellos que presentan dificultades, obteniendo una visión integral del impacto del Semillero.

La selección de este grupo en específico se basó en la necesidad de comprender cómo la participación en un Semillero de Matemáticas puede influir en el desarrollo de la intuición matemática.

3.4 Diseño de los instrumentos

En la actualidad, la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos pretende desarrollar el pensamiento lógico, resolver problemas de la vida cotidiana, fomentar la creatividad, comprender el mundo y desarrollar actividades críticas con el fin de que las personas puedan razonar de manera clara y estructurada; esto les brinda herramientas para abordar situaciones de la realidad ya que las matemáticas están en todas partes y comprenderlas es clave para tener una mejor aprehensión del contexto. Para lograr esto en los cuatro estudiantes del semillero de matemáticas, se requiere de la construcción de *instrumentos de recolección de información* que den cuenta y justifiquen el objeto de estudio y de saber específico, elementos que se sitúan en la propuesta metodológica de esta investigación; es importante aclarar que para recolectar la información y analizar los resultados, se debe organizar la estructura de la prueba que va a ser aplicada a la población seleccionada.

Para llevar a cabo el análisis de este estudio, se hace necesario definir un instrumento que dé cuenta de la influencia de los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática en cuatro estudiantes del Semillero de Matemáticas del *Colegio Corazonista de Medellín*. La técnica de recolección de información a utilizar son los cuestionarios aplicados desde la prueba diagnóstica y la prueba específica, lo que posibilita hacer un seguimiento al conocimiento y las habilidades de los estudiantes en el manejo del concepto de desigualdad y

ayuda a identificar fortalezas y debilidades en la comprensión del concepto matemático, lo que es fundamental para el alcance del objetivo de la investigación.

El cuestionario en matemáticas consiste en presentarle a un estudiante una serie de preguntas diseñadas para medir el conocimiento y las habilidades que posee; este trabajo se centra en la prueba diagnóstica que,

surge a raíz de los estudios, actualmente muy extendidos, de la comprensión de la matemática y presenta dos avances principales. En primer lugar, la enseñanza se basa en tareas críticas que exponen ideas, correctas y equivocadas, de los estudiantes, de una manera inspirada en Piaget. Proporcionan material para lecciones basadas en el conflicto cognitivo y la discusión. Hay grupos en diversos países que han estado experimentando con este tipo de lecciones. El segundo avance se dirige a basar la enseñanza directamente en tareas lo más cercanas posibles a aquellas en las que se espera que los estudiantes apliquen los principios que se aprenden (Bell, 1987, p. 76 - 77).

Es por esto que el propósito de la prueba diagnóstica permite en este trabajo identificar la noción de desigualdad que tienen los cuatro estudiantes del semillero, sea ésta correcta o errada. La prueba específica, a diferencia de la diagnóstica, puede distinguir con bastante precisión los errores conceptuales y procedimentales que cometen los educandos cuando resuelven ejercicios matemáticos, lo que permite una intervención más efectiva del docente; esto es fundamental para desarrollar estrategias pedagógicas con el fin de que los estudiantes comprendan mejor los conceptos matemáticos.

3.5 Recolección de la información

La información obtenida en el desarrollo de la investigación cualitativa es crucial para este trabajo, tomando en consideración que el propósito es explorar y comprender fenómenos contemporáneos a través de la recolección y el análisis de datos no necesariamente numéricos. Para la recolección de la información, se realizaron dos cuestionarios: una prueba diagnóstica y una prueba específica, que permiten la sistematización de los datos obtenidos como producto del proceso de recopilación de datos.

3.5.1 Fases de recolección

3.5.1.1. Fase uno: esta fase consiste en la aplicación de la *prueba diagnóstica* en la cual 10 estudiantes del Semillero de Matemáticas responden cuatro preguntas sobre las diferentes formas en las que se presenta el concepto de desigualdad matemática; las preguntas se diseñaron con una intencionalidad que permite dar cuenta si el estudiante tiene interiorizado uno o varios de los cuatro tipos de globalización intuitiva, con el fin de hacer un primer acercamiento al conocimiento previo de cada participante.

3.5.1.2. Fase dos: después de aplicar la prueba diagnóstica, se procede a analizar cada una de las respuestas con el fin de elegir a los cuatro estudiantes que más se centran en los tipos de globalización intuitiva, ya que puede suceder que las respuestas de algunos participantes no brinden información acerca de los tipos de globalización.

3.5.1.3. Fase tres: aquí, se aplica *la prueba específica* que consiste en un cuestionario que contiene ocho preguntas, dos preguntas por cada tipo de globalización intuitiva.

3.5.1.4. Fase cuatro: el análisis de la prueba específica es la última fase de la recolección; aquí se analizan las respuestas detalladamente con el fin de analizar cuál es la influencia de los tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática.

3.6 Consideraciones Éticas

Con el fin de llevar a cabo el proceso de recolección de la información que se realizó durante el ejercicio de las prácticas pedagógicas en el *Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín*, se contó con la autorización de la Universidad de Antioquia y el consentimiento informado, el cual fue firmado por los acudientes de los participantes de las diferentes actividades, las cuales posibilitaron el desarrollo de la investigación.

Se tiene en cuenta los principios de responsabilidad y respeto a la privacidad de la información contemplada en la Constitución Política, la cual indica

Todas las personas tienen derecho a su intimidad personal y familiar y a su buen nombre, y el Estado debe respetarlos y hacerlos respetar. De igual modo, tienen derecho a conocer, actualizar y rectificar las informaciones que se hayan recogido sobre ellas en bancos de datos y en archivos de entidades públicas y privadas. (Constitución Política de Colombia, 1991. Artículo 15).

A su vez, se destaca la Ley Estatutaria 1581 de 2012, que tiene por objeto, desarrollar el derecho constitucional que tienen todas las personas a conocer, actualizar y rectificar las informaciones que se hayan recogido sobre ellas en bases de datos o archivos, y los demás derechos, libertades y garantías constitucionales a que se refiere el artículo 15 de la Constitución Política; así como el derecho a la información consagrado en el artículo 20 de la misma. (Ley Estatutaria 1581, 2012. Artículo 1).

Cabe resaltar que la información obtenida es con fines netamente académicos, anexando en este trabajo fotografías como evidencia gráfica de la participación y ejecución de las actividades necesarias para fundamentar el método de investigación elegido.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Consentimiento informado

Por medio de este documento, se les pide a los presentes el aval para la implementación de las actividades del trabajo de grado a cargo de los estudiantes: *Angélica Cubillos Meléndez, Yerson Dayhan Pineda Quintero y Verónica Andrea Ramírez Martínez*, estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, cuya única intención es recolectar información para la investigación que se titula: *tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática: el caso de cuatro estudiantes del semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín*. Los fines de este estudio son netamente académicos y es requisito para optar al título de licenciados.

Por este motivo, esperamos la colaboración por parte de los docentes que orientan el semillero y de los estudiantes seleccionados para el estudio de casos que se realizará como metodología del trabajo de investigación. *Este trabajo tiene el propósito de fortalecer las habilidades matemáticas de los estudiantes.*

Respetado padre de familia y/o acudiente, si está de acuerdo en que su hijo haga parte en la implementación de actividades para este trabajo de grado, diligencie los siguientes espacios:

Yo _____ acudiente del estudiante
_____ del grado _____ seleccionado para la
investigación, doy mi consentimiento para su participación en el proceso de recolección de datos,
necesarios para el análisis y culminación del trabajo de grado antes mencionado, autorizando las siguientes
evidencias: trabajo escrito, audios, fotografías y videos, en los encuentros que se van a realizar con los
estudiantes del semillero para la implementación de las actividades, la información recolectada sera
confidencial, reservada y en ningún momento se revelará la información personal de los participantes.

Firma del acudiente.

Capítulo IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se realiza el análisis de la información obtenida a través de los instrumentos de recolección y haciendo uso del método de estudio de casos de acuerdo a Yin (2017), el cual permite el desarrollo de cuatro fases consecutivas descritas anteriormente. Se espera que la información obtenida responda a la pregunta de investigación y corrobore los objetivos del presente estudio.

En los cuestionarios: “se recogen datos de una unidad de análisis o caso y se analizan. Simultáneamente se evalúa si la unidad es apropiada de acuerdo con el planteamiento del problema...” (Hernández et al., 2014, p.396). Se determinó que los estudiantes que representan cada uno de los casos serán las mismas unidades de análisis. Se usará la siguiente nomenclatura para cada uno de los casos:

Caso uno: estudiante uno. (E1).

Caso dos: estudiante dos. (E2).

Caso tres: estudiante tres. (E3).

Caso cuatro: estudiante cuatro. (E4).

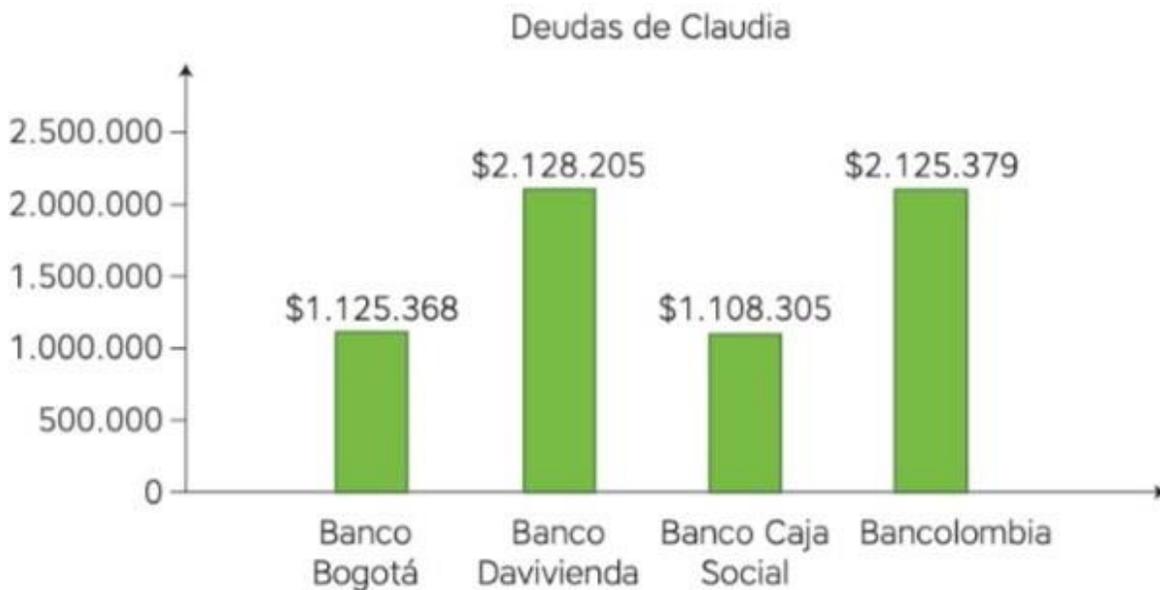
4.1 Fase uno: aplicación de la prueba diagnóstica

En esta fase se diseñó una prueba diagnóstica, cuya finalidad fue recolectar información en relación con los conocimientos previos de los estudiantes sobre la noción de desigualdad matemática y seleccionar los casos de estudio. Al dar inicio a la implementación, se presentaron

algunas inquietudes por parte de los participantes en relación con el concepto y a los símbolos utilizados en la desigualdad, ya que esto era confuso para ellos; de esta manera, se evidenció que tienen vacíos conceptuales y mostraron dificultades para el reconocimiento de los símbolos menor que, mayor que e igual.

4.1.1 Prueba diagnóstica

4.1.1.1. Pregunta uno: Ordena de mayor a menor las deudas que tiene Claudia en diferentes bancos, las cuales se muestran en el diagrama de barras. Luego, responde las preguntas:



a) Si Claudia quiere pagar por completo la mayor deuda, ¿a cuál banco debe pagarle?

b) Si el banco en el que tiene la menor deuda es el que cobra más intereses, ¿cuál es ese banco?

- c) Claudia recibirá un bono cuyo valor es igual a una de las deudas que tiene. Si este valor es mayor que la deuda que tiene con el Banco de Bogotá, pero menor a la deuda que tiene con Davivienda, ¿de qué valor es el bono que le darán en el trabajo?
- _____

4.1.1.2. Pregunta dos: Utiliza los símbolos $<$ o $>$ para indicar la relación que hay entre cada par de números.

a. $9.857.551$ _____ $9.867.600$

d. $187.544.651$ _____ $187.554.651$

b. $6.001.100$ _____ $6.001.102$

e. $9.310.984$ _____ $9.310.987$

c. $11.001.001$ _____ $9.891.877$

f. $187.544.651$ _____ $187.554.651$

4.1.1.3. Pregunta tres: Utiliza los siguientes dígitos para formar en cada caso el número que cumpla con las condiciones.



- a) El número mayor de 7 cifras: _____
- b) El número menor de 7 cifras: _____
- c) El número mayor de 8 cifras: _____
- d) El número menor de 8 cifras: _____

4.1.1.4. Pregunta cuatro: En la finca de Don Javier, se necesita comprar alambre para hacer dos corrales de forma rectangular. Un trabajador le recomienda a Don Javier pasar el alambre doble en todo el cercado. Las dimensiones de los corrales se muestran a continuación:



Don Javier toma la recomendación del trabajador; las expresiones matemáticas que permiten calcular la cantidad de alambre que requiere cada corral son:

Corral 1: $2x(2x20\text{ m} + 2x10\text{ m})$

Corral 2: $2x(25\text{ m} + 5\text{ m} + 25\text{ m} + 5\text{ m})$

¿Qué corral requiere una mayor cantidad de alambre?

- a) Corral 1.
- b) Corral 2.
- c) Ambos requieren la misma cantidad de alambre.
- d) Faltan datos.

Cada una de las preguntas del cuestionario están diseñadas para que el estudiante de cuenta de la comprensión que tiene del concepto de desigualdad matemática en sus diferentes manifestaciones; cada pregunta pretende indagar por uno de los tipos de globalización intuitiva. Así, la pregunta uno explora la *visualización*, lo que requiere de una representación pictórica para responder los enunciados planteados; la pregunta dos consiste en pasar *de la percepción a la intuición*, lo que implica que el estudiante haya tenido un previo acercamiento con los números, por lo tanto, le permite percibir cuál es el mayor en la comparación de dos números con una cantidad de dígitos considerable; con el tiempo, esta forma de percepción se transforma en manifestaciones intuitivas a través de la experiencia; la pregunta tres hace referencia a la *extrapolación*, significa que el estudiante se va a centrar únicamente en unos números específicos y va a neutralizar otros porque no son relevantes para la respuesta final y, por último, la pregunta cuatro trata sobre *la jerarquía de significados*, implicando que el estudiante conozca la jerarquía de las operaciones para resolver el ejercicio de manera correcta. Es importante resaltar que los tipos de globalización intuitiva no son aislados unos de otros, por ejemplo, en la pregunta cuatro se analiza *la jerarquía, la visualización y la extrapolación*, ya que el estudiante

requiere del pictograma para contextualizar el enunciado y puede centrarse en la dimensión longitud o en el tamaño de cada uno de los corrales para llegar a una solución determinada.

4.2 Fase dos: análisis de las respuestas de la prueba diagnóstica

El objetivo de la prueba diagnóstica es seleccionar la población objeto de estudio; el cuestionario fue aplicado a 10 estudiantes del Semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín para identificar los casos a investigar (unidades de análisis). De acuerdo con las respuestas de los participantes, se realizó un tratamiento de la información con la que se buscaba clasificar los casos de acuerdo con el tipo de globalización intuitiva que influye en la comprensión del concepto de desigualdad matemática en las unidades de análisis, para así indagar la manera en que ocurre dicha influencia.

4.2.1 Análisis de las respuestas de los participantes

4.2.1.1. Estudiantes no seleccionados: se excluyeron seis estudiantes como casos a tener en cuenta para el análisis, ya que los tipos de globalización intuitiva no tienen una influencia significativa en ellos al momento de resolver problemas matemáticos que involucren el concepto de desigualdad. De 14 preguntas solo acertaron entre cinco y nueve respuestas. Aun así, las siguientes tablas recogen las respuestas de estos participantes:

Nota: con color verde se resaltan las respuestas correctas y con color cian las respuestas en las cuales los participantes no acertaron.

Tabla 5. Respuestas a la primera pregunta de la prueba diagnóstica: visualización.

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>	<i>E5</i>	<i>E6</i>
1.a.	Banco	Banco	Banco	Banco	Banco	Banco
	Davivienda	Davivienda	Davivienda	Davivienda	Davivienda	Davivienda
1.b.	Banco Caja					
	Social	Social	Social	Social	Social	Social
1.c.	\$200.210	2.737	2.125.379	1.650.358	6.486.257	2.125.379

Las respuestas dadas por estos participantes a las preguntas 1.a y 1.b fueron correctas en su totalidad; la pregunta 1.c fue en la que se reflejó mayor dificultad, ya que, de los seis estudiantes excluidos, sólo dos acertaron. Aquí se presentan algunas soluciones de los participantes:

Ilustración 2. Respuesta de E1

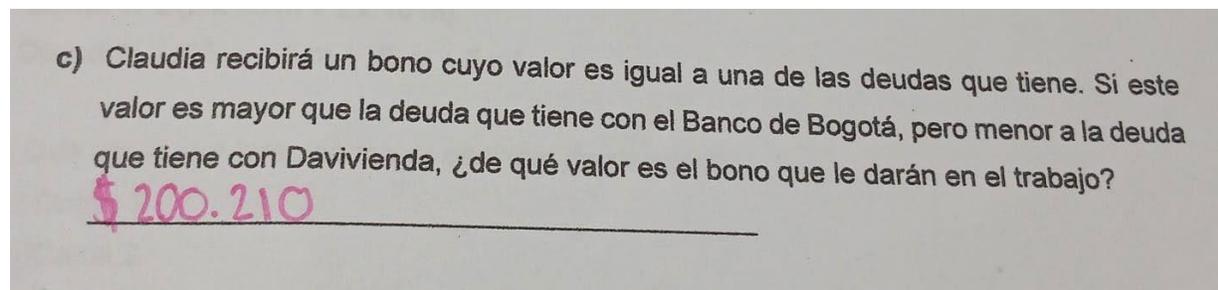


Ilustración 3. Respuesta de E2

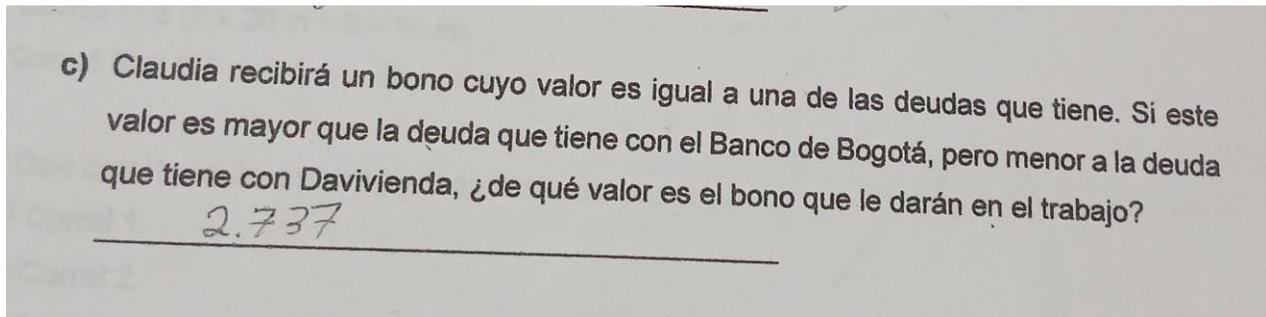


Ilustración 4. Respuesta de E4

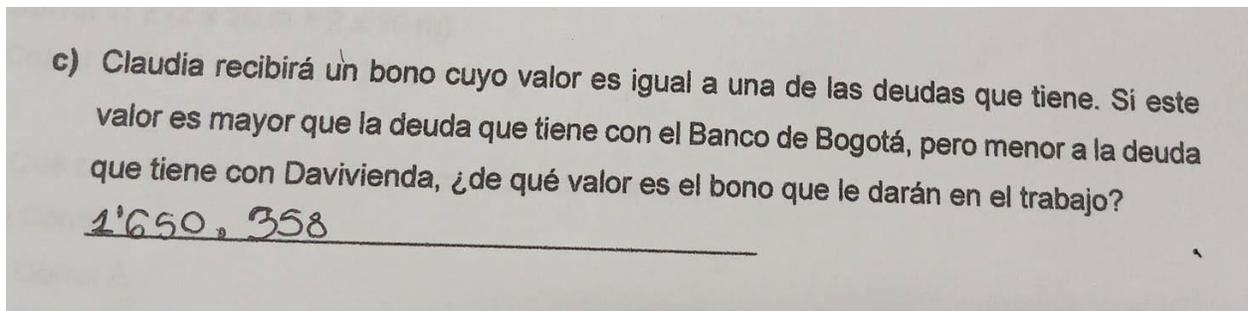
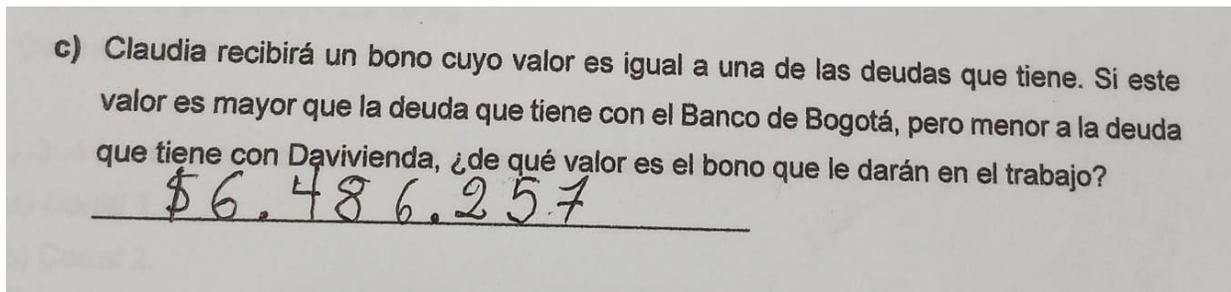


Ilustración 5. Respuesta de E5



Cada uno de los estudiantes utilizó diferentes métodos no especificados para llegar a la solución que se observa en las imágenes anteriores; se evidencia que no utilizaron la información que brindaba el enunciado antes de la pregunta 1.a; debían ordenar de mayor a menor las deudas que tiene Claudia en diferentes bancos, las cuales quedarían así: Davivienda, Bancolombia, Banco de Bogotá y Caja Social. El bono que Claudia recibiría tiene el valor de una de las deudas

que tiene en los bancos, se esperaba que los estudiantes utilizaran la información que brindaban las gráficas; si el bono es mayor que la deuda que tiene con el banco de Bogotá y menor que la deuda que tiene con Davivienda entonces el valor del bono es equivalente a la deuda que tiene con Bancolombia. A nivel general, la visualización tiene una influencia positiva en los participantes; se refleja poca comprensión en la lectura del enunciado, el cual permite interpretar las ideas e intenciones que transmite el texto.

Tabla 6. Respuestas a la segunda pregunta de la prueba diagnóstica: De la percepción a la intuición.

Preguntas	E1	E2	E3	E4	E5	E6
2.a						
2.b						
2.c						
2.d						
2.e						
2.f						

Las respuestas a las preguntas 2.a, 2.b, 2.c y 2.e, tuvieron una cantidad mayor de opciones acertadas en comparación con las soluciones no acertadas; 2.d y 2.f solo tuvieron dos aciertos; se conjetura que los estudiantes en esas respuestas confundieron los símbolos de mayor que, menor que e igual. Se presentan algunas evidencias de los participantes:

Ilustración 6. Respuesta de E1

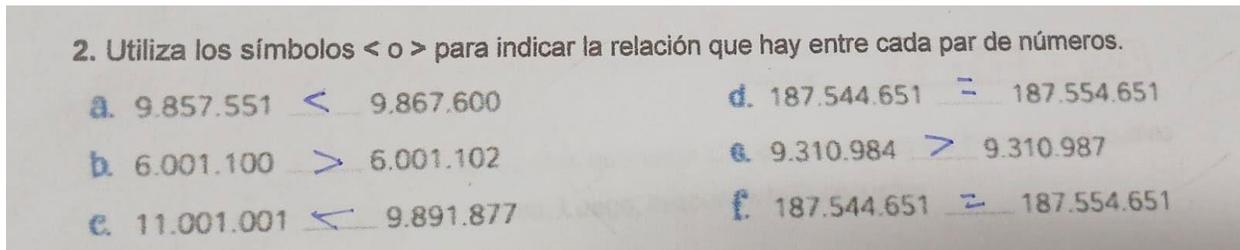


Ilustración 7. Respuesta de E2

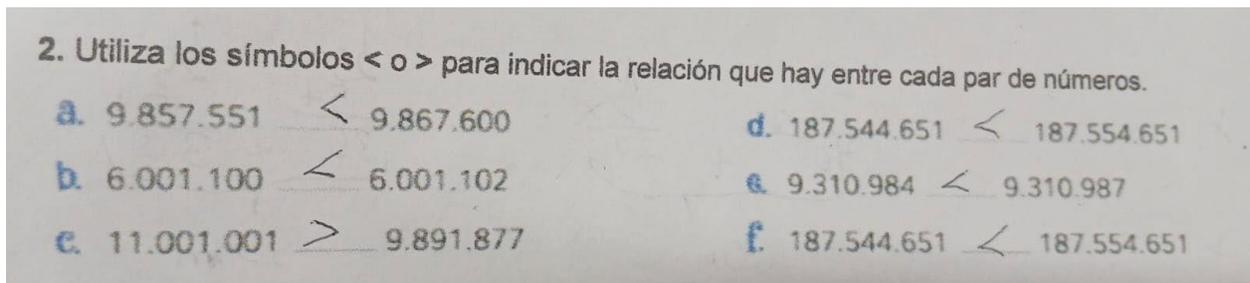
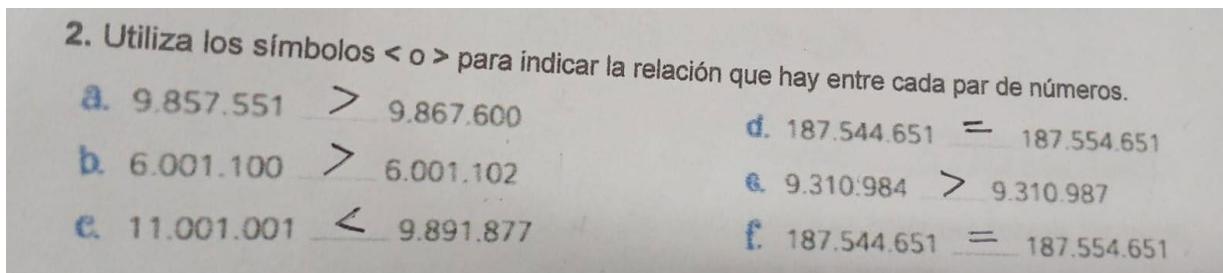


Ilustración 8. Respuesta de E3



Los símbolos de las desigualdades menor que y mayor que son similares visualmente, y la falta de ejercitación operativa es un factor influyente para que los participantes presenten dificultades al momento de recordar qué símbolo matemático utilizar al comparar dos cantidades (resulta eficaz relacionar el “pico” del símbolo de desigualdad con la cantidad menor y la “abertura” con la cantidad mayor). En general, la influencia del tipo de globalización: *de la*

percepción a la intuición es positiva, ya que las respuestas no acertadas son, en su mayoría, por aprendizajes erróneos de los símbolos de desigualdad.

Tabla 7. Respuestas a la tercera pregunta de la prueba diagnóstica: extrapolación.

Preguntas	E1	E2	E3	E4	E5	E6
3.a	1.956.807	8	9.876.655	9.876.655	9.876.543	9.876.543
3.b	6.567.908	6	1.567.869	1.055.667	0.123.456	0.123.456
3.c	15.675.690	9	98.766.557	98.766.551	9.876.543	98.765.432
3.d	81.567.569	7	10.565.870	10.556.678	01.234.567	01.234.567

Esta pregunta tiene una cantidad considerable de desaciertos; en 3.a solo acertaron dos estudiantes, mientras que en las soluciones de 3.b, 3.c y 3.d solo un estudiante; de los seis participantes, E4 atinó en todos los literales. A continuación, se presentan algunas de las soluciones dadas por los participantes:

Ilustración 9. Respuesta de E1

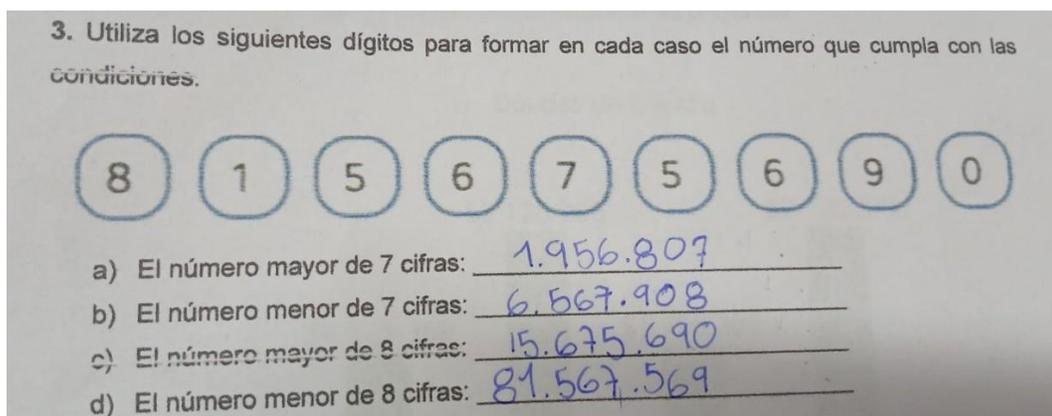


Ilustración 10. Respuesta de E3

3. Utiliza los siguientes dígitos para formar en cada caso el número que cumpla con las condiciones.

8 1 5 6 7 5 6 9 0

a) El número mayor de 7 cifras: 9'876.655

b) El número menor de 7 cifras: 1'567.869

c) El número mayor de 8 cifras: 98.766.557

d) El número menor de 8 cifras: 10665870

Ilustración 11. Respuesta de E4

3. Utiliza los siguientes dígitos para formar en cada caso el número que cumpla con las condiciones.

8 1 5 6 7 5 6 9 0

a) El número mayor de 7 cifras: ~~9'876.543~~ 9876655

b) El número menor de 7 cifras: ~~1'234.567~~ 1055667

c) El número mayor de 8 cifras: ~~98765432~~ 98766551

d) El número menor de 8 cifras: ~~12345678~~ 10556678

no vi bien números

La formación de números a partir de una cantidad de dígitos dada puede ser confusa para los participantes porque se deben tener en cuenta algunas consideraciones como: comprender que el valor de un dígito está sujeta a la posición en el número, interiorizar que cada una de las posiciones de un dígito afecta el valor del número lo que intuitivamente es complejo de entender al principio, y ser consciente de que la falta de estrategias es un aspecto en contra, -por ejemplo, para la formación de números mayores que otros los dígitos se deben organizar de manera descendente (del dígito mayor al menor), y para formar números menores que otros, los dígitos se deben organizar de manera ascendente (del dígito menor al mayor). Otro aspecto a tener en cuenta es la ansiedad matemática o estrés cuando los estudiantes se enfrentan a pruebas de matemáticas, lo que afecta el correcto desarrollo de un problema determinado; E4 en la solución que le da al problema escribe al lado de las respuestas: “no vi bien los números”, lo que lleva a

los investigadores a pensar que el estudiante se dio cuenta de que se equivocó en el desarrollo del problema y remedió ese error.

A nivel general, el tipo de globalización: *extrapolación*, tiene poca influencia en estos participantes.

Tabla 8. Respuestas a la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica: jerarquización.

Preguntas	E1	E2	E3	E4	E5	E6/
4.	b	c	c	a	c	c

En esta pregunta solo dos participantes respondieron erróneamente. Se presentan algunas de las respuestas dadas por los estudiantes:

Ilustración 12. Respuesta de E1

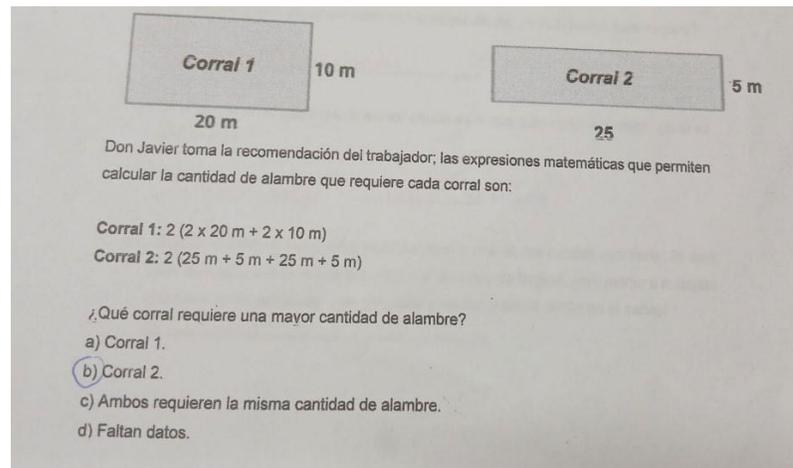
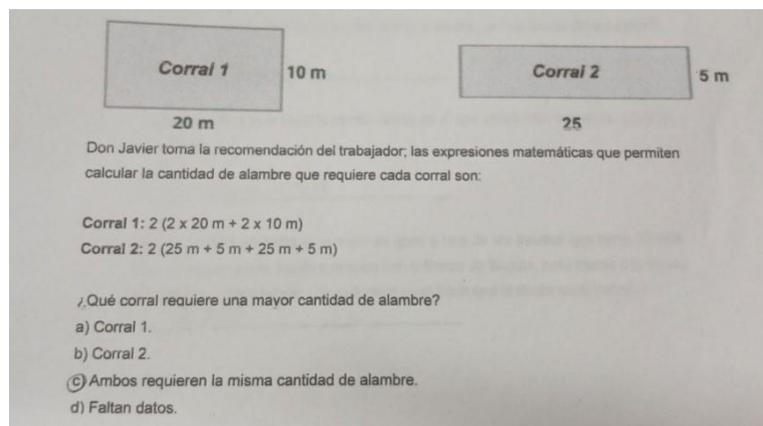


Ilustración 13. Respuesta de E2



La jerarquía de operaciones al momento de resolver expresiones matemáticas es la siguiente: se comienza resolviendo los paréntesis, luego los exponentes; después las multiplicaciones y divisiones; y por último, las sumas y restas. Es evidente que los estudiantes E1 y E4 no tienen clara esta jerarquía, lo que los llevó a responder erróneamente. A nivel general, la influencia del tipo de globalización *jerarquización* es positiva.

Por último, los tipos de globalización intuitiva *visualización, de la percepción a la intuición* y *jerarquización* influyen positivamente en los participantes no seleccionados para el estudio; la *extrapolación* tuvo poca influencia en ellos.

4.2.1.2. Unidades de análisis: los cuatro participantes objeto de estudio que conforman las unidades de análisis se eligieron teniendo en cuenta la cantidad de respuestas acertadas en las cuatro preguntas de la prueba diagnóstica; esto evidencia una influencia positiva de los tipos de globalización intuitiva en la comprensión del concepto de desigualdad matemática. Los

participantes acertaron entre nueve y 10 respuestas. Las siguientes tablas recogen las respuestas de estos participantes:

Tabla 9. Respuestas de las unidades de análisis a la primera pregunta de la prueba diagnóstica: visualización.

Preguntas	E1	E2	E3	E4
1.a.	Banco Davivienda	Banco Davivienda	Banco Davivienda	Banco Davivienda
1.b.	Banco Caja Social	Banco Caja Social	Banco Caja Social	Banco Caja Social
1.c.	El valor de Bancolombia (2.125.379)	Bancolombia	2.125.379	Puede ser un número entre 1.125.369 hasta 2.128.204

Se presentan algunas respuestas de los participantes:

Ilustración 14. Respuesta de E1

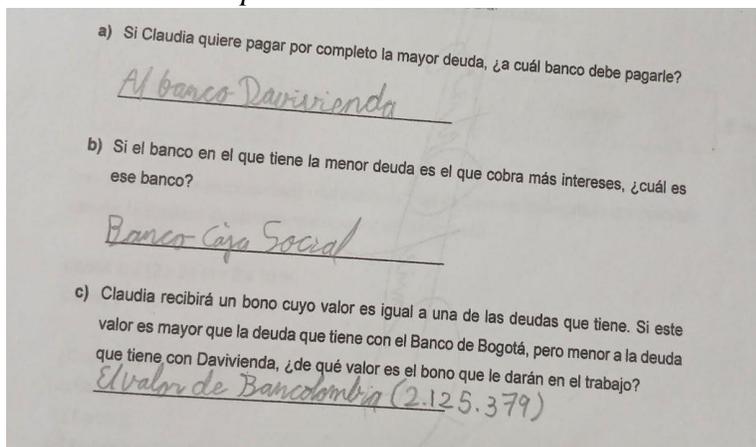


Ilustración 15. Respuesta de E2

a) Si Claudia quiere pagar por completo la mayor deuda, ¿a cuál banco debe pagarle?
BANCO DAVIVIENDA

b). Si el banco en el que tiene la menor deuda es el que cobra más intereses, ¿cuál es ese banco?
BANCO CAJA SOCIAL

c) Claudia recibirá un bono cuyo valor es igual a una de las deudas que tiene. Si este valor es mayor que la deuda que tiene con el Banco de Bogotá, pero menor a la deuda que tiene con Davivienda, ¿de qué valor es el bono que le darán en el trabajo?
BANCOLOMBIA

En estas respuestas se evidencia que los estudiantes tienen un dominio en el manejo de las gráficas estadísticas, lo que permite una lectura correcta de las mismas identificando en orden descendente las deudas de Claudia; E4 en la respuesta a la pregunta 1.c identificó el valor de la deuda que Claudia tiene con el Banco de Bogotá y con Davivienda (aunque se equivocó en el último dígito al establecer ambos valores, la deuda con el banco de Bogotá es de \$1,125,368 y E4 respondió: \$1,125,369; la deuda con Davivienda es de \$2,128,205 y el estudiante respondió: \$2,128,204, pero se le dificultó establecer el valor del bono que va a recibir la señora, el cual es equivalente a la deuda que tiene con Bancolombia, sin embargo, logró identificar el rango de valores en el que puede estar la deuda de acuerdo a la información de las gráficas; se evidencia que hay un manejo adecuado de las visualizaciones gráficas que permiten establecer comparaciones y relaciones de la información proporcionada por el ejercicio.

Tabla 10. Respuestas de las unidades de análisis a la segunda pregunta de la prueba diagnóstica: de la percepción a la intuición.

Preguntas	E1	E2	E3	E4
2.a	✔	✔	✔	✔
2.b	✔	✔	✔	✔
2.c	✔	✔	✔	✔
2.d	✘	✔	✔	✘
2.e	✔	✔	✔	✔
2.f	✘	✔	✔	✘

A continuación, algunas respuestas de los estudiantes:

Ilustración 16. Respuestas de E3

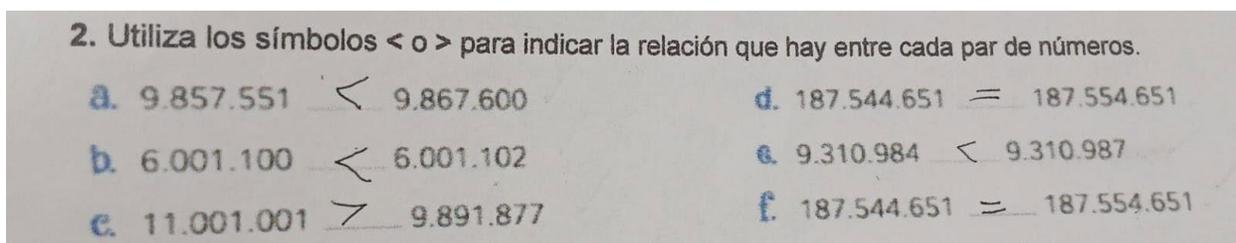
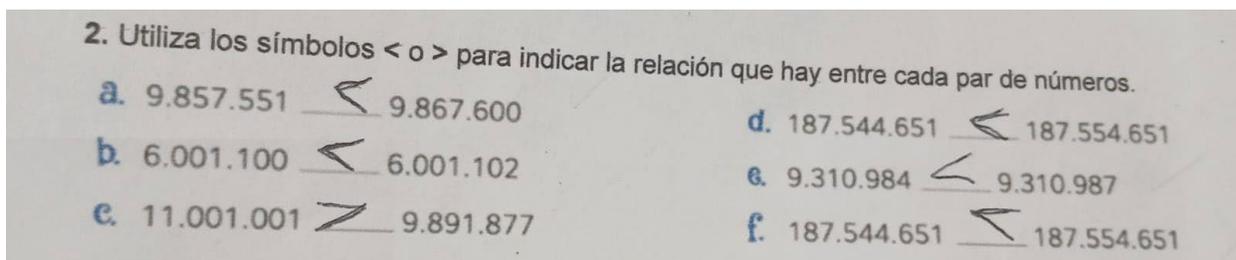


Ilustración 17. Respuestas de E4



Las unidades de análisis E2 y E3 identificaron correctamente los símbolos menor que, mayor que e igual lo que significa que tienen la capacidad para comparar dos números cuya cantidad de dígitos es considerable; E1 y E4 presentaron dificultades para utilizar el símbolo matemático de la igualdad ($=$); si bien utilizaron de manera correcta los símbolos menor que y mayor que, no se dieron cuenta de que los números que están en los literales 2.d y 2.f son los mismos; el enunciado de la pregunta dos dice: “*utiliza los símbolos $< o > \dots$* ” pero en el desarrollo de la prueba se les aclaró que en caso de que hubieran números iguales estaba permitido colocar el símbolo de la igualdad.

Tabla 11. *Respuestas de las unidades de análisis a la tercera pregunta de la prueba diagnóstica: Extrapolación.*

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
3.a	9.876.655	9.876.569	9.876.5543	9.876.655
3.b	1.055.667	1.055.667	1.234.567	1.055.667
3.c	98.766.551	98.666.557	98.765.432	98.766.551
3.d	10.556.678	10.556.766	12.345.678	10.556.678

A continuación, se presentan algunas respuestas de los participantes:

Ilustración 18. *Respuestas de E1*

TIPOS DE GLOBALIZACIÓN INTUITIVA EN EL CONCEPTO DE DESIGUALDAD...

3. Utiliza los siguientes dígitos para formar en cada caso el número que cumpla con las condiciones.

8 1 5 6 7 5 6 9 0

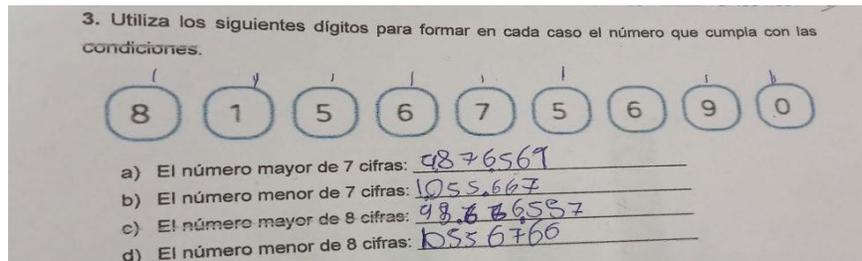
a) El número mayor de 7 cifras: 9.876655

b) El número menor de 7 cifras: 20.55667

c) El número mayor de 8 cifras: 98.766551

d) El número menor de 8 cifras: 10.556.678

Ilustración 19. Respuestas de E2



Las respuestas de las unidades de análisis E1 y E4 son correctas en su totalidad, lo que demuestra que han desarrollado la capacidad para centrarse en la información que les proporciona datos útiles para la solución de un problema determinado; E2 solo acertó en la respuesta de la pregunta 3.b y E3 no acertó en ninguna; se pone en evidencia que a E2 se le dificulta formar números mayores que y menores que, que contienen entre sus dígitos dos números iguales. Por ejemplo, en la respuesta a la pregunta 3.a debía escribir el número 9,876,655 y escribió el número 9,876,569; los primeros cuatro dígitos están correctos pero los últimos tres dígitos no; E3 presenta dificultades para ignorar la información que no es de utilidad y la integra a la solución del problema, incluso, para la construcción de números mayores que y menores que utiliza dígitos como el 2, 3 y 4 que no están dados en el enunciado.

Tabla 12. Respuestas de las unidades de análisis a la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica: jerarquización.

Preguntas	E1	E2	E3	E4
4.	c	c	c	c

Aquí, se presenta la respuesta de un participante:

Ilustración 20. Respuesta de E3

Corral 1 10 m
 20 m

Corral 2 5 m
 25

Don Javier toma la recomendación del trabajador; las expresiones matemáticas que permiten calcular la cantidad de alambre que requiere cada corral son:

Corral 1: $2(20\text{ m} + 10\text{ m})$
Corral 2: $2(25\text{ m} + 5\text{ m})$

¿Qué corral requiere una mayor cantidad de alambre?

a) Corral 1.
 b) Corral 2.
 c) Ambos requieren la misma cantidad de alambre.
 d) Faltan datos.

Es evidente que los cuatro estudiantes dominan la jerarquía de las operaciones, lo que les permitió resolver de manera adecuada la pregunta; reconocen que dos figuras geométricas pueden tener dimensiones diferentes, pero perímetros iguales.

Los tipos de globalización intuitiva: *visualización*, *de la percepción a la intuición* y *jerarquización* influyen positivamente en los participantes elegidos para el estudio; el análisis de la *extrapolación* se profundiza en la fase cuatro de este capítulo ya que la cantidad de respuestas acertadas y no acertadas de los estudiantes elegidos fueron muy similares. Los estudiantes en esta fase mostraron en varias de sus respuestas que su intuición perjudica su comprensión del concepto.

4.3 Fase tres: aplicación de la prueba específica

4.3.1 Prueba específica

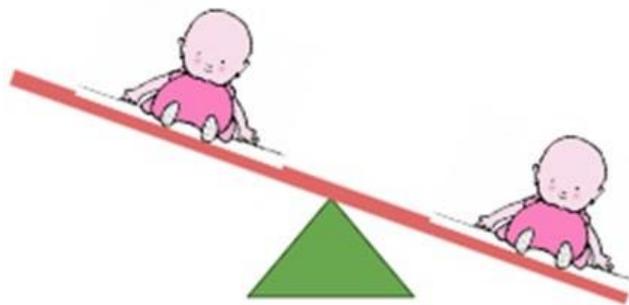
4.3.1.1. Pregunta uno: Se tienen dos bolas de arcilla de igual masa, una de ellas se estira en forma de salchicha y la otra permanece esférica. En las dos piezas, ¿hay la misma cantidad de arcilla? Justifica tu respuesta.

Esta pregunta analiza el tipo de globalización: extrapolación; se espera que el estudiante se centre en la masa y neutralice la dimensión longitud de la bola de arcilla y la estirada en forma de salchicha, ya que no dan información relevante para la solución.

4.3.1.2. Pregunta dos: Se tiene una balanza a la que están unidos diferentes pesos situados a diferentes distancias del fulcro. **La balanza está inmovilizada por algunos medios mecánicos.** Tu tarea es predecir para cada uno de los siguientes escenarios, si la balanza se mantendrá en equilibrio o si uno de los lados bajará cuando la balanza se mueva libremente.

Fulcro: Punto de apoyo de la balanza.

Escenario 1: Se tiene una balanza y en sus extremos se colocaron objetos cuya masa es igual y cada uno se encuentra a una distancia diferente del fulcro. ¿Qué pasará cuando se movilece la balanza?



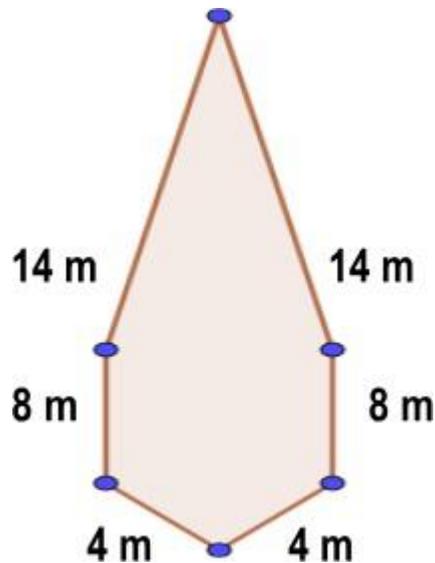
Escenario 2: Se tiene una balanza **inmovilizada en equilibrio**; en sus extremos se colocan los siguientes objetos: un balón cuya masa es de 5 kg y un computador que tiene una masa de 20 kg. ¿Qué pasará cuando se movilece la balanza?, ¿Por qué ocurre esto?



Esta pregunta hace referencia al tipo de globalización: extrapolación; en el escenario uno se espera que el estudiante se centre en la dimensión longitud y no en la magnitud masa de los objetos puesto que no da información relevante para solucionar el problema; cuando se movilece la balanza se espera que ésta quede en equilibrio debido a que la masa de los objetos que están sobre los platillos es la misma. En el escenario dos, se pretende que el estudiante se centre en la magnitud masa y neutralice la dimensión longitud; cuando se movilece la balanza, ésta se inclinará hacia la derecha porque ese platillo tiene un objeto con masa mayor al que se encuentra en el platillo de la izquierda.

4.3.1.3. Pregunta tres: La base de la fuente del Centro Comercial El Tesoro de la ciudad de Medellín, tiene forma de polígono irregular, el cual está formado por seis lados con las siguientes dimensiones:

- 2 lados de 14 metros.
- 2 lados de 8 metros.
- 2 lados de 4 metros.



Con respecto a la información del enunciado, el perímetro de la figura se calcula con la expresión matemática: $2 \times 14 + 2 \times 8 + 2 \times 4$; de otro lado, la base de la fuente del centro comercial PREMIUM PLAZA tiene forma de un pentágono cuyos lados miden 10 metros. El administrador de este último afirma lo siguiente: “Nuestra base de la fuente tiene un perímetro mayor que la del CENTRO COMERCIAL EL TESORO, ya que la forma de la base de la fuente es de un polígono regular”. De la afirmación se puede decir que:

- A.** Es verdadera, porque el perímetro de la base de la fuente de PREMIUM PLAZA al tener forma regular, no tendrá lados de menor longitud que otros.
- B.** Es falsa, ya que si se halla el total del perímetro de cada una de las bases de las fuentes, observaremos que es mayor el perímetro de la base de la fuente del CENTRO COMERCIAL EL TESORO.

C. Es falsa, porque el perímetro de la base de la fuente del CENTRO COMERCIAL EL TESORO no se puede medir, ya que no es un polígono regular.

D. Es verdadera, ya que el perímetro de la base de la fuente de PREMIUM PLAZA supera los 60 metros de longitud.

Esta pregunta hace referencia al tipo de globalización: jerarquía de significados; el estudiante debe tener claro que primero se resuelve la multiplicación y, por último, la suma; después de resolver las operaciones, deberá comparar los perímetros de las bases de las fuentes de ambos centros comerciales para determinar cuál es mayor. Al resolver las expresiones matemáticas, deberá responder que el perímetro mayor corresponde a la base de la fuente del centro comercial EL TESORO.

4.3.1.4. Pregunta cuatro: Ordena alfabéticamente las siguientes palabras: ilegal, imponer, imposible, intolerante, intercambio e internacional.

Esta pregunta hace referencia al tipo de globalización: jerarquía de significados; se espera que el estudiante entienda intuitivamente el orden léxico gráfico para comparar palabras y determinar cuál encuentra primero en el diccionario.

4.3.1.5. Pregunta cinco: Para determinar si un número tiene **raíz exacta**, se puede comparar con las raíces exactas más cercanas. Por ejemplo: $\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$, y de esto se deduce que, $4 < \sqrt{21} < 5$. De lo anterior, $\sqrt{27}$ es un número que se encuentra entre:

- A. $4 < \sqrt{27} < 5$ B. $6 < \sqrt{27} < 7$ C. $5 < \sqrt{27} < 6$ D. $7 < \sqrt{27} < 8$

Esta pregunta hace referencia al tipo de globalización: de la percepción a la intuición; el estudiante ha tenido un acercamiento al estudio de los números, por lo tanto, percibe que la raíz de 27 debe estar entre el 5 ($\sqrt{25}$) y 6 ($\sqrt{36}$), que son las raíces cuadradas exactas más cercanas. Con el tiempo, esta percepción trasciende la intuición como mera experiencia hacia un nuevo tipo de cognición.

4.3.1.6. Pregunta seis: Las esferas colocadas en los platos de la balanza están marcadas con su masa en gramos.

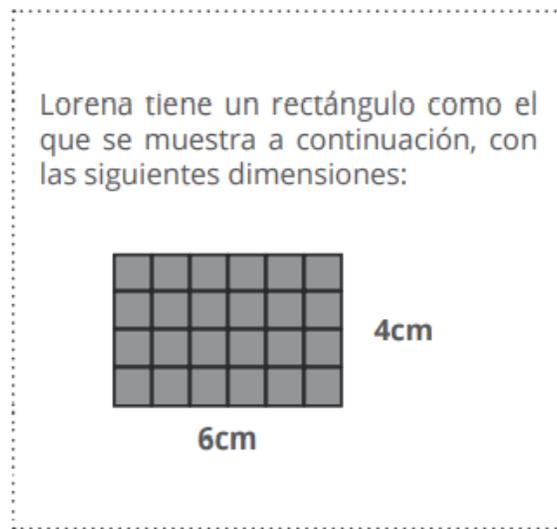


La balanza está inclinada porque la suma de las masas $\textcircled{5} + \textcircled{4}$ es mayor que la suma de las masas $\textcircled{2} + \textcircled{3}$. ¿Cuál esfera se debe colocar en el plato de la izquierda para equilibrar la balanza?

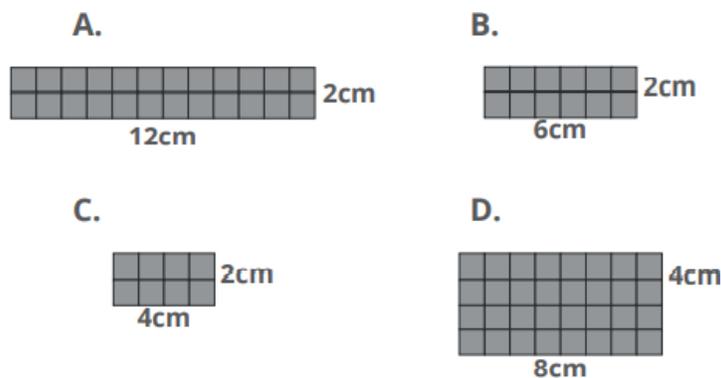
- A. $\textcircled{2}$
- B. $\textcircled{3}$
- C. $\textcircled{4}$
- D. $\textcircled{5}$

Esta pregunta hace referencia al tipo de globalización: de la percepción a la intuición; el estudiante observa que la balanza está en desequilibrio; para lograr el equilibrio necesita que la suma de las masas que hay en cada platillo sea la misma; la esfera que el participante debe colocar en el platillo es la de 4 gramos ya que la operación le indica al estudiante que $2 + 3 + 4 = 9$.

4.3.1.7. Pregunta siete: Considere la siguiente información:

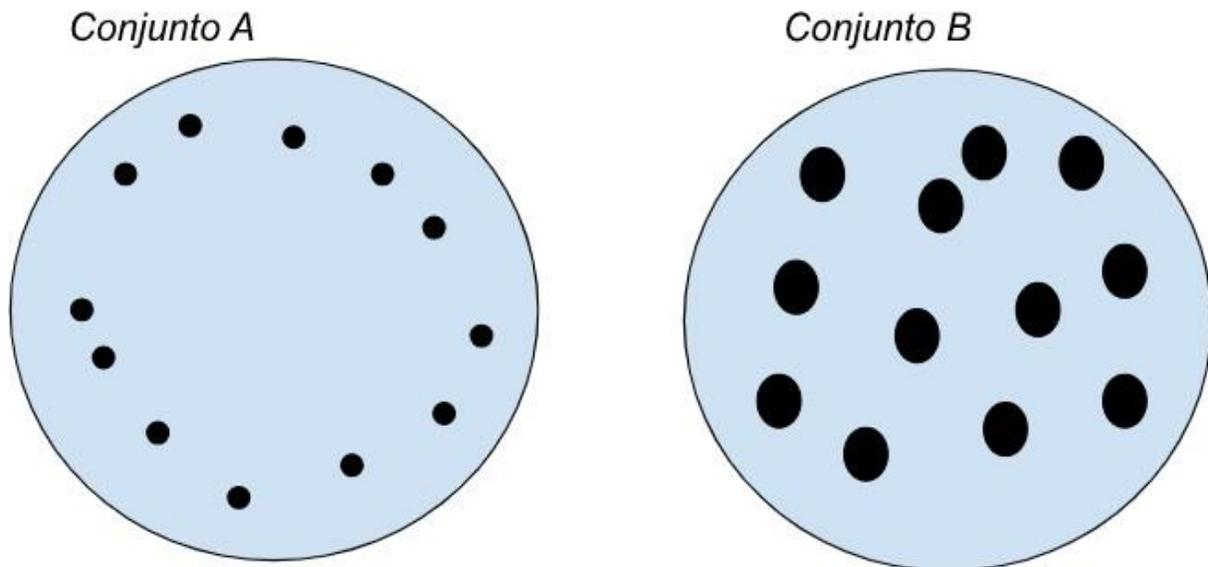


Un rectángulo que tenga la misma área de la figura anterior, aunque sus dimensiones **NO** sean las mismas, es:



Esta pregunta hace referencia al tipo de globalización: visualización; se espera que el estudiante comprenda que, aunque las representaciones pictóricas de un concepto no sean las mismas, esto no significa que el área que encierra cada pictograma deba cambiar; las dimensiones del rectángulo que cumplen las condiciones se encuentran en la respuesta A: 12 cm de largo y 2 cm de alto.

4.3.1.8. Pregunta ocho: En los conjuntos A y B hay una cantidad determinada de puntos. **Sin contar los puntos** visualmente ¿Cuál de los dos conjuntos tiene una mayor cantidad de puntos?, ¿Por qué?



Esta pregunta hace referencia al tipo de globalización: visualización; lo más probable es que el estudiante responda que el conjunto B tiene más puntos que el conjunto A debido a que los tamaños de los puntos son mayores; lo cierto es que ambos conjuntos tienen la misma cantidad de puntos.

4.4 Fase cuatro: análisis de las respuestas de la prueba específica.

La prueba específica evidencia la influencia de los factores de globalización en los estudiantes seleccionados, partiendo de los resultados analizados en la prueba diagnóstica e identificando así, cómo los estudiantes logran comprender el concepto de desigualdad matemática desde la presencia de los tipos de globalización intuitiva.

4.4.1 Análisis de las respuestas de los participantes

Nota: con color verde se resaltan las respuestas correctas y con color cian las respuestas en las cuales los participantes no acertaron.

Tabla 13. Respuestas a la primera pregunta de la prueba específica: extrapolación.

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
1. A	S	S	S	S

Tabla 14. Respuestas a la segunda pregunta de la prueba específica: extrapolación

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
<i>Escenario 1 (respuesta abierta)</i>				
2. a	X	S	S	S
<i>Escenario 2 (respuesta abierta)</i>				
2. b	S	S	S	S

Las respuestas obtenidas de la pregunta 1 fueron acertadas teniendo en cuenta que los estudiantes tomaron en consideración la cantidad de masa de cada objeto y omitieron la forma, lo que los llevó a concluir que sin importar la forma que tome la arcilla, la cantidad de esta no varía; ahora bien, en las preguntas 2.a y 2.b sólo uno de los estudiantes no logró dar una justificación acorde a la pregunta del escenario 1, pues omitió la información tanto de la masa como de la distancia, por lo cual no responde de manera concreta. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, se logra identificar que para la resolución de situaciones problema, logran identificar la parte más relevante de la información para dar solución a lo que se pregunta.

Ilustración 21. Respuesta de E1

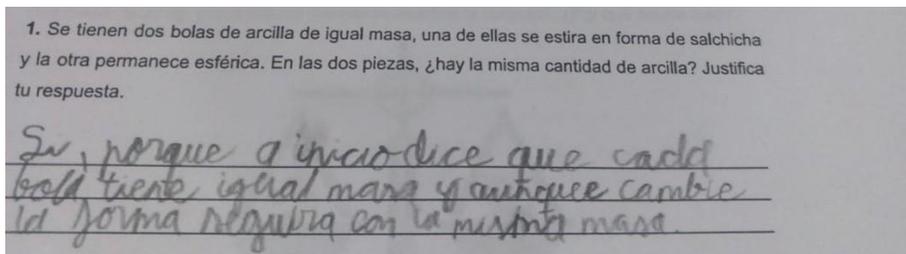


Ilustración 22. Respuesta de E2

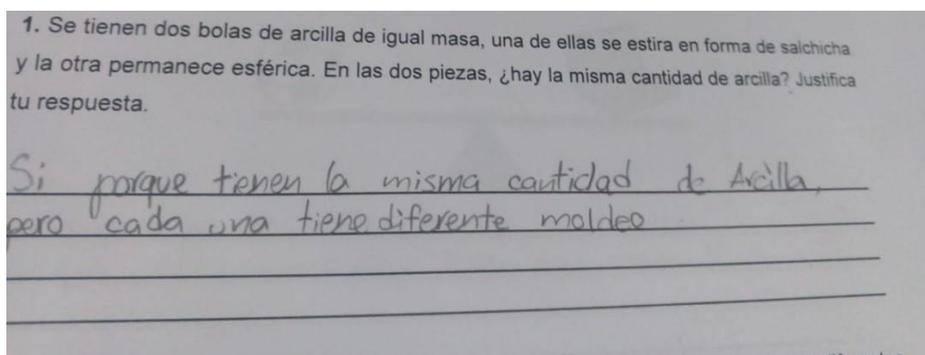


Tabla 15. Respuestas a la tercera pregunta de la prueba específica: jerarquización.

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
3.	b	b	b	b

Ilustración 23. Respuesta de E4

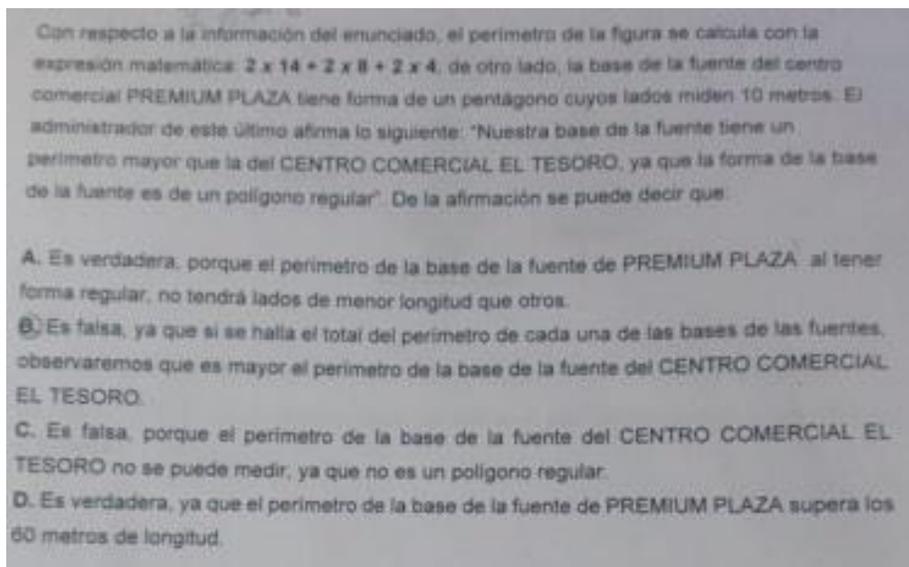


Tabla 16. Respuestas a la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica: jerarquización.

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
4.	Imponer, imposible, intercambio, internacional, intolerante,	Ilegal, imposible, imponer, intercambio, internacional,	Ilegal, imponer, imposible, intercambio, internacional,	Intolerante, imposible, imponer, ilegal

ilegal

intolerable

intolerable

En este tipo de globalización, se evidencia que la *jerarquía de significados* tuvo una mejor respuesta en la situación que incluyó un apoyo visual y de la cual se requería resolver un proceso matemático de forma operativa específicamente, sin embargo, al proponer una jerarquía de orden lexicográfico, se genera mayor confusión al no tener que desarrollar operaciones como tal, sino que por el contrario, el orden se establece alfabéticamente de manera intuitiva; con esto, es importante resaltar que, aunque no haya una simbología numérica, la desigualdad se presenta al comparar la ubicación de cada letra en las palabras propuestas. En general, se destaca que los estudiantes suelen tener una mejor influencia de este factor de globalización si el problema planteado está acompañado de una imagen o un pictograma.

Ilustración 24. Respuesta de E2

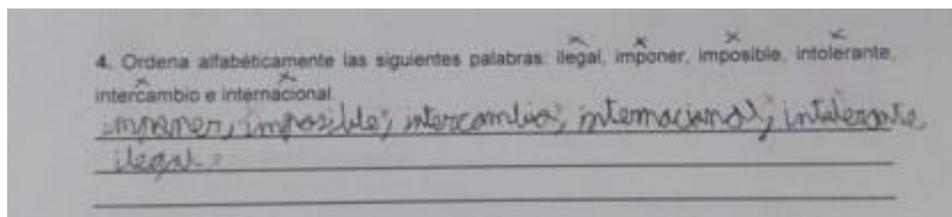


Ilustración 25. Respuesta de E4

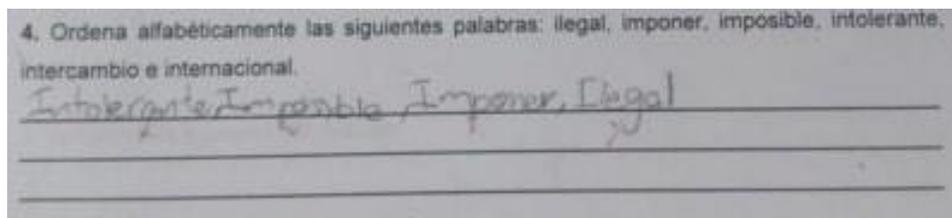


Tabla 17. Respuestas a la quinta pregunta de la prueba diagnóstica: de la percepción a la intuición.

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
5.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Ilustración 26. Respuesta de E3

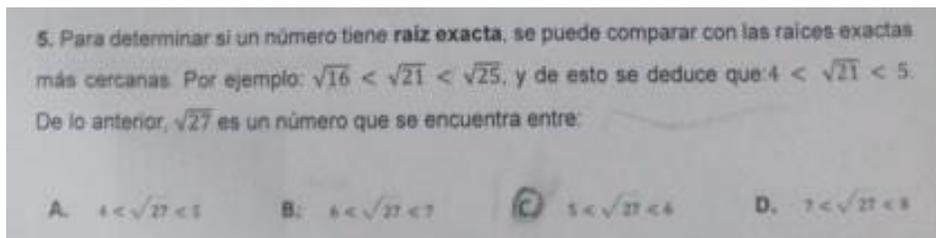


Tabla 18. Respuestas a la sexta pregunta de la prueba diagnóstica: de la percepción a la intuición.

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
6.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

En estas preguntas se resalta la alta influencia del tipo de globalización: *de la percepción a la intuición*, tomando como apoyo la información brindada y logrando analizar de forma acertada las opciones con las cuales tienen un conocimiento base acerca de las raíces y de igualación de cantidades, para dar la respuesta correcta. Esto permite que, aunque no haya un procedimiento específico para responder, pueden tomar como base su conocimiento y llegar a una conclusión de lo que se espera, apoyados en su intuición.

Ilustración 27. Respuesta de E4

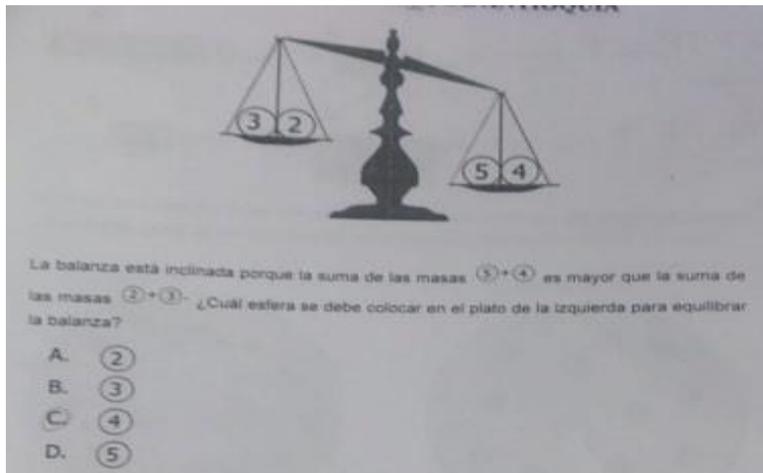


Tabla 19. Respuestas a la séptima pregunta de la prueba diagnóstica: visualización.

<i>Preguntas</i>	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>
7.	a	a	a	a

Ilustración 28. Respuesta de E1

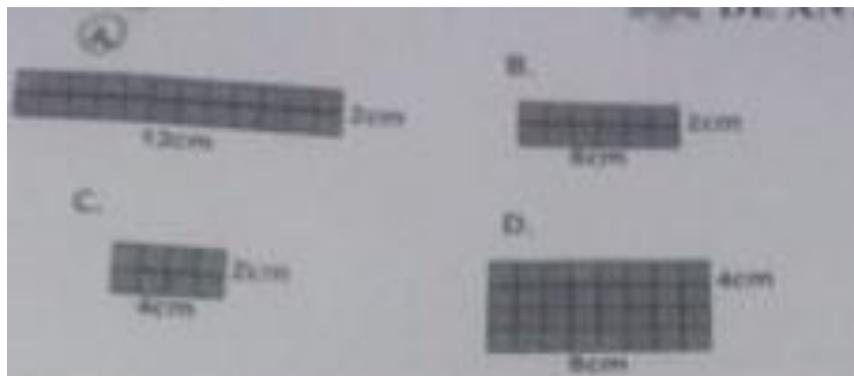


Tabla 20. Respuestas a la octava pregunta de la prueba diagnóstica: visualización.

Preguntas	E1	E2	E3	E4
8.	Conjunto b	Conjunto a	Conjunto b	Los conjuntos a y b son iguales.

Ilustración 29. Respuesta de E2

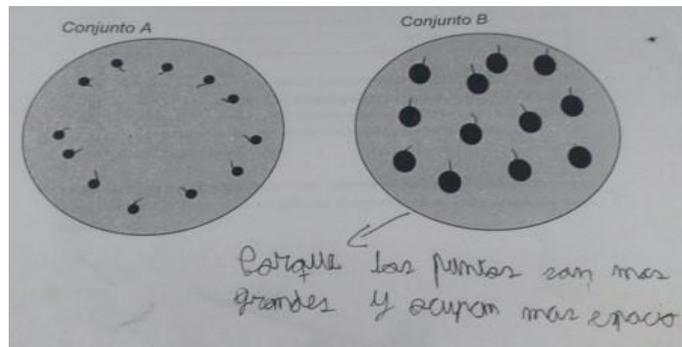
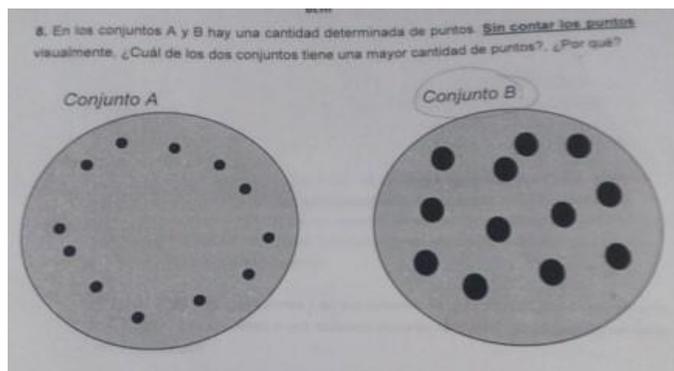


Ilustración 30. Respuesta de E4



En la pregunta siete, todos los estudiantes respondieron de manera correcta, esto evidencia que las unidades de análisis reconocen que una figura geométrica puede tener

dimensiones diferentes, pero áreas iguales; en la pregunta ocho, solo E4 respondió acertadamente. El tipo de globalización *visualización* ha tenido una buena influencia a lo largo de la prueba; es importante tener en cuenta que cuando se trata de dar respuestas que requieran una solución rápida, su percepción puede no ser tan específica como en la última pregunta, la cual no les permitía hacer conteo, generando la confusión al tener diferencias en el tamaño y orden de la representación gráfica de los elementos del conjunto; es por esto que este factor tiene una mejor influencia cuando el estudiante tiene la posibilidad de analizar con tiempo la información que la ilustración le está brindando, pero si es de inmediatez, se pueden generar desaciertos.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones de los análisis realizados en las respuestas de la prueba diagnóstica y la prueba específica del capítulo IV; se corroboran los objetivos de este trabajo de grado y se dan a conocer futuras líneas de investigación.

5.1 Consecución de los objetivos: general y específicos

Después de realizar el análisis de los datos obtenidos en las fases uno y tres del capítulo anterior, se evidenció en la prueba diagnóstica que los estudiantes poseen buen dominio del concepto de desigualdad matemática, el cual se ha fortalecido por medio de la experiencia que cada unidad de análisis ha tenido en su respectivo contexto; el uso constante de palabras como: mayor que, menor que, más grande que, más pequeño que e igual que, hacen referencia al objeto de estudio de este trabajo y permitió que los casos obtuvieran un conocimiento empírico de la noción; las respuestas obtenidas en la fase uno fueron un referente para identificar los cuatro casos a analizar y así poder cumplir con los objetivos de este estudio.

La intencionalidad de cada pregunta de la prueba diagnóstica permitió tener un panorama más amplio de la influencia que tienen los tipos de globalización intuitiva en la comprensión del concepto de desigualdad; en las soluciones de los estudiantes y en los análisis iniciales de los autores se deja evidenciada la manera en que cada tipo de globalización fortalece la interiorización del concepto en los casos; es importante resaltar que, en el paso de la educación básica primaria a la básica secundaria, este concepto se manifiesta de diversas maneras en problemas matemáticos; la experiencia es apenas un puente entre los casos y el concepto. La

finalidad es que esta noción trascienda con el tiempo de la intuición a un nuevo tipo de cognición.

Una vez analizados los resultados de la prueba diagnóstica y la prueba específica en las cuatro fases desarrolladas en el capítulo anterior, se evidencia que los tipos de globalización *jerarquía de significados*, *de la percepción a la intuición* y *visualización* tienen una alta influencia en las unidades de análisis, mientras que el tipo *extrapolación* tuvo poca influencia en los casos de estudio al desarrollar la prueba diagnóstica; los siguientes apartados dan cuenta de la manera en que cada tipo de globalización influye en el concepto de desigualdad matemática en cada uno de los casos:

5.1.1 Visualización: En la prueba diagnóstica E4 no propone una respuesta adecuada ya que no tiene en cuenta el tamaño de las barras, por el contrario, los demás estudiantes sí lo tomaron en consideración para comparar las cantidades (es importante resaltar que, para esto no era necesario resolver operaciones, sino que requería observar detalladamente el diagrama de barras para identificar el banco al cual se refería la pregunta), y en la prueba específica se puede evidenciar que los estudiantes fallaron en la observación del tamaño de los puntos y los omitieron; al ver que los puntos del conjunto B son más grandes, consideraron que había mayor cantidad y con los puntos pequeños del conjunto A, estimaron que hay menos cantidad.

En cuanto a la influencia del tipo de globalización intuitiva *visualización*, se observó que a los estudiantes les hizo falta analizar mejor el proceso de percepción visual.

En la pregunta número siete, se identificó que, a pesar de que los rectángulos presentan diferentes dimensiones, el área de estos es la misma, lo que permite dar cuenta de que los estudiantes reconocen el concepto de igualdad en diferentes situaciones problema; en esta

pregunta están presentes los tipos de globalización *visualización y de la percepción a la intuición*. En contraste con el diagrama de barras que se presenta en la prueba diagnóstica en la pregunta uno, entre los bancos Davivienda y Bancolombia, visualmente se evidencia que hay una igualdad entre ambos, sin embargo, al comparar la cantidad en específico, se logra comprender que existe una diferencia sutil entre estas.

5.1.2 De la percepción a la intuición: con la pregunta cinco de la prueba específica se identifica que hay reconocimiento del concepto de desigualdad, teniendo en cuenta que hay un buen dominio de los símbolos mayor que y menor que para identificar cuál es la raíz exacta que está entre dos raíces que no lo son; la noción de la radicación les permitió tomar decisiones acertadas para reconocer aquellas raíces cercanas, a pesar de que en la prueba diagnóstica las unidades de análisis E1 y E4 no usaron los símbolos de manera correcta. Se evidencia además que este tipo de globalización tiene una buena influencia en la medida en que se reconoce el concepto base y les permite intuir acertadamente la respuesta correcta.

Ahora bien, la pregunta seis de la prueba específica se relaciona no solo con el tipo de globalización de la *percepción a la intuición*, sino que adicionalmente se tiene en cuenta la *visualización* y la *jerarquización*, puesto que es necesario analizar el lado de la balanza en que hay mayor peso y resolver así la operación desde un proceso aditivo o de sustracción para llegar al punto en el que pueda equilibrarse; en esta pregunta se fortalecen diferentes tipos de globalización que posibilitan identificar si el concepto de desigualdad está siendo comprendido por el estudiante.

5.1.3 Extrapolación: en ambas pruebas se tienen en cuenta los conceptos de igualdad y desigualdad en las que se evidencia que hay dominio de estos conceptos por parte de las unidades de análisis. Desde la prueba diagnóstica hay una relación frente a la forma cómo la cantidad de cifras intervienen en la construcción de un número con una cantidad considerable de dígitos, aun así, en el proceso de formación de un número mayor que otro y menor que otro se presenta una dificultad al darle orden a cada uno de los dígitos propuestos, teniendo en cuenta el valor posicional. Partiendo de estos resultados, la pregunta uno de la prueba específica se enfocó en dar respuesta al reconocimiento de la igualdad en cuanto a la masa, mientras que en la pregunta dos, hay una relación entre la diferencia dada en las distancias en las que se encuentran los objetos del fulcro. Es importante resaltar que se requirió del apoyo visual para comprender mejor la pregunta realizada.

5.1.4 Jerarquización: En la parte operativa, los estudiantes identifican cuál es el orden en que se deben resolver las operaciones de los polinomios aritméticos de manera acertada, pero al momento de establecer un orden en el que debe jerarquizar en otros contextos, como el ordenar palabras de forma alfabética, se presenta una mayor confusión, puesto que se requiere un proceso mental diferente a dar un resultado numérico; se evidencia que los estudiantes presentan dificultades en el proceso para comprender un lexicográfico.

5.2 Nuevas perspectivas encontradas

Desde el trabajo con los estudiantes en el Semillero de Matemáticas, se logró vislumbrar una alta influencia del tipo de globalización *extrapolación*, sin embargo, durante el análisis de las pruebas diagnóstica y específica, se obtuvo como resultado lo contrario, puesto que fue el de

menor influencia presente en los estudiantes posiblemente debido a que no identifican los datos relevantes del enunciado para darle solución a las situaciones propuestas.

5.3 Futuras líneas de investigación

A partir de la revisión bibliográfica que se llevó a cabo en esta investigación en relación con el objeto de estudio y de saber específico, si se tiene en cuenta que los tipos de globalización facilitan la interiorización de nociones matemáticas, surge la necesidad de proponer actividades académicas que fortalezcan otros conceptos matemáticos a través de la creación de guías didácticas enfocadas en cada tipo de globalización, que permitan el fortalecimiento de las competencias matemáticas.

5.4 Discusiones

Durante el desarrollo del trabajo de investigación, se encontraron algunos hallazgos que son importantes mencionar, puesto que, al momento de realizar el proceso de observación con los estudiantes del Semillero de Matemáticas, surgieron inquietudes en cuanto a la forma cómo se comprende el concepto de desigualdad matemática, teniendo en cuenta los tipos de globalización intuitiva.

Adicional a esto, es importante destacar que si bien los tipos de globalización intuitiva se desarrollan en los estudiantes por medio del acercamiento contextual, en el transcurso de la básica primaria para comprender el concepto de desigualdad es meritorio mencionar que al realizar el rastreo de los Derechos Básicos de Aprendizaje-DBA (2016) de matemáticas (DBA nueve del grado primero), se identifica que no se hace alusión puntual a la desigualdad, sino que

se enfoca únicamente en procesos de igualdad como un resultado de una operación: “reconoce el signo igual como una equivalencia entre expresiones con sumas y restas”; por su parte, en el grado cuarto se indica en el DBA tres: “establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal”, haciendo un salto en la aplicación del conjunto de los números naturales.

Lo anterior, implica una reflexión teórica que exige adaptaciones curriculares pertinentes en los planes de estudio de matemáticas del nivel de Educación Básica Primaria.

Referencias

- Bell, A. (1987). Psicología y educación. Realizaciones y tendencias actuales en la investigación y en la práctica. *Diseño de enseñanza diagnóstica en matemáticas*, (págs. 73 - 78). Gran Bretaña. https://www.researchgate.net/profile/Amelia-Alvarez/publication/39146905_Psicologia_y_educacion_Realizaciones_y_tendencias_actuales_en_la_investigacion_y_en_la_practica_Actas_de_las_II_Jornadas_Internacionales_de_Psicologia_y_Educacion/links/6202b4ebc83d2
- Bernardis, S. (2015). *Biblioteca Virtual de la Universidad Nacional del Litoral*. <http://hdl.handle.net/11185/716>
- Bunge, M. (1965). .Intuición y ciencia. *EUDEBA*.
- Ceballos, Á. Z. (2003). *De la intuición al pensamiento abstracto. Esbozo de la historia de la ciencia*. Librería Facultad de Medicina Universidad del Valle- San Fernando.
- Collette, J. (1986). *Historia de la matemática. Tomo I. Siglo XXI España Editores*.
- Colombia, C. P. (1991). *Asamblea Nacional Constituyente*.
- Crespo Crespo, C. (2005). El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo. ResearchGate: https://www.researchgate.net/publication/272164005_El_papel_de_las_argumentaciones_matematicas_en_el_discurso_escolar_La_estrategia_de_argumentacion_por_reduccion_al_absurdo
- Crespo, C. (2005). INTUICIÓN Y RAZÓN EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO. *CLAME*, 717 - 727.
- Lineamientos Curriculares, (1998). *Ministerio de Educación Nacional*. <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/339975:Lineamientos-curriculares>
- Ley General de Educación, (1994). *Cámara del Honorable Congreso de la Republica de Colombia*.
- Fischbein, E. (2002). *Intuition in Science and Mathematics* . Board.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

- Garrote, M., Hidalgo, M., & Blanco, L. (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones. *SUMA 46*, 46, 37 - 44.
- Gheverghese, G. (2008). *A Brief History of Zero*. Iranian Journal for the History of Science.
- Guerrero, M. (2016). La investigación cualitativa. *Dialnet*, 1(2), 1- 9.
- Hernández, J. (2010). La comprensión de textos: un desafío teórico y didáctico actual. *En (Re)novando la enseñanza – aprendizaje de la lengua española y la literatura*, 106 - 157.
- Hernández, J., & Karel, P. (2015). La comprensión en la solución de problemas matemáticos: una mirada actual. *Redalyc*, 14(4), 16 - 29.
- Hernández, R., Fernández, C., & Pilar, B. (2014). *Metodología de la investigación*. Dialnet.
- Herrera, J. (s.f.). *La investigación cualitativa*. <https://juanherrera.wordpress.com/wp-content/uploads/2008/05/investigacion-cualitativa.pdf>
- Ley Estatutaria, (2012). *Congreso de la República de Colombia*. Función Pública: <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=49981>
- López, C. (2004). *Universidad de Palermo*. <https://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/CyT6/6CyT%2004.pdf>
- Estándares Básicos de Competencias-EBC (2006). *Ministerio de Educación Nacional*. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf
- Moroto, A. P. (2013). Propuesta para la enseñanza y aprendizaje de las inecuaciones lineales. *Educación*, 37(2), 1 - 16.
- Derechos Básicos de Aprendizaje-DBA (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas*.
- Nitti, L., Bernardis, S., & Scaglia, S. (2017). Indagación de la historia de las desigualdades matemáticas. *Educación matemática*, 29(3), 161 - 187. <https://doi.org/10.24844/EM2903.06>
- Ocampo, A. (2019). La comprensión en acción: un análisis sobre sus niveles y cualidades. *Pilquen. Sección psicopedagogía*, 16(2), 59- 74.
- Poincaré, H. (1899). *e-periodica*. <https://www.e-periodica.ch/cntmng?pid=ens-001:1899:1::57>
- Polya, G. (1976). How to solve it. *Editorial Trillas*.
- Ribas, P. (2005). *Immanuel Kant. Crítica de la razón pura*.
- Sánchez, A., & Sigarreta, J. (2011). Estudio epistemológico de las geometrías no- Euclidianas. *Matemáticas: enseñanza universitaria*, 19(2), 117-132.

Siegler, R. (1979). 'Children's thinking: The search for limits'. *The Functions of Language and Cognition*.

Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas en los últimos 10000 años*. Crítica.

Valdéz, A. (2014). *Etapas del desarrollo cognitivo de Piaget*. ResearchGate:
<https://www.researchgate.net/publication/327219515>

Wiske, M. (2008). ¿Qué es la comprensión? *Paidós*.

Yin, R. (2017). *INVESTIGACION SOBRE ESTUDIO DE CASOS. DISEÑO Y MÉTODOS*.
Segunda Edición. SAGE Publications.

Anexos

Anexo 1

Evidencia de uno de los consentimientos informados, firmado por el acudiente

 **UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

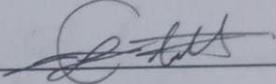
Consentimiento informado

Por medio de este documento, se les pide a los presentes el aval para la implementación de las actividades del trabajo de grado a cargo de los estudiantes: *Angélica Cubillos Meléndez, Yerson Dayhan Pineda Quintero* y *Verónica Andrea Ramírez Martínez*, estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, cuya única intención es recolectar información para la investigación que se titula: *tipos de globalización intuitiva en el concepto de desigualdad matemática: el caso de cuatro estudiantes del semillero de Matemáticas del Colegio Corazonista de Medellín*. Los fines de este estudio son netamente académicos y es requisito para optar al título de licenciados.

Por este motivo, esperamos la colaboración por parte de los docentes que orientan el semillero y de los estudiantes seleccionados para el estudio de casos que se realizará como metodología del trabajo de investigación. *Este trabajo tiene el propósito de fortalecer las habilidades matemáticas de los estudiantes.*

Respetado padre de familia y/o acudiente, si está de acuerdo en que su hijo haga parte en la implementación de actividades para este trabajo de grado, diligencie los siguientes espacios:

Yo Carime Gil acudiente del estudiante Daniel Felipe Ortiz Gil del grado 5 seleccionado para la investigación, doy mi consentimiento para su participación en el proceso de recolección de datos, necesarios para el análisis y culminación del trabajo de grado antes mencionado, autorizando las siguientes evidencias: trabajo escrito, audios, fotografías y videos, en los encuentros que se van a realizar con los estudiantes del semillero para la implementación de las actividades, la información recolectada sera confidencial, reservada y en ningún momento se revelará la información personal de los participantes.



Firma del acudiente.

Anexo 2

Certificado: *Angélica Cubillos Meléndez*



Anexo 3

Certificado: Verónica Andrea Ramírez Martínez



Anexo 4

Certificado: Yerson Dayhan Pineda Quintero



Anexo 5

Publicación en Revista Synergia Latina: Aspectos teóricos relacionados con el exceso de confianza y la intuición en matemáticas

Angélica Cubillos Meléndez*
Verónica Andrea Ramírez Martínez*
Yerson Dayhan Pineda Quintero*¹

¹Estudiantes de Licenciatura en Matemáticas, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia. Docentes en ejercicio.

RESUMEN

El presente escrito es llevado a cabo por tres profesores de matemáticas, tiene como propósito socializar algunos aspectos teóricos relacionados con la intuición en matemáticas y el exceso de confianza durante el proceso de comprensión de un concepto matemático, en el marco de una revisión de literatura sobre el tema. En primera instancia se habla acerca del exceso de confianza como una manifestación cognitiva que puede generar sesgos intuitivos, después se analizan algunas situaciones que influyen para que el estudiante desarrolle exceso de confianza y finalmente, se dan sugerencias con el fin de aprovechar las manifestaciones cognitivas de los estudiantes.

Palabras clave: exceso de confianza, intuición en matemáticas, concepto matemático.

THEORETICAL ASPECTS RELATED TO OVERCONFIDENCE AND INTUITION IN MATHEMATICS

ABSTRACT

The present writing is carried out by three mathematics teachers and aims to share certain theoretical aspects related to intuition in mathematics and the overconfidence during the process of understanding a mathematical concept, within the framework of a literature review on the subject. Initially, it discusses overconfidence as a cognitive manifestation that can generate intuitive biases. Then, it analyzes some situations that influence the development of overconfidence in students, and finally, suggestions are provided to leverage the cognitive manifestations of students.

Keywords: *Overconfidence, intuition in mathematics, mathematical concept.*

Anexo 6

Certificado del 7°. ENCUESTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACION MATEMÁTICA-EIEM7

LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
CERTIFICAN QUE:
YERSON DAYHAN PINEDA QUINTERO
PARTICIPÓ COMO PONENTE CON:
TIPOS DE GLOBALIZACIÓN INTUITIVA EN EL CONCEPTO DE DESIGUALDAD MATEMÁTICA.

EN EL "7MO ENCUESTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA" EIEM-7
REALIZADO EN MODALIDAD HÍBRIDA (PRESENCIAL-VIRTUAL) LOS 24 Y 25 DÍAS DE OCTUBRE DE 2024

Decano Facultad de Ciencias de la Educación

Coordinador. Lic Matemáticas
Coordinador General. EIEM

LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
CERTIFICAN QUE:
VERÓNICA ANDREA RAMÍREZ MARTÍNEZ.
PARTICIPÓ COMO PONENTE CON:
TIPOS DE GLOBALIZACIÓN INTUITIVA EN EL CONCEPTO DE DESIGUALDAD MATEMÁTICA.

EN EL "7MO ENCUESTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA" EIEM-7
REALIZADO EN MODALIDAD HÍBRIDA (PRESENCIAL-VIRTUAL) LOS 24 Y 25 DÍAS DE OCTUBRE DE 2024

Decano Facultad de Ciencias de la Educación

Coordinador. Lic Matemáticas
Coordinador General. EIEM



Barranquilla, 05/06/2024

Estimados:

Lic(e). ANGÉLICA CUBILLOS MELÉNDEZ, Dr. RÉNE ALEJANDRO LONDOÑO CANO

Ref.: Aceptación de trabajo para presentación en EIEM7

Saludo cordial,

Apreciados autores para el Comité Organizador del 7^{MO} Encuentro Internacional de Investigación en Educación Matemática-EIEM7, es un placer informarles que su trabajo *EL PAPEL DEL EXCESO DE CONFIANZA E INTUICIÓN EN MATEMÁTICAS: UNA PERSPECTIVA TEÓRICA SOBRE LA DESIGUALDAD*, ha sido *evaluado y aceptado* para ser presentado en la modalidad de **Póster** durante el evento, el cual se llevará a cabo el 24 y 25 de octubre del presente año en las instalaciones de la Universidad del Atlántico, Colombia.

En la página web del evento <https://www.uniatlantico.edu.co/encuentro-internacional-de-investigacion-en-educacion-matematica-eiem7/> estará disponible el formato para su presentación. Y para el mes de octubre encontrará la programación del evento con su Ponencia, habiendo surtido toda la información del pago de derechos para la presentación, publicación en Memorias de Evento con ISSN y posterior certificación de la ponencia aceptada y presentada en EIEM7. Agradecemos sea enviado este soporte a eiem@mail.uniatlantico.edu.co, con **asunto: Soporte de Pago de PS-autores**.

Agradecemos su atención y contribución.

Universitariamente,

Jesús Berrío Valbuena
Coordinador del programa de Licenciatura en Matemáticas
Coordinador -EIEM7
eiem@mail.uniatlantico.edu.co
licenciaturamatematicas@mail.uniatlantico.edu.co
Cel. 304 5909627 - 316 4036229