



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**Facultad de Educación**

**Articulación entre la matemática y el campo de acción de la Ingeniería de Diseño de  
Producto. Aportes de la modelación matemática**

**Investigación para optar al título de Doctor en Educación**

**PAULA ANDREA RENDÓN MESA**

**Asesores**

**PhD. JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA**

**PhD. PEDRO VICENTE ESTEBAN DUARTE**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN  
MEDELLÍN  
2016**

**Articulación entre la matemática y el campo de acción de la Ingeniería de Diseño de Producto. Aportes de la modelación matemática**

**PAULA ANDREA RENDÓN MESA**

**Investigación para optar al título de Doctor en Educación**

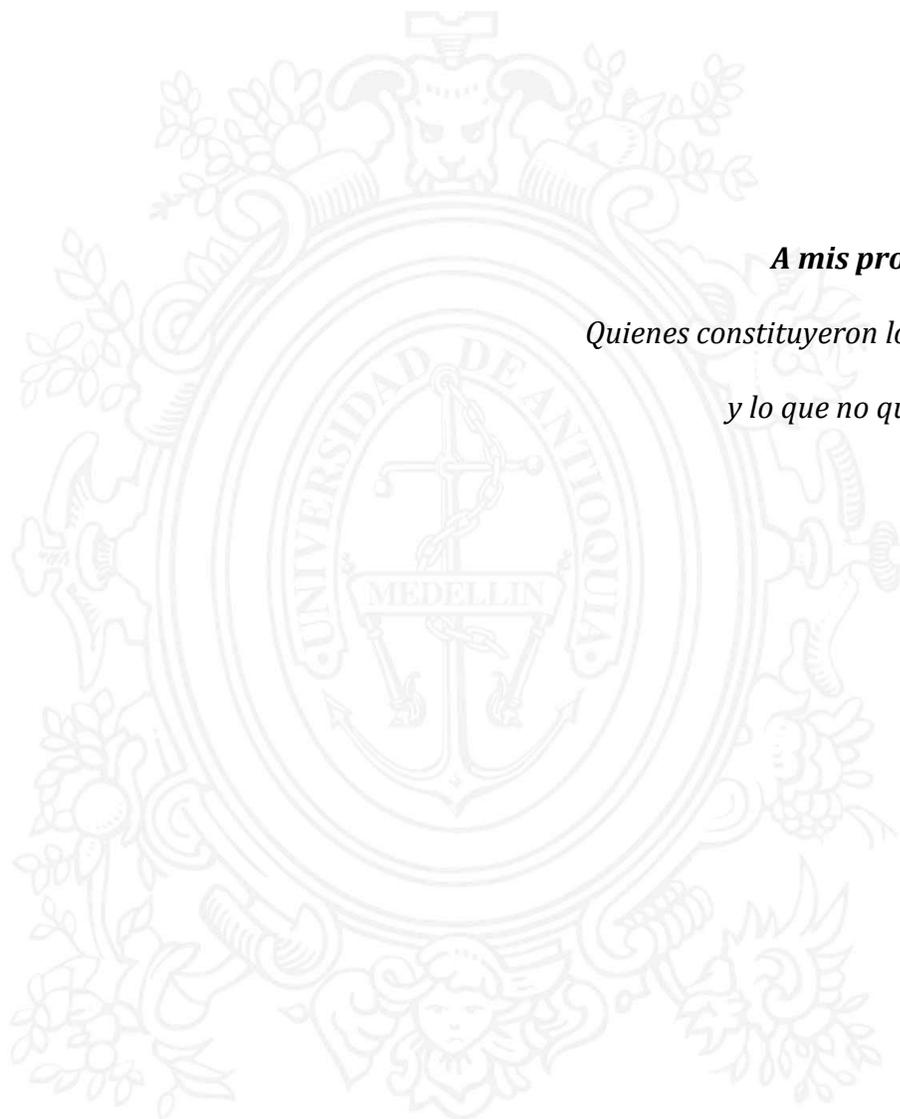
**Asesores**

**PhD. JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA  
PhD. PEDRO VICENTE ESTEBAN DUARTE**

**Línea de Investigación en Educación Matemática**

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN  
MEDELLÍN  
2016**



*A mis profesores,  
Quienes constituyeron lo que soy  
y lo que no quiero ser.*

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Contenido

<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de Tablas.....</b>	<b>XI</b>
<b>Glosario.....</b>	<b>13</b>
<b>Agradecimientos.....</b>	<b>14</b>
<b>Resumen.....</b>	<b>17</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>19</b>
<b>Génesis de la investigación .....</b>	<b>22</b>
Naturaleza de la asignatura de Modelación Matemática .....	22
Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la formación de ingenieros .....	27
Necesidades de formación matemática de los futuros ingenieros.....	33
<i>El papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros .....</i>	<i>35</i>
<i>El uso de los contextos en la formación de un futuro ingeniero .....</i>	<i>45</i>
Delimitación del problema de investigación .....	51
Pregunta y objetivos de la investigación.....	54
<b>Modelación Matemática en una perspectiva del aprendizaje situado .....</b>	<b>57</b>
El aprendizaje situado en la formación de ingenieros.....	58
<i>Orígenes y concepciones del aprendizaje situado.....</i>	<i>58</i>

<i>El aprendizaje situado y la formación matemática en ingeniería.....</i>	65
<i>Algunas limitaciones del aprendizaje situado.....</i>	72
Modelación Matemática en un ambiente de aprendizaje situado. Una alternativa para atender a las necesidades de formación de un futuro IDP.....	74
El proceso de modelación matemática, ingenieril y de producto. Fusión de condiciones para la materialización y matematización de un producto .....	80
<i>El proceso de modelación matemática en Educación Matemática.....</i>	81
<i>El proceso ingenieril.....</i>	88
<i>El proceso de diseño de producto.....</i>	91
<b>Metodología de la investigación.....</b>	<b>98</b>
El enfoque de la fenomenología hermenéutica .....	99
Participantes .....	103
Escenario de la investigación .....	104
<i>Primera etapa: los componentes de la modelación matemática .....</i>	<i>105</i>
<i>Segunda etapa: rediseño curricular de la asignatura Modelación Matemática .</i>	<i>115</i>
<i>Tercera etapa: implementación del rediseño curricular .....</i>	<i>123</i>
Herramientas para la producción de los registros.....	126
<i>Observación participante.....</i>	<i>126</i>
<i>Reportes.....</i>	<i>127</i>
<i>Videograbaciones y transcripciones de las sesiones de clase.....</i>	<i>128</i>
Análisis de los datos .....	129



<i>Unidad de análisis</i> .....	129
<i>Organización de los registros</i> .....	131
<i>Categorización de primer nivel</i> .....	132
<i>Categorización de segundo nivel</i> .....	133
<i>Categorización de tercer nivel</i> .....	134
La validación .....	136
<b>Un diseño de ambiente de modelación para la Ingeniería de Diseño de</b>	
<b>Producto</b> .....	<b>138</b>
Alcances de los componentes en la formación de los IDP .....	143
<i>La contextualización para ofrecer significados al futuro campo de acción</i> .....	143
<i>La problematización como alternativa para consolidar los diseños con las</i>	
<i>relaciones matemáticas</i> .....	160
<i>Aportes de la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas</i> .....	168
Particularidades de la modelación matemática .....	180
<i>Evolución de los modelos</i> .....	181
<i>Vinculación de modelos de otras disciplinas</i> .....	193
Confrontación entre el saber, el actuar y el pertenecer como la dinámica del	
ambiente de modelación .....	207
<b>El proceso de modelación matemática en la IDP</b> .....	<b>215</b>
Proceso de <i>modelación matemática-y-diseño</i> para los IDP .....	220

<i>Proceso de modelación matemática-y-diseño con base en las experiencias personales.....</i>	224
<i>Proceso de modelación-matemática-y-diseño con base en las experiencias de los usuarios.....</i>	247
Procesos generales y específicos de la Modelación matemática, la ingeniería y el diseño de producto.....	267
<b>Conclusiones .....</b>	<b>276</b>
Modelación <i>matemática-y-diseño</i> y el significado de la articulación en el proceso formativo del IDP .....	279
El proceso de modelación <i>matemática-y-diseño</i> de los IDP como una manifestación de la <i>modelación matemática situada</i> .....	280
Implicaciones para el campo de la Modelación Matemática y la Educación en Ingeniería .....	285
Futuras líneas de investigación .....	287
<b>Referencias .....</b>	<b>288</b>
<b>Anexo A. Tareas de Modelación Matemática .....</b>	<b>307</b>
Tarea 1. Los empaques y envases.....	307
Tarea 2. Los planos y cotas de un producto.....	309
Tarea 3. Los costos de producción de un producto .....	310
Tarea 4. La construcción de una caja para tortas .....	312



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803  
Facultad de Educación

## Contenido

VIII

Tarea 5. Situaciones del IDP.....	315
Tarea 6. Las formas y los volúmenes en los productos .....	316
Tarea 7. Los patrones y las regularidades en el diseño.....	319
Tarea 8. La geometrización de un producto .....	321
<b>Anexo B. Rúbricas de evaluación de los Proyectos de Diseño de Producto...</b>	<b>325</b>
<b>Anexo C. Proyectos de modelación <i>matemática-y-diseño</i> .....</b>	<b>329</b>
<b>Anexo D. Consentimiento informado de los estudiantes .....</b>	<b>334</b>
<b>Anexo E. Artículos publicados en revista o eventos académicos .....</b>	<b>335</b>

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### Lista de Figuras

<b>Figura 1.</b> Malla curricular IDP- Línea de formación matemática.....	24
<b>Figura 2.</b> Representación de la relación trídica en los modelos.....	43
<b>Figura 3.</b> Problema de investigación.....	53
<b>Figura 4.</b> Perfil profesional del IDP.....	75
<b>Figura 5.</b> Diagrama ilustrativo de la <i>Ingeniería de Diseño de Producto</i> .....	76
<b>Figura 6.</b> Proceso de modelación Kaiser (1995, p. 68) y Blum (1996, p. 18).....	82
<b>Figura 7.</b> Representación de proceso de <i>modelación</i> de Blomhøj y Jensen (2003).....	84
<b>Figura 8.</b> Ciclo de la modelación presentado por Blum y Leibs (2005).....	85
<b>Figura 9.</b> Fases del proceso ingenieril propuesto por Wright (2004).....	89
<b>Figura 10.</b> Proceso básico de diseño de producto propuesto por Roozenburg (2009).....	94
<b>Figura 11.</b> Componentes de la <i>modelación matemática</i> .....	114
<b>Figura 12.</b> Etapas a lo largo de la investigación.....	125
<b>Figura 13.</b> La unidad de análisis.....	130
<b>Figura 14.</b> Resumen de proceso de análisis.....	135
<b>Figura 15.</b> Estructura del Capítulo: Un diseño de ambiente de modelación para la IDP....	142
<b>Figura 16.</b> Primer modelo de los estudiantes.....	183
<b>Figura 17.</b> Primera evolución del modelo.....	184
<b>Figura 18.</b> Segunda evolución del modelo.....	186



<b>Figura 19.</b> Tercera evolución del modelo. Recreación en PhotoShop del estudiante .....	188
<b>Figura 20.</b> Progreso de los alumnos en la evolución de modelos .....	192
<b>Figura 21.</b> Dinámica del ambiente de modelación.....	208
<b>Figura 22.</b> Proceso de modelación experiencia personal/formal.....	226
<b>Figura 23.</b> Proceso de modelación experiencia personal/funcional. ....	240
<b>Figura 24.</b> Proceso de modelación experiencia usuarios/formal .....	254
<b>Figura 25.</b> Proceso de modelación experiencias usuarios/funcional .....	266
<b>Figura 26.</b> Proceso de <i>modelación matemática-y-diseño</i> .....	273

### Lista de Tablas

<b>Tabla 1.</b> Puntos de vista de la psicología y la antropología para el aprendizaje situado.....	61
<b>Tabla 2.</b> Fase del proceso de modelación, ingenieril y del diseño.....	94
<b>Tabla 3.</b> Rediseño curricular de la asignatura <i>Modelación Matemática</i> .....	115
<b>Tabla 4.</b> Resumen de la renovación curricular de la asignatura MM.....	119
<b>Tabla 5.</b> Alcance de <i>la contextualización</i> para dar soporte a una idea de diseño .....	146
<b>Tabla 6.</b> Alcance de <i>la contextualización</i> para el reconocimiento de acciones futuras.....	152
<b>Tabla 7.</b> Reconocimiento de acciones futuras frente a una situación de diseño.....	153
<b>Tabla 8.</b> Diferenciaciones entre envases y empaques a la luz de conceptos matemáticos	155
<b>Tabla 9.</b> Alcances de la contextualización referente a las diferenciaciones conceptuales.	157
<b>Tabla 10.</b> Fragmento de los estudiantes de los reportes de la Tarea 4 .....	161
<b>Tabla 11.</b> Maneras como los estudiantes actuaron referente a la problematización .....	165
<b>Tabla 12.</b> Expertos con la que interactuaron y sugerencias para el proyecto .....	171
<b>Tabla 13.</b> Resumen de los expertos que consultaron los estudiantes.....	175
<b>Tabla 14.</b> Acciones de los diferentes expertos en el proceso de diseño de producto.....	176
<b>Tabla 15.</b> Situaciones que modelaron los estudiantes .....	194
<b>Tabla 16.</b> Requerimientos atendidos en el proceso de modelación <i>matemática-y-diseño</i>	224
<b>Tabla 17.</b> Uso de modelos en el proceso de <i>modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia personal y los requerimientos formales</i> .....	231



<b>Tabla 18.</b> Uso de modelos en el proceso de <i>modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia personal y los requerimientos funcionales.</i> .....	243
<b>Tabla 19.</b> Uso de modelos en el proceso de <i>modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia de los usuarios y los requerimientos formales.</i> .....	250
<b>Tabla 20.</b> Uso de modelos en el proceso de <i>modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia de los usuarios y los requerimientos formales y funcionales.</i> .....	258
<b>Tabla 21.</b> Procesos generales y específicos en la <i>modelación matemática-y-diseño</i> .....	270
<b>Tabla 22.</b> Comparación entre los cuatro procesos de <i>modelación matemática-y-diseño</i> ...	272

## Glosario

- **Apilabilidad:** función con la que deben algunos productos y se relaciona con la capacidad que tengan para ponerse uno sobre otro.
- **Geometrización:** el proceso de trasladar la propuesta a formas geométricas y establecer relaciones entre los espacios y las formas, para definir un conjunto que consolide el producto final.
- **Requerimiento de uso:** hace alusión a los aspectos que debe atender un producto para que se posibilite la interacción con el usuario. Involucran la practicidad, la seguridad, el mantenimiento, la manipulación, la antropometría, la ergonomía.
- **Requerimiento estructural:** son aquellas características de un producto que se relaciona con los componentes y elementos que lo constituyen como la cantidad de piezas de la estructura.
- **Requerimiento formal:** condiciones que atiende un producto con relación al carácter estético. Se relaciona con el estilo o la apariencia, con las cualidades que lo hacen único como la simplicidad, las proporciones entre las partes, la atención visual, el equilibrio, simetría, ritmo, contraste, el color y la textura.
- **Requerimiento funcional:** con aquellos que atienden un producto con relación a los principios técnicos, físicos, químicos, mecánicos que posibilitan el funcionamiento, la confianza para manipularlo, la versatilidad y la resistencia o durabilidad.

## Agradecimientos

Agradecer, viene del latín *gratia*, como honra y alabanza a quien con sus favores te ayudaron. Este es el momento para pensar en todos aquellos seres que estuvieron presentes en este que-hacer, y repensarme es lo que me llevó a la escritura de estas últimas líneas, donde afloran las lágrimas y las emociones encontradas. Se entremezclan la satisfacción del deber cumplido, el recuerdo de la duda y la divagación en medio del caos de la incertidumbre, donde no tenía la certeza del camino a tomar. Concluir mi investigación es gracias a una cantidad innumerable de compañeros de ruta que me ayudaron a dilucidar y confiar, permitiéndome así un progreso significativo en mi vida familiar, académica y profesional. Es por esto que, como el latín lo indica hoy le agradezco de manera especial:

A **Dios**, ser dador de vida, es quien posibilita y dispone todo porque en manos de Él, todo es perfecto. Su omnipresencia no me dejó desfallecer, porque es el quien ha fortalecido mi corazón, y su promesa dadora de vida, se ve en el alcance de esta meta.

A mis asesores **Jhony Alexander Villa-Ochoa** y **Pedro Vicente Esteban Duarte**, quienes hicieron posible que este proceso se llevara a cabo gracias a su incondicionalidad, las enseñanzas académicas, el alto nivel de exigencia, la dedicación exclusiva y en especial a su amistad.

A los integrantes de los grupos de investigación en los que participé y aportaron de manera incalculable a la cualificación de la investigación. De manera particular al grupo de Investigación en Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit) y a su coordinador **Carlos Mario Jaramillo López**. Así mismo, agradezco al grupo de investigación MATHEMA-FIEM por los diálogos que me llevaron a asumir una postura acerca de la Educación Matemática. De igual forma, agradezco a **Liliana Suarez Téllez**, coordinadora del *Seminario Repensar las Matemáticas* y miembro de la Red de Investigación e Innovación en Educación Estadística y Matemática Educativa, RIIEEME, quien con su equipo de trabajo aportó su esencia personal a la labor investigativa.

A los profesores de la Ingeniería de Diseño de Producto de la Universidad EAFIT; de manera particular, a **Catalina Londoño, Juan Diego Ramos, Sebastián Ochoa y Julio San Pedro**, por su capacidad de enseñarme e invitarme a trasegar por caminos desconocidos. Al mismo tiempo, a todos y cada uno de los estudiantes de Ingeniería de Diseño de Producto (IDP-20151) quienes hicieron parte del proceso y aportaron su capacidad creativa y motivacional.

A mis profesores y compañeros de la línea en Educación Matemáticas por sus comentarios y diálogos en el Seminario Permanente quienes trazaron horizontes y generaron amplitudes para culminar el trabajo de investigación.

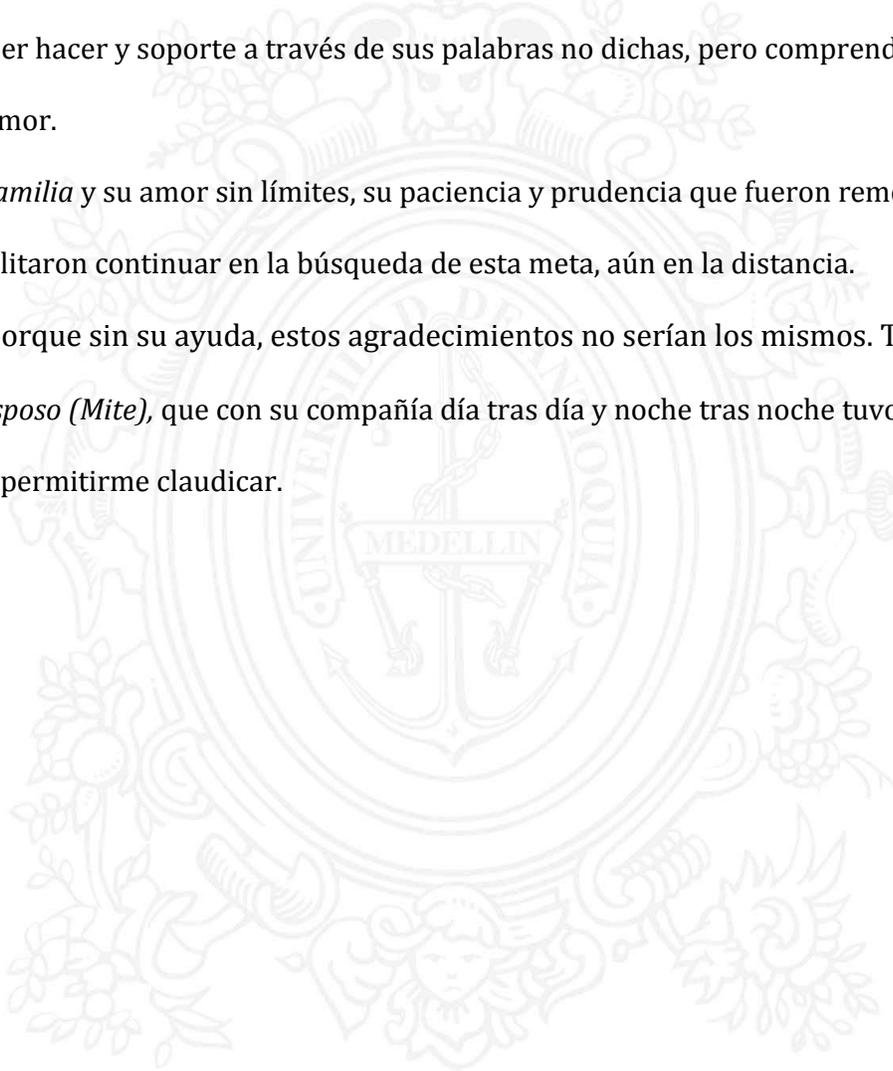
A **Jorge Albeiro Bañol Gutiérrez y Juan José Patiño** por su colaboración en la revisión de estilo que me permitieron precisar asuntos de la presentación de la investigación con miras a una mejor divulgación.

A *mis amigos*, que fueron puente inquebrantable entre la racionalidad y la emotividad, motor del deber hacer y soporte a través de sus palabras no dichas, pero comprendidas con el lenguaje del amor.

A *mí familia* y su amor sin límites, su paciencia y prudencia que fueron remedio y alivio, que me posibilitaron continuar en la búsqueda de esta meta, aún en la distancia.

A *Su*, porque sin su ayuda, estos agradecimientos no serían los mismos. Te amo.

A *mi esposo (Mite)*, que con su compañía día tras día y noche tras noche tuvo un gesto de amor para no permitirme claudicar.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Resumen

La investigación se desarrolló en el marco del programa de Doctorado en Educación en la línea de Educación Matemática de la Universidad de Antioquia y se relaciona con la *modelación matemática* y su función articuladora entre la formación matemática y el campo disciplinar de un futuro ingeniero de Diseño de producto. Se presenta una revisión de la literatura en términos de la *modelación matemática* para la formación de ingenieros y las necesidades en la formación matemática. En correspondencia con dicha revisión, se determinó el problema de investigación ***¿Cómo un ambiente de modelación matemática puede potenciar una articulación entre la Matemática y el campo de acción de un futuro ingeniero de Diseño de Producto?***

Considerar la *modelación matemática* como un ambiente que potencia la articulación, implicó pensar en las condiciones particulares de la modelación, razón por la que se vinculó el aprendizaje situado para convertirla en una unidad con el diseño. En este sentido, se introdujo la noción de *modelación matemática-y-diseño*, con el ánimo de hacer explícita la modelación como situada en el campo del diseño de producto, aspecto teórico que sirvió como soporte teórico para estudiar el objeto de estudio de la investigación.

Se adoptó la investigación cualitativa con el ánimo de encontrar significados a la manera en que los estudiantes modelan en correspondencia con el diseño de un producto y responden al problema investigativo. Es así como, a través de las observaciones, los

registros de los estudiantes y las grabaciones se analizaron las características del ambiente de modelación y, al mismo, tiempo la forma como modelan los futuros ingenieros de diseño producto.

Los resultados de la investigación muestran que el ambiente de *modelación matemática* presenta varias condiciones a partir de los cuatro componentes de la modelación cómo son: *la contextualización, la problematización, el diálogo entre disciplinas y la interacción con expertos. La contextualización* permite a los estudiantes soportar las ideas de diseño, reconocer acciones futuras y generar diferenciaciones conceptuales. *La problematización* se asumió como una alternativa para tomar decisiones informadas frente al proceso de diseño. *Los aportes de la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas* fueron aspectos determinantes para alcanzar los objetivos propuestos en la investigación. Al mismo tiempo, *la modelación matemática* asumió unas particularidades como en el caso en el que los estudiantes pueden evolucionar los modelos que usan e involucrar representaciones o modelos de otros campos como el diseño, la física, la química, entre otros. Los anteriores planteamientos generaron unas condiciones para que la actuación y la manera de trabajo de los participantes se diferenciaron de otros ambientes de aprendizaje. Al mismo tiempo se puede afirmar que el proceso de *modelación matemática* y diseño genera unas particularidades, a partir de las experiencias personales o de otro sujeto que se denomina usuario, que permiten atender a los requerimientos formales y funcionales de un producto.

**Abstract**

**Link between Mathematics and Action Field of Product Design Engineer.  
Contributions of Mathematical Modelling**

The research was developed in the framework of Doctorate in Education in the Mathematics Education line of the Universidad de Antioquia. This research deals about mathematical modelling and its link function between mathematical education and disciplinary field of a future Product Design Engineer. A literature review about mathematical modelling for engineering education and education needs in mathematics was presented. In relation to this review, the research problem was determined in this way: How an environment of mathematical modelling can enhance the link between mathematics and the field of a future product design engineer?

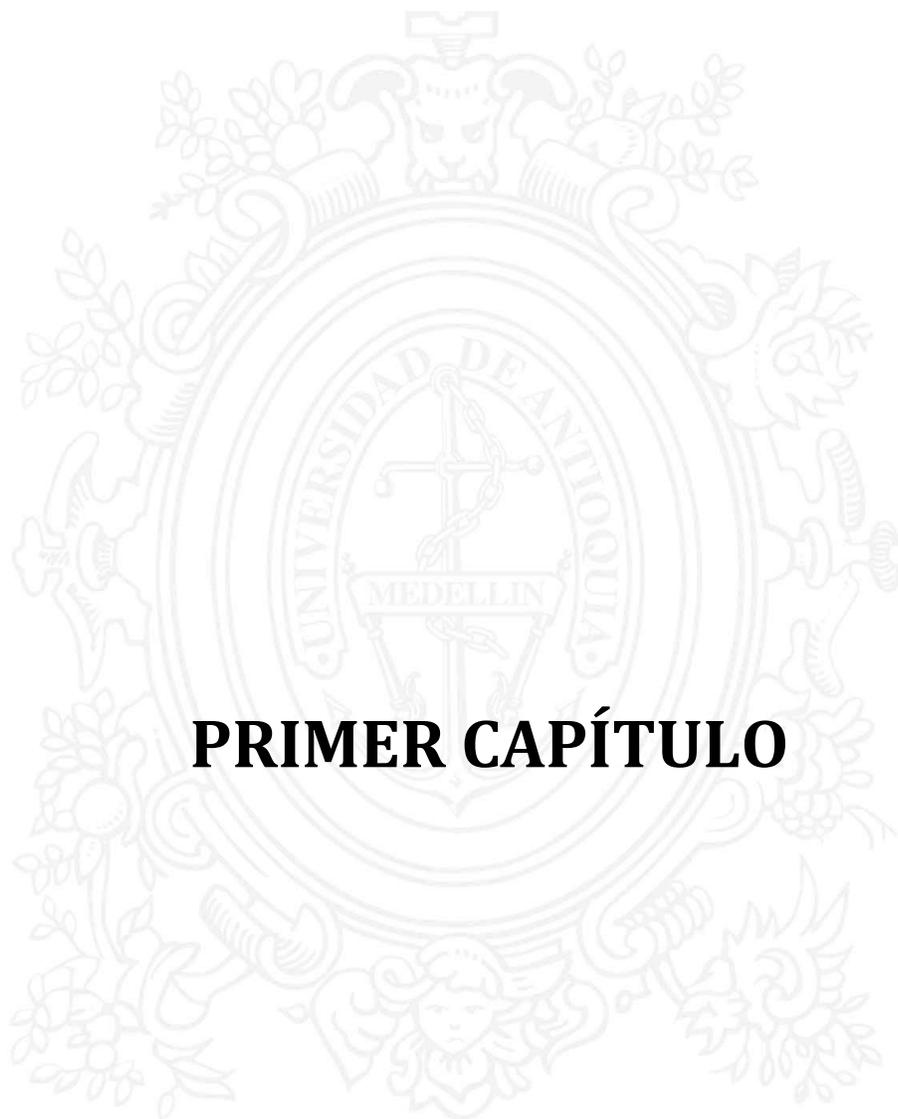
Considering mathematical modelling as an environment that enhances the link involves thinking about the modelling particular conditions, because of this reason, situated learning was linked with design as a unit. In this sense, the expression mathematical modeling-and-design was used, with the aim of making explicit modelling as situated. This concept serves as theoretical support to analyze the subject of study of the research.

Qualitative research was used in order to find meanings about the way of modelling of the students according to product design and the way they resolve the research problem. Thus, modelling environment and the way of modelling of future product design engineers were analyzed through observations, student records and recordings.

The research results show that the mathematical modelling environment presents several conditions based on four components of modelling: contextualization, problematization, dialogue with disciplines and interaction with experts.

Contextualization allows the students to understand the design ideas, recognize future actions and generate conceptual distinctions. Problematization was understood as an alternative to make informed decisions regarding the process design. The contributions from interaction with experts and dialogue between disciplines were guides to proceed and achieve the objective. At the same time, mathematical modelling took some peculiarities as in the case in which the students can evolve the models used and involve representations or models from other fields such as design, physics, chemistry, among others.

Mentioned approaches generated conditions in order to differentiate the acting and way of working of the participants from other learning environments. At the same time, mathematical modelling process and design generate characteristics which allow attending the formal and functional requirements, according to the User. These requirements come from personal experiences or experiences of other subject.



## **PRIMER CAPÍTULO**

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### **Génesis de la investigación**

En el presente Capítulo se relacionan los antecedentes del problema de investigación, en primer lugar, con la naturaleza de una asignatura que hace parte de la formación de un ingeniero de Diseño de producto. Dicha asignatura tiene el nombre de *Modelación Matemática* y en ella se reconocen las actuaciones de los estudiantes y su proceder con los conceptos y la aplicación de la matemática en situaciones específicas. En segundo lugar, se presenta el papel de la *modelación matemática* y el uso de los contextos como necesidades de formación matemática de un futuro ingeniero. Por último, se delimita el problema de investigación y se expone la pregunta y los objetivos.

#### **Naturaleza de la asignatura de Modelación Matemática**

Determinar la naturaleza del aula de clase es presentar las condiciones de un espacio formativo. En el caso de esta investigación, se describen las condiciones en las que se creó la asignatura de *Modelación Matemática* para la *Ingeniería de Diseño de Producto* (en adelante, IDP) y las actuaciones de los estudiantes en el proceso de formación que tal asignatura posibilita.

El proceso formativo para los IDP de la Universidad EAFIT<sup>1</sup> (Medellín, Colombia), considera como eje central permitir a los estudiantes establecer relaciones con el contexto, de tal forma que puedan diseñar y construir un producto y, al mismo tiempo, poner en práctica los conocimientos que adquieren. Tales consideraciones permitieron reconocer el contexto como un espacio para construir y poner en práctica los conocimientos adquiridos en el proceso académico, aspecto que está en correspondencia con la *modelación matemática*.

Desde el año 2006 hasta la fecha, en la Universidad EAFIT se implementa una asignatura llamada *Modelación Matemática* para la IDP, la cual pertenece a la línea de formación matemática como indica la **Figura 1**. Dicha asignatura pretende que los estudiantes reconozcan situaciones propias del diseño de un producto y dinamicen así los conocimientos matemáticos, ingenieriles y del diseño que requieren en su futuro profesional. Con ello se busca “sensibilizar al estudiante mediante la observación y la construcción de objetos concretos para alcanzar la comprensión de conceptos matemáticos y dotarlos de herramientas básicas de tal forma que las integre a su entorno y las relacione con elementos del diseño” (EAFIT, 2006, p. 2). Dicha situación, posiciona a las matemáticas como un instrumento para la formalización de los conocimientos, donde lo importante es que el estudiante alcance una ampliación conceptual, más allá de los desarrollos algorítmicos.

---

<sup>1</sup> Antes recibía el nombre de Escuela de Administración, Finanzas e Instituto Tecnológico (EAFIT) y al consolidarse como Universidad se adoptó la sigla como nombre.



Figura 1. Malla curricular IDP- Línea de formación matemática.

Materias Obligatorias

Semestre 01	Semestre 02	Semestre 03	Semestre 04	Semestre 05	Semestre 06	Semestre 07	Semestre 08	Semestre 09
DF0238 Física conceptual CR:3 UM: 6 Contenidos	CM0230 Cálculo I CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0248 Proyecto 3 CR:4 UM: 6 Contenidos	ID0253 Prototipos 1 CR:2 UM: 4 Contenidos	ID0256 Creatividad en el diseño CR:2 UM: 3 Contenidos	ID0251 Mecánica de sólidos y simulación CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0266 Presentación de proyectos CR:2 UM: 3 Contenidos	ME0217 Investigación de mercados (I) CR:3 UM: 4 Contenidos	PT0302 Período de práctica (Ingeniería de diseño de producto reforma) CR:18 UM: 20 Contenidos
BU0011 Bienestar universitario CR:1 UM: 1 Contenidos	ID0247 Modelos CR:1 UM: 2 Contenidos	CM0231 Cálculo II CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0250 Proyecto 4 CR:4 UM: 6 Contenidos	ST0272 Electronica basica CR:2 UM: 4 Contenidos	CM0244 Estadística general CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0261 Proyecto 7 CR:4 UM: 6 Contenidos	PT0113 Pre-práctica CR:0 UM: 0 Contenidos	
ID0241 Dibujo para la creación CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0246 Mecánica del artefacto CR:2 UM: 6 Contenidos	IM0230 Dibujo técnico CR:3 UM: 4 Contenidos	CM0232 Cálculo III CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0254 Sistemas de ingeniería CR:1 UM: 3 Contenidos	ID0260 Prototipos 2 CR:1 UM: 3 Contenidos	ID0265 Mecánica de fluidos y simulación CR:3 UM: 4 Contenidos	OG0260 Preparación de proyectos CR:3 UM: 4 Contenidos	
ID0242 Historia y teoría del producto CR:2 UM: 4 Contenidos	ID0245 Modelación 3d 1 CR:1 UM: 4 Contenidos	ID0249 Lenguaje de producto CR:1 UM: 3 Contenidos	ID0268 Seminario industrial CR:1 UM: 2 Contenidos	ID0252 Procesos y productos CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0259 Seminario internacional CR:1 UM: 1 Contenidos	OG0276 Ingeniería económica CR:3 UM: 4 Contenidos	IP0287 Administración de operaciones CR:2 UM: 4 Contenidos	
ID0240 Proyecto 1 CR:4 UM: 6 Contenidos	ID0244 Dibujo para la formalización CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0230 Diseño conceptual CR:2 UM: 2 Contenidos	ID0263 Materiales en el diseño CR:3 UM: 6 Contenidos	CM0235 Ecuaciones diferenciales CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0258 Proyecto 6 CR:4 UM: 6 Contenidos	NI0232 Mercadeo y negociación CR:3 UM: 4 Contenidos	IP0283 Ingeniería concurrente CR:3 UM: 4 Contenidos	
CM0233 Modelación matemática CR:2 UM: 4 Contenidos	ID0243 Proyecto 2 CR:4 UM: 6 Contenidos	IM0260 Mecanismos y simulación CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0267 Modelación 3d 2 CR:2 UM: 4 Contenidos	ID0255 Proyecto 5 CR:4 UM: 6 Contenidos	ME0216 Fundamentos de mercadeo (I) CR:3 UM: 4 Contenidos	IP0282 Manufactura asistida por computador CR:3 UM: 4 Contenidos	ID0262 Proyecto 8 CR:4 UM: 4 Contenidos	
BU0010 Inducción CR:0 UM: 0 Contenidos				ID0280 Física de los medios CR:3 UM: 4 Contenidos				
<b>Semestre 10</b>								
ID0283 Proyecto final CR:3 UM: 8 Contenidos								

Fuente: Tomado de <http://www.eafit.edu.co/programas-academicos/pregrados/ingenieria-diseno-producto/plan-de-estudios/Paginas/inicio.aspx>. Fecha de consulta: 22 de Julio de 2015.

La propuesta curricular de la asignatura de *Modelación Matemática* para la IDP pretende que los estudiantes reconozcan condiciones matemáticas que definen la creación de un diseño. Sin embargo, el reconocimiento que realizaban los estudiantes hasta el primer semestre del año 2015 (2015-I) no daba cuenta de este tipo de apropiaciones conceptuales, puesto que no era clara frente al para qué y cómo usar los conceptos matemáticos en la definición de los requerimientos formales, estructurales o funcionales que deben tener en cuenta en el diseño de un producto. Por el contrario, los estudiantes vinculaban a sus diseños formas matemáticas que conocían, con la intención de responder a las tareas de matematización propuestas en la asignatura de *Modelación Matemática* pero no como muestra de una apropiación matemática en relación con la nueva construcción que generaban.

A pesar de las intenciones de la asignatura de *Modelación Matemática*, Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2013) y Rendón-Mesa y Esteban (2013) describen y analizan algunos episodios que dieron cuenta de cómo los estudiantes de la asignatura usaban las matemáticas para la creación de ideas de diseño, pero el uso que ellos daban a la matemática se encontraba en correspondencia con el reconocimiento de formas geométricas que componían los objetos, proceso que se concibe como una muestra de la geometrización<sup>2</sup>. Sin embargo, dicho proceso se restringía, de manera exclusiva, a describir

---

<sup>2</sup> La Geometrización es descrita por Velásquez (2007) como el proceso de trasladar la propuesta a formas geométricas y establecer relaciones entre los espacios y las formas, para definir un conjunto que consolide el producto final.

los objetos a partir de las fórmulas de las formas geométricas que determinaban las siluetas de los productos que creaban.

A partir de los planteamientos que presentan Rendón-Mesa et al. (2013), se evidenció que los conceptos matemáticos y el conocimiento referente al diseño de producto se involucran de manera artificial, es decir, sin una fuerte conexión en el proceso de creación de una idea de diseño, acciones que limitan los alcances que los estudiantes pueden materializar. Dicha circunstancia está relacionada con las necesidades de formación de un ingeniero, puesto que es importante preocuparse por orientar el conocimiento de lo que se conoce y cómo se conoce, a la posibilidad de uso y desarrollo continuo (Cañón, 2007).

A partir de los planteamientos anteriores, se observó la necesidad de investigar acerca de nuevos enfoques para la *modelación matemática*, en los cuales los conocimientos matemáticos se articulen con los conocimientos que requiere el IDP en su futuro desempeño profesional. Es posible encontrar nuevos enfoques en los trabajos de Villa-Ochoa y Berrío (2015) quienes realizan un llamado a que se reconozcan también los conocimientos propios de la cultura (en el caso de esta investigación, se hace referencia a los conocimientos propios de la IDP); los autores abogan por una visión integradora de los conocimientos que están implicados en los procesos de modelación con el fin de promover ambientes en los cuales la matemática y otros campos del saber dialoguen sin subordinarse entre sí, dicho tipo de visiones se observan en correspondencia con las necesidades de formación de los futuros IDP.

## **Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la formación de ingenieros**

Cuando se habla de formación se asocia con la preparación intelectual o profesional que puede adquirir una persona cuando se involucra en el estudio y práctica de una determinada área del conocimiento. La formación de ingenieros se vincula con los conocimientos que un estudiante en dicho proceso debe comprender para lograr desenvolverse en su vida profesional. Ahora bien, la formación de los ingenieros se fundamenta en la apropiación conceptual matemática y en aquella que se relaciona con el campo específico de cada ingeniería (Valencia, 2005). Sin embargo, la formación matemática de los ingenieros debe considerar la formación básica como un conjunto de habilidades para la solución de problemas generales y frecuentes de su profesión, de tal manera que logre desempeñarse en el futuro campo de acción.

Lusa (1985) plantea que la formación de ingenieros, en términos generales, pretende que los conocimientos sean extendidos a diversos campos y reconozcan aplicaciones ingeniosas y teorías para transformar las prácticas. El autor establece que algunos matemáticos se preocupaban porque la enseñanza fuera sistemática y lógica, y por lo tanto, se trascendiera el carácter empírico que se fundamenta en la resolución de casos concretos.

El matemático alemán Félix Klein con sus proyectos de renovación de la enseñanza y con sus lecciones sobre matemática elemental, como reportan Klein y Diez (1997), da indicios sobre las consideraciones que debían atenderse para la formación matemática de

los ingenieros. Klein estableció que en este campo de formación, la matemática debe pasar de precisa (ciencia pura y teórica) a una matemática aproximada (metódica y reflexiva). Bajo esta premisa, el autor no pretendió que se perdiera el rigor en la formación matemática, sino que cobrara sentido entre la matemática abstracta y las aplicaciones en la realidad concreta.

En la actualidad, el énfasis de la formación de un ingeniero se centra en la solución de problemas. Esta es la razón por la que se insiste en que la matemática debe ser la herramienta con la cual el ingeniero se apropie de fundamentos teóricos y metodológicos para alcanzar la conceptualización, el diseño, la experimentación y la práctica en relación a su campo de acción. Bajo esta perspectiva, se conciben los planes de estudio para ingeniería en Colombia. Dichos planes deben considerar la formación en correspondencia con cinco áreas:

- i. Las ciencias básicas, que la constituyen los cursos de ciencias y matemáticas donde se entienden los principios y fundamentos teóricos;
- ii. Las áreas de ciencias básicas de ingeniería, donde se incluyen asignaturas que estudian las características y aplicaciones de las ciencias básicas para fundamentar el diseño de sistemas y mecanismos en la solución de problemas;
- iii. El área de aplicación profesional, donde se conciben el conjunto de conocimientos propios de un campo específico;
- iv. El área económico-administrativa, donde se permite integrar los procesos productivos dentro del contexto de la rentabilidad, gestión y eficiencia de recursos y

- v. El área socio-humanística, que está en correspondencia con los aspectos del hombre y la sociedad. (MEN, 2001).

La finalidad de un plan de estudio de ingeniería, que se fundamenta en estas cinco áreas, se centra en buscar el mejor estatus de formación, en tanto que logre abordar problemáticas típicas, cree e innove en las soluciones propuestas, vincule en su actuación el pensamiento científico y conciba de manera global el ejercicio de su profesionalización. Tal finalidad pone de manifiesto que se admitan diversas estrategias para la formación matemática en donde, además del aprendizaje de áreas básicas, se prepare al estudiante para enfrentar desafíos que de alguna manera conduzcan a concebir la formación a partir de dinámicas curriculares flexibles. Tanto la Educación en Ingeniería como la Educación Matemática se preocupan por favorecer la formación del ingeniero en un sentido global, donde la matemática se concibe como el medio para dominar e interpretar la actividad ingenieril, satisfacer las demandas del campo de acción y tomar decisiones a partir de la experimentación de condiciones, no como fin único de la formación.

En correspondencia con lo anterior, lo que se pretende en los currículos de formación para ingenieros es que la matemática sea un medio para posibilitar el desarrollo de ciertas habilidades, a partir de las cuales el estudiante pueda comprender situaciones que estudia, involucrar en ellas la conceptualización y la *modelación matemática* como recursos para solucionar problemáticas alrededor de una situación real.

Los avances investigativos en la formación de ingenieros y los planes de estudio de las diversas ingenierías no declaran de manera puntual cómo lograr que la formación

matemática esté en correspondencia con el campo de acción, puesto que prima la formación teórica y procedimental y se dejan de lado las relaciones con la experiencia que la matemática, en su plan de aprendizaje, aportaría al estudiante en relación con el contexto. En este sentido, es necesario plantear alternativas que ayuden a identificar el cómo se puede propiciar tal diálogo entre los aspectos teórico y práctico y cómo las matemáticas puedan aportar a las necesidades de formación del ingeniero.

Los propósitos de la enseñanza de la matemática en la formación de los ingenieros debe enfocarse no solo en fundamentos teóricos que posibiliten la formalización para que los estudiantes aprendan a resolver ejercicios rutinarios, debe ir más allá de los contenidos instrumentalizados, posibilitar una visión de la dinámica del aprendizaje y, por tanto, permitir la interacción con los conocimientos matemáticos y los del campo de acción. Es decir, el estudiante debe considerar la relevancia entre los modelos que requiere para matematizar una situación y los procesos que lleva a cabo con ellos.

Los planteamientos expuestos conllevan a que el estudiante comprenda cómo se concibe la relación entre los dos campos de conocimiento, los ponga en juego y reflexione frente a la relación que dinamiza la situación que modela y cómo modela. Es decir, que sea comprensible la relación entre el sujeto que modela, el objeto que modela y el fenómeno que se modela. Dicha relación Giere (1999) la denominan *relación de representación* y no debe darse solo entre los modelos sino también entre las condiciones que se vinculan con el fenómeno o situación de la cual emergen. Por lo anterior, las matemáticas que se usen en

el aula de clase para la formación de un ingeniero, deben dialogar con el campo de formación y mantener una correlación permanente.

En coherencia con los anteriores planteamientos, la matemática constituye uno de los ejes fundamentales del proceso formativo de un ingeniero y se aduce que consolidan las bases del desarrollo del futuro profesional (García, 2013). Al mismo tiempo, autores como García, Vásquez e Hinojosa (2004) indican que la formación matemática es uno de los problemas más significativos en la formación de un ingeniero. Para estos autores, dicho problema se relaciona con ser la formación matemática en ingeniería la causa de reprobación, frustración o falta de sentido para los estudiantes debido a que de manera usual se asocia con procesos algorítmicos que se vinculan a reglas, axiomas, postulados o teoremas pero que se distancian de la cotidianidad y se persigue el hallazgo de una respuesta correcta pero descontextualizada y desarticulada.

En correspondencia con los planteamientos de García et al. (2004) el problema de tal descontextualización y desarticulación radica en que si bien se habla de la matemática como un lenguaje universal que propicia la adquisición de conocimiento en cualquier campo, el uso del lenguaje matemático no es algo innato para los estudiantes de ingeniería. De manera general, el lenguaje matemático se aprende en la escuela a partir de un sistema codificado y acabado que se fundamenta en conceptos, procedimientos y algoritmos, que en algunas ocasiones no es comprendido por quienes lo aprenden (García, 2012).

Pese a las exigencias formativas, el aprendizaje de las matemáticas en los ingenieros debe considerar las múltiples investigaciones en las cuales se pone en consideración la

necesidad de tomar nuevas acciones sobre la forma en que se enseña y aquello que se enseña, con la intención de que las universidades dejen de percibirse como sitio de instrucción de manera exclusiva y, en su lugar, se asuman como sitios donde se dinamice la cultura y por ende, puedan aportar a una nueva perspectiva de la formación (Albertí, Amat, Busquier, Romero, & Tejada, 2013; Cardella & Atman, 2004; Johri & Olds, 2011; Kent & Noss, 2002).

Debido a la intención de considerar nuevas perspectivas para la formación matemática de los futuros ingenieros, se requiere desarrollar nuevas metodologías de aprendizaje que aporten a la adquisición de habilidades, atributos y cualidades de un ingeniero (Albertí et al., 2013). Al mismo tiempo, deben aportar a la vinculación de actividades en las cuales se ponga a prueba el conocimiento de los estudiantes como en el caso de crear o diseñar, donde los estudiantes comprendan cómo las matemáticas se utilizan realmente y logren su conceptualización (Cardella & Atman, 2004). Dichas acciones establecen la necesidad de reconocer la formación de los ingenieros en una perspectiva *situada*, es decir, aquella que concibe el conocimiento, de manera particular el matemático, como el resultado de la construcción o reinterpretación de los conceptos en un contexto específico.

En concordancia con Johri y Olds (2011), quienes consideran que situar el aprendizaje puede proporcionar transformaciones en la formación de los ingenieros, se asume el hecho de que la formación matemática del futuro ingeniero requiere usar representaciones, alinear las apropiaciones conceptuales con prácticas profesionales y dar

énfasis al diseño o la creación de elementos como parte de su perfil profesional. En dicho sentido, lo que se requiere en el proceso de formación de un futuro ingeniero es dar relevancia a la formación matemática de manera que la manipulación matemática se complemente con la habilidad para comunicar ideas y genere reflexiones entre el conocimiento propio del campo de formación del ingeniero y el conocimiento matemático.

En correspondencia con los planteamientos propuestos, la formación matemática de los futuros ingenieros requiere de cierta transformación que trascienda en la relación entre la matemática y el campo de formación y, por tanto, que se puedan pensar y diseñar experiencias de aprendizaje que influyan en cómo y qué se enseña (Craig, 2013). Esto posibilita considerar una *modelación matemática* para la formación de los ingenieros, que parta de relaciones del campo profesional con las matemáticas. Así pues, la *modelación matemática* adquiere un papel importante en la formación de ingenieros porque atiende a las necesidades de formación y posibilita diálogos entre dichos dominios, lo que de manera usual se considera excluyente. Esta investigación se cifra en dicho propósito y se presenta en el siguiente apartado como una necesidad en la formación matemática de los futuros ingenieros.

### **Necesidades de formación matemática de los futuros ingenieros**

En la formación matemática de los ingenieros es importante tanto el componente teórico como el práctico. En la articulación de estos dos componentes se espera establecer relaciones entre las matemáticas y diversos contextos en donde pueden desempeñarse los

futuros profesionales (Bello, 2012). En este sentido, los actores que se involucran en los procesos de enseñanza y del aprendizaje en ingeniería deben reconocer cuándo y dónde son útiles las matemáticas de tal manera que los estudiantes en formación adquieran comprensiones de los fenómenos o situaciones reales y generen interrelaciones para propiciar la integración de conocimientos.

Algunas asociaciones de carácter nacional e internacional que se relacionan con la educación en ingeniería como ACOFI<sup>3</sup>, ASOBEI<sup>4</sup>, IFFES<sup>5</sup>, NAE<sup>6</sup>, entre otras, han identificado factores relevantes que constituyen retos en el proceso formativo de un ingeniero. Algunos de los retos se relacionan con el planteamiento de estrategias que les permita a las Instituciones de Educación Superior visualizar una formación contextualizada (Laclaustra & González, 2007) para que el ingeniero en formación logre establecer conexiones con las situaciones cotidianas y las ciencias afines, entre ellas, las matemáticas.

Según Sunthonkanokpong (2011), al estudiante de ingeniería se le deben proporcionar herramientas prácticas y teóricas para que resuelva problemas propios de su área de conocimiento en su desempeño profesional. Aunque el ingeniero no trabaja directamente con la matemática, desarrolla sistemas de modelos que describen el comportamiento de una situación de manera representativa, que se convierten en lenguaje cotidiano alrededor de las comunidades de práctica de la ingeniería por su común

3 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería. <http://www.acofi.edu.co/>

4 Asociación Iberoamericana de Instituciones de enseñanza de Ingeniería. <http://www.asibei.net/>

5 International Federation of Engineering Education Societies. <http://www.sefi.be/ifees/>

6 National Academy of Engineering. <http://www.nae.edu/>

entendimiento, apropiación y aplicación (Dillon, 2012). En consecuencia, una necesidad sentida en la formación de los ingenieros se encuentra en correspondencia con el uso de la matemática pero, de tal manera que tenga sentido para el futuro campo de acción. Por lo tanto, se considera que la *modelación matemática* puede responder a tal necesidad de formación. En el siguiente apartado se expone cuál sería el papel de la modelación en la formación de ingenieros.

### ***El papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros***

En la formación de un ingeniero se reconoce el papel fundamental de las matemáticas porque se considera un área del conocimiento que promueve el desarrollo de habilidades para desempeñarse tanto académica como laboralmente. Las habilidades se relacionan con la manera en que el estudiante se vincula con objetos matemáticos en su proceder. Es decir, cómo utiliza los conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos, cómo analiza y soluciona una situación problemática de carácter intra y extra matemático. De esta manera, se espera que el futuro ingeniero pueda solucionar, diseñar y resolver problemas; ser productivo, creativo y competente para modificar el entorno (Trejo, Camarena & Trejo, 2013).

En dicho sentido, la formación matemática del futuro ingeniero define conocimientos y habilidades que pone en uso no solo para problemas matemáticos o ingenieriles, sino en otros contextos de su actividad, que en la misma medida le hacen reflexionar, valorar el cómo actúa y evaluar los resultados para que le proporcionen

mayores desarrollos. En dicho sentido, diversas investigaciones reconocen la necesidad de que la *modelación matemática* haga parte de la formación matemática de los ingenieros y se asume como una manera para establecer diálogos entre dos dominios de conocimiento: el matemático y aquel que se relaciona con las disciplinas en las cuales emergen situaciones que son susceptibles de ser modeladas. Al mismo tiempo, porque la modelación desarrolla habilidades en los estudiantes para analizar fenómenos e interpretarlos con apoyo de las matemáticas (Alsina, 2007; Camarena, 2009; Galbraith, Henn, & Niss, 2007; Wake, 2007).

De manera particular, Biembengut y Hein (2004) señalan que con la *modelación matemática* “el aprendizaje se vuelve más rico, considerando que el alumno no sólo aprende matemática inserta en el contexto de otra área de conocimiento, sino que también despierta su sentido crítico y creativo” (p. 107). De igual forma, Blum y Borromeo-Ferri (2009) indican que a través de la *modelación matemática*, los estudiantes pueden conocer con más detalle algunos aspectos propios de su contexto. Al mismo tiempo, la *modelación matemática* apoya en el aprendizaje de las matemáticas y la vinculación de situaciones de la realidad que puedan ser estudiadas a través de esta área del saber. Por su parte, Bassanezi (2002) reconoce la *modelación matemática* como el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos y resolverlos al interpretar sus soluciones en un lenguaje del mundo real. En consecuencia, la *modelación matemática* no debe ser ajena al medio en el que los estudiantes interactúan, pues del medio depende la construcción de significados e interacción de los conocimientos.

Mendible y Ortiz (2003) llaman la atención porque “la modelación constituye una competencia profesional de innegable utilidad práctica” (p. 134). Dichos investigadores proponen indagar en torno a ideas que están, en la actualidad, en la mesa de discusión de la educación matemática, donde se entiende la modelación como propiciadora del aprendizaje matemático en el área de la ingeniería. Al igual que Mendible y Ortiz, otro grupo de investigadores reconoce un rol para la *modelación matemática*, que esté acorde con las necesidades de formación de un ingeniero y pueda vincular su formación matemática con el campo ingenieril, lo que conlleva a que el estudiante pueda superar obstáculos epistemológicos que se asocian con las matemáticas con las cuales se forma un ingeniero, las cuales deben ser inherentes, prácticas y orientadas a la resolución de problemas. Dichos obstáculos hacen referencia a la transformación de la experiencia que debe considerar el estudiante, de manera permanente. También se puede asumir como obstáculo las argumentaciones si estas solo pretenden generar explicaciones frente a las vivencias dejando de lado las confrontaciones teóricas. Incluso, otro obstáculo puede ser el pragmatismo si se asume como único valor en términos de los aprendizajes.

En la misma línea que Mendible y Ortiz, Gómez (1998) desarrolló un trabajo sobre modelación en la Escuela Universitaria Politécnica de Vilanova i la Geltrú de la Universitat Politécnica de Catalunya, a partir del diseño e implementación de unidades y proyectos didácticos. Esta investigación se llevó a cabo con alumnos de primer año de ingeniería. La motivación del investigador se centró en la situación de insatisfacción, producto de la forma tradicional de enseñanza de las matemáticas, la falta de aplicaciones y el nivel

excesivo de formalismo de ésta en el campo de la ingeniería. En la investigación se presentó una propuesta para la enseñanza de las matemáticas dirigida al trabajo interdisciplinario y al pensamiento creativo, para descubrir y utilizar los contenidos de esta área del saber y lograr que el estudiante analice problemas de la vida real. Las circunstancias descritas implicaron un cambio sustancial en la metodología, en el uso de razonamientos heurísticos y técnicas de *modelación matemática* para repensar el proceso evaluativo.

Asumir la *modelación matemática* como lo proponen Mendible y Ortiz (2003) o Gómez (1998), es decir, como un aspecto de la formación del ingeniero o como una propuesta metodológica, constituye reconsiderar la postura que se asume de la *modelación matemática* para lograr satisfacer las necesidades de formación del futuro ingeniero. Tal planteamiento debe buscar sustento teórico a partir de los supuestos, aproximaciones y tendencias reportadas por Kaiser y Sriraman (2006) y Kaiser, Sriraman, Blomhøj y García (2007) que fundamentan aspectos epistemológicos y prácticos para el uso de la modelación en el aula de clase.

Kaiser et al. (2007) permiten reconocer que no hay una comprensión homogénea del significado de la *modelación matemática* y sus implicaciones para la investigación y el aula de clase. Es por ello que determinan perspectivas donde se reconocen distintos enfoques que pueden dársele y, a su vez, tales perspectivas plantean una concepción de la *modelación matemática* con la que se establecen unos propósitos y características y se pone en evidencia que el uso de la matemática responde a intenciones diferentes: algorítmica, formal, aplicada o para generar posicionamiento crítico. Sin embargo, en las perspectivas

se reconoce el contexto como un punto de partida del proceso de modelación, convirtiéndose en un pretexto para hacer uso de las matemáticas.

Según Villa-Ochoa y Berrío (2015) no se trata de llevar un contexto solo con fines motivacionales, de introducir o producir un concepto, tampoco se trata solo de producir ideas utilitarias de la matemática, como la de mostrar que ella está en todas partes, tiene múltiples aplicaciones o que sin ellas el conocimiento científico no hubiese alcanzado el nivel de desarrollo actual; no se trata solo de un aprendizaje de contenidos específicos en contexto, ni del desarrollo de habilidades para identificar formas del contexto equiparables con las formas matemáticas; por el contrario se trata de permitir una discusión entre las matemáticas y el contexto más allá de una relación utilitarista.

A pesar de las implicaciones que tiene la *modelación matemática* para la enseñanza y el aprendizaje (perspectivas realística, educativa), los valores que se pueden desarrollar para desempeñarse como agentes críticos (perspectiva socio crítica) y para relacionar los contextos con las aplicaciones reales (perspectivas realista, contextual y eliciting-model), la literatura referencia pocos trabajos que dan cuenta de la manera en que la formación matemática, y en coherencia con el problema de esta investigación, la formación ingenieril puede ser articulada a través de este campo investigativo.

Ahora bien, aunque no toda forma de hacer *modelación matemática* surge de una coherencia y una sinergia con las necesidades inherentes que se presentan en el día a día de la formación de los ingenieros, esta debe propender por ser más que una herramienta procedimental, es decir, que posibilite a los estudiantes dar sentido a ideas, problemas,

conceptos matemáticos y no matemáticos. Sin embargo, los modelos que crean los estudiantes, en muchos casos, son lejanos a las prácticas ingenieriles. Es decir, los estudiantes hacen uso de los modelos pero no tienen vínculos con sus futuros desempeños profesionales (Gainsburg, 2013; Litzinger, Lattuca, Hadgraft, & Newstetter, 2011; Moore, Miller, Lesh, Stohlmann, & Kim, 2013). Lo anterior, pone de manifiesto la necesidad de que los estudiantes, en su proceso formativo, aprendan a usar los modelos y al mismo tiempo, adaptar y refinar los modelos existentes; en dicho sentido, la formación de ingenieros trasciende de la matematización al desarrollo de modelos y, por lo tanto, la *modelación matemática* posibilita una integración de dinámicas más exploratorias con relación a las experiencias que puede brindar el campo de acción.

El hecho de usar, adaptar y refinar modelos implica asumir un papel de las matemáticas y de la ingeniería no solo para comprender la estructura o comportamiento del fenómeno, sistema o situación que se estudia, sino, también para articular los aprendizajes matemáticos con otros, como indica Romo-Vásquez (2009). Articular, implica que el estudiante dinamice los aprendizajes con un campo específico y ponga de manifiesto la necesaria vinculación entre la teoría y la práctica como lo hace explícita la formación de los ingenieros. En este sentido, la *modelación matemática* no debe agotarse en el uso de los modelos, por el contrario, debe asumirse como una actividad que posibilita el significado de las conceptualizaciones, procedimientos y actuaciones en relación al campo de formación.

La *modelación matemática* en general permite que los estudiantes se comprometan, no sólo con la producción de modelos matemáticos, sino también en la creación, ingenio y valoración de conocimiento para atender a las necesidades derivadas de un contexto particular y, dado el caso, intervenirlos (Biembengut & Hein, 2004). En este sentido, la *modelación matemática*, como aquella que interviene en el estudio de fenómenos de la *realidad*, se encuentra en correspondencia con el proyecto de formación de un ingeniero, que a partir de los conocimientos en un campo de saber específico, debe transformar los recursos a su disposición en servicios y productos útiles a la sociedad (Covarrubias, 1998), y permitir que la formación matemática supere el aspecto formal y algorítmico, para propiciar que los conocimientos se adquieran de forma contextualizada y tenga significado en el proceso de aprendizaje.

Una forma de establecer integraciones entre los contextos y la formación matemática es a partir del uso de modelos matemáticos para representar de diferentes maneras las condiciones o características y delimitar una situación o fenómeno (Cardella, 2008, 2010; Cardella & Atman, 2004; Diefes-Dux, Zawojewski, Hjalmarson & Cardella, 2012).

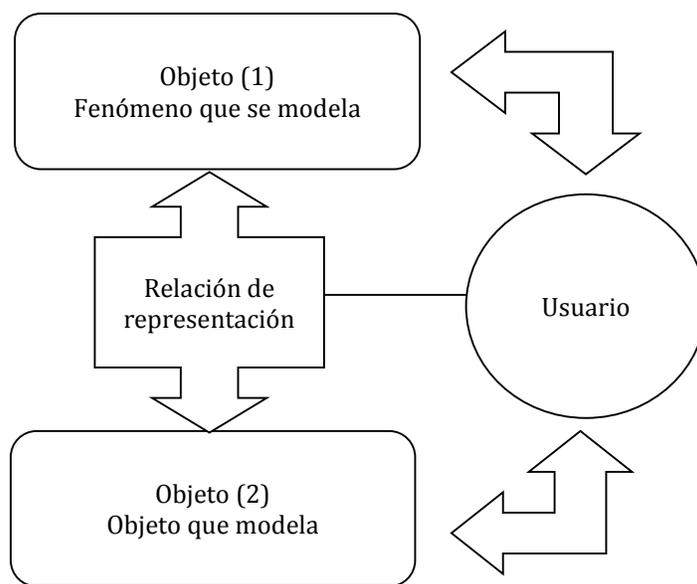
En consecuencia, se hace necesario que los estudiantes en formación ingenieril reflexionen sobre los alcances y roles que tienen los modelos matemáticos frente a los fenómenos de los cuales emergen. A partir de la comprensión de los planteamientos de Guerrero (2010) y Giere (1999), los modelos matemáticos se consideran como estructuras, en ellos conviene reconocer los alcances, limitaciones y posibilidades que ofrecen frente a

aquello que es modelado. Para ilustrar parte de estas relaciones se retoma un ejemplo (no matemático) de Giere (1999), en el que se ilustra la función representacional de un modelo. Este ejemplo también es presentado por Guerrero (2010, p. 176), en los siguientes términos:

- i. El mapa no es una entidad lingüística, es un objeto físico.
- ii. Usualmente los mapas no son pensados como instanciadores (o proveedores de verdad) de una forma lingüística o ajustadores a una descripción.
- iii. La relación de representación es trídica: se utiliza (los usuarios) un objeto (el mapa) para representar otro objeto (la ciudad). En otras palabras, hay una relación de representación entre el objeto representado (la ciudad) y el objeto que representa (el mapa), establecida y utilizada por los usuarios. Es en este sentido que se acostumbra a decir que el mapa es un modelo de la ciudad.
- iv. El mapa representa a la ciudad en ciertos aspectos (no en todos) y con cierto grado (aproximación y no de igualdad).

Conforme a lo mencionado, la noción de modelo en Giere (1999) no se agota en la construcción de una representación, sino que, más allá de ello, pone de relieve una relación trídica entre aquel sujeto que realiza la modelación (Usuario), el fenómeno que se modela (Objeto 1) y al objeto que modela (Objeto 2) y se establece entre los dos objetos una relación de representación como se reportó en Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2015). En la **Figura 2** se presenta una interpretación de esta relación.

**Figura 2.** Representación de la relación trídica en los modelos



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación.

Los elementos expuestos identifican como el estudio de modelos y de la modelación, en la formación de ingenieros, debe reconocer no sólo la producción de representaciones matemáticas sino que debe enfatizar en la relación entre el reconocimiento, planteamiento, formulación de una problemática del campo de acción y la solución que pueda establecerse. Tal relación posibilita que el papel de la modelación trascienda la representación y, en primer lugar, prepare a los estudiantes para tener una participación activa en el ámbito social y cultural; en segundo lugar, posibilita un papel protagónico de los estudiantes para que los aprendizajes estén en coherencia con las intenciones formativas y; por último, la formación matemática adquiera una visión integrada, es decir, que en ella se reconozcan las posibilidades que brinda para enfrentarse a un problema cercano a su entorno y vincule

los conceptos y procesos matemáticos en la solución (Aravena, Caamaño, & Giménez, 2008; Borba & Villarreal, 2006; M. Borba, Meneghetti, & Hermini, 1997).

Considerar el papel de la *modelación matemática* en la formación de ingenieros, implica asumirla, no sólo como una estrategia que atiende a dificultades de los estudiantes para aprender conceptos matemáticos, sino que, más allá de ello, posibilita ampliar las posturas sobre las matemáticas y facilita que se relacione con “el uso de esta ciencia para describir y analizar el mundo, para implementar técnicas y tecnologías que intervienen de forma activa” (Trigueros, 2009, p. 77). Lo anterior implica, que para modelar matemáticamente, el futuro ingeniero debe observar las dinámicas que se presentan entre los objetos y los sujetos y por tanto, atender los requerimientos necesarios de la ingeniería y, para el caso de esta investigación, del diseño de producto. Atender a dichas particularidades hace que la *modelación matemática* asuma unas características propias puesto que se *sitúa* en el contexto específico del campo de formación y se atienden aspectos físicos y sociales que suceden, así como la cultura que se involucra y las acciones de quienes interactúan.

En este sentido, se indica que la *modelación matemática* habilita al estudiante para cuestionarse frente a qué herramientas matemáticas son útiles para abordar una situación, distinguir datos relevantes, formular hipótesis y conjeturas. Esta situación resulta adecuada para pensar en el posicionamiento dialógico entre el contexto en relación al campo de formación y la matemática y reconocer las interacciones que en el proceso de *modelación matemática* se pueden generar.

Tales interacciones se dinamizan en esta investigación en el intercambio de experiencias con el campo de acción, específicamente con el diseño de un producto, y como ellas permiten relacionar los significados que se tienen con los que se adquieren para forjar vínculos entre la matemática, la ingeniería y el diseño de producto. Por lo tanto, es necesario revisar cómo los procesos de *modelación matemática*, el proceso ingenieril y el proceso de diseño de producto se relacionan y posibilitan que el estudiante pueda aumentar su experiencia respecto a situaciones que estudia.

La *modelación matemática* en la formación de ingenieros constituye para los estudiantes unas maneras de actuar, un lenguaje que se determina por la simbología y con el cual se expresan condiciones que configuran el trabajo ingenieril. Al mismo tiempo, favorece la actuación protagónica del estudiante donde deja de ser un receptor y se reconfigura su capacidad para indagar y su sentido crítico en su experiencia formativa. En correspondencia a los planteamientos expuestos, la formación de un futuro ingeniero no puede concebirse como un asunto independiente del contexto. En dicho sentido, los contextos asumen su importancia en la formación de los ingenieros y, por tanto, en el siguiente apartado se expone el papel que representan en el proceso formativo.

### ***El uso de los contextos en la formación de un futuro ingeniero***

El proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas para las ingenierías debería considerar el saber hacer en contexto. Sin embargo, en muchas ocasiones se sitúa en el alcance del aprendizaje por medio de una búsqueda de aspectos prácticos y de

carácter algorítmicos. Pese a que los estudiantes de ingeniería, en muchos casos, se apropian de fórmulas y procedimientos y alcanzan la respuesta de los problemas propuestos, no reconocen el impacto que este conocimiento puede tener en un contexto real.

Beswick (2011) expone la necesidad de vincular contextos auténticos con el ánimo de contribuir a una mayor participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje y por ende de la formación matemática, de esta manera se lograría pasar de un conocimiento sin significado a uno que lo tenga. Es decir, el estudiante se apropia del conocimiento para significar aquello que aprende y cómo puede usarlo.

Sumado a estos planteamientos, se reconoce que en el proceso formativo de un ingeniero existe cierta desarticulación entre los cursos de matemáticas y las asignaturas propias de su campo de formación, lo que impide que los estudiantes generen vínculos de los aprendizajes con el futuro campo de acción (Camarena, 2009) y los aleja de conjugar el conocimiento matemático con el ingenieril para responder a las necesidades contextuales y a las pretensiones del campo laboral.

Diversas investigaciones (Beswick, 2011; Greer, 1997) dan cuenta de que al vincular situaciones vivenciales externas a la escuela o contextos donde el estudiante se desenvuelve, al proceso de enseñanza y aprendizaje, se alcanza una transición entre los conocimientos que se involucran y posibilitan al estudiante una comprensión de la situación que se aborda y de la matemática que está inmersa.

En correspondencia con Masingila, Davidenko y Prus-Wisniowska (1996), el contexto permite una conexión de las experiencias internas y externas a la escuela con el aprendizaje. Dicho asunto se torna fundamental para los ingenieros en términos de su desempeño profesional y por tal razón, la asignatura de *Modelación Matemática* procuró vincular el contexto de la escuela con el contexto interno. Sin embargo, pese a la intención de la asignatura, en algunas ocasiones tales vínculos fueron aislados de las necesidades de formación como se reporta en Rendón-Mesa et al. (2013).

Pese a la necesidad de contextualizar la enseñanza, Camarena (2009) expone que en el caso particular de los cursos de ingeniería, las matemáticas que se incluyen en el proceso formativo, en muchas ocasiones nacen de situaciones de otras áreas del conocimiento. Vincular cualquier tipo de contextos al proceso de aprendizaje facilita la apropiación conceptual para los estudiantes, pero con el tiempo, los estudiantes pierden la vinculación de los aprendizajes con su campo de formación, la matemática se descontextualiza y ocasiona que los contextos que se involucran en la formación de un ingeniero carezcan de sentido. Dicha situación genera la necesidad de considerar el contexto en la formación de un futuro ingeniero, en tanto que se debe aproximar a los estudiantes al conocimiento experiencial y cercano para que se dé la apropiación conceptual.

Con el ánimo de que el contexto aproxime el conocimiento experiencial con el conceptual en la formación de ingenieros se le pueden cifrar dos usos como lo indican Font y Ramos (2005). Un uso consiste en considerar al contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, o sea, reconocer el campo de aplicación que éste pueda tener; el otro

consiste en enmarcarlo en el entorno, es decir, dar relevancia a las maneras como se pueden aplicar. En correspondencia con los planteamientos de Font y Ramos (2005) los contextos en la formación matemática de un futuro ingeniero se usan para promover el desarrollo y la profundización en los conceptos por parte del estudiante.

No en vano, algunos investigadores (Espinosa, 2008; Font & Ramos, 2005; Meaney & Lange, 2013) coinciden en proponer que el término contexto y todo lo que implica, es la herramienta que aporta a las conceptualizaciones matemáticas para que dichos conocimientos se usen más allá del aula de clase y permitan que traspase el espacio de formación y así el estudiante puede asociarlo a sus experiencias diarias para plantear soluciones a las situaciones o fenómenos que estudia.

Los anteriores planteamientos conllevan a considerar los contextos, en primer lugar, como una herramienta de enseñanza y aprendizaje que posibilita la comprensión de los conceptos que se abordan y aporta en términos cognitivos, mentales, operativos y creativos para la solución de problemas que el alumno enfrentará en su futuro profesional (Meaney & Lange, 2013). En segundo lugar, como medios para ampliar las relaciones con diversidad de situaciones de tal forma que los estudiantes en formación alcancen la comprensión de conceptos matemáticos que hacen parte de su campo de acción (Espinosa, 2008), reflexionar sobre el reconocimiento, la percepción, la identificación, la caracterización de condiciones y las modificaciones de las circunstancias para describir las posibles transformaciones y vincule distintas representaciones para comprenderlo.

Córdoba (2011) plantea en su investigación el estudio de la *modelación matemática* como una práctica que permite a los estudiantes de ingeniería interactuar de manera activa, para que puedan emerger elementos que privilegien la vinculación del estudiante con un contexto específico más que con el objeto matemático. Sin embargo, aunque se alcanzan las relaciones que plantea el investigador, el aprendizaje de los estudiantes no permite establecer correspondencia entre el área de formación del ingeniero y las matemáticas, lo que evidencia la dificultad que se reconoce en el proceso formativo de un ingeniero.

En contraste con dicha percepción del papel del contexto en la formación de los futuros ingenieros, Cruz (2010) indica que las habilidades de un ingeniero se desarrollan a partir de los componentes matemáticos y que, a través de las ciencias se logran matematizar; aspecto fundamental para la apropiación de los aprendizajes. Sin embargo, para el investigador, la modelación en ingeniería se asume como un proceso de representación de un sistema a partir de relaciones matemáticas, y parte de lo intra o extra matemático, donde, en muchas ocasiones, lo procedimental debe ser resuelto a partir de la vinculación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).

La ingeniería debe permitir, por un lado, una observación continua del mundo real para determinar las necesidades latentes y generar soluciones óptimas que se logran con la parametrización de conceptos y el uso de patrones o modelos para el análisis de fenómenos a escala en tiempo real, donde la *modelación matemática* asume un papel relevante que permite vincular las matemáticas con otras áreas del conocimiento (English, 2009;

Michelsen & Sriraman, 2009). Por otro lado, la ingeniería permite reconocer detalles propios del contexto y da relevancia al hecho de que no puede considerarse nada aislado y por tanto, que las soluciones se expresen en un lenguaje comprensible para la sociedad. Sin embargo, todas estas posibilidades de la ingeniería de generar modelos, conlleva a detectar ciertas falencias, como es el caso de que los contextos no tengan relación con el campo de formación y se asuman en tareas contextualizadas lejanas a los intereses del futuro campo de acción.

Con el ánimo de que los ingenieros sean conocedores de objetos matemáticos y a la vez aporten a la solución de una problemática del campo, la *modelación matemática* debe vincular contextos. Sin embargo, las exigencias de las habilidades que debe desarrollar el ingeniero determinan que los contextos deben responder a ciertas peculiaridades, como es por ejemplo, que se *sitúen*. Es decir, el contexto que se vincula con el aprendizaje del futuro ingeniero debe asumir un conjunto de circunstancias que se producen alrededor de un hecho en relación al campo de formación y dinamizarlo para dar sentido a los aprendizajes matemáticos en términos de las experiencias, las acciones, las interacciones, la participación, las relaciones que se generan con otros y la identidad que puede desarrollar el estudiante.

En consecuencia, se reconoce que existe un especial énfasis en las implicaciones que tiene la *modelación matemática* como estrategia metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y para relacionar los contextos con las aplicaciones reales.

A pesar de ello, no se reconoce que la *modelación matemática* puede potenciar vínculos

entre los conocimientos propios del campo específico de formación de un ingeniero y la matemática. En este sentido, la *modelación matemática* debe ser más que un puente entre la *realidad* y la matemática, ser la herramienta que relaciona el campo formativo de un ingeniero con la matemática y por lo tanto que la enseñanza y el aprendizaje de los futuros ingenieros supere visiones formalistas. A continuación se presenta la delimitación del problema de investigación, la pregunta y los objetivos.

### **Delimitación del problema de investigación**

En los apartados anteriores se expuso un conjunto de antecedentes que determinan cómo la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los ingenieros no responden a las necesidades de formación. Al mismo tiempo, se indicó que la *modelación matemática* y el uso de contextos se conciben como alternativa para responder a dichas necesidades. Si bien a nivel nacional e internacional vienen desarrollándose investigaciones sobre la formación matemática para los ingenieros, sigue siendo motivo de investigación lograr que se vincule y genere significados respecto al campo de formación.

La revisión de la literatura sobre modelación en Educación Matemática y en la formación de ingenieros, evidencia que la *modelación matemática* se asume como estrategia que apoya el proceso de formalización y apropiación conceptual de los futuros ingenieros. Además, las investigaciones rescatan la importancia que tiene el uso de los contextos aunque, en muchas ocasiones, sean distantes al campo de formación.

En el caso de las investigaciones que desarrollaron Mendible y Ortiz (2003), Gómez (1998), Córdoba (2011), Camarena (1995, 2009, 2012) y Cruz (2010) la *modelación matemática* genera una sinergia entre la formación matemática y el aprendizaje de la ingeniería y repiensa este último como un proceso más dinámico, creativo e interdisciplinario que se asocia con situaciones de la vida real o del campo de formación. Tal suma de causas genera una apropiación de los aprendizajes y lleva a la *modelación matemática* a una utilización de diversidad de herramientas que coadyuvan en la búsqueda de soluciones de manera asociada a otras ingenierías. Sin embargo, con los contextos y a través de ellos, la formación en *modelación matemática* y su uso en otras ingenierías no permiten que se asocie el conocimiento con la práctica y genera una brecha entre lo que se aprende y lo que se aplica.

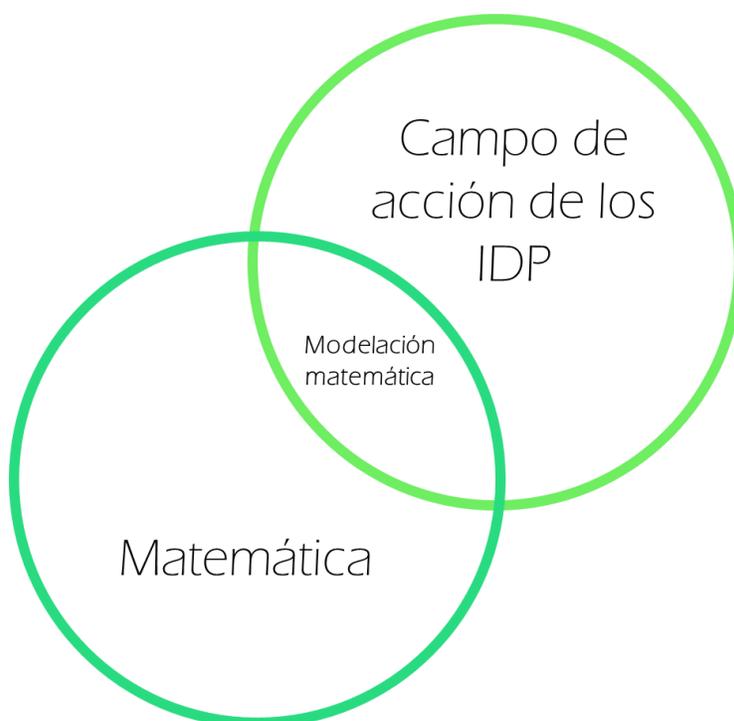
Es así como el problema del que se ocupó esta investigación partió de la experiencia que vivieron los estudiantes de primer semestre de la IDP de la Universidad EAFIT en la asignatura de *Modelación Matemática* descrita en el primer apartado de este Capítulo. Ante la realidad descrita de la asignatura *Modelación Matemática* se hizo necesario reflexionar sobre las relaciones existentes entre la matemática, el diseño de productos, el campo de acción y generar una articulación. Dicha situación implicó que los estudiantes hicieran una lectura del contexto y las necesidades implícitas en ellos y, por lo tanto, determinaran situaciones cercanas a su campo de formación para estudiarlas a partir de la matemática.

En este sentido, se estudió la relación que existe entre la matemática y el campo de acción de los futuros ingenieros y cómo puede medirse con la *modelación matemática* de

tal manera que asuma unas características particulares. La investigación fue orientada hacia la configuración de un ambiente de *modelación matemática* donde se reconocieron condiciones *situadas*, es decir, propias al campo del diseño de producto donde pueda emerger la *modelación matemática* y permita trascender en las necesidades de formación del IDP y promover, al mismo tiempo, vinculaciones entre la matemática y el campo de acción de este tipo de ingenieros.

En la **Figura 3** se presenta de forma general el problema de investigación. La *modelación matemática* se plantea como alternativa para generar la articulación entre la matemática y el campo de acción de la IDP.

**Figura 3.** Problema de investigación



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación.

### Pregunta y objetivos de la investigación

En correspondencia con la problemática que se describe y delimita, y con el ánimo de atender a las necesidades expuestas, se propone una investigación que aporte a la construcción de una respuesta a la siguiente pregunta: ***¿Cómo un ambiente de modelación matemática puede promover una articulación entre la matemática y el campo de acción del futuro ingeniero de Diseño de Producto?***

Una respuesta a esta pregunta permitió analizar cómo, en un ambiente de modelación, los estudiantes de IDP establecieron relaciones entre las matemáticas y el campo disciplinar, es decir, cómo los estudiantes pensaron el objeto a crear y las variables que implican su creación y transformación. Según Guerrero (2003) este proceso puede reconocerse como una modelación de la experiencia, que es uno de los alcances de esta investigación. A continuación se exponen los objetivos que se desarrollaron en el proceso investigativo, ayudaron a dar la respuesta a la pregunta de investigación y fijaron una ruta conceptual a partir de la cual se abordó este proceso.

- Identificar las características de un ambiente de modelación que promuevan articulaciones entre la formación matemática y el campo de acción del futuro ingeniero de Diseño de producto.
- Analizar cómo el proceso de *modelación matemática* da cuenta de las articulaciones entre la matemática y el campo de acción de un IDP.

De acuerdo con los objetivos se citan referentes teóricos que sustentaron la relación entre la matemática y el campo de acción y la connotación que asumió la *modelación matemática*. En el siguiente Capítulo se presentan tales planteamientos.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## **SEGUNDO CAPÍTULO**

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### **Modelación Matemática en una perspectiva del aprendizaje situado**

Como se presentó en el Capítulo anterior, el problema del cual se ocupa esta investigación está relacionado con reconocer cómo en un ambiente de *modelación matemática* se promueve la articulación entre la matemática y el campo de acción de un futuro IDP. La intención investigativa radica en configurar el significado del aprendizaje de conceptos matemáticos básicos que se aplican en la IDP y establecer cómo a través de la *modelación matemática* se pueden atender las circunstancias y contextos de dicho campo de formación. En este sentido, el proceso de formación de los ingenieros de diseño debe atender las condiciones propias de dicho ambiente, de tal manera que la *modelación matemática* asuma características particulares en las que se vinculen los contextos cercanos a un IDP.

Al vincular los contextos cercanos del campo de acción, los futuros ingenieros movilizan relaciones entre las experiencias y los participantes del proceso de aprendizaje, los cuales se constituyen como elementos necesarios para lograr un acercamiento con las futuras prácticas profesionales.

Con el fin de asumir una perspectiva investigativa, el estudio se apoya en la evolución del *aprendizaje situado* a partir de los trabajos de Brown, Collins y Duguid (1989) y Lave y Wenger, (1991). Se presentan unas concepciones acerca del aprendizaje a partir

del campo *situado* y cómo se vincula al papel de la *modelación matemática* en la formación de ingenieros, de manera tal que atiende a unas características particulares que responden a la necesidad de un aprendizaje vivencial que se enmarca en dicha perspectiva social del aprendizaje.

### **El aprendizaje situado en la formación de ingenieros**

El *aprendizaje situado* se constituyó como una visión psicológica y antropológica del conocimiento, donde la preocupación de los investigadores (Brown et al., 1989; Lave & Wenger, 1991) radicó en que el contexto dotara de significado al aprendizaje y, al mismo tiempo, las *comunidades* dieran connotaciones diferentes a la experiencia. Sin embargo, tal visión no se consideró de manera exclusiva para la formación de ingenieros.

El proceso de formación de los ingenieros debe reconocer el contexto como aquello que posibilita articular las necesidades de formación con el campo de acción, más allá de proponer tareas contextualizadas o situaciones aisladas. En los siguientes apartados se presentan los orígenes y concepciones que han demarcado el *aprendizaje situado*, cómo se reconoce tal perspectiva del aprendizaje en el campo de la ingeniería y las limitaciones de este tipo de aprendizaje.

#### ***Orígenes y concepciones del aprendizaje situado***

El *aprendizaje situado* tiene sus inicios en el aprendizaje experiencial de Dewey y en la idea constructivista social de la cognición situada que se deriva de los trabajos de Brown,

Collins y Duguid (1989) y Lave y Wenger (1993), que tienen sus fundamentos en los planteamientos vigotskianos y leontievianos.

Según Lave (1993) el *aprendizaje situado* o la práctica social situada, enfatiza la interdependencia relacional del sujeto con el mundo para dar sentido al aprendizaje y significado al conocimiento. La interdependencia relacional se enmarca en los vínculos que establece cada estudiante con sus compañeros, profesores y expertos y como cada uno aporta para que la tarea pueda realizarse con éxito. Es decir, aunque el futuro ingeniero realiza el trabajo en el proceso formativo, no desatiende las acciones sugeridas por sus compañeros, profesores y expertos. En ese sentido, se hace hincapié en la manera como el significado de las acciones es producto de las negociaciones con los otros, el interés y preocupación frente al actuar. Al mismo tiempo se da sentido al aprendizaje en cuanto los estudiantes toman decisiones frente a las situaciones que estudiaron, critican sus propias producciones y generan ideas creativas para resolver las problemáticas.

Según Lave (1993), “el aprendizaje, el pensamiento y el conocimiento son las relaciones entre las personas dedicadas a la actividad *en, con, y que surgen desde el mundo social y culturalmente estructurado*” (p. 67, cursiva en el original, traducción propia).

Considerar el *aprendizaje situado* en el campo educativo es asumir diferentes condiciones para el entorno de aprendizaje, como la vinculación de la solución de problemáticas, la comprensión de la situación, el sentido y significado por lo que se aprende, una transferencia de los aprendizajes en el campo de formación y la relevancia de las relaciones entre quienes se vinculan al acto formativo y el entorno. Sin embargo, la

literatura no identifica unas únicas condiciones o único parecer, de donde se derivan dos visiones frente este tipo de aprendizaje. Una de ellas hace referencia al énfasis del papel del contexto en el aprendizaje con el ánimo de responder a las limitaciones para apropiarse del conocimiento y, la otra da importancia al carácter social del conocimiento y enfatiza en la manera como las comunidades llevan a cabo el proceso de aprendizaje.

Barad y Duffu (2000) señalan que la primera visión sobre el *aprendizaje situado* es más psicológica y busca responder asuntos sobre cómo mejorar las limitaciones del aprendizaje; mientras que la segunda, tiene sus orígenes en la antropología y la sociología que relacionan el aprendizaje con la práctica. El *aprendizaje situado* desde el punto de vista psicológico asume el énfasis en la cognición, el papel protagónico lo asumen los estudiantes, el escenario de aprendizaje es la escuela y las implicaciones que se reconocen son referentes al trabajo práctico. Desde un punto de vista antropológico, el énfasis se centra en las relaciones de la comunidad y se llevan a cabo las acciones de aprendizaje con sus miembros, las vivencias parten de las situaciones cotidianas y se procura por resolver necesidades de la comunidad que aprende. Tales elementos los resumen Barab y Duffy (2000, p. 29) en la **Tabla 1**.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

**Tabla 1.** Puntos de vista de la psicología y la antropología para el aprendizaje situado.

	<b>Punto de vista psicológico</b>	<b>Punto de vista antropológico</b>
<b>Énfasis</b>	Cognición.	Relaciones con la comunidad.
<b>Aprendices</b>	Estudiantes.	Miembros de una comunidad.
<b>Unidad de Análisis</b>	Actividad situada.	Individuos de la comunidad.
<b>¿Qué se produce de la interacción?</b>	Significado.	Significado, identidad, comunidad.
<b>Escenario de aprendizaje</b>	Escuela.	Situaciones cotidianas.
<b>Metas de aprendizaje</b>	Preparar para tareas futuras.	Resolver necesidades inmediatas.
<b>Implicaciones pedagógicas</b>	Trabajo práctico.	Comunidades de aprendizaje.

Para la investigación que se reporta en este documento, la visión psicológica del *aprendizaje situado* posibilitó disminuir las limitaciones del aprendizaje, en tanto que se pretendió que los aprendizajes no fuesen solo recibidos por los estudiantes sino que posibilitaran una apropiación conceptual que trascendiera el uso artificial de los aprendizajes. En cuanto a la relación antropológica, se asumió el proceso formativo como el escenario donde los estudiantes se vincularon a vivencias cercanas al futuro campo de acción y se promovieron las relaciones entre estudiantes, profesores y expertos de diversos campos.

El concepto de *aprendizaje situado* se fundamenta en la idea de *la legítima participación periférica* (Lave & Wenger, 1991). El aspecto legítimo se reconoce en la

posibilidad de pertenecer a un grupo o una comunidad y aprender de ellos en tanto que, el concepto de participación periférica indica la posibilidad de participar en la construcción del conocimiento. Esta participación periférica resulta importante para las personas que se introducen en la cultura: deben observar cómo se comportan y hablan los profesionales en distintos niveles para hacerse una idea de cómo se manifiesta el dominio del oficio en la conversación y en otras actividades (Brown, Collins & Duguid, 1989). Sin embargo, hacer parte de una comunidad de profesionales no es suficiente puesto que, como lo enuncian Lave y Wenger (1991), el aprendizaje puede acontecer donde hay enseñanza, pero la instrucción en sí misma no es fuente o causa del mismo. Por lo tanto, el *aprendizaje situado* debe garantizar unos principios que guíen el diseño de cualquier ambiente de aprendizaje como son: proporcionar un contexto, permitir al aprendiz ser un participante activo de su aprendizaje, desarrollar el conocimiento en acción, hacer uso de objetos mediadores entre la práctica y la teoría y favorecer el desarrollo de la identidad al interior de la comunidad.

Cuando se consideran en el campo educativo las prácticas que vinculan las experiencias cercanas, es necesario tener presente los planteamientos de Lave (1988), quien analizó de forma detallada la estructura de las actividades rutinarias en relación con las situaciones que se viven. Es decir, para el autor las relaciones entre persona, actividad o situación son consideradas como una sola entidad teórica. En el mismo sentido Clancey (1993) considera que la actividad debe ir más allá de la ejecución de reglas o de información como algo concreto. El autor establece que el *aprendizaje situado* da la importancia a las formas cómo se concibe el conocimiento puesto que de esta forma es

posible reconocer cómo las personas actúan en correspondencia con los contextos en que desarrollan sus actividades de aprendizaje.

Concebir el aprendizaje en una perspectiva de lo situado busca que, durante el proceso de formación, un sujeto se acerque a los saberes necesarios para transformarse a sí mismo con la ayuda de los sujetos que aprenden de manera conjunta. Esta forma de concebir el aprendizaje supone un cambio relevante en cuanto a la perspectiva clásica del aprendizaje, puesto que se intenta que la formación, en este caso la ingenieril, se acerque a una visión del aprendizaje más participativo, colaborativo y contextualizado (Niemeyer, 2006). Esta visión en la formación ingenieril supone que el aprendizaje se transforma a partir de las prácticas mediadas por un contexto. Dicha situación, de alguna manera, determina el cómo y el qué del conocimiento matemático, aspecto fundamental para esta investigación.

Aprender de forma situada implica que se desarrolle en un contexto cercano y legítimo para el estudiante, se realicen ciertas prácticas y se vivencien experiencias que posibiliten una apropiación conceptual que se relacione con la situación. Si bien estos rasgos pueden asumirse como características del *aprendizaje situado*, se rastrean en este trabajo de investigación para cifrar condiciones propias a un ambiente de *modelación matemática*. En este sentido, el aprendizaje deja de entenderse como una transmisión de conocimientos para concebirse como un proceso de participación en experiencias de *modelación matemática* en la que se articula la ingeniería, las matemáticas y saberes externos a estas disciplinas y por tanto, la práctica de modelación se vincula con fenómenos de diseño de producto, usa

técnicas y lenguajes sistemáticos fundamentados en la matemática para responder a una oportunidad de diseño.

En la perspectiva del *aprendizaje situado* se cambia el foco de atención en términos de que el aprendizaje lo demarca un contexto particular que involucra una cultura específica y en este caso se relaciona con el campo ingenieril en relación al diseño de producto. Al mismo tiempo, se presta atención a las actividades que las personas realizan dentro de tal contexto, de manera que se reconozca cómo ocurre la relación mutuamente constitutiva entre personas, actividades y contexto. En este sentido, el aprendizaje se reconoce como una manera activa de participar en determinados contextos, prácticas y comunidades con una cultura particular que determina las participaciones. En dicho sentido, el *aprendizaje situado* es relevante para aprender *en y a partir* del contexto, pero es necesario trascenderlo y que no solo se relacione con una tarea contextualizada. Podría indicarse entonces que, para el *aprendizaje situado* es necesario, además de demarcar los contextos como situaciones que se evocan en el proceso formativo, determinar cómo se vinculan con las necesidades de formación particulares de un campo de acción.

El *aprendizaje situado* propicia un vínculo sólido, pero a la vez flexible, entre los procesos educativos y los contextos. Esto implica que la apropiación del conocimiento no se agote en los procesos técnicos y teóricos. Se presenta entonces una transformación educativa de la formación de ingenieros, puesto que se procura que las prácticas permitan el desarrollo de habilidades y, además, se estimule la capacidad de los alumnos para anticipar, formular e incidir sobre problemas de entornos sociales (Sagástegui, 2004).

De acuerdo con lo anterior, el *aprendizaje situado* en la formación de los ingenieros, intenta comprender las limitaciones a las que son expuestos los estudiantes para generar articulaciones entre la matemática y los contextos cercanos y se hace indispensable reconocer el lenguaje, las herramientas, los métodos de participación, los patrones de interacción social en el proceso formativo y realizar así, distinciones entre las formas de aprendizaje (Watson & Winbourne, 2008).

En el siguiente apartado se presenta la vinculación del *aprendizaje situado* con la formación de ingenieros y la relación con las tareas del campo de acción.

### ***El aprendizaje situado y la formación matemática en ingeniería***

Asumir un cambio en la concepción del aprendizaje para la formación en ingeniería, implica una transformación sustancial de perspectiva respecto a los modos de enfocar el aprendizaje y la profesionalización. En este sentido, asumir una perspectiva del aprendizaje para la formación de los ingenieros, en particular los de IDP, se fundamenta en que la relación con el conocimiento debe ser contextual e influenciada por la actividad, los elementos del entorno y la cultura (Dos Santos & Mates, 2008). Se reconoce la pertinencia de concebir el ambiente de aprendizaje de manera diferente para que los actores puedan participar en auténticas experiencias, y lograr que lo fundamental no sea solo la representación conceptual sino que, por el contrario, se priorice el hacer y la percepción sobre la acción. Es decir, que el aprendizaje se asuma como parte integral de la práctica en

el mundo en que se vive y por tanto, se reconozcan las necesidades de formación del ingeniero.

La autenticidad de una práctica educativa se determina por la relevancia cultural, es decir, hace referencia a la forma como el estudiantes se vincula con su cultura y cotidianidad y con las acciones reiterativas en su manera de proceder. Además, porque permite la negociación de significados, la inventiva en las soluciones y promueve el diálogo entre los actuantes, de tal forma que la práctica sea contextualizada, reflexiva y participativa (Brown et al., 1989; Niemeier, 2006).

En la literatura se reconoce que el *aprendizaje situado* para la ingeniería surge como la respuesta a una configuración diferente de los cursos de formación (Chong, 2006; Hennig, Mertsching, & Hilkenmeier, 2015), como la necesidad de vincular los aprendizajes con la práctica específica del campo de formación (Hudson, 2008; Paolini & Rivarola, 2012) o como una alternativa para el aprendizaje (Bingolbali & Monaghan, 2008; Johri & Olds, 2011; Paz, 2007)

Para Chong (2006) y Hennig et al. (2015) el *aprendizaje situado* se asocia con el método de *aprender haciendo* donde los cursos se deben configurar como escenarios que reflejen situaciones de la *realidad* y la matemática se propone como herramienta para identificación de las soluciones. Tales autores convergen en que el aprendizaje es un proceso activo que vincula un contexto específico en relación al campo de formación. De manera particular Chong (2006) establece que se hace necesario que los estudiantes investiguen problemas específicos, propongan y desarrollen actuaciones y a partir de tales

experiencias generen un informe de las actividades que realizan. De esta manera los estudiantes pueden aprender tanto de los conceptos particulares de su campo de formación como de la experiencia que exigen los desafíos. Hennig et al. (2015) establecen que para el diseño de ambientes en un curso particular que se relacionó con los fundamentos de la electrónica, se requirió de los contextos y las actividades, de perspectivas auténticas, de la articulación y la reflexión, así mismo de la interacción social. Para Chong (2006) una dificultad en este tipo de propuestas es que el estudiante comprenda y responda a los contextos de aprendizaje, puesto que lo desafía a sumergirse en su estudio y asumir la voz de un ingeniero profesional.

En correspondencia con los planteamientos de Hudson (2008) y Paolini y Rivarola (2012) la participación en una *comunidad de práctica* donde se vinculan la observación, la guía por expertos y la práctica es la que determina un cambio en la concepción del conocimiento. Para los autores, el aprendizaje, es visto como una manera de estar en el mundo y comprender cómo se actúa en él, es más que una condición de conocer en términos informativos. Dichos autores reconocen que aprender en otro lugar diferente a la escuela ofrece más posibilidades porque se vincula la experiencia y sus condiciones específicas. En dicho sentido, las experiencias que se asocian a la práctica permiten el desarrollo de habilidades y conocimientos cercanos a la profesión, posibilitan que el estudiante se enfrente a problemas y situaciones reales donde debe desempeñar un determinado rol, establecer relaciones fundamentales entre diferentes conocimientos adquiridos, aplicar y transferir significativamente el conocimiento teórico en situaciones

prácticas, posibilita construir un sentido de competencia profesional y manejar diversas situacionales sociales.

Hudson (2008) especifica que el hecho de que un estudiante se haga partícipe de su proceso de formación en relación con las experiencias que puede demarcar el campo de acción, genera un motivo de aprendizaje que posibilita un *posicionamiento*. Dicha actitud permite reconocer que las matemáticas pueden ser vistas de diferentes maneras vinculando aspectos racionales, prácticos y emocionales, si es el caso. En dicho sentido, la actividad corresponde a un motivo, la acción a un objetivo y el funcionamiento depende de las condiciones.

Ahora bien, como se enunció anteriormente, para Bingolbali y Monaghan (2008), Johri y Olds (2011) y Paz (2007) el adjetivo *situado* hace referencia al papel central del contexto, aspecto que involucra las condiciones físicas y sociales del medio y se convierten en alternativa para el aprendizaje en ingeniería donde se exploran las posibilidades de las contribuciones de las ciencias. En dicho sentido, para los autores el aprendizaje se fortalece no solo como una consolidación de mayor o menor saber y capacidad sino como la posibilidad de participar en las prácticas que define una cultura profesional.

Como indican Johri y Olds (2011), el *aprendizaje situado* debe componerse de tres características las que pueden propiciar variaciones en la formación de ingenieros. La primera característica tiene que ver con el contexto social y material, que hace referencia a las circunstancias con las personas y los artefactos o herramientas con las que el ingeniero en formación se vincula. Sin embargo, es necesario que la relación entre lo social y lo

material sea una sola, aunque dichos contextos sean de distinta naturaleza. Según los autores, el contexto social y material debe conformar un híbrido y generar una relación social-material, donde se comprenda como actúan las personas con relación a los artefactos que vincula en sus prácticas. Podría indicarse que los miembros sociales de la comunidad en el campo de la formación ingenieril son los estudiantes, profesores, expertos y cada miembro aporta a la formación de manera diferenciada, pero no menos importante. Por su parte, los medios materiales son las herramientas o procesos con los cuales el ingeniero en formación se vincula.

Una segunda característica propuesta por Johri y Olds (2011) son las actividades y las interacciones. Como los autores indican “el contexto no tiene sentido para el aprendizaje si un alumno no se involucra en las interacciones y las actividades del contexto en el hacer y el ser, puesto que el entorno no es estático” (p. 163, traducción propia), de manera que las relaciones que establecen los participantes de la investigación con los materiales generan unas dinámicas que posibilitan la exploración de los cómo realizar una acción y, por tanto, que los ingenieros en formación desarrollen habilidades necesarias para la solución de diversas problemáticas.

Las actividades y las interacciones se convierten en los elementos, a partir de los cuales se encuentra sentido a las vinculaciones con otros (personas u herramientas) y a las interpretaciones que dan lugar a las decisiones frente a una circunstancia que se vive. Para un ingeniero en formación, las actividades e interacciones son la posibilidad para

establecer ideas y relaciones entre los conocimientos del campo, las matemáticas y las experiencias cercanas.

Una tercera característica propuesta por Johri y Olds (2011), está relacionada con la participación y la identidad. La participación, según los autores, “se relaciona con las acciones o actividades que se orientan a la consecución de una meta más grande y el aprendizaje es la comprensión de dicha meta y la alineación de las acciones” (p. 165, traducción propia). Sin embargo, la manera en que los ingenieros en formación participan y se involucran con la comunidad transforma sus percepciones, es decir, la identidad. La manera en que los ingenieros en formación se vinculan con diversidad de circunstancias o personas, posibilita comprender como participan y al mismo tiempo, reconocer rasgos que los ingenieros en formación adquieren para el desempeño en su futuro campo de acción. En consecuencia, se reconoce que la formación de ingenieros debe ser una actividad creativa, que integre elementos para adoptar soluciones novedosas a problemas existentes y, por tanto, el hecho de relacionar el aprendizaje con el desempeño profesional de la ingeniería debe estar cercano al proceso formativo.

Los planteamientos anteriores conllevan a que la formación matemática de los ingenieros se asuma desde una perspectiva del *aprendizaje situado*, donde el estudiante aplique el conocimiento disponible y las destrezas desarrolladas a la solución de problemas y, al mismo tiempo, se apoye en principios matemáticos que le posibiliten de manera sistemática responder a las exigencias de la situación. Tales características de la formación del ingeniero concuerdan con elementos clave para el diseño de ambientes de aprendizaje,

que como lo indican Hennig et al. (2015) son: *i) los contextos y las actividades; ii) una perspectiva auténtica; iii) la articulación de conocimientos y reflexión acerca de las creencias y iv) la interacción social.*

Cuando los autores hacen referencia a la primera característica, *contextos y actividades*, aluden al diseño de actividades que tengan sentido en el campo del ingeniero en formación. Involucrar escenarios, casos o problemas de *contextos auténticos* genera transformación en la forma como los futuros ingenieros pueden aproximarse al aprendizaje. En correspondencia a la segunda característica, de un ambiente de aprendizaje en una perspectiva del *aprendizaje situado*, conlleva a vincular diversidad de opiniones y representaciones para lograr una apropiación de los contenidos tanto matemáticos como del campo específico, lo que genera una *perspectiva auténtica del aprendizaje*. En relación a la *articulación y reflexión* los autores puntualizan que los aprendizajes deben permitir al estudiante tomar decisiones y plantear diversidad de estrategias frente al proceder en la solución de una situación. Por último, *la interacción social*, hace alusión a una característica de un ambiente de aprendizaje en el cual priman las relaciones con los otros en la configuración de una comunidad y transformar las actuaciones de los estudiantes, en caso de ser necesario.

Pese a todas las bondades que encuentran los autores para vincular el *aprendizaje situado* en la formación de ingenieros, existen ciertas limitaciones. A continuación se presentan las limitaciones y los planteamientos que permitirían tenerlos en cuenta a lo largo del proceso investigativo que se llevó a cabo.

### ***Algunas limitaciones del aprendizaje situado***

Los investigadores en el campo educativo reconocen que hay aspectos que sitúan el aprendizaje y cómo dicho propósito se aleja del intento por mejorar la enseñanza. Para algunos autores, el conocimiento implica *comunidades de práctica* en las cuales se vinculan destrezas específicas. En dichas comunidades se aprende debido a la participación de manera periférica que se legitima el aprendizaje que se adquiere.

Dicho movimiento sostiene que el conocimiento se construye socialmente porque de manera individual puede ser parcial, particular, fragmentado, temporal y complejo. Sin embargo, esta forma de concebir el aprendizaje genera una limitación en cuanto a que tales comunidades pueden sectorizar el conocimiento o los participantes pueden ser autoritarios, impositivos e impedir las actuaciones de los novatos y por tanto que sus aprendizajes se supediten a los planteamientos de los expertos.

Si bien Lave y Wenger (1991) se distancian de una comunidad de práctica cerrada ya que es posible que el aprendiz no asuma un papel activo ni participe de manera propositiva de su aprendizaje; es posible que sobre él se ejerzan controles, miradas y recriminaciones frente a los errores que comete y por tal razón, su proceso se coarta y limita.

De manera particular, se asume también como una limitación el tiempo que se requiere para que el estudiante deje de ser novato y se convierta en un participante experto de la comunidad. Tal situación se relaciona también con la preocupación de avalar

los procesos que realiza el aprendiz y con el cómo lograr que alcance los niveles de conocimientos y destrezas que exige la comunidad.

Dichas limitaciones llevan a considerar que, para atender a las particularidades en la formación de ingenieros, es necesario reconocer sus necesidades y las condiciones diferenciadoras que hacen que el ambiente de aprendizaje posibilite vínculos entre la matemática y el campo de acción, que para la investigación tiene relación con el Diseño de Producto y la formación del futuro IDP. Al mismo tiempo, es necesario reconocer cómo el campo de acción devela actuaciones pero no subordina las relaciones entre estudiantes, profesores y expertos.

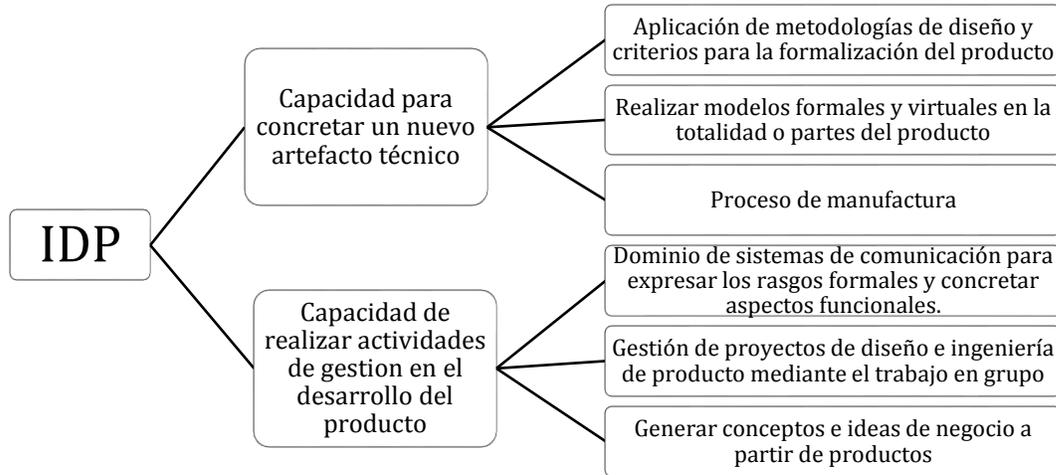
Los anteriores planteamientos remiten a reconocer que *situar el aprendizaje* para la formación de ingenieros implica el uso de la matemática en un contexto específico. Tales usos vinculan la *modelación matemática* vista como aquella que reconoce las necesidades que cada campo de formación requiere. Como lo menciona Gainsburg (2013), reconocer las necesidades del campo implica tener fuentes de datos, tipos de problemas y fenómenos que se vinculen con el campo de acción y posibiliten al estudiante comprender las situaciones, en este caso en relación con el diseño de un producto, y llegar a la simplificación o idealización por medio de la matematización. En el siguiente apartado se presentan como la *modelación matemática* en una perspectiva del *aprendizaje situado* puede atender a las necesidades de formación del futuro IDP.

### **Modelación Matemática en un ambiente de aprendizaje situado. Una alternativa para atender a las necesidades de formación de un futuro IDP**

Como se enunció en apartados anteriores, la formación de los ingenieros propende por lo formativo más que lo informativo. Para que el estudiante se apropie de la formación básica de y para la profesión, y se prepare para transformar sus prácticas según las exigencias del campo. Por lo tanto, el estudiante de ingeniería debería enfrentarse a situaciones de aula que recreen situaciones del campo profesional. Esto conlleva a que el estudiante desarrolle una capacidad creadora para producir innovaciones, reconocimiento del contexto en su actividad, visión global del conocimiento, capacidad de toma de decisiones entre muchos otros aspectos que involucran la ética profesional (Committee on the Engineer of 2020 & National Academy of Engineering, 2005; Sunthonkanokpong, 2011; Valencia, 2005).

De manera particular, el campo de acción de los IDP hace referencia al diseño y al desarrollo de productos, con el ánimo de atender el punto de vista de un usuario final y la producción industrial. El campo de acción exige del estudiante, en primer lugar “la capacidad de concretar un nuevo artefacto técnico al pasar por las actividades propias de un proceso de diseño de producto en ingeniería” y, en segundo lugar, “realizar actividades de gestión en el desarrollo del producto” (EAFIT, 2015). Tales capacidades se articulan al perfil profesional del IDP y se manifiestan en aspectos concretos a los que deben responder este tipo de ingenieros como se describe en la **Figura 4**.

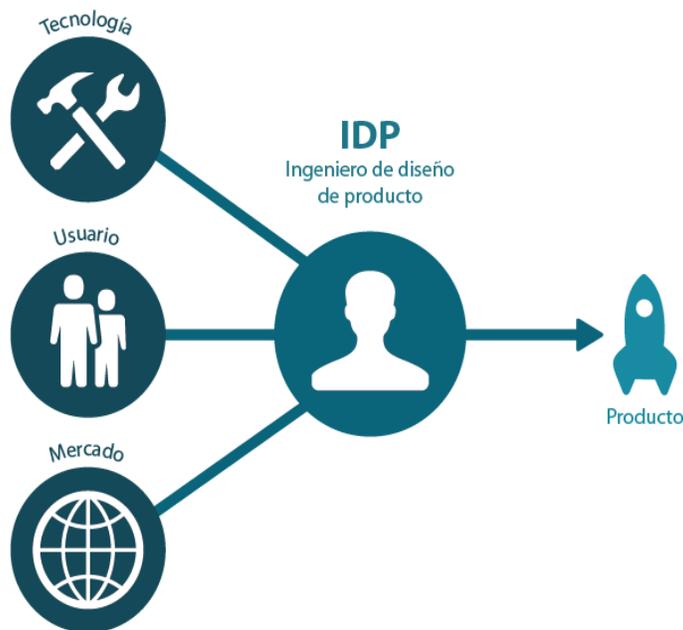
**Figura 4.** Perfil profesional del IDP



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación.

El perfil del IDP pone de manifiesto que el ingeniero en formación debe tener capacidad para concretar, gestionar, formalizar, dibujar, abstraer, generalizar, entre otras, lo que hace evidente la necesidad de que este tipo de profesionales sea creativo pero que responda unas particularidades de los objetos y considere las necesidades del usuario, es decir, exista una correspondencia entre lo formal y funcional en medio de las demandas tecnológicas y del mercado como lo indica la **Figura 5**.

**Figura 5.** Diagrama ilustrativo de la *Ingeniería de Diseño de Producto*.



Fuente: Imagen tomada de <http://www.eafit.edu.co/programas-academicos/pregrados/ingenieria-diseno-producto/acerca-programa/Paginas/por-que-estudiar-este-pregrado.aspx>. Fecha de consulta: 30 de septiembre de 2015.

Las capacidades que debe desarrollar el IDP en formación conllevan a cuestionar ¿Cómo debe ser la formación matemática de los IDP? ¿Cómo poner en diálogo las necesidades de formación, el campo de acción del diseño de producto y la matemática?

Las necesidades de formación explícitas en el perfil de este tipo de profesionales y las intenciones de esta investigación, llevan a considerar otras alternativas para la formación matemática. Tales alternativas se fundamentan en que los procesos de formación adquieran sentido para la profesión, trasciendan la conceptualización e identifique la necesidad a resolver. Estas consideraciones guardan correspondencia con las maneras como el ingeniero debe esquematizar su trabajo en tanto que: parte de una

necesidad e identifica un problema, determina especificaciones, estudia la factibilidad, realiza una búsqueda de información, desarrolla conceptos alternos al diseño, selecciona el diseño más promisorio, implementa un modelo matemático o físico, determina la relación entre las dimensiones y el material del producto, optimiza el diseño, evalúa el diseño optimizado mediante análisis minuciosos de modelos matemáticos o por ensayo de los modelos físicos, comunica las decisiones del diseño al personal de producción, controla la producción, interviene en las ventas y servicios, analiza las fallas y retroalimenta el diseño y la fabricación (Valencia, 2005; Wright, 2004). Estas acciones las debe desarrollar cualquier ingeniero y también un IDP, como lo indica el perfil profesional e implican el diálogo de acciones y campos disciplinares para responder a los condicionamientos del plan de estudio y a las exigencias del campo de formación. Si bien la *modelación matemática*, en general, se concibe como una actividad que trasciende la relación entre situaciones reales y la matemática, no debe agotarse en la producción de representaciones, sino que debe reconocer el papel de la matemática en aquellas situaciones que pueden explorarse en un campo de formación específico. Es decir, la *modelación matemática* puede vincularse con cualquier tipo de contextos pero, de ser así puede que la formación matemática se distancie de las necesidades de los futuros ingenieros. Lo anterior implica que la *modelación matemática*, en primer lugar, debe relacionarse con el reconocimiento del contexto como medio para que el futuro ingeniero genere apropiaciones conceptuales tanto de la matemática como de su campo de acción. En segundo lugar, debe reconocer cómo la naturaleza de los modelos, matemáticos y no matemáticos, pueden aportar a la

construcción, validación y solución de una problemática y de tal manera construir una visión que supere los usos procedimentales y articular la matemática con el campo de acción.

De acuerdo a los anteriores enunciados, la perspectiva del *aprendizaje situado* permite reconocer que los ingenieros en formación pueden dinamizar sus experiencias entre la matemática y el diseño.

La *modelación matemática* que se implementa en esta perspectiva debe posibilitar que la matemática tenga otros sentidos para los estudiantes y al mismo tiempo se perciba el papel coherente, significativo y propositivo con relación a la cultura y la solución de las situaciones propuestas de tal forma que se disminuya la brecha que se reporta entre las prácticas matemáticas y las prácticas intra y extraescolares.

En esta investigación se reconoce la trascendencia que tiene la *modelación matemática* en la formación de los IDP, y se pretende, en correspondencia con la pregunta de investigación y los objetivos, que vincule los conocimientos matemáticos y no matemáticos con las motivaciones, los intereses y las actitudes que se dinamizan en el contexto particular del diseño de producto. Se busca implementar la *modelación matemática* en el aula de clase del futuro IDP de tal manera que se “integre la matemática con otras áreas del conocimiento, considere su aplicabilidad, mejore la aprehensión de los conceptos matemáticos, lea, interprete, formule y resuelva situaciones, estimule su creatividad en la resolución de problemas” (Biembengut & Hein, 2004, p. 108), y al mismo tiempo, vincule contextos propios del campo de diseño de producto, tengan en cuenta los

requerimientos que implica crear un producto y se posiciona respecto a la forma de solucionar una necesidad de un usuario, sin dejar de lado las indicaciones que sus compañeros, profesores y profesionales del campo aportan al proceso (Dos Santos & Mates, 2008; Hennig et al., 2015; Johri & Olds, 2011; Renkl, 2001).

La *modelación matemática* como ambiente de aprendizaje en una perspectiva de lo situado, para esta investigación debe poseer las siguientes características: i) Se relaciona con la necesidad de que los estudiantes participen de experiencias prácticas y auténticas que correspondan a la manera como se procede para desarrollar tareas de modelación en el campo de profesional en el que se forman, ii) Se conjuga con la vinculación con contextos *situados*; con el adjetivo *situado* quiere representarse la relación con la realidad y la cercanía al campo de acción de los futuros IDP, quienes deben atender a las demandas y necesidades y a su vez al reconocimiento de prácticas propias que pueden vincularse a comunidades escolares; iii) Tiene relación con las potencialidades que permite destacar en los estudiantes, es decir, como ellos pueden reflexionar, analizar y tomar decisiones para movilizar experiencias que contribuyan a su desempeño en el futuro campo de acción.

Bajo esta perspectiva se pretende que la *modelación matemática*, como ambiente de *aprendizaje situado*, permita a los estudiantes relacionar contextos particulares con conocimientos del campo de la ingeniería, la matemática y la cultura que determina la práctica de acción de este tipo de ingenieros. Estas premisas implica, como se precisó en apartados anteriores, que la manera como los futuros IDP desarrollan los procesos de

*modelación matemática* vincule diversidad de condiciones para que su formación matemática se articule con el campo de acción.

Tales condiciones se ven reflejadas en el hecho de articular tres procesos: el de modelación, el ingenieril y el de diseño de producto. A continuación se describen estos procesos y la forma como se fusionan para la matematización y materialización de un producto.

### **El proceso de modelación matemática, ingenieril y de producto. Fusión de condiciones para la materialización y matematización de un producto**

Desde la perspectiva de esta investigación, el campo específico de los futuros ingenieros se relaciona con el diseño de producto, el cual pone en diálogo tres elementos: el contexto, el diseño y la ingeniería. El contexto, se asume como el escenario donde se hacen explícitas las necesidades de un usuario; el diseño, dinamiza aspectos estéticos, emocionales y formales de un producto, y la ingeniería, reconoce los aspectos funcionales y estructurales. Tales elementos se dinamizan en la formación de los ingenieros a partir de procesos que se compaginan en la creación de un producto. Dichos procesos son: el proceso de *modelación matemática*, el proceso ingenieril y el proceso de diseño.

Si bien, la *modelación matemática* cobra relevancia en el proceso formativo de un ingeniero puesto que propicia la conceptualización en relación al conocimiento matemático, no deja de lado la conjunción de los procesos ingenieriles que dinamizan acciones generales para la búsqueda de una solución a una situación específica, que en este

caso se relaciona con la creación de un producto, lo que involucra el proceso. A continuación se presentan los tres procesos que posibilitan la matematización y materialización del diseño de un producto.

### ***El proceso de modelación matemática en Educación Matemática***

Considerar el proceso de *modelación matemática* implica el reconocimiento de acciones que posibilitan el estudio de una situación o fenómeno. Al mismo tiempo, se enfatiza en el papel que las matemáticas asumen para facilitar el reconocimiento, planteamiento, formulación, problematización y el estudio de un fenómeno situado. En la literatura se encuentran diversas concepciones de proceso de modelación o *ciclo de modelación* que hace alusión al proceso de resolución de un problema aplicado. Se podría indicar que los autores coinciden en que el proceso de modelación inicia y termina con una situación problemática “*real*” de carácter extra matemático, aunque algunos investigadores también admiten la posibilidad de que sea intra matemática, y se genere un vínculo entre la situación o fenómeno que se estudia y las matemáticas.

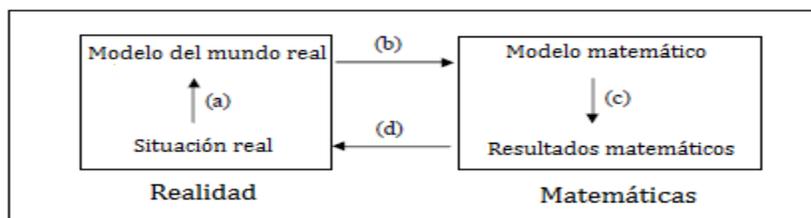
Pese a la generalidad en la manera como se concibe el proceso, se encuentran modificaciones, ampliaciones y vinculaciones con la tecnología. Por ejemplo Kaiser (1995) y Blum (1996) se preocupan en la presentación del proceso de modelación por la manera como los estudiantes realizan dicha actividad.

Kaiser (2005) describe el proceso de modelación como un procedimiento entre lo típico y lo ideal que vincula un situación real como punto de partida. La autora establece que:

[...] la situación se idealiza (nombrado (a) en la figura 1), es decir, simplificado o estructurado con el fin de obtener un modelo del mundo real. A continuación, este modelo del mundo real es matematizado (b), es decir, se traduce en las matemáticas de manera que conduce a un modelo matemático de la situación original. Consideraciones matemáticas durante el modelo matemático producen resultados matemáticos (c) que deben ser reinterpretados a la situación real (d). Los resultados adecuados se deben comprobar, es decir validar. En caso de una solución insatisfactoria para el problema, lo que sucede con bastante frecuencia en la práctica, se debe reintentar el proceso (p. 2).

Las letras (a), (b), (c) y (d), se indican en la **Figura 6**, (“figura 1” en el texto original).

**Figura 6.** Proceso de modelación Kaiser (1995, p. 68) y Blum (1996, p. 18)

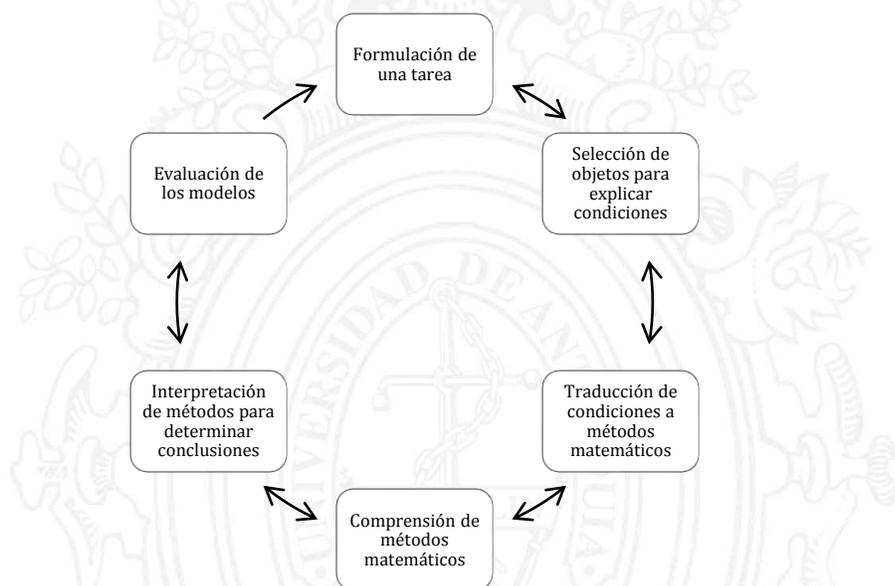


Fuente: Adaptación de los autores de esta investigación.

Diversos autores proponen subprocesos a partir de los cuales se lleva a cabo el proceso de modelación. Blomhøj y Jensen (2003, p. 125) explicitan los subprocesos y los enuncian como:

- a) La formulación de una tarea en donde se identifican características de la realidad que se percibe para modelarla matemáticamente,
- b) La selección de objetos que permitan explicar condiciones y sea posible representarlas en términos matemáticos,
- c) La traducción de tales objetos a un lenguaje matemático,
- d) El uso de métodos matemáticos para comprender la situación que se estudia,
- e) La interpretación de los métodos para determinar conclusiones respecto a la situación que se estudia y
- f) La evaluación de los modelos con relación a los fenómenos que se observan, previsto en los datos y que se fundamenta en la teoría.

**Figura 7.** Representación de proceso de *modelación* de Blomhøj y Jensen (2003)

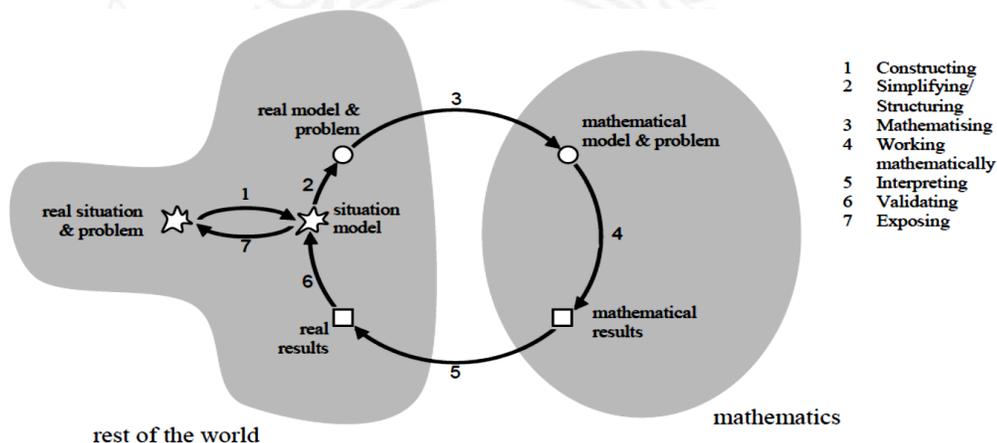


Fuente: Adaptación de los autores de esta investigación

Por su parte, Blum y Leibs (2005) construyeron un proceso de modelación con más detalle cómo se presenta en la **Figura 8**. Dicho proceso pretende, de manera inicial, comprender la situación, la cual se delimita y simplifica para luego estructurarse. En dichos momentos, el estudiante debe realizar un proceso experimental y de observación, recolectar datos para reconocer qué modelo debe construir. A continuación, el proceso se fundamenta en la matematización de los elementos de la situación *real* con el ánimo de obtener un modelo matemático. Con dicho modelo se realiza un trabajo matemático en el que se usan métodos y procedimientos que ayudan a la consolidación de una respuesta en el problema. Los resultados matemáticos se interpretan a partir de la situación que se estudia para poder contrastar los resultados matemáticos con la *realidad* y determinar la validez del proceso que se lleva a cabo. En caso de que en la validación se presenten resultados que no satisfagan la situación que se

estudia, se debe obtener un nuevo modelo matemático. Si la validación arroja resultados favorables, se podrá comunicar y presentar los resultados de esa modelación.

**Figura 8.** Ciclo de la modelación presentado por Blum y Leibs (2005)



Fuente: Elaboración de Blum y Leibs (2005)

Como lo enuncian Perrenet y Zwaneveld (2012), las alternativas de representación del proceso de modelación dependen del énfasis y la perspectiva en la que se inscriba. En dicho sentido, se considera que el proceso de modelación depende de la manera como los estudiantes se vinculan con la situación o fenómeno a estudiar o de la forma como generan conexiones entre los elementos esenciales y las soluciones propuestas. Además, es posible distinguir factores que influyen el proceso de modelación, por ejemplo: la diversidad de representaciones, las diversas disciplinas que se puedan vincular, las relaciones con otros como compañeros, profesores o expertos.

Ahora bien, si el proceso de *modelación matemática* se enmarca en el campo de diseño de producto se podrían considerar las siguientes acciones. En principio es necesario que el futuro IDP identifique un fenómeno o una situación, que perciba sus complejidades y

comprenda las necesidades que requiere un usuario en el contexto específico del fenómeno o situación; como consecuencia de este reconocimiento, el ingeniero debe identificar una oportunidad de diseño que atienda a las necesidades observadas.

La formulación de una tarea proviene de la pregunta: ¿Qué producto puedo proporcionar al usuario para satisfacer su necesidad frente a una situación específica? En este sentido, el estudiante debe cuestionarse por los factores que pueden influenciar la generación del objeto que requiere el usuario.

Durante la selección de objetos para explicar diferentes condiciones, el estudiante identifica requerimientos del diseño, los cuales se consideran “variables que deben cumplir una solución cualitativa o cuantitativa que se determinan en correspondencia a su naturaleza, requisitos o disposiciones que debe cumplir el solucionador del problema” (Rodríguez, 1997, p. 52). Tales requerimientos son de uso, de función, estructurales, formales, entre otros.

Los requerimientos de uso hacen referencia a la interacción directa entre el producto y el usuario, lo que atiende a la seguridad del producto, manipulación, antropometría y ergonomía.

Los requerimientos de función son aquellas condiciones que debe tener en cuenta el diseñador de producto con relación a los principios físico-químicos-técnicos de funcionamiento de un producto. Estos requerimientos se preocupan por los mecanismos, la confianza del funcionamiento, la versatilidad o el desempeño en cada una de las funciones que pueda realizar el producto, la resistencia del producto y su apariencia final.

Los requerimientos estructurales responden a los componentes, partes, elementos que constituyen el producto. En este sentido, el diseñador debe preocuparse por el número de componentes, la protección de los mecanismos, la integración coherente de las partes, la estabilidad funcional del producto, en general de toda su estructura.

Los requerimientos formales son aquellos que se refieren a las características estéticas de un producto. Esto se relaciona con el estilo o apariencia del producto, la unidad o relación entre las partes, la atención visual que debe generar, la proporcionalidad y armonía entre las partes y la percepción con relación a la textura y color de las superficies que lo componen.

De acuerdo a las condiciones que se identificaron en subprocesos anteriores, el estudiante debe matematizar dichas relaciones y lograr que se conjuguen los requerimientos con *sistemas matemáticos* que posibiliten la estimación de parámetros para definir un prototipo inicial del producto que quiere diseñar para consolidar el producto de forma posterior. Esto se logra a partir de modelos matemáticos, de diseño y de otras ciencias como planos, dibujos, relaciones proporcionales, cálculos de fuerzas, presiones, temperaturas y demás elementos necesarios que ayudan a dar respuesta a la necesidad presentada por el usuario.

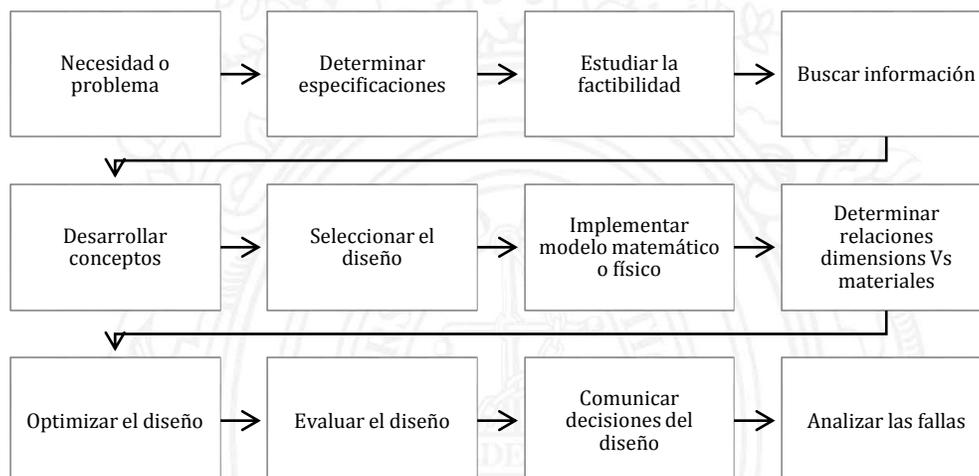
El resultado se debe interpretar y validar para garantizar que se satisfacen las condiciones iniciales del usuario y se conciba el desarrollo de un nuevo producto. Por último, el estudiante cuestiona el alcance y la validez del modelo con la ayuda del usuario y de expertos del campo del diseño y otros campos, para lograr que otros usuarios usen el

nuevo producto. Sin embargo, los subprocesos se pueden llevar a cabo de diversas maneras con el ánimo de dar un mayor sentido a la situación que se explora o repetir una fase para lograr mayor profundidad y encontrar coherencia con el proceso ingenieril y de diseño de forma simultánea, puesto que se condicionan entre sí.

### ***El proceso ingenieril***

El proceso ingenieril implica “tomar decisiones –contra las limitaciones físicas, económicas, sociales y políticas – para desarrollar materiales, productos o procesos que satisfagan una necesidad” (Valencia, 2005, p. 100). En este sentido, el proceso ingenieril es una estrategia para producir un cambio en una situación, en una necesidad o deficiencia y con él se pretende construir un modelo con leyes parciales aplicables de forma específica, razón por la cual se recomienda tener presente el hecho de definir el problema, de analizar sus condiciones, meditar las acciones, evaluar alternativas y señalar soluciones. De manera más general, el ingeniero, tiende a utilizar un esquema de trabajo como se presenta en la **Figura 9**, y que indica de manera sucinta el proceso que se lleva a cabo en la ingeniería (Wright, 2004).

**Figura 9.** Fases del proceso ingenieril propuesto por Wright (2004).



Fuente: Adaptación de los autores de esta investigación

De acuerdo con Baeza-Yates y Ribeiro-Neto (1999) y con Schenk & Webster (1984) cuando se parte de reconocer el problema, se debe también considerar la posibilidad de superar una situación y obtener la solución. Es importante para el ingeniero reconocer el estado inicial de la situación e identificar la forma de alcanzar el estado solución e incorporar la transformación que se desea.

Los mismos autores establecen que el ingeniero debe determinar las especificaciones, las necesidades y características del usuario, la solución más óptima y las restricciones que se deben considerar. La factibilidad se asocia con el funcionamiento, es decir, con el cómo funciona, qué impacto genera y qué inversión implica, condiciones que

se vinculan a la búsqueda de información que no solo se ajusta a la consulta de diversas fuentes sino a los ensayos y simulaciones.

Según Munich y Ángeles (1988), estudiar la factibilidad es considerar si técnicamente un objeto puede funcionar, concebir su funcionamiento en sí, pensar en los recursos óptimos de fabricación, el impacto de la solución propuesta y la inversión que implica. Para explorar la factibilidad es necesario buscar información en diversas fuentes y la consulta con otros profesionales. La búsqueda de información pretende justificar el problema y sus posibles soluciones y, al mismo tiempo, posibilita el desarrollo de conceptos que se relacionan con la selección de un diseño.

En correspondencia con lo propuesto por Munich y Ángeles (1988) la selección de un diseño y la evaluación de tal propuesta se relacionan con el costo de construcción y fabricación, la seguridad, la confiabilidad, el mantenimiento, entre otros y la importancia que se le asigne a los criterios, condiciona y afecta el nuevo desarrollo. Una vez que se logra la detección de los criterios y por ende se selecciona el diseño, es necesario establecer un modelo matemático. Dichos modelos permiten probar de manera teórica el diseño y conjeturar acerca de posibles errores.

Por su parte, Wright (2004) indica que una vez que se realizan pruebas del diseño, es necesario comprobar las características de los materiales y las posibilidades que brindan, asunto que no solo tiene que ver con la relación entre las dimensiones del producto y el material, sino que pone en juego la recursividad del ingeniero y su capacidad para brindar soluciones originales, donde las actuaciones del ingeniero permiten optimizar

el diseño y detectar equivocaciones, fallas, accidentes, reparaciones o cambios en las decisiones que se tomaron inicialmente.

Al finalizar el proceso ingenieril se comunican las conclusiones del proceso, de manera que se comprendan y se logre el resultado esperado. Cabe resaltar que la comunicación, a que se hace referencia, se apoya en planos, manuales y especificaciones que pueden convertirse en prototipos o modelos físicos construidos y como indican Jansen (2002) y Stevenson, Whitmore & Hope (2008) es de especial importancia la forma como se presenta la información escrita que debe ser cuidadosa y exacta.

Por último indica Wright (2004), se analizan las limitaciones para poder así corregir las problemáticas que se identificaron. Tales fallas pueden corresponder al diseño, al material, al proceso de fabricación y montaje, a la operación o al mantenimiento.

Las fases descritas constituyen una forma de trabajo en la ingeniería y como de alguna manera su actividad central se establece en el diseño. Sin embargo, se puede determinar que es un proceso común a todas las ingenierías, pero a su vez se conciben elementos diferenciadores. Para el caso de la IDP se reconoce el proceso de diseño de producto de manera particular.

### ***El proceso de diseño de producto***

El proceso de diseño de producto se ocupa de problemas cuyo resultado se manifiestan en sistemas o estructuras que antes no existían o en el mejoramiento de las actuales. La primera fase del proceso se relaciona con el planteamiento y estructuración de

un problema que, según Rodríguez (1997), son problemáticas que muestran privación o conflicto. En esta fase se precisan las limitaciones a la función del nuevo producto, es decir el comportamiento previsto.

El autor enuncia que las problemáticas se analizan no solo en relación con las limitaciones técnicas, sino también respecto a las formas funcionales, psicológicas, sociales, económicas y culturales que el producto debe cumplir. En esta fase, el diseñador concibe una idea de los problemas del entorno que propician la oportunidad de diseño y, al mismo tiempo, formula los principales criterios de solución que debe satisfacer el producto que son generales y luego alcanzan mayor precisión y completitud.

El análisis a las problemáticas que realiza el IDP permite expresar las limitaciones y sus causas, para definir la meta del problema, lo que implica formarse una imagen de futuras acciones que ayudan a la transformación de la situación actual. Para establecer el fenómeno o situación a analizar, el diseñador, debe formular la lista de requerimientos o especificaciones del producto, acción que se considera una genuina actividad de diseño.

A partir de la información que le ofrece el análisis de problemáticas al diseñador, se pasa a una fase de conceptualización, la cual se enmarca en la generación de una idea, de una propuesta. En esta fase el diseñador debe reconocer el estado del arte de la problemática, lo que le ayuda a considerar la necesidad de un nuevo producto o la modificación de alguno para que el usuario obtenga mayor eficiencia. Esta revisión genera una lluvia de ideas que se delimitan a partir de la definición de los requerimientos del diseño.

Según Roozenburg (2009), en esta fase se combinan todos los elementos que deben conjugarse para consolidar la idea de diseño. Esta fase se asume como la menos tangible del proceso de diseño, y es de ésta que resulta un diseño provisional.

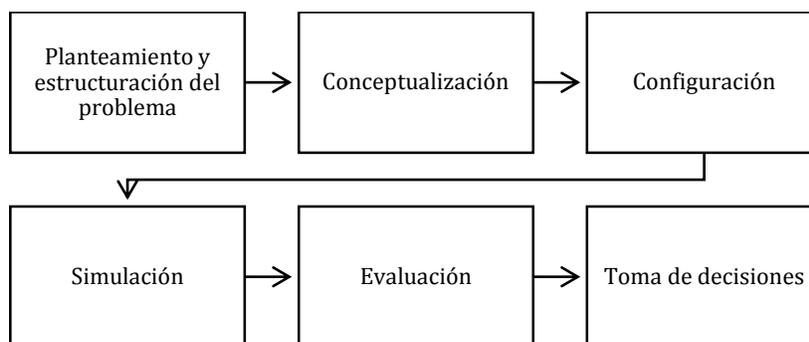
En la fase de conceptualización se hace la externalización y descripción de la idea, razón por la que se hace uso de verbalizaciones, dibujos, modelos, y demás elementos que aporten a la configuración de la idea de diseño, que se concibe como la tercera fase del diseño de un producto.

Para la simulación, cuarta fase del diseño de un producto, el diseñador debe, además de formar una imagen del producto, realizar pruebas con él. Se intenta que las simulaciones se acerquen a las expectativas de generalización del producto, a aquel que se define para la experiencia real, es decir se concibe a detalle el producto. Tener una simulación del modelo permite pasar a la fase de evaluación, donde se comparan las propiedades que se esperan con las especificaciones que se desean. La diferencia entre ellas lleva a la toma de decisiones, las cuales permiten el desarrollo del producto o si es necesario generar otra propuesta.

En la **Figura 10** se presenta el proceso básico de diseño de producto.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

**Figura 10.** Proceso básico de diseño de producto propuesto por Roozenburg (2009)



Fuente: Adaptación de los autores de esta investigación

El proceso de modelación, ingenieril y de diseño de producto presentan unas fases que permiten reconocer elementos comunes para logra fusionar las condiciones necesarias para materializar el producto, por lo que se establece el proceso del campo de acción. En la **os que** referencian el proceso del campo de acción.

**Tabla 2** se presenta el resumen de los subprocesos y los elementos que referencian el proceso del campo de acción.

**Tabla 2.** Fase del proceso de modelación, ingenieril y del diseño.

<i>Los proceso de modelación, ingenieril y de diseño</i>			
<b>Proceso de modelación</b>	<b>Proceso ingenieril</b>	<b>Proceso de diseño</b>	<b>Proceso del campo de acción</b>
Formulación de una tarea	Necesidad o problema.	Planteamiento y estructuración del problema.	Identificación de oportunidad que requiere de una solución.
	Determinar especificaciones.		
	Estudiar la factibilidad.	Conceptualización.	Exploración de condiciones para

<b>Los procesos de modelación, ingenieril y de diseño</b>			
<b>Proceso de modelación</b>	<b>Proceso ingenieril</b>	<b>Proceso de diseño</b>	<b>Proceso del campo de acción</b>
Selección de objetos para explicar condiciones	Buscar información.		iniciar un plan de acción.
Traducción de condiciones a métodos matemáticos	Desarrollar conceptos. Seleccionar el diseño.	Configuración.	Definición inicial de condiciones para solucionar el problema.
Comprensión de métodos matemáticos	Implementar el modelo matemático o físico. Determinar relaciones dimensiones Vs. Materiales. Optimizar el diseño.	Simulación.	Conocimiento de la situación a partir de exploraciones teóricas o prácticas.
Interpretación de métodos para determinar conclusiones	Evaluar el diseño.	Evaluación.	Evaluación de condiciones o soluciones propuestas.
Evaluación de los modelos	Comunicar decisiones del diseño. Analizar las fallas.	Toma de decisiones.	Definición de acciones a seguir en correspondencia a las soluciones que hasta el momento se identificaron.

La conjugación de estos procesos se concibe a partir de la necesidad de que el proceso de *modelación matemática* para los IDP plantee unas condiciones especiales y, por tanto, se asuma en unos contextos específicos que se vinculan con el campo de formación. La comprensión de cómo los estudiantes hacen uso de la *modelación matemática* en el desarrollo del proceso de diseño de producto proporciona información para que la

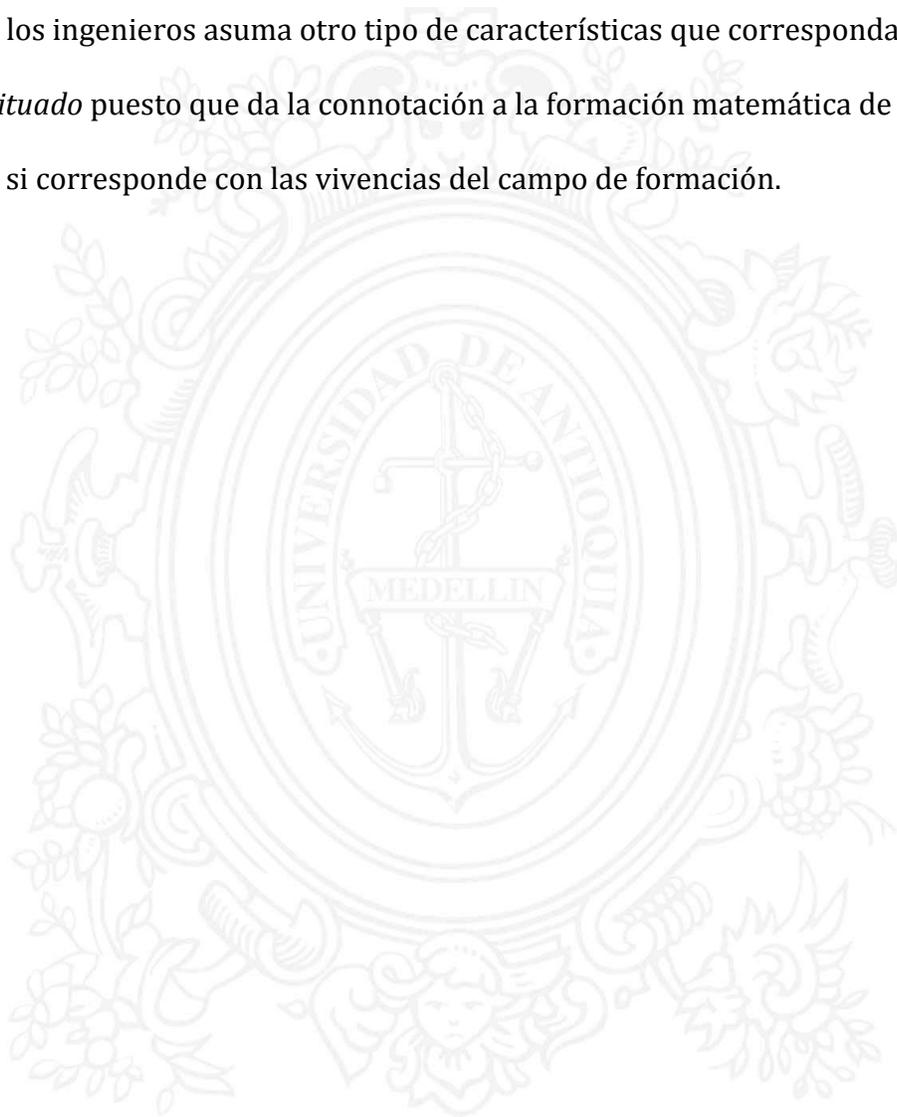


UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803

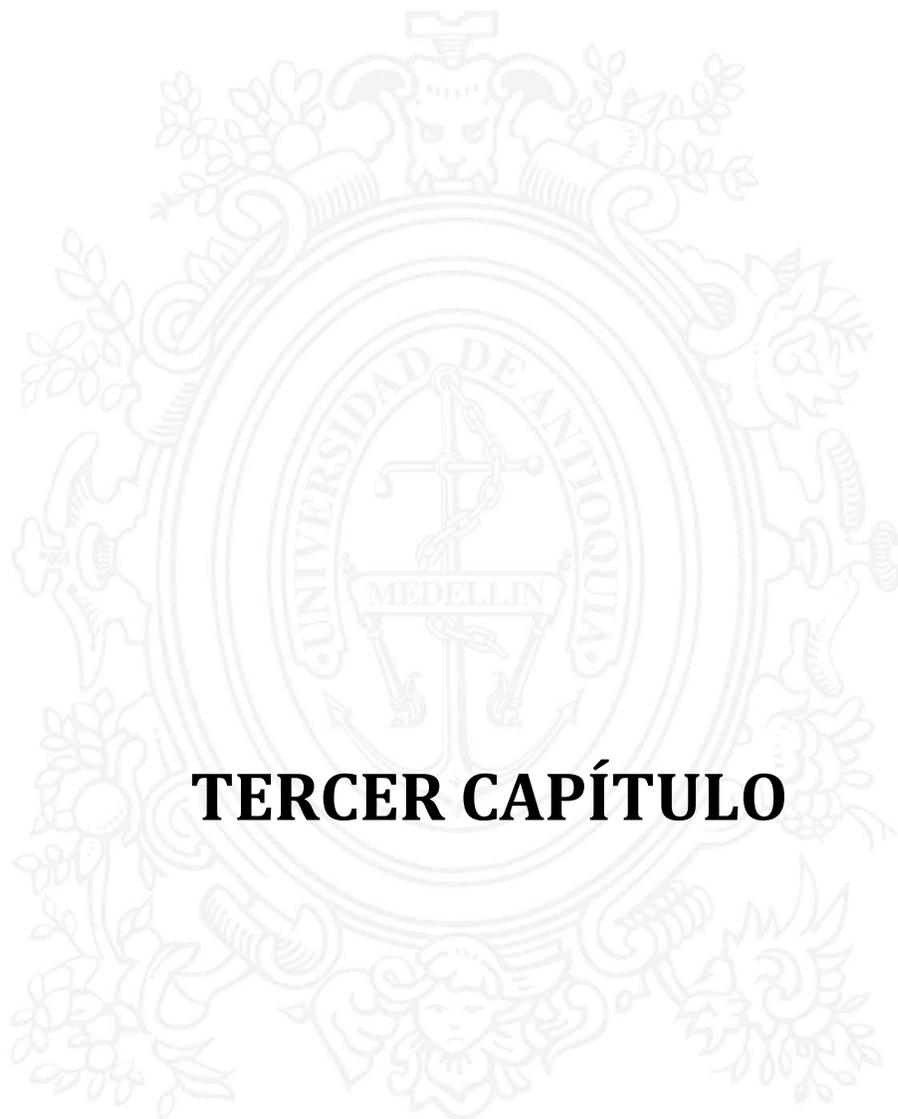
Facultad de Educación

formación de los ingenieros asuma otro tipo de características que correspondan con el *aprendizaje situado* puesto que da la connotación a la formación matemática de ganar comprensión si corresponde con las vivencias del campo de formación.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## TERCER CAPÍTULO

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### Metodología de la investigación

La metodología de una investigación expone las etapas, herramientas, técnicas y procedimientos para la producción de los registros, asimismo debe incluir de manera explícita la visión epistemológica que subyace al investigador (Borba y Araújo, 2004). En este sentido, es necesario declarar explícitamente la visión que como investigadores se tiene frente a la manera en que esta investigación ha producido conocimiento para la comunidad de Educación Matemática, asimismo, esa visión epistemológica frente a la manera en que se produce conocimiento matemático en el aula de clase, en este caso, para los estudiantes de *Ingeniería de Diseño de Producto*. En coherencia con los planteamientos Alves-Mazzotti & Gewandsznajder (2000), Borba y Araújo (2004) y Denzin y Lincoln (2002) esta visión epistemológica debe estar en resonancia estar relacionada con los métodos y procedimientos usados para el desarrollo de la investigación.

De acuerdo a lo anterior, en el primer apartado de este Capítulo se define por qué el enfoque de la investigación se encuentra en correspondencia con la fenomenología hermenéutica y permite presentar la visión epistemológica. Luego, se presenta el escenario de investigación, se describe la naturaleza de los participantes, las fases donde se indican los procesos llevados a cabo para la producción de los registros, las estrategias de análisis, las herramientas y, por último, se precisa el proceso de validación.

### **El enfoque de la fenomenología hermenéutica**

La fenomenología hermenéutica intenta articular aquello que causa un motivo y del cual se pretende encontrar un significado. La intención de dicho enfoque radica en cuestionar, interpretar y llegar a la comprensión de las experiencias que ocurren. Dicha comprensión se logra a partir del análisis reflexivo, es decir, de la exploración de las verbalizaciones y acciones de los estudiantes que posibilita encontrar significado a las vivencias.

Dado lo anterior, la fenomenología contribuyó en esta investigación con la interpretación de cómo deben articularse la formación matemática con experiencias del campo de formación de un IDP para significarlas las acciones que allí ocurren. En dicho sentido, con base en la fenomenología, se identificaron los sucesos que constituyeron las experiencias de los estudiantes; estas experiencias fueron sistematizadas por los estudiantes en los reportes de los ambientes de modelación y se presentan de manera detallada en un apartado de este Capítulo. En tales reportes, se interpretaron los significados que dieron los estudiantes a las experiencias a partir de las discusiones que se llevaron en los trabajos colaborativos, las entrevistas, asesorías y en las discusiones grupales y cómo los estudiantes generaron articulaciones entre su campo de formación y la matemática y, por tanto, encuentran significado a los aprendizajes para el futuro desempeño profesional.

Encontrar significado, como lo enuncia Ray (2003), es reconocer en la experiencia aquellas acciones que modifican las condiciones, como por ejemplo, “el creer, el recordar, el

anticipar, el juzgar, el intuir, el sentir, el preocuparse, el imaginar y el estar dispuesto” (Ray, 2003, p. 150). Las anteriores acciones se asumen como un conjunto de actos que propician las vivencias. Para esta investigación las acciones se asocian con el acto de modelar, puesto que en dicho proceso los estudiantes realizaron un sin número de acciones y lograron constituir el diseño de un producto. Además, la búsqueda de significados, en tales acciones, permitió hallar interpretaciones que culminan en un acto de comprensión.

Según Zichi y Omery (2003) la fenomenología hermenéutica “se centra en las interpretaciones del significado y se entiende que la interpretación ocurre en contexto”(p.174). Para esta investigación, las interpretaciones se relacionaron con el hecho de modelar matemáticamente y cómo los estudiantes vinculan dicho proceso con la modelación del diseño de producto. Al mismo tiempo, se interpreta el significado que puedan dar los estudiantes a las experiencias cercanas al campo del diseño de producto, las cuales generan unas apropiaciones que dotan de significado a la formación matemática. Es por dicha razón que para esta investigación fue importante describir el significado de la experiencia para los estudiantes y las posibilidades que genera para su futuro desempeño profesional.

Referente al marco teórico y al enfoque fenomenológico hermenéutico se pretende mostrar que la investigación puede aportar a las concepciones de *modelación matemática situada* y, al mismo tiempo, a la interpretación de la manera en que es posible lograr una articulación del campo de acción con la matemática en la formación de ingenieros. En este

sentido, la articulación se asume como un fenómeno que puede dotarse de un significado particular en este contexto investigativo.

De acuerdo con esta propuesta, el enfoque fenomenológico hermenéutico pretende responder por el significado que los estudiantes de IDP le otorgan a la articulación entre la matemática y el campo de acción de acuerdo con la experiencia que ellos viven, de manera particular, en la asignatura de *Modelación Matemática*. Al mismo tiempo, se pretende que los estudiantes entiendan el significado que tienen los eventos, experiencias, prácticas, actos y sucesos que viven en el proceso formativo con el ánimo de alcanzar alguna comprensión de las situaciones que se vinculan en el aula de clase en relación con el campo de acción de IDP.

Los estudiantes y las maneras en que se relacionan con los contextos permitieron reconocer la experiencia de los participantes en relación con el campo específico, centro de la indagación investigativa. Al atender lo que precisan algunos investigadores (Álvarez-Gayou, 2003; Creswell, 2008; Hernández, Fernández & Baptista, 2006; Mertens, 2009) respecto a la fenomenología, se indica que esta investigación se fundamentó en las siguientes premisas:

- i. La articulación se entendió a partir de la perspectiva que se construye de manera colectiva entre los participantes y sus vivencias.
- ii. Se reconocieron las experiencias de los participantes que transcurrieron en el aula de clase y las relaciones que surgieron entre ellos.

- iii. En los reportes de los estudiantes, las videograbaciones y las transcripciones identifiqué las experiencias vividas y por tanto di cuenta de las articulaciones.
- iv. El análisis pragmático fue la manera como encontré significado a los registros. Es decir, comprendí el proceder de los estudiantes a partir de los argumentos que consolidaron y reportaron de manera escrita en los reportes o verbalizaron en las sesiones de clase y fueron transcritas.

El hecho de asumir las premisas anteriores como soporte para la investigación, posibilitó la definición de los componentes de la modelación y permitió considerar las necesidades en el proceso formativo de un IDP. Lo anterior, con el ánimo de que se pueda dar la articulación entre el campo de acción y la matemática, aspecto que se encuentra en correspondencia con las etapas metodológicas de la investigación, las cuales se describen en un apartado del presente Capítulo. Cuando se habla del campo de acción de los IDP se hace referencia al diseño y desarrollo de productos con el ánimo de atender a las solicitudes de un usuario final.

Las premisas contribuirán con la caracterización del ambiente de modelación y el hecho de reconocer cómo se promueve la articulación en la formación de este tipo de ingenieros.

En coherencia con el enfoque de la investigación, en el siguiente apartado se presenta la naturaleza de los participantes con los cuales se llevó a cabo la experiencia.

## Participantes

Hace referencia a estudiantes, profesores y demás personas vinculadas con la investigación. Los participantes directos fueron los estudiantes de primer semestre de la IDP que cursaron la asignatura de *Modelación Matemática* durante el semestre 2015-I.

En términos generales, los estudiantes debieron tener el título de bachilleres que certifica haber culminado la Educación Media (15-17 años) para acceder al programa de Pregrado de IDP. Algunos estudiantes cuentan con estudios técnicos profesionales o tecnológicos, pero no es un requisito indispensable para iniciar la profesionalización universitaria.

Los participantes no solo fueron los estudiantes, fueron también profesores de la asignatura de *Proyecto 1*, quienes aportaron con sus diálogos y consideraciones algunos elementos propios del campo de diseño para la formación matemática de los futuros IDP en la asignatura de *Modelación Matemática*.

*Proyecto 1* es una asignatura del primer semestre de la IDP en la cual se pretende que los estudiantes inicien un proceso de reconocimiento del campo del diseño de producto donde vinculen los conocimientos previos, las experiencias acumuladas, las expectativas, entre otros; con el fin de apoyar la integración de nuevos conceptos, técnicas e ideas que se asocian con la futura profesión (EAFIT, 2015). También se asumieron como participantes los expertos o personas experimentadas en diversos campos (salud, física, finanzas entre otros) que ayudaron con las validaciones de los procesos de diseño y de las tareas de modelación definidas para el rediseño curricular del curso.

Las dos asignaturas se articularon a lo largo de la investigación para coincidir en términos metodológicos y evaluativos. Tales puntos de coincidencia los hago explícitos en el siguiente apartado, en donde describo el escenario de investigación.

### Escenario de la investigación

De acuerdo con el problema de investigación, se consideró necesario generar procesos de reflexión, sistematización e investigación. En este sentido, la *modelación matemática* fue una manera de estudiar condiciones *situadas*, es decir, que se asociaran al campo del diseño de producto y vincular la matemática y el campo de acción de este tipo de ingenieros. Para que la asignatura de *Modelación Matemática* fuera armónica con el propósito de esta investigación, el trabajo de campo que se vinculó con el aula de clase, pasó por tres etapas: la definición de las componentes de modelación, el rediseño curricular y por último la implementación en el aula de clase.

La primera etapa, definición de las componentes de la modelación, tuvo una duración de tres semestres (2013-1 hasta 2014-1) de acuerdo con las prácticas que realizaron los estudiantes y el análisis del cumplimiento de los objetivos del proceso formativo. A partir de la definición de las componentes se hicieron consideraciones sobre el rediseño curricular de la asignatura *Modelación Matemática* con el ánimo de vincularlas en el proceso formativo.

La segunda etapa, respondió a la construcción del rediseño curricular de la asignatura de *Modelación Matemática* donde se concibieron los ambientes de aprendizaje y la

integración con la asignatura de *Proyecto 1*, para generar un ambiente de reflexión sobre la articulación entre el campo de IDP y la matemática. El proceso evaluativo atendió dos ambientes de modelación: las tareas de modelación y el proyecto de modelación en el campo del diseño de producto. Se tuvieron en cuenta las evaluaciones parciales escritas como requerimiento institucional.

De manera especial, el desarrollo de los proyectos de modelación en el campo de diseño de producto, se atendió de manera conjunta con una asignatura de primer semestre llamada *Proyecto 1*. Dicha asignatura tiene por objetivo orientar al estudiante para reconocer los factores y variables que permiten definir una propuesta de diseño de producto donde se conjugan el usuario, el diseño y el producto.

La tercera y última etapa es la implementación del rediseño curricular a partir de la que se concibió la caracterización del ambiente de *modelación matemática* y de la cual se desprendieron los registros para analizar las diferentes maneras en que los estudiantes modelaron y lograron la articulación entre la matemática y el campo de diseño de producto. A continuación se describe de forma detallada cada una de las etapas en la que se desarrolló la investigación.

### ***Primera etapa: los componentes de la modelación matemática***

Como se indicó en el primer Capítulo de este documento, el problema de investigación se reconoció de manera puntual en la asignatura de *Modelación Matemática*. Desde sus inicios, en la asignatura se ha destinado un espacio para que los estudiantes

diseñaran y desarrollaran un producto a través de la *modelación matemática*; al final de este proceso, los estudiante entregaban un documento escrito en el que reportaban los principales procesos seguidos. A partir del primer semestre de 2013 (tiempo en el que inició esta investigación) y hasta el primer semestre de 2014, los reportes de los estudiantes comenzaron a ser analizados; para ello, se exploraron, describieron categorizaron e interpretaron aspectos que permitieran lograr que la *modelación matemática* propiciara reflexiones sobre la trascendencia que tienen los modelos matemáticos frente a los fenómenos de los cuales emergen.

Como resultado de los análisis de los reportes de los estudiantes durante los tres semestres fue posible determinar cuatro componentes de los ambientes de *modelación matemática* para los futuros IDP, a saber: *la contextualización, la problematización de los contextos cercanos al diseño de producto, las interacciones entre los estudiantes y los expertos en diversas temáticas y, por último, los diálogos entre disciplinas.*

En Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (En proceso de publicación), se informa cómo dichos componentes emergieron de forma gradual a medida que se propusieron alternativas para que los productos que diseñaron los estudiantes articularan tanto los conocimientos producidos en la asignatura *Proyecto 1* como en la de *Modelación Matemática*. A continuación se presentan algunas de las características de la *modelación matemática* de tal manera que se propicie la articulación entre la matemática y el campo de acción de un futuro IDP.

### *Contextualización*

Un primer componente que se asocia con la *modelación matemática*, para la formación de ingenieros, se relaciona con la comprensión de los estudiantes acerca de las *situaciones reales*. Las exigencias del campo de acción de un ingeniero ponen en juego habilidades para el desarrollo laboral como son el resolver problemas prácticos, el trabajo en equipo, el comunicar las ideas, entre otras (Li, 2013). El estudio de fenómenos y la resolución de problemas en contexto requieren de acciones que permitan el reconocimiento de factores y de relaciones que inciden en ellos, así como de una comprensión de los contextos mismos.

Autores como Gómez (2005) y Mendible y Ortiz (2003), entre otros, exponen la necesidad de que los estudiantes de ingeniería exploren aspectos fundamentales de un contexto para comprenderlo y plantean la importancia de que la lectura de situaciones cercanas les posibilite a los estudiantes reconocer necesidades particulares o problematizar dicho suceso (Wedelin, Adawi, Jahan, & Andersson, 2015).

Dado el carácter de esta investigación, la contextualización asumió algunos de los posicionamientos del *aprendizaje situado*. En particular, se alejó de la visión de ofrecer a los estudiantes tareas genéricas y prefabricadas en las que, una estructura matemática es revestida con un conjunto de palabras cuya función es evocar o imaginar un contexto de aplicación de esa estructura. Algunas críticas a la modelación en dicha perspectiva pueden encontrarse en Villa-Ochoa y Ruiz (2011), Villa-Ochoa y Jaramillo (2011) y Villa-Ochoa (2015).

La contextualización en esta investigación también supera la idea de *auténtico* como situaciones que ocurren en contextos aislados de la experiencia de los estudiantes y rescata tal denominación cuando refleja una semántica afín al término *situado* en el sentido que son tareas en las cuales no existe un algoritmo predeterminado para su solución y que, además, su presentación no se agota en una expresión verbal que provee una mínima información extra-matemática (Muñoz, Londoño Orrego, Jaramillo, & Villa-Ochoa, 2014; Beswick, 2011). En este sentido, una característica de la contextualización cuando se adjetiva como *auténtica* implica que se usen conocimientos para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana (Ben-Chaim, Ilany, & Keret, 2008, p. 133).

La contextualización en la mirada del *aprendizaje situado o contextualización situada*, se inspira en la mirada de Ben-Chaim et al. (2013). Bajo esta perspectiva se rescatan los intereses de los estudiantes y las prácticas a las que profesionalmente se dedican los Ingenieros de Diseño de Producto y se conciben como fuente de análisis y de referencia para la actividad *matemática-ingenieril* en el aula de clase. Es decir, *la contextualización situada*, reconoce la importancia de que los estudiantes actúen en correspondencia con sus motivaciones y, por lo tanto, asocien la forma de proceder frente a la matemática y a la ingeniería como una actividad unificada que deben realizar en su futuro desempeño profesional.

En consecuencia, *contextualizar* no es un proceso que se agota en *revestir* una estructura matemática para que los estudiantes realicen traducciones de un enunciado

verbal al lenguaje simbólico matemático. Más allá de ello, el adjetivo *situado* sugiere al profesor al menos dos acciones:

- (i) la identificación de situaciones, fenómenos, acciones y problemas en los que los ingenieros se ocupan en estudiar y resolver. Una vez identificados se analiza el rol de las matemáticas en el dicho estudio y resolución con el ánimo de tomar decisiones frente a su uso en el aula de clase de los estudiantes, en otras palabras, desarrollar un sentido de realidad (Villa-Ochoa & Jaramillo, 2011);
- (ii) reconocer en la situación, fenómeno, acción o problema acciones del campo de acción con las cuales se puedan soportar las situaciones. La intención de la *contextualización* como componente de la modelación para los estudiantes de ingeniería, radica en ayudarlo en el reconocimiento de situaciones de su campo que pueden ser objeto de estudio. Es decir, que los estudiantes reconozcan en las *prácticas situadas* la relación que él, cómo futuro ingeniero, puede establecer entre las problemáticas y las soluciones.

Lo anterior remite al segundo componente que se describe a continuación.

### *Problematización*

En coherencia con el *aprendizaje situado*, el estudio de un fenómeno y la solución de un problema requieren de acciones detalladas, profundas y consecuentes con las

necesidades en las cuales se inscriben; y por lo tanto, la problematización de las acciones que realizan los estudiantes en el estudio del fenómeno se convierte en una estrategia fundamental. *La problematización* se entiende como el espacio de interacción entre los estudiantes, el fenómeno o problema en el contexto del que emergen, los expertos (entre ellos los profesores). En dicho espacio se autorregulan las producciones de los estudiantes en coherencia con las necesidades que el fenómeno impone al diseño de producto que se produce. En otras palabras, *la problematización* consiste en un espacio continuo, donde se discuten las producciones de los estudiantes, se solicitan argumentos, se valoran las actuaciones de tal manera que den cuenta de un uso consciente y articulado con los propósitos con los que desarrolla el proceso de modelación. En la IDP, estos aspectos se relacionan con los requerimientos formales o funcionales que deben considerarse en el diseño de un producto. *La problematización*, en la *modelación matemática*, pone en discusión los conceptos, hechos, asuntos o circunstancias para analizar y discutir los aspectos que plantean mayor dificultad para los estudiantes.

*La problematización* ha de promover que los estudiantes generen interrogantes en términos generales y luego, especifiquen y concreten las variables para abordar el problema en los términos posibles. Dicha componente de la modelación procura porque el estudiante parta de la generalidad para llegar a la particularidad pero dotando de significado el problema que se estudia.

Por lo tanto, se asume que en la modelación, los procesos y las circunstancias se relacionan con los modelos matemáticos. Para profundizar en el estudio del fenómeno o

situación se reconocen los alcances, limitaciones y posibilidades que ofrecen los modelos frente a aquello que se modela para lograr una relación comprensible entre el objeto que se modela y quien lo modela (Rendón-Mesa, Esteban, & Villa-Ochoa, 2015). Se evidencia entonces como la problematización, como componente de la modelación, debe ayudar al estudiante a responder los cuestionamientos frente aquello que estudia como ingeniero y se vincula con su campo de formación.

#### *Interacción con expertos*

En el Capítulo anterior se indicó que dos de las características del *aprendizaje situado* son la pertenencia a un grupo o comunidad y las experiencias que enmarcan las prácticas (Lave & Wenger, 1991). De ahí que la formación de un ingeniero debe procurar que los estudiantes no solo reconozcan una circunstancia o contexto, sino que sea admisible la solución que proponen referente a la problemática que identifican. Para que una solución se admita se requiere que los estudiantes comprendan los modelos que se vinculan a un contexto particular y las relaciones de representación, es decir, se ponga de relieve la relación entre el sujeto que modela, el objeto que se modela y al objeto que modela. Una manera para generar una solución admisible es que los estudiantes puedan interactuar con agentes, es decir con compañeros, profesores y expertos de diversos campos de saber (físicos, matemáticos, diseñadores, ortopedistas, entre otros). Tales interacciones posibilitan que los estudiantes interpreten, analicen, evalúen, infieran, expliquen y regulen sus actuaciones con el ánimo de ampliar los referentes conceptuales y

llegar hasta la validación de las ideas de diseño de producto que establezcan. En este sentido, el *aprendizaje situado* permite las participaciones del estudiante con los otros agentes, lo que propicia la construcción conjunta de significados, la identificación de relaciones, valorar la credibilidad de las ideas que se consolidan, la definición de elementos para determinar conclusiones, presentan las ideas de manera reflexiva y coherente hasta llegar a la evaluación de las ideas con el ánimo de corregir y cuestionar los resultados de diversas estrategias que conllevan a la adquisición de nuevos aprendizajes.

El rol del experto se centra en el hecho de promover acciones, cuestionamientos y evaluaciones en el proceso que consolida el estudiante en la creación de un diseño. El experto aporta a la solución de una problemática con su experiencia. Al mismo tiempo puede reconocer factores cruciales que el estudiante no percibe, puesto que cuentan con un conocimiento adquirido. En consecuencia, los expertos aproximan las experiencias que vive el estudiante en relación a su campo de formación a la realidad, lo que vincula diversas disciplinas como lo enuncia el cuarto componente.

#### *Diálogos entre disciplinas*

La vinculación de diversas disciplinas al proceso formativo es un componente que debe reconocerse en la *modelación matemática* para la formación de ingenieros. Si bien se reconoce el vínculo entre *la realidad* y las matemáticas (Borromeo-Ferri, 2006), para la formación de ingenieros tales vínculos pueden ampliarse atendiendo al campo de formación. En dicho sentido, la *modelación matemática* vincula la *realidad* y al mismo

tiempo, para esta investigación la matemática, el diseño, la ingeniería y otras disciplinas que aporten a la solución de una problemática.

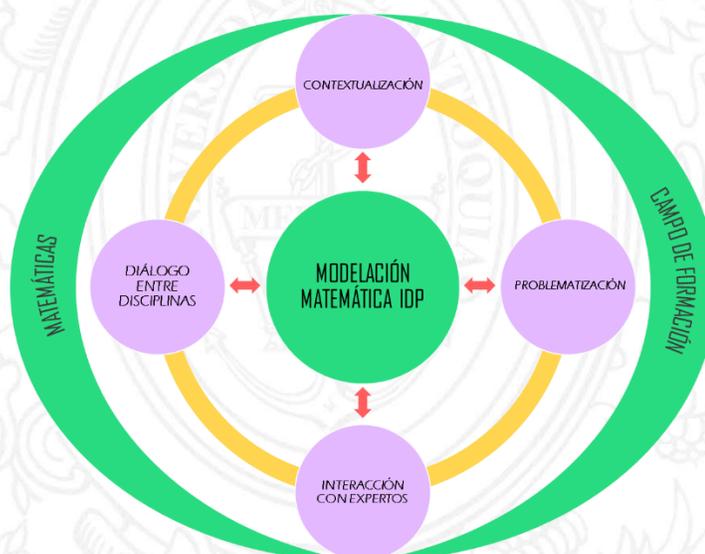
Por lo anterior, el *diálogo entre disciplinas* exige un trabajo interdisciplinar y la profundización en actividades donde el uso de modelos, matemáticos y no matemáticos, se articulen y conjuguen con el conocimiento matemático y el ingenieril. Lo anterior, intenta responder a las necesidades contextuales y a las pretensiones del campo laboral (Camarena, 2009). El *diálogo entre disciplinas*, en coherencia con el *aprendizaje situado*, posibilita que los estudiantes no asuman la formación matemática y del campo en fragmentos, sino que, avancen hacia el conocimiento de manera crítica. Es decir, que a partir de las relaciones sustantivas entre diferentes conocimientos, los estudiantes recorran un camino que implique integración de saberes y la interpretación de fenómenos con una visión no reduccionista o jerárquica y logren la construcción de un modelo. Dichas formas de representación conllevan a que el estudiante estimule la creatividad, active la creatividad y por tanto, participe en la construcción colectiva que permita ver soluciones no únicas si no óptimas y cercanas al contexto de estudio.

Los cuatro componentes de la *modelación matemática* que se han expuesto, (**Figura 11**) permitieron identificar los elementos necesarios del proceso formativo de un ingeniero: la comprensión de una situación, solución de problemas prácticos, el uso de representaciones, el cuestionamiento de las producciones, la determinación de acciones a seguir, la vinculación de prácticas cercanas al campo profesional, la búsqueda de información, la

explicación de ideas, la construcción de significados referente a la experiencias, la definición de conclusiones, la corrección y cuestionamiento de resultados (Johri & Olds, 2011), los cuales tienen cercanía con el proceso del campo de acción que se presentó en la

**Tabla 2** (p.94).

**Figura 11.** Componentes de la *Modelación Matemática*



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

Por lo tanto, se concibe la necesidad de generar una propuesta diferente para la asignatura de *Modelación Matemática*. Dicha propuesta se centró en un referente *situado* que implica una mirada detallada sobre el que hacer de cada tipo de ingenieros y, como lo indica Gainsburg (2013) atender las particularidades en sus procesos de modelación. En ese sentido se hizo necesario plantear una segunda etapa en las cuales se revisó como modelan los IDP y cuáles elementos se debían considerar para atender a sus necesidades

de formación. A continuación se presenta el rediseño curricular de la asignatura

*Modelación Matemática.*

***Segunda etapa: rediseño curricular de la asignatura Modelación Matemática***

De acuerdo a las componentes que se identificaron en la primera etapa de la investigación, se determinaron condiciones para la asignatura de *Modelación Matemática* de los IDP en formación. Al reconocer tales condiciones durante la investigación, se generaron transformaciones, paulatinamente, a la asignatura durante cada semestre (**Tabla 3**). Las transformaciones fueron coherentes con los componentes de la *modelación matemática* descritos en el apartado anterior.

**Tabla 3.** Rediseño curricular de la asignatura *Modelación Matemática*

Semestre	CURSO DE MM	
	FORMACIÓN MATEMÁTICA	PROYECTO DE MODELACIÓN
2013-I	La organización de los contenidos en siete temáticas.	Modelación a través de proyecto Indagación libre.
2013-II	La organización de los contenidos en siete temáticas.	Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización.
2014-I	La organización de los contenidos en siete temáticas.	Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización + Asesoría de expertos.
2014-II	La organización de los contenidos en siete temáticas.	Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización + Asesoría de expertos + Trabajo conjunto con profesores de Diseño.
2015-I	Organización diferente de los contenidos.	Tareas de modelación. Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización + Asesoría de expertos.

El rediseño curricular de la asignatura *Modelación Matemática* durante el 2015-I consideró las necesidades de formación matemática pero en ella se conjugaron también los objetivos que persiguió la asignatura de *Proyecto 1*. Se propuso una temática transversal a las asignaturas que fue *los recipientes que usan los usuarios para una actividad específica*, la cual permitió reorganizar las temáticas del curso de tal manera que fueran convergentes para las dos asignaturas. En la **Tabla 4** se presentan las temáticas que el grupo de profesores (profesores de diseño y profesora-investigadora) determinaron para atender en cada asignatura el objetivo propuesto, es decir, para que *Modelación Matemática* atendiera la formación matemática y *Proyecto 1* vinculara el proceso de diseño. A partir de la consolidación conjunta de tales temáticas, en la asignatura de *Modelación Matemática* se consideraron dos ambientes de aprendizaje.

El primer ambiente de aprendizaje que se involucró en el rediseño de la asignatura fueron las tareas de modelación las cuales fueron diseñadas como un conjunto de situaciones propias del diseño de producto, como un ejemplo de las acciones que debían realizar en el proceso de creación de un producto, como una manera de apoyar el aprendizaje de la *modelación matemática* de los estudiantes y, al mismo tiempo, generar diálogos entre la formación matemática y el diseño de producto. En este sentido, las tareas de modelación se convirtieron en un objeto para la formación de los futuros ingenieros con el ánimo de dinamizar el conocimiento matemático referente a: área, volumen, factorización, funciones y del diseño como la geometrización, la composición volumétrica, la proporcionalidad de la forma, entre otros. Las tareas se desarrollaron en las sesiones de

clase de la asignatura durante las 16 semanas del período académico, es decir, a lo largo del primer semestre académico de 2015. Para implementar las tareas como ambiente de aprendizaje se diseñaron unas guías que se relacionaron con temáticas como: el diseño de un empaque, la estimación de su costo, las relaciones de variación en objetos de diseño, la geometrización de un envase y otras acciones correspondientes a su campo de formación como se presenta en el Anexo A. Tareas de Modelación Matemática (p. 307).

Para proceder en el aula de clase, se tuvo en cuenta que los estudiantes se acercaran a cada tarea a partir de una lectura previa, en algunos casos se inició el trabajo con una pregunta o situación problematizadora. Luego, trabajaron en grupos y, en algunos momentos fue necesario realizar explicaciones frente a cuestionamientos de los estudiantes o poner en consideración asuntos problemáticos. Cada grupo propuso soluciones que se discutieron de forma posterior. Los estudiantes finalizaron las tareas generalmente de manera externa a la sesión de clase porque requerían consultas y finalmente, las entregaron por medio de la plataforma oficial de la Universidad.

El segundo ambiente de modelación consistió en un proceso de indagación libre, es decir, los estudiantes del curso acudieron a sus intereses y desarrollaron un *proyecto de modelación en el campo*, en el que consolidaron el diseño de un producto. En dicho ambiente las matemáticas y el diseño se constituyeron en la herramienta conceptual y se conjugaron tres elementos relevantes en la IDP: el contexto, el diseño y la ingeniería. Para materializar la idea de diseño de producto, los estudiantes desarrollaron un proceso en el que integraron la matemática, la ingeniería y el diseño de producto. El proceso de diseño de

producto contó con la asesoría por los profesores de la asignatura de *Modelación Matemática y Proyecto 1*. Dicha asesoría se realizó de manera paralela, es decir, ambas asignaturas aportaron durante el semestre a la conceptualización matemática, ingenieril y del diseño para que los estudiantes establecieran su proyecto de diseño. Llegar a este nivel de trabajo implicó un proceso conjunto durante varios semestres, en los cuales el grupo de profesores determinó condiciones y acciones necesarias para lograr articular las asignaturas, como fue, por el ejemplo, la convergencia de las temáticas y la asistencia de la profesora-investigadora al espacio de formación que brindaba la asignatura de *Proyecto 1*. Esto permitió a los profesores, de manera paulatina, revisar los avances de los estudiantes de acuerdo con la idea de diseño de producto que desarrollaron. Para la evaluación final del proceso, los profesores de ambas asignaturas concertaron los aspectos a evaluar y los materializaron en una rúbrica de evaluación, véase Anexo B.

A continuación, en la **Tabla 4**, se presenta el resumen del rediseño curricular de la asignatura y por lo tanto, las temáticas que generaron convergencia entre la asignatura de *Modelación Matemática* y la asignatura de *Proyecto 1*. Además, se presenta el propósito de cada ambiente de aprendizaje, las estrategias de modelación que implicaron, los conceptos matemáticos que se movilizaron y una breve explicación frente al desarrollo en el aula de clase.

**Tabla 4.** Resumen de la renovación curricular de la asignatura MM.

Temática de convergencia para MM y P1	Semana	Tarea de modelación	Propósitos	Estrategias de modelación	Aspectos matemáticos	
					Conceptos	¿Cómo se desarrolla?
CONSTRUCCIÓN DE UN EMPAQUE Y UN ENVASE	1	PRESENTACIÓN DEL CURSO Los empaques y envases.	Trascender la mirada algorítmica de la matemática para calcular los perímetros, áreas y volúmenes de un diseño.	Análisis de modelos. Modelación dirigida.	Perímetros. Áreas. Volúmenes. Resistencia de materiales. Planos y cotas. <i>Apilabilidad.</i>	Los estudiantes deben explorar para qué sirve el empaque de un producto y cuáles son las condiciones que se deben tener presente par a su fabricación. Se pregunta por las condiciones para empacar un producto. Esto dará pie para que ellos piensen en términos de la superficie y la capacidad de un empaque y consideren alternativas para realizar el cálculo de áreas y volúmenes.
	2	Los planos y las cotas de un producto.				Con uno de los empaques diseñados por uno de los estudiantes semestres antes, se propondrá estimar la cantidad de material usado y la capacidad del objeto para albergar un objeto.
	3	Los costos de producción de un producto.	Aprovechar conceptos del diseño para matematizar algunas relaciones que se deben considerar en la construcción de un empaque.	Creación de modelos.	Estimación de la cantidad del material. Costos. Usuarios. Ventas.	A partir del cálculo realizado sobre el material usado en la sesión anterior, los estudiantes deben indagar sobre el cómo conocer si es un uso eficiente o no del material, que porcentaje indicaría un desperdicio considerable, preguntar sobre cómo conocer si es rentable o no para una empresa ese empaque, cómo se estimaría el



Temática de convergencia para MM y P1	Semana	Tarea de modelación	Propósitos	Estrategias de modelación	Aspectos matemáticos	
					Conceptos	¿Cómo se desarrolla?
						costo de producción del empaque. De esta manera, el estudiante debe reflexionar sobre la estimación de variables para definir a partir de dicha relación un modelo funcional.
	4	La construcción de una caja para tortas.	Construir una caja y establecer un modelo para estimar el volumen.	Creación de modelos.	Relaciones. Razones. Funciones.	Se propone a los estudiantes que, a partir de ciertas instrucciones dadas, construyan una caja de torta y definan un modelo para estimar el volumen del mismo.
	5	Construcción de una caja para tortas. El volumen máximo.	Definir el modelo físico que permite el máximo del volumen con mínimo de superficie pero analizar las condiciones del prototipo.	Análisis de modelos. Modelación dirigida.	Funciones. Relaciones de dependencia.	Los estudiantes modifican la forma del empaque de tortas para estimar el volumen máximo con el mínimo de material pero discutir a la luz de su campo de formación cuales son los beneficios de dicho empaque.
	6	Construcción de una caja para tortas. Análisis gráfico.	Exploración gráfica del modelo del volumen de la caja para estimar el volumen máximo.	Análisis de modelos. Modelación dirigida.	Análisis gráfico de funciones. Dominio y Rango. Factorización.	A partir del objeto creado definir un modelo matemático para realizar el análisis de la gráfica y explorar las raíces y lo que ellas indican, de forma similar con el dominio y rango.
	7	Creación de un empaque.	Vincular las conceptualizaciones alcanzada al curso de Proyecto 1 y Modelación.	Revisión de modelos.	Todos los anteriores.	Los estudiantes realizarán los procesos relacionados con la construcción de un empaque como son el cálculo de perímetros, áreas, superficies, costos, racionalización del material, planos, entre otros.



Temática de convergencia para MM y P1	Semana	Tarea de modelación	Propósitos	Estrategias de modelación	Aspectos matemáticos	
					Conceptos	¿Cómo se desarrolla?
ACTIVIDAD EVALUATIVA MM	8	Evaluación parcial escrita.				
LAS FORMAS Y LOS VOLUMENES EN LOS ENVASES	9	Las formas y los volúmenes en los productos Composición geométrica de un envase. Las operaciones Booleanas en un envase.	Consolidar el diseño de un envase y reconocer los cuerpos que lo componen y las operaciones booleanas que operan para definir el diseño.	Creación de modelos.	Operaciones booleanas.	Los estudiantes deben llevar a clase envases diferentes y definir los cuerpos que los conforman a partir de las operaciones booleanas.
	10	Las formas y los volúmenes en los productos Análisis de prototipos.	Considerar las condiciones para que un envase cumpla con sus características funcionales y estéticas.	Creación de modelos.	Relaciones dimensionales. Sistemas de ecuaciones. Planos.	Luego de que los estudiantes configuraron un envase, estimaron las dimensiones para calcular el volumen de tal manera que su capacidad oscile entre los 300 ml. y los 350 ml.
OPORTUNIDAD DE DISEÑO HOBBY LOS PATRONES Y LAS REGULARIDADES EN EL DISEÑO	11	Los patrones y las regularidades en el diseño.	Reconocer que el diseño requiere de ciertas regularidades definidas por las relaciones entre formas y medidas.	Análisis de modelos.	Geometrización. Proporción aurea. Razones.	Los estudiantes reconocen en marcas comerciales patrones que estandarizan el producto como son la sección aurea, los rectángulos raíz u otros elementos propios de la geometrización. Luego se construyen geoméricamente estos elementos del diseño para ser aplicados en un producto.

Temática de convergencia para MM y P1	Semana	Tarea de modelación	Propósitos	Estrategias de modelación	Aspectos matemáticos	
					Conceptos	¿Cómo se desarrolla?
	12	La geometrización de un producto.	Reconocer la importancia de que un envase se proporcione a partir de leyes de regulación definidas por la geometrización.	Creación de modelos.	Geometrización. Proporción aurea. Razones.	Una vez que los estudiantes definen las formas y proporciones matemáticas para definir un volumen de 300 a 350 ml, construyen el envase considerando las relaciones geométricas que pueden definir el modelo.
LAS VARIABLES DEL DISEÑO	13 y 14	Situaciones de diseño.	Permitir que los estudiantes a partir de una exploración de situaciones de diseño reconozcan la dependencia entre variables.	Creación de modelos.	Funciones. Variables. Registros tabulares. Registros gráficos.	Los estudiantes plantean situaciones vinculadas al diseño de producto donde puedan establecer dependencia de variables y realizar un análisis de la situación a partir de las funciones y sus representaciones.
ACTIVIDAD EVALUATIVA MM	15	Evaluación Parcial Escrita.				
PROYECTO DE DISEÑO P1-MM	16	Revisión del proyecto de diseño de producto.	Establecer las relaciones matemáticas necesarias para justificar la creación y diseño de un producto.	Revisión de modelos.	Todos los anteriores aprendidos en MM y P1.	Los estudiantes definieron una propuesta de diseño y reflexionaron acerca del uso de las matemáticas en su propuesta de tal manera que permitiera argumentar decisiones referentes a la forma y la función.
	17	Exposición del proceso.	Mostrar la idea de diseño llevada a cabo.	Revisión de modelos.	Todos los que el estudiante consideró necesarios en su proyecto de acuerdo a lo aprendido en MM y P1.	Los estudiantes presentan a sus profesores (MM y P1) los prototipos creados y justifican sus decisiones, tanto de forma y fondo.

Una vez consolidada la propuesta del rediseño curricular para la asignatura de *Modelación Matemática* se implementó como tercera etapa en el escenario investigativo. A continuación se describe, de manera detallada como se llevó a cabo dicha etapa.

### ***Tercera etapa: implementación del rediseño curricular***

Las componentes de la modelación y el rediseño curricular fueron etapas que, como se indicó con anterioridad, generaron condiciones particulares en el escenario investigativo. La implementación del rediseño curricular, en correspondencia a la estructura presentada en la **Tabla 4**, inició con la presentación de las nuevas condiciones de la asignatura al estudiante y las dinámicas que implicaron los dos ambientes de modelación: tareas de modelación y proyecto de modelación en el campo, al mismo tiempo de las evaluaciones parciales escritas.

Como se indicó en el apartado anterior, las tareas de modelación se concibieron como un conjunto de situaciones que se relacionaron con el campo del diseño de producto. El desarrollo de las tareas inició en la sesión de clase, espacio en el cual se discutieron algunos aspectos alrededor de la temática que propuso la situación que se problematizó. El diálogo continuo entre los estudiantes, sus colectivos y entre los estudiantes y la profesora-investigadora, cumplió un papel determinante para profundizar en las maneras en que los estudiantes dotaron de significado sus actuaciones, experiencias y vivencias con relación al

campo de diseño de producto y pusieron en diálogo los aprendizajes tanto matemáticos como del campo de formación.

Cada tarea de modelación terminó su discusión durante la siguiente sesión en términos grupales. En dicho espacio formativo fueron relevantes las soluciones que propusieron los estudiantes a la tarea y en tales discusiones ellos alcanzaron conceptualizaciones matemáticas respecto a conceptos como áreas, volúmenes, perímetros, funciones, entre otros conceptos que emergieron a la luz de las discusiones. Además, reconocí la diversidad de procedimientos que emplearon los estudiantes para solucionar la tarea.

Durante la semana 8 y la semana 15 del proceso formativo, se implementaron las evaluaciones parciales escritas que compilaban las discusiones de las tareas y los aprendizajes tanto de la asignatura de *Modelación Matemática* y de *Proyecto 1*.

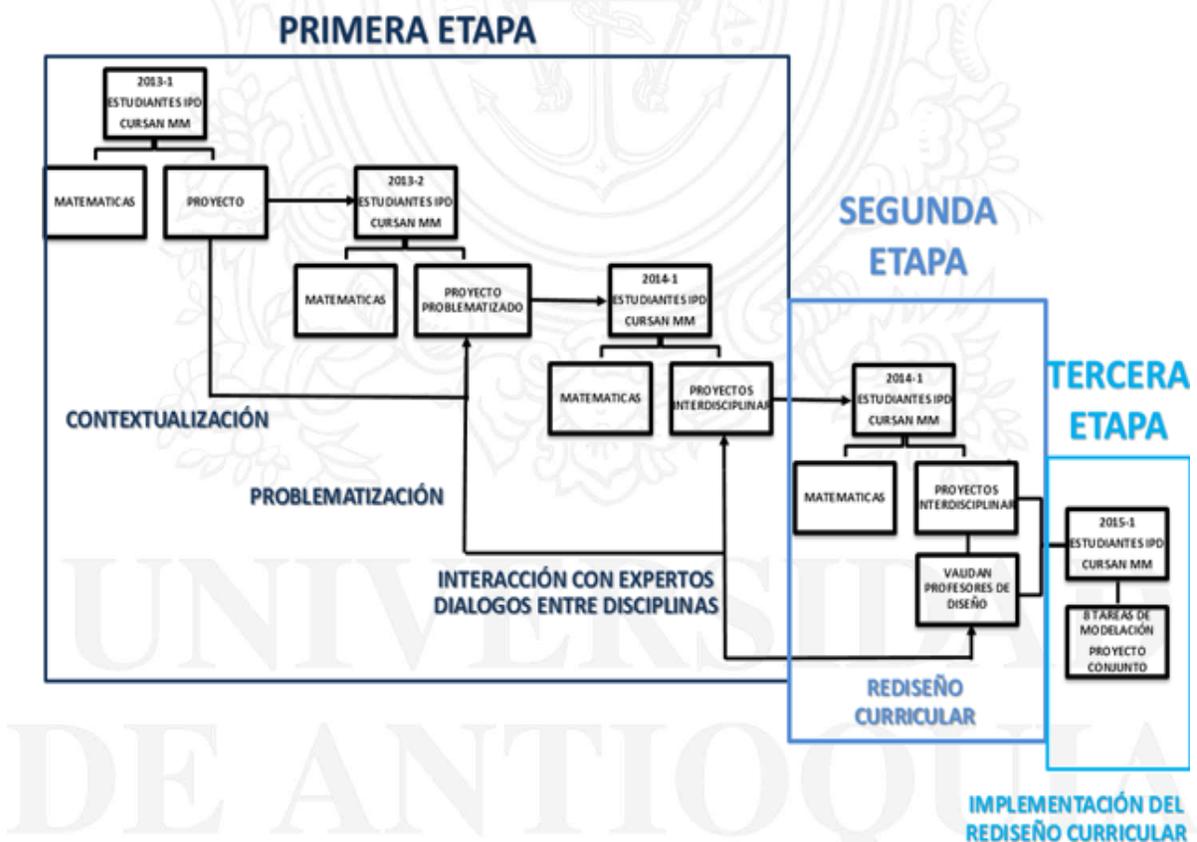
Por su parte, los proyectos de modelación en el campo de diseño de producto, se desarrollaron de manera paralela al desarrollo de la asignatura de *Modelación Matemática*. El espacio de asesoría conjunta se dio durante la sesión de *Proyecto 1*.

En correspondencia con los ambientes propuestos, se observaron las maneras en que los estudiantes solucionaron las situaciones propuestas, puesto que los diálogos y discusiones que surgieron en las sesiones grupales permitieron interpretar y comprender cómo modelaron los estudiantes y cómo concibieron la articulación entre la matemática y el campo de acción de un IDP. Las sesiones de clase fueron video-grabadas y se convirtieron en herramientas para la producción de los registros con el ánimo de estudiar

las acciones, verbalizaciones y formas de proceder de los estudiantes al plantear soluciones a las situaciones que se propusieron en los ambientes de modelación. Se obviaron algunas sesiones como fue el caso de aquellas en las cuales se llevaron a cabo actividades evaluativas parciales para no afectar el proceder evaluativo de los estudiantes.

En la **Figura 12** se resumen las etapas de la investigación a partir de las cuales se consolidaron los registros de la investigación

**Figura 12.** Etapas a lo largo de la investigación



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

Las formas de producción de los estudiantes (orales y escritas) observadas durante la tercera etapa del escenario investigativo, es decir, durante la implementación del rediseño curricular, se convirtieron en fuentes de información. Dichas fuentes se registraron a través de los reportes que produjeron los estudiantes tanto para las tareas de modelación como para el informe del proyecto de modelación en el campo del diseño de producto y a través de las videograbaciones de cada sesión de clase. A continuación se presentan las herramientas usadas en la investigación para la producción de los registros.

### **Herramientas para la producción de los registros**

Los registros se produjeron para intentar descubrir visiones de los participantes y responder a las intenciones de esta investigación. Se vincularon varias herramientas con el ánimo de dar solidez a las inferencias que iban emergiendo (Triangulación) y valorar detalles o diversas situaciones que emergieron durante el proceso de investigación. Las herramientas usadas se describen a continuación.

#### ***Observación participante***

Con esta herramienta se exploraron el ambiente de aprendizaje para reconocer los **usos** que los estudiantes hacen de la matemática, de los saberes y los procedimientos de la IDP cuando se desenvuelven en tareas y proyectos de modelación en el campo del diseño de producto. Para observar la articulación, esos usos deben ser coherentes con las

exigencias del producto a diseñar que, a su vez, debe responder a unas intenciones, necesidades o problemas que emergen del contexto para el cual se diseñan.

Con la observación se dio cuenta de elementos específicos para la investigación, como son los procesos que realizaron los estudiantes en relación con la modelación matemática, la ingeniería y el diseño de producto. Para esta investigación, se asumió una postura correspondiente de observación-participante (Yin, 2009), para conocer el escenario de investigación con profundidad y concebir las dinámicas de los estudiantes. Sin embargo, la estrategia de observación-participante puede generar sesgos en la sistematización durante el trabajo de campo o el análisis al involucrar creencias, opiniones o prejuicios. Estos se evitan o aminoran con un diálogo permanente entre las observaciones y el marco teórico. Con este fin, se confrontaron otras fuentes de evidencia y se generaron discusiones académicas con investigadores de los grupos de investigación EDUMATH y MATHEMA y con profesores y estudiantes investigadores que participaron de un Seminario Permanente en donde se realizaron discusiones académicas y aportaron elementos para ampliar la mirada sobre el fenómeno objeto de estudio.

### ***Reportes***

Hacen alusión al documento escrito en el que los estudiantes “plasman su proceso [de modelación] y pueden incluir el planteamiento de sus conjeturas hasta las estrategias de validación del resultado, hacen explícitos los intentos de solución, los argumentos por los cuales llegaron a ellos y sus resultados” (Suárez, 2000, p. 11). Los reportes

corresponden a las tareas de modelación y los informes de los proyectos de modelación en el campo de diseño de producto que elaboraron a lo largo del desarrollo de la asignatura de *Modelación Matemática*. Estas producciones escritas contribuyen a dar significado a lo que se aprende al explorar, organizar y conectar los pensamientos al realizar las tareas de modelación y los proyectos de diseño.

### ***Videograbaciones y transcripciones de las sesiones de clase***

Las videograbaciones fueron un registro que compiló cada una de las sesiones de la asignatura de *Modelación Matemática* a lo largo del semestre académico. En las videograbaciones se reconoció, de manera puntal, las condiciones, manifestaciones y acontecer de los estudiantes. Las videograbaciones fueron transcritas para hacer un análisis exhaustivo de lo que en cada sesión se discutió y permitieron la revisión y análisis posterior y detallado de los sucesos. Se tuvieron en cuenta palabras, expresiones e intervenciones que aportaron a los resultados de la investigación.

Con los registros obtenidos en la tercera etapa, es decir, con los reportes de los estudiantes obtenidos durante el 2015-I, las videograbaciones de las sesiones de clase y las observaciones de la profesora-investigadora, se analizó la información en la cual generaron vínculos entre la información recopilada y el horizonte investigativo, demarcado por la pregunta y los objetivos. A continuación se describe como se llevó a cabo este proceso.

## Análisis de los datos

Conforme lo mencionan Hernández et al. (2006), el análisis consiste en estructurar los datos, es decir, organizar las unidades de análisis, las categorías, los temas y los patrones para lograr comprender como ocurren los sucesos relacionados con el objeto de estudio, con el ánimo de dar sentido a los registros. Para esta investigación, el análisis pretende explicar cómo se promueve la articulación entre diferentes ambientes de modelación (Atkinson & Coffey, 1996; Creswell, 2008; Hernández et al., 2006; Patton, 2005). En este sentido, se realizó un análisis pragmático para identificar la esencia del objeto de estudio (Van Manen, 2003) que, para la investigación, se refiere a los significados que se encontraron en los registros. Es decir, se establecieron relaciones entre las proposiciones que presentaron los estudiantes en sus reportes, las cuales sustentaron el por qué la investigación tiene un enfoque fenomenológico hermenéutico ya que dicha perspectiva permite reconocer cómo y bajo qué condiciones, los estudiantes vivieron su proceso formativo. A continuación se describen las unidades de análisis, cómo se identificaron e interrelacionaron y cómo dotaron de *significado* en los diferentes eventos, experiencias, actos y sucesos que vivieron los estudiantes en el proceso formativo.

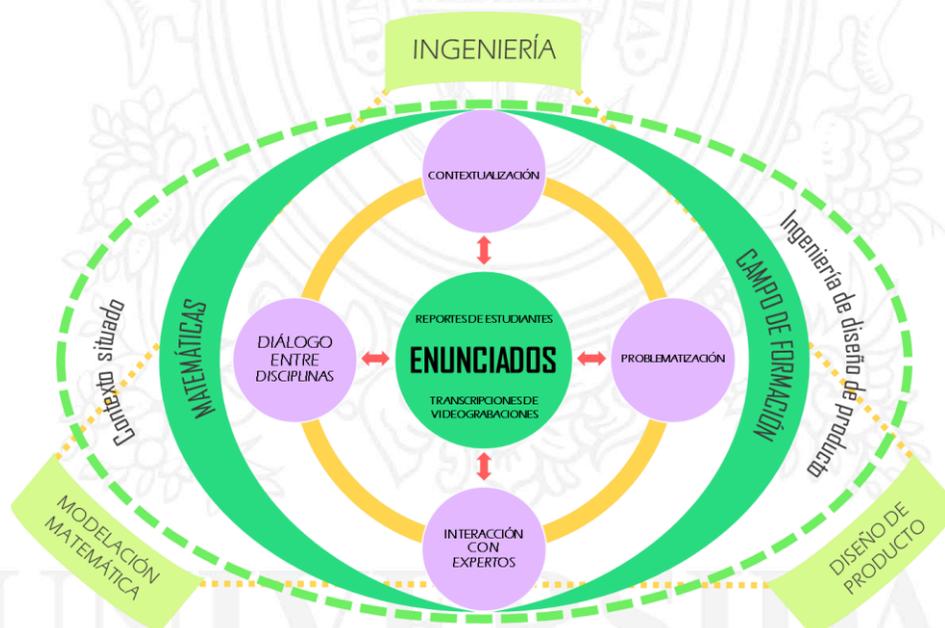
### **Unidad de análisis**

Las unidades de análisis se asumieron como los elementos en los que recae la obtención de la información ya que son una parte fundamental e irreductible del conjunto de datos. Para esta investigación, la unidad de análisis se constituyó por los enunciados de

los estudiantes tanto en sus reportes como en las transcripciones de las discusiones grupales de las sesiones de clase. En este sentido, el proceso de análisis se concentró en el significado de las experiencias que reflejaron los reportes y en las verbalizaciones de los estudiantes, a la luz de las vivencias que se conjugaron en el acto de modelar, no solo en términos matemáticos, sino influenciado por el diseño de producto y la ingeniería en sí.

En la **Figura 13** se presenta un gráfico que organiza y resume el lugar de los enunciados, entendidos como la unidad de análisis de la investigación.

**Figura 13.** La unidad de análisis



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

Los enunciados fueron el punto de partida o condición inicial donde se reconocieron los significados de las formas de actuar de los estudiantes. Vistos de tal manera, los enunciados, no sólo fueron el reflejo del hacer o decir del estudiante, sino también una

manera para exponer sus reflexiones frente a la cercanía del campo de acción y su significado. Por tanto, las características teóricas propuestas en el segundo Capítulo, la forma en la que se materializan los ambientes de modelación y la manera como los estudiantes los desarrollan, permiten comprender el significado de las experiencias respecto a la articulación.

### ***Organización de los registros***

La intención se centró en determinar la manera como se organizaban los registros. En el caso de esta investigación, el criterio para organizar los registros correspondió al tipo de enunciados. Es decir, dado que las unidades de análisis declaradas para este estudio fueron los enunciados de los estudiantes, se organizaron los registros de acuerdo con los reportes que entregaron los estudiantes de cada tarea y las transcripciones de las videograbaciones para analizar el significado de las vivencias que articularon la formación matemática con el campo de acción del futuro ingeniero.

En correspondencia con lo anterior, se generaron diferenciaciones entre los tipos de archivos, es decir entre los reportes de los estudiantes y las transcripciones de las videograbaciones. Tales registros se adjuntaron al Atlas. Ti© a medida que emergieron. En las transcripciones y demás datos se respetó el principio de confidencialidad, puesto que se vincularon todos los sonidos y elementos paralingüísticos (propios de la región) con el ánimo de recuperar el máximo de información. De manera subsecuente, se realiza una categorización de primer nivel que se describe a continuación.

### ***Categorización de primer nivel***

En este momento se identificaron unidades de significado, es decir, con la ayuda del Atlas. Ti©, se revisaron los enunciados que produjeron los estudiantes de manera escrita (reportes tanto del proyecto como de los documentos producidos en clase) o verbal (episodios de sesiones de clase) que definieron o determinaron sus acciones. Se seleccionó y revisó cada unidad de análisis, a la luz de la fenomenología, para dar respuesta a la pregunta de investigación, atendiendo al significado de las acciones y las experiencias que adquirieron los estudiantes.

Con el ánimo de atender al primer objetivo, por el cual se identificaron las características de un ambiente de modelación, se dio respuesta a preguntas como: ¿Qué significa dicho enunciado? ¿A qué se refiere el estudiante cuando realiza tales enunciaciones? ¿Qué indican los enunciados respecto al ambiente de modelación y a la articulación? Las respuestas a tales preguntas se materializaron en los hallazgos que se presentan en el cuarto Capítulo, Un diseño de ambiente de modelación para la Ingeniería de Diseño de Producto (Véase p. 137).

Para responder al segundo objetivo se respondieron cuestionamientos como: ¿Qué rol cumplió la matemática en el diseño de un producto? ¿Cómo influyó la experiencia, las acciones de los estudiantes? ¿Qué condicionó las experiencias de los estudiantes? Con las respuestas se identificaron las maneras en que el proceso de modelación asumió matices diferentes. Esto posibilitó los hallazgos frente a El proceso de modelación matemática en la IDP que se reportan en el quinto Capítulo (p. 214). Las respuestas

aportaron a la categorización de primer nivel, consistente en detectar enunciados que ejemplificaban cómo los estudiantes hicieron uso de las componentes de la modelación, es decir, cómo y en qué interfirieron *la contextualización, la problematización, la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas*. Como lo mencionan Coleman y Unrau (2005) en la categorización de primer nivel se concretan los datos, es decir se seleccionan las unidades de análisis. Para concretar los datos se usó el software Atlas. Ti©; en él se organizó y codificó cada enunciado según los cuatro componentes de la modelación. Además, se captó de manera inicial el significado que dieron tales componentes a las vivencias de los estudiantes. Al profundizar en los análisis de tales categorías, se llegó a un segundo nivel de categorización que se describe a continuación.

### ***Categorización de segundo nivel***

Una vez que se determinaron las relaciones entre los enunciados, los componentes de la modelación y la manera cómo modelaron lo estudiantes, se interpretaron estas categorías a la luz del marco teórico. Es decir, en los enunciados seleccionados se reconoció en primer lugar, cómo los estudiantes participaron de experiencias prácticas que evidenciaron la manera como procedieron a desarrollar las tareas y del proyecto de modelación con relación al campo de diseño. En segundo lugar, cómo los contextos *situados* relacionaron las vivencias cercanas al campo de acción y dotaron de significados las experiencias. En tercer y último lugar, se reconocieron las reflexiones y decisiones que tomaron los estudiantes en relación con su futuro desempeño profesional. De tal proceso

interpretativo, emergieron tres categorías de segundo nivel que aportaron a la caracterización del ambiente de *modelación matemática* para potenciar las articulaciones entre la formación matemática y el campo de acción del futuro ingeniero de Diseño de Producto. Las categorías fueron: *alcances de las componentes de la modelación matemática, particularidades de la modelación matemática y maneras de trabajo y actuaciones de los participantes.*

En este momento del análisis se hizo una triangulación entre los registros, es decir, se compararon y descubrieron aspectos comunes que dieron indicios acerca de las características del ambiente de modelación. También se hizo una triangulación teórica que dio pie a la generación de explicaciones alternativas frente a las experiencias de los estudiantes.

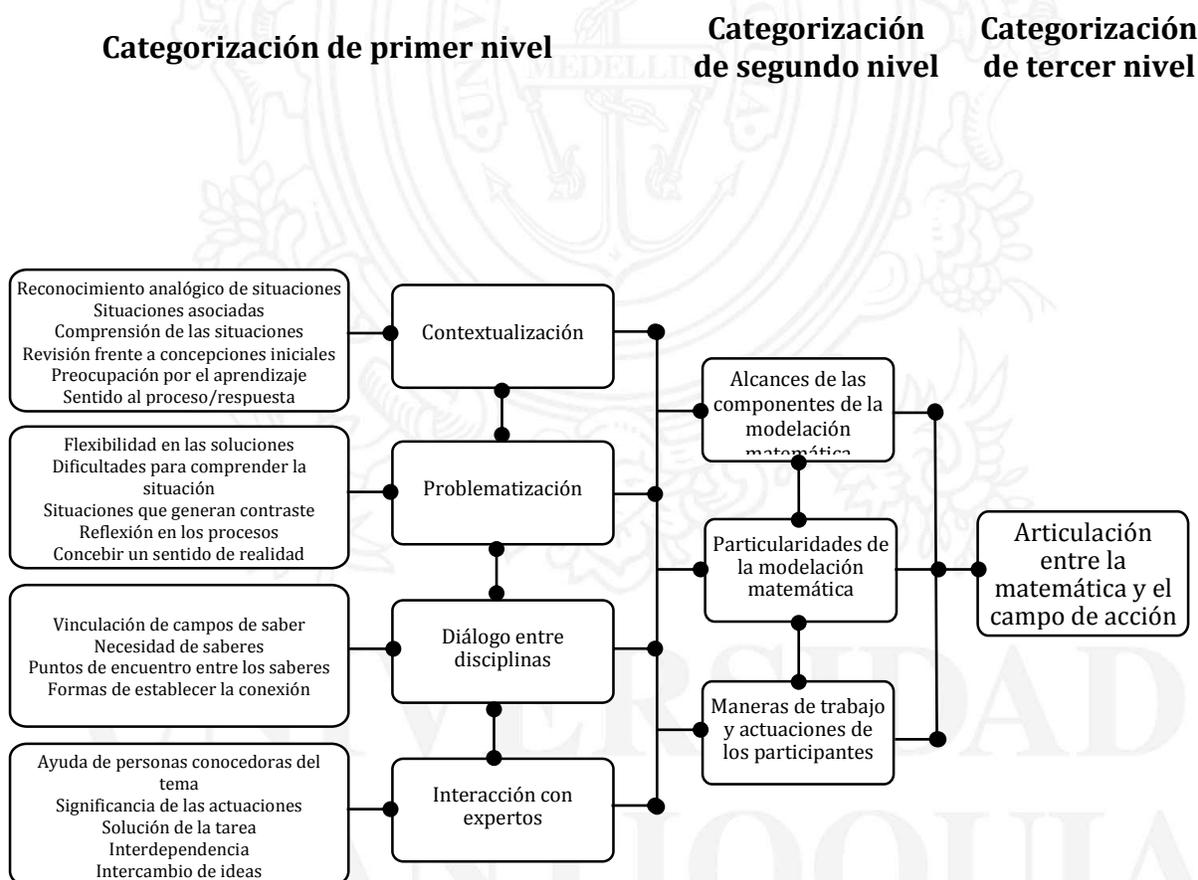
Los hallazgos del segundo nivel de categorización posibilitaron profundizar en la manera como los estudiantes llevaron a cabo el proceso de modelación logrando articular las condiciones tanto matemáticas como del campo de acción y, por lo tanto, generar un tercer nivel de categorización que se describe a continuación.

### ***Categorización de tercer nivel***

En el tercer nivel de categorización se estudiaron las maneras como se promovió la articulación entre la matemática y el campo de acción. Es decir, se analizaron los reportes de los estudiantes, tanto de las tareas de modelación como del proyecto para encontrar sentido y significado a las experiencias con relación al proceso de modelación. Esta

categorización se apoyó en los significados interpretados a la luz de los diagramas de relaciones que generó el software Atlas. Ti©. Se documentó y explicó cómo y por qué se vinculan las categorías. Al realizar confrontaciones de las categorías con las fuentes teóricas se obtuvo mayor evidencia para la investigación. En consecuencia, el grado de validez en las interpretaciones y resultados aumentó. En la **Figura 14** se presenta un resumen de los momentos que se llevaron a cabo en el análisis de los datos.

**Figura 14.** Resumen de proceso de análisis



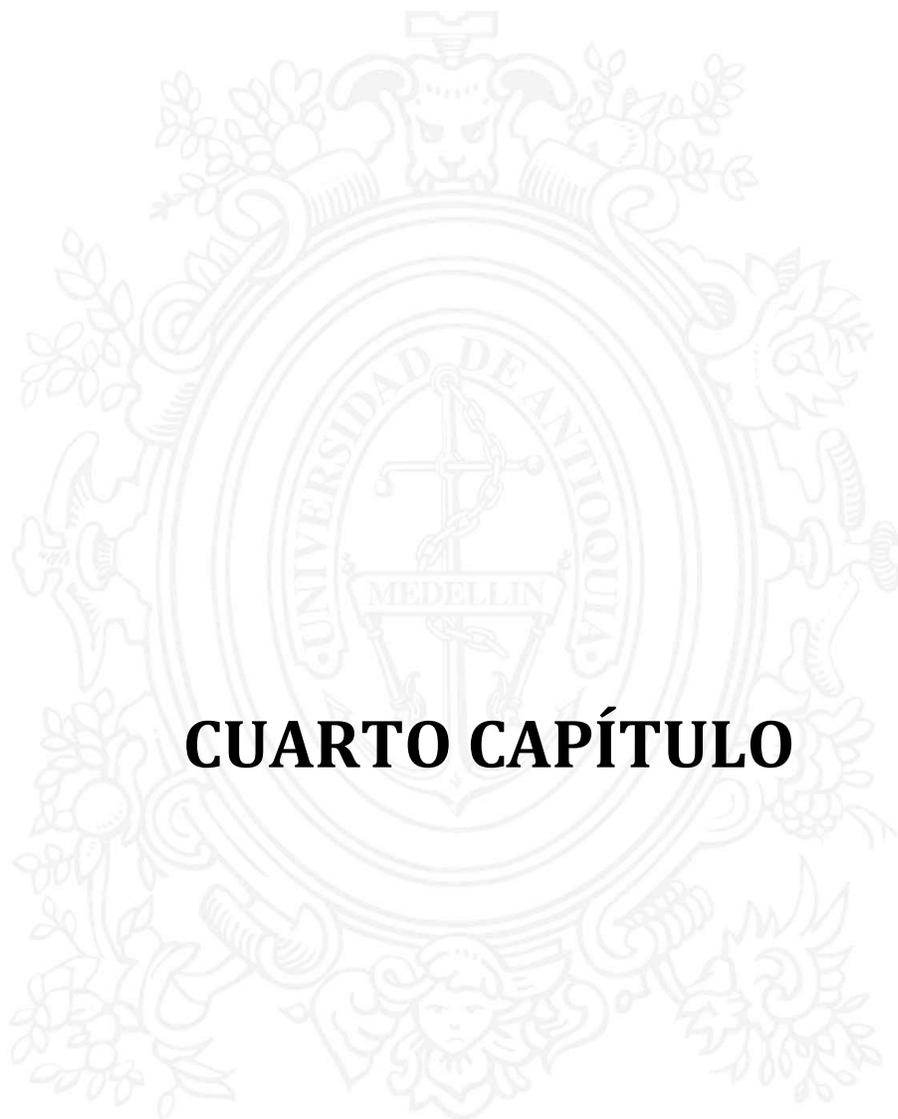
Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

## La validación

Es necesaria la lógica en la interpretación del significado de los registros. Dado el paradigma y el enfoque de la investigación, se asume la dificultad de comprender enunciados y ahondar en el estudio de fenómenos complejos para realizar la interpretación de los mismos a partir de los reportes de los estudiantes, las observaciones directas y las videograbaciones. Por lo tanto, el diálogo permanente con otros investigadores y los referentes teóricos evita sesgos en la sistematización del trabajo de campo o el análisis que pueden derivarse de creencias, opiniones o prejuicios.

Para alcanzar la validez del proceso investigativo se participó de un Seminario Permanente donde profesores y compañeros del programa de maestría y doctorado asumían el papel de evaluadores del trabajo. Al mismo tiempo, se realizaron discusiones con los grupos de investigación con el colectivo de investigadores del Seminario Repensar las Matemáticas. Los autores de esta investigación también realizaron algunas conferencias en eventos académicos.

Las anteriores acciones y el interés de la investigación permitieron que los resultados ofrecieran una explicación sobre la articulación entre la matemática y el campo de acción del futuro IDP, sin pretender generalizaciones a diversidad de contextos con condiciones particulares y diferentes a las que reporta la investigación. Sin embargo, en correspondencia a los hallazgos de la investigación es posible considerar elementos que, tanto docentes como investigadores, puedan usar en términos de la *modelación matemática* y la formación de ingenieros.



## CUARTO CAPÍTULO

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Un diseño de ambiente de modelación para la Ingeniería de Diseño de Producto

Como una manera de atender la pregunta y los objetivos de esta investigación que se definieron en el Capítulo 1 (p. 13), se presentan los resultados que se derivan de la integración de las cuatro componentes de la *modelación matemática* (contextualización, problematización, interacción con expertos y diálogo entre disciplinas,) en el desarrollo de la asignatura *Modelación Matemática*. Dichos componentes fundamentaron los ambientes de *modelación matemática* con los que se promovió una articulación entre la matemática y las necesidades de formación de los futuros Ingenieros de Diseño de Producto (IDP).

Los componentes se involucraron en las sesiones de clase de la asignatura de modelación, y a través del análisis emergieron tres aspectos de interés, a saber: *(i) los alcances de las componentes de la modelación matemática en la formación de los IDP, (ii) las particularidades de la modelación matemática y (iii) las actuaciones y maneras de trabajo de los participantes.*

El primer aspecto, *alcances de las componentes de la modelación matemática en la formación de los IDP*, hace referencia a cómo los cuatro componentes estuvieron presente en los diferentes ambientes que se implementaron en el aula de clase. Una manera de reconocer los alcances fue a partir de las situaciones que usaron los participantes y la

comprensión de los contextos situados que apoyaron el aprendizaje. Las situaciones se vincularon con experiencias cotidianas de los estudiantes determinando así *contextos auténticos* los cuales eran estudiados y a partir de ello, promovieron cambios en las percepciones frente a su campo de formación. Beswick (2011) ha puntualizado que en Educación Matemática el término contextos auténticos proporciona una semántica afín al término *situado* en el sentido que son tareas o contextos para las cuales no existe un algoritmo predeterminado para su solución; asimismo señala que este tipo de tareas no limita una expresión verbal que provee una mínima información extra-matemática. En términos de Ben-Chaim; Ilany; Keret (2008) el adjetivo *auténtico* exige juicios y el uso de conocimientos para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana.

En la investigación de este documento, los *contextos auténticos* hacen alusión a aquellas situaciones, desafíos, problemas o fenómenos a los que se enfrentan los Ingenieros de Diseño de Producto, en el aula de clase, se da espacio para que este tipo de contextos se estudien y diseñen los productos de interés con base en los conocimientos que tanto la asignatura de *Proyecto 1* como la de *Modelación Matemática* aportaron.

Atendiendo a estos lineamientos, a partir de esta investigación se puede colegir algunos aspectos. Entre ellos se reconoce, en primer lugar, la manera en que los participantes *contextualizaron* y ofrecieron otros sentidos a su campo de acción; en segundo lugar, la problematización contribuyó para que lo estudiantes reflexionaran frente a sus acciones, tomaran conciencia frente a las necesidades que deben solucionarse para robustecer los diseños con las relaciones matemática y, en tercer lugar, cómo la interacción

con expertos y el diálogo entre disciplinas generaron aportes a la construcción conjunta de significados frente a las experiencias.

La segunda característica del ambiente son *las particularidades de la modelación*, la cual da cuenta de las maneras en que los estudiantes produjeron y usaron los conocimientos tanto matemáticos como de la *Ingeniería de Diseño de Producto*. En este apartado se muestran los procedimientos, técnicas y demás acciones que se involucran en los actos de *Modelación Matemática-en-Ingeniería-de-Diseño-de-Producto*. El sustantivo “*Modelación Matemática-en-Ingeniería-de-Diseño-de-Producto*”, se acuña en esta investigación como una manera de reconocer que el acto de modelación que desarrollaron los estudiantes involucró de manera articulada, tanto los conocimientos matemáticos como los de la *Ingeniería de Diseño de Producto*. Es decir, las acciones y conceptos que se vincularon en tal manera de modelar se conjugaron armónicamente a la luz de las demandas que dio la situación o fenómeno de estudio.

En este sentido, los diferentes conocimientos se entrecruzaron a través de la modelación sin subordinarse entre sí, es decir hubo espacio para que los estudiantes tomaran conciencia de por qué modelan, qué modelan, cómo modelan, qué obtienen cuando modelan y para qué es útil lo que modelan. De acuerdo con los planteamientos de Villa-Ochoa y Berrío (2015), la modelación no solo tuvo implicaciones en el aprendizaje de las matemáticas, sino que implicó una relación directa de la matemática con la cultura que se involucra en este campo. Por tal razón, la “*Modelación Matemática-en-Ingeniería-de-Diseño-de-Producto*” ofrece una identidad a la modelación situada, es decir, tanto la

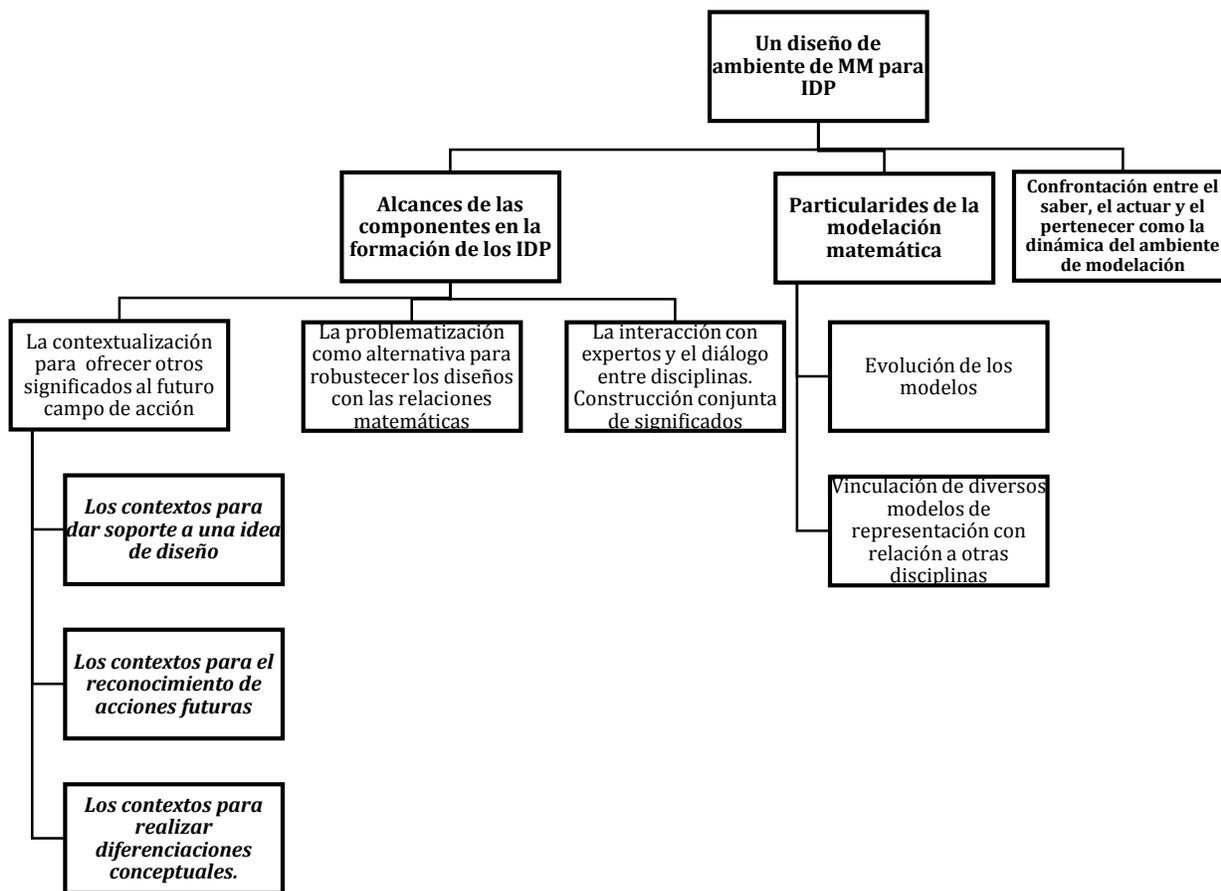
matemática como la *Ingeniería de Diseño de Producto* se ven en el acto de modelar como una dialéctica.

La tercera característica del ambiente se relaciona con *la actuación y maneras de trabajo de los participantes*. Se reconocieron las diversas maneras en que los estudiantes, profesores y expertos participaron en el proceso de modelación y cómo dichas participaciones se constituyeron en aspectos clave que estructuraron lo que se denominó *Modelación Matemática-en-Ingeniería-de-Diseño-de-Producto*.

Las tres características guardan correspondencia con el marco teórico que sustenta la investigación, puesto que en ellas se reconoce cómo la *modelación matemática* permitió a los estudiantes posicionarse frente a las interacciones que ocurren entre la matemática, la ingeniería y el diseño de producto. Por tal razón, la *modelación matemática* atiende a circunstancias y *contextos auténticos* de un IDP. Así, la *modelación matemática* se enmarca en una perspectiva del *aprendizaje situado*.

En la **Figura 15** se presenta, de manera esquemática, los aspectos enunciados arriba. Estos constituyen el presente Capítulo de resultados de la investigación.

**Figura 15.** Estructura del Capítulo: Un diseño de ambiente de modelación para la IDP



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

A continuación se presentan con mayor detalle cada una de las tres características anteriores.

### **Alcances de los componentes en la formación de los IDP**

Como se enunció en la presentación del Capítulo, cuando se habla del *alcance de las componentes en la formación de los IDP*, se argumentan cuáles fueron las consecuencias de teorizar acerca de los cuatro componentes de la *modelación matemática* en el proceso de aprendizaje de los futuros ingenieros de IDP. A continuación se presentan dichos alcances.

#### ***La contextualización para ofrecer significados al futuro campo de acción***

En el Capítulo anterior se describió la nueva estructura de la asignatura *Modelación Matemática* y en el Anexo A. Tareas de Modelación Matemática (p. 307) se encuentran las situaciones que fueron diseñadas como parte de esta investigación de tal manera que proporcionaran experiencias auténticas para los estudiantes de IDP. En el aula de clase, los estudiantes se enfrentaron a situaciones en contexto auténtico y, a partir de ellas, relacionaron los objetos y procedimientos matemáticos, la ingeniería y el diseño para responder a las necesidades que se reconocen en los contextos.

Contextualizar no es una acción suficiente para que los estudiantes usen los conocimientos o habilidades aprendidas para resolver situaciones que no conocen, es decir, para que ellos realicen una transferencia entre los aprendizajes matemáticos y sus vivencias personales o profesionales (Boaler, 1993). La contextualización ha de posibilitar la percepción de los estudiantes sobre situaciones que se asocian con el campo disciplinar,

en este caso del diseño de producto y por tanto, les permite que amplíen las relaciones matemáticas y se posicionen frente a una idea de diseño.

A lo largo de las sesiones de clase, la contextualización se identificó en dos momentos. Un primer momento en el que se involucraron situaciones presentadas por los estudiantes durante las discusiones de clase. Un segundo momento, en las situaciones que promovió la profesora-investigadora con las tareas de modelación y las discusiones de clase.

De las situaciones surgió una reflexión de los estudiantes sobre su futuro desempeño profesional y, por tal razón, la contextualización asumió un papel protagónico, puesto que posibilitó que los estudiantes actuaran espontáneamente. Es decir, participaran de manera voluntaria, natural y realizaran acciones impulsados por sus gustos o emociones. Tales acciones permitieron que los estudiantes dieran sentido a las situaciones que se estudiaron frente a la matemática y al diseño de producto.

En coherencia con la postura anterior, en las diferentes tareas de modelación que se desarrollaron en el transcurso del semestre académico, se reconocieron los alcances que tuvo la contextualización, entre ellos: *i) Hacer referencia a situaciones particulares para soportar una idea de diseño, ii) Posibilitar la argumentación para el reconocimiento de acciones futuras en el campo de diseño y iii) Realizar diferenciaciones conceptuales.*

De las sesiones de clase donde se discutieron las elaboraciones de los estudiantes alrededor de las tareas de modelación, se analizaron los enunciados de las transcripciones de las sesiones de clase que permitieron realizar algunas inferencias acerca de los alcances

de la contextualización. En el siguiente apartado se presentan los alcances de la contextualización que hacen referencia a situaciones particulares que soportan una idea de diseño.

### ***Los contextos que soportan una idea de diseño***

En este apartado se describe y analiza cómo los estudiantes, en el proceso de modelación que desarrollaron a partir de las tareas, contextualizaron y soportaron una idea para una situación particular del diseño de producto.

En la **Tabla 5** se observan fragmentos de las discusiones de las sesiones de clase alrededor de las tareas de modelación, en los que se identificó cómo los estudiantes dieron soporte a una idea de diseño. Es decir, como presentaron ejemplos en las cuales ellos reconocieron condiciones que usualmente un IDP debe considerar para el desarrollo de un producto. En dicho sentido, los estudiantes presentaron un conjunto de enunciados que evocaron situaciones o fenómenos contextualizados con los que ejemplificaron condiciones que influenciaron la elaboración de un diseño de producto. En la verbalización de Alejandro se observa una situación sobre un empaque de huevos, cuando se discutía, de forma general, acerca de los empaques y de los envases. Frente a este ejemplo, el estudiante planteó algunas condiciones como la resistencia y la estabilidad para indicar cómo un empaque protege al producto frente a daños y deterioros.

Tabla 5. Alcance de *la contextualización* para dar soporte a una idea de diseño

Alcances de la contextualización						
Tareas	Los empaques y envases	El plano y las cotas de un empaque Los costos de producción La construcción de una caja para tortas	Situaciones del IDP	Las formas y los volúmenes en los envases	Los patrones y las regularidades en el diseño	Geometrización de un envase
Alcances	<p><b>Dar soporte a una idea de diseño</b></p> <p><i>La <u>resistencia</u> y la <u>exactitud</u> de un empaque, por ejemplo en una caja de huevos, tienen que <u>cab</u>er muy exactamente porque si quedan sueltos se puede quebrar mientras los transportan o pasarles algo. (Alejandro, Sesión de Clase 30 de enero de 2015)</i></p>	<p>No se presentaron manifestaciones orales en dicha tarea.</p>	<p>Por ejemplo, en una botella Eco-Flex se sabe que la cantidad de plástico que se reduce respecto a una botella normal es del 22%. Pero, ¿esto cuánto afecta la <u>cantidad de material</u> mínimo que se requiere para que no se deforme y siga siendo flexible? Es necesario <u>reconocer los elementos que deben componer el producto</u> para que este cumpla con su funcionalidad. (Federico, Sesión de Clase 20 de febrero de 2015)</p>	<p>Pero un envase por ejemplo de PEGA stic<sup>7</sup>, lo que interesa es la <u>comodidad</u> respecto a su <u>funcionalidad</u> pero, por ejemplo el del Gatorade tiene sustracciones que ayudan al agarre. (Juan José Sesión de Clase 10 de abril de 2015)</p>	<p>Una <u>regularidad</u> en el diseño tiene que ver con <u>elementos</u> que lo hacen <u>único</u>, por ejemplo qué hace el iPhone 6 diferente al Galaxy Ace. Esos <u>patrones</u> definen una marca porque hay cosas súper distintas de la otra. (Mariana, Sesión de Clase 17 de abril de 2015)</p>	<p>Todo tiene que estar <u>proporcionado</u>, pues si yo voy a diseñar una bata o un bastón o un estuche para guardar el casco, eso tiene que tener relación con la mano, o con una parte de la cabeza o del cuerpo y <u>tiene que respetar ciertas proporciones ergonómicas y antropométricas</u>. (Juan José, Sesión de Clase 24 de abril de 2015)</p>

*Fragmentos de los enunciados de los estudiantes donde se reconoce el alcance de los contextos para dar soporte a una idea de diseño*

<sup>7</sup> El PEGA stic<sup>®</sup> es un pegante para múltiples aplicaciones en el hogar y en la oficina de secado rápido.

Como Alejandro, durante la sesión de clase, otros estudiantes proporcionaron una serie de características que se deben considerar para diseñar un producto, relacionadas con el tamaño, el material, la imagen corporativa, el peso, la eficiencia, la precisión, la cantidad de objetos que componen el producto, el transporte, el costo, los colores, entre otros. Que los estudiantes expresaran tales características permitió que de manera colectiva, discutieran, cuestionaran, propusieran respuestas espontáneas, opiniones, contraposiciones, contrastes, confrontaciones, comentarios y acuerdos por medio de los cuales, los estudiantes manifestaron situaciones comunes en las que se veían implicados de forma cotidiana y se apoyaron en ellas para precisar condiciones del diseño de producto.

Por ejemplo, las nociones de área, volumen, capacidad, entre otras, aparecieron articuladas a situaciones en relación con la forma de un empaque, la cantidad de material necesaria para albergar un producto. Lo anterior indicó que las conceptualizaciones fueron producto de la exploración de unos requerimientos del diseño y se convirtieron en fenómenos que permitió ver los usos articulados y coherentes que los estudiantes hicieron de las ideas matemáticas (García, Gascón, Ruíz, & Bosch, 2006) y cómo a partir de tales acciones promovieron el significado de conceptos con relación a su campo de formación.

En general, las verbalizaciones que aportaron los estudiantes indicaron que de forma contextualizada alcanzaron la consolidación de ideas, tanto de la matemática (relación capacidad/volumen, generalidades de la forma, entre otras) como del diseño (geometrización, funcionalidad, ergonomía, antropometría), lo que posibilitó la apropiación

conceptual y les permitió sensibilizarse frente a condiciones generales del diseño de producto.

En relación con los planteamientos del *aprendizaje situado*, Niemeyer (2006) propone que la apropiación conceptual no es consecuencia del afianzamiento del saber y capacidad de hacer, sino que es el producto del compromiso que asumió el estudiante en la búsqueda de soluciones frente a la tarea de modelación propuesta. Además, en la manera como sugiere ideas y relaciona sus aprendizajes anteriores frente al desafío que enfrenta, lo que favorece la comprensión y delimitación de la situación que se explora y de los resultados que se proponen.

Teniendo en cuenta lo anterior, en el *aprendizaje situado*, desde una perspectiva antropológica, se da la participación entre los miembros de una comunidad de aprendizaje (Lave y Wenger, 1991) y se relaciona con la búsqueda de un significado. Es decir, el estudiante en comunión con sus compañeros procura comprender la información que se transforma en conocimiento, que le permite comprender y modificar una situación y poner en juegos sus capacidades. Aunque en esta investigación el colectivo de estudiantes de la asignatura no se constituyó en una comunidad de aprendizaje, sí se configuró como un colectivo de aprendices que de la mano de sus profesores de matemáticas y de diseño y de otros expertos en diversas disciplinas *re-crearon* prácticas propias de la ingeniería, en las que la matemática se constituyó en una herramienta para atender a los fines profesionales. La participación de los estudiantes en el colectivo de aprendices vinculó la observación de los productos, la guía de expertos como profesores y profesionales que aportaron en la

configuración de las soluciones a las tareas propuestas y al mismo tiempo, en la práctica que se relacionó con cada uno de los contextos surgidos de las situaciones discutidas en las sesiones de clase.

Los contextos evocados por los estudiantes, a partir de las situaciones que propusieron, dieron cuenta de cómo los escenarios *re-creados* pusieron en evidencia las consideraciones y conceptualizaciones frente a los objetos susceptibles de “diseñar” (e.g. diferencia entre envase y empaque, diseño de envases, análisis de prototipos, geometrización de un envase) y por tanto, a partir de las situaciones reales, los estudiantes recurrieron a sus experiencias, o conocimientos adquiridos por las situaciones vividas, sobre objetos materiales para vincular conceptos necesarios del campo en el proceso de diseño de producto.

En el marco del *aprendizaje situado*, Brown, Collins y Duguid (1989) apuntan que las conceptualizaciones, en general, adquieren sentido a partir de la experiencia. Según los autores, las herramientas conceptuales son producto de un saber acumulado gracias a la cultura en las que se usa, a los puntos de vista y a la experiencia de los individuos. Para Brown et al. (1989) el uso de los conceptos no depende de la abstracción sino de cómo el concepto es explorado por los individuos a partir de la cultura y las actividades propias de ella.

En las verbalizaciones de Alejandro, se percibe que el estudiante explora el concepto de resistencia y exactitud para considerar la protección que debe garantizar cualquier empaque o envase a un producto; y se refirió a ello a partir de una caja de huevos. Mariana,

por su parte, evocó dos tipos de celulares para indicar cómo cada producto posee regularidades diferenciadoras, es decir, aquellas que hacen que un producto sea único en el mercado. A pesar de que los estudiantes usaron situaciones particulares, generalizaron la experiencia, es decir, identificaron condiciones en una situación particular pero que se deben garantizar en cualquier diseño de producto.

De acuerdo a las verbalizaciones que se reportan en la **Tabla 5**, se observa que los estudiantes crearon referentes situacionales, es decir, se apoyaron en situaciones comunes para plantear claridades frente a una idea de diseño, y por tanto, consideraron el entorno, esto se hace evidente en los procesos descritos en líneas precedentes.

Para Ramos y Font (2006) un contexto tiene el rol de enmarcar un objeto matemático en el entorno, más aún si el contexto sitúa el objeto matemático en diferentes “lugares”. Los autores, en su investigación, hacen evidente que los estudiantes son ejecutores de tales usos del contexto y, además, centran los contextos como campo aplicativo de un objeto matemático.

Frente a los planteamientos expuestos por los autores es posible indicar que, en esta investigación, los estudiantes concibieron el contexto como entorno de conceptos tanto matemáticos como del diseño, o sea que los estudiantes partieron de una situación, propuesta por la profesora/investigadora, y la recrearon en relación con sus concepciones y experiencias previas, lo que permitió que fueran sensibles para identificar generalidades de conceptos propios del diseño de un producto y las matemáticas que se movilizan.

Por lo tanto, los estudiantes comprendieron que el contexto y los conceptos que se involucran en ellos ayudan a sustentar una idea de diseño de manera simultánea. Por ejemplo, en el contexto propuesto por Alejandro, él reconoció la resistencia y la exactitud como elementos relevantes para un empaque puesto que garantizan la protección del producto; Federico, por su parte, reconoció la relevancia de considerar las composiciones materiales de un producto para que este no pierda la funcionalidad y Mariana, reconoció que cada prototipo debe considerar unos patrones únicos para distinguirse en el mercado. Dichas comprensiones, se asumen como un estado inicial del proceso de modelación, puesto que son la lectura de condiciones que se deben materializar en el momento de concebir un producto.

Al modelar, los estudiantes reconocieron que no existen separaciones entre el contexto, la matemática y el diseño de producto, por el contrario, se conjugan lo que permite a los estudiantes, de forma inicial, dar sentido a las ideas iniciales del diseño de producto que al ser consideradas generan conocimiento. Tal acción lleva a los estudiantes a posicionarse frente a la forma de proceder que es otro alcance que se reconoce de la contextualización y que se discute en el siguiente apartado.

### ***Los contextos para el reconocimiento de acciones futuras***

En este apartado se argumenta la manera en que los estudiantes reconocieron acciones futuras frente a una situación de diseño.

En la **Tabla 6**. Alcance de *la contextualización* para el reconocimiento de acciones futuras, se muestra que los estudiantes expresaron sus ideas y, a partir de ellas, puntualizaron acciones frente al proceso de diseño de producto y por tanto, un uso articulado de la matemática en dicho proceso.

**Tabla 6.** Alcance de *la contextualización* para el reconocimiento de acciones futuras

		Alcances de la contextualización				
Tareas	Alcances	Los empaques y envases	El plano y las cotas de un producto	Situaciones del IDP	Geometrización de un envase	Los costos de producción de un producto La construcción de una caja para tortas Las formas y los volúmenes en los productos
		Reconocimiento de acciones futuras	El empaque es para proteger el producto en sí, porque va a ir a un público específico, lo que incide a que uno no puede realizar cualquier tipo de empaque, sino que tiene que considerar las <u>condiciones para fabricarlo</u> . (Juan Manuel, Sesión de Clase 30 de enero de 2015)	Por ejemplo, el plano de una casa que se dibuja en un pliego de papel, no es necesario realizarlo a escala real para leerlo, <u>comprendes la información así esté a escala</u> . Uno debería aprender a leer la escala y comprender que ella da la información de todos los elementos del producto. (Stephanie Sesión de Clase 6 de febrero de 2015)	<i>Por ejemplo, en una botella Eco-Flex se sabe que la cantidad de plástico que se reduce respecto a una botella normal es del 22%. Pero, ¿esto cuanto afecta la cantidad de material mínimo que se requiere para que no se deforme y siga siendo flexible? Es necesario <u>reconocer los elementos que deben componer el producto para que este cumpla con su funcionalidad.</u></i> (Federico, Sesión de Clase 20 de febrero de 2015)	<i>Todo tiene que estar proporcionado, pues si yo voy a diseñar una bata o un bastón o un estuche para guardar el casco, eso tiene que tener relación con la mano, o con una parte de la cabeza o del cuerpo y <u>tiene que respetar ciertas proporciones ergonómicas y antropométricas.</u></i> (Juan José, Sesión de Clase 24 de abril de 2015)

*Fragmentos de los enunciados de los estudiantes en los que se reconoce los alcances de la contextualización referente al reconocimiento de acciones futuras.*

Al enfrentarse al desarrollo de las diversas tareas de modelación, los estudiantes propusieron ejemplos en los que evocaron contextos para explicar alguna idea en torno a la temática. Dichas explicaciones sustentaron algunas acciones que tuvieron en cuenta cuando el diseño de producto se llevó a cabo.

En la **Tabla 7** se presenta, de manera resumida, las acciones que reconocieron los estudiantes como relevantes para su futura práctica profesional.

**Tabla 7.** Reconocimiento de acciones futuras frente a una situación de diseño.

<b>Reconocimiento de acciones futuras frente a una situación de diseño</b>			
<b>Juan Manuel</b>	<b>Stephanie</b>	<b>Federico</b>	<b>Juan José</b>
Consideraciones para la fabricación de un producto.	Conciencia frente a la información que ofrece un plano.	Necesidad de los reconocimientos de los elementos que componen un producto respecto a su funcionalidad.	Concepción de las relaciones proporcionales en términos ergonómicos y antropométricos.

El reconocimiento de las acciones futuras por parte del estudiante concuerda con una de las características que asume el *aprendizaje situado*, la cual se relaciona con las potencialidades que permite el uso de los contextos. En dicho sentido, los estudiantes reflexionaron en torno a las condiciones que se deben tener en cuenta para la consolidación de un producto y analizaron la importancia frente a acciones futuras, las cuales se reflejaron en la toma de decisiones frente a la solución de las tareas propuestas, que de alguna manera impulsa acciones que contribuirán en futuro desempeño en el campo de acción.

Bajo dicha perspectiva, la *modelación matemática* permite a los estudiantes relacionar contextos particulares del campo de formación del diseño de producto y contrastarlos con conocimientos asociados. Si bien los fragmentos (**Tabla 7**) son producto de las discusiones de clase, es importante precisar que los estudiantes también en los reportes de las tareas de modelación realizadas, propusieron soluciones en las cuales se percibió que conjugaron las reflexiones de clase y al mismo tiempo vincularon aspectos de la cultura del diseño producto para las soluciones. Estas premisas reconocen la forma como los futuros ingenieros desarrollan los procesos de *modelación matemática* en la solución de una situación que se problematiza.

Esta situación conllevó a considerar cómo a partir de la contextualización, los estudiantes reconocieron acciones que son importantes en su campo de formación. Tales acciones los confrontan con la forma de proceder y les dan aproximaciones del proceder en sus actuaciones futuras.

En el siguiente apartado presento otro alcance de la contextualización, el cual se vincula con las maneras como los estudiantes pusieron en diálogo las ideas matemáticas previas y las involucraron con el campo de formación y por tanto, generaron diferencias entre los conceptos y su uso en el campo de diseño de producto.

### **Los contextos para realizar diferenciaciones conceptuales**

Los contextos posibilitaron determinar alcances frente a las ideas de diseño y reconocer acciones futuras del campo de acción. Además, posibilitaron que los estudiantes

diferenciaran diversos conceptos matemáticos y del diseño de producto que se dinamizaron alrededor de las tareas de modelación.

En la tarea de modelación con los empaques y los envases (Tarea 1. Los empaques y envases, Anexo A. Tareas de Modelación Matemática, p. 307) se tuvo como propósito el estudio del área y del volumen. Los estudiantes verbalizaron diferencias conceptuales entre las características de un empaque y un envase en la medida en que fluyó la discusión, asunto que les permitió usar ideas matemáticas previas y generar explicaciones frente a los conceptos. En la discusión de dicha tarea Sara, Daniela y Mariana, consideraron diferenciaciones de los empaques y envases a partir de ideas previas sobre superficie y volumen. En la **Tabla 8** se presentan algunas ideas que usaron las estudiantes para presentar las diferenciaciones.

**Tabla 8.** Diferenciaciones entre envases y empaques a la luz de conceptos matemáticos

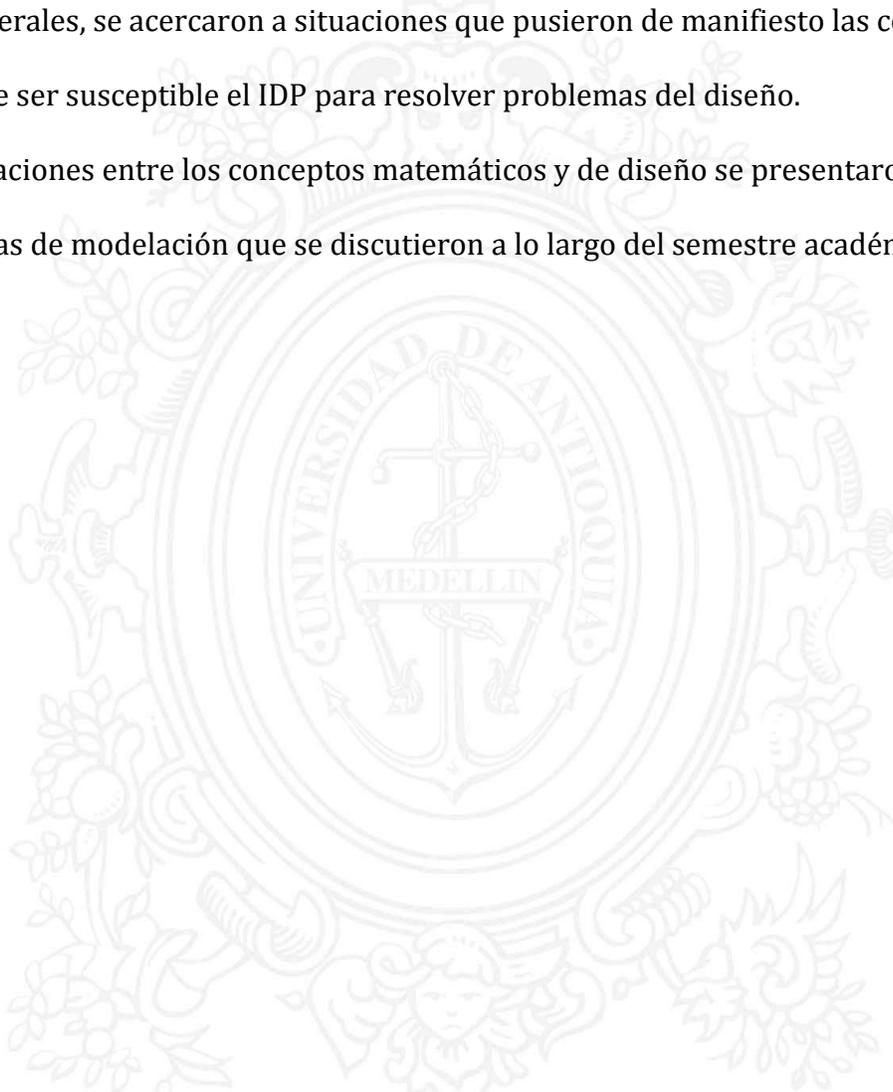
Diferenciaciones entre envases y empaques		
Mariana	Sara	Daniela
Son diferentes puesto que en el empaque se asocia con la protección externa del producto. En cambio, el envase se relaciona con un algo para contener.	Si vamos a empaclar algo debemos considerar el área máxima del objeto, es decir, dependiendo de la forma del empaque sabemos cuánto material necesitamos como para protegerlo. Y para envasar tenemos que considerar la cantidad de producto que vamos a depositar.	De acuerdo a eso, el empaque se relaciona con la superficie que lo envuelve y el envase con el volumen que contiene.

Las verbalizaciones (**Tabla 8**) demuestran que los estudiantes se relacionaron con elementos del campo de diseño a partir del uso de un contexto y, aunque los desconocen en

términos generales, se acercaron a situaciones que pusieron de manifiesto las condiciones a las que debe ser susceptible el IDP para resolver problemas del diseño.

Las diferenciaciones entre los conceptos matemáticos y de diseño se presentaron en las diversas tareas de modelación que se discutieron a lo largo del semestre académico. Véase

**Tabla 9.**



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

**Tabla 9.** Alcances de la contextualización referente a las diferenciaciones conceptuales

Tareas	Los empaques y envases	El plano y las cotas de un producto	La construcción de una caja para tortas	Los costos de producción de un producto Situaciones del IDP Los patrones y las regularidades en el diseño Geometrización de un envase	Las formas y los volúmenes en los productos
Alcances	<p>Si vamos a empacar algo <b><u>debemos considerar el área máxima del objeto</u></b>, es decir, dependiendo de la forma del empaque cuanto material necesitamos como para protegerlo. Y <b><u>para envasar tenemos que considerar la cantidad de producto</u></b> que vamos a depositar. (Sara, Sesión de Clase 30 de enero de 2015)</p>	<p>Para mí el volumen se asocia con la capacidad y porque es la cantidad que se puede contener de algo pero pienso, por ejemplo, en una botella de agua. Ella me hace <b><u>pensar el volumen no es solo de contener sino también que se pueda llenar</u></b>. En la botella de agua, el agua no contiene nada sino que está contenida y este el volumen de la botella. (Daniela Sesión de Clase 6 de febrero de 2015)</p>	<p><b><u>La gráfica de la situación nos permite reconocer varios elementos</u></b>, por ejemplo, que desde el punto de corte en todo el origen hacia atrás estaríamos <b><u>recortando valores negativos</u></b> y los interceptos con X nos permiten <b><u>leer condiciones en las que el volumen es cero</u></b>. (Mariana, Sesión de Clase 13 de febrero de 2015)</p>	<p>No presentaron manifestaciones orales.</p>	<p>Cuando pensamos <b><u>en un principio asimétrico es porque no queremos que haya simetría</u></b>, entonces rompemos la simetría en sí misma. Por ejemplo, un cuadrado es simétrico y cómo lo hacemos para dejar que sea simétrico, lo estiramos de sus esquinas. (Daniela, Sesión de Clase 17 de abril de 2015)</p>

*Fragmentos de los enunciados de los estudiantes en los que se reconocen los alcances de la contextualización referente a las diferenciaciones conceptuales*

En la tarea sobre los planos y cotas (Tarea 2. Los planos y cotas de un de un producto, Anexo A. Tareas de Modelación Matemática, p. 309), Juan José reconoció que el

plano es la representación bidimensional de un objeto que tiene propiedades tridimensionales.

Por otra parte, la tarea sobre construcción de caja de tortas (Tarea 4. La construcción de una caja para tortas, Anexo A. Tareas de Modelación Matemática, p. 312) pretendió conceptualizar acerca de las funciones. A partir del modelo funcional que generó la elaboración de la caja de tortas, Mariana reconoció diferenciaciones entre los elementos gráficos del modelo volumen de la caja de torta y la situación real, puesto que la estudiante justificó por qué no tenían sentido los valores negativos para la situación que se estudiaba.

En la tarea sobre la forma y los volúmenes de los productos (Tarea 6. Las formas y los volúmenes en los productos, Anexo A. Tareas de Modelación Matemática, p.316), los estudiantes debían usar las operaciones booleanas y explorar regularidades de cualquier objeto. La exploración se relacionó con la descomposición de los cuerpos, el uso de regularidades y los principios de diseño para definir la forma del producto. Del análisis de un prototipo, Daniela reconoció que se usa el principio de simetría en correspondencia con el principio de asimetría. Dicho reconocimiento se debió a que la estudiante propuso un envase con sustracciones asimétricas, pero para lograr su resultado debía considerar cuáles eran las sustracciones simétricas.

El hecho de que Sara adjetivara el área como máxima, la llevó a considerar condiciones como la cantidad de material y su dependencia con la forma del empaque del producto. Al mismo tiempo, diferenció que la magnitud volumen se asociaba con un envase y en dicho sentido era necesario considerar la cantidad que albergaba el recipiente. Dichas

ideas posibilitaron apreciar como los estudiantes mostraron comprensiones en la discusión sobre lo que es un empaque y cómo éste se considera el área máxima que envuelve el producto. Al mismo tiempo, en el enunciado que realizó Mariana, se percibió como un modelo matemático no representó la situación *real* y en dicho sentido, la estudiante consideró restricciones en el modelo gráfico para que fuese coherente a la situación que experimentó frente a la construcción de un empaque para un producto.

Como Sara y Mariana, otros estudiantes reflexionaron en torno a diferentes conceptos y consideraron alternativas para garantizar la solución de una situación, lo que se evidenció en la manera como los estudiantes analizaron los registros gráficos para comprender una situación o en como comprendieron los principios de diseño que involucran la simetría para fortalecer el registro estético del producto. Se pudo percibir que los estudiantes trascendieron las concepciones iniciales, puesto que no solo definieron los conceptos, por ejemplo de área y volumen, interceptos de un gráfico o simetría, sino que se acercaron a dinamizarlo en términos tanto matemáticos como del diseño, y demostraron que la contextualización influyó en la capacidad para reconocer necesidades en las situaciones o contextos.

Se concluyó que los *contextos situados* son relevantes en la formación del IDP puesto que posibilitaron, diferenciar elementos del diseño y acuñarlas a partir de conceptos matemáticos. Por tanto, la contextualización se concibe no solo como una forma de evocar a situaciones o temáticas particulares, sino que ofrece indicios de una compenetración del estudiante con la actividad *matemática-ingenieril*, como una forma de relacionar la

experiencia y la cultura. Al mismo tiempo, la contextualización posibilita que el estudiante busque soluciones creativas y transforme su pensamiento para propiciar acciones que, a partir de la experiencia, integre con el campo del IDP y logre delimitar la situación que pretende investigar o crear.

### ***La problematización como alternativa para consolidar los diseños con las relaciones matemáticas***

Conforme se mencionó en el Capítulo anterior, la problematización está relacionada con el espacio de interacciones y discusiones entre los estudiantes, y de ellos con los profesores y otros expertos. En esta investigación, *la problematización* se convirtió en un espacio para que los estudiantes determinaran criterios que les permitieran profundizar las comprensiones del fenómeno a estudiar o el refinamiento de los procedimientos y usos de las matemáticas (y de otras ciencias) al desarrollar las tareas de modelación.

En el ambiente de aprendizaje se implementó un conjunto de tareas de modelación, donde se estuvo atento a las interpretaciones, usos y significados que hacían los estudiantes de las matemáticas y los cuestionamientos que generaron para argumentar las acciones que hicieron, cómo lo hicieron y por qué lo hicieron. Además se evidenciaron criterios que les permitieron reconocer aspectos susceptibles de mejora y las soluciones a los problemas y necesidades de un contexto auténtico del futuro campo de acción. En este sentido, *la problematización* no se manifestó de manera puntual en cuestionamientos

hechos a los estudiantes, sino en aquellos criterios de valoración que les posibilitaron plantear condiciones adicionales y argumentar sus reflexiones.

De manera particular, en una de las tareas (Tarea 4. La construcción de una caja para tortas, Anexo A. Tareas de Modelación Matemática, p. 312) los estudiantes debieron construir el modelo físico de una caja y evaluar el empaque para consolidar otra propuesta de diseño que atendiera a dos condiciones. La primera condición consistió en realizar el empaque con la misma cantidad de papel y, la segunda, que tuviese el máximo volumen. Tales condiciones llevaron a los estudiantes a considerar criterios para ofrecer una evaluación del modelo propuesto y reflexionar sobre el *porqué* de la acción que se tomó.

En la **Tabla 10** se presentan fragmentos de los reportes de tres estudiantes cuando valoraron la construcción de un empaque propuesto en la Tarea 4 de modelación.

**Tabla 10.** Fragmento de los estudiantes de los reportes de la Tarea 4

Estudiante	Fragmento
Andrés	<i>[...] El empaque es bastante <b>ingenioso</b>, pues es sólo a partir de pliegues, cosa que <b>facilita su armado</b> para quien tiene el previo conocimiento de los pasos. Sin embargo puede presentar <b>dificultades a la hora de sostener el peso deseado</b>. Por otra parte, se <b>desperdicia mucho material</b> en los pliegues, lo que en el costo de materiales se puede ver reflejado negativamente. Mi propuesta es <b>ampliar la superficie de la base sin hacer tantos pliegues</b> y utilizando la misma altura. Al hacer esto el <b>área de la base aumentaría</b> considerablemente y por consiguiente el <b>volumen total de la caja</b> (Reporte tarea Andrés, marzo de 2015).</i>
Sofía	<i>Lo considero [refiriéndose al empaque] adecuado para una <b>labor artesanal</b> y de pocas cantidades, porque se arma manualmente y proviene de figuras básicas, pero para la <b>producción masiva</b> es <b>ineficiente</b> porque tarda su armado, se <b>pierde gran cantidad de papel</b> y termina siendo una <b>camisa de fuerza en la forma del producto</b> que se dese empacar. Utilizaría los mismos dobleces del ejercicio anterior pero <b>evitaría</b>, al finalizar, <b>doblar hacia adentro</b>, pues esto duplica la capa y se pierde papel que puede servir más como empaque y no como borde. Se necesitaría algún pegante para sellar los bordes superiores (Reporte tarea Sofía, marzo de 2015).</i>

Estudiante	Fragmento
Juan	<p><i>Me parece que el empaque es <b>innovar</b> en cuanto a que se puede hacer solo doblando el papel, pero lo que pasa con este empaque es que se <b>pierde mucho papel</b> en los dobleces, haciendo que se pierda área para empacar. Si se tuviera <b>la misma hoja</b> con las mismas dimensiones pero se hiciera un empaque que <b>aproveche</b> más el área de papel que posee sería mucho mejor, ya que se podría empacar mayor cantidad de cosas o cosas <b>mucho más grandes</b>. Sugiero trazarle a cada esquina de la hoja cuadrados de lado X, usar este espacio para poner unas pestañas y al final al recortar y pegar se tiene una caja que aprovecha mejor toda la superficie de la hoja. Su <b>desventaja</b> es que hay que <b>usar pegante</b> en este método (Reporte tarea Juan, marzo de 2015).</i></p>

En el fragmento de Andrés se observa que el estudiante dedujo que para construir el diseño de un empaque debía considerar condiciones físicas como el peso del producto, para garantizar la resistencia, para soportar su peso. Dicha condición física, de manera implícita, lo llevó a reflexionar sobre la cantidad de material necesario para su fabricación. En este sentido, su valoración se centró en el criterio de resistencia y demostró comprender que de tal concepto dependía la forma del empaque, lo cual afectaba directamente la cantidad de material. Al estudiante se le cuestionó sobre las condiciones que podría modificar para obtener el volumen máximo. Andrés determinó como un criterio de modificación ampliar la superficie de la base y evitar dobleces. Aunque dicho criterio no garantizó el volumen máximo, si permitió que él reconociera condiciones adicionales para mejorar un producto.

Las consideraciones que realizó Andrés dieron cuenta de cómo la condición de *situado* relaciona lo concreto, lo práctico y lo aplicable con el conocimiento del campo de acción (Paz, 2007). Lo anterior se debe a que frente a la configuración de un empaque para un producto relacionó conceptos como volumen y resistencia, y a partir de la construcción

de los empaques para el producto, reconoció que variables como cantidad de material juegan un papel relevante en la consolidación de empaques.

Como indica el fragmento de Sofía, el hecho de que la elaboración del empaque del producto fuese manual, implicó una pérdida de sentido puesto que además de invertir una cantidad de papel mayor a la necesaria, la producción masiva sería compleja. Tal planteamiento de la estudiante demostró que al cuestionar la eficiencia del producto, reconoce aspectos problemáticos que interfieren en el diseño de un empaque como son la producción y la cantidad de material. En dicho sentido, percibí que la contextualización generó transferencia entre los contextos, es decir, la estudiante cuestionó una tarea pero la concibió como algo que pudiese ocurrir o una generalidad como lo indica Díaz Barriga (2003) cuando hace referencia a la posibilidad de transferir un aprendizaje a las experiencias.

En el comentario de Sofía se evidencia que *problematizar* una situación de manera particular para el campo de diseño de producto, permite considerar estrategias adaptativas o extrapolables. Esto se percibió cuando ella enunció criterios que no tendría en cuenta y justificó su reflexión referente a evitar pérdida de material. Aunque la estudiante no tuvo una experiencia directa y propia con el futuro campo de acción y no vivenció las situaciones de igual manera que un profesional, logró reflexionar acerca de las condiciones que posibilitarían un mejor diseño.

Las anteriores observaciones permitieron evidenciar cómo la problematización de contextos auténticos posibilitó que los estudiantes reflexionaran acerca de vivencias

futuras y establecieron acciones coherentes, significativas, propositivas y ordinarias en la cultura del campo. Esto también se evidenció en el fragmento de Juan, quien planteó una alternativa para construir el empaque garantizando una forma específica en las pestañas del empaque.

De acuerdo con los análisis a los reportes, los estudiantes comprendieron ideas iniciales para resolver una situación y superaron el acto escolar de resolver una tarea, puesto que formularon acciones concretas e hicieron explícitos procesos con el fin de mejorar un producto.

Los tres comentarios que realizaron los estudiantes en sus reportes (**Tabla 10**) representan una muestra del papel que juega la problematización en la solución de tareas de modelación. Las consideraciones, pareceres, sugerencias y limitaciones que plantearon en esta situación validan las ideas que presentan Watson y Winbourne (2008) cuando cuestionan cómo relacionar lo que se aprende en el aula de clase con diversos contextos de manera tal que se conciba la naturaleza del conocimiento matemático según su función y, en este caso, en relación con el campo de diseño.

Ahora bien, si los estudiantes indicaron acciones a realizar para propiciar un empaque que garantizara resistencia, durabilidad, economía y estética, entre otros aspectos, esto se debió a que la *problematización* posibilitó que profundizaran tanto en la comprensión del fenómeno como en el refinamiento y uso de las matemáticas. En dicho sentido, la matemática superó la intuición referida por las experiencias cotidianas y posibilitó fortalecer las ideas que plantearon frente al diseño. Es así como las sugerencias y

críticas de los diseños propuestos correspondieron a la solución de la problemática y generaron una relación entre la experiencia de los estudiantes, su futuro campo de acción y la matemática.

De manera explícita, las relaciones entre la matemática y el futuro campo de acción se percibió en los modelos de los estudiantes para plantear las relaciones entre las dimensiones del empaque y del material, en cómo los procesos algorítmicos aportaron a la comparación de la magnitud superficie y volumen de los diversos empaques que construyeron y cómo generaron percepciones frente a la situación y concibieron acciones para mejorar el empaque de un producto. La relación entre la matemática y el campo de acción permitió a los estudiantes entender los factores que influyen en la situación y plantear críticas a la misma.

En la **Tabla 11** se sintetizan las formas como tres estudiantes actuaron frente a la problematización de la tarea de modelación que se relacionó con el empaque de tortas.

**Tabla 11.** Maneras como los estudiantes actuaron referente a la problematización

	<b>Andrés</b>	<b>Sofía</b>	<b>Juan</b>
Percepciones de la situación	Ingenioso. Facil de armar. Desperdicio de Material. Dificultades para el soporte de objeto.	Artesanal. Producción masiva ineficiente. Desperdicio de material. Restricción en la forma de empaque.	Innovador. Desperdicio de material.
Acciones para mejorar el empaque de un producto	Ampliación de la base. No hacer tantos pliegues. Aumento del área y volumen de la caja.	Evitar pliegues dobles. Evitar inutilización del papel.	Con la misma cantidad de papel. Empaque más óptimo. Empaque para productos más grandes. El uso de pegantes es una desventaja.

	Andrés	Sofía	Juan
Papel de la problematización	Profundización en la comprensión de la situación que se estudia. Análisis de condiciones. Reflexión sobre posibles soluciones.	Análisis de condiciones. Reflexión sobre posibles soluciones.	Análisis de condiciones. Apropiación conceptual. Reflexión sobre posibles soluciones.

Como se evidencia en la **Tabla 11**, Andrés, Sofía y Juan actuaron priorizando la utilidad que proveía el empaque. Para los estudiantes fue importante que no se desperdiciara papel en vista de que esto afecta el costo/beneficio del producto. En el caso de Sofía, las acciones trascendieron con ánimo de lograr la satisfacción con las ideas propuestas, lo que se reconoce cuando propone un empaque diferente, acción que no realizan ni Andrés ni Juan. Sin embargo, Juan demostró atender los pros y contras de las alternativas que consideró. Tales formas de proceder ante la situación propuesta mostraron cómo los estudiantes percibieron el modelo, el rol que asumieron como futuros IDP y las consideraciones que hicieron referente a factores determinantes en su futura práctica.

En otra tarea de modelación (Tarea 4. La construcción de una caja para tortas, Anexo A. Tareas de Modelación Matemáticas, p. 312) se percibió que Valentina reconoció condiciones adicionales en correspondencia con el refinamiento de procesos, puesto que consideró que no era necesario estimar el perímetro de la base de la caja sino que era necesario plantear relaciones entre las dimensiones de la caja y de la superficie en la cual fabricaría el empaque para estimar la cantidad de empaques de manera óptima. Juan Manuel, por su parte, reconoció las implicaciones que tenía para la construcción de un

plano el manejo de la escala. El estudiante al realizar la tarea de modelación (Tarea 2. Los planos y cotas de un producto, Anexo A. Tareas de Modelación Matemática, p. 309) que vinculaba los planos y las cotas de un empaque comprendió que escalar el plano de un producto no afecta las cotas, puesto que dicho elemento del plano presenta las dimensiones legítimas del producto. Juan Manuel valoró la necesidad de profundizar en la comprensión de un proceso necesario para su futuro campo de desempeño, al comprender las cotas y las escalas como condiciones necesarias para la lectura de un plano.

Como los ejemplos presentados, fueron diversas las situaciones que se conjugaron en el aula de clase y permitieron que los estudiantes definieran criterios de valoración frente a la problematización propuesta, los cuales indicaron que modelar de manera legítima, es decir, vincular a la *modelación matemática* en actividades propias del campo de acción, posibilita actuaciones con los modelos y promulga la transferencia de conceptos para mejorar lo que a futuro serán las actuaciones en el campo de acción.

Se observa en los comentarios y en las acciones que propusieron los estudiantes a realizar cómo la *modelación matemática* cobró sentido para ellos al superar la matematización y entender, de forma explícita, como los modelos matemáticos y no matemáticos posibilitaron acciones concretas frente al desempeño profesional. Los criterios considerados por los estudiantes para problematizar en las diferentes tareas fueron la importancia de un fenómeno para el diseño, la profundización en la comprensión de los fenómenos, el uso de procedimientos y objetos matemáticos, atención a necesidades, mejoras en el diseño, detalles estéticos, armonía en la composición del producto.

Los estudiantes buscaron respuestas a las problemáticas que identificaron y hallaron razones por las cuales los procesos e ideas formuladas eran o no útiles para la resolución de la situación propuesta. La manera de proceder de los estudiantes en las sesiones de clase y en los reportes de sus tareas de modelación demostró que la problematización se convierte en una alternativa para consolidar los diseños atendiendo a las relaciones matemáticas. En este sentido, los cuestionamientos y las argumentaciones propuestos por los estudiantes ofreció evidencia para superar lo que Rendón-Mesa y Esteban (2013) manifestaron referente a la artificialidad del uso de las matemáticas.

En las acciones y comentarios de los estudiantes se evidenció cómo a partir de la problematización de una situación reflexionaron sobre el proceder, el cual transformó sus conceptualizaciones y les permitió que los procesos cobraran sentido en términos de su campo de acción. En este sentido, los estudiantes razonaron frente a las implicaciones que tuvieron sus acciones y como en ocasiones era necesario interactuar con diversas personas (compañeros, profesores, profesionales o usuarios) para fundamentar las ideas. En el siguiente apartado se describe el resultado de tales interacciones.

### ***Aportes de la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas***

La *modelación matemática*, independiente de la manera como se lleve a cabo en el aula de clase, involucra un momento donde es necesario revisar las acciones, determinar con que acción se continúa el proceso y validar los hallazgos para lograr el desarrollo o solución de la situación que se modela. Por lo tanto, es necesario evaluar los procesos,

cuestionar las suposiciones, verificar los datos para estimar los parámetros del modelo y la medida en la cual el modelo es aplicable en otros momentos o circunstancias (Blomhøj, 2004). Estas acciones permiten una confrontación de la solución con el planteamiento inicial (Perrenet & Zwaneveld, 2012).

Como se describió en los apartados anteriores, los estudiantes de la asignatura de *Modelación Matemática*, específicamente en el proyecto de diseño, seleccionaron un contexto susceptible de ser estudiado e identificaron en él una necesidad que requería ser atendida. Para que los estudiantes identificaran la necesidad que posibilitó la idea de diseño, se valieron de preguntas problematizadoras y de determinar el qué diseñar sin saber el cómo lograrlo. La interacción con los expertos, que será descrita a lo largo de este apartado, les permitió ampliar sus consideraciones teóricas y procedimentales para proponer una solución a la problemática que identificaron, puesto que les posibilitó recrear sus soluciones, cuestionarlas a partir de la experiencia y generar mejoramientos a los productos creados.

Durante el semestre, los estudiantes realizaron un proyecto de modelación *matemática-y-diseño*, en el cual atendieron a una oportunidad de diseño que se relacionó con el *hobby* que practicaban. De manera permanente los estudiantes dieron cuenta del proceso de investigación que llevaron a cabo y expusieron paulatinamente las soluciones a las cuales llegaban a partir de sus reflexiones y aprendizajes. Tales soluciones fueron modificadas a lo largo del proceso con la ayuda de los expertos. El proceso que cada estudiante llevó a cabo fue compilado en un registro que se denominó informe del

proyecto, en el cual de manera sistemática describieron las acciones que realizaron a lo largo del semestre.

En el Anexo C. Proyectos de modelación *matemática-y-diseño* (p. 329), se describen los proyectos que realizaron los estudiantes, el hobby que atendieron, las oportunidades de diseño que identificaron, la problemática a resolver, los procesos que llevaron a cabo, la interacción con expertos, la diversidad de disciplinas y la solución que encontraron.

Al analizar dichos proyectos se evidenció que los estudiantes interactuaron con diversas personas y opiniones, que les brindaron referentes para su proyecto, y condicionaron, en algunos casos, su desempeño. Dichas personas se asumieron como expertos debido a que poseían habilidad, conocimientos, experiencia o eran especialistas en un campo específico.

En la **Tabla 12** se describe con qué tipo de personas interactuó cada estudiante, cuáles fueron las sugerencias que dio al estudiante respecto al proyecto que llevó a cabo y como a partir de tales sugerencias se dialogó con diversas disciplinas.

**Tabla 12.** Expertos con la que interactuaron y sugerencias para el proyecto

<b>Estudiante</b>	<b>Hobby</b>	<b>Experto</b>	<b>Sugerencia</b>	<b>Diálogo con disciplinas</b>
<b>Deisy</b>	Voleibol	Voleibolistas.	Partes del cuerpo que requieren protección. Tipos de protección.	Ergonomía. Antropometría.
<b>Luisa</b>	Skateboarding	Skaters.	Documentar las oportunidades de diseño.	Ergonomía.
<b>Pilar</b>	Sexo	Hombres y mujeres con sexualidad activa.	Documentar las oportunidades de diseño.	Geometrización. Ergonomía. Matemática.
		Modista.	Fabricación del diseño. Selección de materiales.	
<b>Santiago</b>	Tenis	Personas que practican tenis.	Documentar las oportunidades de diseño.	Geometrización. Ergonomía. Matemática.
<b>Ana</b>	Música	Músicos.	Documentar las oportunidades de diseño.	Matemática. Ergonomía.
		Director de la escuela de Música.	Conocimiento de condiciones físicas que afectan la interpretación musical.	
<b>Andrés</b>	Futbol	Jugadores de futbol.	Documentar las oportunidades de diseño.	Geometrización. Física.



<b>Juan</b>	Futbol	Jugadores aficionados de futbol.	Documentar las oportunidades de diseño.	Geometrización. Ergonomía.
<b>Mariana</b>	Cantar	Aficionados al canto.	Documentar las necesidades de los usuarios.	Geometrización.
<b>Mateo</b>	Ir al estadio	Personal de aseo del estadio.	Consideraciones frente al producto.	Geometrización. Matemáticas.
		Asistentes al estadio.	Documentar las oportunidades de diseño. Interacción con el usuario.	
<b>Daniela</b>	Tenis	Tenistas.	Emociones y percepciones frente al juego.	Ergonomía.
<b>Sara</b>	Porrismo	Porristas.	Documentar las oportunidades de diseño. Interacción con el usuario.	Física. Ergonomía.
<b>Valentina</b>	Caminar	Caminantes.	Acciones frente a la actividad.	Fisionomía. Ergonomía.
		Ortopedista.	Impedimentos al caminar. Sugerencias para la plantilla de acuerdo a la distribución del peso y lograr la postura correcta al caminar.	
<b>Jonathan</b>	Ir al estadio	Personas que van al estadio.	Sensibilidad frente al contexto. Documentar las oportunidades de diseño.	Ergonomía. Antropometría. Física.
		Ortopedista.	Validar la distribución de las fuerzas.	
		Profesores.	Aportes a la estética del artefacto.	
<b>Juan</b>	Ir al	Cinéfilos.	Documentar las oportunidades de diseño. Interacción con el usuario.	Ergonomía. Antropometría.



		Ayudantes del taller.	Consolidación del prototipo y definición de materiales.	
		Profesores.	Reformulación del diseño para lograr resolver la problemática identificada.	
<b>Juan Pablo</b>	Grafiti	Grafiteros.	Documentar las oportunidades de diseño. Interacción con el usuario.	Antropometría. Ingeniería/Fabricación.
<b>Juanes</b>	Baloncesto	Practicantes de baloncesto.	Describieron su experiencia y permitieron encontrar la oportunidad de diseño.	Estadística. Geometrización. Ergonomía.
		Profesores.	Influyeron en el proceso de construcción para que resolviera la oportunidad de diseño que se encontró.	
<b>Laura</b>	Jugar con	Dueño de perros.	Documentar las oportunidades de diseño.	Ergonomía.
<b>Susana</b>	Repostería	Personas que les gusta la repostería.	Descripción de problemáticas que presentan para realizar los productos.	Ergonomía. Geometrización.
		Bicicristas.	Documentar las oportunidades de diseño.	
<b>Federico</b>	Bicicrós	Padres de familia de bicicristas.	Considerar diversas condiciones que se relacionan con la seguridad del deportista.	Antropometría. Ergonomía.
		Entrenadores.	Reconocimiento de las necesidades del contexto del deporte.	

<b>Stephanía</b>	Skateboarding	Skaters.	Documentar las oportunidades de diseño.	Ergonomía. Fisionomía. Antropometría.
<b>Paula</b>	Manualidades	Propietaria del taller de manualidades.	Percepción sobre dificultades en el proceso de creación de un producto. Conocimiento de condiciones de trabajo.	Matemáticas. Física. Ergonomía.
		Personas que asisten a taller de manualidades.	Documentar las oportunidades de diseño.	
<b>Sarita</b>	Cantar	Cantantes.	Documentar las oportunidades de diseño.	Estadística. Ergonomía.

A partir de las descripciones que realizaron los estudiantes con respecto al proceso que desarrollaron para la materialización de su propuesta de diseño, se evidencia cómo los expertos aportaron al proceso de diseño. De acuerdo con lo que presentó en la **Tabla 12**, se proponen claras diferenciaciones frente a los tipos de expertos.

En primer lugar, aparecen los expertos del contexto o *usuarios*, es decir, aquellos que por su experiencia o vivencias son conocedores del fenómeno que se estudia. Este tipo de expertos revelaron a los estudiantes a partir de encuestas las necesidades que padecen y por tanto les permitieron reconocer una oportunidad de diseño.

En segundo lugar, están los *profesores* de las asignaturas *Modelación Matemática y Proyecto 1* quienes aportaron con su proceso de asesoría, rigurosidad, precisión, el diseño,

la funcionalidad, el uso de las ideas matemáticas, lo estético y la presentación formal del prototipo.

En tercer lugar, los especialistas o *profesionales* apoyaron a los estudiantes para que reconocieran las necesidades que debe satisfacer el producto que se diseña.

Los aportes de los diversos expertos llevaron a los estudiantes a considerar otras disciplinas y conocieron diversas condiciones que se deben suplir para garantizar la solución de la problemática que se identificó.

En la **Tabla 13** se presenta un resumen de la información acerca del tipo de experto que consultaron los estudiantes a lo largo del desarrollo del proyecto.

**Tabla 13.** Resumen de los expertos que consultaron los estudiantes

Usuarios	Profesores	Profesionales
Todos los estudiantes.	Jonathan. Juan José. Juanes.	Pilar. Mateo. Paula. Valentina. Jonathan.

Los diferentes expertos que se vincularon al proceso de diseño, pusieron de manifiesto la diferencia que existe entre la enseñanza, las actividades y la cultura y cómo a partir de ellas los estudiantes aprendieron con relación a la problemática de diseño que solucionaron. Tal idea guarda correspondencia con el *aprendizaje situado* puesto que permite al estudiante diferenciar entre los aprendizajes y las acciones que debe realizar cuando sea un profesional en el campo de diseño de producto.

Además, las actuaciones de los expertos dieron cuenta de diversas conductas referentes al proceder. Las conductas se evidenciaron en la forma en que los expertos del contexto o usuarios aportaron características frente a la actividad. Los profesores contribuyeron con significados diferentes a los problemas identificados y los respaldaron con definiciones formales y símbolos que constituyen el proceso de aprendizaje. Por su parte, los especialistas, permitieron a los estudiantes la apropiación de la actividad que demarca la cultura y aportaron a la solución de la situación de acuerdo a las actuaciones habituales.

En la **Tabla 14**, se comparan las diferentes acciones de los expertos del contexto o usuarios, los profesores y los especialistas o profesionales en el proceso que llevaron a cabo los estudiantes.

**Tabla 14.** Acciones de los diferentes expertos en el proceso de diseño de producto.

	<b>Experto del campo Usuarios</b>	<b>Profesores</b>	<b>Especialistas</b>
<b>Aportan al problema de diseño</b>	Descripciones.	Conceptualizaciones.	Modelos causales.
<b>Reconocen en el contexto</b>	Situaciones.	Conceptos.	Experiencias.
<b>Propuestas para atender al problema</b>	Intuición.	Fundamentación teórica o experiencial.	
<b>Aportan al estudiante</b>	Significados de la situación y conocimientos estructurados o no estructurados.		

Para los estudiantes fueron importantes los expertos del campo o usuarios, puesto que ellos, como comunidad conocedora de las circunstancias, contribuyeron a la identificación y delimitación de problemáticas a solucionar. Aunque esta relación no apoya una validación de la idea propuesta, posibilita una visión más situada de la realidad, de manera tal que cuestionaron que aquello que se intenta solucionar sea auténtico para una comunidad.

Jonathan, Juan José, Juanes y Juan Pablo hicieron explícito en su reporte que los profesores aportaron a la consolidación de sus productos, puesto que ayudaron en la definición formal, en el uso de la matemática, en la geometrización del producto, entre otros. Los demás estudiantes, aunque no lo hicieron explícito en su reporte, tuvieron la asesoría de los profesores en el desarrollo de las sesiones de clase.

De otro lado, Pilar, Mateo, Paula, Valentina y Jonathan manifestaron que los diálogos con especialistas, les permitió confrontar las ideas de diseño frente otro campo de acción y por tanto, concebir si la solución propuesta era suficiente o debían refinarla incorporando otras acciones como por ejemplo, mejorar el materia, cambiar las relaciones antropométricas, entre otras. Algunos estudiantes no reportaron en el informe, de manera explícita, la consulta de especialistas o profesionales. Sin embargo, se puede indicar que en las asesorías de las sesiones de clase ellos mostraron cómo se relacionaron con este tipo de expertos y a partir de sus sugerencias reconocieron limitaciones y potencialidades del producto que crearon.

Las relaciones de los estudiantes con los diversos expertos se dieron en el transcurso del proceso de diseño. Cada estudiante, de manera autónoma, recurrió a diferentes expertos y sus aportes generaron oportunidades de aprendizaje. Además, tales relaciones dieron pie para reconocer de qué se trataba la problemática que se estudiaba y cómo se convirtió en una oportunidad para ahondar en una práctica improvisada (Lave & Wenger, 1991). La práctica se asume improvisada ya que se despliega del currículo de aprendizaje para entrar en el campo y no requiere de instrucciones dadas por el experto para acercarse al conocimiento, en este caso, del campo de diseño de producto. El aprendizaje provino de la actividad pedagógica y de las relaciones y participaciones con otros actores y con el contexto en sí.

El vínculo de los diversos expertos evidencia que involucrar a los estudiantes en la solución de un problema situado es un sistema complejo que exige desafíos interdisciplinarios, lo que implica la construcción de modelos, la evaluación y la revisión de las condiciones (English, 2009).

En el desarrollo de sus proyectos, los estudiantes se relacionaron con elementos del diseño de producto, sistemas de funcionamiento (mecanismos, fuerzas, cargas máximas, entre otros) y normas (de la posición correcta del cuerpo, la manera de presentar la información) que usaron para describir, explicar y predecir el comportamiento del diseño del producto, es decir, hicieron uso de modelos como lo definen Doerr y English (2001).

Definir el modelo posibilitó a los estudiantes pensar su solución a partir de herramientas conceptuales de la matemática y de diseño necesarias para lograr el objetivo

propuesto. Esta acción desencadenó la creación de sistemas útiles, para lo cual recurrieron a varias disciplinas y consideraron conceptualizaciones de otros campos.

Las acciones que realizaron los estudiantes permitieron que los aprendizajes y puntos de vista transformaran la comprensión frente a las formas de proceder frente al diseño en coherencia con el *aprendizaje situado* (Lave & Wenger, 1991). El hecho de que los estudiantes se relacionaron con otras personas (futbolistas, grafiteros, bicrosistas, futbolistas, profesores, ortopedistas, cantantes, entre otras) en actividades cotidianas les proporcionó información necesaria para reflexionar acerca de problemas de diseño y considerar diversas soluciones hasta lograr aproximarse a la definitiva.

Los problemas de diseño que abordaron los estudiantes les permitieron, como futuros IDP, desarrollar una propuesta, describirla, explicarla y predecir frente a las acciones que realizaron con la ayuda de los modelos (matemáticos y no matemáticos) los cuales les permitió justificar su diseño. Las formas como actuaron los estudiantes dieron cuenta de la necesidad de atender a diversidad de aspectos de otras disciplinas. Como se presenta en la **Tabla 12** donde se presentan los diferentes expertos con los que interactuó cada estudiantes y en Anexo C. Proyectos de modelación *matemática-y-diseño*, se reconoce que aquellos estudiantes que realizaron el diseño de un producto que se ajustaba a cualquier parte del cuerpo, consideraron las relaciones antropométricas o para que no afectara la postura atendieron a las condiciones ergonómicas. En otros proyectos, los estudiantes vincularon conceptos relacionados con la física, la geometría y la estadística y lograr determinar la fuerza de estabilidad como en el proyecto de Valentina o configurar

las formar a partir de la geometrización. Atender a tal diversidad de acciones dotó a los futuros profesionales de la capacidad para ampliar, explorar o perfeccionar construcciones ya elaboradas o realizar unas nuevas que garanticen las exigencias respecto de la situación. Este tipo de experiencias, como lo indica English (2009), pone al estudiante en auténticas situaciones problemáticas donde deben ser constructores de su propio aprendizaje con relación a las matemáticas y otras disciplinas para proponer soluciones a los problemas planteados.

El vincular diversas disciplinas posibilita a los estudiantes oportunidades para explorar los contextos y generar vínculos entre los conceptos y comprender así la solución de un problema. En este caso, la formación ingenieril no se centra en el desarrollo algorítmico sino que, permite considerar las ventajas y desventajas del producto que se creó, identificar las características del diseño para lograr el desarrollo de un modelo, proponer la solución de la problemática, reconocer condiciones que satisfagan las propiedades específicas del producto y vincular diferentes expertos para considerar alternativas frente a la iniciativa de diseño. Las maneras como actuaron los estudiantes al modelar matemáticamente demuestra ciertas particularidades. Por tal razón, en el siguiente apartado se presentan a detalle.

### **Particularidades de la modelación matemática**

En este apartado se presentan los usos y alcances que los estudiantes dieron a la *modelación matemática*, con relación a las tareas propuestas. Además, se muestran los

alcances logrados por los estudiantes frente al porqué modelan, qué modelan y cómo modelan. Para dar cuenta de las particularidades de la modelación, expongo la evolución de los modelos, las reflexiones que consolidan los estudiantes al modelar una situación en el contexto de diseño y la vinculación de modelos de otros campos.

### ***Evolución de los modelos***

La evolución en ésta investigación está relacionada con el desarrollo, la transformación o el cambio de las ideas. En el transcurso del proceso investigativo los estudiantes pasaron por diversos momentos para lograr la evolución de los modelos, particularidad de la *modelación matemática* que se consolidó con base en los reportes que presentaron los estudiantes a la solución de las tareas de modelación. La evolución de los modelos que lograron los estudiantes en los diferentes procesos de modelación que se llevaron a cabo, puede indicarse que parte de un *modelo inicial* hasta pasar por tres evoluciones y llegar a un modelo más estructurado.

El *modelo inicial* se reconoció como aquel que los estudiantes realizaron después de conocer la tarea o situación a resolver. Usualmente respondió a un modelo gráfico que se apoyó de procedimientos matemáticos para responder a las condiciones particulares de la situación que se estudiaba.

Una vez que los estudiantes reconsideraron el *modelo inicial*, surgió la *primera evolución del modelo*, la cual se daba porque los estudiantes exploraban sus respuestas iniciales y notaban que el modelo no consideraba las condiciones definidas. Tal situación

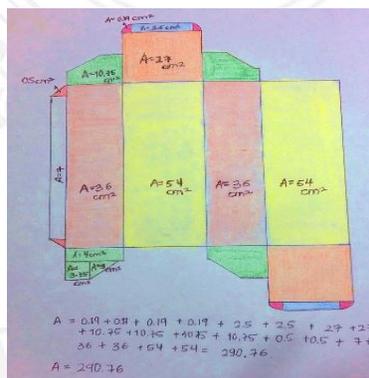
los llevaba a realizar diversos procedimientos que los acercará a una respuesta que atendiera de manera *real* a la situación. El hecho de considerar refinamientos en los procesos, conceptualizaciones, comprensiones y elaboraciones llevó a los estudiantes a plantear una *segunda evolución del modelo*. En este momento del proceso, los estudiantes usaron modelos matemáticos y no matemáticos, se apoyaron de esquemas, gráficos, tablas, dibujos, planos entre otros para ilustrar las soluciones que propusieron y justificar los procedimientos matemáticos a la luz de un esquema que posibilitara confrontaciones empíricas de la situación que se estudiaba. Por último, se percibe que algunos estudiantes propusieron una *tercera evolución de un modelo*, puesto que vincularon *software* matemático (Cabri, GeoGebra, Graficadores) o de diseño de producto (PTC Creo, PhotoShop, AutoCAD) en la solución de la situación. Con el apoyo de tales recursos tecnológicos, los estudiantes ajustaron sus propuestas, las recrearon y simularon para determinar la veracidad de las soluciones. En la *tercera evolución del modelo* se percibió que los estudiantes conjugaron los procesos, los conceptos y la tecnología con el problema del campo de acción que era motivo de estudio.

La evolución de los modelos que se reconoció en el proceso se ejemplifica con la solución que propusieron los estudiantes para la Tarea 2. Los planos y cotas de un (Anexo A. Tareas de Modelación), la cual hizo referencia a la producción de un empaque en un pliego de cartón industrial.

La Tarea 2 tuvo como objetivo que los estudiantes determinaran la cantidad de empaques que podrían construirse en un pliego. La **Figura 16** fue un ejemplo del *modelo*

*inicial* que realizaron los estudiantes. Con el modelo gráfico los estudiantes realizaron el primer acercamiento a la solución de la situación propuesta. Los estudiantes, en dicha solución, demostraron la habilidad procedimental puesto que definieron la superficie de cada parte que compone el empaque y estimaron el área. Luego de estimar la magnitud del empaque, realizaron la división entre la superficie del pliego y la del empaque. Esto indica que para los estudiantes primaron las relaciones matemáticas sobre las contextuales, es decir, asumieron que con la división  $\frac{\text{Area empaque}}{\text{Area pliego}}$  encontrarían el número de empaques, pero no comprendieron que tal división no era posible en la solución de la situación debido a que no consideraron el posicionamiento físico y posible de los empaque en el pliego de cartón.

**Figura 16.** Primer modelo de los estudiantes.



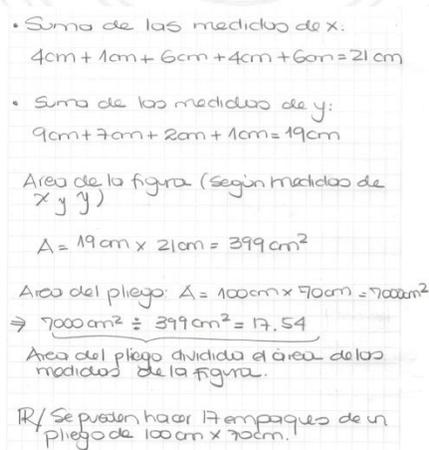
Fuente: Reporte tarea de modelación

Más allá de establecer la cantidad de empaques, era necesario considerar el pliego como una unidad, es decir, reconocer que no era posible hacer particiones. El cociente entre el área del empaque y la del pliego, no garantizaba la forma del empaque. El

procedimiento de los estudiantes los llevó a pensar en la necesidad de que los ingenieros en formación conciban la matemática como una disciplina que posibilita dar significado y sentido a los procesos.

La **Figura 17** representa el proceso que realizaron algunos estudiantes que asumieron las dimensiones vertical y horizontal del empaque para rectangularlo. Ellos dividieron la superficie del pliego en la superficie del rectángulo que generaron las dimensiones y determinaron que se podían realizar 17 pliegos por empaque. Esta forma de modelar la situación se asume como la *primera evolución de modelo*, ya que consideraron el empaque como una unidad. Sin embargo, la división nuevamente fue incorrecta ya que una vez más debieron descomponer la superficie en partes para distribuirla en el pliego.

**Figura 17.** Primera evolución del modelo



• Suma de las medidas de x:  
 $4\text{cm} + 1\text{cm} + 6\text{cm} + 4\text{cm} + 6\text{cm} = 21\text{cm}$

• Suma de las medidas de y:  
 $9\text{cm} + 7\text{cm} + 2\text{cm} + 1\text{cm} = 19\text{cm}$

Área de la figura (según medidas de x y y)  
 $A = 19\text{cm} \times 21\text{cm} = 399\text{cm}^2$

Área del pliego:  $A = 100\text{cm} \times 70\text{cm} = 7000\text{cm}^2$   
 $\Rightarrow 7000\text{cm}^2 \div 399\text{cm}^2 = 17,54$

Área del pliego dividida el área de las medidas de la figura.

PR/ Se pueden hacer 17 empaques de un pliego de  $100\text{cm} \times 70\text{cm}$ .

Fuente: Reporte tarea de modelación

Esta forma de modelar la situación dio cuenta de cómo los estudiantes fueron conscientes de la situación en relación al campo de diseño y en cuanto al reconocimiento de las cotas (medidas del plano). Sin embargo, los estudiantes no consideraron la ubicación

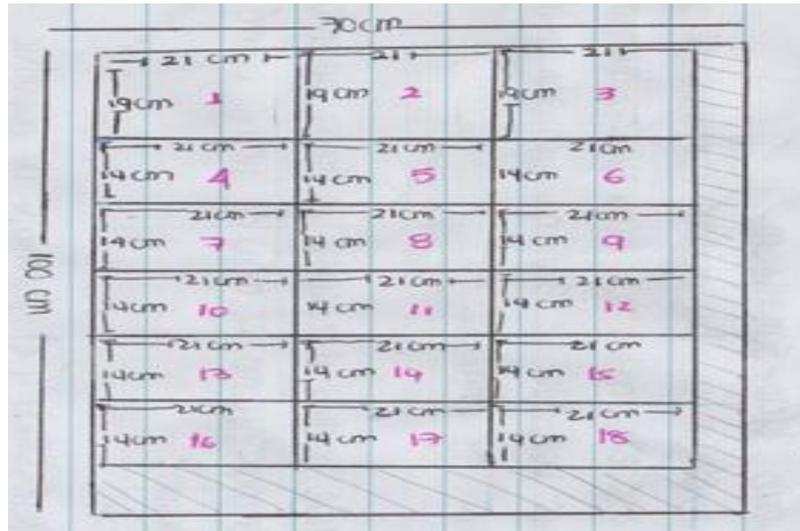
del empaque en el pliego, que es un elemento fundamental para definir la cantidad de empaques posibles.

A partir de los procesos y de las ideas que concibieron los estudiantes, se discutió en la sesión de clase qué es lo que se modela y qué condiciones se debían considerar para optimizar el pliego de cartón. En ese momento Susana expresó:

*El área que me da la calculadora, no necesariamente por ser el área, es la del empaque. Lo que yo entiendo es que uno hace el cálculo [del área del empaque] y puede que le dé, pero vaya acomódelo [en el pliego] a ver si esa área le da. Es muy diferente la respuesta que debemos de hallar (Video grabación de clase, 2015).*

La expresión de Susana evidencia la necesidad de pensar la ubicación superficial del empaque. Por lo tanto, los estudiantes produjeron una *segunda evolución del modelo*, como se presenta la **Figura 18**. En este proceso, atendieron a la forma de rectangular el empaque y consideraron que podría encajarse, razones por las cuales alcanzaron el siguiente resultado.

Figura 18. Segunda evolución del modelo



Fuente: Reporte tarea de modelación

Manuela entregó en su reporte el siguiente argumento del porqué distribuyó de una forma específica los empaques y afirmó lo siguiente:

De un pliego de cartón industrial de 100 cm x 70 cm salen 18 empaques. ya que:

- Sumamos los valores del eje x:  $1\text{cm} + 4\text{cm} + 16\text{cm} + 9\text{cm} + 6\text{cm} = 21\text{cm}$
- Sumamos los valores del eje y:  $5\text{cm} + 9\text{cm} + 5\text{cm} = 19\text{cm}$

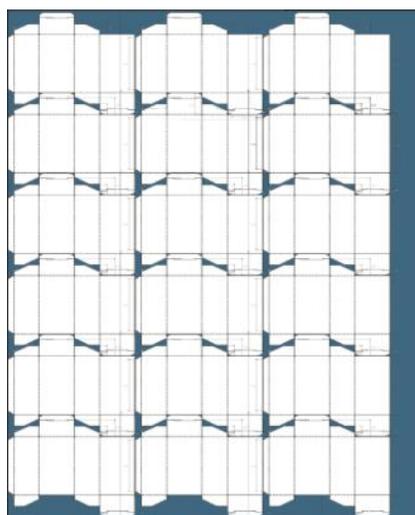
Y nos dimos cuenta que las figuras del eje x encajan en otro empaque perfectamente logrando así que se reduzca el valor del eje y a 14 cm. los 3 primeros empaques tienen el tamaño normal de un cuadrado de 21 cm x 19 cm de largo pero los cuadrados del 4 al 18 se redujeron a 21 cm x 14 cm de largo logrando así optimizar el espacio y obtener 18 empaques

Fuente: Reporte tarea de modelación de Manuela

La estudiante reconoció que para conocer la cantidad de empaques fue necesario establecer la relación entre la longitud horizontal y la longitud vertical, es decir, entre el ancho y el largo del empaque. De esta manera, la estudiante se dio cuenta de que los empaques encajaron uno en otro, y generó una reducción de 14 cm en el largo de los empaques. Tal reducción generó un aprovechamiento de la superficie en la disposición de los empaques. El procedimiento de Manuela y de otros estudiantes demostró el empleo de modelos matemáticos, planos y cotas como herramientas para responder al problema. Manuela comprendió que los primeros empaques ocuparían en la superficie el área correspondiente a sus dimensiones, es decir, ocuparían una superficie igual a la del rectángulo con dimensiones 21 cm x 19 cm, pero los demás empaques serían de 21cm X 14 cm debido al material que fue posible ahorrarse por el encaje. Tal proceso permitió a los estudiantes comprender que se utilizaron diferentes tamaños y, por lo tanto, aumentó la cantidad de empaques a fabricar con el pliego de cartón.

Luego de comprender la situación, no solo en términos matemáticos sino de reconocer particularidades del campo (uso de planos y cotas), Esteban se apoyó en programas de diseño (PhotoShop) para recrear la situación, como lo ilustra la **Figura 19** y reconocer la *tercera evolución del modelo*. Esta evolución permitió a los estudiantes comprender la optimización del espacio y conocer con mayor detalle la cantidad de material que se desperdiciaba.

**Figura 19.** Tercera evolución del modelo. Recreación en PhotoShop del estudiante



Fuente: Reporte tarea de modelación

El análisis de los registros expuestos dio cuenta de cómo los estudiantes tienen una visión que trasciende el utilitarismo del contexto. Es decir, se asumen en la situación como actores, con el fin de obtener una respuesta que tuviese sentido en el campo del IDP. En sus actuaciones existe un vínculo entre la matemática y el contexto, lo que confirma los planteamientos de Villa-Ochoa & Berrio (2015) cuando mencionan que la modelación posibilita una conexión entre la matemática y las experiencias culturales, las cuales, en esta investigación se relacionan con la cultura del diseño de producto.

La evolución de los modelos se consolidó a partir de sistemas de explicación propios de la cultura del diseño de producto, que considera las dimensiones de un empaque, posicionamiento espacial, desperdicio y otros conceptos implícitos en situaciones que se relacionan con dicho campo.

Además, la evolución de modelos permitió a los estudiantes ampliar las ideas sobre el fenómeno de estudio y reorientar sus procesos con el ánimo de reconocer los significados que se asociaron con la situación contextual propuesta, y por tanto reformularla.

La evolución de los modelos que propusieron los estudiantes son coherentes con los planteamientos de Lesh y English (2005) quienes establecen que en la *modelación matemática*, los modelos dan cuenta de las aprendizajes matemáticos de los estudiantes, lo que demuestra que hacen uso de modelos más sofisticados que aquellos que se les enseñan. Dicho planteamiento se sustenta, por ejemplo, con la tercera evolución del modelo que realizaron los estudiantes, puesto que aunque en clase se discutieron conceptos y procesos, fueron ellos de manera autónoma quienes usaron *software* y propusieron soluciones que dinamizaron los aprendizajes y los extendieron a su futuro campo de acción.

En otras palabras, la evolución de los modelos demostró que los estudiantes alcanzaron desarrollos conceptuales que les permitió expresar, probar y revisar sus propias maneras de pensar. Esta forma de actuar sobrepasa el hecho de que sean guiados a lo largo de una trayectoria conceptual, puesto que les permite asumirse como partícipes del proceso formativo. En este sentido, la modelación pasa de ser un asunto estático a una construcción dinámica que contribuye con la solución de una situación (Gainsburg, 2013).

Las ideas matemáticas de los estudiantes no permanecieron neutrales al realizar las tareas de modelación, al contrario, se transformaron pero con relación a determinados aspectos culturales, propios del diseño de un empaque. El contexto se convirtió en un

“elemento constitutivo del conocimiento que proporciona un sistema cultural de referencia para la actividad matemática” (Villa-Ochoa & Berrio, 2015, p. 247).

Los estudiantes pusieron en juego las relaciones entre los modelos y el contexto, como se evidenció en las acciones que realizaron los estudiantes para determinar la cantidad de empaques más óptima para un pliego de cartón. Los estudiantes participaron de la práctica cultural del diseño de producto cuando crearon los planos del producto, estimaron cálculos para conocer las magnitudes, crearon los bocetos para comprobar los resultados, acciones propias del futuro campo de acción que les ayudó a aprender acerca de los empaques, los envases, las regularidades, entre otros.

En el aula de clase se propusieron situaciones que permitieron al contexto dejar de ser un instrumento, y convertirse en un referente cultural para el diseño de producto, es decir, se involucraron conceptos, acciones, procesos, recursos que ayudan a distinguir y caracterizar como debe proceder un profesional de este campo. Generar dicho referente cultural ayudó a los estudiantes a aprender de dos disciplinas en simultáneo, en este caso de la matemática y del diseño de producto.

De acuerdo con la experiencia que vivieron los estudiantes, los modelos involucraron al sujeto y a los objetos (el que modela y el que se modela) y se generó entre ellos una relación de representación que aportó a la significación. Es decir, a partir de las situaciones los estudiantes crearon modelos que ayudó a significar la situación, es decir, expresar y representar los conceptos que se asociaban con ella. El hecho de que los estudiantes en Tarea 2. Los planos y cotas de un producto, debieran de generar modelos

para estimar la cantidad posible de empaque para un pliego de cartón o en la Tarea 6. Las formas y los volúmenes en los productos, definieran un prototipo de un envase y a partir de las operaciones booleana lograran determinar los cuerpos que lo constitúan para estimar el volumen, da cuenta de la relación entre usuario-fenómeno-modelo. Dicha relación dio evidencia de que la articulación entre los conocimientos matemáticos y específicos de la IDP no es automática, ni se deriva de manera directa del estudio de fenómenos elegidos por los estudiantes. Al implementarse la *modelación matemática* se propicia un ambiente en el que se concibe la reflexión y se problematiza acerca de la utilidad de las formas y los objetos matemáticos frente a una oportunidad de diseño.

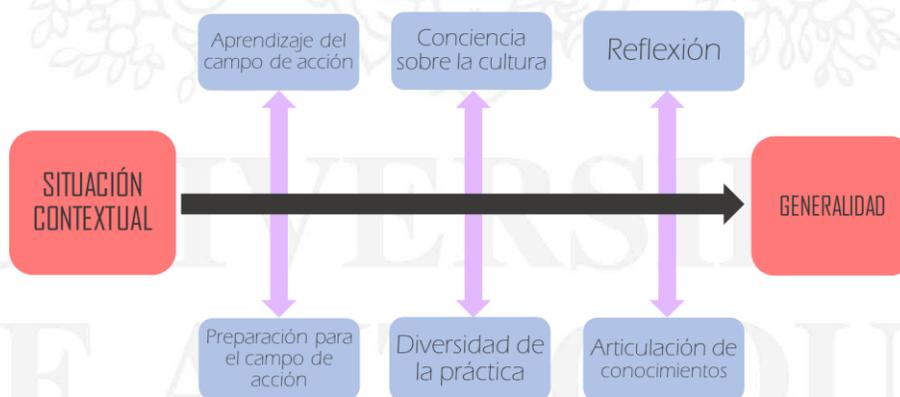
En general, cuando el conocimiento se desarrolla a través de procesos de modelación, el conocimiento y las herramientas conceptuales que se desarrollan son instancias del *aprendizaje situado*. Los modelos están configurados por las situaciones en que son creados o modificados y, los entendimientos que evolucionan se organizan alrededor de la experiencia y de las abstracciones. Sin embargo, los modelos y sistemas conceptuales subyacentes que evolucionan a menudo representan formas generalizables de pensar. Es decir, no son simplemente situación de conocimiento específico que no se transforma.

Las actividades, las herramientas y la cultura, en este caso del diseño, con las que se vincularon los estudiantes, permitieron la evolución de los modelos, que conllevó a desarrollar de manera más detallada la situación y proponer una solución legítima, lo que

demuestra como los estudiantes relacionaron el saber y el hacer, como se evidencia en relación al cálculo de las superficies y el realizar el plano a escala del empaque.

Las tareas de modelación que se llevaron a cabo condujeron a los estudiantes a comprender la situación que se estudiaba, establecer variables en juego, esquematizar de manera gráfica o tabular la situación, diseñar estrategias, realizar cálculos matemáticos, emplear procedimientos, comprobar las soluciones, replantear las acciones y por tanto buscar la generalidad de la situación con relación a la cultura del diseño. Los estudiantes avanzaron a partir de un *modelo inicial*, utilizaron procedimientos sistemáticos y descubrieron más de un modo de resolver un problema en el marco de una cultura para el diseño de producto. En la **Figura 20** se representa la evolución de los estudiantes en la forma de plantear los modelos y avanzan hacia la generalidad frente a una situación particular del campo de acción.

**Figura 20.** Progreso de los alumnos en la evolución de modelos



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

### ***Vinculación de modelos de otras disciplinas***

La exploración de situaciones del IDP (Tarea 5. Situaciones del IDP, Anexo A. Tareas de Modelación Matemática, p. 315) fue una tarea de modelación que se propuso a los estudiantes. Ellos debieron revisar sus experiencias a lo largo del semestre y determinar una situación para explorarla con la ayuda de diversas disciplinas. La comparación de diversos reportes frente a esta tarea de modelación permitió identificar otra característica de la Modelación matemática relacionada con la vinculación de modelos de otras disciplinas. En algunos casos tales modelos sirvieron de soporte para estudiar, en términos matemáticos, la situación y en otros casos para describir la situación que ocurrió.

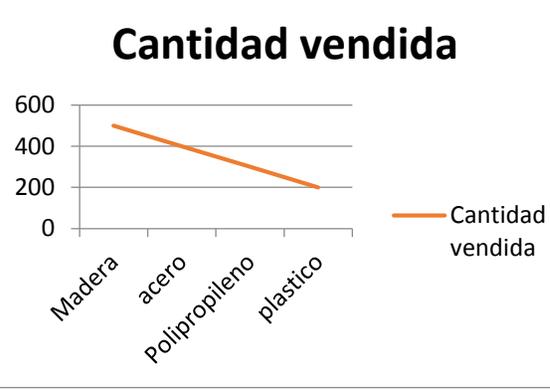
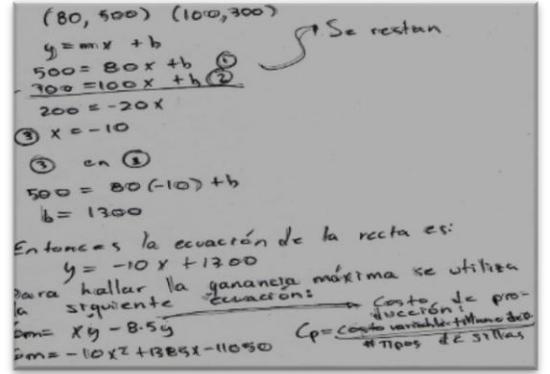
En la **Tabla 15** se presentan las situaciones de modelación que algunos estudiantes crearon, exploraron y consultaron para modelar, los procedimientos propuestos para encontrar una solución a la situación y la relación con otras disciplinas.

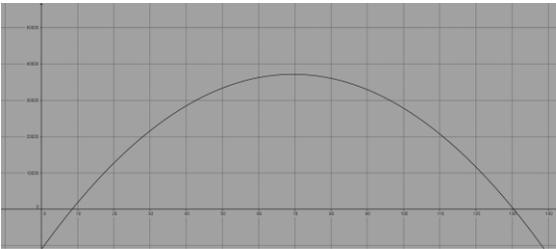
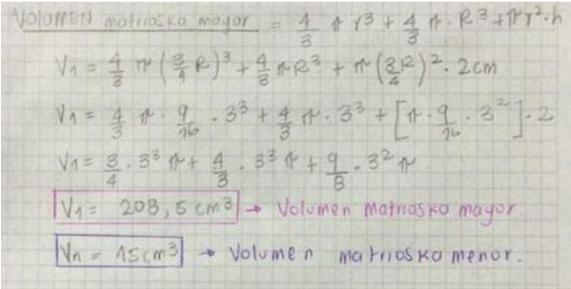
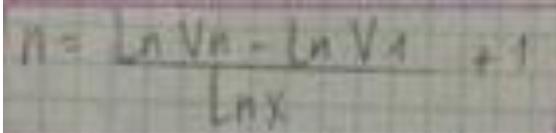
Tabla 15. Situaciones que modelaron los estudiantes

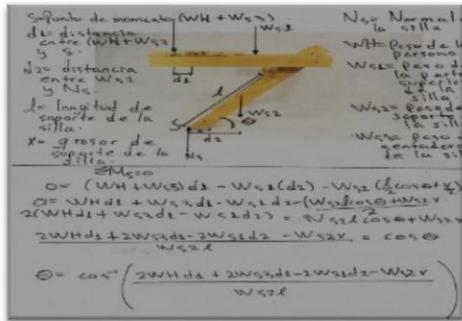
Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas
Juan Pablo	Encontrar la menor cantidad de material con la que se puede hacer una botella PET.	<p>Tablas con propiedades de las clases de polietilenos que constituyen las botellas.</p> $d = \frac{m}{v}$  <p>PEIOS (botellas 600 mL.) APEOX</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ botella OASIS (PET) 600 mL → 25 gr Poli-tereftalato de etileno</li> <li>→ botella DEONATIC (PET) 510 mL → 46.2 gr (TAREA gireta)</li> <li>→ botella INSOWAL (PEAD) 510 mL → 32.5 gr POLI-ETILENO de ALTA densidad</li> <li>→ Botella PLUMA (PEBD) 100 mL → 47.5 gr POLI-ETILENO de BAJA densidad</li> <li>→ Botella PLUMA (PVC) 100 mL → 63.3 gr POLI-CLORURO de VINILO POLI-VINIL-CLORURO</li> <li>→ botella GLOBE (TET) 500 mL → 32.7 gr POLI-TERFTALATO de etileno</li> </ul>	<p>Halla una relación entre la masa, el volumen de la botella y la densidad del material.</p> <p>Define los pesos de los diferentes plásticos con los que se elabora una botella.</p>	<p>Química. Diseño. Matemáticas.</p>
		$f(x) = \frac{x}{600}$	<p>Define una función respecto a la masa para una botella normal que no tiene variación en cuanto a la cantidad de material con que se debe hacer la botella.</p>	

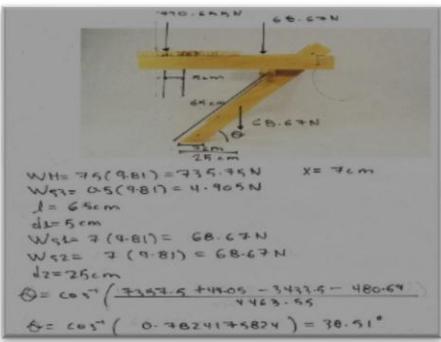


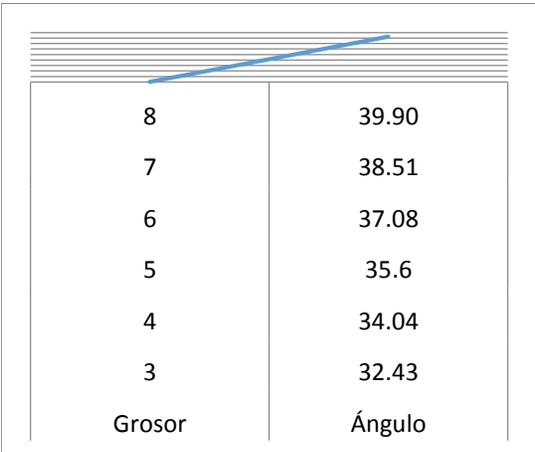
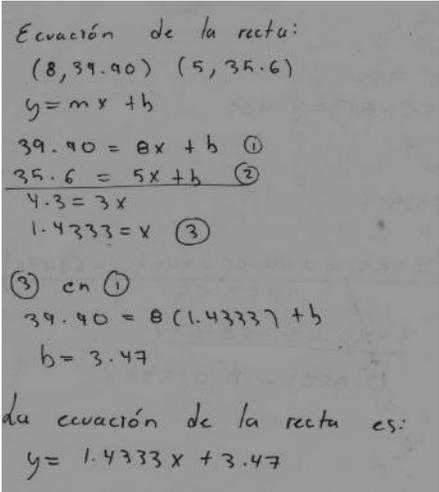
Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas															
		$g(x) = 0.78 * \frac{x}{600}$	<p>Define otra función donde considera el 22 % menos de material que existe en una PET respecto a una botella normal.</p>																
			<p>La grafica nos muestra la amplia diferencia que hay entre una botella PET y una PEAD.</p>																
Mateo	Un grupo de ingenieros de diseño de producto quiere saber cuál silla fabricada en los	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Material</th> <th>Precio</th> <th>Cantidad</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Madera</td> <td>80</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>Acero</td> <td>90</td> <td>400</td> </tr> <tr> <td>Polipropileno</td> <td>100</td> <td>300</td> </tr> <tr> <td>Plástico</td> <td>110</td> <td>200</td> </tr> </tbody> </table>	Material	Precio	Cantidad	Madera	80	500	Acero	90	400	Polipropileno	100	300	Plástico	110	200	<p>Tabla de materiales con el precio y la cantidad de venta.</p>	<p>Finanzas. Matemáticas.</p>
Material	Precio	Cantidad																	
Madera	80	500																	
Acero	90	400																	
Polipropileno	100	300																	
Plástico	110	200																	

Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas
	<p>siguientes materiales: Madera, acero, polipropileno y plástico, genera más ganancia. No se consideran costos adicionales, solo de materiales.</p>	 <p><b>Cantidad vendida</b></p> <p>600 400 200 0</p> <p>Madera    acero    Polipropileno    plástico</p> <p>— Cantidad vendida</p>	<p>Representación gráfica de la cantidad de venta por material de acuerdo a la tabla.</p>	
		 <p><math>(80, 500)</math> <math>(100, 300)</math></p> <p><math>y = mx + b</math></p> <p><math>500 = 80x + b</math> ①</p> <p><math>300 = 100x + b</math> ②</p> <p><math>200 = -20x</math></p> <p>③ <math>x = -10</math></p> <p>④ en ①</p> <p><math>500 = 80(-10) + b</math></p> <p><math>b = 1300</math></p> <p>Entonces la ecuación de la recta es:</p> <p><math>y = -10x + 1300</math></p> <p>para hallar la ganancia máxima se utiliza la siguiente ecuación: Costo de producción</p> <p><math>pm = x^2 - 8.5x</math> <math>Cp = \text{costo variable} + \text{fijos}</math></p> <p><math>pm = -10x^2 + 1385x - 11050</math> # tipos de sillas</p>	<p>Define la ecuación ganancia.</p>	

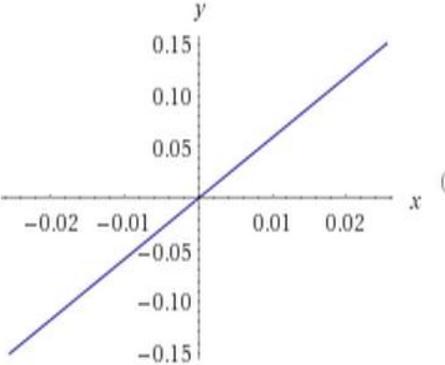
Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas												
			<p>Define la ecuación de ganancia que genera una parábola a partir de la cual es posible determinar el mayor precio.</p>													
	<p>Se desea fabricar un conjunto de Matrioskas con las siguientes características: Matrioskas mayor, V1 R=3 r= 3/4 R h= 2 cm, Matrioskas menor tienen un volumen no inferior a 15cm<sup>3</sup>. ¿Cuál debe ser la relación de volumen entre cada Matrioskas para obtener la mayor cantidad de Matrioskas dentro de la más grande?</p>		<p>Define el volumen de las Matrioskas.</p>													
Camila			<p>Encuentra un modelo matemático del volumen de cada Matrioskas con relación a su anterior.</p>	<p>Matemáticas. Diseño.</p>												
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>ERROR</td> </tr> <tr> <td>1/10</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>1/5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2/7</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2/5</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	x	n	0	ERROR	1/10	2	1/5	3	2/7	3	2/5	4	<p>Establece una tabla para determinar la cantidad de Matrioskas en relación a la razón de volúmenes.</p>	
x	n															
0	ERROR															
1/10	2															
1/5	3															
2/7	3															
2/5	4															

Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas												
		<table border="1"> <tr><td>1/2</td><td>5</td></tr> <tr><td>3/5</td><td>6</td></tr> <tr><td>2/3</td><td>8</td></tr> <tr><td>4/5</td><td>13</td></tr> <tr><td>8/9</td><td>26</td></tr> <tr><td>1</td><td>ERROR</td></tr> </table>	1/2	5	3/5	6	2/3	8	4/5	13	8/9	26	1	ERROR		
1/2	5															
3/5	6															
2/3	8															
4/5	13															
8/9	26															
1	ERROR															
			<p>La gráfica muestra que la razón entre los volúmenes de las Matrioskas maximiza la cantidad de las mismas.</p>													
Federico	<p>Cinco graduados de Diseño de producto quieren empezar una empresa de sillas innovadoras de dos patas. Sin embargo, los diseñadores deben hallar primero el ángulo en el que no se</p>		<p>Realizan el diagrama de fuerzas y definen el ángulo para establecer que el momento sea cero, es decir que se encuentre en equilibrio.</p>	<p>Trigonometría. Física. Matemáticas.</p>												

Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas
	<p>generará volcadura hacia adelante y por tanto la silla quedará en equilibrio.</p>	 <p> <math>W_H = 75(9.81) = 735.75 \text{ N}</math>  <math>W_{q1} = 0.5(9.81) = 4.905 \text{ N}</math>  <math>l = 64 \text{ cm}</math>  <math>d_1 = 5 \text{ cm}</math>  <math>W_{q2} = 7(9.81) = 68.67 \text{ N}</math>  <math>d_2 = 25 \text{ cm}</math>  <math>\theta = \cos^{-1} \left( \frac{735.75 + 4.905 - 3433.5 - 480.67}{4463.55} \right)</math>  <math>\theta = \cos^{-1} (0.7024174824) = 30.91^\circ</math> </p>	<p>Se establecen los valores reales y se define el ángulo.</p>	
		<p> <math>W_H = 735.75 \text{ N}</math>  <math>l = 65 \text{ cm}</math>  <math>W_{q1} = 68.67</math>  <math>W_{q2} = 0.5(9.81) = 4.905 \text{ N}</math>  <math>d_1 = 5 \text{ cm}</math>  <math>\theta = \cos^{-1} \left( \frac{735.75 + 4.905 - 3433.5 - 68.67x}{4463.55} \right)</math>  <math>\theta = \cos^{-1} (0.8901 - 0.01538x)</math> </p>	<p>Definen una ecuación que ayudó a determinar el dominio de valores posibles del grosor del soporte de la silla que generan un ángulo de equilibrio.</p>	

Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas														
		 <table border="1"> <tbody> <tr><td>8</td><td>39.90</td></tr> <tr><td>7</td><td>38.51</td></tr> <tr><td>6</td><td>37.08</td></tr> <tr><td>5</td><td>35.6</td></tr> <tr><td>4</td><td>34.04</td></tr> <tr><td>3</td><td>32.43</td></tr> <tr><td>Grosor</td><td>Ángulo</td></tr> </tbody> </table>	8	39.90	7	38.51	6	37.08	5	35.6	4	34.04	3	32.43	Grosor	Ángulo	<p>Experimentó con diferentes grosores del soporte de la silla (Ws2) para hallar diferentes ángulos de equilibrio.</p>	
8	39.90																	
7	38.51																	
6	37.08																	
5	35.6																	
4	34.04																	
3	32.43																	
Grosor	Ángulo																	
		 <p>Ecuación de la recta:  <math>(8, 39.90)</math> <math>(5, 35.6)</math>  <math>y = mx + b</math>  <math>39.90 = 8x + b</math> ①  <math>35.6 = 5x + b</math> ②  <math>4.3 = 3x</math>  <math>1.4333 = x</math> ③          ③ en ①  <math>39.90 = 8(1.4333) + b</math>  <math>b = 3.47</math>          la ecuación de la recta es:  <math>y = 1.4333x + 3.47</math></p>	<p>Desarrolla una ecuación de la recta que describe la relación entre el ángulo y el grosor del soporte de la silla (Ws2).</p>															

Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas
Santiago	Un ingeniero de diseño está pensando en diseñar un calzado para tenis de campo. Él sabe que la forma del grabado de las suelas es lo más importante, por lo tanto tiene que hacerla de forma especial según el deporte. El material que va a usar para las suelas es el "EVA" (etileno vinilo acetato) que tiene un coeficiente de fricción de 0,5 y que al aplicarle una fuerza, éste se desplaza a una aceleración de 1m/s <sup>2</sup> . Adicionalmente, el diseñador sabe que el grabado puede alterar esta fuerza de fricción cuando se fluye de forma contraria al	$Ff = Coef * N$ $Fx = m * a = F - Ff$ $Fy = N - mg = 0$	Define los modelos físicos que soportan la situación.	Diseño. Física.
		$Fy = N - mg = 0$ $Fy = N = mg$ $Fy = N = 50kg * \frac{9,8m}{s}$ $Fy = N = 490N$ $Ff = Coef * N$ $Ff = 0,5 * 490N$ $Ff = 245N$ $Fx = F - Ff = ma$ $Fx = F - 245N = 50Kg * 1m/s^2$ $F = 50N + 245N$ $F = 295N$ $Fx = F + \left[\left(\frac{f}{50}\right) * n\right] - Coef * N = 50N$ $Fx = 295N + \left[\left(\frac{295}{50}\right) * n\right] - Coef * 245N = 50N$		

Estudiante	Situación a modelar	Modelos	Acciones	Disciplinas
	<p>movimiento, la fuerza necesaria para mover el tenis en <math>1\text{m/s}^2</math> se tiene que ejercer <math>1/50</math> adicional a la fuerza ejercida anteriormente por cada línea hecha. Encontrar la función con la que se pueda conocer el coeficiente de fricción con respecto al grabado del tenis.</p>	$Fx = 295N + [5,9 * n] - Coef * 245N$ $= 50N$ $Coef * 245N = 295N + [5,9 * n] - 50N$ $Coef = \frac{245N + [5,9 * n]}{245N}$ $Coef = [5,9 * n]$	<p>Define la función.</p>	
		$F(x) = [5,9 * x]$		
			<p>Grafica la función.</p>	

En la **Tabla 15** se presenta las situaciones que los estudiantes exploraron y de ella se reconocieron las condiciones que tuvieron presentes los estudiantes para al vincular modelos de otras disciplinas en la solución de la situación que se estudió.

La primera condición fue que los estudiantes exploraron asuntos con relación al diseño de producto, lo que dio cuenta de la importancia que tiene para ellos relacionar las matemáticas con el futuro campo de acción. De manera particular Juan Pablo exploró una situación que se relacionó con la cantidad de material con el que se debe fabricar una botella PET. Como Juan Pablo reportó en su reporte su preocupación era como favorecer al medio ambiente con el diseño de un envase. Mateo, por su parte, exploró una situación relacionada con la resistencia de materiales. Para Camila fue relevante la relación entre los productos que pueden ensamblarse como es el caso de las Matrioskas. Federico se inclinó por la exploración física de una silla y estudiar acerca del sistema de equilibrio que dicho prototipo debe garantizar. En la situación de Santiago se percibió su búsqueda por mejorar un prototipo de calzado y como el coeficiente de fricción afecta el agarre.

Los propósitos de estudio de cada situación permitieron reconocer como la exploración de una situación común en el diseño los llevo a reconocer condiciones que podrían matematizarse y vincularse de manera muy cercana con su futuro campo de acción.

La segunda condición hizo referencia a la conexión con otras disciplinas. Que el estudiante modelara situaciones referidas a su futuro campo de acción, posibilitó la

exploración de posibilidades en un diseño, la búsqueda de datos, la relación entre conceptos, favoreció una comprensión de los conceptos matemáticos y de otros campos.

Como se presentó en la **Tabla 15**. Situaciones que modelaron los estudiantes Juan Pablo para reconocer la cantidad de material PET debió explorar condiciones químicas relacionadas con la densidad de los materiales, al mismo tiempo considerar condiciones del embotellamiento que se relacionan con el diseño para aproximarse a partir de la matemática a un modelo que estableciera una relación entre la masa que constituye el envase y la cantidad de material que se requiere para su fabricación. De la misma manera que Juan Pablo, los demás estudiantes establecieron conexiones con otras disciplinas y lograron así vincular diversidad de modelos.

En la situación de estudio de Federico, quien analizó el diseño de una silla con dos puntos de apoyo, el estudiante realizó un prototipo para analizar las fuerzas y se apoyó en la profesora de Física para verificar si sus ideas, procedimientos y modelos eran correctos. En este sentido la voz de los expertos (usuarios, profesores o especialistas) retoma relevancia y debe aportar oportunidades para establecer relaciones entre lo aprendido en el aula de clase y lo vivido fuera de ella.

Como se evidencian en las situaciones exploradas por los estudiantes, la conexión con otras disciplinas conllevó a los estudiantes a realizar pruebas empíricas o consultar expertos para afianzar sus modelos y lograr entonces que la *modelación matemática* asumiera condiciones particulares al vincular diversos registros cuando se estudia una situación.

La tercera condición tuvo que ver con el entendimiento de la situación que se estudia, es decir, como *la contextualización* aportó para relacionar diversos modelos en la situación que exploraron. Los estudiantes estudiaron la situación a profundidad y presentaron, más que una solución, diversas representaciones que ampliaron la comprensión y facilitaron el análisis de las condiciones. Esto lo demostraron a través del uso de modelos tabulares, gráficos y algebraicos. Por ejemplo en la situación que estudió Juan Pablo los modelos algebraicos le posibilitaron explorar los pesos y las densidades de los diferentes materiales con los que se construye una botella y establecer un modelo algebraico para relacionar la masa de una botella con la cantidad de material. También un modelo gráfico le aporta para establecer diferencias entre botellas de dos tipos de plástico.

Para Mateo el modelo gráfico posibilitó la lectura de condiciones a partir de las cuales logra definir un modelo algebraico para la ganancia y nuevamente a partir de un modelo gráfico logra identificar el mayor precio, es decir cuando se genera la mayor ganancia.

Camila, quien explora las relaciones entre un producto de ensamble como es la Matrioska, inicia por realizar procedimientos aritméticos y algebraicos para definir un modelo algebraico que definiera el volumen de cualquier Matrioska. Sin embargo, a partir de las regularidades que identifica entre los objetos, determina un modelo para definir el volumen con relación al anterior. Con el apoyo de Excel genera un modelo tabular para determinar la cantidad de Matrioskas con relación al volumen y por último estableció el

modelo gráfico donde explora la razón entre el volumen de cada pieza Vs. La cantidad de Matrioskas que pueden ensamblarse.

Federico para explorar el sistema de equilibrio de un prototipo, realizó el análisis de fuerzas de un diagrama de cuerpo libre y determinó el ángulo con el cual el sistema conserva su momento. Además, exploró a partir de un modelo algebraico cual es el dominio de posibles valores para el grosor de la silla, puesto que es un factor importante en el sistema. Realizó con la ayuda de Excel un modelo tabular para experimentar la variación de grosores en el soporte de la silla y hallar diferentes ángulos de equilibrio y por último genera un modelo algebraico para relacionar el ángulo de equilibrio con el grosor de la silla.

Santiago, al explorar un prototipo de calzado y como el coeficiente de fricción puede mejorar el agarre, vinculó en el estudio modelos físicos para hallar el coeficiente de fricción y a partir de tal magnitud, estableció un modelo funcional con el cual considera la relación entre el grabado de la suela del calzado y el coeficiente de fricción. A partir del modelo gráfico realizó diferentes inferencias respecto a la situación.

Las tres condiciones de las cuales se valieron los estudiantes para vincular los modelos de otras disciplinas propiciaron la construcción de conocimiento no solo matemático, puesto que estudiaron situaciones del campo del diseño de producto pero vincularon diversos modelos para ampliar sus conceptualizaciones y acercarse a una respuesta. Más aun, vincularon simulaciones, prueba empíricas y diálogo con expertos, lo que da cuenta de las particularidades que asumió la *modelación matemática*.

De manera general, las particularidades de la Modelación matemática vistas en la evolución de modelos y en la vinculación de modelos de otras disciplinas, las cuales se discutieron en este apartado y los alcances de los componentes indicaron que el ambiente de *modelación matemática* se dinamizó a partir de diversas maneras de trabajo y con ellas se distinguieron como actuaron los estudiantes, los profesores y expertos, las cuales se describen en el siguiente apartado.

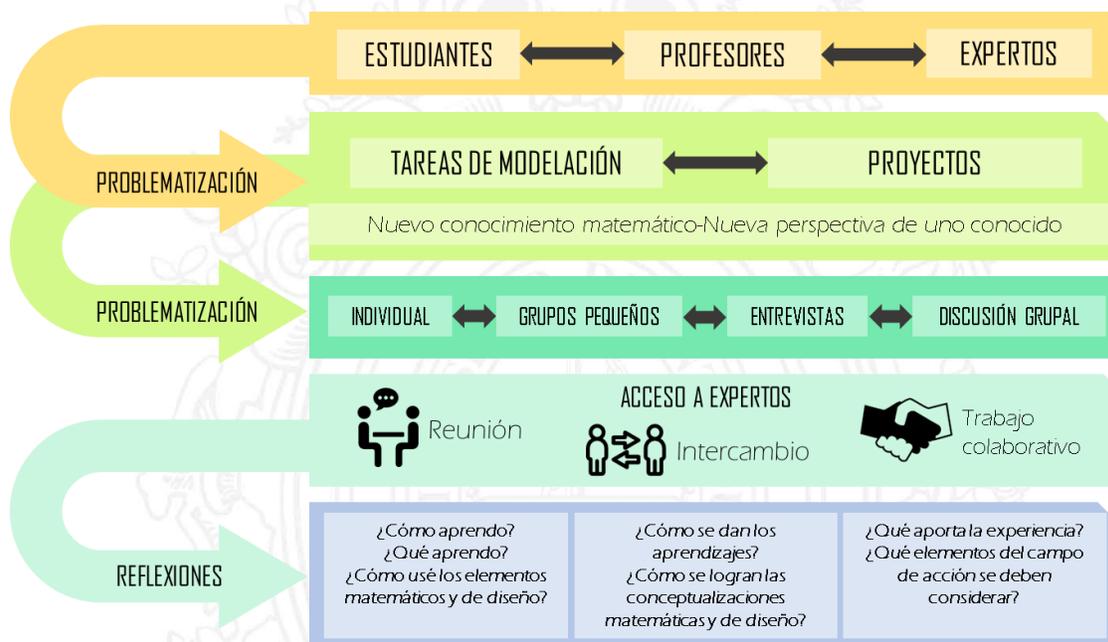
### **Confrontación entre el saber, el actuar y el pertenecer como la dinámica del ambiente de modelación**

En este apartado se describen como en las maneras de trabajo de los diferentes ambientes de modelación, que se presentaron en los apartados anteriores, los estudiantes, los profesores y los expertos conjugaron *el saber, el actuar y el pertenecer*. Es decir, como en las diferentes dinámicas que materializaron los ambientes de modelación se conjugaron los conocimientos y las acciones en relación al campo del diseño de producto.

En este sentido, se hace referencia a las maneras en qué se desarrollaron los estudiantes, los profesores y los expertos en el desarrollo de las tareas de modelación y proyecto de modelación *matemática-y-diseño* para consolidar soluciones a las problemáticas que se propusieron como se ilustra en la **Figura 21**.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

**Figura 21.** Dinámica del ambiente de modelación



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

La **Figura 21** representa el hecho de que los estudiantes, los profesores y los expertos participaron en los diferentes ambientes de modelación y en los cuales alcanzaron nuevos aprendizajes y perspectivas frente a los ya asumidos.

Como se describió en apartados anteriores, en los diferentes ambientes existieron situaciones a las cuales debía encontrarse una respuesta. Frente a dicho propósito los estudiantes llevaron a cabo el trabajo de diversas maneras: individual, en grupos pequeños, realizaron entrevistas con expertos (usuarios, profesores o especialistas) y se desarrollaron sesiones de discusión grupal. En el trabajo individual se percibió la forma como cada estudiante asumió su proceso formativo, plasmó sus ideas en los registros, las presentó y discutió en los diferentes

ambientes. Del mismo modo, en el trabajo en grupo, se prestó atención a la manera como los integrantes generaron consensos y obtuvieron los resultados y al mismo tiempo como cada producto que alcanzaron los estudiantes se discutió grupalmente en las sesiones de clase. En apartados anteriores se presentaron fragmentos de algunas de las discusiones grupales (**Tabla 9**. Alcances de la contextualización referente a las diferenciaciones conceptuales, p. 156) y en ellas se percibió como se posibilitaron los cuestionamientos y reflexiones por parte de los estudiantes frente una temática particular. En cuanto a las entrevistas o asesorías, se evidenció que los estudiantes rescataron la forma como se transformaron sus percepciones a la luz de los comentarios de los compañeros, los profesores y los expertos.

Las maneras de trabajo descritas, llevaron a los estudiantes a discutir los significados, concebir relaciones con vivencias aproximadas al futuro campo de acción, tomar decisiones informadas, dialogar con diversos expertos, reflexionar en torno al uso de modelos matemáticos y el diseño de producto y comunicar las ideas a sus compañeros para demostrar la propiciación o la significación que dieron a sus ideas. Para los profesores, las acciones descritas fueron procesos en donde el estudiante asumió una postura frente al proceder con relación a su futuro campo de acción.

Las acciones realizadas por cada uno de los participantes de éste proceso investigativo, posibilitaron el intercambio de ideas y se asumió el ambiente de modelación como un espacio colaborativo de formación. Cada estudiante con los usuarios, los profesores y los especialistas que consultó, configuro una pequeña *comunidad* en la cual se

buscaba responder a un objetivo común, que para esta investigación radicó en cómo resolver una situación de diseño o cómo lograr que el diseño de un producto atendiera a una necesidad reconocida en un contexto particular.

La dinámica de *comunidad* permitió que los estudiantes vieran en retrospectiva el avance de su proceso y a los profesores cuestionarse acerca de cómo se dieron los aprendizajes y cuáles alternativas metodológicas consideraron para lograr conceptualizaciones entre la matemática y el diseño de producto. De manera conjunta, llevó a que los estudiantes y los profesores reconocieran el papel de los expertos, en tanto que, consideraron sus aportes en relación con la experiencia. Los expertos aportaron, como se presenta en la **Tabla 14**, en primer lugar, en la situación o problema de diseño a partir de descripciones, conceptualizaciones; en segundo lugar, a reconocer en el contexto las situaciones que se relacionan, los conceptos o las experiencias que pueden aportar; en tercer lugar, en el entendimiento del problema ya sea a partir de la intuición o de la fundamentación teórica o experiencial y por último, aportan significados y conocimientos para abordar la situación. Dicho aspecto aportó elementos del campo de acción, lo que corresponde con las particularidades del *aprendizaje situado*.

Tanto los estudiantes como los profesores y los expertos, conjugaron sus dinámicas de actuación a partir del rol que asumieron en los ambientes. Es decir, cada uno de ellos confluía en el diálogo, la experiencia, los recursos, los lenguajes, los estilos y las rutinas para posibilitar acciones particulares. Las opiniones, consideraciones, argumentos y cuestionamientos aportaron al proceso reflexivo frente al campo de acción. Se puede

afirmar que las actuaciones de los estudiantes, de los profesores y de los expertos posibilitaron una dinámica problematizadora, es decir, una confrontación entre *el saber*, *el actuar* y *el pertenecer*.

En tal dinámica, *el saber* se reconoció en los conocimientos que los participantes movilizaron para la solución de la situación propuesta. En ellos se percibieron diferentes niveles y aproximaciones en relación al conocimiento del campo de acción de diseño de producto.

Por su parte, *el actuar* se fundamentó no solo en la autonomía conceptual con la que contaron los profesores o con la experiencia de los expertos, sino también, en cómo la falta de experiencia de los estudiantes generó otra relación con el futuro campo de acción. Los estudiantes a partir del *actuar* asumieron el rol como futuros IDP y dieron énfasis al referente cultural del diseño de producto y por tanto, concibieron las soluciones a las situaciones en torno a reflexiones que generaron como se describió en apartados anteriores.

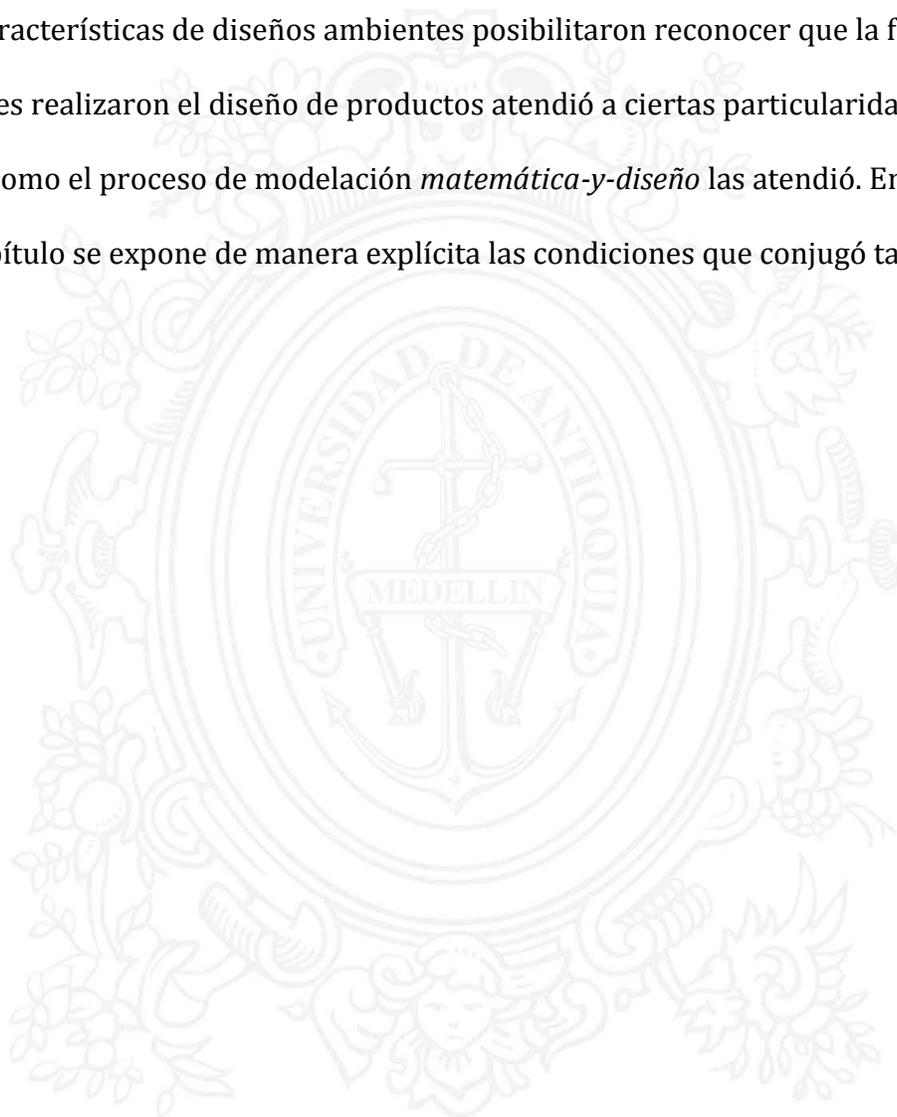
La manera como *actuaron* tanto los estudiantes, los profesores y los expertos se condicionó por lo cultura del campo de diseño de producto, es decir, las acciones que todos los actores realizaron en los diferentes ambientes estaba sujeta a cómo lograr que un diseño de producto o la consolidación del mismo fuese óptimo, innovador y que respondiera a la necesidad que se identificó. En este sentido, el *pertenecer* a una comunidad que se enmarcó en este caso en el diseño de producto, reflejó las maneras como los participantes se integraron con las prácticas particulares del dicho campo de acción.

La confrontación entre *el saber, el actuar y el pertenecer*, ofreció una renovación permanente ante el cómo los estudiantes asumieron el nuevo conocimiento matemático y de diseño de producto. Es importante precisar que los modelos matemáticos y del diseño de producto jugaron un papel relevante puesto que permitieron a los participantes problematizar, discutir e indagar por aspectos *situados* en el campo de acción. Es decir, los estudiantes sustentaron sus respuestas, en relación a contextos particulares, en torno a la matemática y el diseño que allí se movilizó. Además, a partir de los modelos (matemáticos y no matemáticos) analizaron las situaciones y tomaron decisiones con respecto a ellos.

La dinámica del ambiente de *modelación matemática* conjuga diversas condiciones en las cuales se dinamiza el *saber, el actuar y el pertenecer* a partir de las cuales generan conceptualizaciones conjuntas acerca de la matemática y el diseño de producto como se presentó en los apartados anteriores. En esta misma dinámica las relaciones entre los participantes, las actividades y contexto asumen un papel protagónico las cuales vincularon vivencias del campo de diseño y generaron experiencias de aprendizaje a partir de ellas.

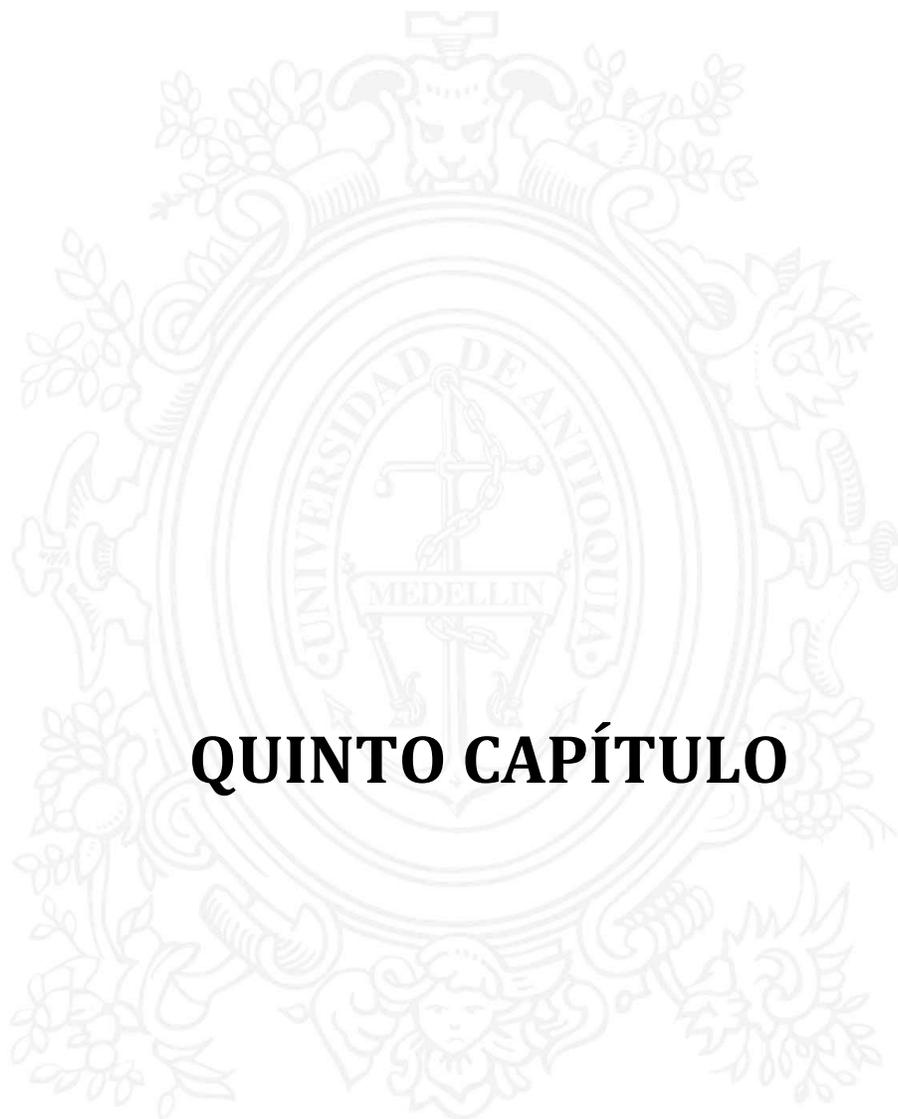
A lo largo de este Capítulo se evidenció como el diseño de ambientes de modelación para la ingeniería de diseño vinculó *la contextualización, la problematización, la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas* y al mismo tiempo consideró unas particularidades en torno a la *modelación matemática* las cuales se relacionaron con la relevancia que se le dieron a la evolución de los modelos y como se exploraron diversos modelos de otras disciplinas para la solución de las situaciones. Todo lo anterior como lo presentó éste apartado generó una confrontación entre *el saber, el hacer y el pertenecer*.

Las características de diseños ambientes posibilitaron reconocer que la forma como los estudiantes realizaron el diseño de productos atendió a ciertas particularidades y llevó a reconocer como el proceso de modelación *matemática-y-diseño* las atendió. En el siguiente Capítulo se expone de manera explícita las condiciones que conjugó tal proceso.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## QUINTO CAPÍTULO

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### El proceso de modelación matemática en la IDP

Cuando los estudiantes de ingeniería inician un proceso de modelación tienen dificultades en algunas ocasiones en la identificación de un fenómeno a modelar, en el desarrollo del proceso y en la *traducción* de los fenómenos o situaciones que estudian las matemáticas (Camarena & Benítez, 2009; Córdoba, 2011). Para el profesor, por su parte, la *modelación matemática* implica generar diferenciaciones entre las manera de proceder de los estudiantes con los fenómenos a estudiar y superar la visión lineal y dirigida de ciclo, procedimiento o técnica en la cual no necesariamente se enfatizan las matemáticas articuladas al futuro campo de acción.

Estas situaciones implican ciertos desafíos frente a las actuaciones de los profesores, los diseños curriculares y la comprensión de la *modelación matemática*, como recurso en el aula de clase. Autores como Blum (2011) y Blum y Borromeo-Ferri (2009) se cuestionan, en primer lugar, acerca de cómo pueden, los profesores y los estudiantes, sobrepasar las limitaciones de la enseñanza y al aprendizaje de la *modelación matemática* cuando generan una traducción entre las matemáticas y una situación o fenómeno que se estudia o viceversa. Y en segundo lugar, se cuestionan acerca de la posibilidad que tienen los profesores para enseñar y los estudiantes para aprender a modelar.

Los autores señalan que los estudiantes, de manera común, se cuestionan por el cómo llevar a cabo el proceso de modelación y resolver la tarea propuesta, asunto que genera limitaciones frente al cómo aprender a modelar y, de manera simultánea, condiciona al profesor para que indague sobre maneras de ayudar al estudiante a superar sus limitaciones.

Borba (2011) comenta, respecto a las ideas propuestas por Blum (2011), que con el ánimo de superar las limitaciones, que presenta la *modelación matemática* para los estudiantes y profesores, es necesario que el proceso de modelación parta de las motivaciones del estudiante y les posibilite vincularse en dicho proceso, y al mismo tiempo, el profesor procure que la experiencia de modelación en el aula de clase involucre vivencias cercanas al estudiante. Como se reportó en (Rendón-Mesa & Esteban, 2013; Rendón-Mesa, Esteban, & Villa-Ochoa, 2013) los estudiantes de la asignatura *Modelación Matemática* no realizaban los procesos de *modelación matemática* de manera espontánea. Por esta razón se consideraron dos ambientes de modelación, un primer ambiente que se relacionó con las tareas, el cual se asumió como un sistema de situaciones referentes al diseño de producto que contribuyó para que los estudiantes tuvieran experiencias en *modelación matemática* se apropiaran de herramientas conceptuales y procedimentales para enfrentar sus proyectos de modelación. El segundo ambiente, fue aquel en el que los estudiantes se empoderaron del desarrollo de un proyecto de modelación *matemática-y-diseño*.

El primer ambiente de modelación del que participaron los estudiantes en esta investigación, a lo largo del semestre 2015-I, posibilitó en ellos la preparación para

modelar matemáticamente. Tal preparación fue percibida en esta investigación, en primer lugar, a través de la vinculación entre temáticas de la asignatura y algunas temáticas del diseño. Como se mencionó en Capítulos anteriores, las temáticas de la asignatura se relacionaron con el concepto de perímetro, área, volumen, expresiones algebraicas y gráficas de funciones, entre otros. Para el caso del diseño, las temáticas se relacionaron con los requerimientos formales de un producto como la geometrización, la configuración volumétrica, los accidentes formales, entre otros.

En segundo lugar, se percibió que el primer ambiente de modelación, descrito a profundidad en el Capítulo anterior (Un diseño de ambiente de modelación para la Ingeniería de Diseño de Producto , p. 137), ayudó a los estudiantes a ganar independencia frente a los procedimientos que debían desarrollar para dar respuesta a una situación. Ellos demostraron apropiación de los conceptos matemáticos que fueron objeto de discusión en las sesiones de clase, conceptos matemáticos que vincularon de manera paulatina en los proyectos de diseño de producto, como se expondrá en el siguiente apartado.

En tercer lugar, el primer ambiente permitió a los estudiantes explorar múltiples soluciones de la situación, lo que se evidenció en la evolución de los modelos que usaron para la solución de las tareas. Es decir, en cómo los estudiantes usaron representaciones, que se modificaron con el ánimo de responder puntualmente al diseño propuesto y, al mismo tiempo, para que los procedimientos tuviesen significado en la situación que exploraron. Además, dichas acciones vincularon diversas disciplinas.

El rol de la profesora-investigadora frente a las tareas de modelación se centró en ayudar a los estudiantes en la delimitación de la situación en cada una de las temáticas abordadas en la asignatura de *Modelación Matemática*, pero fueron ellos quienes propusieron planes de solución frente a los cuales establecieron relaciones y procedimientos matemáticos que se discutieron en las diferentes sesiones de clase.

Algunas de las elaboraciones de los estudiantes fueron presentadas en el Capítulo anterior (Un diseño de ambiente de modelación para la Ingeniería de Diseño de Producto, p.161) y, a partir de ellas, se resaltó que la manera como los estudiantes modelaron matemáticamente se vinculó con los conocimientos previos que ellos poseían, a partir de los cuales comprobaron algunas respuestas de manera empírica.

El primer ambiente de modelación propuesto apoyó los aprendizajes matemáticos y del diseño en situaciones contextuales y el segundo ambiente permitió a los estudiantes empoderarse y plantear su propio proceso de *modelación matemática*, en el cual se reconocieron particularidades y como la articulación entre el diseño y la matemática se hizo explícito.

Los proyectos realizados por los estudiantes asumieron una identidad propia y en ellos las maneras de proceder de los estudiantes en relación con el proceso de modelación y de diseño y por tanto se denominaron los proyectos de *modelación matemática-y-diseño*. Tales maneras de proceder de los estudiantes se conjugaron con una serie de acciones como, por ejemplo, identificar una oportunidad de diseño que requiere de solución, explorar condiciones en el contexto para determinar cómo lograr una solución, al mismo

tiempo, explorar la situación a partir de conceptos y procesos que sustenten la solución o evaluar condiciones para conocer si se obtuvo la solución o si era necesario plantear otras alternativas. Estas acciones ayudaron a los estudiantes a determinar aspectos formales y funcionales de un producto, los cuales atendieron con base en conocimientos del diseño aprendidos y, que al mismo tiempo, reconocieron como modelar la situación o fenómeno.

En el ambiente de proyectos, los estudiantes se desempeñaron de manera autónoma, puesto que no dependieron de la profesora-investigadora para vincular las conceptualizaciones que alcanzaron en el desarrollo de las asignaturas, en su proceso de diseño de producto. Como se mostrará a lo largo de este Capítulo, los estudiantes resolvieron, con el apoyo de sus pares, profesores y expertos, algunos requerimientos formales y funcionales con el apoyo de modelos matemáticos o del diseño. Los estudiantes partieron de la exploración de contextos hasta la consolidación del producto, lo cual tuvo relación con las componentes de la *modelación matemática*.

En este Capítulo se presentan los resultados acerca de lo que se ha denominado para esta investigación como procesos de *modelación matemática-y-diseño*; para ello, se usa como fundamento los registros de los estudiantes en dicho ambiente. Conforme se mencionó en el tercer Capítulo los registros de los procesos de *modelación matemática-y-diseño*, consistieron en la consolidación del diseño de un producto, e hicieron uso de elementos constitutivos para el diseño y lo articularon con las matemáticas. Una descripción de los proyectos que realizaron los estudiantes se presenta en el Anexo C (p. 329). La denominación *modelación matemática-y-diseño* obedece al proceso que cada

estudiante estructuró y en el que la matemática, la ingeniería y el diseño se usaron de manera articulada para responder a los requerimientos (estéticos y funcionales) que emergieron de un fenómeno/problema en contextos auténticos para estos futuros ingenieros.

Tanto en la ingeniería como en la matemática y el diseño, de manera independiente, se pueden reconocer condiciones, conocimientos y procedimientos propios de cada uno de ellos; sin embargo, también existen aspectos comunes que se reflejaron en la forma en que los estudiantes realizaron sus proyectos y, a partir de lo cual, el proceso *modelación matemática-y-diseño* adquirió identidad propia. Para ello, fue necesario reconocer las generalidades y particularidades del proceso de *modelación matemática*, del ingenieril y del de diseño de producto.

En dicho reconocimiento se observó que los tres procesos aportaron a las acciones de los estudiantes, es decir, ellos actuaron y respondieron a condicionamientos e intenciones que debe tener en cuenta el futuro IDP.

### **Proceso de *modelación matemática-y-diseño* para los IDP**

Cada estudiante de IDP que cursó *Modelación Matemática* durante el semestre 2015-I llevó a cabo su propio proyecto de modelación orientado al diseño de producto. De manera detallada en el Anexo C. Proyectos de (p. 329) se describen los proyectos que realizó cada uno de los estudiantes. Como se indicó en el tercer Capítulo, los estudiantes

contaron con asesoría de los profesores de dos asignaturas que dinamizaron dicho ambiente de modelación.

En el desarrollo del proyecto, los estudiantes realizaron procesos de *modelación matemática-y-diseño*, donde llevaron a cabo acciones que se relacionan con la forma de proceder frente al desarrollo de un producto y dieron cuenta de exigencias, criterios y requerimientos que conjugaron los conceptos que aprendieron tanto en la asignatura de *Modelación Matemática* como en *Proyecto 1*, los cuales se hicieron explícitos en la rúbrica que consolidó el equipo de profesores y se expone en el Anexo B. Rúbricas de evaluación de los Proyectos de Diseño de Producto (p. 325).

Los argumentos y explicaciones que dieron los estudiantes en sus reportes acerca de cuáles fueron las acciones que llevaron a cabo para desarrollar y consolidar sus proyectos, permitieron reconocer que el proceso de *modelación matemática-y-diseño* no obedeció a un único interés o una manera exclusiva de proceder. El hecho de que los estudiantes se involucraran con el diseño de productos para diversos usuarios, de edades diferentes y situaciones particulares, las cuales se relacionaban con el campo del deporte, la salud, la música, entre otros, permitió entender algunas consideraciones que fueron relevantes para los estudiantes a la hora de diseñar y que se relacionaron con la forma de un producto, su funcionalidad o ambos requerimientos.

Se reconocieron dos tipos de intencionalidades en los estudiantes que permitieron explorar la manera como realizaron el proceso de *modelación matemática-y-diseño*:  
solucionar un problema de diseño que identificaron en relación con experiencias

personales y la solucionar un problema en relación con las experiencias de otra persona. Este reconocimiento llevó a la identificación de cuatro procesos de modelación *matemática-y-diseño*.

El primer grupo que se identificó fue el de aquellos estudiantes que reconocieron la problemática de diseño a estudiar con relación a sus vivencias y experiencias propias. Además, se preocuparon por dar cuenta de los requerimientos formales del producto. El primer proceso identificado fue denominado en esta investigación *proceso de modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia personal y los requerimientos formales*.

Los estudiantes que constituyeron el segundo grupo, al igual que el primero, centró el desarrollo del proceso de *modelación matemática-y-diseño* en sus vivencias personales además de atender a los requerimientos formales, atendieron también los requerimientos funcionales y de uso. El proceso que realizó este segundo grupo de estudiantes se denominó para esta investigación *proceso de modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia personal y los requerimientos funcionales*.

Un tercer grupo de estudiantes resolvió una situación de diseño más allá de sus necesidades. Es decir, este grupo de estudiantes consideraron una oportunidad de diseño para una persona diferente de ellos mismos. Es decir, se preocuparon por la experiencia de un usuario cualquiera. Este grupo se preocupó por los requerimientos formales y por tanto a dicho proceso se le denominó *experiencia de usuario y los requerimientos funcionales*.

Los estudiantes del cuarto grupo, al igual que el tercero se preocuparon por las experiencias que vivió una persona en torno a una situación particular. Este grupo de

estudiantes se preocupó además de los requerimientos formales por los requerimientos de uso y funcionales y situaron su oportunidad de diseño en las vivencias de un usuario que no era el mismo estudiante. Por tal razón este último proceso tomó por nombre *proceso de modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia de un usuario y los requerimientos formales y funcionales*.

De manera general, el primer proceso de modelación *matemática-y-diseño* se identificó por seis estudiantes, el segundo por cinco estudiantes, el tercero en cinco estudiantes y el cuarto en siete estudiantes. En los procesos de los estudiantes se reconocieron diferencias en la manera como seleccionaron la oportunidad de diseño a solucionar y las acciones que llevaron a cabo. En la **Tabla 16** se presentan los requerimientos a los que los estudiantes dieron mayor relevancia en el proceso de *modelación matemática-y-de diseño* y si su diseño atendió a experiencias personales o de otra persona llamada usuario.

**Tabla 16.** Requerimientos atendidos en el proceso de modelación *matemática-y-diseño*

	<b>Experiencia personales</b>	<b>Experiencia de otro usuario</b>
<b>Requerimientos formales</b>	Deisy Daniela Laura Juanes Susana Sarita	Ana Mariana Mateo Juan José Federico
<b>Requerimientos funcionales</b>	Santiago Juan Manuel Andrés Juan Pablo Paula	Luisa Pilar Sara Valentina Jonathan Stephania

A continuación se presentan las características de los procesos que llevaron a cabo los estudiantes a partir de las experiencias personales o las de un usuario.

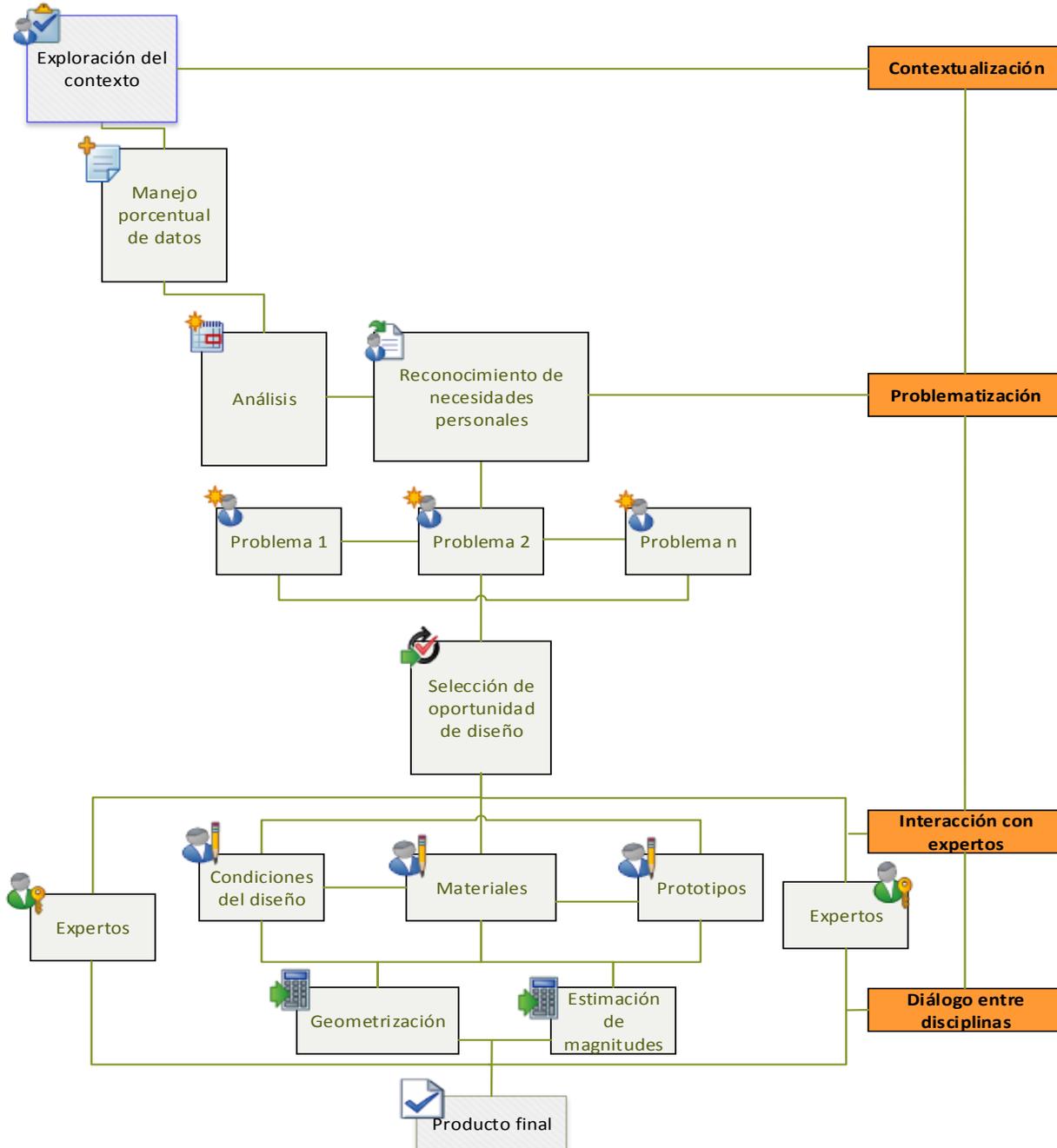
***Proceso de modelación matemática-y-diseño con base en las experiencias personales***

Que los estudiantes realizaran un proceso de modelación, en el marco del diseño de producto, implicó la conjunción de diversas acciones para estudiar una situación a partir de conceptos matemáticos y al mismo tiempo del diseño de producto. Tales relaciones ponen en dinámica las matemáticas con las experiencias, que a su vez ponen en diálogo los saberes matemáticos y del diseño sin que exista subordinación entre ellos. Lo anterior se

reflejó en los registros de los estudiantes en donde se reconoció que los modelos matemáticos y no matemáticos permitieron atender a los requerimientos y detalles de un producto para mejorar así el diseño del nuevo producto. Las ideas del campo de acción, en este caso en relación con diseño de producto, permitieron que la *modelación matemática* no permaneciera neutral, es decir, que no se asumiera bajo connotaciones procedimentales, sino que, por el contrario, involucrara elementos que ayudaron a los estudiantes a dinamizar modelos en un contexto específico.

En la **Figura 22** es posible observar el proceso de *modelación matemática-y-diseño* que realizaron los estudiantes cuando partieron de la exploración del contexto, en relación con sus experiencias personales. Estos procesos de los estudiantes se encuentran en correspondencia con los componentes de la modelación: la contextualización, la problematización, el diálogo entre disciplinas y la interacción con que se presentaron en el tercer Capítulo.

**Figura 22.** Proceso de modelación experiencia personal/formal



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

La *contextualización*, como componente de la modelación, llevó a los estudiantes a comprender una situación problemática de interés y, por tanto, a buscar una solución. En dicho sentido, usaron ideas matemáticas para atender a los requerimientos del contexto a partir de la matemática y la ingeniería y, al mismo tiempo, asumieron una posición respecto a cómo llevar a cabo el diseño de un producto. Por ejemplo, el proyecto de diseño de producto de Deisy (Anexo C. Proyectos de modelación *matemática-y-diseño*, p. 329) partió de sus vivencias como practicante de Voleibol; ella consideró como oportunidad de diseño la necesidad de protegerse de los golpes propiciados por el balón en su cuerpo en los entrenamientos y, por tal razón, presentó como solución una superficie de protección. Algo similar ocurrió con el proyecto de Daniela (Anexo C. Proyectos de modelación *matemática-y-diseño*, p. 329), quien al tener competencias sobresalientes para jugar Tenis presentaba niveles de ansiedad. Daniela, frente a esta circunstancia, reconoció la oportunidad para diseñar un juguete que ayudara al jugador a manejar este tipo de emociones.

Laura, Juanes, Susana y Sarita, también exploraron la oportunidad de diseño a partir de las necesidades que identificaron en un *hobby* según su experiencia personal. Es posible considerar que sus vivencias condicionaron la manera como reconocieron las problemáticas y los procesos para solucionarlas.

Los estudiantes como acción inicial para explorar el contexto realizaron encuestas a los usuarios y los datos les permitieron plantear relaciones porcentuales y realizar modelos gráficos que aportaron al análisis y reconocimiento de las necesidades personales. El proceso se conjugó con el segundo componente de la modelación, *la problematización*, puesto que los

estudiantes cuestionaron las producciones que aportarían al propósito que intentaron resolver. Aunque tales producciones se limitaron a las vivencias y necesidades personales, para generar un plan de acción y resolver la problemática, los estudiantes requirieron de mayor profundidad, ya que generalmente no se intenta diseñar para alguien en particular sino que, por el contrario, se precisa identificar una necesidad general que parte de una circunstancia que muchas personas requieren.

Para el *aprendizaje situado* la apropiación conceptual no solo se logra en relación con lo procedimental sino que, en esta perspectiva, el aprendizaje es producto de involucrar las conceptualizaciones con las acciones y llegar a consideraciones frente aquello que ocurre (Niemeyer, 2006). De manera particular, en el proceso de *modelación matemática-y-diseño* se hace explícito el hecho de que los estudiantes analizaron y reconocieron las problemáticas u oportunidades a partir de sus vivencias, lo que les llevó a conceptualizaciones frente a la matemática, al diseño y a la ingeniería para encontrar soluciones frente al objetivo que pretendieron alcanzar. De alguna manera, tal hecho permitió que los estudiantes se asumieran como parte activa del contexto que exploraron y dinamizaron las conceptualizaciones para determinar una posible solución.

Posteriormente, iniciaron la configuración del diseño de producto y para ello, hicieron explícita su manera de dar solución a dicha problemática. Para este primer grupo de estudiantes, la solución se resolvió con la configuración formal del producto, es decir, reconocieron las condiciones del diseño, establecieron los materiales, generaron los prototipos, encontraron la armonía proporcional de cada pieza a partir de la

geometrización, estimaron magnitudes y usaron modelos. Dichas acciones que realizaron los estudiantes se presentan de manera detallada en la **Tabla 17** y les posibilitaron definir la forma del producto.

En este momento del proceso de *modelación matemática-y-diseño*, las conceptualizaciones tanto del diseño como de la matemática cobraron sentido a partir del saber acumulado por las experiencias personales. Se evidenció en lo referente al *aprendizaje situado*, como lo indican Brown, Collins y Duguid (1989) que el uso de los conceptos se encuentra en relación directa frente a cómo los estudiantes hacen uso de los referentes o vivencias culturales.

Un ejemplo de cómo el primer grupo de estudiantes usó los conceptos con relación a los referentes culturales se evidenció con el proceso que Deisy llevó a cabo. En el desarrollo de su proyecto usó conceptos que determinaron su práctica y vivencias respecto al Voleibol. El entrenamiento, los golpes del balón, las caídas, la necesidad de evitar daños corporales, entre otros aspectos, permitieron a la estudiante considerar los requerimientos formales y estructurales de la prenda que diseñó para evitar los golpes del balón. Para estructurar la protección contra golpes exploró conceptualmente el campo del diseño del producto y estudió algunos requerimientos que se relacionaron con las partes que componían la armazón de la protección, la antropometría y la ergonomía del producto. Además, Deisy exploró los materiales, los colores y las texturas más adecuadas para que el producto fuera coherente con el deporte y no limitara los desplazamientos y movimientos de la jugadora. Tales requerimientos estructurales y formales, como fueron la cantidad de

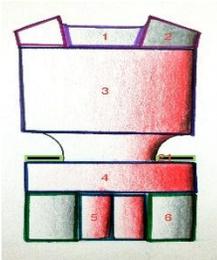
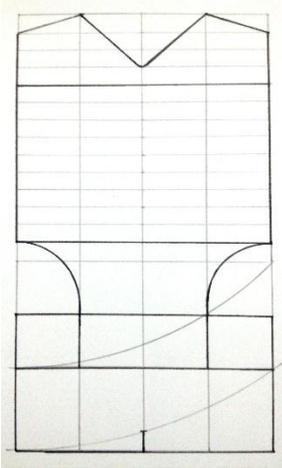
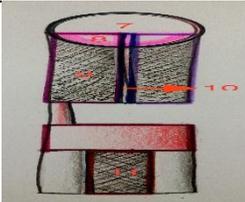
piezas, la estructura que compone al producto, estilo, simplicidad, estabilidad visual, entre otros, vincularon el uso de modelos matemáticos y del diseño porque debió estimar la superficie de la tela que requería la protección en correspondencia al cuerpo, determinó las dimensiones del producto para que guardara las relaciones antropométricas y ergonómicas, definió los prototipos para consolidar la definición del producto y geometrizó las piezas para que fueran armónicas, proporcionadas y los accidentes formales se justificaran.

En la **Tabla 17** se presentan los modelos, procesos y demás elementos que vincularon los estudiantes para consolidar la forma del producto. Sin embargo, es necesario que la definición del producto no se supedita al cumplimiento de requerimientos formales y estructurales, sino que responda a los requerimientos de uso y funcionales necesarios en todo diseño.

Tanto en el proceso que llevó a cabo Deisy como en el de los demás estudiantes que pertenecen al primer grupo, los profesores cumplieron un papel relevante en la reflexión frente a los requerimientos formales que debían atender. De esta manera, los estudiantes hallaron significado, estructura y evolución a la situación propuesta.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

**Tabla 17.** Uso de modelos en el proceso de *modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia personal y los requerimientos formales.*

Estudiante	Modelos	Uso de expresiones para hacer cálculos	Geometrización
Deisy		<p>Área parte posterior</p> $= \text{área trapecio 1} + (\text{área trapecio 2} \times 2) + \text{área rectángulo 3} + \text{área rectángulo 4} + (\text{área rectángulo 5} \times 2) + (\text{área rectángulo 6} \times 2) + \text{área rectángulo 21}$ $= (13 \times 11.5) / 2 \times 4 + \{ [(8.5 \times 5.5) / 2] \times 2 \} + 27 \times 28 + 46 \times 7 + 21 \times 11 + 10 \times 20.5 + [(7 \times 3) \times 2]$ $= 229 + 420 + 756 + 322 + 42 + 231 + 205$ $= 2205 \text{ cm}^2$	
		<p>Área parte lateral</p> $= \{ [(\text{área rectángulo 9} \times 2) + \text{área rectángulo 10}] - \text{área media circunferencia 8} \} + \text{área rectángulo 11}$ $= \{ [((23 \times 7) \times 2) + 1 \times 17 \times 10] - 1/2 \pi 6^2 \} + 18.5 \times 5$ $= 282.46 + 92.5$ $= 374.96 \text{ cm}^2$	

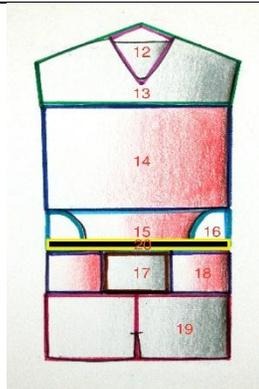


Estudiante

Modelos

Uso de expresiones para hacer cálculos

Geometrización



Área parte frontal

$$= (\text{área pentágono irregular 13} - \text{área triángulo 12}) + \text{área rectángulo 14} + (\text{área rectángulo 15} - \text{área media circunferencia 16}) + \text{área rectángulo 17} + (\text{área rectángulo 18X2}) + (\text{área rectángulo 19X2}) + \text{área rectángulo 20}$$

$$= \{[(16 \times 10)/2 + (7 \times 14)/2 + (28 \times 5)/2 + (16 \times 10)/2 + (7 \times 14)/2] - (14 \times 9)/2\} + [(26 \times 10) - 1/2 \pi 6.5^2] + 17 \times 7 + [(7 \times 14) \times 2] + [(24 \times 19.5) \times 2] + 3 \times 46$$

$$= 265 + 193.63 + 119 + 203 + 936 + 138$$

$$= 1854.63 \text{ cm}^2$$

Daniela

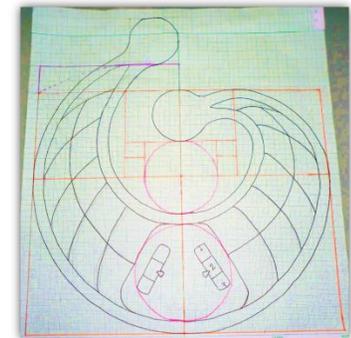


Círculos 1 y 2: Tienen la misma área por tener el mismo radio.

$$\text{Área: } \pi r^2 = \pi (2.7)^2 = 7.29 \text{ cm}^2$$

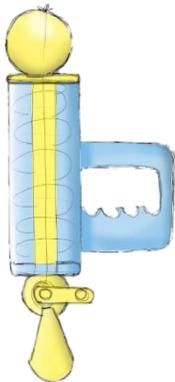
$$\text{Área total: } 14.58 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de desperdicio} = (\text{Área útil} - \text{Área de desperdicio}) \times 6 + \text{Área sobrante}$$





Laura



### Cuerpo del producto

Cilindro (hueco) mayor:

$$A = (\text{área del cilindro interior} - \text{áreas de tapas}) + (\text{área del cilindro mayor} - \text{tapas}) + 2(\text{área del aro})$$

$$A = 2\pi R(h+R) - 2 * \pi R^2 = 2\pi(3,2\text{cm})(20\text{cm}+3,2\text{cm}) - \pi * 3,2^2 = 464 - 64 = 400\text{cm}^2$$

$$2\pi R(h+R) - 2 * \pi R^2 = 2\pi(3,5)(20 + 3,5) - 2 * \pi(3,5)^2 = 517 - 77 = 440\text{cm}^2$$

$$\pi(R^2 - r^2) * 2 = \pi(3,5^2 - 3,2^2) * 2 = 12,6\text{cm}^2$$

$$A = 400\text{cm}^2 + 440\text{cm}^2 + 12,6\text{cm}^2 = 852,6\text{cm}^2$$

$$V = \text{área del aro} * h = 6,3\text{cm}^2 * 20\text{cm} = 126\text{cm}^3$$

Cilindro (hueco) menor:

$$A = (\text{área del cilindro interior} - \text{áreas de tapas}) + (\text{área del cilindro mayor} - \text{tapas}) + 2(\text{área del aro})$$

$$A = 2\pi R(h+R) - 2 * \pi R^2 = 2\pi(1,2)(21 + 1,2) - 2 * \pi(1,2)^2 = 166,5 - 9 = 157,5 \text{ cm}^2$$

$$2\pi R(h+R) - 2 * \pi R^2 = 2\pi(1\text{cm})(21 + 1) - 2 * \pi(1^2) = 138,2 - 6,2 = 132\text{cm}^2$$

$$\pi(R^2 - r^2) * 2 = \pi(1,2^2 - 1^2) * 2 = 2,7\text{cm}^2$$

$$A = 157,5\text{cm}^2 + 132\text{cm}^2 + 2,7 = 292,2$$

$$V = \text{área del aro} * h = 1,4\text{cm}^2 * 21\text{cm} = 29,4\text{cm}^3$$

Tapas internas del cuerpo:

1: A= Área de la tapa - área del cilindro que lo atraviesa

$$A = 2\pi R(h+R) - 2\pi R(h+R) = 2\pi * 3,5\text{cm} (1\text{cm} + 3,5\text{cm}) - 2\pi * 1,2\text{cm} (1\text{cm} + 1,2\text{cm})$$

$$= 98,9\text{cm}^2 - 16,5\text{cm}^2 = 82,4\text{cm}^2$$

V= Volumen de la tapa - Volumen del cilindro que lo atraviesa

$$V = \pi R^2 * h - \pi R^2 * h = \pi 3,5^2 \text{cm} * 1\text{cm} - \pi 1,2^2 \text{cm} * 1\text{cm} = 38,4\text{cm}^3 - 4,5\text{cm}^3 = 34\text{cm}^3$$

$$2: A = 2\pi R(h+R) = 2\pi(3,2\text{cm})(1\text{cm} + 3,2\text{cm}) = 84\text{cm}^2$$

$$V = \pi R^2 * h = \pi(3,2^2 \text{cm}) * 1\text{cm} = 32\text{cm}^3$$

$$\text{Área total del cuerpo del producto} = 1311,2\text{cm}^2$$

$$\text{Volumen total del cuerpo del producto} = 221,4\text{cm}^3$$

### Agarradera:

Cilindro:

A= Área del cilindro - área de 1 toroide

$$A = 2\pi R(h+R) - 4\pi^2 * Rr = 2\pi(1,8)(9,5 + 1,8) - 4\pi^2 * 2(1) = 127,6 - 79 = 48,6\text{cm}^2$$

V= Volumen cilindro - volumen de 1 toroide

$$V = \pi R^2 * h - 2\pi^2 * Rr^2 = \pi(1,8\text{cm})^2(9,5\text{cm}) - 2\pi^2 * 2(1)^2 = 96,6\text{cm}^3 - 39,4\text{cm}^3 = 57,2\text{cm}^3$$

Ortoedros:

Base:

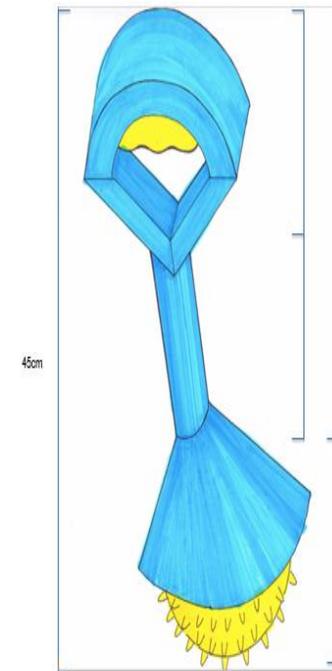
$$A = 2(ab + ac + bc) = 2(4*8 + 4*1 + 8*1) = 88\text{cm}^2$$

$$V = abc = 8 * 4 * 1 = 32\text{cm}^3$$

Borde:

$$A = 2(ab + ac + bc) = 2(4*9,5 + 4*1 + 9,5*1) = 103\text{cm}^2$$

$$V = abc = 9,5 * 4 * 1 = 38\text{cm}^3$$





Área total de la agarradera=  $239.6\text{cm}^2$

Volumen total de la agarradera=  $127.2\text{cm}^3$

**Manigueta:**

Cilindro Mayor:

$A = (\text{área del cilindro interior} - \text{áreas de tapas}) + (\text{área del cilindro mayor} - \text{tapas}) + 2(\text{área del aro})$

$$A = 2\pi R(h+R) - 2 * \pi R^2 = 2\pi 2(10+2) - 2 * \pi (2)^2 = 125.6\text{cm}^2$$

$$= 2\pi R(h+R) - 2 * \pi R^2 = 2\pi(2.2)(10+2.2) - 2 * \pi(2.2)^2 = 138\text{cm}^2$$

$$= \pi(R^2 - r^2) * 2 = \pi(2.2^2 - 2^2) * 2 = 4.12\text{cm}^2$$

$$A = 125.6\text{cm}^2 + 138\text{cm}^2 + 4.12\text{cm}^2 = 268\text{cm}^2$$

$$V = \text{Área del aro} * h = 2.6\text{cm}^2 * 10\text{cm} = 26\text{cm}^3$$

Tapas (2 cilindros)

$A_1 = A$  del cilindro - a del cilindro interior

$$A_1 = 2\pi R(h+R) - 2\pi R(h+R) = 2\pi(2)(1+2) - 2\pi(0.7)(1+0.7) = 30\text{cm}^2$$

$A_2 = A$  del otro cilindro

$$A_2 = 2\pi R(h+R) = 2\pi(2)(1+2) = 37.6\text{cm}^2$$

$V_1 = v$  del cilindro - v del cilindro interior

$$V_1 = \pi R^2 * h - \pi R^2 * h = \pi(2)^2 * 1 - \pi(0.7)^2 * 1 = 11\text{cm}^3$$

$$V_2 = \pi R^2 * h = \pi(2)^2 * 1 = 12.5\text{cm}^3$$

Tubo de la polea: (cilindro)

$$A = 2\pi R(h+R) = 2\pi(0.7)(11.5+0.7) = 53.6\text{cm}^2$$

$$V = \pi R^2 * h = \pi(0.7)^2 * 11.5 = 17.7\text{cm}^3$$

Pita: (cilindro)

$$A = 2\pi R(h+R) = 2\pi(0.2)(200+0.2) = 251.5\text{cm}^2$$

$$V = \pi R^2 * h = \pi(0.2)^2 * 200 = 25\text{cm}^3$$

Cilindro menor:

$A = \text{Área de cilindro} - \text{área de 1 toroide}$

$$A = 2\pi R(h+R) - 4\pi^2 * Rr = 2\pi(1.8)(10.5+1.8) - 4\pi^2 * 2(1) = 139 - 79 = 60\text{cm}^2$$

$V = \text{Volumen del cilindro} - \text{volumen de 1 toroide}$

$$V = \pi R^2 * h - 2\pi^2 * Rr^2 = \pi(1.8)^2 * 10.5 - 2\pi^2 * (2)(1)^2 = 106 - 39.4 = 66.6\text{cm}^3$$

Trapeacios

$A = A$  trapeacios + A 1 cilindro

$$A = 4 * ((B+b) * h / 2) + 2\pi R(h+R) = ((4+1) * 7 / 2) + 2\pi(2)(0.5+2) = 70 + 31.4 = 101.4\text{cm}^2$$

$V = V$  trapeacios + v 1 cilindro

$$V = a * h + \pi R^2 * h = 35 * 0.5 + \pi(2)^2 * 0.5 = 17.5\text{cm}^3 + 6.2 = 23.7\text{cm}^3$$

Área total manigueta:  $802\text{cm}^2$

Volumen total manigueta:  $182.5\text{cm}^3$

**Manivela:**

Cilindro:

$$A = 2\pi R(h+R) = 2\pi(0.7)(6.5+0.7) = 31\text{cm}^2$$



Estudiante

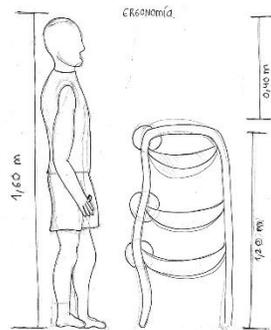
Modelos

Uso de expresiones para hacer cálculos

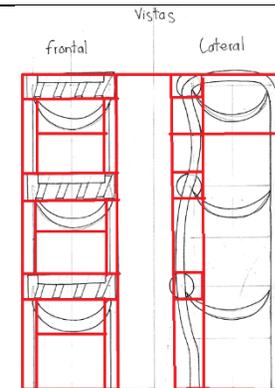
Geometrización

$V = \pi R^2 * h = \pi(0.7)^2 * 6.5 = 10\text{cm}^3$   
 Ortoedro=  
 $A = A \text{ de ortoedro} + A \text{ de 1 cilindro}$   
 $A = 2(ab + ac + bc) + 2\pi R(h + R) = 2(2.5*2.5 + 2.5*1 + 2.5*1) + 2\pi(1.2)(1 + 1.2) = 22.5\text{cm}^2 + 16.5 = 39\text{cm}^2$   
 $V = V \text{ de ortoedro} + V \text{ de 1 cilindro}$   
 $V = abc + \pi R^2 * h = 2.5 * 2.5 * 1 + \pi(1.2)^2 * 1 = 6.25\text{cm} + 4.5 = 10.7\text{cm}^3$   
**Area total manivela = 70cm<sup>2</sup>**  
**Volumen total manivela = 20.7cm<sup>3</sup>**  
  
**Esfera:**  
 $A = 4\pi R^2 = 4\pi(2.2)^2 = 60\text{cm}^2$   
 $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (2.2)^3 = 44.6\text{cm}^3$   
  
**AREA TOTAL PRODUCTO= 2483cm<sup>2</sup>**  
**VOLUMEN TOTAL PRODUCTO= 596.5cm<sup>3</sup>**

Juanes



$V = 30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 120 \text{ cm} = 108000 \text{ cm}^3$





Estudiante

Modelos

Uso de expresiones para hacer cálculos

Geometrización

Susana



Para saber cuál es el radio máximo que ellas podrían cerrar, se la fórmula de la longitud de la circunferencia:

$$\pi = \frac{\text{Longitud}}{\text{Diámetro}}$$

$$\pi = \frac{16.8\text{cm}}{\text{Diámetro}}$$

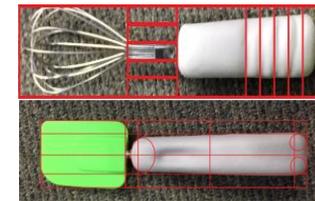
$$(\pi)(16.8\text{cm}) = \text{Diámetro}$$

$$5.3470\text{cm} = \text{Diámetro}$$

$$D = 2r$$

$$5.3470\text{cm} = 2r$$

$$2.6738\text{cm} = r$$

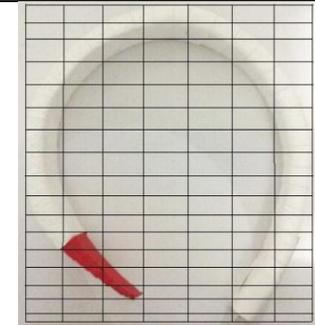


Sarita



El ajuste que realiza el afinador para acomodarse al cuello se calcula por medio de una función lineal que aparece de fórmula de la longitud de una circunferencia:  $2 \pi x$  donde  $x$  = radio de la circunferencia.

Solo te tomaría los valores donde  $x \geq 0$  para calcular, dependiendo del radio de la circunferencia (variable independiente) la longitud que tendría el producto (variable dependiente).



Los estudiantes al estimar las superficies y volúmenes de las partes que componían sus productos, definir medidas, elaborar los planos y dar regularidades a las formas como se evidencia en la **Tabla 17**, demostraron que para realizar el proceso de *modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia personal y los requerimientos formales*, no usaron la matemática y el diseño como dominios desarticulados, como lo establecen Blomhøj (2004), Blum y Borromeo-Ferri (2009), Blum y Leibs (2005) Perrenet y Zwaneveld (2012) en el proceso de modelación que conciben dichos investigadores.

En correspondencia con lo anterior, los estudiantes en el proceso de *modelación matemática-y-diseño* hicieron uso de la matemática y de modelos para comparar y analizar la situación, además de poner de manifiesto relaciones entre los conceptos y los procesos y lograr razonamientos para definir condiciones del nuevo producto. En este sentido, integraron diversidad de procesos matemáticos, ingenieriles y del diseño de producto como fue el hecho de identificar propiedades, establecer relaciones entre los datos, reorganizar la información, planificar estrategias de solución, analizar la razonabilidad de los resultados, solucionar el problema como concepto para luego materializarlo en esquemas y establecer especificaciones del producto.

De manera puntual, Susana realizó un proceso para el radio máximo de la espátula que diseñó. Ella usó modelos algebraicos referidos a la longitud de la circunferencia y se apoyó en expresiones matemáticas para realizar cálculos aritméticos. Con el resultado que encontró, Susana definió la forma del producto. Las acciones realizadas por Susana concuerdan con los planteamientos de Bisell y Dillon (2012) puesto que la estudiante dio

relevancia a los aprendizajes con relación al uso que pueden tener los modelos matemáticos y no matemáticos en el presente del proceso formativo y en el futuro, en el campo de acción.

En relación con el grupo anterior, el proceso de *modelación matemática-y-diseño* que realizó el segundo grupo de estudiantes evidenció que de manera similar la experiencia personal fue un fuerte referente para definir la oportunidad de diseño, pero se diferencian en cuanto a que dicho grupo de estudiantes consideró los requerimientos de uso y funcionales en el diseño del producto. Es decir, el segundo grupo de estudiantes más allá de explorar el contexto, analizaron la información, reconocieron las necesidades personales, seleccionaron la oportunidad de diseño y se detuvieron en dar forma además de funcionamiento al producto.

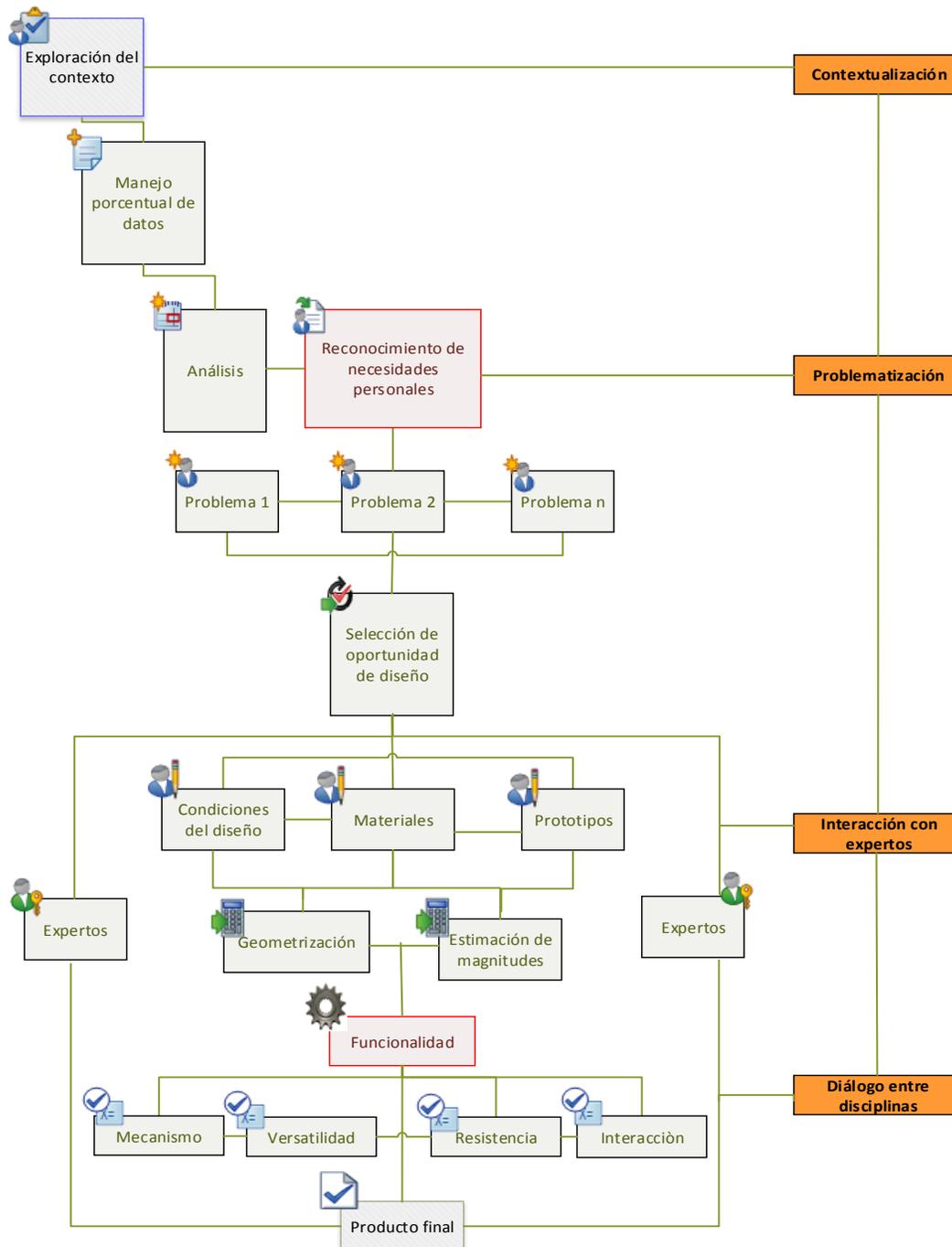
Estudiantes como Santiago, Juan Manuel, Juan Pablo y Paula, identificaron una necesidad sentida en su *hobby*, que requería de una solución y, por tanto, fue necesaria la exploración de condiciones. Dichas exploraciones les permitieron apropiarse de conceptualizaciones teóricas y dinamizarlas en términos prácticos al buscar que su prototipo funcionara.

En el proceso, reconocieron aspectos que se asociaron con la fuerza de impacto y la resistencia necesaria para soportar un golpe o un peso. La exploración conceptual de conceptos físicos como fuerza y resistencia modificó las acciones de los estudiantes a la hora de diseñar el producto. A partir de los bocetos, los estudiantes concibieron una idea inicial que tuvieron que reestructurar para responder a los requerimientos formales o de

uso que se transformaron a partir de la exploración conceptual. Es por esto que este proceso se denomina proceso de *modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia personal* y **los requerimientos funcionales** y se representa de manera gráfica en la **Figura 23**.

La preocupación de Santiago se centró en cómo preparar a los futbolistas para patear el balón de manera que estos no fueran estáticos sino que implicará un chute en movimiento (Anexo C. Proyectos de modelación *matemática-y-diseño*, p. 329). Para ello, el estudiante generó un sistema mecánico para instalar en la portería que se desplazara a velocidad gradual. Dicho sistema le permite al futbolista en el entrenamiento chutar y tener mayor precisión para apuntar al dispositivo y golpearlo. Dicho proyecto, así como el proyecto de Juan Manuel (Anexo C. Proyectos de modelación *matemática-y-diseño*, p. 329), llevó a los estudiantes a considerar un material o mecanismo que soportara un golpe, al mismo tiempo, a probar de manera empírica si era viable la idea que concebían. La prueba empírica se basó, por ejemplo, en probar en la cancha la fuerza de un chute y estimar el promedio de la velocidad del chute para que el sistema diseñado soportara tales condiciones.

**Figura 23.** Proceso de modelación experiencia personal/funcional.



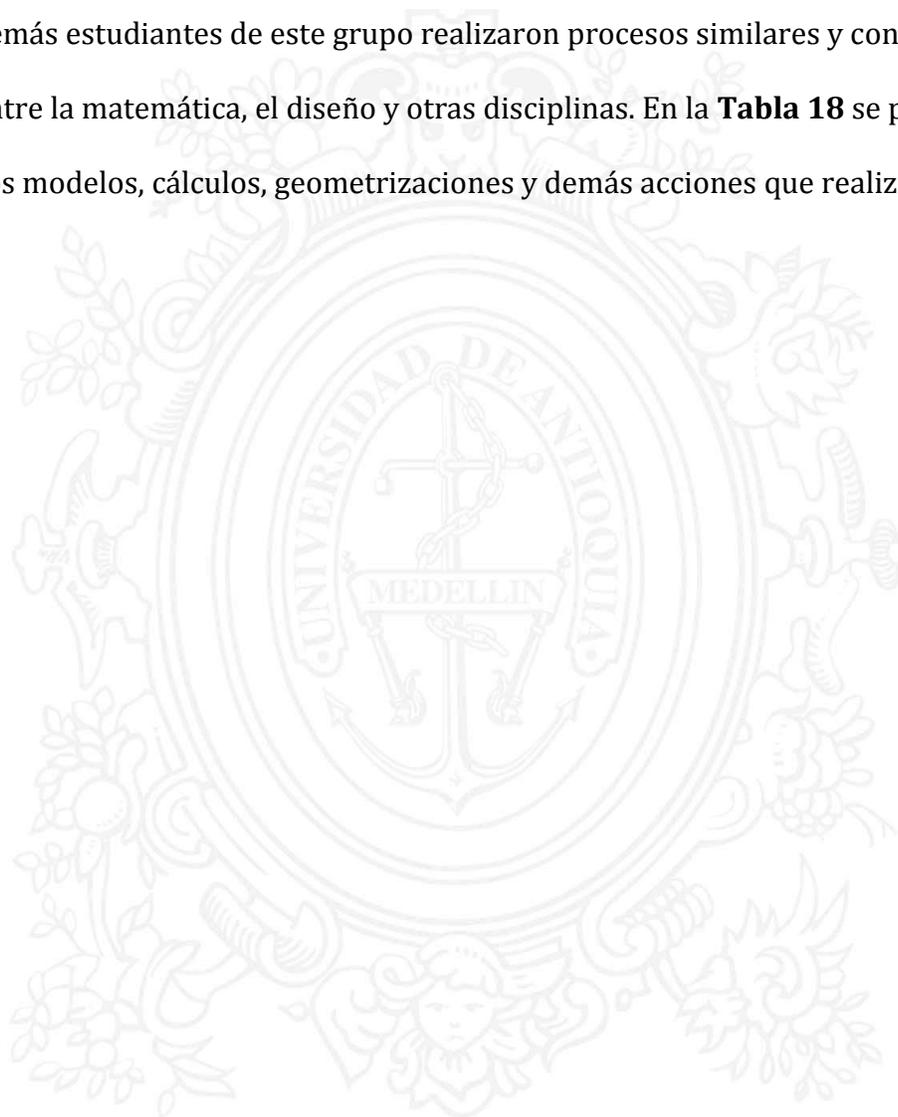
Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

Paula fue otra estudiante que demostró que los aspectos funcionales, sin dejar de lado lo formal, le posibilitaron construir una solución más concreta que respondiera a la necesidad que evidenció. Al elaborar manualidades generaba una cantidad de basura sobre su puesto de trabajo y quería generar un dispositivo que se empalmara en la mesa y resistiera el almacenamiento de los desechos. Esto llevó a la estudiante a dinamizar los aprendizajes y poner en diálogo la matemática con el diseño y otras disciplinas que intervinieron para aportar a la consolidación del producto. Dicho diálogo se observó en que la estudiante usó procedimientos como una manera de responder a las necesidades que emergieron del producto a diseñar y para ello, reconoció en los modelos físicos, geométricos y algebraicos nuevas maneras de describir el producto a diseñar y lograr consolidar dichas representaciones en la configuración de un nuevo producto.

A partir de la confrontación de los datos proporcionados por los modelos, la estudiante visualizó una posibilidad de estimar la superficie y el perímetro de las formas que componían el sistema para acotar el producto y dimensionarlo.

Paula también se preocupó por encontrar la resistencia que debía tener el dispositivo que diseñaba para soportar el peso de la basura que recolectaba. En este sentido, realizó un diagrama de cuerpo libre y con el apoyo de un profesor de física, usaron los modelos matemáticos de fuerza y equilibrio que le permitieron conocer la carga máxima que podía soportar el dispositivo y, a partir de los coeficientes de resistencia de materiales, estudiar cual era el mejor material para el diseño del producto.

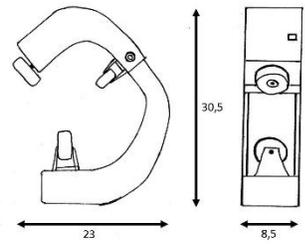
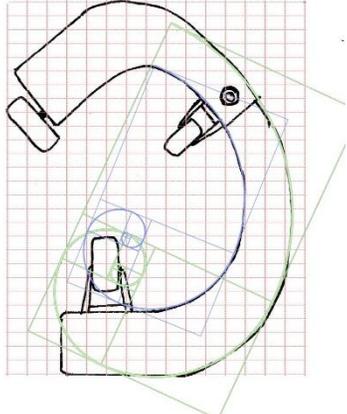
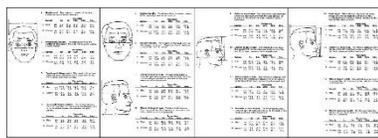
Los demás estudiantes de este grupo realizaron procesos similares y consolidaron un diálogo entre la matemática, el diseño y otras disciplinas. En la **Tabla 18** se presenta con detalle los modelos, cálculos, geometrificaciones y demás acciones que realizaron los estudiantes.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



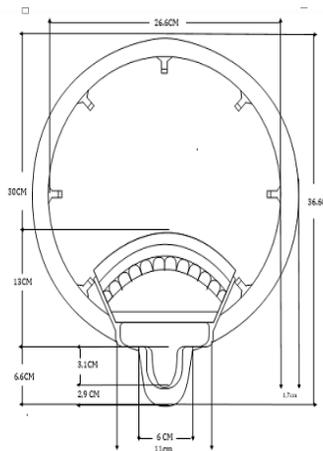
Estudiante	Modelos del diseño	Modelos Matemáticos	Geometrización	Ergonomía
Andrés		$m = 1 \text{ kg}$ $v = 0,1 \text{ m/s}$ $d = 7 \text{ m}$ $F = ?$ $F = ma$ $2ad = v^2 - y_0^2$ $a = \frac{v^2}{2d}$ $a = \frac{(0,1)^2}{2(7)}$ $a = 7,1 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ $F = ma$ $F = (0,1)(7,1 \times 10^{-4})$ $F = 7,1 \times 10^{-5} \text{ N}$ <p>El motor debe generar una fuerza de <math>7.1 \times 10^{-5} \text{ N}</math></p> <p>El producto real estaría hecho de aluminio de 0.5 mm de grosor para que este pueda resistir los golpes de 90 km/h, madera para que las llantas se puedan atornillar fácilmente y llantas de caucho para mejorar el agarre.</p>		No aplica
Juan Pablo		<p>En cuanto al molde se hizo digitalmente para que luego una maquina CNC, el programa produce las coordenadas que la maquina interpreta y realiza.</p>		 <p>8</p> <p>De allí se cogió un promedio de las medidas entre hombres y mujeres y se miró de cuanto se iba a sacar el molde aunque en el PDS se ponen 3 (tres) longitudes ya que es una especificación más clara de adonde se quiere llegar.</p>

<sup>8</sup> TECHNICAL BRIEF - Relationship between Head Mass and Circumference in Human Adults. July 20, 2007 University of Washington recuperado 30/05/15 de <http://www.smf.org/docs/articles/pdf/chingtechbrief.pdf>. Imagen tomada del reporte de Juan Pablo.

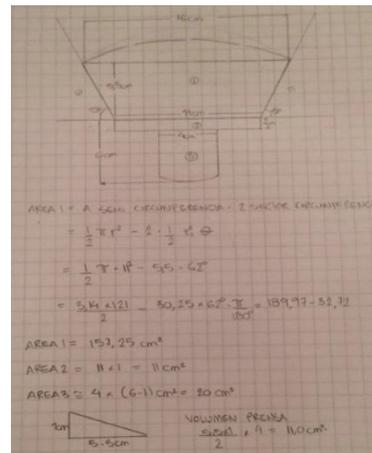
Estudiante

Paula

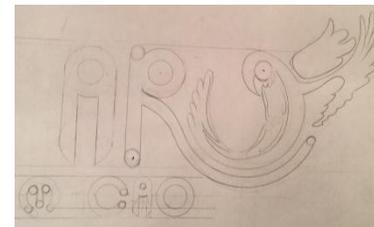
Modelos del diseño



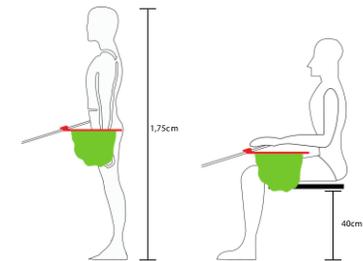
Modelos Matemáticos



Geometrización



Ergonomía



Las actividades que realizamos con la mano son todas dirigidas por el cerebro, en el caso de este producto (Agarrar) y como en todo se tienen ciertas limitaciones en cuanto a movimientos. La desviación de la mano en sentido superior no es mayor a 30° y en sentido inferior a 15°. La flexión (movimiento superior de la palma de la mano) no es mayor en sentido superior a 65° y en sentido inferior a 75°.

El hecho de que Santiago, Andrés y Paula consideraran modelos físicos o trigonométricos relacionados con los requerimientos funcionales y de uso, como se presentó en la **Tabla 18**, también generó otro tipo de interacciones con los expertos. Los estudiantes se apoyaron de su experiencia, de profesores y profesionales en el campo para evaluar la solución propuesta y de esta forma lograron definir el producto final.

A partir de las acciones que realizaron los estudiantes, se percibió una diferencia en la consecución del producto, ya que pasaron de preocuparse solo de los requerimientos formales a pensar en la implementación de un mecanismo que hiciera su producto funcional y adaptable a la solución. En este grupo de estudiantes se reconoció, como indican Lave y Wenger (1991), que la participación en la práctica cultural, en este caso del fútbol, de las manualidades y al mismo tiempo en la práctica del diseño de producto, los llevó a estudiar requerimientos formales y funcionales y articularlos con modelos y procesos tanto matemáticos como del diseño para consolidar acciones definitivas frente a la creación del producto. La práctica cultural, aportó para que los modelos no aparecieran únicamente como una representación de la situación, sino que contribuyó a obtener diversas visiones sobre las relaciones entre las variables relevantes para la consolidación del nuevo producto y considerar como podía responder a las necesidades puntuales que identificaron.

Los estudiantes, en el proceso de *modelación-matemática-y-diseño*, reflexionaron frente al contexto que exploraron. Además, analizaron las necesidades y las condiciones que debían suplir y tomaron decisiones frente a la mejor forma que define el producto y

cuál sería el mecanismo o los materiales que posibilitarían responder al objetivo funcional que habían definido.

Este procedimiento corresponde con el *aprendizaje situado*, puesto que se percibió que los aprendizajes de los estudiantes se relacionaron con sus vivencias como lo indica Clancey (1993), aunque en este caso no solo son experienciales sino también del campo profesional.

### ***Proceso de modelación-matemática-y-diseño con base en las experiencias de los usuarios***

En este apartado se describe las maneras en que el tercer y cuarto grupo de estudiantes desarrollaron de manera inductiva su proceso de *modelación-matemática-y-diseño*, en particular, los estudiantes agrupados en esta tipología se enfocaron en atender a las necesidades de un usuario y no a una necesidad personal. Dichos grupos de estudiantes llevaron a cabo el diseño de sus productos y atendieron los requerimientos formales y también determinaron los requerimientos funcionales, de forma similar a como se describió en el apartado anterior.

A diferencia del primer y segundo grupo de estudiantes, los del tercer y cuarto grupo fueron aquellos para quienes en el proceso de *modelación-matemática-y-diseño* las vivencias personales no fueron el punto de partida para diseñar el problema de diseño. Los grupos de estudiantes que se describen en este apartado son aquellos que consideraron las necesidades de una persona particular diferente a ellos mismos.

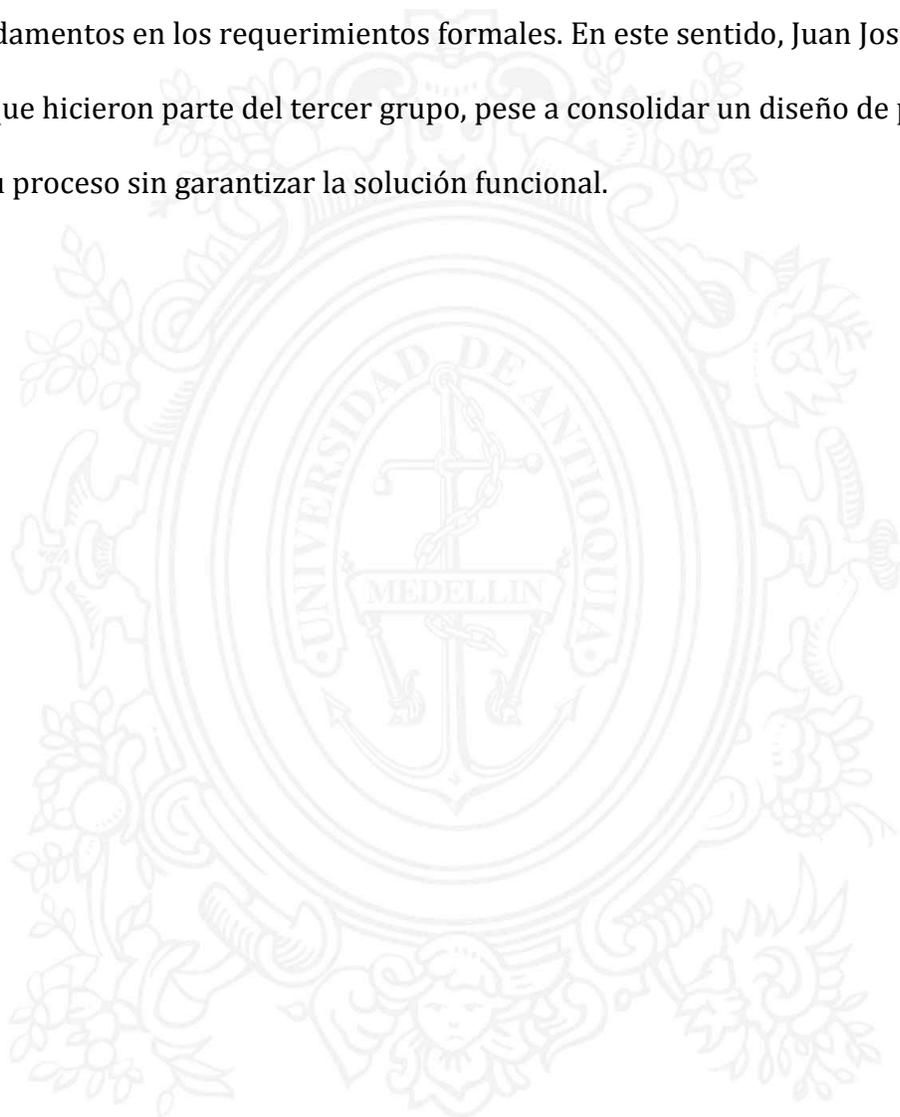
En los proyectos de Ana, Mariana, Mateo, Juan José y Federico es posible percibir que los estudiantes determinaron una necesidad de un usuario particular para satisfacer, que luego generalizaron a un sector poblacional. A partir de este concepto definieron un producto que cumpliera tales expectativas. Los estudiantes de este grupo, delimitaron su creación a requerimientos estéticos o formales. Los modelos y procesos que realizaron los estudiantes se presentan en la **Tabla 19**.

Juan José, por ejemplo, en el desarrollo de su proyecto se preocupó por una mejor experiencia para los cinéfilos; de manera particular, estudió las condiciones en relación a la experiencia de alimentación que viven los cinéfilos. Este problema llevó al estudiante a explorar un recipiente donde el usuario ubicara de manera más compacta los productos alimenticios y lograra desplazarse evitando afectar el bienestar de los demás participantes del espectáculo. Sin embargo, la mayor preocupación de Juan José se concentró en los requerimientos formales y estructurales, es decir, que el recipiente fuese estético y existiera armonía entre sus partes. Juan José estableció por medio de la geometrización el posicionamiento de accidentes formales como lo son la agarradera del recipiente, los detalles estéticos, su capacidad, entre otros. A pesar de definir un producto formalmente armónico, no garantizó su funcionalidad.

La manera en que el estudiante realizó el proceso de *modelación-matemática-y-diseño* dio cuenta, como se presenta en la **Figura 24**, de que este grupo de estudiantes obviaron la funcionalidad, aspecto relevante en el proceso ingenieril y de diseño de producto. Sin embargo, no se puede desconocer que proporcionaron una solución general



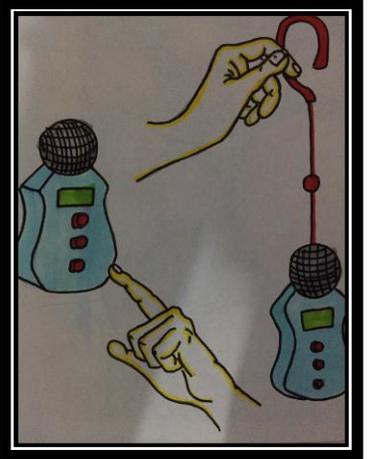
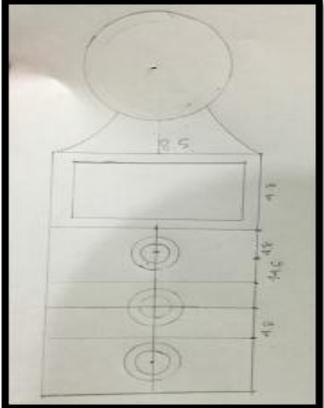
pero con fundamentos en los requerimientos formales. En este sentido, Juan José y los estudiantes que hicieron parte del tercer grupo, pese a consolidar un diseño de producto, finalizaron su proceso sin garantizar la solución funcional.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

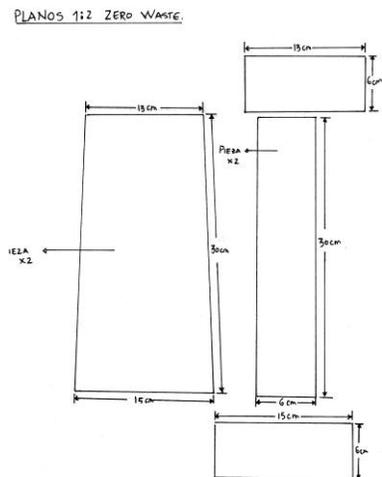
1 8 0 3

**Tabla 19.** Uso de modelos en el proceso de *modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia de los usuarios y los requerimientos formales.*

Estudiante	Modelos del diseño	Modelos Matemáticos	Geometrización
Ana María		<p><b>Volumen de un toroide</b></p> $V = 2\pi^2 Rr^2 = 2\pi^2(18cm) * (9.5cm)^2$ $V = 799943 \text{ cm}^3$ <p><b>Volumen de un hemisferio (1/2 esfera)</b></p> $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(15cm)^3 = 7068 \text{ cm}^3$ <p><b>Área de un hemisferio (1/2 esfera)</b></p> $A = \frac{4\pi r^2}{2} = \frac{4\pi(15cm)^2}{2} = 1413 \text{ cm}^2$	<p>No realizó ningún proceso de geometrización</p>
Mariana		<p>No hace uso de expresiones para calcular algún requerimiento de su producto.</p>	



Mateo



Se midieron las dimensiones para saber qué área abarca el espaldar de la silla y se concluyó que la silla posee un área de 2500 cm<sup>2</sup>, ya que posee unas dimensiones de 50cm x 50cm.

El siguiente procedimiento fue dividir el área en tres partes iguales, para determinar exactamente cuánto se podía utilizar a cada lado de la silla, es decir  $250\text{cm}^2 / 3 = 833.33 \text{ cm}^2$

La composición por partes del Zero Waste es de 2 trapecios como caras frontales, dos rectángulos iguales que conforman la altura y otros dos rectángulos para la base mayor y para la base inferior respectivamente. Se calculó el área de una de las caras del Zero Waste, la cual es un trapecio y se obtuvo el siguiente resultado:  $A = \frac{B1+B2 \times h}{2} \rightarrow \frac{15+13 \times 30}{2} = 420\text{cm}^2$

Solo se tuvo en cuenta una cara del Zero Waste, debido a que este no tiene un volumen sobresaliente de los bordes de la silla, porque este queda a ras de la silla y no ocupa es=el espacio de las piernas del usuario.

Si se suman las áreas de dos caras, se obtiene un área de **840 cm<sup>2</sup>** lo cual permite optimizar el espacio hueco a lado y lado de cada silla, por lo tanto el Zero Waste no debe sobrepasar un área de **420cm<sup>2</sup>**.

Para el cálculo del volumen, se tuvo en cuenta la forma final que debería tener el Zero Waste para que fuera adecuado al contexto: Una pirámide truncada. Al efectuar el volumen máximo que podría abarcar este recipiente, por formula, arrojo

un resultado de **2517,79cm<sup>3</sup>**

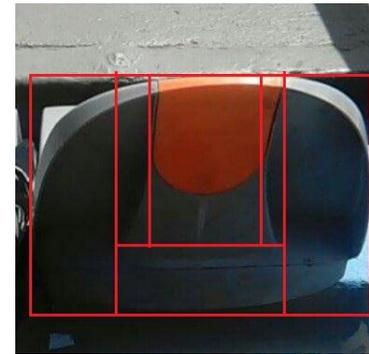
$$V = \frac{h}{3} [A_1 + A_2 + \sqrt{(A_1 A_2)}]$$

$$V = 30/3 [(15 \times 6) + (13 \times 6) + \sqrt{(15 \times 6 \times 13 \times 6)}]$$

$$V = 30/3 [90 + 78 + \sqrt{7020}]$$

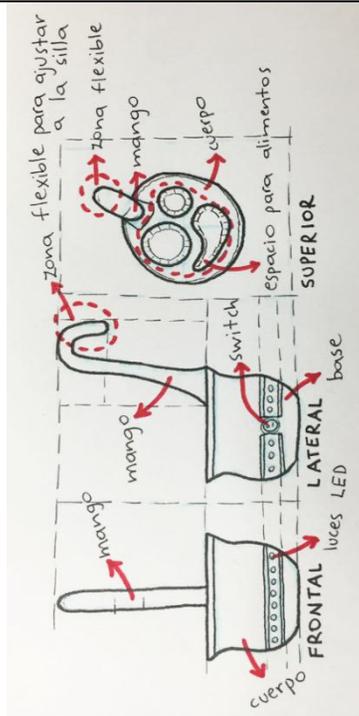
$$V = 30/3 [251,78]$$

$$V = 2517,79\text{cm}^3$$

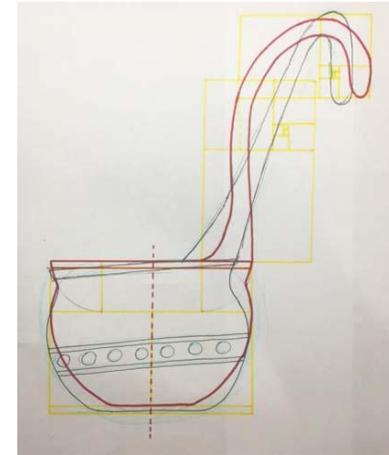




Juan José

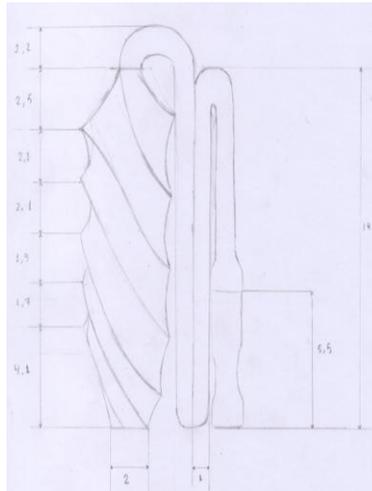


Para la fuerza del producto se pesaron los alimentos básicos (crispetas, gaseosa, hamburguesa), en sus tamaños pequeños, dando como resultado 850 g.  
La altura de las caídas está por encima de la altura entre el piso y la mano de una persona promedio.  
La temperatura a soportar está en relación con la utilizada en la cocción de las hamburguesas (60°C).  
El tamaño de la bandeja circular está en relación con el tamaño del tórax de una persona promedio (menos de 25 cm de diámetro).





Federico



Definición ideal de un objeto aproximado formalmente al producto:  
Cilindro - 5 toroides = Volumen objeto ideal  
 $\pi r^2 b - 5(2\pi^2 R r^2) = Voi$   
 $\pi 25(14.4) - 5(2\pi^2 4 1) = Voi$   
 $Voi = 736.2 \text{ cm}^3$

Dimensiones del producto:  
 $r = 5$   
 $b = 14.4$

Dimensiones del toroide:  
 $r = 1$   
 $R = 2$

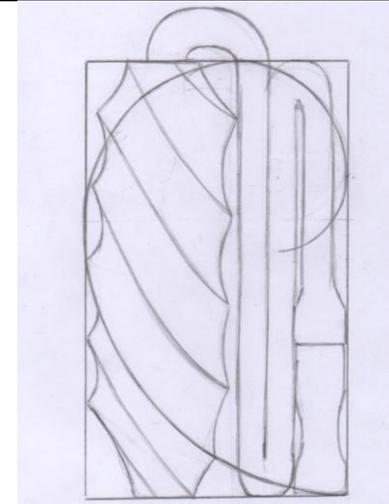
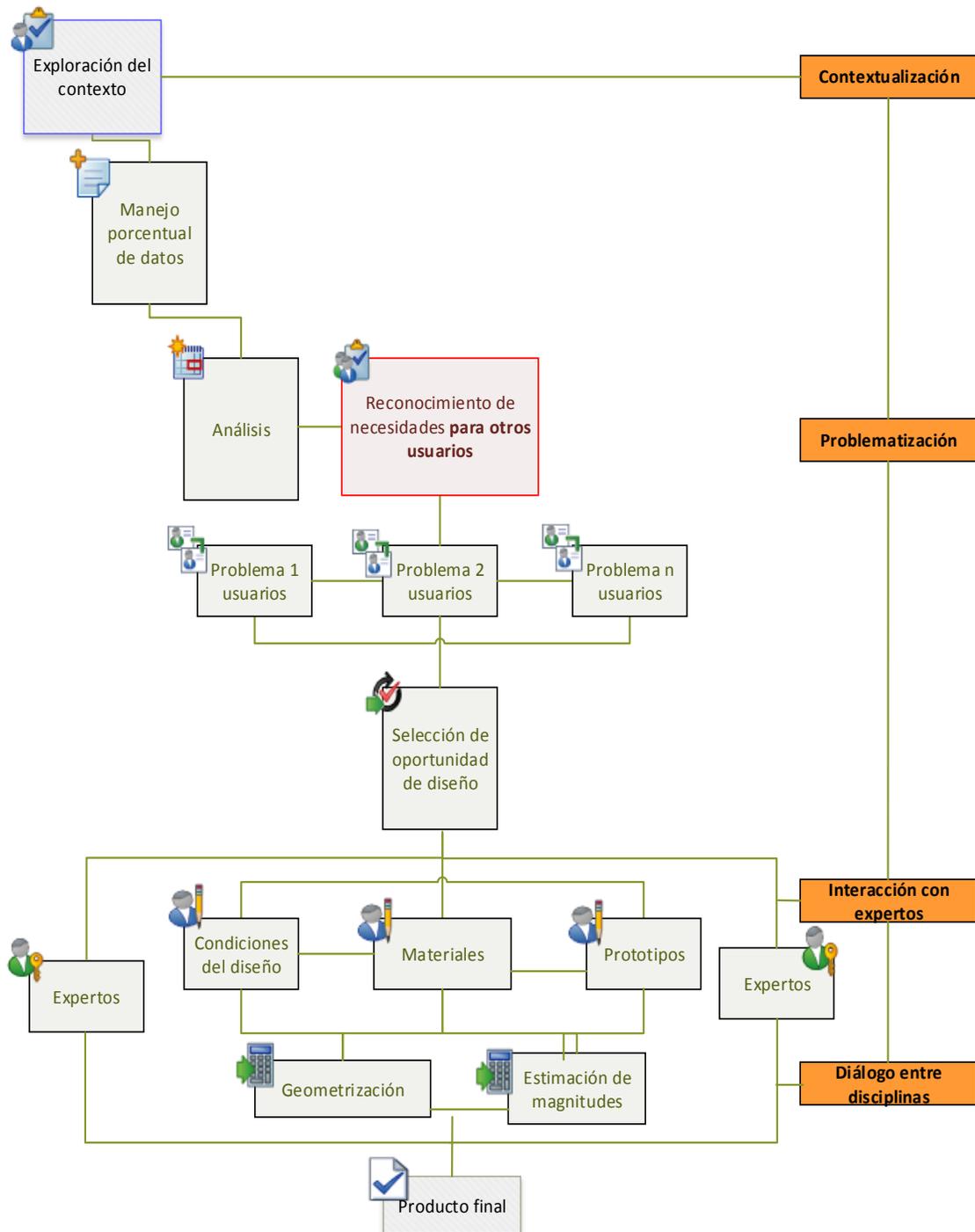


Figura 24. Proceso de modelación experiencia usuarios/formal



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

El proceso que el tercer grupo de estudiantes realizó es muy similar al que realizaron los estudiantes del primer grupo. Los estudiantes del tercer grupo realizaron una exploración del contexto y reconocieron el uso de condiciones, pero primaron las experiencias auténticas de una persona diferente a ellos mismos. La *contextualización* aportó en el reconocimiento de la diversidad de problemas del usuario, en la comprensión y análisis de las necesidades del usuario.

Los aportes posibilitaron que los estudiantes consideraran la superficie para determinar las dimensiones del producto y por tanto, la cantidad de material necesario para su fabricación. Al mismo tiempo, que establecieron la geometrización a la luz de las relaciones antropométricas e incluso, la distribución del peso a partir de la ergonomía, entre otras acciones que aportaron a la solución de la situación. Pese a los diversos problemas que identificaron en las vivencias del usuario, fue importante, para ellos, seleccionar una oportunidad de diseño y valerse de procesos y conceptos de la matemática y del diseño para lograr determinar el producto. De manera similar que el primer grupo, los estudiantes del tercer grupo realizaron la definición de condiciones, consultaron acerca del material, definieron dibujos, prototipos y geometrizaron cada parte del producto. Además, preguntaron a otros usuarios, especialistas o expertos por las percepciones frente a su prototipo, quienes aportaron en la fundamentación de las ideas, pero la solución se definió como una idea posible de materializarse.

Al realizar el análisis del producto objeto de la exploración del contexto, los estudiantes se situaron en la experiencia del otro y con los diálogos, entrevistas y

acercamientos a las vivencias del usuario, identificaron diversos problemas que vivían. Los estudiantes se inquietaron por definir un producto estético que cumpliera con condiciones de diseño desde la formalización, como la ergonomía, la antropometría, la estética, la exploración de los materiales, la geometrización para lograr armonía entre las piezas que determinaban el sistema, pero al mismo tiempo se preocuparon porque su producto fuera funcional. Es decir, el proceso de *modelación-matemática-y-diseño* impulsó las relaciones matemáticas en correspondencia al campo de formación y, por lo tanto, realizaron una modelación de la oportunidad de diseño, que se asume como fenómeno o situación de estudio, como se presenta en la **Figura 24**.

En estudiantes como Luisa, Pilar, Sara, Valentina, Jonathan y Stephania, quienes conforman el cuarto grupo, se puede reconocer que, en el proceso de *modelación-matemática-y-diseño*, su intención de solución estuvo orientada a resolver las necesidades de un sujeto diferente a sí mismo, ya fuera por inspección o por apropiación de una situación que se relacionaba con sus vivencias. Dicha situación fue percibida en esta investigación, por ejemplo, en el proyecto de Pilar, quien estudió las situaciones que podrían mejorar la experiencia sexual, o en el proyecto de Jonathan, quien se ocupó de consolidar un sistema que ayudara en su trabajo a los vendedores ambulantes del interior del estadio.

La manera como este grupo desarrolló sus proyectos permitió reconocer que los estudiantes, además de aprender matemáticas, las usaron para dar forma y funcionalidad a su proyecto y despertó un sentido crítico y creativo para recrear la forma de consolidar su



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

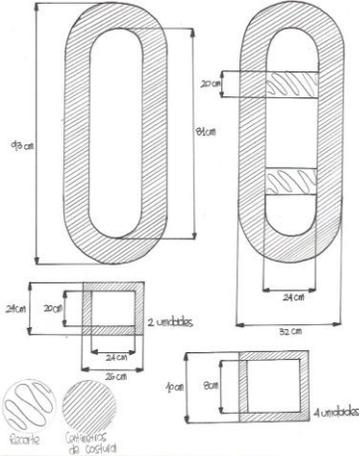
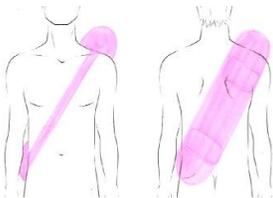
propuesta. Para detallar la manera como procedió el cuarto grupo de estudiantes, se presenta la **Tabla 20**.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

**Tabla 20.** Uso de modelos en el proceso de *modelación matemática-y-diseño con base en la experiencia de los usuarios y los requerimientos formales y funcionales*

Estudiante	Modelos del diseño	Modelos Matemáticos	Geometrización	Ergonomía
Luisa		<p>Se calcula la cantidad de superficie del empaque para estimar que con un metro de tela Proquitex es posible realizar la construcción del producto.</p> <p>Se estima que el morral tiene unas dimensiones <math>0.93 m * 0.32 m = 0.2976cm^2</math></p>	<p>Partiendo de la forma de la patineta y de la cintura masculina, se diseña un cinturón-morral, que tiene una función para el momento previo, entretanto y posterior de una sesión de skate. Por esta característica no se requiere de un proceso de geometrización.</p>	



Estudiante

Modelos del diseño

Modelos Matemáticos

Geometrización

Ergonomía

Pilar



Área brazos  $\rightarrow 70 \times 70 = 4.900 \text{ cm}^2$   
 Área rectángulo central  $\rightarrow 70 \times 50 = 3.500 \text{ cm}^2$   
 Total  $= 4.900 \text{ cm}^2 + 3.500 \text{ cm}^2 + 4.900 \text{ cm}^2$   
 Perímetro  $= 9.800 + 3.500 = 13.300 \text{ cm}^2$

Tela gastada  $\rightarrow 2,5 \text{ m}$  Grosor  $\rightarrow$  al piso  $2,5 \text{ cm}$

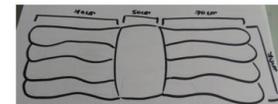
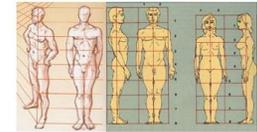
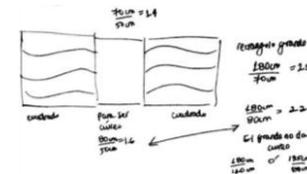
Volumen

$\square \rightarrow L^3$   
 $\square \rightarrow \text{bxhxg}$   
 $\square \rightarrow L^3$

$70^3 = 343000 \text{ cm}^3$   
 $70 \times 50 \times 25 = 87500 \text{ cm}^3$   
 $70^3 = 343000 \text{ cm}^3$

Perímetro

$\square 70+70+70+70 \rightarrow 280 \text{ cm}$   
 $\square 70+70+50+50 \rightarrow 240 \text{ cm}$   
 $\square 70+70+70+70 \rightarrow 280 \text{ cm}$



Estudiante

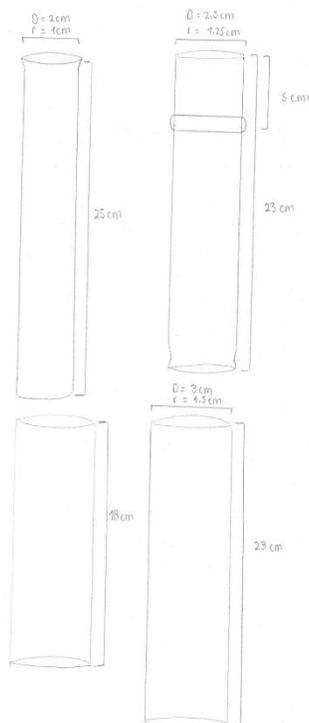
Modelos del diseño

Modelos Matemáticos

Geometrización

Ergonomía

Sara



Cilindro 1: largo= 25cm Radio=1cm  
Este cilindro es el que sostiene el pom pom. Está ubicado en la parte interior

Cilindro 2: largo=23cm, Radio=1.25cm  
Este cilindro es el que contiene el pom pom; para saber cuánto papel de pompom cabía en este cilindro, se tuvo que hallar el volumen de éste, así:

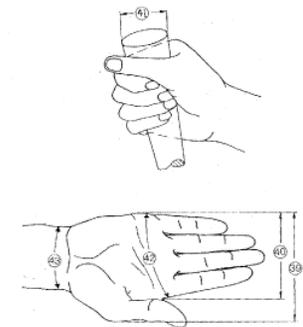
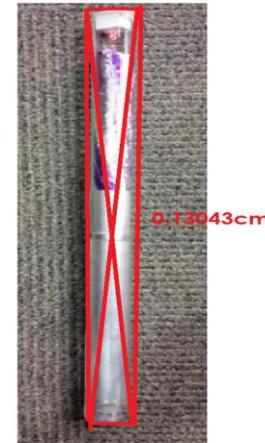
$$V_{cilindro} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot (1.25cm)^3 = 12.27 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{Volumen máx. Para la cantidad de papel.}$$

Cilindro 3: este cilindro cumple la función de cilindro exterior del mecanismo y de empaque; para realizarlo se utilizó el Perímetro del cilindro #2 así:

$$Pc2 = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot (1.25 \text{ cm}) = 7.85 \text{ cm}$$

Este cilindro se construyó con una lámina rectangular de acrílico de 7.85cm de ancho equivalentes al perímetro del cilindro 2, y de 41cm de largo, repartidos en 2 divisiones, la tapa con 23cm y la base con 18cm, la cual se termo formó para formar los cilindros.

El producto no tiene proporción áurea pero entre sus mismos cilindros guarda proporciones de tamaño y de encaje como se muestra en las imágenes.



Estudiante

Modelos del diseño

Modelos Matemáticos

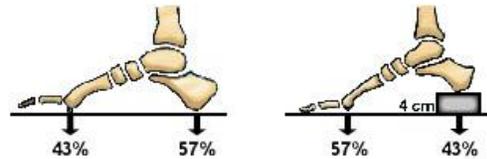
Geometrización

Ergonomía

Valentina



En condiciones normales, estando el calcáneo en el mismo plano que los metatarsos, el peso del cuerpo se distribuye algo más del 50% sobre el talón. Pero cuando el pie se encuentra en un calzado con tacón que eleva el plano del talón, el peso se desplaza proporcionalmente adelante según la altura que exista entre el talón y el plano del suelo.<sup>9</sup>



En este sentido, si el peso se reparte de manera proporcional, para una altura de 1 cm se tendría la siguiente proporción:

$$57\% - 43\% = 14\%$$

$$\frac{14\%}{4} = 3,5\%$$

Altura	%Peso delantero	%Peso trasero
4 cm	57%	43%
3 cm	53.5%	46.5%
2 cm	50 %	50 %
1 cm	46.5%	53.5%
0 cm	43%	57%

No realizó ningún proceso de geometrización

Realmente las medidas de la suela para zapatos de bebé varía de acuerdo a la talla de zapato del bebé. Hablando de los aspectos ergonómicos, el relieve máximo que debe tener la plataforma de la suela (amortiguador) es de 1 cm, puesto que si es mayor puede alterar la distribución del peso y la fuerza del bebé y perdería su función como amortiguador; y el relieve que hay en la zona plantar debe ser entre 0.1 y 1.5 cm para poder darle la horma correcta, si sobrepasa estos límites puede generar traumas fisiológicos en el bebé, cuando la idea es no generar tensión en los músculos y que el bebé comience a adquirir una buena postura.

<sup>9</sup> Recuperado 28/05/15 de <http://www.monografias.com/trabajos67/calzado/calzado2.shtml>. Tomada del reporte de Valentina



Estudiante

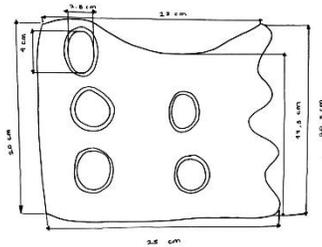
Modelos del diseño

Modelos Matemáticos

Geometrización

Ergonomía

Stephanía

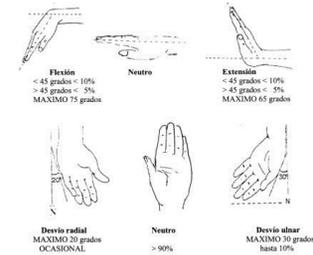


La Manopla propone los siguientes materiales:  
Neopreno, Lino, caucho vulcanizado o espuma EVA,  
velcro y un cierre.  
Ya que el producto no requirió cálculo de volúmenes,  
áreas, temperatura, u otros, analiza costos y porcentajes  
de desperdicio de materiales.

Materiales usados para realizar un guante:

Material	Cantidad comprada	Precio	Cantidad usada	Desperdicio
Neopreno	4500 cm <sup>2</sup>	10.000	625 cm <sup>2</sup>	3875 cm <sup>2</sup>
Lino	4500 cm <sup>2</sup>	3.000	625 cm <sup>2</sup>	3875 cm <sup>2</sup>
Velcro	100 cm	2.000	5 cm	95 cm
Cierres	1	500	1	0
Espuma Eva	4500 cm <sup>2</sup>	8.000	320 cm <sup>2</sup>	4180 cm <sup>2</sup>

No realizó ningún proceso de geometrización



Según lo anterior, en cuanto al Neopreno y Lino se dio un desperdicio de material de 86.11%, en el Velcro 95% y en espuma Eva de 92.88%.

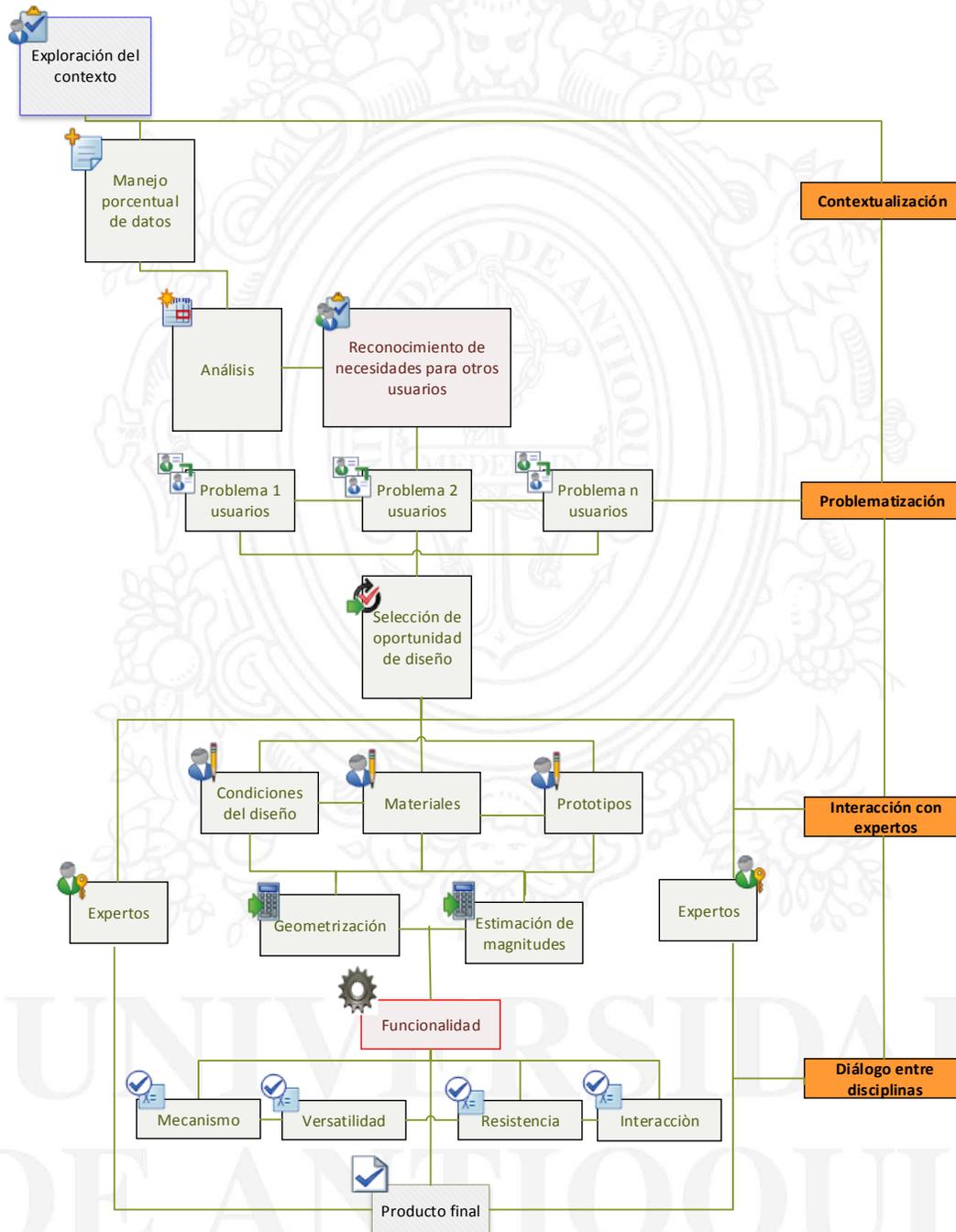
La experiencia descrita establece la necesidad de que se propicie una correspondencia entre quién modela, qué modela y cómo lo hace. La forma de proceder de este grupo de estudiantes evidencia que ellos pensaron el objeto, las variables que implican su creación y transformación; respondieron a las necesidades de los usuarios y relacionaron los principios del diseño de producto con conocimientos matemáticos y de otras disciplinas para lograr la funcionalidad del producto. Podría indicarse que los diversos integrantes de este grupo pensaron objetos como un contenedor para una patineta, un *puff*, un instrumento para porristas, una plantilla para bebés, un dispositivo para vendedores ambulantes, un guante para *skates*. En ellos reconocieron variables como el tamaño que establece las relaciones antropométricas y ergonómicas, la superficie para estimar la cantidad de material, el volumen que determina la capacidad, la fuerza con relación a los puntos de apoyo del cuerpo. A partir de dichas variables, los estudiantes realizaron una configuración geométrica que se fundamenta en la geometrización y realizaron procesos aritméticos y algebraicos para realizar estimaciones y acercarse a la solución de la situación de diseño que cada estudiante identificó.

La manera como los estudiantes procedieron se ilustra en la **Figura 25**, en ella se muestra que es posible establecer relaciones contextuales con el campo de formación y dota de sentido a la formación matemática. Dicho asunto se evidenció en el proyecto de Valentina quien a partir de la relación porcentual de la distribución del peso estableció, con el uso de expresiones matemáticas referidas a los porcentajes, la altura de la plantilla que diseñó. Jonathan en su proyecto ajustó su prototipo en términos ergonómicos a partir de

las distribuciones geométricas que consolidó y cómo ellas se ajustaron con la funcionalidad del dispositivo.

Como se percibe en la **Tabla 20** los estudiantes asociaron los conceptos de las matemáticas con el diseño de producto y encontraron, además de soluciones de la situación estudiada, aplicaciones en un contexto particular que se puede extender a una población general. Según los planteamientos anteriores, se puede determinar que si bien atendieron requerimientos formales, los estudiantes evolucionaron su producto porque también consideraron los requerimientos funcionales. Además, la exploración de la oportunidad de diseño tuvo que ver con las experiencias unipersonales, así como con un público objetivo general. Tales aspectos permitieron identificar como superó el diseño de un producto, y se evidenciaron las repercusiones que logró la experiencia de aula: los estudiantes pasaron de lo particular a lo general puesto que dejaron de preocuparse por asuntos propios para pensar en la generalidad de una población determinada, la cual fue representada por el papel del usuario y lograron sobrepasar los requerimientos formales y dar cuenta también de los requerimientos funcionales. Si bien la forma y la estética son importantes en la configuración de un producto, que se logre la funcionalidad lleva el producto a un nivel más definitivo.

Figura 25. Proceso de modelación experiencias usuarios/funcional



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

Con base en los cuatro procesos de *modelación-matemática-y-diseño* que se han descrito se puede argumentar que los aspectos que definen los procesos centran la importancia que tiene para un futuro IDP, conceptualizar un diseño a partir de una realidad sentida en términos personales o grupales. Lo anterior, posibilita atender a la formalización matemática, ingenieril y del diseño de producto con el ánimo de lograr una evolución en la idea que se desarrolla. A continuación, se presentan los aspectos que definen el proceso de *modelación-matemática-y-diseño*.

### **Procesos generales y específicos de la Modelación matemática, la ingeniería y el diseño de producto**

Los estudiantes participantes en el proceso de investigación llevaron a cabo la conjunción de proceso de modelación, de ingeniería y de diseño de producto y realizaron procesos generales como son: i) *Identificación de oportunidad que requiere de una solución*, ii) *Exploración de condiciones para iniciar un plan de acción*, iii) *Definición inicial de condiciones para solucionar el problema*, iv) *Conocimiento de la situación a partir de exploraciones teóricas o prácticas*, v) *Evaluación de condiciones o soluciones propuestas* y vi) *Definición de acciones a seguir en correspondencia a las soluciones que hasta el momento se identificaron*.

A partir de dichos procesos generales, los estudiantes realizaron diversos procesos específicos con relación a la matemática, el diseño y la ingeniería.

En relación a la *identificación de una oportunidad de diseño que requiera solución*, se asume como proceso general puesto que fue un aspecto que definió en términos iniciales el proceso *modelación matemática-y-diseño*. Este proceso general permitió que los estudiantes exploraran el contexto a partir de las vivencias en el *hobby* y reconocieran una oportunidad de diseño ya fuese a partir de las necesidades propias o de otro usuario. Para lograr este proceso general, los estudiantes realizaron procesos específicos como entrevistas a los expertos (usuarios, profesores o especialistas), tabulaciones de los datos, relaciones porcentuales, reporte de infográficos, entre otros.

En cuanto a la *exploración de condiciones para iniciar un plan de acción*, los estudiantes analizaron la información que determinó el contexto y a partir del reconocimiento de las necesidades, tanto individuales como para otros, analizaron los requerimientos del producto y, con base en ellos, se determinaron acciones a seguir. Para avanzar en el proceso, construyeron un estado del arte de las posibles soluciones, realizaron bocetos y simulaciones del producto que se asumen como procesos específicos.

Una vez definidas de manera inicial las condiciones, los estudiantes realizaron de forma general la *definición inicial condiciones para solucionar el problema* y seleccionaron de manera puntual la oportunidad de diseño. Para llevar a cabo este proceso revisaron las condiciones del diseño que debían atender y estructuraron, de manera previa, la definición formal y estructural del prototipo. Es decir, el proceso los llevó a discutir, interpretar, comprender la situación y las acciones para solucionar la problemática. Para lograr dicho propósito, realizaron la geometrización de las piezas que conforman el producto,

establecieron relaciones proporcionales a partir de la ergonomía y antropometría, consolidaron los planos iniciales del producto y revisaron los materiales factibles. Por lo tanto, los estudiantes se acercaron al *conocimiento de la situación a partir de exploraciones teóricas o prácticas*. Es decir, en dicho momento del proceso los estudiantes exploraron las condiciones iniciales y realizaron pruebas y procedimientos para definir el producto en términos formales y funcionales. Como parte de este momento del proceso, identificaron modelos matemáticos de utilidad para sus problemas y los usaron para realizar procedimientos y estimar magnitudes o comprobar teóricamente conceptos como fuerza, resistencia, carga máxima entre otros y definir condiciones como mecanismos, versatilidad, resistencia del producto y la interacción entre el producto y el usuario. De esta manera, los estudiantes, en la conceptualización del diseño y la matemática, lograron encontrar sentido a la forma de proceder, los recursos propios del campo y a conjeturar relaciones matemáticas en diálogo con el diseño, y al mismo tiempo, lograron apropiarse de modelos (matemáticos y no matemáticos) y aplicarlos para acertar o refutar lo que sugerían.

Cuando los estudiantes realizaron algunas o todas las acciones presentadas anteriormente, reconocieron la necesidad de *evaluar las condiciones o soluciones propuestas*; en ese sentido, discutieron con sus compañeros, usuarios, profesores y profesionales y decidieron las condiciones finales a tener en cuenta para estructurar el producto. Dichas discusiones, decisiones y consideraciones posibilitaron la *definición de acciones a seguir en correspondencia a lo que se identificó hasta el momento*. Es decir, los estudiantes construyeron el producto si realmente lograba satisfacer las necesidades u

oportunidad de diseño que se identificó. En caso contrario, re-evaluaron los requerimientos formales y funcionales para lograr cumplir con su producto, objetivo propuesto.

En cuanto a la *definición de condiciones con justificación empírica o teóricas*, es decir, en lo relacionado con pruebas y procedimientos, definieron el producto y procuraron atender a los requerimientos formales y funcionales. Hicieron uso de modelos para estimar magnitudes, comprobar de manera teórica conceptos como fuerza, resistencia, carga máxima entre otros; hicieron pruebas de color y material.

En la **Tabla 21** se presentan los procesos generales y específicos de los estudiantes en la *modelación-matemática-y-diseño*. Al mismo tiempo, se declara con que disciplinas se relacionaron tales maneras de proceder, para demarcar la articulación en dicho proceso.

**Tabla 21.** Procesos generales y específicos en la modelación *matemática-y-diseño*

Proceso general	Procesos específicos	Disciplinas
Identificación de oportunidad que requiere de una solución.	Entrevistas. Tabulaciones de los datos. Relaciones porcentuales. Reporte de infográficos.	Diseño. Matemática. Ingeniería.
Exploración de condiciones para iniciar un plan de acción.	Estado del arte de las posibles soluciones. Bocetos. Simulaciones.	Diseño. Ingeniería.
Definición inicial condiciones para solucionar el problema.	Geometrización de las piezas. Relaciones proporcionales. Ergonomía. Antropometría. Planos iniciales del producto.	Matemática. Diseño. Ingeniería.

Proceso general	Procesos específicos	Disciplinas
Conocimiento de la situación a partir de exploraciones teóricas o prácticas.	Uso de modelos. Procedimientos. Estimación de magnitudes. Comprobación teórica de conceptos como fuerza, resistencia, carga máxima, entre otros.	Matemática. Diseño. Ingeniería.
Evaluación de condiciones o soluciones propuestas.	Discusiones compañeros, usuarios, profesores y profesionales. Toma de decisiones. Consideraciones frente al producto.	Matemática. Diseño. Ingeniería.
Definición de acciones a seguir en correspondencia a las soluciones que hasta el momento se identificaron.	Construcción final del producto. Re-evaluación de requerimientos formales y funcionales del producto.	Diseño. Ingeniería.

En la **Tabla 21**, se han delimitado los procesos generales y específicos que se evidenciaron en la *modelación-matemática-y-diseño*, sin embargo, de acuerdo a los grupos que en los cuales se reconoció la manera como los estudiantes vivenciaron tal proceso, se percibió que los cuatro procesos presentaron diferencias y similitudes en cuanto a los procesos generales y específicos, respectivamente.

En la **Tabla 22** se presenta una comparación de los procesos generales según la forma como los estudiantes llevaron a cabo el proyecto.

**Tabla 22.** Comparación entre los cuatro procesos de modelación *matemática-y-diseño*

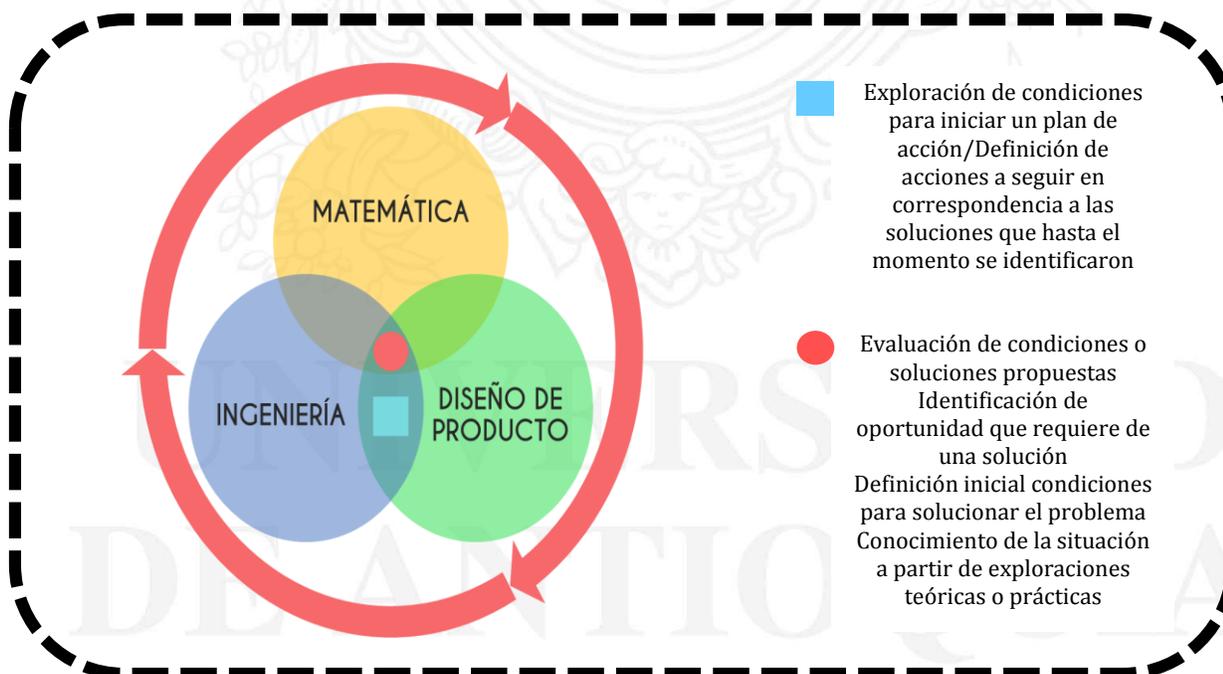
Proceso general	Proceso de modelación vivencia persona/formal	Proceso de modelación vivencia persona/funcional.	Proceso de modelación usuarios/formal	Proceso de modelación usuarios/funcional
Identificación de oportunidad que requiere de una solución.	✓	✓	✓	✓
Exploración de condiciones para iniciar un plan de acción.	✓	✓	✓	✓
Definición inicial condiciones para solucionar el problema.	✓	✓	✓	✓
Definición de condiciones con justificación empírica o teóricas.		✓		✓
Evaluación de condiciones o soluciones propuestas.	✓	✓	✓	✓
Definición de acciones a seguir de acuerdo con los aspectos que se identificaron hasta el momento.		✓		✓

El proceder de los estudiantes demostró que el aprendizaje se convirtió en un aumento de experiencias y que el hecho *situarlo* permite no solo la aplicación del conocimiento sino también, la producción de significados articulados entre el saber

matemático, el contexto y el diseño de producto. En este sentido se faculta al estudiante para lo conceptual y lo procedimental; al mismo tiempo, el conocimiento se reconoce como concreto, aplicable y práctico.

En los cuatro procesos de *modelación-matemática-y-diseño*, la matemática, el diseño de producto y la ingeniería se conjugaron para aportar a la consolidación de la idea inicial, aunque algunos se hayan limitado a los requerimientos formales más que funcionales. Se deduce entonces que cada proceso realizado por los estudiantes, pese a sus diferencias, vincula más de dos campos como lo enuncian algunos investigadores, *la realidad* y la matemática, y se vinculan además, el diseño de producto y la ingeniería, como se presenta en la **Figura 26**.

**Figura 26.** Proceso de *modelación matemática-y-diseño*



Fuente: Diseño de los autores de esta investigación

Los hallazgos en referencia al proceso de *modelación-matemática-y-diseño* y los planteamientos del *aprendizaje situado* (Brown et al., 1989; Hennig et al., 2015; Lave & Wenger, 1991; Watson & Winbourne, 2008) permiten indicar que los futuros ingenieros desarrollaron habilidades para concebir la formación matemática en concordancia con las actuaciones del campo de formación y, por lo tanto, solucionar los problemas de manera más flexible y creativa. De esta manera, se demuestra cómo se *articulan* los conocimientos y se dinamizan con unas experiencias que se asocian con prácticas futuras. El conocimiento adquirió una visión dinámica que permite al ingeniero en formación relacionar el aprendizaje con sus vivencias.



## **SEXTO CAPÍTULO**

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Conclusiones

En el primer Capítulo de este documento se presentó, a partir de la literatura, las necesidades de formación matemática de los futuros ingenieros y la intención de que esta converja con una contextualización en el campo específico. De manera particular, se observó que en muchos de los estudios, para la formación matemática de este tipo de profesionales, los investigadores se supeditan a estrategias de implementación de aula o diseños curriculares en los cuales se recurre al uso de modelos de diversos campos de formación y se promueve articulaciones con el futuro campo de acción del estudiante. Además, los procesos de *modelación matemática* que realizan los estudiantes cumplen solo con el propósito de responder a la tarea propuesta por el profesor, como se reportó en Rendón-Mesa y Esteban (2013) y Rendón-Mesa et al. (2013).

La experiencia en la enseñanza de la asignatura de *Modelación Matemática* y los planteamientos de los investigadores frente a las intenciones en la formación matemática de un futuro ingeniero remitieron a preguntarse ***¿Cómo un ambiente de modelación matemática puede promover una articulación entre la matemática y el campo de acción del futuro ingeniero de Diseño de Producto?*** En este sentido la investigación llevó a definir como objetivos: i) Identificar las características de un ambiente de modelación que promuevan articulaciones entre la formación matemática y el campo de acción del futuro ingeniero y ii) Analizar las diferentes maneras en que el proceso de *modelación-matemática-y-diseño-de-producto* se articula en un ambiente de *modelación matemática*.

Para alcanzar los propósitos descritos en el párrafo anterior se realizó un rediseño curricular para la asignatura *Modelación Matemática* el cual se implementó con los estudiantes matriculados para el semestre 2015-I. Este rediseño curricular consideró dos ambientes de aprendizaje: tareas de modelación y un proyecto de modelación *matemática-y-diseño* que involucraron cuatro componentes de *modelación matemática* a saber: *la contextualización, la problematización, el diálogo entre disciplinas y la interacción con expertos*. Los aspectos que se tuvieron en cuenta para el diseño de estos dos ambientes se describieron con profundidad en el tercer Capítulo de este documento.

Tanto los registros de las tareas de modelación y del proyecto de modelación *matemática-y-diseño*, como las videograbaciones y las transcripciones de las mismas, fueron los registros que se organizaron y analizaron bajo la perspectiva *aprendizaje situado* (Brown et al., 1989; Clancey, 1993; Díaz Barriga, 2003; Hennig et al., 2015; Johri & Olds, 2011; Lave & Wenger, 1991; Niemeyer, 2006) y la *modelación matemática* (Alsina, 2007; Biembengut & Hein, 2004, 2007; Blum, 2011; Diefes-Dux et al., 2012; Gainsburg, 2013).

Los resultados de esta investigación muestran la forma en que los componentes de la *modelación matemática* se involucraron con los ambientes de modelación que se relacionaron con las tareas de modelación y el proyecto de modelación *matemática-y-diseño*. En los ambientes se reconocieron las características que se deben atender para diseñar un ambiente de *aprendizaje situado* de *modelación matemática* y se relacionan en primer lugar con la participación de experiencias prácticas que involucren la modelación con la relación al futuro campo de acción; en segundo lugar, como los contextos fueron

*situados*, es decir, que generó una cercanía entre las vivencias del estudiante y el su proyección como futuro IDP y por último, cómo estas relaciones permitieron a los estudiantes reflexionar, analizar y tomar decisiones que aportaron a la movilización de experiencias que contribuirán con su futuro desempeño profesional.

En correspondencia con los planteamientos que se desarrollaron en esta investigación, se reconocieron las maneras como los estudiantes llevaron a cabo proyectos de *modelación matemática-y-diseño*, las cuales posibilitaron concebir que los procesos de modelación con correspondencia al diseño de un producto respondía, no solamente a una secuencia estructurada de acciones, sino a unos condicionamientos respecto a quién modela, qué modela y cómo modela, para determinar una solución a la circunstancia o fenómeno que se estudia.

Los hallazgos dan cuenta de una respuesta a la pregunta de investigación y del alcance de los objetivos. Esta respuesta y alcances se evidencian en las características del ambiente de modelación y en las particularidades en torno a la relación que establece la *matemática-y-diseño*. También se concluye respecto a cómo se dio el proceso de *modelación matemática-y-diseño* para los futuros IDP y se reconocen una *modelación matemática situada*, algunas implicaciones para la *modelación matemática* y la Educación en Ingeniería y las líneas que pueden desprenderse de esta investigación en un futuro. En este sentido, en los siguientes apartados se exponen las conclusiones respecto a las líneas descritas.

### **Modelación matemática-y-diseño y el significado de la articulación en el proceso formativo del IDP**

Como un resultado de esta investigación, la *articulación entre dos campos* estuvo orientadas por el referente teórico del aprendizaje situado, en ese sentido esa *articulación* se manifestó en el uso y comprensión de los *contextos situados* que apoyan el aprendizaje, es decir, que el estudiante reconozca los desafíos, problemas o fenómenos que se pueden estudiar a partir de las necesidades de formación de este tipo de ingenieros y, que por tanto, desarrollen y usen matemáticas para atender, de manera funcional, a esas necesidades. En este sentido, *articular* se focaliza en las acciones que se ponen en diálogo al vincular la matemática, la ingeniería y el diseño de producto de manera no subordinada ni artificial, sino que permite que las conceptualizaciones que alcanzaron los estudiantes demuestran el uso coherente de condiciones e ideas matemáticas y no matemáticas en un mismo proceso.

Las maneras en que actuaron los estudiantes en compañía de sus profesores y de los expertos en los diferentes ambientes de modelación propuestos, dejan ver que se promueve dinámicas particulares en la formación de los IDP donde se confronte *el saber, el actuar y el pertenecer* y, por lo tanto, se promueve la articulación entre la matemática y el campo de acción de este tipo de profesionales. Las características de los ambientes de modelación propuestos en esta investigación posibilitan dicha *articulación*, para ello, la modelación matemática debe atender a ciertas particularidades como es que se asuma *situada*.

Los estudiantes se involucraron en los ambientes de modelación y sus procesos no fueron solo matemáticos sino que crearon una sinergia que se denominó *modelación matemática-y-diseño*. En dicho proceso los estudiantes articularon actividades, proceso y conceptos de los dos campos de saber.

En la asignatura de *Modelación Matemática* ofrecida en el periodo 2015-1 se produjo una transformación en relación con las experiencias analizadas en los periodos anteriores. Esta transformación se hizo presente en *la articulación* que lograron los estudiantes en su proceso formativo, que se evidencia en la manera en que los estudiantes comunicaron, discutieron y argumentaron sus procesos en los ambientes de modelación, al mismo tiempo como concibieron una generalización de la experiencia que parte de la identificación de situaciones particulares hasta garantizar que se pueden asumir en cualquier tipo de diseño. Tal manera de proceder demostró que son latentes unos desafíos interdisciplinarios que llevó a los estudiantes a considerar no solo la construcción de modelos matemáticos o prototipos, sino a evaluarlos y revisar las condiciones para su constitución.

### **El proceso de modelación *matemática-y-diseño* de los IDP como una declaración de la *modelación matemática situada***

A partir del análisis de los enunciados en los registros que los estudiante produjeron y de las acciones que realizaron en los diferentes ambientes de modelación, se concluyó que para promover una articulación entre la matemática y el campo de acción del futuro

IDP, es necesario integrar cuatro componentes de la modelación al proceso formativo: *la contextualización, la problematización, la interacción con expertos, el diálogo entre disciplinas.*

Los resultados de este estudio muestran que la contextualización ofrece significados al futuro campo de acción, es decir, ayuda al estudiante a que por medio del uso de los contextos soporte una idea de diseño, reconozca acciones que en un futuro debe y puede implementar y alcance diferenciaciones conceptuales que le ayudan a comprender asuntos relacionados con su formación. Es decir, si bien al contextualización se relaciona con el uso del contexto, deber reconocerse un sentido el actuar, un significar la práctica del campo de acción, donde el estudiante en formación que actúa demuestra tal apropiación frente a lo que desarrolla. De la misma manera se encontró que *la problematización* es una alternativa para consolidar diseños de producto y explorar y estudiar relaciones matemáticas del campo de formación. Por su parte, *la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas* generaron aportes que fortalecen el proceso de creación y diseño de un producto.

Los resultados indican que los ambientes de modelación matemática favorecen los espacios de formación de los Ingenieros de Diseño de Producto y posibilitan que los modelos evolucionen de manera paulatina hasta alcanzar un refinamiento y legitimidad frente a la situación que se estudia. Lo anterior, posibilita que el estudiante vincule diferentes tipos de modelos matemáticos y no matemáticos y amplíe el espectro con relación a la vinculación de disciplinas, las cuales tienen como papel justificar conceptos,

procesos e ideas para alcanzar el desarrollo de un producto y mostrar particularidades en la modelación matemática, como es el caso que se asuma *situada*.

La *modelación matemática situada*, hace referencia a aquellas prácticas matemáticas que se encuentran insertas en contextos que responden a las particularidades de un campo de formación. Este tipo de *modelación matemática* posibilita que se relacionen las necesidades de los estudiantes con la participación de experiencias prácticas y al mismo tiempo, se involucren situaciones y experiencias referentes a la cultura del diseño de producto las cuales se denominan contextos *situados*. En este sentido, la *modelación matemática situada* se manifiesta como una modelación, que no dejó de lado el diseño, sino que dichos campos de saber se conjugaron como una sola expresión para reflexionar, analizar, argumentar, discutir y solucionar situaciones propuestas y lograr de esta manera que las acciones realizadas al modelar en términos de la *matemática-y-diseño* adquirieran significado para los estudiantes en su proceso formativo.

Como un aporte al campo, se evidenció en este estudio que la *modelación matemática situada* permite a los profesores plantear estrategias para lograr que la formación matemática de un futuro ingeniero de Diseño de Producto, concuerde con los requerimientos de su campo de acción. Al mismo tiempo, posiciona a los estudiantes para que interactúen con sus pares, que son los usuarios, los expertos y los profesores y modificar así sus acciones y, que éstas se encaminen a la solución que pretenden establecer.

Los proyectos de modelación desarrollados por los estudiantes fueron una manera de evidenciar procesos de modelación matemática articulados al diseño, por tal razón se acuñó en término ‘proyectos de modelación *matemática-y-diseño*’. Este término, está en correspondencia con los planteamientos de Villa-Ochoa y Berrío (2015) quienes resaltan en rol que tienen los conocimientos no matemáticos en el proceso de modelación, de esta manera, los conocimientos de la ingeniería de diseño y los matemáticos fueron emergiendo de manera funcional y articulados al diseño de producto que se requería según las necesidades de los usuarios. Esta forma de presentarse dichos conocimientos, hizo que ninguno de ellos estuviera subordinados o se presentaran de manera utilitarista.

Los diferentes procesos que atendieron los estudiantes tanto de la *modelación matemática*, como de la ingeniería y del campo del diseño de producto, permitieron ver cómo realizaron diferentes procesos de modelación *matemática-y-diseño*. Como pudo observarse a lo largo del quinto Capítulo de este documento, en este tipo de ambiente los estudiantes realizaron diferenciaciones en el proceso con el ánimo de atender a diversos tipos de requerimientos en el producto. Es decir, la actividad matemática se articuló con los requerimientos funcionales, estructurales, formales o de uso que deben considerarse para consolidar un producto. Estos resultados muestran que a diferencia de otras perspectivas de modelación (Niss, Blum, & Galbraith, 2007), los procesos seguidos por los estudiantes no son homogéneos. En la literatura internacional es común encontrar un conjunto de ciclos que representan la “actividad” que se espera que sigan los estudiantes cuando hacen modelación, esta actividad intenta reflejar las principales acciones que hacen los

matemáticos profesionales cuando hacen modelación (Blum y Borromeo-Ferri, 2009). Por el contrario, en este estudio se pusieron de relieve las acciones que hacen los ingenieros de diseño de producto, eso hizo que tanto los contextos como los sujetos (sus necesidades) estuvieran en el centro del proceso de modelación-y-diseño; por tanto, cuatro formas de modelación matemática emergieron.

Los procesos de modelación *matemática-y-diseño* llevados a cabo por los estudiantes, evidenciaron que ellos trascendieron el contenido matemático y del diseño y generaron acciones que favorecieron el aprendizaje, al observar en sus proyectos, que la articulación no es una acción sino un acontecer de sucesos. Tales acciones posibilitaron que el rol del contexto se reconociera como algo clave no utilizado de manera ingenua o utilitaria para la modelación, lo que posibilitó una solución a la situación que se estudia y cómo, a partir de dicha búsqueda, evolucionaron las conceptualizaciones procedimentales y teóricas para responder al fin propuesto. Esta manera de proceder de los estudiantes demostró la importancia que asume el análisis de una oportunidad de diseño y cómo los procesos tanto matemáticos, como de diseño y la ingeniería, no se agotaron en la producción de representaciones matemáticas, gráficas o funcionales.

Los resultados de esta investigación muestran que los proyectos de modelación *matemática-y-diseño* permitieron identificar que dicho proceso emerge según las necesidades que el estudiante intente solucionar, los requerimientos que quiera responder, las búsquedas conceptuales que intente ahondar, las interacciones que genere con sus pares, profesores y expertos. Todo lo anterior, lleva a que el proceso de modelación

*matemática-y-diseño* de un estudiante que se involucra en ambientes *de aprendizaje situado* (Brown et al., 1989; Hennig et al., 2015, 2015; Lave & Wenger, 1991; Renkl, 2001), favorece la formación no solo matemática, sino también, con relación al campo de acción, puesto que el estudiante pone en juego sus reflexiones y proposiciones, y asume un compromiso acorde con sus experiencias.

### **Implicaciones para el campo de la Modelación Matemática y la Educación en Ingeniería**

Como se explicitó en esta investigación, existe un potencial significativo para investigar las relaciones del *aprendizaje situado* en términos de comunidades específicas, como fue, en este caso, para los IDP. A partir de los hallazgos se mostró cómo ideas teóricas que se asocian con el *aprendizaje situado* pueden dar forma a nuevas investigaciones, tanto para el aprendizaje de la matemática como para el aprendizaje en ingeniería.

En el campo investigativo de la Educación Matemática, la *modelación matemática* ha tomado vigencia para trascender la relación instrumentalista de que la matemática ayuda a leer la realidad. En esta medida, la *modelación matemática* se ha convertido en un escenario creciente de investigación y, como en el caso de esta investigación, demuestra la relevancia de trabajar colaborativamente entre investigadores de esta área y la educación y por dicha razón, se posibilita la inclusión de condiciones para beneficiar de manera conjunta el aprendizaje de sus futuros profesionales.

Para el campo de la Educación en Ingeniería, el aprendizaje se ha transformado en una línea de investigación y se considera que en el futuro se darán transformaciones en cuanto a la vinculación de vivencias con relación al campo de la formación matemática de un ingeniero. Esta investigación se centró principalmente en la perspectiva del *aprendizaje situado*, la cual posibilitó que la modelación asumiera unas características diferentes a las que asume cuando se vincula al proceso de formación ingenieril, puesto que la formación matemática del IDP, en relación con los conocimientos matemáticos, se alineó con los conocimientos de la ingeniería y del diseño de producto y construir una alternativa para el aprendizaje en la IDP. Sin embargo, se reconoce que los hallazgos representan una posibilidad entre muchas otras opciones existentes.

La presente investigación brinda algunos aportes curriculares, metodológicos y evaluativos que no pueden distanciarse del campo educativo. El primer aporte se relaciona con algunas ideas acerca de una forma en que pueden reorganizarse los currículos para que respondan a las necesidades de formación. En segundo lugar, presenta a los profesores diferentes ambientes de aprendizaje (tareas de modelación y los proyectos) para que puedan organizar sus prácticas de aula a partir de un enfoque más flexible que promueva una articulación entre las necesidades de formación matemática y las del campo específico del ingeniero de Diseño de Producto en formación. El tercer aporte se relaciona con las rúbricas de evaluación, las cuales se exponen de manera detallada en el Anexo B. Rúbricas de evaluación de los Proyectos de Diseño de Producto, y las que posibilitan que una asignatura de formación matemática para un IDP propenda y vincule otros elementos

diferentes a los procedimentales. Las rúbricas de evaluación pueden ser usadas por los maestros en la valoración de los desempeños de sus estudiantes y como insumo para la organización de sus actividades de forma que los estudiantes puedan avanzar en el proceso de *modelación-matemática-y-diseño*.

### **Futuras líneas de investigación**

Algunas de las condiciones que se presentan en este estudio, podrían ser investigadas en el futuro. La longitud del estudio, por ejemplo, los asuntos explorados, el campo específico de la ingeniería o el número de participantes podrían ser variables modificables para conseguir otras características del ambiente de modelación y del proceso en sí.

Una futura investigación en la *modelación matemática*, es el reconocimiento de la manera en que la articulación entre la formación matemática y el campo de acción genera otras dinámicas en las asignaturas de formación, con el ánimo de evaluar las transformaciones conceptuales que posibilita que todo se dé en *contextos situados*.

También se pueden explorar las transformaciones que sufre un currículo de ingeniería si se alinean asignaturas articuladoras al proceso formativo que involucren los componentes de la *modelación matemática*.

## Referencias

- Albertí, M., Amat, S., Busquier, S., Romero, P., & Tejada, J. (2013). Mathematics for Engineering and Engineering for Mathematics. En A. Damlamian, J. F. Rodrigues, & R. Sträßer (Eds.), *Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (Vol. 16, pp. 185–198). Springer International Publishing. Revisado de [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-02270-3\\_17](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-02270-3_17)
- Alsina, C. (2007). Teaching Applications and Modelling at Tertiary Level. En W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Vol. 10, pp. 469–474). Springer US. Revisado de [http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1\\_53](http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_53)
- Álvarez-Gayou, J. L. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología*. México: Paidós Mexicana.
- Alves-Mazzotti, A. J., & Gewandsznajder, F. (2000). *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. Sao Paulo: Pioneira. Revisado de <http://bases.bireme.br/cgi-bin/wxislind.exe/iah/online/?IsisScript=iah/iah.xis&src=google&base=LILACS&lang=p&nextAction=lnk&exprSearch=692179&indexSearch=ID>

- Aravena, M., Caamaño, C., & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-Relime*, 11(1), 49–92.
- Atkinson, P., & Coffey, A. (1996). Encontrar el sentido a los datos cualitativos. *Estrategias complementarias de investigación. Editorial Universidad de Antioquia. Medellín. Colombia.*
- Baeza-Yates, R., & Ribeiro-Neto, B. (1999). *Modern information retrieval* (Vol. 463). New York: ACM Press.
- Barab, S. A., & Duffy, T. (2000). From practice fields to communities of practice. *Theoretical foundations of learning environments*, 1(1), 25–55.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Bello, J. (2012). Los nuevos paradigmas para la formación de los ingenieros. *Cuadernos Unimetanos*, (29), 23–28.
- Ben-Chaim, D., Ilany, B.-S., & Keret, Y. (2008). “Atividades Investigativas Autênticas” para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio. *Boletim de Educação Matemática*, 21(31), 129–159.
- Beswick, K. (2011). Putting context in context: an examination of the evidence for the benefits of “contextualised” tasks. *International journal of science and mathematics education*, 9(2), 367–390.

- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación matemática*, 16(2), 105–125.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2007). Modelling in Engineering: advantages and difficulties. *Mathematical Modeling ICTMA*, 12, 415–423.
- Bingolbali, E., & Monaghan, J. (2008). Cognition And Institutional Setting. En A. Watson & P. Winbourne (Eds.), *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education* (pp. 233–259). Springer US. Recuperado de [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-71579-7\\_11](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-71579-7_11)
- Bissell, C., & Dillon, C. (2012). *Ways of Thinking, Ways of Seeing*. Springer. Recuperado a partir de <http://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-642-25209-9.pdf>
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling—a theory for practice. *International perspectives on learning and teaching mathematics*, 145–160.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22(3), 123–139.
- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht—Trends und perspektiven. En Kadunz, G. (Ed.), *Trends und Perspektiven. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik* (Vol. 23, pp. 15–38). Hölder-Pichler-Tempsky: Wien.
- Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research (Vol. 1, pp. 15–30). Springer Netherlands.

- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Blum, W., & Leibs, D. (2005). How do students and teachers deal with modelling problems? The example “Filling up.” *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. Chichester: Horwood Publishing Limited.
- Boaler, J. (1993). The Role of Contexts in the Mathematics Classroom: Do They Make Mathematics More “Real”? *For the Learning of Mathematics*, 13(2), 12–17.  
<http://doi.org/10.2307/40248079>
- Borba, M. C. (2011). “Can Modelling Be Taught and Learnt?” – A Commentary. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *iTrends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (Vol. 1, pp. 31–35). Springer Netherlands. Revisado de [http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2\\_67](http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_67)
- Borba, M. de C., & Araújo, J. de L. (2004). *Pesquisa qualitativa em educação matemática* (Vol. 9). Sao Paulo: Autêntica Editora.
- Borba, M. de C., & Villarreal, M. E. (2006). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation*. Springer Science & Business Media.
- Borba, M., Meneghetti, R., & Hermi, H. (1997). Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinariedade na sala de aula de um curso de ciências biológicas. *Educação Matemática da SBEM-SP*, 17(3), 63–70.

- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86–95. <http://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18(1), 32–42.
- Camarena, P. (1995). La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería. En \iXXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. México.
- Camarena, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. \iInnovación Educativa, \i9(46), 15–25.
- Camarena, P. (2009b). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación educativa*, 9(46), 15–25.
- Camarena, P. (2012). La modelación matemática en la formación del ingeniero. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 5(3), 1–10.
- Camarena, P., & Benítez, A. (2009). La transferencia del conocimiento matemático. Presentado en el I Foro Internacional en Innovación Educativa, Chapingo.
- Cañon, J. (2007). Notas al margen para la agenda pedagógica en ingeniería. En \iEl ingeniero colombiano del año 2020: retos para su formación. (ACOFI). Colombia.
- Cardella, M. (2008). Which mathematics should we teach engineering students? An empirically grounded case for a broad notion of mathematical thinking. *Teaching mathematics and its applications*, 27(3), 150–159.

- Cardella, M. (2010). Mathematical Modeling in Engineering Design Projects. En P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 87–98). Springer US.
- Cardella, M., & Atman, C. J. (2004). A qualitative study of the role of mathematics in engineering capstone design projects. En *Proceedings of the 2004 International Conference on Engineering Education-ICEE-2004*. Gainesville, FL.
- Chong, A. (2006). Using the Limitations of Situated Learning Pedagogy to Our Advantage in an Engineering Design Context. En *Proceedings of the Canadian Engineering Education Association*. Toronto, Canada. Recuperado a partir de <http://library.queensu.ca/ojs/index.php/PCEEA/article/download/3818/3883>
- Clancey, W. J. (1993). Situated Action: A Neuropsychological Interpretation Response to Vera and Simon. *Cognitive Science*, 17(1), 87–116.  
[http://doi.org/10.1207/s15516709cog1701\\_7](http://doi.org/10.1207/s15516709cog1701_7)
- Coleman, H., & Unrau, Y. (2005). Analyzing qualitative data. *Social work research and evaluation*, 403–420.
- Committee on the Engineer of 2020, & National Academy of Engineering. (2005). *Educating the Engineer of 2020:: Adapting Engineering Education to the New Century*. National Academies Press. Recuperado a partir de <https://books.google.es/books?id=ZF5YAgAAQBAJ>
- Córdoba, F. (2011). *La modelación en Matemática Educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería* (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación en ciencia

- aplicada y tecnología avanzada IPN, México. Recuperado a partir de <http://www.repositoriodigital.ipn.mx/handle/123456789/11708>
- Covarrubias, J. (1998). Tres documentos sobre la formación de ingenieros. *Ingenierías*, 1(1), 5–9.
- Craig, T. (2013). Conceptions of mathematics and student identity: implications for engineering education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(7), 1020–1029.
- Creswell, J. W. (2008). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. New Jersey.: Pearson, Prentice Hall.
- Cruz, C. (2010). La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela*, 25(3), 39–46.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2002). *The Qualitative Inquiry Reader*. SAGE Publications. Recuperado a partir de [https://books.google.com.mx/books?id=Mg\\_SRYR425kC](https://books.google.com.mx/books?id=Mg_SRYR425kC)
- Díaz Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista electrónica de investigación educativa*, 5(2), 1–13.
- Diefes-Dux, H. A., Zawojewski, J. S., Hjalmarson, M. A., & Cardella, M. (2012). A Framework for Analyzing Feedback in a Formative Assessment System for Mathematical Modeling Problems. *Journal of Engineering Education*, 101(2), 375–406.
- Dillon, C. (2012). Models: What Do Engineers See in Them? En C. Bissell & C. Dillon (Eds.), *Ways of Thinking, Ways of Seeing*. Springer. Recuperado a partir de <http://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-642-25209-9.pdf>

- Doerr, H., & English, L. (2001). A Modelling Perspective on Students' Learning Through Data Analysis. En M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference on the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 361–368). Universidad de Utrecht: Utrecht. Recuperado a partir de <http://eprints.qut.edu.au/25559/>
- Dos Santos, M. P., & Mates, J. F. (2008). The Role Of Artefacts In Mathematical Thinking: A Situated Learning Perspective. En A. Watson & P. Winbourne (Eds.), *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education* (Vol. 45, pp. 179–204). Springer US. Recuperado a partir de [http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-71579-7\\_9](http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-71579-7_9)
- EAFIT, U. (2006). Programa de Modelación Matemática. Recuperado a partir de <http://www.eafit.edu.co/programas-academicos/pregrados/ingenieria-diseno-producto/acerca-programa/Paginas/que-es-idp.aspx#.U5m5IPmSx2A>
- EAFIT, U. (2015). Ingeniería de Diseño de Producto. Recuperado el 21 de julio de 2015, a partir de <http://www.eafit.edu.co/programas-academicos/pregrados/ingenieria-diseno-producto/Paginas/inicio.aspx>
- English, L. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM*, 41(1–2), 161–181. <http://doi.org/10.1007/s11858-008-0106-z>
- Espinosa, D. (2008). La formación matemática en la educación superior. *El hombre y la máquina*, (31), 52–62.
- Font, V., & Ramos, A. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. *Revista de Educación*, (338), 309–345.

- Gainsburg, J. (2013). Learning to model in engineering. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(4), 259–290.
- Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*. Springer Science & Business Media.
- García, F. J., Gascón, J., Ruíz, L., & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *ZDM*, 38(3), 226–246.
- García, J. A. (2012). Consideraciones sobre el lenguaje y las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas. *Diálogos pedagógicos*, 10(19), 111–129.
- García, J. Á. G. (2013). La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería. *Revista Educación*, 37(1), 29–42.
- Giere, R. N. (1999). Using Models to Represent Reality. En L. Magnani, N. J. Nersessian, & P. Thagard (Eds.), *Model-Based Reasoning in Scientific Discovery* (pp. 41–57). New York: Springer US. Recuperado a partir de [http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4615-4813-3\\_3](http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4615-4813-3_3)
- Gómez, J. (1998). *Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques a nivell universitari* (Tesis de doctorado no publicada). Universitat Autònoma de Barcelona., España.
- Gómez, J. (2005). La Ingeniería como escenario y los Modelos Matemáticos como actores. Presentado en XVI Simposio Iberoamericano de Enseñanza Matemática. “Matemáticas para el siglo XXI”.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293–307. [http://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00006-6](http://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00006-6)

- Guerrero, G. (2003). *Enfoque semántico de las teorías. Estructuralismo y espacio de estados: coincidencias y divergencias* (Tesis de doctorado no publicada). Universidad Complutense de Madrid, España. Recuperado a partir de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/fsl/ucm-t26661.pdf>
- Guerrero, G. (2010). La noción de modelo en el enfoque semántico de las teorías. *Praxis Filosófica*, (31), 169–185.
- Hennig, M., Mertsching, B., & Hilkenmeier, F. (2015). Situated mathematics teaching within electrical engineering courses. *European Journal of Engineering Education*, 40(6), 683–701. <http://doi.org/10.1080/03043797.2014.1001820>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. Mexico: MacGraw-Hill.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P., & Casas, M. de la L. (1998). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill México.
- Hudson, B. (2008). Learning Mathematically As Social Practice In A Workplace Setting. En A. Watson & P. Winbourne (Eds.), *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education* (pp. 287–301). Springer US. Recuperado a partir de [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-71579-7\\_13](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-71579-7_13)
- Jansen, D. E. (2002). Intercultural communication in engineering: a research programme to investigate the cultural influences in the negotiation of engineering projects. *World Trans. on Engng. and Technology Educ*, 1(1), 7–12.

- Johri, A., & Olds, B. M. (2011). Situated engineering learning: Bridging engineering education research and the learning sciences. *Journal of Engineering Education*, 100(1), 151–185.
- Kaiser, G. (1995). Realitätsbezüge im Mathematikunterricht—Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. En G. Graumann (Ed.), *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* (Vol. 2, pp. 66–84). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.
- Kaiser, G. (2005). Mathematical modelling in school – Examples and experiences. En *Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. (pp. 17–21). San Feliu de Guixols.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302–310.
- Kaiser, G., Sriraman, B., Blomhøj, M., & Garcia, F. J. (2007). Report from the working group modelling and applications-Differentiating perspectives and delineating commonalities (pp. 2035–2041). Presentado en Proceedings of the fifth congress of the European society for research in mathematics education, Larnaca.
- Kent, P., & Noss, R. (2002). The mathematical components of engineering expertise: the relationship between doing and understanding mathematics.
- Klein, F., & Díez, J. F. (1997). *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. (R. Araujo, Trad.) (Vol. 1). Madrid: Biblioteca Matemática.
- Laclaustra, V., & González, L. (2007). *El ingeniero colombiano del año 2020: retos para su formación: foros preparatorios XXVI Reunión Nacional*. ACOFI.

- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge University Press. Recuperado a partir de <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=n6eiH3iPVKYC&oi=fnd&pg=PR10&dq=Cognition+in+Practice:+Mind,+Mathematics+and+Cu+l+t+u+re+in+Eve+ryd+a+y+Li+v e.&ots=cbI5gdHrwb&sig=la9z4ZLCq8NoGEkRjI6JjM5ScLg>
- Lave, J. (1993). Situating learning in communities of practice. En B. Resnick, J. M. Levine, & S. D. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (American Psychological Association., Vol. 2, pp. 63–82). Washington, DC. Recuperado a partir de <http://www.ecologyofdesigninhumansystems.com/wp-content/uploads/2012/12/Lave-Situating-learning-in-communities-of-practice.pdf>
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge University Press. Recuperado a partir de <https://books.google.es/books?id=CAVIOrW3vYAC>
- Lesh, R., & English, L. (2005). Trends in the evolution of models & modeling perspectives on mathematical learning and problem solving. *ZDM*, 37(6), 487–489. <http://doi.org/10.1007/BF02655857>
- Li, T. (2013). Mathematical Modeling Education is the Most Important Educational Interface Between Mathematics and Industry. En A. Damlamian, J. F. Rodrigues, & R. Sträßer (Eds.), *Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (Vol. 16, pp. 51–58). Springer International Publishing. Recuperado a partir de [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-02270-3\\_5](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-02270-3_5)

- Litzinger, T., Lattuca, L. R., Hadgraft, R., & Newstetter, W. (2011). Engineering education and the development of expertise. *Journal of Engineering Education*, *100*(1), 123–150.
- Lusa, G. (1985). Las matemáticas en la ingeniería: La obra de Rey Pastor (pp. 205–219).  
Presentado en Actas I Simposio sobre Julio Rey Pastor.
- Masingila, J. O., Davidenko, S., & Prus-Wisniowska, E. (1996). Mathematics learning and practice in and out of school: A framework for connecting these experiences. *Educational Studies in Mathematics*, *31*(1–2), 175–200. <http://doi.org/10.1007/BF00143931>
- Meaney, T., & Lange, T. (2013). Learners in Transition Between Contexts. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (Vol. 27, pp. 169–201). Springer New York.  
Recuperado a partir de [http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2\\_6](http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_6)
- MEN, M. de E. N. Decreto 0792 (2001).
- Mendible, A., & Ortiz, J. (2003). Modelización Matemática en la Formación de Ingenieros. La Importancia del Contexto. *Enseñanza de la Matemática*, *12–16*, 133–150.
- Mertens, D. M. (2009). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods*. Sage.
- Michelsen, C., & Sriraman, B. (2009). Does interdisciplinary instruction raise students' interest in mathematics and the subjects of the natural sciences? *ZDM*, *41*(1–2), 231–244.  
<http://doi.org/10.1007/s11858-008-0161-5>

- Moore, T. J., Miller, R. L., Lesh, R. A., Stohlmann, M. S., & Kim, Y. R. (2013). Modeling in engineering: The role of representational fluency in students' conceptual understanding. *Journal of Engineering Education*, 102(1), 141–178.
- Munich, L., & Ángeles, E. (1988). *Métodos y técnicas de investigación para administración e ingeniería*. México: Editorial Trillas.
- Muñoz Mesa, L. M., Londoño Orrego, S. M., Jaramillo López, C. M., & Villa-Ochoa, J. A. (2014). Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares □ Authentic Contexts and the Production of School Mathematical Models Contextes authentiques et la production de modèles mathématiques scolaires. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 2(42), 48–67.
- Niemeyer, B. (2006). El aprendizaje situado: una oportunidad para escapar del enfoque del déficit. *Revista de Educación*, (341), 99–122.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 3–32). Boston, MA: Springer US. Recuperado a partir de [http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1\\_1](http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_1)
- Paolini, P., & Rivarola, M. (2012). Una perspectiva integral y situada de las prácticas profesionales en carreras de Ingeniería. *Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería*, 1(2), 7–26.
- Patton, M. Q. (2005). *Qualitative Research and Evaluation Methods*. Thousands Oaks, CA: Sage Publications.

- Paz, H. (2007). El aprendizaje situado como una alternativa en la formación de competencias en ingeniería. *Revista Educación en Ingeniería*, 2(4), 1–13.
- Perrenet, J., & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 3–21.
- Ray, M. (2003). La riqueza de la fenomenología: preocupaciones filosóficas, teóricas y metodológicas. *Asuntos críticos en los métodos de investigación cualitativa*, 139–157.
- Rendón-Mesa, P. A., Esteban, P., & Villa-Ochoa, J. (2015). La Modelación Matemática y su función articuladora entre saberes en la formación de un ingeniero. En P. (Rick) Scott & Á. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas: 2015*. (Vol. 16, pp. 71–81). México: Comité Interamericano de Educación Matemática CIAEM. Recuperado a partir de <http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol16Model.pdf#page=78>
- Rendón-Mesa, P., & Esteban, P. (2013a). La modelación matemática en la Ingeniería de diseño. En Y. Morales & A. Ramírez (Eds.), *Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*. República Dominicana: REDUMATE-PUCMM. Recuperado a partir de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/387-483-1-DR.pdf>
- Rendón-Mesa, P., & Esteban, P. V. (2013b, noviembre). La modelación matemática en ingeniería de diseño [Contribución a Actas de Congreso]. Recuperado el 17 de mayo de 2014, a partir de [http://www.centroedumatematica.com/cemacyc/index.php?conference=i\\_cemacyc&schedConf=i\\_cemacyc](http://www.centroedumatematica.com/cemacyc/index.php?conference=i_cemacyc&schedConf=i_cemacyc)

- Rendón-Mesa, P., Esteban, P., & Villa Ochoa, J. A. (En evaluación). La articulación entre la matemática y el campo de acción de un futuro ingeniero de diseño de producto. Aportes de la modelación matemática. *Revista Ingenieria UCV*.
- Rendón-Mesa, P., Esteban, P., & Villa-Ochoa, J. (2013a). La modelación matemática en la ingeniería. En *14 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Recuperado a partir de <http://ocs.asocolme.org/index.php/ECME/ECME14/paper/view/66>
- Rendón-Mesa, P., Esteban, P., & Villa-Ochoa, J. (2013b). La modelación matemática en la ingeniería. *Revista Científica, Especial (Educación Matemática)*. Recuperado a partir de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/4673>
- Rendón-Mesa, P., Esteban, P., & Villa-Ochoa, J. A. (2015). La Modelación Matemática y su función articuladora entre saberes en la formación de un ingeniero. En *Memorias de la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Mexico.
- Renkl, A. (2001). Situated Learning: Out of School and in the Classroom. En J. S. Editors-in-Chief: Neil & B. B. Paul (Eds.), *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences* (pp. 14133–14137). Oxford: Pergamon. Recuperado a partir de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B0080430767024426>
- Rodríguez, G. (1997). *Manual de Diseño Industrial. Curso básico* (3a ed.). México: Ediciones G. Gili, S.A.
- Romo-Vázquez, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs* (Doctoral). Université Paris, Diderot.

- Roozenburg, N. (2009). Prescriptive models of the desing process. En P. Badke-Schaub, C. Cardoso, K. Lauche, & N. Roozenburg (Eds.), *Desing theory and methodology*. Delft University of Techonlogy.
- Roozenburg, N. F., & Eekels, J. (1995). *Product design: fundamentals and methods* (Vol. 2). Wiley Chichester. Recuperado a partir de <http://tocs.ulb.tu-darmstadt.de/34922482.pdf>
- Sagástegui, D. (2004). Una apuesta por la cultura: el aprendizaje situado. *Revista Electrónica Sinéctica*, (24), 30–39.
- Schenk, M. T., & Webster, J. K. (1984). *What every engineer should know about engineering information resources*. New York: Marcel Dekker.
- Stevenson, S., Whitmore, S., & Hope, M. (2008). *Strategies for engineering communication*. John Wiley & Sons.
- Suárez, L. (2000). *El trabajo en equipo y la elaboración de reportes en un ambiente de resolución de problemas* (Maestría). CINVESTAV, México.
- Sunthonkanokpong, W. (2011). Future global visions of engineering education. *Procedia Engineering*, 8, 160–164.
- Trejo, E., Camarena, P., & Trejo, N. T. (2013). Las matemáticas en la formación de un ingeniero: una propuesta metodológica. *REDU. Revista de Docencia Universitaria*, 11(extra.), 397–424.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75–87.
- Valencia, A. (2005). *Una aproximación a la Ingeniería*. Medellín: Universidad de Antioquia.

- Van Manen, M. (2003). *Investigación educativa y experiencia vivida: ciencia humana para una pedagogía de la acción y la sensibilidad*. Barcelona: Idea Books. Recuperado a partir de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=52958>
- Villa Ochoa, J. A., & Ruiz Vahos, H. M. (2011). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 1(27). Recuperado a partir de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/102>
- Villa-Ochoa, J. A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8(16), 133. <http://doi.org/10.11144/Javeriana.m8-16.mmpe>
- Villa-Ochoa, J. A., & Berrio, M. (2015). Mathematical Modelling and Culture-An Empirical Study. En G. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*. New York: Springer.
- Villa-Ochoa, J. A., & Jaramillo, C. M. (2011). Sense of Reality Through Mathematical Modelling. En G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 701–711). Springer Netherlands. Recuperado a partir de [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-0910-2\\_67](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-0910-2_67)
- Wake, G. (2007). Considering Workplace Activity from a Mathematical Modelling Perspective. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications*

- in Mathematics Education* (pp. 395–402). Springer US. Recuperado a partir de [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-29822-1\\_43](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-29822-1_43)
- Watson, A., & Winbourne, P. (2008). Introduction. En A. Watson & P. Winbourne (Eds.), *New directions for situated cognition in mathematics education* (pp. 1–12). Australia: Springer Science & Business Media.
- Wedelin, D., Adawi, T., Jahan, T., & Andersson, S. (2015). Investigating and developing engineering students' mathematical modelling and problem-solving skills. *European Journal of Engineering Education*, 1–16. <http://doi.org/10.1080/03043797.2014.987648>
- Wright, P. H. (2004). *Introducción a la ingeniería*. (3ra ed.). México: Limusa Wiley.
- Recuperado a partir de <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=cat03740a&AN=UdeA.983448&lang=es&site=eds-live>
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (Vol. 5). California: Sage.
- Zichi Cohen, M., & Omery, A. (2003). Escuelas de Fenomenología: implicaciones para la investigación. En J. Morse (Ed.), *Asuntos Críticos en los métodos de investigación cualitativa* (pp. 160–182). Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.

## Anexo A. Tareas de Modelación Matemática

Las tareas de modelación matemática son un ambiente de aprendizaje en el cual se conjugaron la contextualización, la problematización, el diálogo entre disciplinas para armonizar la formación del futuro IDP en correspondencia con las exigencias de su futuro campo de acción.

A continuación se presentan las actividades que se materializaron en el aula de clase.

### Tarea 1. Los empaques y envases

Los empaques y los envases son elementos indispensables en la terminación y presentación de un producto. El empaque es un sistema diseñado donde los productos son acomodados para su traslado del sitio de producción al sitio de consumo sin que sufran daño y el envase hace referencia a un recipiente que tiene contacto con el producto específico, con la funciones de envasarlo y protegerlo. Para lograr un buen diseño de un empaque o un envase se deben considerar algunas condiciones, las cuales estudiaremos en este curso durante algunas semanas.

- **MOMENTO 1.** De forma individual responde a las siguientes preguntas y luego socializa con tus compañeros.

1. Si usted debe diseñar un empaque o envase para un producto ¿Cuáles serían los aspectos a considerar para generarlo?
2. En caso de que deba empacar un objeto con diversidad de características y forma no regulares. ¿Cuáles serías las características a tener en cuenta para cumplir con este propósito? Dibuje algunas ideas que cumplan con las características que se indican.
3. A continuación se muestran dos imágenes ¿Cuáles crees fueron los aspectos que consideraron los diseñadores en cada una de ellos? <sup>(10,11)</sup>



- **MOMENTO 2.** Describir procedimientos e ideas para calcular el área y volumen de un empaque regular e irregular. Realizar un ejemplo en parejas.

<sup>10</sup> Imagen tomada de

<https://m1.behance.net/rendition/modules/47276953/disp/2ef525707920a6d755f4341f9c3091bc.jpg>

<sup>11</sup> Imagen tomada de <http://www.ofifacil.com/ideas-ejemplos/varios/img111125.jpg>

## Tarea 2. Los planos y cotas de un producto

Los planos son dibujos que representan las vistas de un objeto desde distintas posiciones. En muchas ocasiones los planos del dibujo se realizan a escala, es decir, planteamos una proporción entre el dibujo y el objeto real. Se consideran los documentos más utilizados del proyecto, y por ello han de ser completos, suficientes y concisos. Deben incluir la información necesaria para ejecutar la obra objeto del proyecto en la forma más concreta posible y sin dar información inútil o innecesaria. Para definir las medidas del objeto, se usan las cotas que son un elemento gráfico que marca una medida al interior del dibujo.

1. De manera individual reflexionar sobre elementos relacionados con el perímetro, la superficie y la capacidad de un empaque. Antes de resolver el siguiente ítem socializa con tus compañeros.
2. La plantilla del empaque (Fig. 1) es un diseño de un estudiante del semestre anterior. Definir las cotas teniendo en cuenta el empaque real (Anexo 1). Calcular la superficie y el volumen.



Fig. 1. Empaque creado por un estudiante P1 2014-2

3. Realizar a mano alzada el plano del empaque a escala 1:2 o 1:5. Apoyarse de instrumentos de medida y definir las cotas.
4. ¿Cuál sería el rango del volumen del objeto que pueda contener el empaque?

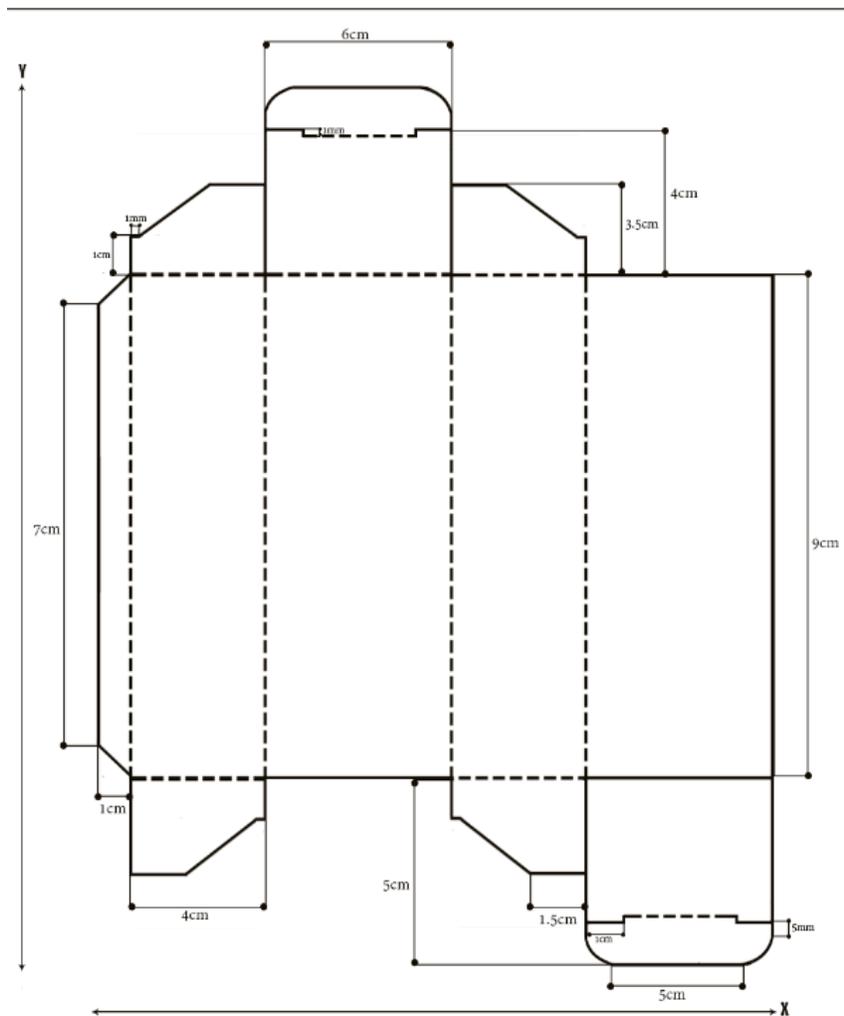
### **Tarea 3. Los costos de producción de un producto**

Los costos de un producto están asociados con el precio que representa la fabricación de un producto. Al determinar el costo de producción, se puede establecer el precio de venta al público. El costo de producción considera la materia prima, el precio de mano de obra directa, la rentabilidad, entre otros.

Suponga que el empaque (Anexo1) debe ser elaborado en cartón industrial. El tamaño de un pliego de este material es de 100 cm X 70 cm. De acuerdo a esta información responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos empaques pueden realizarse por pliego? Describa las ideas discutidas con sus compañeros de equipo y el procedimiento llevado a cabo para dar respuesta a esta pregunta.
2. ¿Cuál es la superficie usada y el porcentaje de desperdicio en la fabricación de este empaque? ¿Qué reflexiones surgieron con sus compañeros para estimar el porcentaje de desperdicio?
3. ¿Cómo se podría definir si se hace un uso eficiente del material? ¿Cómo usted y sus compañeros dieron cuenta de este aspecto?

4. Si el empaque se vendiera ¿Cuál sería el precio que podría asumir? Explica el proceso que realizaste para definir este precio.
5. ¿Cuáles considera que son aspectos que complejizaron esta actividad?



Anexo 1. Empaque de producto <sup>12</sup>

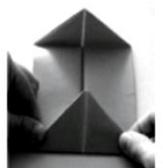
<sup>12</sup> Imagen tomada de [http://4.bp.blogspot.com/-5SUi-cq4\\_xY/UbVcl6o7x1I/AAAAAAAAABKQ/GXU0IrkI-kM/s1600/plano+caja.png](http://4.bp.blogspot.com/-5SUi-cq4_xY/UbVcl6o7x1I/AAAAAAAAABKQ/GXU0IrkI-kM/s1600/plano+caja.png)

#### Tarea 4. La construcción de una caja para tortas

Se realizaron cambios sobre el original, el cual se encuentra en: *Carreira, S., & Baioa, A. M. (2011). Students' Modelling Routes in the Context of Object Manipulation and Experimentation in Mathematics. In Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (pp. 211-220). Springer Netherlands.*

- **MOMENTO 1.** En las panaderías de hoy, hay cajas de torta estandarizadas. En el pasado, los panaderos hacían estas cajas por sí mismos sabiendo el tamaño de la hoja de cartón y un cierto número de pasteles. Vamos a tratar de hacer algunas cajas de torta. Para ello realizaremos las siguientes acciones:

1. Medir las dimensiones de las hojas de papel (longitud y anchura) y registre los datos.
2. Hacer la caja de torta con las instrucciones que aparecen a continuación.

				
Fold and crease in three equal parts.	Fold the right side and crease in the middle.	Do the same with the left side.	The sheet now has two wings (left and right).	Fold the edges of the right wing in triangles.
				
Re-fold wing so the creases are inside.	Do the same to the other wing and crease.	Notice the two wings and the corners folded.	Fold and crease the tops.	Open gently and crease very well each height.

3. Medir las dimensiones de las cajas que realizó y registrar los datos: largo, ancho, alto y volumen.
  4. Encontrar las relaciones entre las dimensiones de la hoja inicial y las dimensiones de las cajas resultantes.
  5. ¿Cuál podría ser un modelo matemático que represente el volumen de la caja?
  6. Si se deseara empaquetar herméticamente en una caja de galletas, ¿cuáles deben ser de las dimensiones de las galletas y de la hoja?
  7. Suponga que usted también desea llevar un pastel de cumpleaños en una caja. Esta torta tiene 26 cm de diámetro y 10 cm de altura. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la hoja?
  8. Elabore un informe donde explique la situación planteada, las hipótesis formuladas, el trabajo realizado, los resultados y las dificultades encontradas.
- **MOMENTO 2.** Reflexionemos sobre el empaque que se elaboró y reflexiones sobre algunas cuestiones en términos matemáticos.
1. ¿Qué piensas de este empaque?
  2. ¿Cuál sería tu propuesta de diseño para fabricar un empaque con la misma cantidad de papel y lograr el máximo volumen?
  3. ¿Cuál sería el plano del empaque que tú diseñarías que permita obtener el volumen máximo?

- **MOMENTO 3.** De acuerdo a lo que se discutió en el MOMENTO 2, para lograr el empaque con mayor volumen y la misma cantidad de papel, se deben recortar unas piezas. De acuerdo a esta situación, responde:

1. ¿Cuáles serían las dimensiones de estos recortes para lograr el volumen máximo? Fundamenta tu respuesta con el siguiente registro tabular.

Dimensiones del recorte	Largo de la caja	Ancho de la caja	Alto de la caja	Volumen de la caja

2. ¿Cuáles serían las dimensiones ideales para obtener la caja con el mayor volumen posible?
3. Realiza una gráfica de las dimensiones de la hoja respecto el volumen y nómbrala Gráfica 1
4. Denomina con una variable el lado del recorte dibuja el empaque.
5. ¿Cuál sería el modelo matemático que define el volumen de la caja?
6. Realiza un modelo gráfico del volumen y nómbralo como Gráfica 2.
7. Compara los dos modelos gráficos, ¿Qué puedes inferir o concluir?
8. ¿De qué depende el volumen?
9. ¿Se pueden construir cajas con diferentes dimensiones, pero de igual volumen?
10. ¿Cuál sería el volumen de la caja con menor desperdicio?
11. ¿Cuál sería el volumen de la caja con mayor desperdicio?

12. ¿El menor desperdicio corresponde a la caja con mayor volumen? Explique la respuesta
13. Si revisamos la gráfica de la función volumen, ¿Qué significan los puntos de corte con el eje x?
14. ¿Cuál sería el rango y dominio de la función?
15. Si factorizamos la función volumen, ¿Qué significan estos valores?
16. ¿Qué tipo de gráfico es la función volumen?
17. Completa la siguiente tabla:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V(x)											

### Tarea 5. Situaciones del IDP

Explorar situaciones cercanas al diseño de producto y establecer en ella variables relacionadas de tal manera que pueda definirse un modelo variacional. Una vez definido este modelo, debe establecer el modelo gráfico, definir dominio y rango teniendo claridad frente a la significación de estos elementos en la situación. Encontrar los interceptos y darles sentido en relación con problema planteado. Por último revisar las transformaciones que sufre la función, en el caso en que sucedan.

## Tarea 6. Las formas y los volúmenes en los productos

Los envases son un aspecto fundamental en el diseño de un producto, puesto que define desde la identidad hasta la forma como se comercializa. Cada sección de una botella o de un envase en general, dependiendo de la complejidad formal, suele ser una combinación de diferentes volúmenes. Es por esto que estudiaremos algunos aspectos relacionados con los envases.

### - **MOMENTO 1. COMPOSICIÓN GEOMÉTRICA DE UNA ENVASE**<sup>13</sup>

Para la clase, deben conseguir 2 envases de diferentes materiales, que contengan diversos líquidos y que su contenido mínimo sea de 250 mililitros. Los envases pueden ser de bebidas, detergentes, lubricantes para automóviles, perfumes, entre otros que tengan una variada configuración. Se sugiere evitar los envases aburridos y sin originalidad.

Medir cada parte que conforma el envase para realizar los planos en escala 1:1.

Realizar un dibujo de la composición de cuerpos geométricos que configuran cada envase (Fig. 1).

---

<sup>13</sup> Actividad adaptada del curso Proyecto 1-20142

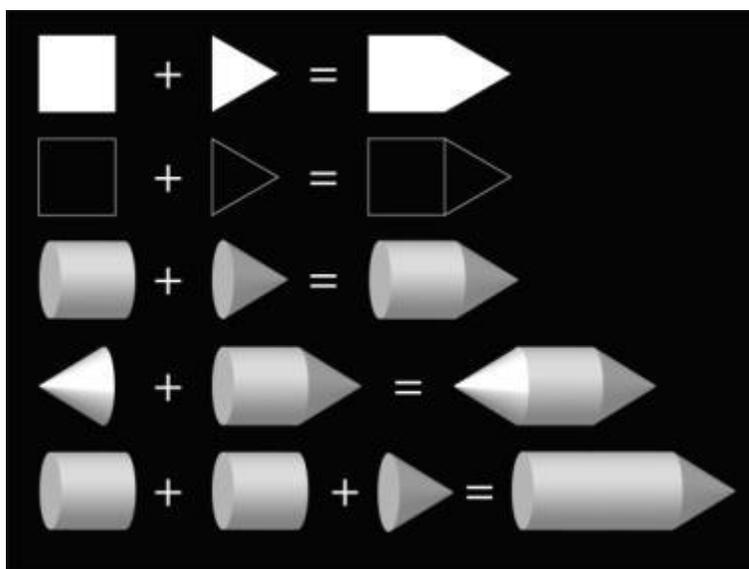


Figura 1. Composición de cuerpos geométricos

- **MOMENTO 2. OPERACIONES BOOLEANAS EN UN ENVASE**

1. En la actividad anterior se reconocen los cuerpos que componen cada envase, sin embargo estos no lo definen literalmente. Es decir, si en un envase se reconoció un cubo, una esfera y un cilindro la conformación no es estrictamente el cubo + la esfera + el cilindro, sino que entre ellos ocurren diversas alteraciones. Estas modificaciones de los cuerpos se da a partir de la unión, intersección o sustracción de algunas partes de los cuerpos que permite dar la forma resultante al envase definido. Esto en el diseño es conocido como Operaciones Booleanas para la creación de modelos. Para esta actividad, deben identificar las operaciones booleanas que sufre cada envase y realizar la descripción gráfica de lo ocurrido como lo indica la figura.

- **MOMENTO 3. ANÁLISIS DE PROTOTIPOS**

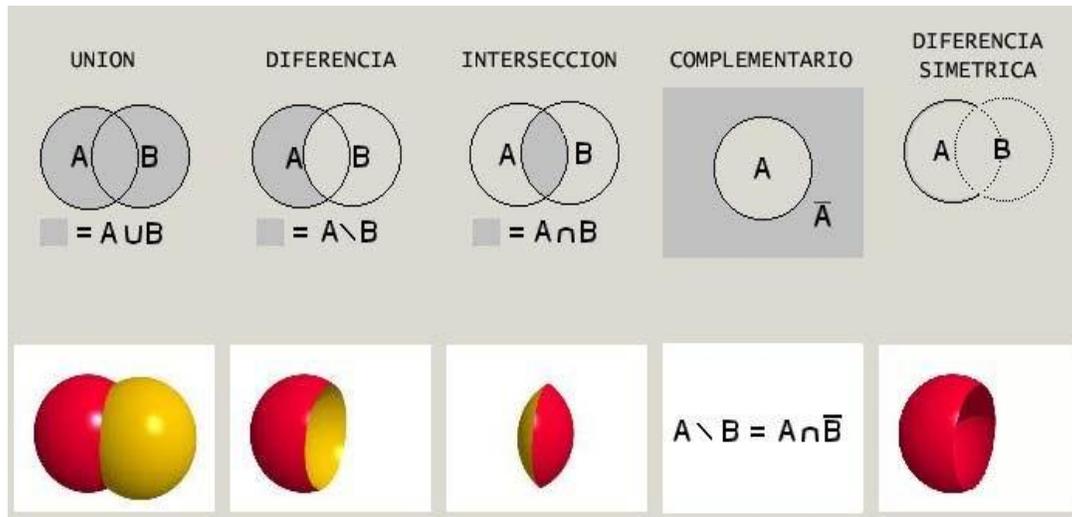


Figura 2. Operaciones Booleanas<sup>14</sup>.

1. Dibuja una propuesta de envases derivados de la combinación de las formas resultantes de las diferentes Operaciones Booleanas. Busca las mejores configuraciones posibles para formar una estructura que luego, mediante dibujos y ajuste de proporciones, evolucionará al diseño de un nuevo envase.
2. Describe los cuerpos que componen el envase.
3. Describe las operaciones Booleanas que realizaste.
4. Realiza el plano del envase y define las cotas para lograr una estimación del volumen de  $600 \text{ cm}^3$
5. Realiza los procesos matemáticos que justifiquen el volumen del  $600 \text{ cm}^3$ .

<sup>14</sup> Imagen tomada de <http://sabia.tic.udc.es/gc/teoria/csg/imagenes/operacionesbooleanasgrande.jpg>

6. Realiza el plano del dibujo para garantizar que la capacidad del envase es de  $600 \text{ cm}^3$ .  
Describe las Operaciones Booleanas realizadas e incluye los procesos realizados para el cálculo del volumen.

### Tarea 7. Los patrones y las regularidades en el diseño

- **MOMENTO 1. REFLEXIÓN SOBRE LOS MEJORES DISEÑOS**

1. ¿Cuál es el producto que usted más admira por su diseño?
2. ¿Qué regularidades observa usted en ese producto?
3. ¿Cuándo considera que un producto es armonioso o tiene unos altos parámetros estéticos?

- **MOMENTO 2. LAS RELACIONES ARMÓNICAS DE LOS PRODUCTOS,**

Mide el largo y ancho de varios objetos rectangulares. Registra los datos en una tabla como la siguiente y realiza la división entre estas dos medidas. ¿Puedes concluir algo al respecto?

Objetos	Largo (cm)	Ancho (cm)	$\frac{\text{Largo}}{\text{Ancho}}$

Objetos	Largo (cm)	Ancho (cm)	$\frac{\text{Largo}}{\text{Ancho}}$

- **MOMENTO 3. REGULARIDADES DEL DISEÑO**

En las siguientes imágenes intenta identificar regularidades. ¿Cuáles encontraste en cada una?





### Tarea 8. La geometrización de un producto

En la creación de un objeto es usual que existan ciertas regularidades que permiten diferenciarlo DE entre otros. Estos patrones y regularidades han sido tema de estudio para

los artistas, matemáticos, arquitectos y diseñadores. De alguna manera, estas regularidades han permitido que grandes construcciones, obras artísticas y productos sean reconocidas a lo largo de la historia por su simetría y composición geométrica. Para la creación de un producto las regularidades son importantes puesto que dar un orden singular a la composición que se pretende realizar hace parte de la identidad del producto. Al mismo tiempo, la simetría garantiza una pulcritud del diseño y por tanto reconocimiento en el campo.

Durante algunas semanas analizaremos el uso de estos patrones con el ánimo de estudiar la geometrización de diversos productos. Este elemento de diseño pretende: definir contornos, ajustar la forma, distribuir los accidentes formales, dar coherencia formal al usar elementos con geometrías similares, proporcionar el producto, ubicar correctamente los detalles del producto y revelar las relaciones visuales o matemáticas entre las partes de un producto.

- **MOMENTO 1. LAS RETICULAS**

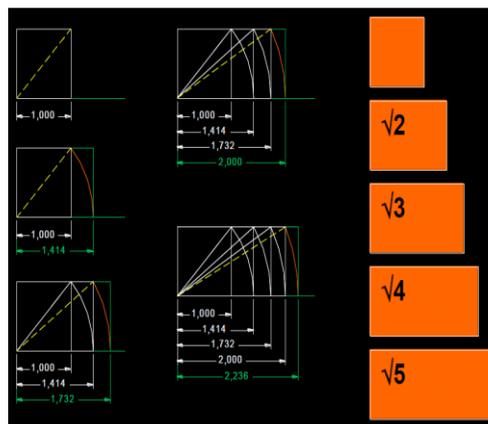
1. En parejas, consolide una idea acerca de lo que es una retícula.
2. Busque imágenes de diversos objetos que se hayan construido a partir de retículas.
3. Seleccione el logotipo que más le llama la atención e intente replicarlo con la ayuda de retículas.

-

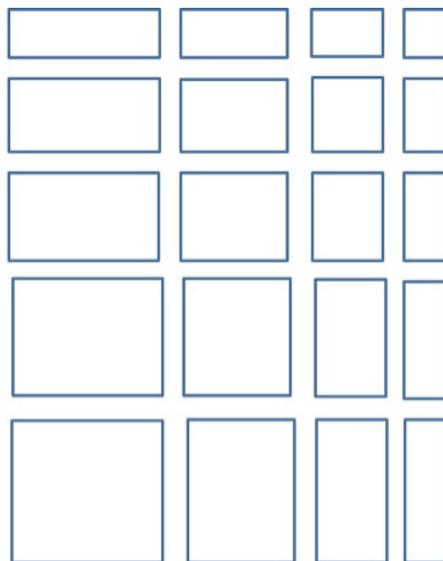
-

- **MOMENTO 2. LOS RECTÁNGULOS  $\sqrt{5}$  Y EURÍTMIA**

1. La euritmia se basa en un modelo constructivo y de proporciones, a partir de un cuadrado, incrementar la escala con base en el número Pi o la raíz de 2, 3, 4 y 5 (Fig. 1). El cuadrado tiene un crecimiento horizontal, pero en Euritmia, también lo tiene vertical, como lo muestra la Malla (Fig. 2). Construya la malla eurítmica en cartulina y realice este proceso con el envase construido. Mantenga las proporciones.
1. Construya la malla eurítmica en cartulina y realice este proceso con el envase construido. Mantenga las proporciones.



**Fig. 1.** Rectángulos  $\sqrt{5}$



**Fig. 2.** *Maya eurítmica*

-

- **MOMENTO 3. GEOMETRIZACIÓN DE UN PRODUCTO**

La actividad consiste en realizar la geometrización de un producto con la ayuda de técnica vistas en clase, como incrementar la escala con base en el número Pi o la raíz de 2, 3, 4 y 5.

Para este proceso debe tener en cuenta:

1. El proceso gráfico que llevó a cabo para geometrizar.
2. El dibujo resultante al aplicar técnicas de geometrización.
3. Describir el proceso empleado para lograr el resultado final.

### **Anexo B. Rúbricas de evaluación de los Proyectos de Diseño de Producto**

Las rúbricas de evaluación fueron el instrumento que diseñaron los profesores de la asignatura de Modelación Matemática y Proyecto 1, para valorar el proceso que desarrollaron los estudiantes en la creación del diseño de producto. Los proyectos de diseño se fundamentan en el desarrollo de tres aspectos: el contexto, el diseño y la ingeniería.

La primera rúbrica se elaboró para indicar a los estudiantes que elementos debían considerar en su diseño correspondiente en cada aspecto. Además, se precisó en qué elementos se centraría la atención en cada asignatura.

La segunda rúbrica fue el instrumento que se generalizó para evaluar en el momento de la presentación de las entregas.

La tercera rúbrica concentra la atención en el infográfico de matematización que es la forma como los estudiantes presentaron los procedimientos matemáticos que justifican los requerimientos funcionales y formales del sistema que diseñaron.

AREA	CONTEXTO	DISEÑO	INGENIERIA
DESCRIPCION	En Contexto, el estudiante debe tener presente en su evaluación: salida de campo (va a un lugar con un perímetro específico) donde observa (Etnografía y Observación Participante: hace un análisis general identificando unas situaciones donde interactúan los individuos, con los artefactos en espacios particulares, donde destaca rasgos e interacciones biológicas, culturales, económicas, etc.) y registra (fotos, videos, gráficos, textos). Con todo ello listo, reflexiona, procesa la información obtenida y evalúa las constantes y las variables, las causas y los efectos, etc. para organizar todo en un "infoográfico".	La creatividad con la generación de ideas y conceptos de diseño, el proceso de dibujo y la depuración formal de las ideas gráficas y tridimensionales, la ergonomía, es decir, la manera como los seres humanos interactuamos con los artefactos; y la antropometría, es decir, las medidas del cuerpo, si es para niños, para adultos o para personas con limitaciones físicas	Los criterios de diseño en ingeniería suelen estar basados en lo que se llama Normas Técnicas, y otros sistemas de reglas que definen qué tipo de materiales se pueden usar en alimentos, qué cantidades, qué geometrías resisten, entre muchas otras regulaciones que es necesario conocer en detalle. Infogramas, manejo porcentual de la información
EVALUA P1	Cuaderno de Memorias donde se dé cuenta de proceso de investigación que permitió detectar la situación de diseño para la cual se propuso una solución final.  Los aspectos formales de la solución dan cuenta del ADN generado en la fase II del curso que tuvo como resultado la escultura.	El prototipo sea rico formalmente, de tal manera que las diferentes vistas y partes del producto propongan elementos diferenciadores pero coherentes e involucren los principios de diseño (matriz de diseño). La semántica del producto, que se asocia con las formas y texturas empleadas en el prototipo de tal manera que den cuenta de cómo el usuario interactúa con el producto	Informe del proceso que llevó a cabo del producto final
	Poster donde se sintetice la investigación llevada a cabo y resalte el contexto, la necesidad del mismo y la solución. Para describir la solución el poster debe incluir planos, interacción con el usuario, lupas y detalles de funcionamientos. Además de las especificaciones técnicas reales del producto.		
EVALUA MM	Contextualización porcentual de las necesidades reconocidas en el hobby a partir de la investigación realizada en contexto. Traducción de las necesidades del usuario y del contexto a requerimientos técnicos del producto (PDS).	Los procesos empleados para definir las proporciones de las formas del producto en el caso de tener elementos para la geometrización, describir cómo se aplican. Análisis de ergonomía y antropometría. Para soportar el análisis de las proporciones como de la ergonomía emplear planos de producto e interacción con el usuario.	Procedimientos matemáticos que permitan justificar los requerimientos funcionales de la solución, como por ejemplo cálculo de volúmenes, áreas, perímetros, caudal, temperatura, carga máxima, entre otros. Determinar los materiales reales de la solución propuesta fundamentados en investigación y en los requerimientos funcionales calculados.



## Anexo B. Rubrica de evaluación de los Proyectos

AREA	ITEM EVALUADO	DESEMPEÑO ALTO	DESEMPEÑO MEDIO	DESEMPEÑO BAJO
CONTEXTO	Contextualiza porcentualmente las necesidades recocidas en el hobby a partir de la investigación realizada en contexto, empleando gráficas, datos estadísticos, tablas y otros elementos de análisis de información.			
	Traduce las necesidades del usuario y del contexto a requerimientos técnicos del producto (PDS) a partir de la cuantificación de las variables involucradas.			
DISEÑO	Realiza procesos para definir las proporciones* de las formas del producto			
	Aplica proceso de geometrización* para definir las proporciones del producto.			
	Analiza elementos de ergonomía y antropometría.			
	Emplea planos de producto e interacción con el usuario para soporta el análisis de las proporciones de la ergonomía.			
INGENIERÍA	Realiza procedimientos matemáticos que justifican los requerimientos funcionales de la solución como por ejemplo cálculo de volúmenes, áreas, perímetros, caudal, temperatura, carga máxima, entre otros.			
	Propone los materiales reales de la solución propuesta fundamentados en la investigación y en los requerimientos funcionales calculados.			



**Anexo C. Proyectos de modelación *matemática-y-diseño***

A continuación, se compila en tabla los proyectos de diseño que desarrolló cada estudiante a lo largo del semestre. En ella se explicitan los contextos que exploraron, los soportes teóricos que buscaron para proponer una solución a un problema y las producciones matemáticas o del diseño que soportaron la solución propuesta.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Estudiante	Hobby	Exploración del contexto	Teorización	Solución propuesta	Producción	
					Diseño	Matemáticas
Deisy	Voleibol	Lesiones de los jugadores Golpes por las pelotas Protecciones necesarias	Golpes que sufren los voleibolistas y la función de las protecciones	Superficies de protección	Superficies que evitan el contacto pero facilitan el movimiento	Estimación de superficies en correspondencia al cuerpo Geometrización
Luisa	Skateboarding	Manera como se transportan Accesorios Desarrollo de la actividad Seguridad Alimentación	Necesidades que tienen los skates para cargar su patineta en medios de transporte masivos	Estuche para patineta	Funcionalidad Ajuste antropométrico Planos del producto	Peso soportable del estuche
Pilar	Sexo	Lugares para tener sexo Objetos que se usan al tener sexo Sentimientos y sensaciones Gustos Colores	Necesidades de las personas al tener relaciones	Silla puf que permite diferentes posiciones	Emociones y sensaciones Materiales Antropometría y ergonomía	Geometrización Estimación de perímetros, áreas y volúmenes
Santiago	Tenis	Los cambios climáticos como afectan el desempeño en los entrenamientos El recoger las pelotas quita tiempo La exposición al sol durante largas jornadas	Uso efectivo del tiempo durante el entrenamiento	Sistema de recolección de bolas para clases de entrenamiento de tenis para optimizar el tiempo	Materiales Apariencia Proceso de producción Desempeño Tamaño Costo Ergonomía y seguridad Mantenimiento Ciclo de vida Bocetos y planos	Geometrización Procedimientos matemáticos para justificar los requerimientos funcionales Ergonomía
Ana	Música	Aspectos de la vida de los músicos Aspectos de la planta física de la escuela de música	Como la música transmite experiencias	Un bebedero musical	Bocetos Materiales	Ergonomía Configuración volumétrica

<b>Andrés</b>	Fútbol	Formas de entrenamiento de los equipos Objetos de entrenamiento Situaciones que deben enfrentar los jugadores en un partido	Como generar condiciones en el entrenamiento que sean similares a las que vivencian los jugadores en un partido	Mecanismo de tiro al blanco en movimiento	Materiales Posición Resistencia	Geometrización Fuerza de movimiento
<b>Juan Manuel</b>	Fútbol	Cómo se realiza la actividad Almacenamiento de los productos Alimentación	Protecciones en el fútbol y accesorios	Protección integrada en espinilleras	Funcionalidad Antropometría Materiales Estética	Peso Espesor Costo Geometrización Resistencia
<b>Mariana</b>	Cantar	Lugar donde cantan Consideraciones frente al hobby Significado de la acción	Necesidades de usuario que canta en diversos escenarios	Dispositivo ahorrador de agua para cantar en la ducha	Tamaño Costo Seguridad Materiales	Geometrización Funcionamiento electrónico Sistema de instalación
<b>Mateo</b>	Ir al estadio	Edades de personas que asisten al estadio Elementos que ingresan al estadio Actividades que hacen en el estadio	Contaminación de los desechos que generan los alimentos que se consumen en las tribunas del estadio	Dispositivo en cada asiento para albergar basura	Planos Materiales	Dimensiones y capacidad Geometrización
<b>Daniela</b>	Tenis	Manejo de emociones en el juego	Necesidades del tenista	Juguete para manejar la ansiedad del jugador de tenis	Desempeño Estética Prototipos Ergonomía	Geometrización Área
<b>Sara</b>	Porrismo	Observación de ensayos y prácticas de porrismo	Condiciones y necesidades de los porristas relacionadas con sus prácticas, presentaciones y movilidad	Empaque para conservación y transporte de los pompones	Tamaño Ergonomía Seguridad Materiales Apariencia Mecanismo Planos	Costo Definición volumétrica Dimensiones
<b>Valentina</b>	Caminar	Atuendo para caminar Objetos que se cargan las personas que caminan Problemas de salud para caminar	Como evitar los problemas de salud al caminar en la edad temprana	Plantilla que ayuda a la estabilidad de bebé en etapa inicial de caminar	Infográfico del contexto Prototipos Planos Render	Manejo estadístico de los datos Proporciones Distribución del peso

<b>Jonathan</b>	Ir al estadio	Las basuras en el estadio Incomodidad para que una persona coma en el estadio Cuidado de las pertenencias Bebidas y alimentos regados en el piso Vendedores ambulantes al interior del estadio.	Incomodidad con que los vendedores ambulantes realizan su oficio	Artefacto para la venta de comestibles para un vendedor ambulante	Infográfico del contexto Exploración formal Prototipos Definición formal y funcional Exploración de materiales	Manejo estadístico de los datos Distribución de fuerzas Proporciones Geometrización Determinar capacidad del artefacto Costo
<b>Juan José</b>	Ir al cine	Movilidad para llegar a los cinemas Limitaciones de la iluminación para el desplazamiento Dificultad para transportar los alimentos	Dispositivo que evite el equilibrio de la bandeja y de libertad de movimiento a las manos	Transportador de alimentos para el cine	Análisis del ritual de comer en cine Definición formal del objeto	Manejo estadístico de los datos Geometrización Estimación de la capacidad y del peso que soporta
<b>Juan Pablo</b>	Grafiti	Actividades alrededor del grafiti Incomodidades para realizar grafitis	Artículos necesarios para la conservación de la salud Problemas para transportar materiales Boquillas de aerosoles	Máscara protectora de gases y rayos UV	Desempeño Ergonomía Materiales Apariencia	Tamaño Antropometría
<b>Juanes</b>	Baloncesto	Problemáticas en las prácticas de baloncesto	Dificultades con pertenencias	Contenedor de pertenencias y objetos para el entrenamiento	Colores Sketches Planos Ergonomía	Soporte Resistencia Definición volumétrica Geometrización
<b>Laura</b>	Jugar con el perro	Tipo de juegos Objetos Horario Tiempo dedicado a la actividad Acompañantes Lugar	Limitación del espacio y el tiempo climático para jugar con el perro	Lanzador de pelotas para interiores	Análisis del contexto-usuario-artefacto Exploraciones formales y funcionales	Geometrización Calculo de áreas y volúmenes Diseño de mecanismos
<b>Susana</b>	Repostería	Problemática para hornear y decorar los pasteles	Uso de herramientas y limitaciones en ellas	Mango para intercambiar accesorios	Ergonomía Dibujos Materiales	Potencia Precisión Geometrización

<b>Federico</b>	Bicicrós	Protecciones inadecuadas Cargar objetos Peso del morral Hidratación para los bicicrosistas	Los bicicrosistas no llevan termo al entrenamiento y por tanto deben tomar "todos" agua de la canilla	Manguera flexible y ajustable para cada deportista	Lenguaje formal del producto Exploración contextual Exploración del material	Manejo estadístico de los datos Geometrización Definición de dimensiones Cálculo de la capacidad Operaciones booleanas
<b>Stephanía</b>	Skateboarding	Accidentalidad de muñecas Incomodidad para cargar herramientas Transporte de objetos personales	Protección para la muñeca y un compartimento para cargar objetos personales livianos	Una manopla para proteger la mano de lesiones sin restringir el movimiento, cargar herramientas básicas	Análisis del contexto Definición de concepto y referente Estado del arte Prototipo	Manejo estadístico de los datos Costos Desperdicio de material
<b>Paula</b>	Manualidades	Ambiente de trabajo Materiales y herramientas de trabajo Posiciones al realizar las manualidades	Manejo del espacio y los desperdicios al realizar las manualidades	Aro para recolección de basura	Materiales Dibujos Ergonomía Planos	Definición formal y volumétrica del objeto Carga máxima Geometrización
<b>Sarita</b>	Cantar	Necesidades desatendidas de los cantantes	Técnicas y condiciones necesarias para el canto	Afinador para la voz	Rituales antes de cantar Desempeño Ergonomía Materiales Apariencia	Tamaño Antropometría Geometrización Funcionalidad

**Anexo D. Consentimiento informado de los estudiantes**



**Universidad EAFIT  
Departamento de Ciencias  
Escuela de Ciencias Matemáticas  
Ingeniería de Diseño de Producto**

**AUTORIZACIÓN PARA PUBLICACIÓN, DIFUSIÓN Y USO DE MATERIAL**

Yo \_\_\_\_\_ identificado  
con \_\_\_\_\_ # \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_, estudiante de Ingeniería de  
Diseño de la Universidad EAFIT durante el semestre 20151, que asistió al curso de  
MODELACIÓN MATEMÁTICA, autorizo usar, publicar, exponer mis respuestas o  
Producciones de la asignatura en forma impresa o digital, con el ánimo de colaborar en  
asuntos académicos, pero exigiendo el en todo momento el derecho al honor, a la  
intimidad personal y a la propia imagen.

Nombre:

Documento de identidad:

Firma:

Correo institucional:

Correo comercial:

### Anexo E. Artículos publicados en revista o eventos académicos

En este anexo se presenta algunos artículos publicados en relación con la investigación en diversas revistas y eventos académicos. Dichos productos resaltan la importancia de la investigación y permitieron validar los supuestos investigativos.

- Artículos publicados en revista: *Educación científica y tecnológica*. Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2013).  
<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:0mmTQh1p9TQJ:revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/download/5962/7479+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk&gl=co>
- Artículo presentado en el I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe-CEMACYC. Rendón-Mesa y Esteban (2013).  
<http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/387-483-1-DR.pdf>
- Artículo presentado en el 15° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa-ECME. Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2014).
- Artículo presentado en el 28° Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa-RELME. Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2014).

- Artículo presentado en el XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática-CIAEM. Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2014). [http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/view/1440](http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/view/1440)
- Capítulo de Libro del Acta Latinoamericana de Matemática Educativa-ALME No 28. Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2015). <http://www.clame.org.mx/acta.htm>
- Artículo en evaluación en la Revista Ingeniería UCV. Rendón-Mesa, P., Esteban, P., & Villa Ochoa, J. A.