

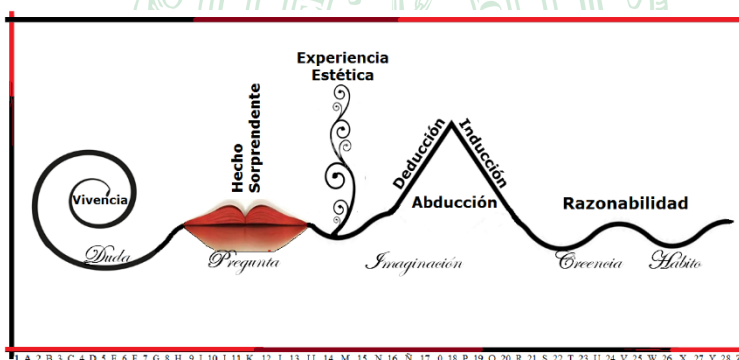


UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Facultad de Educación

La razonabilidad en una didáctica de la lógica abductiva:
una estrategia para la formación de maestros



Trabajo presentado para optar al título de Doctor en Educación
Línea: Didáctica de la Educación Superior

RUBÉN DARÍO HENAO CIRO

1 8 0 3

Tutora
MÓNICA MORENO TORRES
Medellín 2017



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

La razonabilidad en una didáctica de la lógica abductiva:
Facultad de Educación

una estrategia para la formación de maestros

Rubén Darío Henao Ciro

Tutora

Dra. Mónica Moreno Torres

**Tesis para optar al título
Doctor en Educación**

Línea

Didáctica de la Educación Superior

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín

Junio de 2016



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Acta Aprobación de Tesis Doctoral

El día 24 de febrero de 2017 a las 2:00 p.m, se reunieron en el aula 9-109 de la Facultad de Educación, el Dr. Javier Legris , el Dr. Andrés Klaus Runge y el Dr. Carlos Mario Jaramillo, quienes en calidad de jurados acompañaron a la Directora de Tesis, Mónica Moreno Torres y a una representación del Comité de Doctorado de la Facultad de Educación, para presenciar la sustentación pública de la Tesis Doctoral, debidamente aprobada (Artículo 40 del Acuerdo Superior 122 de 1997), titulada *“La razonabilidad en la didáctica de la lógica: una estrategia para la formación de maestros”*, la cual fue presentada por el candidato a Doctor Rubén Darío Henao Ciro; estudiante de la Línea de Formación de “Educación Superior”, de la Décima Cohorte del Programa de Doctorado en Educación de la Universidad de Antioquia.

Terminada la presentación, se procedió a la sesión de preguntas y comentarios por parte de los jurados. Luego de las intervenciones del candidato, se solicitó a los asistentes desalojar el recinto, con el fin de que los jurados realizaran su deliberación. Por unanimidad, los jurados otorgaron a la tesis doctoral la calificación de

APROBADA	NO APROBADA
X	

DISTINCIÓN

SIN DISTINCIÓN	CON DISTINCIÓN

A esta acta, se anexan los argumentos correspondientes en un texto firmado por los jurados.

Como miembro del Comité de Doctorado, el Dr. Jhony Alexander Villa Ochoa presidió la reunión y procedió a la lectura pública del resultado.

Siendo las 4:00 p.m, se da por terminado el acto de sustentación pública.

Javier Legris
Jurado

Andrés Klaus Runge Peña
Jurado

Carlos Mario Jaramillo
Jurado

Mónica Moreno Torres
Directora/a de Tesis

Jhony Alexander Villa Ochoa
Coordinador Doctorado en Educación

Para constancia, se firma en Medellín el día 24 de febrero de 2017.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Facultad de Educación

*A mi esposa,
Clara Cecilia Rivera Escobar,
cómplice de mi felicidad*



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Quiero expresar mi gratitud a la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia por esta oportunidad de superación; a la Normal Superior de Medellín por su comprensión en mis tiempos de ausencia; al grupo de investigación Didáctica de la Educación Superior-DIDES, y muy especialmente a la doctora Mónica Moreno Torres quien, más que tutora, fue una maestra amiga y comprometida con la promesa de crecer juntos.

Agradezco a los 86 docentes, a los 110 estudiantes y a los 42 egresados de la facultad de educación que contestaron la guía de prejuicios; igualmente a mis estudiantes del curso de desarrollo de pensamiento lógico, quienes hicieron parte de esta construcción.

De igual manera, reconozco y agradezco el aporte de los doctores: Sara Barrena (Universidad de Navarra), Mariluz León Ávila (Ministerio de Educación Superior de Cuba), Bruno D Amore (Università di Bologna), Sergio Ballester Pedroso (Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona), María Concepción González ((Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona), Miguel Jorge Llivina Lavigne (Oficina de la Unesco-Cuba), Jhon Erick Barroso (Universidad de Gramma), Jhonny Alexander Villa-Ochoa (Universidad de Antioquia), Carlos Mario Jaramillo López (Universidad de Antioquia), Juan Eliseo Montoya (Universidad Pontificia Bolivariana). A ellos todo mi respeto y admiración.

Gracias a mi familia por comprender mis ausencias, y muy especialmente a la persona que impulsó con su apoyo incondicional la realización de este estudio: mi bella esposa Clara Cecilia Rivera Escobar.



INTRODUCCIÓN	13
PRIMERA PARTE: A CERCA DEL PASADO DE LA INVESTIGACIÓN	18
1. DIVERGENCIAS ENTRE LA LÓGICA Y LA DIDÁCTICA DE LA LÓGICA	19
1.1. ENCUENTROS Y DESENCUENTROS CON LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.	20
1.1.1. <i>El logicismo – el caso de una tesis.</i>	24
1.1.2. <i>El Intuicionismo – Antítesis del logicismo.</i>	26
1.1.3. <i>La lógica abductiva – la síntesis creadora</i>	27
1.2. LA NECESIDAD DE UN CAMBIO EN LAS PRÁCTICAS MATEMÁTICAS	30
1.2.1. <i>De la lógica a la razonabilidad.</i>	30
1.2.2. <i>La ausencia de estética y literatura en la clase de lógica y matemáticas</i>	38
1.3. HACIA UNA HIPÓTESIS ABDUCTIVA.	45
1.4. UN MARCO REFERENCIAL PARA LA HIPÓTESIS ABDUCTIVA	51
2. HISTORIA DE CONCEPTOS	58
2.1. POR QUÉ UNA HISTORIA DE CONCEPTOS	58
2.2. APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE LÓGICA, EN BUSCA DE UNA INVESTIGACIÓN QUE PROMUEVE LA EXPERIENCIA ESTÉTICA EN MATEMÁTICAS.	59
2.2.1. <i>Los inicios de la lógica</i>	60
2.2.2. <i>La lógica de los medievales.</i>	61
2.2.3. <i>El logicismo o una formalización de la matemática</i>	64
2.2.4. <i>La lógica intuicionista o una formalización diferente</i>	66
2.2.5. <i>De la lógica de la razón a la razonabilidad</i>	72
3. EL ESTADO DE LA CUESTIÓN DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA, DE LA LÓGICA Y DE LA LITERATURA	80
3.1. TRAYECTO COMPRENSIVO EN BUSCA DEL DIÁLOGO ENTRE LA MATEMÁTICA, LA LÓGICA Y LA LITERATURA	80
3.2. LOS INICIOS DE LA BÚSQUEDA.	82
3.3. DIDÁCTICA DE LA LÓGICA PARA EL EJERCICIO DE LA RAZONABILIDAD	85
3.3.1. <i>Por qué didáctica de la lógica.</i>	85
3.3.2. <i>Por qué estudiar y enseñar lógica.</i>	87
3.3.3. <i>¿Qué lógica enseñar y cuál es su relación con el proceso de pensamiento?</i>	91
3.3.4. <i>¿Qué le aporta el método abductivo a la didáctica de la lógica abductiva –DLA–?</i>	94
3.3.5. <i>En busca de una estrategia didáctica para la enseñanza de la lógica.</i>	101



Facultad de Educación

4. SOBRE CÓMO LA METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN PERMITE LA COMPRESIÓN	112
4.1. POR QUÉ ES IMPORTANTE LA VIVENCIA EN LA INVESTIGACIÓN.	112
4.2. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.	114
4.2.1. <i>La estructura hermenéutica.</i>	115
4.2.2. <i>El proceder hermenéutico.</i>	116
4.2.3. <i>El procedimiento hermenéutico.</i>	117
4.3. CARACTERIZACIÓN DE LOS TEXTOS PORTADORES DE SENTIDO.	119
4.3.1. <i>Los libros.</i>	119
4.3.2. <i>La comunidad universitaria.</i>	119
4.3.3. <i>Las autoridades.</i>	120
4.4. INSTRUMENTOS Y TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.	122
4.4.1. <i>Guías de prejuicios y conversaciones.</i>	122
4.4.2. <i>Técnicas de análisis.</i>	124
5. RELACIONES DIALÓGICAS SOBRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS	125
5.1. ANÁLISIS DE LA CONVERSACIÓN HERMENÉUTICA REALIZADA CON AUTORIDADES.	125
5.2. MODO DE LECTURA DE LOS DATOS DE LA COMUNIDAD UNIVERSITARIA	131
5.2.1. <i>Lectura de las guías de prejuicios de los profesores.</i>	131
5.2.2. <i>Lectura de las guías de prejuicios de los estudiantes.</i>	134
5.2.3. <i>Lectura de las guías de prejuicios de los egresados.</i>	136
5.2.4. <i>Lectura de la guía de prejuicios como un todo.</i>	137
5.2.5. <i>Discusión de resultados</i>	¡Error! Marcador no definido.
5.4. LECTURA Y ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA CON LOS TALLERES.	142
5.4. RESULTADOS DE UN TALLER ESPECÍFICO: ESTRATEGIA DIDÁCTICA CSP.	148
6. MARCO TEÓRICO PARA UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA QUE PROMUEVE LA RAZONABILIDAD	158
6.1. LA RAZONABILIDAD COMO PROCESO ABDUCTIVO EN LA DIDÁCTICA DE LA LÓGICA	159
6.2. EL CONCEPTO DE EXPERIENCIA ESTÉTICA PARA LA RAZONABILIDAD	168
6.2.1. <i>La concepción de estética de la estrategia didáctica CSP.</i>	169
6.2.2. <i>El concepto de experiencia estética.</i>	175
6.2.2.1. <i>Experiencia estética y razonabilidad.</i>	179
6.2.2.2. <i>Experiencia Estética y Educación Matemática.</i>	181
6.3. LO EMOCIONAL COMO ELEMENTO ARTICULADOR DE LA RAZONABILIDAD.	184
6.4. LITERATURA, MATEMÁTICA Y RAZONABILIDAD: UNA TRIADA ESTRATÉGICA.	190
6.4.1. <i>La Matemática y la Literatura como hechos sorprendentes.</i>	191
6.4.2. <i>Literatura, matemática y educación.</i>	195



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

6.4.2.1.	<i>Tensores que aflojan poéticamente.</i>	197
6.4.2.2.	<i>Concepción estética de la creación.</i>	199
6.4.2.3.	<i>En la búsqueda de lo bello.</i>	202
6.4.2.4.	<i>Con el refuerzo del amor.</i>	204
6.4.3.	<i>El ejercicio de la Razonabilidad.</i>	206
6.5.	INTUICIÓN, INTUICIONISMO Y RAZONABILIDAD	207
6.6.	LA EDUCACIÓN PRAGMATISTA COMO BASE DE LA RAZONABILIDAD.	218

7. LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA CSP 223

7.1.	ANTECEDENTES TEÓRICOS DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA	223
7.2.	EL CONCEPTO DE ESTRATEGIA DIDÁCTICA –ED–	225
7.3.	¿QUÉ ESTUDIA LA DIDÁCTICA DE LA LÓGICA ABDUCTIVA –DLA–? APROXIMACIONES AL CONCEPTO.	226
7.4.	JUSTIFICACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA CSP.	229
7.5.	MOMENTOS Y MEDIACIONES DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA.	231
7.5.1.	<i>Mediaciones de Recepción</i>	233
7.5.1.1.	<i>Lectura de un relato de ficción en busca de un hecho sorprendente.</i>	233
7.5.1.2.	<i>El análisis de un artículo de investigación.</i>	234
7.5.1.3.	<i>El cine como mediación.</i>	235
7.5.2.	<i>Mediaciones de Producción.</i>	235
7.5.2.1.	<i>Los talleres de lógica abductiva como mediaciones.</i>	235
7.5.2.2.	<i>Los preguntarios para la conversación.</i>	237
7.5.2.3.	<i>Diccionario semántico</i>	239
7.5.2.4.	<i>El Video y La imagen sonora como creaciones estéticas.</i>	239
7.5.2.5.	<i>La mediación CSP.</i>	240
7.5.3.	<i>Momentos de indagación.</i>	241
7.5.3.1.	<i>Los contenidos de la CSP.</i>	242
7.5.3.2.	<i>El Método Abductivo</i>	244
7.5.3.3.	<i>Evaluación dialógica</i>	246

8. CONCLUSIONES 248

9. BIBLIOGRAFÍA 252

10. ANEXOS ¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.



Gráfica 1: Nivel de estudio.....	132
Gráfica 2: Inclusión de textos literarios.....	132
Gráfica 3: Sí del texto literario.....	132
Gráfica 4: No del texto literario.....	132
Gráfica 5: Tipos de razonamiento.....	133
Gráfica 6: Concepto de razonabilidad.....	133
Gráfica 7: Nivel de estudio.....	134
Gráfica 8: Inclusión de textos literarios.....	134
Gráfica 9: Sí del texto literario.....	135
Gráfica 10: No del texto literario.....	135
Gráfica 11: Tipos de razonamiento.....	135
Gráfica 12: Concepto de razonabilidad.....	135
Gráfica 13: Nivel de estudio egresados.....	136
Gráfica 14: Inclusión de texto literario egresados.....	136
Gráfica 15: Sí del texto literario.....	136
Gráfica 16: No del texto literario.....	136
Gráfica 17: Tipos de razonamiento.....	137
Gráfica 18: Concepto de razonabilidad.....	137
Gráfica 19: Nodos respecto al Sí.....	138
Gráfica 20: Nodos respecto al No.....	138
Gráfica 21: Nodo con las formas de razonamiento.....	¡Error! Marcador no definido.
Gráfica 22: Evocación de la razonabilidad.....	¡Error! Marcador no definido.
Gráfica 23: Nodo sobre la razonabilidad.....	140
Gráfica 24: Calificación de talleres.....	146
Gráfica 25: Nube de la excelencia.....	147



Tabla 1: Preguntas formuladas antes de la investigación.....	21
Tabla 2: Paralelo entre el logicismo y el intuicionismo.....	71
Tabla 3: La pregunta, hipótesis y objetivos de la investigación en la perspectiva hermenéutica.	80
Tabla 4: Conceptos de la investigación y descriptores.....	82
Tabla 5: Bases de datos para la revisión documental.	83
Tabla 6: Proceso científico e investigativo para generar una hipótesis abductiva.	98
Tabla 7: La razonabilidad en la lógica en busca de una experiencia estética y didáctica.....	102
Tabla 8: Componentes de la didáctica de la lógica.....	105
Tabla 9: Los conceptos en el contexto del círculo de la comprensión.	115
Tabla 10: Guía de prejuicios para conversar con expertos.	123
Tabla 11: Guía de prejuicios enviada por Google a la comunidad universitaria.	124
Tabla 12: Comparación respecto al texto literario como mediación.	138
Tabla 13: Habilidades de razonamiento.....	139
Tabla 14: Concepto de razonabilidad.....	139
Tabla 15: Listado de talleres realizados.....	143
Tabla 16: Construcción de reglas por vía abductiva.....	145
Tabla 17: artículos publicados durante el doctorado.....	148
Tabla 18: Las tres formas de razonamiento.....	153
Tabla 19: Diferencias entre racionalidad y razonabilidad	160
Tabla 20: Algunas ecuaciones importantes.....	200
Tabla 21: criterios para el desarrollo de una educación pragmatista.	222
Tabla 22: Componentes de la DLA.....	227
Tabla 23: Medios, mediadores y momentos.....	232
Tabla 24: Categorías y subcategorías.....	243
Tabla 25: Fenomenología del método abductivo.	245



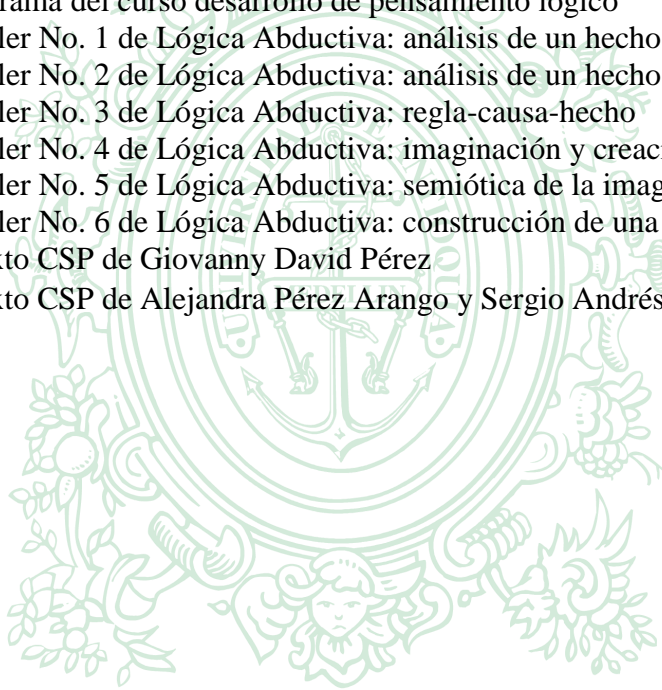
Figura 1: Clasificación de las ciencias.....	73
Figura 2: Relaciones dialógicas de la DLA.....	107
Figura 3: Guía de prejuicios enviada por Google Form.	125
Figura 4: Clasificación de la intuición, en busca de una lógica de la abducción.	208
Figura 5: Momentos de la estrategia CSP.....	241





Facultad de Educación

- Anexo No. 1: Evaluación del taller
- Anexo No. 2: Matemáticos escritores
- Anexo No. 3: Películas para educación matemática
- Anexo No. 4: Corpus de relatos de ficción y artículos de investigación
- Anexo No. 5: Guía para el análisis de un artículo de investigación
- Anexo No. 6: Preguntario para la razonabilidad a partir del relato de ficción
- Anexo No. 7: Preguntario para el análisis comparativo del RF y el AI
- Anexo No. 8: Diccionario semántico para la razonabilidad
- Anexo No. 9: Programa del curso desarrollo de pensamiento lógico
- Anexo No. 10: Taller No. 1 de Lógica Abductiva: análisis de un hecho crítico social
- Anexo No. 11: Taller No. 2 de Lógica Abductiva: análisis de un hecho aúlico
- Anexo No. 12: Taller No. 3 de Lógica Abductiva; regla-causa-hecho
- Anexo No. 13: Taller No. 4 de Lógica Abductiva: imaginación y creación
- Anexo No. 14: Taller No. 5 de Lógica Abductiva: semiótica de la imagen
- Anexo No. 15: Taller No. 6 de Lógica Abductiva: construcción de una hipótesis abductiva
- Anexo No. 16: Texto CSP de Giovanni David Pérez
- Anexo No. 17: Texto CSP de Alejandra Pérez Arango y Sergio Andrés Correa Diez





Este trabajo de investigación, intitulado “la razonabilidad en la didáctica de la lógica: una estrategia para la formación de maestros”, es el resultado de una experiencia hermenéutica y abductiva en la cual tratamos de comprender la didáctica de la lógica universitaria para proponer un ejercicio de la razonabilidad a partir de la relación entre textos literarios y científicos. Para avanzar en este propósito, acudimos a mediaciones didácticas como relatos de ficción y artículos de investigación que han de leerse en clave abductiva para que, una vez encontrado el hecho sorprendente sea posible encontrar una causa explicativa que permita la formulación de una hipótesis abductiva. Este proceso, tiene en cuenta el análisis de categorías semióticas y discursivas como: íconos, indicios, enigmas, sospechas y conjeturas. Este ir y venir entre comprensiones e interpretaciones sigue la metodología propuesta por la doctora Elvia María González Agudelo, quien recogiendo los presupuestos teóricos de Hans Georg Gadamer, fundamenta la línea de investigación en Didáctica de la Educación Superior-DIDES, la misma que soporta esta investigación.

En el comienzo de esta creación está mi vivencia como profesor de matemática en la facultad de educación de la Universidad de Antioquia, como miembro del Nodo de Lenguaje de Antioquia y como escritor. En mi condición de profesor universitario, me he ocupado de cuestionamientos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y la lógica. He logrado reconsiderar la influencia que tienen los métodos tradicionales en la enseñanza de dichas ciencias. De manera especial, me ha sorprendido la ausencia de procesos estéticos en el aula, sobre todo los relacionados con asignaturas de formación matemática, tales como: Lógica, Álgebra, Geometría, Cálculo, Estadística, entre otras. En estos espacios de formación, en muchos casos, se dejan de lado las relaciones dialógicas y emotivas entre maestros en formación y formadores de formadores, el valor de la literatura como proceso de mediación en busca de experiencias estéticas.

En el ámbito de la escritura, llama la atención la cantidad de libros de literatura creados para dimensionar, a veces solo recrear, la enseñanza de la matemática y la lógica. Cuando descubro que la literatura es portadora de sorpresas y realidades difíciles de pasar por alto, mi labor como formador comienza a transformarse. Así, en esta línea de posibilidades para la enseñanza de la matemática y la lógica, y con el deseo de considerar la evolución del ser humano, nos preguntamos

Introducción

¿cómo podría una estrategia basada en la relación entre relatos de ficción y artículos de investigación aportar una didáctica de la lógica abductiva en la educación superior?

Esta pregunta estuvo precedida por una serie de enunciados que se fueron transformando por medio de mi práctica pedagógica en la universidad y la Escuela Normal Superior de Medellín; el Nodo y la Red Nacional de Lenguaje; y en mi oficio de escritor de relatos de ficción. No obstante, nuestro doctorado en educación posibilitó el intercambio con maestros, en formación y en ejercicio, de diferentes áreas, disciplinas y países –Colombia, Cuba, Argentina, Brasil, Estados Unidos y Costa Rica-, quienes contribuyeron con el enriquecimiento de mi producción académica y creativa. Este devenir tiene en su centro en la teoría de la abducción de Charles Sanders Peirce, la cual genera un campo semántico de interés para nuestro propósito de crear una estrategia didáctica que ayude a los maestros a ser razonables en su práctica.

Así, la razonabilidad, que no es racionalidad, pero sí razón en Peirce, se genera desde el método abductivo y este, como su nombre lo indica, se apoya en la abducción, entendida como una forma de razonamiento hacia atrás de quien pone toda la atención en un hecho que lo sorprende. El hecho sorprendente, es el corazón de la abducción, y en el contexto de esta tesis doctoral, su procedencia es la clase, o, en otras palabras, los números y la razonabilidad son ingredientes de la vida, tanto del aprendiz de investigador, como de su maestro. En la literatura, hemos anclado nuestra embarcación, hasta el punto de afirmar que este tránsito doctoral puede entenderse como una posibilidad que aporta elementos teóricos y prácticos para la clase de lógica y matemáticas.

En esa pretensión, se encuentra nuestro primer escollo. Son muchos los profesores de matemáticas, de la media y de la universidad, los que no creen en la opción de la literatura como hecho sorprendente y mediación estética en la clase de matemática y lógica. Sus puntos de vista y sus reclamos, no pueden ser otra cosa que la fuerza vital para sostener lo que bien tenemos como creencia, después de haber transitado varios años por senderos de temor y duda. A ellos queremos decirles que la literatura es un privilegio para aquellos que amamos leer y enseñar, esta, además de contemplación y placer, genera posibilidades cognitivas, como lo mostraremos en este trabajo.

Introducción

Un segundo escollo se encuentra en la tensión entre racionalidad y razonabilidad. Muchos profesores habitamos la primera y desconocemos el potencial práctico de la segunda. Esto es explicable, debido a la formación matemática recibida y la incidencia de la lógica matemática en nuestros procesos de formación. No obstante, la razonabilidad es un método que va más allá de la racionalidad en tanto fundamenta las acciones de aquellas personas que quieren aportar su conocimiento a la sociedad desde una triada peirceana que, podríamos decir, debería guiar nuestra formación: ética, lógica y estética, y que, desde luego, es la base de este trabajo investigativo.

La presente investigación es de carácter cualitativo con un enfoque hermenéutico, el cual está compuesto por una estructura hermenéutica, un proceder hermenéutico y un procedimiento, componentes que le dan sentido a este paso de la duda a la creencia. La estructura tiene que ver con entrar al círculo de la comprensión para zigzaguear entre el todo, la didáctica universitaria, y las partes: la relación entre textos, didáctica de la lógica y la razonabilidad; aquí se expresa la fusión de horizontes: pasado, presente y futuro. En el proceso seguimos el modelo Praccis: prejuicios, reflexión, análisis, comprensión, comparación, interpretación y síntesis al enfrentar los textos y entrar en el procedimiento. Este último, muestra un recorrido desde la vivencia, la historia de conceptos, el estado de la cuestión, el acopio de la información y la conversación con la comunidad para establecer acuerdos con la cosa creada. En este modo de investigar, son fundamentales las conversaciones y los encuentros, los diálogos con la comunidad universitaria nos guían hacia una mejor comprensión de los conceptos y hacia una construcción de una estrategia didáctica. Los encuentros, también incluyen nuestra relación con los libros y mi enciclopedia cultural como investigador –estamos hechos de muchas voces–.

Respecto a la organización, este texto se divide en tres partes: el pasado, el presente y el futuro. En la primera parte, que comprende el pasado de la investigación, está el capítulo 1: “*Divergencias entre la lógica y la didáctica de la lógica*”, que aborda los encuentros y desencuentros con la pregunta de investigación y justifica la necesidad de un cambio en las prácticas matemáticas desde un razonamiento abductivo. Se muestra aquí el camino recorrido para llegar a una hipótesis abductiva. Este planteamiento del problema dialéctico, se hace con tres instancias dialécticas que son el logicismo, el intuicionismo y la lógica abductiva, que se constituyen en la respuesta a lo que en nuestra línea de investigación se llama: tesis, antítesis y

Introducción

síntesis. Allí, se muestran sus aportes y tensiones y nos preguntamos por el papel de la lógica en la construcción del conocimiento científico.

En el capítulo 2: *“Historia de conceptos”* proyectamos un escrito en el cual nos aproximamos al concepto de lógica, en relación con la experiencia estética en matemáticas. Hacemos un recorrido por la lógica y nos acercamos a las dos formalizaciones de la matemática: la logicista y la intuicionista, al tiempo que proponemos la lógica abductiva como un posible camino hacia la razonabilidad. En el capítulo 3: *“El estado de la cuestión de la didáctica de la matemática, de la lógica y de la literatura”*, hacemos un trayecto comprensivo en busca del diálogo entre estos tres espacios, pero antes, describimos de qué manera se hicieron las búsquedas respectivas. En la proyección de una didáctica de la lógica para un ejercicio de la razonabilidad planteamos interrogantes como ¿por qué una didáctica de la lógica? ¿Por qué estudiar y enseñar lógica? ¿Qué lógica enseñar y cuál es su relación con el proceso de pensamiento?, para de esta manera, abordar la pregunta que le da sentido didáctico a la tesis que es: ¿qué le puede aportar el método abductivo a una didáctica de la lógica?

En la segunda parte: el presente de la investigación, se desarrolla el capítulo 4: *“sobre como la metodología de investigación permite la comprensión”*. Allí, exponemos los tres componentes de la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico partiendo de la vivencia como inicio de la investigación y hacemos una caracterización de los textos portadores de sentido, y analizamos los instrumentos y las técnicas de recolección de datos. En el capítulo 5: *“relaciones dialógicas sobre los resultados obtenidos”*, presentamos los resultados de las conversaciones con las autoridades, así como los resultados de la aplicación de la guía de prejuicios a profesores, estudiantes y egresados, con base en categorías como: texto literario, formas de razonamiento, abducción y razonabilidad. Además, se presentan varios resultados de las aplicaciones de los talleres de una lógica abductiva y un caso específico con el relato “Un descenso al Maelström” de Edgar Allan Poe.

El futuro de la investigación se presenta en el capítulo 6: *“Marco teórico para una estrategia que promueve la razonabilidad”*. Apartado que nos lleva a teorizar, sobre la razonabilidad como proceso abductivo, se asume una concepción de estética en el ejercicio de la

Introducción

lógica y se expresan condiciones teóricas para posibilitar una experiencia estética para la razonabilidad, al tiempo que se integran criterios como las emociones, la belleza, el amor y la intuición en dicho proceso. Al final del capítulo, se muestra un modelo de educación pragmática que podría permitir entender mejor nuestra propuesta.

En el capítulo 7: “Estrategia didáctica CSP” se muestra una construcción y una metodología de la estrategia que hemos llamado CSP (conjetura, sentido y palabra) en honor al lógico científico que ha enarbolado las banderas de la abducción: Charles Sanders Peirce. Allí nos detenemos en las mediaciones, en los momentos de la estrategia y en el método abductivo como detonante de la razonabilidad.

En suma, se propone que una estrategia didáctica CSP haga parte de la enseñanza de la lógica y la matemática en la universidad, dado que esta podría ser una forma novedosa de acceder a las formas de razonamiento mediante un análisis de lo que sucede en la cotidianidad de maestros y estudiantes, de lo que los afecta. Nuestra creencia es que una educación pensada para la razonabilidad nos hace mejores seres humanos.

The seal of the Universidad de Antioquia is a large, light green watermark in the background. It features a central shield with a caduceus (a staff with two snakes entwined around it), surrounded by ornate floral and scrollwork patterns. The text 'UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA' is visible within the seal's border.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

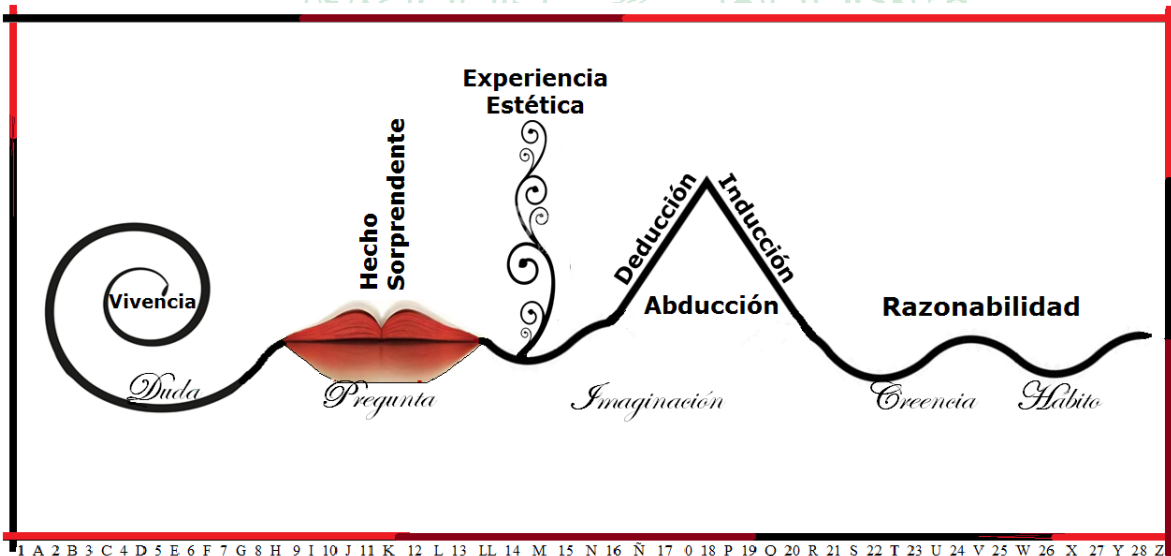


UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

La razonabilidad en una didáctica de la lógica:
Facultad de Educación

una estrategia para la formación de maestros

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación



A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

1. Divergencias entre la lógica y la didáctica de la lógica

El Organon de Aristóteles, primer tratado de lógica, surge como un instrumento para resolver los problemas de la ciencia, que se convierte en un antecedente de la lógica matemática. De esta manera, adquiere un sello de independencia como ciencia formal con el afianzamiento de corrientes como el logicismo y el formalismo, caracterizadas por la búsqueda de la verdad por medio de la deducción y la inducción y por la prelación dada a la demostración como vía para encontrar dicha verdad. El siglo XX se destaca por el surgimiento de otros sistemas lógicos como los modales, los polivalentes y la lógica intuicionista. Esta última cuestiona el principio de bivalencia y piensa la posibilidad de resolver problemas que, según el intuicionismo, la lógica clásica no resuelve. También se empieza a reconocer la importancia de la abducción como una alternativa para subvertir las formas canónicas del razonamiento. La abducción, como se mostrará en este trabajo, posibilita el desarrollo de un pensamiento creador en el campo científico e investigativo.

Este trasegar histórico de la lógica no es ajeno a su enseñanza, pues lo disciplinar y lo didáctico al hacer parte del proceso docente educativo deben tener en cuenta la historicidad de la lógica y los aportes que la estética y la literatura pueden realizar a la enseñanza de dicha ciencia (Ruíz, 1990).

El autor de este trabajo, por ejemplo, un profesor de matemática que ama la literatura, percibe un día que varios estudiantes son capaces de reconocer y dibujar objetos matemáticos, pero no encuentran las palabras precisas para conceptualizarlos, manifestando una dificultad para relacionar la matemática con el lenguaje. Esto dio origen a la pregunta: ¿por qué no se ha propuesto una estrategia didáctica que, más allá de las concepciones clásicas que tienen los maestros, facilite un proceso creador y estético a partir del texto literario? Para dar respuesta, el profesor empieza por reconocer el lenguaje como una bella mediación de la matemática; ésta y la literatura elevan el espíritu del ser humano por medio de la imaginación con propósitos artísticos y científicos; este diálogo promueve la formación de un maestro creativo. Máxime que el autor quería acceder a

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

procesos estéticos generados desde la literatura, ayudado por libros y relatos de ficción¹ que llaman profundamente su atención.

Así, la lógica podría verse como una mediación entre literatura y ciencia, de cuya relación triádica surja el ejercicio de la razonabilidad y no un mero razonar sin intención ni corazón como ocurre en algunos casos en la enseñanza de la lógica y la matemática.

“A estas alturas del siglo XXI nos encontramos con una razón humana en peligro, asaltada por el cientismo que la reduce a una racionalidad mecánica y algorítmica, en última instancia inhumana, y por el relativismo cultural que reduce la razón a meras prácticas comunicativas locales. El pragmatismo peirceano esboza un camino intermedio en el que, a la confianza en la capacidad de la razón está unida la experiencia de la falibilidad humana. En la defensa y comprensión de la noción peirceana de razonabilidad, de la terceridad, se encuentra muy probablemente una de las claves de la importancia de Peirce para la filosofía, la ciencia y la cultura del siglo XXI” (Nubiola, 2008).

Estas palabras se constituyen en una puerta de entrada a la ciencia; una puerta amplia y flexible que permitirá a estudiantes y maestros pensarse como personas críticas y creativas cuya razonabilidad los lleva a actuar mejor dejándose activar por la primeridad, permitiendo la mediación de la segundidad y buscando siempre la terceridad² como posibilidad de aportar algo más al mundo que habitamos en un encuentro constante.

1.1. Encuentros y desencuentros con la pregunta de investigación.

Es indudable que un profesor de matemáticas y lógica requiere no sólo una sólida formación en lo disciplinar, sino también, en el dominio de métodos y estrategias que le permitan transitar mejor por las aulas de clase haciendo posible que sus estudiantes aprendan aquello que él enseña. De allí que los maestros estemos permanentemente cuestionándonos en relación con las distintas relaciones que deben establecerse en la clase de lógica y matemáticas para que los estudiantes le

¹ Como: “El Diablo De Los Números” de Hans Magnus Enzensberger, “El Teorema Del Loro” de Dennis Guedj, “Malditas Matemáticas” de Carlo Frabetti, “Matematicuentos” de Mariano Perero, y relatos como “El Aleph” de Jorge Luis Borges, “El Escarabajo de Oro” de Edgar Allan Poe, o “El Guardagujas” de Juan José Arreola, entre muchos otros.

² En la filosofía peirceana, la primeridad es apariencia, cualidad, color, es todo, es lo abstracto; es la primera impresión o sentimiento que recibimos sobre las cosas, es el momento inicial del pensamiento; también puede ser «la cualidad de la emoción de quien contempla una hermosa demostración matemática» (CP: 1.304). La segundidad “implica la idea dinámica de alteridad, de conciencia bi-polar, la experiencia de acción-estímulo y reacción, de causa y efecto, de cambio y resistencia al cambio” (Gorlée, 1992; p. 7); pertenecen aquí los procedimientos matemáticos que develan la condición relacional como graficar, construir o demostrar. La terceridad tiene que ver con la relación de un segundo con un tercero; representa “la ley general que rige el sentimiento (primeridad) y la acción (segundidad), otorgándoles continuidad” (Ibid). Dicha ley es la actividad intelectual, el pensamiento lógico.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

otorguen sentido a aquello que aprenden y no se queden en la mera mecanización engañosa derivada de procesos rápidos y superficiales.

Ese repensar continuamente la práctica lleva a configurar una propuesta didáctica que tengan en cuenta el pasado del objeto de estudio de esta investigación, enmarcado en una forma de enseñar lógica y matemática, en Colombia, a la luz de la lógica clásica con énfasis en las estructuras algebraicas que se correspondían con una aprendizaje memorístico y descontextualizado; y al mismo tiempo pueda reconocer la manera como ese pasado resuena en un presente y se proyecta al futuro, es una labor compleja. Pues al tratarse de una apuesta formativa en la que estudiantes, en este caso, maestros en formación de una licenciatura y de la Normal, ponen en común sus dudas, deseos de aprender para sí y con los otros en una posibilidad polifónica y heterogénea; intencionalidades que buscan la renovación de las prácticas pedagógicas en estos niveles de la educación así como el ejercicio de preguntar y preguntarse por lo que podría ser de otra manera. Este indagar la práctica mientras aprenden, se convierte en una propósito permanente tanto de ellos como del maestro de lógica.

Por eso, hablaremos de divergencias, encuentros, desencuentros, brechas, tensiones que acontecen en escenarios habitados por maestros de matemática y lógica, maestros en formación y estudiantes de secundaria. La variedad de situaciones didácticas y la manera como estos sujetos interactuaron con las preguntas de investigación que se fueron formulando en el trayecto de esta investigación, nos fueron llevando por un camino habitado por la duda y la pregunta, en algunas ocasiones por incertidumbres y sospechas que lentamente fueron encontrando forma para constituirse en unidades de significación orientadoras de la búsqueda. Esta polifonía fue tejiendo las preguntas que se muestran a continuación, formuladas en la historia de esta investigación³.

Tabla 1: Preguntas formuladas antes de la investigación

Año	Pregunta
1995	¿Por qué los estudiantes de bachillerato manifiestan apatía por lecturas matemáticas y por consiguiente es poca su participación en la construcción del conocimiento matemático?

³ Cada una de estas preguntas está enmarcada en un momento histórico del quehacer pedagógico y aparecen en artículos, ponencias o libros del autor.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

2001	¿Cómo promover, en estudiantes de grado once, la comprensión matemática utilizando recursos literarios, lingüísticos y lógicos?
2008	¿Cómo utilizar la representación de objetos matemáticos desde Charles Sanders Peirce para lograr una mejor comprensión del lenguaje matemático?
2012	¿Cómo potenciar los procesos de comunicación del maestro lector a través de la lectura abductiva e investigativa de un análisis de un relato de ficción?
2014	¿Qué aportes le podría brindar la razonabilidad a la didáctica de la lógica en la educación superior?

Lo anterior, muestra una preocupación por el qué y el cómo de la didáctica de la matemática y la lógica. A esto se une, un marcado interés por poner en diálogo las relaciones entre el lenguaje de dichas disciplinas y el lenguaje literario. El maestro de estas áreas debe estar en condiciones de hablar, leer y escribir con claridad, puesto que del correcto manejo que él haga del lenguaje depende la comprensión de los estudiantes; aspectos como la formulación de problemas, la argumentación en la demostración matemática, la escritura de textos, se facilitan si tiene el maestro tiene dominio no solo del lenguaje matemático sino también si cuenta con recursos lógicos, literarios y estéticos que no solo acerquen al estudiante a la ciencia sino que le ayuden a resolver las distintas situaciones problema que se le plantean o que surgen en la vida.

Tomar conciencia de la importancia que tienen estos procesos comunicativos en el aula, es un camino en el que se han revelado las dificultades y las posibilidades de formar sujetos críticos, propositos y en especial, con la capacidad de crear nuevas situaciones para aprender de la ciencia y de los otros. Así, en 1995 el proceso de interacción con los estudiantes, muestra sus limitaciones para responder a preguntas relacionadas con la comprensión conceptual o la explicación de procedimientos como la demostración y la resolución de ejercicios y problemas. En 2001, se presentan dos acontecimientos que fueron determinantes para mi ejercicio docente. El primero, se relaciona con la tesis de la maestría en matemáticas. Allí, conceptualizo y vivencio con los estudiantes de grado once, un proyecto denominado lecturas matemáticas. En ese mismo año, oriento el curso Integración Didáctica I de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia y propongo un corpus de literatura matemática para desarrollar el pensamiento matemático de los maestros en formación –MF–. Acudo a la lectura de cuentos, metáforas, paradojas, entre otros recursos para acercar más los estudiantes a la matemática.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

En 2008 se presenta un cambio significativo en relación con las preguntas, pues me acerco al descubrimiento de una de las figuras representativas para este trabajo científico, Charles Sanders Peirce. A partir de ese momento, la clase y la escritura comienzan un viaje por las teorías de la abducción, la semiótica representativa y la lectura de relatos de ficción. Esta búsqueda se profundiza en el año 2012, cuando con la ayuda de Raymond Duval y Bruno D Amore, nos proponemos potenciar los procesos de comunicación utilizando la semiótica y la abducción. En el año 2014, la pregunta de investigación, indaga más de lleno el concepto de razonabilidad con el cual transitaremos hacia una didáctica de la lógica abductiva.

Este trasegar por el camino escarpado de las preguntas, estuvo asistido por el diálogo de saberes con estudiantes de la educación secundaria de la Escuela Normal Superior de Medellín y la licenciatura en matemática y física de la Universidad de Antioquia. En la primera institución, soy docente desde 2008 y en la segunda, desde 2001. A partir de este último año, he orientado cursos relacionados con la didáctica de la matemática de los cuales se resaltan: Integración Didáctica I, Integración Didáctica IV, Práctica Pedagógica y Desarrollo del Pensamiento Lógico. En el primero se plantea la necesidad de que el estudiante lea y escriba textos académicos en relación con la matemática y la física, al tiempo que plantee un sistema de ejercicios y problemas para una unidad temática de la matemática o la física. En el curso Integración Didáctica IV, que aborda la didáctica de la matemática, el estudiante transita por los diversos componentes del proceso docente educativo: problema, objetivos, contenidos, medios, métodos y evaluación; además, se propone una unidad didáctica sobre un tema de la matemática secundaria. En la práctica pedagógica se orienta una investigación -acción-educativa⁴ con base en la experiencia literaria del autor; así, desde la literatura científica⁵ se busca que los futuros maestros se dejen afectar por dicha literatura y encuentren en ella hechos sorprendentes que puedan detonar la abducción en sus proyectos de investigación y le apuesten a una mejor enseñanza de la matemática y la física. En el curso de Desarrollo de Pensamiento Lógico se profundiza en los diversos programas y teorías que enseñan a pensar y razonar en el área de la matemática y la física como: Epistemología Genética

4 Este enfoque de investigación cualitativa, según Restrepo (2004), asume la enseñanza como práctica reflexiva en la cual el docente, que es investigador, observador y maestro, busca transformar su propia práctica y reconstruir su conocimiento profesional.

5 En ese contexto llamamos literatura científica a toda clase de texto (ensayo, relato, poesía, video o novela) del cual se puedan derivar conceptos o procedimientos cercanos a la ciencia y pueda ser utilizado como mediación en las clases de matemática y física; lo nombramos así para crear la cercanía entre la literatura y la ciencia.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

de Jean Piaget, Teoría de la Modificabilidad Estructural de Reuven Feuerstein, Inteligencias Múltiples de Howard Gardner, Pensamiento Lateral de Edward de Bono, Inteligencia Emocional de Daniel Goleman y Filosofía para Niños de Mathew Lipman, entre otros.

Este recorrido en busca de una pregunta, capaz de pasar por diferentes momentos, de modo que se fuera reconfigurando una hipótesis abductiva, empieza a ser abordado a partir del problema dialéctico, pensado desde tres lógicas que funcionan como mediaciones fundantes para la enseñanza de la lógica; estas son: el logicismo, en este caso nuestra tesis; el intuicionismo como antítesis; y la lógica abductiva, en busca de una síntesis⁶. Estas tres lógicas son puestas en un mismo plano en relación con la didáctica de la lógica y la matemática, advirtiendo que nos ocuparemos de los puntos en los cuales podamos hacer comparación entre las tres, sobre todo en lo relacionado con la didáctica.

1.1.1. El logicismo – el caso de una tesis.

En la didáctica de la lógica y la matemática prevalecen algunos principios aristotélicos escritos en *El Organon*, los cuales privilegian la demostración como el modo de hacer ciencia, a partir de los hechos, los conceptos y principios mismos de la ciencia. En aquellos tiempos habían tres escuelas lógicas: los Megáricos, iniciados por Euclides de Megara, que abordaron la argumentación y crearon las paradojas; los estoicos, impulsados por Crisipo de Solos, quienes dividieron la lógica en retórica y dialéctica fundamentados en el principio de bivalencia y el principio del tercero excluido e introdujeron las nociones de categorema y sincategorema y los peripatéticos, con Teofrasto y Eudemo, quienes profundizaron el estudio de los silogismos hipotéticos condicionales. Escuelas estas con legados aprovechados por la lógica matemática para construir su pedestal científico. La lógica era pensada como instrumento para las demás ciencias

⁶ Aprovechamos las tensiones entre el Logicismo y el Intuicionismo, de allí que utilicemos sus aportes como una metáfora para la didáctica de la matemática. Pensamos que estas dos escuelas sostuvieron una relación dialéctica en tanto esto último tiene que ver con la unidad y lucha de contrarios. Así mismo, aportan principios a tener en cuenta en una didáctica de la lógica que puede contribuir con la resolución de problemas. La lógica abductiva aparece en la síntesis como creación a partir de algo que es y otro algo que también es. “Es que de hecho todo encuentro con una obra posee el rango y el derecho de una nueva producción” (Gadamer, 1997: 136). Tesis y antítesis se elevan a otro estado en la síntesis, y esta conserva lo positivo de aquellas. El problema se va comprendiendo y construyendo como una conversación entre tesis y antítesis, ambas generadoras de preguntas en procura de una síntesis que empieza con una pregunta de investigación (González, 2012). Así, la tesis en su movimiento provoca otras preguntas en tanto ocurrencias que tienen sentido en la motivación del investigador (Gadamer, 2005) que llegan a moverse en la antítesis.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

de la educación; era reflexión, dominio y moderación (Rivera, 2015). Los sofistas, por ejemplo, enseñaban virtudes relacionadas con el arte de hablar, escribir y razonar bien, así como la música, la poesía y toda clase de temas relacionados con el hombre y la sociedad.

Los lógicos medievales (Guillermo de Shyreswood, Pedro Hispano, Guillermo de Occam, Tomás de Aquino, Walter Burleigh y Antoine Arnauld, profundizan los términos sincategoremáticos, las propiedades de los términos (*suppositio*, *copulatio*, *appelatio* y *ampliatio*), las teorías de la suposición y la teoría de las consecuencias; además, el estudio de la lógica modal, las paradojas semánticas y la metalógica. Mora (2008) establece que los textos medievales refieren debates o disputas sin que se profundice en la solución definitiva pero sí que se traben discusiones racionales. En este tiempo la enseñanza era memorística y repetitiva, al tiempo que la escritura era un instrumento de poder (Rivera, 2015).⁷

A partir del acervo lógico precedente, Leibnitz funde la lógica con la matemática (Ruíz, 1990, p. 28), de tal manera que las discusiones se pudieran resolver con un lenguaje resultado de una simbolización de los pensamientos, esto es, reduce a reglas de cálculo las reglas de la deducción, lo cual lo convierte en el iniciador de la lógica matemática y precursor del logicismo.

No obstante, es la incursión de las leyes de De Morgan (1847), el álgebra lógica de Boole (1847), la formalización de la matemática de Hilbert (1920) y el teorema de la incompletitud de Gödel (1931), lo que permite consolidar una lógica para modelar operaciones basadas en los principios de bivalencia, el enfoque sintáctico y el carácter necesario de la deducción. De allí surgen posiciones clásicas como el Formalismo, fundado por Hilbert y el Logicismo, iniciado por Leibnitz, continuado por Frege, Peano, Russell y Withehead. La primera escuela busca formalizar la matemática en un lenguaje L y liberarla de contradicciones; sostiene que la matemática es una ciencia formal cuyos símbolos no tienen que hacer alusión al significado. Así entonces, el logicismo, adoptado aquí como tesis, dice que los principios de la aritmética se reducen a principios lógicos, lo que nos lleva a cuestionar los procedimientos clásicos como única vía para enseñar la demostración matemática en el aula, generalización válida puesto que el mismo Russell piensa que

⁷ Más Adelante se mostrarán varias obras dedicadas a la enseñanza de la matemática en este período medieval.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

el proyecto de Frege con la aritmética puede ser extendido a cualquier disciplina matemática (Moreno, 2007), puesto que toda la matemática es definible a partir de un número reducido de conceptos lógicos. Las dos escuelas coinciden en el papel dominante de la lógica clásica con base en principios lógicos clásicos como el de bivalencia, el del tercero excluido y la ley de la doble negación.

Con base en lo anterior, surge el siguiente interrogante: ¿Qué situaciones epistemológicas e históricas llevaron a los defensores del logicismo a considerar la demostración como un elemento para darle validez a la ciencia?

1.1.2. El Intuicionismo – Antítesis del logicismo⁸.

Sin embargo, a pesar de la fuerza teórica que sostenía el logicismo, Kronecker (1850), Poincaré (1902), Brouwer (1905) y Heyting (1929), entre otros matemáticos y lógicos estudian los planteamientos del formalismo y el logicismo y dan las pautas para el surgimiento de lógicas polivalentes, modales e intuicionistas. El intuicionismo, tomado aquí como antítesis, fundado por Brouwer, cuestiona el logicismo, y con él los principios de bivalencia, el tercio excluido y la doble negación; consideran que la prueba formal por sí sola no puede conducir al conocimiento; dado que un objeto, producto de la mente humana y libre, tiene una existencia equivalente a la posibilidad de su construcción. Para esta escuela, la aritmética no es una parte de la lógica como sostiene el logicismo, sino que la lógica es una parte de la matemática y esta última es una construcción de la mente. Vale anotar que para el intuicionismo han sido vitales los planteamientos de lógicos como Lukasiewicz, Kripke, Kanger y Hintikka, quienes sostienen, entre otras tesis, que la lógica guiada por la intuición permite comprender el significado de los formalismos originados por la lógica tradicional si se construyen modelos semánticos apropiados. El intuicionismo le da claridad intuitiva y posibilidad constructiva a la enseñanza de la matemática al considerar la

⁸ Respecto a la presencia de diversos planos en el planteamiento del problema, Moreno (2012) referencia como Fumagalli (2010) propone la elaboración de proyectos desde distintas disciplinas, Estupiñan et al (2005) sostienen la necesidad de que los diversos saberes se encuentren en un diálogo que permita superar la incommensurabilidad de las disciplinas. Dice Moreno (2012) que el análisis de un problema "lo constituyen múltiples planos de la realidad que están interconectados, bien sea por diversas aristas, zonas, planos, diseños y/o procedimientos" (p. 29), y se apoya en Camilioni (2001) y en Davini (2001) para señalar que en la didáctica persiste un estilo constructivo desde disciplinas cercanas.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

matemática libre de contradicciones, pero encontrarse con el hecho de que esta no pueda fundamentarse totalmente en el intuicionismo.

No quiere decir esto que el intuicionismo sea adverso al logicismo, los dos se complementan, no se puede negar la disputa sostenida respecto a la naturaleza de los objetos matemáticos y a los principios lógicos. Ambos aportan al desarrollo de la lógica y, en consecuencia, a la didáctica de la lógica y la matemática. No obstante, consideramos que estos deben incluir a la lógica de la abducción como una posibilidad para la enseñanza de dicha ciencia.

A partir de este contexto nos preguntamos: ¿Cuáles son los aportes y las tensiones que la lógica intuicionista le brinda al desarrollo de las ciencias?

1.1.3. La lógica abductiva – la síntesis creadora.

Además de la vía deductiva y la inductiva, creemos necesario que se ensaye una tercera vía: la abductiva tanto en la lógica como en la didáctica de la lógica y la matemática. Si bien el logicismo y el intuicionismo aportan elementos lógicos y constructivos en la búsqueda de la verdad, es menester apoyarse en una forma de razonamiento que tenga en cuenta la creatividad y la experiencia, como dice Ruíz (1990) "nunca creo posible prescindir de la experiencia como última sanción para su verdad" (p. 18).

Peirce (1901, 1902, 1903) piensa la lógica como la filosofía de la representación y propone, en el estudio del proceso lógico creador, un trabajo científico basado en tres formas de razonamiento para hacer las cosas inteligibles: deducción, inducción y abducción; esta tercera, dice Peirce, es la adopción de una hipótesis nueva y necesaria para producir conocimiento. Así mismo establece que la matemática, que trata de situaciones hipotéticas, no depende de la lógica, sino que la segunda depende de la primera y lo único necesario para llegar a la verdad es la operación del pensamiento.

Barrena (2003, 2007, 2014, 2015) y Nubiola (2001, 2008), interpretan la teoría peirceana y argumentan que en la educación debe tenerse en cuenta el ejercicio de la razonabilidad, encarnada en la abducción, entendida por Barrena (2003) como un puente entre lo sensible y lo razonable que

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

empieza con la percepción, integra los sentimientos, el instinto y la imaginación en la creatividad y termina con las acciones. Así mismo Barrena (2007) plantea que la creatividad es inherente a la razón humana y que, desde Peirce, se puede desarrollar una filosofía de la creatividad ligada a la razonabilidad, criterio compartido por Nubiola (2008), Oostra (2009, 2010, 2011) y Zalamea (2009, 2010, 2011), quienes afirman que la lógica puede pensarse como un proceso creativo que aporta al razonamiento de la ciencia, sobre todo de la matemática.

Estos seguidores de Peirce, y el mismo Peirce, abren el camino para pensar la educación matemática como una práctica de la enseñanza en la cual se supere la razón como única vía para obtener la verdad. De allí que en este estudio se proponga la razonabilidad como un proceso creativo en el cual tiene lugar la literatura como experiencia estética. Experiencia entendida como lo que nos pasa, en la medida que valoramos los hechos inesperados y nuevos (Gadamer, 1999, p. 430); experiencia estética en tanto haya un hecho que nos rompa esquemas o nos haga *perder el eje del equilibrio del cuerpo* (Cynthia, 2006, p. 13). De este modo, la experiencia estética le aporta al maestro en formación elementos literarios y de afectación necesarios que pueden tener un valor disciplinar y didáctico para su vida y su práctica pedagógica para tener en cuenta en el aula. Esto, si bien no lo distancia de enfoques logicistas e intuicionistas, permite evaluar la dominancia de estas tendencias para incluirlas en una apuesta más plural donde se hable de lógicas más que de lógica y se asuma la función creativa de la lógica abductiva y, como consecuencia lógica, se piense en el ejercicio de la razonabilidad en una didáctica de la lógica.

También aquí nos preguntamos: ¿cómo utilizar las mediaciones estéticas para fomentar la razonabilidad en la enseñanza de la lógica? Nos referimos a mediaciones estéticas como los relatos de ficción, los artículos de investigación, la imagen sonora⁹ de un relato y los preguntarios¹⁰, entre otros que serán explicados más adelante.

⁹ Para la elaboración de la imagen sonora se hizo un pietaje del relato de ficción y con base en este y varias imágenes quietas se graba una audición que tiene la secuencia narrativa para iniciar el proceso abductivo desde lo ontológico, lo semiótico, lo abductivo; con el fin de confirmar lo que ya el relato ha causado en el perceptor.

¹⁰ Estos son instrumentos de una estrategia didáctica, interesados en promover una razonabilidad y que constan de interrogantes dirigidos a temas-concepto que inicialmente el lector desconoce, pero pone en juego sus saberes previos y las respuestas se convierten en un reto a la capacidad de imaginación y cognición del sujeto.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Consecuentes con estos tres planteamientos, identificamos una pregunta de investigación que abre la posibilidad de la hipótesis abductiva y guiará nuestro horizonte de sentido. La pregunta es: ¿qué aportes le podría brindar la razonabilidad a la didáctica de la lógica en la educación superior?

Las preguntas planteadas en este apartado requieren de una precisión relacionada con la diversidad de su concepción.

Tanto el logicismo, que genera la lógica clásica, como el intuicionismo, que genera la lógica intuicionista, son escuelas que se originan frente al problema de cómo entender la matemática; son sistemas deductivos mientras que la abducción se corresponde con una lógica no deductiva. En este orden de ideas, aclaramos que estamos hablando de cosas de naturaleza distinta que nosotros queremos mirar de una manera metafórica y dialógica dada su naturaleza constructiva y posibilitadora de una didáctica de la lógica. Así, el logicismo trata con verdades matemáticas que son ideas lógicas más complejas, su intención es reducir la matemática a la lógica en el campo de la aritmética, más no en la geometría. En esta perspectiva, se trata de verdades deducibles lógicamente a las cuales se puede arribar por medio de la demostración y los conceptos aritméticos se definen sobre la base de los objetos lógicos. Para el intuicionismo hay ciertas construcciones básicas mentales (intuiciones) a partir de las cuales se puede construir la matemática. En el intuicionismo brouweriano, la idea de utilizar métodos no constructivos genera una lógica intuicionista que lo lleva, como consecuencia de su concepción de la matemática, a rechazar algunos principios del logicismo. Para el intuicionismo, un enunciado puede declararse como verdad cuando hay una demostración constructiva.

Por otra parte, si recurrimos a las posibilidades de enseñanza de la lógica, encontramos que la abducción contribuye con la búsqueda de principios para la demostración de un teorema. De allí la importancia de buscar en la historia de la lógica y la matemática de dónde se deriva el teorema. Indagar por los principios lógicos de este con el apoyo de la abducción permite reconstruir deductivamente su demostración.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Los tres elementos teóricos aportan a una didáctica de la lógica abductiva, así: el logicismo indirectamente, con una sistematización de la lógica básica para las demostraciones aritméticas y los principios de dicha ciencia; el intuicionismo contribuye también indirectamente con elementos para la demostración constructiva; y la lógica abductiva, avanza en la posibilidad creativa de la abducción para la formulación de hipótesis.

1.2. La necesidad de un cambio en las prácticas matemáticas.

1.2.1. De la lógica a la razonabilidad.

Apoyados en la bibliografía consultada y en nuestra experiencia como maestros, sospechamos que la lógica y la didáctica de la lógica poco tienen en cuenta la razonabilidad en sus opciones y, aunque esto lo desarrollaremos más adelante en el estado de la cuestión, es menester adelantar varios aspectos que fungen como fundamentos de dicha problemática.

La lógica es un tema poco tratado en eventos académicos. Si bien, existen algunas asociaciones y equipos de investigación dedicados a la lógica, quienes transitamos por su enseñanza, sobre todo en Colombia, se observa con preocupación la poca difusión que tiene su estudio en eventos académicos como los encuentros colombianos de matemática educativa - Asocolme, los encuentros de la escuela regional de matemáticas, el congreso internacional de matemática educativa de la Universidad del Tolima; el congreso formación y modelación en ciencias básicas en Medellín; el congreso colombiano de matemáticas de la sociedad colombiana de matemáticas y la Universidad Nacional (Manizales); la escuela nacional de historia y educación matemática, el congreso internacional de didáctica de la matemática de la Universidad de la Sabana. En estos eventos puede verse como tanto en las mesas de trabajo, en las categorías académicas de participación, en las ponencias y conferencias está ausente la temática de la DL.

A este ausentismo de la DL en congresos nacionales e internacionales, se suma la poca formación en lógica y su didáctica, tanto por parte de los profesores de matemáticas. Quienes se dedican a la enseñanza de la lógica en las licenciatura en matemática y física son licenciados en este programa con dominio en la lógica matemática. En este caso la DL es asumida por ellos con los mismos criterios de la didáctica de la matemática y se muestran un poco lejanos a la

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

razonabilidad como concepto superior de la lógica cuyo método abductivo permite la formación en investigación del maestro y sus aprendices.

Aunque, algunos investigadores resaltan los conocimientos y competencias de un profesor de matemáticas (Schulman, 1986; Bromme, 1988; Llinares, 2009, Niss, 2006; Socas, 2011) y coinciden en la importancia del conocimiento de la disciplina, del conocimiento didáctico e investigativo; en estas se supone que en la base de los conocimientos disciplinares está la lógica, pero no la asumen como un cuerpo de conocimientos cuyo estudio hace más competente al profesor de matemáticas.

Además de hablarse poco de lógica en múltiples eventos académicos, algo parecido ocurre con la didáctica de la lógica, la cual se subsume a la didáctica de la matemática¹¹, pensada como “el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo” (D Amore, 2006, p. 25); o a la educación matemática, concebida, esta última, como una disciplina científica y social caracterizada por teoría, desarrollo y práctica (Steiner, 1990; Godino, 1991).

Si bien en la didáctica de la matemática, diversos estudios se refieren al sistema didáctico¹², la transposición didáctica¹³, las situaciones didácticas¹⁴, el contrato didáctico¹⁵ y el obstáculo didáctico¹⁶; componentes que emergen en relación con la epistemología, la historia de la matemática y la matemática misma; no se ha pensado en la posibilidad de incluir métodos creativos

11 También pensada como “el arte de instruir” (Comenio, 1592), “el arte de enseñar” (Brousseau, 1990), la “ciencia de la enseñanza” (Contreras, 1990), el estudio del proceso docente educativo (Álvarez, 1999), la disciplina que contribuye el pensamiento creativo y fantástico (Ballester, 1992), “el estudio de los hechos en la enseñanza de las matemáticas” (Chevallard, sf); la “ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemático” (Brousseau, 1989, p. 3).

12 Conjunto formado por alumnos, profesor, matemática y noosfera que interactúan e intervienen en la enseñanza de las matemáticas (Vergnaud, 1985; citado en (Sotos, 1993; 184).

13 Según Chevallard (1985), es “el paso de un contenido preciso de saber a una versión didáctica de este objeto de saber” (citado en Sotos, 1993, p. 184).

14 Conjunto de relaciones establecidas entre los estudiantes, el medio y el profesor para que los estudiantes se apropien del saber matemático (Brousseau, 1991).

15 El contrato didáctico es “un conjunto de reglas, con verdaderas y propias cláusulas, la mayoría de las veces no explícitas que organizan las relaciones entre el contenido enseñado, los estudiantes, el maestro y las experiencias, al interior del grupo en las clases de matemáticas” (D Amore, 2006, p. 129).

16 No son dificultades sino conocimientos necesarios “que perturban duraderamente los aprendizajes ulteriores y que persisten, incluso después de las adquisiciones de saberes correctos (Brousseau, 1999, p. 23).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

como la abducción tanto para el aprendizaje de la matemática, como de la lógica, de modo que despierten en los estudiantes el interés por conocer la disciplina y las relaciones de esta con la vida.

En este sentido, es dable decir que en los últimos años hemos observado el desinterés de los estudiantes de educación media y superior por las matemáticas. Esta situación podría tener sus raíces en la falta de estrategias cognitivas, cognoscitivas y para la vida vivenciadas en clase y que contribuyan con el desarrollo de la didáctica de la matemática; crisis que no está por fuera de las problemáticas de la sociedad.

En el mismo sentido, Morin (2011) en *La Vía: para el Futuro de la Humanidad* dice que para resolver las crisis que nos envuelven debemos asociar siete *reformas interdependientes*, de las cuales resaltamos tres: la del pensamiento, esto es, para resolver los problemas no debemos encerrarnos en las disciplinas sino recurrir al pensamiento complejo y relacional; la de la educación que establece la necesidad de introducir los problemas vitales, fundamentales y globales en la educación; y la de la vida, la cual dice que deben converger todas las reformas en la lucha por una vida que mejore nuestras condiciones, las relaciones con los demás y rescate aquellas cosas que nos hacen más dignos y causan satisfacción.

Unido a lo anterior, y apoyados en los criterios de la razonabilidad- su carácter pragmático; su relación con la experiencia estética; y su fundamentación en la abducción-, podría decirse que hay una tercera reforma o dimensión, esto es, el placer de leer y las posibilidades que le brinda al sujeto, la experiencia estética derivada del texto y la relación entre textos científicos y textos literarios; pues “no hay una sola materia científica que, en un momento dado, no haya sido tratada por la literatura universal” (Barthes, 2009, p. 14), por lo tanto, ciencia y literatura se encuentran en el logos, aunque se distancian en el uso del lenguaje. “El lenguaje, para la ciencia, no es más que un instrumento que interesa que se vuelva lo más transparente, lo más neutro posible” (p. 15), las operaciones, las hipótesis, los teoremas están expresados en un lenguaje que sirve a la ciencia mientras que “el lenguaje es el ser de la literatura, su propio mundo: la literatura entera está contenida en el acto de escribir” (Ibidem). La ciencia, que es un metalenguaje, se enseña, se dice, es guiada por la voz; mientras que la literatura, que es un lenguaje objeto, se realiza, se escribe, sigue la mano; la primera tiene que reconquistar el placer, la segunda es el placer.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

No obstante, son escasos los estudios que relacionen la razonabilidad con la lógica, y menos aún, los que la incluyan en la DL. El término razonabilidad se aplica en la argumentación jurídica, sobre todo en teorías como la nueva retórica (Perelman, 1989), el discurso-práctica (Alexy, 1995), los casos difíciles (MacCormick, 1978), los modelos de argumentación (Toulmin, 1958) y la aceptabilidad racional (Aarnio, 1999). También se relaciona con la filosofía (Peirce, 1906; Nubiola, 2011; Barrena, 2015), Peirce (1906) la ha relacionado con la lógica, pero son pocos los estudios que apliquen la razonabilidad a la didáctica de la lógica.

Los estudios de lógica deben incluir la razonabilidad. Esta última le permite al maestro y su aprendiz, una mirada estética y abductiva de la enseñanza, les aporta un modo de pensarse para sí y los otros, agrega nueva inteligibilidad a sus vidas, sus conocimientos y los hace sensibles a los problemas de la humanidad. La razonabilidad enriquece la enseñanza y aprendizaje de la lógica desde el método abductivo, sin pormenorizar la deducción ni la inducción. Dejar de lado la abducción, desconocer la importancia de la sorpresa y la emotividad en las aulas, niega la posibilidad de lo creativo y lo estético en la matemática al tiempo que se cierra la puerta a otras formas para obtener el conocimiento más allá del determinismo matemático.

Por otro lado, si bien la lógica es un cuerpo teórico de conocimientos, su aplicación presenta algunas dificultades. Los maestros en formación no tienen suficientes experiencias para integrar los conocimientos de la disciplina a las prácticas de enseñanza (Schón, 1992), a diferencia de aquellos ya formados que pueden incluir su experiencia en la búsqueda del conocimiento. La pretensión es que el maestro en ejercicio -y aún el que está en formación-, tengan la capacidad de reflexionar mientras enseñan (Flórez, 2007) y le otorguen relevancia a la reconstrucción del conocimiento matemático (Korthagen, 2005; Alsina, 2010). Los maestros aprenden mientras enseñan, en la medida que analizan su experiencia en la práctica misma (Dewey, 1989). Para que una actividad lógica y matemática sea significativa, debe partir de la experiencia real de los estudiantes (Font, 2007) y este éxito escolar, puede ser transferido fuera del aula. Según Abrate, Pochulu & Vargas (2006) una de las mayores dificultades en el aprendizaje de la matemática está en que dado su aspecto deductivo formal, muchos profesores abandonan la demostración formal y en consecuencia no se trabaja el pensamiento lógico (p. 32).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Otros investigadores han enfatizado la participación social de los estudiantes en la clase de matemáticas (Morgan, 2000; Planas, 2002; Valero & Skovsmose, 2012). Estos últimos llaman la atención sobre la importancia que tiene considerar situaciones sociales relevantes para relacionar la matemática con otras áreas del conocimiento como las ciencias sociales. Esta participación se logra, cuando se establecen unas normas sociales y legítimas en el aula de clases. El aula “es un lugar multicultural, donde se encuentran diversas formas de pensar, razonar, interactuar, compartir e interpretar” (Gómez, Marín & García, 2014, p. 460).

En la mayoría de los casos la actividad matemática transcurre de tal manera que los estudiantes van al aula a confirmar lo hecho por otros y a aplicar los conocimientos adquiridos. Hacen falta “situaciones de validación” (Balachef, 2000) o situaciones de investigación (Samper de Caicedo, et al, 2003) en las cuales el estudiante utilice conscientemente el lenguaje para construir conjeturas, justificarlas y tomar decisiones que le permitan poner en práctica sus conocimientos matemáticos.

El lenguaje se expresa de múltiples maneras. Así, leer y escribir en la clase de lógica y matemática, son prácticas socioculturales imprescindibles para aprender (Chartier, 1994; Rockwell, 1995; Schneuwly, 1999; Gagliardi, (2012). Estas mediaciones del lenguaje promueven la incorporación del contexto a las prácticas matemáticas (Valero, 2006). Para ello hay que ubicar a los estudiantes como sujetos sociales, cognitivos, afectivos y políticos en la construcción de escenarios educativos (Camelo et ál. p. 2), al tiempo que vigilar la inseparable relación entre teoría y práctica (Godino & Batanero, 2009).

Según Charnay (1994), el principal reto en la enseñanza de las matemáticas, es que el estudiante le encuentre sentido a lo que aprende. El sentido puede estar en la utilización comprensiva del conocimiento para resolver situaciones didácticas, además está en las concepciones que rechaza, los errores que evita, la búsqueda de economía y las formulaciones que usa (Brousseau, 1983). Así mismo, atenta contra el sentido la falta de flexibilidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas (Radatz, 1979; citado por Rico, 1995). El sentido depende de factores presentes en el maestro, el estudiante y el medio.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Para Freudenthal (1973, citado por Gravemeijer & Teruel, 2000), la matemática no es un producto, es un proceso de construcción, una actividad humana, por eso acude al concepto de *inversión antdidáctica* para referirse al error cometido al enseñar la matemática como un producto de una actividad pasada. Freudenthal (1983) y Kilpatrick (1990) cuestionan la forma cómo se enseña matemática, esto es, un grupo dice lo que hay que hacer y el otro lo hace. El aprendizaje requiere interacción, reflexión y contrastación del proceso de construcción del conocimiento (Allwright, 2005; Alsina, 2007; Brockbank & McGill, 2002, Esteve, 2004; Azcárate, Rivero & Rodríguez, 2007; Melief & Alsina, 2010), además de la creación de una comunidad de aprendizaje (Wenger, 2001; Esteve, 2004, Alsina i Pastells, 2010) o de indagación (Jaworski, 2006; Jaworski & Goodchild, 2006; Lipmann, 1998).

Por su parte, Andrade et ál. (2006) señalan que aspectos como el papel expositivo e instructivo del profesor, el planteamiento de preguntas descontextualizadas, el protagonismo del docente en la dirección de una discusión o conversación, ratifican la permanencia de una práctica tradicional que no da la palabra al estudiante ni lo compromete con su proceso de formación. También Castaño (1997) afirma que la clase transcurre según momentos como: presentación, reproducción, ejercitación y aplicación de un modelo; proceder que muestra metodologías reproductivas de una educación fragmentada y separada de las demás ciencias y disciplinas; una enseñanza sin sentido y poco práctica (Perich, 2008). Se desconoce que la matemática no ha de enseñarse como un producto terminado sino como proceso mental y social (Donovan et al, 2000; Freudenthal, 2000; Castelnuovo, 2000). En este tipo de prácticas pedagógicas, hay poca claridad respecto del sentido que debe buscarse y las configuraciones didácticas para encontrarlo, al tiempo que se olvida el papel que puede cumplir la metodología de taller en dicha búsqueda (Fundación Compartir, 2015, p. 19).

Esta visión de la práctica pedagógica, no indaga por la inclusión de otras disciplinas y ciencias, como la estética, semiótica y lógica. Es perentorio retomar el criterio de la unidad dialéctica entre el aprendizaje y la enseñanza (Addine et al, 2007) y pensar en la abducción como una posibilidad para descubrir algo novedoso (Peirce, 1908); un aprendizaje posible desde la semiótica (D'Amore, Fandiño & Iori, 2013) dado que el conocimiento, la noesis, necesita de la semiosis (Peirce, 1903; Duval, 1996).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Por ello, como educadores matemáticos, tenemos la posibilidad de: recurrir a la literatura para promover en los estudiantes la formación de actitudes que mejoren sus procesos de aprendizaje (Velázquez, Slisko & Nolasco (2015); superar el exclusivismo, la mismicidad, la unicidad y acercarnos a la práctica matemática con una lógica más razonable que permite, entre otras, la formulación de hipótesis, la presencia de novelas y libros de algoritmos en la clase de matemáticas; organizar y planificar las condiciones susceptibles de potenciar los tipos de aprendizajes que buscamos en los estudiantes, propiciando el enriquecimiento y crecimiento integral de su humanidad (Castellanos, 1999).

A esto se suma, la separación de la enseñanza de la matemática con la realidad. Se desconoce que la matemática es una construcción humana (Guerrero, 2008), cuyos razonamientos lógicos pertenecen a la realidad misma, pues se trata de un escenario que requiere una cultura matemática que se pregunta para qué aprender matemática.

¿Para qué aprender matemática? La finalidad de la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones que permitan al estudiante interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, planteando supuestos, haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones, demostraciones, formas de comunicar y otras habilidades, así como el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar, medir hechos y fenómenos de la realidad, e intervenir conscientemente sobre ella (Ministerio de educación de Perú, 2015, p. 10)

Si con base en lo anterior, nos preguntáramos qué significa pensar lógicamente, diríamos que se trata de un proceso complejo que incluye el lugar de la lógica, la estética y la ética; esto es: factores cognitivos, afectivos y socioculturales que le posibiliten al maestro en formación construir una visión de la ciencia de la lógica, y de las matemáticas en diversos contextos (Cantoral, 2013).

Pensar matemáticamente se define como el conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales que llevan al estudiante a entender y dotar de significado a lo que le rodea, resolver un problema sobre conceptos matemáticos, tomar una decisión o llegar a una conclusión, en los que están involucrados procesos como la abstracción, justificación, visualización, estimación, entre otros (Cantoral 2005; Molina 2006; Carretero y Ascencio 2008; citado en Ministerio de educación de Perú, 2015, p. 16)

Todo apunta a que el futuro maestro de matemáticas adquiera una tarea esencial: pasar del aprender al aprehender, al descubrir, hacer suyo tanto el conocimiento, convertirse en un sujeto didáctico (Sarrazy, 1995) que practica una educación matemática crítica. De acuerdo con la

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Educación Matemática Crítica, la práctica matemática debe ser dialógica y problematizadora, practicar la reflexión y acción, relacionar la cultura con la matemática, sobre todo, considerar la matemática como una construcción social y humana (Guerrero, 2008). Este tipo de educación, busca que los ciudadanos sean críticos y participen activamente en la construcción de una sociedad democrática (Skovmose, 1999), tiene en cuenta enfoques: cognitivo, constructivista, sistémico, semiótico y crítico (Font, 2002).

Con esta perspectiva comulga la socioepistemología, también conocida como epistemología de las prácticas o filosofía de las experiencias (Arrieta et al, 2003). Esta perspectiva estudia la construcción social del conocimiento con base en una práctica social que integra la teoría con la siguientes funciones: normativa, identitaria, pragmática y discursiva; y una transformación en la práctica matemática (Cantoral, 2001, 2007). Así, la socioepistemológica de Cantoral & Farfán (2003) es una teoría científica que aplica la construcción social del conocimiento matemático desde la triada saber, mente, cultura (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014, p. 92); el saber aquí supera el conocimiento y es triádico: popular, técnico y culto (Ibídem). Este enfoque tiene cuatro principios que son: la racionalidad contextualizada. “la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y lugar determinado (Espinoza, 2009, citado en Cantoral, Reyes & Monitiel, 2014, p. 100); el relativismo epistemológico; y la resignificación progresiva o de la apropiación situada y por último, la práctica social. (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014, p. 98 y ss).

Según Paulo Freire (1993) hay que pasar de una pedagogía de la respuesta a una pedagogía de la pregunta; cambiar el “vivir es entender” por “conocer es vivir”; vivenciar; se busca que la acción educativa transforme la realidad para mejorarla siempre que “el punto de partida para la construcción de saberes es la actividad humana normada por emergentes de naturaleza social que denominaremos prácticas sociales” (Cantoral & Reyes, 2014, p. 1577); estos emergentes se relacionan con realidades superiores que no pueden explicarse con las leyes precedentes; aquí “la norma es en sí misma un emergente social por tanto regula el desarrollo colectivo” (p. 1578) en la práctica social que es “base y orientación en los procesos de construcción del conocimiento” (Cantoral, Reyes & Monitiel, 2014, p. 99); es “aquello que les hace hacer lo que hacen, aun sin adquirir conciencia de sus acciones” (cantoral, 2002); le permiten al ser humano dar sentido a los

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

problemas fundamentales de la ciencia (Camacho, 2006, p. 133); es una actividad tendiente a resolver un problema (Godino y Batanero, 1994, p. 219).

Aunque estos enfoques son cercanos con: la semiótica cultural de Radford (2004) “que confiere a la actividad humana la función de producción del objeto” (Cantoral et al, 2006, p. 84); la ontosemiótica de Diaz Godino, la antropológica de la Didáctica de Chevallard, y la Etnomatemática de D' Ambrosio; hace falta profundizar en las tesis de la semiótica moderna (Peirce, 1974) y en los procesos estéticos en tanto le otorgan al aula la posibilidad de promover los procesos creativos de los estudiantes, a partir de la construcción del conocimiento matemático. Así, el saber matemático es un producto de la cultura (Cantoral, 2001), por tanto, una creación humana que recrea la vida y la transforma desde la vida misma.

1.2.2. *La ausencia de estética y literatura en la clase de lógica y matemáticas.*

A la inexistencia de una lógica abductiva en la clase de matemáticas que lleve a la razonabilidad, se suma la poca importancia que se les brinda a los procesos de lectura y escritura en la formación de maestros de matemática y física.

La experiencia de la lectura no es universal, pues cada sujeto tiene unas vivencias que ha ido construyendo en su trayecto formativo, por eso mediaciones estéticas como los relatos de ficción o los preguntarios,¹⁷ son flexibles en tanto cada uno de ellos tiene efectos diferentes en sus perceptores. La pluralidad de los textos literarios, científicos y los que circulan en la cultura académica, debería provocar en sus lectores una razonabilidad que se despliega “cuando confluye el texto adecuado, el momento adecuado, la sensibilidad adecuada” (Larrosa, 2007, p. 22) y si esto nos afecta y nos transforma es experiencia estética, y si se adquiere la vivencia de la razonabilidad a partir de dicha pluralidad, es posible que estemos ante una manera diferente de comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y la lógica.¹⁸

17 Nos referimos a mediación estética, siguiendo a Schiller (1794), en tanto facultad mediadora entre la razón y le emotividad, intelecto y sentido; posibilidad que induce al estudiante a ver el mundo de otra manera para encontrar ese momento de conciencia y comunión con el arte desde planteamientos derivados de la novela, el cine o el arte en su totalidad.

18 Esta perspectiva, expresa Gadamer (2007) que “hay obras científicas cuya calidad literaria ha justificado la pretensión de que se las honre como obras de arte literarias y se las incluya en la literatura universal” (p. 215); la ciencia, la literatura y la educación se invaden mutuamente y pueden convocar la experiencia pedagógica en el aula puesto que “hay una relación directa entre la enseñanza y la palabra” (Barthes, 1986, p. 313); esto es, puede haber formación desde la literatura, seguimos a Larrosa (2007, p. 10) si se

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Barthes (1986) llama sentido obvio a aquello simbólico e intencional dado por el autor que ha querido ponerlo allí para que venga al encuentro; el texto es un lugar de encuentro, para este autor el texto es placer; es la *tnesis* barthesiana como fisura de la piel en la cual el lector busca el encanto del relato para pendular entre el placer, satisfactorio y decible, y el goce, ausencia y silencio, y desaparecer para encontrarse después; el texto se revela como un cuerpo, “el lenguaje es una piel: yo froto mi lenguaje contra el otro” (Barthes, 1993, p. 60). El texto es un humano, es un cuerpo “¿es una figura, un anagrama del cuerpo?” (Barthes, 1978, p. 26). En consonancia con esta perspectiva, podríamos decir que no pretendemos abordar el texto como un instrumento del cual vamos a derivar una utilidad, estamos dispuestos a que el texto nos lleve en su horizonte de sentido y nos inste a dejarlo de manera sorprendente.

En este contexto, Eco (1981; 1995) propone el concepto de cooperación textual como base de la comunicación; establece la necesidad de un lector modelo que pueda volver al texto cada vez que sea necesario para desentramar lo que quiere decir un autor modelo. Así mismo, reconfigura la interpretación como un proceso circular hermenéutico en el cual el lector empírico le da paso al lector modelo que sugiere el texto; suma al sentido del autor y al sentido del intérprete, el sentido del texto y enfatiza la necesidad de respetar el texto sin dejar de lado el autor; “el texto puede tener varios sentidos, no infinitos” (p. 155), tiene posibilidades para que el lector se aferre a él y se reconfigure, para que construya sentidos; explore los territorios del texto y los interprete.

¿No son acaso sorprendentes los resultados derivados de libros de literatura matemática como “Alicia en el País de las Maravillas”? Es innegable el valor lógico y propositivo de este tipo de literatura. El aprendizaje de la matemática está lleno de vacíos e incomprendiones que sorprendentemente son planteados en muchos libros con recursos lógicos y literarios que inician un recorrido abductivo al activar el razonamiento hipotético desde el encuentro del estudiante con el libro.

permite que ésta sea acontecimiento, que nos pase, que nos afecte y provoque la transformación necesaria en lo humano que somos; para ello, además, “el saber de la experiencia no está, como el conocimiento científico, fuera de nosotros” (Larrosa, 2007, p. 16) si no que tiene sentido si nos configura como sujetos éticos, políticos y estéticos, y esto ocurre cuando la lectura es una experiencia estética (Larrosa 2007, Farina 2006, Gadamer 2007).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Por otro lado, Peirce (1974) no sólo piensa la lógica como la filosofía de la representación si no que, al estudiar el proceso lógico creador del conocimiento, propone un trabajo científico y creativo basado en tres formas de razonamiento para hacer las cosas inteligibles: deducción, inducción y abducción; esta tercera, dice Peirce, es la adopción de una hipótesis nueva y necesaria para producir conocimiento. Este filósofo establece que la matemática, que trata de situaciones hipotéticas, no depende de la lógica, sino que la segunda depende de la primera y lo único necesario para llegar a la verdad es la operación del pensamiento.

Los seguidores de Peirce, y el mismo Peirce, abren el camino para pensar la educación matemática como una práctica de la enseñanza y aprendizaje en la cual se replantee la razón como única vía para obtener la verdad, y se proponga la razonabilidad como proceso abductivo y creativo, porque, retomando lo anterior, un maestro de matemáticas no solo debe estar formado en lógica y matemática sino dejarse afectar por otras experiencias estéticas, como la literatura, en la medida que permita que le pasen cosas nuevas (Gadamer, 1999, p. 430) que puedan hacerle “perder el eje del equilibrio del cuerpo” (Cynthia, 2006, p. 13) en la medida que se siente afectado y tiene una experiencia estética derivada de la literatura.

Ahora bien, el problema está en la posibilidad de complementar la lógica matemática para formar personas más razonables. Si la estética es la ciencia de la intuición sensible (Bochenski, 1965, p. 99) y la lógica es la ciencia de la intuición intelectual; la estética dialoga con la lógica puesto que “no existe concepto alguno sin intuición, pero sí intuiciones sin concepto” (Ibídem); ambas se relacionan en una concepción dialéctica necesaria ya que “toda intuición desemboca en un juicio” (p. 101) y este provoca una actividad práctica que vuelve de nuevo a la intuición.

Para que esto ocurra debe pensarse la abducción como la respuesta a un hecho sorprendente. Las hipótesis no surgen de la nada ni son ajenas al pensamiento, necesitan de conocimiento previo, de la imaginación libre y el instinto creador. La abducción requiere del musement¹⁹, no es producto sólo de la mente racional sino de la mente que crea, es una luz en medio de la oscuridad, es “el primer paso del razonamiento científico” (Peirce, 7.218), o, si se quiere, una forma de mirar;

¹⁹ El musement se refiere a tener la mente libre (Peirce, 1908).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

permite establecer un vínculo con lo que pasa o nos pasa, parte de los hechos, y de allí se infiere un puede ser o un no puede ser.

No obstante, en la educación superior, la imaginación y la creación no atraviesan la didáctica de la matemática y la lógica, además poco se piensan en la relación de estas dimensiones con los procesos de lectura y escritura. El problema crece si se tiene en cuenta que no hay estamentos que ayuden a los estudiantes a escribir. Carlino (2003, 2005, 2006) sostiene la importancia de trabajar la lectura y la escritura a nivel universitario, así como reconceptualizar lo que se entiende por comprensión de textos. Es necesario enseñarles a leer como integrantes de una comunidad discursiva (Carlino, 2003) o de una comunidad científica (Peirce, 1902). Si bien esto es problemático en humanidades y ciencias sociales (Carlino, 2003), en matemáticas el problema es mayor debido al poco interés que tienen los estudiantes de matemática y física por la literatura (Águila & Allende, 2012; Ochoviet, 2015); parecen desconocer que leyendo bien se aprende a pensar y a razonar (Argudín & Luna, 2007). Los textos académicos que circulan en relación con la didáctica de la lógica y la matemática son los manuales de textos cuyo contenido no incluye estrategias didácticas de lectura y escritura que provoquen en los estudiantes hipótesis abductivas. También son escasas las referencias bibliográficas relacionadas con la lectura crítica y escritura creativa a partir de un artículo de investigación. Este portador de textos posibilita en los futuros maestros el contacto con procesos de investigación que les muestran los avances y las dificultades que presenta la ciencia que estudian y su enseñanza (Tarrés, Montenegro & D'ottavio, 2008; Moreno, 2012).

En la didáctica de la lógica y la matemática poco se utilizan textos literarios a pesar de la riqueza y variedad de estos.. Hacerlo, implicaría creer en la capacidad transformadora del lenguaje (Rodari, 1973), valorar la fuerza de la literatura en la formación (Castagnino, 1954; Cárdenas, 2005; Sciascia, 2007; Moliner, 2007; Palacios, 2007; Maestro, 2012) y sostener, junto con Benavides & Aponte (2014), que la literatura da sentido al aprendizaje de la matemática al inyectarles magia y fantasía al tiempo que posibilita un mejor aprendizaje de la misma; esto es, pensar que de la relación entre literatura y matemática surge una mejor comprensión de la segunda (Henoa, 2005; Serrano, 2005; Leguina, 2006; Macho, 2006; Marín, 2007; Palacios, 2007; Gómez, 2008; Frabbeti, 2009; Henoa, 2012; Henoa & Moreno, 2013).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Sepulcre & Nescolarde (2012) muestran cómo en la enseñanza de la matemática a nivel universitario se desconoce la historia como si se ignorara la cantidad de libros de literatura histórica que hay sobre esta área. Varias estrategias resaltan el valor didáctico de los cuentos en la enseñanza de la matemática (Marín, 2007; De la Fuente Martínez, 2010; Henao Ciro, 2012; Fernández Cerrada, 2014; Díaz, 2014). Si bien el área de las matemáticas es una de las más vinculadas al fracaso escolar (Martínez, 2009) y parte de este fracaso se debe a las emociones negativas y sentimientos de rechazo que experimentan los estudiantes (Ridao & Del Rey, 2014), también es cierto que pueden establecerse conexiones positivas desde el cuento (Fernández Cerrada, 2014, p. 35), desde la novela (De Guzmán, 2000; Balbuena & García, 2005; Marín, 2006; Alcaide & López, 2009) o desde la poesía (Henao, 2005; Molina, 2008; Macho, 2011, Nuñez & Paralera, 2012).

Estas estrategias son desarrolladas en la básica primaria y secundaria, pero no son sistemáticas y tampoco incluyen la abducción. Se desconoce que en los textos literarios y científicos (artículos de investigación del área de las matemáticas) subyacen unos discursos lógicos y estéticos que al ser comprendidos por los futuros maestros como procesos interhumanos de la razonabilidad (diálogo entre lo estético y lo científico), podrían sugerirles otras formas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

No obstante, es dable reconocer algunas experiencias universitarias en las que se promueve la relación entre la ciencia ficción, la realidad (Saganogo, 2007) y la creación científica (Q. e Silva, 2015). Derjani-Bayeh & Olivera-Fuentes (2011), proponen a los estudiantes de ingeniería química determinar la corrección de las escenas científicas de acuerdo con las claves de un relato. Efthimiou & Llewellyn (2003), (citado en Vesga, 2015), muestran los errores y aciertos de la "Física en las películas". Palacios (2007) reconfigura un curso de "Física en la ciencia ficción" para encontrar errores en este género, o Fraknoi (2003), quien analiza con sus estudiantes el uso de ciencia ficción en la astronomía. Asimismo, el uso de películas para demostrar errores conceptuales de los escritores (Segall, 2002). Entre experiencias universitarias, acuden a los relatos de ficción en la clase de ética para ingenieros (Segall, 2002) y para sociólogos (Laz, 2014).

Hay una marcada dificultad para leer y escribir en la clase de lógica y matemáticas en el ámbito superior a sabiendas de que estos son dos procesos necesarios para su aprendizaje. Son

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

muchas las situaciones en las cuales los estudiantes tienen dificultades para construir significado a partir de los conocimientos previos y la competencia lingüística, por eso es necesario en todas las áreas, y en especial, en lógica y matemáticas, estimular la búsqueda de explicaciones desde el abordaje de textos literarios (Rivas & Begoña, 2010). Estos procesos deben tener en cuenta la utilización de un sistema simbólico cuya comprensión le permite al sujeto, la construcción de nuevos significados y el establecimiento de relaciones entre significados y conceptos (Novak, 1997; citado por Rivas & Begoña, 2010, p. 7). La lectura posibilita un aprendizaje científico más significativo en la medida que los estudiantes reflexionan sobre sus ideas y se aventuran en la construcción de teorías (Pope & Gilbert, 1997; citado por Rivas & Begoña, 2010, p. 9). En suma, la lectura no debe estar ligada sólo al área de lenguaje; esta ha sido una causa del fracaso de la lectura en la escuela (Cassany, Luna & Sanz, 2001; citado por Rivas & Begoña, 2010, p. 10).

Aunque hay algunas investigaciones sobre las dificultades de los estudiantes de ingeniería en los procesos cognitivos relacionados con la lectura de un enunciado matemático (Vozzi, Zelaya & Belén, 2015), se reconoce la importancia de la lectura para ver la vida de otra manera, tomar mejores decisiones y mejorar el sentido crítico en la comprensión de situaciones matemáticas (Aguayo, Ramírez & Sarmiento, 2011), se crea conciencia sobre la importancia de leer para investigar (Fernández, & Ramírez, 2011) y recuperar ese elemento conjetural y abductivo que tiene la lectura (Eco, 1992, p. 38), necesario en todas las áreas de conocimiento, y especialmente, en la enseñanza de las matemática y la lógica.

La literatura contribuye a la formación de valores y emociones (Blanco, 2005), máxime por las posibilidades que brinda a la educación estética del sujeto, pues si asistimos a "una era turbulenta, nuestras escuelas y universidades deben preparar al estudiante para hacer frente a problemas impredecibles y sin precedentes" (Rosenblatt, 2002, p. 29). Por tanto, cuando el profesor aborda la lógica y la matemática desde una perspectiva científicista y formal, los estudiantes no alcanzan a relacionar lo aprendido con la práctica social. Rosenblatt considera que la educación debe propiciar en los estudiantes no sólo conocimiento y herramientas intelectuales sino "desarrollar impulsos emocionales positivos que estimulen la percepción intelectual" (p. 202). También Benavides & Aponte (2014) sostienen que la literatura da sentido al aprendizaje de la

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

matemática al inyectarles magia y fantasía al tiempo que posibilita un mejor aprendizaje de la misma de una forma creativa.

No obstante, algunos profesores continúan con el prejuicio de que ciertos recursos lógicos y literarios como metáforas y paradojas no aportan a la enseñanza de la lógica y la matemática, esta postura no les permite contribuir con la formación de personas creativas (Blázquez Ortigosa, 2009). Los efectos de este tipo de prácticas, fueron corroborados en una ocasión cuando pedí a los estudiantes del curso “Desarrollo de Pensamiento Lógico” de la facultad de educación de la Universidad de Antioquia que razonaran en relación con el siguiente argumento: “De regreso en su hogar, la esposa del orador dice a éste: ¿Sabes la gran noticia? ¡Ana se ha ido a vivir con su madre! Seguro que Olegario ha vuelto a salir con Brígida, pues Ana me dijo un día que en este caso se iría a vivir con su madre” (Ferrater, 1965, p. 24). De los 20 estudiantes, sólo uno llegó al reconocimiento del argumento como una falacia y a plantear el condicional necesario para explicar el error en el razonamiento. Las falacias tienen un papel vivificador en la construcción del pensamiento lógico. En este caso el ejemplo, ficcional o real, funge como posibilitador de pensamiento lógico; “las ficciones o construcciones científicas son útiles para explicar algo, en la medida en que sirven lógicamente como hipótesis” (Cohen, 1995, p. 127). En la matemática y la física abundan detonadores abductivos para la imaginación y el razonamiento: raíces que no existen, cero en los denominadores, conjuntos vacíos, límites infinitos, cuerpos perfectos sin fricción, cuerpos de caída libre, conjeturas, falacias, paradojas, contradicciones, historias, entre otros, que dan la razón a Cohen (1995) cuando dice que existe una lógica de la metáfora que no sólo embellece, sino que es necesaria para establecer relaciones que permitan aprehender y comunicar ideas nuevas (p. 111); por ello, los descubrimientos dependen de la imaginación y la metáfora (Miller, 2000; Barrena, 2007).

Esto implica una mirada distinta al proceso de enseñanza de la lógica y la matemática. Si bien el profesor de matemáticas ha de formarse en lógica matemática, también debe hacerlo en otras lógicas. Podría emprender un recorrido por la historia, desde la antigüedad hasta nuestros días analizando las relaciones entre lógica, filosofía y matemática para conocer el camino mágico que los grandes matemáticos han seguido, esto es, adentrarse en los confines de la creatividad, redescubrir lo que ellos inventaron. En esa búsqueda, ha de modificar su experiencia pedagógica en

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

tanto puede integrar lo lógico con lo creativo; la razón con la pasión, la certeza con la duda, la ciencia con el arte, la determinación con la invención, la deducción con la abducción.

Para este último trance, debe apoyarse en los múltiples artículos de investigación que muestran el acercamiento antes mencionado y revelan cosas ficcionales y en los relatos de ficción como portadores de elementos investigativos que subvierten las leyes físicas y matemáticas de tal manera que su proceso de comprensión implique no sólo el estudio de dichas leyes sino el análisis literario del relato en clave lógico creativa. Esta perspectiva le podría dar otro sentido a su experiencia pedagógica y estética, en conjunción con sus estudiantes.

1.3. Hacia una hipótesis abductiva.

Como la figura central de este planteamiento que relaciona la abducción con la razonabilidad se apoya en Charles Sanders Peirce, es menester dedicar unas líneas a este pensador.

Peirce nació en Cambridge (Massachussets) en 1839, y murió en Milford, Pensilvania, en 1914; hijo de Benjamín Peirce, famoso matemático y astrónomo, amante de la literatura y el arte, quien le interesó el estudio de la física, la astronomía y la matemática. Su abuelo paterno fue bibliotecario en la Universidad de Harvard, su abuelo materno era abogado, su tío paterno era físico y químico y su tía paterna mantuvo una escuela al tiempo que enseñaba literatura francesa y alemana. De sus tres hermanos, uno era profesor de matemáticas en Harvard, otro ingeniero de minas y el tercero, diplomático.

En 1863 se graduó como químico, en la Universidad de Harvard, aunque sus estudios más destacados los hizo en lógica y filosofía. De hecho, fue profesor de lógica en la Johns Hopkins University (1879-1884), luego se dedicó a la investigación en el US Coast and Geodetic Survey (1884-1891).

Era de carácter extraño y difícil de tratar, lo que le impidió hacer una carrera académica, aunque era muy dedicado al trabajo científico (Peirce, 1908, p. 9). Su pensamiento fue transmitido a filósofos como William James, Josiah Royce, John Dewey y Ernst Schröder, entre otros, quienes le profesaban una profunda admiración.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Es considerado fundador de la semiótica, pensador independiente, fundador del pragmatismo filosófico²⁰ y uno de los fundadores de la lógica matemática o simbólica²¹. Su obra, prolífica y compleja, se pasea por senderos tan intrincados como: lógica, semiótica, idealismo objetivo, falibilismo, thychismo, cientismo agapismo, astronomía, geodesia, matemáticas, teoría e historia de la ciencia, econometría, psicología y pragmatismo. Según comentarios de Sara Barrena, una de las más grandes estudiosas de su obra, “el pragmatismo, que nace como un método lógico para esclarecer conceptos, llegó a convertirse en la corriente filosófica más importante en Norteamérica durante el último tercio del siglo XIX y el primero del XX”. (Peirce, 1908, p. 11).

Aunque el conocimiento de su obra empezó en 1920 cuando los filósofos Hartshorne y Weiss editaron los *Collected Papers*, se sabe que desde 1884 hasta su muerte, en 1914, escribió cerca de 80.000 páginas de manuscritos, los cuales fueron vendidos a la Universidad de Harvard. Apenas en 1911, Peirce consiguió el reconocimiento público como lógico y sólo después de su muerte comenzó a ser llamado filósofo. En ambas disciplinas se ve como uno de sus más altos intereses es el reconocimiento de la lógica como una ciencia.

El interés por su pensamiento ha crecido notablemente, ha llegado a calificarse como "el más grande filósofo americano"²². Popper dijo de él que era "uno de los más grandes filósofos de todos los tiempos",²³ Max Fisch se refiere a él como un científico profesional cuyas bases son la filosofía y la lógica, y Bertrand Russell llegó a afirmar: "sin duda alguna fue una de las mentes más originales de fines del siglo XIX y ciertamente el mayor pensador norteamericano que haya existido"²⁴, William James dijo que sus escritos eran "destellos de luz deslumbrante sobre un fondo de oscuridad tenebrosa"²⁵. Además, el matemático y filósofo Alfred Whitehead lo identificó como el Aristóteles de la época. Entre sus amigos y admiradores se encontraban William James, Josiah Royce, Jhon Dewey y Ernst Schroder.

20 Grupo de Estudios Peirceanos, Op. Cit., <http://www.unav.es/gep/bio-peirce.html>.

21 Halton, Eugene. Charles Sander Peirce (1839-1914): a brief outline of his philosophy. (Consultado el 25 de agosto de 2005). Disponible en: <http://www.nd.edu/~ehalton/Peirce.htm>.

22 Citado en: Peirce, C. (1908). *Un Argumento Olvidado en Favor de la Realidad de Dios*. Introducción, traducción y notas de Sara Barrena.

23 *Ibídem*.

24 *Ibídem*.

25 *Ibídem*.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

¿Quién era Charles Sanders Peirce? El mundo lo está contestando en la medida que descubre su obra: era un hombre de ciencia; el mismo que sostuvo que el amor es el agente de la evolución del universo, que «no tenemos ninguna facultad de pensar sin signos», (CP:5.265; W2:213, 1868), que “el pensamiento siempre procede en forma de diálogo” (CP 4.6), que “ninguna mente puede avanzar un solo paso sin ayuda de otras mentes” (Peirce, 1974, p. 15), que “la experiencia es nuestra única maestra” (Peirce, 1908, p. 13), que el conocimiento de Dios depende de la experiencia (p. 18), que la razón humana debe moverse de un estado de duda a un estado de creencia (p. 32). “[...] la lógica no es la ciencia de cómo pensamos, sino que, en la medida que se puede decir que se ocupa del pensamiento, tan sólo determina cómo debemos pensar” (Peirce, 1968, p. 29), consideraba bueno dedicar la vida a la búsqueda de la verdad a través de la lógica, la cual establece el método correcto para hacerlo.

No obstante, la lógica sigue siendo un instrumento propedéutico y se enseña en algunos casos como una lógica procedimental y matemática. En Colombia, por ejemplo, a finales del siglo XX se hizo un giro en la enseñanza de la matemática al sacar de circulación la *Matemática Moderna Estructurada* entre otros textos que basaban la enseñanza de la matemática en la lógica y según los cuales enseñar matemáticas era enseñar lógica; y se proponen unas matemáticas más constructivas. No obstante, quienes enseñan matemática se empeñan en métodos expositivos y demostrativos y consideran, muchas veces, que el arte y la literatura no proveen recursos dignos de ser tenidos en cuenta al enseñar matemáticas, no creen necesario que la lógica se acompañe de lo analógico y lo dialógico.

Miremos ahora estos giros de la lógica y su didáctica en el contexto de algunos programas de curso de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. El documento rector de dicho programa, tiene la intención de formar ciudadanos capaces de resolver problemas que sean cualificados comprensivamente para usar conocimiento de manera efectiva y transformar el contexto para mejorar la vida. (Facultad de Educación, 2012, p. 8). Así mismo frente al programa de *Lógica y Teoría de Conjuntos* se determina que *su estudio debe permitir a los estudiantes apropiarse de las herramientas fundamentales para el trabajo en las demostraciones matemáticas y en la argumentación de proposiciones* (p. 9). Este documento justifica la necesidad de “aplicar una dinámica constructivista sobre la naturaleza y la enseñanza

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

de la Matemática y la Física. La formalización es importante, pero lo es igualmente el tratamiento de los conceptos en una base experimental e intuitiva que es fundamental en el aprendizaje de estas ciencias”. (Programa de Lógica y Teoría de Conjuntos, 2014, p. 2). Este programa incluye tres unidades: Lenguaje y verdad, Colecciones y conjuntos y Relaciones y Funciones, enmarcadas en procesos como la argumentación, la demostración, la conceptualización y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. La bibliografía consta de 15 libros de los cuales nueve son de introducción a la lógica y los seis restantes de fundamentación matemática y algebraica.

Si bien el documento rector y el programa en mención, consideran la investigación y la resolución de problemas como ejes fundamentales para la estructuración del pensamiento formal de los futuros maestros y reiteran que el elemento y la habilidad fundamental a enriquecer es la demostración matemática, no incluyen la abducción²⁶ como forma de razonamiento, sino que proponen procedimientos deductivos e inductivos para fundamentar la demostración matemática. En este programa de lógica matemática no se muestra esa *base experimental e intuitiva* que se promete en la justificación, los ejes problematizadores, la metodología y la bibliografía. Esta última muestra solamente libros de lógica clásica y simbólica, lo que evidencia la poca conexión que puede hacer el estudiante que lee con otras lógicas y otros referentes disciplinares. La lógica que se enseña es monotónica y apofántica; donde la verdad es una cosa terminada cuya comprobación depende de la capacidad de demostración de teoremas que tengan los estudiantes; así lo revelan las metodologías y la evaluación propuestas en dichos programas.

Sin duda que hay algo que sorprende al revisar estos planes de estudio, sobre todo los que corresponden a la formación de maestros en matemática de la Universidad de Antioquia, los cuales funcionan como iconos²⁷. Llama la atención la ausencia de procesos estéticos tanto en el programa como en la bibliografía citada; hay algo que no está bien o que puede ser de otra manera y por eso

26 Algo similar ocurre en la enseñanza de la matemática en la educación media, es dable decir que los profesores de matemáticas siguen aferrados a métodos tradicionales y presentan la matemática como un producto terminado frente al cual el estudiante no tiene otra opción que copiar y reproducir; evidenciándose una mirada tradicional de la disciplina y su enseñanza. A lo que se suma la falta de un programa de lógica para la secundaria, donde no sólo no se estudia lógica, sino que se evidencia muchas veces que el proceder no es lógico. Al revisar algunos planes de área del bachillerato se encuentra solo un atisbo de lógica proposicional en grado octavo.

27 El ícono es “el único modo de comunicar directamente una idea” (Peirce, 1988, p. 145); es un signo que se da en la relación de semejanza entre la representación signica y lo representado” (González, 2012, p. 5).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

lo planteamos como hecho sorprendente²⁸: ¿Por qué el estudio de la lógica en la universidad no tiene componentes estéticos ni literarios?

En esta ambivalencia hay algo incomprendido que surge como enigma²⁹ y es el deseo de saber cuáles son las bases e influencias para una didáctica de la lógica en el programa de lógica de la facultad de educación de la Universidad de Antioquia dados los indicios³⁰ claros de que dicha lógica a enseñar es una lógica matemática y que en dicho programa no hay espacio para la literatura como mediación estética.

Lo anterior nos lleva a sospechar, que existen otras lógicas, como la lógica de la abducción. Esta última, puede ser potenciada a partir de una experiencia estética derivada de la lectura de relatos de ficción, en busca de un proceso donde la razonabilidad les brinde a los futuros maestros nuevas herramientas para su saber didáctico y para la vida. De esta manera, surge la siguiente hipótesis abductiva³¹ planteada como una pregunta³²: ¿Cómo podría una estrategia basada en la relación entre literatura y matemática aportar a una didáctica de la lógica, la razonabilidad como método en la educación superior?

En este orden de ideas, Peirce (1974, 2012) no sólo piensa la lógica como la filosofía de la representación, sino que, al estudiar el proceso lógico creador del conocimiento, propone un trabajo científico y creativo basado en tres formas de razonamiento para hacer las cosas inteligibles: deducción, inducción y abducción. Esta tercera forma de razonamiento, dice Peirce, es la adopción de una hipótesis nueva y necesaria para producir conocimiento. Así mismo establece que la

28 De acuerdo con Peirce (1970, 79), hechos sorprendentes son *hechos muy diferentes de todo lo observado*. El hecho sorprendente es un suceso o hecho (anómalo o nuevo) que nos sorprende porque presenta una regularidad inesperada, o bien la rotura de una regularidad esperada. De allí, que a esta epifanía le siga la formulación de una hipótesis.

29 En la ambivalencia de la relación de semejanza de los íconos surge el enigma como lo que no alcanza a comprenderse; según González (2012), “nos percatamos de lo que ha sucedido, pero en eso sucedido algo está encubierto, oculto; algo se ve y otro algo no se ve (p. 6).

30 En la referencia de los iconos a los hechos llaman la atención los indicios; estos abren sendas para dudar y crear sospechas en busca de símbolos. Un indicio es un “signo que se refiere al objeto que denota en virtud de que es realmente afectado por ese objeto” (Peirce, 1987, p. 250).

31 En la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico, asumida en esta investigación, la hipótesis abductiva se formula con el apoyo de signos peirceanos; esta cumple la función de acercar al hermeneuta a la *cosa creada* o el aporte innovador de la investigación. Por ello, mientras la pregunta de investigación surge del planteamiento del problema y cuyos antecedentes se formulan con base en el desarrollo de una tesis, una antítesis y una síntesis, la hipótesis como proceso lógico-creativo, promueve la búsqueda de un elemento nuevo que funge como el aporte teórico-práctico que se adelanta en esta investigación.

32 De acuerdo con Peirce (1970, p. 202), las hipótesis se mantienen primeramente como una mera interrogación.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

matemática, que trata de situaciones hipotéticas, no depende de la lógica, sino que la segunda depende de la primera y lo único necesario para llegar a la verdad es la operación del pensamiento.

Barrena (2015) y Nubiola (2008), interpretan la teoría peirceana y argumentan que en la educación debe tenerse en cuenta el ejercicio de la razonabilidad, entendida por Barrena (2003) como un puente entre lo sensible y lo razonable que empieza con la percepción, integra los sentimientos, el instinto y la imaginación en la creatividad y termina con las acciones. Así mismo Barrena (2007) plantea que la creatividad es inherente a la razón humana y que, desde Peirce, se puede desarrollar una filosofía de la creatividad ligada a la razonabilidad, criterio compartido por Nubiola (2008), Oostra (2009, 2010, 2011) y Zalamea (2009, 2010, 2011), quienes afirman que la lógica puede pensarse como un proceso creativo que aporta al razonamiento de la ciencia, sobre todo de la matemática.

Estos seguidores de Peirce, y el mismo Peirce, como ya hemos dicho, permiten proponer la razonabilidad como proceso creativo. Un maestro de matemáticas no solo debe estar formado en lógica y matemática sino dejarse afectar por otras experiencias estéticas como la literatura, por ejemplo. En términos gadamerianos, la experiencia es lo que nos pasa; sólo un nuevo hecho inesperado puede proporcionar al que posee experiencia una nueva experiencia (Gadamer, 1999, p. 430). No obstante, no toda experiencia es estética; hay experiencia estética en tanto haya un hecho que nos rompa esquemas o nos haga “perder el eje del equilibrio del cuerpo” (Cynthia, 2006, p. 13). De este modo, la experiencia estética le aporta al maestro en formación elementos literarios y de afectación necesarios que pueden tener un valor disciplinar y didáctico para su vida y su práctica pedagógica para tener en cuenta en el aula.

Hace falta que, en la didáctica de la matemática universitaria, se piensen los procesos de lectura y escritura, máxime que muchos procedimientos algorítmicos le permiten al sujeto llegar a un resultado sin que sienta la necesidad de reflexionar en relación con lo que hace, esto es, sin darse cuenta y darle sentido a aquello que realiza. De manera contraria, la razonabilidad, además de promover en el sujeto la capacidad de argumentar y sorprenderse, activa otras operaciones mentales que tienen que ver con la búsqueda de personas más creativas. El foco ha de ser lo estético, lo

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

emotivo y también la cognoscibilidad del ser humano. De allí, que Barrena (2015) hable del cuerpo de conocimientos de la persona atravesada por la imaginación y la creación.

Llama la atención que en el siglo XXI la didáctica de la matemática y la lógica le preste poca importancia a los aportes de filósofos y lógicos interesados en: el razonamiento abductivo (Peirce, 1968, 1970, 1974, 1987, 2008, 2010, 2012), la lógica del sentido (Deleuze, 1996) y el pensamiento sistémico (Morín, 1990, 2011). Esto se evidencia, como se ha mostrado, en la ausencia de vivencias y experiencias estéticas, de hechos sorprendentes convocantes en la clase de matemáticas donde poco se replican metodologías estéticas y activas como el taller de matemáticas, por ejemplo.

En los textos literarios y científicos (artículos de investigación del área de las matemáticas) subyacen unos discursos lógicos y estéticos que al ser comprendidos por los futuros maestros como procesos interhumanos de la razonabilidad (diálogo entre lo estético y lo científico), podrían sugerirles otras formas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. De estas razones surge la hipótesis abductiva antes planteada.

1.4. Un marco referencial para la hipótesis abductiva

Este trabajo parte de los aportes que en lógica hiciera Aristóteles y las escuelas de la Grecia Antigua: la peripatética, la megárica y la estoica, así como la lógica de los medievales. También se apoya en las tensiones creadas entre el logicismo y el intuicionismo y en la abducción como causante de la razonabilidad.

El logicismo empieza con Leibniz, quien, según Bell (1949) “imaginó la posibilidad de una característica universal o tipo de matemáticas universales en las que un cálculo de razonamiento expresado en un simbolismo eficaz sujeto a reglas adecuadas de combinaciones elaboradas de una vez para siempre, guiaran la razón” (p. 568). Así también, Leibnitz se refirió, en una carta a Tshimhause en 1678, al cálculo como una operación que requiere de símbolos para las cantidades y para cualquier otro razonamiento. El hecho de reducir a reglas de cálculo las reglas de la deducción; esto es, reglas que pudieran prescindir del contenido semántico, convierten a Leibnitz en uno de los precursores de la lógica matemática (Bell, 2004; Bochenski, 1976; Ferrater, 1964). Aunque

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Leibnitz no construyó un sistema simbólico artificial y por esto el logicismo tuvo que esperar a Frege, considerado el iniciador, a Peano, Russell y a Whitehead.

Es así como Frege, en su *Begriffsschrift* (Conceptografía), en 1879, extendió la lógica formal más allá de la lógica proposicional para incluir constructores como *todo* y *algunos*; mostró cómo introducir variables y cuantificadores para revelar la estructura lógica de las oraciones, que podría estar oculta tras su estructura gramatical. El trabajo de Frege se constituye en el comienzo de la lógica formal contemporánea, puesto que al introducir una teoría de la cuantificación desarrolla un primer sistema axiomático, plenamente simbolizado, consistente y complejo, de lógica de primer orden; esto es, desarrolla un lenguaje universal para eliminar los malentendidos del lenguaje natural. Russell se apoya en estos trabajos para crear sus *Principia Mathematica*. Así “Frege y Russell buscaron, con el recurso de la lógica, hacer depender las matemáticas, de principios lógicos, y de la naciente teoría de conjuntos” (Pareja, 2008, p. 113), dando origen a una escuela llamada logicismo y entendida como un programa para reducir las matemáticas a la lógica formal. En palabras de Russell, el objetivo del logicismo es “mostrar que todas las matemáticas puras se siguen de premisas puramente lógicas y que éstas usan solamente conceptos definibles en términos lógicos” (Citado en Pareja, 2008, p. 114).

Sin duda, Russell es uno de los pensadores de mayor influencia en la filosofía científica contemporánea. Habiendo conocido los trabajos de Cantor descubre en la Teoría de Conjuntos varias paradojas que resuelve mediante la Teoría de los Tipos. Años más tarde establece una teoría similar, -la de la jerarquía de los lenguajes- para eliminar las paradojas semánticas. Este nodo en el desarrollo de la lógica y la matemática merece una ampliación.

Ciertamente, la paradoja de Russell tiene que ver con los conjuntos que no se contienen a sí mismos, llamados conjuntos de Russell. Sea A el conjunto formado por todos los conjuntos de Russell; ¿Es A un conjunto de Russell? Se espera que la lógica formal no dude en decir sí o no. No obstante, si A está en A significa que A es un conjunto de Russell, luego A no está en A . Además, si A no está en A entonces A no se contiene a sí mismo luego A está en A . En ambos casos se llega a una contradicción y se viola el principio del tercero excluido. Para zanjar esta dificultad, y excluir las definiciones circulares en la matemática, Russell introduce la teoría de tipos en la cual clasifica

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

los conceptos como elementos básicos de la matemática, los enunciados relativos a esos elementos básicos y enunciados relativos a las colecciones. Esta teoría puede leerse en su obra *Principia Mathematica* (1910), escrita con el matemático Alfred Whitehead, cuyo objeto, además de demostrar que las matemáticas están libres de contradicciones, era traducir todas las verdades matemáticas en verdades lógicas, lo que se constituye en el empeño del logicismo.

No obstante, las críticas al axioma de elección de Zermelo, la tesis de Kronecker, la paradoja de Russell, la diferencia entre lógica y matemática y la existencia de objetos matemáticos, entre muchos otros hechos, tienen alguna relación con otra escuela lógica denominada intuicionismo. Así, bajo el nombre de lógica intuicionista se integran varios sistemas formales relacionados con el razonamiento constructivo tendientes a resolver problemas y teoremas constructivamente válidos. El intuicionismo es una aproximación a las matemáticas a partir de una vista mental constructiva humana. En la lógica matemática, la existencia de un objeto puede ser demostrada refutando su falsedad; los intuicionistas cuestionan esto y dicen que un objeto, producto de la mente humana, tiene una existencia equivalente a la posibilidad de su construcción.

El intuicionismo rechaza la abstracción del infinito. Los intuicionistas sospechan de la bivalencia de la lógica clásica y consideran que una proposición puede tener otros valores de verdad más allá del falso o verdadero; esto es: cuestionan el principio del tercero excluido y la doble negación y por consiguiente la demostración por reducción al absurdo. Para el intuicionismo el principio del tercero excluido y toda fórmula equivalente se restringen a dominios finitos. Estos principios son esbozados en el proceso de formalización de la matemática con lógicos como Kronecker, Poincaré y Peano; pero son defendidos por lógicos intuicionistas como Brouwer, y Heyting.

Es así como a finales del siglo XIX y comienzos del siglo XX se da una crisis en los fundamentos de la matemática expresada en el seno del formalismo, el logicismo y el intuicionismo. Todo parece indicar que algo más debe considerarse para la enseñanza de la lógica matemática; así como la racionalidad derivada de esta. Por esto, pensamos en la razonabilidad derivada de teorías de comienzos del siglo XXI como el pensamiento complejo de Morin (1990); la teoría de la interpretación de Eco (1981, 1992); la lógica abductiva de Peirce (1903); la razón

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

creativa de Barrena (2003, 2007, 2014); la experiencia estética de Farina (2006); la relación entre formación y literatura de Larrosa (2007) y Barthes (1978, 1986, 1993). Todas estas proponen una mirada dialógica a la verdad, la búsqueda de sentido en la formulación y resolución de problemas. Esto requiere que desde la didáctica de la matemática y la lógica se piense una clase dotada de sentido y atravesada por el encuentro de sensaciones y la construcción razonable de la verdad, orientada por un maestro que sea capaz de combinar la lógica con la estética.

Para Peirce la lógica es una rama de la semiótica; “la lógica es la ciencia de lo que es cuasinecesariamente verdadero de los representámenes de cualquier inteligencia científica para que puedan ser válidas para algún objeto” (Peirce, 1974, p. 22) puesto que es la ciencia formal para buscar la verdad (p. 23).

A partir de Peirce (1965), Anderson (1987), Nubiola (1998) y Barrena (2015) puede pensar la relación entre el lenguaje y la abducción. Estos autores consideran, que la abducción está en la base de todo acto de la comunicación. Peirce dice que hay abducción en el momento mismo que vemos algo y lo nombramos con el lenguaje, necesitamos del lenguaje para razonar, todo cuanto nombramos o decimos necesita de la relación de signos; este es el inicio perceptivo de la abducción; la abducción está presente en todas las manifestaciones del lenguaje y la realidad. La abducción es el proceso mediante el que generamos hipótesis para dar cuenta de aquellos hechos que nos sorprenden (Nubiola, 2001). Según Peirce, la abducción es el único tipo de razonamiento que inyecta nuevas ideas en la ciencia, es la operación lógica por la que surgen hipótesis novedosas.

Para que esto ocurra debe pensarse la abducción como la respuesta a un hecho sorprendente, por tanto, las hipótesis no surgen de la nada ni son ajenas al pensamiento, necesitan de un conocimiento previo, de la imaginación libre y el instinto creador. La abducción requiere del musement, no son producto sólo de la mente racional sino de la mente que crea, es una luz en medio de la oscuridad, “el primer paso del razonamiento científico” (Peirce, 7.218), es una forma de mirar, permite establecer un vínculo con lo que pasa o nos pasa. “Una abducción es un método para formar una predicción general sin ninguna verdadera seguridad de que tendrá éxito” (Peirce, 1974, p. 40). De aquí que la abducción sea plausible puesto que cabe en la forma modal de la posibilidad. La inferencia abductiva hace plausible un hecho sorprendente al considerarlo hipotéticamente como

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

el resultado de aplicar una regla determinada a un caso concreto (Castañares 1994; De Gortari, 1972).

Aquí cabe una aclaración sobre la abducción en relación con la paradoja denominada: *afirmación del consecuente*; esta dice que dada la proposición $p \rightarrow q$, si se afirma q , puede afirmarse p . No obstante, la abducción no cae en la paradoja puesto que no sólo valora las distintas hipótesis que pueden surgir, sino que se vale de la deducción y la inducción. Por ello, Aunque Peirce dice que “el ser humano posee una luz natural o instinto que le lleva a preferir la hipótesis correcta y a acertar, si no a la primera, sí prodigiosamente pronto” (Peirce, 2010, p. 23) no cae en la especulación, puesto que él mismo dice que la abducción es la primera etapa, de esta surge una conjetura que se somete al análisis lógico para inferir predicciones experienciales que serán comprobadas empíricamente (Ibídem).

La abducción está acompañada de la deducción, la inducción y la transducción³³. Se conoce que Peirce no utiliza la inducción en sentido tradicional, para él la inducción no descubre nada, el descubrimiento se da por vía abductiva y esta última encarna la razonabilidad.

Ahora, la razón ha estado muy ligada a los conceptos de deducción e inducción; no obstante, el concepto de razonabilidad va más allá del concepto de razón como tradicionalmente se ha trabajado y tiene en cuenta la abducción como forma de razonamiento. Según Barrena (2003) la razón en Peirce “constituye un ideal que se va encarnando de un modo creativo, y ese ideal que va permeando el universo y nuestra propia vida hace que aumenten las posibilidades: paradójicamente el crecimiento trae más crecimiento” (p. 110). El concepto de razonabilidad está presente en la obra de Peirce, pero es resignificado por Barrena (2003, 2007) y Nubiola (2008) quienes concuerdan en admitir que Peirce busca hacer razonable la actuación humana y para ello la lógica se acompaña de la ética y la estética. La razón es una facultad del ser humano capaz de establecer relaciones, más allá de la razón, con otras facultades y de establecer conexiones entre las diferentes disciplinas (Peirce, 1902); hacer que las ideas sean razonables no sólo es el empeño de un maestro, sino que

³³ Según De Gortari (1972), la transducción es una forma de abducción en la cual la conclusión tiene el mismo grado de generalidad o de particularidad que las premisas (p.181), se relaciona con la analogía la cual “es también uno de los procedimientos más fructuosos para construir hipótesis plausibles” (p. 189).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

es lo más deseable en la vida. Nubiola (2008) afirma que la verdad para Peirce no es lo racional sino lo razonable. Peirce (1902) incorpora la experiencia a la posibilidad de hacer que la vida sea más razonable y señala que “la esencia de la racionalidad reside en el hecho de que el ser racional actuará de modo que obtenga ciertos fines” (Citado en Barrena, 2003, p. 370).

Razonar en matemáticas, por ejemplo, implica combinar los conocimientos matemáticos con la imaginación y con las leyes de la lógica para producir un resultado coherente con el concepto de razón; la racionalidad tiene que ver con la corrección formal del razonamiento hecho; esto supera lo racional en tanto tiene que ver también con la construcción dialógica de acuerdos, el consenso y la aceptación. La razonabilidad es una construcción colectiva que nos define como seres inacabados pero pensantes, es un proceso por medio del cual nos hacemos más humanos.

La razonabilidad, según Barrena (2003) consiste en “asociación, asimilación, generalización, en juntar en un todo orgánico, que son tantas formas de considerar lo que es esencialmente la misma cosa” (p. 388). Esa integración entre lo sensible y lo razonable, entre lo estético y lo lógico no puede darse por fuera del amor. Peirce (2010) propone el Agapismo o *ley del amor evolutivo*, una doctrina que dice que la ley del amor es operativa en el mundo y defiende el sentimentalismo, del cual dice que “es un ismo, una doctrina, a saber, la doctrina de que debería tenerse un gran respeto por los juicios naturales del corazón sensible” (p. 62); sostiene, además, que los sentimentalistas son capaces de mirar los hechos y de pensar lógicamente. De allí que la razonabilidad requiere del musement, parte de la percepción hacia los perceptos³⁴ en relación con la vivencia y tiene en cuenta las emociones³⁵ en el proceso relacional. “La razonabilidad es precisamente eso que proporciona unidad a todas nuestras cogniciones, que hace que se reúnan en una unidad y que las acciones procedan del cuerpo entero de nuestro conocimiento” (Barrena, 2003, p. 408).

34 “Los perceptos son el dominio del arte no son percepciones, pero surgen de ellas; los perceptos son más que las meras percepciones; un percepto es un conjunto de percepciones y de sensaciones que sobrevive a aquél que las experimenta” (Deleuze, 1996); citado en Nuñez, 2011, p. 420) filosofía es a conceptos como ciencia es a prospectos como arte es a perceptos y afectos. Los perceptos están en la vía de la razonabilidad.

35 Una emoción es agitación, sentimiento, pasión o reacción del ser humano para adaptarse a una situación relevante; “el término emoción se refiere a un sentimiento y a los pensamientos, los estados biológicos, los estados psicológicos y el tipo de tendencias a la acción que lo caracterizan” (Goleman, 1996).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Mediante este estudio, nos proponemos superar la visión tradicional de la razón y establecer conexiones a partir de la abducción para proponer una razonabilidad en una didáctica de la lógica, puesto que “la educación desde el punto de vista de la razonabilidad ha de tener en cuenta también instintos, imaginación y sentimientos” (Ibídem); eso es, inocular la abducción y la imaginación³⁶ como elementos adecuados para razonar en el aula. Así, en este estudio, entendemos la razonabilidad como un proceso interhumano y abductivo que le permite a una persona establecer nuevas conexiones dialógicas desde lo que es, lo que siente, lo que lee y lo que piensa. En este proceso, el ser capta el mundo a través de los sentidos, la imaginación y la razón, y se muestra más razonable en sus acciones. Esta, la razonabilidad estética, tiene distintos conceptos dialógicos como: *musement*, emociones, imaginación, intuición, hecho sorprendente y abducción.

Respecto al hecho sorprendente, la experiencia no es lo que simplemente pasa sino lo que nos pasa a nosotros mismos, es una afectación individual que no pasa dos veces y requiere de un hecho nuevo, sólo un nuevo hecho inesperado puede proporcionar al que posee experiencia una nueva experiencia (Gadamer, 1999, p. 430). Un hecho sorprendente es un suceso (anómalo o nuevo) que nos llama la atención porque presenta una regularidad inesperada, o bien la rotura de una regularidad esperada, incluso tal vez sólo inconscientemente esperada. Es algo que nos marca, es un hecho muy diferente de todo lo observado (Peirce, 1970, p. 79). El hecho sorprendente requiere un cambio en el hábito racional, es decir, una explicación. Asimismo, la experiencia estética está en mí, dado que una experiencia estética es provocada por algo que nos afecta, nos sorprende. Una experiencia tiene un efecto estético en la medida en que conlleva su propia cualidad individualizante y su autosuficiencia, basada en poder contar con un patrón y una estructura específicos que se dan bajo una determinada relación (Dewey, 2008, xiv).

Lo anterior nos permite cambiar la díada: acción y reacción por la triada: acción, reacción y creación y establecer una analogía con las categorías peirceanas: primeridad, segundidad, terceridad. Primeridad tiene que ver con la concepción del ser en tanto emocional y ocasional, es para nosotros el hecho primero; la segundidad es la concepción del otro, de la relación causa y

³⁶ Imaginar es pensar con imágenes; las imágenes invitan a pensar, y a recrear, el mundo en el cual vivimos; la imaginación científica es un requisito en el aprendizaje de la ciencia (Barrena, 2003); en el razonamiento está presente en el hombre el proceso general de la invención, puesto que es la única operación lógica que incorpora nuevas ideas. (CP 5.171, 1903)

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

efecto, para nosotros la reacción al hecho primero; y lo tercero es la concepción de la mediación entre lo primero y lo segundo, es el pensamiento, la ley, la regla, es la creación puesto que si el hecho es sorprendente y la reacción es tal que nos afecta, ocurre la transformación derivada de la experiencia estética.

2. Historia de conceptos

2.1. Por qué una historia de conceptos.

El proceder hermenéutico, como se explicará más adelante, tiene como segundo momento la historia de conceptos como método del enfoque hermenéutico. Este proceder al ser comprendido como un texto, surge del pasado de la investigación y ayuda a interpretar, en este caso, el trascorrir de la lógica como palabra, término, concepto en el mundo de la vida; “el concepto es un signo lingüístico, pero al mismo tiempo es portador de sentidos asignadas por los procesos de investigación científica; los procesos deductivos, inductivos y abductivos” (González, 2012, p. 3).

Esta historia de conceptos surge en relación con el problema dialéctico al transitar por la tesis, la antítesis y la síntesis llevado a un texto escrito y sometido al rigor científico de la comunidad académica puesto que “lo que se fija por escrito se eleva en cierto modo, a la vista de todos, hacia una esfera de sentido en la que puede participar todo el que esté en condiciones de leer” (Gadamer, 1977, p. 471). Convencidos de que el diálogo hermenéutico con el pasado es indispensable para una mejor interpretación de la historia y una comprensión epistemológica de la investigación

Así las cosas, el texto que surge de la historia de conceptos muestra una aproximación histórica al concepto de lógica matemática. Para ello expone los aportes de la lógica antigua y la medieval, y problematiza los planteamientos del logicismo y el intuicionismo, con la idea de proponer una razonabilidad a partir de la teoría de la abducción de Charles Sanders Peirce, la misma que se lleva a la práctica por medio de una estrategia didáctica, apoyada en el análisis de relatos de ficción y artículos de investigación.

2.2. Aproximación al concepto de lógica, en busca de una investigación que promueve la experiencia estética en matemáticas.

La época antigua (600 a. C. – 400 d. C.) operaba una lógica más inductiva y poco demostrativa (Bell, 1949, p. 15) influenciada por los primeros lógicos: Platón, considerado lógico filosófico; Aristóteles, reconocido por sus aportes a la ciencia; y Crisipo de Solos, considerado el fundador de la lógica de las proposiciones. Además, este período está marcado por uno de los hechos más relevantes de la historia de la matemática: la aparición de *Los Elementos* de Euclides (325 a.C. 265 a. C.), considerados como la primera axiomatización de la geometría y que permitieron a los griegos fundar la matemática como un sistema deductivo.

Por otra parte, la lógica medieval aportó, al análisis del problema de la verdad y la teoría de los universales, los *sincategoremas*, la teoría de la *suposito*, los *consequentia* y los *insolubilia*; problemas tratados por lógicos como Pedro Abelardo (1079-1143), Pedro Hispano (1205-1277), Guillermo de Shyreswood (1200-1267), Duns Scoto (1266-1308), Walter Burleigh (1275-1344), Guillermo de Ockam (1298-1349), Alberto de Sajonia (1316-1390), entre otros.

Años después, en el período de formalización de las matemáticas (1800-1950), se crea la lógica simbólica, la escuela formal, la lógica booleana y el cálculo proposicional. Emerge el formalismo defendido por Hilbert y el logicismo, iniciado por Leibniz (1646-1716) y continuado por Frege (1848-1925), Peano (1858-1932), Russell (1872-1970) y Whitehead (1861-1947); sin desconocer los aportes de Boole (1815-1864), De Morgan (1806-1871), Cantor (1845-1918) y Gödel (1906-1978), entre otros.

Después del auge de la teoría de la razón pura de Kant y el discurso del método de Descartes, surgen otras lógicas, entre las que se destaca la intuicionista, sustentada por Poincaré (1854-1912) y Kronecker (1823-1891) pero fundada por el matemático Brouwer (1881-1966) y continuada por su discípulo Heyting (1898-1980). También debe mencionarse a Peirce (1839-1914), reconocido como un lógico, semiótico y científico creativo quien propone las relaciones entre la semiótica, el lenguaje y la abducción Peirce (1965). Su pensamiento ha sido estudiado y reconceptualizado por

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Anderson (1987), Nubiola (1998) y Barrena (2007) quienes consideran que esta relación triádica es clave para desarrollar la razonabilidad en el campo científico.

Lo anterior, nos ha permitido reconceptualizar y recontextualizar una razonabilidad como proceso clave en la fundamentación de una estrategia didáctica, interesada en la formación de maestros investigadores de su práctica pedagógica. Estrategia que hemos puesto en escena con dos grupos de maestros en formación de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

2.2.1. Los inicios de la lógica.

El término lógica proviene del griego antiguo *λογική* (*logike*), que significa dotado de razón, intelectual, dialéctico, argumentativo, que a su vez viene de *λόγος* (*logos*), palabra, pensamiento, idea, argumento, razón o principio. A lo largo de la historia se habla de dos lógicas, la lógica de la filosofía, iniciada por Platón, y la lógica matemática cuyos inicios algunos lo atribuyen a Aristóteles; contrarias para algunos, complementarias para otros, pero en todo caso unidas, por una relación dialéctica y necesaria.

En la Grecia Antigua hubo tres escuelas lógicas: los megáricos, los estoicos y los peripatéticos. La Megárica, también llamada erística por su frivolidad argumentativa, fue creada por Euclides de Megara (450 a 380 a.C.), contemporáneo de Platón, maestro de Ebulides de Mileto (384 a.C. -322 a.C.), el autor de la paradoja del mentiroso y maestro de Estilpon de Megara (359 a.C. – 260 a. C.) quien también fue maestro de Zenón y fundador del estoicismo. Los megáricos se concentran en la dialéctica zenónica y las diatribas argumentales de la vida cotidiana; estudiaron las paradojas y las nociones modales (Kneale & Kneale, 1972, pp. 107-108).

De acuerdo con los Kneale (1972, p. 109), “los estoicos fueron los primeros en abordar una teoría de la argumentación en la que se tuviera en cuenta la forma condicional”. En este enfoque, la lógica es parte de la filosofía, por ello, dividen la lógica en retórica y dialéctica y distinguen la verdad de lo verdadero. Señalan que un argumento es un sistema que consta de premisas y conclusión. El impulsor del estoicismo, con base en la megárica, fue Crisipo de Solos (281 a.C.- 208 a.C.), quien define con exactitud las proposiciones simples y compuestas y propone, según

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Collantes (2000, p. 264), cinco esquemas de inferencia llamados indemostrables³⁷. También estudiaron la lógica de las proposiciones e introdujeron las nociones de categorema³⁸ y sincategorema³⁹, que posteriormente fueron trabajadas por los lógicos medievales.

La figura central de la escuela peripatética es Aristóteles (384 a.C. - 332 a. C.), reconocido como el fundador de la lógica con su obra el *Organon*.⁴⁰ Allí señala que la verdad no puede ser anterior a las cosas y esto lo distancia de Platón pues, este último sostiene la importancia del mundo de las ideas y los entes. En la lógica Aristotélica, es fundamental el principio de contradicción⁴¹ del que se derivan los demás principios. Aristóteles (trad. En 1982) se interesa por el silogismo y lo incorpora a su concepción de razonamiento como “aquel discurso en el que, sentadas ciertas proposiciones, se sigue necesariamente algo otro, distinto de lo previamente establecido” (p. 64) y considera que el conocimiento científico se obtiene cuando los hombres de ciencia reconocen que, en la acumulación de experiencias, se encuentra la observación de los hechos y la obtención (inducción) de los primeros principios (hipótesis, axiomas y definiciones) de los que surgen las proposiciones. Con esta teoría del silogismo de Aristóteles empieza una tradición deductiva que tiende a conservar la naturaleza formal de la lógica.

2.2.2. La lógica de los medievales.⁴²

Este período está marcado, según Eli de Gortari (1972) y los Kneale (1972), por ocho hitos, como son: (1) la creación del manual más antiguo de lógica escolástica por Guillermo de Shyreswood (1230); (2) la implantación del texto medieval de lógica de mayor aceptación, los *Summulae Logicales* de Pedro Hispano (1250); (3) la formulación del principio conocido como la navaja de Ockham (1325) y su *Summa Totius Logicae*; (4) la fundación de la escuela tomista por

37 Si lo primero, entonces lo segundo. Pero lo primero. Luego lo segundo, 2. Si lo primero, entonces lo segundo. Pero no lo segundo. Luego no lo primero, 3. No: lo primero y lo segundo. Pero lo primero. Luego no lo segundo, 4. O lo primero o lo segundo. Pero lo primero. Luego no lo segundo, 5. O lo primero o lo segundo. Pero no lo primero. Luego lo segundo.

38 Un categorema es un término que tiene una significación definida (Juan, animal, mesa, negro).

39 Un sincategorema no tiene objeto como significado; no son ni sujetos ni predicados de una proposición (o, no, pero), son los signos universales o particulares y los conectivos lógicos.

35 Obra fundamental de la lógica antigua.

41 Para profundizar léanse los libros: *De Las Categorías, Sobre la interpretación, Primeros Analíticos, Analíticos posteriores, Tópicos y Refutaciones sofísticas*.

42 Este período de la lógica ha sido estudiado por Bochenski (1976), Kneale (1972), Eli de Gortari (1972), Abarca (2004), Ferrater (1964), Lukasiewicz (1975) y Boehner (2007), entre otros lógicos e historiadores.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Tomás de Aquino; (5) la publicación del tratado *De puritate artis logicae tractatus longior et tractatus brevior* de Walter Burleigh; (6) la edición en el siglo XIV, de *Perutilis lógica* de Alberto de Sajonia; (7) la divulgación de la mayor sistematización de lógica formal por Paulo Véneto en su *Lógica Magna* (1395) y (8) la creación de la Lógica de Port Royal por Antoine Arnauld y Pierre Nicole (1662).

Bochenski (1976, p. 160) distingue también tres períodos: uno de transición, hasta Abelardo, en el cual no hay nada nuevo en lógica; otro creador, desde 1150 hasta finales del s. XIII, en el cual se trabajan los *propierates terminorum*⁴³ y, finalmente, el de elaboración, que empieza con Ockam y origina la lógica formal. También Bonnín (1982) reconoce tres momentos, así: el de la *lógica vetus*⁴⁴, centrado en la lógica aristotélica; el de la *lógica nova*⁴⁵ (finales del siglo XII) centrado en lógica y metalógica y los términos sincategoremáticos *como elementos de la lógica formal* (p. 24); y la *lógica modernorum*⁴⁶, que tiene como mayor representante a Pedro Hispano y que se ubica en los siglos XIII y XIV, respectivamente.

Las obras lógicas mostraban el paso de un formalismo (s. XII) a un antiformalismo (s. XIII) y un regreso al formalismo (s. XIV) (López, 2005, p. 56). Estas eran textos escolares llamados *Suma*, o *Sumula*, entendidos como *una explicación breve, completa y ordenada de todas y cada una de las partes de la doctrina* (López, 2005, p. 38). En la *Suma* se organiza un tema desde el punto de vista lógico y pedagógico.⁴⁷

En este periodo, “se hace común la distinción entre Lógica formal o minors y Lógica material o Lógica mayor” (Bonnín, 1982, p. 24). Ferrater Mora (1964, p. 73) señala que la lógica medieval puede entenderse o bien como el modo de juzgar rectamente para llegar al conocimiento verdadero (base del formalismo) o como proceso que permite obtener razonamientos correctos o formalmente válidos. Bochenski y los Kneale la entienden como la historia de la formalización del proceso deductivo.

43 Las propiedades de los términos.

44 Lógica vieja.

45 Lógica nueva.

46 Lógica moderna.

47 Una explicación de las obras de la lógica medieval puede verse en Bochenski (1976, p. 171 y ss.)

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Galeno (siglo II d de C.) citado por Kneale & Kneale (1972) aplica el adjetivo hipotético como término genérico a los enunciados complejos: condicionales, disyuntivo o conjuntivos. También es Galeno quien sugiere que “un enunciado disyuntivo resulta equivalente a un condicional con antecedente negativo”⁴⁸ (Kneale & Kneale, 1972, p. 173). Según Velarde (1989), Boecio (470-524), con su *De Syllogismo Hypothetico*, es el descubridor del silogismo hipotético. A él se debe también el término *consequentia* y la caracterización de los universales (Kneale, 1972, p. 181).

Ockam (1295-1349), además de ser reconocido en lógica por su navaja de Ockam,⁴⁹ formula una serie de reglas para el tratamiento de las consecuencias⁵⁰ y edifica su teoría del conocimiento conceptualista basado en la intuición y la abstracción. Considera que “el objeto inmediato de la ciencia como conocimiento evidente de las verdades necesarias no son las cosas, sino los conceptus o termini” (Grabmann, 1928, p. 80).

Los medievales, después de ocuparse de las argumentaciones y las conversiones, presentan catorce reglas para manejar las consecuencias.⁵¹ Estas reglas⁵², entre otras, son motivo de estudio hoy en lógica matemática con una escritura más simplificada. Así por ejemplo, las reglas (3) y (4)⁵³ son conocidas como leyes de De Morgan y se escriben de la forma: (3) $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$, (4) $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$.

También analizaron el problema de los universales. Según Velarde (1989), Abelardo, más metafísico que deductivo, aportó a los universales, profundizó en lo dialéctico, en la teoría de la modalidad y la teoría de la *consequentia*. Lo universal se forma según la abstracción; esta última aísla lo individual y considera aquellos elementos que pueden ser comunes a otros.

48 Esta ley fue simbolizada después como: $(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \rightarrow q)$.

49 La navaja de Ockam dice que todo enunciado es causado y respaldado por la verdad que proviene de la observación, la intuición lógica, la revelación divina, o la deducción (Flórez, 1994).

50 Véase Kneale & Kneale (1972, p. 269).

51 Análisis de estas reglas pueden verse en Kneale (1972) y en (Vaughan, 2009).

52 Un estudio pertinente de las leyes lógicas debe pasar no sólo por su formulación histórica sino por la escritura simbólica acompañada de su formulación, demostración y aplicación en contextos diversos como se mostrará más adelante en este estudio.

53 Las reglas 3 y 4, dicen: Si una consecuencia es válida, la negación de su antecedente se sigue de la negación de su consecuente; y cualquier cosa que se diga del consecuente se sigue del antecedente (Kneale, 1972: 269).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Otra de las grandes creaciones de los medievales escolásticos es la teoría de las suposiciones. Según Shyreswood, todo término tiene significación, suposición, copulación y apelación. *Suposición es la ordenación de un concepto (intellectus) debajo de otro (...) se llama suposición a la significación de alguna cosa en cuanto subsistente* (Bochenski, 1976, p. 175). El significado y el sentido de las palabras dependen de un contexto, denominado *suppositio* entendido como una relación que hace referencia a las cosas. La suposición puede ser formal o material. Formal cuando toda consecuencia semejante a ella en la forma es una consecuencia correcta (Bochenski, 1976, p. 205). Material, cuando la suposición es impropia; es el uso del término en vez del término mismo.

En el renacimiento, Francis Bacon (1561-1626) critica la lógica, en tanto, la considera insuficiente para el progreso de la ciencia y, en oposición al *Organon*, publica su *Novum Organum* (1620). En esta obra, propone una lógica nueva orientada al análisis de los hechos con base en las reglas del método inductivo. De esta manera, considera que la ciencia se desarrolla por medio del razonamiento inductivo y el pensamiento empírico. En este período, siglos XV y XVI, según Bonnin (1982), la lógica toma dos direcciones: la lógica como cálculo y la lógica como epistemología. La primera, es defendida por Leibnitz, la segunda es impulsada por Descartes, quien, además de la lógica deductiva, valida la inductiva en la obtención de verdades científicas. Esta dirección inductiva es continuada por Stuart Mill (1843).

Entre el siglo XV y el XIX, no hay grandes obras lógicas que contengan elementos nuevos, a excepción de la Lógica de Port Royal de Arnauld (1612-1694) y Pierre Nicole (1625-1695), esta última, calificada por muchos como *Art de Penser*, puesto que plantea la lógica como una ciencia, una disciplina y un arte. Esta obra marca el comienzo de la modernidad.

2.2.3. El logicismo o una formalización de la matemática.

De Morgan (1806-1871), admirado por Peirce (1968b) y calificado por este último como el reformador de la lógica, formula las *Leyes de Morgan*. Su trabajo fundamenta la teoría del desarrollo de las relaciones y la matemática simbólica moderna o lógica matemática. De Morgan crea un sistema matemático para modelar operaciones lógicas. Su lógica se focaliza en el estudio combinatorio de contenidos aplicados al nivel sintáctico y semántico.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Así también, el Álgebra Booleana es imórtante en la formalización de la lógica, situándose Boole (1779-1848) como el pionero de la lógica moderna con sus obras *The Mathematical Analysis of Logic* (1847) y *The Laws of Thought* (1854). Aplica el cálculo matemático a la lógica y funda el álgebra de la lógica basada en símbolos y reglas operatorias; además, establece un método general para formalizar la inferencia deductiva.

Ahora bien, tanto los formalistas como los logicistas crearon técnicas matemáticas para mostrar una matemática libre de contradicciones, aunque el propósito de los segundos era mostrar que la matemática era parte de la lógica.

Godel (1930-1931) se propuso demostrar la consistencia de la aritmética apoyado en el programa de Hilbert, no obstante, logró demostrar lo contrario; echando por tierra el famoso axioma de la solubilidad de todo problema matemático postulado por Hilbert y poniendo en jaque a todos aquellos que pensaban que la base sólida de la verdad matemática era la demostrabilidad. Su teorema dice “en el sistema P hay siempre alguna sentencia tal que ni ella ni su negación es deducible en el sistema” (Hilbert, 1981, p. 51).

Muy cerca de esta perspectiva se encuentra Leibnitz, quien imaginó la posibilidad de unas matemáticas universales en las cuales la razón es guiada por un cálculo de razonamiento simbolizado eficazmente (Bell, 1949, p. 568). Su idea de reducir las reglas del cálculo a las de la deducción, y prescindir del contenido semántico de los razonamientos, lo convierte en el iniciador de la lógica matemática (Bell, 2004; Bochenski, 1976; Ferrater, 1964). Puesto que Leibnitz no construyó un sistema simbólico artificial, la escuela logicista tuvo que esperar a Frege.⁵⁴ Este último, en su obra *Begriffsschrift* (1879), es el iniciador de la lógica formal contemporánea; introduce una teoría de la cuantificación y desarrolla un primer sistema axiomático plenamente simbolizado. Este autor y Russell, con su obra *Principia Mathematica*, coinciden en que la matemática depende de la lógica formal (Pareja, 2008, p.113).

Ahora, una propuesta como la nuestra, que busca los aportes de la disciplina en una didáctica de la lógica toma principios teóricos del logicismo. Este último se piensa en alguna

54 Deben reconocer los aportes al logicismo de Peano, Russell, Whitehead, Bolzano, Weierstrass, Cantor y Dedekind.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

medida reducible a la lógica, a una lógica caracterizada por ser apofántica (provista de valor de verdad), bivalente (sólo considera dos valores de verdad), asertótica (no admite modalidades sobre el valor de verdad de los enunciados) y extensional (sólo tiene en cuenta el valor de verdad de los enunciados atómicos). Así, el componente formal de la lógica abductiva permite que se tengan en cuenta los principios del logicismo, sin que se entre en contradicción. En este trabajo, además del carácter formal de la abducción, consideraremos lo metodológico, lo epistémico y lo estético de la misma.

2.2.4. *El intuicionismo o una formalización diferente.*

El intuicionismo no defiende la intuición como método de la matemática, pero no puede desconocerse el lugar que le otorga a la intuición⁵⁵ como iluminación o en el sentido diferente que le asigna Brouwer para quien la intuición es “la que transforma a la ingenua conciencia humana en una mente racional y le ofrece los conceptos y las herramientas fundamentales del pensamiento matemático” (De Ponte, 2006, p. 159). En efecto, la matemática está llena de nociones intuitivas que permiten afirmar la intuición como una posible vía para la obtención del conocimiento o como un elemento heurístico. La intuición también contribuye con la resolución de problemas, pero no se le pueden considerar como un método de razonamiento, pues cualquier inferencia que se siga de ella, puede caer en un error. Para los matemáticos, en general, la intuición es una especie de preludeo al conocimiento dado que por sí misma no justifica una creencia; es una facultad para resolver problemas. La intuición en matemáticas ha sido motivo de grandes debates que muestran acercamientos e inconsistencias entre matemáticos y filósofos; no obstante, se entiende por intuición a la facultad racional, análoga a la percepción, que nos permite acceder a las entidades abstractas (De Ponte, 2006).⁵⁶

⁵⁵ El vocablo intuición viene del prefijo *in* (dirección hacia el interior) y el verbo *tueri* (contemplar, observar, mirar), los dos forman *intueri* (tener la vista fija sobre algo, fijarse en, contemplar y ver con absoluta claridad). Morente y Bengoechea (1947, p. 36) dicen que *consiste en un acto único del espíritu que de pronto, súbitamente, se lanza sobre el objeto, lo aprehende, lo fija, lo determina por una sola visión del alma*. Según Ferrater Mora (1964, p.988) la intuición designa la visión inmediata de una realidad o la comprensión directa de una verdad. Para Bergson (1859-1941), es necesario que el conocimiento considere no sólo la inteligencia sino la intuición, la cual marcha en el sentido de la vida. Este filósofo francés considera que, a falta de conocimiento, *la intuición podrá hacernos aprehender lo que los datos de la inteligencia tienen aquí de insuficiente* (Bergson, 1907, p. 591).

⁵⁶ Para profundizar en este punto véase: De Ponte, M. (2005). *Realismo y entidades abstractas; los problemas del conocimiento en matemáticas*. (Tesis doctoral). Universidad de la Laguna, Tenerife. Disponible en: <ftp://tesis.bbtk.ull.es/cessyhum/cs225.pdf>.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Por otro lado, Poincaré propone el principio de inducción completa, esto es, pasar de una proposición particular a una general por simple intuición de los números naturales; principio este cuestionado por los logicistas en tanto no valida la búsqueda de la verdad. No obstante, con Poincaré surge una diversificación de la lógica, cuando dice que se prueba por lógica, pero inventamos o creamos por la intuición (O'Connor, 2003); considera que la lógica puede salir de su esterilidad por medio de la intuición creadora; la demostración requiere de la intuición y la intuición posibilita la invención.

Para este físico y matemático visionario, el mundo puede ser construido por el ser humano, de allí que las leyes de la matemática se obtienen de la experiencia (Poincaré, 1948). Esto último se relaciona con la abducción peirceana por la primacía que le otorga a los hechos y el acto adivinatorio. En palabras de Poincaré, “existe una clase de intuición adivina antes de poder demostrar. ¡Adivinar antes de demostrar! ¿Tengo necesidad de recordar que es así como se han hecho todos los descubrimientos importantes?” (1948, p. 153). No obstante, Peirce se distancia de Poincaré, ya que este último le otorga un sentido visionario a la lógica, pero la relega a un segundo plano ya que “siendo intuicionista, no llega hasta donde llega la escuela intuicionista” (Bell, (2004, p. 416), cuyo fundador es Brouwer.

Este intuicionismo de Poincaré (1908), muy distinto del de Brouwer, analiza la influencia de la intuición en la creación de los matemáticos⁵⁷ y propone las fases: preparación, incubación, iluminación y verificación; las mismas que inspiraron a Wallas (1927) y al matemático Jacques Hadamard (1947) quien después de encuestar a más de 100 físicos sobre sus procesos creadores, confirma las fases de Poincaré y en su obra *Psicología de la invención en el campo matemático* (1945) describe el proceso mental matemático. La iluminación aquí se refiere a un resultado de búsqueda heurística en la resolución de problemas y no a la captación de un objeto matemático.

Por otro lado, existe una relación entre el finitismo y el intuicionismo; el finitismo es una forma extrema del constructivismo, según el cual un objeto existe si puede ser construido siguiendo la secuencia de los números naturales en una cantidad finita de pasos. Este enfoque es defendido

⁵⁷ Puede profundizarse en la tesis doctoral “Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria” de Elba Cristina Sequera. Universidad de Barcelona, 2003.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

por Kronecker, quien dice que “no existen objetos matemáticos si no existen procedimientos para su construcción” (Mir Sabaté, 2011, p. 561). Este principio, y su tesis de no admitir las definiciones que no permitan decidir lo definido, lo convierten en un constructivista que rechaza las ideas del intuicionismo de Brouwer; así, Kronecker está más próximo al enfoque constructivista puesto que “la existencia de un objeto matemático está dada por la posibilidad de su construcción mental y de esta manera la separación de matemática y lenguaje lleva al intuicionismo a una forma de constructivismo” (Oostra, 2009, p. 12).

En efecto, el fundador del intuicionismo, como lo queremos mostrar en este estudio, es el matemático y lógico Jan Brouwer, considerado como “el más radical de los constructivistas y reconocido representante de esa filosofía de la matemática que es el intuicionismo” (Montesinos, 1999, p. 33). Brouwer cuestiona el formalismo de Hilbert con obras como *Life, Art and Mysticism* (1905); *Sobre la infiabilidad de los principios lógicos*; y en especial con *Sobre los fundamentos de las matemáticas* (1907). En esta última sostiene que las matemáticas tienen que ser construidas por vía intuitiva. Para este intuicionista, “cualquier construcción lógica de las matemáticas conduce a una construcción lingüística que nunca podrá identificarse con las matemáticas reales” (citado en Mir Sabaté, 2011, p. 563). Brouwer “rechaza la lógica deductiva como representación válida de las pautas del razonamiento matemático; formula un sistema intuicionista de la matemática” (De Gortari, 1972, p. 29) y propone un punto de vista constructivista para zanjar las dificultades derivadas de la caracterización y existencia de los objetos matemáticos.⁵⁸ Según Mario Bunge (2005) “puesto que la matemática no deriva de la lógica ni de la experiencia, debe tener su fuente en una intuición especial que nos presente los conceptos e inferencias básicos de la matemática como inmediatamente claros y seguros” (p. 74).

En este intuicionismo brouweriano, la lógica surge de un proceso de abstracción basado en ciertas regularidades que se observan en el proceso mismo de la matemática; así, lógica y matemática son dos disciplinas diferentes (Robles, 1995, p. 67). La lógica intuicionista considera que “la construcción de un enunciado matemático ha de concebirse en términos de construcciones

⁵⁸ Por medio de sus trabajos, impulsa la formalización de las matemáticas, apoyado en el logicismo de Russell, en el formalismo de Hilbert y en el pre-intuicionismo de Poincaré. Considera que las matemáticas, como pensamiento constructivo, evolucionan a lo largo de la historia y como producto de la mente humana, puesto que son humanas y falibles (Montesinos, 1999, p. 41).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

mentales que pueden servir para probar el enunciado” (Martínez, 1990, p. 76). El logicismo considera que los enunciados matemáticos hacen referencia a una realidad epistemológica con existencia individual y realidad objetiva mientras que este intuicionismo considera que los objetos matemáticos son construcciones mentales y la realidad matemática es distinta de la realidad empírica.

Los logicistas veían las matemáticas más como una ciencia que estudia una realidad externa e independiente, que descubre propiedades de los objetos que la habitan y las leyes que determinan las relaciones entre ellos; mientras que para los intuicionistas no existe la realidad más allá de nuestra mente; la verdad matemática no existe fuera del pensamiento humano; una realidad matemática existe en tanto se pueda construir una prueba de ella; “la verdad de los enunciados matemáticos no pueden trascender la evidencia” (De Ponte, 2006, p. 5) y por tanto tiene que ser probada. La verdad del intuicionismo depende del axioma de constructibilidad: la vía admisible para encontrar la verdad es la construcción efectiva por procedimientos finitos y cómputo efectivo. Para ello cuestionan el infinito actual y otorgan más valor al infinito potencial.

Los finales del siglo XIX y los inicios del XX están caracterizados por otras escuelas filosóficas relacionadas con la crisis de los fundamentos de la matemática. Así, por ejemplo, según Ruíz (1990), existen dos vertientes del logicismo: *nominalista* en Russell y *realista* en Frege; así también ocurre que no puede hablarse de un solo intuicionismo. Siguiendo a Ferreiros (2004), existe intuicionismo, predicativismo y constructivismo. No obstante, aquí ratificamos las tensiones y acuerdos entre logicismo y el intuicionismo de Brouwer, conscientes, por un lado, de que el enfrentamiento fuerte se dio entre el formalismo y el intuicionismo; y, por otro, que dichas tensiones al ser complementarias han de tenerse en cuenta para una didáctica de la lógica.

Algunos expertos llevan a pensar las diferencias entre logicismo e intuicionismo. Ramírez (1990) expresa que “casi en los mismos años de la publicación de Principia Matemática, el intuicionismo de Principia Matemática, el intuicionismo de Brouwer rechazaba por completo la tesis defendida por el logicismo” (p. 259); Ruíz (1990) señala que “la discusión entre intuicionismo, formalismo y logicismo se puede poner en relación con la vieja discusión de los universales” (p. 125); así, el intuicionismo se separa del logicismo en tanto “la lógica es parte de las matemáticas y

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

no puede de ninguna manera servir como fundamento de ella” (p. 133). Macías (2010) dice que “lo que ofrece más novedad en la posición filosófica de Brouwer es su ataque a la Lógica clásica al negar validez universal al principio del tercero excluido (p. 117).

Se piensa entonces en un logicismo conectado con el realismo y la independencia de las entidades abstractas y un intuicionismo relacionado con el conceptualismo que considera la verdad como resultado de la construcción (Ruíz, 1990); “la verdad y la existencia matemáticas están entonces en dependencia de la exhibición de pruebas constructivistas. Este punto de partida implica una gigantesca transformación del análisis y la lógica clásicos” (p. 126), dado que, siguiendo a Heyting (1956), “la característica del pensamiento matemático es que no transmite verdad acerca del mundo externo, sino que concierne solo a construcciones mentales” (citado en Ruíz, 1990, p.132); se trata de una manera de hacer matemáticas “es más un fenómeno de la vida, una actividad natural del hombre abierta al estudio por métodos científicos” (p. 133). Lo que importa en el intuicionismo, que parte de la definición de número natural, es la evidencia intuitiva; sin duda que rechaza ciertos aspectos del paradigma racionalista y formal clásico. La exigencia de constructibilidad lleva a rechazar el infinito actual y admitir el infinito potencial, y esto desde el punto de vista lógico “se traduce en el rechazo de la exclusión del tercero (para los conjuntos infinitos). Dice Ruíz (1990) que “podríamos conectar con esta actitud hacia las matemáticas a muchos pensadores que van desde Descartes y Pascal, Kronecker, Poincaré, Borel, Lebesgue y Baire. Es, sin embargo, Brouwer quien fundó esta filosofía en los tiempos modernos” (p. 133). En relación con esto, en la construcción matemática prevalece una intuición interior, una *autoevidencia*. No se busca la estructura de la construcción matemática hacia afuera, sino hacia adentro en una inspección directa” (p. 134); en las matemáticas hay una especie de contaminación empírica, “ni lo formal ni lo racional pueden dar cuenta completa de ellas. Al igual que con las otras ciencias se trata de disciplinas teóricas abiertas, donde fluye el aire fresco de la vida” (p. 145)

Así también, existen otras lógicas⁵⁹ necesarias en la búsqueda de la verdad. Sus planteamientos reconocen el lugar de la percepción, la intuición, la imaginación, las emociones y

⁵⁹ Algunas son: las lógicas extensionales de Tarski (1944); la lógica modal de Kripke (1963); la lógica temporal de A. Prior (1957); la lógica paraconsistente de N. da Costa, N. Belnap, y Printer (1929); la lógica de la relevancia de Ackermann, Anderson y Belnap (1975); la lógica polivalente de Lukasiewicz, Post, Kleene y Bochvar (1917); la lógica difusa de Rescher y Zadeh (1965); la lógica

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

las interacciones como acicates para avanzar en el desarrollo de la ciencia y las humanidades. Una de estas lógicas es la lógica de la abducción, expuesta por Charles Sanders Peirce y continuadores peirceanos como Barrena, Nubiola, Oostra y Zalamea.

La diferencia crucial entre el logicismo y el intuicionismo, entre otras que se muestran en la tabla que aparece más adelante, tiene que ver con el lugar que ocupan los objetos matemáticos: los primeros dicen que son independientes de la mente humana mientras que para los intuicionistas son ideas en nuestra mente. No obstante, existen posturas como el realismo constructivista de Popper (1972) para quien los objetos matemáticos son creaciones nuestras que se independizan de nosotros y dan paso a nuevos descubrimientos. Popper en su primer libro *La lógica de la investigación científica* (1980) dice que pertenece a la ciencia no lo que es falso sino lo que es falseable; así, las conjeturas científicas son refutables y es precisamente la refutabilidad el criterio fundamental de la ciencia. Tanto Popper como Peirce, por otro lado, asumen y defienden una posición falibilista⁶⁰ e insisten en el carácter hipotético de la ciencia (Haack, 1977).

Tabla 2: Paralelo entre el logicismo y el intuicionismo.

	Logicismo	Intuicionismo
Definición	Escuela de pensamiento matemático que sostiene que la matemática es reducible a la lógica.	Escuela de pensamiento que se aproxima a la matemática con una visión constructiva cuyas propiedades puede captar la intuición intelectual
Obras	<i>Begriffsschrift</i> (1879) y <i>Principia Mathematica</i> (1910)	<i>On the Foundations of Mathematics</i> (1907) e <i>Intuitionism: An Introduction</i> (1930)
Ponentes	Rusell, Frege, Whitehead, Peano.	Brouwer, Poincaré, Heyting.
Objeto	Justificar las matemáticas clásicas como infalibles.	Hacer sus propias matemáticas, que son un subconjunto de la clásica.
Principios	Los objetos matemáticos existen, individual y objetivamente, fuera de la mente. Las leyes de la lógica son principios reguladores inmutables.	Los objetos matemáticos existen, pero dependen de las construcciones mentales. Las leyes de la lógica no son a priori ni eternas.
Algunos criterios	Aceptan el Principio del Tercero Excluido. La realidad matemática es la realidad. La demostración puede hacerse por RAA. Las proposiciones existen aún en ausencia de mentes que puedan probarlas Tiene identidad extensional. La verdad se deriva de la demostración. La prueba es derivación de un sistema formal.	Cuestionan el Principio del Tercero Excluido. La realidad matemática es distinta de la realidad. Rechazan la demostración por RAA. Sólo son verdaderos aquellos enunciados que podemos probar en forma directa o constructiva. Tiene identidad intensional. La verdad se deriva de la prueba de existencia. La prueba es enteramente constructiva y concebible en la lógica intuicionista

empírica de F. Bacon (1605); la lógica cuántica de Goldblatt (1934); la lógica inductiva de J. Mill (1843); la lógica inventiva de R. Lull (1274); la lógica modal de Von Wright (1951) y la lógica fluida de Edward De Bono (1996), entre otras.

⁶⁰ Haak, S. (1977). *Dos falibilistas en busca de la verdad*, en <http://www.unav.es/gep/AF69/AF69Haack.html>.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Fuente: Elaboración propia.

2.2.5. De la lógica de la razón a la razonabilidad.

En este apartado nos aproximamos a la abducción como una forma de razonamiento propuesta en la lógica crítica de Peirce (1903), la cual implica la razonabilidad.

En *La esencia de la matemática* (1968), Peirce afirma que *la matemática es el estudio de lo verdadero de las situaciones hipotéticas* (p. 164), coincidiendo con su padre, el matemático Benjamín Peirce, quien se refiere al carácter necesario de las conclusiones de la matemática. Peirce (1968) considera la matemática como una ciencia del razonamiento que no depende de la lógica, más bien, “la lógica depende de la matemática” (p. 169). Advierte que el lógico y el matemático tienen intereses distintos: mientras el primero se pregunta por la naturaleza del razonamiento, el segundo “se interesa intensamente por métodos de razonamiento eficaces, considerando su posible ampliación a nuevos problemas” (p. 168). Peirce (1974) señala, además, que “la lógica es la ciencia de lo que es cuasi necesariamente verdadero de los representámenes de cualquier inteligencia científica para que puedan ser válidos para algún objeto” (p. 22). Es reconocido, además, como fundador de la lógica deductiva moderna (Putnam 1982; Quine 1995; Dipert 1995; Houser, Roberts, y Van Evra, 1997), su lógica de la abducción, la cual desarrollaremos más adelante, es el fundamento para la comprensión del descubrimiento en las ciencias.⁶¹

En su clasificación de las ciencias, Peirce (2012a) divide la lógica en gramática, lógica crítica y retórica. La gramática “estudia aquello que se requiere para cualquier clase de representación” (p. 28); la retórica “estudia cómo se transmite el conocimiento; podría llamarse la ciencia de la interpretación” (p. 28) y define la lógica crítica como la “ciencia formal de la verdad de las representaciones; es el estudio de la referencia de los signos a sus objetos” (p. 28); esta última se ocupa del análisis y clasificación de argumentos o signos especiales (Peirce, 1968).

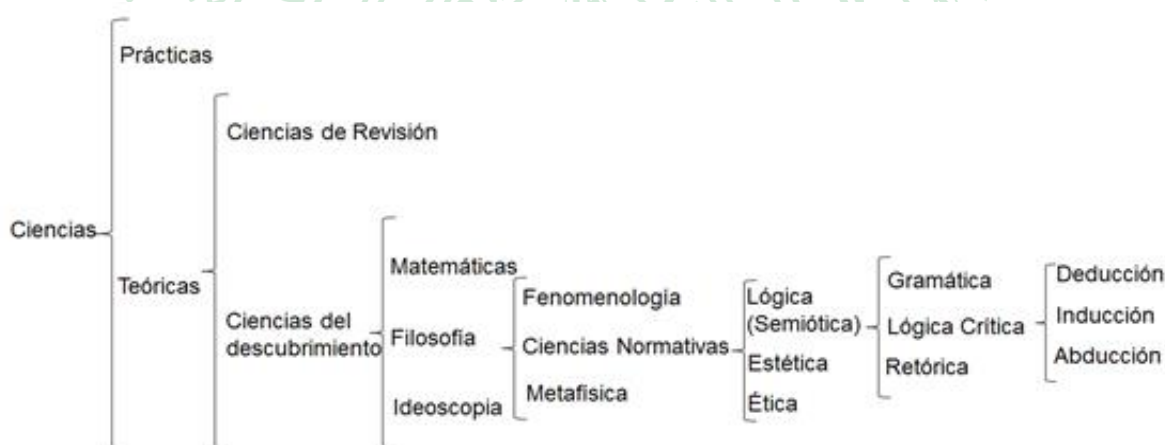
Peirce (1974) define también la lógica como “sólo otro nombre de la semiótica, la doctrina cuasi-necesaria, o formal de los signos” (p. 21), y establece como tesis fundamental que el ser

⁶¹ En este tabajo de investigación se asume una razonabilidad enmarcada no solo en el pragmatismo de Peirce si no en la posibilidad que ofrece su razonamiento abductivo para explicar y ampliar los conocimientos matemáticos.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

humano es de naturaleza semiótica y por lo tanto también lo es el pensamiento; “el hecho de que cada pensamiento es un signo, tomado en conjunción con el hecho de que la vida es una sucesión de pensamientos, prueba que el hombre es un signo” (CP 5.314, 1868; citado en Barrena, 2003, p. 59). Y, más allá del pensamiento, el universo mismo está compuesto de signos; “siempre que pensamos tenemos presente en la conciencia alguna sensación, imagen, concepción, u otra representación, que sirve como signo” (Peirce, 1988, p. 100).

Figura 1: Clasificación de las ciencias.



Fuente: Peirce (1902, p. 14).

La lógica crítica, o ciencia de la verdad, se refiere a la validez de las inferencias y al buen razonamiento; aunque el soporte sistemático que le da validez a los argumentos de la lógica crítica lo puede brindar la lógica formal, Peirce establece que “la lógica crítica se refiere al buen razonamiento, por eso debe vincularse con la ética y la estética” (Mariafioti, 2010, p. 109) en la búsqueda de la verdad que define como “aquel carácter de una proposición que consiste en que la creencia de esa proposición nos conduciría, con la suficiente experiencia y reflexión, a un comportamiento tal que tendría que satisfacer los deseos que entonces tuviésemos” (Collected Papers, 5.375). Por consiguiente, el centro de la lógica crítica es la condición formal de la verdad, que puede darse por deducción, inducción o abducción.

Peirce supera la diada deducción e inducción y propone un tercer tipo de razonamiento fundamental para la lógica. Esta nueva clasificación incluye el razonamiento explicativo analítico, el razonamiento ampliativo o sintético que puede ser inducción o abducción. El primero, llamado

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

razonamiento deductivo, parte de los hechos afirmados en las premisas y se apoya en el todo para llegar a las partes sin apoyarse en lo conocido. El razonamiento ampliativo o sintético no lleva a conclusiones necesarias, sino a conclusiones probables, verosímiles o sólo plausibles. Este puede ser inducción (razonamiento probable) y abducción, también llamada por Peirce hipótesis o retroducción. Estas dos formas inferenciales van de las partes hacia el todo; por consiguiente, las dos están lejos de alcanzar certeza o producir verdad. En Peirce (1903), la deducción prueba la necesidad de algo, la inducción señala lo que es operativo mientras que la abducción propone la posibilidad de algo.

Profundicemos ahora un poco sobre el carácter inferencial de la abducción; “el significado del concepto de inferencia nos remite a ciertos procesos cognitivos regidos por hábitos mentales y neuronales; de este modo, la inferencia válida es aquella determinada por un hábito que produce conclusiones verdaderas” (Vargas, 2009, p. 22). La inferencia en Peirce tiene una concepción pragmatista (depende de la experiencia) y semiótica (los razonamientos son signos); “inferir es tanto realizar una semiosis como esclarecer pragmáticamente las premisas pues consiste en la determinación de su interpretante (Vargas, 2009, p. 34).

Peirce empieza por reconocer la abducción en Aristóteles como la inferencia de la premisa menor a partir de la mayor y la conclusión; y la inducción como la posibilidad de inferir la premisa mayor de un silogismo a partir de la premisa menor y la conclusión. Después encuentra que además de la deducción y la inducción existe una tercera forma de razonamiento que es la abducción.

La inferencia válida es ante todo un proceso cognitivo y como tal sigue los hechos con más fidelidad que otros modos de cognición. Más aún, Peirce parece sugerir que la validez de una cuestión de hecho (matter of fact) según la cual de A se concluye B sólo si proposiciones semejantes a B son verdaderas cuando proposiciones semejantes a la premisa A son verdaderas, ya que para todos los casos si la inferencia es necesaria o apodíctica, o sólo generalmente, si la inferencia es probable (Vargas, 2009, p. 21).

Siguiendo la estructura formal de Peirce, podemos decir que la abducción como inferencia a la mejor hipótesis permite inferir un antecedente, la deducción posibilita la inferencia de un consecuente y la inducción de una consecuencia. Así, dado el consecuente: $(Fa \wedge Ga)$, $(Fb \wedge Gb)$,

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

$(Fc \wedge Gc), \dots$ y la consecuencia $[\forall x(Fx \rightarrow Gx)] \rightarrow [(Fa \wedge Ga), (Fb \wedge Gb), (Fc \wedge Gc), \dots]$ se puede inferir el antecedente: $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$.

Este carácter de la abducción como inferencia es estudiado por muchos autores (Cresto, 2002; Magnani, 2001; Josephson, 1994; Peirce, 1974; Nubiola, 2008; Mancuso, 2004; Bar, 2001; Génova, 1996; Ramírez, 2011; Gaytán, 2015; Aliseda, 2015). Aunque no puede desconocerse la diferencia con la deducción dado que la abducción infiere una posibilidad que la deja entender también como un acto de intuición (Anderson, 1986); a esto se agrega que “la abducción es una importante clase de inferencia hipotética usada por ejemplo para explicar hechos e inventar teorías e hipótesis” (Magnani, 2009, p. 395). Algunos críticos han interpretado esta dualidad como “el dilema de Peirce” y concluyen que Peirce no tenía una visión coherente sobre la naturaleza de la abducción (Frankfurt 1958).

Respecto al carácter inferencial de la abducción, Kapitan (1992) desarrolla cuatro tesis entre las cuales la primera dice que la abducción es o incluye un proceso inferencial. Las otras tres tienen que ver con el objetivo de la tesis, la comprensión y la autonomía (citado en Soler, 2012, p. 19)

En esta perspectiva, imaginar, pensar y razonar son procesos necesarios para la búsqueda de la verdad. No obstante, ¿qué aportes le brinda la imaginación científica a la matemática? ¿Qué procesos cognitivos y cognoscitivos se movilizan cuando un sujeto formula una hipótesis en el campo de la matemática? ¿Con qué otras disciplinas y enfoques dialoga la lógica peirceana? ¿Cómo reconfigurar el concepto de razonabilidad estética, de modo que los maestros en formación del área de las matemáticas, las humanidades y sus estudiantes, interactúen de manera creativa con el desarrollo de las ciencias, artes, técnicas y tecnologías?

Estos interrogantes se relacionan con las teorías semióticas y estéticas antes mencionadas en las cuales se propone una mirada dialógica de la verdad en busca del sentido, entendiéndose por esto último, un proceso para la formulación y resolución de problemas. Esta visión le exige a la didáctica de la matemática reconfigurarse de modo que la clase promueva el encuentro entre la percepción, la imaginación y la razonabilidad en busca de una visión estética del individuo y la

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

sociedad. De allí, nuestro interés en estudiar y vivenciar las posibilidades de una lógica entendida como razonabilidad a partir de la abducción.

El concepto de abducción o hipótesis no aparece en los diccionarios de filosofía ni en los manuales de lógica matemática. No obstante, para Kant, “admitir una hipótesis equivale a afirmar que un juicio es verdadero cuando se sostiene la verdad del antecedente a base del carácter adecuado de sus consecuencias” (Ferrater, 1964, p. 846). Aristóteles se acerca a la abducción cuando señala que “en todas las indagaciones se busca si hay un término medio o cuál es el medio. En efecto, el medio es la causa” (p. 394) y lo explica con un eclipse al decir que “es una privación de la luz de la luna por la interposición de la tierra” (p. 395). Cuando se le pregunta por la causa del fenómeno, responde “porque falta luz al interponerse la tierra” (p. 395) En otro apartado, declara que puede haber varias causas de una sola cosa (p. 431) y que la causa puede ser simultánea o puede haber una producción de hechos consecutivos hasta que se produzca el efecto. Es decir, según Aristóteles (1982), A se da si se ha dado B y B se da si se ha dado C y así hasta obtener la causa primera. De esta manera, Aristóteles podría entrar en el terreno de la abducción, no sólo al intuir su origen, sino también, cuando explica por qué ocurren los hechos, “lo buscamos porque no lo percibimos” (p. 395).

En este sentido, Peirce, en el maravilloso relato de la azalea (1901), deja ver que la abducción tiene un inicio perceptivo cuando vemos algo y lo nombramos por medio del lenguaje. Así, la abducción hace parte de la ciencia y de toda manifestación del lenguaje. “Una abducción es una explicitación de las presuposiciones (de los programas narrativos implícitos) de los conceptos teóricos de nuestro pensamiento” (Mancuso, 2004, p. 103). Dichas presuposiciones se convierten en conjeturas espontáneas o hipótesis que explican lo ocurrido. La abducción es el proceso mediante el cual generamos hipótesis para dar cuenta de aquellos hechos que nos sorprenden (Nubiola, 2001). Según Peirce, la abducción es el único tipo de razonamiento que inyecta nuevas ideas en la ciencia; es la operación lógica por la que surgen hipótesis novedosas. La abducción no surge de la nada, ni es ajena al pensamiento; necesita de la imaginación libre y del instinto creador;

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

en términos peirceanos, requerimos del *musement*,⁶² como ese tener la mente libre para abordar el razonamiento científico. La abducción nos permite establecer un vínculo con lo que pasa o nos pasa, tiene como punto de partida los hechos y, de ellos, se infieren sus posibilidades.

Todavía más, “una abducción es un método para formar una predicción general sin ninguna verdadera seguridad de que tendrá éxito” (Peirce, 1974, p. 40). De aquí que la abducción sea plausible puesto que cabe en la forma modal de la posibilidad, hace plausible un hecho sorprendente al considerarlo hipotéticamente como el resultado de aplicar una regla determinada a un caso concreto (Castañares, 1994; De Gortari, 1972). Por ejemplo, existe una regla: todas las personas del grupo A son altas; un caso: estas personas son altas, y de este modo de proceder, surge un razonamiento abductivo: estas personas pueden ser del grupo A.

De acuerdo con lo anterior, es importante hacer una aclaración de la abducción en relación con la paradoja *afirmación del consecuente*. Esta última señala que dada la proposición $p \rightarrow q$, si se afirma q , puede afirmarse p . No obstante, la abducción no cae en la paradoja, pues además de valorar las distintas hipótesis que surgen del hecho, se apoya en la deducción y la inducción para confrontar la abducción. Por ello, aunque Peirce dice que “el ser humano posee una luz natural o instinto que le lleva a preferir la hipótesis correcta y a acertar, si no a la primera, sí prodigiosamente pronto” (Peirce, 2010, p. 23), no cae en la especulación. Esto se puede evidenciar, cuando dice que la abducción es la primera etapa, de allí la importancia de una conjetura a modo de duda, que ha de someterse al análisis lógico para inferir predicciones experienciales que serán comprobadas empíricamente (Peirce, 1974, p. 23). Barrera (2003) señala que la razón ha de ser razonamiento y este ha de ser razonabilidad. Al respecto, dice:

la noción de razón de Peirce, que en este estudio voy a denominar “razonabilidad”, constituye un ideal que se va encarnando de un modo creativo, y ese ideal que va permeando el universo y nuestra propia vida hace que aumenten las posibilidades: paradójicamente el crecimiento trae más crecimiento (p. 110).

⁶² Peirce dice: “sube al bote del *musement*, empújalo en el lago del pensamiento y deja que la brisa del cielo empuje tu navegación. Con tus ojos abiertos, despierta a lo que está a tu alrededor o dentro de ti y entabla conversación contigo mismo; para eso es toda meditación” (1908, p. 27).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

El concepto de razonabilidad está presente en la obra de Peirce, pero es resignificado por Barrena (2003, 2007) y Nubiola (2008) quienes admiten que Peirce hace razonable la actuación humana y por ello la lógica se acompaña de la ética y la estética. La razón es una facultad del ser humano capaz de establecer relaciones con otras disciplinas (Peirce, 1902). Nubiola (2008, p. 11) afirma que la verdad para Peirce no es lo racional sino lo razonable. Así mismo Peirce (1990) enfatiza el deseo de hacer razonables las ideas y las cosas. Más adelante, agrega:

La esencia de la racionalidad reside en el hecho de que el ser racional actuará de modo que obtenga ciertos fines. Si se le impide que lo haga de una manera, actuará de alguna manera completamente diferente que producirá el mismo resultado. La racionalidad es ser gobernado por causas finales (Peirce, 1902, citado por Barrena, 2003, p. 370).

Con base en lo anterior, pretendemos convocar el sentimiento y la imaginación como elementos de la razonabilidad. En consonancia con estas ideas, el matemático español Claudi Alsina (2000) señala que “las palabras amor, estimación, enamoramiento, felicidad, como descriptoras de un estado emocional característico, también pueden ir ligadas al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas” (Alsina, 2000). También, Gómez Chacón (2000) en su tesis doctoral *Matemática emocional; los afectos en el aprendizaje matemático*, declara que “la dimensión afectiva en matemáticas es un extenso rango de sentimientos y humores que son generalmente considerados como algo diferentes de la pura cognición” (p. 22).

Un hecho sorprendente es un suceso o hecho (anómalo o nuevo) que nos sorprende porque presenta una regularidad inesperada, o bien la rotura de una regularidad esperada, incluso tal vez sólo inconscientemente esperada. El hecho sorprendente requiere un cambio en el hábito racional, es decir, una explicación. Según Peirce, “se observa el hecho sorprendente C; pero si A fuese verdadero, C sería una cosa corriente, luego hay razones para sospechar que A es verdadero” (Peirce, 1903, p. 6). Así, pues, A no puede ser inferido, ni conjeturado, abductivamente, mientras su contenido entero no esté ya presente en la premisa. Para Peirce (1970), los hechos sorprendentes son “hechos muy diferentes de todo lo observado” (p. 79).

Tanto el hecho sorprendente como la experiencia estética nos marcan dado que el primero requiere un cambio en el hábito del *homo ludens*, es decir, una explicación razonable y una experiencia estética tiene sentido, pues conlleva su propia cualidad individualizante y

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

autosuficiente. Nos permite contar con un patrón y una estructura específicos, que se muestran a partir de una determinada relación (Dewey, 2008). He aquí el hecho sorprendente que afecta al perceptor y lo convoca a una creación basada en su reacción. Si el hecho es sorprendente y la reacción es tal que nos afecta, ocurre la *transformación* del ser, aparece un golpe estético que se encamina a la vivencia de una experiencia estética.

Con todo y lo anterior, a pesar del esfuerzo de filósofos y didactas por darle otra dirección a la lógica, su enseñanza sigue, en algunos casos, subsumida en la lógica matemática. En Colombia, a finales del siglo XX, hubo un giro epistemológico en la enseñanza de la matemática, cuando sale de circulación la *Matemática Moderna Estructurada*. No obstante, quienes enseñan matemáticas, siguen acudiendo a un formalismo que distancia hombres y mujeres de la ciencia y consideran innecesarios otros procesos que no tengan su énfasis en dicho enfoque. Al parecer, piensan que la literatura carece de estrategias didácticas capaces de promover el desarrollo del pensamiento *analógico* y *abductivo* de los estudiantes. En la universidad, en algunos casos, la didáctica de las matemáticas es sustituida por software, cuyos procedimientos algorítmicos les permiten a los estudiantes llegar a un resultado. El resultado se pone por encima del proceso de lectura y escritura convirtiéndose la clase, de esta manera, en un espacio para reproducir ‘las verdades’ de la lógica y la matemática ligadas a una forma de razonamiento en la cual prima la verdad *per se*. En síntesis, la capacidad de descubrir soluciones nuevas a un problema matemático o a una situación narrativa, así como la posibilidad de explorar las bondades heurísticas y didáctica de la intuición, no hacen parte de una práctica pedagógica de un profesor de matemáticas y de literatura.

En suma, la historia de la lógica nos muestra que, además de la lógica clásica, medieval e intuicionista, existen otras lógicas que ponen en duda la unicidad de la razón y el absolutismo del formalismo como únicas fuentes de la verdad. Nos referimos a la lógica de la abducción que, apoyada en los conceptos de experiencia, hacer razonables nuestras ideas y las cosas, el *agapismo*, el *musement*, la anomalía, la abducción, deducción e inducción, entre otros, sugiere la posibilidad de reconfigurar la razonabilidad como un proceso interhumano, interesado en el desarrollo de la didáctica(s) — de la lógica y la matemática —, como una de las disciplinas de las ciencias de la educación.

3. El estado de la cuestión de la didáctica de la matemática, de la lógica y de la literatura

3.1 Trayecto comprensivo en busca del diálogo entre la matemática, la lógica y la literatura.

El estado de la cuestión implica la configuración de una unidad de sentido al aplicarle la praxis (prejuicios, reflexión, análisis, comprensión, comparación y síntesis) a las investigaciones hechas durante 2008-2014. Dicho estudio se hace con base en la pregunta de investigación, la hipótesis abductiva y el objetivo de la investigación, y busca articular comprensivamente el pasado con el presente; esto es, entrar al círculo de la comprensión con los conceptos que permiten configurar las unidades de sentido desde la interpretación hermenéutica de Gadamer, y el proceso semiótico de Peirce. Este sentido surge de la reconstrucción que el hermenéuta hace al relacionar su vivencia con los textos escritos, en los cuales se establece un diálogo entre los componentes ya mencionados y que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3: Pregunta, hipótesis y objetivos de la investigación en la perspectiva hermenéutica.

Pregunta:	¿Qué aportes le podría brindar la razonabilidad a una didáctica de la lógica abductiva en la educación superior?
Hipótesis abductiva:	¿Cómo podría una estrategia basada en la relación entre relatos de ficción y artículos de investigación aportar una didáctica de la lógica, en el marco de la razonabilidad como método, en la educación superior?
Objetivo general:	Fundamentar, desde el punto de vista teórico, una estrategia didáctica y dialógica basada en una razonabilidad para la enseñanza de la lógica.
Objetivos específicos:	Analizar el desarrollo histórico del concepto lógica desde el siglo III a. C. al siglo XXI. Reconfigurar el concepto de razonabilidad en el contexto de una didáctica de la lógica en la educación superior. Diseñar una estrategia didáctica basada en análisis de textos literarios y científicos en las clases de matemáticas de la Escuela Normal Superior de Medellín –ENSM- y en la licenciatura en Matemática y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Evaluar la puesta en escena de una estrategia didáctica con maestros en formación de la licenciatura en matemática y física de la facultad de educación de la Universidad de Antioquia y un grupo de estudiantes de la ENSM.

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con lo anterior, la pregunta encuentra en la razonabilidad un concepto clave para brindarle a una didáctica de la lógica un estatuto epistemológico y estético cuya posibilidad se concreta en la hipótesis donde se espera que la razonabilidad se pueda reconfigurar como método, en procura de una enseñanza más estética y que puede darse a través de la relación entre textos literarios y textos científicos, en este caso relatos de ficción y artículos de investigación. El objetivo general, se dirige a la construcción de un marco teórico que permita fundamentar una

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

didáctica de la lógica, un estatuto epistemológico que muestre los desarrollos de la lógica y su didáctica. Este propósito se fundamenta desde la historia de conceptos donde se prevee la necesidad de implementar una estrategia didáctica pensada como aporte nuevo de la investigación, puesto que se propone una didáctica de la lógica desde la abducción. Y finalmente, la puesta en escena de la estrategia es fundamental porque allí adquieren sentido todos los encuentros y las conversaciones sostenidas con los textos, con la comunidad universitaria y con las autoridades.

Esta búsqueda de preguntas e hipótesis hace razonable el camino propuesto al dar cuenta de un proceso dialógico, desde la perspectiva de González (2010) y Gadamer (2007), con los estudiantes y los maestros de la escuela normal y la facultad de educación de la Universidad de Antioquia.

Este encuentro permanente con textos y personas realizado por quienes entramos al círculo de la comprensión tiene que ver con la relación entre las partes y el todo en una relación dialéctica; esto es: “encontrar en lo singular el espíritu del todo y en explicar a partir del todo lo singular (...) hay que entender una cosa a partir de la otra y a la inversa. Ninguna de las dos es anterior a la otra, ambas se condicionan mutuamente y constituyen una vida armoniosa” (Grondin, 1999, p. 106); comprender algo es moverse en ese círculo, del todo a las partes y de las partes al todo; yendo y regresando dispuestos a detenerse lo suficiente en las partes requeridas para una mejor comprensión y proyección de sentido. “A esto se añade que este círculo se está siempre ampliando, ya que el concepto de todo es relativo, y la integración de cada cosa en nexos cada vez mayores afecta también a su comprensión” (Gadamer, 2007, p. 245).

El texto es un todo que puede comprenderse e interpretarse en sí mismo y en relación con las partes; interpretar significa aducir los conceptos que sean necesarios para la comprensión completa de un pasaje” y esto implicar resolver las oscuridades del pasaje” (Ibídem, p. 236). Por otro lado, interpretar y comprender tienen una relación estrecha; “la interpretación y la comprensión se interpretan tan íntimamente como la palabra exterior e interior, y todos los problemas de la interpretación son en realidad problemas de la comprensión” (Ibídem, p. 238), se comprende algo para evitar el malentenderse a sí mismo, es un presupuesto que nutre la interpretación y que nos ubica correctamente en el círculo de la comprensión” (González, 2010), se va comprendiendo

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

lentamente hasta interpretar; “al desarrollo de la comprensión lo llamamos interpretación” (Heidegger: 1993, p.166). Ambas están contenidas en la noción de sentido. Así es como “toda interpretación se funda en el comprender” (Heidegger, p.172). Y “el mundo ya comprendido resulta interpretado” (Heidegger, p.161). “Partimos del lema de que en principio comprender significa entenderse unos con otros. Comprensión es, para empezar, acuerdo”. (Gadamer, 2007, p. 232), los hombres llegan a un acuerdo sobre algo, comprenderse es comprenderse respecto a algo; comprender no es un procedimiento histórico ni psicológico sino adquirir una perfección objetiva. La comprensión implica no sólo comprender la intención del autor sino más allá aquello que dijeron y no dijeron desde la obra y la vida misma de ellos; “lo que se trata de comprender no es la literalidad de las palabras y su sentido objetivo, sino también la objetividad del hablante o del autor” (Ibídem, p. 239). Esta relación íntima entre comprensión e interpretación la resuelve la hermenéutica, entendida por Schleiermacher como “el arte de evitar el malentendido”. (Ibídem, p. 238).

3.2 Los inicios de la búsqueda.

Se realizó en un período comprendido entre 2008 y 2014. Inicialmente, se indagó en el Tesoro de la Unesco, con la idea de definir lo que mejor representa los contenidos clave de esta investigación. Los conceptos o palabras clave surgen de las diversas relaciones entre la pregunta, los objetivos de la investigación y la hipótesis abductiva.

Tabla 4: Conceptos de la investigación y descriptores.

Conceptos o palabras clave (sugeridos por la investigación)	Palabras clave en inglés	Descriptores (sugeridos por el Tesoro)	Descriptores en inglés
Experiencia estética	aesthetic experience	Ninguno	Ninguno
Didáctica de la Lógica	Didactics of logic	Ninguno	Ninguno
Estrategia didáctica	Didactic strategy	Estrategia de enseñanza	A teaching strategy
		Estrategia educativa	Educational strategies
Razonabilidad	Reasonableness	Ninguno	Ninguno
Educación Superior	Higher Education	Educación superior	Higher education
		Enseñanza de las ciencias	Science education

Llama la atención que el tesoro no arrojara ninguna información sobre razonabilidad mientras que por razón o razonamiento lleva a cuatro entradas con los términos: deducción,

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

inducción, razonamiento y razonamiento abstracto, relacionadas con la psicología y el razonamiento abstracto. En el caso del concepto ‘racional’ la búsqueda lleva a racionalismo, racionalización y racionalización del trabajo. Algo parecido ocurre con los conceptos de “experiencia estética” y “didáctica de la lógica”. Por ello, se acude a otras bases de datos.

Se buscó en las bibliotecas de la ciudad, principalmente, en el Sistema de Bibliotecas y Centros de documentación de la Universidad de Antioquia, así como los trabajos realizados por el Grupo de Investigación Didáctica de la Educación Superior (DIDES) de la Universidad de Antioquia. En los catálogos en línea de las bibliotecas de la Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá y la Universidad del Valle, las bibliotecas digitales como Metabiblioteca (<http://www.metabiblioteca.org/>) que contiene catálogos referenciales y documentos de diversos países, así como las páginas de estudios peirceanos www.unav.es/gep/ de la Universidad de Navarra y acervo.peirceano.org/ de la Universidad Nacional de Colombia. Se buscó, además, en las bases de datos especializadas en educación como Latindex, Iresie, Publindex, SpringerLink, Web of Science, Informe Académico – Thomson Gale, DialNet, Ovid, Wilson Web, OCDE, ERIC (The Education Resources Information Center), EBSCO – Fuente académica – Academia Search premier, E-brary E-libro y el buscador especializado Google académico (<http://scholar.google.com>). También se realizaron búsquedas en la base de datos Cybertesis.

Se indagó también en las revistas en línea especializadas en Charles Sanders Peirce como: Cuadernos de Sistemática Peirceana, de la Universidad Nacional; Cuadernos de Pedagogía; Revistas como: Theoria: Arte Ciencia y Humanidades, Revista de Investigación Educativa, Números, Unión, Elementos, Agora, Perfiles, Redalyc, Redie, Revista Iberoamericana de Educación, Revista de Razonamiento Matemático, Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía; Ema, Xixim, Suma, Límite, Revista de Filosofía y Psicología, Revista colombiana de matemática y Revista de la Educación Superior.

Los primeros hallazgos de la búsqueda documental se especifican en la siguiente tabla.

Tabla 5: Bases de datos para la revisión documental.

Material de consulta	Disponible	Revisado	Seleccionado
Sistema de Bibliotecas U de A	13 revistas	4 revistas	2 artículos

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Centro de Documentación	56 tesis de maestría	Ninguno	Ninguno
Facultad de Educación	tesis doctorales	Ninguna	
Biblioteca central	48 revistas	Ninguna	Ninguna
Cybertesis	8 trabajo	2 trabajos	
Revistas en línea	3 revistas	1 revista	
Hemeroteca digital	5 revistas		
Bases de datos	18 bases de datos	4 bases de datos	12 artículos
Bibliotecas digitales			
Metabiblioteca	180 archivos	Ninguno	
Biblioteca digital OEI	120 archivos	Ninguno	
Grupo de Investigación Didáctica Universitaria			
Tesis de Maestría			
Tesis Doctorales	8 tesis doctorales	2 tesis doctorales	2 artículos
Otras Bases de Datos			
Latindex	108	Ninguno	
Google Académico	25 archivos	3 archivos	1 artículo
Redalyc	45 revistas	5 revistas	6 artículos

Fuente: Elaboración propia.

Al abordar el tema de la abducción, antes de llegar a la razonabilidad, fue muy útil el contacto directo establecido con el grupo de investigación “Lógica” de la Universidad de Buenos Aires⁶³. De allí obtuvimos la aceptación del proyecto que iniciábamos con observaciones y sugerencias sobre todo en las relaciones que estábamos haciendo entre el logicismo y el intuicionismo, así mismo en la precisión de la teoría peirceana para el planteamiento de la síntesis de nuestro problema dialéctico. Tiempo después asistimos al “Charles S. Peirce International Centennial Congress” en Lowell Massachusetts en donde además de intercambiar con destacados integrantes de la comunidad peirceana, tuvimos contacto directo con algunos peirceanos⁶⁴. De esta conversación surge la necesidad de cambiar de razonabilidad estética a razonabilidad, dado que, según la Doctora Sara Barrena, la razonabilidad se logra desde la estética. Esto permitió empezar con búsquedas más efectivas en relación con el método abductivo.

Vale explicar que al comienzo empezamos con didáctica de la matemática hasta que establecimos contacto directo⁶⁵ con personas conocedoras de este tema, quienes nos instaron a

63 Nos referimos a conversaciones sostenidas con el doctor Javier Legris y la doctora Catalina Hynes en la ciudad de Buenos Aires en el año 2013.

64 Allí nos entrevistamos en 2014, con la doctora Sara Barrena, el doctor Jaime Nubiola y el doctor Juan Eliseo Montoya.

65 Nos referimos aquí a conversaciones sostenidas con el doctor Sergio Ballester Pedroso, la doctora Cristina Hernández y el grupo de investigación de la cátedra Dulce María Escalona de la Universidad de Ciencias Pedagógicas de la Habana, en el 2014, y, posteriormente, con los doctores Martha Isabel Fandiño, Bruno D Amore y Guillermo Bernaza en el marco del congreso internacional de modelación y formación en ciencias básicas en la Universidad de Medellín en el 2014.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

hablar de didáctica de la lógica dado que el trabajo tendía a impactar directamente las formas de razonar en este campo.

En el caso de la experiencia estética, encontramos insumos de trascendental importancia en los textos de Guiles Deleuze, Cintia Farina y Rober Jauss que posibilitaron relacionar la teoría de la abducción de Peirce con la Pedagogía de la Afectación de Cintia Farina.⁶⁶

3.3. Didáctica de la lógica para el ejercicio de la razonabilidad

Miremos ahora una propuesta para la construcción de una estrategia didáctica que apoyada en la abducción, promueve en el maestro y sus estudiantes una visión razonable de la lógica, la didáctica y la sociedad.

3.3.1. Por qué didáctica de la lógica.

Existe una didáctica general y unas didácticas específicas; en este último campo se encuentra la didáctica de la matemática, y más específico todavía, la DL. Esta última estudia el proceso docente educativo en la enseñanza de la lógica, pero no es sólo lógica matemática lo que debe aprenderse ni es únicamente en matemática donde se aprende lógica, la lógica como ciencia del razonamiento es útil en todos los campos del saber. Por lo tanto, nos ocuparemos aquí del proceso de enseñanza y aprendizaje de la lógica, entendida esta en su sentido más amplio y diverso.

Esta diversidad se puede observar cuando se analiza la voluntad política y académica de algunas universidades y equipos de investigación, interesados en el desarrollo de la DL. En este sentido, la Academia Mexicana de Lógica (AML), adscrita a la UNAM, en coordinación con el Taller de Lógica, viene trabajando esta temática desde hace más de diez años. Sus impulsores

⁶⁶ En este caso, además de las publicaciones del autor de esta tesis, en relación con la matemática y la literatura, es dable señalar, el diálogo y mi participación en la Mesa de Literatura del Nodo de Lenguaje de Antioquia. La puesta en escena de algunos de mis relatos en los eventos del Nodo y los de la Red Colombiana de Lenguaje, me permitieron reconocer los saberes literarios de quienes hacen parte de la mesa, y los maestros de la red. Así, los eventos nacionales y latinoamericanos, hicieron posible el contacto con autoridades en el tema de indagación, y maestros de lenguaje y literatura, formadores de maestros, adscritos a las Redes Colombiana y Latinoamericana de Lenguaje.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

consideran que la formación de ciudadanos útiles, debe fundamentarse en la enseñanza del pensamiento crítico en el nivel superior y para ello es imprescindible la lógica.⁶⁷

Otro de los países interesados en esta didáctica y su disciplina fundante, la lógica, es Cuba. Allí, se destacan los trabajos sobre lógica de Llivina (2000), González Basanta (2012a), Hernández & González (2014) quienes se apoyan en los trabajos de lógica dialéctica de Marx y Engels, Iliénkov (1984), Hopnin (1983), Guétmanova, Petrov & Panov (1991), entre otros.

En Colombia, la Universidad de los Andes y la Universidad del Rosario realizan cada dos años el Congreso Colombiano de Lógica, Epistemología y Filosofía de la Ciencia. También existe el Centro de Semiótica Peirceana con sede en la Universidad Nacional que se dedica al estudio de temas relacionados con el pensamiento peirceano; clave para comprender el lugar de la lógica abductiva, en busca de una perspectiva razonable de las ciencias y el ser humano.

Autores como Llivina (2000), Morado (2005), Campirán (2007), Lámbarri (2008), Hernández & Rodríguez (2011), González Basanta (2012a), Hernández & González (2014), Vázquez (2015) de países como México y Cuba consideran que la DL tiene entre sus tareas no solo determinar los contenidos que han de enseñarse en una asignatura como lógica sino también las relaciones que deben establecerse entre la lógica y otras ciencias como la matemática, la física y la filosofía. De esta manera, la lógica superaría su visión formalista y les aportaría a los estudiantes, otras formas de razonamiento que estén en relación con sus vidas.

Si bien, existen algunas asociaciones y equipos de investigación dedicados a la lógica, quienes transitamos por su enseñanza y la didáctica de la matemática, sobre todo en Colombia, vemos con preocupación la poca difusión que tiene el estudio de la lógica y su didáctica en eventos académicos.⁶⁸ Estos precedentes, nos instan a desarrollar una propuesta didáctica que aborde las

67 También existen: la Association for Informal Logic and Critical Thinking; The Critical Thinking Community, la Foundation for Critical Thinking, el Center for Critical Thinking, The National Council for Excellence in Critical Thinking y The International Center for the Assessment of Higher Order Thinking; la International Society for the Study of Argumentation; la Ontario Society for the Study of Argumentation; la International Association for the Study of Controversies; el Institute for the Advancement of Philosophy for Children, el International Council for the Philosophy Inquiry with Children; SOPHIA, European Foundation for the Advancement of doing Philosophy with Children; el Institut de Pratiques Philosophiques.

68 Apoyamos esta afirmación en la revisión hecha de los eventos realizados en los últimos cinco años en: Encuentros Colombianos de Matemática Educativa - Asocolme, Encuentros Escuela Regional de Matemáticas (ERM), Congreso Internacional de Matemática Educativa de la Universidad del Tolima; Congreso Formación y Modelación en Ciencias Básicas en Medellín; Congreso

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

siguientes preguntas: ¿por qué aprender, y enseñar, lógica?, ¿enseñar lógica, enseñar con lógica o ambas?, ¿qué lógica enseñar?, ¿qué enseñar en lógica?, ¿cuáles mediaciones permiten el aprendizaje de la lógica?, ¿cómo enseñar lógica para un ejercicio de la razonabilidad? Y de manera especial, ¿cómo enseñar a aprender y a enseñar lógica para que los futuros maestros en su práctica pedagógica, construyan estrategias encaminadas al desarrollo de la DL?

Por lo anterior, mostraremos que la lógica es una asignatura fundamental para el desarrollo del pensamiento lógico y como tal, debe ser estudiada en todas las áreas del conocimiento. Las facultades de educación, están llamadas a reconocer las tensiones y perspectivas de la DL, debido a su compromiso con la formación de maestros para la educación básica primaria y secundaria. Asimismo, porque el estudio de la lógica en la universidad, requiere un cambio de perspectiva que incluya una mirada razonable de las ciencias y las prácticas pedagógicas en dicho ámbito, de allí que, hablemos de una Didáctica de la Lógica asumiendo el razonamiento abductivo.

3.3.2. Por qué estudiar y enseñar lógica.

En 1982, Peirce señala que un hombre joven necesita una educación intelectual y esta se la brinda la lógica. En consonancia con este pensamiento, (Barrena, 2008) expresa que es necesario aprender y enseñar a pensar si queremos acceder a un pensamiento más eficaz y mejorar nuestros procesos de razonamiento. El alumno debe aprender a razonar abductivamente, deductivamente e inductivamente puesto que de esta manera accede al proceso científico de manera creativa. Convoca a la escuela y la sociedad, para que contribuyan con la formación de personas que sepan pensar críticamente, esto es, enseñarles a utilizar la lógica para razonar con rigor.

Esta enseñanza, a partir del rigor de la lógica en la perspectiva peirceana, consta de diez criterios prelógicos, los cuales hemos resumido, así: (1) sostener que hay una verdad y que el propósito de razonar es verificar la verdad porque (2) esa verdad puede conocerse; (3) se puede alcanzar razonando aunque (4) ese razonar permite alcanzar también el engaño, puesto que (5) el razonar es superior a la intuición y (6) somos conscientes de razonar y de que (7) poseemos una

Colombiano de Matemáticas de la Sociedad Colombiana de Matemáticas y la Universidad Nacional (Manizales); Escuela Nacional de Historia y Educación Matemática, Congreso Internacional Didáctica de la Matemática; una mirada epistemológica y empírica de la Universidad de la Sabana; en los cuales puede verse que tanto en las mesas de trabajo propuestas como en las categorías académicas de participación, en las ponencias y conferencias está ausente la temática de la DL.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

lógica del razonar, pero (8) y como pensamos que esa lógica nuestra es errónea, (9) podemos corregir nuestro método (10) para mejorar la práctica del razonar desde el mejoramiento de la teoría (Peirce, 1902, ps. 3-5). En suma, la búsqueda de la verdad motiva nuestro deseo saber y aunque nos puede llevar a engaños, requiere de un método que nos ayude a confrontar dicho proceso, unido al mejoramiento de la práctica del razonamiento –abductivo–.

Para éste filósofo norteamericano, el conocimiento depende de la experiencia directa y de aquél surgen los perceptos. Estos últimos son construcciones mentales que están más allá de las meras impresiones con evidencia de los sentidos y que no son los *hechos perceptuales* ya que estos son “memorias muy imperfectas de los perceptos” (Peirce, 1902, p. 8). De allí que, los perceptos “constituyen la experiencia propiamente tal, aquello que estoy forzado a aceptar.” (Ibídem, p. 9); de aquí que todo razonamiento depende de los hechos perceptuales.

Así, la lógica, como teoría crítica del razonar, se estudia porque es necesario no sólo conocer el razonar de la vida sino aprender a razonar bien y a evitar los equívocos del razonar, entendiéndose por razonar, “una idea general, a la que, un cierto hábito de la razón, a sugerencia de ciertos hechos, nos induce a creer que pertenece una realización” (Ibídem, p. 11). Si lo recto y lo equivocado son subjetivos, nuestra conciencia ha de ilustrarse bien para mejorar dicha práctica. Además, se puede alcanzar la verdad al razonar, por tanto, ninguna hipótesis es indefinida; de vez en cuando hay ocurrencias que nos llevan a reevaluar dichas hipótesis. Los hechos son lo que son y los razonamientos dependen de ellos y del sujeto que razona para buscar la comprensión de los mismos. Además, la lógica permite el paso de la hipótesis al hecho y de los hechos a nuevas formulaciones con mayor sentido práctico que las hipótesis primeras.

Peirce (1902) advierte que al razonar se utiliza el instinto en la cotidianidad, ya que “los hombres actúan realmente por instinto, y sus opiniones se fundan en el instinto, en el sentido amplio que damos aquí al término” (p.32). El instinto y la experiencia son importantes como primeros indicios del razonar, pero no lo sustituyen. Si bien el hábito es un principio general, también el instinto es un hábito heredado. Si al estudiar lógica, una persona cree que razona, debería revisar el hecho de razonar puesto que no se trata simplemente de pasar de la premisa a la conclusión sin percatarse de la validez del razonamiento.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Incluso aunque se reconozca la *vaguedad y fragilidad* de un razonamiento, este no es fuerte si no se toma conciencia del razonar, pues “la dificultad reside en que los hombres que razonan así no reconocen qué es lo que están haciendo” (Peirce, 1902, p. 34). La mayor parte de nuestro conocimiento proviene del instinto y de esos razonamientos débiles que son instintivos e irreflexibles, pero el verdadero razonar no se realiza inconscientemente dado que la razón es muy superior a cualquier forma instintiva de obtener la verdad. Si el razonar es deliberado, voluntario, crítico, controlado, consciente (Ibídem), entonces lo inconsciente es involuntario, incontrolable, impensable, no se puede criticar, no es un razonamiento y no puede llamarse bueno o malo. “Lo que llamamos razonamiento es algo en lo que estampamos un sello de aprobación racional” (Ibídem p. 35), por tanto, el razonamiento es un acto consciente.

La respuesta de Peirce a la pregunta *¿por qué estudiar lógica?*, también ha sido abordada por otros autores, como Guétmanova, Pano & Petrov, V. (1991), quienes consideran que la lógica ayuda a adquirir habilidades para exponer una problemática, defender las convicciones propias y conducir una polémica y está llamada a contribuir con la formación del sentido de responsabilidad social.

Por su parte, Hernández & Rodríguez (2011) pasan del por qué al para qué de esta ciencia. En su obra, *¿Lógica... para qué?; argumenta, debate y decide racionalmente*, consideran que la enseñanza de la lógica informal en el bachillerato, debe encaminarse al desarrollo de habilidades lógicas que les permitan a estudiantes y profesores, responder interrogantes como: “¿en qué puede servirme a mí la lógica?, ¿cómo puedo evitar ser engañado?, ¿cómo puedo defender mis ideas en un texto?, entre otros, que se plantean a lo largo del texto. La obra incluye temas relacionados con el debate racional y la escritura de un ensayo argumentativo, situaciones lógicas del lenguaje cotidiano y literario, cuestionarios para los estudiantes, entre otros; todo ello centrado, en el desarrollo de habilidades encaminadas a la argumentación, el debate y la toma de decisiones.

Llivina (2000) presenta un texto inédito en el cual hace un análisis lógico de diversos contenidos matemáticos.⁶⁹ Señala que la valoración de las formas de pensamiento se apoya en la

⁶⁹ A propósito de las relaciones entre la matemática y la lógica, es importante decir que en la década de los 90 varios maestros cubanos dieron a conocer dos tomos sobre *Metodología de la enseñanza de la matemática*, en los cuales plantean los lineamientos

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

experiencia cognoscitiva acumulada y en la lógica cuyos razonamientos permiten operar con conceptos, juicios, teorías y ciencias como formas de organización del conocimiento. González (2012a) en su libro “*Enseñar lógica y aprender con lógica*”, se pregunta si se debe enseñar lógica o enseñar con lógica, pues la lógica es la ciencia que estudia las leyes del pensar correcto y por tanto no se aleja de la vida.⁷⁰ Se une a la pregunta del por qué enseñar lógica. Considera que los fundamentos del conocimiento lógico son necesarios para el análisis y resolución de problemas, como la comunicación, su estudio es clave para evitar errores en la actividad humana (2012b).

A propósito de la relación entre la lógica y las matemáticas, Nova (2004) considera necesaria la participación de otras disciplinas, puesto que el estudio de la lógica mejora la comprensión y la argumentación en matemáticas, física, química y biología, además de situaciones no académicas, propias de la vida del estudiante. Pérez (2004), les pregunta a sus estudiantes ¿para qué aprender lógica? y estos argumentan, entre otras, para razonar, pensar, reflexionar, comprender, mejorar el desempeño escolar, desarrollar habilidades y ponerla en relación con sus vidas.

En efecto, Ramírez (2004, p. 207), al relacionar la enseñanza de la lógica con los modelos académicos, resalta que la lógica juega un papel central en el desarrollo de las habilidades de los estudiantes. Alcocer (2004) propone que en la carrera de economía se ofrezca un curso de lógica, pues aprender lógica matemática es útil para el estudio de la economía. Colot (2004) muestra cómo los videojuegos son medios interactivos que contribuyen con el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes, ya que pueden realizar procesos metacognitivos. Para Hurtado (2007), el valor

y directrices básicos para dar rigor y científicidad a la enseñanza de esta disciplina. No obstante, no se toca allí la lógica ni su metodología de enseñanza. Estos textos, al igual que *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática* de Werner Jungk, *Complementos de metodología de la enseñanza de la matemática* de W. Zillmer y *Metódica de la enseñanza de la matemática* de D Erdmann, se constituyeron en la base de la maestría en didáctica de la matemática que el autor de esta tesis cursara en La Habana.

⁷⁰ Al final de su obra, menciona varios libros escritos en Cuba para apoyar la enseñanza de la lógica, así como programas para la enseñanza de la lógica. Algunos de los libros, son: *Lecciones elementales de lógica* (Fiou, 1901); *Lógica moderna inductiva y deductiva* (Morán, 1913); *Lógica elemental* (Fernández, 1924); *Lógica elemental* (García, 1943); *Lógica elemental* (Talleda, 1943) y *Lógica* (Piñera, 1952). Y en el caso de los programas, hace una mención especial de José Martí (1992). Este escritor cubano en el tomo 25 de sus obras completas escribe *Nociones de lógica*; texto en el cual aporta sus propias reflexiones y comentarios didácticos a un texto traducido de W. Stanley Jevons, D. Apleton (1885). En dicho tomo se muestra cómo la lógica enseña el razonamiento correcto sobre las cuestiones naturales y científicas para dar sabiduría y poder a todos los que la practican para “evitar equivocaciones que pudieran ser fatales y descubrir los medios de poner en práctica cosas que habían venido pareciendo imposibles. (Martí, 1992, p. 216). Sin duda que Martí sin ser un lógico aporta elementos que revelan la lógica como una disciplina necesaria en todos los campos de la vida.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

formativo de la enseñanza de la lógica y la ética, les permite a los jóvenes adquirir herramientas intelectuales que contribuyen con una mejor sociedad, "la lógica le brinda al ciudadano las herramientas para realizar una vigilancia epistémica de los discursos de los grupos de poder" (p. 15).

Otros autores, como Carnap, (1935); Morado & Rivera (1998); Campirán (2003) refieren que la lógica es arte. El primero, se pregunta si la lógica es un arte o una ciencia, pues la función de la lógica es "analizar todo el conocimiento, toda aseveración de la ciencia o de la vida cotidiana [...]" (p. 294). Los segundos expresan, que una persona educada requiere una serie de conocimientos, disposición y habilidades, como son: distinguir los actos de habla, reconocer los usos del lenguaje, tener una opinión razonada de la lógica, en tanto, disciplina filosófica, rama de las matemáticas y ciencia, entre otros. Aprender lógica significa estar dispuestos a razonar correctamente, de tal manera que sus procedimientos se realicen de manera consciente y estén abiertos a la autocritica (Peirce, 1901), de allí su relación con la ética. La DL, debe superar el proceso de razonamiento deductivo e inductivo, de modo que la lógica comience a tener un lugar en la abducción. Esta última, hace posible la aplicación del conocimiento y la posibilidad de incluir ideas nuevas para la ciencia (Nubiola, 2001, p. 3).

En este primer análisis, los autores que asumen la lógica como arte y ciencia, se convierten en un referente para esta investigación. Sus postulados comienzan a llamar la atención en relación con el lugar de la lógica y su enseñanza, en la vida de los sujetos y de manera especial, los aportes que la DL puede realizar al mundo de la vida de los jóvenes y la sociedad.

3.3.3. ¿Qué lógica enseñar y cuál es su relación con el proceso de pensamiento?

De acuerdo con (Guétmanova, Petrov & Panov, 1991), "la lógica contemporánea es una ciencia en desarrollo intensivo, que comprende la lógica dialéctica y la lógica formal" (p.179). ¿Existe una lógica formal con pensamiento dialéctico? ⁷¹ Este último es propio de la lógica

⁷¹ A lo largo de la historia han existido diferencias, tensiones y acuerdos entre lógica formal y lógica dialéctica que pueden ser estudiados en Ilienkov (1984), Kopnin (1983), Andréiev (1984) y Kedrov (1985); no obstante, consideramos positivo rescatar los acuerdos entre ellas con fines didácticos dado que contribuyen a la resolución de problemas prácticos y al desarrollo de la personalidad.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

dialéctica y esta última, en un principio fue entendida como negación de la lógica formal, concepción que fue superada más tarde, de allí que, para algunos pensadores, la lógica formal aristotélica fue subsumida por la lógica dialéctica.” (Soto, 2006, p. 12). Es por ello, que la lógica dialéctica creada por Hegel y cuyas tesis nacen con Heráclito y Aristóteles, “centra la atención en el descubrimiento de las fuentes del desarrollo, entendiéndose por este la contradicción dialécticamente interpretada” (Guétmanova, Petrov & Panov, 1991, p. 187).

Hegel (1982) en su *Wissenschaft der Logik* traducido como *Ciencia de la Lógica*, señala que la lógica clásica es una lógica de operaciones y determinaciones del pensamiento, mientras que "su lógica pretende ser, a la vez, una extensión de los dominios de la lógica clásica y una restauración de la lógica verdadera" (Velarde, 1974, p. 139). La lógica formal y la lógica dialéctica se complementan (Woods & Grant, 2002, p. 20). Algunos dicen que una está por encima de la otra, nosotros sostenemos la necesidad de integrarlas. La lógica formal sirve "exclusivamente para comprobar la corrección de los juicios analíticos, es decir, de los actos de exposición verbal de las representaciones ya acabadas que existen en el cerebro" (Iliénkov, 1984, p. 91) mientras que la lógica dialéctica “estudia el pensamiento desde el ángulo de su relación con el mundo objetivo, estudia las leyes de su movimiento hacia la verdad objetiva” (Hopnin, 1983, p. 128).

Camacho (1978) precisa que no hay razón para hacer distinciones entre la lógica formal y la dialéctica, pues la lógica moderna tiene sus propios mecanismos para poner a prueba sus presuposiciones y cuestionar sus fundamentos. La dialéctica más que ficción, es “la ciencia de las formas de nuestro pensamiento, en la medida que éste no se limita a los problemas cotidianos de la vida y trata de llegar a una comprensión de procesos más amplios y complicados" (Trotsky, 1975, citado en Woods & Grant, 2002, p. 14), además se le reconoce como “la ciencia de las leyes más generales del desarrollo de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento humano” (Hopnin, 1983, p.13).

De acuerdo con (Hernández & González, 2014), “el pensamiento lógico constituye un nivel superior en la actividad cognoscitiva del hombre” (p.13), ya que le permite razonar de manera consciente cada situación, conocer la esencia de los fenómenos y a partir de ellos adquirir nuevos conocimientos. Contribuye con el establecimiento de relaciones entre los objetos de estudio y la

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

solución de problemas. Los conceptos y operaciones lógicas que intervienen en este pensamiento, además de su carácter mediato, generalizado y abstracto, le exigen al sujeto habilidades como la orientación, manejo de leyes lógicas, producción de operaciones lógicas, producción de hipótesis y deducción (González, 2008).

Para autores como (Woods & Grant, 2002), un prerrequisito del pensamiento científico es la capacidad de hacer abstracciones que consiste en considerar ciertos aspectos de un objeto que llaman nuestra atención, dejando de lado otros para ir más allá de la percepción sensorial. Así, el tránsito entre lo abstracto y la práctica, nos permite avanzar hacia “el conocimiento dialéctico de la verdad, del conocimiento de la realidad objetiva” (Woods & Grant, 2002, p. 4). Según Lenin (1961), el pensamiento, en su paso de lo concreto a lo abstracto, no se aleja de la realidad, sino que se acerca a ella.

En efecto, para Hernández & González (2014) los procesos⁷² que forman parte del pensamiento lógico son: definir, identificar, caracterizar, comparar, clasificar, recodificar, demostrar, describir, explicar, justificar, argumentar y valorar; y abducir, agregaríamos nosotros. Su aprendizaje se puede convertir en un contenido de la clase de lógica y su didáctica. Así, el contenido al ser reconfigurado a partir de un hecho cotidiano y un objeto de estudio de la lógica, convierte a los estudiantes en protagonistas de su proceso de conocimiento. Asimismo, el método abductivo al contar con tres fases para su desarrollo, como son la abducción, deducción e inducción, también incluye una serie de procesos de pensamiento, tales como: la observación, abstracción, razonamiento, y argumentación (demostración, refutación y explicación), los cuales se aplican en el proceso de obtención y verificación de hipótesis abductivas.

Así las cosas, la enseñanza de la lógica dialéctica funge como una posibilidad para que los estudiantes se acerquen a la comprensión de la ciencia y desarrollen su pensamiento lógico. Los estudios de lógica y su enseñanza, también encuentran en el método abductivo la posibilidad de

72 Sánchez (2001) se refiere a estos procesos de pensamiento: observación, descripción, comparación, clasificación, relación, conceptualización, verificación de hipótesis, resolución de problemas, categorización, análisis, interpretación, razonamiento, argumentación, contrastación de teorías. Mientras que Feuerstein (1998) destaca estas operaciones mentales: diferenciación, representación mental, transformación mental, comparación, clasificación, codificación, proyección de relaciones virtuales, análisis síntesis, inferencia lógica, razonamiento analógico, razonamiento hipotético, razonamiento transitivo, razonamiento silogístico, razonamiento divergente y razonamiento lógico.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

poner a los estudiantes en contacto con la lógica de la abducción. Por consiguiente, el pensamiento dialéctico y el abductivo se articulan por medio de una estrategia didáctica que promueve en los futuros maestros de lógica y matemática, un proceso de razonabilidad que les permite desarrollar las siguientes habilidades de pensamiento: observación, identificación, abstracción, razonamiento (inducción, deducción, abducción), interpretación, argumentación (demostración, refutación y explicación) resolución de problemas y evaluación de hipótesis.

En síntesis, una DLA requiere una lógica más abierta que las lógicas deductivas que posibilite el descubrimiento en la ciencia⁷³ y empodere a un maestro interesado en buscar la verdad⁷⁴; una lógica de contextualización que valore los hechos y los enunciados abducibles, y, en consecuencia, valide una verdad a partir de otra (Soler, 2012; Hoffmann, 1998); que posibilite, como lo dice Peirce, la generación de buenas conjeturas para el descubrimiento científico (Mattar, Palmés & Femenía, 2006). Una DLA que tenga como uno de sus fines el devolver la fe y la confianza al estudiante en la verdad de la demostración realizada (Russell, 1966; Aliseda, 2015); que valide la estética y la imaginación (Barrena, 2015). Esta DLA requiere un método abductivo que muestre cómo generar hipótesis explicativas y cómo seleccionar la mejor según algún criterio.

3.3.4. ¿Qué le aporta el método abductivo a la didáctica de la lógica abductiva –DLA–?

Dice Peirce (1901;1903), que la abducción es una ensalada cuyos ingredientes son su falta de fundamento, su ubicuidad y su confiabilidad, no obstante, su importancia radica en que sugiere un enunciado nuevo que, al no probarse, se convierte en una conjetura. La abducción sugiere algo que puede ser o no, de allí que su nivel de enajenación y duda, nos obligue a ponerla en forma interrogativa. Existen dos tipos de abducción. La primera, es un razonamiento ampliativo cuya conclusión explica alguno de los eventos descritos en las premisas y cae en la falacia de la

⁷³ Para Peirce (2005), la ciencia no es un cuerpo de conocimientos establecidos ni acabados sino la “efectiva ocupación viva de un grupo efectivo de hombres vivos. Ciencia es lo que hacen los científicos, que no uno solo, cuando conscientes de la posesión de un saber sienten un deseo profundo de saber la verdad para el cual combinan un método experimental con el juego de la imaginación (Mattar, Palmés y Femenía, 2006).

⁷⁴ La verdad en Peirce depende de lo que un individuo pueda pensar en determinado momento, tanto la verdad como la ciencia tienen un carácter cooperativo y falibilista; “la verdad será para Peirce aquella opinión final en la que todos los investigadores coincidan” (Barrena & Nubiola, 2013, p. 32).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

afirmación del consecuente o *modus ponens inverso* (1878). En la segunda, la abducción es el proceso de formación de hipótesis a partir de un hecho, fenómeno u observación que requiere explicación; “el hecho sorprendente C es observado; pero si A fuera verdadero, C resultaría obvio, por ende hay razones para sospechar que A es verdadero” (p. 6) y que puede ser inferido abductivamente. Esta segunda forma de abducir, predomina en este trabajo de investigación, sin que esto impida analizar otros planteamientos cercanos a la abducción.⁷⁵

La abducción nos permite establecer un vínculo con lo que pasa, tiene como punto de partida los hechos y, de ellos, se infieren sus posibilidades, por tanto, cabe en la forma modal de la posibilidad y hace plausible un hecho sorprendente al considerarlo hipotéticamente como el resultado de aplicar una regla determinada a un caso concreto (Castañares, 1994; De Gortari, 1972) ya que “consiste en examinar una masa de hechos y permitir que esos hechos sugieran una teoría” (Peirce, 1905; citado en Barrena, 2012, p. 6). Además “[...] la abducción es una importante clase de inferencia hipotética usada por ejemplo para explicar hechos e inventar teorías e hipótesis” (Magnani, 2009, p. 395).

Thagard (1978) señala que hay tres formas de abducción: hipercodificada si existen elementos indiciales referidos a una única regla, hipocodificada si existen elementos indiciales que pueden ser equívocos y por lo tanto evocar diferentes reglas para explicar un fenómeno y creativa si las señales o indicios no denotan ninguna regla. En este último caso, la regla que nace puede darse por analogía. La abducción, además de creativa, puede ser evaluativa, entendida como "el proceso inferencial por medio del cual se establece la mejor explicación y también se evalúan hipótesis" (Magnani, 1998; citado en Rodríguez, 2005, p. 94).

Según Bundy (1990) la abducción se da en el momento que se conoce un suceso "A" y se sabe que tanto B como C implican A, entonces se puede inferir B o C como hipótesis alternativas

75 Nos referimos a la abducción como falacia de afirmación del consecuente, una inferencia a la mejor explicación (Cresto, 2002), la inducción por eliminación (Harman, 1965), inferencia teórica (Magnani, 2001), el silogismo disyuntivo con premisas inciertas (Josephson, 1994), el método de hipótesis o las inferencias hipotéticas, un método para formar predicciones (Peirce, 1974), proceso para evaluar la sorpresa (Nubiola, 2008), explicación de las presuposiciones (Mancuso, 2004), operación lógica por la que surgen hipótesis novedosas en la ciencia; subsunción de un caso bajo una clase (Bar, 2001), proceso psicológico para interpretar un acto lingüístico (Eco, 1990), inferencia racional sujeta a condiciones (Génova, 1996), entre otras.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

posibles, luego se trabaja en B y en C para retirarlas o afirmarlas como hipótesis. El suceso A es, en primera instancia, inexplicable o sorprendente. La abducción relaciona lo observable (el efecto) con algo distinto (la causa) que posiblemente nunca será observado (Bar, 2001). Así, la abducción como proceso para enfrentar un hecho inexplicable involucra tres categorías: el hecho sorprendente, la causa posible y la regla. Popper (1980) advierte que una cosa es la concepción de una idea nueva y otra el examen lógico de dicho surgimiento.

En palabras de Peirce (1970), hechos sorprendentes son “hechos muy diferentes de todo lo observado” (p. 79), pues requieren un cambio en el hábito racional, es decir, una explicación. Un hecho sorprendente puede ser un hecho anómalo, novedoso, irregular, contradictorio, inesperado, raro, extravagante, diferente, clandestino, excepcional, inexplicable, o, en todo caso, un hecho que dada su condición de sorprendente requiere explicación. Para Peirce este tipo de hechos, dice Fan (1970), pueden ser: hechos no observables pero observables en el futuro, hechos observados por alguien e imposibles de ver puesto que están en el pasado, o hechos inobservables en la práctica ya que están más allá de la percepción directa.

Polanyi (1964, 1968) relaciona la abducción con “el conocimiento tácito” dado que conocemos algo cuando somos capaces de utilizar la experiencia para involucrarnos personalmente en alguna acción que relacione dicho conocimiento. Casos análogos ocurren en la matemática cuando planteamos ecuaciones cuya resolución exige de restricciones que pertenecen al ámbito experiencial de quien las resuelve. O en el arte (Repetto, 1920; Lipps, 1923) cuando observamos una obra⁷⁶ e intentamos interpretar la posible intención del creador, con la idea de alcanzar una mejor apreciación estética. En ese vivir la obra, análogo a vivir una ecuación, un problema o una demostración, depositamos el alma en aquello que nos mueve y nos acercamos a la teoría desde nuestras abducciones (Peirce, 1903), presuposiciones (Polanyi, 1964) y prejuicios (Gadamer, 2004). En todo caso, el conocimiento proviene de nuestra necesidad de ver, percibir, sentir y

⁷⁶ El *der Einfühlung* en la Estética de Lipps, traducido como "proyección sentimental", "introyección afectiva", "intropatía" o "endopatía" (endo: hacia adentro y pathos: sufrimiento o sentimiento) "es aquel acto por el que nosotros, al contemplar las cosas, establecemos con ellas una mutua corriente de influjos, una especie de endósmosis, por la que, a la vez que les infundimos nuestros propios sentimientos, recibimos de su configuración y de sus propiedades determinadas impresiones" (Repetto, 1920, p. 32).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

conocer objetos sensibles de cognición, que pertenecen a diferentes ámbitos de la ciencia, la cultura y la sociedad.

Magnani (2001), para quien la abducción puede ser creativa o selectiva, coincide con Peirce respecto a las tres etapas del proceso abductivo: 1. conjetura inicial, se introduce un conjunto de hipótesis plausibles; 2. deducción para analizar las consecuencias de estas hipótesis; 3. inducción para contrastar las hipótesis con la información disponible, refutar todas menos una. Al proceso de seleccionar la mejor explicación para un fenómeno, Thagard (1988) aporta el concepto de consiliencia⁷⁷ como el indicador que permite cuantificar la correspondencia entre la hipótesis explicativa y la evidencia. Este indicador busca la explicación de un hecho mediante la unidad de varias disciplinas y convierte a la lógica abductiva en una lógica contextualizada.

Enseñar a razonar, significa crear las condiciones de posibilidad (Barrena, 2012, p. 14) para que los estudiantes imaginen nuevos problemas y estén en condiciones de comprender los descubrimientos de la ciencia, con la ayuda de la abducción. Esta última, "concede al sujeto un *máximum* de libertad para explicar verosímelmente lo inexplicable" (Castañares, 1994, p. 153); libertad para imaginar la verdad y buscarla. La imaginación es la "habilidad del individuo para reproducir imágenes y conceptos derivados originalmente de los sentidos básicos, pero reflejados ahora en la propia consciencia como recuerdos, fantasías o planes futuros" (Singer, 1999, p.13, citado en Barrena, 2012, p. 13). Si la imaginación prevalece en la clase de matemáticas, el futuro maestro podrá construir nuevas formas de enseñanza, incentivadas por la formulación de un hecho sorprendente. No todos los hechos son sorprendentes,⁷⁸ pues la sorpresa depende de la capacidad

77 Para Whewell (1840) es "un saltar juntos del conocimiento mediante la conexión de sucesos y de teorías basadas en hechos de varias disciplinas para crear un terreno común de explicación" (Grignon, 2005, p. 296); según el diccionario Oxford, es "el traspaso de las causas y efectos de una rama del saber a otra"; Wilson (1999) propone la *consilience* (término inglés sin traducción en lengua española, pero se acepta consiliencia como equivalente) en la búsqueda de confluencia entre las ciencias humanas, naturales y sociales.

78 Francis Bacon, en su *Novum Organum* (1620), analiza 27 hechos privilegiados que pueden ser: solitarios, de migración, indicativos, clandestinos, constitutivos, conformes, excepcionales, de desviación, limítrofes, de potencia, de concomitancia y hostiles, adjuntivos, de alianza, de la cruz, de divorcio, de la puerta, de citación, del camino, de suplemento, de dirección, de la vara, de la carrera, de la naturaleza, de la lucha, significativos, polycrestos y mágicos. Aunque allí se refiere más a las ciencias naturales, conviene destacar los hechos *clandestinos*, los *excepcionales* y los *de desviación*; dada su semejanza con los hechos sorprendentes. Los hechos excepcionales, así como los clandestinos hacen penetrar en las profundidades y en la unidad de la naturaleza pero han de estudiarse con cuidado para evitar la interpretación ligera que se hace a veces de ellos; el hecho excepcional solo se parece a sí mismo, como el sol entre los astros; los hechos de desviación "son errores de la naturaleza, aberraciones y monstruos en que la naturaleza se aparta y desvía de su ordinario curso" (Bacon, p. 79); estos posibilitan el paso de los milagros de la naturaleza a los milagros del arte puesto que "el conocimiento de un solo error, abre el camino a multitud de errores y desviaciones" (ibídem). Bacon convoca a la búsqueda de la causa de la clandestinidad, la excepcionalidad y la desviación para fundamentar su análisis.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

sensible e imaginativa del sujeto. Si no hay un hecho sorprendente, la abducción espera que la imaginación vuelva a pasar por la mente de quien indaga el mundo.

Mientras Peirce (1901) considera que la inducción es una forma de razonamiento que parte de una muestra para extender la conclusión a la parte entera,⁷⁹ Bacon (1620), recomienda la *eucatalepsia* - arte de juzgar con acierto, ofreciendo ayuda a los sentidos y a la inteligencia, frenando la *acatalepsia* -lo que no puede ser comprendido- y dando fuerza a la inducción.⁸⁰ Le recomienda al investigador: identificar todos los hechos que puedan conocerse sobre la propiedad (p. 52); buscar los hechos posibles en los que no se encuentre la propiedad; construir una tabla de comparación con los hechos [...]; y elaborar una tabla de exclusiones y de separación que dé cuenta en cuales sujetos y en qué medida se da la propiedad observada; y finalmente, escribir el resultado de los hallazgos. Concluye que la lógica instruye el espíritu y le enseña a superar las abstracciones vanas para penetrar en la realidad de las cosas y los actos (p.52).⁸¹

Con todo y lo anterior, se infiere del método abductivo que el proceso científico e investigativo empieza con un hecho sorprendente que fecunda la imaginación y provoca una abducción apoyada en la experiencia y los conocimientos previos del sujeto en busca de la formulación de una hipótesis. Dicha hipótesis en tanto explica los hechos, debe ser probada por la deducción y comprobada experimentalmente por la inducción. Esto se puede sintetizar, así:

Tabla 6: Proceso científico e investigativo para generar una hipótesis abductiva.

Operación	Fase	Función	Características
-----------	------	---------	-----------------

79 La inducción como razonamiento que origina un juicio probable, puede ser completa o incompleta; en la primera se estudian todos los objetos del fenómeno observado mientras que la segunda se aplica cuando se saca una conclusión sin observar todos los casos. La incompleta puede ser popular, si dado un indicio reiterativo en varios objetos y no hay un caso contradictorio se da la conclusión de que tal indicio es propio de todos los objetos (Guétmanova, Panov & Petrov, 1991); la inducción que analiza los objetos más típicos, seleccionados metódicamente; y la inducción científica. Esta última “se basa en el establecimiento del nexo causal, el más importante de los nexos necesarios” (Ibídem, p. 139); se apoya en el conocimiento de los indicios necesarios del objeto. Esta forma de razonamiento permite la formulación de juicios universales.

80 Bacon (1620) es el primero en sistematizar el argumento inductivo en el conocimiento científico; para él, la lógica era inútil para el descubrimiento científico y por eso crea una lógica para este fin; “es una mala inducción la que deriva principios de las ciencias de una simple enumeración, sin hacer las exclusiones y las soluciones, o las separaciones de naturaleza necesaria” (Bacon, 1620, p. 18); la inducción posibilita el descubrimiento, pero no como producto de la casualidad ni del instinto “debe esperarse invenciones más numerosos, mejores y más frecuentes de la razón, de los esfuerzos del arte y de espíritus bien dirigidos que los persigan” (Ibídem, p. 36).

81 Incentivar en los futuros maestros, la formulación de preguntas en la clase de lógica y matemática, es clave pues contribuye con un proceso de *inducción abductoria*. Esta ocurre cuando a partir de una pregunta por un objeto observado empieza un proceso de indagación que busca en la mente las características generales observables en relación con las características que exhibe el objeto observado (Peirce, 1901).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Abstracción	Abducción	Generación original	Descubre, retrodice, explica; es instintiva, plausible, extensiva y dinámica. Parte de un hecho sorprendente; es el componente emotivo del pensamiento.
Generalización	Deducción	Elaboración lógica	Prueba, deriva, determina, aplica, confirma, justifica o valida; es estática, confiable y objetiva; es el componente formal del pensamiento.
Restricción	Inducción	Confirmación (o falsación)	Comprueba, predice, aplica, confirma, expande; es corregible y probable; es el componente habitual del pensamiento.

Fuente: Elaboración propia a partir de los planteamientos de Peirce (1901a).⁸²

De acuerdo con lo anterior, *las operaciones mentales* incluyen la abstracción, la generalización y la restricción. En la primera, se concentran los rasgos relevantes del fenómeno que posibilitan el planteamiento de la hipótesis. En la segunda, se da más importancia a la relación entre la causa y el efecto, que deben permanecer en el proceso de comprobación de la hipótesis. Y en la tercera, se fijan las restricciones para evitar el error o la inclusión de campos en los que no tiene lugar la hipótesis abductiva. *Las fases*, tal como lo hemos mostrado en la tabla, están en relación con una *función*. La abducción, por un lado, intenta explicar lo hallado, y por otro, busca su originalidad. Este procedimiento debe ser comprobado mediante la deducción, en tanto, proceso lógico que permite la generalización de un principio o regla. Y este último, podrá ser confirmado o refutado, mediante la inducción. *Las características*, recomiendan un enfoque que se pregunta por qué lógica enseñar y cuál es su relación con los procesos de pensamiento de los estudiantes –recuérdese el apartado que precede a este tema–.

Este proceso científico e investigativo, ha sido reflexionado por Barrena (2003; 2004; 2007; 2012; 2015),⁸³ quien señala que el método abductivo, se constituye en una de los aportes de este

⁸² Peirce, Ch. (1901a). *El Tratamiento de las Hipótesis* (Trad. Roberto Narváez, 2009).

⁸³ Además, existen otros filósofos y científicos dedicados a la posibilidad del conocimiento desde la teoría peirceana, como son: Nubiola (2001) Samaja (2006), Bolumburu (2006), Bar (2001), Rodríguez (2005), Eco (1992), Zanotti (2010), Henao Ciro (2010, 2012, 2014, 2015), Moreno (2014, 2015), entre otros, muestran la importancia de la abducción en los descubrimientos científicos y en la educación. Aliseda (2006, 2007), Gabbay & Woods (2005), Flach & Kafas (2000), Lachice (2000), Meheus (2007), Ramírez (2012) reafirman la esencia de la lógica abductiva de Peirce y su incidencia en la ciencia cognitiva. Johansen (1998), Nubiola (1998), Anderson (1987), Jappy (1998) estudian la relación entre abducción y literatura. Álvarez (2006), Eco (1990), Bravari (2006), Visokolskis (2006) investigan los nexos entre abducción y comunicación. Oostra (2006), Zalamea (2008), Henao (2010) se dedican a investigar las relaciones con la matemática. Magnani, (2001) y Douglas Niño (2001) relacionan la abducción con la medicina. Kalas & Kowaqsky (1993), Thagard (1993), Aliseda (1998) y Lara (2006) investigan la incorporación de la abducción como

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

pragmatista científico al campo educativo. La educación “debe buscar la formación de seres humanos cabales, con capacidad de pensar por sí mismos, con mirada crítica y con la facultad de comprender los logros y los sufrimientos ajenos” (Barrena, 2012, p. 2). En este empeño, la *educación pragmatista* es considerada como una teoría del aprendizaje, que, apoyada en la experiencia, le permite al sujeto pasar de la duda a la creencia, de esta última a la práctica, y así llegar a la razonabilidad de sus pensamientos y acciones. El pragmatismo peirceano, “puede ser aplicado en las aulas proporcionando un enfoque de la enseñanza que ponga el énfasis tanto en lo racional como en lo imaginativo, en lo lógico y en lo creativo, que están indisolublemente unidos en su noción de abducción” (Barrena, 2012, p. 2). Esta perspectiva, le exige al maestro y sus estudiantes, tener en cuenta que: 1) la ciencia es una actividad dinámica; 2) no es un todo acabado; 3) promover el espíritu científico en la busca de lo nuevo; 4) ser flexibles en esta búsqueda; 5) y luchar contra la monotonía y la rutina, fomentando en los estudiantes actitudes científicas como curiosidad y asombro.

En consonancia con lo anterior, Hernández (2007), propone una enseñanza de la lógica no monotónica integrada con la psicología y la epistemología genética de Piaget. Su iniciativa implica el uso de estrategias de razonamientos deductivo, inductivo, abductivo y analógico. Apoyado en (McCarthy, 1980), recomienda experimentos relacionados con la exploración para la construcción de la conjetura y la circunscripción de una regla. Esto significa que es posible presentar a los estudiantes una situación sorprendente que los motive a la producción de una hipótesis explicativa, de modo que surja una situación nueva y logren la generación de un razonamiento abductivo multicausal. Concluye que este tipo de estrategias, además de promover una racionalidad clásica, les enseña a los sujetos una racionalidad abductiva, propia de las lógicas no monotónicas.⁸⁴

Asimismo, Aliseda (2006) resalta la importancia de la lógica en la formación del ser humano y su educación científica en diversas áreas del conocimiento. Chapa (2007) muestra un camino abductivo al considerar la evidencia de la experiencia y los conocimientos como requisitos

proceso en la computación. Hamad (2009) muestra la necesidad de estimular el pensamiento científico de estudiantes de química por medio de la abducción a partir de un hecho sorprendente.

⁸⁴ Aunque esta estrategia, la de McCarthy (1980), fue desarrollada con niños, pensamos que experiencias de este tipo se pueden fomentar en la enseñanza secundaria y superior, con el fin de enseñar lógica y enseñar con lógica.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

fundamentales para el razonamiento con base en los aportes de Aristóteles y Descartes. Artigas (1992) relaciona las tres fases del método abductivo con tres posibilidades, como son: construcción de teorías, diseño de experimentos y evaluación de la verdad. Cresto (2002) señala tres contextos en este proceso de formación de hipótesis: de descubrimiento relacionado con la abducción; de justificación que tiene que ver con la contrastación de hipótesis; y de prosecución, entre el descubrimiento y la justificación, que tiene que ver con la consideración de que la hipótesis es apta para ponerla a prueba. Moreno y Carvajal (2015), proponen la construcción de una estrategia didáctica para la formación de maestros investigadores, a partir de la teoría de la abducción.

En suma, la abducción podría convertirse en un proceso de formación alternativa para la enseñanza de la lógica y su didáctica, por las siguientes razones: la práctica pedagógica temprana del futuro maestro, se convierte en un semillero de investigación, pues los acontecimientos del aula, le exigen aguzar su mirada y sentidos, en busca de indicios, equívocos y señales que le sugieren la emergencia de un hecho sorprendente. Identificar un hecho y darle el tratamiento que los teóricos de la abducción y los didactas recomiendan, actualiza y confronta sus saberes, en busca de la formulación de una hipótesis abductiva. Esta última, al tener como punto de partida la imaginación y estar apoyada en su experiencia, promueve operaciones mentales, en las que tiene lugar la abducción, deducción e inducción. Este proceder abductivo, puede tener como mediación didáctica una ecuación, un problema, un texto literario, la lectura de un artículo de investigación; en suma, lo que acontece en el aula, ha de convertirse en un aprendizaje para la vida. Esto significa, hacer razonables nuestras acciones, en busca de una educación pragmatista que les brinde a los sujetos *la capacidad de pensar por sí mismos* (Barrena, 2012, p.2) y compartir la alegría y tristeza ajenas. Esto nos muestra la necesidad de implementar una enseñanza de la lógica abductiva en las facultades de educación y la educación media, dada su importancia en los procesos de creación e investigación científica y la formación del espíritu de indagación de estudiantes y profesores.

3.3.5. En busca de una estrategia didáctica para la enseñanza de la lógica.

En este trabajo de investigación se asume la abducción, como elemento fundamental de la razonabilidad. Entendiéndose por esta última, “el proceso interhumano y abductivo que le permite a una persona establecer conexiones dialógicas desde lo que es, lo que siente, lo que lee y lo que

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

piensa [...]. El ser capta el mundo a través de los sentidos, la imaginación y la razón, y se muestra más razonable en el discurso de su acción” (Henao y Moreno, 2015, p.236-237). A la razonabilidad se une la experiencia estética del maestro de lógica y su aprendiz. Dicha experiencia es posible, gracias a la lectura de textos literarios y científicos que, al hacer parte de una estrategia didáctica, promueve en los futuros maestros de matemáticas y lógica, el proceso científico e investigativo para la generación de hipótesis.

Por lo anterior, el formador de formadores, tiene la tarea compleja de enseñar a enseñar y aprender a aprender de los futuros maestros. Esta perspectiva, tal como se muestra en la siguiente tabla, significa pensar una Didáctica de la Lógica Abductiva –DLA– como un proceso estético y razonable.

Tabla 7: La razonabilidad en la lógica en busca de una experiencia estética y didáctica.

El maestro y el estudiante de matemática y física: sujetos de saber en la DLA–			
Maestro y estudiante Investigadores	Maestro universitario	Maestro en formación	Estudiante de secundaria
Lógicas para la Razonabilidad: dialéctica, abductiva, formal, fluida, cuántica y de la imaginación	Enseña a enseñar Enseña a aprender Enseña lógica Enseña con lógica	Aprende a aprender Aprende a enseñar Aprende con lógica	Aprende a aprender Aprende a vivir Estudia con lógica
Lectura de textos literarios y científicos en busca de hecho sorprendente y una hipótesis abductiva			

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla anterior, el maestro y el estudiante, enfrentados a la matemática, son los sujetos que ponen en movimiento el proceso didáctico abductivo. Su lugar en los diferentes niveles de la educación –secundaria y universitaria– tiene como punto de encuentro la investigación, pues la idea es que esta última se promueva en todos los niveles de la educación. No obstante, el trayecto formativo de los mismos, tiene unas particularidades, debido a las relaciones que establecen con la cultura, la sociedad y la familia. Además, estas prácticas de la vida cotidiana, también tienen una injerencia en los modos de ser y hacer de dichos sujetos. Así, aprender a aprender, es una experiencia que se emprende durante toda la vida. Sin ella, sería casi imposible, aprender a vivir, de allí la importancia que tiene partir del contexto de los estudiantes y de esta manera, llevarlos a una reflexión donde la lógica tenga sentido para sus vidas.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

El maestro en formación, igual que el estudiante de secundaria, aprende a aprender, pero el primero al ubicarse en el lugar de sujeto pedagógico en relación con la enseñanza de las ciencias – lógicas para el desarrollo de la razonabilidad–, avanza por tres horizontes, así: i) recorre el camino de aprender a aprender de sí y los otros; ii) aprende a enseñar, acudiendo al estudio y la puesta en escena de diferentes estrategias didácticas para hacer traducible el saber de las ciencias y el arte – en este caso, la lógica y la literatura–; iii) y reconfigura una lógica, que fortalece el aprender a aprender y el aprender a enseñar.

El maestro universitario enseña a enseñar, por tanto requiere una didáctica de la lógica. Esta disciplina, lo insta a un proceso de enseñanza en el que aprende el lugar que tiene la forma, el contenido, los medios, la evaluación, y el método –abductivo–, en las ciencias y el arte de la enseñanza de la lógica y la literatura. Adquiere paulatinamente un hábito en el que la enseñanza de la lógica se despoja de las creencias que en algún momento le impiden, ver su horizonte y el de los otros. La búsqueda de nuevos horizontes para la enseñanza de la lógica, lo impulsa a reconocer las iniciativas que lógicos y didactas han emprendido, con el propósito de articular y ampliar el estudio de ambos campos.

Este horizonte de sentido, tiene unos antecedentes que muestran la importancia del estudio de la lógica y su enseñanza. Al respecto, De Bono (1993) estudia la percepción, las creencias y las verdades locales. Retoma el principio Heraclíteo del "todo fluye", de la lógica fluida. Si ejecutamos una acción, conscientes de a dónde nos conduce, podemos elegir no hacerla si no nos lleva a alguna certeza en lo que estamos buscando; esta forma de proceder es abductiva en la medida que, conocida una consecuencia en lo cotidiano, lo literario o lo científico, podemos determinar el antecedente. Grompone (2003), apoyado en teorías como el yin y el yang; en autores como Oscar Wilde; Freud; Hegel; en la lengua aymará de los sufijos pi y ki; en la lógica cuántica de Neumann & Birkhoff; entre otras, propone las relaciones entre la lógica y la realidad material. Reconoce la influencia de la lógica dialéctica para dotar de sentido el devenir, la mutabilidad y "la penetración de contrarios en el acontecer" (p.158).

Flores & García diseñan en 2004, un proyecto curricular para desarrollar el pensamiento crítico y creativo a través de preguntas de investigación, la formulación de hipótesis y principios

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

como la generalización, entre otros. Morales (2004) apoya a estudiantes que tienen dificultades con la lógica, especialmente, en aquellos casos en los que deben argumentar. Un año después, Morado (2005), para quien la lógica puede ser útil, sencilla, divertida y hermosa, propone técnicas pedagógicas que comuniquen la experiencia estética del descubrimiento lógico. Campirán (1998-2007) sustenta una estrategia para la formación del pensamiento crítico a través los *Talleres Formativos en Razonamiento Crítico basados en Competencias en los cuales se practiquen los contenidos del Critical Thinking* para favorecer el desarrollo profesional en todas las disciplinas (1998) y sugiere en 2007, una serie de principios didácticos para conducir a decisiones más racionales en lo cotidiano. Otros recomiendan que el maestro sustituya el insulto y la violencia verbal por la palabra clara, serena y la argumentación (Herrera, 2007); practicando una lógica de manera interdisciplinaria (Nepomuceno, 2007); y aplicando, en lo posible, la abducción en la resolución de situaciones nuevas (Olvera, 2007). Lámbarri (2008) argumenta que la enseñanza de la lógica puede valerse del “Logodebate” o “debate rigurosamente lógico” que incluye la razón óntica, la síquica y la lógica; de esta última se deriva la racionalidad.

Pazos (2011) propone una metodología en la que los estudiantes adoptan el rol de un filósofo o lógico para defender un problema, consultan la teoría y hacen un dramatizado para defender sus posiciones. Vázquez (2015) propone la abducción como elemento didáctico en el proceso de investigación universitaria con base en la epistemológica peirceana siempre y cuando se cambien las creencias con base en las lógicas no monotónicas dado que “podemos inferir abductivamente es un aspecto lógico, psicológico-epistémico y modélico” (p. 63). Lozano (2015) propone la utilización de diagramas de Venn-Euler en la enseñanza de la lógica formal dada la visualización semántica de su validez y la posibilidad que ofrecen para la resolución de problemas tanto en la lógica clásica como en las lógicas libres. González Fernández (2015) señala que la DL cobra sentido si se incluyen estrategias heurísticas y se vinculan aspectos pedagógicos y didácticos. Nava (2015) expresa que se debe estimular el interés de los estudiantes universitarios de filosofía por el estudio de la lógica mediante la creación de grupos de trabajo que participen en olimpiadas internacionales de Lógica. López (2015) propone una metodología creativa e imaginativa para resolver problemas y enfrenar argumentos difíciles.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

Estas perspectivas de la lógica muestran dos intencionalidades. Por un lado, se apoyan en diversos enfoques de la lógica, principalmente la formal, dialéctica, cuántica, y abductiva. Y por otro, proponen estrategias didácticas como: el taller, el juego de roles, los diagramas, la heurística, las olimpiadas del conocimiento, la creación y la imaginación de problemas, la resolución de problemas, el debate, la formulación de preguntas e hipótesis y el aprendizaje de la lógica como una estética de la razón. Sus aportes han llegado a diversas disciplinas y ciencias, sin embargo, en dable destacar dos estrategias didácticas, como son el “Pensamiento crítico” -PC- (1975) y la “Filosofía para Niños” (1970) –FpN–. Un análisis de estas iniciativas a partir de los componentes de la didáctica general, nos permite comprender sus puntos de encuentro y especificidades, sumados a sus relaciones con la razonabilidad en una didáctica de la lógica abductiva.

Tabla 8: Componentes de una didáctica de la lógica.

Estrategias didácticas que promueven las lógicas para la razonabilidad			
Componentes didácticos	Pensamiento Crítico –PC–	Filosofía para Niños –FpN–	La razonabilidad en la DL
Objetivos	Resolver situaciones lógicas para desarrollar capacidades, valores y actitudes que fortalezcan el pensamiento crítico con base en razonamientos tomados de la vida, la ciencia y la tecnología.	Estimular a los niños a pensar y actuar en un nivel más elevado, de modo que transfieran las reglas lógicas a la vida diaria mediante el diálogo y la experiencia.	Identificar el lugar de la razonabilidad en la DL, para que la formación de maestros en el área de las matemáticas y la lógica, les permita formular proyectos didácticos de investigación –PDI–, ⁸⁵ con base en los aportes del método abductivo y las teorías estéticas interesadas en la lectura literaria, con propósitos formativos y críticos.
Contenidos	Introducción, nociones y conceptos del PC; el discurso matemático; análisis y estructura de un argumento; evaluación de razonamientos; paradojas y falacias; entre otros.	Introducción a la FpN; Imaginación y creatividad; pensamiento social; pensamiento crítico, creativo y cuidadoso; inteligencia emocional; la comunidad de indagación; sustentación de razones y sentido crítico; capacidad de escucha;	Introducción a la razonabilidad; historia de la lógica; la vivencia para la hermenéutica y la experiencia como proceso abductivo y creativo; análisis de un RF y un AI, en busca de un HS y una HA; la construcción de una hipótesis abductiva; el

⁸⁵ El PDI es concebido por González (2001) una propuesta didáctica fundamentada en la solución de problemas, desde los procesos formativos, en el seno de la academia. Esta iniciativa la retoma Moreno y Carvajal (2015), quienes señalan que el proyecto didáctico investigativo puede ser construido siguiendo las categorías de la abducción peirceana y puede contener elementos como: problema, pregunta, justificación, objetivos, marco referencial, unidad didáctica y evaluación, entre otros.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

		manejo de emociones; entre otros.	método abductivo; experiencia estética y pedagogía de las afecciones; el proyecto didáctico investigativo; de la racionalidad a la razonabilidad; entre otros.
Mediaciones	Situaciones de la vida cotidiana.	Novelas de ficción ⁸⁶ , la pregunta	Relato de ficción, artículo de investigación, imagen sonora, preguntario; y análisis semiótico de un artículo de investigación (Moreno y Carvajal, 2015).
Métodos	Pensamiento dialógico (Paul et al., 1995); comunidad de indagación (Lipman, 1998); modelo de controversia (Beltrán & Pérez, 1996)	Comunidad de indagación y comprensión de textos (Lipman, 1998).	Abductivo (Peirce, 1901, 1974; Barrena, 2015; Henao, 2014; Henao & Moreno, 2015).
Formas	Discursiva -dialéctica y ejercitación de habilidades de pensamiento mediante estrategias cognitivas y metacognitivas.	Discusiones filosóficas centradas en el razonamiento como habilidad fundamental y participación en plenarias evaluativas que den cuenta de la apropiación de lo leído.	El taller como experiencia estética y abductiva (Moreno et al, 2013; Moreno & Carvajal 2015)
Evaluación	Evaluación procesual (Mayer & Goodchild, 1990) de habilidades cognitivas y metacognitivas en relación con varias dimensiones (lógica, sustantiva, dialógica, contextual y pragmática).	Filosófica y procedimental con base en la indagación y el dialogismo profundo (razonabilidad, claridad, capacidad argumentativa, asertividad, respeto).	“Evaluación dialógica” que evidencie la experiencia en el planteamiento de hipótesis abductivas y la construcción de sentido. (Moreno y Carvajal, 2015; citando a Blázquez, 2002; Shepard, 2006 y Vargas, 2009.).

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con lo anterior, *los objetivos* de las estrategias didácticas tienen en cuenta: las situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes, pues la experiencia es el eje articulador, entre su horizonte de expectativas y los aprendizajes que pueden alcanzar respecto de la ciencia, el arte

⁸⁶ Estas son: *Elfie* (2000) para el descubrimiento de la experiencia; *Kio* y *Guss* (1992) para razonar sobre la naturaleza; *Pixie* (1989) para razonar sobre el lenguaje; *El Descubrimiento de Harry* (1988) para desarrollar las destrezas básicas del pensamiento; *Lisa* (1988) para razonar en ética; *Suki* (2000) para razonar en el lenguaje literario, *Nous* (2004) para la toma de decisiones y *Mark* (1989) para razonar en estudios sociales. Otros autores, también hacen lo propio. A comienzos de los noventa Gilbert Talbot adapta *El Descubrimiento de Harry* al ámbito universitario y crea la novela *Félix y Sofía* (1992); también se crea *Rebeca* (1999) de Ronald Reed, *Hospital de Muñecos* (2000) de Ann Sharp y *Natasha* (2004) de Mathew Lipman, entre otros recursos motivados por la idea original de Lipman.

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

y la tecnología; *los contenidos* son flexibles, ya que comprenden desde situaciones sociodiscursivas y culturales de la ciencia, hasta procesos comunicativos como la escucha, estéticos como la literatura y lógicos como la abducción; *las mediaciones*, están en correspondencia con los objetivos y contenidos, puesto que la vida cotidiana, los relatos de ficción, la lectura lógico-semiótica de un artículo de investigación, y la posibilidades de la imagen, fungen como detonadores abductivos de la capacidad lógico-creativa de los estudiantes; *los métodos* de indagación, por descubrimiento y abductivo, tienen como punto de encuentro, el diálogo de saberes; *las formas* al estar en relación con el desarrollo de las habilidades de pensamiento, promueven un proceso de comunicación que es motivado por el desarrollo de estrategias, como la plenaria y el taller, de modo que los estudiantes, apropien, socialicen y reconozcan las maneras como se produce conocimiento; finalmente, *la evaluación* es procesual, tiene en cuenta situaciones pragmáticas y contextuales de los estudiantes, de allí que la razonabilidad encuentre en la dialogicidad, un aliado de la clase de lógica.⁸⁷

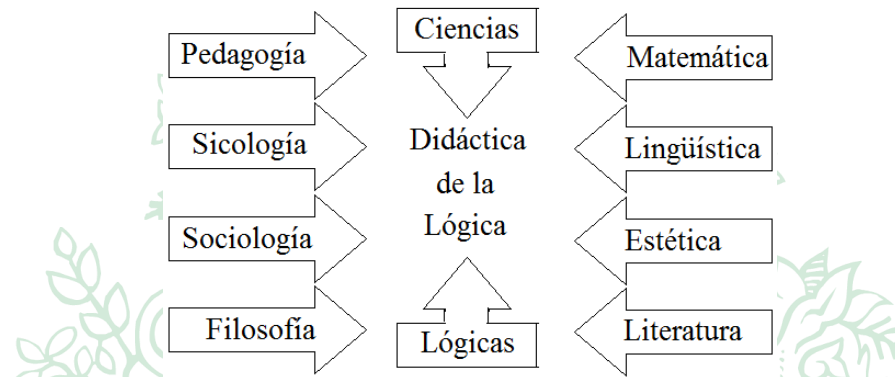
Ahora bien, la DLA, como se muestra en el siguiente esquema, no se vale sólo de las lógicas y la filosofía, pues otras ciencias, disciplinas y artes, también contribuyen con su universalidad. De este conjunto, nos interesa resaltar la estética y la literatura, consideradas lejanas por muchos pero que en este trabajo son clave, pues sus aportes hacen posible el diálogo entre el discurso de las ciencias y la formación de un sujeto crítico e imaginativo, esto es, con capacidad de formarse como investigador de su disciplina y las didácticas específicas –de la matemática y la lógica–.

Figura 2: Relaciones dialógicas de una DL.

UNIVERSIDAD

⁸⁷ También se recomienda, analizar El “Critical Thinking” surge en Estados Unidos (1975) y ha permitido que muchos pensadores y maestros (García, 2000; Herrera *et al* 2007; Pérez & López, 2015; Zambrano *et al*, 2015; Parra, Hernández & Peralta, 2015; Montiel, Reyes & Torres, 2015; Almaraz, 2015). Estos autores proponen múltiples estrategias didácticas para la enseñanza de la lógica. Aunque el Pensamiento Crítico se concentra en los procesos de pensamiento y en la lógica informal no incluye visiones estéticas ni semióticas en el análisis de argumentos. Así también, la FpN surge en Estados Unidos (1970) se ha extendido a más de 50 países en los cuáles muchos simpatizantes (Clavo, Pascual & Goicoechea, 1999; Elder & Paul, 2002; Harada, 2012) han implementado estrategias para formar personas razonables. No obstante, el programa de FpN se ancla fuertemente en la filosofía y no en la lógica. Si bien tiene elementos comunes que pueden ser trabajados para el desarrollo de la razonabilidad, creemos que poco se ha llevado a la universidad y que aunque Lipman (2004) utiliza las ideas de Vygotsky, Dewey y Peirce al proponer un pensamiento razonable y flexible, todavía está muy cercano a la racionalidad dada su falta de pensamiento complejo y el idealismo e intelectualismo lógico en la comunidad de indagación (Sumiacher, 2011).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación



Fuente: Elaboración propia.

En este orden de ideas, Peirce (1974) aporta a la lógica una visión estética, semiótica y creativa y provoca creaciones cercanas como la producción de conocimiento científico (Vásquez, 2008; Barrera, 2015) y (Zapata, 2010), muestran el lugar de la abducción en la comprensión de relatos enigmáticos; (Moreno, 2012; Moreno & Carvajal, 2015; Henao & Moreno, 2012) analizan los aportes de la abducción y la semiótica en relación con el análisis de artículos de investigación. Su propósito, es fomentar en los estudiantes universitarios una relación como futuros maestros con la ciencia y la didáctica al sostener un diálogo razonado que se convierte en un estímulo a la capacidad de creación y construcción de una sociedad más equitativa y justa. Lo anterior se convierte en insumo para una estrategia que relaciona el relato de ficción –RF– y el artículo de investigación –AI–.

La lectura intertextual de relatos de ficción –RF– y artículos de investigación –AI–, les permite a los futuros maestros, reconocer el lenguaje de la ciencia en la ficción y comprender esta última, como una posibilidad para la creación de mundos posibles. Mundos que han sido imaginados por científicos y escritores. Escribir un poema y un teorema, exige unas reglas discursivas que se pueden transgredir, cuando el escribiente ha sido capaz de identificar la lógica de la creación que le subyace a cada una de estas tipologías textuales. De allí, la importancia que tiene promover en los estudiantes –de educación superior–, una escritura académica que, con cierta dosis de imaginación y razonabilidad, les permita participar del discurso científico, pues "escribir es un método para pensar y no es sólo un canal de comunicación" (Carlino, 2005; 2006, p. 8). Cuando la escritura parte de la vivencia del estudiante, se trata de una "prosa basada en el autor"

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

(Carlino, 2006, p. 19) no obstante, también tiene un componente objetivo, en tanto se proyecta un saber disciplinar, didáctico e investigativo, en este caso, es una "prosa considerada con el lector" (ibídem), pues se escribe como mediación para comprender un concepto físico o matemático.

El proceso de escritura que se propone para la formación de maestros investigadores en el campo de una DL, sigue la línea peirceana del método abductivo; esto es, las unidades básicas de análisis para la producción de sentido del texto –leído y en proceso de producción–, son la abducción, la deducción y la inducción. En el primer proceso, se plantea, una escritura creativa que apoyada en un hecho sorprendente surgido del diálogo entre la lectura literaria y el artículo de investigación, motive a los futuros maestros a escribir sus primeras epifanías o intuiciones. Estas últimas se van decantando hasta que se formulen las primeras hipótesis abductivas. En el segundo, se comienza a escribir el marco referencial que prueba la hipótesis abductiva, entendiéndose por probar, buscar la verdad, como una posibilidad de validez entre otras hipótesis, propias y ajenas. Aquí el maestro en formación, aumenta la comprensión y explicación del objeto de investigación. Y en el tercero, se comprueba la hipótesis abductiva mediante la aplicación de una guía de prejuicios, cuyas preguntas se dirigen a otras personas que tienen conocimientos en la disciplina – profesores de lógica-, su enseñanza –didactas– y estudiantes de esta y aquella –maestros en formación y futuros profesionales de carreras en las que se estudia lógica–.

Del relato de ficción y el artículo de investigación surgen hechos sorprendentes que el perceptor⁸⁸ intenta explicar, con la idea de buscar las causas posibles que lo generan. De allí, que deba construir reglas y adoptar una de ellas con la ayuda del método abductivo. Dicha regla se justifica en una teoría y en tanto la incluye se continua el ejercicio de escritura, esto es, la construcción de un proyecto didáctico de investigación –PDI– (Moreno y Carvajal, 2015). Este proyecto se convierte en el preludio de la propuesta de práctica pedagógica del futuro maestro (a),

88 Para la sociología comprensiva, las percepciones tienen un carácter autoconstructivo, las cuales se explican a partir de dos momentos: uno individual, llamado poner-como-ahora. (Schütz, 1993, p.78). El sujeto se desplaza por diversos objetos sensibles de cognición —el arte en sus diversas manifestaciones—, en busca de aquel que, en virtud de su horizonte de expectativas, habrá de otorgarle un significado; de allí que se dirija libremente por el “círculo de la ‘conjetura’” (p. 101), con la idea de jugar con aquellos signos que provocan su mirada. Y otro social, denominado ahora es. El sujeto comienza a retener y poner en estado de reflexión uno de los objetos sensibles de cognición. Su perceptor, en este caso —el tallerista—, “toma nota” de lo que el otro comunica —de manera gestual, oral, escrita, corporal—. “El cara a cara” a partir del cual puedo “dirigirte una pregunta”, es la mejor estrategia para percibir “las vivencias del otro” (p. 130), en busca de una comprensión que corrija, amplíe y enriquezca “mi comprensión de ti” (p. 200).

Primera parte: A cerca del pasado de la investigación

pues la experiencia de avances de esta estrategia para una DL, se adelanta con maestros en formación que estudian un curso de lógica, de la licenciatura en matemáticas y física de la facultad de educación, de la Universidad de Antioquia.

En este ejercicio lógico-creativo, el sujeto parte de los consecuentes, en este caso los hechos sorprendentes, avanza en la búsqueda de antecedentes, que son las causas posibles, de allí que se pregunte "qué antecedentes son relevantes y pueden constituirse en potenciales causas en una pregunta que sólo puede responderse en el marco de cierta disciplina, cierta especialidad, y cierto estado de las cosas" (Bar, 2001, p. 173). Este proceso es cognitivo, cognoscitivo y estético, por tanto, el sujeto epistémico pone en juego su experiencia cultural, científica y su historial como lector y productor de diversas tipologías textuales. Sus conocimientos previos y búsqueda de conceptos, teorías y hechos relacionados con el fenómeno de indagación, son determinantes para avanzar en la reconfiguración de la hipótesis abductiva. El acompañamiento del profesor al maestro en formación en lo emocional, unido a la escritura del PDI es determinante, pues se trata de mantener activo el espíritu de indagación de este último en busca de un elemento significativo para la disciplina que estudia –la lógica- y su didáctica.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



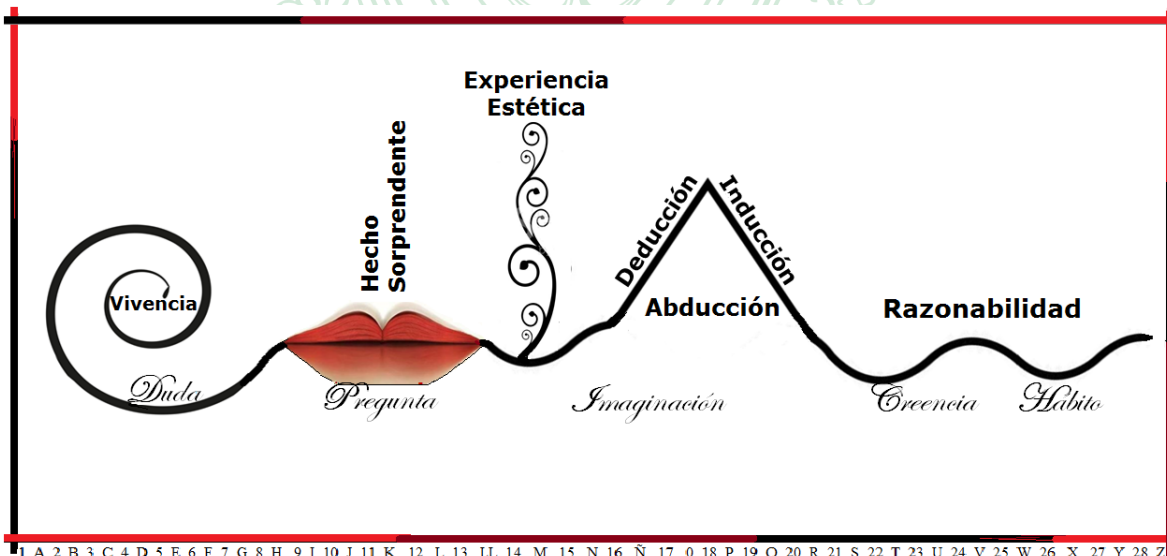
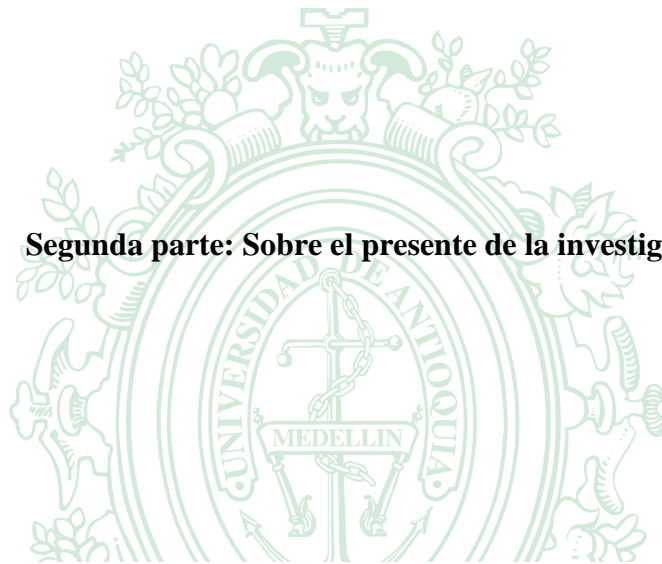
**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

La razonabilidad en una didáctica de la lógica:

Facultad de Educación

una estrategia para la formación de maestros

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación



1 8 0 3

4. Sobre cómo la metodología de la investigación permite la comprensión

4.1 ¿Por qué es importante la vivencia en la investigación?

La creación, el arte y la historia son datos que permiten indagar el pasado y configurar una investigación; por esto “es el concepto de lo dado el que dirige la acuñación diltheyana del concepto de vivencia” (Gadamer, 2007, p. 101). En esta perspectiva, los datos son fundamentos del conocimiento, unidades de significado que la conciencia lleva a unidades de sentido. Así, “algo se convierte en una vivencia en cuanto que no sólo es vivido, sino que el hecho de que lo haya sido ha tenido algún efecto particular que le ha conferido un significado duradero” (p. 97). La vivencia, unidad de la vida íntima del individuo, “se instaura como el centro de creación de sentidos” (Gadamer, 2002, p. 37). Tiene un significado unitario “pero también la inserta a su vez en unidades de sentido más abarcentes en un proceder circular llamado a volver sobre sí mismo” (Dilthey, Citado en Gadamer, 2007, p. 120). La vivencia entonces es: “experiencia de vida”, “vivencia personal”, por medio de ella realizamos la comprensión de los otros seres; nos permite comprender las relaciones entre la vida y arte; es una experiencia reconocida; tiene momentos vitales; y está mediada por visiones compartidas.

Las unidades de sentido de la vivencia, son comparables, por una parte, con la experiencia estética de Farina en tanto la vivencia es experiencia sentida que modifica el ser, y, por otro lado, con el hecho sorprendente propuesto por Peirce, pues la vivencia nos *conmueve*, se constituye en algo nuevo que aparentemente, está fuera de nosotros. Así, “lo que llamamos vivencia en sentido enfático se refiere pues a algo inolvidable e irremplazable, fundamentalmente inagotable para la determinación comprensiva de su significado” (Gadamer, 2007, p. 104). La vivencia, "es un tipo de experiencia cuyo carácter es el ser sólo para mí, inmediata e intransferible, y al mismo tiempo, su significado en el ser dado sólo para mí depende de su ser mediado por visiones del mundo compartidas" (Miras, 2012, p. 118).

Todavía más, la vivencia surge de la fusión entre experiencia y lenguaje. El lenguaje es un modo de existir o de instalarse en el mundo y en la realidad; no hay experiencia humana fuera del

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

lenguaje. El lenguaje es vía de acceso al ser; “el ser que puede ser comprendido es lenguaje” (Gadamer, 2007, p. 567); el lenguaje es la casa del ser (Heidegger, citado en Gadamer, p. 567). La experiencia, por tanto, incluye categorías de la vida y estas son formas de proposición cuyo sentido está determinado por un ejercicio de la imaginación que intenta ajustarla con una pregunta original que surge de la vivencia. De allí que, el significado de un texto, nos exija saber qué reside en el espíritu del autor, hasta el punto de llevarlo a la formulación de una pregunta (Collingwood, 1974).

En esta perspectiva, la vivencia es base epistemológica del conocimiento, se relaciona con el hermenauta, en tanto pueda existir desde el pasado y pueda comprenderse desde la vida misma por medio de un texto (González, 2010), “en los textos se hilan los acontecimientos de la vida, las vivencias: lo inolvidable, irremplazable e inagotable; la vida en su totalidad y las vivencias en su singularidad” (González, 2011, p. 53). Además, lo que se escribe queda abierto a todo el que pueda leerlo (Gadamer, 1977, p. 471). Cuando profundizamos en alguna vivencia, sea propia o extraña, no solo encontramos aspectos individuales sino también el llamado espíritu objetivo. La vida individual se haya entrelazada y formando parte de la vida en general, de manera que cada perspectiva individual es inseparable de la interacción social y las formas de vida de su momento histórico. La vivencia no se refiere a una pura interioridad, pues en ella conviven lo interior y lo exterior, se fusionan pasado, presente y futuro. Aquélla, se puede comprender desde la vida misma por medio de un texto y este moviliza la conciencia, de donde surgen unidades. Estas últimas, son producto de un conocimiento individual y objetivado, ya que no solo tiene valor y significado quien la vive, sino también para los otros.

La importancia de la vivencia en una investigación cualitativa con enfoque hermenéutico, radica en que permite interpretar la realidad socioeducativa habitada por el maestro, en este caso de matemáticas, para constituirse en una primera unidad de sentido. De esto último, surgen una serie de conocimientos que en forma de espiral ascendente, le otorgan sentido a las vivencias del maestro y sus estudiantes. Esta es también una aventura que comienza su tránsito por el problema dialéctico, esto es, desde el pasado de la investigación, por tanto, contiene una pregunta que se empieza a responder en la hipótesis abductiva.

4.2 Metodología de la investigación.

Esta investigación, que tiene como objeto de estudio la didáctica universitaria y como campo de acción la razonabilidad en una didáctica de la lógica, es cualitativa en tanto toma la universidad como institución social en la cual se problematizan varias áreas de conocimiento. La investigación cualitativa, según Galeano (2004), “apunta a la comprensión de la realidad como resultado de un proceso histórico de construcción a partir de la lógica de los diversos actores sociales” (p. 102). En este enfoque, el investigador guiado por sus conocimientos y las experiencias obtenidas, avanza de manera dialógica, hacia el encuentro dinámico con su objeto de conocimiento. Su trasegar lo integran una serie de momentos y mediaciones relacionados con su práctica pedagógica y se arriesga a proponer alternativas que le permitan visualizar un nuevo horizonte de sentido para su labor formativa.

Para este enfoque de investigación, lo social se constituye de significados y símbolos, considera la intersubjetividad y la interdisciplinariedad, como fundamento de las interacciones entre el investigador y los participantes de dicho proceso. Así, “la investigación cualitativa puede ser vista como el intento de obtener una comprensión profunda de los significados y definiciones de la situación tal como nos la presentan las personas” (Salgado, 2007, p. 71). De acuerdo con, Hernández, Fernández & Baptista (2006) se caracteriza por aspectos como: la necesidad de incluir los puntos de vista de los participantes, la posibilidad de indagar cuestiones abiertas, la información proviene del contexto directo, se investiga con el propósito de mejorar las sociedades, se estudian conceptos. Estos autores, acuden a “la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (p. 7)

Esta visión, se propone comprender y explicar el comportamiento de las personas por medio de enfoques como el etnográfico, el antropológico, el fenomenológico, y el hermenéutico, entre otros. El enfoque hermenéutico es configurado por González (2006, 2010, 2011), quien siguiendo a Gadamer establece que dicho proceso de indagación, compromete la vivencia del investigador, se compone de una estructura, un proceder y un procedimiento, los cuales analizaremos a continuación.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

4.2.1 La estructura hermenéutica.

Siguiendo a González (2010), la estructura tiene que ver con el círculo de la comprensión en el cual se evidencia la relación entre un concepto que abarca el todo y sus respectivas partes, este da cuenta de la relación dialéctica entre las partes y el todo.

Encontrar en lo singular el espíritu del todo y en explicar a partir del todo lo singular (...) hay que entender una cosa a partir de la otra y a la inversa. Ninguna de las dos es anterior a la otra, ambas se condicionan mutuamente y constituyen una vida armoniosa. (Grondin, 1999, p. 106)

Comprender algo es moverse del todo a las partes y de las partes al todo, yendo y regresando dispuestos a detenerse lo suficiente en las partes requeridas para una mejor comprensión y proyección de sentido. “A esto se añade que este círculo se está siempre ampliando, ya que el concepto de todo es relativo, y la integración de cada cosa en nexos cada vez mayores afecta también a su comprensión” (Gadamer, 2007, p. 245). La comprensión se busca en el diálogo entre el horizonte del pasado, estructurado en la historia de conceptos, el presente, declarado en el estado de la cuestión y el futuro, expresado en la cosa a crear. Aquí el diálogo con los textos es fundamental para dar cuenta del tránsito: palabra-término-concepto.

En consecuencia, los conceptos de esta investigación, son: Didáctica Universitaria, Didáctica de la Matemática, Estrategia Didáctica, Razonabilidad Estética, Texto Literario, Texto Científico, los cuales hacen parte del círculo de la comprensión.

Tabla 9: Los conceptos en el contexto del círculo de la comprensión.

El todo	Las partes	El Horizonte del Pasado La historia de conceptos			El Horizonte del Presente El estado en cuestión
		La palabra	El término	El concepto	Búsqueda y selección
Didáctica universitaria	Didáctica de la lógica	Metodología	Didáctica	Didáctica de la lógica	En el sistema de bibliotecas de la U de A, bibliotecas digitales, revistas en línea especializadas, bases de datos se buscaron las investigaciones realizadas entre 2003 y 2013. No se
Didáctica de la lógica	Estrategia didáctica	Estrategia	Estrategia didáctica	Estrategia didáctica	
Estrategia Didáctica	Razonabilidad	Razonabilidad	Razonabilidad	Razonabilidad	

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

Razonabilidad	Textos literarios y científicos	Relato	Relato de ficción	Relato de ficción	hallaron investigaciones sobre razonabilidad.
---------------	---------------------------------	--------	-------------------	-------------------	---

Fuente: Elaboración propia.

4.2.2 El proceder hermenéutico.

El proceder hermenéutico de acuerdo con González (2006) está representado en la PRACCIS - Prejuicios, Reflexión, Análisis, Comparación, Comprensión, Interpretación y Síntesis-, que convierte el sujeto en partícipe de una comunidad de indagación. Para Gadamer (1997) la comprensión no es subjetiva, sino que pertenece a la historia efectual, es decir, al ser de lo que se comprende. En esta historia efectual están los prejuicios, las precomprensiones, la proyección de sentido, la “anticipación de la perfección, un presupuesto formal que guía toda comprensión” (Gadamer, 1997, p. 363). Los prejuicios, son la “realidad histórica de su ser” (Gadamer, 1999, p. 344), con la cual el interpretante aborda el texto puesto que “el que intenta comprender está expuesto a los errores de opiniones previas que no se comprueban en las cosas mismas (Gadamer, 2007, p. 333) Las opiniones previas deben ser examinadas para llegar al texto. Además, esas creencias y emociones guían nuestra curiosidad hacia una posibilidad que nos ubica en el círculo de la comprensión, en busca de una experiencia con el texto (González, 2011).

El texto es un todo que puede comprenderse e interpretarse desde su propio discurso y en relación con las partes. Interpretar significa “resolver las oscuridades del pasaje” (Gadamer, 2007, p. 236). Interpretar y comprender tienen una relación estrecha, pues “la interpretación y la comprensión se complementan tan íntimamente como la palabra exterior e interior, y todos los problemas de la interpretación son en realidad problemas de la comprensión” (Ibídem, p. 238). Se comprende algo para evitar el malentenderse a sí mismo, la comprensión es un presupuesto que nutre la interpretación y que nos ubica correctamente en el círculo de la comprensión (González, 2010), se va comprendiendo lentamente hasta interpretar; “al desarrollo de la comprensión lo llamamos interpretación” (Heidegger, 1993, p.166). Ambas están contenidas en la noción de sentido. Así es como “toda interpretación se funda en el comprender (Heidegger, 1993, p.172). Y el mundo ya comprendido resulta interpretado (Heidegger, 1993, p.161). En principio comprender significa entenderse unos con otros. Comprensión es, para empezar, acuerdo (Gadamer, 2007, p.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

232), los hombres llegan a un acuerdo sobre algo, comprenderse es comprenderse respecto a algo, es un procedimiento histórico ni psicológico sino adquirir una perfección objetiva (revisa esta cita, por favor. Hay algo incomprensible) (Ibídem, p. 236). La comprensión implica no sólo comprender la intención del autor, pues “lo que se trata de comprender no es la literalidad de las palabras y su sentido objetivo, sino también la objetividad del hablante o del autor” (Ibídem, p. 239).

Esta relación íntima entre comprensión e interpretación la resuelve la hermenéutica, entendida por Schleiermacher como “el arte de evitar el malentendido” (p. 238), también llamada “la disciplina que se ocupa clásicamente del arte de comprender textos, que es justamente arte y no un procedimiento mecánico” (p. 245). En este arte de la comprensión, el intérprete supere los prejuicios, no sucumbe en las ocurrencias, súbitas chispas del espíritu para Gadamer, pues se deja determinar por la cosa misma.

El proceder hermenéutico va desde la unidad de significación hacia la unidad de sentido, pasando por el campo semántico de la *cosa a crear*, hasta llegar a la síntesis de esta última. Tiene en cuenta la conversación con los textos, en busca de un diálogo interior, la idea es dejarse decir, saber escuchar sus sentidos, y prepararse para ir al encuentro con los otros, esto es, las autoridades en el tema, los estudiantes, los maestros; en suma, ese otro que me dice, también es un hermeneuta, ambos intentamos comprendernos, en busca de una fusión de horizontes.

4.2.3 El procedimiento hermenéutico.

González (2011) plantea que el procedimiento se resuelve en el problema dialéctico, la hipótesis abductiva, la historia de conceptos, el estado de la cuestión, el acopio de la información, la cosa creada, el acuerdo con la cosa y la unidad de sentido. Esto ocurre, porque el hermeneuta experimenta varios momentos, así: encuentro con los textos en forma permanente; conversación con la comunidad para interpretar concurrencias y ocurrencias que serán clave en los procesos abductivos y creativos; encuentro del investigador consigo mismo; experiencia con la cosa creada; y conversación con las autoridades para volver a la experiencia con la cosa creada. Estos momentos no son lineales, se vivencian en el círculo de la comprensión, el diálogo y la conversación. Así, el investigador vuelve al problema dialéctico una y otra vez, reconoce su proyección de sentido cada

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

vez que lo analiza y lo pone en relación con la hipótesis abductiva. El problema dialéctico, seguimos a González (2011) se construye con base en tres categorías que son sustentadas en la historia de conceptos. Dichas categorías en esta investigación son: tesis (logicismo), antítesis (intuicionismo) y síntesis (razonabilidad); las cuales permiten establecer una relación triádica y dialógica.

Nuestro problema de investigación, desde la hermenéutica, expresa una relación dialéctica entre la tesis y la antítesis para conciliarse en la síntesis. En el proceso de análisis del horizonte del pasado se va desarrollando el problema en forma de diálogo, se le pregunta constantemente al texto; “el horizonte es el ámbito de visión que abarca y encierra todo lo que es visible desde un determinado punto” (Gadamer, 2007, p. 372). Problematizando la tesis se introduce la antítesis y la problematización de esta incluye la síntesis, horizonte de sentido del problema dialéctico, “ambos tesis y antítesis, evolucionan en algo nuevo que al mismo tiempo contiene la memoria de lo viejo que aún puede prevalecer” (González, 2011). La síntesis provoca después la conversación sobre el devenir y se convierte en una tesis que será negada para ser antítesis y así continua en la construcción dialéctica y hermenéutica del conocimiento.

Finalmente, el problema se enuncia en una pregunta de investigación para conversar con algo, y buscar en el horizonte del pasado una contradicción entre la tesis, a la cual se le plantea una pregunta que provoca un movimiento hacia la antítesis, negación y complemento, a la cual también le cabe una pregunta, porque hay algo que le falta y que puede llegarse a un acuerdo en la síntesis, es decir, lo nuevo. El problema dialéctico lo configura el investigador, y su tratamiento se expresa por medio de la historia de conceptos en el pasado de la ciencia. Se expone mediante un texto, pues “lo que se fija por escrito se eleva en cierto modo, a la vista de todos, hacia una esfera de sentido en la que puede participar todo el que esté en condiciones de leer” (Gadamer, 1977, p. 471).

En la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico, la hipótesis abductiva se formula con el apoyo de los signos peirceanos: íconos, enigmas, indicios, sospechas, conjeturas y, por supuesto, hipótesis. La hipótesis cumple la función de acercar al hermeneuta a la *cosa creada* o el aporte innovador de la investigación. Por ello, mientras la pregunta de investigación surge del planteamiento del problema y cuyos antecedentes se formulan con base en el desarrollo de una

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

tesis, antítesis y síntesis, la hipótesis como proceso lógico-creativo, promueve la búsqueda de un elemento nuevo que funge como el aporte teórico-práctico que aborda la presente investigación.

En este contexto, la hipótesis abductiva funge como el motor que posibilita la introducción de lo nuevo (Peirce, 1988, p. 136). Inicialmente, su formulación es instintiva, pues se trata de algo que puede ser o no. Sin embargo, el sujeto tiene la creencia de que sí, en la medida que se vale de la deducción y la inducción como operaciones en busca de su explicación y proceso de confirmación. Ese algo emocional (González, 2011) o “elemento afectivo al pensamiento” (Peirce, 1974, p. 89) surge de una duda y se mantiene al principio como una interrogación (Peirce, 1970, p. 202).

4.3 Caracterización de los textos portadores de sentido.

Tres tipos de textos se tuvieron en cuenta como portadores de sentido, los mismos que fueron tomados tanto de los materiales físicos como de los seres humanos que aportaron sus vivencias, su experiencia y su conocimiento a la realización de esta investigación. La elección de estos tres tipos de fuentes se fundamenta en el enfoque hermenéutico, el cual posibilita la comprensión no sólo de libros de texto, sino también la indagación con la comunidad universitaria y el diálogo con autoridades para establecer acuerdos alrededor de aquello que ese está creando.

4.3.1 Los libros.

Con base en el horizonte de comprensión determinado por la pregunta de investigación y la hipótesis abductiva se estudiaron textos científicos especializados en didáctica universitaria, didáctica de la lógica, razonabilidad y hermenéutica con el fin de dilucidar las unidades de sentido en la construcción del problema, la hipótesis, la historia de conceptos y la reconfiguración de la razonabilidad en la didáctica de la lógica y la matemática.

4.3.2 La comunidad universitaria.

Se indagó a 238 personas de la Universidad de Antioquia, entre ellas: 86 docentes, 110 estudiantes y 42 egresados. La guía de prejuicios, aplicada por medio de google drive, permitió

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

conocer sus opiniones, creencias y puntos de vista sobre la relación entre textos literarios y científicos, la abducción como proceso en la didáctica de la matemática y el concepto que tenían de razonabilidad.

4.3.3 Las autoridades.

Durante la pasantía se conversó con varios expertos de la didáctica de la lógica y la matemática, así como con conocedores de la lógica peirceana que podían servir como aval para el trabajo de la razonabilidad en la didáctica de la lógica. Dichas autoridades, son: Bruno D Amore (Italia)⁸⁹: Matemático y filósofo. PhD en Mathematics Education de la Universidad Filósofo Constantino de Nitra, Doctor Honoris Causa en Ciencias Sociales y Educación de la Universidad de Chipre. Sus investigaciones giran alrededor de la didáctica de la matemática.

Sara Barrena (España)⁹⁰: licenciada en Filosofía de la Universidad de Navarra. Master en Dirección de Recursos Humanos de la Universidad Pontificia de Comillas, Doctora en Filosofía de la Universidad de Navarra, autora de varios libros de filosofía y traductora de Peirce. Es una estudiosa de la teoría peirceana. Su tema de interés es abducción, creatividad y razonabilidad desde Charles Sanders Peirce.

Juan Eliseo Montoya Marín (Colombia)⁹¹: Licenciado en Filosofía, Psicólogo y Doctor en Teología de la Universidad Pontificia Bolivariana. Profesor de la misma universidad y de la IE José de Restrepo y Puerta. Miembro del grupo de investigación Lengua y Palabra de la UPB, del Nodo de Lenguaje de Antioquia y de la Red Nacional de Lenguaje.

Rosa María Mayorga (Estados Unidos)⁹²: Presidente y profesora del Departamento de Filosofía y letras del Miami Dade. Licenciada en Artes, Maestría y Doctora en la Universidad de Miami. Profesora del Departamento de Filosofía de la Universidad Virginia Tech. Sus temas de

⁸⁹ La conversación se realizó en Medellín, en el marco Congreso Internacional de Modelación, Universidad de Medellín, el 6 de mayo 6 2014.

⁹⁰ La conversación se realizó en Lovell (Massachussets) en el marco del Centenario de la muerte de Charles Sanders Peirce, el 18 de julio de 2014.

⁹¹ La conversación se realizó en Lovell (Massachussets) en el marco del Centenario de la muerte de Charles Sanders Peirce, el 19 de julio de 2014.

⁹² La conversación se realizó en Miami, en el campus del Miami Dale Colege, el 12 de diciembre de 2014.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

interés se enmarcan en el pragmatismo y la filosofía peirceana. Juan Eliseo Montoya Marín: filósofo, psicólogo, magíster en Teología con énfasis en Sagrada Escritura y Doctor en Teología de la Universidad Pontificia Bolivariana, docente universitario y miembro del grupo de investigación Lengua y Cultura de la Escuela de Educación y Pedagogía.

Mariluz León Ávila⁹³ (Cuba): doctora en ciencias pedagógicas de la Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona (UCPEJV), profesora titular de la misma, coordinadora del proyecto de estudios cubanos de semiótica “Semiotik”; asesora de la dirección de posgrado del Ministerio de Educación Superior. Sus temas de interés se centran en la filosofía y la semiótica peirceana. Sergio Ballester Pedroso⁹⁴ (Cuba): doctor en ciencias pedagógicas de la UCPEJV, profesor titular de matemática y didáctica de la matemática de la misma universidad y del Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño, coordinador del grupo de investigación de la Cátedra “Dulce María Escalona” del UCPEJV. Su campo de estudio es fundamentalmente la didáctica de la matemática.

Miguel Jorge Llivina Lavigne⁹⁵ (Cuba): Doctor en ciencias pedagógicas de la UCPEJV, representante de la Oficina Regional de Cultura para América Latina y el Caribe de la Unesco, profesor de educación avanzada. Sus temas de estudio versan sobre la resolución de problemas matemáticos y la lógica. Guillermo de Jesús Bernaza⁹⁶ (Cuba): Doctor en Ciencias Pedagógicas, Profesor Titular del Instituto Superior Politécnico «José Antonio Echeverría», director de Educación de Posgrado del Ministerio de Educación Superior de la República de Cuba y durante trece años (2000-2013) director de la Oficina Regional de la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP) para Cuba, el Caribe y Centroamérica. Su campo de interés es la lógica matemática en el ámbito de la educación superior.

⁹³ La conversación se sostuvo en La Habana, en el marco de la pasantía doctoral, el 8 de junio de 2015.

⁹⁴ La conversación se sostuvo en La Habana, en el marco de la pasantía doctoral, el 11 de junio de 2015.

⁹⁵ La conversación se sostuvo en La Habana, en el marco de la pasantía doctoral, el 14 de junio de 2015.

⁹⁶ La conversación se sostuvo en La Habana, en el marco de la pasantía doctoral, el 16 de junio de 2015.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

María Concepción González Basanta⁹⁷ (Cuba): doctora en ciencias pedagógicas con tesis en lógica; profesora de lógica, decana de la Facultad de Humanidades de la UCPEJV. Su interés se centra en la lógica y su enseñanza.

Erick Mendoza Barroso⁹⁸ (Cuba): doctor en ciencias pedagógicas, profesor titular de la Universidad de Gramma, miembro del grupo de estudios semióticos cubanos. Su interés se centra en los modelos didácticos de lectura en la educación superior y la semiótica.

4.4 Instrumentos y técnicas de recolección de datos.

La comunidad universitaria fue indagada mediante una guía de prejuicios que permitió conocer lo que ellos pensaban respecto a la utilización de literatura en la clase de matemáticas, las formas de razonamiento y sobre la razonabilidad en una didáctica de la lógica. Es de aclarar que la guía de prejuicios no fue la única fuente; además de estas se abordaron teorías y múltiples textos, así como las conversaciones con las autoridades y la vivencia con la cosa nueva; no obstante, nos referimos aquí a la guía de prejuicios.

4.4.1 Guía de prejuicios y conversaciones.

Una guía de prejuicios es un instrumento para la recolección de datos que posibilita la expresión de conceptos previos, preconcepciones, conocimientos anteriores a la creación de la cosa. Contiene una serie de preguntas formuladas a partir de los conceptos de la investigación. Se emplea para conocer argumentos, creencias y emociones de la comunidad universitaria respecto del objeto de estudio de la cual se esperan obtener categorías de análisis, en busca de la reconfiguración de la cosa creada. En el diseño de la guía de prejuicios, se parte del concepto didáctica universitaria como el todo y se indaga por la didáctica de una lógica, su relación con los textos literarios, la razonabilidad y la abducción como otra forma de razonamiento. La guía de prejuicios permitió la construcción de acuerdos en lo que respecta a una lógica y la posibilidad de la razonabilidad como método. Asimismo, en la conversación hermenéutica con profesores y estudiantes, se analizan sus enunciados, en busca de la proyección de sentido. Este proceder nos

⁹⁷ La conversación se sostuvo en La Habana, en el marco de la pasantía, el 18 de junio de 2015.

⁹⁸ La conversación se sostuvo en Gramma, en el marco de la pasantía, el 25 de junio de 2015.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

permite contrastar lo dicho por otros y los acuerdos y desacuerdos que surgen, en relación con la estrategia didáctica. También conversamos con autoridades en el tema, tal como lo mostramos más arriba. Sus reflexiones nos permitieron ajustar el planteamiento del problema y la hipótesis abductiva.

Tabla 10: Guía de prejuicios para conversar con expertos.

Preguntas de la guía de prejuicios dirigidas al profesor	Concepto	Proyección de Sentido
¿Qué tipo de situaciones puede crear el docente, en el contexto de su campo disciplinar, para desarrollar la autonomía y la creatividad del estudiante?	Didáctica de la Matemática	Concepciones en didáctica de la matemática y estrategias de enseñanza.
Algunos profesores incluyen en sus clases el texto literario como proceso de mediación didáctica, ¿cuál es su posición al respecto?	Estrategia Didáctica	Mediaciones didácticas empleadas en la clase de matemática
¿Qué otras formas de razonamiento, diferentes a la inducción y deducción, implementa usted en el trabajo con sus estudiantes?	Razonabilidad	Apropiaciones disciplinares y metodológicas para el ejercicio del razonamiento en el aula.
¿Cuál ha sido su vivencia, como ser humano, con los textos literarios? En su trabajo con los estudiantes, ¿en algún momento se ha visto reflejada su vivencia con los textos literarios?	Textos Literarios	Apropiación conceptual y vivencial de la literatura.
En su relación con los textos académicos y científicos, ¿ha llegado a encontrar otras formas discursivas diferentes a la descripción, la explicación, la argumentación y la demostración? ¿Cuáles? ¿Cómo? ¿En qué tipo de textos?	Textos Científicos	Apropiación conceptual y vivencial del manejo de textos científicos.
¿Qué evoca en usted la expresión “razonabilidad” en relación con la enseñanza de la matemática?	Razonabilidad	Proyección del concepto de razonabilidad en la enseñanza de la lógica y la matemática.

Fuente: elaboración propia.

Las conversaciones se realizaron en un tiempo aproximado de dos horas con cada uno de los profesores universitario, su objetivo consistía en delimitar aspectos relacionados con la razonabilidad y la estrategia didáctica, en construcción. Estas conversaciones, nos permitieron validar la guía de prejuicios y enviarla a la comunidad universitaria, por medio de Google.

Tabla 11: Guía de prejuicios enviada por Google a la comunidad universitaria.

Preguntas de la guía de prejuicios dirigidas al profesor	Concepto	Proyección de Sentido
Algunos profesores incluyen en sus clases el texto literario como proceso de mediación didáctica. ¿Lo incluye y/o lo identifica usted? Sí: ___ No: ___	Estrategia Didáctica	Mediaciones didácticas empleadas en la clase de matemática.
Explique por qué	Estrategia didáctica	Justificación sobre la utilización de textos en la clase.
De las habilidades de pensamiento: inducción, deducción, abducción, creación, argumentación y demostración, escriba las dos que considere más importantes para la enseñanza/aprendizaje de su disciplina, ciencia o arte.	Didáctica de la Lógica	Apropiaciones disciplinares y metodológicas para el ejercicio del razonamiento en el aula.
Explique por qué	Didáctica de la Lógica	Reconocer el proceder en el aula al enfrentar el desarrollo del pensamiento lógico.
¿Qué evoca en usted la expresión “razonabilidad” en relación con su área de conocimiento?	Razonabilidad	Proyección del concepto de razonabilidad en la enseñanza de la lógica y la matemática.

Fuente: elaboración propia.

Esta guía de prejuicios se aplicó en el segundo semestre de 2015, estuvo a cargo del investigador con la colaboración de la coordinación del programa de matemática y física de la facultad de educación de la Universidad de Antioquia. Se hizo vía electrónica utilizando google form como se muestra en la figura 5.

4.4.2 Técnicas de análisis.

El análisis de las guías de prejuicios se hizo con el libro de cálculo Excel para la configuración de tablas de frecuencias procedentes de preguntas y datos cuantificables y el software NVivo10 como herramienta informática que ayuda a un mejor procesamiento de la información y una presentación más agradable de los resultados. Este programa se utiliza para el análisis de información cualitativa, ya que permite encontrar ocurrencias lingüísticas y establece

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

relaciones para la configuración de concurrencias. Se realiza una lectura hermenéutica de los resultados de Nvivo10 desde la Praccis. Se procede a la agrupación en campos semánticos, clasificando ocurrencias y concurrencias, detectando unidades de significación que van a convertirse en unidades de sentido.

Figura 3: Guía de prejuicios enviada por Google Form.

Encuesta para indagar por la Razonabilidad

Cordial Saludo.

En el contexto de la investigación doctoral: "La relación entre textos literarios y científicos como medio para desarrollar la razonabilidad", estamos adelantando una encuesta para conocer sus percepciones sobre el tema objeto de estudio. Agradecemos sus aportes.

* Required

1. Indique su afiliación con la Universidad de Antioquia *

Profesor(a)

Estudiante

Other:

2. ¿A qué programa o grupo de la Universidad pertenece? *

3. Algunos profesores incluyen en sus clases el texto literario como proceso de mediación didáctica. ¿Lo incluye y/o lo identifica usted? *

Sí

No

¿Por qué?

4. De las habilidades de pensamiento: inducción, deducción, abducción, creación, argumentación y demostración, escriba las tres que usted más utilice para la enseñanza o el aprendizaje de su disciplina, ciencia o arte. *

5. ¿Qué evoca en usted la expresión "Razonabilidad" en relación con su área de conocimiento? *

Never submit passwords through Google Forms.

Fuente: elaboración propia.

5. Relaciones dialógicas sobre los resultados obtenidos

5.1 Análisis de la conversación hermenéutica realizada con autoridades.

La conversación hermenéutica, es una perspectiva de la investigación cualitativa que recibe influencias de otros enfoques cualitativos y se centra en la posibilidad de comprender las intersubjetividades en relación con la hipótesis abductiva, las vivencias del investigador y las de otras personas inmersas también en el mundo de la cultura y la ciencia. Estas conversaciones

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

posibilitan llegar a un acuerdo con la cosa creada, que no es otra, que la reconfiguración de la razonabilidad en una DL con razonamiento abductivo.

De la conversación con el doctor Bruno D Amore se puede inferir aspectos importantes, entre los cuales está la necesidad de perseguir con fuerza la dirección escogida para desarrollar el tema de la investigación, pues es poco común la idea de relacionar los relatos de ficción con los artículos de investigación para potenciar la lógica abductiva. Además, recomienda ser más cuidadoso al hablar de las diferencias entre logicismo e intuicionismo ya que se puede incurrir en algún error derivado dadas las muchas tensiones creadas entre matemáticos, lógicos y filósofos a finales del siglo XIX.

En relación con la doctora Sara Barrena, lo más significativo fue el cambio necesario que hubo del concepto “razonabilidad estética” al de “razonabilidad”, pues el pensamiento peirceano considera que lo estético al ser comprendido como fin del ser humano, se subsume en la razonabilidad. También, ella sugiere precisar las diferencias entre las lógicas racionalistas y la lógica abductiva, darle un tratamiento cuidadoso a la intuición, pues si bien, propicia el conocimiento directo, no es conocimiento racional en tanto, en Peirce, todo conocimiento es mediado, es una terceridad y la intuición es una primeridad.

Respecto a la razonabilidad, amplía:

No se trata de que el matemático tenga que ser también un esteta o un literato, sino que a través del arte y la literatura desarrollará más su razonabilidad; lo que le hará mejor razonador y mejor en general, le dará más capacidad imaginativa y mayor control sobre otros elementos que también influyen en el razonar frente a lo que sostiene una lógica racionalista; una persona con mayor capacidad estética será mejor maestro de matemáticas.

También la doctora Rosa María Mayorga, debido a su cercanía con el pensamiento peirceano, ve la necesidad de incluir en el trabajo reflexiones sobre el concepto peirceano de razonabilidad, sobre todo el de razonabilidad concreta, y llama la atención en relación con la extensión de la guía de prejuicios.

Juan Eliseo Montoya Marín, recomienda más precisión en la elección de la regla posible y el proceso a seguir con la hipótesis abductiva, así como la búsqueda de una teoría que explique el

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

fenómeno en cuestión. Precisa, que formular una hipótesis implica tender un puente entre lo particular, pasando por lo universal. Respecto a la guía de prejuicios sugiere hacerla más ágil puesto que los tiempos que tienen las personas les impide detenerse a contestar una encuesta que tenga más de 10 preguntas.

A cerca de la razonabilidad, escribe:

En contraste con la racionalidad, la razonabilidad emerge como una posibilidad integradora del ser humano. El reconocimiento de las dimensiones estética, ética y política en función, no solo del pensamiento formal y el conocimiento práctico, sino también del componente emocional, en el cual tiene fuerza notable la intuición, el sentimiento y los afectos. La razonabilidad está orientada a la realización, la calidad de vida, la asertividad y el equilibrio en general. En ella convergen el conocimiento de sí mismo y del mundo, la cosmovisión, los criterios para comprender y valorar el mundo, así como la voluntad para tomar decisiones y actuar.

La doctora Mariluz León Ávila, se centró en aspectos semióticos y discursivos que permiten afincar el trabajo en la lógica peirceana en tanto semiótica. Insistió en la importancia de responder la pregunta ¿cuál es la concepción de estética que debe predominar en la investigación? Recomienda acudir a los siguientes textos: *De la estética a la filosofía de la cultura* de Morawski (2006), *Estética y Hermenéutica* de Gadamer (2006), *El acto de leer. Teoría del efecto estético* de Iser (1987) y *Psicología del arte* de Vigostky (1987). Encuentra interesante las relaciones que se establecen entre la experiencia y la recepción estética de autores como Cinthya Farina y Robert Jauss. Reconoce la importancia de reconceptualizar la razonabilidad en una perspectiva estética, debido a las implicaciones que tienen las ciencias normativas de Peirce (ética, estética y lógica), en la semiótica, la hermenéutica y la formación de maestros en el área de las matemáticas.

En relación con la razonabilidad, señala:

Pensando en nuestra posición como educadores y reiterando la unidad de lo afectivo-emocional con lo cognitivo a través de la cultura, pienso que la razonabilidad es el subsistema nuclear de la esfera ejecutora, donde se interrelacionan procesos condicionados biológicamente y desarrollados de forma histórico-cultural, por lo tanto es una capacidad compleja y conformadora de la personalidad que expresa un alto nivel de integración de lo afectivo, lo cognitivo y metacognitivo, para ordenar los pensamientos, analizar, describir, explicar, reunir, evaluar, establecer juicios, tomar decisiones, planear el futuro, a través de diferentes métodos: el inductivo, deductivo o abductivo y logra como productos dinámicos: aprendizajes, creencias, habilidades, hábitos, que orientan de forma consciente la actividad práctica y teórica sobre la realidad que nos rodea conformando una visión personal, cultural y dinámica del mundo. Agregaría que desde los fundamentos de la semiótica de

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

Peirce, es la disposición del intérprete para transitar desde un interpretante inicial a un interpretante final y con este lograr la conformación de un nuevo signo.

María Concepción González Basanta, reconoce en la argumentación, un modo de razonamiento, con carácter de diálogo, que comprende la demostración y la refutación. Valora sustantivamente el trabajo, al contribuir con el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes de una manera creativa y dialéctica, sobre todo, por su aporte novedoso a la didáctica de la lógica. Valora la interdisciplinariedad de la propuesta en tanto aborda la filosofía, la matemática, la pedagogía y la literatura. Recomienda leer el texto de su autoría: *Enseñar Lógica y aprender Lógica* (2012).

Respecto al concepto de razonabilidad dice que esta

no puede separar lo afectivo, aunque se afecte la verdad, en cuanto tiene en cuenta las creencias y las emociones. Esto ocurre, porque somos seres humanos, no obstante, hay una unidad dialéctica entre lo afectivo y lo cognitivo que debe vigilarse en la razonabilidad.

De la conversación con el doctor Sergio Ballester Pedroso, queda fundamentalmente el cambio de didáctica de la matemática a didáctica de la lógica. Dice que la escuela tiene una función social, por tanto, es importante rescatar el contenido abstracto de la lógica y la matemática, y las posibilidades de la imaginación, que brinda el texto literario. Le llama mucho la atención el enfoque metodológico que se sigue en la investigación. Considera que no todos los talleres de lógica abductiva deben partir de hechos sorprendentes derivados de los relatos de ficción.

El doctor Miguel Jorge Llivina Lavigne, señala que el desarrollo de la creatividad de los estudiantes, comienza por la del docente. Este último, además de tener un amplio conocimiento de la disciplina, debe lograr que los estudiantes redescubran. Se puede pensar desde una concepción de aprendizaje que propicie el talento y para eso tiene que saber muy bien lo que enseña y cómo. Es necesario mostrar no sólo el contenido sino la belleza del contenido, aprender la historia y la epistemología del contenido a enseñar, enseñar el camino que siguieron los matemáticos para formarse en la disciplina y la didáctica de esta última. La abducción es importante, pues la clase de matemáticas y lógica, debe permitir la búsqueda de ideas nuevas. El trabajo con la literatura en la clase de matemáticas, debe hacerse de manera consciente, no se puede utilizar para llenar espacios

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

que ocasionen la pérdida de tiempo a los estudiantes. No es por el simple gusto y capricho de leer, este proceso debe estar relacionado con el tema de objeto de estudio.

Respecto a la razonabilidad, escribe:

(...) la palabra “razonabilidad” me evoca la belleza del proceso de pensamiento y las relaciones interpersonales. Pero esta, no es solo pensamiento, también comprende la comunicación. En la clase se puede hablar con sentido, y tal vez la razonabilidad tenga que ver con cómo las buenas personas modelan su pensamiento y qué tipos de modelos utilizan.

El doctor Guillermo de Jesús Bernaza, posibilitó la inmersión en la lógica dialéctica e incluir su relación con la lógica formal como antecedentes de la razonabilidad. Esta sugerencia amplía las reflexiones realizadas en relación con el marco teórico de la tesis doctoral y ratifica la importancia de articular el saber disciplinar, saber didáctico e investigativo al proceso de construcción de la estrategia didáctica. La lógica dialéctica, dice el doctor Bernaza, permite encontrar el concepto esencial que atraviesa el ejercicio dialéctico y abductivo. Esto puede profundizarse con la lectura de los textos: *Lógica Dialéctica, ensayos sobre historia y teoría* de Iliénkov (1984); *Diccionario de Lógica; en forma simple sobre lo complejo*, de Guétmanova, Petrov & Panov (1991); *Lógica Dialéctica* de Hopnin (1983).

El doctor Erick Mendoza Barroso, le da más solidez a la metodología de la tesis y permitió reconocer la articulación entre relatos de ficción y artículos de investigación como potenciadores de la razonabilidad. Vislumbra la importancia de la teoría peirceana, sobre todo la abducción, en la tesis y la necesidad de inocular la semiótica moderna en nuestro estudio, sobre todo el énfasis en la triada del pensamiento peirceano: primeridad, segundidad y terceridad. Así mismo se potencia más lo distintivo y lo característico del texto a crear por los estudiantes y se evidencian las relaciones interdisciplinarias de que se habla en el trabajo.

Respecto a la razonabilidad, dice:

Los sujetos aprecian que el contenido de la formación es significativo cuando para ello tiene sentido lo que aprenden; por lo tanto, el criterio de razonabilidad que tengo es que los conocimientos, las vivencias, las experiencias, motivaciones y expectativas se constituyen en una urdimbre de saberes de naturaleza interdisciplinar para reconocer que lo que se aprende, por su condición diversa y compleja, puede ser razonado para descubrir las nuevas relaciones que entre conocimiento y experiencia se dan; para apreciar que por la dimensión proyectiva que tiene el contenido formativo

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

se favorece la interpretación de los contextos en su diversidad para poder sistematizar y aplicar al texto, para descubrir que si bien las partes son expresión del todo y el todo está en las partes, la naturaleza y condición humana son comprendidas, desde el contenido de la formación, a partir de un pensamiento holístico que reconoce a la realidad y al hombre como centro de ella, como una totalidad. La razonabilidad es una mezcla de subjetivismo y razonamiento; los dos polos dialécticos que caracterizan la condición humana.

Esta síntesis de las conversaciones, muestran una apreciación muy positiva de la presente propuesta de investigación. Los especialistas en matemática, lógica y didáctica, nos permiten pensar que las mediaciones están en correspondencia con el problema de investigación y la hipótesis abductiva. Sus críticas, dieron paso a una serie de cambios que fueron realizados en el transcurso de la investigación, las cuales se pueden resumir, así: exponer las diferencias entre logicismo e intuicionismo, cambiar de didáctica de la matemática a una didáctica de la lógica, precisar el papel de la intuición en la propuesta y cambiar el concepto de razonabilidad estética por razonabilidad. Los resultados de las conversaciones, sus recomendaciones y sugerencias permitieron una nueva reflexión tendiente a modificar razonablemente aquello que fuera necesario, como en efecto se hizo.

Con base en las respuestas dadas sobre el concepto de razonabilidad y el procedimiento que sugiere la PRACCIS (Prejuicios, Reflexión, Análisis, Comparación, Comprensión, Interpretación y Síntesis) como estrategia de análisis de la información, se puede decir que sus *prejuicios* se inclinan a pensar que una unidad dialéctica entre lo afectivo-emocional y lo cognitivo, podría orientar la voluntad para la toma de decisiones y el actuar como maestros de matemáticas. Esto suscita una *reflexión* que nos sorprende y nos anima, dado que en la tesis nos preguntamos por la posibilidad de implementar una estrategia didáctica para el ejercicio de la razonabilidad. Un *análisis* de las relaciones entre el arte y la ciencia, entre lo subjetivo y lo objetivo, entre lo emocional y lo cognitivo, planteadas por las autoridades nos lleva a conjeturar que coinciden en la importancia de la razonabilidad como proceso integral en la formación de maestros de matemática. De la *comparación* entre lo afectivo-emocional y lo cognitivo llama la atención lo subjetivo, lo estético, lo bello, lo artístico puesto que las autoridades, aunque provienen de distintas escuelas de pensamiento, admiten la necesidad de incluir estos aspectos en la clase de matemática y lógica. La *comprensión* derivada de sus respuestas muestra cómo ellos tienden más a ampliar un marco epistemológico de la razonabilidad con mayores argumentos, los mismos que están presentes en

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

todo el trabajo de esta tesis. En las respuestas se pueden leer sus vivencias como maestros investigadores y formadores de profesionales con mayor claridad. Este nivel de comprensión tiene en cuenta múltiples horizontes teóricos según la formación que tienen en relación con la ciencia y los seres humanos que han formado, y parece conducirlos a proponer la razonabilidad como un concepto que podría darle más valor la formación de maestros. En *síntesis*, estos hallazgos nos llevan a pensar el lugar de la razonabilidad una DLA como un proceso que pueda contribuir a una mejor formación de los maestros de lógica y matemática.

5.2 Modo de lectura de los datos de la comunidad universitaria

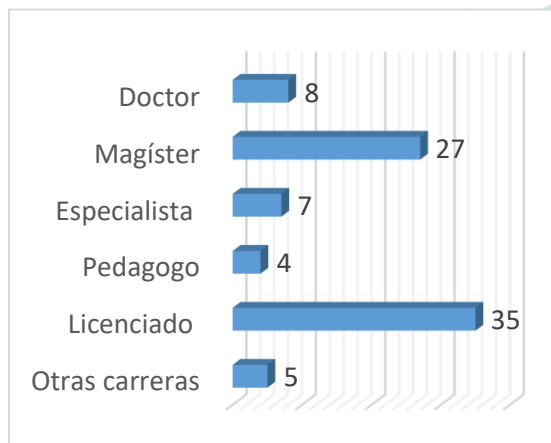
Desde las proyecciones de sentido explicitadas en la tabla No. 10 y en relación con nuestra hipótesis abductiva, así como con la pregunta de investigación, sostuvimos un diálogo abierto con la comunidad universitaria para conocer sus concepciones alrededor del problema de investigación y la hipótesis abductiva y, en consecuencia, propender por una didáctica de la matemática y la lógica misma. Esperábamos que la conversación con maestros y estudiantes arrojara luces, en busca de una ruta que mostrara el proceso de humanización del maestro, en tanto, ser que puede sorprenderse y causar la sorpresa en sus estudiantes, por medio de las fases del método abductivo. Esta búsqueda, se realiza con base en la guía de prejuicios para profesores y estudiantes. Este instrumento posibilitó la expresión de conceptos previos, preconcepciones, conocimientos anteriores a la creación de la cosa. Se analizaron sus enunciados en busca de las unidades de sentido, consignadas en la guía de prejuicios. En suma, este proceder nos permite contrastar lo dicho, lo dialogado con la idea de develar acuerdos y desacuerdos en relación con la estrategia didáctica.

5.2.1 *Lectura de la guía de prejuicios de los profesores.*

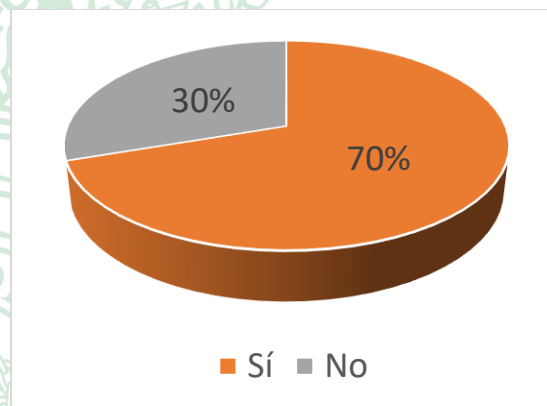
La guía, como ya se dijo, la contestaron 86 docentes cuyo nivel de formación se muestra en la gráfica No. 1.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

Gráfica 1: Nivel de estudio



Gráfica 2: Inclusión de textos literarios



Como puede verse la mayoría eran licenciados en matemática y física, lo que le da mucha fuerza a las respuestas dado que hay un mayor criterio en la respuesta al pertenecer al mismo campo de formación en el que se aplica la estrategia y al cual pertenece el investigador. De estos 86, como muestra la gráfica No. 2, la mayoría dice utilizar el texto literario como mediación en el aula de clases. Frente a la pregunta sobre la inclusión de textos literarios como proceso de mediación didáctica, observamos que la mayoría (70%) dice haberlos utilizado. El siguiente gráfico revela algunos hallazgos de las respuestas.

Gráfica 3: Sí del texto literario.



Gráfica 4: No del texto literario



¿Qué puede irse comprendiendo? La categoría texto literario se confirma como lo habíamos conjeturado al plantear la guía de prejuicios. Identificamos una interesante concurrencia: los profesores universitarios consideran que el texto literario es una herramienta valiosa para desarrollar la imaginación en la clase, admiten que es posible acceder a procesos superiores con

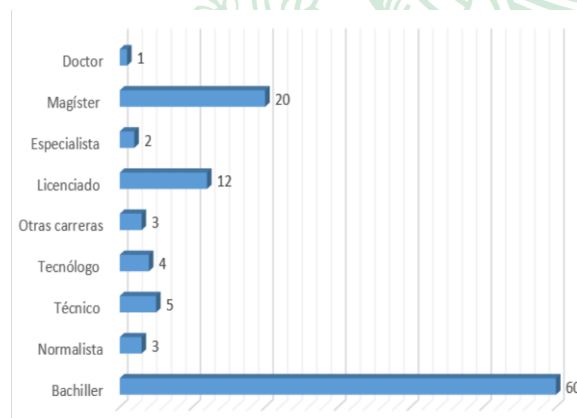
Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

Esta aproximación al concepto a través de los prejuicios de los docentes permitió proyectar el concepto en la enseñanza de la lógica y la matemática. El gráfico No. 6 muestra lo hallado. Se observa que la razonabilidad es confundida con razón, con razonamiento y con pensamiento, algunos consideran que es una capacidad, otros dicen que es un pensar humano, a partir de un sentido estético enmarcado en las acciones. Muchos se sorprenden y admiten no saber nada acerca de este concepto. Esto nos confirma la necesidad de trabajar la razonabilidad en una didáctica de la lógica y la matemática puesto que estamos convencidos del papel edificante que tiene en la formación de maestros. Más adelante, se abordan en detalle estos hallazgos cuando hagamos el análisis como un todo.

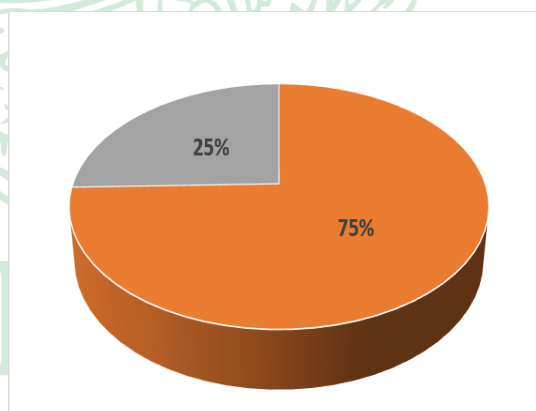
5.2.2 Lectura de las guías de prejuicios de los estudiantes.

Esta misma guía de prejuicios la contestaron 110 estudiantes, algunos con un nivel más alto de estudios como se muestra en la gráfica No. 3, aunque la mayoría son estudiantes de la licenciatura en matemática y física, lo que nuevamente nos ubica en la dirección precisa de este trabajo de investigación.

Gráfica 7: Nivel de estudio.



Gráfica 8: Inclusión de textos literarios.



Frente a la pregunta por los textos literarios, el 75 % dice haberlos utilizado y manifiestan varias razones que pueden derivarse del gráfico No. 9.

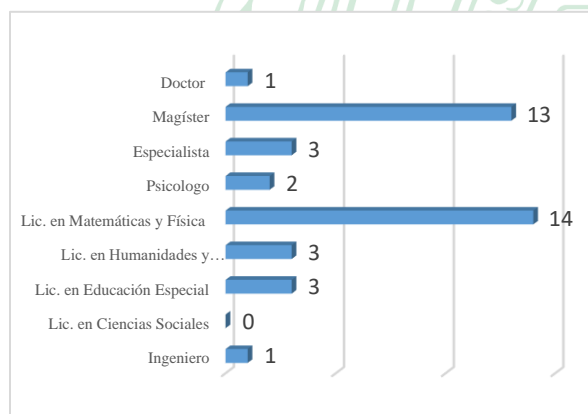
Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

De la nube mostrada en el gráfico No. 12 puede verse la evocación de la razonabilidad en los estudiantes, para quienes es lo mismo que razón o forma de pensar, aunque para algunos es una forma diferente de pensar, un pensar el actuar o un proceso estético que le da sentido al aprendizaje.

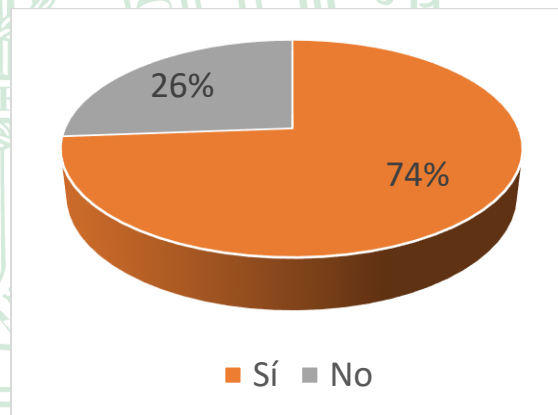
5.2.3 Lectura de las guías de prejuicios de los egresados.

La guía de prejuicios fue contestada por 42 egresados que figuran en la base de datos de la facultad de educación, cuyo nivel de estudios se muestra a continuación.

Gráfica 13: Nivel de estudio egresados.



Gráfica 14: Inclusión de texto literario egresados.



Las gráficas No. 15 y No. 16 nos permiten resaltar que para los egresados los textos literarios permiten orientar el aprendizaje de los estudiantes; la literatura es un dispositivo de acercamiento a la cultura y a la sociedad

Gráfica 15: Sí del texto literario.



Gráfica 16: No del texto literario.



Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

Una primera comparación está dada en la cantidad de personas que respondieron sí a la utilización de textos literarios como mediación didáctica. Esto puede verse en la tabla No. 12.

Tabla 12: Comparación respecto al texto literario como mediación.

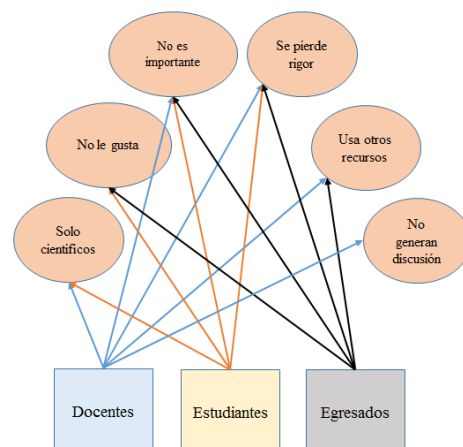
	Docentes	Estudiantes	Egresados
Mediación didáctica	11	13	6
Experiencia estética	12	10	0
Portador de conocimiento	11	17	4
Herramienta pedagógica	10	10	0
Procesos de pensamiento	11	10	5
Enseñanza de las ciencias	1	0	0
Porque es más fácil	0	0	7
Posibilita la intertextualidad	0	0	8
Total	86	110	42

Tanto docentes como estudiantes y egresados coinciden en relación con la importancia del texto literario en el aula. Algunas diferencias leves, se focalizan cuando los estudiantes ven el texto literario como portador de conocimiento. Los egresados no expresan la posibilidad de textos literarios como mediación estética ni como herramienta pedagógica, aunque algunos consideran que puede ser más fácil de utilizar, sumado a las sus posibilidades intertextuales. Estas relaciones pueden verse en la gráfica No 19, acompañado de la gráfica No. 20 donde se muestran categorías emergentes respecto a la no utilización de textos literarios.

Gráfica 19: Nodos respecto al Sí.



Gráfica 20: Nodos respecto al No.



Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

En la gráfica 20 se advierte un posible temor a utilizar los textos literarios, bien sea porque se pierda rigor, no son importantes, por el uso de textos científicos en el aula, o porque no les gusta este tipo de texto.

En lo que respecta a la tercera y la cuarta pregunta, como puede verse en la tabla No. 13, dominan las formas de razonamiento convencionales en el aula y es relevante la poca marcación que tiene la abducción. Consideran que la argumentación es fundamental en la construcción de teorías, los procesos de creación son necesarios en la clase de matemáticas, muy pocos concurren en la relación entre lo estético y lo cognitivo. La gran mayoría reconocen las capacidades que puedan asociarse a estos procesos, pero no manifiestan recurrir a la abducción. Esta concurrencia confirma nuestra sospecha.

Tabla 13: Habilidades de razonamiento.

	Docentes	Estudiantes	Egresados	Total
Abducción	5	3	1	9
Argumentación	16	12	15	43
Creación	13	11	6	30
Deducción	7	7	12	26
Inducción	9	6	5	20
Todas	6	5	2	13

En relación con la quinta pregunta, y con la ayuda de la tabla No. 14, puede verse la falta de precisión respecto a la razonabilidad dado que la confunden con razón, razonamiento y pensamiento; es una capacidad, un pensar humano a partir de un sentido estético enmarcado en las acciones. Muchos (25 %) admiten no saber nada acerca de este concepto.

Tabla 14: Concepto de razonabilidad.

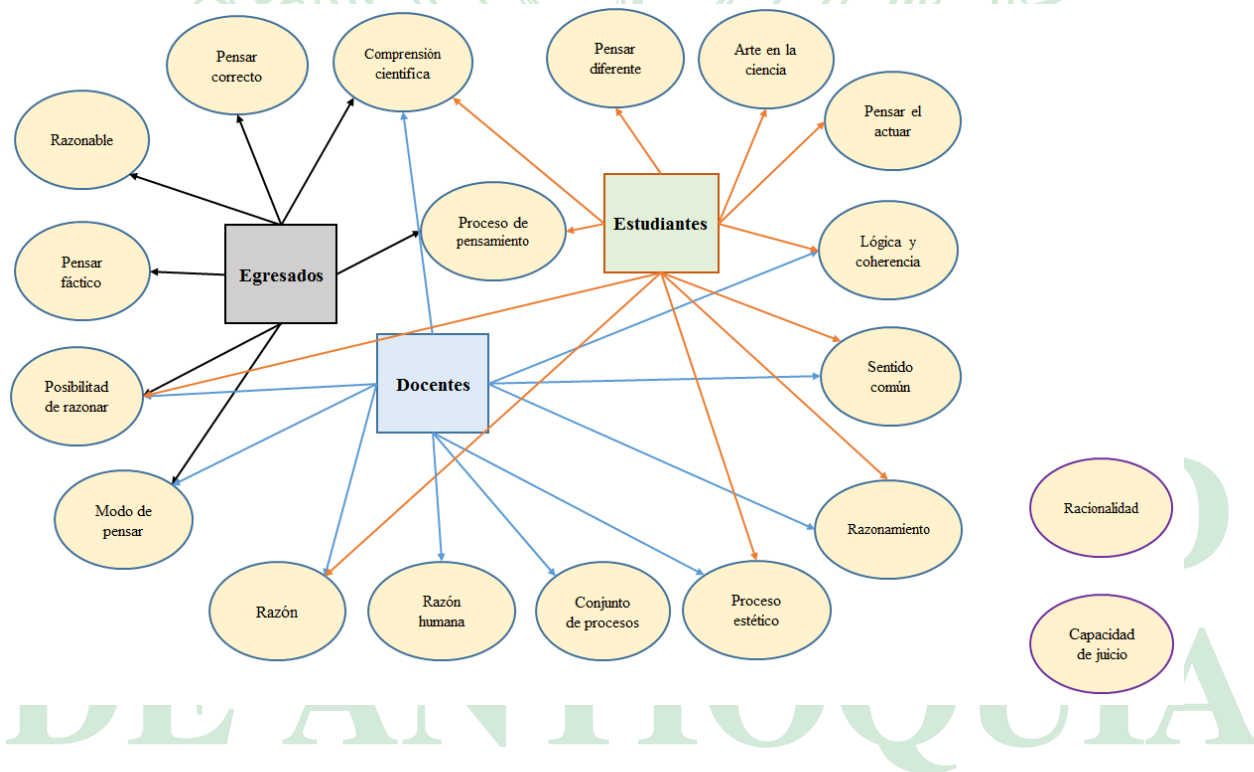
	Docentes	Estudiantes	Egresados	Total
Razón-Razonamiento	16	11		27
Posibilidad de razonar	9	14	4	27
Conjunto de procesos	7	6	3	16
Razón humana	6	0	0	6
Sentido común	6	2	0	8
Lógica y coherencia	6	15	0	21
Modo de pensar	4	0	3	7
Proceso estético	11	15	6	31
Comprensión científica	5	2	5	12
Pensar el actuar	0	4		4
Arte en la ciencia	0	10		10

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

Pensar Fático	0	0	5	5
Pensar correcto	0	0	8	8

Llama la atención el consenso entre docentes y estudiantes para decir que razonabilidad es lo mismo que razón o razonamiento, posibilidad de razonar y conjunto de procesos. Los egresados hacen aquí pocas consideraciones, aunque incluyen en la evocación de la razonabilidad un pensar desde los hechos y un pensar correcto. Un 17 % considera la razonabilidad cercana al ejercicios estético, al modo de pensar, a la lógica, al razonamiento y al conocimiento. Por su parte los estudiantes se acercan al concepto de razonabilidad al decir que es un “pensar en el actuar” y encontrar una relación del arte en la ciencia que puede llevar a la razonabilidad. Estas relaciones se aprecian en ra en el gráfico No 23.

Gráfica 21: Nodo sobre la razonabilidad.



5.2.5 Discusión de los resultados

Con base en las respuestas de la comunidad y el procedimiento que sugiere la PRACCIS (Prejuicios, Reflexión, Análisis, Comparación, Comprensión, Interpretación y Síntesis) como estrategia de análisis de la información, se pueden establecer algunos elementos de discusión en relación con tres campos de la guía de prejuicios: el texto literario como mediación didáctica; los procesos de pensamiento en la enseñanza/aprendizaje de la lógica y la matemática; y el concepto de razonabilidad.

En relación con el primer campo, algunos tienen el *prejuicio* según el cual lo literario y lo científico pueden ser articulados en la enseñanza; para ellos, aunque lo emocional y lo racional pertenecen a esferas distintas, pueden fusionarse en lo didáctico. Esto suscita una *reflexión* que nos sorprende, dado que la hipótesis de esta investigación se pregunta ¿cómo podría una estrategia basada en la relación entre relatos de ficción y artículos de investigación aportar a la didáctica de la lógica la razonabilidad como método en la educación superior?, al parecer, la comunidad educativa consultada es consciente de las posibilidades didácticas que ofrece esta relación de textos. Un *análisis* de la relación entre lo racional y lo emocional, presentes en la razonabilidad, nos lleva a afirmar que tanto la comunidad indagada como los textos consultados coinciden en el cuidado que se debe tener a la hora de articular lo uno con lo otro dado que son planos distintos de lo humano. De la *comparación* entre lo literario y lo científico llama la atención lo estético, puesto que los respondientes admiten la posibilidad de que no solo los textos literarios causen experiencias estéticas sino también los científicos. La *comprensión* que los consultados realizan de la mencionada relación parece llevarlos a una *interpretación* más creativa de la enseñanza/aprendizaje de la lógica y la matemática; sus respuestas sugieren que estas requieren una mayor inclusión de la intuición y la imaginación. En *síntesis*, estos hallazgos nos llevan a pensar en una estrategia didáctica basada en la relación entre relatos de ficción y artículos de investigación.

En relación con los procesos de pensamiento en la enseñanza/aprendizaje de la lógica y la matemática, algunos tienen el *prejuicio* según el cual la creación es una habilidad fundamental en

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

la enseñanza/aprendizaje de la lógica y la matemática. Esto suscita una *reflexión* en relación nuestra hipótesis dada las características creativas que pueden derivarse de la abducción y otras formas de razonamiento. Un *análisis* sobre la potencialidad de la creación en la enseñanza nos lleva a revisar las opciones creativas derivadas de la lectura y escritura en el campo de la matemática. Así mismo de la *comparación* entre lo dicho por la comunidad y los textos abordados surgen elementos comunes para pensar una didáctica de la demostración en la cual la creación y la abducción sean elementos heurísticos en la búsqueda de principios lógicos. La *comprensión* de la comunidad sobre las habilidades de pensamiento reafirma una *interpretación* creativa de la enseñanza/aprendizaje de la lógica y la matemática en la cual se utilicen todas las habilidades mencionadas. En *síntesis*, estos hallazgos nos llevan a pensar la posibilidad de una didáctica de la lógica que tenga en cuenta el desarrollo de habilidades creativas de los estudiantes y sus maestros.

En relación con el concepto de razonabilidad, algunos tienen el *prejuicio* según el cual la razonabilidad es razón, razonamiento, posibilidad de razonar y pensamiento; pero también, algunos piensan, puede ser un proceso estético que acerca el arte y la ciencia. Esto segundo suscita una *reflexión* que sorprende en relación con nuestra hipótesis dados los principios del programa de formación en matemática y física y dado que queremos reconfigurar el concepto de razonabilidad en una DLA. Posiblemente, la comunidad consultada sugiere que se repiensen los procesos estéticos que se tienen en cuenta en las clases de lógica y matemática. Un *análisis* sobre las respuestas de la comunidad permite ver la coherencia que tienen al hablar de “posibilidad de razonar”, “procesos de pensamiento”, “razón humana”, “lógica y coherencia” y “pensar el actuar”, entre otros, puesto que son elementos que podrían integrar la formación en la razonabilidad. De la *comparación* entre estos conceptos surge una cercanía semántica con la concepción peirceana de razonabilidad utilizada en este trabajo, como el modo de pensar y accionar de aquel que quiere aportar algo nuevo al universo. En *síntesis*, estos hallazgos nos instaron a avanzar en relación con la hipótesis abductiva y la pregunta de investigación mediante el diseño de una serie de talleres y momentos para una estrategia didáctica CSP que se ilustra en el siguiente capítulo.

5.3 Lectura y análisis de la experiencia con los talleres.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

Durante este estudio doctoral y en compañía de la mesa de literatura del Nodo de Lenguaje de Antioquia, de la cual es integrante el autor, se realiza una serie de talleres para el ejercicio de la razonabilidad con maestros en formación y en ejercicio, de las áreas de humanidades y matemáticas, además de estudiantes de maestría y doctorado. La tabla No. 15 relaciona algunos de esos talleres, en la cual se muestra el año, el título del taller realizado, el número y la naturaleza de los asistentes y el lugar de realización.

Tabla 15: Listado de talleres realizados.

Año	Taller	Asistentes	Lugar/Organizadores
2012	Ese cuento de los números; una estrategia basada en la relación matemática y literatura.	28 profesores de español y literatura	Tumaco/Red Colombiana de Lenguaje.
2013	Una aventura policromática hacia el Ser del maestro desde <i>Noticia de los cuatro Mensajeros</i>	12 profesores de español y literatura	Medellín/Nodo
2013	Una aventura policromática hacia el Ser del maestro desde <i>Noticia de los cuatro Mensajeros</i>	5 profesores de español y literatura	Cali/Red
2013	Construcción de una estrategia didáctica para la enseñanza de la matemática, basada en la lógica creativa	40 estudiantes de diversas carreras y profesores de ciencias	Medellín/Nodo
2013	El texto literario como práctica de lectura investigativa desde <i>Un descenso al Maelström</i>	13 profesores de distintas áreas	Brasil/ Unesp
2014	La relación entre textos literarios y científico como medio para desarrollar la razonabilidad	12 profesores de matemática	Habana/ UCPEJV
2014	La relación ente textos literarios y científicos como medio para desarrollar la razonabilidad	40 estudiantes de diversas carreras.	Medellín/ U de M
2014	De las cosas contra la razón o de la razonabilidad	52 profesores de distintas áreas.	Habana/UCPEJV
2014	De las cosas contra la razón o de la razonabilidad	20 estudiantes de español y literatura	Medellín/ U de A
2014	De las cosas contra la razón o de la razonabilidad	6 profesores de español y literatura	Ibagué/Red
2015	El estado S de la condición humana: el aula como un cuerpo en estado de tensión y creación	16 profesores de español y literatura	Bogotá/Red
2015	El estado S de la condición humana: el aula como un cuerpo en estado de tensión y creación	10 estudiantes de matemática y física	Medellín/ U de A
2016	Un Metropolitano llamado Moebius	15 maestrantes en educación matemática	Medellín/ U de M
2016	Literatura, Lógica y Estética	40 estudiantes de diversas carreras	Medellín/U de M
2016	Una aventura policromática hacia el Ser del maestro desde <i>Noticia de los cuatro Mensajeros</i>	34 estudiantes de maestría en educación	Medellín/U de A
2016	Literatura e investigación en la escuela	23 profesores de español y literatura	Florencia/ U de la Amazonia
2016	Literatura Científica; un Cuento para Quedarse	23 profesores de español y literatura	Florencia/ U de la Amazonia

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

2016	Construcción de una hipótesis abductiva desde el relato “La desaparición de un físico”	13 maestros formadores de práctica pedagógica	Medellín/Facultad de Educación de la UdeA
------	--	---	---

Los 21 talleres permitieron el trabajo interdisciplinario entre la matemática, la lógica, la física, la literatura, otras áreas y disciplinas que emergen según el relato y que en la fase de deducción son abordadas para explicar los hechos que sorprenden. El taller logra impactar tanto a los maestros en formación como a los que están en ejercicio, hasta el punto de ratificar la importancia de enseñar acudiendo a estrategias que relacionen la lógica, la didáctica y la literatura. Ellos explican que el maestro se hace en la práctica continua del enseñar, no de otra manera. Es en esa búsqueda de lo común como dimensionamos el *commens* peirceano y nos definimos como seres estéticos y pensantes en la medida que abandonemos la zona de confort y nos abordemos el acto de enseñar con la complejidad que este amerita.

En el caso de los profesores de matemáticas, se sorprenden constantemente cuando ven que puede darse un análisis lógico desde el hallazgo de un hecho sorprendente –HS– en la literatura. Pareciera como si este tipo de talleres, fuera un llamado a fortalecer el pensamiento estético, además del lógico, en la enseñanza de la matemática. Los profesores de matemática admiten la falta de mediaciones estéticas y de reflexiones en el mismo orden, derivadas de la monotonía y de la obligatoriedad de desarrollar procedimientos algorítmicos y ejercicios cercanos a la memoria. Al final comprenden, que así como un literato describe el revuelo simultáneo y caótico de cientos de palomas en el parque, causa emoción y asombro con sus palabras, las cuales contagian la alegría de un cuadro que uno no ve, pero parece verlo; así como el matemático busca el algoritmo que describa ese movimiento browniano, interpreta el caos y modela tal situación porque cree que puede predecir otros movimientos más caóticos y salvar vidas; también el maestro comprende el ejercicio de ambos dado que la imaginación, de los tres, debe estar en la base de la educación científica, esto es, los tres aportan al ejercicio de la razonabilidad.

Uno de los mayores énfasis de las discusiones sostenidas con los maestros participantes en los talleres, estuvo en la construcción de la regla, pues es allí donde la ciencia ha logrado avanzar haciendo rupturas epistemológicas. Esto no invalida la historia de las ciencias y el apoyo que la formulación de un caso, con su respectiva regla y resultado, realizan al desarrollo de la experiencia

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

estética, el diálogo de saberes y la razonabilidad, de allí, la importancia de avanzar en la búsqueda de un elemento nuevo para la ciencia. La tabla No. 16 muestra el hallazgo de algunas reglas construidas por los asistentes a los distintos talleres mencionados en la tabla No. 15. Las reglas posibles surgen de todo un ejercicio abductivo y participativo donde se establecen acuerdos según el criterio de los participantes.

Tabla 16: Construcción de reglas por vía abductiva.

Ejercicio resultante de “Noticia de los Cuatro Mensajeros” de Pedro Gómez Valderrama. Relato de ficción.		
Hecho sorprendente	Causa explicativa	Regla posible
El mensajero muere.	El mensajero cumple su deber	El cumplimiento del deber puede llevar a la muerte.
El mensajero cumple su misión a pesar del riesgo.	El mensajero tiene vocación.	Toda persona con vocación cumple su misión a pesar del riesgo.
El mensajero no es capaz de romper el hábito.	El mensajero no rompe el hábito.	El que llega a tiempo recibe recompensas
El mensaje llega a tiempo	La urgencia del mensaje implica morir o vivir	Todo el que preserva la vida lleva el mensaje a tiempo.
Ejercicio resultante de “Un Metropolitano llamado Moebius” de J.A. Deutsch. Relato de ficción.		
La desaparición de un tren en un sistema tan organizado	Encontró un nodo para saltar a otra dimensión	En los nodos pueden desaparecer cosas de cualquier tamaño
Que una red finita se vuelve infinita	La física y la matemática.	La física y la matemática hacen pensar que lo inexplicable es posible
Que el tren no haya alterado la realidad	El orden establecido en el espacio del tiempo	Hay un orden establecido que permite la relación entre lo concreto y lo abstracto
Ejercicio resultante de “Cosas contra la razón” de Rubén Darío Henao Ciro. Relato de ficción.		
La dispersión del ser humano	El sinsentido de la vida	El sinsentido de la vida causa dispersión en el ser humano
Que él no pueda ver la cosa	La excesiva razón	El exceso de razón anula su razón
Él se detiene en la cosa y no en ella	Es más fácil relacionarse con cosas que con personas	Valoramos más las cosas que los seres vivos
El la ignora a ella, pero no a la cosa	El la conoce a ella y no a la cosa	Aquello que se conoce es susceptible de ser ignorado
Ejercicio resultante de “Anillo de Moebius” de Julio Cortázar. Relato de ficción.		

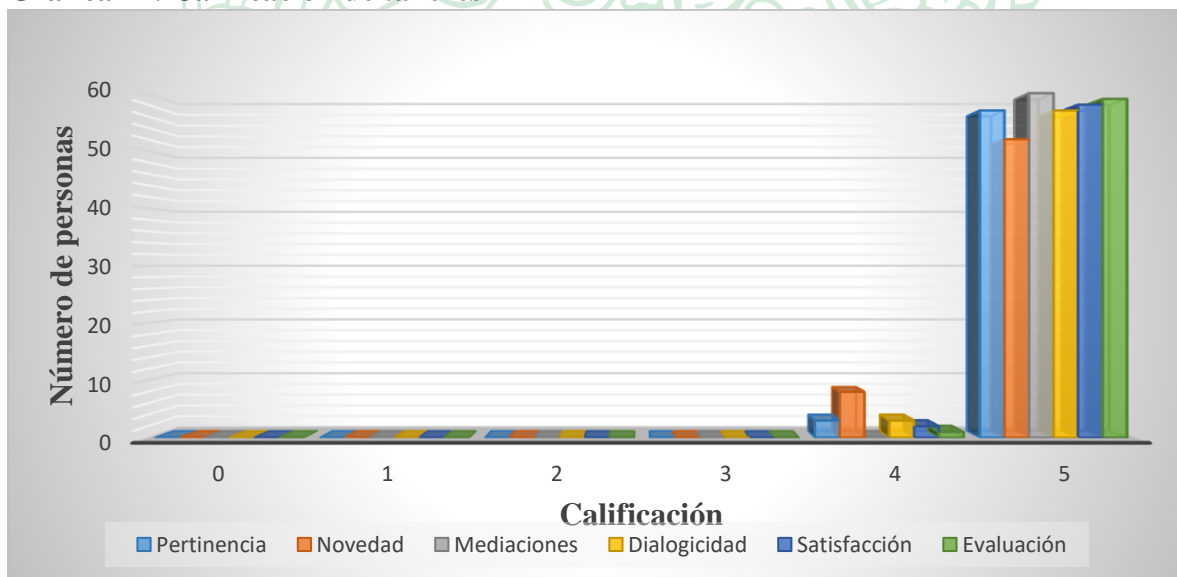
Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

El tránsito de un estado a otro	La flexibilidad de la materia	La flexibilidad facilita el tránsito
Ella siente deseo por Robert antes de morir	Ella cede porque estaba muriendo	En la proximidad de la muerte emerge lo imposible
Por qué Robert la mata	Aplicó la fuerza bruta y sin querer la mató	La fuerza sin razón daña
Por qué Robert la viola	El deseo lo transforma en bestia	El deseo sin control causa violaciones
Ejercicio resultante de “La desaparición de un físico” de Rubén Darío Henao Ciro. Relato de ficción.		
La desaparición del físico	Temor a las consecuencias de su teoría	El temor a las consecuencias ocasiona que nos perdamos
Morir para seguir vivo	La paradoja cuántica	La paradoja cuántica resuelve el estar en dos estados al mismo tiempo

Fuente: elaboración propia.

Y así, las sesiones transcurrían en un juego que consistía en leer abductivamente para construir reglas o hipótesis abductivas que posibilitaran nuevas investigaciones. Ya en los últimos minutos, se aplicaba una evaluación (ver anexo No. 1), la cual permitía analizar la sesión de acuerdo con las respuestas de los docentes. Una muestra de esta evaluación aparece en el gráfico No 24, el mismo que procede de la tabulación de 60 talleres:

Gráfica 22: Calificación de talleres



Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

El gráfico anterior se refuerza con el gráfico No. 25 el cual surge después de entrar todas las valoraciones hechas por los asistentes al software NVivo10 y este devuelve una nube que la hemos denominado de la excelencia en tanto sólo muestra el alto nivel de satisfacción por parte de los maestros, en formación y en ejercicio. Lo que nos dice que hay posibilidades de introducir la abducción en propuestas metodológicas en el marco de una didáctica de la lógica.

Gráfica 23: nube de la excelencia.



Así, desde la literatura se genera un juego con las mentes de los perceptores hasta el punto de hacerles creer que desaparecen trenes, en el caso de “Un Metropolitano Llamado Moebius”, y físicos, en el relato “La Desaparición de Ettore Majorana”; que la mente nos impide ver lo que tenemos en frente, como si la presencia de las cosas causara ausencia. Un tren adquiere presencia para que se suba un pasajero y luego desaparece nuevamente, como si quisiéramos dar una explicación real a eso irreal que pasa en la matemática, rompemos una barrera racional para trascender en la búsqueda de lo imperceptible. Entre sorpresas y explicaciones, el taller se convierte en una legítima experiencia estética, se pasa del asombro al conocimiento matemático al tener licencia lógica y topológica para ir más allá de la inmediatez. Enseñar y aprender matemáticas, es otra realidad ficcionada para el ejercicio de la razonabilidad. Esta última, es una necesidad, sobre todo en Colombia donde al parecer hemos carecido de razonabilidad; en muchos casos se prefiere más el grito que la caricia y queremos conseguir la paz, patrocinando en el aula expresiones de guerra. Los sentimientos incluso se ponen al servicio de los intereses capitalistas, se venden

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

conciencias y se compran corazones. Paralelo a esto, hay un tipo de periodismo que arrincona y fuerza la verdad hasta convertirla en mentira. Por eso urge la percepción mediada por la razón para ver las cosas más cerca de la verdad.

Producto de la aplicación de estos talleres y las reflexiones permanentes en torno al ejercicio de la razonabilidad, hay varios artículos publicados como se muestra en la tabla No. 17

Tabla 17: artículos publicados durante el doctorado.

Año	Artículo	Revista
2012	<i>Análisis de un artículo de investigación como proceso lógico-creativo con estudiantes de licenciatura en matemáticas y física</i>	Peirce en Argentina
2014	<i>Aportes de la razonabilidad a la matemática y la literatura en la educación media y superior</i>	RedLecturas
2015	<i>La razonabilidad estética como proceso interhumano y abductivo desde “Un Descenso al Maelström”</i>	Enunciación
2015	<i>Aproximación histórica al concepto de lógica: avances parciales de una investigación que promueve la experiencia estética de maestros en formación de matemáticas y literatura</i>	Ikala
2015	<i>Representación matemática desde Peirce</i>	Educación y Pragmatismo
2016	<i>Didáctica de la Lógica para el Ejercicio de la Razonabilidad</i>	Magis
2016	<i>El concepto de experiencia estética en la didáctica de la lógica y en la formación de maestros de matemáticas</i>	Trilogía
2016	<i>Literatura, Matemática y Razonabilidad: una relación triádica en la didáctica de la matemática</i>	UnipluriVersidad
2016	<i>Lo Emocional como Articulador de la Razonabilidad en la Didáctica de la Matemática</i>	Papeles
2016	<i>La razonabilidad como proceso abductivo en la didáctica de la lógica</i>	Pedagogía y Saberes

Fuente: elaboración propia

5.4 Resultados de un taller específico: Estrategia didáctica CSP⁹⁹.

Lo que sigue es un tejido polifónico, en el que se han recogido voces de aquí y allá, utilizando una metodología abierta e imaginativa. Se presenta una lectura, análisis y conversación,

⁹⁹ Estos resultados corresponden a la estrategia implementada con 18 maestros en formación de las licenciaturas en humanidades, lengua castellana, 28 maestros en formación del curso Desarrollo de Pensamiento Lógico de la Licenciatura en Matemáticas y Física, ambos grupos de la Universidad de Antioquia, y 30 estudiantes del programa de formación complementaria de la Normal Superior de Medellín. Dicha estrategia empieza con la lectura de “Un Descenso al Maesltron” y su posterior análisis mediante la imagen sonora, el diccionario semántico y los preguntarios. La estrategia se aplica nuevamente en el 2015-2 con los estudiantes del curso “Desarrollo de Pensamiento Lógico, con quienes no se leyó “Un Descenso al Maelstrom” sino “Un Metropolitano Llamado Moebius” (1950) de J. A. Deutsch; se apreció la película “Moebius” de Gustavo Mosquera (1996) y se analizó el relato de ficción “La Banda de Mobius: un camino que te llevará de cabeza” de Belén, Grau & Nuñez (2007). De esta segunda aplicación de la propuesta se tienen ocho trabajos de los cuales pueden apreciarse dos en los anexos 16 y 17, con los cuales se evidencia la necesidad de una estrategia que ayude a cualificar los procesos de razonamiento y razonabilidad.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

que comprende el relato de ficción y el artículo de investigación. Puesto que debemos dar de pensar, de ver, de leer, para empezar, buscamos de un sinnúmero de relatos, elegimos “Un Descenso al Maelström” de Edgar Allan Poe” (1999)¹⁰⁰; con el tiempo nos daríamos cuenta de nuestra certeza al elegir este relato de ficción.

Antes del relato nosotros estamos con nuestra vivencia y prejuicios, dispuestos a que del texto broten retoños, relicarios, pájaros, cruces, rayos, pistas que nos digan cómo seguir vivos y volver al texto. Para empezar, el título nos rompe el equilibrio. Una ola llega a la imaginación a contracorriente, la caída, la tragedia, el decaimiento, el descenso. Segundo, el Maelström, unívoco y plural, Maelström, Moskoëstrom, Mælstrøm, Mailström o Moskstraumen; torbellino preciso y meridional de las islas de Lofoten (Noruega); Maelström, del neerlandés *malen* (triturar) y *stroom* (corriente), imagínense “corriente que tritura”. Y tercero, “Un Descenso al Maelström”, la genialidad de Poe, un viaje a lo desconocido, una tragedia en un extraño sitio, una caída a algún lugar, un detonador de prejuicios, el paso a la imaginación. Acto seguido, Poe nos advierte con las palabras de Joseph Granvill¹⁰¹ la incertidumbre del paso a la vastedad.

Surge abruptamente el acantilado, la inmensa roca negra, el Helseggen, inmenso y frío provocando ansiedad, asombro, emoción, duda, susto, intriga, ingenio, intranquilidad, expectativa, concentración, duda. Vértigo por la elevación y la inmensidad del mar, a lo lejos, en la base del monte, las olas golpean las rocas y más allá está la amenaza del Maelström.

Una vez puesto en orden el caos, empieza el relato dentro del relato “si nos colocamos ahora detrás de esa roca al socaire (...), le contaré un relato que lo convencerá de que conozco alguna cosa sobre el Moskoe-ström”¹⁰², se escucha la voz del director: “cámara, luces, acción” junto con

100 El relato se inspira en un remolino que se produce en las costas de Noruega, formado por la conjunción de las fuertes corrientes que atraviesan el estrecho de Moskenstraumen. Uno de los personajes centrales es un anciano, que en su calidad de personaje-narrador, cuenta que un día se fue de pesca, como de costumbre, con sus dos hermanos, cuando repentinamente se desató una terrible tormenta que atrapó el barco en el vórtice. En medio del caos, recuerda los principios físicos derivados de la flotabilidad de los cuerpos y, en consecuencia, con sus conocimientos, se amarra a un barril y se abandona a su destino. Al final se salva, mientras sus dos hermanos desaparecen junto con la embarcación. Cuando relata su hazaña a los pescadores que lo encontraron casi moribundo a la orilla del mar, llama la atención su vejez prematura.

101 “Los caminos de Dios en la naturaleza y en la providencia no son como nuestros caminos; y nuestras obras no pueden compararse en modo alguno con la vastedad, la profundidad y la inescrutabilidad de sus obras, que contienen en sí mismas una profundidad mayor que la del pozo de Demócrito”. (Joseph Granvill)

102 Poe, E. (1999) Un Descenso al Maelström.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

el punto de quiebre de Borges “arriba, ahora, al inefable centro de mi relato; empieza, aquí, mi desesperación de escritor¹⁰³, queremos acelerar el tiempo y preguntarle al autor ¿Qué pasó? ¿Qué va a pasar?, pero él ha dispuesto todo para contárnoslo como debe ser: configuración, representación, lenguaje e imaginación, sentido y creación. Entonces se viene la tempestad, el huracán, el descontrol, el remolino, el caos, el vórtice, la turbulencia, la transformación de Maelström en Moskoe-strom, algo truculento y catastrófico adviene en el corazón del relato, cosas van a pasar como en “La Ley” donde “el incidente era tan extraordinario que ocupó la primera plana de todos los periódicos a la mañana siguiente” (Coates, 1985, p. 206) ¹⁰⁴. Tanto así que la madre espantada dice a sus hijos: “no sé, pero he amanecido con el presentimiento de que algo muy grave va a sucederle a este pueblo”.¹⁰⁵ En efecto, algo sucede, el lenguaje se acelera y el pulso se agita, la muerte surge de la semántica del texto, si evitan la logomaquia algo muy grave va a pasar. Sí, alguien irremediamente va a morir, se avecina una catástrofe. Entramos al vórtice, lo que iba a pasar está pasando y nos está pasando, somos nervio, desesperación y miedo.

No obstante, llega el insight, el increíble musement peirceano, la visión, el percepto deleuziano, el clic epifánico, la idea, la ley, el recuerdo, el saber, la física, el razonamiento que salva puesto que guía la razón en la prisa del caos, la verdad, la fe, el principio de Arquímedes y ¡caramba! “entre dos masas de igual tamaño, una de ellas cilíndrica y la otra de cualquier forma, la primera era absorbida con mayor lentitud”.¹⁰⁶ El barril se avista en el queche¹⁰⁷ como salvación en contradicción con la armella.¹⁰⁸ Se invierte la analogía pensada por el hermano que muere: “armella es a vida como barril es a muerte”; la armella impide la razonabilidad. ¿Cómo es posible que se salve? Pero lo único que ha pasado no es la salvación, esta es una suma de miedos, principios y decisiones. No obstante algo más ha pasado, como el verso del poeta “nosotros los de entonces ya no somos los mismos”¹⁰⁹; puesto que uno no es el mismo después del texto, el texto nos ha modificado y en la estupefacción buscamos saber quiénes somos, el texto es una tormenta de la cual nos libramos, “pero una cosa es segura, cuando salgas de la tormenta no serás la misma persona

103 Borges, J. (2012) Selección Cuentos, Ensayos y poemas. Medellín: Universidad de Antioquia., p. 170.

104 En: Newman, J. (1985) Sigma, El mundo de las matemáticas, tomo 6. Barcelona: Grijalbo.

105 Márquez, G. (1967) Algo muy grave va a suceder en este pueblo.

106 Poe, E. (1999). Un Descenso al Maelström

107 Veleros con dos mástiles, usado en los mares del norte de Europa.

108 Anillo de metal que suele tener una espiga o tornillo para clavarlo en parte sólida.

109 Del *Poema Número 20* de Pablo Neruda.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

que entró”¹¹⁰ como el extraño personaje que sale de la oscuridad¹¹¹ o el mismo personaje de nuestro relato “...no me reconocieron, como si yo fuese un viajero que retornaba del mundo de los espíritus”¹¹² Estamos vivos pero diferentes y marcados por los sucesos del relato, por la muerte, por la gravedad, algo ha muerto en nosotros, estamos sorprendidos.

Arribamos así a la epojé pirrónica, a la cuasiparadoja, a la hipótesis, a la retroducción o el razonamiento otro, la abducción halada por el Hecho Sorprendente (HS) que se vuelve plural después de la lectura del relato. Daniela y Carlos dicen:

El hecho que más nos llama la atención es que el vórtice le haya arrancado al personaje narrador su pelo negro y su lozanía. Este hecho se podría explicar, porque el hombre al desplegar su mirada de manera escrutadora hacia la Naturaleza con el fin de aprehenderla un poco, y no de resistirla, *infiere que es necesario integrarse a la lógica de ella. Lógica que le devela qué destruye y a qué ampararse* [la cursiva es nuestra]. Por eso, en el momento en que se deja ir aferrándose al barril, pareciera como si se conjuntara su espíritu con el espíritu de la Naturaleza. Otros argumentos [o conjeturas] que respaldan el hecho, son los siguientes: *uno*, el cuerpo, finito, frágil y longevo del personaje-narrador, es lienzo que devela las marcas de una experiencia que ha recogido toda la historia del universo manifiesta en un fenómeno natural; y *dos*, su cuerpo es registro de la sabiduría que obtuvo al contemplar e integrarse a la magna Naturaleza, al saber del poder superior que trasunta ésta (Daniela Cardona Gómez y Carlos Miguel Estrada Ruíz, estudiantes de Licenciatura en Humanidades, Lengua Castellana).

Otros HS surgen de esta polifonía, El personaje narrador se salva; el envejecimiento prematuro; ¿cómo es posible que haya dejado morir al hermano?, el autocontrol en medio del caos, la relación de lo humano con la física; la existencia del remolino como elemento enigmático; el momento de calma intensa al llegar a lo profundo; la osadía de soltar la armella y hacerse al barril; la calma intensa vivida por el personaje.

Aunque todos son importantes puesto que están en relación con la experiencia de lectura de cada persona, el grupo selecciona el primer HS para el ejercicio de la abducción puesto que en la clase se piensa, se imagina, se recrea, se escoge según el nivel de afectación y gusto. Acto seguido, entre todos buscamos una razón, una hipótesis o argumento explicativo como causa posible (CP) para el HS: ¿Por qué el personaje narrador sale del vórtice con vida? De este razonar saltan varias CP: es un milagro puesto que él elevó una plegaria a Dios. (Alejandra David); la astucia y el

110 Tomado de *Kafka en la Orilla* de Haruki Murakami.

111 De un cuento de Benito Pérez Galdós.

112 Poe, E. (1990) *Un Descenso al Maelström*.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

conocimiento del personaje (Camilo Rave); la calma activó su razonamiento (José David Mejía); el simple deseo de conservar la vida (Yeison Restrepo); la capacidad de razonar (David Ríos); la activación de la memoria sensorial cognitiva del personaje (Karen Trejos)

Y Cada una de estas CP permite enunciar una regla posible (RP) que detona una investigación que dará firmeza a cada hipótesis, así: quien eleva una plegaria a Dios se salva; la astucia y el conocimiento nos salvan; quien activa el conocimiento se salva; el deseo de conservar la vida nos salva; todo hombre de ciencia se salva; activar la memoria sensorial cognitiva en momentos de crisis nos ayuda a vivir.

Nuevamente juega el placer, el deseo, la concentración y la razonabilidad del momento para elegir la regla que más nos parece que explica el hecho sorprendente y que permiten formular regla, caso y resultado en nuestro contexto del relato, como se muestra en la primera columna de la tabla No. 18.

La discusión se enriquece con un buen número de argumentos y valoraciones de la vida, la intuición, la inteligencia, el razonamiento, la capacidad de pensar en la calma, puesto que nadie sabe cuándo realmente va a utilizar los saberes que acumula durante su vida. Además, dicen los estudiantes, la inteligencia y el sentido común son la combinación perfecta para salir de los problemas; quien algo sabe algo podrá usar un día, pero si nada sabe, es probable que se estrelle contra la ignorancia, no se puede obtener algo de la nada. Sorprende la tranquilidad, el autocontrol, la resiliencia, la capacidad que tienen ciertas personas para activar el conocimiento y pensar en un momento de perturbación. “El cerebro recurre a todo para salvarse”, dice un estudiante sorprendido por la frialdad del protagonista al momento de razonar; “admiro mucho los que razonan antes de utilizar la fuerza”, continúa diciendo; en síntesis, al personaje narrador lo salvó la observación, la atención a una clase cualquiera, la buena memoria, las relaciones mentales con los objetos, el aumento normal de adrenalina, la producción de hormonas, el fluido cardiaco, la urgencia (¿cómo sería una educación generada por la urgencia?), el shock, la confianza en el saber, el deseo de vivir, la creatividad, el instinto, el amor a la vida. Todo esto es un acto intrínseco en el ser humano, todos reaccionamos y relacionamos distinto, a él lo salvaron sus relaciones. “Yo pienso que internamente

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

nuestro cerebro ubica lo espacial primero y lo profundo en un segundo plano”, dice un espectador; el cerebro es ordenado y más inteligente que nosotros mismos.

Después de una pausa, empieza una nueva búsqueda apoyados en el segundo hecho que más llama la atención: el envejecimiento prematuro. Nuevamente se activa el pensamiento para expugnar en la frontera del relato con la experiencia por qué pudo haber ocurrido el envejecimiento. Como era de esperar, surgen varios argumentos hipotéticos: el cuerpo cambia para adaptarse al medio; el sufrimiento y el estrés del personaje narrador; el tiempo, la velocidad y las condiciones gravitatorias afectan el cuerpo; el agua arruga la piel; es una metáfora del autor; el vórtice se comporta como un agujero negro; por un agente patógeno marino; por la vibración de una cuerda en un espacio-tiempo diferente.

Cada una de estas CP, como hemos dicho, permite enunciar una RP, así: todo ser vivo sometido a medios truculentos envejece prematuramente; el sufrimiento y el estrés producen envejecimiento prematuro; el tiempo, la velocidad y las condiciones gravitatorias aceleran los procesos vitales; estar mucho tiempo en el agua nos envejece prematuramente; el autor lo envejece para explicar el sufrimiento; en los agujeros negros se pierde la información; los agentes patógenos marinos envejecen rápidamente un organismo; la vibración de una cuerda en un espacio-tiempo diferente acelera la gravedad.

Y de esta variedad de causas y reglas, se elige una para el ejercicio de formulación de regla, caso y resultado como se muestra en la segunda columna de la tabla No 18.

Tabla 18: Las tres formas de razonamiento.

Abducción. HS: El personaje narrador se salva. RP: Todos los hombres de ciencia se salvan. CP: El personaje narrador es hombre de ciencia.	Abducción. HS: El personaje-narrador envejece prematuramente. RP: Todo ser vivo sometido a truculencias envejece prematuramente CP: El personaje-narrador fue sometido a truculencias
Deducción. RP: Todos los hombres de ciencia se salvan. CP: El personaje narrador es hombre de ciencia. HS: El personaje narrador se salva.	Deducción. RP: Todo ser vivo sometido a truculencias envejece prematuramente CP: El personaje-narrador fue sometido a truculencias HS: El personaje-narrador envejece prematuramente.
Inducción. CP: El personaje narrador es hombre de ciencia.	Inducción. CP: El personaje-narrador fue sometido a truculencias HS: El personaje-narrador envejece prematuramente.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

HS: El personaje narrador se salva.	RP: Todo ser vivo sometido a truculencias envejece prematuramente
RP: Todos los hombres de ciencia se salvan.	

Fuente: elaboración propia.

Ese razonar sobre el envejecimiento prematuro como hecho sorprendente nos lleva a otras búsquedas convertidas en comienzos para otras investigaciones.

En el caso de la biología, una persona de 40 años puede tener más o menos edad biológica según factores ambientales como el estrés y el sedentarismo, o enfermedades como el cáncer, que aceleran el envejecimiento. Esta edad biológica, que no es la real, se puede saber con un análisis de sangre en el cual se analice la longitud de los telómeros¹¹³. Aunque puede darse el caso de que la persona sufra progeria: la enfermedad del envejecimiento prematuro. David Richardson y un grupo de científicos británicos encontraron que “cuanto mayor es la presencia de células con telómeros cortos en el organismo, mayor es el grado de envejecimiento”¹¹⁴. Por eso el telómero, la cédula, el marcador, el reloj interno, permite un símil con el extremo de plástico que se pone a los cordones de los zapatos. Surgen verdades como “fumar ayuda al envejecimiento prematuro”; someter el cuerpo a exceso de estrés provoca el acortamiento de los telómeros y este provoca el envejecimiento. A lo anterior se suman los embarazos adolescentes que obligan a la niña a una maduración forzosa; el cuerpo se acondiciona en forma precoz para gestar la vida que viene mientras la vida de la adolescente pasa más rápido.

Nos sentimos aventureros, vivos, al borde de la muerte; sufrimos el personaje, envejecimos con él, pero antes buscamos el barril y la cuerda que razonablemente, nos permitió soltar la armella, nada fácil para quien tercamente se enrosca a su verdad, lloramos la muerte del hermano como HS; “lleno de amargura lo abandoné a su destino” (Poe, 1999). Paola (una gemela) llora movida por la muerte del hermano; “mi hermana estuvo a punto de morir por una enfermedad y yo quise morir en su lugar; uno no puede abandonar a los hermanos”, dice ella entre sollozos. Así también, uno de los gemelos de Einstein, según la paradoja, envejece porque tiene más gravedad; los que estamos aquí sufrimos más, padecemos la tierra; uno adquiere edad grave por la gravedad. El envejecimiento llevado a la educación nos permite ver como un maestro se envejece cuando su

113 Del griego *telos*, “final” y *meros*, “parte”; son los extremos protectores que se sitúan al final de los cromosomas y son fundamentales en los procesos de envejecimiento.

114 Noticia tomada de: <http://www.abc.es/salud/noticias/clave-longevidad-esta-telomeros-13621.html> el 8 de septiembre de 2013.

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

práctica es intensa y compleja; también los niños van a envejecer a la escuela cuando los profesores les dicen tantas veces que dejen de ser niños; “la escuela es un medio truculento y el niño entra como si entrara a un vórtice”, dice Julián, otro estudiante del curso.

Muchos asistentes al taller coinciden en la valoración positiva de la propuesta. Lo más significativo para ellos, es el trabajo interdisciplinario de profesores de distintas áreas del conocimiento, así como el análisis lógico que se puede hacer de un relato de ficción, se sorprenden al saber cómo pueden ser más razonables desde un relato de ficción.

Más adelante, cada maestro en formación, pasa de la conjetura a la hipótesis. Emergen aquí la teoría de las cuerdas, los telómeros, la paradoja de los gemelos de Einstein, los deportes extremos y la presencia de agentes patógenos; otros proponen semejanzas con textos literarios como “La Hija del Capitán” de Pushkin (1836) y “Kafka en la Orilla” de Murakami (2005). Después se hace el análisis textual del artículo de investigación¹¹⁵ (AI) relacionado con la flotación de los cuerpos. Seguidamente, el profesor diseña y pone en escena un nuevo Preguntario que establece la relación entre el texto ficcional –cuento– y el científico –AI–. De este diálogo, surge la producción de un texto (argumentativo, explicativo o creativo) que muestre a estudiantes de educación básica o media, el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto la flotación de los cuerpos. Esta experiencia estética con los dos textos deja oír otras voces:

Me pareció muy motivante porque se pueden integrar varias disciplinas: ciencias sociales, física química, literatura y matemática. A esto debemos llegar nosotros; a formular actividades interdisciplinarias (Cristina Henao). No tenía idea de que un cuento o relato pudiera ser un hecho sorprendente, creí que era investigación o científicidad. No tenía claro de qué se trataba; de los preguntarios hay cosas que disgustan, una es que uno no sabe a dónde va a llegar con esa cosa llamada abducción; disgusta porque no sabíamos cómo contestar algunas preguntas, sobre todo la formulación de la regla. Después del proceso queda mejor porque es un método para aprender no desde los números si no desde la literatura y preguntarse por cosas simples (Glen Pineda). Me sorprendió y me sorprendí: tenía pereza, pero me cautivó tanto el trabajo que me hizo preguntar sobre la importancia de la vida y las experiencias que he tenido hasta ahora; me permitió salirme de la lógica y pensar abiertamente en la vida (Mónica Gallego).

Al final, con más preguntas que respuestas, queda el convencimiento, la posibilidad, la degustación, la sensación de haber asistido a una clase sobre razonabilidad centrada en lo lógico y lo estético en la cual a nosotros nos ha sorprendido dado que surgen aspectos inesperados; nos

115 Mazzitelli, C; Maturano, C.; Nuñez, G. y Pereira, R. (2005) Identificación De Dificultades Conceptuales Y Procedimentales De Alumnos Y Docentes De Egb Sobre La Flotación De Los Cuerpos. En: Eureka. Disponible en www.redalyc.uaemex.mx

Segunda parte: Sobre el presente de la investigación

hemos pensado como sujetos en formación y hemos producido una sinfonía de discursos estéticos con la concurrencia razonada de todos; hemos demostrado, o si se quiere mostrado, que es posible convertir un espacio académico en razonabilidad estética. “Esta es la mejor manera de comprender la lógica; al menos yo quiero enseñarla así” dice Jorge Ruíz, estudiante de matemáticas, mientras muestra un cuervo tatuado en sus costillas en homenaje a Edgar Allan Poe.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



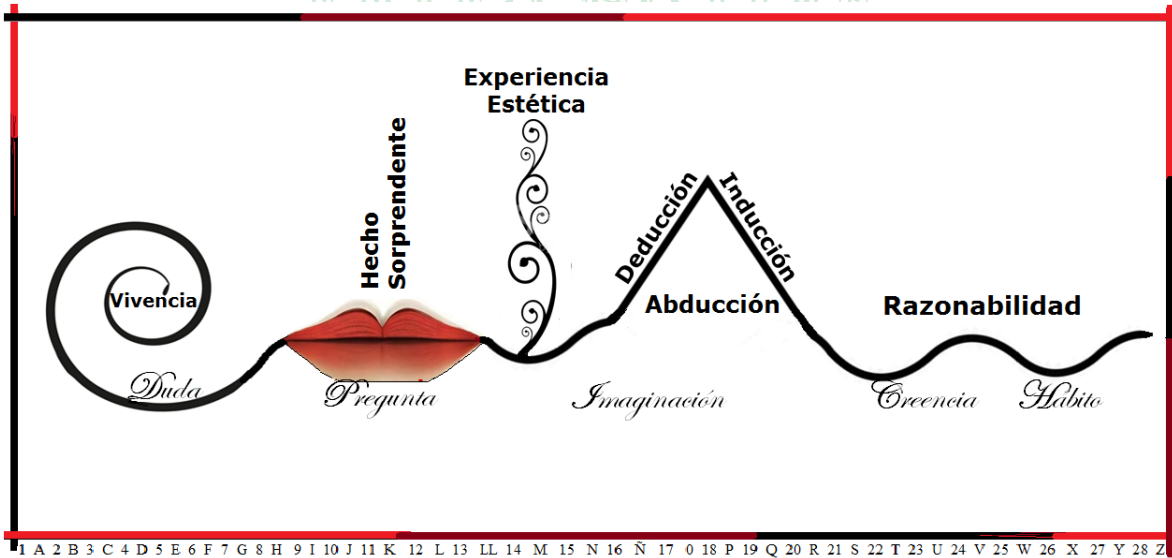
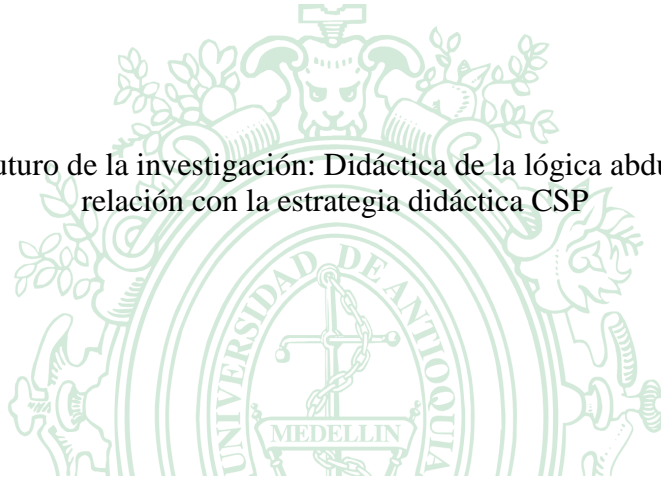
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

La razonabilidad en una didáctica de la lógica:

Facultad de Educación

una estrategia para la formación de maestros

Tercera parte: El futuro de la investigación: Didáctica de la lógica abductiva – DLA - y su relación con la estrategia didáctica CSP



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Tercera parte: El futuro de la investigación...

6. Marco teórico para una estrategia didáctica que promueve una razonabilidad

¿Qué aportes le brinda la razonabilidad a una DLA? ¿cuáles son los presupuestos teóricos para un ejercicio de la razonabilidad? ¿cómo se configura y aplica la estrategia CSP? Estos y otros interrogantes, serán abordados en esta tercera parte.

Abordaremos la teoría relacionada con la razonabilidad, en busca de la construcción de una didáctica que permita desarrollar la estrategia didáctica. Así mismo, la concepción de estética para el ejercicio de la razonabilidad. Esto incluye las maneras como se pueden generar experiencias estéticas en la clase de lógica y matemática, pues el maestro además de tener en cuenta las emociones y las creencias de los estudiantes, también puede considerar el lugar de lo estético, lo ético y lo político, en su ejercicio docente.

Trabajaremos la triada de la DLA: literatura, matemática y razonabilidad. Mostraremos las posibilidades de esta relación, a partir de las reflexiones de algunos matemáticos y literatos que le apuestan a un acercamiento didáctico entre ciencia y arte. Interés que nace de mi experiencia como profesor de matemática y las búsquedas bibliográficas en relación con dicha triada. Explicaremos por qué la literatura como mediación estética, es una disciplina portadora de emociones bellas y verdaderas que permite la formación de maestros razonables en el área de la lógica y las matemáticas.

En esta reconfiguración de la razonabilidad, es menester hablar del influjo que en ella tiene la intuición. Esta última, nos exige indagar de manera pausada, debido al cuestionamiento de que es objeto, en tanto, la razón sigue ocupando un sitio de honor tanto en las ciencias como el mundo de la vida. No obstante, sostendremos la importancia heurística de la intuición y su relación con la imaginación, para generación de conocimiento científico siempre y cuando se acompañe de la lógica. Este recorrido, nos permitió valorar la intuición en diversos campos colindantes con la lógica y su didáctica, hasta llegar al intuicionismo, escuela analizada al comienzo de este trabajo de investigación.

Nuestra propuesta de llevar la razonabilidad a la enseñanza se apoya, además, en un modelo de educación pragmatista derivada de la teoría peirceana, que recoge los postulados filosóficos y pedagógicos de la doctora Sara Barrena y realiza un ejercicio de traducción de las ideas del filósofo

Tercera parte: El futuro de la investigación...

estadounidense en clave educativa. Por eso, una estrategia como la CSP se vale de principios y reglas asociados a la acción continua en el aula de clases, comprende el error como posibilitador de aprendizaje, reconoce el papel de las creencias y los hábitos en el desarrollo del razonamiento, entre otros temas, que serán expuestos más adelante.

Una vez urdida esta filigrana teórica, iniciaremos el recorrido por la estrategia CSP. Explicaremos las distintas mediaciones y momentos que nos permiten proponer la lógica abductiva como centro de la razonabilidad; transitaremos por relatos de ficción, imágenes sonoras, artículos de investigación alumbrados por preguntarios, talleres y diccionarios semánticos, cuya participación en el método abductivo es fundamental si se quiere aplicar una estrategia de naturaleza lógica, semiótica y estética como esta.

6.1 La razonabilidad como proceso abductivo en una DLA

¿Qué significa ser razonable?¹¹⁶ O ¿cuándo podemos decir que una persona actúa razonablemente? Pues bien, una persona razonable no ahonda las crisis, contribuye a la resolución de problemas con el diálogo argumentado; no da por sentado el orden de las cosas, sabe de la diversidad, es tolerante, no se descompone por cualquier cosa, sino que busca los acuerdos necesarios para resolver los conflictos, no los evita, es solidaria; es reflexiva, considerada, comprometida, consciente de su complejidad, resuelve problemas consensuadamente dado que lo razonable está en el discurrir de sus acciones.

Estos planteamientos son cercanos a Peirce (1900), cuando dice que el ser humano busca "hacer las ideas y las cosas razonables". Agrega que se debe poner el alma y el corazón; la razonabilidad implica ser razonables a partir de los instintos, la imaginación y los sentimientos,

¹¹⁶ Para el Drae razonable es arreglado, justo, conforme a la razón; el diccionario Cambridge añade que razonable no es sólo de buen juicio, correcto y práctico sino también aceptable. Las personas razonables "se muestran dispuestas a proponer principios y criterios en calidad de términos equitativos de cooperación" (Rawls, 2004, p. 80); una persona razonable "es quien trata de ejercer en todo momento la prudencia en el juicio, la ponderación en el razonamiento, la serenidad en el comportamiento. Es quien evita regirse por impulsos irracionales, pero también por principios racionales abstractos" (Villoro, 2007, p. 219). "la razonabilidad es, con toda certeza, la característica más destacada de la persona educada" (Lipman; citado en Pérez, 2006); asimismo, "una persona razonable no defiende creencias extravagantes ni muestra una conducta errática" (Nubiola, 2011b, p. 6); "ser razonable es tener la voluntad de actuar equitativamente a partir de las normas que ordenan la sociedad" (Muñoz, 2007, p. 266).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

sólo así se logra el *commens*¹¹⁷ entendido como lo que es interpretado por las mentes cuando usan los signos y quienes interpretan se funden para lograr la comunicación (Peirce, 1906). Asimismo...

...la experiencia posterior de la vida me ha enseñado que la única cosa que es realmente deseable sin una razón para serlo es hacer las ideas y las cosas razonables. No se puede pedir una razón para la razonabilidad misma. (...) En la esfera emocional esa tendencia hacia la unión aparece como Amor; de forma que la ley del Amor y la ley de la Razón son una y la misma (citado en Barrena, 2007, p. 252).

Lipman (1997), García (2006), (Miranda, 2007) y Barrena (2015a) relacionan la razonabilidad con el proceso educativo y sostienen que la educación tiene la misión de formar personas razonables con responsabilidad social capaces de resolver problemas y tomar decisiones asertivas. La actividad lógica no está por encima de la razonabilidad, sino que esta última es el fin supremo y la lógica está supeditada a ella (Peirce, 1902; Lipman, 1997; Rawls, 1999; Nubiola, 2011; Barrena, 2015a, 2015b). En efecto, para múltiples situaciones de la experiencia hay que utilizar una lógica más cerca de lo humano, una lógica de lo razonable que tenga en cuenta la valoración, lo axiológico y lo experiencial.

En cuanto a las diferencias entre racionalidad y razonabilidad, sintetizadas en la tabla que aparece más abajo, Lipman (1997) asocia la primera con procesos cognitivos, mientras que la segunda involucra la realidad y la vida. Según Toulmin (2003a, p. 45) “la racionalidad supone concentrarse restringidamente en asuntos de contenido, y la razonabilidad, ser sensibles a las mil maneras en que una situación puede modificar tanto el contenido como el estilo de los argumentos”; así: la racionalidad es innata, la razonabilidad se aprende (Toulmin, 2003a) y también es una virtud (Muñoz, 2007; Villorio, 2007). Toulmin (1977) dice que la racionalidad es abstracta, atemporal, descontextualizada e ilimitada. Mientras que la razonabilidad no, pide el regreso a la razón como reconocimiento de lo razonable que hay en nosotros. La racionalidad está orientada a fines y sólo depende de la razón que busca una verdad aceptable; mientras que la razonabilidad está orientada a valores y depende de la razón que busca una verdad aceptable.

Tabla 19: Diferencias entre racionalidad y razonabilidad

Racionalidad	Razonabilidad
--------------	---------------

117 Este y otros términos peirceanos se encuentran en: ‘Commens’. Term in M. Bergman & S. Paavola (Eds.), The Commens Dictionary: Peirce’s Terms in His Own Words. New Edition. Disponible en: <http://www.commens.org/>.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Es objetiva y depende más de la razón	Es intersubjetiva y depende de la verdad
Contenidos	Acciones
Enfatiza la deducción y la demostración	Enfatiza la abducción y la mostración
Estado formal de corrección	Es un proceso constructivo y dialógico
Orientada a fines y resultados	a valores socioculturales y estéticos
Es abstracta, atemporal y descontextualizada	Es concreta, presente y contextualizada

Fuente: elaboración propia.

La razonabilidad implica la proposición de criterios, la búsqueda de acuerdos, la no discriminación del otro como ajeno a nosotros. No se trata de dejar de ser racional para ser razonable. La persona racional es coherente y ordenado de tal manera que puede encajar en una sociedad donde los demás pueden ser distintos a él. No puede ser razonable quien excluye al otro, quien establece criterios oscuros o no establece ninguno, quien no busca acuerdos, no puede serlo quien no se indigna por la injusticia, quien aprecie la inequidad y no se asombre frente a la miseria. El arbitrario es irrazonable dado que "lo opuesto a la razonabilidad es la arbitrariedad" (Bidart Campos, 2008, p. 71), como tampoco es razonable aquel que no es posible convenir, que no es solidario, que no se deja mover.

Si hemos de transponer principios para el ejercicio de la razonabilidad hemos de aceptar la diferencia, la incongruencia, lo múltiple, el pensamiento divergente, la búsqueda de precisión conceptual, la reciprocidad y el contexto normativo en la práctica pedagógica. El disenso y lo plural, por ejemplo, son de mucho valor lógico; dado que en un debate no tenemos que pensar de la misma manera ni llegar todos a la misma conclusión (Rawls, 2004).

Así, reconfigurar el concepto de razonabilidad implica, antes de dar el giro, reconocer la presencia de conceptos filosóficos y lógicos que la fundamentan como proceso que humaniza la razón; se requiere otra manera de pensar la clase de lógica y matemática desde una experiencia más estética, más allá del cálculo operativo que no lo excluye, pero no lo pontifica ni lo unifica en la posibilidad de formación matemática. La demostración matemática, así como otras situaciones típicas de la enseñanza, puede valerse de estrategias heurísticas como la mostración, la

Tercera parte: El futuro de la investigación...

demostración empírica, la verificación, la aplicación, el convencimiento y la búsqueda de la verdad por una vía razonada y no impuesta.

En la mostración, por ejemplo, el maestro enseña a sus estudiantes figuras y procedimientos que él ve primero, caminos que recorrió y que son necesarios para la decisión del estudiante de caminar. No obstante, el estudiante no los ve o el maestro no se da cuenta de lo que realmente ve. Por lo tanto, el estudiante ha de mostrar lo que ve, para que el maestro busque un acuerdo en relación con lo analizado y comprendido por ambos sujetos.

Es difícil enseñar si no se tiene pasión y razón en aquello que se enseña. Muchos lógicos, matemáticos y profesores de matemática no han contemplado la posibilidad de enseñar y aprender a partir de una visión estética del mundo. Esta perspectiva, les permitiría superar la unicidad, mismicidad y univocidad de la ciencia, pues la sensibilidad artística del maestro, promueve su *capacidad poiética*, al darle sentido estético a la enseñanza. La lógica imaginativa o *capacidad poética*, genera nuevas relaciones dialógicas, traza otras realidades áulicas. De allí que la triada: realidad, matemática e imaginación juegue un papel importante en la experiencia estética.

La razonabilidad no renuncia a la razón, la hace estética y exige el uso de la razón lógica mediante reglas que validan los razonamientos. Estos últimos, dejan un espacio a la imaginación y a la intuición, no condenan la sinrazón de la paradoja o lo incierto. En una perspectiva razonable, no todos piensan al mismo ritmo ni tienen que aceptar a ciegas lo establecido por el profesor; aunque ha de llegarse al conocimiento, puede darse la posibilidad de dudar de las verdades. Es necesario que se presente el disenso y pluralidad, la imaginación y posibilidad de construcción colectiva, puesto que la razonabilidad es un sistema equitativo de cooperación que tiene sentido si se piensa desde la lógica abductiva; lo que nos permite construir una DL.

En matemáticas, la deducción permite demostrar algo que ya ha sido establecido previamente. Así, si todos los x son y , y estamos en presencia de un A que es un x se infiere, fácil y obligadamente, que esa A es y ; esta es la forma racional como proceden las verdades matemáticas, la demostración matemática sigue la infalible forma deductiva¹¹⁸. Esto, que ha sido

¹¹⁸ No cuestionamos el carácter deductivo de la demostración puesto que este es necesario; pero sí le apostamos a la posibilidad didáctica que tiene la abducción en la demostración de un teorema, o si se quiere, en la obtención del teorema, además de la resolución de problemas, entre otras situaciones típicas de la enseñanza de la matemática. Esto

Tercera parte: El futuro de la investigación...

así por mucho tiempo, no es razonabilidad sino racionalidad, una racionalidad que depende de la lógica en tanto esta última se ocupa de formas y principios¹¹⁹ generales. Los razonamientos de la lógica son del orden: 61 es primo, por lo tanto 61 es impar ya que todo número primo mayor que 2 es impar. La razón ha estado muy ligada a la matemática donde razonar implica combinar los conocimientos matemáticos con las leyes lógicas para procesar determinada operación y producir un resultado, aunque problemas como la trisección del ángulo, la duplicación del cuadrado, la inconmensurabilidad de la diagonal del cuadrado, el infinito, las geometrías no euclidianas, las paradojas y el teorema de Godel han sido consideradas como amenazas a la razón.

No obstante, ¿cómo incluir algo nuevo en la clase de lógica? Una propuesta es a través de la abducción, en tanto, la observación de anomalías, novedades, casos inconclusos o inesperados, puede generar lo nuevo. ¿Son incuestionables las verdades matemáticas? Por ejemplo, ¿es siempre válido que la suma de los ángulos interiores de todo triángulo dé 180 grados?; fue la duda real sobre situaciones afines lo que llevó al surgimiento de las geometrías no euclidianas, así mismo, escuelas como el intuicionismo matemático surgen del sometimiento a la duda de los criterios de infalibilidad y fundamentalismo de la matemática. Por otra parte, ¿es cierto que si dos potencias son iguales y sus bases son iguales, los exponentes también lo sean?, los libros de texto abundan en cuestiones superficiales que llevan al error sino se someten a la duda razonable.

La razonabilidad en la DLA implica formar la capacidad de enfrentar lo nuevo y/o lo anómalo con el propósito de la confirmación de una verdad o la remota posibilidad de descubrir algo nuevo para la matemática; en ambos casos se llega al aprendizaje dado que el conocimiento, que necesita de la comunión de experiencia e imaginación; empieza con el sometimiento de una duda real al razonamiento abductivo y concluye con el establecimiento de una creencia que se convertirá en un hábito de acción.

El hecho sorprendente no se espera, simplemente irrumpe; de lo contrario no sería diferente y mucho menos sorprendente. No surge de la nada porque hay un camino que nos lleva al

nos lleva a una razonabilidad de carácter pragmático que tiene sus raíces en la experiencia, la misma que, en términos peirceanos, no es primeridad sino terceridad en tanto es una forma segura para evaluar las creencias. La razonabilidad se proyecta desde la abducción y esta abducción no solo posibilita la formulación de hipótesis sino que puede enriquecer la categoría “método” en la didáctica de la lógica.

119 Los principios o reglas que rigen la razón son: 1. el principio de identidad 2. el principio de no contradicción, 3. el principio del tercero excluido y 4. el principio de razón suficiente.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

sobresalto; el que sueña está dormido; se tropieza quien camina y algún día tendrá que borrar quien escribe, así como el que piensa puede equivocarse mejor que aquel que nada piensa. El lenguaje surge del acontecimiento, que en Larrosa (2001), tiene que ver con “interrupción, novedad, catástrofe, sorpresa, comienzo, nacimiento, milagro, revolución, creación, libertad” (p. 413).

A menudo nos vemos asombrados por ciertos comportamientos incorrectos de los estudiantes que nos lleva a preguntarnos por qué lo hacen. Entonces, sorprendidos, nos preguntamos si ellos no saben que eso es incorrecto o si a sabiendas de su proceder lo hacen, entonces por qué ocurre dicha situación. Este interrogante, nos lleva a otro cuestionamiento: ¿Cómo hacer que los estudiantes ejecuten acciones que pueden ser calificadas como razonables? ¿es posible desde la razonabilidad modificar sus prácticas sociales?

La razonabilidad es racionalidad moderada; tiene que ver con el empeño en hacer razonables los hechos y las cosas con base en los conocimientos previos y la experiencia personal (Peirce, 1990; Barrera & Nubiola, 2013), depende de la abducción como componente de la lógica crítica que busca la verdad de otra manera: utilizando razonamientos buenos, bellos y formales (Peirce, 1903). Por ello, la razonabilidad es un proceso interhumano y abductivo que interpreta la experiencia como “ese terreno en el que se produce el intercambio negociador que genera el sentido” (Gamoneda, 2015, p. 148) y valida la experiencia estética que acerca el ser al hecho sorprendente y le permite establecer nuevas conexiones dialógicas desde lo que es, lo que siente, lo que lee y lo que piensa. Es una construcción colectiva que define a hombres y mujeres como seres inacabados pero pensantes, es un proceso por medio del cual lo humano se hace racional y lo racional más humano.

Razonar en matemáticas, por ejemplo, implica combinar los conocimientos matemáticos con las leyes de la lógica para producir un resultado. La racionalidad tiene que ver con la corrección formal del razonamiento hecho; sin embargo, supera lo racional en tanto busca la construcción dialógica de acuerdos, el consenso y la aceptación; es una construcción colectiva; un proceso por medio del cual nos hacemos más humanos.

La razonabilidad es un constante ir a otra parte; se sabe del punto de partida, se intuye la llegada enfatizando la razonabilidad como camino y encuentro; llegar y partir para volver a llegar

Tercera parte: El futuro de la investigación...

con libertad y rigor. En ese ir se puede permanecer; inquietarse es una forma de moverse, el silencio reflexivo mueve. Nada se impone, todo se construye y se reconfigura, nadie se excluye, cada quien se piensa y aporta desde su sentido. Surge el otro, el pensamiento diferente, el arte; aquello que sorprende y que se explica en la diversidad de movimientos para reconfigurar el ser. En ese fino tránsito, la alfombra mágica y real es la abducción que toma la literatura como hecho sorprendente, como *insight* o *epifanía*, la causa posible es la experiencia estética y la regla posible es la razonabilidad.

La razonabilidad abre posibilidades hacia la pregunta por el ser y la natural pregunta de todo maestro, pedagogo e investigador, por el cómo y desde dónde establecer esas múltiples relaciones. La palabra, que es signo en Peirce, se viste, transmuta, se vuelve símbolo o imagen, toca nuevamente el ser, que también es signo peirceano, lo modifica, lo torna más plural y polifónico, en ese otro lugar, configurado desde la didáctica como nodo posible. Sabemos que la disciplina por sí sola no basta para la configuración del ser, toda disciplina necesita de lo que hay más allá (Morin, 2009), la comunión de la matemática con la literatura, por ejemplo, ayuda a la formación razonable del maestro, así más que un qué, la razonabilidad es una apuesta al cómo; la pregunta por el cómo, fundamental en una DLA, da paso a un diálogo de saberes en tres dimensiones: disciplinar, didáctico y dialógico.

En este proceso se valora lo estético y lo emotivo sin caer en lo arbitrario y caprichoso. La estética, entendida por Peirce (1906), “como algo más que una teoría de la belleza o la ciencia del conocimiento sensible (...) contiene el corazón, el alma y el espíritu de la ciencia normativa” (Barrena & Nubiola, 2013, p. 82). En Peirce (1902), una de las características del ser humano es que busca un ideal y ese ideal es la estética que determina el ideal último que orienta sus acciones; “el fin último, que posee esas características, no es otro para Peirce que la evolución de la razonabilidad concreta” (Barrena, 2013, p. 83).

En Peirce (1906), los hábitos fundamentan el comportamiento humano y estos surgen en la relación de nuestras acciones con un ideal que nos atrae; “un hábito es un principio general que interviene en la naturaleza del hombre para determinar cómo actuará” (Peirce, 1902; citado en Barrena, 2013, p. 92). Hábito es “ley general de acción” (Peirce, 1902; citado en Barrena, 2013, p. 97). Así, según Nubiola (2011) “el ideal es la razonabilidad que a través de nuestras acciones va

Tercera parte: El futuro de la investigación...

encarnándose en aspectos concretos” (párr. 5) para hacer crecer la razonabilidad del universo y darle sentido en la medida que prosiga el proceso infinito de la semiosis. Esta razonabilidad peirceana incluye los sentimientos y las cualidades (Nubiola, 2008; Barrena, 2013).

Pero, ¿Qué es propiamente la razonabilidad para Peirce? La razonabilidad tiene una característica comunitaria e intrínsecamente social; “la razonabilidad no es una simple racionalidad algorítmica o mecánica, pues incluye también los elementos instintivos decisivos para la generación y selección de hipótesis en el trabajo científico” (Nubiola, 2008, párr. 14). En Peirce (1902) el desarrollo de la razonabilidad es “el más alto de todos los posibles fines” (CP 2.34, 1902), por eso, es una categoría elevada por encima de la lógica (CP 2.195, 1902), luego ser lógico está en la ruta de ser razonable puesto que lo segundo implica la inclusión de los sentimientos y las emociones en las acciones. La razonabilidad es una terceridad, una mediación. Para Nubiola (2008), la razonabilidad en Peirce es “el elemento de terceridad, de legalidad, no reductible a un análisis diádico como hacía el cientismo materialista de su tiempo y sigue haciendo, quizá incluso con más fuerza, el cientismo contemporáneo”.

Peirce (CP 2.34, 1902) dice que, de todos los fines posibles del hombre, el mayor es la razonabilidad concreta; allí en ese proceso evolutivo busca el hombre su universalidad. Pero, ¿Qué es razonabilidad concreta? Mayorga (2008) dice que “la expresión parece una extraña elección para describir los objetivos más altos de la ética” (párr. 33). La comprensión de la razonabilidad concreta implica el conocimiento de la metafísica peirciana y su máxima pragmática. La razonabilidad concreta es una terceridad en la cual el ser gobierna eventos individuales y ofrece explicaciones generales; para ello, dice Peirce (1903) que el ser está siempre en un estado de crecimiento y “el desarrollo de la razón requiere como parte suya la ocurrencia de más eventos individuales de los que pueden ocurrir alguna vez” (CP 1.615, 1903).

Esta razonabilidad se concreta en los hábitos; el hábito es una generalización y esta a su vez es una terceridad que no es más que el resultado de la evolución que se mueve entre la noción de universo continuo o sinejismo¹²⁰ peirceano y el elemento del azar o tijismo¹²¹, también peirceano; estos dos permanecerán “hasta que el mundo llegue a ser un sistema absolutamente perfecto,

120 El sinejismo es una “tendencia a considerar todo punto como un continuo” (Peirce, 1893; citado en Barrena, 2015, p. 31).

121 El tijismo es aquella forma de pensar “en la que todas las regularidades de la naturaleza y de la mente sean consideradas como productos del desarrollo” (Peirce (1892) Párr 1).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

racional y simétrico, en el que la mente sea al final cristalizada en el futuro infinitamente distante" (Mayorga, 2008, parr. 36). Agrega esta autora, que la razonabilidad tiene que ver con la racionalización del universo que no se concreta en los intereses individuales, sino que "en aquellas cosas universales de las que trata la filosofía, en los factores del universo, el hombre encuentra su más alta ocupación" (CP 1.673, 1898). Así el mundo será más razonable en la medida que la política, el gobierno, la ley; y en estos, los hombres actúen con una ética pura y pongan el bienestar del otro por delante del propio.

Toma como faro de tus pasos la fría luz de la razón y considera tu tarea, tu deber, como lo más alto, y sólo puedes descansar en uno u otro de esos objetivos (...) así el mandamiento supremo de la religión budista-cristiana es generalizar, completar todo el sistema hasta que aparezca la continuidad y los distintos individuos se unifiquen (CP 1.673, 1898).

Como puede verse en estas palabras, además de bellas, contienen un sentido que combina la epistemología, metafísica y ética hacia la realización de una tarea pensada como la misión máxima del ser humano, un ser que "... adora la divina majestad del poder de la razonabilidad detrás del hecho (CP 8.136, n. 3, c. 1900; citado en Nubiola, 2011, p. 8). No cabe duda de que "la razonabilidad peirceana apunta a unos seres humanos capaces de introducir nueva inteligibilidad en el universo, de dar sentido y de hacer razonables sus propias vidas y lo que les rodea" (Nubiola, 2011, p. 8). Así como se imponen signos al cuerpo que nos identifican con una manera de pensar, la razonabilidad es un sello sobre la mente que abre el ser humano al mundo de manera inteligible y comprensivo en busca de lo universal.

El ser humano tiene la tarea de "ir encarnando la razonabilidad a través de la abducción, convirtiendo en razonables las acciones y pensamientos en los ámbitos en los que puede desarrollar su autocontrol" (Barrena & Nubiola, 2013, p. 35). Este encarnar la razonabilidad se puede lograr en lo personal, lo científico y lo artístico. En Peirce (1907) "la realización de la razonabilidad, el surgimiento de las hipótesis razonables que contribuyen a aumentar la razonabilidad en el universo a través de la abducción viene caracterizada por la unidad de todas las dimensiones del ser humano" (Ibídem, p. 87). No hay un ideal más alto para la educación que implicar el crecimiento de la razonabilidad, un crecimiento cuyo fin es el deseo de llegar, de crecer, de ser; un movimiento abierto y dispuesto al devenir. Además, "si se toma como horizonte la idea más amplia de razonabilidad frente a la idea moderna de racionalidad, seremos capaces de explicar muchas cosas

Tercera parte: El futuro de la investigación...

más, de comprender algo más nuestro modo de ser, de reconocernos a nosotros mismos” (Barrena & Nubiola, 2013, p. 124).

6.2 El concepto de experiencia estética para la razonabilidad

La razonabilidad es abordada por diversos autores, entre los que se destaca a Peirce (2010) e investigadores de su obra, como Barrena (2015). Sus postulados tienen en cuenta el arte y la experiencia; esta última, en su dimensión estética, contempla ramas de la ciencia como la lógica, la ética, la hermenéutica, los estudios literarios, la pedagogía, la educación pragmatista y matemática. Esta dialogicidad de la experiencia estética, se convierte el punto de partida para la construcción de la estrategia didáctica CSP.

Como primera medida se asume la estética hermenéutica de Dilthey (1949), Gadamer (1960) y Ricoer (2001) como base teórico-práctica que, paralela a la estética de la recepción de Jauss (2002) e Iser (1987), permite redimensionar la experiencia estética desde Deleuze (1996), Farina (2006) y Larrosa (2007); todo ello, con el fin de pensar una concepción estética cercana a la lógica.

La experiencia no es lo que pasa sino lo que nos pasa (Larrosa, 2007; 2008); la experiencia estética requiere no sólo una visión lógica (Álvarez, 2007) sino una exigencia aurática (Benjamín, 2003) que permita la búsqueda de significados (Jauss, 2002) en todo aquello que nos mueva el eje de equilibrio (Farina, 2006) puesto que esta, la experiencia estética, puede aparecer como una interrupción del curso del tiempo (Schiller, 1990) o como una reacción creada a partir de un hecho sorprendente (Peirce, 2010), porque es nuevo o porque presenta una irregularidad inesperada.

Apoyados en las investigaciones de Bueno (2005), Benjamín (2003) y Adorno (2004), nos preguntamos cómo es posible la provocación de lo estético desde la clase de lógica y matemática y cuáles principios y criterios asumidos desde una DL permiten la formación de sujetos, a partir de una experiencia estética. Para ello se analizan y valoran los aportes de matemáticos como George Birkhoff (1884-1944) quien propone una fórmula para calcular la medida estética de los objetos; Edo (2005) que propone aprender matemática en relación con la emoción estética; Hutcheson (1992) y su medida de la belleza, y Meavilla (2007) para quien es inseparable la estética de la matemática.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

6.2.1. La concepción de estética de la estrategia didáctica CSP.

Con el propósito de mermar brechas, se piensa en el arte, como compromiso social del profesor quien además de sus profundos conocimientos disciplinares valore las obras de arte que posibiliten una interpretación de lo humano y lo social; una concepción de arte como mediación entre el hombre y el mundo; que permite la apropiación y estudio por parte de un sujeto que quiere contribuir al cambio social desde su contacto con el arte; arte como provocación, como necesidad de comunión con el mundo, un arte que le diga al sujeto, incluso en la clase de lógica: “déjate decir”; “tienes que cambiar tu vida”; “déjate afectar”, “déjate sorprender”. Esto no niega la posibilidad de incluir otras tesis que se entronquen con un trabajo que busca las conexiones entre la lógica y la estética¹²².

Las tesis derivadas de *Estética y Hermenéutica*, de Gadamer (1964) implican: 1. el cultivo de la anamnesis platónica¹²³; 2. la consideración de la polisemia metafórica del lenguaje, la construcción de la comunidad interhumana sobre la base de la comunidad cultural de tradición; 3. el valor de los prejuicios como punto de partida y corrección de la verdad; 4. la fundamentación de la verdad en la fusión de horizontes; 5. la apertura hermenéutica a territorios nuevos de la experiencia y a la formación de sentidos comunes. (Morawski, 2006). Esta estética hermenéutica busca menguar la distancia entre el interpretante y lo interpretado, en la medida que investiga la presencia de la historicidad y existencia del hombre en el lenguaje.

Para la relación entre estética y hermenéutica se parte de la obra de arte; esta nos dice algo que nosotros tenemos que comprender; así, la "hermenéutica es el arte de explicar y transmitir a través de un esfuerzo propio de la interpretación lo dicho por otros" (Gadamer, 1964, p. 7). La obra

122 Especial mención merece la estética científicista, la cual busca trasladar los métodos de las ciencias exactas a la estética; es así como Jay Hambridge con su *Dynamic Symmetry* (1920), George Birkhoff con *Aesthetic Measure* (1933) y Hermann Weil con su *Symmetry* (1953) emplean modelos matemáticos para operar con datos mensurables. Esta corriente hace parte de un legado estético y matemático que puede ser aprovechado para estimular el pensamiento estético en la matemática. No obstante, no queremos aquí un enfoque tan estructural sino la posibilidad de dar libertad a la imaginación y a la creación. Aunque sí valorar el papel inspirador de la obra de arte como acción social desde trabajos como *Psicología del Arte* (1987) de Lev Vigotsky, donde el arte provoca el movimiento hacia algo y logra que el sentimiento individual se transforme en social o se generalice a través de la misma obra de arte (Vigotsky, 1987, p. 299) y esa transformación reside en la catarsis que aclara y purifica la psique. Pero el arte no se limita sólo a la comunicación de sentimientos; el arte es lo social en nosotros y “lo social aparece también allí donde existe solamente un hombre y sus vivencias personales” (Ibidem, p. 305); en este orden de ideas la acción del arte es una acción social; “el arte introduce de manera creciente la acción de las pasiones, rompe el equilibrio interno, modifica la voluntad en un sentido nuevo” (Ibidem, p. 306); el arte toma los materiales de la vida y ofrece algo diferente a la vida pero que también es vida, “el arte es a la vida lo que el vino es a la uva” (Ibidem, p. 299).

123 La anamnesis es la capacidad de remembranza para traer la información del pasado; en este caso sería ir tras la comprensión y la comunicación que pueden obtenerse por la reflexión permanente sobre lo conocido y lo reconocido.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

de arte es sostenida y transmitida por el mismo lenguaje que la conserva, ella le dice algo a cada uno y, en este sentido la hermenéutica incluye a la estética; en la medida en que la obra de arte es lenguaje cuya comprensión implica la realización de sentido unitario que deviene si uno quiere comprender, esto es, si uno quiere dejarse decir y ese dejarse decir requiere de una experiencia estética. En la experiencia del arte "se da algo más que una expectativa de sentido, se da lo que me gustaría denominar el verse afectado por el sentido de lo dicho" (Gadamer, 1964, p. 8). Así, la experiencia artística suscita una apertura e inquietamiento; "no es sólo el "eres tú" que se nos revela en un espectro fausto y temible. La obra de arte nos dice también "debes cambiar tu vida" (Gadamer, 1964, p. 10). Así también Vigostsky dice que lo que está en la mente de alguien primero está en las relaciones inter-sociales, en la comunicación.

Esta corriente, opuesta al formalismo, busca "romper con la autonomía de la obra artística y de los valores estéticos, supuestamente independientes del autor, el receptor y el contexto histórico" (Morawski, 2006, p. 62) mediante la conversación donde lo nuevo cobra vida y se transforma en relación con la obra que también se transforma permanentemente, lejos de la empiria pura, del absolutismo ilustrado y de la primacia ideológica; "la única verdad es la verdad de la traducción, o sea, de la conversación con la obra dentro de los límites del *continuum* del discurso que es el conocimiento limitado, siempre distinto, del mundo" (Ibídem)

Para llegar a la obra de arte, a su belleza natural comunicada supratemporalmente, y construir la unidad de sentido se precisa la exégesis y la interpretación; las cuales requieren del diálogo; "la obra siempre contiene potencialmente un excedente de sentido, que se concretiza en la recepción; no se reproduce, pues, el pensamiento autoral, sino que en la conversación comprensiva se intenta aprehender el sentido de aquel contexto espiritual en nuestra óptica" (Ibídem, p. 63).

Así, la obra de arte como diálogo, lleva a la constante meditación sobre sí mismo mediante lo que tanto Gadamer como Ricoer llaman mimesis en la intención de "vincular la ficción al mundo sin convertirla en imitación" (González Valerio, 2011, p. 3); mimesis en relación con el ser y con el texto; gracias a la mimesis el lector, al leer, busca reflejar lo bello de sí en el texto literario; la apropiación del texto literario estético; mimesis es creación, poiesis; la obra de arte es mimesis de la obra misma y mimesis de un mundo de ficción que nos hace más humanos por medio del lenguaje. La obra de arte, según Gadamer (1991) es un placer "inaugural" que lo hace a uno parte

Tercera parte: El futuro de la investigación...

del acontecer artístico en la fusión de horizontes (Piña, 2005); el lector se transforma en el texto; la mimesis conjuga en la interpretación del texto la configuración que el autor hace del mundo y la refiguración del lector sobre dicha configuración; la mimesis se puede entender como "la construcción subjetiva del sentido, en este caso, de la obra de arte" (Piña, 2005, p. 74); "mimesis es una representación en la cual sólo está a la vista el qué, el contenido de lo representado, lo que se tiene ante sí y se conoce" (Gadamer, 2006, p. 126).

Así mismo, en Ricoer la literatura y el arte son un "habla festejante"; "el discurso simbólico, enigmático, exige una incesante reflexión" (Morawski, 2006, p. 64). En Ricoer, en consonancia con Gadamer, la hermenéutica es interpretación comprensiva que posibilita penetrar al núcleo del lenguaje; del encuentro con la obra deviene la relación entre el orden del discurso y el orden de la existencia.

En esta misma línea surge la "estética de la recepción" de Robert Jauss (1986) y Wolfgang Iser (1976) "en la que se pone de relieve el papel activo de los receptores, tratando la situación estética como un terreno históricamente variable, polivalente, de interacción de los creadores y el público" (Morawski, 2006, p. 92). De esta concepción estética en la perspectiva de Jauss, hablaremos más adelante.

Los puntos de indeterminación de Ingarden (citado en Sánchez, 2005), los espacios vacíos de Iser incitan al lector a activar la imaginación para determinar lo indeterminado y llenar los espacios vacíos. La indeterminación es producto de la distancia entre el lector y el texto y por eso el lector busca resolver al leer; esa indeterminación es lo que diferencia el texto literario de los científicos (Sánchez, 2005); en el texto literario dicha indeterminación se resuelve con imaginación artística mientras que la indeterminación del texto científico se resuelve con la investigación. Si bien la verdad y el sentido residen allí, no quiere decir que el lector lo encuentre a la primera; tienen que ser buscados en el texto mismo y en las relaciones del contexto. En esa distancia está el concepto de concreción de Ingarden; "la realidad propia del texto literario, tiene también otra razón de ser: la de que el texto, al ser leído, y por tanto concretado, se pone en relación con la experiencia propia del lector" (Ibídem, p. 53).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Así, "las indeterminaciones, silencios, espacios vacíos del texto son el lugar que ocupa el lector/a, allí se realiza su trabajo de comprensión e interpretación" (Cruz, 2010, p. 140). No obstante, ese llenar de espacios no es arbitrario porque el lector actualiza posibilidades al leer y porque el texto es un sistema constituido de sentido. Iser (1976) llama protención al movimiento orientado hacia la espera de lo que falta por leer y retención al movimiento orientado por el recuerdo del pasado; para él, el texto tiene una *forma cóncava* (p. 137) en la medida que el autor lo deja indeterminado para que el lector le aporte sentido en tanto lo contempla como objeto estético. Aquí está la fusión del horizonte del pasado con el del futuro; "en el proceso de lectura se muestran sin cesar las esperas modificadas y los recuerdos transformados" (Iser, citado en Sánchez, 2005, p. 57); leer es un proceso mediante el cual se cierran posibilidades en la medida que se resuelven esperas coherentemente con lo que se ha leído y se abren nuevas posibilidades que serán decididas en la lectura futura.

Para Iser, la experiencia estética se produce al determinar lo indeterminado, al llenar los espacios vacíos mientras que para Ingarden la experiencia estética no ocurre en la indeterminación, aunque "está provocada por la base óptica que sugiere las posibilidades de concretar que el lector actualiza" (Ibídem, p. 55). En Iser, hay un componente artístico: el texto producido; y un componente estético: el texto transformado por el proceso de recepción. "la obra es la constitución del texto en la conciencia del lector" (Mukarovsky, citado en Sánchez, 2005, p. 56). De aquí se deriva que la obra es más que el texto en tanto esta es una actualización de aquel, pero como el texto en su polifonía no se agota en la obra, entonces este es más que aquella.

Tanto para Jauss como para Iser "el texto sólo es obra por la actualización o concreción que lleva a cabo el lector" (Sánchez, 2005, p. 61); así sin texto no hay obra de arte; esto es, sin producción no hay recepción; la recepción estética reivindica el papel del lector.

La obra literaria existe gracias al lector; tanto el lector como el texto se transforman en la lectura dado que la lectura es experiencia; es eso que nos pasa cuando leemos (Larrosa, 2003); la lectura es acontecimiento del cual emerge la obra literaria; esta última "posee dos polos que pueden denominarse, el polo artístico y el polo estético; el artístico describe el texto creado por el autor, y el estético la concreción realizada por el lector" (Iser, 1987, p. 44). El lector que transforma la obra literaria es transformado por esta en su movimiento por el texto; el lector se mueve entre el mundo

Tercera parte: El futuro de la investigación...

del autor, o sea el texto, y su propio mundo hacia la obra; para Iser la literatura "se encuentra en el acto de leer y consecuentemente en el efecto estético que se experimenta a través de esta práctica humana" (Cruz, 2010, p. 139).

En este mismo orden de ideas, Farina (2006) dice que "la acción del arte sobre el cuerpo produce efectos en el territorio de la existencia" (p. 15), esto implica entender el arte como intervención de la realidad (Ibídem, p. 16) o como la creación de prácticas estéticas para cuidar el mundo; el arte como proyecto de intervención en las formas de vivir y fomento del cambio social; un arte comprometido con la movilización de la conciencia humana y ciudadana. Habla del relato como producción de sentido y dice que "los discursos constituyen modos de narrar y de dar sentido a lo que inquieta, constituyen maneras de atribuir forma y significado a las percepciones de imágenes, constituyen modos de dar legitimidad y hacer verdadero lo que no tiene sentido" (Ibídem, p. 40); el sentido deriva en un discurso como resultado de una práctica del saber.

Así, lo estético tomado desde la perspectiva de Deleuze, dice que el arte tiene que ver con la forma de accionar el pensamiento y esa forma es una forma estética; "la obra se constituye de gestos éticos y estéticos, de los abrazos a entramados inconexos de fuerzas vitales que le imprimen tensión. La obra se alimenta de cuerpos, de abrazos sin anularnos, sin aniquilarnos: es una suavidad tensa que incorpora" (Farina, 2006, p. 70). Deleuze se refiere a un movimiento hacia las formas de entender y producir la experiencia estética; "el pensamiento estético deleuziano entiende el arte como un artefacto con una doble capacidad: la de hacer visible las formas de vida del hombre, y la de vitalizar, de poner en movimiento esas formas" (Ibidem, p. 76). Pensar desde Deleuze implica trazar líneas de vida "sobre la experiencia del pensar en el campo del arte, que conducen al campo de la existencia" (Ibídem).

El arte tiene que ver con una forma de accionar el pensamiento con el acontecimiento que nos lleva a pensar; "el acontecimiento es el sentido mismo" (Deleuze, 1994, p. 44); el arte tiene el poder de dar a ver las partículas inmatriciales de las que está hecho, esas partículas inmatriciales que componen la realidad, el arte y la experiencia estética son sensaciones, afectos y perceptos; estas son la materia prima con la cual se construyen nuevas maneras de ver la realidad. Por medio de las sensaciones se afecta el territorio subjetivo dado que estas "desacomodan las formas de referencia y las formas de experiencia del sujeto" (Farina, 2006, p. 86). Así mismo los perceptos no son

Tercera parte: El futuro de la investigación...

percepciones, así como los afectos no son sentimientos. “es mediante los afectos y los perceptos que la percepción y la lógica del sentido del sujeto se desestabilizan” (Farina, 2006, p. 86). Los perceptos son “nuevas maneras de ver y oír”, son un conjunto de percepciones y sensaciones que permanecen en quien vive la obra de arte. Los afectos son “nuevas maneras de sentir” y esas maneras son la materia misma de la creación de un hecho estético; la sensación implica una variación que el cuerpo experimenta en el encuentro con un hecho estético (Ibídem, p. 88). La creación depende de la capacidad que se tenga de sacar un percepto de una percepción puesto que el percepto supera la percepción, aunque ambos ocurren en una dimensión espacio-temporal; el poder del percepto consiste en “tornar sensibles las fuerzas insensibles que pueblan el mundo, y que nos afectan, nos hacen devenir” (Deleuze & Guattari, citado en Farina, 2006, p. 95).

Deleuze distingue dos planos de composición en el arte: un plano material que concierne a los materiales específicos (tierra, óleo, tela, sonidos, palabras) y un plano estético que es el plano de las sensaciones. El arte surge del movimiento de la conjunción de estos dos planos, arte es lo que se alza en ese movimiento y se mantiene de pie solo (Ibídem, p. 103). Según Deleuze algo pasa en la pintura que provoca la narración, así mismo, algo pasa en nuestra relación con la vida o en la literatura misma que genera resonancia; “la resonancia es un modo por el cual se relacionan dos o más cuerpos fuera de la lógica, de la historia o de la ilustración (Farina, 2006, p. 121) y esa resonancia causa las sensaciones, los afectos y los perceptos, a partir de los cuales se produce y aquí está el centro de la experiencia estética.

Lo que permite atribuir sentido y construir la narrativa es la articulación entre los hechos y las ideas a través de la forma discursiva; “no se trata, por tanto, de repetir discursos, sino de construir relaciones entre las cosas y las ideas que partan de la experiencia con el mundo” (Farina, 2006, p. 124), estas relaciones no están hechas de semejanzas sino de cosas, hechos e ideas heterogéneas. Las experiencias se dan como discursivas, en el plano horizontal, o como acontecimientos, en el plano vertical; “el pensamiento deleuziano se interesa por la experiencia como acontecimiento, se interesa por la fuerza del acontecimiento que desterritorializa los campos del sentido” (Farina, 2006, p. 127). Aquí, “la experiencia se dice estética cuando la experiencia en cuestión se refiere a un orden de ideas y a un orden sensible determinados que configuran las formas de la subjetividad” (ibídem); la experiencia estética tiene que ver con las formas como el sujeto percibe el mundo y adquiere sentido en ese mundo; “la experiencia estética es una

Tercera parte: El futuro de la investigación...

experiencia intempestiva, un acontecimiento que sucede en el plano vertical, fuera del curso de los discursos” (Farina, 2006, p. 128). Es estética en la medida que te afecta, está más allá de la experiencia discursiva, se relaciona con el devenir, altera la horizontalidad de su propia vivencia, sacude y forma desde elementos de ruptura de sentido como la paradoja, lo heterogéneo y el sinsentido. La experiencia estética interrumpe al sujeto cómodo, interfiere en su relación con el mundo.

En síntesis, para efectos del desarrollo de este estudio y en la perspectiva de una DLA, la percepción puede devenir en percepto y de este depende la capacidad de crear hechos estéticos, estos generan devenires, nuevas maneras de sentir, afectos; a través de los perceptos y los afectos se crea la variación en lo que nos rodea, se produce el movimiento que deviene en el plano estético de la experiencia, como acontecimiento devenido del arte, en transformación, en creación de algo nuevo. En este sentido de afectación ocurre la experiencia estética, la cual reclama una *pedagogía de la afección*, como veremos más adelante.

6.2.2. *El concepto de experiencia estética.*

La conversación sobre la obra es lo que revela tanto la obra de arte como la comprensión alcanzada por quien busca la verdad desde su experiencia porque sabe que algo sucede; busca su estructuración a partir de su experiencia en la vida; “la experiencia estética radica en la comunicabilidad; el comprender forma parte del encuentro con la obra de arte” (Gadamer, 2006, p. 19); la obra de arte existe para el oído interior (Gadamer, 2006, p. 190) y le dice al sujeto “tienes que cambiar tu vida” y revelarte.

Una experiencia es en tanto haya una situación vivida por alguien que la vive, la padece, la siente, y que le haya proporcionado un conocimiento o una habilidad para algo. Experiencia significa “verificar viajando, trasladándose al lugar, atravesar, pasear, ir a través de” (Bueno, 2005. p. 685); es un viaje que uno mismo hace (ibídem, p. 686); es, según Zubiri (1983), el lugar natural de la realidad. Para Gadamer la experiencia tiene relación con la vivencia estética, “una vivencia estética contiene siempre la experiencia de un todo infinito” (2007, p. 107). Así, “la persona a la que llamamos experimentada no es sólo alguien que se ha hecho a través de experiencias, sino alguien que está abierto a nuevas experiencias” (Ibídem, p. 431). En este orden de ideas, en el

Tercera parte: El futuro de la investigación...

contexto de una DLA el maestro experimentado es aquel que no sólo ha tenido experiencias en el arte de la enseñanza sino el que está dispuesto a experiencias artísticas.

En relación con esto, se acepta el principio práctico: “el pensamiento puramente lógico no puede darnos conocimiento alguno del mundo de la experiencia. Todo conocimiento respecto a la realidad comienza con la experiencia y termina con ella” (Einstein, 1933, p. 49). Lo racional se deriva con más precisión de lo racional, así como la experiencia de la experiencia y, para estos fines, la razonabilidad se deriva de la interacción de lo racional, lo experiencial y lo estético. Por consiguiente, la racionalidad fundada en la razón no basta para establecer una relación dialógica en el aula; “... la razón que no es estética no es razón; la razón que es estética deja de serlo” (Jauss, 2002, p. 11).

La experiencia estética como modo de conocimiento (Ibídem, p. 12) propicia el encuentro con lo estético. Dicha experiencia, se caracteriza por su intersubjetividad, la superación de la mera preferencia, la reflexividad, el crecimiento y la corrección; esta tiene una función modificadora, creadora y comunicativa. Aunque también, según Claramonte (2015), la experiencia estética está caracterizada por una serie de rasgos como la ambigüedad de lo sensible, la distinción modal o la apariencia, entre otros, necesario de tener en cuenta si se entra al campo de las decisiones dado que "en la experiencia estética el campo primigenio de actuación es la sensibilidad, la experiencia corporal de la percepción" (p. 75), esta se distancia de la razón pero no puede perderse la opción de la razonabilidad si se quieren derivar otras posturas.

El maestro convocado por la experiencia estética está dispuesto a “ver las cosas de nuevo” (Jauss, 2002, p. 18), a experimentar y a descubrir el goce desde el presente. Pero el goce estético “no es el simple pacer de los sentidos” (p. 40), el hombre debe liberarse de la carga de la cotidianidad por medio de la imaginación que lo capacita para tener una experiencia estética. Las tres funciones de la actitud estética placentera son: la *poiesis* que fecunda la relación del hombre con el mundo, es producción, creación de nuevas cosas y nuevas realidades que lo definen como creador-artista; la *aisthesis* en tanto percepción de la obra de arte donde el receptor hace suyo el sentido de mundo; y la *catharsis*, en tanto comunicación de la acción. (Ibídem, p. 42) provocada por las emociones (p. 76), donde los perceptores establecen acuerdos de participación. En correspondencia con Jauss, Capdevila (2005), en su tesis doctoral sobre estética y hermenéutica,

Tercera parte: El futuro de la investigación...

reconoce estas tres dimensiones: una perspectiva productiva que tiene que ver con la liberación del mundo cotidiano y construcción de uno nuevo que puede ser ficcional; una perspectiva receptiva relacionada con la apropiación de un sentido de mundo y una perspectiva social en cuanto a transmisión de normas de comportamiento.

Aunque la experiencia estética no es cognitiva puesto que está más allá del lenguaje lógico, sí muestra cómo nos relacionamos con el mundo; tiene carácter de apertura y se realiza por el placer de construir una idea estética desde el objeto sensible que nos afecta; tiene una facultad autónoma que incluye "la propiedad intersubjetiva del juicio estético" (Capdevila, 2005, p. 16). Para Benjamín (1967, 1989, 2003), la experiencia estética se da en la intersección entre la obra de arte y el perceptor; esto tiene que ver con el aura; esa "irrepetible aparición de una lejanía por cerca que ésta pueda estar" (Benjamín, 1989, p. 72). El aura es manifestación de una presencia que nos mira, "advertir el aura de una cosa significa dotarla de la capacidad de mirar" (Benjamín, 1967, p. 36); es una epifanía que surge de la relación entre el mirante y lo mirado; así "en una tarde de verano, seguir con calma el perfil de una cordillera en el horizonte o una rama que arroja su sombra sobre el que reposa; eso significa respirar el aura de estas montañas, de esta rama" (Benjamín, 1967; citado por Álvarez, 2007, p. 494)

La experiencia estética permite acercarse al mundo; "la creación artística y la experiencia estética unifican la existencia con el significado y renuevan el sentido de estar vivo" (Mazzoti & Alcaraz, 2006, p. 31). También Bueno (2005) apoyado en Jauss (1986), al caracterizar la experiencia estética, expresa que ésta lleva al sujeto a experimentar la adquisición del sentido de mundo, lo toca, lo cuestiona, lo estremece y lo cautiva; "la experiencia estética rompe nuestra cotidiana acomodación y ajustamiento al mundo, y por esa ruptura nos abre al conocimiento, y a una saciedad infinita" (Garrido, 2005; citado en Bueno, 2005, p. 985). La experiencia estética conecta al sujeto con la posibilidad de desarrollar una lógica de la creatividad al actuar con "libertad interior, soltura para tomar los medios, por gratificantes que sean, como eslabones de un proceso y no como fines en sí" (López, 2004; citado en Bueno, 2005, p. 987). La experiencia estética, desacomoda al sujeto y lo inyecta en un proceso bidireccional entre la obra y el mundo, es un privilegio en la vida del ser humano y "animada por el espíritu que habita en él, genera un modo de recibir y de conocer a través de la sensibilidad" (Bueno, 2005, p. 991). Y así, según Jauss, "el sujeto es capaz de realizar una apropiación cognoscitiva del mundo y de todo lo referido al propio

Tercera parte: El futuro de la investigación...

conocer humano" (2002, p. 10); esto es posible si se dispone su interior y se abre a la experiencia de captar la verdad. Todavía más, Plazaola (2007, p. 299) dice que el rasgo esencial de la experiencia estética es la fusión entre lo sensible y lo inteligible.

En relación con lo anterior, Bueno (2005, p. 996) define la experiencia estética como "aquella capacidad para reunir en un presente actual elementos diversos que puestos delante del sujeto de manera inmediata e intensa le proporcionan un determinado goce o placer. O si se considera la intuición unida al sentimiento y a la razón se puede comprender como

un movimiento interno, armónico, de cierta plenitud, de hondo calado e identificado con la percepción inmediata y concreta de una realidad sensible, donde mediante la intuición y contemplación acaece la inserción de todo ser humano en un plano de realidad universal, unificadora y suprasensible. (Ibídem, p. 1006).

Pero si no hay apertura, desajuste, asombro, sensación de placer, admiración, disposición a ver, a oír, deseo de contemplación; si el ser se aísla, si se distancia totalmente de la realidad o no se distancia lo suficiente para la contemplación, si se siente fastidiado, si no se libera de lo cotidiano ni se desprende de lo ordinario en cuanto tóxico que enturbia la contemplación del sujeto; si teme sumergirse, si no quiere implicarse, entonces no puede vivir una experiencia estética en ninguna parte, y mucho menos en la matemática.

Álvarez (2007) en su tesis doctoral "La dialéctica Verdad Apariencia en la lógica de la experiencia estética" señala que la experiencia estética está caracterizada por "el desajuste esencial entre lo intentado por la subjetividad (...) y lo dado efectivamente en la experiencia del arte", lo cual exige de una lógica dominada por la relación entre la verdad y la apariencia desde el conocimiento y la realidad; entendida la verdad como "una síntesis de identificación entre lo intentado y lo dado" (p. 64); asimismo, el arte es una manifestación primitiva y originaria de la verdad (p. 104) logrando interpretar la experiencia estética como "dar luz, alumbrar; hacer brillar, encender; hacer ver, hacer visible; mostrar, indicar, señalar, designar; manifestar; dar a conocer; anunciar, presagiar, predecir, revelar, descubrir; hacer aparecer, mostrarse; aparentar ser, parecer ser" (p. 269). La experiencia estética es la aparición originaria de un sentido (p. 456); es una esfera autónoma que según Chrisoph Menke no se sitúa "ni por encima ni por debajo, sino al lado de los otros discursos racionalizados" (p. 487).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Ahora bien, la razonabilidad como encarnación del método abductivo en una DLA requiere que la educación tome en cuenta la experiencia de los sujetos comprometidos en el proceso educativo, de eso nos ocuparemos a continuación.

6.2.2.1. Experiencia estética y razonabilidad.

Bárcena, Larrosa, & Mélich (2006), proponen pensar la educación desde la experiencia puesto que, “comprendemos a partir de nuestros cuerpos, a través de las relaciones que establecemos con los demás y de las formas a través de las cuales nos ponemos en contacto con los objetos del mundo” (p. 234). Ellos se refieren a una educación desde el lenguaje de la experiencia, un lenguaje para la conversación relacionada con la creación de sentido. El maestro crea un mundo posible en el aula con el recurso de la palabra poética (p. 240). Aquí la experiencia es imaginación poética; “lo poético en educación es la trama, el relato y la narrativa que nos ayuda en la tarea de inventarnos” (p. 241), sorprenderse, detenerse, inventarse, reabrirse, reaprender, conversar lo poético; “la voz poética es la voz más conversable de todas, más conversable que la de la ciencia” (p. 241), de eso no cabe duda; la ciencia no es motivo de habla en la escuela tanto como la poesía; ciencia y poesía se valen de la pedagogía como de un “gigantesco dispositivo de producción de realidad” (p. 246).

En los procesos de formación se deben tener en cuenta las imágenes y sucesos que pueden causar desestabilización, en sintonía con la filosofía deleuziana que acentúa la dimensión del acontecimiento; el maestro, además de dar de leer y de pensar, tiene que dar de oír y de ver no sólo lo sinfónico y bello sino también lo cacofónico y feo. Graciela Montes (1999) dice que se lee para construir sentido y no se lee sólo con palabras puesto que un suceso o una obra de arte también pueden ser leídos.

Para Marrero (2011), la actitud estética es un sistema básico que surge de la relación entre un objeto, un sujeto y un medio; señala además que, si el sujeto adopta una actitud cognitiva-estética, es posible formar la actitud estética desde cualquier fenómeno susceptible de percepción

Tercera parte: El futuro de la investigación...

directa de la realidad¹²⁴, tales como: una hoja, un tronco, una escultura, una obra de arte o un problema matemático.

Farina (2006) dice que “pensar sobre imágenes a través de las que nos entendemos como sujetos de la actualidad puede ayudarnos a ver los modos de funcionamiento de nuestra formación” (p. 9) y, como maestros, generar prácticas pedagógicas en relación con las prácticas estéticas (Ibídem, p. 12). Para ello plantea la pedagogía de las afecciones, la cual se apoya en los conceptos de afecto y afección; entendidos los afectos por Deleuze (1996) como “nuevas maneras de sentir y afección como la irregularidad que irrumpe” (citado en Farina, 2006, p. 21) en relación con todo lo que le pasa al cuerpo y ayuda a entender lo que pasa en tres regiones: dentro del cuerpo, en la frontera del cuerpo y fuera del cuerpo. La autora propone la pedagogía de las afecciones necesaria para dar sentido y posicionamiento al individuo urgido de formación racional y estética.

En ese orden de ideas, en la clase hay experiencias estéticas en tanto ocurran hechos que rompan esquemas o hagan “perder el eje del equilibrio del cuerpo” (Farina, 2006, p. 13) para que surjan nuevas imágenes y reflexiones tendientes al cambio de actitud frente a la vida puesto que “al sujeto de la experiencia le pasan cosas, es pasión: pasión, paciencia, patología” (Larrosa, 2007). Un maestro se transforma en tanto permita que le pasen cosas.

Volviendo con la formación, López (1992, 2010) habla de la posibilidad de formación humanística que tiene la experiencia estética, apoyado en la antropología filosófica que sitúa al hombre como ser conectado consigo mismo, con las obras y con el mundo. Para ello, es necesario un cambio de actitud en el proceso formativo que implique la voluntad y el deseo de construir una comunidad que valore el arte como posibilitador de sentimientos y conocimientos, al tiempo que se valide la percepción y la integración de distintos modos de la realidad. Las obras de arte no se enmarcan en el nivel reproductivo sino en el creativo, son fruto de un encuentro; sus investigaciones muestran cómo nuestro desarrollo humano depende de la experiencia estética; “el arte plasma realidades inobjetivas, ambientales e imágenes que trascienden el nivel de las figuras y expresan lo real en un estado de entreveramiento, llevando a cabo una labor promotora de seres

124 Por ejemplo: tres estudiantes en un tercer piso, toman un perro y cuatro segundos después se escucha un quejido animal simultáneo con un golpe seco; el perro deja un charco de sangre y veinte niños de tercero de primaria se abrazan a su maestra, horrorizados; sus pequeños ojos grandes no encuentran explicación para este suceso. Más tarde viene el llanto por la bestialidad humana cometida por aquellos que decidieron en una brevedad ser más animales que el perro.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

en plenitud" (López, 2010, p. 22); la experiencia estética es un triunfo de la vida humana, momento en el cual el hombre siente su realización suprema y llega a lo mejor de sí mismo (Ibídem, p. 26)

En consecuencia, puede plantearse una triada que dé cuenta de la experiencia estética: acción, reacción y creación. La acción se refiere al hecho cotidiano, a lo que pasa, lo que es, que puede ser real o ficticio. La reacción es lo que sigue a la acción, es la postura inmediata del sujeto frente a lo sorprendente, es lo segundo, lo que es también intempestivo y no necesariamente planeado, aquí empieza la creación. La creación es lo nuevo, lo que no es inmediato, pero está implicado por la inmediatez de un suceso; es un fenómeno que acontece después de un hecho sorprendente. La creación es un gesto, una obra o la vida misma, una decisión pensada en complicidad con la estética.¹²⁵

6.2.2.2. *Experiencia Estética y Educación Matemática.*

Según Betancour (2006), la escuela no forma la *poiesis* dado que aplica programas descontextualizados con realidades ajenas al estudiante; “la escuela se olvidó de pensar en la lógica de la realidad” (p. 39) y por esto se pierde la capacidad de asombro, pocas cosas sorprenden, se reemplazan la alegría por el odio y la violencia, no se evidencia la capacidad de establecer nuevas relaciones, no se forma la *capacidad poietica*. Esta, según Paul Valéry (citado en Jauss, 2002), es un proceso que consta de experiencia estética productiva y receptiva. Para mostrar la primera, Valéry se apoya en la *lógica imaginativa* que utiliza Leonardo da Vinci en su práctica creativa para la cual necesita el conocimiento y el poder creador que hacen converger la comprensión y la producción (Jauss, 2002, p. 58).

Schiller (1990) en sus *Cartas sobre la educación estética del hombre*, considera que la educación estética contribuye a la formación del hombre y que esta aparece como una interrupción o suspensión del accionar. No obstante, esta interrupción incuba una promesa, una advertencia; una fuga fantasmagórica libre de la racionalidad que inicia un movimiento desde adentro hacia afuera para encontrar de nuevo la felicidad y esto parte de "la experiencia de la historia como historia de

¹²⁵ El caso del perro: “tres estudiantes lanzan un perro desde un tercer piso” recoge la reacción de la comunidad educativa sublevada frente a tal acto para institucionalizar una jornada cultural y pedagógica de sensibilización por el respeto a la vida; esto sería experiencia estética, lo demás es complicidad con la brutalidad humana.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

sufrimiento, como historia de felicidad truncada, incumplida, de las víctimas y de la naturaleza" Horkheimer & Adorno (1994, p. 19).

También Herbert Read (1982) y Pérez (2008), apoyados en Schiller, señalan que el arte debe ser la base de la educación. Pérez (2008, p. 24) muestra que la experiencia estética hace converger inteligencia, memoria, sentimientos y emociones para la formación integral del ser humano si se tiene en cuenta que “el papel de la educación es formar personas eficientes en los diversos modos de percepción y expresión” (p. 24); en suma, si la educación estética quiere contribuir con la formación integral, debe “desarrollar el gusto estético, crear actitudes estéticas, familiarizar al ser humano con lo bello, propiciar la familiarización con el arte actual y ayudar a reflexionar sobre lo estético a la vez que liberar al ser humano de posturas pseudoestéticas” (Ibídem, 27).

A lo largo de la historia se ha mostrado la relación entre matemática y arte con el trabajo científico y creativo de personalidades como: Marco Vitruvio (sigo I a. C.), Piero Della Francesca (1416-1492), Leonardo da Vinci (1452-1519), Albrecht Durer (1471-1528), August Mobius (1790-1868), Lewis Carroll (1832-1898), Pablo Picasso (1881-1973), Maurits Escher (1898-1972), Harod Coxeter (1907-2003) y Roger Penrose (1931), entre otros artistas y matemáticos que han considerado la matemática como fuente de inspiración para el arte al ser tocados por esa *capacidad poética* acotada por Valéry.

Esa relación estética se logra a través de objetos, conceptos y procedimientos que buscan provocar lo estético en las matemáticas bien con la razón áurea, la teselación, la antropometría, la simetría, el fractal, la paradoja, la geometría proyectiva o el cubismo. No obstante, la experiencia estética no surge sólo del objeto, sino más allá del objeto, en la relación que el sujeto establece con el objeto.

Respecto al círculo, por ejemplo, Hume (1752) plantea que la belleza de tal objeto está en la mente del contemplador; “es sólo el efecto, que esa figura produce sobre una mente, cuya trama o estructura particular, lo vuelve susceptible de tales sentimientos” (Hume, 1752, I.XVIII.16). Tampoco puede dudarse de que el cuerpo humano, ciertas construcciones, algunos animales o la música tienen una medida justa expresada en la razón áurea. Como también debe reconocerse la

Tercera parte: El futuro de la investigación...

creación derivada de objetos puramente matemáticos como los Polvos de Cantor (1883), llevados a la segunda dimensión por Sierpinski (1916) en hermosas alfombras fractales y a la tercera dimensión por Menger (1926) en expresiones cúbicas y convocantes de asombro.

Así lo demuestra el profesor de matemáticas, y doctor en pedagogía, Vicente Meavilla (2007) en sus obras sobre la influencia de las matemáticas en la pintura, la escultura y la arquitectura; en su libro *Las matemáticas del arte, Inspiración ma(r)temática* introduce al lector en ese viaje fantástico y racional por números artísticos, demostraciones cromáticas, arte poligonal, el discreto encanto de las curvas, y galería de imágenes comentadas, entre otros títulos que invitan al lector a un paseo por el arte y la matemática.

Análogamente, Marty, Cela, Munar, Rosselló, Roca & Escudero (2003) realizan una investigación sobre psicología del arte con el propósito de buscar medidas objetivas capaces de completar la subjetividad de los juicios semánticos y probar la tesis de Eysenck (1940) sobre la existencia de un factor general en la experiencia estética; así, la experiencia estética es “un proceso que tiene su punto de partida en una percepción sensorial” (Collinson, 1992) fusionada con la belleza y el placer (Marty et al, 2003, p. 479).

Así también, Edo (2005) muestra la factibilidad de aprender matemáticas en relación con la emoción estética a partir de diversas obras de Kandinsky y Paul Klee que muestran la relación entre matemática y arte; allí resalta las emociones vividas por estudiantes y maestros. Propone una unidad didáctica a partir del cuadro “Bailando por Miedo” de Paul Klee y señala que un contexto recomendado para la enseñanza y aprendizaje de nociones matemáticas es la contemplación y creación de formas artísticas ya que ayudan a intuir nociones geométricas al mismo tiempo que a desarrollar sentimientos y emociones estéticas.

Farina & Machado (2010) proponen la formación de profesores de matemáticas desde saberes lógicos, subjetivos y sensibles; la propuesta gira alrededor del cuento con un personaje central que ellas llaman “profesora-investigadora” que cuestiona la actuación del profesor de matemática desde la relación entre el arte y la filosofía y la ciencia. Así también Henao-Ciro (2012) propone el desarrollo del pensamiento matemático desde la literatura en una relación vigilante con el lenguaje.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Muchos años antes, el matemático George Birkhoff (1884-1944) había aplicado el análisis matemático a la estética al señalar que la experiencia estética se forma por tres variables: la complejidad (C) del objeto que mide el número de elementos que componen una imagen, el sentimiento de valor o cuantía estética (M) y la propiedad de armonía u orden (O) que analiza la regularidad del objeto; así, la fórmula $M = \frac{O}{C}$ “expresa la hipótesis de que la cuantía estética está determinada por la densidad de las relaciones de orden en el objeto estético” (Birkhoff, 1985, p. 122). Esta experiencia, según Birkhoff, surge de objetos atrayentes como jarros, polígonos, melodías y poemas a partir del concepto de belleza planteado por el filósofo Frans Hemsterhuiss: “lo que nos da el mayor número de ideas en el más corto espacio de tiempo” (Ibídem).

Fundamentado en lo anterior, se propone que desde una DLA se reconfiguren mediaciones estéticas como la música, el cine, la danza, el arte y la literatura, que otorguen un sentido más humano a la clase de matemáticas y así pensar que maestros y estudiantes, adquieran una visión razonable de sus ideas, acciones y las ciencias que estudian.

6.3 Lo Emocional como Elemento Articulador de la Razonabilidad.

Muchas investigaciones muestran que el aprendizaje de la matemática se ve disminuido o aumentado debido a las emociones y actitudes de estudiantes y profesores (Fennema & Sherman, 1976; Goldin, 1988; Hart, 1989; McLeod, 1988, 1992, 1994; Lafortune & St-Pierre, 1994; Evans, 2000; Blanco & Guerrero, 2002; Bueno, Teruel, & Valero, 2005; Zan et al, 2006; Gil et al, 2006, Gómez & Figueiral 2007; Gómez Chacón, 2000, 2003, 2009). Todos coinciden en que las emociones forman parte de la enseñanza de las matemáticas, puesto que es evidente la relación entre lo emocional y lo cognitivo (Estrada & Diez, 2011) dado que “el aprendizaje está determinado por la dimensión racional y la dimensión afectiva nos adentra de lleno en la compleja relación entre cognición-afectividad, razón-emoción, mente-corazón” (Bueno et al, 2005, p. 170).

Una de estas investigaciones es la obra *Matemática emocional; los afectos en el aprendizaje matemático* de Inés Gómez Chacón, publicada en 2000 y producto de su tesis doctoral sobre la relación entre lo emocional y la matemática escolar. Para la autora, la dimensión afectiva en matemáticas es un “extenso rango de sentimientos y humores que son generalmente considerados como algo diferentes de la pura cognición” (Gómez, 2000, p. 22); para ello se apoya en descriptores

Tercera parte: El futuro de la investigación...

como las creencias, las actitudes, los valores y las apreciaciones. Estos descriptores afectan también la educación de personas adultas Aiken (1970), Evans (2000), Zan et al (2006), Estrada & Diez (2011).

Estas investigaciones se apoyan en trabajos previos sobre las inteligencias, tanto de Daniel Goleman como de Howard Gardner donde la inteligencia emocional es entendida como “una destreza que permite conocer y manejar nuestros propios sentimientos, interpretar o enfrentar los sentimientos de los demás, sentirse satisfechos y ser eficaces en la vida, y a la vez que crear hábitos mentales que favorezcan nuestra propia productividad” (Goleman, 1995, p. 57). El autor de las inteligencias múltiples dice que “si queremos que los estudiantes lleguen a aprender, dominar y aplicar algo con criterio, debemos procurar envolver ese algo en un contexto que haga intervenir las emociones” (Gardner, 2000, p. 89). Este neurocientífico sostiene la importancia de que las personas que se dedican al estudio de la ciencia hagan estudios humanísticos para evitar sufrir crisis y depresiones;

"... las ingenierías y estudios tecnológicos acaban dándote una sensación de control sobre tu vida en el fondo irreal: sólo te concentras en lo que tiene solución y en las preguntas con respuesta. Y durante años las hallas. Pero, cuando con la madurez descubres que en realidad es imposible controlarlo todo, te desorientas" (Gardner, 2016, párr. 17)

En consecuencia, la educación matemática necesita relacionar otros procesos intrapersonales e interpersonales que nos definan como seres dialécticos y maduros, con pleno control de nuestras emociones y afectos. McLeod (1989) define el afecto como “un extenso conjunto de sentimientos y humores (estado de ánimo) que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición” (Bazán & Aparicio, 2006, párr. 18). Phillip (2007) se refiere a la educación matemática afectiva “como el conjunto de maneras de actuar, sentir o pensar que muestran la disposición o la opinión de una persona” (Citado por Estrada & Diez, 2011, p. 118) y dice que las actitudes¹²⁶, más cognitivas emocionales, se relacionan con sentimientos como

126 Se observa una sinonimia entre afecto, emoción y sentimiento y cómo estos dependen de las actitudes que tengan las personas. La actitud es definida por Hart (1989) como “una predisposición evaluativa (positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento” (citado en Caballero & Blanco, 2007, p. 4); las actitudes son “predisposiciones aprendidas para responder positiva o negativamente a objetos dados, situaciones, conceptos o personas” (McLeod, 1992, citado por Estrada & Diez, 2011, p. 118). Para Gal et al (1997) las actitudes son la “suma de emociones y sentimientos que se experimentan durante el período del aprendizaje de la asignatura objeto de estudio” (Bazán & Aparicio, 2006, p. 5) Más todavía, las actitudes “son manifestaciones de la conducta que tienen su origen en creencias, emociones, hábitos y experiencias anteriores” (Castelló et al, 2010, p. 66).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

resultado de experiencias anteriores; las actitudes negativas se relacionan con el bajo rendimiento en matemáticas (Bazán et al, 2001; Aliaga & Pecho, 2000; Cueto et al, 2003)

Además, Vigotsky (2004) dice que el pensamiento es posible si se comprende la base afectiva y volitiva de la persona. Los afectos ayudan en la estructuración del pensamiento. Según Spinoza, “los afectos son estados del cuerpo que aumentan o disminuyen la capacidad de éste para la acción, que favorecen dicha capacidad o la limitan pudiendo favorecer o no la consciencia de esos estados” (Citado por Vigotsky, 2004, p. 4).

Vigotsky, en un ensayo psicológico publicado en 1982, titulado *Imaginación y el Arte en la Infancia*, reconoce dos impulsos en la actividad humana: uno reproductivo que requiere de la memoria y otro que moldea y crea que tiene relación con la imaginación; “es precisamente la actividad creadora del hombre la que hace de él un ser proyectado hacia el futuro, un ser que contribuye a crear y que modifica su presente (Vigotsky, 1982, p. 3). Igualmente, manifiesta que la imaginación hace posible la creación artística y científica. Este psicólogo reconoce cuatro formas que conectan la imaginación con la realidad: la acumulación de experiencia, el apoyo imaginario, la doble expresión de las emociones, el signo emocional común y la representación emocional de la realidad. Estas formas destacan que la memoria y la imaginación están presentes en toda acción humana. La imaginación posibilita la creación artística y científica y requiere de la memoria y de la experiencia vivida y esta segunda, a su vez, requiere de la imaginación. Imaginación, experiencia y emoción se apoyan mutuamente y se complementan en el acto humano puesto que sentimiento y pensamiento mueven la creación humana (p. 9). Después añade que la fantasía se construye desde la memoria y la realidad, y por tanto depende de las experiencias vividas; “cuanto más rica sea la experiencia humana, tanto mayor será el material del que dispone esa imaginación” (Ibídem, p. 6). La fantasía no es meramente reproductiva, sino que fecunda nuevas formas de ver el mundo y está en las obras de arte, sobre todo en la literatura, cuya lógica fantástica influye en la conciencia social y nos ayuda a comprendernos (Ibídem, p. 10).

Por consiguiente, los procesos educativos no dependen sólo de los conocimientos disciplinares y académicos, sino que hay múltiples factores en la personalidad de quien aprende que intervienen en la eficacia de ese proceso. Esto implica la presencia de un profesor consciente de lo fundamental que es la educación emocional, capaz de comprender los estados emocionales

Tercera parte: El futuro de la investigación...

de los estudiantes y “capaz de enseñar la aritmética del corazón y la gramática de las relaciones sociales” (Extremera & Fernández Berrocal, 2002, p. 374), pues este profesor interfiere en el desarrollo de la personalidad de sus estudiantes. La preparación de todo profesional, especialmente los maestros, debe partir de la educación emocional (Cascante, 2005; Fernández et al, 2009).

De esta relación entre actitud y cognición en el proceso educativo, surgen las preguntas ¿cómo mejorar la razonabilidad de los estudiantes de matemáticas en relación con la educación emocional?, ¿qué nuevas configuraciones debe adelantar la DLA si quiere incluir los afectos, las emociones y las actitudes en dicho campo de estudio?

Es clave saber que la relación entre motivación y aprendizaje es relevante puesto que el comportamiento de un estudiante al aprender depende de sus motivaciones para aprender (Baroody, 1988; Skemp, 1980; Gómez, 2005; Alsina & Domingo, 2007). Estos últimos elaboran una propuesta de aprendizaje activo, mediante el programa de transposición didáctica de los conceptos matemáticos de Domingo (2004), para mejorar el grado de motivación académica de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas, según ellos “la percepción que el sujeto tiene del desarrollo de su rol como estudiante se correlaciona positivamente con el rendimiento académico, la aceptación de los compañeros, el liderazgo y la responsabilidad”. (Alsina & Domingo, 2007, p. 27); la motivación de los estudiantes depende del conocimiento de sus necesidades y expectativas y del nivel comunicativo del profesor (Farias & Pérez, 2010). Así, “si el estudiante presenta un patrón motivacional negativo, frente a una dificultad, aumentará su ansiedad y hasta se angustiará pensando que la causa de la dificultad es su incapacidad y, por tanto, adoptará una actitud defensiva” (Font, 1994, p. 14). También Claudi Alsina acota que educar en matemáticas no es tan simple como explicar algoritmos y aplicar fórmulas sino la búsqueda de la emotividad, “que la gente se sienta feliz haciendo matemáticas, que le haga ilusión ir a clase, que se sepa transmitir la ilusión por el descubrimiento, por compartir lo que se está haciendo” (2000, p. 8).

Es común saber que se aprende matemáticas para resolver los problemas de la cotidianidad, pero todavía más, para ser libres e independientes al tomar decisiones y para ser más felices al buscar el crecimiento espiritual y estético. La comprensión de un problema matemático que se quiere resolver está mediada por el dominio emocional de quien intenta resolverlo (Goldin, 1988; Gómez Chacón, 2000; Estrada & Diez, 2011; Castelló et al, 2010; Gil et al 2006).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Aunque el deseo de humanización de la enseñanza de la matemática se ha intensificado en los últimos tiempos, no se puede desconocer el interés puesto en la antigüedad por el sentido estético y la belleza de la forma en relación con la matemática (Boyer, 1994). Como tampoco puede ignorarse la vivencia de matemáticos como Poincaré, Hadamard y Halmos, quienes desarrollaron trabajos que evidencian el papel de los afectos y las actitudes en la actividad matemática, así como el carácter creativo de la misma. Si bien la comprensión de la matemática ha sido una preocupación de todos los tiempos, la educación de aspectos que rodean a quien aprende matemáticas, también es materia de formación en el aula.

Además de alfabetizar con letras y números, es necesario alfabetizar en las emociones, las habilidades sociales, la toma de decisiones, el manejo de relaciones y en definitiva, en los problemas que afectan de verdad a nuestra vida, que pocas veces son las raíces cuadradas (aunque eso también sea necesario aprenderlo) (Feixas, 1999, citado en Teruel, 2000, p. 145).

Caballero & Blanco (2007) determinan que los factores afectivos de los estudiantes que aspiran a ser maestros dependen de los afectos de sus profesores. Los estudiantes consideran las matemáticas útiles y necesarias para desenvolverse socialmente y no las tildan de aburridas. En esta misma dirección, Gil, Blanco & Guerrero (2006) sostienen que existe una relación bidireccional entre los afectos y el aprendizaje, esto es, aprender matemática eleva las emociones y estar bien emocionalmente permite aprender matemáticas.

Gómez (2003) introduce el término *metaafecto* para referirse a la conciencia de las emociones propias como observar, identificar y nombrar; “es estar atento a los estados internos sin reaccionar ante ellos y sin juzgarlos. Ser consciente de uno mismo significa ser consciente de nuestros estados de ánimo, y de los pensamientos que tenemos acerca de esos estados de ánimo” (p. 230). Para esta autora, todas las creencias que tienen los estudiantes modifican sus comportamientos en el estudio de la matemática; y este sistema de creencias depende de la intervención de los profesores en el aula.

También Rodríguez (2011) propone la formación de un ser humano crítico, pensante y transformador de la realidad mediante la educación matemática humanista desde la mirada de la pedagogía integral. Y esto, requiere de una matemática viva que tenga en cuenta las vivencias, el contexto, los sentires y los diálogos interiores de los estudiantes, así como la relación dialógica

Tercera parte: El futuro de la investigación...

entre estudiante, maestro y comunidad. La educación integral es “un encuentro dialógico entre profesores, estudiantes, comunidades; es un proceso cargado de: subjetividad, intencionalidad, trascendencia, incertidumbre, necesidades motivaciones, proyectos que no pueden ser apartados a menos que se destruya la misma educación” (p. 101). Esto se logra, si se mira la educación como un encuentro humano que involucre la experiencia, las emociones y los sentimientos; cuestión bien compleja puesto que la matemática ha sido considerada como una ciencia árida, rigurosa y objetiva, y no se ha reconocido como una construcción humana relacionada con las necesidades sociales que enseñan a razonar (Castelló et al, 2010). Aunque los trabajos de Polya (1945) y Schoenfeld (1992) sostienen que las creencias que tengan, tanto el profesor como los estudiantes, inciden notablemente en la capacidad para resolver un problema.

En efecto, la educación emocional que se requiere en la clase de matemáticas puede darse con la mediación del arte, de la historia y de la literatura. Novelas como *La soledad de los números primos* de Paolo Giordano, *El teorema del loro* de Denis Guedj, *En busca de Klingsor* de Jorge Volpi o *El curioso incidente del perro a medianoche* de Mark Haddon, entre otras, además de múltiples relatos que motivan al estudiante, le ayudan al docente a “despertar la curiosidad, estimular la imaginación del alumno y ofrecer oportunidades para el desarrollo de creatividad” (Bazán & Aparicio, 2006, p. 7).

En esta perspectiva podemos afirmar que una enseñanza que supere el abuso de contenidos y se concentre en procesos de pensamiento, sin olvidar que la razón no ha de separarse de lo estético, y, en este orden de ideas, la razonabilidad no impide la exploración profunda de lo humano que somos en un momento de la clase, para ello necesitamos volver al amor como proceso evolutivo y propiciar el conocimiento de la matemática paralelo a la educación emocional en una correspondencia mutua entre la mente que piensa y la mente que siente; el conocimiento matemático eleva el amor propio, y este último, potencia el entendimiento de la matemática.

La DLA debe ocuparse de la relación entre el estado emocional del estudiante y la actitud que tiene hacia la lógica y la matemática, lo que condiciona el aprendizaje de la misma, dado que es fundamental una actitud positiva hacia la matemática. Para esto se tiene que pensar en la formación de un maestro que se piense líder emocional de la clase (Fernández – Berrocal & Extremera, 2001, p. 375) y que utilice mediaciones positivas que le permitan comprender que “el

Tercera parte: El futuro de la investigación...

reto del educador/a es irrumpir e interrumpir los sentimientos negativos como paso previo a la necesaria reconstrucción afectiva/cognitiva que deben tener lugar para el avance del estudiante encontrando caminos didácticos que favorezcan estos aspectos” (Gómez, 2000, p. 154). Hace falta un maestro que comprenda que el acto de enseñar exige, además de preparación científica, preparación física y emocional; que sepa que enseña con “los sentimientos, con las emociones, con los deseos, con los miedos, con las dudas, con la pasión y también con la razón crítica (Freire, 1998, p. 8); puesto que “enseñar es una tarea profesional que exige amorosidad, creatividad, competencia científica” (Ibídem, p. 9).

Si bien el afecto es una asignatura pendiente (Beltrán, 1996, p. 401), en la educación matemática es todavía más lejana la posibilidad de incluir las emociones, los afectos y las actitudes. Henao (2010; 2012; 2014) ha sostenido la necesidad de humanizar la enseñanza de la matemática desde la literatura al convocar los sentidos de los profesores de matemática para acercar más esta ciencia a la vida y crear un diálogo necesario entre el arte y la matemática. Aquí, recordamos la pregunta de (Gracián, 2001, p. 36) “¿qué importa que el entendimiento se adelante, si el corazón se queda?”, puesto que razón y emoción habitan un espacio posible en el aula en la medida que el aprendizaje no ignora las emociones, sino que, como galleta cubierta de chocolate, el aprendizaje se envuelve en ellas (Gardner, 2000, p. 89).

6.4 Literatura, Matemática y Razonabilidad: una triada estratégica en una DLA.

Observar a un estudiante sentado leyendo es un paisaje esperanzador; causa agrado saber que se está cultivando bien sea en el campo de la ciencia o en arte, en todo caso permitiendo que el conocimiento busque su mente según la elección que ha hecho. Para elegir hay que conocer y para conocer hay que elegir; como en el caso de los puentes que permiten el tránsito de la literatura a la matemática y viceversa. Es probable que esto suceda porque un maestro afectado por el arte le muestre o le diga algo con la intención de acercarlo al saber desde sus propios campos emocionales y de afectación. Un maestro sorprendido que busque afectar a los estudiantes desde la relación entre lo que lee y lo que enseña, es un referente para su estudiante.

Por ello, al comienzo hablamos de matemáticas y luego de literatura, aunque se advierte una semejanza moebusiana dado que se confunden las dos a pesar de su claridad diferencial; una

Tercera parte: El futuro de la investigación...

cosa es la literatura, otra cosa es la matemática; su autonomía e independencia es precisamente la riqueza que permite su integración que proponemos para derivar la razonabilidad.

Así, considerando el valor de la literatura (Larrosa, 2007; Barthes, 1986) y el valor de la imaginación en la ciencia (Peirce, 1904; Poincaré, 1911; Einstein, 1930; Feynman, 2010; Hoffmann, 2002; Barrena & Nubiola, 2013), así como la relación entre matemática y literatura (Collellmir, 2011; Chimal, 2012; Henao Ciro, 2012), tejiendo la belleza (Hutcheson, 1992) y el amor (Peirce, 2012; Frenkel, 2015), profundizaremos en esa extraña relación que causa asombro a unos y pereza a otros: la relación entre la matemática con su posibilidad abductiva y la literatura como hecho sorprendente, la fusión de ambas ocasionan probablemente una experiencia estética que nos defina como seres razonables capaces de profundizar tanto en el conocimiento matemático como en la vida misma.

Para empezar, no sabemos exactamente si llegaremos donde pretendemos llegar, pero estamos seguros de disfrutar nuestro empeño por llegar. Este trayecto es similar al emprendido por Alicia....

- Minino de Cheshire, podrías decirme, por favor, ¿qué camino debo seguir para salir de aquí?
- Esto depende en gran parte del sitio al que quieras llegar - dijo el Gato.
- No me importa mucho el sitio... -dijo Alicia.
- Entonces tampoco importa mucho el camino que tomes - dijo el Gato.
- ... siempre que llegue a alguna parte - añadió Alicia como explicación.
- ¡Oh, siempre llegarás a alguna parte - aseguró el Gato -, si caminas lo bastante! (Carroll, 2003, p. 60).

6.4.1 La Matemática y la Literatura como hechos sorprendentes.

La matemática es una actividad social y humana considerada por Francis Bacon como puerta y llave de las ciencias; ella nos dota de razonamientos confiables y certeros para buscar pautas necesarias y suficientes que ayuden a interpretar y transformar el mundo; está llena de encanto y secretos que, en palabras del príncipe de las matemáticas (Karl Friedrich Gauss), sólo serán conocidos por aquellos que tengan la osadía de hurgar en sus profundidades. Máxime si se dan cuenta de que "sólo con el corazón se puede ver bien; lo esencial es invisible para los ojos" (Exupéry, 2003, p. 24) y reconocen junto con el matemático Claudi Alsina que sólo aquello que se conoce es susceptible de ser amado.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

La matemática puede entenderse como la ciencia que estudia los números, las figuras geométricas y las relaciones, las propiedades y las operaciones entre unos y otros; la matemática es la ciencia de las relaciones. Sorprende en ella, según el premio Nobel en física Eugene Wigner, la efectividad con que se aplica a las ciencias naturales; sorprende que teniendo un carácter abstracto se acople a la realidad hasta tal punto de provocar afirmaciones que suenan un tanto absurdas como que todo es matemática o que la matemática está en todas partes. Esta es una paradoja de concreción que confunde; bien lo dijo Einstein (1923): “As far the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality”¹²⁷ (p. 15); esto ayuda a ver que la matemática sin ser la realidad hace parte de la realidad.

Es verdad que donde haya números y figuras finamente trenzados con alguna razón lógica y/o humana, hay belleza y encanto. Causa asombro la belleza y armonía de las matemáticas observadas en su esencia, en su forma. Es razonable que nos sorprenda la fórmula de Einstein, la silla de montar, un fractal, el teorema de Pitágoras, el triángulo de Sierpinski, entre muchos otros dispositivos que oscilan entre el arte y la matemática y parecen dar la razón a Galileo Galilei cuando afirma que el universo sólo es comprensible si se comprenden los caracteres en los cuales está escrito; “está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin los cuales es humanamente imposible entender una palabra; sin ellos se deambula por un oscuro laberinto” (Galilei, 1933, p. 232).

Es indudable que a nosotros nos sorprenden los grandes hallazgos y resultados matemáticos, pero a ellos, tiene que haberlos sorprendido¹²⁸ o cautivado algo cuando empezaron su creación. Eso que Peirce (1903) llama el insight o momento de epifanía; ese extasiarse y sentir la mente alumbrada por alguna cosa y provocada por otra que puede ser una manzana, un cálculo, el firmamento, una ecuación, un rayo, una gráfica, un texto, una melodía.

El matemático, siguiendo a Poincaré (1911), demuestra, concibe, imagina, inventa, conjetura, presupone; y para ello se vale de recursos además de puramente matemáticos, cognitivos

127 Cuando las leyes de la matemática se refieren a la realidad, no son ciertas; cuando son ciertas, no se refieren a la realidad.

128 Para citar un ejemplo entre mil: al matemático ruso Grigori Yakovlevich Perelman tuvo que haberlo sorprendido la Conjetura de Poincaré, de lo contrario no hubiera sorprendido al mundo con su resolución (2006), ni le hubieran otorgado un premio de un millón de dólares por parte del Instituto de Matemáticas Clay (2010), el mismo que Grigori rechazó sorpresivamente con las palabras: “No quiero estar expuesto como un animal en el zoológico. No soy un héroe de las matemáticas. Ni siquiera soy tan exitoso. Por eso no quiero que todo el mundo me esté mirando” (Unam, 2015, p. 4).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

y estéticos; “pero antes de demostrar, ha sido preciso inventar” (Poincaré, 1911, p. 27). En ese proceso de creación, sostiene una relación paradójica y dialéctica con la realidad: tiene que distanciarse de ella, pero no puede desvincularse dado que hace parte sustancial de su vida. Sin el asombro, sin la invención, sin la realidad misma es difícil la percepción artística de la matemática; "el misterio es lo más hermoso que nos es dado sentir. Es la sensación fundamental, la cuna del arte y de la ciencia verdaderos. Quien no la conoce quien no puede asombrarse ni maravillarse, está muerto. Sus ojos se han extinguido" (Einstein, 1930, p. 12).

¿Qué sorprendió a los grandes matemáticos?; ¿por qué sus creaciones tienen el sello de universalidad que hoy la sociedad les confiere?

“Los matemáticos admiran la delicada armonía de los números y las formas; se maravillan cuando un nuevo descubrimiento les abre una perspectiva inesperada; ¿y la alegría que sienten de este modo, no tiene acaso el carácter estético, aunque los sentidos no tomen ninguna parte en ello? (Poincaré, 1970, p. 74)

La imaginación, la sensibilidad y el amor deben estar en la base de la educación. Así lo han sostenido científicos y matemáticos. Albert Einstein dijo que “la imaginación es más importante que el conocimiento”; María Casares reafirma la imaginación: “No bastan las matemáticas ni la lógica: necesitamos algo de estética y poesía”. El matemático Karl Weierstrass aseveró que “un matemático que no es también algo de poeta, nunca será un matemático completo”. Así lo creemos: el conocimiento no logra su cometido sin la imaginación y si el lenguaje del ensueño y el amor escasea en las aulas. Tal vez por eso, la mayoría de las veces los estudiantes hablan de amor a escondidas de los maestros. “También nosotros, profesorado de matemáticas, tenemos derecho a hablar de ideales, y de amor y de vida, y de futuro y de colores, y de horizontes y de estrellas”. (Alsina, 2000:14).

Ahora bien, la literatura y la matemática nos ayudan a comprender el devenir y a humanizarnos; son dos lentes poderosos e inseparables si se quiere una óptima visión. Uno de los placeres de la literatura es imaginar, y transgredir imaginando (Gómez, 2008); la literatura ayuda a ver y comprender el mundo “(...) también puede mostrarnos con pasión hechos asombrosos que tienen que ver con las matemáticas, que serán distintos para cada interés y cada edad (Gómez, 2008, p. 7); o actos que traen lo imaginario a la realidad (Reyes, 2014) puesto que "la literatura es la forma más absoluta que puede asumir la verdad" (Sciascia, 2007, p. 304). La literatura es el ansia

Tercera parte: El futuro de la investigación...

de inmortalidad (Stendhal, 1975); es el arte que potencia la palabra (Moliner, 2007) en el proceso de escritura (Palacios, 2007); es el universo privilegiado y complejo de la escritura (Cárdenas, 2005) que expresa en forma poética la razón humana (Maestro, 2012).

Literatura, según el Drae, es el arte bello que emplea como instrumento la palabra. En consecuencia, es virtud, fuerza, disposición para hacer algo con talento y aptitud que se torna bello en tanto sorprende y causa placer. Según Castagnino (1954) la literatura manifiesta una realidad en otra valiéndose de la creatividad, la estética, el sentimiento, la belleza y la vida misma.

La literatura es la mediación perfecta para que los estudiantes lleguen donde quieren llegar; si el conocimiento sin literatura es un payaso sin risa, entonces la literatura sin conocimiento es una risa sin payaso. La razón fundamental de la literatura, y la educación literaria, que no son cúmulos de contenidos, está en la posibilidad que ofrece para la formación del espíritu crítico e investigativo, a la vez que lógico y estético de los estudiantes; con un marcado énfasis en el desarrollo de la competencia comunicativa y la creación de universos de significados para interpretar el mundo y transformarlo.

La función de la literatura depende del rol que asuma el perceptor; bien para evadir los problemas de la vida cotidiana, para exteriorizar emociones y pensamientos mediante la escritura o para adquirir un compromiso social frente a los problemas de la humanidad. De acuerdo con los talleres y los diálogos realizados, abogamos por la función estética y social de la literatura, la cual compromete al estudiante con el ejercicio de la lectura, la escritura y la contribución al mejoramiento de los procesos relacionados con la enseñanza de la matemática. La literatura es el lugar donde convergen estética y hermenéutica (Serra, 2015), en alusión a Poincaré, “es la manifestación más idónea para desarrollar la perspicacia sin la cual la invención matemática sería una mera quimera” (González Fernández, 2015, p. 65); es la guardiana de verdaderas claves del mundo y sus misterios (Arent, 2000, p. 18). La matemática “es la más alta manifestación del espíritu humano” (Río, 2000, p. 35); es una práctica de escritura en la cual se potencia la mathesis, la mimesis y la semiosis (Barthes, 1986).

De acuerdo con lo anterior, la literatura como comienzo, intermedio y llegada, requiere la formación de procesos metacognitivos, estéticos y afectivos, y así, abre caminos, ayuda a sanar,

Tercera parte: El futuro de la investigación...

desarrolla la mente, forma la actitud crítica, nos pone a volar y nos inserta en la vida. Este pensar la literatura no sólo por diversión, sino también para descubrir relaciones, establecer hipótesis, hacer inferencias y reconfigurar lo teórico; requiere que de una concepción interdisciplinar en la didáctica de la literatura.¹²⁹

Ahora, ¿qué sorprende en la literatura? Dan ganas de decir que todo porque realmente la literatura es una caja de sorpresas. Sorprende que, a pesar de la subjetividad en la creación se acople de tal manera al lector que pueda generar redimensionar su percepción del mundo. La literatura como hecho sorprendente implica el ejercicio de la abducción como proceso cognitivo que permite plantear un hecho sorprendente, una causa explicativa y una regla posible; esto es, el lector encuentra un hecho sorprendente e infiere una hipótesis que será demostrada por vía deductiva y confirmada por medio de la inducción (Peirce, 1903).

6.4.2 Literatura, matemática y educación.

Son muchos los matemáticos, escritores y científicos que le ven con buenos ojos un acercamiento estético y didáctico entre la matemática y la literatura¹³⁰. Collellmir (2011), en *El corazón matemático de la literatura*, escoge seis obras literarias¹³¹ de habla inglesa para mostrar como el orden matemático está presente en la obra literaria de una manera tan sorprendente que no debería mover nuestro eje de equilibrio, puesto que “la armonía es numérica” y “la utilización de fundamentos matemáticos para el análisis literario nos ayuda a profundizar en su complejidad” (p. 98); dichos elementos aportan ideas y espacios nuevos para “continuar reflexionando sobre la naturaleza de la realidad y sobre cuestiones básicas del ser humano” (p. 98).

¿A qué nos referimos con la categoría literatura matemática? No todo lo que hay en literatura es matemática ni lo que se estudia en matemática depende de la literatura; no nos

129 La Didáctica de la Literatura es una ciencia social que funge por el mejoramiento de los actos comprensivos y expresivos en la medida que estimula la imaginación y la creación literaria; esta le da sentido a la educación literaria con la fuerza de teorías recientes como la semiótica moderna, la experiencia estética y la lógica de la abducción.

130 Maestros y escritores han abordado la experiencia interdisciplinaria como soporte en la formación literaria. Desde 1973, por ejemplo, Gianni Rodari cree en la capacidad transformadora del lenguaje y propone una serie de técnicas y estrategias creativas novedosas para fomentar la creatividad y la imaginación de los niños. También Henao (2005), Serrano (2005), Leguina (2006), Macho (2006), Marín (2007), Palacios (2007), Gómez (2008), Frabetti (2009) exponen con sobrados argumentos la importancia de la literatura para enseñar a leer de manera comprensiva en otras áreas, sobre todo en la matemática, al tiempo que proponen libros con recursos lúdicos, estéticos y lógicos para propiciar dicha integración Gómez, F. (s.f.); Macho (2006); Henao (2012).

131 Las obras analizadas son: *In the Castle of my Skin* de George Lamming, *Things Fall Apart* de Chinua Achebe, *Tangí* de Witi Ihimaera, *My Place* de Sally Morgan, *The Diviners* de Margaret Laurence y *Naga-Mandala* de Girish Karnad.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

referimos a la literatura especializada o de divulgación matemática ni a la matemática recreativa, tampoco a toda clase de literatura. Con literatura matemática nos referimos a una serie de libros de poesía, cuento y novela cuyo contenido se relaciona con la matemática, con los matemáticos o con la educación matemática; en estos, los contenidos matemáticos se presentan en forma de poemas o relatos, pero no pierden su esencia temática. Por ello, no solo hemos propuesto un Corpus de Literatura Matemática y Física con el objetivo de fundamentar una estrategia didáctica basada en la lectura y análisis de textos literarios para dotar de sentido el paso de los estudiantes de matemática y física, por su proceso de formación como maestros, sino también, en un nivel más avanzado, hemos enfatizado la relación entre relatos de ficción y artículos de investigación como posibilitadores de la razonabilidad.

Si una relación se salva del azar y se llena de sorpresas como es el caso entre literatura y matemática, puede provocar el encuentro con otras teorías que acojan dicha relación y expliquen o creen nuevas formas de mirar esa realidad que nos habita a quienes nos dedicamos a enseñar, o aprender, matemática. La abducción, como proceso que posibilita la novedad, les ha permitido dejar crear dichas obras para superar brechas y proponer nuevos tránsitos como este: matemática, literatura, literatura matemática. Nos sorprende, la cantidad de matemáticos y/o físicos que se han dedicado a la literatura o que han creado obras de arte con el objeto de impactar en la educación matemática. Existe un selecto grupo de obras escritas por matemáticos en este afán cauteloso de mostrar la belleza de la matemática (ver anexo 2).

Aclaremos que hemos dejado por fuera una cantidad de libros no menos importantes, pero queremos dar una muestra a modo de degustación de los que más han movido nuestro deseo de causar experiencia estética desde la literatura. Además, no estamos considerando los libros de matemática recreativa, que son muchos, dado que nos concentramos en novela, cuento y poesía.

Este horizonte triádico entre literatura, matemática y educación se fortalece desde distintas tensiones estéticas que desarrollaremos en adelante, la primera relacionada con la poesía, la segunda con uno de los conceptos que más sentido le da a la matemática: la ecuación, la tercera con la belleza en la matemática y cuarta con el amor; todas ellas tendientes a mostrar lo sorprendente y fecunda que resulta esta relación entre matemática y literatura.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

6.4.2.1 Tensores que aflojan poéticamente.

A pesar de las múltiples valoraciones dadas por algunos autores en materia artística y/o científica, han existido dos posiciones respecto a la relación entre matemática y literatura: una que invita a mirarla con recelo (Bunge, 2014; Reyes, 2011; Snow, 2000; Sábato, 1982; Paz, 1973), y otra que propone su fusión (Barrena 2015; Chimal, 2012; Henao, 2012; Collellmir, 2011; Volpi, 2011; Feynman, 2010; Gómez, 2008; Hoffmann, 2002; Larrosa, 2007; Kovalevskaya, 1897).

La primera posición la sostienen sobre todo quienes promueven el rigor de la matemática cuyas verdades no se refieren a nada en absoluto si no que dependen de la interpretación dada en el mismo campo de la matemática; para ellos la belleza de la matemática está en la matemática misma; Paz (1973) sostiene que “la poesía y la matemática son los dos polos extremos del lenguaje” (p. 74); Sábato (1982) afirma que “cualquier científico se negará a hacer consideraciones sobre lo que podría estar más allá de la mera estructura matemática” (p.13); por lo tanto la ciencia es útil en la medida que se aleja de la realidad. En este mismo orden de ideas, Bunge (2014) sostiene que no hay ciencia en la literatura ni literatura en la ciencia dado que las ciencias “...nos ayudan mejor que Homero a desenvolvernos en la vida moderna; y no sólo son más útiles, sino que también son intelectualmente más ricas” (p. 67); esto no quiere decir subvalorar las humanidades sino reconfigurarlas, “sostener que el goce estético y la educación para refinarlo deben ocupar un lugar más importante que la búsqueda de la verdad, de la utilidad y del bien social, no es hoy signo de cultura refinada, sino de incultura, de egoísmo, de frivolidad propia de salones victorianos” (p. 68).

La segunda posición, que tiene fines estéticos y didácticos, ha sido tratada por pensadores que promueven una enseñanza en relación con la literatura pensada como hecho sorprendente en una relación triádica. Esta posición es la que se asume a lo largo y ancho de este trabajo.

A pesar de la mencionada tensión, “hay obras científicas cuya calidad literaria ha justificado la pretensión de que se las honre como obras de arte literarias y se las incluya en la literatura universal” (Gadamer, 2007, 215); la ciencia, la literatura y la educación se invaden mutuamente y pueden convocar la experiencia pedagógica en el aula puesto que “hay una relación directa entre la enseñanza y la palabra” (Barthes, 1986, p. 313); esto es, puede haber formación desde la literatura, siguiendo a Larrosa (2007, p. 10), si se permite que ésta sea acontecimiento, que pase y

Tercera parte: El futuro de la investigación...

afecte el cuerpo y provoque la transformación necesaria en lo humano de cada quien; para ello, además, “el saber de la experiencia no está, como el conocimiento científico, fuera de nosotros” (Larrosa, 2007, p. 16). Hay experiencia “cuando confluye el texto adecuado, el momento adecuado, la sensibilidad adecuada” (Larrosa, 2007, p. 22) y si esto transforma el ser, es experiencia estética, y si se adquiere la vivencia de la razonabilidad en lo dialéctico y plural que puede darse desde la lectura de un texto literario en relación con la lógica de la abducción, puede llegar a ser razonabilidad. Además, “el arte y la ciencia convergen en la creatividad” (González, 2015, p. 20).

Ese mirar estético nos permite afirmar que “... el conocimiento científico, la estética y la fe conviven en nuestra naturaleza humana” (Chimal, 2012, p. 24). Y, en esto, no se puede desconocer el aporte que muchos poetas le han dado a la matemática¹³², a la física¹³³ y a la química¹³⁴, quienes han tenido la capacidad de reconocer el valor estético que hay en estas ciencias; así mismo el pensar que el matemático tiene alma de poeta (Poincaré, 1970; Weierstrass, 1897 según Bell (2009, p. p. 317); Kovalevskaya, 1897 según Bell (2009, p. p. 317); Klein, 1953) o la reafirmación de la importancia de la imaginación en la obtención del conocimiento (Einstein, 1930; Feynman, 2010; Peirce, 1903).

Peralta (2001) dice que “en su estructura formal la poesía tiene algo de matemáticas; en concreto en la periodicidad (noción matemática), tanto de sensaciones fonéticas (rima) como de acentos (ritmo)” (p. 3). Así como el poema de Álvaro de Campos se convierte en una advertencia que ha de recoger una DLA: “el binomio de Newton es tan bello como la Venus de Milo. Lo que hay es poca gente que se dé cuenta de ello” (Accorinti, 2000, p. 28), también la obra de Hoffmann, para quien un templo griego es tan hermoso como una molécula dodecaédrica lo es para la química.

Respecto al proceso creador, Klein (1953) dice que “como en las artes, cada detalle de la obra final no se descubre si no que se compone. El proceso creativo debe, obviamente, producir una obra que posea diseño, armonía y belleza. Estas Cualidades también están presentes en la creación matemática” (p. 523). El matemático, el poeta y el maestro se encuentran en la observación de fenómenos que puedan ser considerados en su proceso de creación. Rabindranath

132 Wislawa Szymborska, Rafael Alberti, Pablo Neruda, Javier Moreno, Dany Perich, Pedro Salinas, Gloria Fuertes, Adonay Jaramillo Garrido, Hans Magnus Enzensberger y Rubén Darío Henaó, entre muchos otros.

133 Jo Shapcott, JM Levy-Leblond, Max Planck, Ana María García, Chao su Cheng, entre otros.

134 Oliver sacks, Roald Hoffmann, Carl Djerasi, Primo Levi, Jorge Mateo Cuesta, entre otros.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Tagore, quien dice que no se puede enseñar más que lo que se ama, señala: “para mí la tabla de multiplicar está inscrita en los pétalos de las flores y en las nerviaciones de las hojas; sin saberlo, las mariposas las transportan en sus alas” (citado en Paz, 2005, párr. 15). No obstante, sostiene, igual que otros maestros de la palabra, que no se enseña aquello que no nos mueve, que no nos afecta, que no tiene poesía.

Son muchos los escritores que incursionan en el mundo del arte y la matemática con obras de alto calado científico y estético (ver anexo 2).

Esta relación, como puede advertirse a estas alturas, no se da solo entre literatura y matemática, sino entre arte y ciencia. Así lo muestran obras como *Química Imaginada, Oxígeno y Catalista, poemas escogidos*, de Roald Hoffmann; este premio nobel de química (1981) le dice al mundo que científicos y poetas comparten la necesidad de observar el entorno y concentrar la información en signos, además señala que un país desarrollado necesita más poesía que ciencia dado que ambas forman parte de la naturaleza humana. Y, para ello, confiere a sus obras estética, filosofía y ética; las mismas que gozan de plena aceptación además de constituirse en sugerencias abductivas para la enseñanza y comprensión de la química. Hoffmann, según Casado (2007, p. 21), sostiene que la belleza no está en el caos total ni en el orden perfecto, sino en algún lugar en medio de estos dos, y para mostrarlo compara los procesos de creación utilizados por Mendeléyev, al hacer la tabla periódica de los elementos, y de William Blake al hacer su poema Tyger! Tyger!

Para Hoffmann (2002) es claro que la ciencia y el arte comparte terrenos claros estimados en los actos de creación; “en ambos casos existe el deseo de comunicar, aunque a menudo se ve oscurecido por la jerga y el ritual diluido del artículo científico, en la ciencia, o por un estilo demasiado personal o falta de consideración para con el público, en el arte” (p. 9); con ambas se quiere interpretar el mundo y proponer no solo maneras de entenderlo sino de transformarlo. Además, las dos contribuyen en la empresa de querer enseñar; tanto el artista como el maestro están comprometidos con la enseñanza.

6.4.2.2 Concepción estética de la ecuación.

Las relaciones más peculiares, científicas y a la vez hermosas parecen estar encriptadas en el concepto de ecuación, bien sea como igualdad de expresiones algebraicas que contienen

Tercera parte: El futuro de la investigación...

variables, o como paralelismo entre dos o más cosas. Si una ecuación es balance, integridad, completitud, armonía, justicia, equilibrio, unidad, posibilidad, no en vano el poeta Al Mulawah dice “Oh Dios, haz que el amor entre ella y yo sea parejo, que ninguno rebase al otro. Haz que nuestros amores sean idénticos, como ambos lados de una ecuación” (La Nación, 2003, Parr. 7).

Existen muchas ecuaciones, fórmulas y leyes que han permitido el avance de la ciencia, algunas de las cuales pueden verse en la tabla No. 13. No obstante, algunas han tocado el alma de poetas y escritores para llevarlas a una dimensión distinta. Este es el caso de Poincaré, quien señala que la ecuación $e^{i\pi}+1=0$, se destaca por su belleza y encanto. Agrega que el científico no estudia la naturaleza porque sea útil, ya que deleita en ella por su hermosura. Esta ecuación, conocida como la Identidad de Euler es “la fórmula preferida del profesor”, en el libro del mismo nombre, de Yoko Ogawa (2003), llevada al cine por Yakashi Koizumi (2005) y al arte con el nombre de “Belleza” por Justin Mullins (1998). Además, catalogada por el premio Nobel Richard Feynman como “la fórmula más extraordinaria de las matemáticas”. También el matemático Lipman Bers señala que, así como un poema expresa una cantidad de pensamientos en pocas palabras, fórmulas como la Identidad de Euler o $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ son poemas (Macho, 2011, p. 59).

También respecto a la ecuación $E=mc^2$, Wechsler (1978) dice que encierra bellamente la intuición y el juicio estético. Aunque las personas que no saben matemática, es difícil que la reconozcan como bella y no se perciban el encanto que la distingue. Los encantos de las ecuaciones, según Gauss (1807) solo se revelan a aquellos que penetran en su estudio (Bell, 2009, p. 212)). O, si se quiere, parafraseando a Alsina (2000), para conocer la matemática hay que amarla y para amarla hay que conocerla. Por ello, no queda otro camino que acometer su estudio con el corazón en la cabeza, contar con amor, dado que “todo lo que hay en este universo puede enumerarse: los pétalos de una flor, los cachorros de una camada, los colores del arcoíris, los mandamientos de las religiones” (Ledo, 2004, p. 167).

Tabla 20: Algunas ecuaciones importantes.

Nombre	Ecuación	Autor	Posibilidad
Identidad de Euler	$e^{i\pi}+1=0$	Euler	Relacionar cinco importantes números.
Teorema de Pitágoras	$a^2+b^2=c^2$	Pitágoras	Relacionar los tres lados de un triángulo rectángulo.
Teorema de Fermat	Si $n>2$, $x^n+y^n \neq z^n$	Fermat	La no descomposición de potencias de igual exponente.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Ley de la Gravitación Universal	$F = Gx \frac{Mxm}{d^2}$	Newton	La llegada del hombre a la Luna.
Ley de la Presión Hidrodinámica	$\frac{V^2 p}{2} + P + pgz = K$	Daniel Bernoulli	El vuelo de los aviones modernos.
Segunda Ley de la Termodinámica	$\Delta S_{universo} > 0$	Rudolf Clausius	Entender la tendencia al desastre y el equilibrio del universo
Teoría de la Relatividad	$E=mc^2$	Albert Einstein	El desarrollo de la bomba atómica.

Fuente: Elaboración propia.

El teorema de Fermat representado en la relación $x^n + y^n = z^n$, otra de las ecuaciones de mayor infinitud, ha sido el foco de atención, por más de 400 años, de varios matemáticos. Uno de ellos Andrew Wiles (1993), en la vía de demostración del teorema expresó:

“mi experiencia al hacer matemáticas es la de entrar en una mansión a oscuras. Entrás en la primera habitación y está a oscuras, completamente a oscuras. Tropiezas con muebles, te tambaleas. Poco a poco aprendes donde está cada mueble. Y finalmente, tras unos seis meses, encuentras el interruptor y das la luz. De repente todo se ilumina y puedes ver dónde estás exactamente. Entonces entrás a la siguiente habitación a oscuras...” (citado en Corrales, 2000, p. 4)

Además de lo sorprendente que resulta la demostración del teorema, de lo enigmático de esta ecuación enésima, hay una indiscutible fuerza estética en la expresión donde Wiles describe su proceso de creación matemática. Esta semejanza de infinitud y fractalidad está presente en el bello poema “Modelo para una teoría del conocimiento” de Hans Magnus Enzensberger.

Aquí tienes una caja, / una caja grande con una etiqueta que dice caja. / Ábrela, / y dentro encontrarás una caja, / con una etiqueta que dice caja dentro de una caja cuya etiqueta dice caja. / Mira adentro (de esta caja, no de la otra) / y encontrarás una caja / con una etiqueta que dice... / y así sucesivamente, / y si sigues así, / encontrarás tras esfuerzos infinitos / una caja infinitesimal con una etiqueta tan diminuta, / que lo que dice se disuelve ante tus ojos. / Es una caja / que sólo existe en tu imaginación. / Una caja perfectamente vacía. (Enzensberger, 2002, p. 38)

Volviendo con el valor estético de la ecuación, vale la pena mencionar cuatro obras de interés en esta relación. La primera es *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo. El poder y la oculta belleza de las matemáticas* de Michael Guillen (2008). De manera poética y científica, el autor recoge la historia de cinco leyes fundamentales para la ciencia y la vida relacionadas con la

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Llegada del hombre a la luna, la aviación, la electricidad, el equilibrio universal y la teoría de la relatividad. La segunda, *Fórmulas Elegantes* de Graham Farmelo (2005). Allí, se hace un planteamiento estético y científico de las principales ecuaciones de la ciencia, al tiempo que recoge interesantes planteamientos sobre la naturaleza de las ecuaciones escritos por importantes científicos como Peter Galison, Roger Penrose, Arthur Miller, Oliver Morton y el mismo Graham Farmelo, entre otros. La tercera es *La ecuación jamás resuelta*, de Mario Livio (2007), donde se habla no sólo de la historia de las ecuaciones si no que se recurre a la teoría de grupos como soporte para resolver la ecuación de quinto grado ($ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f=0$), de la mano de los grandes matemáticos Henrik Abel y Evariste Galois, así como la relación de dicha teoría con la literatura, la pintura y la música. En *Ecuaciones Emocionales*, la cuarta, Chip Conley (2012) propone una novedosa ejercitación emocional con variables y ecuaciones puestas al servicio de aquellos que deseen superar el miedo y la ansiedad, hallarle sentido a la vida y ser más felices.

Sin duda hay una belleza oculta en los modelos matemáticos, así lo considera el matemático Godfrey Hardy:

un matemático, como un pintor o un poeta es un creador de modelos. Si sus modelos son más permanentes que los de ellos es porque están hechos de ideas (...) las obras del matemático como las del pintor o del poeta deben ser bellas; las ideas, como los colores o las palabras, deben concordar de una manera armoniosa (1940, p. 417).

Una ecuación es una proposición lógica cuyo tejido semiótico es un bello cofre que no solo representa, sino que permite el accionar en múltiples campos de la ciencia y la vida misma; dicho cofre está embestido de una belleza burilada por matemáticos y científicos que se deben a sus ecuaciones; por eso

en la amplia luz del día, los matemáticos revisan sus ecuaciones y sus demostraciones, no dejando piedra sin voltear en su búsqueda del rigor. De noche, bajo la luna llena, sueñan, flotan entre las estrellas, y se maravillan del milagro de los cielos. Se inspiran. Sin sueños no hay arte, ni matemáticas, ni vida. Michael Atiyah (sf, párr. 9).

6.4.2.3 *En la búsqueda de lo bello.*

Según Hutcheson (1992) tenemos un sentido interno de la belleza estimulado por objetos naturales (astros, plantas, mares), musicales, arquitectónicos y matemáticos (teoremas y

Tercera parte: El futuro de la investigación...

ecuaciones), belleza entendida como lo uniforme en la variedad. Nosotros podemos formular teoremas matemáticos que son bellos a partir de la conjunción de verdades matemáticas; así lo explica al referirse a un cono inscrito en una esfera a su vez inscrita en un cilindro:

Quando vemos un acuerdo universal exacto de todos los posibles tamaños del sistema de sólidos tal que cada uno de ellos mantiene respecto del otro la razón constante de 3, 2, 1, ¡qué bello resulta el teorema y cómo quedamos embelesados con su primer descubrimiento! (p. 35)

Así se refiere este filósofo irlandés a la belleza de los teoremas matemáticos (1992, p. 33), los cuales tienen una belleza derivada de su asombrosa variedad de uniformidad y de la infinita generación de otras verdades que la imaginación puede conseguir desde el enunciado del teorema. En sus palabras, “es fácil ver como los hombres están encantados por la belleza del conocimiento, aparte de su utilidad, y cómo la belleza los impele a deducir las propiedades de cada figura desde una única génesis” (p. 36). También señala que el placer que acompaña al descubrimiento de proposiciones es un tipo de sensación. Esta belleza ha sido reconocida por muchos, el mismo Bertrand Russell (1919), una de las voces más autorizadas en matemática dice que “las matemáticas, bien entendidas, poseen no sólo la verdad, sino la belleza suprema, una belleza fría y austera, como la de la escultura” (p. 79).

Pero, ¿es bello realmente aquello que se juzga como bello?, ¿Cuáles criterios o principios tiene lo bello? Gadamer condiciona lo bello a una norma de existencia; “es bello aquello respecto de lo cual nadie que esté en sus cabales preguntaría para qué existe” (2002, p. 186). Algo es bello si exalta los sentidos sin que su pretensión sea exaltarlos, podría decirse tautológicamente que es bello porque es bello. “El concepto de lo bello lleva consigo algo así como su autojustificación” (ibídem). En el caso de la matemática el gusto y la belleza se autoimplican y juntos motivan su aprendizaje. En síntesis, el conocimiento matemático puede llegar a gustar en la medida que sea cognoscible. Muchos estudiantes tienen un repudio por la matemática precedido por el desconocimiento, deberían saber que sólo “aquello que se conoce tiene posibilidades de ser amado” (Alsina, 2000) cuyo contrario encaja perfectamente en nuestros ideales: si lo desconoces no tienes posibilidad de quererlo. ¿Cómo no decir que es bello el siguiente pasaje de la película *Smilla, misterio en la nieve*?

“Con lo único que me siento feliz es con las matemáticas. La nieve, el hielo, las cifras. Para mí, el sistema numérico es como la vida humana. Primero están los números naturales, los que son enteros

Tercera parte: El futuro de la investigación...

y positivos. Son los números de un niño pequeño. Pero la conciencia humana se amplía y el niño descubre el deseo. ¿Saben cuál es la expresión matemática para el deseo? Los números negativos: la formalización de la sensación de que te falta algo. Entonces el niño descubre los espacios intermedios entre las piedras, entre las personas, entre los números, y aparecen las fracciones. Es como una especie de locura, porque nunca se llega al final, nunca se detienen allí. Hay números que no podemos ni empezar a comprender. Las matemáticas son un paisaje inmenso y abierto” (Hoeg, 1994, p. 54).

Así, los números, las ecuaciones y las gráficas poseen una belleza a partir de su abstracción y a pesar de ella, la matemática conjuga la verdad con la belleza y causa felicidad a quienes simpatizamos con tan excelsa ciencia.

6.4.2.4 Con el refuerzo del amor.

Una mención especial merece la incursión del amor en esta relación. Tanto en la matemática como en la literatura se manifiesta el alma del mundo en la medida que se construyen configuraciones a base de ideas de las cuales surgen novelas, teoremas, edificios, puentes y poemas, obras de arte producto del pensamiento humano. Peirce propone el Agapismo o *ley del amor evolutivo*, una doctrina que dice que la ley del amor es operativa en el mundo y defiende el sentimentalismo, del cual dice que “es un ismo, una doctrina, a saber, la doctrina de que debería tenerse un gran respeto por los juicios naturales del corazón sensible” (Peirce, 2010, p. 62).

Una propuesta que vincule la literatura con la matemática, lo cognitivo con lo afectivo¹³⁵, ha de asignar valor a las emociones y sentimientos en el aula. En “Amor y Matemáticas” (2015), Edward Frenkel muestra como la relación entre matemática y belleza posibilita una mejor comprensión del mundo secreto que hay allá afuera, “un universo oculto, paralelo, de belleza y elegancia, intrincadamente conectado con el nuestro. Es el mundo de las matemáticas. Y a la mayoría de nosotros nos resulta invisible” (Frenkel, 2015, p. 9). También en esta relación entran varias películas¹³⁶ (ver anexo No. 3), dos de las cuales serían: “Rites of Love and Math” (2009) dirigida por Reine Graves y Edward Frenkel y “La Soledad de los Números Primos” (2009) dirigida

135 En los últimos años han surgido investigaciones tendientes a vincular lo cognitivo con lo afectivo y pensar una educación emocional paralela a la educación matemática. Muchas de estas investigaciones demuestran que el aprendizaje de la matemática se ve disminuido o aumentado debido a las emociones y actitudes de estudiantes y profesores (Fennema y Sherman, 1976; Goldin, 1988; Hart, 1989; McLeod, 1988, 1992, 1994; Lafortune y St-Pierre, 1994; Evans, 2000; Blanco y Guerrero, 2002; Bueno, Teruel, y Valero, 2005; Zan et al, 2006; Gil et al, 2006, Gómez y Figueiral 2007; Gómez Chacón, 2000, 2003, 2009); todos coinciden en que las emociones forman parte de la enseñanza de las matemáticas.

136 Otros comentarios de interés en esta relación están en el capítulo 12 “Matemática y Cine” de Henao, R. (2005). Un viaje literario en la enseñanza de la Matemática.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

por Saverio Costanzo y adaptada de la novela, con el mismo nombre, escrita por Paolo Giordano. En la primera, un matemático descubre la fórmula del amor y se da cuenta de que si se utiliza mal puede ocasionar la muerte. En la segunda, Mattia y Alice, con experiencias y rarezas comunes, viven su soledad, como los números primos, sin encajar en la sociedad, pero con encuentros y desencuentros separados en el tiempo. También está “El genio del amor” (1984) de Fred Schepisi; una comedia que dice que para enamorarse no hace falta ser un genio, aunque hay un genio que ayuda, máxime si en la relación se pone el corazón tanto como la mente.

No obstante, si nos parece hacer algunos comentarios sobre la relación entre cine y matemáticas, dada la cantidad de películas (ver anexo No. 3) que acercan la matemática a la literatura.

Este tipo de literatura puede utilizarse como pretexto de acercamiento a la matemática sin que se piense que toda manifestación de amor y belleza tenga que ser cuantificada. Esto puede verse en el minuto 17 de la película “La sociedad de los poetas muertos” en donde el maestro Jhon Keating (Robin Williams) señala, criticando a J. Evans Pritchard, que se puede comprender y disfrutar más la poesía si se practica un método de medición poniendo la medida de su perfección en el eje horizontal y su importancia en el eje vertical. Dice Keating: “un soneto de Byron puede puntuar mucho en la vertical, pero solo lo normal en la horizontal. Un soneto de Shakespeare, por otra parte, medirá mucho horizontal y verticalmente, dando un área masiva total que nos revelará que el poema es verdaderamente grande” (Weir, 1990). Al final, el maestro pide a los estudiantes que arranquen estas páginas del libro porque no está de acuerdo con esta manera de medir lo que brota del alma con pasión. Esto sugiere ser cuidadoso puesto que no todo es amor ni arte como tampoco todo es matemática, pues en el mundo hay lugar para cosas de textura distinta, sin que esto signifique no explorar lo común entre arte y ciencia. Gustave Flaubert señala que “el arte será cada día más científico, del mismo modo que la ciencia se volverá cada día más artística. Las dos cosas se reencontrarán en la cima después de haberse separado de su base” (citado por Morales, 2003, p. 25).

Leonard Shlain, quien trabaja la relación entre arte y física, dice que “el artista introduce una nueva visión del mundo y luego el físico formula un nuevo modo de pensarlo. Solo entonces los demás miembros de la civilización incorporarán esta nueva visión a todos los aspectos de la

Tercera parte: El futuro de la investigación...

cultura” (citado por Morales, 2003, p. 26). También March (2008), en *Física para poetas*, procura acercar a los estudiantes de humanidades a la física con una prosa poética que muestra la dimensión emocional en el acto de creación científica.

6.4.3 El ejercicio de la Razonabilidad.

Este paso por las aulas y los libros ocurre en la medida que maestros y estudiantes estemos dispuestos a: (1) buscar nuevas formas de mirarnos y coexistir unidos en una *pedagogía de las afecciones*, donde la única violencia posible sea la que revelan los libros; (2) dejar que los libros nos toquen y nos muevan, pues la formación de una sensibilidad estética y literaria; (3) inquietarnos por lo que pasa en las fronteras de la ciencia; y (4) pensar la construcción colectiva de la razonabilidad desde la abducción como lógica de la sorpresa, esto es, desde nuestra razonabilidad. Esto se constituye en componente fundamental de una DLA.

Existimos con objetos y sujetos cuya presencia nos toca y esa presencialidad reconfigura tanto nuestra inteligencia como nuestra capacidad de imaginar. El que lee integra emociones y ruidos en una lucha por conservar la esencia en lo leído, esperando que “la emoción y la cognición se encuentren indisolublemente unidas en los primeros estadios de la generación de sentido” (González de Ávila, 2015, p. 181). El hombre vive gracias a su relación con el entorno y confiere valor a las cosas, cuando avanza en una perspectiva abductiva, la cual le permite integrar elementos teóricos y prácticos, además de lógicos, estéticos y éticos (Peirce, 1903).

En síntesis, en los últimos años se ha redimensionado el valor de la literatura en la enseñanza de la matemática. Aunque aquí mencionamos algunos libros que muestran la relación entre matemática y literatura, la lista se hace interminable. Esto muestra que el lenguaje más allá de ser un mero instrumento para la ciencia, puede recrear el mundo de la ciencia, en especial, el de la matemática, la lógica y la DL.

Los libros de literatura escritos por matemáticos u otros pensadores y las películas cercanas a la matemática, muestran la importancia del diálogo entre la ciencia y la estética. No obstante, algo falta por descubrir en ellos, para sacarle mayor provecho a la clase, como dice Sciascia (1979, p. 82): “descubro en la literatura aquello que no logro descubrir en los analistas más elucubrantes, esos que querrían ofrecer explicaciones y soluciones a todos los problemas” (citado por Serrano,

Tercera parte: El futuro de la investigación...

2010, p. 102). Aparentemente, la poesía y la matemática son dos cosas distintas, pero unidas por la belleza y la armonía, son actos de creación que elevan el espíritu del ser humano. Se tocan y coexisten en el mismo universo creativo, mantienen una relación dialéctica como lo abstracto y lo concreto, lo discreto y lo continuo, lo emotivo y lo cognitivo. En fin, hay una tensión entre ellas, pero la misma palabra “tensión” une y separa; es fuerza, estado, suspenso, efecto, acción.

Para terminar, si puede hablarse de terminar, queremos parodiar la expresión de Alicia en el País de las Maravillas del comienzo de este relato

- Hola Gato, podrías decirme, por favor, ¿qué lugar es este? – Preguntó Alicia
- Tú debes saberlo puesto que venías por el camino correcto - dijo Gato.
- Sí, pero tomé tantos desvíos y disfruté tanto el camino que no precisé a dónde me trajo.
- Entonces imagina este punto como parte del camino y disfrútalo - dijo Gato.
- Está bien, al fin de cuentas, conozco el camino y por lo tanto conozco este lugar-Dijo Alicia.

6.5. Intuición, intuicionismo y razonabilidad

El intuicionismo matemático, como lo dijimos al comienzo de este estudio, surge como una corriente en contra del fundamentalismo y el infalibilismo de la matemática, pues los logicistas, provocaron toda clase de enfrentamientos entre matemáticos y filósofos, unos porque reconocen su aporte a la ciencia, y otros porque lo consideran errado desde el comienzo. El nombre de intuicionismo viene de una concepción nada rápida ni usual de intuición. No es la intuición como percepción, ni imaginación si no como originaria, primigenia o dos-idad. No obstante, sostenemos que la intuición es de alto valor pedagógico si se le tiene en cuenta como primeridad. Por eso, exploraremos ahora diversos conceptos de intuición según aportes de Poincaré (1908), Hadamard (1947) y Peirce (1902) al trabajo creador en matemática y por consiguiente, reconoceremos su aporte teórico a la razonabilidad.

El vocablo intuición viene del prefijo *in* (dirección hacia el interior) y el verbo *tuere* (contemplar, observar, mirar), los dos forman *intueri* (tener la vista fija sobre algo, fijarse en, contemplar y ver con absoluta claridad). Morente y Bengoechea (1947, p.36) dicen que “consiste en un acto único del espíritu que de pronto, súbitamente, se lanza sobre el objeto, lo aprehende, lo fija, lo determina por una sola visión del alma”. Ferrater Mora (1964) coincide con Spinoza al decir que la intuición designa la visión inmediata de una realidad o la comprensión directa de una verdad (p. 988) aunque Spinoza enfatiza la ayuda de los signos (Bunge, 2005, p. 23). Para Aristóteles, “la

Tercera parte: El futuro de la investigación...

intuición es la fuente originaria del conocimiento científico” (libro II, p.19). En (*Retórica*, I, 2,) habla de la *areté* como virtud que incluye la frónesis (prudencia) la misma que será considerada después como una virtud conjetural o intuición como valoración al entenderse como sabiduría práctica, conciencia, medida, ver antes, comprender, anticiparse, buen juicio, habilidad para pensar cómo y por qué debemos actuar para cambiar. Descartes señala que la obtención del conocimiento se logra solo a partir de la intuición y la deducción. Para este filósofo, la intuición es una luz natural o instinto por medio del cual captamos los conceptos simples que provienen de la misma razón. Por otro lado, Kant (2005) distingue intuición intelectual, como la que permite conocer la realidad que hay fuera de la experiencia, intuición empírica, la que depende de las sensaciones, e intuición pura como aquella en la que no hay nada perteneciente a la sensación (p. 43). Esto es, intuiciones puras: espacio y tiempo, que unidas a los conceptos permiten establecer juicios básicos para el conocimiento matemático. Bergson (1907) señala que el conocimiento debe valerse no sólo de la inteligencia y la intuición, la cual marcha en el sentido de la vida, pues “la intuición podrá hacernos aprehender lo que los datos de la inteligencia tienen aquí de insuficiente y dejarnos entrever el medio de completarlos” (p. 591). Para la filosofía, según Bunge (2005). la intuición es una facultad de la mente humana que difiere tanto de la razón como de la sensibilidad y esta “puede ser una fuente de progreso cuando sus productos son elaborados y puestos a prueba” (p. 12)

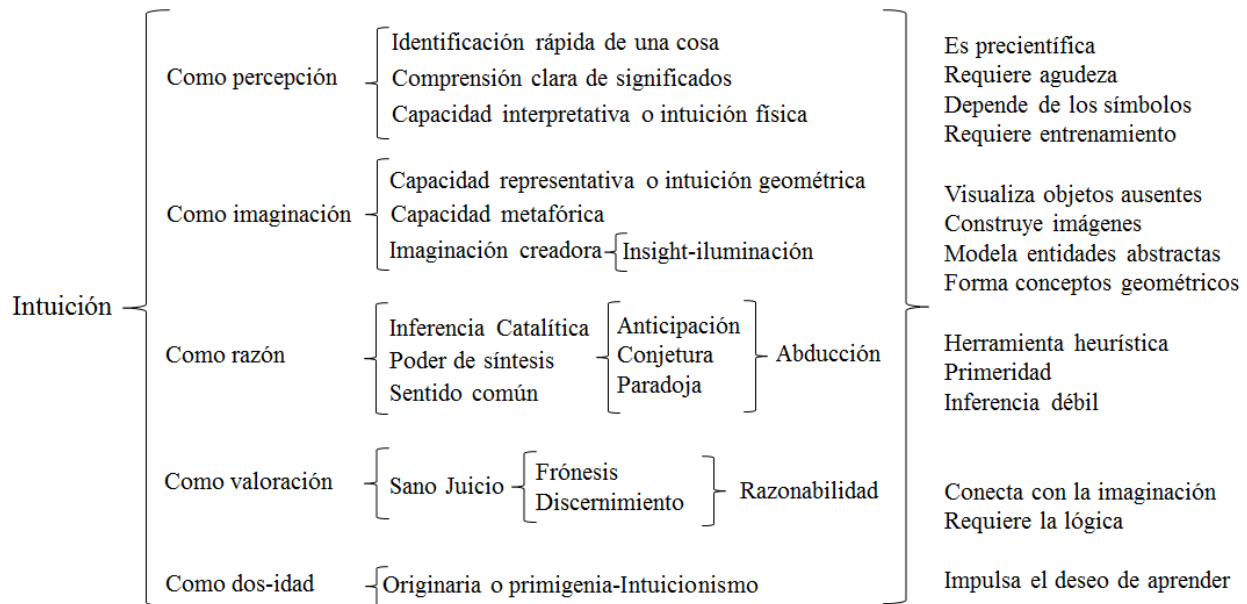
En el libro “Razón e intuición” (2005), Mario Bunge hace un análisis crítico del concepto de intuición, pero no condena la posibilidad que tiene esta como herramienta heurística de búsqueda de inspiración o de iluminación para la producción de conocimiento. En la figura No. 3 se muestra una clasificación de lo expuesto anteriormente.

Figura 4: Clasificación de la intuición, en busca de una lógica de la abducción.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tercera parte: El futuro de la investigación...



Fuente: el autor. Inspirado en Bunge (2005)

En este esquema se puede observar la relación ente intuición y abducción, pensada desde la razón dado que la intuición desarrolla la capacidad de invención del sujeto, promueve la creatividad para la creación y solución de problemas y hace razonables nuestros pensamientos y acciones, además de ser un método falible para la *educación pragmatista*.

Aunque varios aspectos de este cuadro ya han sido expuestos en esta tesis, es dable hacer otras precisiones. La intuición no funge como un criterio cerrado y arbitrario, incluso se mueve entre polos de verdad y falsedad; como percepción tiene que ver con la rapidez y la inmediatez, es precientífica y requiere agudeza y entrenamiento, pero es un proceso mental no sólo posible de ser educado si no necesario para interpretaciones y modelaciones que ayuden a pensar “una matriz como una tabla de transiciones posibles” o “una integral de Fourier como un paquete de ondas”. La percepción como imaginación ha tenido una alta influencia en el trabajo matemático y lógico, debido a su capacidad para visualizar objetos ausentes, construir imágenes, modelar entidades abstractas y construir conceptos geométricos y argumentos. Además, la matemática está cargada de metáforas y es producto de la imaginación creadora, como lo han sostenido personajes de la talla de Poincaré y Hadamard. La intuición como razón permite el paso de una proposición a otra, lo que le da cabida en la abducción.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Así las cosas, el *ojo de la mente* platónico, la *actividad del nous* Aristotélico, la *apreciación inmediata* de Kant, el *impulso vital* de Bergson, la operación racional en Descartes, la inferencia rápida en Spinoza, la iluminación de Poincaré, la *cosa misma* de Schopenhauer, lo *ideal fenomenológico* en Husserl, lo *emotivo* en Scheler, el *insight* peirceano, el fenómeno primario en Fischbein, la dos-idad en Brouwer o el regalo sagrado Einsteiniano, entre otros, muestran la posibilidad de pensar en la intuición como un tipo de conocimiento y nos reiteran su papel fecundo en el trabajo científico. No obstante, veamos qué pasa con la intuición en relación con el pensamiento matemático y lógico.

Poincaré (1908) revisa las ideas de sus antecesores y propone el principio de inducción completa; esto es, pasar de una proposición particular a una general por simple intuición de los números naturales. Este principio es rechazado por la lógica clásica, en tanto, no es válido respecto de la búsqueda de la verdad. No obstante, con Poincaré surge una diversificación de la lógica, cuando dice que por lógica se prueba, pero por intuición se inventa (O'Connor, 2003); considera que la lógica puede salir de su esterilidad por medio de la intuición creadora; la demostración requiere de la intuición y la intuición posibilita la invención.

Para este físico y matemático visionario, el mundo puede ser construido por el ser humano, de allí que las leyes de la matemática se obtienen de la experiencia (Poincaré, 1948, p. 141). Esto último se relaciona con la lógica de la abducción peirceana por la primacía que le otorga a los hechos y el acto adivinatorio. En palabras de Poincaré, existe “una clase de intuición adivina antes de poder demostrar. ¡Adivinar antes de demostrar! ¿Tengo necesidad de recordar que es así como se han hecho todos los descubrimientos importantes?” (p. 153). No obstante, Peirce se distancia de Poincaré, ya que este último le otorga un sentido visionario a la lógica, pero la relega a un segundo plano como dice Bell (2004, p. 416), pues *siendo intuicionista, no llega hasta donde llega la escuela intuicionista* cuyo fundador es Brouwer.

La intuición en Poincaré es apelación a los sentidos y a la imaginación, generalización inductiva, intuición del número puro (que da paso a la inducción matemática) o visión de conjunto (Bunge, 2005, p. 121). Este intuicionismo de Poincaré (1908), muy distinto del de Brouwer, lo que

Tercera parte: El futuro de la investigación...

hace es analizar la influencia de la intuición en la creación de los matemáticos¹³⁷ y proponer las fases: preparación, incubación, iluminación y verificación; las mismas que inspiraron a Wallas (1927) y al matemático Jacques Hadamard (1947) quien después de encuestar a más de 100 físicos sobre sus procesos creadores, confirma las fases de Poincaré y en su obra “Psicología de la invención en el campo matemático” describe el proceso mental matemático. La iluminación aquí se refiere a un resultado de búsqueda heurística en la resolución de problemas y no a la captación de un objeto matemático.

Para Brouwer la intuición es “la que transforma a la ingenua conciencia humana en una mente racional y le ofrece los conceptos y las herramientas fundamentales del pensamiento matemático” (De Ponte Azcárate, 2006, p. 159). Brouwer se propuso utilizar entes matemáticos como construcciones previas a partir de la secuencia de la intuición originaria o primigenia (Urintuition en alemán) y considera la urintuition de la matemática, desnuda y dudada, como el fenómeno fundamental del pensamiento matemático (Bunge, 2005, p. 64). Esta intuición permite construir los números naturales como base de toda la matemática. Brouwer señala que en esta intuición matemática se “unen lo convexo y lo separado, lo continuo y lo discreto, da lugar inmediatamente a la intuición del continuo lineal, es decir, del "entre" que no se agota con la interposición de nuevas unidades” (citado por Espinoza, 2003, p. 108). Espinoza señala que la intuición en Brouwer sigue este orden: (1) hay un estado de indiferencia, luego (2) entra el tiempo y (3) se producen sensaciones que permiten (4) distinguir el sujeto del objeto, nuevamente (5) el tiempo reúne sensaciones y es ahí donde (6) la percepción de la dosidad abstracta es intuición primordial; la dosidad, (7) engendra la multiplicidad del mundo y finalmente (8) la intuición del continuo es posible.

Se resalta así, en primer lugar, el valor de la intuición declarado en la tesis intuicionista del intuicionismo matemático:

Puesto que la matemática no deriva de la lógica ni de la experiencia, debe tener su fuente en una intuición especial que nos presente los conceptos e inferencias básicos de la matemática como inmediatamente claros y seguros. Una construcción matemática debe ser tan inmediata a la mente, y sus resultados deben ser tan claros, que no requiera fundamento alguno. En consecuencia,

137 Puede profundizarse en la tesis doctoral “Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria” de Elba Cristina Sequera. Universidad de Barcelona, 2003.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

debemos elegir como nociones básicas a las más inmediatas, tales como la del número natural. (Bunge, 2005, p. 75).

Y, en segundo lugar, el principio de constructividad con el cual los intuicionistas tienden a reemplazar la demostración por reducción al absurdo:

La única técnica admisible de demostración de teoremas de existencia es la construcción efectiva, porque nos permite “ver” de qué se trata. En cambio, la demostración de que la afirmación que contradice la que se quiere probar lleva a contradicción, es decir, la técnica de la demostración indirecta, no hace otra cosa que señalar una posibilidad de existencia o de verdad, sin garantizarla. (Bunge, 2005, p. 78).

Para los intuicionistas la construcción explícita por definición sólo es posible con procedimientos finitistas como “calcular el cuadrado de un número” y proponen que se reconstruyan expresiones como “para toda clase” y, en general, todos aquellos teoremas que se demuestren de manera indirecta. Así, los intuicionistas cuestionan verdades a priori como “el número 1000^{1000} puede descomponerse en la suma de dos números primos”, la prueba de la existencia de infinitos números o la conjetura de Goldbach, entre otras, dado que, según ellos, no existe una función para el cómputo efectivo completo para comprobar dichas verdades. Además, critican el axioma de elección de Zermelo: “dada una familia de conjuntos disyuntos entre sí, existe un conjunto compuesto por una representante de cada uno de los conjuntos de familias”. Este nuevo conjunto denominado conjunto de selección es rechazado por los intuicionistas puesto que no va acompañado de una regla para su construcción. Para ellos, no existe el infinito actual o completo si no el infinito constructivo o potencial. La lógica, más que un cálculo formal, es una metodología.

Para el intuicionista, “computar efectivamente para creer” y “existir es ser construido” (Bunge, p. 81). Algo parecido ocurre con la prueba de Euclides sobre la existencia de infinitos números primos. Dado que dicha prueba, como muchas, no suministra una función para el cómputo efectivo del n -ésimo número primo. Así mismo pasa con la conjetura de Goldbach y con la prueba de Cantor de que el continuo no es numerable.

Según Bunge (2005) “puesto que la matemática no deriva de la lógica ni de la experiencia, debe tener su fuente en una intuición especial que nos presente los conceptos e inferencias básicos de la matemática como inmediatamente claros y seguros” (p. 74). Según Brouwer, la matemática debe separarse del lenguaje matemático y por lo tanto de la lógica teórica, por eso, con Brouwer las matemáticas consiguen la más alta claridad intuitiva.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Una de las conclusiones de la crisis de los fundamentos es la falibilidad de las matemáticas. Este hallazgo permite el surgimiento de programas como el cuasi-empirismo, el cual postula, según Harada (2005), que la explicación de las matemáticas no depende sólo de su estructura lógica ni de su lenguaje, sino que depende de su práctica real, de su aplicación y en consecuencia de la manera como es enseñada y aprendida (pág. 18)

Así también, existen otras lógicas¹³⁸ que también ponen en duda la unicidad de la razón y el absolutismo del formalismo como únicas fuentes de la verdad. Sus planteamientos reconocen el lugar de la percepción, la intuición, la imaginación, las emociones y las interacciones como acicates para avanzar en el desarrollo de la ciencia y las humanidades. Una de estas lógicas es la lógica de la abducción de Peirce que hemos venido trabajando y que está en el corazón de la razonabilidad.

Existen posturas como el realismo constructivista de Popper (1972) para quien los objetos matemáticos son creaciones nuestras que se independizan de nosotros y dan paso a nuevos descubrimientos. Popper (1980) en su primer libro “La lógica de la investigación científica” dice que pertenece a la ciencia no lo que es falso sino lo que es falseable. Así, las conjeturas científicas son refutables y es precisamente la refutabilidad el criterio fundamental de la ciencia. Tanto Popper como Peirce, por otro lado, asumen y defienden una posición falibilista¹³⁹ e insisten en el carácter hipotético de la ciencia (Haack, 1977). En suma, la intuición y el intuicionismo, aportan al desarrollo de la educación matemática y la lógica, al proponer otras miradas necesarias en la búsqueda de la verdad científica.

Por su parte, la abducción en tanto primeridad también puede verse como un destello, una intuición primera conectada con la imaginación; aunque la abducción peirceana se distancia de la intuición en tanto esta segunda se apoya en juicios perceptuales considerados como casos extremos de inferencias abductivas. La intuición en Peirce, el *insight*, se relaciona con la percepción y se asemeja al instinto animal, de tal suerte que la intuición supera el conocimiento directo. “Peirce deja muy claro que no existe la intuición en el sentido de una cognición no determinada por una

138Algunas son: las lógicas extensionales de Tarski (1944); la lógica modal de Kripke (1963); la lógica temporal de A. Prior (1957); la lógica paraconsistente de N. da Costa, N. Belnap, y Printer (1929); la lógica de la relevancia de Ackermann, Anderson y Belnap (1975); la lógica polivalente de Lukasiewicz, Post, Kleene y Bochvar (1917); la lógica difusa de Rescher y Zadeh (1965); la lógica empírica de F. Bacon (1605); la lógica cuántica de Goldblatt (1934); la lógica inductiva de J. Mill (1843); la lógica inventiva de R. Lull (1274); la lógica modal de Von Wright (1951) y la lógica fluida de Edward De Bono (1996), entre otras.

139 Haak, S. (1977) *Dos falibilistas en busca de la verdad*, en <http://www.unav.es/gep/AF69/AF69Haack.html>

Tercera parte: El futuro de la investigación...

cognición previa, es decir, como una premisa que no sea ella misma una conclusión” (Barrena, 2003, p. 54). La intuición es una capacidad primera que depende de los conocimientos previos y de la experiencia de quien intuye; la mente aprehende lo que ella misma ha construido” (Kneale, 1972, p. 626). La intuición peirceana es sospecha, inicio, inmediatez, falibilidad, primeridad. Por tanto, no es inferencial, aunque puede inferir algo débil que puede ser o no ser; "toda inferencia debe estar basada finalmente en verdades intuitivas" (Espinoza, 2003, p. 102).

Para que esto pase, la intuición ha de valerse de formalismos que lleven lo encontrado al campo de la ciencia. Además, la verdad, en Peirce, depende de la imaginación y esta es ayudada por la intuición, pues "cuando un hombre desea ardientemente conocer la verdad, su primer esfuerzo será imaginar cuál puede ser la verdad" (citado en Barrena & Nubiola, 2013, p. 99), luego la intuición, *insight* o instinto racional en Peirce (1903), es una capacidad que la mente humana ha ido adquiriendo como resultado de la selección natural, para adivinar los caminos o leyes o terceridades de la naturaleza. La intuición, tiene que ver con el juicio perceptual y tiene sentido en la abducción, "la sugerencia abductiva nos llega como un rayo. Es un acto de intuición, aunque de una intuición extremadamente falible". (Peirce, 1903; citado en Soto, 2006, p. 5). Lo intuitivo está relacionado con la abducción, sin que esta sea meramente intuitiva, en tanto hipótesis primaria, "la mente humana es afín a la verdad en el sentido de que en un número finito de conjeturas arrojará luz sobre la hipótesis correcta (Peirce, 1901, citado en Soto, 2010, p. 34). Así, la intuición no es una inferencia, pero sí un conocimiento inmediato (Soto, 2006, p. 4) que puede dar paso a la razonabilidad.

Lo primero es que la intuición, la idea nueva o la creación no se le presenta a una mente que no esté preparada, que no haya leído o investigado alrededor del tema que lo aqueja. El objeto de investigación tiene que haberlo afectado lo suficiente para poder que en algún momento surja el "insihgt", la "chispa", la "intuición". Decimos afectado al estilo de William Legrand, personaje de Edgar Allan Poe en "El Escarabajo de Oro" que se sintió picado en el cerebro por el escarabajo hasta tal punto de tener que hacer lo que hace porque no existe otra manera de vivir la vida. Lo segundo es estar preparado para el momento en el cual llega la sorpresa y estar dispuesto a dejarse guiar haciendo los descubrimientos necesarios y las comprobaciones suficientes para poder regresar a un momento de tranquilidad. En palabras de Peirce (1988) "Hay que adoptar un método nuevo y diferente de establecer opiniones, que no sólo produzca un impulso a creer, sino que decida

Tercera parte: El futuro de la investigación...

también cuál es la proposición a creer” (p. 190). Cuando la intuición es metódica no admite dudas y puede superar la crítica hecha por quienes no la consideran de importancia científica; el quehacer científico puede partir de la intuición, “cualquiera que mire desapasionadamente la trastienda de un científico célebre (Newton o Einstein, etc.) no dejará de reconocer que en ellos aparecen innumerables muestras de creencias tenaces (puras corazonadas)” (Samaja, 2003, p. 32)

La lógica y la matemática se valen de expresiones intuitivas autoevidentes o nociones comunes como: “la distancia entre dos puntos es la línea recta”, “el todo es mayor que las partes” o “dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí” mientras que los teoremas no se aceptan intuitivamente y tienen que ser demostrados. No obstante, desde el punto de vista didáctico puede utilizarse la intuición para encontrar la vía de demostración del teorema o, porque no, para introducir hipótesis nuevas a la educación matemática, en tanto, el método hipotético - deductivo tiene presuposiciones de la forma “todo A es B” que pueden aplicarse al trabajo matemático puesto que “la fertilidad y el encanto de la investigación científica reside precisamente en el incesante conjeturar de hipótesis y la investigación de sus consecuencias lógicas” (Bunge, 2005, p. 95).

Así también, Fischbein (1987) en "Intuición en Ciencia y Matemática" crea un puente entre la intuición y la educación matemática. Para él, la intuición es, en primera instancia, un fenómeno primario y tiene sus raíces en el pensamiento sincrético, no es un método ya que se trata de una forma de conocimiento caracterizada por: autoevidencia, certeza intrínseca, arraigo firme y por su carácter coercitivo, extrapolable, global e implícito. Expresa que "la fuente básica del conocimiento intuitivo es la experiencia acumulada por una persona en condiciones relativamente constantes" (1987, p. 85), de allí que las intuiciones estén en relación con el contexto y la experiencia, influyan en nuestra manera de resolver e interpretar siempre y cuando vayan acompañada de la lógica. Según Fischbein, las intuiciones pueden ser 1) afirmativas, como cuando se dice que “dos puntos determinan una recta” y estas, a su vez, pueden ser semánticas, relacionales e inferenciales; 2) Conjeturales; 3) Anticipatorias y 4) conclusivas (citado en Belmonte, 2009, p. 67).

Para efectos de una propuesta de una DLA, nos parece sensato enfrentar en este estudio una de las tensiones más fuertes que ha tenido la matemática: la relación entre intuición y rigor matemático.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

La intuición es el producto de los esquemas conceptuales del individuo y a medida que el individuo crezca en el pensamiento lógico, tales esquemas darán lugar, con más profundidad, a respuestas lógicas, lo que resulta evidente al observar cómo los estudiantes pasan desde una intuición inicial basada en sus matemáticas preformales a intuiciones formales más refinadas según crece su experiencia (Ben-Zeev y Star, 2002; citado por Belmonte, 2009, p. 57)

Bruner (1972) reconoce que la intuición es menos rigurosa que la demostración y se basa en la confianza de operar con datos insuficientes. Dreyfus (1991) sostiene que el estudiante, antes de la enseñanza, tiene ideas e intuiciones que proceden de su experiencia y que no desaparecen sino que se mezclan al nuevo conocimiento adquirido (citado por Belmonte, 2009, p. 58). Davis & Hersh (1988), al igual que muchos matemáticos, respecto a la intuición en matemáticas señalan que esta es opuesta a rigor, que significa lo visual, lo plausible, lo incompleto, lo inspirado, lo holístico (Belmonte, 2009, p. 60). En general, dice Belmonte (2009) en su tesis doctoral, "cuando introducimos nuevos conceptos científicos o matemáticos (...) utilizamos modelos intuitivos" (p. 58). Así, la intuición es sentido común, razonamiento ingenuo, percepción directa, interpretación empírica o conocimiento intuitivo; la intuición es adquirida por la vía de nuestras representaciones mentales de los objetos matemáticos.

Según Bunge (2005) la intuición puede darse como percepción. No obstante, Belmonte (2009) señala que la intuición es una teoría más allá de la percepción; "las percepciones son captadas directamente por los sentidos, pero no son intuiciones" (p. 62). Las intuiciones son cogniciones intelectuales mientras que las percepciones son cogniciones sensoriales. Algunas cogniciones intuitivas llegan al nivel de los axiomas, postulados, principios o ideas preconcebidas. Además, "el profesor tiene que corregir los errores de sus alumnos, pero con frecuencia esto implica, más que un cambio en el nivel conceptual, una profunda reorganización de los grupos de creencias cognitivas" (p. 67), así mismo el estudiante debe renunciar a varias creencias que lo conduzcan a ideas erróneas. Es claro: "la experiencia es un factor fundamental en la formación de intuiciones" (p. 68).

Es muy importante que, en la enseñanza de la lógica y la matemática, se valore el papel de la intuición como el prelude cognitivo necesario en las aulas de clase, aunque la intuición y la razón sean de distinta naturaleza (Crespo, 2008). La intuición crea, la razón controla, de allí que pensar lógicamente compromete a ambas. Así mismo, Crespo (2008) muestra varios ejemplos (p. 724 y ss) en los cuales la intuición puede llevar al error si no se acompaña de razonamiento. Uno

Tercera parte: El futuro de la investigación...

de esos ejemplos es que los estudiantes tienden a pensar que "el producto de dos números es mayor que cada uno de los factores", no obstante, en productos como $0,25 \times 40 = 10$ puede verse que esta idea intuitiva lleva al error, que, entre otras cosas, muestra que no siempre el todo es mayor que sus partes o que no siempre la multiplicación agranda como creen muchas personas.

Una DLA debe contemplar el valor de la intuición como posibilitadora de procesos superiores como la abstracción; sumas como $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$ ¹⁴⁰ requieren de la intuición no sólo para ver la tendencia, por ejemplo, en un recipiente que se llena lentamente vertiendo la mitad de lo que falta siempre hasta acercarse al valor de convergencia. Así también, los polvos de cantor, los trenes de ondas, las nubes de probabilidades, los puntos de silla no son más que modelos intuitivos que ayudan tanto al científico como al profesor de matemáticas a darle sentido y explicación al conocimiento matemático. ¿Cómo dudar del valor heurístico de la intuición? La intuición impulsa el deseo de aprender en las aulas. Así, las metáforas, las intuiciones, las imágenes, las analogías, las sospechas, incluso los mismos errores posibilitan el descubrimiento matemático en el aula. La intuición tiene alto valor en el proceso de invención científica, hasta tal punto de llevar a Einstein a afirmar: "no hay sendas lógicas que lleven hasta esas leyes, sólo puede llegar a ellas una intuición basada en una comprensión favorablemente dispuesta" (citado en Goldberg, 1990, p. 12). También a Jhon Maynard Keynes a decir de Newton: "lo que era de una importancia preeminente era su intuición" (Ibídem), mostrando sólo dos ejemplos entre muchos que se refieren al valor de la intuición.

Sostuvimos ayudados por filósofos y matemáticos que la intuición existe, pero es un antecedente, una primeridad de cuidado y si quiere tenerse como preludeo cognitivo del conocimiento debe estar acompañada de la lógica. En este orden de ideas, la intuición es admitida en la enseñanza de las matemáticas, no sólo como anecdotaria si no como posibilidad conjetural, iluminación o dispositivo heurístico, la intuición no sólo se sirve de la razón, pues contribuye con el despliegue de la razón en busca de un proceso de razonabilidad.

¹⁴⁰ Esta ecuación se origina en el seno de la paradoja de la dicotomía de Zenón, la misma que permite cuestionar determinadas concepciones intuitivas preexistentes acerca de lo infinitamente pequeño y lo infinitamente grande.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Aunque ignoremos que “A es B”, tenemos derecho a suponerlo y probarlo como si supiéramos que fuera verdadera. Esta es una presuposición del método hipotético deductivo y totalmente válida para el método abductivo a partir de la sorpresiva suposición que dice que “A puede llegar a ser B”, que “A puede ser B” o simplemente que “A es B”, la verdad es que “la fertilidad y el encanto de la investigación científica residen precisamente en el incesante conjeturar de hipótesis y la investigación de sus consecuencias lógicas” (Bunge, 20005, p. 95). La teoría demostrativa en matemática quedaría coja si renunciamos a la intuición y a la posibilidad de suponer. La abducción permite formar nuevas hipótesis, la deducción permite probar dichas hipótesis y la inducción posibilita la exploración de sus consecuencias. Este proceder lleva más razonabilidad al aula de clases en la medida que permite aplicar lo que ya sabemos, pero no se priva al sujeto de la posibilidad de pensar sobre lo que no sabe, lo nuevo, lo intempestivo, lo sorprendente, “después de todo, la libertad de exploración es tan vital para los matemáticos como para los geógrafos” (p. 97).

Esto estimula, reiteramos, la búsqueda de proposiciones nuevas, la reconstrucción de conceptos previamente inventados, la puesta en escena de otros métodos de investigación en el aula a partir de la observación. Por consiguiente, “la lógica por sí sola es incapaz de conducir a ideas nuevas, como la gramática por sí sola es incapaz de inspirar poemas y la armonía es incapaz por sí sola de inspirar sinfonías” (p.138). Estas ideas nos acercan a Morris Kline, cuando afirma que las matemáticas "son una serie de maravillosas intuiciones cuidadosamente seleccionadas, refinadas y organizadas por la lógica, que los hombres quieren y pueden aplicar en cualquier momento" (citado en Goldberg, 1990, p. 13)

6.6. La educación pragmatista como base de la razonabilidad.

Existe una relación directa entre pragmatismo, semiótica y razonabilidad en la teoría peirceana, aspectos tratados en la *educación pragmatista* como base del ejercicio de la razonabilidad. Así, apoyados en el pragmatismo de Peirce (2008) y estudiado ampliamente por Barrera (2012; 2014; 2015), haremos un recorrido por las obras de esta filósofa peirceana, en busca de darle a la estrategia didáctica que hace parte de una DLA, el valor educativo que requiere para su consistencia teórica y práctica.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

El pragmatismo nace como un método lógico que permite el esclarecimiento de los conceptos; es “un método para averiguar los significados de las palabras brutas y de los conceptos abstractos” (Peirce, 2008, p. 65).

“entiendo el pragmatismo como un método de averiguar los significados, no de todas las ideas, sino solo de lo que llamo “conceptos intelectuales”, es decir, aquellos sobre cuya estructura pueden girar los argumentos que tienen que ver con el hecho objetivo” (Peirce, 2008, p. 66)

Peirce formula el pragmatismo como una guía para clarificar el pensamiento en una sencilla y profunda cláusula “la idea de algo es la idea de sus efectos” (p. 17). Esto ratifica la necesidad de pensar en la razonabilidad práctica y no quedarse en la mera racionalidad cuando de comprender un concepto se trata. Para ello, se requiere de la indagación como “un proceso que lleva a cambiar un estado de duda por otro de creencia” (p. 16). Esto significa, pasar de una privación de un hábito a un hábito mental y se logra con el método de la ciencia, ya que “permite avanzar desde hechos conocidos y observados hacia lo desconocido” (p. 17) y ese es precisamente un principio didáctico: partir de la experiencia y los conocimientos previos para acercarse al conocimiento de un concepto, una cosa, una sensación.

Los conceptos son signos y estos interpretantes lógicos, se vislumbra una conexión necesaria entre pragmatismo y semiótica. Aquí, los conceptos son signos, en tanto, medios que comunican algo. Así, para Peirce (1974), la lógica es “sólo otro nombre de la semiótica, la doctrina cuasi-necesaria, o formal, de los signos” (p. 21). Establece como tesis fundamental, que el ser humano es de naturaleza semiótica y por lo tanto también lo es el pensamiento; “el hecho de que cada pensamiento es un signo, tomado en conjunción con el hecho de que la vida es una sucesión de pensamientos, prueba que el hombre es un signo” (citado en Barrena, 2003, p. 59). Y, más allá del pensamiento, el universo mismo está compuesto de signos, “siempre que pensamos tenemos presente en la conciencia alguna sensación, imagen, concepción, u otra representación, que sirve como signo” (Peirce, 1988, p. 100).

La semiótica peirceana parte de la triada: objeto, signo (o representamen) e interpretante, de la cual afirma: “a la cosa que posee esta cualidad le llamo representamen, al efecto mental o pensamiento, su interpretante, y a la cosa por la que está, su objeto” (Peirce, 1968, p. 82). El objeto

Tercera parte: El futuro de la investigación...

tiene una cualidad captada por el representamen que permite su interpretación; esto sugiere la triada primeridad, segundidad, terceridad, considerada la triada fundamental del pensamiento peirceano.

La primeridad, como ya se expresó antes, es el momento inicial del pensamiento, lo espontáneo, lo no analizado, un estremecimiento, una sensación o cualquier impresión fuerte que obliga la mente a concentrarse en ella irreflexivamente. Esto le proporciona a una DLA variedad, posibilidad, novedad, frescura, libertad, emoción y creatividad. La segundidad es un hecho concreto, relación, comparación, contraste, interacción y lucha. Pertenecen aquí hechos que implican la presencia de un segundo. Así también, dado que la lógica es segundidad, su didáctica está cargada de procedimientos como graficar una función, construir un triángulo o demostrar un teorema; los cuales develan la condición relacional y constructiva de la segundidad. La terceridad tiene que ver con la relación de un segundo con un tercero; crea orden y regularidad a partir de caos y azar. Una DLA requiere de propiedades, teoremas y leyes que no son más que relaciones, terceridades, así como el pensamiento mismo, la generalización y la significación son operaciones de este campo. En síntesis, la primeridad refiere fenómenos herméticos que no se relacionan con ningún otro; la segundidad trata fenómenos de referencia esencial a otros y la terceridad representa fenómenos que comportan una relación de tres términos como la relación triádica de la semiótica peirceana que se concreta en la existencia de signos; de esta manera, la DLA se convierte en la síntesis donde confluyen primeridad, segundidad y terceridad.

Esos, signos, interpretantes lógicos son el lugar esencial de los hábitos, pues “sólo el hábito permanece como esencia del interpretante lógico” (Peirce, 2008, p. 21); es el interpretante lógico verdadero y final; “los hábitos son los que permiten llegar a la verdadera comprensión de las cosas y se constituyen en leyes para la acción humana” (p. 22); están anclados en las consecuencias de los conceptos y generan unas creencias, “indicativos de hábitos” (Ibídem). “Nuestro sentimiento de creer es una indicación más o menos segura de se ha establecido en nuestra naturaleza algún hábito que determinará nuestras acciones” (Ibídem). En suma, en el pragmatismo peirceano hay una doble correspondencia entre las creencias y los hábitos, de tal suerte que los conceptos lógicos ayuden al establecimiento de creencias que son hábitos mentales, estas determinan los hábitos y estos las acciones. ¿No es este un principio pedagógico que debería guiar nuestro trabajo en las aulas?

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Esto nos lleva a considerar la relación entre pragmatismo y educación propuesta por Barrena (2015) en un libro que debería convertirse en la brújula que guíe a maestros y estudiantes universitarios por el terreno escarpado de la lógica y la filosofía. La doctora Barrena sostiene que el pragmatismo permite “comprender al ser humano en relación con sus acciones, con lo que pueda crecer, con lo que puede crear” (2015, p. 10) y que el pragmatismo es una teoría de aprendizaje puesto que posibilita aprender de la experiencia. Al respecto, considera que:

“el docente o el formador no debe preocuparse de la mera racionalidad, sino del crecer, del aprender, y para conseguir ese crecimiento será preciso considerar a las personas como una unidad, atendiendo a la continuidad que propugna el pragmatismo, continuidad del yo y el mundo, de la razón y los sentimientos, del aprendizaje y la acción” (p. 12)

Este apoyarse en el pragmatismo debe partir de principios vinculantes en una DLA como “la educación debe estar conectada con la vida y de que es la consciencia de la propia ignorancia la que espolea el deseo de aprender y crecer” (p. 15). Así lo establece también Peirce:

“para que el corazón entero de un hombre se centre en el enseñar debe estar completamente imbuido de la importancia vital de aquello que tiene que enseñar; mientras que para que pueda tener algún grado de éxito en el aprendizaje debe estar penetrado por un sentido de insatisfacción ante su condición actual de conocimiento” (Peirce, 1898; citado por Barrena, 2015, p. 15).

Esto permite sin duda recrear la conexión entre creatividad y ciencia, sobre la base de que “la ciencia es una cosa viva, una actividad que tiene que ver con conjeturas que se prueban, se aceptan o se rechazan” (Peirce, 1902, citado en Barrena, 2015, p. 36). El pragmatismo tiene que ver con lo que es experimental. Peirce (2008) establece que los ingredientes iniciales de un experimento son: un experimentador, una hipótesis verificable y una duda sobre la verdad de la hipótesis. La duda genuina implica un propósito que lleva al experimentador a actuar bajo alguna creencia. Así también, “los pragmatistas consideran que hay una continuidad entre la mente y el mundo que nos rodea a través de la experiencia” (Barrena, 2015, p. 33) no obstante rechazan la experiencia como la primera impresión puesto que “por experiencia debe entenderse la producción mental completa” (Peirce, 1908, citado en Barrena, 2015, p. 33)). De allí que, la acción no está al final del camino sino en todo el proceso, [y] la experiencia es una terceridad, es una “fuente segura para juzgar las creencias” (Barrena, .2015, p. 34)

La filosofía peirceana establece que, para enseñar a pensar, un profesor debe clarificar los conceptos, buscar métodos alternativos y complementarios del pensamiento, desarrollar las

Tercera parte: El futuro de la investigación...

capacidades de análisis y síntesis y pensar colectiva e individualmente, además de conservar unas herramientas como principios. Veamos estas ideas en la tabla No. 21.

Tabla 21: criterios para el desarrollo de una educación pragmatista.

Herramientas	La acción: el hacer también cuenta. El error: conducir al aprendizaje. Los hábitos: la clave para el crecimiento.	
Reglas:	1. Fomenta el autocontrol	
	2. Combate los dualismos	conexión (dentro-fuera, Ser-demás, cuerpo-alma) continuidad (tiempo, conocer-actuar, pensar-sentir)
	3. Expande el espíritu científico	La ciencia no es lo contenido en los libros. La ciencia es algo que está por hacer. Desarrollar el razonamiento. No darse nunca por satisfechos. Actuar con flexibilidad. Fomentar actitudes favorables.
	4. Cuida la imaginación:	Se necesitan abductores ¹⁴¹ .
	5. Trabaja en comunidad	Trabajo en equipo. Educación como proceso social.
Bases:	1. Fomentar la actitud científica - partir de la experiencia. 2. El lenguaje y los signos: en busca del significado. 3. El arte y la estética: en busca del fin. 4. El juego y el deporte: usar el cuerpo	
	5. Matemáticas: cuestión de imaginación	Dimensión creativa. Pensamiento diagramático. Capacidad de relación. Pensamiento visual.
	6. El saber humanístico: en busca del sentido.	
	7. La educación ética y el ágape	

Fuente: Barrena (2015).

En las herramientas ha de entenderse que la acción es parte del proceso y que la equivocación puede ser refrendada para el logro del hábito pensado como “una ley general de acción” (Peirce, 1902, citado en Barrena, 2015, p. 123) que explica el crecimiento y la regularidad y en esta medida “la educación por tanto es crecimiento, el crecimiento de la razonabilidad, de los alumnos como personas” (Barrena, 2015, p. 71). En las reglas, es razonable que, dado el carácter incompleto de la ciencia, esta no debe enseñarse como cosa terminada sino como posibilidad de cambio y crecimiento que genera un maestro que, a su vez, está insatisfecho con su proceso, así como la necesidad de abductores para el desarrollo de la imaginación. En las bases está vigente la triada peirceana: ética, lógica (semiótica) y estética, además del carácter lúdico y el deseo de formar una actitud científica. Este enfoque de la educación, también llama la atención en relación con el papel

¹⁴¹ El término "abductor" se refiere a un dispositivo imaginario y teórico relacionado con aquello que causa la abducción como proceso lógico.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

que juega la formación matemática, pues convoca a la imaginación, como hemos sostenido en el ejercicio de la razonabilidad y la capacidad de relacionar la matemática con otras ciencias como la lógica y la estética, en busca de darle un sentido razonable a la educación. Sus planeamientos y los peirceanos, le dan sentido a la estrategia didáctica CSP que será desarrollada en el próximo capítulo.

En correspondencia con lo anterior y a manera de cierre de este capítulo, precisamos que nuestra posición es que una DLA para el ejercicio de la razonabilidad tiene en cuenta principios (apartado 1.2.1) y componentes (tabla 8, p. 106) pensados desde la didáctica de la matemática; una DLA en conexión con otras ciencias y disciplinas que contenga criterios pragmatistas y estéticos derivados de la abducción peirceana (tabla 21); una DLA centrada en el método abductivo como posibilitador de la formulación de hipótesis de investigación y detonador de la razonabilidad en la formación de maestros, sin dejar de lado lo emocional e intuitivo que se puede derivar de la literatura.

En este orden de ideas, una DLA le brinda al estudiante y su maestro herramientas teóricas y prácticas que los hacen más razonables en tres ámbitos lógicos, así: analizar el contexto, comprender las interrelaciones entre la lógica y la matemática, y acudir a la imaginación creadora en busca de la formulación y resolución de problemas.

7. Propuesta de una Estrategia Didáctica: CSP

7.1 Antecedentes teóricos de una estrategia didáctica.

Si bien, en la primera parte de esta tesis, fueron mencionadas algunas estrategias interesadas en la enseñanza de la lógica, es dable decir que quienes más relacionan la razonabilidad con la filosofía y la educación¹⁴², son Peirce (1906), Nubiola (2011) y Barrena (2015a, 2015b). Sus postulados, son punto de partida para la construcción de una estrategia interesada en proponer una nueva didáctica, esto es, una DLA.

¹⁴² Es en la argumentación jurídica donde más se aplica la razonabilidad, sobre todo en teorías como la nueva retórica de Perelman (1989), el discurso de Alexy (1995), los casos difíciles de McCormick (1978), los modelos de argumentación de Toulmin (1958) y la aceptabilidad racional de Aarnio (1999). En este campo, Muñoz (2007, p. 92) propone el equilibrio reflexivo como un método para buscar la coherencia entre los juicios o casos en los que hay que tomar decisiones con los principios o las normas acordadas y las consideraciones teóricas establecidas. La justificación para sostener un juicio en equilibrio reflexivo depende de la coincidencia entre nuestro sistema de creencias y las inferencias. El equilibrio reflexivo es “el criterio global de lo razonable” (Ibídem, p. 93).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Históricamente, tal como lo fundamentamos en la primera parte de esta tesis, la matemática y la lógica han estado más cerca de la racionalidad que de la razonabilidad. Mientras la matemática tiene mayores desarrollos en el campo de la didáctica y la educación matemática, no ocurre lo mismo con la lógica. Esta última se ha subsumido en la primera. Así, matemáticos como Cabezas, Córdoba & Torres (2014) investigan la actitud crítica en la formación de profesores de matemáticas y definen tres dimensiones y características: la realizativa, la social y la personal. De esta última forma parte la actitud crítica, la misma que tiene asociados varios descriptores: ser reflexivo, apertura al cambio, ser inquisitivo, ser buscador de la verdad, razonabilidad, ser analítico y ser social. Consideran que la razonabilidad “se refiere a la construcción de la verdad que genera el profesor a partir de los procesos de razonamiento, tales como consolidar, validar o aceptar procedimientos” (p. 153).

Para Partiño (2011), lo racional se identifica con el método matemático puesto que la matemática es racional mientras que las acciones humanas pueden ser razonables y por eso lo razonable se identifica con la moral, tiene que ver hacer que el otro cambie de opinión y pasar de un estado psicológico a otro. Ostra (2012) y Zalamea (2008) afirman que puede pensarse la lógica como un proceso creativo que aporta al razonamiento de la ciencia, sobre todo de la matemática. El escenario en el cual se mueven, es la *sistemática peirceana* y los Cuadernos de Sistemática Peirceana (2009, 2010, 2011). A esto se suma, la producción de conocimiento que realizan por medio de los cuadernos.¹⁴³

De acuerdo con lo anterior, estos matemáticos colombianos, se han apoyado en Peirce, pues es quien más ha aportado a la razonabilidad, no solo desde las matemáticas, sino también desde la lógica. Así, en *Deduction, Induction, Hypothesis* (CP 2.619), publicado en 1878, sostiene que la abducción, llamada por él “Hipótesis”, surge al invertir los términos del silogismo deductivo; dada una regla y un resultado se infiere un caso; esto es; si la estructura de la deducción es regla, caso, resultado; la de la abducción sería regla, resultado y caso. Esta se puede escribir formalmente así: $q \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow p$, lo que, según la lógica es una indeterminación y se conoce desde antes como la falacia llamada afirmación del consecuente (CP, 2.623). Esta definición de abducción como una

¹⁴³Han publicado cinco volúmenes, entre 2009 y 2013, con el objetivo de plantear una discusión en torno a temáticas peirceanas como el pragmatismo, le fenomenología y la lógica. En estos puede verse una intención disciplinar de punta que sirve a otros investigadores del campo de la pedagogía y la didáctica. Están alojados en la biblioteca virtual: acervo-peirceano.org/cuadernos/

Tercera parte: El futuro de la investigación...

deducción es aceptada, además de Peirce (1878), por Aliseda (2006), Ibarra (2010) y Nepomuceno (2009).

Según Ramírez (2011, p. 4), la teoría abductiva legitimó la “lógica del descubrimiento”, pero la abducción no es el único camino, puesto que, según investigaciones de Philip N. Johnson-Laird (2005) y antes Kenneth Craik (1967), Bharath Chandrasekaran (2006), y Keith Stenning et al (2008), existen los razonamientos basados en modelos que manejan objetos semánticos. “Desde el punto de vista de la psicología cognitiva, la cuestión se centra en el razonamiento real, entendido esto como un hecho subjetivo, fáctico, que le acaece a un sujeto en cuanto sujeto psicológico real”. (Ramírez, 2011, p. 4).

7.2 El concepto de estrategia didáctica –ED–

Según Salazar (2012) una ED es un "proceso integral que organiza y desarrolla un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito pedagógico" (p.76). Para Moreno (2012) una estrategia didáctica es un proceso teórico y metodológico en el cual el docente planea situaciones traducidas en mediaciones didácticas para articular el saber disciplinar y el didáctico.

Una ED se puede entender como un conjunto de acciones planificadas por el maestro con la intención de promover el aprendizaje. Una ED conduce a convertir el aula en un taller, un seminario o un laboratorio, para que cada estudiante se desarrolle como persona y participe en la reconstrucción del conocimiento. Nisbet & Shucksmith (1987) definen estrategia como "las secuencias integradas de procedimientos que se eligen con un determinado propósito" (p. 22); la estrategia implica proceso, procedimiento, tiempo y lugar; "la estrategia se considera como una guía de las acciones que hay que seguir, y que, obviamente, es anterior a la elección de cualquier otro procedimiento para actuar" (Monereo, 1998, p. 23). El desarrollo de una ED exige unos sujetos comprometidos con su horizonte de sentido y proyectados a una serie de acciones que dinamicen el proceso de enseñanza aprendizaje y que permitan el logro propuesto (Espindola et al, 2012, p. 351). También, Díaz & Hernández (1998) se refieren a estrategias de enseñanza como “los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos” (p. 1).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Litwin (1993; 2006; 2008) aporta a la investigación en didáctica al propender para que esta sea más científica y se puedan analizar las prácticas desde las configuraciones didácticas; en el marco de la práctica. Además, propone la revisión de los contenidos y los métodos para una clase más reflexiva mediante la configuración didáctica, entendida como un entramado construido por los docentes en su campo disciplinario para facilitar los procesos de comprensión y construcción del conocimiento. En las configuraciones didácticas el docente organiza la enseñanza, con base en unas dimensiones de análisis, tales como: tipos de preguntas, procesos reflexivos, prácticas metacognitivas, recurrencias en el campo disciplinar, movimientos en la red conceptual de la disciplina, referencias al nivel epistemológico. Considera que “las narraciones de los docentes, sus intuiciones, la sabiduría práctica, las acciones espontáneas y las que repetirían aun en circunstancias cambiantes, constituyen un nuevo marco de pensamiento para el estudio de las prácticas de enseñanza” (Litwin, 2008, p. 26). Propone, pensar e imaginar el futuro con prácticas más humanas y solidarias, por ello, la educación debe centrarse en lo político, lo social y lo cultural. Considera que las experiencias estéticas, activan la emoción y ayudan a pensar la escuela como un espacio más creativo

Ahora bien, “para lograr un proceso innovador en la didáctica, se debe seleccionar una estrategia explícita de lo nuevo, partiendo del análisis del estado real del objeto [la lógica y su didáctica] que se desea modificar y las alternativas para lograr el estado deseado [estrategia didáctica]” (Addine et al, 2007, p. 16) (las adiciones, son nuestras). Una ED, además de una planificación ordenada que responda a una estructura, exige flexibilidad y creatividad en su ejecución. Feo (1010), considera que la estructura de la ED, debe tener: nombre y contexto, tema, objetivos, sustentación teórica, contenidos, secuencia didáctica, recursos y medios, estrategia de evaluación y efectos obtenidos y esperados. (p. 224).

En clase de lógica, el profesor puede acudir a diversas estrategias didácticas, tales como: la resolución de problemas, el trabajo por proyectos, la utilización de nuevas tecnologías, la representación mental de las ciencias, el uso del lenguaje común, y el taller. Este último puede ser una de las estrategias más adecuada para el desarrollo de una razonabilidad desde la lógica abductiva.

7.3 ¿Qué estudia una DLA? Aproximaciones al concepto.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Una DLA, estudia tres procesos, como son: la enseñanza, el aprendizaje y la producción de saber didáctico. Cada uno de estos campos de estudio, tiene un enfoque y unas estrategias didácticas. Estas últimas tienen sus bases en una CSP, un horizonte de sentido que se diversifica en otros modos de promover la enseñanza y el aprendizaje de la lógica. Esta propuesta, se sintetiza en la siguiente tabla No. 22.

Tabla 22: Componentes de una DLA

DLA		
Procesos	Enfoques	Estrategias
Enseñanza	Semio-epistemología de la ciencia	Abducción
Aprendizaje	Educación pragmatista	Razonabilidad creativa
Producción de saber didáctico	Socio crítico, cultura y discursivo	<ul style="list-style-type: none"> • La CSP: PDI • Pedagogía por proyectos • Otras.

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con la tabla anterior, la enseñanza de la lógica abductiva, encuentra en el enfoque semio-epistemológico de la ciencia, un espacio adecuado para su desarrollo. Al respecto, Mancuso (1999), considera que la hipótesis abductiva, al surgir de la realidad tiene un carácter social e histórico que la hace comunicable, por tanto, crea un proceso de “formulación, un horizonte de expectativas y un cuadro de aplicación (tecnológica, técnica e incluso ética)” (p.100) específico. El carácter conjetural de la hipótesis abductiva exige un proceso crítico y experimental que debe ser validado en función de una práctica específica [práctica pedagógica], por ello el principio de la no observación se refiere a que los hechos analizados aún no han sido verificados.

El proceso de verificación de la hipótesis abductiva supera la visión empirista y el realismo ingenuo, pues reconoce el carácter social del horizonte de expectativas del investigador, ya que éste se encuentra determinado por una serie de prejuicios y hábitos, además, su intuición sobre los fenómenos responde a un marco autorreferencial que el sujeto ha construido culturalmente. La realización de este marco autorreferencial le permite al sujeto –maestro en formación de matemáticas-, la reconstrucción de un nuevo campo de problemas científicos –para la lógica y su didáctica-. La formulación de una hipótesis abductiva, requiere la identificación de un problema, que además de incluir preguntas por el qué, cuándo, cómo, quién, por qué, entre otros –preguntas

Tercera parte: El futuro de la investigación...

de una DLA–, debe considerar tres ámbitos a saber: un fundamento del problema (algo es susceptible de ser problematizado); un detonante (un hecho sorprendente) y una resolución (algo ha sido descubierto) (p.89). Finalmente, señala que la hipótesis debe producir un cambio epistemológico. Esto último, es quizá uno de los criterios más importantes para una DLA, en tanto, como hemos argumentado en esta tesis, las concepciones de la lógica, han estado ancladas a la razón, dejándose de lado las posibilidades creativas, cognitivas, sociales, culturales, y políticas que la abducción le puede otorgar a dicha ciencia y otras.

En el caso de la educación pragmatista, si bien en los últimos años, los pedagogos han dedicado buena parte de sus estudios al análisis del concepto *experiencia* en el contexto de la escuela, la mayoría de sus referentes se ubican en teorías que provienen de la fenomenología, la hermenéutica, la sociología y las teorías del lenguaje. Son pocos los trabajos que tienen en cuenta los aportes de la *educación pragmatista*. Este estudio se fundamenta en la teoría peirceana, especialmente en aspectos relacionados con la idea de que el ser humano es el primer signo para el ejercicio de la comprensión e interpretación razonables.

Como seres humanos, tenemos la capacidad de comunicarnos con los otros de múltiples maneras. Dejarnos decir de los otros y tener la posibilidad de entrar en un diálogo de saberes y experiencias, de modo que todos tengamos la posibilidad de sabernos reconocidos, es una de las aspiraciones de la educación en sus diversas modalidades y ámbitos. La experiencia, como bien lo plantea Larrosa (2003), es “cada vez más rara por exceso de opinión” (p.89), pues nos hemos acostumbrado a brindarles a los estudiantes información. Esta última se puede convertir en un proceso de formación social, cultural, político y estético, cuando se refiere “a problemas auténticos, no artificiales [pues], ha de estar basada en la vida, en lo que siente, se hace, se sufre, se goza” (Barrena, 2015, p.134). Y además, porque “la experiencia es la fuente primera de toda educación, pues el pensamiento no surge de la nada, sino de experiencias vividas directamente” (p.132).

En lo que respecta, a una didáctica socio- crítica, (Moreno, 2008) señala que a finales de los años cincuenta y comienzos de los sesenta, Klafki propone una didáctica teórico formativa, que tiene como uno de sus propósitos, reconocer el aspecto formativo de los contenidos de la ciencia que se enseña. “El aprendizaje adquiere nuevas dimensiones al incluir un interés por potenciar en el educando lo cognitivo, lo social y lo emocional” (p.116). Esta perspectiva se opone la idea de

Tercera parte: El futuro de la investigación...

resultados, pues el proceso adquiere la idea de formación del sujeto en diferentes ámbitos y dimensiones, siendo la educación uno de los más aptos para contribuir con dicho propósito.

El concepto de formación, ha sido estudiado ampliamente por la pedagogía. Una de sus variables se refiere al proceso de formación de maestros y su relación con diversos campos de conocimiento. Quizá el relacionado con las didácticas, bien sea general o específica es uno de los menos explorados. Esto se puede constatar, cuando se analizan las relaciones de la pedagogía con la construcción de saber pedagógico. Al respecto, Echeverri (2015), señala que el saber pedagógico, puede ser estudiado en cuatro campos, así: las prácticas de enseñanza; la escuela; el maestro; y situaciones conceptuales de la pedagogía. En el caso de la escuela, se abordan “problemas, hoy fundamentales para la pedagogía, como lo es la relación con la Didáctica” (p.159). Esto último incluye, los saberes que se enseñan, entre otros.

Con todo y lo anterior, consideramos que uno de los propósitos de la investigación en didácticas, bien sea específicas, como es el caso de una DLA o como una didáctica universitaria, debe considerar la posibilidad de proponer la construcción de saber didáctico, de modo que la historia de conceptos de la ciencia que enseña el profesor, unido a las prácticas pedagógicas de dicho saber, encuentre nuevos horizontes de sentido para los procesos de formación de maestros.

7.4 Justificación de una estrategia didáctica CSP.

Una estrategia didáctica CSP se fundamenta en la triada “Conjeturas, Sentido y Palabra” en la cual se insinúa un navegar desde la sospecha hacia la conjetura, en busca del sentido respecto de lo que se piensa y se hace, tanto en la vida cotidiana como en los procesos sensibles de cognición que promueve el profesor de lógica. Además, sus fundamentos están enmarcados en el trabajo del científico Charles Sanders Peirce.

Partimos de la idea de que una DLA incluye un proceder y un procedimiento, que responde a los criterios de la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico ya expuesto en el segundo apartado. El procedimiento incluye la abducción como momento de búsqueda en la formación de maestros y profesionales de otras áreas de conocimiento

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Una DLA, tiene como una de sus estrategias, el proyecto didáctico de investigación –PDI–. González (2001), propuesto como una estrategia para la educación superior, el cual se fundamenta a partir de la solución de problemas y los procesos formativos que se adelanten en la universidad. Moreno y Carvajal (2015), retoman sus postulados y los amplían al señalar que el PDI puede ser construido siguiendo las categorías de la abducción y puede contener elementos como: problema, pregunta, justificación, objetivos, marco referencial, unidad didáctica y evaluación, entre otros. Con base en esta iniciativa, consideramos que los procesos de formación de maestros en el campo de la matemática y la lógica, también pueden incluir el diseño, desarrollo y evaluación de un PDI, con base en los siguientes componentes: vivencia del maestro en formación; hecho sorprendente; planteamiento de la hipótesis abductiva; formulación de un problema; objetivos (general y específicos); marco teórico; propuesta metodológica (guías de trabajo con objetivos, actividades y evaluación); bibliografía y anexos.

Este procedimiento se dinamiza, por medio de una estrategia didáctica CSP, que se convierte en un proceso de mediación didáctica y estética, entre el maestro en formación y el formador de formadores, gracias a las vivencias de ambos sujetos, el diálogo que establecen entre la literatura y la matemática, y la construcción de un PDI que apoyado en la lógica abductiva posibilita la creación de lo nuevo. Así, el futuro maestro tiene la posibilidad de formarse como investigador, a partir de la experiencia de lectura crítica y estética, que realiza de relatos de ficción y artículos de investigación. Su comprensión e interpretación, al estar apoyada en una serie de medios y mediaciones, promueve la emergencia de un hecho sorprendente y la construcción de una hipótesis abductiva.

El artículo de investigación AI, le exige al maestro en formación varios modos de razonamiento, entre ellos el abductivo, antes, durante y después de la lectura del texto. La estructura de este texto, le muestra la manera como se organiza la información, para dar cuenta de un proceso y un resultado de la investigación en la matemática, la lógica y sus respectivas didácticas. Las preguntas, las hipótesis, los hallazgos y las conclusiones, son tópicos del AI, fundamentales para promover el desarrollo de la CSP, esto es, ir en busca de la formulación de un PDI.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

El relato de ficción es una mediación estética que el profesor elige de manera intencionada de acuerdo con los temas del curso y con las posibilidades lógicas que este ofrece para trabajar a partir del hecho sorprendente la relación con la lógica y la matemática.

7.5 Momentos y mediaciones de la estrategia didáctica.

La CSP, se ha venido desarrollando en dos espacios, como son: la mesa de literatura del Nodo de Lenguaje de Antioquia y en la Facultad de Educación, en los programas de Matemáticas y Físicas, y Humanidades, Lengua Castellana. En el primer programa, la experiencia hermenéutica, se ha vivenciado en el curso “Desarrollo del Pensamiento Lógico”. Este espacio, nos ha permitido discutir con los maestros en formación, diversas concepciones de aprendizaje. Por ejemplo, la pedagogía y la didáctica establecen que el aprendizaje requiere de unas mediaciones que relacionan lo disciplinar, lo didáctico y lo estético. Esto requiere, por un lado, sumar la dimensión social al proceso educativo (Men, 1998) para propiciar una relación dialógica con los estudiantes y con otros profesores en la que se piense la matemática como “un conjunto de verdades que surgen de la relación dialéctica del hombre con el medio, expresadas en conceptos, proposiciones y leyes” (Heno, 2005, p. 46). Y por otro, considerar que el aprendizaje es un proceso social, pues “ninguna mente puede avanzar un solo paso sin ayuda de otras mentes” (Peirce, 1974, p. 15). Por otra parte, dichas situaciones de enseñanza y aprendizaje, mediaciones didácticas, posibilitan el proceso interhumano y abductivo de que hemos venido hablando.

Por un lado, los signos son las herramientas con las cuales el hombre se relaciona con su entorno social que se dan en el plano intrapersonal e interpersonal y se adquieren, según Vigotsky (1979), en el proceso histórico, social y cultural del individuo. Esta mediación semiótica es necesaria en la relación del individuo y el entorno social, por tanto, el lenguaje es fundamental debido a su naturaleza social y comunicativa. La mediación pedagógica tiene como función acompañar y promover el aprendizaje (Prieto, 2005), de allí la importancia de la reciprocidad, intencionalidad, el significado, la trascendencia y el sentimiento de capacidad, por parte del docente (Espeleta et al (2014). Así también, Not (1992) entiende la mediación como el proceso de “suministrar al alumno la información de la que no dispone y que no podría procurarse por sus propios medios, después en ayudarle a transformarla en conocimiento” (p. 83). En la mediación

Tercera parte: El futuro de la investigación...

didáctica se transforma el conocimiento después de que el estudiante utiliza el conocimiento en su práctica de aula en procesos de lectura, razonamiento y escritura.

Una estrategia didáctica CSP incluye mediaciones didácticas de recepción y producción, como se muestra en la tabla No. 23, todas ellas posibilitadoras del desarrollo de la razonabilidad de los futuros maestros de matemáticas de la Universidad de Antioquia y los estudiantes del ciclo complementario de la Escuela Normal Superior de Medellín.

Tabla 23: Medios, mediadores y momentos

Estrategia didáctica CSP		
Medios y Mediaciones		Momentos de indagación
Recepción	y Producción	
Relato de ficción Artículo de investigación Película	Talleres de lógica abductiva Diccionario semántico Imagen sonora – Video Preguntarios Proyecto didáctico investigativo PDI	Vivencia del maestro Hecho sorprendente Experiencia estética Hipótesis abductiva Problema y objetivos Metodo abductivoa Evaluación dialógica Bibliografía y anexos

Fuente: elaboración propia.

El medio, según De Zayas (1994), es el componente operacional del proceso docente-educativo; los medios son los recursos que serán más mediadores en tanto sean objetos de producción social que han sido transpuestos didácticamente por el docente en relación con la estrategia didáctica que utiliza (Muraro, 2004), están más cerca de la recepción así como los mediadores de la producción en tanto maestros y estudiantes pueden dar un mayor sentido a su quehacer didáctico desde las mediaciones seleccionadas por el maestro.

En cuanto a las diferencias entre recepción y producción, los primeros se entienden como aquellos que son llevados al aula sin alterar el contenido, el ejercicio didáctico aquí está puesto en la lectura, la interpretación y la futura producción a partir de ellos. Mientras que los mediadores de producción son herramientas didácticas construidas por el tallerista o por los mismos estudiantes para facilitar el trabajo en el aula.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Vamos a proceder en este mismo orden a explicar los elementos de la tabla No. 23. En primer lugar, desarrollaremos las mediaciones de recepción, luego las de producción y finalmente, los momentos de indagación.

7.5.1 Mediaciones de Recepción

7.5.1.1. Lectura de un relato de ficción en busca de un hecho sorprendente.

La ficción y la imaginación se encuentran en este ejercicio de la razonabilidad en una bidireccionalidad necesaria; "en este sentido la ficción completa y compensa las carencias o frustraciones de la existencia humana" (Vázquez, 2005, p. 4). En la ficción uno se busca con una suerte de antiseñanza con la vida; hay cosas que pasan en los relatos de ficción que uno quiere saber para que le pasen o para evitarlos, la ficción posibilita la construcción de lo que puede ser. El relato como la realidad, son marcos de referencia para valorar la ficción; de cuya comparabilidad surge un conocimiento cognitivo o estético (p. 9).

El espíritu científico implica un querer la verdad, pero el "hombre de ciencia" necesita no sólo un genuino deseo de descubrir la verdad, sino también un método acreditado para averiguarla (Peirce, 1902). Por ello, partimos de la literatura hacia la ciencia pasando por la lógica abductiva; y cuando regresamos a la realidad, tenemos un movimiento, una modificación sustancial derivada del ejercicio realizado. La selección del relato de ficción –RF– es ya un primer ejercicio de transposición, pues este tiene que ser potencialmente abductivo, de modo que el investigador en formación, pueda encontrar las diversas categorías abductivas que requiere la estrategia CSP. Por eso hemos creado un corpus de relatos de ficción (ver anexo No. 4) que, además de estar cercanos a la ciencia, tienen hechos sorprendentes que pueden ser rastreados en los íconos por medio de los indicios y los enigmas para formular sospechas y conjeturas en busca de la hipótesis abductiva.

Por medio de los RF, el narrador nos dice algo en la medida que nosotros estemos dispuestos a que dejarnos decir algo. Sólo allí sucede un vínculo, cuya intención es el establecimiento de una relación de orden superior. No basta con la intención del narrador si no hay en la misma dirección del texto una persona interesada por lo que dice la historia leída. La lectura facilita un ejercicio estético sorprendente que provoca la escritura por medio de la imaginación creativa.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

El relato es portador de signos y significados que le dan existencia al lector; “el nacimiento del lector como intérprete de signos le otorga a la escritura de la obra literaria la muerte de su amanuense, para instaurar en su lugar la escritura como un recurso ético, político e ideológico” (Moreno & Carvajal, 2009, p. 26). Así, el lector intercambia con el texto, inicia un proceso de comprensión de símbolos y logra establecer una comunicación literaria en busca de un elemento novedoso, de acuerdo con su horizonte de expectativas. La lectura del relato implica un proceso de marcación textual y de mapeo que, ayudada por el preguntario que se explicará más adelante, genera una polifonía tendiente al ejercicio de a razonabilidad¹⁴⁴ que podemos clasificar como lectura abductiva. Esta última, según Moreno (2015), es uno de los momentos más importantes de la formación investigativa, pues es allí donde el perceptor pone en juego su ejercicio conjetural para revelar lo nuevo.

7.5.1.2. El análisis de un artículo de investigación.

En forma similar al RF se selecciona cuidadosamente un artículo de investigación AI (ver anexo No. 4) que cumpla con dos requisitos: 1) debe ser un artículo producto de una investigación preferiblemente en el campo de la educación matemática, la física o la lógica. 2) Debe permitir la identificación de elementos de indagación como: resumen, introducción, pregunta, información, inferencias, conceptos, supuestos, implicaciones y puntos de vista (Elder & Paul, 2003). La plantilla diseñada para este fin (ver anexo No. 5) permite el análisis de aspectos como: identificación del tipo de AI, de acuerdo con el resumen del mismo; introducción, en busca de la perspectiva teórica y el campo de aplicación de la indagación; elementos de la fundamentación o marco teórico; metodología, con énfasis en la concepción pedagógica y didáctica del investigador; resultados y conclusiones. En relación con esto último, se espera que el estudiante no solo reporte el hallazgo de dichas categorías, sino que pueda evaluar su pertinencia y la correspondencia entre ellas, aunque esto será mirado en profundidad en el preguntario relacional. 3) Debe guardar una relación con el RF en la temática desarrollada. Si al leer el artículo, el docente reconoce como concepto esencial la flotabilidad de los cuerpos, como ocurre con el relato “Un Descenso al Maelström” de Edgar Allan Poe, el artículo a trabajar debe dar cuenta una investigación relacionada con la misma flotabilidad de los cuerpos. El trabajo con el AI exige la puesta en práctica de los

144 Una experiencia de este orden está publicada en: Henao Ciro R. (2014). La razonabilidad estética como proceso interhumano y abductivo desde “Un descenso al Maelström”. *Enunciación*, 19(1), 49-60.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

conocimientos no sólo en abducción sino en la lógica del razonamiento científico como ya lo mostraron Moreno et al (2012) al trabajar la relación entre el texto enigmático y los artículos de investigación.

7.5.1.3. El cine como mediación.

En el proceso de construcción de la estrategia, hemos recurrido a películas que guardan relación con el relato leído y que en su momento creímos necesario trabajar para que los estudiantes tuvieran otra mirada del hecho sorprendente y el ejercicio conjetural acompañado ahora de imágenes (ver anexo 3). Diversas investigaciones (Ciuffolini et al, 2007; Pava, 2009) muestran la posibilidad de utilizar los recursos cinematográficos como mediaciones en el aula. Mirar los espacios y los rostros de los personajes, permite identificar componentes culturales, emocionales, psicológicos y familiares, que complementan lo sugerido por el relato e incentivan la presencia de un hecho sorprendente por sus espectadores.

La utilización del cine en la estrategia CSP requiere de varios criterios: (i) que guarde relación con el relato de ficción o que sea el mismo relato llevado al cine, como el caso de “Un metropolitano llamado Mobius” entre muchos otros y otro tanto. (ii) que pueda reforzar el proceso de creación y transformación del conocimiento en la medida que se tenga conciencia sobre las diferencias en las dos formas de representación simbólica (Ferrés, 1994). Y (iii) que permita la potenciación de lo sensorial, lo narrativo, lo dinámico, lo emotivo, lo sensacional (Ferrés, 2000) dado que al permitir una mirada a lo extraordinario logra sorprender al perceptor y propiciar en él una experiencia estética. La película, en todo caso, no sustituye el relato desde el punto de vista pedagógico, sino que lo complementa; esta es resultado de varias mentes que se tocan en sintonía con un tema en particular más allá del RF, aunque respetándolo como obra de arte.

7.5.2 Mediaciones de Producción.

7.5.2.1 Los talleres de lógica abductiva como mediaciones.

El conocimiento que tiene el profesor de lógica, debe permitir el acercamiento a los estudiantes para que ellos interactúen y de la conjunción entre saberes de aquellos y el profesor,

Tercera parte: El futuro de la investigación...

surjan nuevas maneras de comprender el desarrollo de la ciencia; posibilitadas por las mediaciones estéticas y didácticas. Una de ellas, es el taller, en tanto, espacio dialógico y abierto que sólo requiere la presencia activa del estudiante motivado a resolver aquello que lo inquieta. El taller surge de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes por medio de preguntas conjeturas, búsquedas, saberes previos, investigaciones previas o posteriores al taller. Partimos del problema expresado como la relación entre la necesidad que tiene el sujeto de aprender algo y la posibilidad que ofrece un mediador para provocar el aprendizaje. El problema implica crear en el sujeto la necesidad de aprender algo diferente a lo común, en este caso desde el encuentro con los textos.

Betancourt (2011) encuentra que el taller puede ser: estrategia didáctica; realidad integradora; unidad productiva de conocimiento; proceso pedagógico; reunión de trabajo; realidad compleja; espacio de trabajo; síntesis del pensar, sentir y hacer o mediación metodológica. Ander Egg (1999) afirma que el taller es una forma de aprender y enseñar a través del trabajo en grupo. Allí, se aprende haciendo en la medida que es un ámbito de reflexión y de acción que une la teoría y la práctica. No obstante, no es un mero hacer, sino que debe tener una fundamentación pedagógica, epistemológica y metodológica.

El taller se constituye en una alternativa creativa que permite la lectura comentada de textos, la formulación de preguntas y la identificación de hechos sorprendentes que dan a los maestros en formación la opción de participar en la construcción de saberes disciplinares, didácticos y investigativos. Según Moreno (2014) el taller es la puerta de entrada a la imaginación, así mismo CSP es el camino para pasar de la duda a la creencia; esto es, para desarrollar la razonabilidad. Este exige un tiempo, un espacio y unos sujetos comprometidos con su horizonte de sentido.

En la estrategia CSP hemos recurrido al taller como mediación didáctica pero también hemos creado una serie de herramientas de lógica abductiva a las que también le hemos dado el nombre de taller. Este no solo una estrategia conjunta de mediación, pues se trata de un espacio particular en el cual el estudiante se enfrente a un momento de aprendizaje ayudado por un

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tercera parte: El futuro de la investigación...

instrumento, que se construye para este fin. En este orden de ideas, contamos a continuación la intención de dichos talleres de lógica abductiva.¹⁴⁵

7.5.2.2 Los preguntarios¹⁴⁶ para la conversación.

Un preguntario (ver anexos 6 y 7) es un instrumento que hace parte de una estrategia didáctica, interesada en promover la razonabilidad del lector, bien sea, un futuro maestro de literatura, de matemáticas, de ciencias sociales, un estudiante de educación básica o media, en suma, una persona interesada en participar del juego conjetural que le propone el texto literario. Cada interrogante se dirige a un tema-concepto que inicialmente el lector desconoce, pues el instrumento pone en juego los saberes previos del lector. Por tanto, las respuestas al preguntario se convierten en un reto a la capacidad de imaginación y cognición del sujeto.

Esto quiere decir, que inicialmente cada lector esculpe el texto de manera íntima, pues lo debe leer y releer en busca del sentido. La construcción del sentido pasa por varios momentos, así: comprensión, interpretación, producción y socialización. Entendemos por comprensión, la respuesta a una pregunta cuyo contenido supera los niveles enunciativos del texto. Esto quiere decir, que debemos descomponer el texto en unidades de sentido, expresadas en palabras clave que unidas a situaciones (¿qué pasa en el texto?) y el punto de vista de los personajes (¿cómo responden a las situaciones?), nos permiten avanzar en la comprensión del texto.

Por su parte, la interpretación, consiste en trasladar “el sentido que tratamos de comprender al contexto en el que vive el otro interlocutor” (Gadamer, 2005: 462). Esto quiere decir, que el

145 En curso “Desarrollo de Pensamiento Lógico” se desarrollaron seis talleres, cuyos propósitos y alcances, se pueden resumir, así: El taller 1 (ver Anexo No. 10) se hace el análisis de un hecho crítico social en el ámbito local, regional o nacional, en clave abductiva. Además, se invita al estudiante a que proponga la estrategia a utilizar en la clase de lógica o matemática para formar personas integrales que eviten, o traten adecuadamente, este tipo de hechos. El taller 2 (ver Anexo No. 11) se analiza un hecho aúlico significativo reconocido por el estudiante en el campo de la educación matemática. Igual que el anterior, se pide al maestro en formación adoptar una postura didáctica para ayudar a que aumente la ocurrencia de este tipo de hechos positivos. En el taller 3 (ver Anexo No 12) se pide al estudiante que transite por las tres categorías abductivas; hecho sorprendente, causa explicativa, regla posible, con ejemplos de situaciones tomadas de distintos campos. El taller 4 (ver Anexo No 13) pretende que los estudiantes utilicen la imaginación creativa para proponer un ícono, modelo o construcción utilizando ocho cintas (o bandas), apoyados en la abducción de Peirce (1903) y en el enfoque CPA145 de Bruner (1984). Con el taller 5 (ver Anexo No. 14) nuevamente se hace uso de la imaginación, pero esta vez para hacer el análisis semiótico de una imagen. El taller No. 6 (ver Anexo No. 15) se vivencia con los estudiantes la construcción de una hipótesis abductiva con base en las categorías semiótico discursivas; esta vez nos apoyamos en un breve relato de ficción escrito por el autor de este trabajo investigativo.

146 El concepto de "Preguntario" lo tomamos prestado del libro de poemas para niños titulado "Preguntario" en el cual se evoca el reino de la imaginación al responder sabiamente a las preguntas genuinas que allí se plantean. Así, para nosotros un preguntario es una mediación didáctica, construido sobre la base de la DLA y la experiencia estética, que promueve la razonabilidad del lector interesado en participar del juego conjetural que le propone el texto literario.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

texto habla a un alguien, ese alguien es el lector, quien se convierte en el primer interlocutor del otro que habla. Ese otro que nos habla, es un narrador y/o unos personajes que hacen parte de un contexto sociocultural, político, ideológico, sociológico y estético. En suma, debemos dejarnos decir del otro “algo” y de esta manera, comenzar el proceso de interpretación de la obra, dándole sentido al horizonte del texto (su historicidad) y nuestro horizonte de expectativas (presente).

En el caso de la producción, nos referimos a la escritura provocada por un proceso de comprensión e interpretación. Aquí se pone en juego, la comprensión de la pregunta y su respuesta. Esto incluye el intertexto del lector, sus experiencias con otros textos y contextos socioculturales. Sus modos de acercamiento a la ciencia y el valor que esta tiene en su vida. Algunos didactas como Vásquez (2006), consideran que en la escritura narrativa emergen las siguientes características: *emocionalidad*, pues la composición del texto produce (compasión, desacuerdo, sorpresa, entre otras); *tensión o lógica del conflicto*, este nivel del texto es clave, pues le sugiere a su productor una estructura que sea atrayente para el lector virtual, de allí la idea de seguir los pasos del preguntario; *mediación del conocimiento*, en tanto, la escritura muestra los niveles de comprensión y acercamiento del aprendiz de narrador en relación con la ciencia y la cultura; *diálogo*, pues aquel que lee y después narra su experiencia estética, es un promotor de la cultura, la ciencia, los valores, en suma, un sujeto en evolución (p. 227-231).

Finalmente, en la socialización, la comunidad de lectores en calidad de sujeto colectivo, le brindan validez y verosimilitud al proceso de lectura y producción escrita. Validez, pues la comprensión del horizonte de sentido de la obra, debe velar por su historicidad sociocultural y estética. Asimismo, porque la interpretación del relato, debe ir mostrando por medio del preguntario el valor que tiene cada una de las respuestas brindadas, pues ellas constituyen un proceso estético y abductivo al que hemos llamado “razonabilidad estética”. Esta última funge como una alternativa, para reconocernos como seres humanos en proceso de evolución. Y hablamos de verosimilitud, cuando el lector se asume como aprendiz narrativo. El diálogo entre los aprendices, se convierte en la posibilidad de reconocernos como individuos y sujetos sociales en proceso de evolución.

El primer preguntario (ver Anexo 6) convoca a los lectores en torno al RF mientras que el segundo preguntario (ver Anexo 7) tiene preguntas y creaciones que sirven de apoyo para el análisis

Tercera parte: El futuro de la investigación...

comparativo del RF y el AI en tanto pide que el mismo estudiante produzca un texto que le permite establecer el diálogo de saberes entre la literatura y la ciencia. De allí la importancia, de que el lector formule hipótesis de lectura, reglas, conclusiones, y finalmente, el texto con el cual él mismo va a poner a prueba su capacidad estética y científica, provoca un ejercicio de razonabilidad en la clase de matemáticas y su futura práctica pedagógica.

7.5.2.3 Diccionario semántico

Un diccionario semántico (anexo No. 8), plantea las categorías fundamentales de la estrategia CSP. Allí, aparece el significado de conceptos, tales como: experiencia estética, lógica abductiva y razonabilidad, así como la definición de términos, propios del campo de la literatura y su didáctica. Este instrumento, le ayuda al lector a rastrear la presencia o no, de dichas categorías en el texto literario. Promueve procesos cognitivos, metacognitivos del tipo inferencial que le dan solidez al hecho sorprendente y lo conducen a la formulación de una hipótesis abductiva, en el campo de una DLA.

El diccionario en tanto portador de signos. En este sentido, dice Eco (1984):

"En el proceso de semiosis ilimitada que describe y funda Peirce, no se puede establecer el significado de una expresión –es decir, interpretar esa expresión– sin traducirla a otros signos (pertenezcan o no al sistema semiótico) y de manera tal que el interpretante no sólo explique al interpretado en algún aspecto, sino que también permita conocer algo más acerca del interpretado". (p. 131)

En suma, el diccionario semántico, es una mediación que requiere la presencia activa del lector y del maestro. Contribuye con el ejercicio de la razonabilidad, pues incrementa las habilidades de pensamiento de los futuros maestros y les ayuda a analizar los problemas de la ciencia, a partir de otras disciplinas, ciencias y artes; en síntesis, sus relaciones con la ciencia, son culturales, estéticas, políticas y tienen la cualidad de buscar la razonabilidad en lo que piensan, dicen y hacen.

7.5.2.4 El Video y La imagen sonora como creaciones estéticas.

Una imagen sonora, es un estímulo sonoro y visual, que requiere de la percepción del oído y la vista. Es una mediación estética, que pone en juego una serie de operaciones mentales y sensaciones, por tanto, su diseño es interactivo y multimodal, debido a los lenguajes expone –

Tercera parte: El futuro de la investigación...

sonido e imagen-. Así, con el relato “Un descenso al Maelström”, nos dimos a la tarea de construir una imagen sonora¹⁴⁷ de la siguiente manera: le hicimos una marcación al relato con los momentos principales que pueden escucharse sin quitarle el sentido al relato; acto seguido buscamos una serie de imágenes y sonidos para hacer la grabación, luego grabamos una voz con la lectura de los fragmentos seleccionados y finalmente editamos el video. En otras ocasiones, aunque en forma similar, hicimos un video utilizando el software para este fin como movie maker, videoPad, Flash, entre otros

7.5.2.5 La mediación CSP.

Producto de toda la experiencia estética y abductiva, con la estrategia abductiva se pide como resultado que los maestros en formación diseñen su mediación CSP¹⁴⁸. La mediación, empieza desde el primer contacto con la vivencia; es una epifanía o momento de alumbramiento que empieza a registrarse por medio de la escritura desde el primer día de clases; en un comienzo es una experiencia individual que poco a poco va tocando a los demás hasta convertirse en un texto con sentido estético y lógico.

El texto que se pide como producto, y a su vez como mediación para una práctica futura, surge después de haber transitado por la vivencia del maestro, el hecho sorprendente, la experiencia estética, la hipótesis abductiva y el método abductivo. La hipótesis abductiva en relación con el relato de ficción, el artículo de investigación y la experiencia del maestro en formación; la deducción en tanto posibilidad de búsquedas teóricas para argumentar a favor o en contra de las hipótesis del relato y el artículo; y la inducción en tanto conversación con otras personas que le den fuerza al trabajo investigativo. También surge después de haber planteado en varios contextos las tres categorías abductivas: hecho sorprendente, causa explicativa y regla posible.

Esta mediación puede ser un proyecto didáctico investigativo-PDI, un video como mediación estética o un relato ficcional desde la vivencia del ser. En cualquier caso, debe poseer un discurso coherente y creativo cuya intención didáctica corresponda a un maestro que quiere que

147 Esta imagen fue elaborada por los integrantes de la mesa de literatura del Nodo de Lenguaje de Antioquia y puede verse en el sitio: <http://ayura.udea.edu.co/nodoantioquia>.

148 Este tipo de textos, resultado de la aplicación de la estrategia CSP, pueden verse en los anexos 16-20.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

sus estudiantes de determinado grado de escolaridad desarrollen la razonabilidad que propone la lógica de la abducción.

Si es un video como mediación estética, este debe ser realizado por el estudiante en cualquier software para este fin, dar cuenta de los mismos componentes del PDI, no debe pasar de 10 minutos y debe posibilitar un análisis abductivo por parte de los perceptores. La fuerza de esta presentación sigue siendo la didáctica y la estética. En el caso de un relato ficcional desde la vivencia del ser, cómo relato debe permitir al lector transitar por diversas categorías peirceanas como hecho sorprendente, íconos, indicios, enigmas, sospechas, conjeturas e hipótesis abductiva. Además, el relato debe tener la particularidad de poder ser utilizado en una clase de matemática y lógica, en busca de un razonamiento abductivo, con propósitos estéticos y de investigación.

7.5.3 Momentos de indagación.

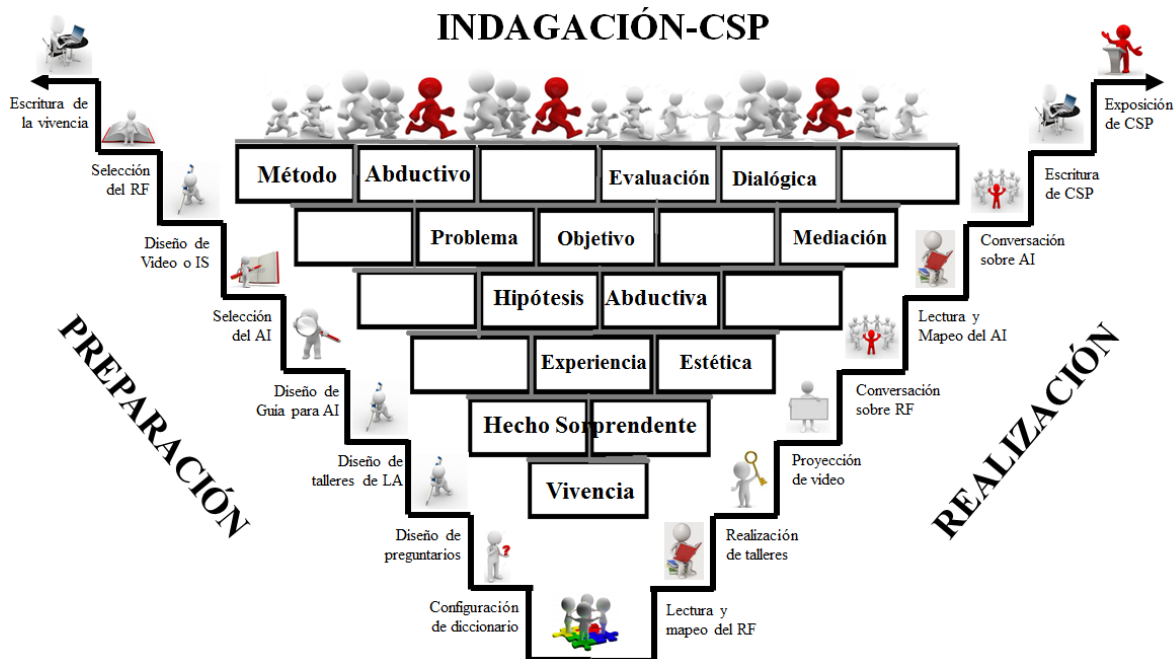
Las mediaciones antes relacionadas están en relación con dos momentos: una de realización que es anterior a la aplicación de la estrategia y uno de realización que transcurre durante la aplicación de la experiencia; estos están vinculados estrechamente con los componentes didácticos de la razonabilidad en la DLA de la tabla No. 8 (p. 106) y con los con los medios, mediaciones y talleres relacionados en la tabla No. 15 (p. 141). No obstante, la figura 4, que se muestra a continuación, ubica estos momentos en relación la preparación y la realización de una estrategia.

Figura 5: Momentos de la estrategia CSP

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tercera parte: El futuro de la investigación...



En la figura pueden verse tres categorías temporales de la estrategia CSP, la *preparación* o búsqueda de las distintas mediaciones. Operación que todo maestro realiza antes de cualquier curso, sin que esto quiera decir que las mediaciones sean inmodificables puesto que en la relación con los estudiantes algo puede cambiar. La *realización* de los distintos talleres, lecturas y conversaciones tendientes al ejercicio de la razonabilidad desde la lógica abductiva. Y el momento de *indagación* que parte de la vivencia y continua con los demás momentos sin que se piense que estos sigan una linealidad puesto que en nuestro proceder el investigador vuelve a los textos, hace nuevas interpretaciones y modificaciones con el propósito de provocar experiencias estéticas y abductivas en el estudio de la lógica.

En este discurrir en forma de espiral por los momentos de la estrategia didáctica CSP nos encontramos con varias categorías de la didáctica de la lógica de las cuales profundizaremos en los contenidos y sobre todo en el método abductivo; centro de la razonabilidad.

7.5.3.1. Los contenidos de la CSP.

1 8 0 3

Tercera parte: El futuro de la investigación...

En una DLA puede indagarse por la relación entre conceptos articuladores de la pedagogía (enseñanza, aprendizaje, evaluación); conceptos constitutivos de la didáctica (problema, objetivo, contenido, método, forma, medios y evaluación), conceptos que pertenecen a la investigación (pregunta, problema, hipótesis, metodología, hallazgos y socialización) y conceptos propios de DLA, así como de otras disciplinas o ciencias que pueden ser articulados en la propuesta a desarrollar.

En relación con la lógica reconocemos unos contenidos fijos desde el orden conceptual¹⁴⁹, otros en la dimensión procedimental¹⁵⁰ y otros relacionados con lo actitudinal¹⁵¹. Además, pueden verse los contenidos declarados en el programa de curso de pensamiento lógico (ver anexo No. 9). No obstante, puntualizaremos en la tabla No. 24 las categorías y subcategorías de que se ocupa la estrategia CSP.

Tabla 24: Categorías y subcategorías de la CSP.

Contenidos de la CSP	
Hermenéutica literaria	Perceptos. Afectos. Literatura. Prejuicios. Comprensión. Interpretación.
Experiencia Estética	Mussement. Experiencia. Poesis, Aiesthesis, Catarsis. Imaginación Poética. Intuición.
Lógica Abductiva	Hecho Sorprendente. Causa posible. Regla posible. Abducción. Deducción. Inducción. Razonabilidad
Lógica Dialéctica	Abstracción. Esencias y conceptos. Procesos lógicos. Procesos cognitivos. Procesos estéticos

Fuente: elaboración propia.

Estas categorías propuestas para dar respuesta a la pregunta de investigación se articulan en el método abductivo que será estudiado en el siguiente apartado.

149 Proposición (contenido y forma). El problema de la verdad (evidencia y creencia) y su relación con los hechos. Carácter argumentativo del habla. Estructura formal del razonamiento. Clases de razonamiento. La paradoja como elemento movilizador del pensamiento. Objeto del argumento informal. Razonamiento deductivo, inductivo y abductivo. Principios lógicos y tablas de verdad. Lógica formal con pensamiento dialéctico. Otras lógicas.

150 Reconocer una proposición en distintos contextos. Relacionar hechos y creencias. Distinguir las partes del razonamiento. Argumentar. Descubrir la necesidad de consenso al construir un argumento. Diferenciar las formas de razonamiento. Reconocer tautologías, contradicciones e indeterminaciones. Elaborar hipótesis. Conocer la historia de la lógica. Identificar las clases de lógica. Leer textos en clave semiótica y abductiva. Formular hipótesis abductivas. Analizar hechos reales, escribir textos, exponer las ideas. 151 Curiosidad por el estudio de la lógica. Interés por el diálogo como objeto de reflexión. Estimular la capacidad de análisis de distintas situaciones. Valoración del razonamiento del otro. Uso del lenguaje para explicar lo pensado. Motivación al estudio y comprensión de los métodos formales. Otorgamiento de importancia a la representación del conocimiento. Despertar el interés por el mundo de la ciencia, la técnica y la estética desde las diversas lógicas. Capacidad de afectación derivada de hechos e imágenes.

Tercera parte: El futuro de la investigación...

7.5.3.2. El Método Abductivo

Las hipótesis son esenciales en la dinámica del pensamiento y en el desarrollo de la ciencia; puesto que estas "... constituyen el camino indispensable para el descubrimiento de las leyes, para la creación de teorías científicas fidedignas" (Hopnin, 1983, p. 430); las hipótesis son necesarias puesto que son el motor de la ciencia, incluso las hipótesis falsas aportan a la ciencia (p. 441); la ausencia de hipótesis es la parca afirmación de la parálisis en materia científica, la ciencia no tendría donde ir en materia de novedad y el pensamiento no pasaría de ser contemplativo.

El método responde a la pregunta por el cómo enseñar, cómo aprender, cómo lograr que los estudiantes den cuenta de lo aprendido. Es la secuencia que se sigue en el proceso docente educativo; "es el componente del proceso docente-educativo que expresa la configuración interna del proceso, para que transformando el contenido se alcance el objetivo, que se manifiesta a través de la vía" (Zayas, 1994, p. 32), es el camino seleccionado para el desarrollo de la estrategia.

El metodólogo alemán Werner Jungk (1979) no habla de método sino de métodos y dice que estos son "instrucciones para acciones y modos de conducta del profesor que sirven para provocar actividades necesarias de los alumnos y por tanto, para la conducción efectiva y planificada, dirigida hacia un objetivo, del proceso de instrucción y educación de la enseñanza". (p. 43). En relación con la pregunta de cómo lograr la apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes, existen varias respuestas, debido a la multiplicidad de métodos¹⁵² y criterios. En este sentido, se mencionan métodos, tales como: el inductivo, el deductivo, el genético, el analítico y el sintético, pero no se menciona el método abductivo como posibilidad de estudio de la lógica

En el método abductivo entran en juego una serie de capacidades: fáctica (interpretación de hechos), abductiva (comprensión de textos), deductiva (explicar o probar la hipótesis), inductiva (comprobar hipótesis), estética (valorar lo sensible). Además de apoyarse en: la abducción, puerta de entrada a nuevas maneras de comprender el desarrollo de la ciencia; la intuición como valor cognitivo y pedagógico; las emociones como el componente volitivo del aprendizaje de la lógica y la matemática; la imaginación como semilla para la búsqueda de la verdad; la literatura como mediación estética para la emergencia de un hecho sorprendente y un detonador abductivo, entre

152 Una clasificación según varios criterios se muestra en Henao Ciro (2005, p. 42).

Tercera parte: El futuro de la investigación...

otros. En efecto, el proceso científico e investigativo empieza con la vivencia que encarna un hecho sorprendente (pregunta) y crea una duda fundante de la imaginación que posibilita la formulación de una hipótesis abductiva con base en la experiencia y los conocimientos previos del investigador. Este último, identifica íconos, indicios, enigmas, sospechas y conjeturas en busca de una hipótesis que una vez explicada (o probada) por deducción y comprobada por inducción, encarna la razonabilidad como proceso interhumano y abductivo, validado por el pragmatismo en educación.

El proceso de enseñanza aprendizaje ha de ejercitar los procesos lógicos del pensamiento como identificar, analizar, relacionar, generalizar, abstraer, resolver, aplicar, abducir (Silvestre, 2001), esto implica el despliegue de un conjunto de situaciones que involucran objetos, hechos, datos y teorías que ayudan al ejercicio de la razonabilidad en busca de una mejor comunicación. En esta dirección se deben “desarrollar formas de actividad y comunicación colectivas que permitan favorecer el desarrollo intelectual” (Silvestre, 2001, p. 45) puesto que el hombre no adquiere solo la experiencia histórico-social sino en interacción comunicativa con los demás.

En este proceder, la mente razona correctamente en una dirección triádica siguiendo el método de la reflexión que es “aquel procedimiento que busca resolver las situaciones de duda mediante el examen de las diversas creencias propuestas, procurando establecer cuál de todas ellas es la más razonable.” (Samaja, 2006, p. 16). Además, es fundamental la exposición de ideas puesto que no se alcanza un nivel de razonabilidad si no se enmarca el discurso en la lógica de la realidad y la imaginación.

El método abductivo sigue un tránsito triádico hacia la razonabilidad con base en las categorías peirceanas expresadas en la tabla No. 17 (p. 146), las cuales no son lineales, pues admiten un análisis por separado en relación con el fenómeno declarado.

Tabla 25: Fenomenología del método abductivo.

Fenómeno	Primeridad	Segundidad	Terceridad
Semiótica	Objeto	Signo	Interpretante
Interpretante	Emocional	Energético	Lógico
Lógica	El inicio	El fin	El proceso
	Observación	Abstracción	Generalización
Lógica crítica	Abducción	Deducción	Inducción
Lógica abductiva	Hecho	Causa	Regla
Biología	Posibilidad	Ley	Tendencia
Vida	Sentimiento	Sensación	Pensamiento

Tercera parte: El futuro de la investigación...

Ciencia	Sentimiento	Reacciones	Pensamiento
	Cualidades	Cosas Reales	Representación
	Sentimiento	Reacción	Hábito
	Posibilidad	Hecho	Ley
	Sensación	Conocimiento	Voluntad
Conciencia	Pasiva	De un hecho	Sintética
	sentimiento	Resistencia	Aprendizaje
Ciencias Normativas	Ética	Lógica	Estética

Fuente: el autor. Con base en Peirce (1974) y Mariafioti (2010).

Si analizamos la primeridad encontramos una serie de categorías que se emparentan con la abducción como conjetura espontánea de la razón; así mismo la segundidad permite el reconocimiento de la primeridad. Y la terceridad surge de la necesaria relación entre la primeridad y la segundidad; la terceridad es la mediación de las dos primeras. Los criterios aquí expuestos están en consonancia con el método abductivo, puesto que, como se expuso antes, este consta de tres fases que son: abducción, deducción e inducción y estas formas de razonamientos no son otra cosa que signos o interpretantes lógicos producto de la semiosis que considera la relación triádica entre: objeto, signo e interpretante.

7.5.3.3. Evaluación dialógica para una DLA

En la evaluación dialógica que se propone, es menester que el maestro guíe y facilite el desarrollo de las actividades, controle y oriente la descarga emocional y evalúe a profundización de conocimientos. Lo dialógico tiene que ver con la transformación social y la reflexión sistemática y continua. Por eso, una estrategia que valore el surgimiento de la novedad en el aula, que atienda la vivencia del ser y que considere la interdisciplinariedad en la enseñanza, que considere las mediaciones y valore la emocionalidad, se ajusta a un enfoque de evaluación dialógica que reconoce las valoraciones del maestro formador y los maestros en formación.

La evaluación dialógica se apoya en los ocho principios del aprendizaje dialógico, trabajados por Prieto & Duque (2009) y que son: el diálogo igualitario que favorece la participación creativa, la inteligencia cultural en tanto academia y realidad, la transformación desde una visión positiva, la dimensión instrumental, la creación de sentido para evitar el fracaso y la disertación, la solidaridad y la igualdad de diferencias. Estos entran en consonancia con el encargo social de querer maestros solidarios, capaces de mediar en la formación de las personas. Para Moreno (2012) y Moreno & Carvajal (2015), la evaluación dialógica se caracteriza por un marcado interés en el

Tercera parte: El futuro de la investigación...

proceso realizado, además de intentar la comprensión de las acciones y las creencias, el docente es un orientador del proceso, promueve la diversidad. Esta perspectiva, se corresponde con las mediaciones y los momentos de la estrategia CSP, en tanto esta se apoya en preguntarios y conversaciones, tendientes a valorar la experiencia abductiva y estética de los maestros en formación, y al mismo tiempo, promueve la creación de comunidades de aprendizaje e indagación a partir del desarrollo de la ciencia, objeto de estudio en la clase lógica.

Para terminar, la estrategia CSP se piensa desde la abducción de Charles Sanders Peirce lo mismo que la DLA cuyo método central es la abducción. La estrategia expuesta a lo largo de este capítulo permite fundamentar la investigación hecha en relación con la construcción de una DLA; así, los componentes (tabla No. 22), las mediaciones (tabla No. 23), las categorías (tabla No. 24) y los métodos desarrollados se corresponden con los contenidos, los mediadores y los métodos propuestos para una DLA que cree, igual que con la estrategia, que si se procede de la manera como aquí se indica se puede propiciar un mejor aprendizaje de la lógica por parte de los maestros en formación en el área de las matemáticas. La estrategia CSP es una parte de la DLA. Dicha estrategia, como se ha dicho, se implementó con los estudiantes del curso “Desarrollo de Pensamiento Lógico”, semestre 2014-2, de la Licenciatura en Matemática y Física de la Universidad de Antioquia; cuyos resultados se muestran en el apartado 5.4 (p.145). Posteriormente se implementó nuevamente la estrategia con los estudiantes del mismo curso, 2015-2. Esta segunda aplicación permitió consolidar los momentos y mediaciones presentados en la Figura 5, además de proponer un programa para el curso Desarrollo de Pensamiento Lógico (ver anexo No. 10) y lograr que los estudiantes produjeran el texto CSP que se muestra en los anexos 16-20.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tercera parte: El futuro de la investigación...

8. Conclusiones

Además de la lógica clásica, medieval e intuicionista, existen otras lógicas que ponen en duda la unicidad de la razón y el absolutismo del formalismo como únicas fuentes de la verdad. Nos referimos a la lógica de la abducción que, apoyada en la experiencia, sugiere la posibilidad de reconfigurar la razonabilidad como un proceso interhumano, interesado en el desarrollo de la didáctica(s) — de la lógica y la literatura —, como una de las disciplinas de las ciencias de la educación. La abducción es una forma de razonamiento que permite la introducción de nuevas hipótesis a la ciencia en la medida que posibilita la libre conjeturación sobre hechos sorprendentes.

La lógica estudia el pensamiento como reflejo de las diferentes formas de abstracción por medio de formas y leyes. Estas, en forma de conceptos, juicios y razonamientos, se manifiestan en las hipótesis cuya configuración requiere del método abductivo que transita por tres fases: abducción, deducción o inducción. La lógica formal como expresión coherente del discurso cuyas reglas son principios del raciocinio correcto y la lógica dialéctica en tanto expresión real de la verdad, se encuentran con la lógica abductiva en tanto método creativo para formular hipótesis. Y estas últimas, se convierten en herramientas metodológicas de una experiencia dialógica tendiente a la búsqueda de una verdad.

Una DL funge como una disciplina de estudio, pero en la mayoría de los casos, los profesores la subsumen en otras ciencias y disciplinas, visión que puede no contribuir con su desarrollo. Es menester, por lo tanto, que en los congresos y facultades de educación se discuta el tema de la enseñanza de la lógica. Así también, la revisión teórica de artículos y libros mostró la importancia de pensar una lógica más allá de la lógica matemática que responda a las exigencias en materia de formación: una lógica abductiva. En este último aspecto, emerge la figura protagónica de Charles Sanders Peirce, quien se convirtió en un visionario de una forma novedosa de razonamiento.

El desarrollo de una DLA crea las condiciones de posibilidad para pensar en la reconfiguración del método abductivo, unido a las opciones epistemológicas y metodológicas de aquél. De esta manera, la abducción jugaría un papel protagónico en un doble sentido: como dispositivo heurístico que causa emoción y asombro, y como método que permite generar hipótesis

Tercera parte: El futuro de la investigación...

abductivas que una vez demostradas por vía deductiva y confirmada con la inducción, se convierten en motores de generación de nuevos conocimientos didácticos. Esta búsqueda incluye diversas mediaciones como la literatura y estrategias didácticas que articulen dicho arte con la enseñanza de una ciencia. Esta perspectiva nos acerca al arte de razonar coherentemente y se convierte en un aporte para la *educación pragmatista* propuesta por Barrena (2015); en síntesis, renueva el discurso de la educación matemática y lógica, pues se trata de una visión estética y pragmática de la razonabilidad.

En esta perspectiva, proponer la razonabilidad en una didáctica de la lógica podría propiciar la creación de ambientes de aprendizaje que motive a los futuros maestros de matemáticas y lógica, en relación con la formulación de hechos sorprendentes. Este modo de adelantar procesos de investigación en el aula, tiene en cuenta el horizonte de expectativas del perceptor del texto literario y su reflexión en relación con la lectura de un artículo de investigación. Los prepara para comprender el aula como un espacio vital, pues el desarrollo de la ciencia, el arte y la tecnología, también involucra a los estudiantes como sujetos sociales, culturales y políticos. En síntesis, la lectura abductiva de un texto literario y un artículo de investigación, pueden convertirse en un proceso de mediación estética para el ejercicio razonable del enseñar y aprender lógica.

A pesar del esfuerzo de filósofos y didactas por superar la visión formalista y estructuralista que predomina en la historia y epistemología de la lógica, estos enfoques perviven en las prácticas pedagógicas de los profesores universitarios y tienen una gran influencia en sus estudiantes. Esto se evidenció, en el análisis de la guía de prejuicios. Aunque profesores y estudiantes, aceptan la incursión de textos literarios en las áreas de matemática y lógica, los desconocen como mediación didáctica y estética. Tal como se pudo apreciar en las conversaciones y los talleres sostenidos con maestros, la inclusión de dichos textos, disminuye el rigor en la enseñanza, por tanto, le dan prioridad a los textos académicos y científicos.

En las experiencias de aula con maestros de lenguaje, en formación y en ejercicio, sus inferencias mostraron el valor de la lógica en relación con el análisis de las regularidades y anomalías del texto literario, puesto en escena. La estrategia didáctica CSP, los hizo más conscientes de los procesos cognitivos y cognoscitivos que estaban movilizando por medio de su experiencia estética. En el segundo grupo de maestros, de matemática y física, se produce un

Tercera parte: El futuro de la investigación...

desequilibrio estético superior al del primero. A pesar de que los futuros licenciados en matemáticas esperaban encontrar la 'verdad del relato', el preguntario aplaza sus certezas, impulsándolos a lanzar nuevas hipótesis y decantarlas con la búsqueda bibliográfica. Asimismo, la construcción de un texto, apoyado en sus saberes disciplinares y didácticos, les mostró que el diálogo entre la lógica y la matemática con otras expresiones artísticas, como el texto de ficción, es un detonador abductivo de su razonabilidad. Los resultados de este último grupo, muestran la sorpresa de los maestros en formación, al comprender otras formas de trabajar la matemática, especialmente, por las relaciones que establecieron entre literatura y ciencia. Esto se constató por medio de su actitud abierta y los ejercicios de lectura y escritura, cada vez que formulaban nuevas hipótesis.

En efecto, la actividad lógica y matemática puede producir una experiencia estética, en la medida que integre emociones, creencias y gustos que permiten establecer una relación poco convencional entre razón y belleza. Esta búsqueda, compartida por muchos artistas y matemáticos, nos lleva a reflexionar que la matemática tiene componentes estéticos que la hacen ver como una ciencia, con posibilidades de anidarse en el corazón de hombres y mujeres; seres en busca de una razonabilidad para la toma de decisiones y una práctica social más humana, dispuestos a tener experiencias estéticas en la clase de matemáticas.

En esta reconfiguración de la razonabilidad, partimos de la triada tesis, antítesis y síntesis, establecidas en el problema dialéctico como logicismo-intuicionismo-razonabilidad. Estas nos impulsaron a superar la relación: racional-intuición-razonabilidad, en busca de un proceso creativo que permite cambiar la diada: acción y reacción por acción - reacción – creación. Este proceso converge en las categorías peirceanas: primeridad, segundidad, terceridad. Primero la concepción del ser en tanto emocional, es para nosotros el hecho primero; la segundidad es la concepción del otro, de la relación causa y efecto, para nosotros la reacción al hecho primero; y lo tercero es la concepción de la mediación entre lo primero y lo segundo, es el pensamiento, la ley, la regla, es la creación puesto que si el hecho es sorprendente y la reacción es tal que nos afecta, ocurre la transformación derivada de la experiencia estética. De esta manera, llegamos a la reconfiguración de un esquema de razonamiento abductivo como: regla-resultado-caso. El resultado, puede ser el pensamiento otro o la novedad, que requiere una causa explicativa gracias a una regla posible

Tercera parte: El futuro de la investigación...

tomada del cuerpo de conocimientos que es sometido a la deducción y a la inducción; el caso es el antecedente que posibilita la explicación del resultado.

Finalmente, desde una DLA se pueden proponer herramientas teóricas y prácticas que tengan como punto de partida creaciones como los fractales, el dibujo, la literatura, la música y las obras pictóricas para una formación de maestros en el marco de la razonabilidad que recuperen la intuición como fuente creadora de conocimiento para que maestros y estudiantes asuman decisiones razonables y en este razonar interrelacionen, además de la lógica matemática, la lógica de la realidad y la lógica imaginativa. En la triada: realidad, matemática e imaginación, juega un papel importante la experiencia estética de profesores y estudiantes en tanto *poiesis*, *aisthesis* y *catarsis*. Esto es, creación, recepción y comunicación, pues lo que le pasa al sujeto, al sentirse estéticamente razonable, lo prepara para un proceso interhumano y abductivo, lo ubica como un ser inacabado pero pensante, lo humano se hace racional, pero con miras a formar un ser humano razonable.

La racionalidad y razonabilidad, se complementan en el empeño de hacer más lógicas a las personas en el momento de tomar decisiones en distintos campos como la filosofía, la religión y la argumentación jurídica. Aquí, la razonabilidad es pensada como concepto superior de la lógica y depende de la abducción que, junto con la deducción y la inducción, forma parte de la lógica, la ética y la estética. Esta última es entendida por Peirce como el alma de la ciencia normativa y es propia del ser humano, quien, en búsqueda de un ideal, encarna la razonabilidad desde las acciones y los sentimientos. La razonabilidad concreta es definida por Peirce, como un modo de pensar que agrega inteligibilidad al universo, es una terceridad que se vale del agapismo, el sinejismo y el tijismo peirceanos y nos ubica en la posibilidad de educar con el fin de ayudar al crecimiento de las personas en tanto se hacen más razonables. La razonabilidad se concreta gracias a una duda genuina que provoca la sorpresa que, a su vez, conduce a la búsqueda de causas explicativas que posibiliten la formulación de hipótesis abductivas para lograr el crecimiento continuo.



- Aarnio, A. (1991). *Lo racional como razonable*. Madrid: Centro de estudios Constitucionales.
- Abarca, R. (2004) *Introducción a la Lógica*. Recuperado el 10 de diciembre de 2013 de <http://es.scribd.com/doc/18028109/Abarca-Ramon-Introduccion-a-La-Logica>.
- Abrate, Pochulu & Vargas (2006). *Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Córdoba: Universidad Nacional de Villa María.
- Accorinti, S. (2000). *Maravillándome con mi experiencia*. Buenos Aires: Manantial.
- Acevedo, D. (2009) Módulo: Lógica y Teoría de Conjuntos. Material en prueba para el curso “Lógica y Teoría de Conjuntos”.
- Adorno, T. (2004). *Teoría Estética*. Madrid: Akal.
- Aguayo, M., Ramírez, R. & Sarmiento, R. (2013). *Comprensión lectora y la enseñanza de las matemáticas. Estudio de caso*. En: Revista Iberoamericana para la Investigación y el desarrollo Educativo, núm. 10.
- Agudelo, M (1964) *Lógica y Metafísica*. Medellín Granamérica.
- Águila, M. & Allende, J. (2012). *La lectura como estrategia de aprendizaje de las matemáticas*. Congreso Iberoamericano de las lenguas en la educación y en la cultura. http://www.oei.es/congresolenguas/experienciasPDF/Aguila_MariaJudith.pdf.
- Alanis, S. (2000) *La Ciencia de la Narración; A Propósito de Las Partículas Elementales de Michel Houellebecq*. En Elementos, pp. 39, 51-56.
- Albarrán, V. (2015). *Matemática emocional en el aula*. Recuperado el 12 de enero de 2016 del sitio: <https://es.scribd.com/doc/267432050/Taller-Matematica-emocional-en-el-aula-pdf>.
- Alcocer, Ch. (2004). *La importancia de las habilidades y de los conocimientos lógicos en el estudio de la economía*. En: Memorias del VII encuentro internacional de didáctica de la lógica, Uruapán, Michoacán. Pp. 15-30.
- Alessio, C. (2008) *Lógica y Sentido Común*. San Juan: Universidad Católica de Cuyo.
- Alexy, A. (1989). *Teoría de la argumentación jurídica* (trad. de Manuel Atienza e Isabel Espejo). Madrid: Centro de Estudios Constitucionales.
- Aliseda, A. (2015). La Lógica como Herramienta de la Razón: una introducción. En Revista iberoamericana de Argumentación, 10, pp. 1-10.
- Aliseda, A. (1998) *La abducción como cambio epistémico: C. S. Peirce y las teorías epistémicas en inteligencia artificial*. Recuperado el 12 de febrero de 2013 de www.unav.es/gep.
- Allwright, D. (2005). *Developing principles for practitioner research: The case of exploratory practice*. En: The Modern Language Journal, vol. 89, núm. 5, pp. 353-366.

Bibliografía

- Almaraz, L. (2015). *La utilización del método de casos como una herramienta del desarrollo del pensamiento crítico y la argumentación, en el área del derecho*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 298-306.
- Alsina i Pastells, Á. (2010). *El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas*. En: *Educación Matemática*, vol. 22, núm 1, pp. 149-166.
- Alsina, À. (2007). *El aprendizaje reflexivo en la formación permanente del profesorado: un análisis desde la didáctica de la matemática*. En: *Educación Matemática*, vol. 19, núm. 1, pp. 99-126.
- Alsina, A. y Domingo, M. (2007) *Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas*. En: *Suma*, núm. 56, pp. 23-31.
- Alsina, C. (2010). *Mientras sigan sorprendiéndome seguiré interesado en esta profesión*. Recuperado el 23 de enero de 2016 del sitio: mates.albacete.org/ICEAMCM/PDF/Alsina.pdf
- Álvarez, C. & González, E. (2002). *Lecciones de didáctica general*. Bogotá: Cooperativa Editorial magisterio.
- Álvarez, D. (2006). *Abducción y Fenomenología de Peirce aplicada en procesos de diseño*. Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html> el 21 de agosto de 2015.
- Álvarez, L. (2007). *La dialéctica Verdad-Apariencia en la lógica de la experiencia estética* (Tesis doctoral). Departamento de Filosofía. Universidad de Valladolid, España.
- Anderson, D. (1987). *Creativity and the Philosophy of C. S. Peirce*. Dordrecht: Nijhoff.
- Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E., y Fernández, F. (2003). *La enseñanza de las Matemáticas: ¿en camino de transformación?* En: *Relime*. Vol. 6, núm. 2, p. 80-106.
- Andréiev, I. (1984). *Problemas lógicos del conocimiento científico*. Moscú: Progreso.
- Arent, M. (ed.). (2000). *Conectando Creaciones. Ciencia-Tecnología-Arte*. Santiago de Compostela: Centro Galego de Arte Contemporánea.
- Argudín, Y. & Luna, M. (2007). *Aprender a Pensar leyendo bien*. México: Paidós.
- Aristóteles (1982) *Tratados de Lógica (ÓRGANON)*. Tomo I. Madrid: Gredos.
- Aristóteles (1995) *Tratados de Lógica (ÓRGANON)*. Tomos II. Madrid: Gredos.
- Aristóteles. (s.f) *Sobre la Interpretación*. Recuperado de www.philosophia.cl.
- Arrieta, J. et al. (2003). *Las prácticas sociales como generadoras de conocimiento matemático*. Reúmenes XV reunión latinoamericana de matemática educativa. México.
- Arrigo, G et al (2011) *Infinitos Infinitos; historia, filosofía y didáctica del infinito matemático*. Bogotá, Magisterio.

Bibliografía

- Artigas, M. (1992). *Conocimiento humano, fiabilidad y falibilismo*. Recuperado el 3 de mayo de 2015 de: <http://www.unav.es/cryf/conocimientofiabilidadyfalibilismo.html>.
- Atienza, M. (2005). *Las Razones del Derecho. Teorías de la Argumentación Jurídica*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Atiyah, M. (sf). *El arte de las matemáticas*. Recuperado el 5 de enero de 2016 del sitio web: <http://mimosa.pntic.mec.es/jgomez53/matema/atiyah-arte.htm>
- Ayuso, M. (1997). *Razonamiento y Racionalidad, ¿Somos lógicos?* Barcelona: Paidós.
- Azcárate, P., A. Rivero y A. Rodríguez (2007). *Los profesores noveles de matemáticas ante el análisis de su práctica*. En: *Investigación en la escuela*, núm. 61, pp. 37-52. Recuperado de: http://www.investigacionenlaescuela.es/articulos/61/R61_3.pdf el 5 de mayo de 2015.
- Bacon, F. (1620) *Novum Organum*. Recuperado el 25 de septiembre de 2014 del sitio web: <http://es.scribd.com/doc/52115226/Francis-Bacon-Novum-organum-completo>.
- Bajtin (1984). *Estética de la creación verbal*. México: Siglo XXI Editores,
- Balacheff, N. (2000). *Procesos de Prueba en los Alumnos de Matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente. Universidad de los Andes.
- Balbuena, L., y García Jiménez, J. E. (2005). *El Quijote y las Matemáticas*. Recuperado del sitio: http://www.fespm.es/IMG/pdf/dem2005_-_el_quijote_y_las_matematicas.pdf el 28 de mayo de 2014.
- Bar, A. (2001a). *Abducción. La inferencia del descubrimiento*. En: *Cinta de Moebio*, núm 12; pp. 169-174. www.moebio.uchile.cl/12/bar.html
- Bar, A. (2001b). *Biología y abducción. Un caso de análisis: el texto universitario*. Recuperado el 9 de marzo de 2015 de www.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/cyt/2001/2.../H-029.pdf.
- Bárcena, F. Larrosa, J. & Mélich, J (2006). *Pensar la educación desde la experiencia*. En *Revista portuguesa de pedagogía*, año 40-1, 233-259.
- Barrena S. & Nubiola, J. (2013) *Charles S. Peirce (1839-1914): Un pensador para el siglo XXI*. Pamplona: Eunsa.
- Barrena, S. & Nubiola, J. (2007). *Charles Sanders Peirce*, en Fernández Labastida, F. & Mercado, J. (edit,) *Philosophica: Enciclopedia filosófica on line*. Recuperado el 2 de enero de 2016 de <http://www.philosophica.info/archivo/2007/voces/peirce/Peirce.html>.
- Barrena, S. (2003) *La Creatividad en Charles S. Peirce: Abducción y Razonabilidad*. (Tesis Doctoral) Recuperada el 14 de enero de 2013 de <http://www.unav.es/gep/cv-barrena.html>
- Barrena, S. (2006). *La creatividad en Charles S. Peirce*. Recuperado el 20 de enero de 2010 de <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.

Bibliografía

- Barrena, S. (2007). *La razón creativa. Crecimiento y finalidad del ser humano según C. S. Peirce*. Madrid: Rialp.
- Barrena, S. (2007). *Peirce; La lógica considerada desde la semiótica*. Madrid: Biblioteca Nueva.
- Barrena, S. (2008). *Charles S. Peirce: razón creativa y educación*. Recuperado el 2 de julio de 2015 del sitio: www.unav.es/gep/BarrenaUtopia.html
- Barrena, S. (2012). *La abducción en las aulas: pensamiento lógico y creativo*. Artículo inédito. Pamplona: Universidad de Navarra.
- Barrena, S. (2015a). *Pragmatismo y educación. Charles S. Peirce y John Dewey en las aulas*. Madrid: Boadilla del Monte.
- Barrena, S. (2015b). *La belleza en Charles S. Peirce: origen y alcance de sus ideas estéticas*. Pamplona: Eunsa.
- Barthes, R. (1977). *Análisis Estructural del Relato*. Buenos Aires: Tiempo Contemporáneo.
- Barthes, R. (1985). *La Aventura Semiológica*. Barcelona: Paidós.
- Barthes, R. (1986). *Placer del texto y lección inaugural*. México: Siglo XXI.
- Barthes, R. (2009). *El Susurro del Lenguaje; Más Allá de la Palabra y de la Escritura*. Barcelona: Paidós.
- Bazán, J. y Aparicio, A. (2006). *Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje*. Recuperado el 12 de noviembre de 2013 de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/educación>
- Belén, A.; Grau, A. & Nuñez, J. (2007). La Banda de Mobius: un camino que te llevará de cabeza. *Suma*, núm. 54, pp. 15-22.
- Bell, E. (1949). *Historia de las Matemáticas*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Bell, E. (2009). *Los grandes matemáticos*. Buenos Aires: Losada.
- Belmonte, J. (2009). *Modelos intuitivos y esquema conceptual del infinito en estudiantes de educación primaria, secundaria obligatoria, bachillerato y universidad*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca. Recuperado el 3 de febrero de 2015 del sitio web: http://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/76247/1/DDMCE_Belmonte_Martinez_JL_Modelos_intuitivos_y_esquema.pdf
- Beltrán, J. & Pérez, L- (1996). *Inteligencia, pensamiento crítico y pensamiento creativo*. En Beltrán, J. & Genovard, C. (Eds.): *Psicología de la instrucción I. Variables y procesos*, pp. 429-503, Madrid: Síntesis.
- Benavides, D. & Aponte, M. (2014). *Un estudio matemático y físico de las Alicia de Carroll con un fin educativo*. En: *Memorias del 15º encuentro colombiano de matemática educativa*. 2014. Pp. 276-280.
- Benjamín, W. (1967). *Sobre algunos temas en Baudelaire*. En: *Ensayos Escogidos*. Buenos Aires: Sur.

Bibliografía

- Benjamín, W. (1989). *Pequeña Historia de la Fotografía*. En Discursos Interrumpidos I. Madrid: Taurus.
- Benjamín, W. (2003). *La Obra de Arte en la Época de su Reproductividad Técnica*. México: Itaca.
- Bergson, H. (1907) *La Evolución Creadora*. Traducción de José Antonio Miguez. Aguilar.
- Bergson, H. (1977). *Memoria y vida*. Madrid: Alianza.
- Betancour, S. (2006). *Arte poética y metamorfosis; Habitancia en el pensamiento complejo*. Recuperado el 17 de noviembre de 2013 del sitio: http://www.unilibrecali.edu.co/entramado/images/stories/pdf_articulos/volumen2_
- Betancourt, R., Guevara, L. & Fuentes, E. (2011). *El taller como estrategia didáctica, sus fases y componentes para el desarrollo de un proceso de cualificación en el uso de tecnologías de la información y la comunicación (tic) con docentes de lenguas extranjeras*. Universidad de La Salle, Facultad de Ciencias de la Educación, Bogotá.
- Beuchot, M. (1984). *El Álgebra Lógica de George Boole*. Recuperado el 12 de septiembre de 2012 de <http://www.elementos.buap.mx/num01/pdf/48.pdf>
- Bidart Campos, G. (2008). *Compendio de Derecho Constitucional*. Buenos Aires: Ediar.
- Birkhoff, G. (1985). *Matemática de la Estética*. En: Newman, J. Sigma; el mundo de las matemáticas. Vol. VI, pp. 136-146. Barcelona: Grijalbo.
- Bisquerra, R. (2005) *La educación emocional en la formación del profesorado*. Recuperado el 14 de noviembre de 2013 de <http://www.redalyc.org/pdf/274/27411927006.pdf>
- Blanco, E. (2005). *La lectura de textos literarios. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la literatura española a estudiantes brasileños*. Recuperado el 1 de mayo de 2015 de: https://issuu.com/bibliotecaaleer/docs/la_lectura_de_textos_literarios._un_f3280b8410dd2b
- Blanco, L. y Guerrero, E. (2002). *Profesionales de las Matemáticas y Psicopedagogos. Un encuentro necesario*. En: Penalva, G. Torregosa y J. Valls (Coords.), *Aportaciones de la Didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 121-140). *Actas del V Simposio de Didáctica de las matemáticas*. Universidad de Alicante.
- Bochenski, I. (1965). *La Filosofía Actual*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Bochenski, I. (1976). *Compendio de Lógica Matemática*. Madrid: Paraninfo.
- Boehner, P. (2007). *Lógica Medieval; un bosquejo de su desarrollo de 1250 a 1400*. México: Universidad Iberoamericana.
- Bolumburu, B. (2006). *Descubrimiento, Abducción y modelos mentales*. Recuperado el 12 de marzo de 2015 de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>
- Bonnin, F. (1982). *El concepto de la lógica a lo largo de la historia de la filosofía*. Recuperado el 2 de enero de 2014 de <http://redined.mecd.gob.es/xmlui/handle/11162/72958>

Bibliografía

- Borge, J. (2002). *El Silogismo a través de la Historia*. Recuperado el 12 de septiembre de 2012 de <http://serbal.pntic.mec.es/~cmunoz11/silogismo.pdf>
- Borges, J. (1990). *El Aleph*. Madrid: Alianza-Emecé.
- Boyer, C. (1994). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Bravari, V. (2006). *Abducción Colectiva. II Jornadas "Peirce en Argentina"*. Recuperado el 11 de abril de 2014 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>
- Brockbank, A. & McGill, I. (2002). *Aprendizaje reflexivo en la educación superior*. Madrid: Morata.
- Bromme, R. (1988). *Conocimientos profesionales de los profesores*. Enseñanza de las Ciencias, 6 (1), 19-29.
- Brousseau, G. (1983). *Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques*. En: Recherches en Didactique des Mathematiques, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (1999). *Educación y Didáctica de la Matemática*. Recuperado el 15 de diciembre del sitio web: www.matetam.com/sites/default/files/discurso_ag.s.doc
- Bueno, C., Teruel, M. y Valero, A. (2005). *La inteligencia emocional en alumnos de magisterio: la percepción y comprensión de los sentimientos y las emociones*. Recuperado el 15 de noviembre de 2013 de <http://www.redalyc.org/pdf/274/27411927010.pdf>
- Bueno, F. (2010). *Sobre experiencia estética y post-postmodernidad*. Recuperado el 6 de diciembre de 2013 de www.religionycultura.org/2010/255/RyC255_6.pdf.
- Bundy, A. (1990). *Catalogue of Artificial Intelligence Techniques*. New York: Springer-Verlag.
- Bunge, M. (2005). *Intuición y Razón*. Buenos Aires: Debolsillo.
- Bunge, M. (2014). *La ciencia, su método y su filosofía*. Buenos Aires: Editorial sudamericana.
- Caballero, A. y Blanco, L. (2007). *Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los estudiantes para Maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura*. Recuperado el 16 de noviembre de 2013 de <http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/anacaba.pdf>.
- Cabezas, I, Córdoba, P & Torres, J. (2014). *La actitud crítica en profesores de matemáticas que investigan su práctica*. En: Memorias del 15º encuentro colombiano de matemática educat8va. 2014. Pp. 154-159.
- Calderón, C. (2013). *Experiencia Estética y Formulación Científica: el caso del Harmonices Mundi de Johannes Kepler*. En: Anuario Musical, núm 68.
- Calderón, C. (2014). *Experiencia estética y formulación científica: dos casos de estudio*. En: García y Otaola (coords.) Francisco de Salinas. Música, teoría y matemática en el renacimiento. Salamanca: ediciones universidad.

Bibliografía

- Camacho, A. (2006). *Socioepistemología y prácticas sociales*. En: Educación Matemática, vol. 18, núm. 1, pp. 135-160.
- Camacho, L. (1978). *Lógica dialéctica y Lógica Formal*. En: Revista filosófica Universidad de Costa Rica, XVI (44) pp. 153-157.
- Camelo, F., García, G., Mancera, G. & Romero, J. (2008). *Reinventando el currículo y los escenarios de aprendizaje de las matemáticas, de la espacialidad. Un estudio desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica*. Recuperado el 4 de enero de 2015 del sitio web: <https://books.google.com.co/books?isbn=8499805663>.
- Campirán A. (comp.) (2003). *La Razón Comunicada II: Materiales del Taller de Didáctica de la Lógica*. Xalapa, Veracruz. Universidad de Xalapa, Torres Asociados, TDL.
- Campirán, A. (1997). *El Quehacer filosófico de México: una propuesta para mejorarlo*. En: Ergo, Nueva Época, Núm 4-5, mar-sep. México: Universidad Veracruzana.
- Campirán, A. (2007). *Comentarios a la Declaración de la AML a favor de la Enseñanza de la Lógica y del Pensamiento Crítico*. Recuperado el 15 de octubre de 2014 del sitio web: www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/EIDL10Mazatlan/Programa.htm
- Campirán, A., Guevara, G. & Sánchez, L. (comps.). (2000). *Habilidades de Pensamiento Crítico y Creativo*. Xalapa: Universidad Veracruzana.
- Cantoral, R. & Reyes, D. (2014). *Socioepistemología y Matemáticas: del aula extendida a la sociedad del conocimiento*. En: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, vol. 27. Recuperado el 3 de enero de 2016 del sitio web: <http://www.clame.org.mx/documentos/alme27.pdf>. Pp. 1573-1583
- Cantoral, R. (2001). *Matemática educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo editorial latinoamericana.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.
- Cantoral, R. et al. (2006). *Socioepistemología y representación: algunos ejemplos*. En Relime, núm. Esp, pp. 83-102.
- Cantoral, R., Reyes, D. & Monitiel, G. (2014). *Socioepistemología, Matemática y Realidad*. En Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 7, núm. 3, pp. 91-116.
- Capdevila, P. (2005). *Experiencia estética y hermenéutica; un diálogo entre Immanuel Kant y Hans-Robert Jauss* (tesis doctoral). Universitat Atónoma de Barcelona. España.
- Carlino, P. (2005). *Escribir, leer y aprender en la universidad. Una introducción a la alfabetización académica*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Carlino, P. (2006). *La escritura en la investigación*. Recuperado el 21 de mayo de 2015 del sitio web: live.v1.udesa.edu.ar/files/ESCEDU/DT/DT19-CARLINO.pdf.

Bibliografía

- Carnap, R. (1935). *Filosofía y sintaxis lógica*. México: Universidad Autónoma de México.
- Caro Valverde, M.T. (2006). El humanismo de la imaginación: del texto al contexto. Módulo VIII. En: *Educación Lingüística y Literatura en Secundaria. Materiales para la formación del profesorado*. Vol. I. La Educación Lingüística. Murcia, Consejería de Educación y Cultura. Dirección general de formación profesional e innovación educativa. pp.263-276. En <http://www-edicarm.es/templates/portal/ficheros/websDinamicas/154/VIII.1.maite.pdf>
- Carroll, L. (2003). *Alicia en el país de las maravillas*. Buenos Aires: Ediciones del sur.
- Casado, J. (2007). *Química y creatividad: del helio a la femtoquímica*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Castagnino, R. (1954). *¿Qué es la literatura? Naturaleza y Función de lo Literario*. Buenos Aires: Nova.
- Castañares, Wenceslao (1994). *De la interpretación a la lectura*. Madrid: Iberediciones.
- Castaño, J. et ál. (2007). *Orientaciones curriculares para el campo del pensamiento Matemático*. SED. Recuperado del sitio web: www.educacionbogota.edu.co/.../99198-Pensamientomate_bja.pdf el 29 de octubre de 2012.
- Castellanos, D. (1999). *La comprensión de los procesos de aprendizaje: apuntes para un marco conceptual*. La Habana: centro de estudios educacionales ISPEJV.
- Castelló, M, Codina, R. y López P. (2010). *Cambiar las actitudes hacia las matemáticas resolviendo problemas. Una experiencia en Formación del Profesorado de Educación Primaria*. En: Unión, revista iberoamericana de educación matemática, Junio, Núm. 22, págs. 65-76, ISSN: 1815-0640
- Chamizo, J. (2007). *Las aportaciones de Toulmin a la enseñanza de las ciencias*. En: Enseñanza de las ciencias, 25(1), pp. 133-146.
- Chapa, P. (2007). *La experiencia de la evidencia*. X encuentro internacional de Didáctica de la Lógica.
- Charnay, R. (1988). *Aprender por medio de la resolución de problemas*, en Parra, C. y Saiz, I (comps) 1994 *Didáctica de Matemáticas, aportes y reflexiones* Buenos Aires: Paidós Educador.
- Chartier, R. (1994). *El orden de los libros*. Barcelona: Gedisa.
- Chimal, C. (2012). *Futurama. Literatura y ciencia a través del tiempo*. México: Fondo de la Cultura Económica.
- Ciuffolini, et al (2007). *Cine y literatura como elementos para la mediación pedagógica: una experiencia desde la medicina familiar*. En Archivos de Medicina Familiar, vol. 9, núm. 3, pp. 142-145. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=50711441004> el 2 de enero 2016.
- Claramonte, J. (2015). *Estética y Teoría del Arte*. Recuperado el 8 de diciembre de 2015 del sitio: <https://filotecnologa.files.wordpress.com/.../estetica-y-teoria-del-arte-11>.
- Claro, F. (2000). *Reflexiones sobre la creatividad Científica*. En Elementos, 39, pp. 17-21.

Bibliografía

- Clavo, M., Pascual, M. y Goicoechea, M. (1999). *Programa de formación para estudiantes universitarios basado en el programa Lipman*. Recuperado 11 10 de mayo de 2015 del sitio web: <http://www.uva.es/aufop/publica/revelfop/99-v2n1.html>
- Codina, A. & Lupiáñez, J. (1999). *El razonamiento matemático: argumentación y demostración*. Recuperado el 2 de enero de 2012 de <http://funes.uniandes.edu.co/805/>
- Cohen, M. (1995). *Introducción a la lógica*. México: Fondo de la Cultura Económica.
- Collantes, C. (2000). *La Lógica Estóica y Megárica*. Seminario Urotava de Historia de la Ciencia - Año VII. En: *Ciencia Y Cultura en la Grecia Antigua, Clásica y Helenística*. Actas, años VI y VII.
- Collellmir, D. (2011). *El corazón matemático de la literatura*. Tarragona: publicaciones URV.
- Colot, A. (2004). *La metacognición en algunos videojuegos ayuda a desarrollar estrategias lógicas*. En: *Memorias del VII encuentro internacional de didáctica de la lógica*, Uruapán, Michoacán. Pp. 60-69.
- Conley, Ch. (2012). *Ecuaciones Emocionales*. Buenos Aires: Ediciones B.
- Corrales, C. (2000). *El Teorema de Fermat*. En: *Números*. Revista de Didáctica de las Matemáticas núm. 43-44, pp. 465-468. Recuperado el 28 de noviembre de 2015 del sitio web: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo95.pdf>.
- Crespo, C. (2008). *Intuición y razón en la construcción del conocimiento matemático*. Acta latinoamericana de Matemática Educativa 21 (pp. 717-727). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.
- Cresto, E. (2002). *Crear, inferir y aceptar: una defensa de la inferencia a la mejor explicación apta para incrédulos*. En: *revista latinoamericana de filosofía*, Vol XXVIII, núm. 2. Recuperado de: www.accionfilosofica.com/misc/1236737093art.pdf el 13 de septiembre de 2015.
- Cruz, M. (2010). *Leer literatura... Enseñar literatura. De la estética de la recepción a la didáctica de la literatura*. En: *Poligramas*, núm 32, Universidad del Valle.
- Cuono, M. (2013). *Entre arbitrariedad y razonabilidad. Hacia una teoría crítica del neoconstitucionalismo*. En: *Eunomía. Revista en Cultura de la Legalidad*, núm. 3, pp. 44-60.
- D Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Cooperativa editorial magisterio.
- D Amore, B, Fandiño, M & Iori, M. (2013). *La semiótica en la didáctica de la matemática*. Bogotá: Magisterio.
- De Bono, E. (1993). *El Pensamiento Práctico*. México: Paidós.
- De Bono, E. (2000). *El pensamiento paralelo. De Sócrates a Bono*. México: Paidós.
- De Bono, E. (2002). *El pensamiento lateral. Manual de creatividad*. México: Paidós.
- De Bustos, E. (2013). *Filosofía del Lenguaje*. Madrid: Universidad nacional de educación a distancia

Bibliografía

- De Gortari, E. (1972). *Lógica General*. México: Grijalbo.
- De la Fuente, C. (2010). *Cuentos del cero o Las Matemáticas están llenas de vida(s)*. En: Rev. Suma, núm 63, pp. 63-74. Recuperado el 21 de diciembre de 2015 del sitio web: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/63/063-074.pdf>.
- De Lorenzo, J. (2004). *Poincaré, Pensador de la Matemática*. Recuperado el 7 de marzo de 2013 de http://upcommons.upc.edu/video/bitstream/2099.2/247/6/247_Article.pdf
- De Ponte, M. (2006). *Realismo y entidades abstractas. Los problemas del conocimiento en matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad de la Laguna, Tenerife.
- De Zayas, C. (1994). La escuela en la vida. Recuperado de: http://www.conectadel.org/wp-content/uploads/downloads/2013/03/La_escuela_en_la_vida_C_Alvarez.pdf el 10 de noviembre de 2015.
- Deleuze, G. (1994). *Lógica del sentido*. Barcelona: Paidós.
- Deleuze, G. (1996). *El Abecedario de Gilles Deleuze*. Entrevistas hechas por Claire Parnet para un programa de televisión producido por Pierre André Boutang. Recuperado el 15 de junio de 2013 de <http://www.youtube.com/watch?v=8pQDtmswmJo>
- Descartes, R. (1987). *Discurso del Método* (trad. de Bello Reguera). Madrid: Tecnos.
- Descartes, R. (1996). *Reglas para la Dirección del Espíritu*. Madrid: Alianza Editorial.
- Deutsch, J. (1950). *Un Metropolitano Llamado Moebius*. Recuperado el 20 de diciembre de 2014 del sitio web: http://littera.wikispaces.com/file/view/Deutsch_moebius.pdf
- Dewey, J. (2008). *El Arte Como Experiencia*. Barcelona: Paidós.
- Dewey, J. (1995). *Experiencia y pensamiento*. Capítulo XI. En: “*Democracia y educación*”. Traducción Lorenzo Luzuriaga. Editorial Losada, S.A. Buenos Aires. pp.124-134.
- Díaz, A. (2014). *Aprendo Matemáticas con cuentos*. Madrid: CCS.
- Díaz-Barriga, F. y Hernández G. (2003). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. (2ª. Edic.) México, McGraw Hill (pág.231-267).
- Dilthey, W. (1949). *Introducción a las ciencias del espíritu*. (Trad. por Eugenio Imaz). México: Fondo de Cultura Económica.
- Echeverri, A. (2015). Desplazamientos y efectos en la formación de un campo conceptual y narrativo de la pedagogía en Colombia (1989-2010). En: *Paradigmas y conceptos en educación y pedagogía. Siglo del Hombre Editores y Grupo Historia de la Práctica Pedagógica*. Bogotá, Colombia.
- Eco, U. (1984). *Semiótica y filosofía del lenguaje*. (trad. por R. Pochtar). Barcelona: Lumen.
- Eco, U. (1990). *Semiótica y filosofía del lenguaje*. Barcelona: Lumen.
- Eco, U. (1992). *Los límites de la interpretación*. Barcelona: Lumen.

Bibliografía

- Eco, U. (1981). *Lector in fabula. La cooperación interpretativa en el texto narrativo* (trad. Por Ricardo Pochtar). Barcelona: Lumen.
- Edo, M. (2005). *Matemática y Arte en la Educación Infantil, a partir del cuadro Bailando por Miedo*". Recuperado el 25 de noviembre de 2015 del sitio web: http://gent.uab.cat/mequeedo/sites/gent.uab.cat.mequeedo/files/Matematicas_arte_EI_Bailando_miedo.pdf.
- Egg A. (1999). *El taller una alternativa de renovación pedagógica*. Rio de la Plata: Magisterio.
- Einstein, (1933). En: Paláu, L (Comp) (1994) *Textos para una historia y una pedagogía de las ciencias*. Medellín: Gobernación de Antioquia.
- Einstein, A. (1923). Sidelights on relativity. Recuperado de: http://www.ibiblio.org/ebooks/Einstein/Sidelights/Einstein_Sidelights.pdf. el 12 de junio de 2014.
- Einstein, A. (1930). *Mi visión del mundo*. Barcelona: Tusquets.
- Elder, L. & Paul, R. (2002). *El Arte de Formular Preguntas Esenciales*. Traducción con autorización de la Fundación para el Pensamiento Crítico. Recuperado el 13 de julio de 2015 del sitio web: www.criticalthinking.org.
- Elder, L. & Paul, R. (2003). *La mini-guía para el Pensamiento crítico, conceptos y herramientas*. Fundación para el Pensamiento Crítico. Recuperado el 13 de julio de 2015 del sitio web: www.criticalthinking.org.
- Enzensberger, M. (2002). *Los elixires de la ciencia* (trad. Heberto Padilla). Barcelona: Anagrama
- Espejo, R. (2005). *La abducción y el conocimiento tácito: un diálogo entre C. S. Peirce y M. Polanyi*. Tesis de Maestría en Filosofía Mención Epistemológica. Universidad de Chile. Facultad de Filosofía y Humanidades. Recuperada el 23 de octubre de 2015 del sitio web: repositorio.uchile.cl/handle/2250/108835
- Espeleta, A. et al (2014). *Estrategias didácticas: un componente de la planificación de la lección matemática*. En: Memorias del IX Festival Internacional de Matemática, Costa Rica. pp. 117-135
- Espindola, A. et al (2012). *Estrategia didáctica para la dinámica del proceso docente educativo de la matemática en la especialidad bioestadística*. En: Humanidades Médicas 12(2): pp. 347-359.
- Espinoza, M. (2003). *Intuicionismo y Objetividad*. En *Thémata. Rervista de Filosofía*. Núm. 30. p.p 101-118.
- Estrada, A y Diez, J. (2011). *Las actitudes hacia las Matemáticas. Análisis descriptivo de un estudio de caso exploratorio centrado en la Educación Matemática de familiares*. Recuperado el 12 de noviembre de 2013 de <http://webs.uvigo.es/reined/>
- Estrada, L. (2006). *A Cerca de La Importancia de Godel*. En: *Elementos* 63, pp. 21-25
- Extremera, N. y Fernández-Berrocal, P. (2003) *La inteligencia emocional en el contexto educativo: hallazgos científicos de sus efectos en el aula*. Recuperado el 12 de noviembre de 2013 de

Bibliografía

<http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre332/re3320611443.pdf?documentId=0901e72b81256ae3>

Exupéry, A. (2003). *El Principito*. Recuperado el 11 de enero de 2014 del sitio web: <http://www.ueb.edu.ec>.

Facultad de Educación (2010). *Documento Maestro del Programa Matemática y Física*. Medellín: Universidad de Antioquia.

Farias, D y Pérez, J (2010). *Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración*. Recuperado el 4 de octubre de 2013 de <http://www.scielo.cl/pdf/formuniv/v3n6/art05.pdf>.

Farina, C. & Machado, R. (2010). *Profesor de Matemática: saber en formación moviente*. En: INTERthesis, Vol. 07, Núm. 1, pp. 302-323.

Farina, C. (2005). *Arte, cuerpo y subjetividad. Estética de la Formación y Pedagogía de las Afecciones* (Tesis doctoral). Departamento de Historia, Universitat de Barcelona, España.

Farina, C. (2006). *Arte, Cuerpo y Subjetividad; Estética de la Formación y Pedagogía de las Afecciones*. Recuperado de: http://fuentesmemoria.fahce.unlp.edu.ar_revistas el 22 de septiembre de 2012.

Farmelo, G. (2005). *Fórmulas elegantes: Grandes ecuaciones de la ciencia moderna*. Barcelona: Tusquets.

Feo, R. (2010). *Orientaciones Básicas para el Diseño de Estrategias Didácticas*. En: Tendencias Pedagógicas, núm. 16. Pp. 220-236. Recuperado el 12 de julio de 2015 del sitio web: www.tendenciaspedagogicas.com/Articulos/2010_16_13.pdf

Fernández Cerrada, M. (2014). *La enseñanza de las matemáticas a través de los cuentos*. Recuperado de: www.academia.edu/.../La_enseñanza_de_las_matemáticas_a_través_de_1.

Fernández, H. & Ramírez, R. (2011). *Leer para investigar*. En: La colmena, núm. 72. pp. 23-29.

Fernández, M. (2005). *Más allá de la educación emocional. La formación para el crecimiento y desarrollo personal del profesorado. PRH como modelo de referencia*. Recuperado el 12 de noviembre de 2013 de <http://www.redalyc.org/pdf/274/27411927011.pdf>

Fernández, M., Palomero, J. & Teruel, M. (2009). *El desarrollo socioafectivo en la formación inicial de los maestros*. Recuperado el 10 de noviembre de 2013 de <http://www.aufop.com>

Ferrater, J. (1964). *Diccionario de Filosofía*. Buenos Aires: Sudamericana.

Ferrater, J. (1965). *Qué es la lógica*. Buenos Aires: Columba.

Ferreirós, J. (2004). *Un episodio de la crisis de fundamentos: 1904*. La gaceta de la RSME, 7(2), pp. 449-467.

Ferrés, J. (1994). *Video y educación*. Papeles de pedagogía. (Segunda reimpresión). Barcelona, España: Editorial Paidós.

Bibliografía

- Ferrés, J. (2000). *Educación en una cultura del espectáculo*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Feuerstein, R. (1998). *El sistema de creencias y la modificabilidad cognitiva estructural*. Quito: Programa Muchacho Trabajador.
- Feuerstein, R. (1998). *La experiencia del aprendizaje mediado y las categorías de mediación*. Quito: Programa Muchacho Trabajador.
- Feynman, R. (2010). *¿Qué significa todo esto?* Madrid: Drakontos Bolsillo.
- Finnis, J. (2000). *Ley natural y derechos naturales*. Buenos Aires: Abeledo-Perrot.
- Fischbien, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Fischbien, E. (1999). *Intuitions and schemata in mathematical reasoning*. Recuperado del sitio: de www.springerlink.com/content/x25r055kn26807j4/fulltext.pdf el 2 de febrero de 2015.
- Flores Galindo, M. (2006). *Falibilismo y razonabilidad en la filosofía de la ciencia y en la hermenéutica filosófica*. en: Andamio, núm. 2, pp. 181-200.
- Flores Galindo, M. (2011). *Las emociones en la filosofía de la ciencia*. En: Astrolabio, revista internacional de filosofía, núm. 12, pp. 37-46.
- Flores, P. & García, Y. (2004). *Enseñar lógica y aprender a pensar y razonar lógicamente desde un proyecto curricular diferente*. En: Memorias del VII encuentro internacional de didáctica de la lógica, Uruapán, Michoacán. Pp. 97-115.
- Flórez, A. (1994). *Guillermo de Ockham y su Obra*. Santafé de Bogotá: Norma.
- Font, V. (1994). *Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas*. En: SUMA, núm.:17, pp. 10-16.
- Font, V. (2002). *Una organización de los programas de investigación en didáctica de las matemáticas*. En: Revista Ema, vol. 7, núm. 2, pp. 127-170. Recuperado el 2 de marzo de 2016 de: http://funes.uniandes.edu.co/1151/1/85_Font2002Una_RevEMA.pdf.
- Freire, P. (1993). *Pedagogía de la esperanza. Un reencuentro con la pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI Editores.
- Freire, P. (1998). *Cartas a quien pretende enseñar*. México: Siglo Veintiuno.
- Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas* (trad. L. Puig, 1995). Recuperado del 2 de mayo de 2015 de: <http://www.uv.es/puigl/intronota.pdf>.
- Fumagalli, L. (2000). *Alternativas para superar la fragmentación curricular en la educación secundaria a partir de la formación de los docentes*. Recuperado de www.oei.es/.../docentes/.../alternativas_superar_fragmentacion_curricular_educacion

Bibliografía

- Fumero, F. (2009). *Estrategias didácticas para la comprensión de textos. Una propuesta de investigación acción participativa en el aula*. Recuperado el 15 de mayo de 2012 de dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=3223253
- Fundación Compartir (2015). *¿Cómo enseñan los maestros colombianos en el área de matemáticas?* Recuperado de: <http://www.fundaciontelefonica.co/wp-content/uploads/2015/06/MATEMATICAS.pdf> el 3 de enero de 2016.
- Gadamer, H. (1964). *Estética y Hermenéutica*. (trad. por José Francisco Zuñiga de Aesthetik und Hermeneutik). En: revista de filosofía, núm. 12, 1996). Recuperado el 20 de julio de 2015 del sitio web: <http://revistas.um.es/daimon/article/viewFile/8311/8081>.
- Gadamer, H. (2002). *Acotaciones Hermenéuticas*. Recuperado el 10 de octubre de 2013 del sitio web: <http://literaturafactal.blogspot.com/>
- Gadamer, H. (2004). *Verdad y Método II*. Salamanca: Ediciones Sígueme.
- Gadamer, H. (2005). *Verdad y Método*. Salamanca: Sígueme.
- Gadamer, H. (2006). *Estética y Hermenéutica*. Madrid: Tecnos.
- Gadamer, H. (2007). *Verdad y Método I*. Salamanca: Ediciones Sígueme.
- Gagliardi, L. (2012). *Del género como jaula al género y sus posibilidades: Negociaciones del conocimiento dentro del aula*. El Toldo de Astier, 3 (5), pp. 94-107. Recuperado del sitio web: http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.5312/pr.5312.pdf el 23 de septiembre de 2015.
- Galeano, M. (2004). *Estrategias de investigación social cualitativa: el giro en la mirada*. Medellín: La Carreta Editores EU.
- Galilei, G. (1933). *Il saggiatore*. In Opere. DI Florencia. G Barbera.
- Gamoneda, A. (ed.). (2015). *Espectro de la analogía*. Madrid: Abadía editores.
- García, F. (2006). *Llegar a ser personas razonables*. En: Rev. Chldbood y Philosophy, vol. 1, núm 3.
- García, R. (2000). *Uso de razón. El arte de Razonar, Persuadir, Refutar*. Recuperado el 11 de enero de 2016 del sitio web: <https://es.scribd.com/doc/141034884/Libro-Uso-de-la-Razon-Logica-Damborenea-pdf>.
- Gardner, H. (2000). *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas*. Barcelona: Paidós.
- Gardner, H. (2016). *Una mala persona no llega nunca a ser un buen profesional*. Recuperado el 17 de abril de 2016 de: <http://www.lavanguardia.com/lacontra/20160411/401021583313/una-mala-persona-no-llega-nunca-a-ser-buen-profesional.html>
- Génova, G. (1996). *Charles S. Peirce: la lógica del descubrimiento*. Tesis de Licenciatura. España, Universidad de Navarra. www.unav.es/gep/genova/cua45.html.
- Gil, N., Guerrero, E. y Blanco, L. (2006). *El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas*. Recuperado de www.redalyc.org/articulo.oa?id=293123488003 el 17 de noviembre de 2013.

Bibliografía

- Gil, N; Blanco, L y Guerrero E. (2006). *El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos*. Revista de educación, 340, mayo – agosto, pp. 551-569
- Godel, K. (1981). *Obras Completas*. Madrid: Alianza Editorial.
- Godino, J. & Batanero, C. (2009). *Formación de profesores de matemáticas basadas en la reflexión guiada sobre la práctica*. Recuperado el 15 de junio de 2015 del sitio web: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/fprofesores_reflexion_guiada_22dic08.pdf.
- Goldberg, P. (1990). *Las ventajas de la intuición*. Mexico: Diana.
- Goleman, D. (1996) *Inteligencia Emocional*. Kairós.
- Gómez, I (2005). *Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas*. Recuperado el 13 de diciembre de 2013 de <http://www.mat.ucm.es/~imgomez/almacen/pisa-motivar>.
- Gómez, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gómez, I. (2003) *La tarea intelectual en matemáticas; afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias*. Recuperado de <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/igomez.pdf> el 19 de noviembre de 2013.
- Gómez, I. (2005). *Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas*. Recuperado el 13 de diciembre de 2013 de <http://www.mat.ucm.es/~imgomez/almacen/pisa-motivar>.
- Gómez, I. (2009). *Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad* En: Educación Matemática, vol. 21, núm. 3, diciembre, pp. 5-32. México: Santillana.
- Gómez, R., Marín, L. & García, G. (2014). *Las valoraciones sociales en la trayectoria de aprendizaje de las matemáticas. El caso de lucho*. En: Memorias del 15º encuentro colombiano de matemática educativa. 2014. Pp. 458-462.
- González, E. (2005). El desarrollo de competencias científicas en la educación superior. En: *Lectiva*, No. 10. Medellín: Producciones Colombianas.
- González Basanta, M. (2008). *Estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento lógico de los profesores generales integrales de secundaria básica en formación inicial (tesis doctoral)*. Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, La Habana.
- González Basanta, M. (2012a). *Enseñar lógica y aprender con lógica*. La Habana: Pueblo y educación.
- González Basanta, M. (2012b). *Las operaciones lógicas. Material de trabajo de entrenamiento de Lógica*. La Habana: ISPEJV.
- González Fernández, F. (2015). *El diccionario romántico de Poincaré*. En A. Gamoneda (Ed.), (2015), *Espectro de la analogía* (pp. 17-91). Madrid: Abadía editores.
- González Fernández, K. (2015). *La importancia de las estrategias heurísticas en la enseñanza de sistemas de deducción natural*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 40-49.

Bibliografía

- González Valerio, M. (2011). *Un tratado de ficción. Ontología de la mimesis*. España: Herder.
- González, E. (1999). *Corrientes Pedagógicas Contemporáneas*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- González, E. (2011b). *Sobre la experiencia hermenéutica o acerca de otra posibilidad para la construcción del conocimiento*. En Revista Discusiones Filosóficas. Año 12 N° 18, enero – junio, 2011. Disponible en <http://www.scielo.org.co/pdf/difil/v12n18/v12n18a06.pdf>
- González, E. (2001). *El proyecto de aula o Acerca de la formación en investigación*. en: Revista Universidad de Medellín. Núm. 73, pp. 124-132
- González, E. (2006). *Sobre la Hermenéutica, o sobre las múltiples lecturas de lo real*. Medellín: Universidad de Medellín.
- González, E. (2011). *El retorno a la traducción o nuevamente sobre la historia del concepto de hermenéutica*. Revista Opinión Jurídica, el Volumen 10, No. 19, de la Universidad de Medellín. pp 41 a 60.
- González, E. (2011). *Sobre la experiencia hermenéutica o acerca de otra posibilidad para la construcción del conocimiento*. Revista Discusiones Filosóficas. 18, 125 – 145.
- González, E. (2012). *A propósito de cómo se forman los conceptos desde una perspectiva hermenéutica o sobre el transcurrir de las palabras en el mundo de la vida*. Documento trabajado en el Curso Complementario del Doctorado en Didáctica de la Educación Superior, Universidad de Antioquia.
- González, S. (1998). *Marco teórico del programa Filosofía para Niños*. Recuperado del sitio web: www.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/.../filosofiaparaninos.pdf el 12 de junio de 2015.
- Gorlée, D. (1992). *La semiótica triádica de Peirce y su aplicación a los géneros literarios*. En: Signa; Revista de la Asociación Española de Semiótica, N° 1: Ch. S. Peirce y la Literatura; Número monográfico coordinado por José Romera Castillo, Alicia Yllera y Rosa Calvet. pp. 2-37.
- Grabmann, M. (1928). *Historia de la filosofía medieval*. Traducción de Salvador Mingujón. Buenos Aires: Labor.
- Gracián, B. (2001). *El héroe*. Barcelona: Estrategia Local.
- Graciano, R. (2007). *Racionalidad*. Recuperado el 25 de noviembre de 2015 del sitio web: dialnet.unirioja.es/servlet/autorExterno/BNE/991209.
- Gravemeijer, K & Teruel, J. (2000). *Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory*. En: J. Currículo Studies, vol. 32, no. 6, p.p.777-796.
- Grignon, C. (2005). *Antropología Neurofilosófica*. Barcelona: Reverté.
- Grompone, J. (2003). *Estudios sobre la lógica dialéctica*. Montevideo: La flor del Itapebi.
- Grondin, J. (1999). *Introducción a la Hermenéutica Filosófica*. Barcelona: Herder.

Bibliografía

- Guerrero, O. (2008). *Educación Matemática Crítica: Influencias teóricas y aportes*. En: Evaluación e investigación, núm. 1. Recuperado el 11 de agosto de 2015 del sitio web: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/27791/1/articulo4.pdf>.
- Guetmanova, A., Panov, M. & Petrov, V. (1991). *Lógica: En forma simple sobre lo complejo*. Moscú; Progreso.
- Guillen, M. (2008). *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo*. El poder y la oculta belleza de las matemáticas. Barcelona: Debolsillo.
- Gurdián Fernández, Alicia. (2007). *El paradigma cualitativo en la investigación socio-educativa*. San José de Costa Rica: Colección IDER. Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana (CECC), Agencia Española de Cooperación Internacional (AECI). Diseño e impresión: PrintCenter.
- Hamad, P. (2009). *La Abducción como punto de partida en el desarrollo del pensamiento científico en estudiantes de química en la fase experimental*. En: Horizonte Pedagógico, Vol 11 No 1; pp: 49-54.
- Harada, E. (2005). *El Cuasi-empirismo en la filosofía de las matemáticas*. En Elementos: ciencia y cultura. Julio-septiembre, 12, (05). Recuperado el 23 de agosto de 2013 del sitio: <http://www.elementos.buap.mx/num59/pdf/Elem59.pdf>.
- Harada, E. (2012). *Falacias y Pensamiento multidimensional en la filosofía para niños*. Recuperado el 12 de junio de 2015 del sitio web: <http://icpic.org/wp-content/uploads/2013/08/Falacias-y-pensamiento-multidimensional-en-FpN-de-Lipman1.pdf>.
- Hardy, G. (1940). *Apología de un Matemático*. En: Newman, J. (1985). Sigma, el mundo de las matemáticas, tomo 5. Pp. 417-428. Barcelona: Grijalbo.
- Hegel, G. (1982). *Ciencia de la Lógica*. (trad. Augusta y Rodolfo Mondolfo). Recuperado el 12 de julio de 2015 del sitio web: <https://cepcritico.files.wordpress.com/2013/01/ciencia-de-la-1c3b3gica-hegel.pdf>.
- Heijenoort, J. (1984). *Absolutismo y Relativismo en Lógica*. Recuperado el 12 de septiembre de 2012 de <http://www.elementos.buap.mx/num01/pdf/52.pdf>
- Henao, R & Moreno, M. (2017). *El concepto de experiencia estética en la didáctica de la lógica y en la formación de maestros de Matemáticas*. En: Trilogía, 8 (16), pp. 27-46.
- Henao, R. & Moreno, M. (2016). *Didáctica de la Lógica para el Ejercicio de la Razonabilidad*. En: Magis, 9 (18), pp. 85-110.
- Henao, R. & Moreno, M. (2016). *Literatura, Matemática y Razonabilidad: una relación triádica en la didáctica de la matemática*. En: Unipluriversidad, Vol. 16, núm. 1.
- Henao, R. & Moreno, M. (2015). *Aproximación histórica al concepto de lógica: avances parciales de una investigación que promueve la experiencia estética en maestros en formación en Matemática y Literatura*. Ikala, 20(2), 233-244.

Bibliografía

- Henao, R. (2014). *La razonabilidad estética como proceso interhumano y abductivo desde “Un descenso al Maelström”*. Enunciación, 19(1), 49-60.
- Henao, R. & Moreno, M. (2012). *Análisis de un artículo de investigación como proceso lógico-creativo con estudiantes de licenciatura en matemáticas y física*. Recuperado el 12 de marzo de 2015 de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.
- Henao, R. (2005). *Un viaje literario por la enseñanza de las matemáticas*. Medellín: Adida-Confenalco.
- Henao, R. (2010). *Peirce y la representación matemática*. Recuperado el 12 de marzo de 2015 de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.
- Henao, R. (2012). *Un teorema literario y otros ensayos de interés en educación matemática*. Madrid: Editorial Académica Española.
- Henao, F. (1940) *Tratado de Lógica*. Medellín: Bedout.
- Hernández, A. & González, M. (2014). *Proceso de enseñanza aprendizaje y desarrollo del pensamiento lógico*. La Habana: Ministerio de Educación Superior.
- Hernández, A. (2007). *Un estudio sobre el desarrollo de estrategias de razonamiento no-monotónico*. Instituto de Investigaciones en Educación, Universidad de Guanajuato.
- Hernández, G & Rodríguez, G. (2011). *¿Lógica... para qué?; argumenta, debate y decide racionalmente*. México: Torres Asociados.
- Hernández, G. (2004). *Memorias del VII Encuentro Internacional de Lógica*, Academia Mexicana de Lógica Pág. 119-129.
- Hernández, O. (2002). *El convencionalismo en Pierre Duhem y Henri Poincaré*. Recuperado el 10 de octubre de 2012 de <http://inif.ucr.ac.cr/recursos>
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Herrera, A. (2007). *La situación de la enseñanza del pensamiento crítico. Pasado, presente y futuro de la enseñanza del pensamiento crítico en México*. Recuperado el 12 de junio de 2015 de cdigital.uv.mx/handle/123456789/36599
- Herrera, A. et al (1998). *¿Qué debe saber de lógica una persona educada?* Seminario de Pedagogía Universitaria, UNAM. Recuperado el 28 de noviembre de 2014 del sitio web: <http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/taller.htm>
- Hidalgo, S. et al. (2008). *Estudio longitudinal del componente emocional matemático en el paso de primaria a secundaria*. Recuperado el 14 de noviembre de 2013 del sitio web: <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/GruposXII/DidacticadelAnalisis/HidalgoMarotoOrtegaYPalacios.pdf>
- Hoeg, P. (1994). *La señorita Smila y su especial percepción de la nieve* (trad. por Ana Sofía Pascual). Barcelona: Tusquets.

Bibliografía

- Hoffmann, (2002). *Catalista: poemas escogidos*. Madrid: Huerga & Fierro editores.
- Hofstadter, D. (1992). *Godel, Escher, Bach; un Eterno y Grácil Bucle*. Barcelona: Tusquets Editores.
- Hopnin, P. (1983). *Lógica Dialéctica*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Horkheimer, M. & Adorno, T. (1994). *Dialéctica de la Ilustración; Fragmentos Filosóficos*. Valladolid: Trotta.
- Hume, D. (1752). *My Own Life*. Recuperado el 29 de noviembre de 2013 del sitio web: <http://www.econlib.org/library/LFBooks/Hume/hmMPL18.html>
- Hurtado, G. (2007). *Enseñanza de la lógica en el bachillerato y la construcción de la democracia en México*. En: Eutopia; revista del colegio de ciencias y humanidades para el bachillerato, (núm. 3), pp. 14-18.
- Hutcheson, F. (1992). *Una investigación sobre el origen de nuestra idea de belleza*. Madrid: Tecnos.
- Ichikawa, E. (2001) *Las Escuelas Socráticas*. Recuperado el 19 de enero de 2013 de <http://www.cubancenter.org>
- Iliénkov, E. (1984). *Lógica Dialéctica, ensayos sobre historia y teoría*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.
- Indacochea, U. (2008). *¿Razonabilidad, proporcionalidad o ambos? una propuesta de delimitación de sus contenidos a partir del concepto de ponderación*. En Themis, núm. 55, revista de Derecho. Recuperado el 27 de noviembre de 2015 del sitio web: <http://www.academia.edu/6240046>.
- Iser, W. (1987). *El acto de leer*. Teoría del efecto estético. Madrid: Taurus.
- Iser, W. (1976). *El acto de leer*. Buenos Aires: Altea Taurus.
- Jappy, T. (1998). *Hipoiconicidad, abducción y las ciencias especiales*. Universidad de Perpiñán. Recuperado el 27 de junio de 2014 de: <http://www.unav.es/gep/AN/Jappy.html>
- Jauss, H. (1986). *Experiencia estética y hermenéutica literaria. Ensayos en el campo de la experiencia estética*. Madrid: Taurus.
- Jauss, H. (2002). *Pequeña apología de la experiencia estética*, Barcelona: Paidós.
- Jaworski, B. (2006). *Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching*. En: Journal of Mathematical Teacher Education, vol. 9, núm. 2, pp. 187-211.
- Johansen, J. (1998). *La analogía y la fábula en literatura*. (Trad. Marcela García de Center for Literature and Semiotica). Recuperado el 26 de junio de 2015 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.
- Kant, I. (2005). *Crítica de la Razón Pura*. Madrid: Taurus

Bibliografía

- Kedrov, B. (1985). *La Concepción Dialéctica Materialista de las Contradicciones*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.
- Kilpatrick, J. (1990). *Change and stability in research in mathematics education*. En: *The Mathematics Educator*, 1(1), pp. 31-36.
- Klein, M (1985). *Matemáticas. La pérdida de la certidumbre*. Siglo XXI Editores.
- Klein, M. (1953). *Mathematics in Western Cultura*. Oxford: Oxford University Press. Nueva York: reimpresión peguin Books (1977)
- Kneale, W. & Kneale, M. (1972). *El Desarrollo de la Lógica*. Madrid: Tecnos
- La nación. (2003). *El amor correspondido y el experimento de la habitación china*. Recuperado el 3 de enero de 2016 del sitio: <http://www.lanacion.com.ar/553441>.
- Lámbarri, A. (2008). *¿Cómo Enseñar Lógica?* Recuperado el 15 de octubre de 2014 del sitio web: www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/08-1/0327Argelio.ppt
- Larrosa, J. (2001). *Habitantes de Babel. Políticas y Poéticas de la Diferencia*. Barcelona: Laertes.
- Larrosa, J. (2003). *Experiencia de la lectura*. Barcelona: F.C.E.
- Larrosa, J. (2007). *Literatura, experiencia y formación; una entrevista con Jorge Larrosa*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Larrosa, J. (2007). *Entrevista a Jorge Larrosa; Educación, compromiso vital*. Recuperado el 8 de septiembre de 2013 de <http://www.youtube.com/watch?v=4G-pI12-zSE>
- Larrosa, J. (2008). *Aprender de Oído*. Recuperado el 8 de septiembre de 2013 del sitio web: <http://www.lacentral.com/pdf?op=articulo&id=34&idm=1>
- Ledo, N. (2004). *Matemáticas*. México: Norma.
- Legaz y Lacambra, L. (1975). *Lógica formal y lógica razonable en la lógica jurídica*. Recuperado de <http://biblio.juridicas.unam.mx/libros/3/1056/42.pdf>.
- Leibnitz, G. (1994). *Correspondencia Filosófica. Cuadernos de Anuario Filosófico*. Recuperado el 12 abril de 2013 de <http://dspace.unav.es/dspace/>
- Leibniz, G. (2003). *Escritos filosóficos*. Madrid: Antonio Machado.
- Lipman, M. (1997). *Pensamiento complejo y educación*. Madrid: Ediciones de la Torre.
- Lipman, M. (1998). *Pensamiento complejo y educación*. Madrid: De la torre.
- Lipman, M. (2004). *Natasha: aprender a pensar con Vygotsky*. Barcelona: Gedisa.
- Lipman, M; Sharp, A. & Oscanyan, F. (1998). *La filosofía en el aula*. Madrid: Ediciones de la Torre.
- Lipps, T. (1923). *Los fundamentos de la estética*. (trad. Eduardo Ovejero). Madrid: Daniel Jorro.

Bibliografía

- Litwin, E. (2006). *Configuraciones Didácticas; una nueva agenda para la educación superior*. Buenos Aires: Paidós.
- Litwin, E. (2008). *El oficio de enseñar. Condiciones y Contextos*. Buenos Aires: Paidós.
- Livio, M. (2007). *La ecuación jamás resuelta* (trad. Blanca Ribera de Madariaga). Barcelona: Ariel.
- Llinares, S. (2009). *Competencias docentes de maestros en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación*. UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 51, 92-101.
- López, A. (1992). *El valor formativo de la experiencia estética*. Recuperado el 12 de diciembre de 2013 de <http://www.racmyp.es/docs/anales/A70/A70-11.pdf>
- López, A. (2010). *La experiencia estética y su valor formativo*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- López, C. (2005). *La Enseñanza de la Lógica en el primer tercio del s. XVIII en el Colegio de S. Pablo de Granada según el manuscrito de Súmulas de P. Blas de Salas*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- López, C. (2015). *El método de avance/retroceso; Metodología para la creatividad lógica en deducción natural*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 174-192.
- Lozano, M. (2015). *El uso de diagramas de Venn-Euler en la enseñanza de lógicas libres*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 136-144.
- Lukasiewicz, J. (1975) *Estudios de Lógica y Filosofía*. Madrid: Biblioteca de la Revista de Occidente.
- Lukasiewicz, J. (1977). *La Silogística de Aristóteles desde el Punto de Vista de la Lógica Formal Moderna*. Madrid: Tecnos.
- Macho, M. (2008). *Las sorprendentes aplicaciones de la banda de Mobius*. Recuperado de: <http://www2.camino.upm.es/Departamentos/matematicas/Fdistancia/MAIC/CONGRESOS/%C3%8Dndice%20SEG.htm> el 10 de enero de 2015.
- Macho, M. (2011). *Un paseo matemático por la poesía*. Recuperado el 10 de octubre de 2015 del sitio: http://www.ehu.es/~mtwmastm/Cosmopoetica_28marzo.pdf.
- Macías, M. (2010). *Análisis histórico de los fundamentos lógicos de la matemática para la clase de bachillerato*. Autodidacta, pp. 102-121.
- Maestro, J. (2012). *El lugar de Cervantes en la genealogía de la literatura*. Recuperado el 12 de diciembre de 2015 del sitio web: <http://www.ehumanista.ucsb.edu/Cervantes/volume%201/40%20maestro.pdf>
- Magnani, L. (2009). *Cognitive Abduction*. Berlin: Springer-Verlag.
- Mancuso, H. (1999). *Metodología de la investigación en ciencias sociales. Lineamientos teóricos y prácticos de semioepistemología*. Barcelona: Paidós.

Bibliografía

- Marafioti, R. 2010. Charles S. Peirce: El éxtasis de los signos. Buenos Aires: Biblos.
- March, R. (2008). *Física para poetas*. (trad. de Félix Blanco). México: Siglo XXI.
- Marín, C. & Exposito, M. (1994). *El Comienzo de la Lógica Matemática*. Recuperado el 10 de febrero de 2013 de http://www.gobcan.es/educacion/3/usrn/fundoro/archivos%20adjuntos/publicaciones/actas/actas3_1996/a3c018w.pdf
- Marín, M. (2006). *Las matemáticas de una novela*. En Sigma, núm. 29, pp. 159-172. Recuperado de: www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/.../15_mates_novela.pdf el 23 de marzo de 2014.
- Marín, M. (2007). *El valor matemático de un cuento*. En Sigma 31, pp- 11-26. Recuperado del sitio web: www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/.../3_val_matematico.pdf el 10 de mayo de 2015.
- Márquez, G. (2007). *Cien años de soledad*. México: Alfaguara
- Marrama, S. (2013). *Exigencias de la razonabilidad práctica respecto del bien básico absoluto de la vida*. Recuperado el 28 de septiembre de 2016 del sitio web: biblio.juridicas.unam.mx/libros/7/3280/15.pdf.
- Marrero, J. (2011.). *La formación estética: un desafío para la didáctica del siglo XXI*. Recuperado de: <http://www.revistaluz.rimed.cu/articulospdf/edicion35/marrero.pdf> el 5 de mayo de 2015.
- Martí, J. (1992). *Traducciones II. Antigüedades griegas. Antigüedades romanas. Nociones de lógica*. La Habana: editorial de las ciencias sociales.
- Martínez, C. (1990). *Origen y Fundamento Filosófico del Intuicionismo*. Recuperado el 11 de febrero de 2013 de <http://dspace.usc.es/bitstream/>
- Marty, G. et al (2003). *Dimensiones factoriales de la experiencia estética*. Recuperado el 10 de octubre de 2013 de www.psicothema.com.
- Mattar, B.; Palmés, A & Femenía, P. (2006). *Interpretar los límites*. San Juan: Universidad Nacional de San Juan.
- Mayer, R. & Goodchild, F. (1990). *The critical thinker*. Santa Barbara University of California, Wn. C. Brown Publishers.
- Mayorga, R. (2008). *Peirce y los ideales democráticos*. Recuperado el 12 marzo de 2014 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/IIIIPeirceArgentinaMayorga.html>.
- Mazo, H. Y., P. Monsalve y L. Toro. (2008). Investigación educativa: un horizonte para la formación de maestros constructores de saber. En: Jiménez Rendón, B. (editor). *Investigación y formación de maestros. Red de maestros investigadores de Antioquia*. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, Redmena, Grupo de Calidad de la Educación y PEI, pp.57-67.
- Mazzotti, G. & Alcaraz, V. (2006). *Arte y experiencia estética como forma de conocer*. Recuperado de: <http://www.difusioncultural.uam.mx/casadeltiempo> el 2 de enero de 2014.

Bibliografía

- McLeod, D. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 637-647.
- Meavilla, V. (2007). *Las matemáticas del arte; Inspiración ma(r)temática*. Córdoba (España): Almuzara.
- Mercadeer, J. (2008). *Tutela judicial efectiva, control de razonabilidad de las decisiones judiciales y "canos reforzado" de motivación en la doctrina del Tribunal Constitucional*. Revista del Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales, núm. 73, pp. 127-146.
- Ministerio de educación de Perú, (2015). *Rutas de Aprendizaje ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?* Recuperado el 3 de febrero de 2016 de: <http://www.minedu.gob.pe/rutas-del-aprendizaje/documentos/Secundaria/Matematica-VI.pdf>.
- Mir Sabaté, F. (2011). *La Polémica Intuicionismo – formalismo en los años 20. Principio de Tercio Excluso*. En: *Cuaderno de Materiales*, N°23, 557-574.
- Miranda, T. (2007). *M. Lipman; función de la filosofía en la educación de la persona razonable*. En: Espinosa, F. (coord.), *Ocho pensadores de hoy*, Oviedo: Septem Ediciones.
- Molina, R. (2008). *Matemática y Poesía*. Recuperado el 10 de octubre de 2015 del sitio web: <http://www.st2000.net/adipmad/numeros/numero001/arti00101.pdf>
- Moliner, M. (2007). *Diccionario del uso del español*. Madrid: Gredos.
- Monereo, C., et. al. (1998). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del Profesorado y aplicación en la escuela*. España: Grao.
- Montes, G. (1999). *De Lo Que Sucedió Cuando la Lengua Emigró de la Boca*. En *Lectura y Vida; Revista Latinoamericana de Lectura*.
- Montesinos, J. (1999). *El Intuicionismo: J. Brouwer, H. Weyl*. En: *Encuentros: La Ciencia en el Siglo XX, Actas año IV*. Recuperado el 12 de febrero de 2013 del sitio web: http://www.solofici.org/sites/default/files/actas_iv_congreso_slmfce.pdf.
- Montiel, A., Reyes, C. & Torres, J. (2015). *Café filosófico y argumentación*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 247-254.
- Mora, A. (2008). *La Universidad de París en el siglo XIII: historia, filosofía y métodos*. En: *Revista de Estudios Sociales*, Núm. 31, pp. 60-71.
- Morado, R. (2005). *Ex pluribus unum: la naturaleza interdisciplinaria de la investigación sobre didáctica de la lógica*. Recuperado el 15 de octubre de 2014 del sitio web: www.filosoficas.unam.mx/~morado/Papers/ExPluribus.htm
- Morales, G. (2003). *Venciendo el síndrome del límite. El mundo de la cultura cuántica*. Manuel J. Caro; Jhon W. Murphy (eds.). Granada: Port-Royal ediciones, pp. 13-56.

Bibliografía

- Morales, M. (2004). *Lógica a la fuerza (Enseñanza y utilidad de la lógica con alumnos problemáticos)*. En: Memorias del VII encuentro internacional de didáctica de la lógica, Uruapán, Michoacán. Pp. 135-148.
- Morawski, S. (2006). *De la estética a la filosofía de la cultura*. (Trad. Desiderio Navarro). La Habana: Criterios.
- Moreno, B. (2007). *Escuelas de pensamiento matemático durante el siglo XIX*. Cuadernos de docencia, 1(7), pp. 1-6.
- Moreno et al. (2013). *El texto literario como práctica de lectura investigativa*. Recuperado el 12 de agosto de 2014 de: files.redlenguataller.webnode.com.co/
- Moreno, M., E. Carvajal y Y. Arango. (2012). *La hipótesis abductiva como estrategia didáctica de investigación en el aula*. Vol.17, Issue 2/May-August. Universidad de Antioquia. Escuela de Idiomas. Medellín-Colombia. pp.181-197.
- Moreno, M. (2008). El controvertido desarrollo de la didáctica general, las didácticas específicas y su aporte a la didáctica universitaria. En: *Pedagogía y Saberes*, No. 28, Bogotá. Primer semestre. Universidad Pedagógica Nacional. (p. 115-121).
- Moreno, M. (2008). El taller de literatura investigativa como estrategia didáctica. En: *Redlecturas 3*. Un espacio para la escritura y el diálogo razonado. Universidad de Antioquia, Facultades de Educación y de Comunicaciones, Secretaría de educación para la cultura de Antioquia, Secretaría de Educación de Medellín, Fundación Universitaria Luis Amigó. Litoimpresos, Medellín-Colombia, pp.170-180.
- Moreno, M. (2012). *Fundamentación de una estrategia didáctica basada en la teoría de la abducción, la hermenéutica y el diálogo de saberes para la formación de profesores investigadores en la educación básica, media y superior*. Tesis para optar al título de Doctora en Educación. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, Centro de Documentación.
- Moreno, M. y E. Carvajal Córdoba. (2014). *El taller, la secuencia didáctica abductiva y el proyecto didáctico de investigación: la tríada dialógica de la investigación en el aula*. Documento de trabajo que hace parte del capítulo IV del libro “La investigación dialógica como proceso de abducción en el aula”, en proceso de edición.
- Moreno, M., Carvajal, E. & Zapata, C. (2009). *Diseño de un proyecto didáctico de literatura como abducción creativa y visión horizontal*. En *Nodos y Nudos*, 3 (27), pp.43-55.
- Moreno, M y Carvajal, E. (2009). *El Estructuralismo en Literatura: Aportes y límites a las nuevas teorías estéticas y a la investigación en Didáctica de la Literatura*. En: *Enunciación*, núm 14- 2; Bogotá.
- Moreno, M. & Carvajal, E. (2015). *Bases de una estrategia didáctica para la formación de maestros investigadores*. Medellín: Editorial Aula de Humanidades.

Bibliografía

- Moreno, M. (2012). *Fundamentación de una estrategia didáctica basada en la teoría de la abducción, la hermenéutica y el diálogo de saberes para la formación de profesores investigadores en la educación básica, media y superior*. Tesis para optar al título de Doctora en Educación. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, Centro de Documentación.
- Moreno, M., Carvajal, E y Arango, Y. (2012). *La hipótesis abductiva como estrategia didáctica de investigación en el aula*. En Ikala, Vol. 17. Medellín
- Moreno, M., Carvajal, E. & Arango, Y. (2012). *La hipótesis abductiva como estrategia didáctica de investigación en el aula*. En: Ikala, vol. 17, núm. 2.
- Moreno, M. (2012). *Fundamentación de una estrategia didáctica basada en la teoría de la abducción, la hermenéutica y el diálogo de saberes para la formación de profesores investigadores en la educación básica, media y superior*. Tesis doctoral en proceso de evaluación. Medellín: Universidad de Antioquia: Facultad de Educación, Doctorado en Educación, Línea Didáctica de la Educación Superior.
- Morente, M. & Bengoechea, J. (1947). *Fundamentos de filosofía e historia de los sistemas filosóficos*. Madrid: Espasa Calpe.
- Morin, E (1994). *Introducción al Pensamiento Complejo*. Barcelona: Gedisa.
- Morin, E (2011). *La Vía Para El Futuro de la Humanidad*. Barcelona: Paidós.
- Morín, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro* (Trad. Por Mercedes Vallejo). Paris: Unesco.
- Mosquera, G. (1996). *Moebius* (película). Buenos Aires: Colectivo de la Universidad del Cine.
- Mosterin, J. (1978). *Racionalidad y acción humana*. Madrid: Alianza.
- Muñoz, M. (2013). *El principio de razonabilidad y su aplicación al estudio de validez de las normas jurídicas*. En: Ius Humani. Revista de Derecho, vol. 3, pp. 139-174.
- Muñoz, V. (1979). *Consideraciones sobre La lógica y su Historia*. Recuperado el 12 de septiembre de 2012 de www.fgbueno.es
- Muraro, S. (2004). *Una introducción a la Informática en el aula*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Nava, V. (2015). *Didáctica del proyecto cantera*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 145-156.
- Nepomuceno, A. (2007). *La lógica como puente entre campos científicos*. Universidad de Sevilla. Recuperado de: www.solofici.org/system/files/congresos/actas_iv_congreso_slmfce.pdf el 23 de septiembre de 2015.
- Newman, J. (1968). *Sigma; El Mundo De Las Matemáticas*. Tomo 1. Barcelona: Grijalbo.

Bibliografía

- Nino, C. (2005). *Fundamentos de Derecho Constitucional*. Buenos Aires: Astrea.
- Niño, D. (2001). *Peirce, abudcción y práctica médica*. Recuperado el 12 de marzo de 2015 de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.
- Nisbet, J. & Shucksmith, J. (1987). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Santillana.
- Not, L. (1989). *La enseñanza dialogante. Hacia una educación en segunda persona*. Barcelona: Herder.
- Not, L. (1992). La preparación de la enseñanza dialogante. En *La enseñanza dialogante. Hacia una educación en segunda persona*. Barcelona: Herder.
- Nova, A. (2004). *Una Estrategia en Lógica*. En: Memorias del VII encuentro internacional de didáctica de la lógica. Recuperado de www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/referencias.html
- Nubiola, J. (1998). *Walker Percy y Charles S. Peirce: Abducción y Lenguaje*. Recuperado el 8 de diciembre de 2012 de <http://www.unav.es/gep/AN/Nubiola.html>
- Nubiola, J. (2001). *La abducción o lógica de la sorpresa, Razón y palabra 21*. Recuperado el 12 de marzo de 2015 de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.
- Nubiola, J. (2008). *Charles S. Peirce y Richard Rorty: Pragmatismos y razonabilidad*. Recuperado el 10 de agosto de 2013 de http://www.unav.es/users/pub_cienti.html#lib
- Nubiola, J. (2008). *La razonabilidad en Peirce*. Recuperado el 13 de noviembre de 2015 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/IIIPeirceArgentinaNubiola.html>.
- Nubiola, J. (2011). *Inteligencia y razonabilidad*. Recuperado el 8 de enero de 2016 del sitio web: www.unav.es/users/InteligenciaYRazonabilidad.pdf.
- Núñez, A. (2011). *La Ontología De Gilles Deleuze: De La Política A La Estética*. Tesis Doctoral. Recuperado el 10 de agosto de 2013 de <http://www.tdx.cat/handle/10803/19489?show=full>
- Nuñez, J. & Paralera, C. (2012). *¿Qué ve un poeta en las matemáticas para llevarlas a su poesía?* En: Revista Iberoamericana de Educación, núm. 58/4. Consultado el 12 de febrero de 2015 del sitio web: <http://rieoei.org/expe/4505Paralera.pdf>.
- Ochoviet, C. (2015). *La lectura literaria en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario: vínculos entre campos, canon de lecturas posibles*. En: Unión, núm 41, pp. 9-19. Recuperado de: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/41/firma_invitada.pdf el 12 de marzo de 2016.
- O'Connor, J. & F Robertson. (2003). *Jules Henri Poincaré*. Recuperado el 10 de diciembre de 2012 de <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Poincare.html>
- Olvera, J. (2007). *Enfoques para la enseñanza del razonamiento abductivo*. Recuperado de www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/EIDL10Mazatlan/Programa.htm
- Oostra, A. (2006). *Peirce y la Matemática*. En: Anthropos, num 212, pp. 151-159.

Bibliografía

- Oostra, A. (2009). *La Matemática Intuicionista y sus Conexiones con el Pensamiento de Peirce*. En: Cuadernos de Sistemática Peirceana. Bogotá: Nomos
- Oostra, A. (2012). *La lógica matemática de Peirce extendida en el tiempo*. Recuperado el 26 de junio de 2015 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspañol.html>.
- Ortiz, L. (2010). *La interpretación constitucional desde la teoría de la razonabilidad*. en Rev. Via iuris, núm. 8, pp. 27-40.
- Palacios, A. (2011). *Arte y contextos de acción en el espacio público*. En: revista Creatividad y Sociedad, núm. 17. www.creatividadysociedad.com
- Palacios, S. (2007). *El cine y la literatura de ciencia ficción como herramientas didácticas en la enseñanza de la física: una experiencia en el aula*. Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal, 4(1), 106-122.
- Paniagua, P. (2007). *Palabras fractales*. Recuperado el 12 de noviembre de 2013 de <http://pablopaniagua.blogspot.com/2007/04/hacia-la-comprension-del-universo.html>.
- Pareja, D. (2008). *Aproximación a Epistemología de las Matemáticas*. Recuperado el 12 de abril de 2013, de <http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info>
- Parra, O. (2011). *El Placer de Conocer Investigando*. Bogotá: Ediciones Usta.
- Parra, R.; Hernández, H. & Peralta, V. (2015). *Estructura de la falacia de apelación a las emociones*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 207- 215.
- Patiño, A. (2011). *Lo racional, lo razonable: del modelo matemático y físico a la naturaleza humana*. En: Rev. Luna Azul, núm. pp. 110-125. Recuperado el 3 de diciembre de 2015 del sitio web: www.redalyc.org/articulo.oa?id=321727235010.
- Paul, R. et al. (1995). *Critical thinking handbook: 6th y 9th grades*. Santa Rosa, CA, Foundation for Critical Thinking.
- Paulos, A. (2015). *La vida es matemática. Las ecuaciones que explican los avatares de nuestra biografía* (trad. de Dulcinea Otero-Piñero). Barcelona: Tusquets.
- Pava, L. (2009). *El cine en las aulas universitarias: usos y aprendizajes en el programa de trabajo social de la Universidad de La Salle*. Tesis de Maestría, Facultad de ciencias de la educación, Universidad de La Salle, Bogotá.
- Paz, J. (2005). *Tagore, un precursor de la nueva educación en la india*. Recuperado de: <http://www.iacat.com/revista/recreate/recreate03/Tagore/tagore.htm> el 12 de diciembre de 2015.
- Paz, O. (1974). *Corriente alterna*. México: Siglo XXI editores.
- Pazos, M. (2011). *Dramatización filosófica en las aulas*. UACM. Recuperado del sitio:

Bibliografía

- Peirce Ch. (2010). *El Amor Evolutivo y otros ensayos sobre ciencia y religión*. Barcelona: Marbot Ediciones
- Peirce, Ch. (1970). *Deducción, inducción e hipótesis*. J. M. Ruiz Werner, trad. y notas. Buenos Aires: Aguilar.
- Peirce, Ch. (1892). *La ley de la mente* (trad. de José Vericat). Recuperado el 3 de diciembre de 2015 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/LawMind.html>.
- Peirce, Ch. (1901a). *El Tratamiento de las Hipótesis* (Trad. Roberto Narvárez, 2009) Recuperado de <http://www.unav.es/gep/TratamientoApropiadoHipotesis.html> el 15 de junio de 2014.
- Peirce, Ch. (1901b). *Lógica*. (Trad. Pilar Castrillo, 1988). Recuperado el 19 de mayo de 2015 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/LogicaBaldwin.html>
- Peirce, Ch. (1902). *¿Por Qué Estudiar Lógica?* (Trad. por José Vericat, 1988) Recuperado el 12 de febrero de 2014 de: <http://www.unav.es/gep/WhyStudyLogic.html>
- Peirce, Ch. (1904). *Qué es el pragmatismo*. (Trad. por Norman Ahumada, 2004). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/WhatPragmatismIs.html> el 3 de enero de 2016.
- Peirce, Ch. (1906). En: *Commens*. Term in M. Bergman & S. Paavola (Eds.), *The Commens Dictionary: Peirce's Terms in His Own Words*. New Edition. Disponible en: <http://www.commens.org/>.
- Peirce, Ch. (1908). *Un Argumento Olvidado en Favor de la Realidad de Dios*. (Traducido por Sara Barrena, 1996 desde *A neglected Argument for the Reality of God*. Pamplona, Universidad de Navarra.
- Peirce, Ch. (1931-1958). *Collected Papers*, (varios traductores). vols. 1-8, C. Hartshorne, P. Weiss y A. W. Burks (eds). Cambridge: Harvard University. Disponible en el sitio web: <http://www.unav.es/gep/Peirce-esp.html>.
- Peirce, Ch. (1968). *Escritos escogidos*. Madrid: Alianza Universidad.
- Peirce, Ch. (1968). *La Esencia de la Matemática*. En: *Sigma El Mundo de las Matemáticas*. Barcelona: Grijalbo. P. 155-171
- Peirce, Ch. (1970). *Deducción, inducción e hipótesis*. Traducción Juan Martín Ruíz Werner. Argentina: Aguilar.
- Peirce, Ch. (1905). *La naturaleza de la ciencia* (trad. De Sara Barrena, 1996). Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/Peirce-esp.html>
- Peirce, Ch. (1974). *La Ciencia de la Semiótica*. Buenos Aires: Nueva Visión.
- Peirce, Ch. (1987). *Obra Lógico Semiótica*. Madrid: Taurus Ediciones.
- Peirce, Ch. (2008). *El Pragmatismo*. Madrid: Encuentro.

Bibliografía

- Peirce, Ch. (2012). *Obra Filosófica Reunida: Charles Sanders Peirce*. Tomo I (1867-1893) México: Fondo de la Cultura Económica.
- Peirce, Ch. (2012). *Obra Filosófica Reunida: Charles Sanders Peirce*. Tomo II (1893-1913) México: Fondo de la Cultura Económica.
- Perelman, Ch. (1989). *Tratado de la Argumentación. La Nueva Retórica*. Madrid: Gredos.
- Pérez, A. & López, R. (2015). *Enseñar a pensar, enseñar a aprender*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 194-206.
- Pérez, M. (2004). *¿Para qué aprender lógica?* Expresiones de Alumn@s de tercer semestre de Bachillerato Tecnológico. En: Memorias del VII encuentro internacional de didáctica de la lógica. Recuperado de www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/referencias.html
- Pérez, P. (2008). *El gusto estético. La educación del (buen) gusto*. Recuperado el 27 de noviembre de 2013 de: dspace.unav.es/dspace/bitstream/10171/9093/1/Ea.pdf
- Perich, D. (2008). *Las aventuras matemáticas de Daniel*. Punta Arenas: impacto. Recuperado de: <http://www.sectormatematica.cl/libros.htm> el 3 de enero de 2015.
- Pineda, A. (2011). *Abducción, intensión y Sherlock Holmes*. en: Cuadrantephi, Revista estudiantil de filosofía.
- Piña, L. (2005). *El placer estético, la hermenéutica y el texto literario*. En: Revista de humanidades: Tecnológico de Monterrey, núm. 19, pp. 63-76. Recuperado el 20 de julio de 2015 del sitio web: <http://www.redalyc.org/pdf/384/38401903.pdf>
- Platón (1871). *Obras completas*; edición de Patricio Azcárate, tomo 4. Madrid: Medina y Navarro Editores.
- Platón, (sf). *El Cratilo O De La Exactitud de Los Nombres*. Recuperado el 12 de octubre de 2012 de <http://www.philosophia.cl/biblioteca/platon/Cratilo.pdf>
- Platón. (1871). *Obras completas*; edición de Patricio Azcárate, tomo 4. Madrid: Medina y Navarro Editores.
- Plazaola, J. (2007). *Introducción a la Estética. Historia, Teoría, Textos*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Pogorietskaia, N. (1980). *Estudio de los procedimientos lógicos de los adultos*. Moscú: Universidad Estatal.
- Poincaré, H. (1909). *Le libre examen en matière scientifique*. En: *L'Opportunisme scientifique*, (Ed) Laurent Rollet, Birkhauser 2002.
- Poincaré, H. (1911). *Les scienses et les humanités*. Paris: Artheme Fayard.
- Poincaré, H. (1970). *El valor de la ciencia*. Paris: Flamarion.

Bibliografía

- Poincaré, H. (1997). *Sobre la ciencia y su método*. Barcelona: Círculo de lectores.
- Pólya, G. (1966). *Matemática y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos.
- Pólya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Popper, K. (1980). *La lógica de la investigación científica*. (Trad. Por Víctor Sánchez de Zavaka en 1962). Madrid: Tecnos.
- Prieto, C. (2005). *Aventuras de un duende en el mundo de las matemáticas*. México: fondo de la cultura económica.
- Prieto, D. (2005). *La mediación pedagógica, apuntes para una educación a distancia alternativa*. San José de Costa Rica, RNTC.
- Prieto, O. & Duque, E. (2009). *El aprendizaje dialógico y sus aportes a la teoría de la educación*. En: teoría de la educación, Educación y Cultura en la Sociedad de la información, vol, 10, núm. 3, pp. 7-30. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/2010/201014898002.pdf> el 25 de noviembre de 2016 del sitio web
- Putnam, H. (1982). *Peirce the Logician*. En: Historia Mathematica, núm. 9. Recuperado el 14 de febrero de 2014 del sitio web: <http://www.jfsowa.com/peirce/putnam.htm>
- Q. e Silva, (2015). *¿Qué tiene que ver ficción con realidad? Una articulación entre imaginación y ciencia en la filosofía de Peirce*. Recuperado el 23 de enero de 2016 del sitio web: www.unav.es/gep/VIJornadasFlavioSilva.pdf.
- Quine, W. (1995). *Peirce's Logic*. En: Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries. New York: Fordham University Press.
- Radford, L. (2004). *Semiótica Cultural y Cognición*. Conferencia plenaria dada en la Decimotava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Recuperado el 2 de mayo de 2015 de: https://www.researchgate.net/profile/Luis_Radford/publication.
- Ramírez, A. (2012). *La naturaleza de la lógica abductiva desde un punto de vista cognitivo*. Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html> el 12 de agosto de 2014.
- Ramírez, J. (2009). *Xavier Zubiri frente a la lógica moderna: Logicismo, Formalismo e Iniuicionismo Lógicos*. Endoxa, 23, pp. 247-269.
- Ramos, G. (2007). *En torno al establecimiento de las creencias: Por qué la lógica es herramienta para el ejercicio del auténtico inquirir*. Seminario de Filosofía de la Lógica en Acatlán- X-EIDL. Recuperado de <http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/grupos.htm>
- Repetto, E. (1920). *Fundamentos de orientación*. La empatía en el proceso de orientación. Madrid: Morata.
- Reyes V. (2011). *Ciencia y literatura: una dialéctica comparada*. En: Elementos 84, p.p. 13-19.
- Reyes, A. (2014). *El deslinde. Prolegómenos a la teoría literaria*. Madrid: Verbum.

Bibliografía

- Rico, L. & Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas*, cap. 3. pp. 69-108, en Kilpatrick, J.; Gómez, P., & Rico, L.: *Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ricoeur, P. (2009). *Historia y narratividad*. Barcelona: Paidós.
- Ridao, P. y Del Rey, R. (2014). *Enseñar y aprender el conocimiento lógico matemático*. En Labrador, F.J. (dir.), *Manual de psicología de la educación. Para docentes de Educación Infantil y Primaria*. (1a ed., pp.236 - 255). Madrid: Pirámide.
- Rio, M. (2000). *Conjuntos / El subconjunto literatura*. En Arent, M. (ed.), (2000), *Conectando Creaciones. Ciencia-Tecnología-Arte* (pp. 33-41). Santiago de Compostela: Centro Galego de Arte Contemporánea.
- Rivas, M. & Begoña, M. (2010). *La lectura como estrategia de enseñanza de las ciencias naturales y matemáticas*. Recuperado el 23 de enero de 2016 del sitio: erevistas.saber.ula.ve › Inicio › No 4 (2010) › Rivas Meza.
- Rivera, D. (2015). *El arte de enseñar. Antecedentes históricos de la didáctica de la matemática*. Recuperado de: http://es.slideshare.net/Ing_D/historia-de-la-didctica-de-las-matematicas
- Robles, J. (1995). *Historia de la lógica*, en Alchourrón y otros (ed.) *Lógica*, 1ª ed., Madrid: Tecnos.
- Rockwell, E. (1995). *En torno al texto: Tradiciones docentes y prácticas cotidianas. La escuela cotidiana*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Rodríguez, M. (2011). *Pedagogía integral, humanización y educación matemática: una mirada y un horizonte para construir una educación matemática humanista*. Recuperado el 23 de noviembre de 2013 de http://www.umce.cl/~dialogos/n21_2011/rodriguez.swf
- Rodríguez, R. (2005). *Abducción en el contexto del descubrimiento científico*. En: *Rev. Filosofía Universidad de Costa Rica*, XLIII, Núms. 109/110, pp. 87-97.
- Rosenblatt, L. (2002). *La literatura como exploración*. México: Fondo de cultura económica.
- Rousseau, J. (2000). *Emilio o la Educación*. Trad. de Ricardo Viñas. Recuperado de www.elaleph.com
- Russell, B. (1999). *Misticismo y Lógica*. Barcelona: Círculo de lectores.
- Russell, B. (2001). *Autobiografía*. Barcelona: Edhasa.
- Russell, B. (1966). *Lógica y conocimiento* (Trad. Javier Muguerza). Madrid: Taurus Ediciones.
- Ruiz, A. (1990). *Matemáticas y Filosofía, Estudios Logicistas*. Costa Rica: Universidad de Costa Rica.
- Sábato, E. (1982). *Uno y el universo*. Barcelona: Seix Barral.

Bibliografía

- Saganogo, B. (2007). *Realidad y ficción: literatura y sociedad*. En: Estudios sociales, núm. 1, pp. 53-70. https://is.muni.cz/el/1421/podzim2013/.../um/literatura_y_realidad.pdf.
- Salazar, S. (2012). *El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente*. San José, Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural (CECC/SICA).
- Salgado, A. (2007). *Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos*. En Liberabit, núm 13, pp. 71-78. Recuperado el 15 de diciembre de 2015 del sitio web: <http://www.scielo.org.pe/pdf/liber/v13n13/a09v13n13.pdf>
- Samaja, J. (2003). Los caminos del conocimiento. Recuperado el 24 de noviembre de 2015 del sitio: catedrafevre.com.ar/32rMl/Los_caminos_del_conocimiento%20Samaja_red.pdf
- Samaja, J. (2006). *Las categorías en Peirce. Lectura del artículo "De una nueva lista de categorías"*. Recuperado de: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspañol.html> el 15 de mayo de 2015.
- Samper de Caicedo, C., Camargo, L. y Leguizamón de Bernal, C. (2003). *Tareas que promueven el razonamiento en el aula a través de la geometría*. Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa-Grupo Editorial Gaia.
- Sánchez, A. (2005). *Tercera conferencia: La Estética de la Recepción (II). La estructura apelativa del texto. Ideas fundamentales de la Estética de la Recepción*. México: Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Filosofía y Letras. pp. 49-62.
- Sánchez, M. (2001). *Aprende a pensar. Organización del pensamiento*. México: Trillas.
- Santaella, L. (1992). *Estrategias para la aplicación de Peirce a la literatura*. En: Signa; Revista de la Asociación Española de Semiótica, N° 1: Ch. S. Peirce y la Literatura; Número monográfico coordinado por José Romera Castillo, Alicia Yllera y Rosa Calvet. pp. 38-64.
- Santoyo, C. (2001). *Estrategias de avance en comprensión, análisis y evaluación de textos científicos y profesionales*. En C. Santoyo (comp.). Alternativas Docentes, Volumen II: Aportaciones al estudio de la formación en habilidades metodológicas y profesionales en las ciencias del comportamiento (pp. 9-40). México, D.F. PAPIME/UNAM.
- Sautu, R. (2005). *El análisis crítico de investigaciones como insumo para el diseño de un proyecto de investigación*. Buenos Aires: Colección Campus Virtual. Recuperado el 29 de octubre de 2012 de <http://biblioteca.clacso.edu.ar/ar/libros/campus/metodo/RSCapitulo%202.pdf>
- Savater, F. (2012). *Grandes Pensadores, Aristóteles I, II, III*. Encuentro (Videos) recuperado el 15 de septiembre de 2012 de <http://www.youtube.com/>
- Schiller, F. (1990). *Cartas sobre la educación estética del hombre*. Barcelona: Anthropos.
- Schneuwly, B. (1999). *La enseñanza del lenguaje oral y la lectoescritura en la perspectiva sociocultural*. En A. Álvarez (Ed.). Hacia un currículum cultural. La vigencia de Vygotski en la educación. Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.

Bibliografía

- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. Recuperado el 28 de noviembre de 2013 del sitio web: http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT7050/Schoenfeld_MathThinking.pdf
- Schütz, A. (1993). *La construcción significativa del mundo social: Introducción a la sociología comprensiva*. Barcelona: Paidós.
- Sciascia, L. (2007). *Negro sobre negro* (trad. C. Palma). Barcelona: Global Rhythm Press.
- Sepulcre, J. M. & Nescolarde, J. A. (2012). *Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Historia de las Matemáticas*. Recuperado el 17 de noviembre de 2014 del sitio web: <http://web.ua.es/es/ice/jornadas-redes-2012/documentos/posters/245813.pdf>.
- Serra, P. (2015). *Neurobalística. Fisiología de la composición*. En A. Gamoneda (Ed.), (2015), *Espectro de la analogía* (pp. 217-263). Madrid: Abadía editores.
- Serrano, J. (2010). *Ante un destino cierto: la escritura en la obra de Leonardo Sciascia como forma absoluta de verdad*. En: Rev. Pensamiento y cultura, vol. 134, núm. 1, pp. 95-104.
- Snow, C. (2000). *Las dos culturas*. Buenos Aires: Nueva Visión.
- Skovmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (trad. por Paola Valero). Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperado el 2 de marzo de 2016 del sitio: <http://funes.uniandes.edu.co/673/1/Skovmose1999Hacia.pdf>.
- Socas, M. (2011). *Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas*. Educación Siglo XXI, vol. 29, núm, 2, pp. 199-224.
- Soler, F. (2012). *Razonamiento abductivo en lógica clásica*. Cuadernos de lógica, epistemología y lenguaje. Recuperado de: <http://www.collegepublications.co.uk>
- Soto, C. (2006). *Abducción como 'Inferencia' y como 'Intuición' en Peirce. Algunas Consecuencias de esta Distinción para la Discusión actual en Filosofía de la Ciencia*. Recuperado el 20 de agosto de 2013 de: www.unav.es/gep/AbduccionInferenciaIntuicion.pdf
- Soto, C. (2010). *Teoría de la verdad evolucionaria en Peirce*. En: Crítica, Vol. 42, núm. 26, pp. 25-44. Recuperado de www.unav.es/gep/TeoriaVerdadEvolucionaria.pdf el 8 de enero de 2016.
- Soto, J. (2006). *Apuntes Para Una Historia De La Lógica*. Recuperado el 12 de septiembre de 2012 de www.aafi.filosofia.net/revista/el_buho/elbuho2/.../HaLOGICA.pdf
- Spinoza, (2014). *Tratado de la reforma del entendimiento. Principios de filosofía de Descartes. Pensamientos metafísicos*. Madrid: Alianza editorial.
- Stamile, N. (2015). *Razonabilidad (Principio de)*. En: Eunomía. Revista en Cultura de la Legalidad, Núm. 8, pp. 222-228.
- Stendhal (1975). *Recuerdos del egotismo* (Trad. Consuelo Berges). Madrid: Alianza Editorial.

Bibliografía

- Sumiacher, D. (2011). *Perspectivas críticas: la filosofía para Niños de Lipman. Preámbulo a nuevos andares en filosofía*. En: Revista de Artes y Humanidades UNICA, vol. 12, núm 2, pp. 13-46. Disponible en <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=170121976002>
- Talizina, N. (1988). *Psicología de la Enseñanza*. Moscú: Progreso.
- Tamayo, R. (2003). *Razonamiento y Argumentación Jurídica; El paradigma de la racionalidad y la ciencia del derecho*. México: UNAM.
- Tanton, R., et al. (1988). *Historia General de las Ciencias*. Orbis, Barcelona.
- Tarrés, M., Montenegro, S. & D´ottavio, A. (2008). Lectura Crítica del artículo científico como estrategia para el aprendizaje del proceso de investigación. En: Revista Iberoamericana de Educación, núm 45(6). Recuperado de: <http://rieoei.org/expe/2327Tarres.pdf> el 2 de mayo de 2015.
- Teruel, M. (2000). *La inteligencia emocional en el currículo de la formación inicial de maestros*. Recuperado el 13 de noviembre de 2013 de http://www.aufop.com/aufop/uploaded_files/articulos/1223493322.pdf
- Thagard, P. (1978). *The Best Explanation: Criteria for Theory Choice*. Journal of Philosophy, vol. 75, 2, pp. 76-92.
- Toulmin, S. (1977). *La comprensión humana. El uso colectivo y evolución de los conceptos*. Madrid: Alianza Editorial.
- Toulmin, S. (2003). *El regreso a la razón*. Barcelona: Península.
- Toulmin, S. (2007). *Los usos de la argumentación* (Trad. de María Morrás y Victoria Pineda). Barcelona: Península.
- Trías, M. (1949). *El objeto de la estética*. Actas del primer congreso nacional de filosofía, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina. tomo 3.
- Unam. (2015). *El matemático que dijo no a un millón de dólares*. Recuperado el 2 de mayo de 2015 de: <http://tifton.fciencias.unam.mx/boletin/2015/Abril/473.pdf>.
- Universidad de Navarra: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>
- Universidad UNAM, Un taller es un espacio de trabajo en grupo en el que se realiza un proceso de enseñanza-aprendizaje. Obtenida el 17 de abril de 2010, de: <http://www.unam.mx/>
- Uribe, E. (1995). *Aspectos Filosóficos de la Lógica Intuicionista (Construcción Semántica de un Sistema Pseudointuicionista) Tesis Doctoral*. Recuperada el 3 de agosto de 2013 de: <http://tesiuami.izt.uam.mx/uam/aspuam/>
- Uribe, E. (1995). *Aspectos Filosóficos de la Lógica Intuicionista (Construcción Semántica de un Sistema Pseudointuicionista)* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma Metropolitana, México.

Bibliografía

- Valero, P. (2006). *¿De carne y hueso? La vida social y política de las competencias matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia (Ed.), Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia–Competencias matemáticas. Bogotá.
- Vásquez, L. (2008). *La abducción como alternativa del método científico en la educación superior*. En: unipluriversidad, vol. 8, núm. 2.
- Vaughan, N. (2009). *Burleigh y Ockam Sobre las Consecuencias*. Bogotá: Uniandes.
- Vázquez, A. (2005). *Lógica paraconsistente, mundos posibles y ficciones narrativas. La ficción como campo de proyección de la experiencia*. En: A Parte Rei. Revista de Filosofía, núm. 38. <http://serbal.pntic.mec.es/~cmunoz11/page48.html>
- Vázquez, J. (2015). *La enseñanza de la inferencia abductiva como método para el proceso de investigación universitaria*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 59-68.
- Velarde, J. (1974). *La lógica dialéctica*. Universidad de Oviedo. Recuperado el 10 de julio de 2015 de: dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2045902.pdf
- Velarde, J. (1989). *Historia de la Lógica*. Asturias: Lidergraf.
- Velázquez, S. Sliko, J. y Nolasco, H. (2015). *Desarrollo de actitudes hacia el estudio de las matemáticas en educación secundaria. Su relevancia en el logro de aprendizajes esperados*. En: Alme27.
- Vera, F. (1970). *Científicos Griegos*. Tomo I. Madrid: Aguilar
- Vesga, A. (2015). *La ciencia ficción como herramienta pedagógica en un curso de Estudios en Ciencia, Tecnología y Sociedad: descripción de una experiencia docente*. En: Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias 12(2), pp. 520-528.
- Vigostky, L. (1987). *Psicología del arte*. (Trad. Por Victoriano Imbert de *Psijolougia iskusstva*). La Habana: Pueblo y educación.
- Vigotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica/Grijalbo.
- Vigotsky, L. (1982). *Imaginación y el arte en la infancia (ensayo psicológico)*. Bs. As.: Akal.
- Vigotsky, L. (2004). *Teoría de las emociones*. Madrid: Ediciones Akal.
- Viñuela, A. (2001). *Recursividad en la literatura*. Recuperado el 1 de diciembre de 2013 de <http://www.arrakis.es/~sysufus/litfr.html>.
- Visokolskis, S. & Carrión, G. (2010). *Asociación de ideas en Peirce de la psicología a la lógica*. Recuperado del sitio web: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html> el 26 de junio de 2015.
- Visokolskis, S. (2006). *Metáfora, Icono y Abducción en CS Peirce*. Recuperado el 26 de junio de 2015 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.

Bibliografía

- Von Wright, G. (1970). *Ensayo de Lógica Modal*. Buenos Aires: Santiago Rueda.
- Vozzi, A., Zelaya, C. & Belén, M. (2015). *La lectura y la interpretación en la universidad*. En: Alme 27, pp. 427-431.
- Wechsler, J. (1978). *Sobre la estética de la ciencia*. México: Fondo de la cultura económica.
- Wenger, E. (2001). *Las comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad* (trad. Por Sandra Sanz). Barcelona: Paidós.
- Wiesel, T (s.f). *Arte y Literatura Complementan la Formación del Científico*. Recuperado el 13 de octubre de 2012 de www.elementos.buap.mx/num06/pdf/69.pdf
- Wilson, E. (1999). *Consilience: la unidad del conocimiento*. Galaxia.
- Winocur, M. (1998). *Como un Cientista Social ve las Matemáticas*. En Elementos, 47-51.
- Wirth, U. (1998). *El razonamiento abductivo en la interpretación según Peirce y Davidson*. (Trad. Marcela García). Recuperado de <http://www.unav.es/gep/AN/Wirth.html> el 30 de abril de 2015.
- Wojcikiewicz, S. K. (2010). Dewey, Peirce y las categorías de aprendizaje. *Education and Culture* (Purdue University Press), Vol. 26, N.º 2, pp. 65-82. Traducción H. Schmidt.
- Woods, A. & Grant, T. (2002). *La lógica formal y la lógica dialéctica*. En Razón y revolución, Núm (10).
- Zalamea, F. (2008). *La creatividad en matemáticas y en las artes plásticas: conceptografía de transferencias y obstrucciones a través del sistema peirceano*. Recuperado el 26 de junio de 2015 del sitio web: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html>.
- Zambrano, A. et al. (2015). *El desarrollo de virtudes epistémicas en comunidades de indagación*. En: Mayorga, C. & Mijangos Teresita (coords.). (2015). *Lógica, argumentación y pensamiento crítico*. México: Academia Mexicana de Lógica. Pp. 255-262.
- Zambrano, M. (1965). *La Mediación del Maestro*. Recuperado el 12 de abril de 2013 de <http://revistaelcardo.blogia.com/temas/entre-maestros-y-maestros.php>
- Zan, R., Brown, L, Evans, J., & Hannula, M. (2006). *Affect in Mathematics education: An introduction*. En: *Educational Studies in Mathematics* (2006) 63: 113 121.
- Zanotti, G. (2010). *El contexto de descubrimiento en Peirce: un adelanto a su tiempo*. Recuperado del sitio web: <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspanol.html> el 26 de junio de 2015.
- Zapata, C. (2010). *La abducción creativa como recurso para el mejoramiento de la comprensión textual*. Navarra. Recuperado de: www.unav.es/gep/IVJornadasArgentinaZapata.pdf el 12 de agosto de 2014.
- Zavala, L. (2006). *Una conclusión para empezar: fragmentos, detalles y fractales*. El ojo en el caleidoscopio. México: UNAM.
- Zeccheto, V. (2008). *Seis semiólogos en busca del lector*. Buenos Aires: La Crujía Ediciones.