

**TITULO: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA SOBRE LA VARIABILIDAD DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO CONVENCIONAL EN EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS.**

**PROGRAMA (Especialización):** Especialización en Análisis y Diseño de Estructuras

**NOMBRE DEL ESTUDIANTE Y CORREO ELECTRÓNICO:**

Lorenzo Antonio Vélez Patiño

[loantonio.velez@gmail.com](mailto:loantonio.velez@gmail.com)

**OBJETIVO GENERAL:**

• Llevar a cabo una revisión bibliográfica sobre el módulo de elasticidad del concreto convencional para el análisis y diseño de estructuras de concreto reforzado. El módulo se puede estimar por medio de ecuaciones que dependen de características variables según las cualidades y cantidades de los materiales empleados en la producción del concreto. Por lo tanto, se pretende sensibilizar la variación de este módulo con dichas características.

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- Revisar la dependencia, relevancia e incidencia del módulo de elasticidad del concreto convencional en el análisis y diseño de estructuras.
- Revisar los cambios que se han generado en las normas colombianas de diseño de estructuras acerca de la ecuación del módulo de elasticidad.
- Estudiar si el valor promedio igual a  $4700\sqrt{f_c}$  para el módulo de elasticidad propuesto en la norma sismorresistente del año 2010 está subvalorado o sobrevalorado según el estado del arte.

## **ALCANCE**

Este trabajo se centrará en la revisión del módulo de elasticidad del concreto convencional de acuerdo con una indagación sobre los parámetros más importantes que inciden en el módulo de elasticidad para analizar cuáles son las variables más representativas que pueden hacer cambiar significativamente dicho valor. Esta evaluación pretende sensibilizar sobre por qué el valor de las ecuaciones propuestas en las normas de diseño de estructuras ha ido cambiando en el tiempo, ya que en cada actualización de la norma se hace un ajuste de dichas ecuaciones y finalmente no hay suficiente certeza de si se está subvalorando o sobrevalorando el valor adecuado que el módulo pueda alcanzar en los concretos estructurales.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El valor del módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ) es un parámetro que se emplea en el análisis y diseño de estructuras de concreto reforzado y para ello se han desarrollado ecuaciones en función de variables sencillas que facilitan el cálculo de dicho parámetro. De acuerdo al capítulo C.8.5 de la NSR-10, el módulo de elasticidad,  $E_c$ , para el concreto puede tomarse como  $W_c^{1.5} 0.043 \sqrt{f'_c}$  (en MPa), para valores de  $W_c$  comprendidos entre 1440 y 2560  $\text{kg/m}^3$ , donde  $W_c$  es la densidad del concreto. Para concretos de densidad normal,  $E_c$  puede tomarse como  $4700 \sqrt{f'_c}$ . Este valor aplicaría para una densidad del concreto de 2286  $\text{kg/m}^3$ .

En el comentario de la norma NSR-10 se exponen las ecuaciones que son el resultado de investigaciones realizadas por la Universidad Javeriana de Bogotá, mediante las cuales se llegaron a correlaciones estadísticas del módulo de elasticidad del concreto. De acuerdo con dicho estudio la norma comenta varias ecuaciones para la determinación de  $E_c$ , donde dicho

valor dependerá de las características, procedencia y origen de los agregados, también comenta correlaciones de acuerdo con la densidad del concreto y finalmente da una ecuación que representa el valor medio para toda la información experimental nacional, sin distinguir por tipo de agregado, donde  $E_c = 3900\sqrt{f'_c}$  en MPa. La ecuación adoptada por la Norma coincide con la ecuación obtenida para agregados de origen sedimentario.

Estas ecuaciones entonces inmediatamente expresan que el módulo de elasticidad del concreto depende fundamentalmente de la densidad del concreto y el origen de las rocas, sea ígnea, metamórfica o sedimentaria, lo que de entrada presenta limitaciones, dado que la investigación se hizo en la ciudad de Bogotá y la extensión del territorio es muy amplia como para decir que dicho valor es equivalente en toda la nación; como segundo punto importante estos estudios están partiendo del dato de la densidad  $W_c$  del concreto, pero de acuerdo a estudios que se mostrarán posteriormente para concretos de  $f'_c$  iguales se tienen experimentalmente diferentes valores de  $E_c$ .

La incógnita que se plantea en este trabajo es sobre la certidumbre de cuál es la ecuación que se debería usar para obtener un valor más aproximado al que realmente va a tener el concreto que se usará en obra para la construcción de los elementos estructurales de las edificaciones; además, contrastar si estas ecuaciones están sobreestimando los valores adecuados de  $E_c$ , o por el contrario están subestimando dicho valor.

La certidumbre de cuál es la ecuación que realmente se debe usar nace desde el solo hecho de comparar la ecuación de la NSR-98 y la NSR-10, ya que ambas normas proponen diferentes ecuaciones para el caso promedio nacional: Para NSR-98 se tiene  $3900\sqrt{f'_c}$  (MPa) y para NSR-10 como ya se había mencionado se tiene  $4700\sqrt{f'_c}$  en MPa, si para estas dos ecuaciones se hace en el ejercicio con un concreto de un  $f'_c$  de 21 MPa, el resultado de  $E_c$

para la norma de 1998 es 17872 MPa y para la norma del 2010, dicho valor es de 21538 MPa. Estas ecuaciones mostradas son las dos primeras de una gran variedad de ecuaciones que en todo el mundo se sugieren para dichos cálculos. En el caso colombiano el código está muy ligado al código americano ACI 318 y las ecuaciones son prácticamente las mismas de ese código, sin embargo, otras normas como la AASHTO y la NCHRP-HSC tienen correlaciones diferentes (Tibbetts et al., 2018)

## **MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE**

El concreto es un material pétreo artificial que se obtiene de la mezcla, en determinadas proporciones, de pasta y agregados minerales. La pasta se compone de cemento y agua, que al endurecerse une a los agregados formando un conglomerado semejante a una roca debido a la reacción físico química entre estos componentes (Chan et al., 2003).

Los agregados son un componente dinámico dentro de la mezcla, aunque la variación en sus características puede ocurrir también durante los procesos de explotación, manejo y transporte. Y puesto que forman la mayor parte del volumen del material, se consideran componentes críticos en el concreto y tienen un efecto significativo en el comportamiento del concreto de las estructuras (Chan et al., 2003).

Se hace necesario entender el comportamiento mecánico del concreto como material primordial para la construcción de estructuras en concreto reforzado; de acuerdo con lo anterior los parámetros más importantes que utilizan los ingenieros calculistas para el diseño de edificaciones de concreto reforzado son: módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ), resistencia a la compresión del concreto a los 28 días ( $f'_c$ ), la tensión de fluencia del acero de refuerzo ( $F_y$ ), la geometría de los elementos estructurales y las cargas. (Ruiz et al., 2013).

Hablando específicamente del módulo de elasticidad del concreto convencional y con los interrogantes que día a día surgen sobre este tema en términos del diseño y construcción, el módulo de elasticidad representa una característica básica que influye esencialmente en el comportamiento estático de construcciones de hormigón (Krizova et al,2015).

El módulo de elasticidad del concreto es afectado por el módulo de elasticidad de los agregados y por el contenido volumétrico de éste en el concreto. Debido a que el módulo de elasticidad del agregado es raramente conocido, algunas expresiones para el módulo de elasticidad del concreto permiten que el del agregado se sustituya por un coeficiente que está en función de la densidad del concreto (Chan et al, 2003).

El módulo de elasticidad estático del concreto se determina a través de la prueba estándar de compresión definida en la “Norma ASTM C469”, preparando especímenes cilíndricos de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura, los cuales son sometidos a una carga axial incrementada gradualmente hasta que el cilindro de concreto falla (Serrano et al., 2010).

Es muy importante conocer el comportamiento mecánico del concreto y sus parámetros más importantes ya que conocer el material y complementarlo con un buen diseño estructural, disminuirá los factores de riesgo y error. De acuerdo a lo anterior, el diseño convencional de edificios de concreto reforzado que realizan los ingenieros estructurales casi siempre es en el rango lineal y obedece a una estimación de la rigidez a partir del cumplimiento de una deformación, para una fuerza inercial extraída del espectro de aceleraciones absolutas y la masa del sistema. A su vez, la resistencia, se evalúa a partir de un análisis lineal equivalente, pero con fuerzas inerciales reducidas por un factor R, que presupone un comportamiento inelástico, bajo la premisa de que las deformaciones unitarias en el régimen lineal, son las mismas que en el régimen no-lineal bajo el mismo nivel de cargas. Esto se denomina:

«Principio de iguales deformaciones», y nunca ha habido garantía de que se cumpla en todas las situaciones; sin embargo, es el procedimiento más usado en el diseño estructural (Ruiz et al., 2013).

Es de destacar que ya se hace camino para el análisis y diseño estructural de edificaciones, la consideración de otros escenarios donde el desempeño esperado y los controles por deformación parten de variables que no consideran directamente el módulo de elasticidad como parámetro de partida sino el comportamiento inelástico experimental de los materiales y tipologías básicas de estructuración.

En el escenario más común y utilizado de análisis y diseño la variable fundamental en la asignación de la rigidez y, por ende, del tamaño de las secciones de los elementos estructurales es el módulo de elasticidad del concreto; el cual resulta ser al final una definición puesto que la curva esfuerzo vs. deformación del concreto tiende a ser más una parábola que una línea recta. No obstante, esta no linealidad, el módulo hace parte integral y lineal de toda la matriz de rigidez de cualquier edificación que se diseña. El resultado de lo anterior conduce a que cualquier incremento del módulo de elasticidad, representa una reducción en la misma proporción de los desplazamientos y las deformaciones de entrepiso alcanzadas. (Ruiz et al., 2013).

Variaciones del módulo de elasticidad aumentan la incertidumbre de la rigidez de un sistema estructural. Esta variación automáticamente genera que las deformaciones de entrepiso calculadas mediante modelos numéricos sean diferentes a las reales. (Ruiz et al., 2013)

Las propiedades de los materiales tienen valores promedios, razón por la cual siempre existe dispersión y variabilidad. A pesar de la amplia variabilidad de las características mecánicas

del concreto utilizado en Colombia, existen pocos estudios en los que se relacione la variabilidad de los materiales con el diseño de estructuras de concreto reforzado y su respuesta ante cargas externas. Con base en lo anterior, en la Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá (Colombia) se realizaron estudios donde se dieron resultados de módulo de elasticidad ( $E_c$ ) y resistencia a la compresión del concreto ( $f'_c$ ) (Ruiz et al, 2013).

La gran mayoría de los resultados disponibles de módulo de elasticidad y la resistencia a la compresión se tomaron de los reportes de ensayos realizados entre los años 2005 y 2010 del Laboratorio de Pruebas y Ensayos del Departamento de Ingeniería Civil de la Pontificia Universidad Javeriana (Ruiz et al, 2013).

Además, se cuenta con un estudio realizado en la Universidad Pontificia Bolivariana, Seccional Bucaramanga (Colombia), donde se analizaron resultados de 611 especímenes de concretos preparados en plantas concreteras del área metropolitana de Bucaramanga, respetando que la muestra seleccionada correspondiera a una resistencia de 210 kg/cm<sup>2</sup>. Los datos obtenidos se utilizaron para evaluar las ecuaciones propuestas para estimar el  $E_c$  del concreto muestreado, obteniendo así ecuaciones ajustadas para la región (Serrano et al, 2010).

Estudios realizados sobre un total de 1,300 muestras analizadas en Bogotá demostraron que las ecuaciones del código colombiano NSR-98, sobreestiman el valor del módulo de elasticidad de los concretos de la capital. Entre tanto, determinaciones del  $E_c$  para la ciudad de Bucaramanga en un total de 70 muestras en tres concreteras arrojaron valores sobreestimados de  $E_c$  para materiales metamórficos y subestimados para materiales sedimentarios (Serrano et al, 2010).

El módulo de elasticidad que se usa para el diseño de estructuras, está basado en la medición de la secante bajo una carga de compresión, hasta alcanzar el esfuerzo máximo de  $0.5 f'c$ . Las ecuaciones dadas por la normatividad colombiana para el diseño de edificios han sido formuladas con el fin de proporcionar estimaciones conservadoras y teóricamente se espera que tiendan a subestimar los valores promedios de  $E_c$  obtenidos a partir de ensayos de cilindros de concreto. Los módulos de elasticidad obtenidos bajo una tasa de carga característica de la acción sísmica, son más altos que los valores obtenidos mediante ensayos con una tasa de carga baja. Independientemente de si las diferencias con respecto a las ecuaciones de módulo de elasticidad son o no conservadoras, estas se utilizan para el cálculo de deflexiones estáticas, el cual es diferente al diseño sísmico. El cálculo de los periodos de los edificios basado en valores bajos de  $E_c$  excederá los valores correctos.

Generalmente, esto conducirá a valores de coeficientes de cortante basal menores que los correspondientes a los valores de  $E_c$  correctos. (Bonett, 2003, p.134)

El diseño estructural del concreto es un parámetro que incide en la rigidez de las estructuras lo cuál es importante para evaluar los estados límites de servicio, este valor de  $E_c$  se determina principalmente de forma indirecta usando relaciones de la resistencia a compresión del concreto. El concreto es un material heterogéneo compuesto de agregado fino y grueso en una matriz de pasta de cemento endurecido. El material grueso comprende la mayoría del volumen del concreto, por ende, las propiedades físicas y mecánicas, están fuertemente influenciadas por las propiedades de dichos agregados. (Tibbetts et al., 2018)

El valor para el módulo de elasticidad  $E_c$  se utiliza principalmente en el diseño de estructuras por solicitaciones de servicio, para control de deflexiones límites y control de fisuración; dichos cálculos están directamente influenciados por variaciones en  $E_c$ , por lo tanto, un



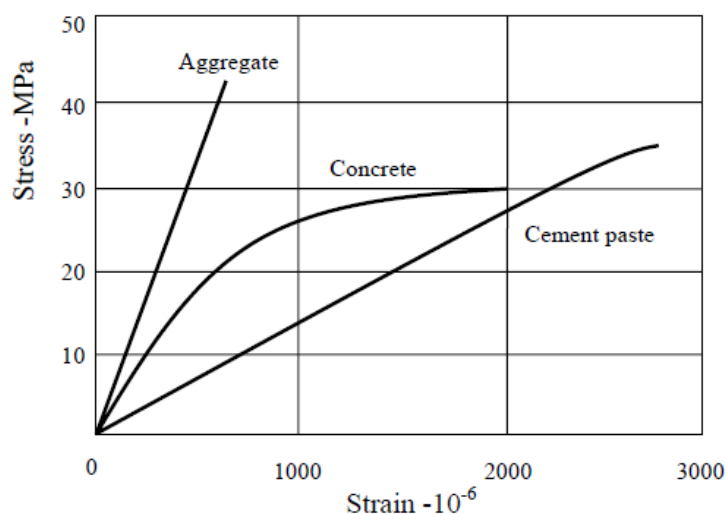
cambio del 5% en el valor teórico respecto al valor real del módulo de elasticidad, se traduce en una diferencia del 5% en la desviación de todas las variables que dependan de  $E_c$ , lo que implica que dicha variable debe ser lo más precisa posible. Para predecir el módulo de elasticidad del concreto existen una serie de ecuaciones en base a la resistencia a la compresión del mismo. (Tibbetts et al., 2018)

En el tema del módulo de elasticidad han ido surgiendo preguntas que conforme han avanzado diferentes investigaciones se han desarrollado en cierta medida, sin embargo, dicha información parece no incidir drásticamente en los diseñadores estructurales. En términos de diseño, el módulo representa una característica básica que influye esencialmente en el comportamiento estático de las construcciones de concreto reforzado. En la determinación de  $E_c$ , las relaciones básicas se hacen usando correlaciones con la resistencia a la compresión. En la literatura técnica se encuentran varias relaciones empíricas que muestran la dependencia de la resistencia a la compresión  $f'_c$  al valor de  $E_c$ . Sin embargo, surge la pregunta si es relevante aplicar el término de  $f'_c$  para la estimación de  $E_c$  en el diseño de estructuras de concreto armado, ya que como se estudiará en este documento, el valor de  $E_c$ , no necesariamente depende de  $f'_c$  y en términos de valores reales de  $E_c$  la desviación final es importante, lo que implica que el resultado final puede diferir drásticamente de los valores guías dados por las ecuaciones ya mencionadas. Se debe partir del hecho que las deformaciones elásticas del concreto dependen en gran medida de su composición de agregados.

Si una construcción es sensible a cualquier desviación, estos valores deben sacarse de ensayos reales que den más precisión al parámetro de ingreso. Además, el módulo de elasticidad del concreto depende del módulo de elasticidad de sus componentes, de la

compacidad y la uniforme distribución de los agregados en la matriz cementante (Krizova et al., 2015).

Según Topcu y Ugurlu (2007) la resistencia a compresión de los agregados es mucho mayor que la resistencia del concreto. Sin embargo, el concreto exhibe mayor comportamiento dúctil que cada uno de sus componentes considerado en forma individual. En otras palabras, el comportamiento inelástico del concreto es más alto que las otras fases y los otros componentes de la mezcla. Son varios los factores que afectan el módulo de elasticidad de un concreto, unos tendrán relación con los materiales y otros con las reacciones que se dan en estado plástico y endurecido (Serrano et al., 2010).



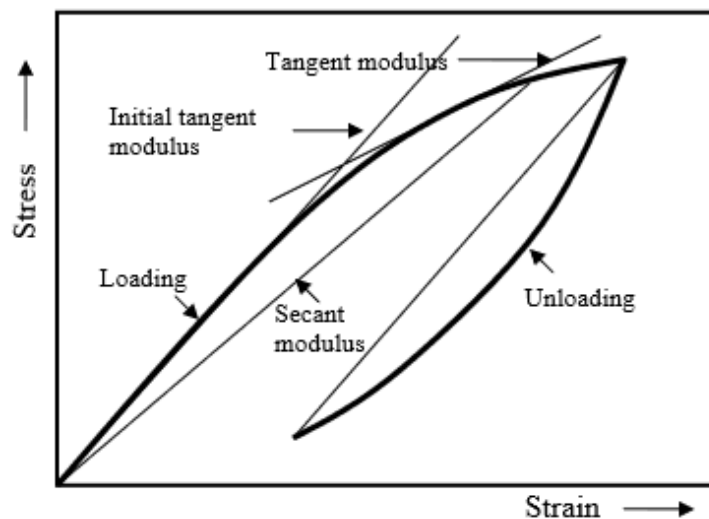
*Figura 1. Relaciones esfuerzo -deformación para pasta de cemento, agregados y concreto. (Neville, 1996)*

La curva esfuerzo deformación para la pasta de cemento en estado endurecido es casi lineal, el agregado tiene mayor módulo de elasticidad, por lo tanto, a la misma sollicitación de esfuerzo, se deformará menos. La curva esfuerzo deformación del concreto se encuentra entre las curvas del cemento y el agregado, sin embargo, esta relación en la mayor parte del rango no es lineal y por esta razón es que el concreto presenta micro fisuras constantemente.

Básicamente este comportamiento se da porque en el interfaz agregado pasta hay movimientos diferenciales entre los dos materiales, además también lo hay dentro de la pasta cementante debido a los cambios de temperatura, humedad y aplicación de cargas. (Tia et al., 2005)

Ya que en ninguna parte de la curva esfuerzo-deformación del concreto hay una línea recta, el método habitual para determinar el módulo de elasticidad es medir el módulo de tangente, que se define como la pendiente de la tangente a la curva esfuerzo-deformación en un porcentaje de la resistencia máxima del concreto determinada por la prueba de compresión en cilindros de 15x30 cm. De la figura 1, se puede observar que el módulo secante es casi idéntico al módulo tangente obtenido en un porcentaje menor de la fuerza final (Tia et al., 2005)

El concreto en estos procesos de cargas y descargas muestra lo que se exhibe en la figura 2.



*Figura 2. Representación esquemática de la relación esfuerzo-deformación del concreto.*

*(Neville, 1996)*

El concreto no volverá a su longitud original cuando se descargue, debido a la fluencia y la microfisuración, por ende, habrá una deformación residual a carga cero, es decir, habrá un ciclo histerético. Si la carga máxima aplicada, no es mayor que la carga de trabajo normal, más ciclos de carga y descarga producirán ciclos histeréticos de pequeño tamaño, esto se debe a que la mayor parte de la fisuración se presenta en la primera aplicación de la carga. (Tia et al., 2005)

La porosidad y el módulo de elasticidad de los agregados también son elementos importantes en la determinación de la rigidez. Es así como Módulos de Elasticidad de materiales no porosos con alta densidad producen módulos de elasticidad extremadamente altos. La relación agua/cemento ( $a/c$ ) influye también en el módulo de elasticidad tanto de la pasta como del concreto. Morteros con relaciones  $a/c$  bajas ocasionan un incremento en el módulo de elasticidad del concreto. (Serrano et al., 2010).

**Tabla 1.** Factores que afectan el módulo de elasticidad del concreto (Topcu et al., 2007)

Factores que afectan el módulo de elasticidad del concreto		
Concreto fresco		Concreto Endurecido
Pasta	Agregado	Experimentales
Módulo de elasticidad de la matriz de pasta	Módulo de elasticidad de los agregados	Aplicación de la carga
Porosidad de la mezcla	Porosidad	Contenido de humedad
Condiciones de la matriz de pasta	Fracción volumétrica de los agregados	

## **EVALUACIÓN DE DIFERENTES ECUACIONES**

Existen una serie de relaciones empíricas para la aproximación del módulo elástico del concreto, que ofrecen diferentes ecuaciones según el tipo de concreto, ya sea de alta resistencia (HSC), concreto liviano (LWC) o concreto autonivelante. La mayoría de las relaciones empíricas utilizan el peso unitario y la resistencia a compresión especificada del concreto como parámetros de entrada para predecir el módulo de elasticidad. Las ecuaciones empleadas indican que las mezclas de concreto de mayor peso unitario y resistencia a la compresión tienen módulos de elasticidad predecibles más altos; sin embargo, los factores de corrección también se incluyen para abordar los efectos del tipo de agregado grueso. En este documento se muestran las ecuaciones de predicción del módulo elástico que son función del peso unitario y la resistencia a la compresión. (Tibbetts et al., 2018)

Muchas de las ecuaciones recomendadas por los códigos establecen el uso de la resistencia a la compresión especificada y se han utilizado datos reales de la fuerza de compresión para desarrollar las relaciones empíricas. Esto tiene un efecto significativo en el valor del módulo elástico debido a que la resistencia a la compresión especificada es estadísticamente más baja que la resistencia a la compresión medida promedio. Como resultado, cuando se usa la resistencia de compresión de diseño especificada para calcular el módulo elástico, se subestimaré el módulo elástico. La subestimación del módulo elástico no afectará la capacidad de carga de la estructura, lo que incluye cálculos de deformación en condiciones de carga de servicio. (Tibbetts et al., 2018)

Para el caso de estudio, se seleccionaron cuatro ecuaciones empíricas y se utilizaron los datos de la fuerza de compresión del laboratorio; estas ecuaciones representan algunas de las ecuaciones más utilizadas en el diseño estructural sobre concreto. (Tibbetts et al., 2018)

## ACI 318

Actualmente, en el American Concrete Institute (ACI) 318, como requisitos del código de construcción para concreto estructural, se permite que el módulo de elasticidad para concreto con un peso unitario entre 1442 y 2563 kg / m<sup>3</sup> se calcule utilizando la ecuación (1). Pauw propuso la ecuación basada en datos de laboratorio compilados de módulo elástico medido y peso unitario de concreto que usa varios agregados para concreto de calidad estructural con una resistencia a la compresión de 17 MPa o más. La ecuación se implementó en el código ACI 318 en 1963, reemplazando  $E_c = 1000f'_c$  (Tibbetts et al., 2018)

$$E_c = 0.043 w_c^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Ecuación 1}$$

## AASHTO

La fórmula de especificaciones de diseño de puentes LRFD para la predicción del módulo de elasticidad del concreto en la ecuación 2, es la misma ecuación básica que en ACI 318, con la adición del factor de corrección del agregado  $K_1$ , que permite una mayor precisión en la predicción.

$$E_c = 0.043 w_c^{1.5} k_1 \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Ecuación 2}$$

## NCHRP-HSC

El informe 595 de la National Cooperative Highway Research Program (NCHRP) hizo las revisiones propuestas en 2007 al manual AASHTO LRFD para extender la aplicabilidad de sus disposiciones de diseño de flexión y compresión para permitir concretos de mayor resistencia. De acuerdo al comité 363 de la ACI, la ecuación 1 sobreestima el módulo de

elasticidad para el concreto con resistencias a la compresión por encima de 41 Mpa y como resultado, se desarrolló la ecuación 3, que es similar en estructura a la ecuación 2, pero con modificaciones a los factores. El multiplicador constante se cambió sustancialmente y se ajustaron los exponentes para las variables. La exposición para peso unitario se incrementó de 1.5 a 2.5, mientras que el exponente para la resistencia a la compresión especificada se redujo de 0.5 a 0.33.

$$E_c = 0.000035K1 w_c^{2.5} f'c^{0.33} \text{ (MPa)} \quad \text{Ecuación 3}$$

FHWA - LWC

Debido a los avances en la tecnología del hormigón en los últimos 50 años, la Federal Highway Administration (FHWA) llevó a cabo un estudio en 2013 sobre las propiedades mecánicas de alta resistencia para evaluar los cambios en el rendimiento con respecto al comportamiento del concreto de peso normal. El estudio incluyó un análisis de regresión de un amplio conjunto de datos, y propone la ecuación 4 para reemplazar la ecuación de módulo de elasticidad de la AASHTO LRFD. La nueva expresión tiene las mismas limitaciones en el peso unitario entre 1442 a 2483 kg / m<sup>3</sup>, y resistencia a la compresión como en el manual AASHTO LRFD para la aplicación de hormigón de peso normal.

$$E_c = 0.00171K1 w_c^{2.0} f'c^{0.33} \text{ (MPa)} \quad \text{Ecuación 4}$$

A continuación, la figura 3, muestra una recopilación de algunas de las ecuaciones más usadas en todo el mundo para la correlación de la obtención del módulo de elasticidad de acuerdo a investigaciones realizadas en los últimos años.

Designation	Equation	Validity
EN 1992-1-1	$E_c = 22(f_{cm}/10)^{0,3}$	EC 2
ACI 318	$E_c = 0.043 \cdot \rho_c^{1/5} \sqrt{f_c}$	USA
ACI 318-08	$E_c = 4700\sqrt{f_c}$	USA
ACI 363R-92	$E_c = 3320\sqrt{f_c} + 6900$	USA
CSA A23.3-04	$E_c = 4500\sqrt{f_c}$	Canada
NZS 3106:2006	$E_c = 3320\sqrt{f_c} + 6900$	New Zealand
TS 500	$E_c = 3250\sqrt{f_c} + 14000$	Turkey
AIJ	$E = 21000(\gamma/2300)^{1,5}(\sigma_B/20)^{1/2}$	Japan
BS 8110: part 2	$E_c = 9100f_c^{0,33}$	Great Britain
NS 3473	$E_c = 9.5(f_c)^{0.3}$	Norway
IS 456-1979	$E_c = 5688\sqrt{f_c}$	India
A.M. Neville	$E_c = 4,73 \cdot f_c^{0.5}$	-
M. Collepardi	$E_c = K_E \cdot f_c^{1/2}$	-

**Figura 3.** Ejemplos de ecuaciones empíricas para módulos de elasticidad. (Bajza, A. et al., 2006). (Noguchi, T. et al 2009). (Yan, K. et al., 2010).

En caso de diferencias en la composición de agregados, tipo y dosis de cemento, aditivos aplicados, estas ecuaciones pueden entregar información errónea y dichas ecuaciones solo tendrán carácter informativo. Estas solo consideran la dependencia del módulo elástico en relación a la resistencia a compresión, es decir, la influencia dada por la relación



Agua/cemento del concreto, sin embargo, el módulo de elasticidad es fuertemente influenciado por las combinaciones de agregados. (Coolepari, M. et al., 2009)

## **DISCUSIÓN**

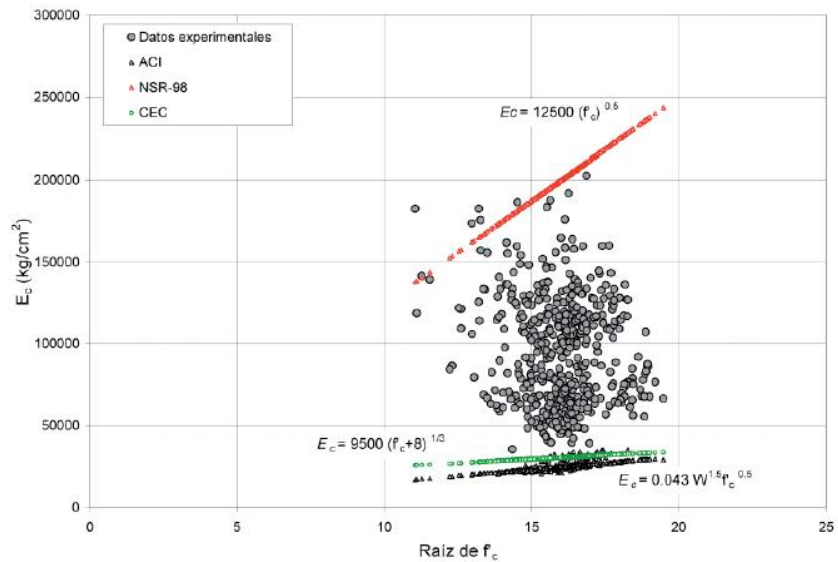
Para mostrar un poco de algunas investigaciones que se han hecho, se mostrarán los resultados de 3 estudios que han trabajado el tema de las ecuaciones del módulo de elasticidad.

### **SERRANO**

El primer trabajo a estudiar, fue realizado por la Universidad Pontificia Bolivariana, seccional Bucaramanga, donde en el año 2010 se analizaron 611 especímenes de concretos preparados en plantas concreteras del área metropolitana de Bucaramanga, donde en su momento se hizo un análisis contra la ecuación para determinar  $E_c$  en la NSR-98.

Se enfatiza en que las ecuaciones sugeridas en la investigación de Serrano, corresponden a aquellas que permiten la estimación del módulo de elasticidad sin tener en cuenta el origen del agregado y que fueron obtenidas utilizando muestras de concreto de  $210 \text{ kg/cm}^2$ .

Se concluyó que el valor de  $E_c$  estimado con la ecuación de la NSR-98, la cual no tiene en cuenta el tipo de agregado ( $E_c = 12500\sqrt{f'_c}$ ,  $\text{Kg/cm}^2$ ), está por encima de los valores experimentales. Se hizo un análisis de sensibilidad de los exponentes de la ecuación de la NSR-98 y ajustan una ecuación que se adecuara a la resistencia de los concretos que se analizaron. De lo anterior, propusieron utilizar la ecuación  $E_c = 6250\sqrt{f'_c}$  ( $\text{Kg/cm}^2$ ) para determinar el módulo de elasticidad en concretos producidos en Bucaramanga y su área metropolitana, dicha ecuación produce valores de  $E_c$  un 50% por debajo de lo sugerido por la NSR 98.



*Figura 4. Comparación del módulo de elasticidad experimental con valores resultantes al aplicar las ecuaciones propuestas por el ACI, NSR-98*

Se resalta que la ecuación del NSR-98  $E_c = 12500\sqrt{f_c}$  (Kg/cm<sup>2</sup>) está por encima del comportamiento de las muestras ensayadas.

## RUIZ

Por otro lado, una investigación realizada por la pontificia Universidad Javeriana en el año 2013, también trata el tema de la ecuación del módulo de elasticidad, donde recopilaron y analizaron estadísticamente la información de ensayos de resistencia a la compresión, con mediciones de módulo de elasticidad para la ciudad de Bogotá, con más de 1500 muestras analizadas.

En dichas muestras estadísticas se incluyeron resultados sobre cilindros estándar de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura, así como núcleos extraídos de estructuras existentes. La

gran mayoría de los resultados disponibles de módulo de elasticidad y resistencia a la compresión se tomaron de los reportes de ensayos realizados entre los años 2005 y 2010 del Laboratorio de Pruebas y Ensayos del Departamento de Ingeniería Civil de la Pontificia Universidad Javeriana.

En la figura 5 se presentan los datos estadísticos para  $f'_c$  y para  $E_c$ . Obsérvese que la curva sugerida por la normativa vigente  $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$  en MPa está muy por encima de la ecuación de ajuste para los concretos bogotanos, ya que el coeficiente que multiplica a  $f'_c^{0.5}$  (4700 en MPa) es un 39% inferior al valor de la regresión estadística (3386 en MPa).

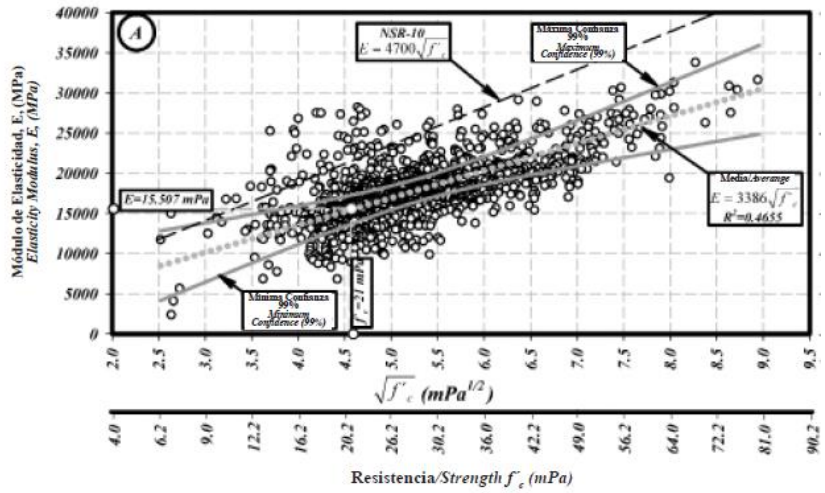


Figura 5. Correlación estadística de módulos de elasticidad y resistencia de concretos en Bogotá D.C.

## TIBBETTS

Por otro lado, se analiza también del artículo de la ACI Structural Journal, ya que es el documento más actualizado y quizá el más representativo en la actualidad, por tal motivo se profundizará bastante en el estudio que llevó a cabo esta investigación.

Las ecuaciones empíricas para la predicción del módulo de elasticidad, seleccionadas para la investigación, utilizaron la resistencia a la compresión y el peso unitario como parámetros de entrada. Para simplificar, se utilizó el peso unitario promedio de las mezclas para cada tipo de agregado para la predicción del módulo de elasticidad. Además, se usó un factor de corrección para el agregado de  $k_1 = 1.0$  para las ecuaciones de AASHTO, NCHRP-HSC y FHWA-LWC.

La selección de agregado grueso utilizado para este proyecto proporcionó una muestra representativa de diferentes agregados producidos en Florida (Estados Unidos de América) y usados en el concreto estructural, por lo tanto, se estableció una relación comparativa con la piedra caliza normal y granito. Los tipos de agregado grueso utilizados en dicho estudio son formaciones de piedra caliza dentro de la Florida (Miami, Perry y Brooks-ville), Calera de piedra caliza y Granito. El agregado fino fue el mismo para todas las mezclas.

Se eligieron dos diseños de mezcla para la comparación en base a las especificaciones estándar, una mezcla de diseño relativamente de baja resistencia (Clase II), típicamente utilizada para carreteras, cubiertas de puentes, y losas; y un diseño de mezcla de alto rendimiento con una relación agua/cemento baja ( $a/c$ ) (Clase VI).

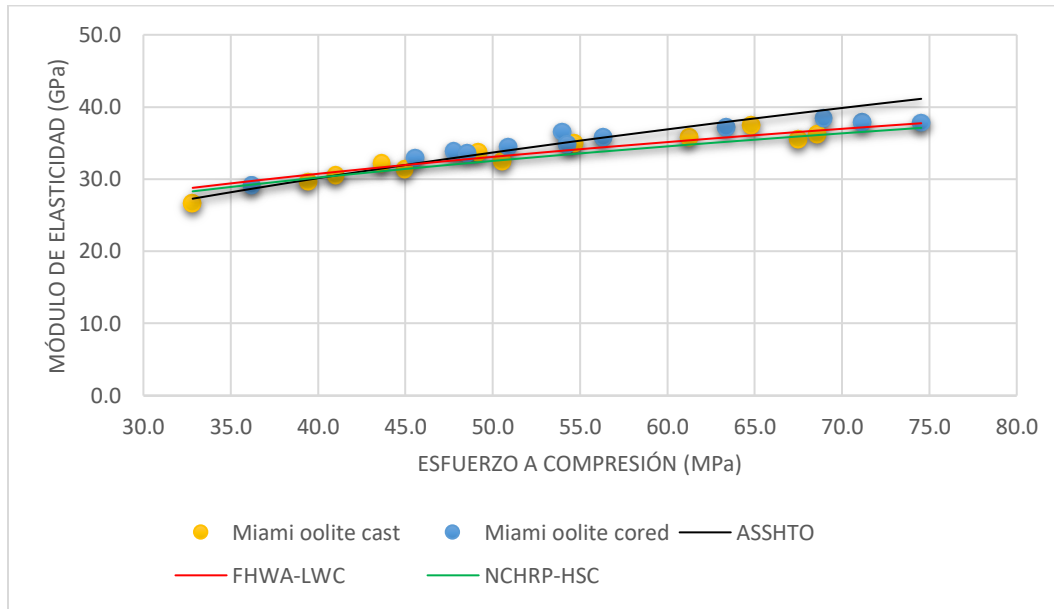
Se hicieron ensayos de resistencia a compresión a edades de 3, 7, 14, 28, 56, y 91 días de acuerdo con ASTM C39 para dos tipos de muestras, vaciadas en laboratorio (cast) y muestras

de núcleos al 100% de humedad relativa (Cored) para garantizar condiciones de curado similares a la de los cilindros vaciados en laboratorio. Los módulos de elasticidad de las muestras se ensayaron a las mismas edades que las pruebas de resistencia a la compresión. El promedio de las tres muestras fue tomado como la resistencia a la compresión y módulo de elasticidad para cada edad, con valores atípicos eliminados.

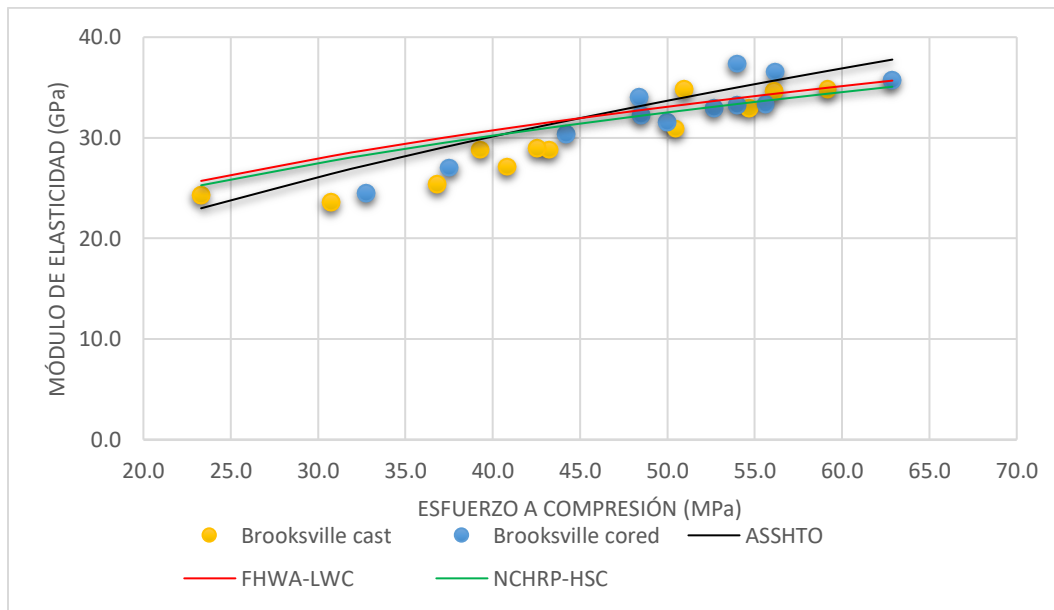
**Tabla 2.** Valores de resistencia a la compresión  $f'c$  y módulo de elasticidad del concreto  $Ec$ .  
(Tibbetts et al., 2018)

Clase	Tipo	Edad (días)	Miami oolita		Brooksville		Perry		Granito		Calera	
			$f'c$ (MPa)	$Ec$ (MPa)	$f'c$ (MPa)	$Ec$ (MPa)	$f'c$ (MPa)	$Ec$ (MPa)	$f'c$ (MPa)	$Ec$ (MPa)	$f'c$ (MPa)	$Ec$ (MPa)
II	Cast	3	32.8	26662.0	23.3	24248.9	32.8	30798.9	27.6	30681.7	27.4	36425.0
		7	41.0	30564.5	30.8	23559.4	39.0	31598.7	36.0	32177.8	33.7	37459.2
		14	43.6	32177.8	36.8	25393.4	45.9	34246.3	36.8	33212.1	38.1	37576.4
		28	49.2	33784.3	40.8	27117.1	54.1	35852.7	43.6	34701.3	44.8	41141.0
		56	61.2	35735.5	43.2	28840.8	52.4	36887.0	53.4	37576.4	52.1	42864.7
		91	64.8	37459.2	39.3	28840.8	61.3	40679.1	57.1	39762.1	55.2	44698.7
	Cored	3	36.2	29075.2	32.8	24476.4	34.7	33322.4	33.6	31026.4	28.0	36542.2
		7	45.6	32977.6	37.5	27006.8	44.5	34011.8	38.3	32750.1	35.0	37459.2
		14	47.8	33901.5	44.2	30336.9	53.7	37693.6	43.3	34818.5	39.2	41141.0
		28	54.0	36542.2	48.5	32288.2	57.8	37114.5	45.3	35625.2	43.0	40451.6
		56	63.4	37231.7	52.7	32977.6	55.4	40106.8	49.5	38727.9	46.1	43209.5
		91	68.9	38383.1	48.4	34011.8	68.0	43437.0	56.1	40106.8	51.9	46422.4
VI	Cast	3	39.4	29647.5	42.5	28958.0	46.9	31253.9	47.5	33094.8	35.9	34935.7
		7	45.0	31371.2	50.5	30909.2	55.0	29764.7	51.2	34935.7	40.8	36659.4
		14	50.5	32522.6	54.7	32977.6	62.5	35390.8	52.5	33784.3	49.9	39527.7
		28	54.7	35046.1	56.1	34591.0	70.8	36197.5	55.2	36542.2	56.2	41830.5
		56	68.6	36197.5	59.2	34818.5	64.6	39182.9	61.0	38610.7	60.1	47001.6
		91	67.5	35508.0	51.0	34818.5	65.2	38727.9	76.4	41023.8	64.8	46312.1
	Cored	3	48.5	33556.8	50.0	31598.7	51.2	34591.0	48.7	34473.8	41.4	37114.5
		7	50.9	34473.8	54.0	33212.1	57.6	36197.5	52.3	36659.4	43.6	38265.9
		14	56.3	35852.7	55.6	33322.4	71.0	38493.4	52.3	41368.6	52.7	42285.6
		28	54.3	34818.5	56.2	36542.2	70.6	39417.3	58.6	38727.9	59.1	42630.3
		56	71.2	37921.2	62.9	35735.5	66.1	39072.6	61.3	39872.4	61.7	45277.9
		91	74.5	37804.0	54.0	37348.9	69.4	41251.3	76.5	42078.7	65.8	47573.8

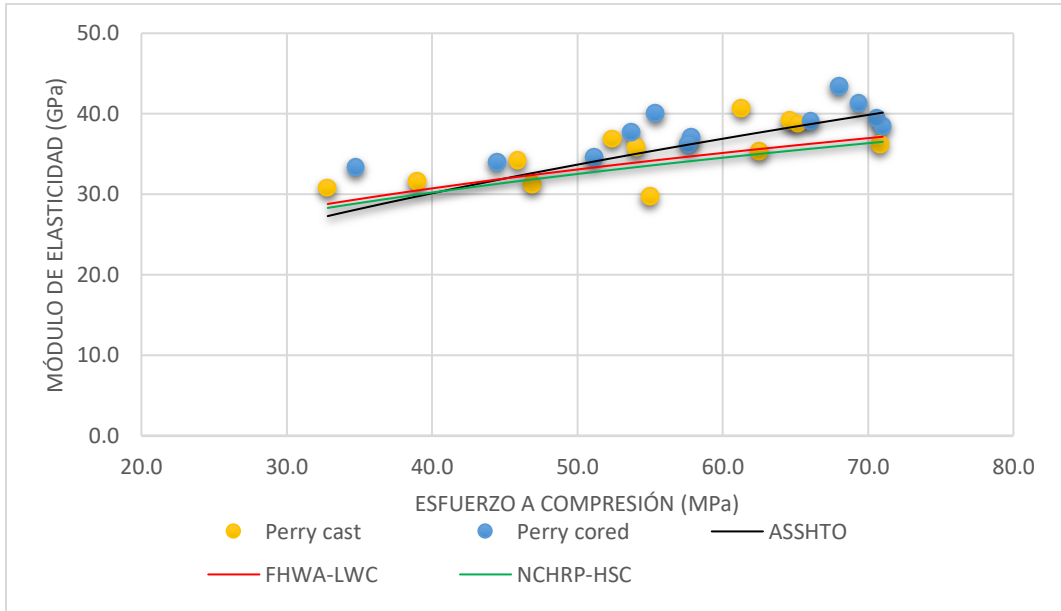
De la tabla 2 se hace el siguiente grupo de gráficas para entender el comportamiento que tienen los resultados de laboratorio al compararlos con las ecuaciones de predicción.



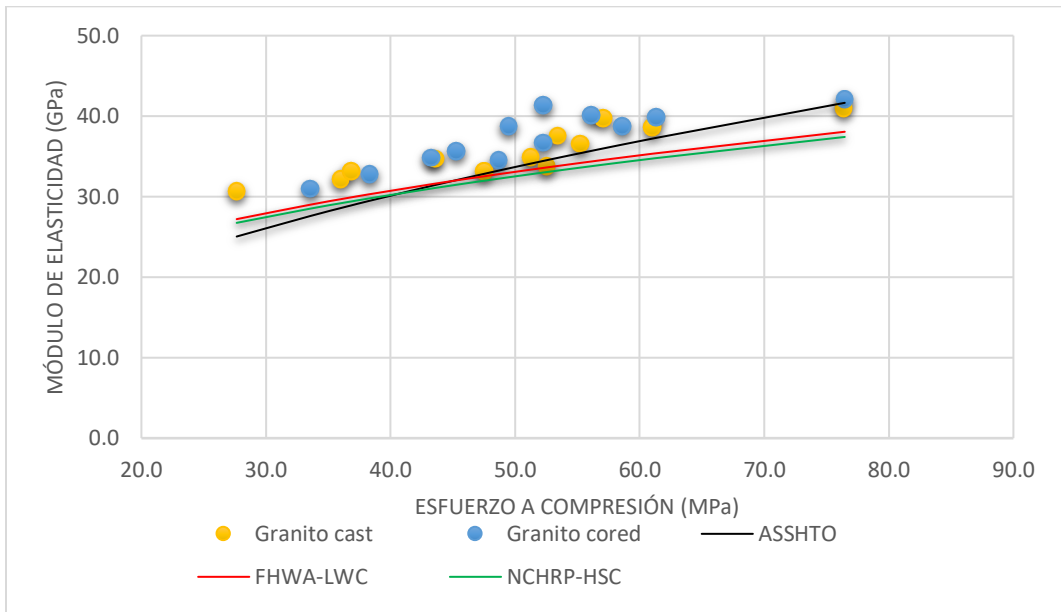
Gráfica 1. Medición  $E_c$  vs  $f'_c$  y predicción de  $E_c$  vs  $f'_c$  usando las ecuaciones de AASHTO, FHWA-LWC, NCHRP-HSC - Miami oolite.



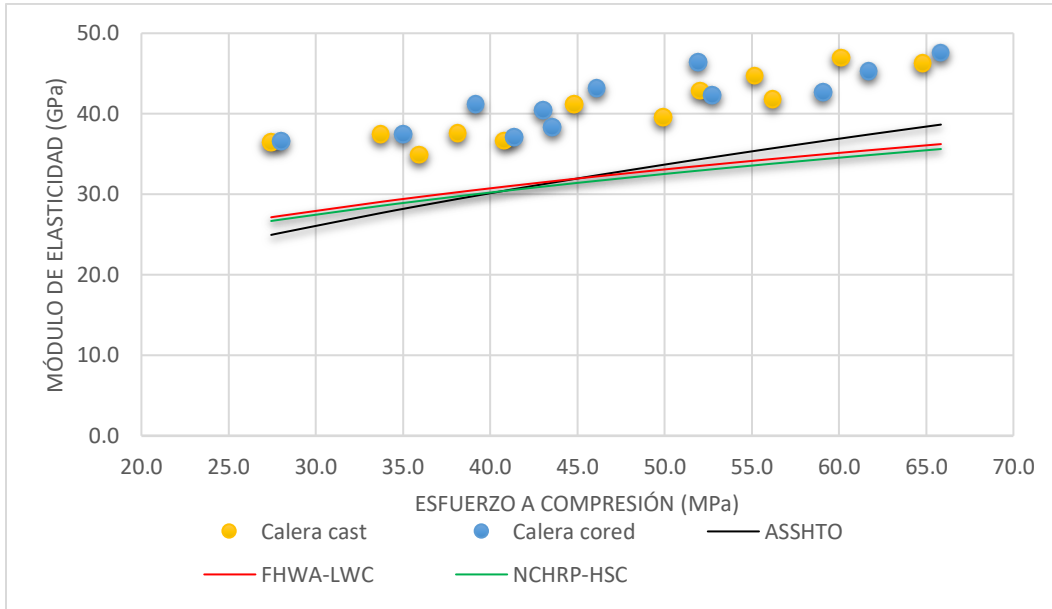
Gráfica 2. Medición  $E_c$  vs  $f'_c$  y predicción de  $E_c$  vs  $f'_c$  usando las ecuaciones de AASHTO, FHWA-LWC, NCHRP-HSC - Brookville.



Gráfica 3. Medición  $E_c$  vs  $f'_c$  y predicción de  $E_c$  vs  $f'_c$  usando las ecuaciones de AASHTO, FHWA-LWC, NCHRP-HSC – Perry.



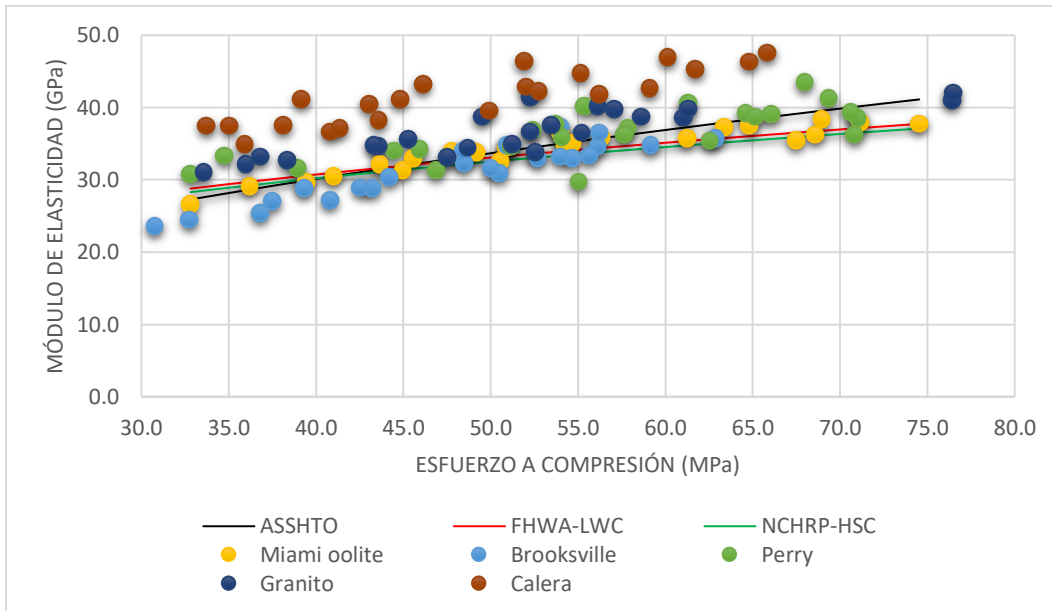
Gráfica 4. Medición  $E_c$  vs  $f'_c$  y predicción de  $E_c$  vs  $f'_c$  usando las ecuaciones de AASHTO, FHWA-LWC, NCHRP-HSC - Granito.



Gráfica5. Medición  $E_c$  vs  $f'_c$  y predicción de  $E_c$  vs  $f'_c$  usando las ecuaciones de AASHTO, FHWA-LWC, NCHRP-HSC – Calera.

Las gráficas 1 a 5 muestran el módulo de elasticidad medido frente a su resistencia a la compresión. Para las mezclas clase II y clase VI revelaron una clara dependencia del tipo de agregado grueso dentro de cada diseño.





Gráfica 6. Medición  $E_c$  vs  $f'_c$  y predicción de  $E_c$  vs  $f'_c$  usando las ecuaciones de AASHTO, FHWA-LWC, NCHRP-HSC – Miami oolite, Brooksville, Perry, Granito y Calera.

La gráfica 6 muestra todos los datos de la tabla 2, de modo que se puede apreciar el comportamiento de cada tipo de agregado grueso. El concreto que contiene agregado Calera alcanza claramente mayores resultados de módulo de elasticidad, seguido de mezclas realizadas con Perry, Granito, Miami oolite y luego Brooksville.

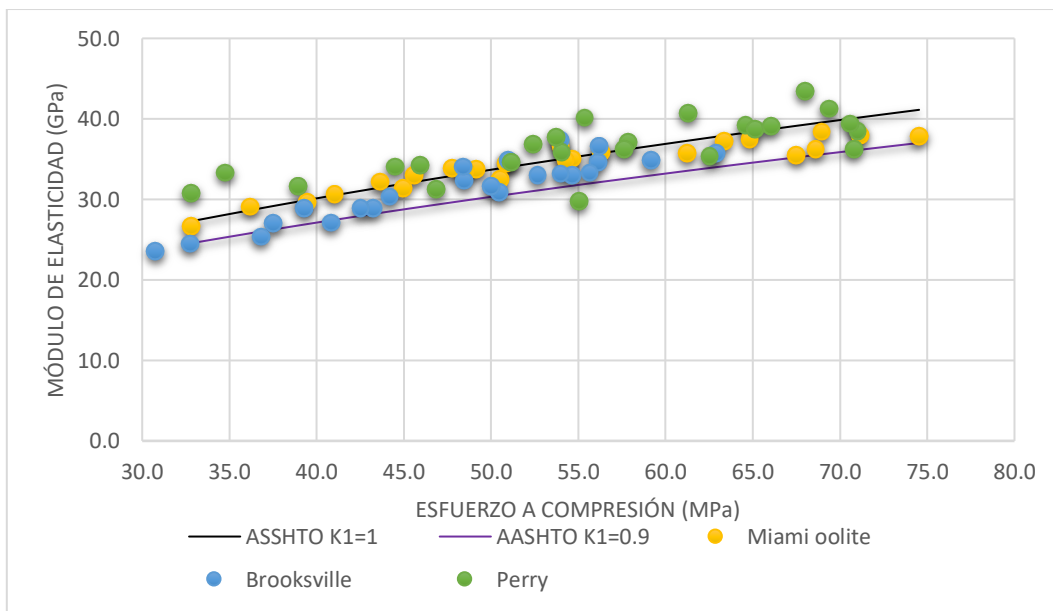
Las mediciones de módulo elástico para todas las mezclas del estudio de Tibbetts mostraron que el hormigón producido con Calera tuvo el mayor módulo de elasticidad. Esto contrasta con los datos de resistencia a la compresión, en los que las mezclas que contienen agregados de Miami oolite, Perry y granito lograron mayor fuerza a la compresión.

Las ecuaciones empíricas para la predicción de módulo elástico seleccionadas para dicha investigación, usan la resistencia a la compresión y peso unitario como parámetros de entrada.

Debido a que la única diferencia entre la predicción del módulo en la ecuación dada en el código ACI 318 y el manual AASHTO LRFD es la inclusión del factor de corrección  $K_1$ , los resultados se informan como AASHTO. Además, para las 3 ecuaciones que se presentan para hallar los datos de las gráficas 1 a 5, se usó un factor de corrección de  $k_1=1$ .

La gráfica 6 muestra los datos en bruto para todas las mezclas de concreto (todos los tipos de agregado) y utiliza la unidad de peso promedio de todas las mezclas para las curvas de predicción del módulo elástico. Una predicción con un factor de ajuste mayor a 1, indicará una subestimación del módulo elástico, mientras que un factor menor que 1, refleja una sobreestimación.

La ecuación ACI no incorpora un factor de corrección para el agregado, los valores enumerados para la ecuación AASHTO presenta la mejor opción para todos los conjuntos de datos.



Gráfica 7. Medición  $E_c$  vs  $f'_c$  y predicción de  $E_c$  vs  $f'_c$  usando las ecuaciones de AASHTO  $K_1=1$ ,  $K_1=0.9$  – (Agregados Miami oolita)

Dicha investigación llegó a la conclusión de que un valor inferior a 1 sería demasiado conservador. La gráfica 7, que muestra los datos predecibles para el módulo elástico a partir de la ecuación AASHTO utilizando un factor de corrección de 0,9 y 1,0. Un factor de corrección de 0.9 fue necesario para satisfacer los valores de todas las mezclas estudiadas, sin embargo, dicha investigación concluyó que un valor de  $K_1$  inferior a 1 es demasiado conservador. Parece que varios de los valores se sobrestiman cuando se utiliza un factor de corrección de 1,0, sin embargo, la mayoría de los puntos de datos por debajo de la AASHTO  $k_1 = 1,0$  en la curva, son especímenes en edad temprana.

El módulo de elasticidad en varias mezclas reveló la clara dependencia del tipo de agregado grueso en el diseño de cada mezcla. Las muestras de concreto mantienen las mismas relaciones agua/cemento, sin embargo, fueron hechas con diferentes tipos de agregado grueso, dando como resultado que mezclas para valores de  $f'_c$  similares y los valores de  $E_c$ , con grandes variaciones.

Dicha investigación estudió las diferencias entre la relación física y la relación empírica del módulo de elasticidad y la resistencia a la compresión del concreto. El concreto que incorpora varios tipos de agregados gruesos se evaluó con un énfasis particular en la piedra caliza de las formaciones de Florida, mejor conocida como limerock. Se evaluaron dos clases de concreto estructural para determinar el efecto del agregado grueso en la resistencia a la compresión y el módulo de elasticidad.

## **ANÁLISIS**

En este documento se extraen valores de una experimentación hecha en el año 2015 por la Brno University of Technology, donde se muestran los resultados de resistencia a compresión

comparados contra el módulo de elasticidad, estos valores fueron tomados de los valores medios de 3 diferentes muestras para concretos con madures de 28 días.

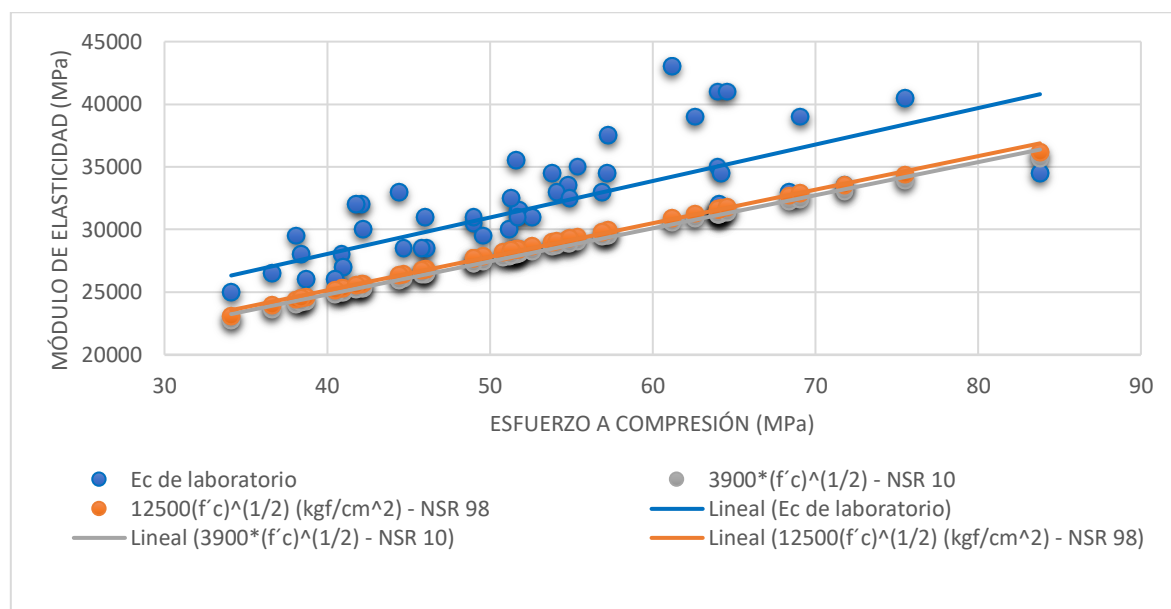
Esfuerzo compresión	Módulo de elasticidad	Esfuerzo compresión	Módulo de elasticidad
Mpa	Mpa	Mpa	Mpa
64.1	31500	64	41000
54.8	33500	64.6	41000
55.4	35000	51.6	35500
64	35000	53.8	34500
34.1	25000	57.3	37500
46.1	28500	62.6	39000
57.2	34500	69.1	39000
68.4	33000	75.5	40500
44.7	28500	44.4	33000
51.2	30000	42.1	32000
51.7	31500	41.8	32000
64.2	34500	46	31000
83.8	34500	40.5	26000
64.1	32000	38.7	26000
71.8	33500	45.8	28500
61.2	43000	49.6	29500
40.9	28000	54.1	33000
36.6	26500	54.9	32500
42.2	30000	52.6	31000
38.1	29500	56.9	33000
51.8	31500	51.7	31000
41	27000	51.3	32500
49	30500	49	31000
50.8	3300	38.4	28000

*Tabla 3. Esfuerzo a compresión y módulo de elasticidad para concretos a 28 días (Krizova, K. et al., 2015).*

De acuerdo a la tabla anterior y la investigación hecha por K. Krizova en 2015, la composición del agregado en el concreto podría no influir tan drásticamente en la compresión, pero, por otro lado, puede influir fuertemente el módulo de elasticidad concreto. (Krizova, K.et al., 2015).

En relación a los resultados de la tabla 3, se hace un ejercicio de comparación de dichos valores reales de módulos de elasticidad, medidos en laboratorio y se compara contra algunas de las ecuaciones para la predicción del módulo de elasticidad en Colombia.

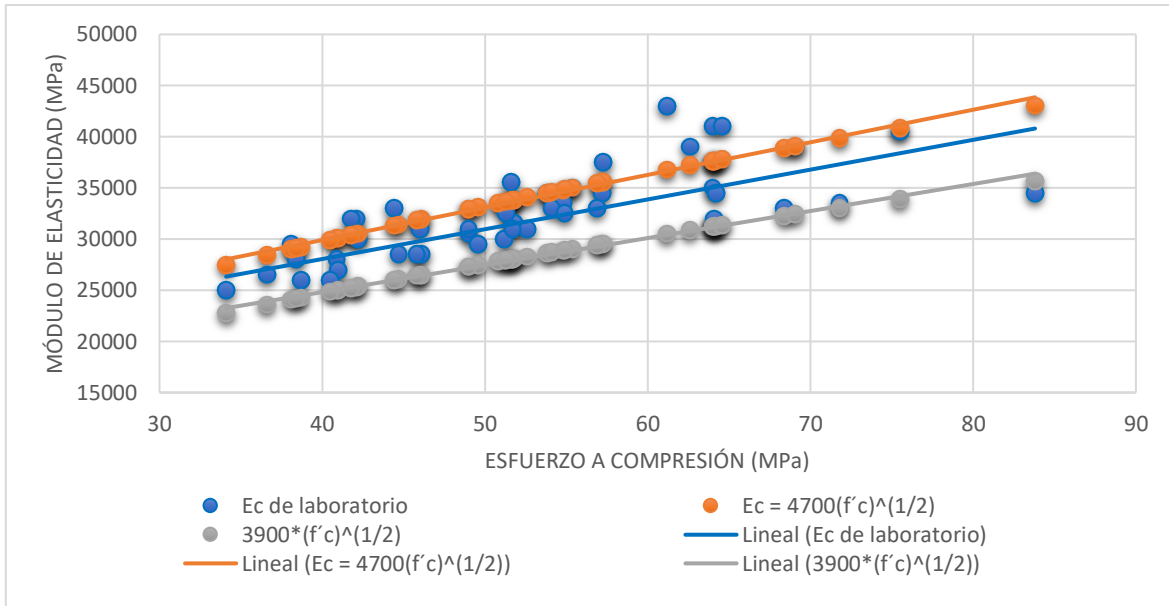
El primer ejercicio compara las ecuaciones de módulo de elasticidad, sin distinguir tipo de agregado para NSR 98 y NSR 10 contra los valores reales de laboratorio.



Gráfica 8. Dependencia entre el módulo de elasticidad y resistencia a la compresión del concreto a 28 días.

La gráfica 8 es una comparación entre los resultados de datos reales de muestras en laboratorio contra los resultados que se tendrían con las ecuaciones de las normas sin

distinguir tipo de agregado, es decir para la NSR 98,  $E_c=12500\sqrt{f'_c}$  ( $\text{Kg/cm}^2$ ) y para la NSR 10,  $E_c= 3900\sqrt{f'_c}$  (MPa). Como se observa en las líneas de tendencia, dichas ecuaciones subestiman el valor de módulo de elasticidad.

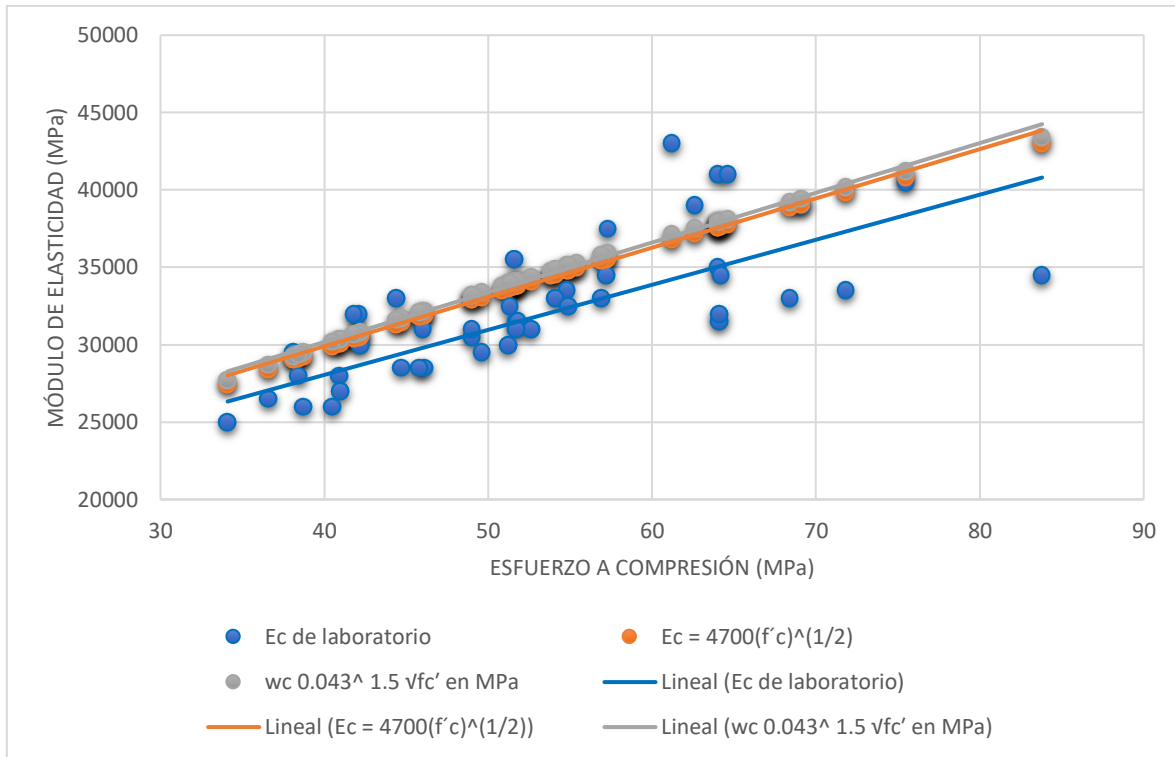


*Gráfica 9. Dependencia entre el módulo de elasticidad y resistencia a la compresión del concreto a 28 días.*

La gráfica 9 relaciona los valores de los resultados de laboratorio comparadas contra las ecuaciones de  $E_c= 3900\sqrt{f'_c}$  y  $E_c= 4700\sqrt{f'_c}$  en MPa, donde es evidente que la ecuación de  $4700\sqrt{f'_c}$  sobrevalora los resultados de los valores de módulo de elasticidad reales.

En general la NSR 10 describe las siguientes ecuaciones para la obtención del módulo de elasticidad:

El módulo de elasticidad,  $E_c$ , para el concreto puede tomarse como  $0.043w_c^{1.5}\sqrt{f'_c}$  (en MPa), para valores de  $w_c$  comprendidos entre 1440 y 2560  $\text{kg/m}^3$ . Para concreto de densidad normal,  $E_c$  puede tomarse como  $4700\sqrt{f'_c}$  (en MPa)



*Gráfica 10. Dependencia entre el módulo de elasticidad y resistencia a la compresión del concreto a 28 días.*

De la gráfica 10 se puede observar que ambas ecuaciones de predicción tienen una línea de tendencia muy similar y que ambas sobre valoran los valores de módulo de elasticidad para el caso de estudio presente. Además, también es muy importante resaltar que la ecuación  $0.043w_c^{1.5} \sqrt{f'_c}$  (en MPa), propuesta por la norma NSR -10 es la misma ecuación de la ACI 318 y que para el caso de estudio que se hizo para Tibbetts es la misma ecuación de la AASTHO, que para ese caso en particular fue la ecuación que se recomendó para predecir el módulo de elasticidad cuando no se tengan ensayos de laboratorio.

La NSR-10 para el caso que se tenga información del origen del agregado grueso de la mezcla de concreto, propone en sus comentarios una serie de ecuaciones para la predicción del valor del módulo de elasticidad, las cuales se describen a continuación.

Para agregado grueso de origen ígneo:  $E_c = w_c 0.047^{1.5} \sqrt{f_c'}$  en MPa

Para agregado grueso de origen metamórfico:  $E_c = w_c 0.041^{1.5} \sqrt{f_c'}$  en MPa

Para agregado grueso de origen sedimentario:  $E_c = w_c 0.031^{1.5} \sqrt{f_c'}$  en MPa

El valor medio para toda la información experimental nacional, sin distinguir por tipo de agregado, es:  $E_c = w_c 0.034^{1.5} \sqrt{f_c'}$  en MPa

Cuando no se disponga del valor de la masa unitaria del concreto, puede utilizarse:

Para agregado grueso de origen ígneo:  $E_c = 5\,500 \sqrt{f_c'}$  en MPa

Para agregado grueso de origen metamórfico:  $E_c = 4\,700 \sqrt{f_c'}$  en MPa

Para agregado grueso de origen sedimentario:  $E_c = 3\,600 \sqrt{f_c'}$  en MPa

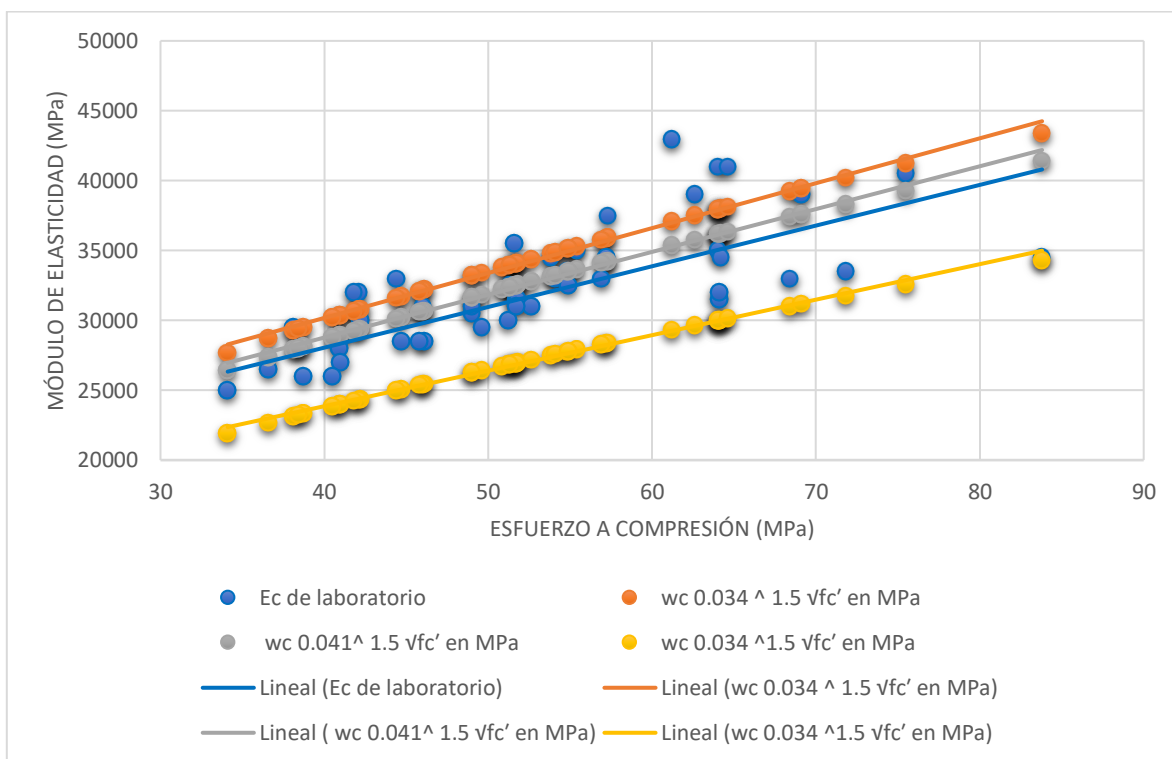
El valor medio para toda la información experimental nacional, sin distinguir por tipo de agregado, es:  $E_c = 3\,900 \sqrt{f_c'}$  en MPa

Luego, de acuerdo a la geología del valle de Aburrá, se tiene que la mayor parte de los agregados producidos en el valle de Aburrá corresponden las rocas metamórficas del Complejo Cajamarca con el Grupo El Retiro, representado por las Anfibolitas de Medellín (TRaM) y el Gneis de La Ceja (TRgLC). Dentro de las rocas metamórficas, también afloran el Gneis Milonítico de Sajonia (JKgmS). Dentro de las rocas ígneas afloran rocas del Batolito Antioqueño (KcdA) y los denominados Gabros de Copacabana (KgC). Finalmente, afloran los depósitos de vertiente y los materiales aluviales. (Microzonificación sísmica detallada de



los municipios de Barbosa, Girardota, Copacabana, Sabaneta, La Estrella, Caldas y Envigado. 2006)

De acuerdo a la anterior información, se podría decir que teóricamente hablando se pueden usar las ecuaciones referentes a agregado grueso de origen metamórfico, sin embargo, como se muestra en la siguiente gráfica, se debería tener cuidado con todas estas correlaciones. Para el ejercicio efectuado en este documento, las ecuaciones que cumplen son las referentes a las del valor medio para toda la información experimental nacional, sin distinguir por tipo de agregado. Sin embargo, no se puede afirmar que esto sea del todo real, ya que para dar veracidad de todo esto, se debería hacer un trabajo de laboratorio con muestras representativas para Medellín o en general el Valle de Aburrá.



Gráfica 3. Dependencia entre el módulo de elasticidad y resistencia a la compresión del concreto a 28 días.

## CONCLUSIONES

- Las deformaciones elásticas del hormigón dependen en gran medida de su composición, es decir, de los agregados. Las ecuaciones estándar dan valores de módulo elástico considerados como guías para aplicaciones generales, sin embargo, si una construcción es sensible a cualquier desviación de estos valores generales, entonces los valores deben establecerse con mayor precisión por valores arrojados por laboratorio.
- El módulo de elasticidad depende de los módulos de elasticidad de sus componentes.
- Para hacer un estimativo real de si las ecuaciones para la predicción de módulo de elasticidad, subvalora o sobrevalora los valores reales específicamente para la ciudad de Medellín y el Valle de Aburrá, se debe hacer una investigación juiciosa con muestras representativas y donde se estudien todas las variables mencionadas en esta recopilación del estado del arte, donde se evidenció que para ciertas zonas y épocas se ha concluido que las ecuaciones sobrevaloran y en otros casos subvaloran.
- Las ecuaciones propuestas por la NSR-10 para la predicción del módulo de elasticidad del concreto  $0.043w_c^{1.5}\sqrt{f_c'}$  (en MPa), para valores de  $w_c$  comprendidos entre 1440 y 2560 kg/m<sup>3</sup> y  $4700\sqrt{f_c'}$  (en MPa), numéricamente hablando dan valores de predicción muy similares.
- El módulo de elasticidad en varias mezclas de estudio revela la clara dependencia del tipo de agregado grueso en el diseño de cada mezcla. Las muestras de concreto pueden mantener las mismas relaciones agua/cemento y presentar grandes variaciones en los valores de módulo de elasticidad.

## REFERENCIAS

ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14)," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2014, 519 pp.

AIS (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica). (2010). Normas colombianas de diseño y construcción sismo resistente (NSR-10). Título C, Concreto Estructural (c-113). Bogotá.

Bajza, A.; Rouseková, I. *Technológia betónu*. Bratislava: JAGA GROUP, s.r.o., 2006. 190 s. ISBN 80-8076-032-2.

AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, seventh edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC, 2014, 245 pp.

Beshr, H.; Almusallam, A.; and Maslehuddin, M., "Effect of Coarse Aggregate Quality on the Mechanical Properties of High Strength Concrete," *Construction and Building Materials*, V. 17, No. 2, 2002, pp. 97-103. doi: 10.1016/S0950-0618(02)00097-1

Consortio microzonificación (2006). *Microzonificación sísmica detallada de los municipios de Barbosa, Girardota, Copacabana, Sabaneta, La estrella, Caldas y Envigado*. p,206.

Cooleparadi, M. *Moderní beton*. Praha: Informační centrum ČKAIT, s.r.o., 2009. 344 p. ISBN 978-80-87093-75-7.

Chan Yam, J. L., Solís Carcaño, R., & Moreno, E. I. (2003). Influencia de los agregados pétreos en las características del concreto. *Ingeniería*, 7(2), 39-46.

Krizova, K., & Hela, R. (2015). Evaluation of Static Modulus of Elasticity Depending on Concrete Compressive Strength. *World Academy of Science, Engineering and Technology*,

International Journal of Civil, Environmental, Structural, Construction and Architectural Engineering, 9(5), 654-657.

Neville, A.M.; (2011). Properties on Concrete, 5th edition, 1348-1369

Noguchi, T.; Tomosawa, F.; Nemati, K. M.; et al. Practical Equation for Elastic Modulus of Concrete. ACI Strucutral Journal: Technical paper. September-October 2009, vol. 106, no. 5, p. 690-696.

NTC 4025. Norma Técnica Colombiana (ICONTEC).(2005). Concretos. Método de ensayo para determinación del módulo de elasticidad estático y la relación de Poisson en concreto a la compresión.

Ruiz, D., Borrero, M. C., León, M., & Vacca, H. (2013). Estimación de la incertidumbre aleatoria de la distorsión sísmica de entrepiso de pórticos de concreto reforzado considerando la variabilidad del módulo elástico del concreto de Bogotá. Revista ingeniería de construcción, 28(1), 95-106.

Santos, A. C. dos, Arruda, A. M. de, Silva, T. J. da, & Vitor, P. de C. P. (2017). Estudio comparativo entre valores teóricos e resultados experimentais de módulo de elasticidade de concretos produzidos com diferentes tipos de agregado graúdo. Ambiente Construído, 17(3), 249 -264.

Serrano-Guzmán, M. F., & Pérez-Ruiz, D. D. (2010). Análisis de sensibilidad para estimar el módulo de elasticidad estático del concreto. Concreto y cemento. Investigación y desarrollo, 2(1), 17-30.

Tia, M.; Liu, Y.; Brown, D. Modulus of elasticity, creep and shrinkage of concrete (online).

Available

from:

[http://www.dot.state.fl.us/researchcenter/Completed\\_Proj/Summary\\_SMO/FDOT\\_BC354\\_85\\_rpt.pdf](http://www.dot.state.fl.us/researchcenter/Completed_Proj/Summary_SMO/FDOT_BC354_85_rpt.pdf).

Tibbetts, C.M., Perry, M. C., Ferraro, C.F, & Hamilton, H. R. (2018). Aggregate Correction Factors for Concrete Elastic Modulus Prediction. *ACI Structural Journal*, V.115,931-941.

Topcu B.; A. Ugurlo, Elasticity theory of concrete and prediction of Static E-modulus for dam Concrete using composite models, en *Digest*, Diciembre, pp. 1115-1127, 2007.

Yan, K.; Shi, C. Prediction of elastic modulus of normal and high strength concrete by support vector machine. *Construction and Buildings Materials* (online). Elsevier. August 2010, Vol. 24, issue 8, p. 1479–1485. (cit. 2011-11-10). Available from: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061810000188>.

Krizova, K., Hela, R.,(2015). Evaluation of static Modulus of elasticity depending on Concrete Compressive Strenght. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering*, Vol:9, No:5, 654-657