



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**LA REPRESENTACIÓN EN MATEMÁTICAS DESDE LA
LITERATURA CIENTÍFICA PARA LA ENSEÑANZA DE
LA TRIGONOMETRÍA**

**SALATIEL HURTADO HERNANDEZ
OSCAR BALLESTEROS PEÑA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS
ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
APARTADO
2019**



**La Representación en Matemáticas Desde la Literatura Científica para la enseñanza de la
Trigonometría**

**SALATIEL HURTADO HERNANDEZ
OSCAR BALLESTEROS PEÑA**

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:
Licenciado en Matemáticas y Física

Asesores (a):
RUBÉN DARÍO HENAO CIRO
Doctor en Didáctica de la Matemáticas

Línea de Investigación:
Investigación Acción Educativa

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes
Licenciatura en Matemáticas y Física

Apartado

2019

Dedicatoria

Dedicado a esos maestros y maestras que piensan que la enseñanza de la matemática, cuando se imparte con voluntad, motivación, dedicación e implementando las estrategias y didácticas necesarias para que los estudiantes puedan apreciarlas y sobre todo aprehenderlas, se siente la satisfacción del deber cumplido con el aprendizaje y el haber puesto un grano de arena en la formación de una sociedad con mayores anhelos de progreso y desarrollo

Agradecimientos

- ❖ Un total agradecimiento a nuestro asesor RUBÉN DARÍO HENAO CIRO por su inmensa comprensión, apoyo y una gran paciencia en esta ardua labor.
- ❖ A nuestra coordinadora VANESSA ARIAS por ser ese ángel caído del cielo, que llegó en el momento más necesario para concluir de la mejor manera unos arduos y últimos semestres.
- ❖ A nuestro profesor cooperador JORGE LÓPEZ YEPEZ, por su especial empeño en el desarrollo de esta tarea, pero en especial por haber permitido llevar el proceso con los estudiantes.
- ❖ Al rector de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR, el licenciado URIEL ÁNGEL HERNÁNDEZ CASTRO, por asumir el reto y abrirnos las puertas de este proceso y brindarnos toda la colaboración necesaria para el ejercicio del trabajo.
- ❖ A nuestros grandes amigos JUDITH JOHANA MONTIEL AVALOS y CRISTIAN ANDRÉS COSSIO SÁNCHEZ, por ese apoyo incondicional y consejos sabios cuando más lo necesitamos, siempre estuvieron presentes con ese amor, carisma, sinceridad y gran amistad que uno necesita para no decaer y salir adelante.

Título:	La Representación en Matemáticas Desde la Literatura Científica para la enseñanza de la Trigonometría
Autor(a) o autores:	Salatíel Hurtado y Oscar Ballesteros
Asesor(a):	Rubén Darío Henao Ciro
Lector externo:	Clara Cecilia Rivera Escobar
Fecha de la valoración:	Junio 13 de 2019

PROPÓSITO:

El propósito de la valoración del trabajo de grado es cualificar la producción académica de los maestros en formación de la Licenciatura. Este trabajo ha sido resultado de las Prácticas Pedagógicas con enfoque investigativo. Después de su evaluación se hará un proceso de socialización ante la Comunidad Académica. Tal como lo expresa el reglamento de prácticas pedagógicas en su capítulo IV (Acuerdo 284 de 2012).

ORIENTACIONES PARA DILIGENCIAR ESTE INSTRUMENTO:

Respetado lector externo, integrante del jurado, el Comité de Prácticas de la Facultad considera de suma importancia la valoración de los trabajos de grado, comprendiendo su evaluación como un proceso que se constituye en recurso de formación y en oportunidad de aprendizaje para los Maestros en Formación.

Le solicitamos diligenciar el siguiente instrumento que ha sido diseñado a partir de los componentes que debe tener el trabajo de grado, los respectivos criterios de evaluación que permitan valorar las cualidades de cada componente, un espacio para que escriba la valoración que otorga, atendiendo a la escala que para tal fin se fija a continuación y una casilla donde podrá escribir observaciones y sugerencias. Si se han omitido aspectos que Usted considera que son importantes, inclúyalos en este instrumento. Si el espacio del formato no es suficiente, utilice hojas adicionales.

ESCALA DE VALORACIÓN	
5	No requiere ningún tipo de ajuste o adecuación
4	Requiere pocas correcciones y algunas precisiones
3	Requiere trabajar sobre este criterio en profundidad
2	El ítem resulta insuficiente y requiere un buen número de ajustes
1	El ítem está ausente o fue abordado de forma inadecuada y se sugiere repetirlo.

ASPECTOS FORMALES DE LA PRESENTACIÓN DEL TEXTO

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	VALORACIÓN	OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS
La portada está diseñada atendiendo a lo establecido por las normas técnicas para este tipo de trabajos.	5	Los aspectos formales son contemplados en esta parte del trabajo.
El título del trabajo de grado es llamativo e integra de manera coherente tanto el tema como el contenido del mismo.	5	Los aspectos formales son contemplados en esta parte del trabajo.
El diseño de la tabla de contenido es una guía orientadora para los lectores del trabajo.	5	Los aspectos formales son contemplados en esta parte del trabajo.
Presenta un resumen comprensible, sencillo, informativo, preciso, completo y que no excede las 300 palabras.	4.5	El resumen tiene una clara orientación hacia el trabajo pero falta hablar mejor de los resultados.
Referencia adecuadamente los textos citados en el contenido del trabajo y lo hace teniendo en cuenta las normas APA más actuales.	5	Los aspectos formales son contemplados en esta parte del trabajo.
La redacción es clara y concisa, con una adecuada organización de las ideas.	4	El trabajo presenta algunos problemas leves de redacción.
Presenta ortografía y gramática adecuadas.	4	Existen algunos problemas de ortografía.
Las tablas y gráficas poseen su debida identificación.	5	Los aspectos formales son contemplados en esta parte del trabajo.

ASPECTOS RELACIONADOS CON LA CALIDAD ACADÉMICA DEL TEXTO

El problema de investigación está claramente planteado y delimitado, teniendo en cuenta la pertinencia y viabilidad de la investigación.	5	Se observa con claridad qué es lo que quieren investigar los estudiantes.
El objetivo general tiene una estructura que permite visualizar el qué, el cómo y el para qué y es consecuente con el tema del trabajo y la pregunta de investigación.	5	El objetivo general proyecta la posibilidad de responder al problema de investigación.
Los objetivos específicos guardan relación y coherencia con el objetivo general y se corresponden con objetivos de investigación.	5	Hay claridad en este planteamiento.
La pregunta o las preguntas de investigación delimitan el problema, son comprensibles para el lector y son viables y coherentes con la metodología de investigación propuesta.	4	Por momentos no se es claro con la correspondencia entre los instrumentos de caracterización y la investigación en sí.

Los antecedentes dan cuenta de los estudios e investigaciones precedentes por medio de una selección y revisión de literatura válida y confiable para el problema que se investiga.	5	Los antecedentes están muy bien planteados y dan cuenta de una investigación documental.
Se presentan y desarrollan de manera coordinada y coherente los marcos teóricos de referencia relativos al problema de investigación permitiendo así su comprensión y abordaje.	45	Está bien, aunque falta diferenciar mejor representación de registro, así como representación en Pierce y representación en Duval.
El enfoque metodológico y el diseño propuestos son los pertinentes para el tipo de problema y objetivos de investigación formulados.	45	Se habla de instrumentos que no tienen mucha incidencia en el trabajo.
Se describe claramente el contexto en el que se realiza la investigación.	5	Es claro este planteamiento.
Se presenta la población, muestra o participantes de la investigación, con una breve caracterización (en caso de que aplique). Y sus criterios de selección, que son coherentes son la metodología propuesta.	5	Es claro este planteamiento.
Se presentan los instrumentos, técnicas o estrategias para la recolección de los datos utilizados.	40	Falta más claridad en este planteamiento.
Contempla el procedimiento de análisis con las respectivas técnicas e instrumentos para analizar la información recolectada a través del proceso de investigación de la Práctica Pedagógica.	40	Falta más claridad en este planteamiento.
Existe relación entre el problema, los objetivos y la metodología propuesta.	5	Hay una buena relación.
Se presentan claramente los datos recolectados y el tratamiento estadístico que se les practicó -en estudios cuantitativos-, así como los datos recolectados, la categorización y los análisis efectuados -en estudios cualitativos-.	45	Está bien la categorización.
La presentación de los datos está acompañada de tablas, cuadros, gráficas, dibujos, diagramas, mapas y figuras generados por el análisis y la síntesis, que facilitan su comprensión. (Si aplica)	45	Está bien.
Se evidencia un tratamiento ético a la información y los participantes del proyecto.	5	No hay inconvenientes en este aspecto.
Se explican los resultados obtenidos, expuestos inicialmente como resultados	45	Están bien, pero algunos instrumentos no evidencian conclusiones.

esperados, que evidencian de manera coherente el alcance de los objetivos.		
Las conclusiones y las recomendaciones se desprenden del análisis de la información recolectada y constituyen aportes a futuros procesos investigativos.	45	Falta concluir más en relación con los objetivos planteados.
Las recomendaciones se hacen en función de cualificar los procesos seguidos para incorporarlas en otras investigaciones.	50	Están bien.
Consistencia interna: coherencia entre perspectiva teórica, objetivos, metodología, interpretaciones, resultados, conclusiones, etc.	50	Hay coherencia en este planteamiento.

ASPECTOS REFERIDOS AL APORTE A LA FORMACIÓN Y AL CAMPO DE CONOCIMIENTO

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	VALORACIÓN	OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS
Se concluye acerca de la importancia de este ejercicio investigativo y su aporte para la formación docente.	5	Está bien planteado
Se formulan nuevas preguntas que darían continuidad a este trabajo o que darían lugar a otras investigaciones en esta misma línea de indagación.	5	Está bien planteado.

¿RECOMIENDA USTED LA APROBACIÓN DE ESTA PRODUCCIÓN ACADÉMICA COMO TRABAJO DE GRADO? Marque con una X su respuesta y argumente el porqué de su decisión:

APROBADO	X	APROBADO CON MODIFICACIONES	NO APROBADO
Aplica en los casos en que el informe da cuenta satisfactoria de todos o la gran mayoría de los ítems valorados y por lo tanto puede presentarse a la comunidad académica sin correcciones.		<p>Aplica en los casos en que se recomienda trabajar en los criterios o realizar precisiones de los mismos, pero son modificaciones que pueden hacerse en corto tiempo y que no afectan el sentido mismo del informe presentado.</p> <p>En estos casos el estudiante realiza las modificaciones y puede presentar ante la comunidad académica sus resultados. Dichas modificaciones serán revisadas por el asesor.</p>	Aplica cuando es necesario replantear el trabajo o corregir en profundidad muchos elementos. En estos casos el estudiante no puede hacer su presentación pública hasta no agotar las correcciones y obtener el visto bueno del jurado sobre ellas.

De acuerdo con el acuerdo académico 0203 del 20 de febrero de 2002, El Consejo Académico de la universidad ha definido que puede otorgarse una distinción a los mejores trabajos de grado, por recomendación unánime del Jurado. En este sentido le solicitamos valorar si el presente a su juicio merece ser reconocido con tal distinción.

RECOMIENDO EL TRABAJO PARA DISTINCIÓN ESPECIAL SÍ _____ NO X

Justifique su respuesta. En ambos casos es pertinente, pero es indispensable en el caso de que su respuesta sea afirmativa.

OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS PARA RESALTAR O PARA CUALIFICAR ESTE TRABAJO DE GRADO:

El trabajo presenta un aporte indudable para la enseñanza de la trigonometría a partir de procesos asociados a la representación en matemáticas y la literatura científica.

Fecha: Junio 13 de 2019



Firma del JURADO

Tabla de contenido

Resumen.....	15
Introducción.....	16
Capítulo I: diseño teórico.....	18
1.1 Lectura de contexto.....	18
1.2 Antecedentes.....	27
1.3 Planteamiento del Problema.....	37
1.4 Justificación.....	41
1.5 Objetivos.....	43
1.5.1 Objetivo General.....	43
1.5.2 Objetivos Específicos.....	43
Capitulo II: Marco Teórico.....	44
2.1 La Trigonometría en la Educación.....	44
2.1.1 Didáctica de la Trigonometría.....	49
2.2 Representación Matemática en Educación.....	49
2.2.1 Representación y Representación Matemática.....	51
2.3. Literatura Científica.....	55
2.3.1. Carácter de la Literatura.....	55
2.3.2 Componente cognitivo de la literatura.....	58
2.4. Literatura Científica - LC.....	61
2.4.1 Literatura Científica y Representación Matemática.....	62
2.5 Metodología.....	63
Capitulo III: Diseño Metodológico.....	68
3.1 Primera Fase: Deconstrucción.....	68
3.1.1 Observación de las situaciones de aula y entrevistas a docentes.....	68

3.1.2 Guía 1- encuesta (anexo 3).	69
3.1.3 Prueba diagnóstica (Anexo 4).....	72
3.2 Segunda Fase: Reconstrucción.....	74
3.2.1 Plan de clase 1: ¿Dónde están los Triángulos?	74
3.2.2 Plan de clase No. 2: las razones trigonométricas y su entorno cultural.	76
3.2.3 Plan de clase No. 3: Entre lados y ángulos hay leyes para los triángulos.	77
3.3 Tercera Fase: Evaluación	78
3.3.1 Prueba de verificación..	79
3.4 Categorías de Análisis.....	80
Capítulo IV: Análisis y Resultados	82
4.1 Resultados y Análisis de la Fase Deconstructiva	82
4.2 Resultados y Análisis de la Fase de Reconstructiva.	87
4.3 Resultados y Análisis de la Fase Evaluativa	101
Capítulo V Conclusiones.....	107
Referencias Bibliográficas	108

Tabla de Anexos

Anexo 1 - Caracterización de la Institución.....	116
Anexo 2 - Caracterización de los Recursos y Materiales	119
Anexo 3 - Encuesta Inicial a Estudiantes.....	120
Anexo 4 - Caracterización de los Docentes	122
Anexo 5 - Revisión Planes de Área	124
Anexo 6 - Observaciones de Clase	127
Anexo 7 - Prueba Diagnostica	129
Anexo 8 - ¿Dónde están los Triángulos?	131
Anexo 9 - Las Razones Trigonómicas y Su entorno Cultural	138
Anexo 10 - Entre lados y ángulos hay leyes para los triángulos	140
Anexo 11 - Situación Evaluativo de Verificación	148

Tabla de Imágenes

Imagen 1 - Encuesta - Generalidades.....	69
Imagen 2 - Encuesta - Percepciones y Emociones del Estudiante.....	70
Imagen 3 - Encuesta - Respecto al Profesor y la Clase.....	70
Imagen 4 - Encuesta - Respecto a las Concepciones de las Matemáticas	71
Imagen 5 - Encuesta - Hecho Sorprendente.....	71
Imagen 6 - Prueba Diagnóstica - Triángulo no Convencional.....	70
Imagen 7 - Prueba Diagnóstica - Cálculo de Trapecio	71
Imagen 8 - Prueba Diagnóstica - Representación Iconográfica.....	71
Imagen 9 - Plan Clase 1 - Triángulo de la Vida.....	73
Imagen 10 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante.....	81
Imagen 11 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante.....	81
Imagen 12 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante.....	82
Imagen 13 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante.....	82
Imagen 14 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante.....	83
Imagen 15 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante.....	83
Imagen 16 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	88
Imagen 17 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	88
Imagen 18 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	89
Imagen 19 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	89
Imagen 20 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	90
Imagen 21 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	90
Imagen 22 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	92
Imagen 23 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	90
Imagen 24 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	91
Imagen 25 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	92
Imagen 26 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	93
Imagen 27 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	94
Imagen 28 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	97
Imagen 29 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	97
Imagen 30 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante	98

Imagen 31 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante	100
Imagen 32 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante	100
Imagen 33 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante	101
Imagen 34 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante	102

Tabla de Tablas

Tabla 1-Categorías	81
Tabla 2 - Resultados – Deconstrucción - Prueba Diagnóstica.....	84
Tabla 3 – Resultados - Reconstructiva - Planes de Clase	99
Tabla 4 - Resultados - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación.....	103

Resumen

Este trabajo es el producto de un proceso de investigación, con estudiantes del grado 10 de la institución educativa Antonio Roldán Betancur del municipio de Necoclí, en la cual se inicia con una caracterización de la institución en todos sus niveles, desde la infraestructura hasta los estudiantes, partiendo de las observaciones de clase y observando los lineamientos curriculares y Derechos Básicos de Aprendizaje – DBA – donde se recomienda que la trigonometría se enseñe en los grados 10, razón por la cual se realiza una prueba diagnóstica, con el objetivo de armar una estrategia didáctica donde combinamos los conceptos trigonométricos con la literatura científica -LC- partiendo desde la representación matemática, con el fin de atender el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes con una nueva manera de mirar o comprender los conocimientos matemáticos pero siempre enfocada desde la investigación acción educativa, en este proceso podemos decir que la LC es una fuente de gran ayuda para que los estudiantes puedan apreciar la matemática y aplicarla en su entorno, pero sobre todo aprenderla para la vida.

Palabras Clave: Representación, Literatura, Trigonometría, Didáctica, Matemática

Introducción

Este trabajo se realiza con los estudiantes del grado 10° A de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur del Municipio de Necoclí, con base en un proceso teórico práctico sobre la enseñanza/aprendizaje de las representaciones matemática desde la LC, donde se miran los antecedentes sobre el tema de representación y de esta manera se diseñan unas estrategias didácticas que conlleven a mejorar las representaciones matemáticas de los estudiantes.

Este proyecto se desarrolla sobre el enfoque de investigación cualitativa y se argumenta desde los en los referentes de LC, y luego desarrollar con los estudiantes en el aula de clase las estrategias necesarias con el objetivo de mejorar la representación, experimentación y argumentación de los conocimientos matemáticos.

Como primera medida se realiza un proceso de observación de clase con el objetivo de mirar los conocimientos, experiencias y aprendizaje de los estudiantes, luego se efectúa una encuesta sobre las percepciones y motivaciones propias y de su entorno sobre las matemáticas, adicional a esto se estudian los documentos de la institución tales como: plan de Área de Matemática, Proyecto Educativo Institucional, el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes – SIEE y el Acuerdo de Convivencia, con el fin de confrontar los planteamientos de la institución sobre el aprendizaje de los estudiantes y lo que realmente se ve en el aula de clases.

Una vez instaurado este proceso, se aplica una prueba diagnóstica con el fin de conocer los saberes previos de los estudiantes sobre la representación en matemática y la LC, luego de esto, se continúa con las fases de sensibilización, construcción de espacios literarios y finalmente las conclusiones, a través de estrategias didácticas que conlleven al mejoramiento de los estudiantes en la representación matemática.

Dentro del Primer proceso (sensibilización), se miran los antecedentes, se construyen los objetivos y se consolida un marco teórico con el fin de presentarles a los estudiantes un desarrollo de los eventos estructurado. Para la segunda parte (Construcción), se desarrollan las estrategias didácticas con el fin de cumplir los objetivos propuestos con los estudiantes, por último, se realiza un proceso de evaluación y conclusión, de tal manera que los estudiantes puedan expresar sus inquietudes sobre el desarrollo del proyecto.

En esta medida, es pertinente preguntarnos por la perspectiva histórica de la enseñanza sobre la LC y su relación con la enseñanza y sobre todo si es importante para los estudiantes en su proceso de enseñanza/aprendizaje, por lo que es necesario realizar una investigación desde la Metodología Investigación Acción Educativa – IAE – para las representaciones en matemática, de tal manera que puedan favorecer los aspectos más importantes de esta investigación en los estudiantes que busquen mejorar el aprendizaje de las matemáticas.

Por último, se exponen las conclusiones del trabajo en general que nos llevan a resignificar la LC con los estudiantes, por ende, mejorar la percepción y conocimiento de las matemáticas de los estudiantes del grado 10°A de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur del Municipio de Necoclí.

Capítulo I: diseño teórico

1.1 Lectura de contexto

Cuando asumimos la tarea de investigar en el aula de clase, es necesario garantizarle al estudiante un proceso de competencias asociadas al desarrollo cognitivo, al razonamiento deductivo y al pensamiento crítico sobre el actuar de los estudiantes y los profesores, desde la perspectiva histórica y cultural del entorno familiar y social, aproximándose a una realidad educativa con miras a tener una mejor enseñanza y un buen desarrollo en el aprendizaje de los conocimientos.

La institución educativa Antonio Roldán Betancur, según caracterización realizada (anexo 1), es de carácter público y atiende estudiantes con edades entre los 5 y 50 años, incluyendo todos los niveles y las jornadas. Posee tres grupos de preescolar, 18 de básica primaria y 19 de básica secundaria y media, para un total de 1586 estudiantes, incluyendo los estudiantes de la jornada fin de semana para adultos. Cuenta con 4 sedes: Antonio Roldán y María Auxiliadora, ubicadas en el barrio Simón Bolívar en la Carrera 46 Numero 51-53, El Lejano, ubicada en la vereda del mismo nombre y Hernán Garibello, en el barrio la primavera del municipio de Necoclí.

Dicha institución data de los años 80 (ya que no fue posible tener dato exacto de su creación), donde contaba solo como Escuela Urbana de Varones, y se encontraba ubicada en el mismo lugar en donde hoy se encuentra, para los años 90, esta fue fusionada con la Escuela de Niñas María Auxiliadora para convertirse en la Escuela Antonio Roldán Betancur, pero siguiendo la misma filosofía de tener los varones en el bloque 1 y las niñas en el bloque 2, ya para el año 2003 y cumpliendo lo dispuesto por el artículo 9 de la ley 115 del 21 de diciembre del 2001, el decreto 1860 del 3 de agosto de 1994, fue creada por la resolución 1476 del 20 de

febrero de 2003 como Institución Educativa y se deja el nombre de Antonio Roldán Betancur. Inicia como rector el Licenciado Carlos Alberto Urrego Quiróz y hoy día la institución es direccionada por el Licenciado Uriel Hernández Castro.

La Institución es mixta y trabaja con el calendario A, con las siguientes jornadas: jornada mañana: básica primaria 6:30 – 12:00 m, básica secundaria y media 6:30 – 1:00 pm y preescolar 8:00 – 12:00 pm; jornada tarde: básica primaria 1:00 pm – 6:45 pm y básica secundaria y media 12:15 – 6:45 pm; jornada fin de semana: sábado de 7:00 am – 5:30 pm. Los estudiantes de preescolar reciben 20 horas de 60 minutos cada una por semana, la básica primaria 25 horas de 60 minutos cada una por semana y la básica secundaria y media 30 horas de 60 minutos cada una por semana.

Una vez aplicada la caracterización institucional (Anexo 2), encontramos que la institución cuenta con una infraestructura muy grande, debido a sus dos sedes principales y las anexas. La sede central tiene 40 aulas disponibles para los estudiantes, una biblioteca, 2 salas de sistemas, 2 tiendas, 2 restaurantes escolares, 1 laboratorio, 1 coordinación, el aula de apoyo, 4 unidades sanitarias, 1 placa polideportiva. Además de esto, cuenta con 2 salas de audiovisuales, 2 televisores de 32 pulgadas, 1 auditorio o sala múltiple, 1 video beam, 2 salas de informática con 35 computadores donados por el programa computadores para educar, 2 conexiones a internet banda ancha, 1 megáfono, 1 equipo de amplificación, 5 líneas telefónicas, 40 tableros acrílicos, implementos de educación física y deporte, banda músico marcial, 1 regla, 1 transportador, 1 compás, mapas, una biblioteca que no cuenta con libros de textos de matemáticas, 1 software educativo y un circuito cerrado de cámaras de seguridad.

Por otra parte, la institución cuenta con sus propios símbolos, tales como: un escudo, una bandera con los colores azul, blanco, verde y amarillo; un himno que consta de cuatro estrofas y

un coro, escrito por Pedro Carvajal. La institución desarrolla proyectos extracurriculares con miras a despertar el interés de los estudiantes en el aprovechamiento del tiempo libre tales como: la revista gimnástica, ciudadela estudiantil, la cátedra optativa de arte y creatividad elegida precisamente por los estudiantes y un diálogo y concertación permanente entre estudiantes y padres o acudientes como eje fundamental para la motivación de los niños, adolescentes, jóvenes y adultos.

La institución cuenta, además del rector, con dos Coordinadores, los cuales son especialistas, 47 docentes (3 son especialistas y cubren todo el preescolar, 1 Licenciado y 20 especialistas para la básica primaria y 22 especialistas y 1 magíster para la básica secundaria), 1 docente de aula de apoyo, una secretaria que es licenciada, 1 bibliotecaria, 6 personas de servicios generales, 3 aseadoras, una asamblea de padres de aproximadamente 625 acudientes y una comunidad educativa en general de 15500 personas.

La filosofía del centro educativo es promover la investigación como alternativa para el fortalecimiento del conocimiento, la creatividad y los valores necesarios para el logro de la madurez del individuo y de la comunidad, aportando los elementos necesarios para que los estudiantes del futuro puedan participar consciente y responsablemente en el desarrollo de las estructuras sociales, por lo que su misión es formar ciudadanos con calidad humana, permitiéndoles el desarrollo de las competencias para lograr una sociedad justa, equitativa y en paz, que aporte al desarrollo regional generando alternativas de solución a las nuevas exigencias del orden mundial; además, visiona para el año 2025, el fortalecimiento de las competencias cognitivas, ciudadanas, investigativas y laborales en nuestros educandos que garanticen un desempeño efectivo en todas las dimensiones del ser en aras de aportar a la transformación social del país.

La IE Antonio Roldán Betancur tiene como principios fundamentales los siguientes: autonomía, racionalidad, universalidad, éticidad, compromiso social, idoneidad y democracia, con unos criterios de evaluación continua, integral, sistemática, flexible, interpretativa, participativa y formativa. El modelo pedagógico tiene un enfoque cognitivo social humanístico, basado en un estilo socialista desarrollista, sustentado en los proyectos pedagógico productivos desde la investigación, con preguntas problematizadoras que conducen a prácticas significativas y a la solución de problemas de manera progresiva, dinámica y crítica que confieren el desarrollo de habilidades y procesos al estudiante, permitiéndole ascender de manera dinámica a niveles superiores en la construcción del conocimiento.

Dentro de la institución convergen, según la normatividad en Colombia, el gobierno escolar entre ellos, el consejo de padres. En este sentido, podemos decir que cuenta con un promedio de 600 padres o acudientes de todos los estudiantes, los cuales están entre los estratos 0 a 3, y que generalmente viven en el casco urbano, lo cual posibilita la constante interacción entre los docentes, directivos y padres.

Siguiendo con lo anterior y tomando como base la encuesta realizada a los 38 estudiantes del grado 10° A (Anexo 3), se puede decir que los padres de estos tienen una formación igual o superior a la secundaria (71.06%). Igualmente, se evidencia que la mayoría de las familias están formadas por uno o ambos padres, hermanos y ocasionalmente otros parientes; además, según los datos recolectados, el 76.31% de los padres siempre o casi siempre animan a sus hijos a estudiar matemáticas, el 10,53% lo hace algunas o pocas veces y un 13,16% nunca alientan a sus hijos a estudiar matemáticas.

Por el contrario, también se evidencia que los estudiantes poco apoyo tienen con las tareas asignadas en las clases de matemáticas, dado que solo el 21,05% expresó que sus padres

siempre o casi siempre los ayudan a hacer las tareas de matemáticas, el 39,47% afirma que sus padres algunas veces o pocas veces les ayudan con las tareas de matemáticas y el 39,48 dice que sus padres nunca los ayudan con las tareas.

Dentro de la comunidad docente de la institución y más específicamente en el área de matemáticas, se tienen 4 educadores para la básica secundaria (1 Profesional no docente con experiencia de 2 años dentro del magisterio, 1 Magíster con una experiencia de 12 años y 2 licenciados con experiencia de 11 años), con ellos se pudo realizar una encuesta respecto al trabajo y a la percepción que tiene de los estudiantes (Anexo 4), con relación a su trabajo se deja entrever que no les gusta la investigación y que por consiguiente no pertenecen a ningún grupo de estos. Ellos generan sus propias guías para la enseñanza, pero siempre tratando de ser coherentes con los Derechos Básicos de Aprendizaje - DBA. También se puede observar que cada educador es seguidor de sus propias ideas, con sus propios libros y métodos de enseñanza, y no existe un proceso mancomunado que conlleve a una estructuración de los procesos educativos a nivel institucional. Es importante resaltar en este hecho que la institución no cuenta con libros adecuados para la enseñanza de la matemática y mucho menos con un laboratorio para lo mismo.

En su trajinar por el quehacer académico, concuerdan que los estudiantes poseen poca comprensión de textos y sobre todo de lecturas matemáticas, y que es importante implementar otras formas de mirar la matemática y de motivar a los estudiantes por el conocimiento matemático que les pueda garantizar una mejor enseñanza/aprendizaje y, por tanto, mejores herramientas para enfrentar a la sociedad y a la vida misma.

Con los educadores de matemática, también se pudo establecer conversaciones no formales para verificar la concepción que se tienen de los estudiantes y de las posibles causas del bajo rendimiento de éstos en el área de matemáticas, las siguientes fueron algunas de las

apreciaciones que expresaron. La docente Yanet Manyoma dice que “ellos son muy desaplicados y quieren que las cosas se las den pasito por pasito y con toda la calma y paciencia y aun así dicen no entender el proceso”. El profesor Edgar Castillo expresa que “los estudiantes no quieren trabajar aun dándoles todas las herramientas”. El educador Daniel Jojoa también dice que “los estudiantes no comprenden, porque les falta mucha comprensión de lectura matemática y que frente a cualquier situación o problema que se tenga, dicen no ser capaces de entender qué se debe hacer porque les falta ese enfoque literario para comprender el problema”.

En esta interacción con los educadores, se puede evidenciar un desánimo y una percepción muy negativa para con los estudiantes, dicen, que la gran mayoría no les gusta la matemática y que por ello no les gusta intervenir en el proceso de enseñanza/aprendizaje, ni mucho menos ponerle la debida atención y entusiasmo para que su desempeño académico mejore. Se podría decir entonces que los estudiantes no tienen un nivel bueno en matemáticas por dos razones: porque no poseen comprensión de lectura matemática y porque siempre se las enseñaron desde la metodología de clase magistral. Esto nos lleva reflexionar si los educadores están utilizando el método más adecuado para la enseñanza de la matemática y si en verdad es pura y física flojera de los muchachos para comprender y aprehender los conceptos matemáticos.

También se realizó una revisión del Plan de Área de Matemáticas de la Institución mediante una rúbrica (Anexo 5) y se pudo evidenciar por sus objetivos que está enfatizado en resaltar la perseverancia y la responsabilidad de los estudiantes sobre el conocimiento matemático, pero también se enfoca en la formación del sujeto desde la clase magistral y no da muestra de tener otro método de enseñanza, aclarando que dicho plan está acorde a los DBA, pero con mucha información y conceptos técnicos para impartir a los estudiantes que a la final son contraproducentes para realizar una buena enseñanza, además se nota que está

descontextualizado de la realidad social y no motiva a desarrollar procesos de investigación que conlleven a un mejor desempeño académico de los estudiantes.

Nos enfocaremos ahora en el grado décimo A de la institución, el cual será nuestro grupo de trabajo para este enfoque metodológico de la representación matemática desde la LC.

Empezaremos diciendo que es un grupo con 38 estudiantes de los estratos 0 y 3, de los cuales 11 son hombres y 27 son mujeres, cuyas edades oscilan entre los 14 a 18 años, quienes en su gran mayoría viven en el casco urbano del municipio de Necoclí, ahora bien, un 15,79 % expresó en la encuesta que las materias que más les gustan son matemáticas, física o química y el 65,78 % las tiene como las que más les desagradan.

Los cuales tradicionalmente son considerados áreas difíciles y esta preferencia está ligada a la utilidad de estas materias con los proyectos de vida de los estudiantes, quienes expresan que son necesarios para su futura carrera universitaria. El 39,48% expresó que sus materias preferidas son educación física, recreación y deporte, artística, tecnología e informática, ética y valores, las cuales son materias consideradas fáciles, la preferencia de los estudiantes por estas materias es porque se divierten en ellas, les gustan, las entienden o por su facilidad para ganarlas.

Además, el 18.42% tienen como materia preferida ciencias sociales o lengua castellana, cursos de humanidades que los estudiantes aprecian porque se destacan en ellas, las consideran útiles en sus vidas, les parecen divertidas, les son fáciles, entre otros. El 23,68 % tienen como materia preferida inglés y sus razones obedecen a la utilidad de esta materia para sus futuras carreras, les gusta o la entienden; por último, el 2.63 % expresan que no tienen materia favorita y todas les da igual.

En cambio, al preguntar a los estudiantes sobre las materias que menos les agrada, las razones principales fueron su dificultad, porque son aburridas o simplemente porque sí, el

13.18% no les gustan materias como educación física, religión o emprendimiento, cuyas razones son porque las consideran poco importantes o no les gustan aspectos propios de la asignatura, por ejemplo que los pongan a correr o que solo les enseñen catolicismo; al 5,26 % no les gusta el inglés dado que no entienden o les gusta más otros idiomas y el 15,78 % toman todas las materias por igual y por tanto no hay una que les agrada menos que las demás.

Además, se revisaron las nociones que tienen los estudiantes respecto a la matemática. Para ello, se les pide que expresen en qué piensan cuando se le dice “matemáticas”. Un 42.11 % piensan en fórmulas, números, operaciones; a un 31,57 % les genera emociones negativas o malestar (pereza, aburrimiento, frustración, dolor de cabeza, etc.); a un 5,26 % piensa en la profesora, otro 5,26 % que es algo útil para su futura carrera universitaria; un 7,9 % les genera emociones positivas porque les gustan o las entienden y, por último, un 7,9 % no dio su opinión.

También, cuando se les pide expresar con sus propias palabras qué son para ellos las matemáticas, un 39,57 % expresa que las matemáticas son útiles y necesarias para la vida y la humanidad; un 7,9 % considera que es una materia difícil y estresante, otro 7,9 % dice que son complejas, otro 7,9 % más que son necesarias para ellos para salir adelante y un 5,26 % no dio su opinión.

De igual forma, se averiguó sobre las concepciones de los estudiantes respecto a las matemáticas, un 97,96 % considera que las matemáticas siempre o casi siempre son útiles y necesarias, un 2,64 % no dio su opinión al respecto. Por otra parte, al indagar si conciben las matemáticas como difíciles, aburridas y alejadas de la realidad, un 60,52 % opina que algunas veces o pocas veces lo son, un 36,84 % dijo que nunca son difíciles, aburridas y alejadas de la realidad y, por último, un 2.63 % no dio su opinión al respecto.

De forma similar, se indagó si los alumnos consideran que las matemáticas ayudan a hacer mejores ciudadanos, un 68,43 % estima que siempre o casi siempre lo hace; un 26,31 % piensa que algunas o pocas veces las matemáticas forman mejores ciudadanos; un 2,63 % opina que la matemática nunca hace mejores ciudadanos y, por último, un 2,63 % no dio su opinión.

También se indagó si los estudiantes consideran que las matemáticas no sirven para nada, un 10,52 % dijo que siempre o casi siempre las matemáticas no sirven para nada; otro 10,52 % expresó que pocas veces las matemáticas no sirven para nada; un 73,70 % considera que nunca las matemáticas no sirven para nada y un 5,26 % se abstuvo de dar una opinión.

Con relación a lo anterior, se cuestionó a los alumnos si consideraban que las matemáticas son complejas. Un 65,78% piensan que siempre o casi siempre las matemáticas son complejas; un 21,05 % considera que algunas o pocas veces las matemáticas son complejas; un 5,26 % expresó que las matemáticas nunca son complejas y, por último, un 7,9 % no dio su opinión. Asimismo, se les pidió a los estudiantes que describieran algún hecho que los haya sorprendido o asombrado y que, por consiguiente, les haya llamado profundamente la atención, donde un 55,27 % expresó que nada los ha sorprendido; un 2,63 % le sorprende cómo la matemática se relaciona con la vida; un 23,6 % considera como hecho sorprendente el poder entender un tema o haber ganado un examen de matemáticas y un 15,78 % admite que lo que le ha sorprendido de las matemáticas es su relación con otras áreas del conocimiento.

Resaltando lo anterior, debemos decir que se cuestionó con los estudiantes sobre su proceso de aprendizaje, donde se interrogó de manera informal sobre el conocimiento impartido por los estudiantes y de las metodologías utilizadas por los educadores, quienes informaron que, en general, no les entendían a los educadores y que no comprendían muy bien los conceptos porque en ocasiones los educadores no sabían explicarles.

También se tuvo la oportunidad de realizar unas observaciones de clase (Anexo 6) y se pudo evidenciar que los educadores realmente no profesan otra alternativa de enseñanza que la clase magistral, a pesar de que son muy explícitos en los conceptos y explicaciones, no tiene esa motivación y exploración con los estudiantes desde otra perspectiva para la enseñanza. Se tuvo también la oportunidad de realizar una clase real con ellos, ya que el profesor no fue a clase ese día y se llevó a cabo una actividad diferente enfocada en los conceptos matemáticos que les estaba explicando el profesor, de tal manera que se puede concluir que los estudiantes no son apáticos y, que por el contrario, son colaborativos en las clases, por tanto es de vital importancia tener otros métodos o formas diferentes de enseñarles que los motive a comprender mejor los conceptos matemáticos.

Es así como, en este proceso de investigación, trataremos de enfocarnos en crear una estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas, buscando resaltar la representación y registro matemático desde la LC, enfocado a procesos trigonométricos, con el propósito de mejorar en los estudiantes del grado décimo A de la Institución Educativa Antonio Roldan Betancur el aprendizaje de las matemáticas.

1.2 Antecedentes

Con el objetivo de contextualizar la perspectiva del objeto de estudio y confeccionar un enunciado unificado más o menos preciso de los conceptos aplicables al mismo, vamos a trazar con una visión tipológica, de los temas principales sobre los que se fundamenta la propuesta teórica de la representación matemática, la literatura científica y la trigonometría.

En este sentido como primer concepto se tiene a la representación matemática, encontramos que (Campos y Balderas, 2000), muestran la representación como un fundamento didáctico, desde un enfoque constructivista, buscando el aprendizaje de la matemática donde se pueden visualizar las

implicaciones cognitivas y epistemológicas desde el marco de la interacción social. Es así que (Penalva y Torreglosa, 2001) realizan un trabajo en el que analizan las principales características de los sistemas de representación utilizados en matemática y la importancia en el aprendizaje, abordando actividades didácticas que promueven el uso del lenguaje matemático; en esa misma línea encontramos un trabajo realizado por Duval (2006), quien hace referencia al concepto semiótico, en el cual aduce que no es una relación con los demás si no una capacidad intrínseca de ser transformada en otras representaciones (Conversión y Tratamiento), y que sólo mediante estos es que la complejidad cognitiva de todos los tratamientos discursivos y visuales que no se pueden descifrar en algoritmos se pueden describir e investigar.

De esta manera que la representación en la escuela toma una gran utilidad, de ello tenemos a (Otálora y Orozco, 2006), en el que realizaron una investigación con el propósito de establecer los procesos de transcodificación en estudiantes de 1º, 2º y 3º de primaria, y concluyeron que, en dichos procesos, los niños realizan agrupamientos a la hora de leer en voz alta los números que se encuentran en un rango superior a los aprendidos, los cuales son producciones incorrectas desde el punto de vista del formato verbal, pero muestran el tipo de segmentos que los infantes saben leer. Por otra parte (Cantoral, Farfán, Lezama y Sierra, 2006), en su investigación, quisieron mostrar cómo opera el enfoque socio epistemológico al centrar su atención en prácticas más que en objetos, buscando discurrir sobre el papel que juega la práctica social en la formación del conocimiento; en ese orden de ideas, (Martínez 2008) en un estudio realizado a varios estudiantes para determinar sus habilidades en la traducción entre varios sistemas de representación, concluyó, que un estudiante puede entender una idea si es capaz de reconocerla en diferentes sistemas de representación, manipularla y convertirla de un sistema a otro.

Siendo un poco más práctico y enfático en la representación matemática, encontramos a (Rico 2009). El cual en su investigación pone de manifiesto el debate sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Didáctica de la Matemática, en donde, si bien es cierto que cada disciplina puede marcar un significado más preciso para esta noción y establecer los usos aceptados que van a tener legitimidad en su práctica, es igualmente cierto que hay toda una tradición de pensamiento que atribuye una gran diversidad de significados a esta y otras nociones conexas, que afectan al uso coloquial y cotidiano del concepto y que contaminan su empleo en la práctica, por lo que (Rojas 2009), realiza una relación semiosis-noesis en la construcción de conocimiento matemáticos donde incluyó aspectos sobre la actividad matemática, la comunicación sobre objetos matemáticos emergentes y el aprendizaje de los objetos matemáticos, los cuales dan cuenta sobre una complejidad asociada a las transformaciones semióticas de tratamiento, de una representación de un objeto matemático a otra, en tanto no sólo se cambia el sentido asignado al objeto matemático, sino que éstos no se articulan.

En este mismo sentido Rojas (2012), aportó en su escrito que, de una manera general lo relativo a la representación en matemáticas y el uso de una diversidad de tales representaciones, el aprendizaje de los objetos es conceptual, el sujeto no entra en contacto directo con un determinado objeto, sino con una(s) representación(es) particular(es) de este objeto matemático. Incluso desde el realismo ingenuo, podría afirmarse que todo concepto matemático remite a un no objeto y por tanto no son posibles las referencias ostensivas y hay una obligatoriedad a servirse de representaciones.

En concordancia con esto, se trae a colación a Balbuena (2015), quien hace una reflexión en su tesis doctoral en la cual se infiere que, a partir de instrumentos conceptuales previos, trazando

una línea conceptual que recorre todo el proceso de construcción de la Representación Simbólica, en tanto que los seres humanos son creadores de símbolos, y que utilizan, el significado de lo representado en los productos gráficos para dotar de sentido a la realidad. Por ello, en el documento de Rojas (2015) se presentan los resultados de un estudio sobre la emergencia de objetos matemáticos a partir de sus representaciones y las dificultades que encuentran algunos estudiantes para articular los sentidos asignados por ellos a las representaciones semióticas de un mismo objeto matemático, obtenidas mediante transformaciones de tratamiento.

Otros de los aportes importantes para esa relación de representación y objeto, fue la realizada por Jiménez. G, Jiménez. J y Jiménez. E (2014), quienes aplicaron una estrategia didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación” en matemática que esté fundamentada teóricamente en el manejo de un lenguaje y los códigos de representación propios del área, que permita interpretar situaciones problemas, y de acuerdo con el nivel de educación y el grado para favorecer la capacidad de los estudiantes para resolver situaciones problemas. En este sentido Ruiz y Riascos (2014), en su investigación con estudiantes entre 9 y 11 años (4°, 5° y 6°), cuyo propósito fundamental era describir y caracterizar las estrategias que los niñas y niños implementan cuando se les solicita resolver una situación problema, es así como Flores, Chávez, Luna, González M, González V y Hernández (2015), apostaron por una investigación en donde se busca desarrollar el grado de interacción del sujeto y el objeto de conocimiento en un plano de representación real y de representación gráfica.

Y finalmente Duval y Sáenz (2016), realizan un estudio desde la educación matemática, donde expresan que la comprensión, lo mismo que el aprendizaje, se debe examinar, no solamente desde el punto de vista matemático, sino también desde un punto de vista cognitivo, porque puede haber una discrepancia en las condiciones de la comprensión entre un punto de

vista y el otro: lo que puede parecer simple desde un punto de vista, puede ocultar una verdadera complejidad evidente desde el otro punto de vista, la cuestión aquí no es oponer los puntos de vista matemático y cognitivo en educación matemática, sino articularlos, por lo que D'Amore (2004), buscó construir una teoría general sobre la enseñanza de la matemática basada en la representación en la que se debe tener en cuenta que: 1. Todo concepto matemático remite a “no-objetos”; por lo que la conceptualización no es y no puede basarse sobre significados que se apoyen en la realidad concreta. 2. Todo concepto matemático se ve obligado a servirse de representaciones, dado que no se dispone de “objetos” para exhibir en su lugar. 3. En matemática se habla más frecuentemente de “objetos matemáticos” que, de conceptos matemáticos, en cuanto a que en matemática se estudian preferentemente objetos más que conceptos.

En nuestro segundo concepto de investigación encontramos la LC, y en este aspecto encontramos a Rodríguez y Castro (2006), el cual propuso un recurso en el aula para provocar la motivación y favorecer el aprendizaje a la vez que facilita una enseñanza interdisciplinar, globalizada, comprensiva y con tratamiento de la diversidad, donde su objetivo principal es la de favorecer el aprendizaje matemático a través de recursos literarios con aspectos matemáticos en un contexto social y cultural, con una metodología heurística de aula. Siguiendo este rumbo se tomaron los textos de Leibrandt (2011), quien expone que el concepto del aprendizaje literario se basa en la concepción de que hay procesos de aprendizaje que surgen específicamente a través del uso de textos literarios y en concreto aquellos destinados a un público joven. El elemento de enlace entre los dos términos es el desarrollo de las competencias y en concreto de la emocional, el cual tiene efectos positivos para el desarrollo social del niño, sus relaciones interpersonales y su salud.

Como lo expone Buitrago (2012), en su investigación desde la ruralidad, en donde indaga sobre la realidad de las escuelas que forman parte del sector rural para poder determinar la incidencia de las políticas y proyectos en los niños y jóvenes del sector. Además, si bien es cierto que en la actualidad existen diversas políticas y propuestas para el desarrollo de las zonas rurales y sus respectivas realidades educativas por parte de los gobiernos, las Universidades y diferentes instituciones no gubernamentales, aún son insuficientes las investigaciones y estudios que permitan ahondar en las realidades y necesidades de este sector para generar un mejor entendimiento que posibilite, proponer acciones y desarrollos educativos y humanos. En este sentido seguimos con Leibrandt (2013), donde aporta que las emociones con la literatura infantil persiguen el objetivo de abrir nuevas perspectivas sobre la importancia social y cultural de esta rama, sobre su papel didáctico para la escuela y la educación emocional en la actualidad, concluyendo que la narración analizada demuestra que los niños no son solamente víctimas de las condiciones sociales, sino también personas que influyen activamente en la resolución de los problemas a pesar de las condiciones sociales, como protagonistas de las narraciones, ellos intervienen, organizan y modifican el mundo que los rodea, siendo en parte los responsables de su propio desarrollo.

Recurrimos entonces a Covalada (2013), quien realizó un estudio en el que recurre a características propias de investigación formativa y vincula a todos los estamentos de las diferentes comunidades educativas, con el fin de promover amor, gusto y disfrute por textos literarios pertenecientes a un canon variado y formativo de Literatura Infantil; él trabajó, a su vez, con una mirada esperanzadora, busca que la Literatura se conciba como una forma cultural generadora de cambios para la educación y formación de la sociedad actual, encargada de legar a

las futuras generaciones saberes significativos en torno a su abordaje pedagógico, metodológico y didáctico.

De esta manera se puede decir que cada vez hay más enfoque en la enseñanza desde la literatura con una perspectiva intercultural, como nos lo dice Molina (2013), el cual basa su trabajo de enseñanza-aprendizaje en lo desconocido a través del encuentro, movidos por el interés y la curiosidad y por su extremo, superar la endogamia y el etnocentrismo al llegar a conocerse mejor a sí mismo justo a través del aprendizaje de lo desconocido. Por ende, tomamos el trabajo de Flores (2013), cuyo objetivo era demostrar que la función de la didáctica de la literatura no solo es enseñar, sino también contagiar. En esta línea encontramos a Henao (2016), con su investigación en el que trata de comprender la didáctica de la lógica universitaria para proponer un ejercicio de la razonabilidad a partir de la relación entre textos literarios y científicos, propiciando la creación de ambientes de aprendizaje que motive a los futuros maestros de matemáticas y lógica, en relación con la formulación de hechos sorprendentes.

Siguiendo por esta línea, nos encontramos con varias investigaciones donde media la literatura y en las cuales se destacan la de Barrera y Builes (2016), quienes diseñaron una estrategia didáctica apoyada en la experimentación mental con LC que permita la comprensión del concepto de campo de los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física, y concluyen que la LC como alternativa válida de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias, puede favorecer ciertos aspectos de aprendizaje, pudiendo llegar a ser una propuesta inclusiva porque les da espacio a los estudiantes que disfrutan de la lectura o inducirlos a que disfruten de ella. También la de Gómez, Correa y Parra (2016) diseñaron una estrategia didáctica para que los estudiantes de grado undécimo de la Escuela Normal Superior de Medellín le otorguen sentido a las Leyes del Movimiento a partir de la LC, quienes concluyen que tanto maestros como

estudiantes se benefician de la LC, los primeros, al reconocer su actitud pasiva frente a la enseñanza y promoviendo la relación entre la física y la cotidianidad de los segundos, además que, los discentes mejoran sus capacidades analíticas.

Por otra parte, Arango, Ossa y Quintero (2016) diseñaron una estrategia didáctica para la comprensión de la topología, mediante situaciones problema topológicas apoyadas en la LC y concluyen que la literatura permite configurar una relación con las ciencias y las matemáticas que puede ser aprovechada para enseñar todo tipo de conceptos, desde los más básicos hasta los más complejos, siempre que se tenga un objetivo pedagógico y se puedan integrar estrategias didácticas con la LC. Por su parte, Hincapié y Hernández (2016) diseñaron una estrategia didáctica, apoyada en la LC, para que los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín mejoren la comprensión de la teoría de las probabilidades y concluyen que las transposiciones didácticas son necesarias en la enseñanza de la estadística, además que la LC es una estrategia que puede generar un mayor interés por parte de los estudiantes en las clases de matemáticas.

Y por último nos encontramos con una investigación de Henao (2017), en la cual diseñó una estrategia didáctica basada en la lectura y análisis de textos literarios y científicos para dotar de sentido el paso de los estudiantes de matemática y física por su proceso de formación como maestros y en la cual concluye que muchos estudiantes se dedican a otras actividades puesto que no han encontrado en la lectura esa mediación que les permite transitar pegados a su proceso de formación matemática y propone la LC y la lectura abductiva como factores que sorprendan y se encamine en la búsqueda de explicaciones tendientes a formular hipótesis que podrían fecundar la creatividad científica.

De las investigaciones anteriores, se puede evidenciar una convicción necesaria para combatir el terror en el que se ha convertido la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias, no es un misterio que estas áreas no se disfrutaran, ni enseñándolas y mucho menos cuando se tienen que aprender. La LC es un mediador que permite no solo que las ciencias sean más accesibles y agradables, sino que también propicia la generación de habilidades necesarias para la aprehensión de las matemáticas como: imaginación, capacidad de análisis, inferencia, deducción o formulación de hipótesis. Esa es la apuesta que nosotros hacemos con la LC, porque estamos convencidos que, si no da resultados, por lo menos se hizo el intento de proponer algo diferente de lo que, de antemano ya sabíamos que no iba a funcionar.

En nuestro tercer foco de estudio, el cual se basa en la trigonometría, se pudieron encontrar varias investigaciones que nos dan cuenta del proceso que se lleva la trigonometría con el contexto social y cultural, y sobre todo los pensamientos que pueden hacer de la LC una alternativa importante en el aprendizaje de la Trigonometría, en ello encontramos a Juárez, ylé y Flórez (2009), quienes realizaron un estudio a partir de las representaciones como comprensión de la matemática, cuyo objetivo era la verbalización del seno y del coseno por parte de los estudiantes, con el fin de explorar las nociones, representaciones y concepciones que los estudiantes ponen de manifiesto cuando explican por escrito las razones trigonométricas.

En este proceso nos referimos a Rojas (2010), Extraído de Godino, Botanero y Font (2007), en el cual introduce la noción de conflicto semiótico; esta noción permite superar las nociones de obstáculo epistemológico, obstáculo didáctico, error conceptual, entre otras; situando la problemática del aprendizaje es una actividad de carácter fuertemente semiótico atravesada por diversos tipos de tensiones, una de las cuales es la relación entre lo individual y lo sociocultural. Por lo que Broitman (2012), realiza un trabajo cuya intención es conocer mejor las

conceptualizaciones y los procedimientos que los alumnos podrían poner en acción, la relación que los alumnos establecen con el saber en general y con las matemáticas en particular. Por ello, Montiel (2013), reconoce la importancia de incorporar a la construcción de un conocimiento funcional dentro del contexto formativo en el que se sitúa. Así, la matemática debe reconocerse, por el estudiante, como conocimiento producto de su hacer y pensar en interacción con su entorno.

Es así como Rueda (2012), propone una estrategia de elaboración de actividades y tareas para la enseñanza de las razones trigonométricas a partir del uso de manipulativos, bajo el supuesto de que los manipulativos ofrecen la posibilidad de contextualizar las abstracciones matemáticas y facilitar el aprendizaje, también Tavera (2013), con su investigación espera aportar elementos para superar la idea de que las relaciones trigonométricas son “fórmulas” para calcular datos fijos y desconocidos de un triángulo. En el estudio se pretende indagar por la manera como los estudiantes producen conocimiento matemático en algunos tópicos de la trigonometría desde una perspectiva variacional. En este sentido, Gómez (2015), realiza una experiencia en el aula con estudiantes de grado décimo, en la cual realizan una actividad en la clase de trigonometría donde aplicaron conceptos trigonométricos para calcular las medidas de las instalaciones de la institución educativa a la cual pertenecen, con el objetivo de mostrar un ejemplo de cómo se puede generar un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes puedan elaborar significados de objetos matemáticos como lo son las razones trigonométricas mediante una labor que permita la aplicación fundamental de la trigonometría realizando mediciones indirectas. Con esta experiencia se evidenció la importancia de dos elementos que desempeñan un papel básico en la adquisición del saber, que son el mundo material y cultural, y la dimensión social.

1.3 Planteamiento del Problema

Desde su fundación, la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur ha venido teniendo muchas transformaciones en su proceso curricular, lo cual ha generado diversos inconvenientes en los procesos de enseñanza, pero aun así ha producido estudiantes de muy buena calidad y competitividad en el marco del conocimiento, en su quehacer diario de su contexto social y cultural, lo cual ha llevado a tener diversas reflexiones y estudios críticos sobre el desarrollo de la enseñanza aprendizaje en la Institución.

Este precepto generacional de la institución ha generado un compromiso por el conocimiento, pero sobre todo por brindar a los estudiantes un proceso de enseñanza-aprendizaje de calidad que garantice un verdadero desarrollo social y cultural, y de esta manera promover en los niños y niñas de la institución los conocimientos y herramientas suficientes para competir y transformar su entorno. Por lo anterior, se hace necesario considerar y verificar el proceso académico dentro del aula, con el fin de garantizar el cumplimiento de los objetivos de la institución, razón por la cual se realizaron varias observaciones de clase (Anexo 6), en las que se evidenció el proceso llevado en clase por parte del educando y del educador, hecho que nos permitió verificar de primera mano la metodología impartida en el aula.

Según estas observaciones se puede constatar que no existe mucha participación de los estudiantes en el aula de clase que garantice una interacción entre el estudiante y el profesor, que conlleve a desarrollar un buen proceso de enseñanza aprendizaje. Además de esto, se llevaron a cabo varias actividades o estrategias para observar las habilidades relacionadas con la representación matemática y la espacialidad que tiene los estudiantes, hecho que es de vital importancia para la representación matemática.

Debido a ello, se realizó una prueba diagnóstica (Anexo 7) con el fin de saber los conocimientos previos de los estudiantes en la representación matemática, en la cual se puede evidenciar que carecen de los conceptos relacionados con los temas geométricos y su representación, dado que no pudieron realizar la gráfica en una situación problema, tampoco supieron utilizar el teorema de Pitágoras para resolver un triángulo y en su gran mayoría mostraron indicios de cómo hallar el área de un trapecio, lo que nos lleva a reflexionar sobre cómo es la enseñanza de los estudiantes en la institución sobre los fenómenos de representación matemática.

De manera similar, se evidencian falencias con la representación matemática cuando, en promedio, 12 estudiantes no hicieron nada en cada punto propuesto en la prueba anteriormente mencionada. Por ejemplo, al pedirles que escriban las partes que componen la representación de un ángulo o un de un trapecio, solo escribieron las variables que son evidentes en la representación en el primer caso, o por el contrario, solo escriben el valor numérico que pueden estimar, en el segundo caso.

También, son conscientes que existe el teorema de Pitágoras, siendo su autor el matemático más evocado cuando se les interroga del cual tienen más conocimientos de una lista en la que, además de Pitágoras, están prominentes matemáticos como: Euclides, René Descartes, Carl Friedrich Gauss, Leonard Euler. De manera que, se esperaría que sepan en qué consiste el teorema y en el mejor de los casos usarlo, pero la realidad es que sólo el 25 % de los estudiantes encuestados deja ver que saben que el teorema de Pitágoras se usa en triángulos rectángulos para hallar la hipotenusa; y solo un 7,15 % sabe usarlo para hallar uno de los catetos. Ahora bien, el 35,71 % usó mal el teorema, entre los errores comunes están: no darse cuenta que lo que iban a

hallar era un cateto, restar el cuadrado del lado mayor al cuadrado del lado menor o usar valores que no estaban dados; por último, un 57,14% no escribió nada en dicho punto.

De igual manera, en dicha prueba se les pidió a los estudiantes que escribieran el procedimiento para hallar el área de un trapecio, y fue evidente la confusión entre área y perímetro donde el 7,15 % cayó en este error, además, solo un 7,15 % de los estudiantes expresa que hallarían el área del cuadrado y el de los triángulos rectángulos y los sumarían, también hay un 32,14 % que intenta este método pero se equivocan al tratar de calcular el área de una de las figuras, aunque solo un 3,57 % usaría la ecuación para determinar el área de un trapecio, otro 3,57 % expresa que él o ella determina el área a ojo y por último un 46,42 % que no expresó cómo estimaría el área de dicho trapecio isósceles.

Por último, se les solicitó a los estudiantes que hicieran una gráfica de la siguiente situación: *un joven de 1,5 metros de altura sostiene una cometa con una pita de 100 metros de largo, si el viento ha alejado la cometa 60 metros desde el punto en que está el joven, se les pide que realicen un dibujo que ilustre el problema y que determinen la altura de la cometa.* Un 17,85 % no hizo gráfica, un 78,57 % hizo la gráfica mal o escribió al menos un dato mal y un 3,57 % hizo la gráfica bien y escribió los datos bien. Respecto a la altura de la cometa, un 37,71% solo dieron algún dato sin procedimiento, un 10,71 % multiplicó la altura del joven por la longitud de la cuerda y lo dividió entre la distancia que se alejó del punto de referencia, un 3,57 % suma las longitudes de la cuerda y la distancia que se ha alejado la cometa con respecto a la horizontal, otro 3,57 % estima que la cometa no se ha elevado, por eso debe estar a la misma altura que el joven, y un 46,42 % no rayó este punto.

En relación con el problema más común encontrado en los estudiantes: la representación matemática, varios autores han hablado del tema y cuestionan cómo es llevada al aula, ya que se

evidencia en las observaciones que el educador, solo se ha dedicado a impartir conocimiento y el estudiante a repetir lo que el profesor le hace entrega, quizás porque no hay un hecho sorprendente en el aula que rompa con la rutina de la clase magistral, y no generan un espacio para la reflexión, representación y experimentación que conlleve al estudiante a tener otra visión de los procesos matemáticos. Además de ello, es evidente que los educandos no establecen una relación dialéctica entre la literatura y el conocimiento matemático, no existe el espacio para la expresión y generación de conocimiento matemático desde la literatura, que pueda mejorar el desarrollo académico de los estudiantes,

Otro factor importante que evidenciamos en la institución, fueron las pruebas saber, en las cuales pudimos observar un rendimiento en matemáticas con tendencia a la baja, en los años 2016 y 2017, lo cual lo ubicó en un puntaje promedio inferior a los niveles local, regional, departamental y nacional. El reconocimiento de estas dificultades a nivel general de la institución y de los estudiantes donde estamos realizando el proyecto, nos llevó a generar unas estrategias que puedan ayudar a los estudiantes con los problemas de representación matemática, creando un espacio para la crítica constructiva, la reflexión matemática, las perspectiva del conocimiento a través de la LC que nos permita resignificar la relación que hay entre matemática y literatura, de tal manera que nos lleve a mejorar el conocimiento de los saberes matemáticos, pero sobre todo, a ampliar el concepto, la representación e imágenes en matemática.

En este sentido y siendo consecuentes con lo anterior, se propone resolver la siguiente pregunta: **¿cómo orientar a los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur hacia un mejoramiento con las representaciones y registros matemáticos desde la Literatura Científica enfocados desde la trigonometría?**

1.4 Justificación

La educación en Colombia debe incluir retos que beneficien a las nuevas generaciones, las cuales cada día son más apegadas a la tecnología y al avance que estas le están promocionando a la juventud. La enseñanza en el aula y fuera de ella debe ser la base primordial del proceso formativo de los estudiantes, se deben generar estrategias didácticas importantes que combinen la teoría con la práctica, de manera tal que, el estudiante pueda integrar sus conocimientos con el contexto social y cultural en el cual vive.

En este sentido, se debe reevaluar permanentemente el proceso de enseñanza aprendizaje que viven los estudiantes en el aula de clases, en esta medida, el esfuerzo por un cambio en nuestro sistema educativo se pronunció en la constitución política de Colombia y, en consecuencia, en la Ley General de Educación, donde se rigen los lineamientos que deben aplicarse en las instituciones educativas, con el fin de garantizar la calidad de la educación y, por ende, un mejor desarrollo de la enseñanza-aprendizaje, procurando siempre la motivación, el interés y el pensamiento crítico.

Por otro lado, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas enfatizan que se deben preparar a los estudiantes con situaciones abiertas y contextualizadas a su entorno social y cultural, con un enfoque teórico-práctico que conlleve a mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, es por esto, que se hace necesario una reflexión acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje que se dan dentro de las instituciones educativas del país.

En este orden de ideas, la región de Urabá está llena de diversos contextos educativos tanto en el área urbana como en la ruralidad, pero se reconoce que en cada uno de estos contextos hay educandos con diversas capacidades, intereses, estilos y ritmos de aprendizaje, que obedecen al proceso cultural y social en el cual se están desarrollando, que en muchas

ocasiones no los motiva a generar un pensamiento crítico y constructivo sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje que se vienen produciendo en las instituciones educativas.

Ahora bien, el enfoque diseñado para la comprensión de los contenidos en representación matemática en el aula de clase viene presentando diversas dificultades a la hora de enseñarlo y, por ende, los estudiantes tienen un concepto muy desfavorable sobre las matemáticas, ya que en el aula se viene impartiendo un conocimiento desde la perspectiva magistral y no didáctica.

Haciendo alusión a lo anterior, se pueden inferir diversas situaciones que convergen para que los estudiantes sientan cierta desmotivación a la hora de recibir las clases de matemática. Como podemos evidenciar en la tesis doctoral de Buitrago (2012), de donde se deduce que: las didácticas empleadas en los diferentes niveles de educación y contextos, están afectando, de una u otra manera, los procesos de aprendizaje y a la formación de pensamiento crítico, razón por la cual, y haciendo un análisis a toda la legislación y formas de enseñar la matemática en las diferentes instituciones educativas de la región y de nuestro municipio, nos atrevemos a decir que varias de las razones por las cuales los estudiantes sienten un rechazo hacia las matemáticas podrían ser: 1. parece ser que existe poca motivación en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas y la física; 2. existen pocos vínculos entre los conceptos o elementos matemáticos y físicos aprendidos en clases y la cotidianidad de los estudiantes; 3. en algunos casos las actividades planteadas por el profesor en clases de matemáticas y física están descontextualizadas del entorno del estudiante; 4. la enseñanza de las matemáticas y la física la limitan solo al campo temático y no se explora el campo cognoscitivo en el aprendizaje; 5. poco se promueve la interdisciplinariedad de las áreas del conocimiento en las instituciones educativas; 6. en la enseñanza pocas veces se tienen en cuenta las condiciones y dificultades

socioculturales de los estudiantes, los cuales sean nuestros aspectos más importantes a tener en cuenta en el desarrollo de esta investigación.

Desde esta perspectiva, se pretende implementar en el grado 10° A de la Institución Educativa Antonio Roldan Betancur, una estrategia didáctica para mejorar la representación en matemática desde la LC, enfocados en su entorno social y cultural, basándonos en una investigación cualitativa en la que se pueda determinar de alguna manera un avance significativo en la representación que lleva a mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática contando con un insumo de carácter didáctico que brinde herramientas desde la literatura, con el fin de garantizar la calidad de la educación y por ende un mejor desarrollo de la enseñanza-aprendizaje, procurando siempre la motivación, el interés y el pensamiento crítico.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General. Implementar una estrategia didáctica, apoyada en la literatura científica, para que los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur mejoren en la representación y registro en las matemáticas.

1.5.2 Objetivos Específicos. Con el propósito de alcanzar el objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos.

1. Reconfigurar el concepto de literatura científica en el marco de la enseñanza de la trigonometría.
2. Identificar las habilidades representativas que utilizan los estudiantes al leer y escribir en matemáticas.
3. Evaluar los resultados de la estrategia didáctica siguiendo el enfoque de Investigación Acción Educativa.

Capítulo II: Marco Teórico

En este capítulo, abordaremos la teoría en relación con el problema de investigación. En primer lugar, se va a contextualizar la trigonometría en el marco del pensamiento métrico y los sistemas de medidas, en particular sobre razones trigonométricas, ley de senos y cosenos y cómo esto impresiona en los estudiantes de manera que la LC ayude a su comprensión. En segunda instancia profundizaremos en la didáctica de la trigonometría y aportes teóricos según la representación matemática, de igual manera, se propone realizar algunas actividades (Motivacionales¹, de Transferencia² y Evaluativas³) que pueden ser pertinentes para atender a las necesidades de comprensión de los estudiantes. Finalmente, orientaremos un componente metodológico desde la teoría de la investigación cualitativa y la investigación acción educativa.

2.1 La Trigonometría en la Educación

La historia de la trigonometría y de las funciones trigonométricas podría extenderse por más de 4000 años⁴. Por lo que se ha convertido en una parte importante en la enseñanza de la

¹ Según Herrera J. (2010). La motivación puede definirse como el intento de aumentar o mantener lo más alto posible la propia habilidad en todas aquellas actividades en las cuales se considera obligada una norma de excelencia y cuya realización, por tanto, puede lograrse o fracasar". Hay que distinguir tres clases diferentes de motivaciones escolares: 1. Las motivaciones incidentales: son las que se imponen por sí mismas o provienen del medio exterior. 2. Las motivaciones provocadas: son las que se desencadenan gracias al arte del profesor y al aparato didáctico que ha sabido movilizar. 3. Las motivaciones intencionales: son las que resultan de la voluntad de los niños por la preocupación personal de mejora y de búsqueda de éxito.

² Según Gagné (1971) hay tres tipos de transferencia del aprendizaje: Transferencia lateral: lo aprendido se transfiere a situaciones semejantes del mismo nivel de complejidad que aquella en la que tuvo lugar el primer aprendizaje. Transferencia vertical: el primer aprendizaje se transfiere a un segundo nivel de mayor complejidad, que requiere el aprendizaje previo de otras habilidades más elementales. Transferencia cercana: se refiere a la capacidad del estudiante de resolver problemas que son muy similares a los problemas que se le enseñaron inicialmente durante el aprendizaje.

³ Según el MEN Pruebas censales aplicadas a los estudiantes, con las cuales se detecta el estado de desarrollo de sus competencias y aprendizajes, y es posible identificar qué son capaces de hacer con lo que saben. Donde se realiza un proceso pedagógico, sistemático y sistémico, conformado por actividades de carácter verificable y racional, mediante las cuales el educando, el maestro y los padres de familia adquieren información mutua sobre el desarrollo del proceso de formación integral.

⁴ Los comienzos de la trigonometría se remontan a las matemáticas de la Antigüedad, Babilonia y Egipto. Hace más de 3.000 años los babilonios y los egipcios ya empleaban los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para realizar medidas en agricultura. Los conocimientos de los pueblos anteriores pasaron a Grecia, donde destacó el matemático y astrónomo Hiparco de Nicea en el S.II a.C, construyó las tablas de "cuerdas" para la resolución de triángulos planos. Al mismo tiempo que los griegos, los astrónomos de la India desarrollaron también un sistema trigonométrico, pero basado en la función seno en vez de en cuerdas. A finales del siglo VIII los astrónomos árabes continuaron con los estudios de trigonometría heredados de los pueblos de Grecia y de la India, pero prefirieron trabajar con la función seno. De esta forma, a finales del siglo X ya habían completado tanto la función seno como las otras cinco funciones trigonométricas: coseno tangente, cotangente, secante y cosecante. La trigonometría tuvo su origen con el círculo trigonométrico en la observación de los cielos en Grecia y se tardó más de un siglo de desarrollo inicial por Hiparco antes del segundo siglo D.C para tomar fuerza con el triángulo rectángulo, pero esto no fue totalmente desarrollado hasta el exhaustivo trabajo desarrollado por Al-Biruni, en las sombras 1021, aun así las importancias de las aplicaciones de la trigonometría con el triángulo rectángulo y la interpretación de las funciones como proporciones de los lados de un triángulo rectángulo no tuvo relevancia hasta mediados del siglo XVI. Este panorama histórico sustenta el comienzo del estudio de la trigonometría con el círculo trigonométrico, la definición de las funciones trigonométricas y ángulos. Tomado de: (Flores. F. Historia y didáctica de la trigonometría. 2008 p.8

matemática, la cual según los estándares básicos de competencias en matemáticas propuestos por el MEN (2006), los estudiantes pertenecientes a la educación media (décimo y once) deben diseñar estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. Este estándar es planteado en el marco del pensamiento métrico⁵ y pensamiento espacial⁶ expuesto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas elaborados por MEN (1998).

Tomando la definición de (Gómez, Castañeda, Llorente, Reyes y Yate 2015, p. 690), donde expresa que “El significado etimológico de la palabra trigonometría es la medición de triángulos, y es aplicada en el mundo real cuando se requiere obtener mediciones de precisión”, tomando esto como cierto, entonces “resulta conveniente para su enseñanza y aprendizaje que las instituciones educativas hoy día trabajen el cálculo y las funciones trigonométricas aplicadas al mundo real”, p. 691. Razón por la cual se hace necesario diseñar estrategias para que los estudiantes puedan recrear y vivenciar los procesos de medición y el manejo de la espacialidad con problemas geométricos y trigonométricos, ya que el aprendizaje es una “adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico-culturales históricamente formados” Radford (2006), p. 105). Es decir, Esto ocurre en un plano social según sus experiencias, “el pensamiento de los alumnos se desarrolla a lo largo de la compleja coordinación de actividades perceptuales y de acciones semióticamente mediatizadas según la interpretación y los sentidos subjetivos del alumno”. (p108). Es por ello que (Gómez et al, 2015, p. 692). Definen que, “el aprendizaje no

⁵ Los conceptos y procedimientos propios del pensamiento métrico hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. “Los sistemas métricos, pretenden llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los modelos geométricos y en las reacciones de los objetos externos a nuestras acciones”. Tomado de: <http://dianita-yeral.blogspot.com/2012/05/pensamiento-metrico.html?m=1>

⁶ El pensamiento espacial es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales, es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios. Tomado de: <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/user/policy.php>

consiste en construir o reconstruir un conocimiento, se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el estudiante en su cultura”.

Maor (1998) citado Martin, Ruiz y Rico (2014) señalan que,

En la enseñanza de la trigonometría tres han sido los principales cambios que se han producido a lo largo de la historia en la trigonometría: la tabla de cuerdas de Ptolomeo⁷, el teorema del Moivre⁸ y la fórmula de Euler y, los teoremas de Fourier⁹. (p. 455)

Así también, Yoshiwara & Yoshiwara (2007) citado en Rueda (2012) afirma que generalmente “consideran que la trigonometría se enseña a menudo con el rigor analítico apropiado para un curso de precálculo, antes de que los estudiantes hayan adquirido las habilidades necesarias para trabajar con funciones” p. 19. Ahora, también afirma que “de hecho, muchos profesores se basan en libros de texto como su principal recurso para la enseñanza de las matemáticas”, p. 22. Como lo afirma Tavera (2013), cuando dice que, en los libros de textos se observa un uso constante de fórmulas, caracterizando un dominio algebraico y procedimental, que hace énfasis en el manejo apropiado de símbolos, operaciones y propiedades y, en ocasiones, se desatiende al reconocimiento de las nociones dinámicas que se presentan en algunos tópicos de la trigonometría” p. 288.

En este sentido, Juárez y Flórez (2009) realizaron un estudio en el cual buscaban que los estudiantes verbalicen las razones trigonométricas del seno y coseno como forma de explorar sus nociones de representación, ya que los estudiantes por lo general sólo atribuyen algunas propiedades a los objetos, incluyendo sus usos y tipo de representación. Martin, Ruiz y Rico

⁷ La cual transforma la trigonometría en una ciencia práctica

⁸ Combina la trigonometría con el álgebra y el análisis

⁹ Indicaban que cualquier función arbitraria de una variable real $y=f(x)$ puede ser representada por una serie trigonométrica

(2014) en su estudio sobre las concepciones del seno y coseno puestas de manifiesto por estudiantes de bachillerato, dicen que la mayoría de los estudiantes describen las razones trigonométricas seno y coseno como cociente y que los datos muestran una escasa conexión de la trigonometría con el mundo real. En este sentido “La producción del saber es un proceso de elaboración activa de significados” (Gómez et al 2015, p. 692). Además de:

Reconocer la diversidad de registros algebraicos, introduce una perspectiva sociocultural del aprendizaje al reconocer que, si bien es cierto, es desde y dentro de una cultura particular, que es posible explicar la producción matemática de los estudiantes, entender la matemática de esa cultura particular convoca el reconocimiento de las matemáticas de otras culturas. (Rojas, 2010, p. 8)

De tal forma que podemos evidenciar que a la hora de la enseñanza es importante no dejar de lado el mundo material y el desempeño sociocultural del estudiante. Es importante, entonces, señalar que en el campo de la didáctica de las matemáticas se considera que el aprendizaje de los estudiantes comienza por la observación del mundo que los rodea.

Así pues, diversas investigaciones dan cuenta de las dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje en los distintos niveles de escolaridad a la hora de interpretar y dar significado a las razones trigonométricas, lo que hace necesario diseñar estrategias importantes que conlleve al estudiante y parafraseando a (Montiel 2013), al reconocimiento de la matemática como un producto de su hacer y, pensado en su entorno en el que se puedan valorar sus conocimientos previos y darles funcionalidad a situaciones problemas en la formación del estudiante.

Por otra parte, es importante resaltar en esta investigación el concepto de pensamiento espacial, el cual es muy afín con los conceptos trigonométricos trabajados, ya que este explora la

imaginación y la representación del estudiante en el espacio social y cultural que lo rodea. De acuerdo con los Lineamientos Curriculares, en los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

El contacto del estudiante con su entorno a través de actividades en las cuales puedan manipular y observar desde su propia perspectiva, constituye experiencias significativas que conllevan al mejoramiento de su aprendizaje de los conceptos matemáticos. Es así como para el año 1995, en la International Comisión on Mathematical Instruction- ICMI-, donde el tema central fue la perspectiva de la enseñanza de la trigonometría para el siglo XXI, se llegaron a acuerdos fundamentales como: 1. La Geometría como ciencia del espacio. 2. La Geometría como método para visualizar conceptos y procesos matemáticos. 3. La Geometría como punto de encuentro entre la matemática como teoría y como modelo. Gutiérrez, (2007), p. 17.

2.1.1 Didáctica de la Trigonometría. La trigonometría es la parte de la matemática, o más específicamente de la geometría, que se ocupa del cálculo de triángulos, comprendiendo sus seis elementos, los tres lados y los tres ángulos. Además, tiene por objeto el cálculo en general de todas las figuras que puedan descomponerse en triángulos. De acuerdo a los tipos de triángulos de que se ocupa, la trigonometría puede ser plana, cuando se ocupa del cálculo de triángulos de lados rectos (rectilíneos) o esférica, si calcula triángulos esféricos. La goniometría o trigonometría analítica se ocupa de las funciones circulares (seno, tangente y secante, y coseno cotangente y cosecante).

En ese orden de ideas, a la hora de organizar actividades didácticas para garantizar la enseñanza de la trigonometría, es de vital importancia tener como referente el uso del lenguaje verbal o escrito, en los cuales los estudiantes puedan comprender de manera objetiva las situaciones a las que se van a enfrentar.

Es así como los procesos didácticos tienen como función principal la de convencer y persuadir al estudiante para resolver a partir de un razonamiento lógico que justifiquen, relacionen y concluyan convincentemente la solución de los problemas. Teniendo en cuenta lo anterior, podríamos decir que la didáctica de la matemática se hace relevante a la hora de la enseñanza, en la medida en que el estudiante fortalece su conocimiento y desarrolla la competencia argumentativa de cualquier problema presentado.

2.2 Representación Matemática en Educación

Para Pierce (1974), solamente se puede acceder a una comprensión del mundo a través de la interpretación de signos, dado que no existe una relación dual entre el sujeto y un signo específico, sino que, por el contrario, el mundo es una vasta red de conexiones semióticas, ahora bien, parafraseando a McNabb (2014) en la primera parte de su trilogía de vídeos subidos a

YouTube® sobre la filosofía de Charles Sanders Peirce, los signos no son agentes externos al sujeto o inmersos en éste, sino que, el sujeto mismo es un signo inmerso en una red de otros procesos de semiosis. Por tanto, para Peirce (1974) no hay forma de separar la semiótica de los procesos de enseñanza/aprendizaje, dado que:

La consideración de que los símbolos son la urdimbre y la trama de toda investigación y de todo pensamiento, y que la vida del pensamiento y de la ciencia es la vida inherente a los símbolos; por lo tanto, no es acertado afirmar solamente que el lenguaje es importante para el buen pensamiento, porque es parte de su misma esencia. (p. 15)

De igual forma solo concibe el avance de la ciencia en la ayuda mutua y la cooperación entre las personas independiente del campo científico al cual se dediquen:

El progreso de la ciencia no puede ir muy lejos si omite la colaboración; o, para expresarlo con más exactitud, ninguna mente puede avanzar un solo paso sin ayuda de otras mentes. ... la salud de la confraternidad científica requiere la más absoluta libertad mental. Y, sin embargo, los mundos científico y filosófico están infestados de pedantes y pedagogos que procuran permanentemente establecer una especie de magistratura sobre los pensamientos y otros símbolos. (Peirce, 1974, p. 15)

Se puede intuir entonces que para Peirce (1974), los procesos de enseñanza/aprendizaje se dan en el contexto, estableciendo acuerdos con la misma comunidad en un lenguaje común para no propiciar errores al comunicar las ideas. Por el contrario, Duval (2006) enuncia que lo primordial en la adquisición del conocimiento matemático es propiciar el desarrollo de la habilidad del cambio de registro, argumenta que, los problemas contextualizados a nivel cognitivo, representan la misma dificultad y que es poco el aporte que estos problemas puedan

dar en el proceso de aprendizaje, aunque reconoce que, desde el punto de vista educativo, los problemas prácticos tienen un gran potencial.

Lo anterior abre campo para realizar diferentes propuestas didácticas que favorezcan los cambios de registros de representación matemática, esto teniendo en cuenta a los dos autores anteriormente citados, Peirce (1974) no puede concebir la interpretación del mundo sin la interacción con los signos y, estos están en todas partes, además que promueve el trabajo colaborativo en la actividad científica, lo cual se puede extrapolar a los procesos de enseñanza/aprendizaje. En Duval (2006) por el contrario, el aprendizaje de las matemáticas parece ser un proceso individual, sobre todo si se considera que las habilidades de cambio de registros de representación deben ser adquiridas por cada uno de los estudiantes, sin embargo, no está en contra de los problemas contextualizados, solo expresa que estos a nivel cognitivo no ayudan mucho en el desarrollo de la habilidad para cambiar el registro de representación, pero reconoce su contribución en la educación matemática. Es por ello que en este trabajo se propone la literatura científica como estrategia para desarrollar las habilidades de representación matemática de los estudiantes.

2.2.1 Representación y Representación Matemática. Desde la semiótica de Peirce (1974) la representación está definida como:

Estar en lugar de otro, es decir, estar en tal relación con otro que, para ciertos propósitos, sea tratado por ciertas mentes como si se fuera ese otro...cuando se desea distinguir entre aquello que representa y el acto o relación de representar, lo primero puede ser llamado el "representamen" y lo segundo la "representación". (p. 43).

Es decir, la representación ocurre en una relación trídica abierta entre un objeto, un signo o representamen y un interpretante, en la cual la cosa portadora de la cualidad se llama signo y el

efecto mental es el interpretante. Es una relación abierta porque, según Peirce (1974) no puede existir signo sin interpretante

Un Signo, o Representamen, es un Primero que está en tal relación triádica genuina con un Segundo, llamado Objeto, como para ser capaz de determinar a un tercero, llamado su Interpretante... La relación triádica es genuina, vale decir, sus tres miembros están ligados entre sí de modo tal que no se trata de un complejo de relaciones diádicas. Esta es la razón por la cual el Interpretante, o Tercero, no puede estar en una mera relación diádica con el Objeto, sino que debe estar en tal relación con él que sea como la relación que tiene el Representamen mismo. (p. 45)

Ahora bien, Peirce (1974) define tres tipos diferentes de representaciones de mucha relevancia en la educación matemática, el ícono, el índice y el símbolo, el primero lo define de la siguiente manera:

El ícono es un Representamen cuya Cualidad Representativa es una Primeridad de él en tanto Primero. Esto es, una cualidad que el ícono posee en tanto cosa lo vuelve apto para ser un Representamen. Así, cualquier cosa es apta para ser un Sustituto de otra cosa a la que es similar. (p. 46)

Un ícono es, un signo que remite inmediatamente al objeto que significa por su similitud con éste, por tanto, pueden ser diagramas, trazos, gráficos, representaciones geométricas, expresiones algebraicas, etc.

El índice o Sema es definido como, “un Representamen cuyo carácter Representativo consiste en ser un segundo individual” (Peirce, 1974, p. 49); Es decir que los índices son signos que pueden aportar información a un interpretante como por ejemplo las diferentes letras que se usan de manera específica en las diferentes ramas de las matemáticas, el cálculo se reserva las

últimas letras del abecedario para expresar variables, la geometría las primeras para expresar lados y ángulos, la lógica y teoría de conjunto las intermedias para representar premisas o conjuntos, la trigonometría el alfabeto griego para expresar ángulos, etc.

Sin embargo, esto es sólo un convencionalismo que se ha adoptado en las aulas de clases, aunque cabe aclarar que el mismo índice puede ser usado en contextos matemáticos diferentes y logra transmitir la información correcta, esto es, la misma “x” que representa la variable independiente en un polinomio de grado n en álgebra o cálculo, en lógica y teoría de conjuntos puede representar un conjunto o un dato de algún conjunto.

Por último, un símbolo es un signo cuyo carácter Representativo consiste precisamente en que él es una regla que determina a su interpretante. Todas las palabras, oraciones, libros y otros signos convencionales son Símbolos (Peirce, 1974, p. 55). Por su naturaleza de regla, el estatus de símbolo se alcanza al determinar a un interpretante, por consiguiente, cuando esto no se ha logrado el representamen es un índice.

Es así como Duval retoma las consideraciones generales de Pierce, sobre representación (objeto, símbolo y representamen) y las pone en funcionalidad desde el concepto matemático, el cual las trabaja para el pensamiento matemático en el estudiante.

En este sentido, Duval (2006) afirma que la adquisición del conocimiento matemático no introduce a la mayoría de los estudiantes en las formas del pensamiento matemático, como por ejemplo la habilidad de cambiar el registro de representación, entendida como la capacidad de traducir el registro de representación de un objeto matemático en otro registro semiótico sin alterar su esencia. Dicho cambio de registro es de vital importancia en la enseñanza de las matemáticas dada la naturaleza semiótica de estas. También expresa que lo que importa es la propiedad de transformación porque el procesamiento matemático siempre implica alguna

transformación de representaciones semióticas, en términos de las mediaciones semióticas, dado que en matemáticas los signos no son prioritarios para presentar objetos sino para sustituirlos y la capacidad de cada individuo de elegir solo un sistema de representación semiótica (de entre todos los sistemas de representación) según el propósito de la actividad (coordinación interna) sin la cual dos representaciones diferentes significarán dos objetos diferentes, sin ninguna relación entre ambos, aunque sean dos “contextos de representación” diferentes del mismo objeto.

Duval (2006) distingue dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: la conversión y el tratamiento. El tratamiento, es una clase específica de transformación que requiere cambiar el sistema semiótico usado mientras una actividad matemática se comienza o está en proceso, Mientras que, la conversión es el salto de un registro de representación a otro. Ahora bien, la transformación de una expresión lingüística requiere usar menos símbolos que objetos para referirse a ellos y en el tratamiento algebraico los símbolos de operaciones prevalecen sobre símbolos que representan los números.

Existe una sinonimia entre lo que se entiende por representación entre Peirce y Duval, es claro que el primer autor establece los signos para cualquier tipo de procesos de aprehensión de la realidad, por tanto, un objeto puede ser tanto tangible como mental, Duval por su parte, al centrarse en objetos matemáticos, se refiere a objetos mentales, signos y símbolos que cumplen en igual medida con las características generales de los signos que definió Peirce, Dichos objetos en Duval cumplen con la relación trídica de Pierce, el objeto matemático por sí solo no ofrece ninguna información al estudiante, por tanto debe existir un proceso de interpretación por parte de éste, es decir, el representamen independiente del sistema de representación semiótico en el cual se encuentre, debe determinar al estudiante para que éste pueda realizar la transformación

necesaria, ya sea de conversión o de tratamiento, en los cuales se logra evidenciar de manera directa las cadenas de interpretantes a las que hacía referencia Peirce, dado que al resolver un problema se pueden realizar múltiples representámenes del mismo objeto matemático.

2.3. Literatura Científica

2.3.1. Carácter de la Literatura. En principio, es difícil definir lo que es literatura, es un concepto que usamos de manera general y, por tanto, nos parece sencillo distinguir entre un texto literario de uno que no lo es, sin embargo, es algo que no es tan sencillo y que solemos tomar a la ligera, como afirma Mignolo (1978) ...” puede parecer extraño, o paradójico, plantear la necesidad de volver sobre el concepto de literatura, puesto que el hábito lo impondría como un concepto evidente en sí mismo” (p. 28). Lo anterior plantea un problema en la conceptualización de la categoría “literatura”, es un término tan común y cotidiano que se nos dificulta definirlo, esto se nota en Urrejola (2011) cuando expresa que:

...el concepto de literatura, y la familia correspondiente, son conceptos «vacíos» (semejante a lo de «lo bello», «lo bueno», etc.), donde las ambigüedades son inevitables debido a las propias características del concepto: al ser «vacíos» estos conceptos permiten que se los interprete según la conveniencia de los presupuestos ideológicos que rigen el discurso en el cual se insertan. (p. 1683)

Ahora bien, han existido muchos intentos por definir lo que es literatura, Mignolo (1978); citado en Lotman (1984) y este citado en Alcazar (2006) concuerdan con Eagleton (1994) cuando expresan que, a lo largo de la historia, la literatura ha estado relacionada con conceptos como: poesía, retórica, estética, creación o imaginación, lenguaje, entre otros. También están de acuerdo en que, a lo largo de la historia, la literatura ha variado su significado, como lo expresa

Picado (1975) “a través de la historia no se ha entendido por literatura el mismo objeto, ni se ha adoptado la misma actitud en la búsqueda del conocimiento sobre lo literario” (p.93).

Entonces, la definición de literatura no debe ser algo estático, este cambia junto a las interacciones sociales, como se ve en Mignolo (1974) citado en Lotman (1984) y este citado en Alcazar (2006) quien asume que “un texto literario para ser considerado como tal, debe haber sido preservado como un objeto cultural por un grupo social” (p. 261). Por su parte Eagleton (1994) establece una relación bidireccional entre la literatura y las relaciones sociales, se nota cuando afirma que, la "literatura, puede referirse, en todo caso, tanto a lo que la gente hace con lo escrito como a lo que lo escrito hace con la gente”. (p. 5)

Por otra parte, existe tradicionalmente una separación entre lo que es literatura de lo que no lo es, por lo cual, cabe preguntarnos, si no existe una definición general del concepto de literatura, ¿cómo es posible separar lo que es literatura de lo que no lo es? Eagleton (1994) al respecto afirma que:

Un escrito puede comenzar a vivir como historia o filosofía y, posteriormente, ser clasificado como literatura; o bien puede empezar como literatura y acabar siendo apreciado por su valor arqueológico. Algunos textos nacen literarios; a otros se les impone el carácter literario. A este respecto puede contar mucho más la educación que la cuna. Quizá lo que importe no sea de dónde vino uno sino cómo lo trata la gente. Si la gente decide que tal o cual escrito es literatura parecería que de hecho lo es, independientemente de lo que se haya intentado al concebirlo. (p. 6)

Lo anterior resalta el carácter social de la literatura, ésta se acomoda a las interacciones sociales que se dan alrededor de las comunidades humanas que a capricho deciden en un momento histórico específico lo que es literatura de lo que no, como lo expresa Eagleton (1994)

Por lo tanto, aún no hemos descubierto el secreto de por qué Lamb, Macaulay y Mill son literatura, mientras que, en términos generales, no lo son ni Bentham, ni Marx, ni Darwin. Quizá la respuesta sin complicaciones sea que los tres primeros son ejemplos de lo "bien escrito" pero no los otros tres. Esta respuesta encierra la desventaja de que en gran parte es errónea (al menos a juicio mío), pero presenta la ventaja de sugerir, de un modo general, que la gente denomina "literatura" a los escritos que le parecen buenos. (p. 7)

Ahora bien, Genette (2018) da una definición reciente de lo que es literatura y afirma que:

La literatura no es solamente una colección de obra, autónomas, o que "se influyen" mediante una serie de encuentros fortuitos y aislados; es un conjunto coherente, un espacio homogéneo en cuyo interior las obras se tocan y penetran las unas a las otras; y es también, a su vez, un fragmento unido a otros en el espacio más vasto de la "cultura", en el que su propio valor está en función del conjunto. Con este doble carácter, reclama un estudio de estructura, interna y externa. (p. 15)

Finalmente, para efectos del siguiente trabajo, entendemos la literatura en términos de Eagleton (1994), Alcazar (2006) y Genette (2018), cuando se refieren a la literatura como un componente social y cultural, en el cual, los grupos sociales son los que determinan lo que es literatura de lo que no, como expresa Eagleton (1994). Sin embargo, parece haber una limitante en los autores anteriormente mencionados concerniente a la literatura, y es que, todos se limitan a textos escritos, si bien esta es la principal forma de dejar registro desde la antigüedad (además

del arte), en la actualidad prevalecen otras formas que están relacionadas con la escritura, es decir, bajo los enfoques anteriores, un audiolibro ya no podría ser considerado literatura, al igual que una película que esté basada en una obra considerada literaria.

2.3.2 Componente cognitivo de la literatura. En primer lugar, la literatura exige leer; la lectura es parte fundamental en el desarrollo de la literatura, pero no es leer por leer, como expresa Larrosa (2011) cuando resalta la importancia de la lectura como formación y la formación como lectura, de la lectura como formación afirma que:

Para que la lectura se resuelva en formación es necesario que haya una relación íntima entre el texto y la subjetividad. Y esa relación podría pensarse como experiencia, aunque entendiendo experiencia de un modo particular. La experiencia sería lo que nos pasa. No lo que pasa, sino lo que nos pasa. Nosotros vivimos en un mundo en que pasan muchas cosas. Todo lo que sucede en el mundo nos es inmediatamente accesible. Los libros y las obras de arte están a nuestra disposición como nunca antes lo habían estado. Nuestra propia vida está llena de acontecimientos. Pero, al mismo tiempo, casi nada nos pasa. (p. 28)

Por lo cual, para Larrosa (2011) es imposible realizar una lectura que no determine al sujeto, aun en el caso de realizar una lectura por mero ocio o por adquirir algún conocimiento, el mero hecho de leer supone un cambio, por muy pequeño que parezca en la subjetividad del lector.

Ahora bien, de la formación como lectura Larrosa enuncia que:

Pensar la formación como lectura implica pensarla como un tipo particular de relación. Concretamente, como una relación de producción de sentido. Desde mi punto de vista,

todo lo que nos pasa puede ser considerado un texto, algo que compromete nuestra capacidad de escucha, algo a lo que tenemos que prestar atención. Es como si los libros, pero también las personas, los objetos, las obras de arte, la naturaleza, o los acontecimientos que suceden a nuestro alrededor quisieran decirnos algo. Y la formación implica necesariamente nuestra capacidad de escuchar (o de leer) eso que tienen que decirnos. (p. 29)

Esto último tiene mucha relación con Melích (2004) cuando propone su formación humanista desde la memoria y en esta acción pedagógica el profesor se encarga de dar su interpretación de los textos a los estudiantes, para que éstos deconstruyan y reconstruyan su propia interpretación, luego se le hace devolución al docente, quien, a su vez, tiene que reinterpretar su lectura teniendo en cuenta el aporte de los estudiantes; de esta forma las lecturas y las interpretaciones nunca se terminan. Por tanto, el verdadero maestro es aquel que sitúa a sus alumnos en el camino de la interrogación.

Así también, existe en la didáctica de la literatura dos categorías complementarias Carter y Long (1991) citado en Leibrandt, (2008)

Distinguen dos procedimientos en la enseñanza de la literatura: el conocimiento sobre la literatura y el conocimiento de la literatura. Carter y Long explican que la enseñanza del conocimiento sobre la literatura se refiere a la acumulación de la información sobre los contextos literarios, fechas, autores y obras, términos literarios, datos cognitivos, referenciales y analíticos de un texto literario. (p. 42)

Esta manera de asumir la enseñanza de la literatura, afirma Flores (2013), genera poco interés en los estudiantes para leer literatura por cuenta propia, construir interpretaciones genuinas o autónomas. Lastimosamente, la enseñanza de la literatura tradicionalmente en el país apunta a este tipo de método en el cual los estudiantes tienen que recurrir a un texto seleccionado por el maestro y responder una serie de preguntas cuyas respuestas deben estar en sintonía con la interpretación que el docente haya hecho previamente de la misma lectura.

2.2.3 Componente Emocional de la Literatura. Considerar la literatura como un tema netamente cognitivo es negar lo artístico que hay en la literatura. Para Larrosa (2011), en la lectura no se pueden separar lo formativo de lo imaginario, a este último poco interés se le da en el aula, sobre todo en ciencias exactas como la matemática, la física y la química, “tomarse en serio la lectura como formación puede ser, me parece, un modo de quebrar esas fronteras y un modo de afirmar la potencia formativa y transformativa (productiva) de la imaginación (p. 28)

Por otra parte, Leibbrandt (2013) afirma que:

La Literatura infantil y juvenil puede, a través de diferentes situaciones de toma de decisión, invitar a reflexionar sobre posiciones básicas éticas y así ayudar al desarrollo moral de los jóvenes lectores. A través de una lectura didácticamente guiada, por tanto, se abren muchas posibilidades de ampliar las experiencias lectoras respecto al desarrollo moral de las personas. (p. 150)

Así, entonces, la potencialidad de la literatura se fortalece cuando el docente puede conciliar las situaciones presentadas en un texto literario y promover la reflexión en el aula invitando al estudiante como un sujeto activo en su formación no solo académica, sino también personal, fomentando así la formación integral que promueva ciudadanos críticos. Sin embargo,

poco se puede hacer si no se promueve el gusto por la lectura en los discentes; al respecto Flores (2013) afirma que:

La enseñanza del conocimiento de la literatura, según Carter y Long (1991), consiste en la lectura directa y placentera del texto. Este procedimiento exige, por un lado, la relación directa del estudiante con el texto y, por el otro, que el profesor tenga como objetivo principal despertar el placer por la lectura de textos literarios. (p. 231)

Por consiguiente, la literatura se convierte en un arma muy poderosa en el aula que puede contribuir enormemente a los procesos de enseñanza/aprendizaje a nivel cognitivo, emocional-afectivo e inclusive en la resolución de problemas, no es ajeno para los maestros que, en cierta medida las falencias en representación matemática se deben a deficiencias en la lectura de los estudiantes, y esto se ve permeado por el poco gusto por la lectura de los niños y jóvenes. Por tanto, se propone la literatura científica como una estrategia que puede hacer aportes a la comprensión de las matemáticas contribuyendo a la mejora de las habilidades de cambio de los registros de representación, al desarrollo personal de los estudiantes, a fomentar el gusto por la literatura y por qué no, a escribir sus propias experiencias.

2.4. Literatura Científica - LC

Existe poca delimitación o conocimiento de lo que es LC en la comunidad académica, esto se nota en la confusión y uso indiscriminado de esta categoría en diversos artículos, en los cuales, no existe una clara distinción entre la LC, la divulgación científica (DC), la ficción científica (FC) y la ciencia ficción (CF); por ejemplo en Espinak (1996), Guzmán, Valverde (2017), donde se puede notar que la LC es equiparable a la DC, dado que se nota que se refieren a la producción de artículos científicos y a la literatura gris (literatura no convencional) al usar la

categoría LC, mientras que, en García (2006) se nota como las categorías de ciencia ficción y ficción científica aluden a lo mismo.

Ahora bien, Henao y Rivera (2017), siguiendo a Larrosa (2011), recurren a la LC como un conjunto de recursos lógicos y literarios para divulgar un tema disciplinar o científico. La LC hace parte de la DC, pero no a la inversa y afirman que es importante llevar la LC al aula; no sólo como motivación, sino, en procesos para promover la imaginación y la conceptualización.

2.4.1 Literatura Científica y Representación Matemática. Existe una relación entre la LC y la representación matemática. Por una parte, lo que se busca como expresa Duval (2006) es favorecer los cambios de registro de representación y, la LC ofrece el campo ideal para esto, dado que al presentar diferentes explicaciones de un mismo fenómeno o concepto puede fomentar en los estudiantes la imaginación y la creatividad necesaria para desarrollar o promover los cambios de registros ya que la representación está íntimamente ligada con la subjetividad del estudiante y esto no se ve favorecido con las explicaciones generalizadas que se suelen dar en las acciones de aula.

Si bien, los cambios de representación son vitales en la educación matemática, según lo expresado anteriormente por Duval (2006), hay muchos autores no están de acuerdo con esta premisa, tal es el caso de Cantoral, Reyes y Montiel (2014) quienes expresan:

El problema mayor en el ámbito educativo no es de la aprehensión individual de objetos abstractos, sino el de la democratización del aprendizaje, es decir, que los estudiantes, en tanto ciudadano, disfruten y participen de la cultura matemática enraizada en sus propias vidas. (p. 93)

Aunque este tema no es ajeno a Duval (2006), esto se nota cuando afirma que: “La mayor piedra de toque para la comprensión es la posibilidad de transferir lo que se ha aprendido a nuevos y diferentes contextos, dentro y fuera de las matemáticas, y esto siempre implica la conversión de representación”. (p. 158)

Ahora bien, la LC puede provocar en los estudiantes los suficientes elementos de juicio, para sacarlos de la rutina de las clases magistrales, aunque Duval (2006), afirma que a nivel cognitivo no aportan mucho, hay que pegarse al aporte que generan a nivel educativo y catapultar la aprehensión de los elementos matemáticos y físicos de los estudiantes mediando con la LC y, de ser posible, invitándolos a escribir texto que pueden ser considerados LC. Así, una ventaja de LC es que los estudiantes se pueden contagiar de esta y empezar a realizar sus propias composiciones, las cuales de manera voluntaria se pueden compartir en el aula y así ofrecer una lectura propia

Así, no solo se favorece a los cambios de registros de representación matemática, también se fortalece la interacción social entre los estudiantes, ya que normalmente tienen ideas comunes y, por tanto, pueden comprender muchas de las situaciones que expresen sus compañeros al intercambiar experiencias por medio de la LC y de no ser este el caso, por lo menos se pueden realizar lecturas diversas de las realidades de los estudiantes y de esa forma, remover la empatía en el aula.

2.5 Metodología

El trabajo se realiza en torno a una Investigación cualitativa, la cual, surge cuando se cuestiona el modelo del paradigma científico, en palabras de González (2007) un paradigma es “una visión particular del mundo que tiene una determinada comunidad científica, y de cómo estudiarlo científicamente.” (p. 30). Este modelo de investigación cualitativo centra su interés en

“una interpretación de los significados atribuidos por los sujetos a sus acciones en una realidad socialmente construida, a través de observación participativa, es decir, el investigador queda inmerso en el fenómeno de interés” Moreira, (2002), p. 3.

Ahora bien, existen muchas variantes de la investigación cualitativa, por lo cual, para efectos del siguiente trabajo seguiremos el modelo planteado por Restrepo (2002, 2004, 2006), quien sigue el modelo de Investigación Acción (IA), expuesto por Kurt Lewin en la década de los 40, donde plantea “una visión particular del mundo que tiene una determinada comunidad científica, y de cómo estudiarlo científicamente” (Restrepo, 2002, p. 1). Y, finalmente propone una Investigación Acción Educativa - IAE, que es entendida en Restrepo (2006) como la “búsqueda de un saber pedagógico, por parte de los maestros, partiendo de la reflexión crítica de su propia práctica pedagógica, en un proceso en el cual, el maestro investiga a la vez que enseña.

Además, la IAE hereda su propósito de la Investigación Acción-IA, la cual “está más encaminada a la transformación de prácticas sociales que a la generación o descubrimiento de conocimiento nuevo” (Restrepo, 2006, p. 95). De forma similar, la constitución colombiana promueve la figura del maestro investigador, en el título VI, capítulo II, inciso c de la ley 115 se hace mención de uno de los deberes en la formación de educadores el cual “es fortalecer la investigación en el campo pedagógico y en el saber específico” (MEN, 1994).

Por tanto, la IAE es la metodología adecuada para fomentar al maestro investigador, en el cual éste, “penetra su propia práctica cotidiana, a veces fosilizada, la desentraña, la crítica y, al hacer esto, se libera de la tiranía de la repetición inconsciente, pasando a construir alternativas que investiga y somete a pruebas sistemáticas” (Restrepo, 2006, p. 97). Además, cabe resaltar que no se buscan resultados inmediatos ya que no se pretende “...incidir en un cambio social del contexto inmediato y mucho menos en la transformación radical de las estructuras políticas y

sociales del entorno” (p. 5). Por tanto, la importancia de la IAE radica en la sistematización de las diferentes propuestas y experiencias de aula, aunque sea una experiencia individual, puede ser analizada y cuestionada para ser puesta a prueba en otros contextos.

Ahora bien, el proceso de sistematización cuenta con tres fases para la IA, las cuales fueron propuestas por Kurt Lewin a mediados de los cuarenta y citadas en Restrepo (2004).

Primero la fase de reflexión de la idea central del problema, recogiendo datos relacionados con la aplicación; segundo la planeación y aplicación de acciones renovadoras acompañada también de captura de datos sobre la aplicación de la acción y por último la investigación acerca de la efectividad de las acciones. (p. 51)

Para consolidar una propuesta que busque integrar la realidad, la literatura y la matemática, es necesario pensar en la matemática como un proceso de construcción mental y social, producto de la actividad humana, Skovmose, (1999); Guerrero, (2008) cuyas prácticas sociales sostengan una relación bidireccional con el conocimiento en la medida que busquen la comprensión de la realidad social para transformarla; también, en oposición al enfoque mecanicista en la enseñanza Skovmose, (1999); Valero, Andrade-Molina y Montesino, (2015) quienes recibieron las influencias de pedagogos de la talla de Freire (2000), el cual defiende el diálogo como mediación para actuar sobre la realidad, transformarla y humanizarla. Y esto, a su vez, requiere de un lenguaje propio que, como sistema científico de objetos, operaciones y relaciones, se vale de representaciones Amaya, (1999), p. 51.

En por ello que se trabajará en relación a tres fases de la IAE que son: deconstrucción¹⁰, reconfiguración¹¹ y evaluación¹²; la primera se considera de vital importancia y Walker (1971 en Restrepo (2002) la definen como:

la observación directa de acontecimientos en el aula, recurriendo a detallados apuntes de campo como medio de registro. La teoría se va construyendo gradualmente a partir del examen de observaciones acumuladas, caracterizando la calidad de las situaciones particulares. (p. 6)

De manera particular, en esta fase (Deconstrucción), se planea implementar aparte de la observación de aula y de los registros en el diario de campo, una caracterización de los estudiantes y de la institución, una prueba diagnóstica que será el referente inicial y punto de comparación para la finalización del proceso, entrevistas a los estudiantes y a los docentes y una encuesta a los discentes.

La segunda (reconfiguración), consiste en el diseño de estrategias que busquen dar solución al problema central, dichas estrategias no deben ser totalmente nuevas o revolucionarias, dado que muy posiblemente el docente anterior estuviera haciendo las cosas bien; “no se trata, tampoco de apelar a la innovación total de la práctica desconociendo el pasado exitoso. Es una reafirmación de la práctica anterior completada con esfuerzos nuevos y propuestas de transformación de aquellos componentes débiles, inefectivos, ineficientes”.

¹⁰ La idea de deconstrucción se emplea en el terreno de la filosofía y de la teoría literaria con referencia al acto y el resultado de deconstruir. La deconstrucción se lleva a cabo evidenciando las ambigüedades, las fallas, las debilidades y las contradicciones de una teoría o de un discurso. Puede decirse que la deconstrucción se encarga de revisar los conceptos con la intención de descubrir el proceso histórico y cultural que subyace a ellos. Tomado de: <https://definicion.de/deconstruccion/>

¹¹ En Colombia se utiliza para denotar hacer cambios en la configuración de algo, cambiar la presentación, cambiar el orden de las figuras o de las imágenes. Alterar la imagen de presentación de pantallas bien sea del móvil o del computador. No está reconocido este verbo en la Real Academia de la Lengua Española, sin perjuicio de que pueda estarlo en otros países de habla hispana. Reconfigurar es volver a configurar, y, por lo tanto, repetir la acción encaminada a dar forma determinada a algo. Tomado de: <https://www.significadode.org/reconfigurar.htm>

¹² En el ámbito de la pedagogía, la evaluación es un proceso sistemático de registro y valoración de los resultados obtenidos en el proceso de aprendizaje de los educandos. Como tal, la evaluación se realiza tomando en consideración los objetivos educativos planteados en el programa escolar. Las evaluaciones, por otro lado, pueden realizarse de distintas maneras: mediante pruebas (escritas u orales), trabajos o monografías, así como también considerando la participación en clase de los alumnos, entre otras. Tomado de: <https://www.significados.com/evaluacion/>

(Restrepo, 2006, p. 97). Por tanto, se piensa en el diseño de planes de Clase¹³ que, al ser ejecutados, traten de dar solución al problema central; dichas estrategias, deben ser aprobadas por el maestro cooperador.

La última fase (Evaluación), consiste en la validación de la efectividad de la práctica alternativa o reconstruida; “la nueva práctica no debe convertirse en el nuevo discurso pedagógico sin una prueba de efectividad” (Restrepo, 2006, p. 97). En esta parte, se debe realizar una reflexión profunda sobre las evidencias que se hicieron en las fases anteriores, para realizar una reflexión minuciosa sobre el cumplimiento o no de los objetivos trazados en la investigación.

Lo anterior es un método de investigación altamente recomendado en la formación de maestro, dado que la IAE, “es el instrumento que permite al maestro comportarse como aprendiz de por vida, ya que le enseña cómo aprender a aprender, cómo aprender la estructura de su propia práctica y cómo transformar permanentemente y sistemáticamente su propia práctica pedagógica” (Restrepo, 2006 p. 97).

Así mismo, la estrategia se vale de la LC como ese pretexto para que los discentes sean más reflexivos y contribuyan a que la clase sea un acontecimiento Melích, (2004) donde tenga sentido contar sus propios relatos en relación con lo que pasa en la clase de matemáticas.

¹³ Se realizaron 3 planes de clase: 1. Triangulo de la Vida, 2. Las Razones trigonométricas y el entorno Cultural, 3. Entre lados y ángulos hay leyes para los triángulos.

Capítulo III: Diseño Metodológico

Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa Antonio Roldan Betancur del Municipio de Necoclí, en el Grado Décimo “A”, en donde se realizaron unas series de actividades con el objetivo de orientar a los estudiantes sobre la representación Matemática desde la LC para la enseñanza de la Trigonometría. En este proceso se observó y analizó las estrategias didácticas recreadas con los estudiantes tales como: encuesta, prueba diagnóstica, planes de clase y la evaluación que darán cuenta de un mejoramiento en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la trigonometría teniendo como mediador la literatura. Para esto se tienen en cuenta tres fases: deconstrucción, reconstrucción y evaluación.

3.1 Primera Fase: Deconstrucción

En primer lugar, se describirá la ruta seguida en la fase de deconstrucción, la cual pretendía conocer la situación académica de los estudiantes, además de identificar qué posibles dificultades tenían éstos con relación al aprendizaje de las matemáticas, lo cual fue fundamental para el planteamiento del problema de investigación, para lograr lo anterior, se aplicaron unos instrumentos de caracterización, entrevistas no estructuradas a los docentes, una encuesta inicial y una prueba diagnóstica a los estudiantes y, se tuvieron en cuenta los apuntes de las observaciones de las situaciones de aula realizadas en una bitácora.

3.1.1 Observación de las situaciones de aula y entrevistas a docentes. La investigación inicia con observaciones de situaciones de aula de la población anteriormente descrita, para ellos se hizo uso de una bitácora (anexo 6) con el fin de conocer las dinámicas al interior de las clases de matemáticas, es decir, la manera de enseñar del docente, sus estrategias y recursos para impartir los conocimientos matemáticos, su actitud con respecto a la matemática y su motivación para enseñarla, etc. Por parte de los discentes se pretendía conocer sus habilidades para resolver

problemas matemáticos, sus actitudes en el salón de clases y frente a las explicaciones y estrategias del maestro, la motivación que demostraron frente a las actividades propuestas por el profesor de manera grupal e individual, etc.

Con respecto a las entrevistas a los docentes, se realizó entrevistas no estructuradas en las cuales se buscó conocer las estrategias y recursos usados en el aula, además de indagar si hacían uso de la LC, también si realizaban investigaciones en la enseñanza de las matemáticas y, sobre todo, cuál creían ellos que era la razón por la cual los estudiantes no rendían en clases de matemáticas.

3.1.2 Guía 1- encuesta (anexo 3). Se realizó una encuesta a los estudiantes la cual se dividió en varias partes, la primera de ellas consistió en unas preguntas para caracterizar a los discentes (Imagen 1), la cual constaba de un cuestionario con preguntas para conocer sus particularidades personales tales como: la edad, el sexo y el barrio, también el nivel educativo de sus padres, estas cuestiones las consideramos importantes porque nos arrojaron características de los estudiantes para desarrollar las actividades de una forma más contextualizadas a su entorno social y cultural, además de saber cómo se identifican con la lectura y su acceso a ella.

1. Sexo: M ___ F ___ 2. Grado: ___ 3. Edad: ___ 4. Barrio (o vereda) de Procedencia: _____

5. Marque una X en el nivel educativo de las personas con las que vive:

Familiar	Ninguno	Primaria	Secundaria	Técnico	Universidad
Padre					
Madre					
Hermanos					
Abuelos					
Tíos					
Otro:					

Imagen 1 - Encuesta - Generalidades

Por otra parte, en la encuesta anterior también se pretendía conocer las percepciones y emociones de los estudiantes en clases de matemáticas (Imagen 2), además de saber cómo sentían el ambiente en el aula durante las clases de matemáticas (Imagen 3), de igual forma, indagar por las concepciones que tenían los estudiantes sobre las matemáticas (Imagen 4) y, finalmente, averiguar si había un hecho sorprendente que los motive en las clases de matemáticas (Imagen 5).

No	Percepciones y Emociones del Estudiante	S	CS	AV	PV	N
8	Me siento feliz cuando voy a la clase de matemáticas					
9	Me siento seguro y tranquilo al realizar actividades matemáticas					
10	Experimento emociones positivas en clase de matemáticas					
11	Mis padres me animan a estudiar matemáticas					
12	Mis padres me ayudan a hacer las tareas de matemáticas					
13	Tengo confianza en mí mismo cuando resuelvo problemas matemáticos					
14	Me doy por vencido ante un problema matemático complicado					
15	Experimento curiosidad cuando me enfrento a un problema matemático					
16	Siento gran satisfacción cuando resuelvo un problema matemático					
17	Siento que las matemáticas no son para mí y que no me entran					

Imagen 2 - Encuesta - Percepciones y Emociones del Estudiante

	Respecto al profesor y la clase	S	CS	AV	PV	N
18	El ambiente de la clase de matemáticas es amigable y sereno					
19	Las clases de matemáticas son aburridas					
20	El profesor está siempre dispuesto a aclarar dudas e inquietudes					
21	El profesor le pone amor y entusiasmo a lo que hace					
22	El profesor hace que a uno le gusten las matemáticas					
23	El profesor relaciona la matemática con la vida					
24	En la clase se emplean muchos medios para estudiar matemáticas					
25	En la clase leen cuentos o poemas con contenido matemático					

Imagen 3 - Encuesta - Respecto al Profesor y la Clase

	Respecto a las Concepciones de las Matemáticas	S	CS	AV	PV	N
26	Las matemáticas son útiles y necesarias en todos los ámbitos vida					
27	Las matemáticas son difíciles, aburridas y alejadas de la realidad					
28	Las matemáticas son conceptos, fórmulas y reglas					
29	Las matemáticas ayudan a ser mejores ciudadanos					
30	Las matemáticas no sirve para nada					
31	Las matemáticas son muy complejas					

Imagen 4 - Encuesta - Respecto a las Concepciones de las Matemáticas

32. Describa algún hecho, relacionado con la matemática, que le haya sorprendido o asombrado y que, por consiguiente, le haya llamado profundamente la atención _____

Imagen 5 - Encuesta - Hecho Sorprendente

Esta encuesta se aplicó con el fin de realizar un acercamiento a la realidad social y cultural de los estudiantes, para así, realizar propuestas contextualizadas que le sean de provecho al discente y que, de igual forma, le sean llamativas, para que así los motive a aprehender los conocimientos que se ponen a su disposición. Se seguirá con la descripción de la prueba diagnóstica que nos dio una idea aproximada de las habilidades de representación matemática de los estudiantes.

3.1.3 Prueba diagnóstica (Anexo 4). Con miras a conocer los saberes previos de los estudiantes sobre la trigonometría y en especial sobre los conceptos geométricos, se realizó una prueba diagnóstica, la cual es vital para un primer acercamiento o momento, a un posible diagnóstico de los saberes de los estudiantes, lo cual es primordial para diseñar las actividades a seguir, enfocados en la literatura, que conlleve a mejorar el conocimiento de la trigonometría.

Esta prueba consta de 9 preguntas, en las cuales los estudiantes deberían exponer sus conocimientos sobre triángulos (lados y ángulos), altura, área y otros elementos de la geometría, además se les pidió que realizaran una representación iconográfica y la resolvieran para determinar su pensamiento métrico y espacial. Lo anterior se hizo con el propósito de identificar las habilidades en representación matemática que poseían los estudiantes, además de evidenciar si tenían algunas nociones de algunas personalidades históricas de la matemática y si son capaces de describir un proceso matemático para resolver una situación planteada.

Con relación a lo anterior, se mostrarán algunos apartes que se consideraron vitales en la prueba diagnóstica, para identificar las habilidades representativas de los estudiantes. En primer lugar, el inciso 3 de la prueba (Imagen 6), en el que tenían que calcular uno de los catetos de un triángulo rectángulo, cabe destacar que éste no estaba ubicado de manera “convencional¹⁴”, esto para ver si eran capaces de identificar si se trataba de un cateto o de la hipotenusa.

3. Calcule el valor de x de la siguiente figura.

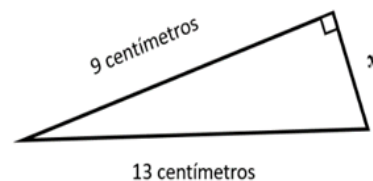
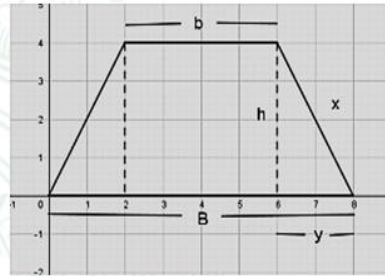


Imagen 6 - Prueba Diagnóstica - Triangulo no Convencional

¹⁴ Se entiende en la RAE como convencional, dicho de un acto, de una costumbre, de una indumentaria, etc. Que se atienen a las normas mayoritariamente observadas. En el caso de un triángulo rectángulo este es convencional cuando uno de los catetos se ubica verticalmente a la izquierda y el otro cateto horizontalmente en la parte inferior del anterior y dirigido hacia la derecha.

De igual forma en los incisos 6 y 7 (Imagen 7) se les presentó un trapecio isósceles con la finalidad de que reconocieran la función de cada una de las componentes dentro del trapecio y de las figuras inscritas en él (dos triángulos rectángulos y un cuadrado) y, además, se les pide describir el procedimiento que ellos usarían para hallar el área del trapecio.

Dada la siguiente figura, responda los incisos 6 y 7.



6. Frente a cada letra, escriba el concepto de área que representa en la figura.

B: _____

b: _____

x: _____

y: _____

h: _____

7: escriba el procedimiento que utilizarías para hallar el área del trapecio _____

Imagen 7 - Prueba Diagnóstica - Calculo de Trapecio

Finalmente, se les plantea una situación (Imagen 8) en el que se les pidió realizar una representación iconográfica de una situación descrita y con la cual se pretendía identificar si se ubican espacialmente a partir de la descripción planteada.

8. Un joven de 1,5 metros de altura, sostiene una cometa con una pita de 100 metros de largo, si el viento ha alejado la cometa 60 metros desde el punto en que está el joven, realice un dibujo que ilustre el problema. _____

Imagen 8 - Prueba Diagnostica - Representación Iconográfica

3.2 Segunda Fase: Reconstrucción

En la fase de Deconstrucción se identificarán las falencias que tenían los muchachos al comprender los conceptos y procesos con la trigonometría, esta fase, trataremos de realizarla a través de la incorporación de la LC, la cual será ese elemento adicional que tendrán los planes de clase que se realizarán como mediación para la comprensión de los conceptos matemáticos expuestos.

El proceso se lleva a cabo con la implementación de 3 planes de clases, en los cuales se busca guiar a los estudiantes por un recorrido por el conocimiento de la trigonometría y en especial las leyes del seno y el coseno. Teniendo como factor preponderante la LC en ellos, se logró ver elementos sobre los conceptos matemáticos de la trigonometría, representaciones iconográficas, relatos literarios y reflexiones argumentativas sobre el conocimiento expuesto en cada uno de ellos.

En ese orden de ideas pasaremos entonces a reflexionar sobre cada uno de los planes de clase que se desarrollaron y sus objetivos primordiales.

3.2.1 Plan de clase 1: ¿Dónde están los Triángulos? (Anexo 8). En este primer plan de clase se realizó con un enfoque más motivacional y se desarrolló en tres pasos: primero se les realizó una actividad motivacional de exploración, en la cual los estudiantes deberían leer un fragmento de la reflexión “El triángulo de la vida” de la autoría de Salatiel Hurtado Hernández y Oscar Ballesteros Peña, una vez terminaron, se les dibujó un triángulo (Imagen 9) en donde deberían colocar en su base las cosas que les daban fundamento a su vida y en el pilar o soporte escribir las actitudes, anhelos, capacidades y sueños, en ello igual se les incita a reflexionar sobre la temática con unas preguntas. Esto con el fin de ver si eran capaces de ubicarse en el triángulo a nivel representativo y para que los estudiantes reflexionen y anuncien de manera clara lo que

los impulsa y motiva a continuar avanzando en la vida, además de sacarlos un poco de la rutina de la clase magistral y mostrar que en clases de matemáticas tienen mucha relación con otros aspectos más allá de los números, pasando de un triángulo a un triángulo de la vida.

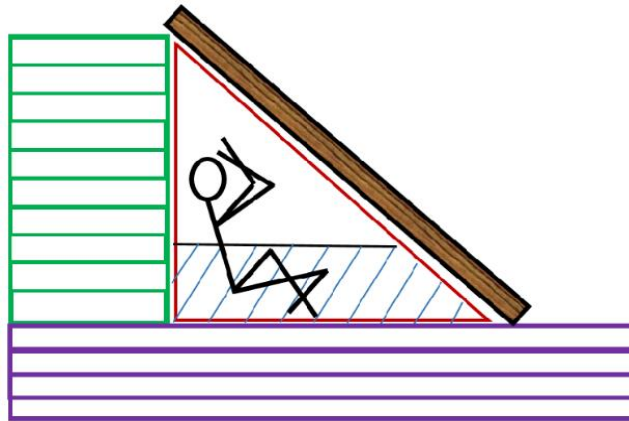


Imagen 9 - Plan Clase 1 - Triangulo de la Vida

Luego, en la segunda parte, se les pide leer un fragmento literario, de la autoría de Rubén Darío Henao Ciro y a observar una imagen de Kurasov, G. (1958), realizada a base de triángulos, de igual manera se invita reflexionar sobre el relato y la imagen a través de unas preguntas y por último se realiza una evaluación de la actividad con preguntas como: ¿Qué emociones experimenta en este tipo de actividades?, ¿Cómo es el ambiente en clase con el profesor y sus compañeros con la realización de la actividad?, ¿Si reconoce los conceptos matemáticos implicados en el relato y el dibujo?, y si este tipo de actividades despierta algún interés para seguir indagando sobre la teoría matemática presentada.

Con este plan de clase, el objetivo principal es abordar conceptos matemáticos, como: las propiedades de los triángulos, razón y proporciones, resolución de triángulos y su aplicabilidad, utilizando como mediador la literatura científica, con el propósito que el estudiante pudiese comprender mejor dichos conceptos.

3.2.2 Plan de clase No. 2: las razones trigonométricas y su entorno cultural. (Anexo 9). Este plan tiene como propósito abordar las temáticas de razones trigonométricas, resolución de triángulos y su aplicabilidad en el entorno, teniendo como objetivo el que los estudiantes puedan relacionar la trigonometría con el entorno en el cual viven y sepan apreciarla, y la utilidad que esta nos brinda para el desarrollo de las comunidades. Este se desarrolló por fuera del aula de clase, en el cual se le indica a los estudiantes que deben escoger 5 de objetos que se encuentren en su entorno cultural y estimen su altura con el uso de un Teodolito Casero¹⁵.

En ello deben tomar una fotografía o realizar una representación iconográfica del objeto y por último, realizar una representación gráfica, con el fin de realizar los cálculos trigonométricos de cada caso. Aparte de esto se les pide realizar un escrito a manera de relato literario de paso a paso que llevaron para resolver la altura, también se les pide realizar una reflexión crítica de cómo relacionan la trigonometría con su entorno cultural. Y, por último, se les hace una evaluación de la actividad con preguntas valorativas como: ¿Comprendió las actividades y la situación del plan de clase?, ¿Propuso diferentes alternativas para resolver la situación?, ¿Qué emociones experimenté al resolver la actividad?, ¿Qué tan útiles y necesarios son las temáticas abordadas para la vida?

Para este plan se indujo a los estudiantes a determinar la altura de algún objeto que llamara su atención e interés en su entorno, ya sea una edificación, un árbol, un poste, permitiendo así que los estudiantes realicen lecturas de los lugares que normalmente ve en su cotidianidad; de igual manera, se intenta que la trigonometría sea más accesible a los discentes y sacarla un poco de lo abstracto. Esto con el fin de mirar si los estudiantes son capaces de traducir

¹⁵ El Teodolito es un instrumento de medición mecánico-óptico universal que sirve para medir ángulos verticales y, sobre todo, horizontales, ámbito en el cual tiene una precisión elevada. Con otras herramientas auxiliares puede medir distancias y desniveles. Es portátil y manual; está hecho para fines topográficos e ingenieros, sobre todo en las triangulaciones. Con ayuda de una mira y mediante la taquimetría, puede medir distancias. Un equipo más moderno y sofisticado es el teodolito electrónico, más conocido como estación total. Básicamente, el teodolito actual es un telescopio montado sobre un trípode y con dos círculos graduados, uno vertical y otro horizontal, con los que se miden los ángulos con ayuda de lentes. Tomado de: <http://www.topoequipos.com/dem/que-es/terminologia/que-es-un-teodolito>

los objetos que ven en una representación gráfica y si esto de alguna forma les permite mejorar en las representaciones matemáticas al partir de una experiencia más vívida y menos abstracta a la vez que les muestra que las matemáticas les son útiles para resolver problemas reales.

3.2.3 Plan de clase No. 3: Entre lados y ángulos hay leyes para los triángulos. (Anexo 10). En el tercer plan de clase se pretendió abordar los conceptos como: propiedades de los triángulos, razones y proporciones y la ley de senos y cosenos, utilizando como mediador la literatura, y su objetivo principal fue la reflexión sobre situaciones problemáticas del entorno y como la trigonometría puede ayudar a resolverla.

Este plan se desarrolló en varias fases: la primera consistió en ver un video de Juli Garbulsky – Zombis en la Escuela, con el fin de despertar el interés de los estudiantes por otras formas de ver su aprendizaje y que reflexionaran sobre el compromiso y comportamiento con el conocimiento, se invita a reflexionar sobre la forma en cómo se enseña en el aula de clase y la forma de aprender de los estudiantes, además de que sean capaces de realizar un análisis crítico sobre la manera como el educador imparte los conocimientos matemáticos desde su zona de confort, sin buscar alternativas o estrategias que lleven a los estudiantes a mejorar sobre los conceptos matemáticos.

En la segunda parte, se les pide leer un relato literario de la autoría de Salatiel Hurtado Hernández y Oscar Ballesteros (2018), titulado “el concilio de los triángulos”, el cual trata de dar una explicación de las leyes del seno y el coseno, ahondando en las situaciones en la que cada ley debe ser usada además de su expresión algebraica, aparte, se buscó que los estudiantes establecieran la relación trigonométrica con el proceso literario y extrajeran de ello el concepto matemático y las fórmulas matemáticas de las leyes del seno y coseno, por otra parte, se les invita a preguntarse por la importancia y las estrategias que se utilizaron para comprender en el

texto dichas leyes. Lo anterior, con el fin de darles a los estudiantes otra alternativa para adquirir los conceptos u objetos matemáticos, en esta ocasión, desde la LC.

La tercera parte que tiene un título aparte y se denominó “apliquemos lo aprendido”, contiene una particularidad y es la de resolver una situación problema, extraída de una tragedia ambiental sucedida en el municipio de Necoclí, en donde se quemaron más de 4000 hectáreas de bosques y humedales y afectó a la fauna y a la flora, resultando una gran catástrofe ambiental. En este proceso se les pide a los estudiantes realizar una representación iconográfica de la situación y por ende extraer de ahí una representación gráfica matemática y, a través de las leyes del seno y el coseno, resolver la problemática calculando distancias, alturas y ángulos, de donde sería la mejor forma de apagar el fuego. Y, por último, se les evalúa sobre la actividad pidiéndoles que reflexionen sobre el daño ambiental y realicen un relato literario o iconográfico de la situación problema. La situación anterior se realizó para que los estudiantes mejoraran en la representación matemática transitando en los diferentes tipos de representación (literaria, iconográfica, gráfica y algebraica), además de plantearles situaciones de triángulos no rectángulos para que logran identificar las situaciones en la que se aplican las leyes de seno y coseno, Con respecto a la LC se busca mirar si tiene alguna influencia en la aprehensión de los objetos matemáticos y si posibilita su comprensión además de permitirles a los estudiantes un espacio de reflexión sobre la importancia del cuidado del medio ambiente.

3.3 Tercera Fase: Evaluación

Después de la recopilación y el proceso llevado a cabo en el desarrollo de los planes de clase, se analizó el proceso de evolución, los cambios y las dificultades presentadas por los estudiantes sobre su proceso de aprendizaje y el desarrollo de las actividades y la experiencia vivida para resolverla, en donde se tuvo la LC como mediadora en las diferentes actividades, se

aplica una prueba final (Anexo 11) e igualmente integrada con la literatura científica que nos permita evidenciar la comprensión de los conceptos trigonométricos en los estudiantes. En este proceso, el objetivo es verificar la efectividad de cada uno de los planes propuestos y si estos corroboran en los estudiantes un aprendizaje significativo sobre los conceptos trigonométricos teniendo como mediador la LC.

3.3.1 Prueba de verificación. (Anexo 11). Con los datos analizados, esta prueba de verificación se convierte en la fuente de conocimiento y la que nos indicará la fortalezas y debilidades en la aprehensión del conocimiento de los estudiantes, la cual nos lleva a reflexionar sobre la forma en cómo se realiza la práctica docente en el aula de clase y en especial si otras alternativas de enseñanza diferente a la clase magistral mediado por una fuente como la literatura, sirve para que los estudiantes puedan comprender de la mejor manera los conceptos matemáticos.

Esta prueba de verificación se enfoca en un trabajo fuera del aula de clase. Y aquí hacemos un paréntesis para decir: la zona de Urabá y más concretamente el municipio de Necoclí, se encuentra ubicada en el golfo de Urabá y son varios los municipios que se encuentran a la orilla de este golfo, no solo en Antioquia sino que también en el Chocó, es así como al otro lado del golfo, encontramos los corregimientos de Capurganá y la vereda Triganá que pertenecen al municipio de Acandí, este golfo es muy conocido por los habitante del municipio de Necoclí, ya que en su rol diario son muchas la veces que se han hecho el recorrido desde el casco urbano de Necoclí hasta Capurganá y Triganá. En este sentido, se les manifiesta los estudiantes como evaluación final del trabajo, la medición de las distancias desde el casco urbano de Necoclí hasta Capurganá y Triganá.

En este proceso se les pide que deben entregar un trabajo escrito, en donde deberán realizar las siguientes actividades: 1. realizar una representación icónica de la situación, 2.

realizar una representación gráfica de la situación. 3. los procedimientos para calcular la distancia pedida; en este punto se les sugiere realizarlo con varios medios tecnológicos como googleMaps® o Geogebra® o combinados, pero se da libertad a los estudiantes para resolverlo. 4. una descripción con sus propias palabras en forma de relato literario del todo el proceso realizado y, por último, un párrafo escrito donde expresen cómo se sintieron con la actividad.

De esta manera, las actividades desarrolladas a partir de la representación matemática, LC y el concepto matemático de trigonometría, le permitirán al estudiante cuestionarse y apropiarse de sus propios conocimientos, lo que puede provocar un mejor aprendizaje y comprensión de los temas y conceptos desarrollados.

El objetivo primordial de esta actividad es la verificación de los avances en el aprendizaje de los conceptos matemáticos desarrollados en todas las actividades con los estudiantes y si ellos comprendieron realmente la temática de la trigonometría, además de la motivación que sintieron y la utilidad que puede brindar el aprendizaje de las matemática para la situaciones que se nos puedan presentar en la vida, pero más que todo para iniciar una carrera académica que más adelante pueda mejorar la calidad de vida de cada uno de ellos.

3.4 Categorías de Análisis

Para facilitar la lectura y comprensión de algunos de los posteriores resultados y análisis de los resultados, que dan cuenta del trabajo y las cuales consideramos que son vitales, consta de tres categorías, que realizan una breve descripción de cada una y finalmente unos indicadores que nos permitirán evidenciar el progreso o retroceso de los estudiantes con respecto a las actividades realizadas, la siguiente tabla muestra dicha elaboración:

Tabla 1-Categorías

Categorías	Descripción	Indicadores
Representación Matemática	Pierce (1974) no puede concebir la interpretación del mundo sin la interacción con los signos y, estos están en todas partes, además que promueve el trabajo colaborativo en la actividad científica, lo cual se puede extrapolar a los procesos de enseñanza/aprendizaje. En Duval (2006), por el contrario, el aprendizaje de las matemáticas parece ser un proceso individual, sobre todo si se considera que las habilidades de cambio de registros de representación deben ser adquiridas por cada uno de los estudiantes	<p>Cambia de un sistema de representación a otro</p> <p>Cambia de una forma de registro a otra del mismo sistema</p> <p>Representa creativa y concretamente una situación problema</p>
Literatura Científica	Henao y Rivera (2017), siguiendo a Larrosa (2011), recurren a la LC como un conjunto de recursos lógicos y literarios para divulgar un tema disciplinar o científico. La utilización de cuentos como herramientas didácticas para motivar y enseñar conceptos matemáticos	<p>Se deja afectar por textos de literatura científica.</p> <p>Manifiesta comprensión textual de lo leído.</p> <p>Escribe un texto literario para explicar una actividad realizada-</p>
Trigonometría	Tomando la definición de (Gómez, Castañeda, Llorente, Reyes y Yate 2015, p. 690), donde expresa que “El significado etimológico de la palabra trigonometría es “la medición de triángulos” y es aplicada en el mundo real cuando se requiere obtener mediciones de precisión” entonces “resulta conveniente para su enseñanza y aprendizaje que las instituciones educativas hoy día trabajan el cálculo y las funciones trigonométricas aplicadas al mundo real	<p>Resuelve situaciones trigonométricas</p> <p>Calcula distancia utilizando conocimientos trigonométricos</p>

Capítulo IV: Análisis y Resultados

A continuación, se mostrarán los resultados obtenidos en la intervención, con el propósito de estimar si se alcanzaron los objetivos propuestos; es decir, si los estudiantes lograron mejorar en los cambios de registros matemáticos y si la LC propició a que se alcanzara tal fin. Además, si con esto se consiguió que los estudiantes logran progresar en la resolución de problemas trigonométricos al transitar por los diferentes tipos de representación, tales como la representación literaria, iconográfica, gráfica, algebraica, la conversión entre los diferentes tipos de representación y el tratamiento al interior de estos para dar solución a las situaciones planteadas.

Por otra parte, también es pertinente examinar si la LC tuvo un efecto motivacional en los estudiantes, si consiguió lograr que se comunicaran mejor e hicieran lecturas más críticas de su contexto. Ahora bien, tal análisis se hará en las tres fases propuestas en el diseño metodológico (deconstructiva, reconstructiva y evaluativa).

4.1 Resultados y Análisis de la Fase Deconstructiva

Iniciamos con la primera etapa propuesta en la IAE, por tanto, se mostrarán los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, nos apoyaremos también en un par de imágenes para mostrar los tipos de respuestas que dieron los estudiantes y complementar así los resultados enunciados. Al final de este aparte, se mostrará una tabla que sintetiza los resultados obtenidos, acompañada de una breve discusión sobre los mismos.

4.1.1 Prueba Diagnóstica. En primer lugar, cabe resaltar que la prueba diagnóstica tuvo como principio, evidenciar las habilidades representativas de los estudiantes, la manera en la que ellos describieron un procedimiento matemático que podría dar respuesta a una situación planteada (resolver la situación problema a través de palabras) y, finalmente, sus capacidades

para resolver triángulos y reconocer sus componentes. Estos tres factores se tendrán como punto de referencia de la investigación desarrollada.

A nivel de representación matemática, se logró evidenciar que los estudiantes presentan dificultades en dicho aspecto, esto se vio en el inciso tres (Imagen 10 y 11), en los cuales se buscó identificar las habilidades representativas de los alumnos relacionadas con el tratamiento, dado que tenían que realizar un cambio de registro matemático a otro en el mismo sistema (o campo de registro), para determinar el valor de un cateto (x) usando el teorema de Pitágoras.

3. Calcule el valor de x de la siguiente figura.

$$h^2 = c^2 + c^2$$

$$h^2 = 13^2 + 9^2$$

$$h^2 = 169 + 81$$

$$h^2 = 250$$

$$x = 250^2$$

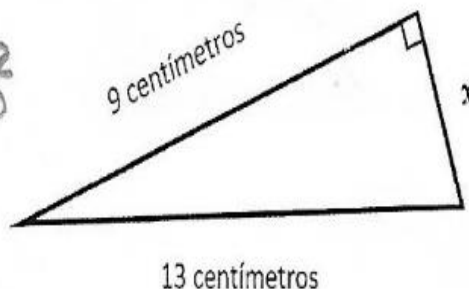


Imagen 10 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante

3. Calcule el valor de x de la siguiente figura.

$$x = \sqrt{h^2 - b^2}$$

$$x = \sqrt{9^2 - 13^2}$$

$$x = \sqrt{81 - 164}$$

$$x = \sqrt{-83}$$

$$x = 9,3 \text{ m}$$

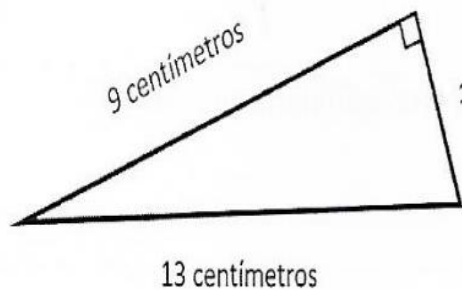


Imagen 11 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante

En las dos imágenes anteriores se logró evidenciar que existen dificultades de representación matemática, para resolver un ejercicio propuesto, cabe aclarar que, más de la mitad de los estudiantes no pudo determinar el valor de la variable (x) y ni siquiera rayaron el

ejercicio y, hubo muchos casos como los anteriores en los cuales el teorema se usó de manera incorrecta, en el caso de la Imagen 10, es evidente que el estudiante no tuvo la capacidad de identificar que tenía que determinar un cateto en lugar de la hipotenusa y, la Imagen 11 mostró que el estudiante tomó mal los valores de la hipotenusa y el cateto que conocía, por lo cual, le da una valor negativo en la raíz, pero el alumno hace caso omiso del signo y simplemente lo omite.

También se hallaron dificultades con el inciso ocho (Imagen 12 y 13), en el cual se pretendió hacer visible las habilidades representativas con relación a la conversión, ya que, necesitaban pasar de un sistema de representación a otro, en específico, tenían que pasar de la descripción de una situación a una representación gráfica.

8. Un joven de 1,5 metros de altura, sostiene una cometa con una pita de 100 metros de largo, si el viento ha alejado la cometa 60 metros desde el punto en que está el joven, realice un dibujo que ilustre el problema.

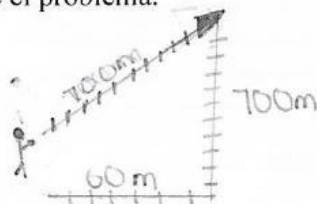


Imagen 12 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante

8. Un joven de 1,5 metros de altura, sostiene una cometa con una pita de 100 metros de largo, si el viento ha alejado la cometa 60 metros desde el punto en que está el joven, realice un dibujo que ilustre el problema.

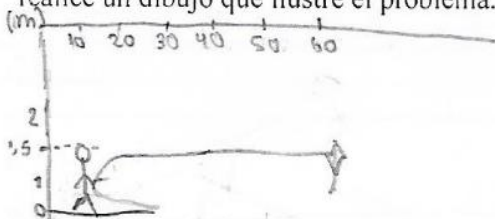


Imagen 13 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante

Al igual que el caso anterior se encontró que los discentes tienen falencias para cambiar de un sistema de registro a otro, esto se pudo ver cuándo, de la situación planteada en este inciso una pequeña minoría hizo la representación gráfica bien, por lo que se deduce que, la gran

mayoría de los estudiantes, hizo mal la representación gráfica o no la hizo, entre los errores más comunes están escribir mal algún dato o realizar una gráfica que no estuviera acorde con la situación descrita, como la mostrada en la ilustración 13.

Siguiendo en relación a la LC, la situación propuesta en el inciso 7 (Imagen 14 y 15), en la que se les pidió a los estudiantes que comentaran la forma como ellos hallarían el área de un cuadrilátero (trapezio isósceles), con lo que se quiso evidenciar las capacidades de los estudiantes para explicar un procedimiento matemático.

7: escriba el procedimiento que utilizarías para hallar el área del trapezio

<p>Lo dividiría en 2 partes, les calcularía el área y sumaría los totales, me quedarían 2 triángulos y un cuadrado.</p>	<p>En el triángulo multiplicaría base por altura y lo divido en 2, me daría 4, como</p>	<p>son 2. En el cuadrado base por altura que me da 76, sumando todo 24</p>
---	---	--

Imagen 14 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante

7: escriba el procedimiento que utilizarías para hallar el área del trapezio

<p>$a = h \times (x)$ $a = 4 \times 4$ $a = 8 \text{ m}^2$</p>	<p>Multiplico la altura por la hipotenusa</p>	
---	---	--

Imagen 15 - Prueba Diagnóstica - Respuesta del Estudiante

De las ilustraciones anteriores se deduce que un bajo porcentaje de los discentes tienen la capacidad de explicar un procedimiento matemático de manera articulada y coherente, como el de la Imagen 14, ya que, algunos de sus compañeros intentaron proponer algo similar, pero, la descripción que hacen no da respuesta satisfactoria a la situación, ya sea porque no tienen en cuenta una de las áreas a determinar o porque realizan mal algunos de los procedimientos.

Además, casi la mitad de los alumnos no realizó este inciso, donde también se notó la confusión entre área y perímetro, aunque también pocos estudiantes propusieron usar la ecuación para determinar el área de un trapecio e inclusive hubo quien propuso realizar el cálculo a ojo.

Finalmente, con respecto a la resolución de triángulos y la identificación de sus partes, lo primero que se pudo notar es que existen falencias, si se tiene en cuenta la forma de proceder de los alumnos en las situaciones de la prueba diagnóstica, que fueron usados para ilustrar las categorías anteriormente descritas, la cual, no mostró suficiencia para dar una respuesta adecuada a los interrogantes planteados, no se evidenciaron las habilidades de cambios de registro matemáticos suficientes para resolver los ejercicios geométricos de manera oportuna. A continuación, se presenta una tabla para sintetizar los resultados mostrados anteriormente.

Tabla 2 - Resultados – Deconstrucción - Prueba Diagnóstica

Categorías	Resultados
Representación matemática	Se evidenciaron falencias a la hora de representar correctamente las situaciones que exigían cambiar de un registro matemático a otro, de igual manera, los estudiantes que lograron realizar el cambio de registro matemático a otro dentro del mismo sistema de manera apropiada, presentaron dificultades para resolver las situaciones descritas realizando un procedimiento incorrecto.
LC	Se evidenciaron dificultades para describir el proceso por el cual se podría solucionar una situación planteada.
Resolución de problemas trigonométricos	Se evidenciaron dificultades en los estudiantes respecto a la resolución triángulos, tanto en la identificación de las partes que componen una figura o un elemento geométrico, como en lo procedimental, esto se evidencia en lo limitada que estuvieron las respuestas y la cantidad de errores encontrados, aunado a la cantidad de incisos que quedaron sin resolver.

Por tanto se puede afirmar que, los discentes mostraron falencias en las habilidades del cambio de registro, concernientes a la conversión y al tratamiento, en la descripción de un procedimiento matemático y resolución de situaciones problemas, cabe resaltar que, estas situaciones iniciales planteadas en la prueba diagnóstica eran situaciones elementales, que buscaban mirar el nivel de habilidades para resolver problemas geométricos y de representación matemática que tenían los estudiantes, por lo que, se aplicó una prueba diagnóstica basada en la

geometría y no en los conocimientos trigonométricos directamente, teniendo en cuenta que la geometría es de vital importancia para la comprensión de la trigonometría.

A continuación, se presentan los resultados de la fase de reconstrucción en los cuales se aplicaron los planes de clases descritos en el capítulo concerniente en el diseño metodológico y éstos indicarán si se lograron alcanzar los objetivos propuestos en el proyecto investigativo.

4.2 Resultados y Análisis de la Fase Reconstructiva.

En esta fase de la metodología se presentarán los resultados de los planes aplicados y, que fueron descritos en el diseño metodológico, los cuales son: el primer plan de clases llamado ¿dónde están los triángulos?, el segundo plan de clases lleva por nombre razones trigonométricas y su entorno cultural y; el tercer plan de clases fue nombrado entre lados y ángulos hay leyes para los triángulos. Éstos se mostrarán de manera general y, de igual forma que en la fase anterior, se presentará al final una tabla en la que se sintetizan los resultados obtenidos y un pequeño párrafo donde se expondrá una breve discusión de resultados.

Primeramente, la fase reconstructiva busca proponer estrategias que permitan dar solución al problema planteado y lograr el objetivo propuesto, para el caso de esta investigación es mejorar la representación matemática y los cambios de registros matemáticos en los estudiantes a través de la LC.

Antes de entrar de lleno en nuestro asunto, conviene aclarar que algunos de los planes tienen varias situaciones que los estudiantes resolvieron, por tanto, se mostrarán algunos resultados importantes de las situaciones más relevantes en los aspectos de representación matemática, LC y resolución de problemas trigonométricos, para luego realizar un pequeño análisis de dichos resultados.

Iniciamos pues, con la representación matemática, más específicamente los cambios de registros de un sistema a otro, en el primer plan de clases, cabe resaltar que el propósito de este era evidenciar las nociones que los estudiantes tienen sobre las figuras geométricas y si son capaces de identificarlas, por lo cual, la actividad de motivación pedía que los estudiantes, a partir de una lectura llamada *El triángulo de la vida*, escribieran en un triángulo rectángulo (que tiene una representación iconográfica), en su base, lo que daba fundamento a su vida y en el pilar sus actitudes, anhelos capacidades y sueños (Imagen 16 y 17).

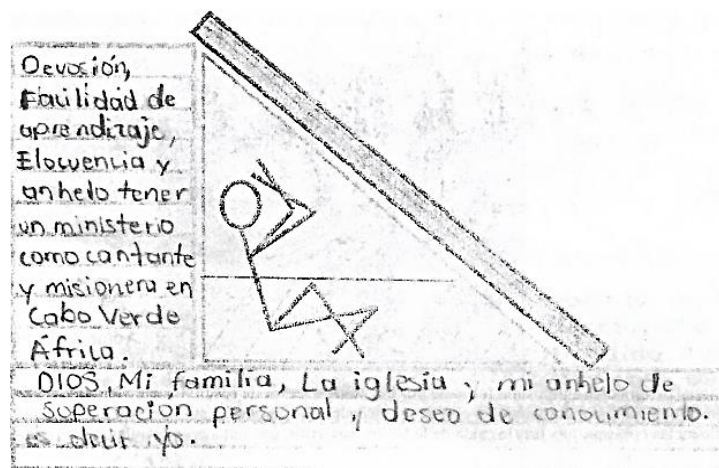


Imagen 16 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

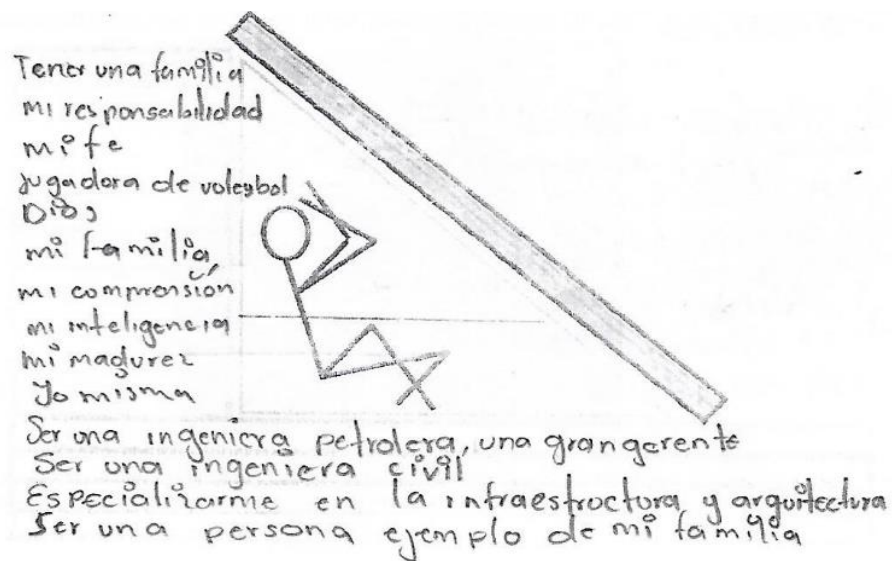


Imagen 17 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

En las ilustraciones anteriores se pudo notar que, más de la mitad de los estudiantes pudo ubicarse en el triángulo de la vida (64,70%) lo que implica la identificación de formas y conceptos como base, pilar, ángulo, triángulo rectángulo, catetos, hipotenusa, entre otras. En esta misma línea se encuentra la actividad de motivación con el *relato de ficción* de Rubén Darío Henao y el cuadro de la Bailarina de Georgy Kurasov y en ambas expresiones artísticas, el discente logró identificar figuras geométricas (Imagen 18 y 19).

Observe la imagen presentado en el relato y complete el siguiente cuadro

Pregunta	Relato	Cuadro
¿Qué título le pondría?		
¿Qué le transmite el autor?		
¿Qué figuras geométricas reconoce?	Triángulos, círculos, cuadrados, rectángulos.	Triángulos, cuadrado.

Imagen 18 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

Observe la imagen presentado en el relato y complete el siguiente cuadro

Pregunta	Relato	Cuadro
¿Qué título le pondría?		
¿Qué le transmite el autor?		
¿Qué figuras geométricas reconoce?	triángulos de todos los tipos, cuadrados, rectángulos etc.	Triángulos, cuadrados y rombos

Imagen 19 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

De las imágenes anteriores se evidenció que los alumnos lograron identificar figuras geométricas en las expresiones artísticas anteriormente mencionadas, siempre que estas sean imágenes simples, aunque en algunos casos se vio que escribieron los nombres de las figuras que recordaban en el momento. Con respecto al plan dos, el cual tiene como propósito que los

estudiantes realicen lecturas en su entorno (imágenes 20 y 21), se indujo a los estudiantes a determinar la altura de algún objeto que llamará la atención de su interés en su entorno, ya sea una edificación, un árbol, un poste, permitiendo así que el estudiante realice una lectura de su entorno; a la vez se intenta que la trigonometría sea más accesible a los discentes y sacarla un poco de lo abstracto.

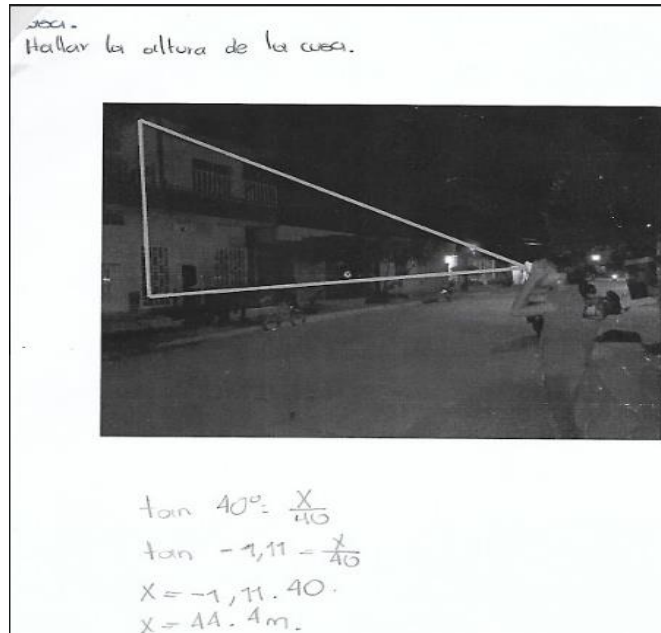


Imagen 20 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

<p>Árbol de Almendra:</p> <p>Tan $28^\circ = \frac{h}{x}$ $x \cdot \tan 28^\circ = h$ Tan $22^\circ = \frac{h}{x+1m}$ $\tan 22^\circ = \frac{x \cdot \tan 28^\circ}{x+1m}$ $(x+1m) \cdot \tan 22^\circ = x \cdot \tan 28^\circ$ $x \cdot \tan 22^\circ + \tan 22^\circ \cdot 1m = x \cdot \tan 28^\circ$ $x \cdot (0.40) + (0.40) \cdot 1m = x \cdot (0.53)$ $x \cdot 0.40 + 0.40 = x \cdot 0.53$ $x \cdot 0.40 - x \cdot 0.53 = -0.40$ $-0.13 \cdot x = -0.40$ $x = \frac{-0.40}{-0.13} = 3.07 \text{ m}$ $x = 3.07 \text{ m} + 1.5 \text{ m}$ $x = 4.57 \text{ m}$</p>	<p>Apartamentos:</p> <p>Tan $35^\circ = \frac{h}{x}$ $x \cdot \tan 35^\circ = h$ Tan $38^\circ = \frac{h}{x+1m}$ $\tan 38^\circ = \frac{x \cdot \tan 35^\circ}{x+1m}$ $(x+1m) \cdot \tan 38^\circ = x \cdot \tan 35^\circ$ $x \cdot \tan 38^\circ + \tan 38^\circ \cdot 1m = x \cdot \tan 35^\circ$ $x \cdot (0.78) + (0.78) \cdot 1m = x \cdot (0.7)$ $x \cdot 0.78 - x \cdot 0.7 = 0.78$ $-0.08 \cdot x = 0.78$ $x = \frac{0.78}{-0.08} = 9.75$ $x = 9.75 + 1.5 \text{ m}$ $x = 11.25 \text{ m}$</p>
--	--

Imagen 21 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

De las imágenes anteriores, se deduce que algunas de las situaciones planteadas por los estudiantes no presentan enunciados, aunque sí mostraron una representación iconográfica, seguida de una representación gráfica, lo cual mostró adquisición de habilidades para cambiar de un registro a otro, además se evidenció que lograron entender en la mayoría de los casos que es ser opuesto, adyacente e hipotenusa en un triángulo rectángulo y relacionarlo con las funciones seno, coseno y tangente. Sin embargo, algunos grupos suelen confundir algunas funciones trigonométricas y sus componentes (por ejemplo, asumir que la altura es la diagonal), entre otros inconvenientes, se resalta el hecho que operaron en la calculadora sin revisar de antemano si esta estaba en grados o radianes, también que, en algunos casos no se notó el uso del teodolito casero o de antemano no tienen en cuenta la altura a la cual usaron el teodolito (este no se utiliza a ras del piso).

Ahora bien, pasamos al análisis de los resultados del tercer plan, el cual tiene como propósito que los estudiantes resuelvan situaciones trigonométricas de triángulos no rectángulos aplicando las leyes de seno y coseno, por lo que se propone una situación problema basado en un incendio forestal ocurrido en el año 2015, en el cual se le pidió a los estudiantes que, a partir de una representación verbal, pasarán a una representación iconográfica y de esta última a una representación gráfica (imágenes 22 y 23).

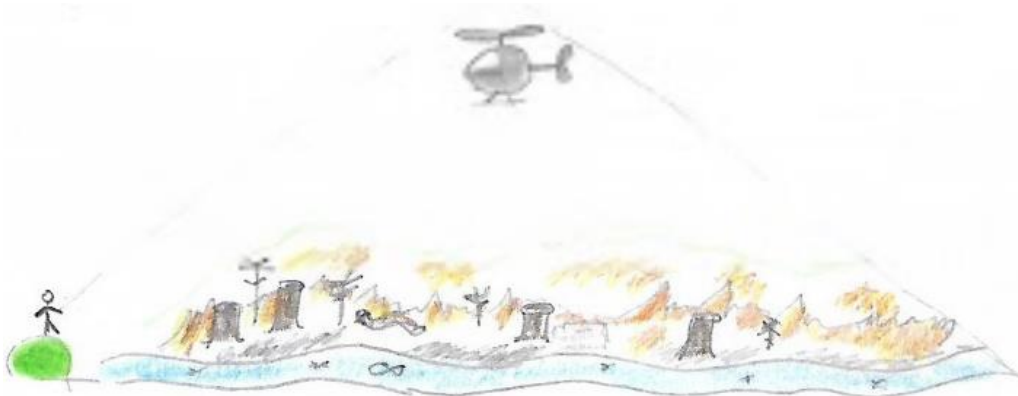


Imagen 22 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

- b) Realice solo la gráfica (Triángulo) que ilustre la situación con la que se pueda ayudar a resolver el problema.

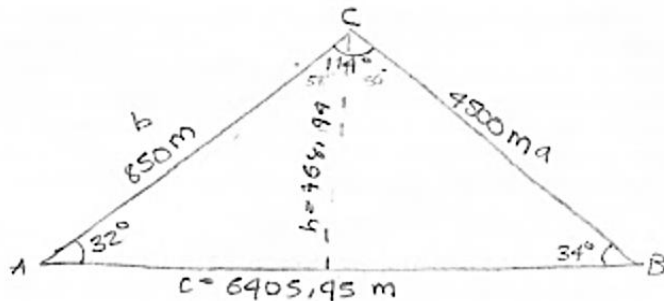


Imagen 23 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

De las imágenes anteriormente mostradas, se percibió que más de la mitad tuvo dificultades para diferenciar que no era un triángulo rectángulo en la representación iconográfica, sin embargo la mitad pudo mostrar en la representación gráfica que se trataba de un triángulo no rectángulo, ahora bien, de estos últimos, casi la mitad (casi una cuarta parte del total) de los estudiantes que realizaron el plan de clases, utilizó el teorema de Pitágoras para resolver la situación planteada, esto indica poca comprensión con respecto al teorema de Pitágoras, su alcance y las situaciones en las cuales se utilizan las leyes de seno y coseno, por otra parte, el 25% de los estudiantes que resolvieron la situación planteada usó la ley de seno y coseno para resolver la actividad.

Alrededor del 12% de los estudiantes pudo resolver satisfactoriamente la situación planteada a cabalidad, el otro 13% de los estudiantes que logró realizar la representación gráfica tuvo falencias en la interpretación de la ley de seno, donde en lugar de expresar el seno del ángulo desconocido expresaban la variable x (como si fuera una regla de tres simple) o utilizaron el valor de un ángulo que no se sabe de dónde lo dedujeron.

Pasamos entonces a revisar los resultados relacionados con la representación matemática orientados a las transformaciones dentro del mismo registro matemático (tratamiento), por lo

tanto, se hará un análisis similar al anterior, transitando por cada uno de los planes concernientes a esta fase.

Cabe destacar que, como el propósito de este plan uno fue evidenciar las nociones que los estudiantes tienen sobre las figuras geométricas y si son capaces de identificarlas, no se propuso en esta instancia ninguna actividad en la cual hubiera que realizar un procedimiento lógico matemático o resolver alguna situación matemáticamente. Por tanto, se continuará con el plan dos y teniendo en cuenta las Imagen 20 y 21, se dedujo que al no poseer un enunciado de las situaciones planteadas, no hay manera de saber qué es lo que se pretende determinar y por tanto si el procedimiento es el adecuado o no para dar solución a la problemática planteada, sin embargo, se vio que algunos logran realizar un procedimiento procedural correcto que, de tener la información correcta, la respuesta hubiera sido igualmente correcta. Además, algunos equipos pudieron plantear unas situaciones a las cuales, después de realizar una correcta representación gráfica, también realizaron un procedimiento correcto y llegaron a una respuesta satisfactoria.

Siguiendo con el plan tres, se tomarán como referencia las Imagen 24 y 25 donde los estudiantes tenían que resolver procedimentalmente la situación planteada.

- e) Con la Ayuda de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos, resuelva la siguiente pregunta. ¿Cuál es la distancia del punto de inicio del incendio hasta el punto Final?

$$\frac{\text{Sen } 32^\circ}{4500} = \frac{\text{Sen } A}{850}$$

$$\frac{850 \cdot \text{Sen } 32^\circ}{4500} = \text{Sen } A$$

$$0,1 = \text{Sen } A$$

$$m \angle C = \text{Sen}^{-1}(0,1) \quad m \angle C = 5,7$$

$$\frac{4500}{\text{Sen } 32^\circ} = \frac{c}{\text{Sen } 142,3}$$

$$\frac{\text{Sen } 142,3 \cdot 4500}{\text{Sen } 32^\circ} = c$$

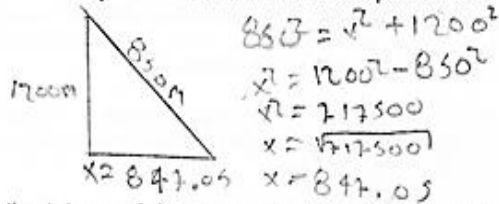
$$5,193 = c$$

- d) Aplicando los conocimientos matemáticos adquiridos responda lo siguiente: ¿Cuál es el valor del Angulo con el cual el piloto está observando el final del incendio?

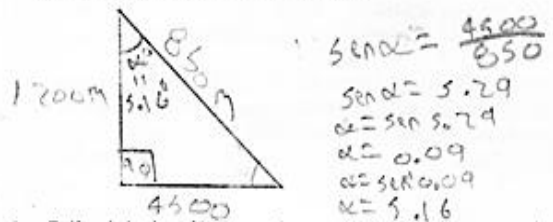
$$32^\circ + 5,7^\circ - 180^\circ = 142,3^\circ$$

Imagen 24 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

- c) Con la Ayuda del Teorema de Pitágoras, la Ley de Senos o la Ley de Cosenos, resuelva la siguiente pregunta. ¿Cuál es la distancia del punto de inicio del incendio hasta el punto Final?



- d) Aplicando los conocimientos matemáticos adquiridos responda lo siguiente: ¿Cuál es el valor del Angulo con el cual el piloto está observando el final del incendio?



- e) ¿Cuál sería la altura ideal para observar desde el helicóptero y vaciar el agua?

$$850^2 = x^2 + 4500^2$$

Imagen 25 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

En las imágenes anteriores se vio que varios equipos realizaron un procedimiento acertado para llegar a la respuesta de la situación problema usando la ley de seno y coseno, sin embargo también hubo grupos que usaron el teorema de Pitágoras para intentar resolver el problema y aunque realizaron en varias ocasiones el procedimiento correcto, no da una respuesta correcta al planteamiento, otras dificultades encontradas se relacionan con la determinación del ángulo del piloto, representar un ángulo con la variable x en lugar de seno del ángulo, entre otros.

Ahora veamos los resultados hallados con respecto a la LC en esta fase, por lo que empezaremos por el plan uno con las Imagen 26 y verificar si los estudiantes se dejaron afectar por la LC ya que, como en este plan, no se realizaron.

Observe la imagen presentado en el relato y complete el siguiente cuadro

Pregunta	Relato	Cuadro
¿Qué título le pondría?	Identidad triangular: una vida inconforme.	El triángulo da vida
¿Qué le transmite el autor?	Transmite que el triángulo no es solo eso, nos hace ver más allá.	Transmite que los triángulos no son simples figuras geométricas, también se puede manifestar vida.
¿Qué figuras geométricas reconoce?	Triángulos, círculos, cuadrados, rectángulos.	Triángulos, cuadrado.
¿Qué le sorprende?	que la comunidad triangular no estuviera conforme.	como el autor pudo darle vida a una pintura solo con triángulos
¿Por qué le sorprendió?	porque el triángulo es una figura que está en casi todos los aspectos	No espere ver eso, es algo bonito
Escriba algo que le inspire	ver más allá y entender nuestra identidad, aceptarla	La vida, en todos sus aspectos

Actividad de transferencia: Observa tu entorno dentro del aula de clase y realiza una descripción de donde puede observar triángulos o composición de Triángulos y realiza una composición literaria o artística para compartir en clases.

estando en mi puesto resolviendo un trabajo, pensando y analizando lo que sucedía sobre mis ojos, miré al frente para encontrarme con el gran y blanco tablero, que al mirarlo fijamente pude notar que se trataba de un rectángulo o al menos eso fue lo que vi a simple vista, en medio de la pereza que estaba a punto de ganarme la carrera a las ganas de estudiar, tal vez por el hambre que en ese momento tenía. terminé mirándolo con más detenimiento y observé que no sólo era un simple rectángulo si no que este estaba compuesto por dos triángulos rectángulos, un descubrimiento interesante para mi poca imaginación.

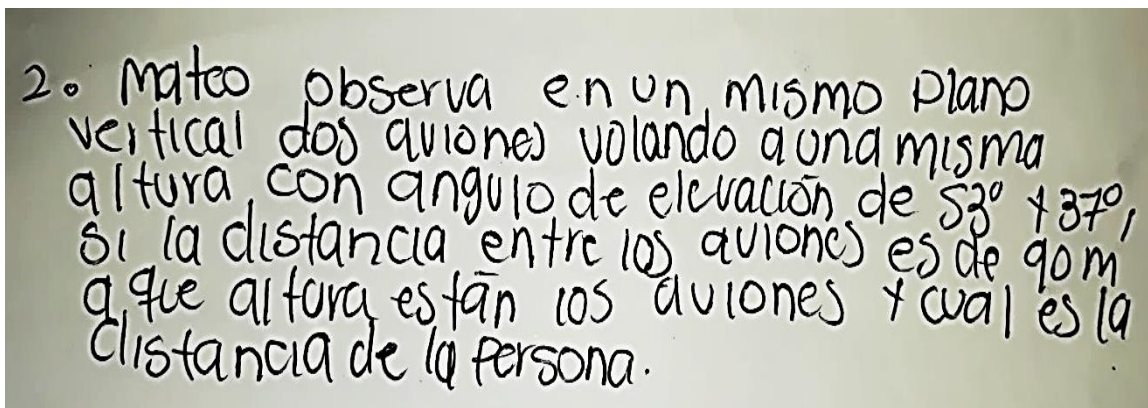
Imagen 26 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

De la ilustración anterior mostró que los estudiantes se dejaron afectar por relato de ficción y “La Bailarina” de Georgy Kurasov, aunque mostraron dificultades para valorar las formas literarias y estéticas; esto es, son tímidos al argumentar por lo que quieren transmitir los autores y no arriesgan valoraciones más allá de las formas literales que se desprenden de ambos. La mayoría reconoce las formas geométricas presentes en el relato y en la obra de arte.

Con relación a los hechos sorprendentes en el relato, manifiestas que les causo mucha impresión la formación de las figuras, la capacidad de creación del autor y la humanización expresada por las figuras geométricas. Y en el momento de buscar la causa que explica ese hecho, solo se remiten a la necesaria relación entre el mundo y las matemáticas; a la novedad que puede derivarse de las formas geométricas.

También podemos destacar en los hechos sobre la obra de arte, que ellos, se apoyan, como es lógico, más en lo visual, y admiten que los sorprende la belleza del cuadro, la formación de la imagen con figuras geométricas. Explican eso que los sorprende con aspectos como la creatividad geométrica del artista, la posibilidad estética que tienen las obras de arte de combinar la geometría con otras formas de la vida. Además, que algunos se permitieron expresarse de manera literaria o iconográfica donde expresaron lo sorprendidos que estaban por cómo los triángulos estaban en partes que ellos no se imaginaban.

Continuemos explorando los resultados y análisis respecto a la LC y esta vez es para el segundo plan, que para ejemplificar se usarán las Imagen 27 y 28 como muestras de lo realizado por los alumnos.



2. Mateo observa en un mismo plano vertical dos aviones volando a una misma altura con ángulo de elevación de 53° y 37° , si la distancia entre los aviones es de 90 m, ¿a qué altura están los aviones y cuál es la distancia de la persona.

Imagen 27 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

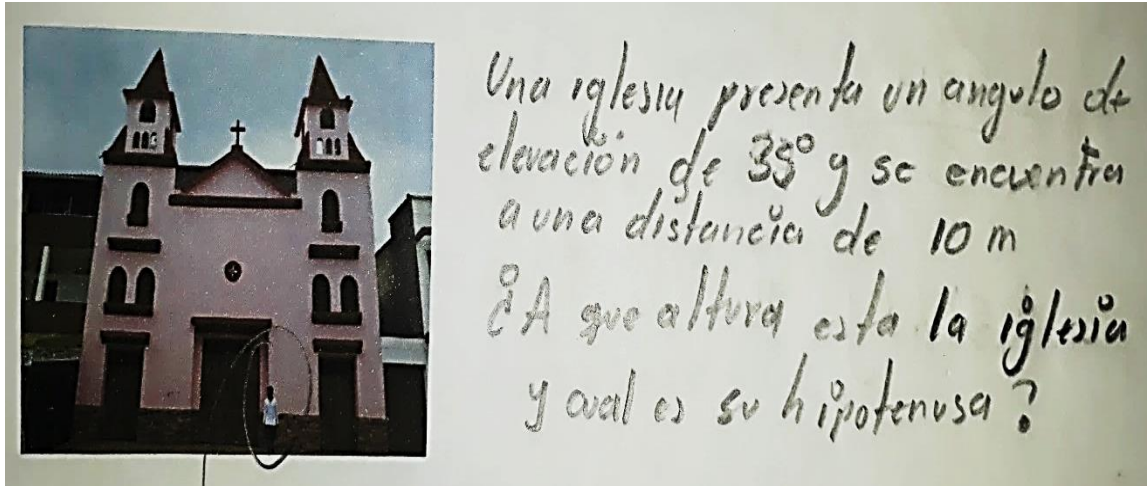


Imagen 28 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

Conforme a la LC y a la parte emocional en este plan, se evidencia que algunos grupos se limitaron a buscar imágenes y estimar en el mejor de los casos ángulos con un graduador, donde expresaban el objeto del cual tenían el interés de determinar su altura, sin embargo, resaltan también trabajos en los cuales los estudiantes se ven en sitios de interés e inclusive, usando el teodolito casero (Imagen 20), en donde se ve la estudiante haciendo uso del teodolito casero, de manera similar algunos grupos se atrevieron a mostrar un poco de sus realidades, lo que indicó que tuvieron que hacer una lectura de sus entornos, lo que se notó cuando se logran identificar algunos lugares representativos de la localidad entre los sitios escogidos por los discentes.

Seguimos entonces con los análisis en relación a la LC del tercer plan, para lo cual se usarán las Imagen 29 y 30 como muestras de lo desarrollado por los alumnos durante el tiempo de la investigación.

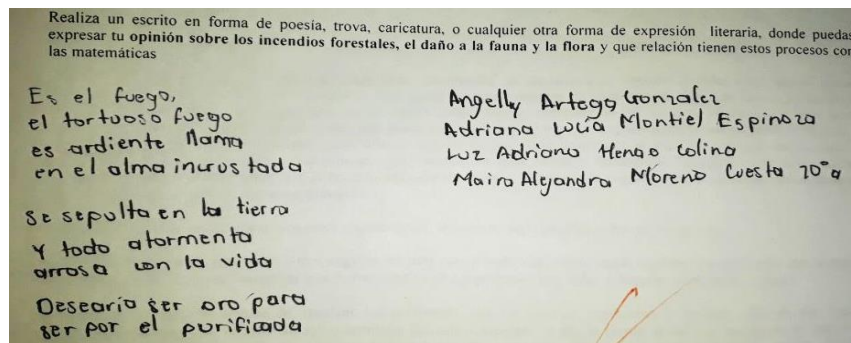


Imagen 29 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

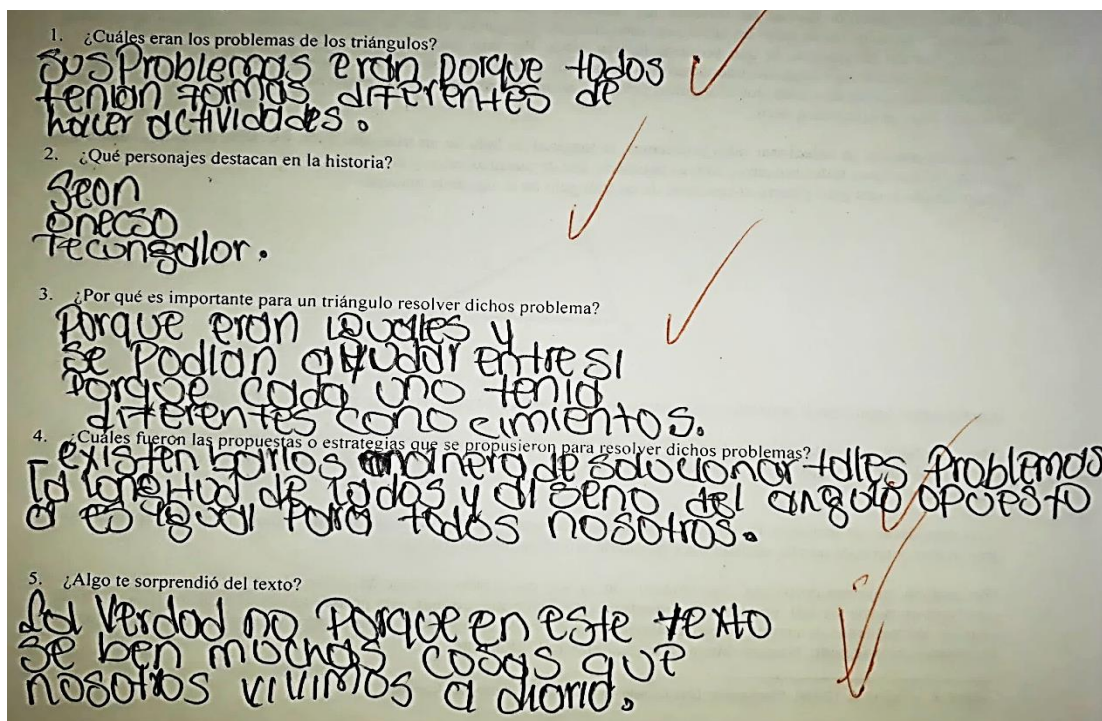


Imagen 30 - Fase Reconstructiva - Planes de Clase - Respuesta del Estudiante

Ahora bien, con relación a la LC y a la emocionalidad que se puede deducir de este plan que, el cuento inicial (el concilio de los triángulos), capturó la atención de los estudiantes en un momento inicial, dando nociones a los discentes cuando aplicar las leyes de seno y coseno. Por otra parte, la situación problema pudo plantear en los estudiantes la importancia por el cuidado del medio ambiente; lo cual se hace evidente en las frases y dibujos alusivos de la importancia de protección de la fauna y flora silvestre, y la reflexión sobre nuestras acciones.

Consideremos ahora el análisis de resultados concerniente a la resolución de problemas trigonométricos (o geométricos) en cada uno de los planes propuestos en esta fase, desde luego, el análisis se hará empezando con el plan uno hasta llegar al plan tres.

En lo que toca a la resolución de situaciones trigonométricas, en el primer plan se encontraron muchas falencias en este aspecto, dado que los alumnos aplican el teorema de Pitágoras y además no fueron capaces de representar bien la situación de la cometa, por tanto, se

pudo evidenciar que tampoco fueron capaces de obtener una respuesta acertada a las situaciones planteadas.

Respecto al segundo plan se notó mejoría en comparación a los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, ya que, varios grupos de estudiantes pudieron plantear y resolver satisfactoriamente las situaciones que ellos mismos se plantearon haciendo uso de las funciones trigonométricas en los triángulos rectángulos para determinar la altura de una edificación o cualquier objeto que destaque por su tamaño.

Pasemos ahora a considerar los resultados obtenidos en la tercera fase, en la cual se lograron ver más avances con respecto a la resolución de situaciones trigonométricas, esto se evidencio en el uso de los alumnos de las leyes de seno y coseno para determinar distancias en triángulos no rectángulos, aunque algunos grupos usaron funciones trigonométricas o teorema de Pitágoras estos ya eran menor cantidad que en los dos momentos anteriormente descritos.

Finalmente, se presenta una tabla en la cual se sintetiza los resultados obtenidos en la segunda fase y, luego, de esta se hará una pequeña discusión de resultados.

Tabla 3 – Resultados - Reconstructiva - Planes de Clase

Categorías	Resultados
Representación matemática	Se evidenció una lenta mejoría en los cambios de registros matemáticos, de a poco los estudiantes lograron a partir de un texto realizar mejores representaciones iconográficas, para luego, en base en éstas, extraer una representación gráfica y, finalmente, escoger una representación algebraica para resolver la situación planteada, cabe resaltar que no todas las situaciones se plantearon para ser resueltas en este orden. También se vio que, poco a poco es menor la cantidad de estudiantes que presentaron dificultades para realizar los cambios de registros matemáticos. De igual forma, mostraron una lenta mejoría a nivel procedimental.
LC	Se percibió buena acogida por parte de los estudiantes por la LC, mostraron curiosidad por algunos apartes de los textos literarios y se animaron a realizar representaciones iconográficas y literarias.
Resolución de problemas trigonométricos	Se notó que de manera lenta pero progresiva los estudiantes mostraron mejoría en la resolución de situaciones trigonométricas, teniendo en cuenta que tipo de triángulo es y por tanto diferenciar cuándo usar el teorema de Pitágoras, las funciones trigonométricas o las leyes de seno y coseno.

En primer lugar, es necesario hacer notar que, hubo un aumento progresivo en la resolución de las situaciones planteadas en esta fase, es decir, no es el mismo efecto cognitivo el que se realiza para aplicar el teorema de Pitágoras, a resolver un triángulo rectángulo usando funciones trigonométricas y mucho menos a determinar una distancia en un triángulo no rectángulo utilizando las leyes de seno y coseno, con relación a lo anterior, parece ser más cómodo para los estudiantes usar la ley de seno a la coseno, tal vez porque a simple vista parece más sencilla, pero puede que se deba a que parece más corta.

Ahora bien es importante mencionar que uno de los factores que sin duda influye en la resolución de problemas trigonométricos es que los estudiantes no saben identificar en la calculadora científica cuando está en grados o en radianes, es más, no saben utilizar esta herramienta, esto puede obedecer a que los profesores de matemáticas y ciencias afines hemos satanizado el uso de la calculadora, en la fiel convicción que el estudiante debe estar en capacidad de realizar los cálculos en la mente o a lo sumo operando en el cuaderno, sin embargo, esto se puede convertir en un gran problema, porque no aprenden a utilizar de manera óptima y consciente una herramienta que puede ser de mucha ventaja en el aula si se logra que el estudiante le saque el máximo provecho, por tanto, se debe promover el uso correcto de la calculadora científica en lugar de restringir su manejo por temor a que los estudiantes la usen para coger copia en los exámenes.

Ahora bien, con relación a la LC y a la emocionalidad, se puede deducir de este plan que, el cuento inicial (el concilio de los triángulos), capturó la atención de los estudiantes en un momento inicial, dando nociones a los discentes cuando aplicar las leyes de seno y coseno. Por otra parte, la situación problema pudo plantear en los estudiantes la importancia por el cuidado

del medio ambiente, lo cual se hace evidente en las frases y dibujos alusivos de la importancia de protección de la fauna y flora silvestre y la reflexión sobre nuestras acciones.

Finalmente, los estudiantes recibieron con buen agrado los cuentos, les llamó la atención y, aunque en una primera lectura parece que no hubo un aporte de los cuentos al propósito de este proyecto, en realidad, captar la atención del estudiante en un momento inicial, puede ser muy productivo a la larga.

A continuación, se realizarán los análisis de la fase evaluativa, la cual consistió en el planteamiento de una situación problema donde se le pidió a los estudiantes determinar la distancia entre Capurganá y Triganá.

4.3 Resultados y Análisis de la Fase Evaluativa

Por último, se aplicó un plan tipo taller evaluativo, el cual constaba de una situación que no es ajena a los estudiantes y cuya pregunta es, ¿cómo determinar la distancia entre dos puntos (Capurganá y Triganá)? el cual tuvo como fin que los estudiantes resolvieran tal situación problema, usando los conocimientos trigonométricos obtenidos en clases; es importante recordar que los resultados obtenidos en esta fase medirán hasta qué punto se lograron los objetivos propuestos en la investigación.

Iniciamos con el análisis de resultados relacionados con la representación matemática, donde se logró evidenciar una gran mejoría (Imagen 31 y 32) respecto a la representación matemática.



Imagen 31 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante

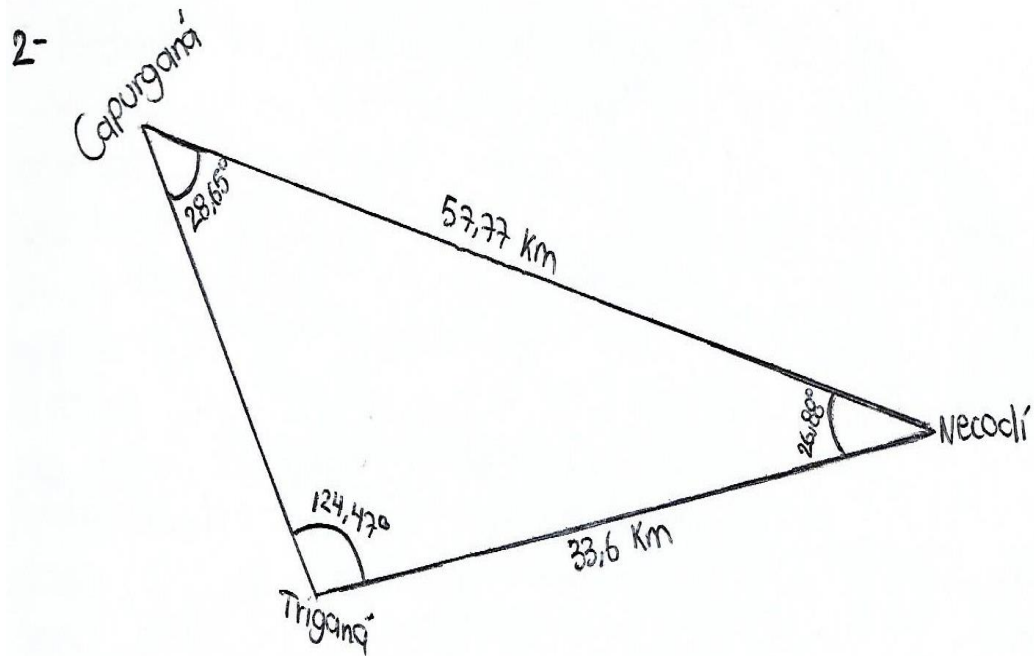


Imagen 32 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante

De las imágenes anteriores se pudo notar que hubo mejora en las representaciones matemáticas y los cambios de registros de un sistema de representación a otro, lo anterior se hace visible cuando pocos grupos realizaron representaciones con triángulos rectángulos, además del uso en su gran mayoría de las leyes del seno y coseno para resolver la situación planteada.

Respecto a los cambios de registros matemáticos dentro del mismo sistema, también se notaron avances, esto se vio con los procedimientos que llevaron a respuestas aproximadas, se notaron unos pocos casos en los que se haya usado mal la ley de seno o coseno, sin contar que, en el par de casos en los cuales se usaron funciones trigonométricas o el teorema de Pitágoras, de haber sido un triángulo rectángulo la respuesta hubiera sido correcta.

Pasando ahora a la LC, se puede notar en las Imagen 33 y 34 ejemplos de lo realizado por los estudiantes.

4 Para calcular la distancia entre Capurganá y Trigana teniendo en cuenta a Necoclí como punto de referencia es necesario aplicar la ley del seno, conociendo la distancia del punto de Capurganá y Necoclí, y dos ángulos internos, que pudimos calcular usando la página web de geogebra. Luego de tenerlos, empezamos a reemplazar valores, entonces el ángulo de Trigana ($131,08^\circ$), lo relacionamos con el opuesto que es $65,3 \text{ km}$ y el ángulo Necoclí ($26,20^\circ$) se relacionó con la distancia a encontrar, en el caso Capurganá-Trigana. Después de reemplazar pasamos $65,3 \text{ km}$ a multiplicar en seno de $26,20^\circ$ y seno de $131,08^\circ$. Paso a dividir. Realizamos la operación y el resultado fue $38,2 \text{ km}$

Imagen 33 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante

5-Mediante la realización de esta actividad, pude aplicar mis conocimientos, me ayudo a desarrollar las competencias básicas, personales y centrales, por tal razón tuve la capacidad de aprender, resolver problemas, analizar y desarrollar de forma ordenada el trabajo. Pienso que este tipo de trabajo. Pienso que este tipo de actividades son muy necesarias e importantes, debido a que nos ayuda a aplicar lo que sabemos en la vida real, se trata de buscar la solución, me parece muy interesante poder calcular distancias entre lugares solo con ley de senos o ley de cosenos. Me parece que es algo muy esencial y que a futuro me puede ayudar en mi carrera profesional.

Imagen 34 - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación - Respuesta del Estudiante

De las anteriores imágenes se pudo evidenciar que, los estudiantes realizan una descripción donde ellos son sujetos activos del proceso, se notó en los casos en los casos en los casos que se inmiscuyen en el proceso usando categorías como: nos reunimos, utilizamos, usamos, entre otros. Además de la construcción de los textos, donde expresan que se sintieron satisfacción, confusión, inseguridad, emoción, curiosidad, asombro, abatimiento, entre otras emociones que surgieron en el proceso de resolución en grupo, también expresaron las dificultades de reunirse en grupo y tratar de conciliar las ideas para resolver el planteamiento, las ganas de tirar la toalla a medio del camino, la necesidad de repasar el cuaderno o buscar información para poder obtener ideas para resolverlo y por último, cabe decir que solo un grupo no escribió de forma literaria el procedimiento que hicieron, ni expresaron cómo se sintieron al respecto.

Finalmente en relación con la resolución de problemas trigonométricos, hubo un aumento de las respuestas aproximadas a la respuesta correcta, con la mayoría de las distancias encontradas con valores aproximados al valor real, esto se debió a la correcta identificación de

los educandos del triángulo no rectángulo que se formaba en la intersección de los puntos y a la identificación y uso de las leyes de seno y coseno para determinar la distancia, esto se traduce como la realización de una buena conversión y un buen tratamiento.

A continuación, se presenta una tabla donde se sintetizan los resultados obtenidos en la fase de evaluación, seguido de una breve discusión de resultados.

Tabla 4 - Resultados - Fase Evaluativa - Prueba de Verificación

Categorías	Resultados
Representación matemática	Se evidenció un considerable avance en los cambios de registros matemáticos en comparación a las fases anteriores, si bien hubo errores estos fueron en menor cantidad que las otras fases.
LC	Se vio mayor producción de textos literarios en la que se realizan descripciones de los procedimientos y cómo se llegaron a los resultados, también, aumentó la cantidad de veces en las que se describen como partícipes del proceso.
Resolución de problemas trigonométricos	En este aspecto se notó una mejoría, dado que se realizaron mejores cambios de registros de un sistema de representación a otro, como dentro del mismo sistema, y esto se tradujo en mejores aproximaciones a la respuesta acertada.

Lo anterior se evidencia en el uso de los programas googleMaps® y Geogebra®, el primero lo usaron como base en la representación iconográfica, algunos inclusive realizaron sus propios dibujos, la mayoría a color, en base a la representación gráfica del golfo de Urabá que ofrece googleMaps®, además, también les sirvió para determinar las distancias entre Necoclí-Capurganá y Necoclí-Triganá por su parte, el programa Geogebra®, lo usaron para determinar los ángulos.

Con respecto a la LC, muchos grupos se limitan a hacer una breve descripción de los procedimientos que realizaron para llegar a una respuesta, pocos equipos se salieron de este molde y comentaron las aplicaciones que usaron (googleMaps® y Geogebra®) y que usaron a

Necoclí como punto de referencia, sin embargo, en el último punto, en el cual se les pedía que expresaran cómo se sintieron al resolver la situación planteada se encontraron respuestas un tanto diversas, desde emoción y curiosidad por ver que las matemáticas si tenían un uso aplicativo en sus vidas, lo cual los motivó a buscar la forma de resolver el problema, aunque en algunos casos expresaron confusión, inseguridad y estrés, pero esto no fue limitante para que buscaran una vía para darle solución a la situación.

Finalizamos este inciso, con un pequeño análisis. En primer lugar, se nota una mejoría en el grupo respecto a la representación gráfica, muy pocos grupos representaron la situación con un triángulo rectángulo, además, usaron las herramientas correctas para intentar dar respuesta a la situación planteada, en este caso, la ley de seno en mayor proporción a la ley de coseno, sin embargo se notó una hegemonía en los métodos aplicados, se esperaba un poco más de variedad o por lo menos la enunciación de diferentes vías posibles para dar respuesta al planeamiento, sin embargo esto muestra lo cercano que son los estudiantes a las tecnologías de la información y las comunicaciones y suscita en los docentes la necesidad de actualizar las estrategias que se utilizan en las prácticas de aula y en la medida de lo posible la incorporación de las TIC a estas.

Con el anterior análisis se da por concluido este capítulo, por tanto, se pasará a realizar las conclusiones que nos dejó la realización de este proyecto, sobre todo las de las diferentes actividades realizadas durante su ejecución.

Capítulo V Conclusiones

A manera de conclusión se puede afirmar que la estrategia didáctica propuesta si logró alcanzar los objetivos planteados, lo que indica que la LC es una herramienta útil para la aprehensión de los objetos matemáticos, es decir, la LC si logra mejorar los cambios de un registro a otro, al igual que dentro del mismo sistema de registro, permitiendo que los estudiantes se guíen en la resolución de las situaciones.

Lo anterior es posible siempre que se logre transitar por los diferentes campos de representación hasta la representación algebraica y, llegada allí, hay mucho campo ganado para resolver de manera correcta la situación trigonométrica presentada. Aunado a lo anterior, la LC fue un factor decisivo en la motivación de los estudiantes, lo que contribuyó a que los estudiantes siguieran intentando resolver los planteamientos, aunque les diera dificultad.

Finalmente, a los estudiantes les agradó la estrategia didáctica, se notó en los trabajos entregados y en las expresiones escritas en las cuales afirmaron estar motivados, tener curiosidad, evidenciar que las matemáticas si se encuentran en su entorno y en su vida. Por ello, invitamos a las personas interesadas en implementar esta estrategia didáctica, pensarla no sólo en la trigonometría, las matemáticas y las ciencias naturales sino también en otros campos disciplinares y de igual manera que consideren la importancia de promover la LC para su campo disciplinar, independiente de cuál sea este.

Dejaremos algunas preguntas para que los lectores tengan en consideración y que no se resolvieron en esta investigación tales como: ¿cómo puede la LC promover la aprehensión de los conocimientos en otros campos disciplinares?, ¿cómo puede la LC promover la interdisciplinariedad de los saberes? Y, ¿cómo puede contribuir la LC a la generación de una educación emocional?

Referencias Bibliográficas

- Alcázar, J. (2006). Walter D. Mignolo. Elementos para una teoría del texto literario. *Acta Poética*, 3(1-2).
- Amaya, J. y Restrepo, O. (1999). Ciencia y Representación. Bogotá: *Universidad Nacional de Colombia*.
- Balbuena, M. (2015). Teoría de la representación simbólica en la comunicación gráfica.
- Barrera, E., y Builes, J. (2016). Experimentos mentales con literatura científica para la comprensión del concepto de campo: una unidad didáctica. [Tesis de pregrado, *Universidad de Antioquia*, Medellín].
- Broitman, C. (2012). Adultos que inician la escolaridad: sus conocimientos aritméticos y la relación que establecen con el saber y con las matemáticas [*Doctoral dissertation, Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación*].
- Buitrago, R. (2012). Contexto escolar e inteligencia emocional en instituciones educativas públicas del ámbito rural y urbano del departamento de Boyacá (Colombia). [Tesis doctoral, *Universidad de Granada*].
- Campos, M y Balderas, P (2000). Las representaciones como fundamento de una didáctica de las matemáticas. *Pensamiento Educativo*. (27), 169-194.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J., y Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. RELIME. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 83-102.
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de

investigación en matemática educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(1), 5-17.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, matemáticas y realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 7(3), 91-116.

Covaleda, J. C. (2013). Desarrollo humano: dimensiones cognitiva, afectiva, ética y estética a partir de la literatura infantil. *Revista Perspectivas Educativas*, 6, 191-206.

D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. Uno: *Revista de didáctica de las matemáticas*, (35), 90-106.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.

Duval, R. (2009). Semiósis e pensamiento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: *Livraria da Física*.

Duval, R., y Sáenz, A. (2016). Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas, 1-264. *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*.

Eagleton, T. (1998). Una introducción a la teoría literaria, México, *Fondo de Cultura Económica*, 11-28.

Echeverry, A., & Hernández, J. (2016). Estrategia didáctica para el estudio de las teorías de las probabilidades basada en literatura científica. [Tesis de pregrado, *Universidad de*

Antioquia, Medellín].

Flores, F. (2013). El contagio de la literatura: otra mirada de la didáctica de la literatura.

Dialogía. Revista de lingüística, literatura y cultura, 7, 227-244.

Flores, S., Chávez, J., Luna, J., González M., González M. y Hernández, A. (2015). El

aprendizaje de la física y las matemáticas en contexto. *CulCyT*, (24).

Freire, P. (2000). La Educación como práctica de la libertad (10ª ed.). *Madrid*: S.XXI.

García, F. (2006). Cuando los mundos chocan. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación*

de las Ciencias, 3 (2), 268-286.

Genette, G. (2018). Estructuralismo y crítica literaria. *La Universidad*, (6), 5-18.

Gómez, J., Castañeda, J., Llorente, E., Reyes, Y y Yate, J. (2015). La trigonometría como

herramienta para medir nuestro entorno. *RECME-revista colombiana de matemática educativa*, 1(1), 690-696.

Gómez, P., Correa, M., y Parra, J. (2016). La literatura científica como mediación didáctica en la

búsqueda de sentido de las leyes del movimiento. [Tesis de pregrado, *Universidad de Antioquia*, Medellín].

Guerrero, O. (2008). Educación Matemática Crítica: Influencias teóricas y aportes. *Evaluación e*

Investigación, 1(3), pp. 63-78.

Gutiérrez, J. y Otros (2006). Módulo 4. Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Guzmán, M. (2017). CHEN, CHAOMEI, CiteSpace: A Practical Guide for Mapping Scientific

Literature. Hauppauge, NY, Nova Science, 2016, 169 pp. ISBN: 978-1-53610-280-2:

eBook: 978-1-53610-295-6 [CiteSpace: una guía práctica para el mapeo de la literatura

- científica]. *Investigación bibliotecológica*, 31(SPE), 293-295.
- Henao, R., y Moreno, M. (2016). Didáctica de la Lógica para el Ejercicio de la Razonabilidad. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 9(18), 85-110.
- Henao, R., y Rivera, C. (2017). Informe final: Literatura científica: un cuento para quedarse.
- Jiménez, G., Jiménez, J., & Jiménez, E. (2014). Estrategia didáctica para desarrollar la competencia “Comunicación y Representación” en Matemática. *Escenarios*, 12(1), 17-33
- Krieger, P. (2004). La deconstrucción de Jacques Derrida (1930-2004). *In Anales del Instituto de investigaciones estéticas*, 26(84), 179-188.
- Larrosa, J. (2011). La experiencia de la lectura. México. *Fondo de Cultura Económica*.
- Leibrandt, I. (2011). El aprendizaje literario y la adquisición de la competencia emocional a través de la LIJ, 1-13.
- Leibrandt, I. (2013). Fomentar la competencia emocional a través de la LIJ. *Lenguaje y textos*, (38), 149-158.
- Leibrandt, I. (2017). El arte de la conversación literaria: su concepto y metodología para fomentar la competencia literaria y comunicación. *Álabe*, (17).
- Macho, M. (2004). Las matemáticas de la literatura. *Sigma*, 32. 45-64.
- Macho, M. (2008). Un paseo matemático por la literatura. *Sigma: revista de matemáticas= matematika aldizkaria*, (32), 173-194.
- Macías Sánchez, J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect*, 2, 27-57.
- Canal Darin Macnabb. (julio 17 2014). La semiótica de C.S. Peirce, pt. 1/3. [Archivo de video].

Recuperado el 8/11/2018. <https://www.youtube.com/watch?v=WXptyWLJT14>

Martínez, M. (2008). Diferentes representaciones en matemática: una entrevista.

Martín, E., Ruiz, J. y Rico, L. (2014). Concepciones del seno y coseno puestas de manifiesto por estudiantes de bachillerato, 455-464.

Martínez, R. (2007). La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes, 5. *Ministerio de Educación*.

Mélich, J. (2004). La lección de Auschwitz. Barcelona: Herder.

MEN, (2017). Resultados institucionales pruebas saber grado noveno 2017.

Mignolo, W. (1978). Elementos para una teoría del texto literario. *Editorial crítica*. Barcelona.

Molina, M. (2013). 16. El texto literario en las aulas desde una perspectiva intercultural, 269-280.

Montiel, G. (2013). Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica [Doctoral dissertation, Ciudad de México].

Moreira, M. A. (2002). Investigación en educación en ciencias: métodos cualitativos. Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias. Texto de apoyo, (14).

Muñoz, C., Ossa, C., & Quintero, A. (2016). Literatura científica: una estrategia didáctica para la comprensión de situaciones problema desde la topología con maestros en formación. [Tesis de pregrado, *Universidad de Antioquia*, Medellín]

Otálora, Y., y Orozco, M. (2006). ¿Por qué 7345 se lee como " setenta y tres cuarenta y cinco"? RELIME, 9 (3), 407- 433. *Revista latinoamericana de investigación en matemática*

educativa, 9(3), 407-433.

Peirce, C. (1974). La ciencia de la semiótica (p. 29). Buenos Aires: Nueva Visión.

Penalva, C., y Torregrosa, G. (2001). Representación y aprendizaje de las matemáticas. *Scripta in Memoria*, 649-658.

Picado, M. (1975). El estudio de la literatura a través de la historia. *Revista de Filología y Lingüística de la Universidad de Costa Rica*, 1(2), 93-96.

Radford, L. (2006). Semiótica y educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, 1(Extraordinario 1), 7-21.

Radford, L. (2017). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos.

Restrepo, B. (2002). Una variante pedagógica de la investigación-acción educativa. *Revista Iberoamericana de educación*, 29(1), 1-10.

Restrepo, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Educación y educadores*, (7), 45-56.

Restrepo, B. (2006). La Investigación-Acción Pedagógica, variante de la Investigación-Acción Educativa que se viene validando en Colombia. *Revista de la Universidad de la Salle*, (42), 92-101.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, 4(1), 1-14

Marín, M., y Lirio, J. (2006). Proyecto Kovalevskaya: investigación matemático-literaria en el aula de Primaria. 6. Ministerio de Educación.

- Rojas, P. (2010). Conflictos semióticos en un contexto algebraico: Un análisis de las producciones de los estudiantes. *Revista Digital Matemática*, 11(1), 1-9.
- Rojas, P. (2012). Sistemas de representación y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 12(1), 25-33
- Rueda, G. (2012). Aproximación a la enseñanza de las razones trigonométricas a través del trabajo experimental en matemáticas en el grado décimo. [Tesis de pregrado, *Universidad del Valle*, Valle del cauca].
- Ruiz, H., & Riascos, Y. (2014). ¿ 4^3 se puede leer como "cuatro subido a la tres"?: un estudio sobre las estrategias de construcción de la representación polinomial. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 17(2), 191-218.
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. *una empresa docente*. Santa fe de Bogotá
- Spinak, E. (1996). Los análisis cuantitativos de la literatura científica y su validez para juzgar la producción latinoamericana, 139-147
- Tavera, F. y Villa, J. (2013). Pensamiento variacional: El estudio de las relaciones trigonométricas en contextos dinámicos, 282-294.
- Urrejola, B. (2011). El concepto de literatura en un momento de su historia: el caso mexicano (1750-1850). *Historia Mexicana*, 1683-1732.
- Valero, P.; Andrade, M. y Montecino, A. (2015). Lo político en la Educación Matemática: de la Educación Matemática Crítica a la Política Cultural de la Educación Matemática. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18(3), 287-300.
- Valverde, F., Enríquez, R., y Llorens, F. (2017). Gobierno de las TI en las Universidades:

Análisis sistemático de la literatura científica y no convencional. *INNOVA Research Journal*, 2 (8), 397-411.

Ylé, A., Duarte, J., y Flórez, A. (2009). Matemáticas III Geometría y Trigonometría. *Editorial Once Ríos S.A., cuarta edición*, Culiacán-Sinaloa.

Anexo 1 - Caracterización de la Institución

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Objetivo: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de la institución, desde lo organizacional, académico y pedagógico.

I. Generalidades de la Institución.

Nombre: _____ Municipio: _____ Urbana ___ Rural ___

Niveles en los que presta el servicio educativo: Preescolar ___ Básica Primaria ___ Básica

Secundaria ___ Media ___ Formación complementaria ___ Otra ___ ¿Cuál? _____

En la media vocacional, la institución ofrece:

Formación académica ___ Formación técnica ___ Especialidad: _____

Jornada(s) de funcionamiento de la institución:

Mañana ___ Tarde ___ J. Nocturna ___ Única ___ Fines de semana _____

II. Categorización del personal administrativo

Marque con una X, el nivel educativo

	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría	Doctorado
Rector							
Coordinador							
Coordinador							
Coordinador							
Secretaria							
Secretaria							

III. Categorización del personal docente

Indique el número de docentes en cada nivel educativo

	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría	Doctorado
Preescolar							
Primaria							
secundaria							
Vocacional							

IV. Proyecto Educativo Institucional

Modelo o corriente pedagógica que orienta el P.E.I

Explique si existe o no relación y coherencia entre el componente teleológico (misión, visión, filosofía) con el modelo pedagógico y los proyectos institucionales.

Describa cómo el sistema institucional de evaluación se articula a las políticas establecidas en la legislación nacional (decreto 1290) y a los enfoques y lineamientos del MEN.

Describa como está organizado el plan de área de matemáticas, si su estructura está enfocada en los lineamientos curriculares y los Estándares básicos de competencia en matemáticas.

V. Resultados académicos en matemáticas

Realice un rastreo estadístico de los resultados académicos institucionales de matemáticas en el 2015 en cada período. (Puede apoyarse en tablas o gráficos).

VI. Resultados obtenidos en pruebas externas

Pruebas Saber Icfes

Año	Nivel obtenido Institucional
2014	
2015	
2016	

Promedio prueba saber Icfes en el área de matemáticas

Año	Promedio
2014	
2015	
2016	

En el área de matemáticas realice un análisis de los resultados de la prueba Saber -Icfes, por componente y competencia (realizar gráficos o tablas)

Pruebas saber en el área de matemáticas

(<http://www.icfessaber.edu.co/historico.php/home/buscar>)

Año	Promedio 5 grado	Promedio 9 grado
2014		
2015		
2016		

Realice un gráfico o tabla que ilustre los resultados de las pruebas Saber en los grados 5 y 9 en los distintos años en cada una de las competencias y componentes del área.

Identifique las debilidades y fortalezas específicas en cada competencia y componente.

Haga el análisis respectivo de estos resultados.

Anexo 2 - Caracterización de los Recursos y Materiales

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Institución Educativa: _____ Fecha: _____

Objetivo: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de los recursos con que cuenta la institución para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Complete la tabla escribiendo en cada elemento, la cantidad existente y la frecuencia con que el profesor de matemáticas los utiliza para orientar su área. En esta última columna las convenciones son Siempre, Casi Siempre, Algunas Veces, Pocas Veces, Nunca.

Elemento	Cantidad	Frecuencia de uso
Sala de audio visuales		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Televisor		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Auditorio		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
DVD		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Video Beam		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Biblioteca		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Aula taller de matemáticas		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Sala de informática		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Internet		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Regla		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Transportador		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Compás		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Libros de texto		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Software educativo		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___
Otro: _____		S ___ CS ___ AV ___ PV ___ N ___

Anexo 3 - Encuesta Inicial a Estudiantes

Práctica Pedagógica U de A – Sede Urabá

Buenos días, esta encuesta tiene como objeto recopilar información que posibilite caracterizar las concepciones, percepciones y emociones que se tienen respecto al estudio de las matemáticas. Le solicitamos claridad y sinceridad en las respuestas, puesto que la información que usted proporcione será de gran valor para nuestro trabajo investigativo como maestros en formación de la Universidad de Antioquia. De antemano, muchas gracias por sus respuestas.

Generalidades

1. Sexo: M ___ F ___ 2. Grado: ___ 3. Edad: ___ 4. Barrio (o vereda) de Procedencia: _____

5. Marque una X en el nivel educativo de las personas con las que vive:

Familiar	Ninguno	Primaria	Secundaria	Técnico	Universidad
Padre					
Madre					
Hermanos					
Abuelos					
Tíos					
Otro: _____					

6. ¿Cuál es la materia que más le agrada?: _____ ¿Por qué?: _____

7. ¿Cuál es la materia que menos le agrada: _____ ¿Por qué?: _____

Responda las siguientes preguntas teniendo en cuenta si estos sentimientos, percepciones y emociones ocurren Siempre (S), Casi Siempre (CS), Algunas Veces (AV), Pocas Veces (PV) o Nunca (N).

No	Percepciones y Emociones del Estudiante	S	CS	AV	PV	N
8	Me siento feliz cuando voy a la clase de matemáticas					
9	Me siento seguro y tranquilo al realizar actividades matemáticas					
10	Experimento emociones positivas en clase de matemáticas					
11	Mis padres me animan a estudiar matemáticas					
12	Mis padres me ayudan a hacer las tareas de matemáticas					
13	Tengo confianza en mí mismo cuando resuelvo problemas matemáticos					
14	Me doy por vencido ante un problema matemático complicado					
15	Experimento curiosidad cuando me enfrento a un problema matemático					
16	Siento gran satisfacción cuando resuelvo un problema matemático					
17	Siento que las matemáticas no son para mí y que no me entran					
	Respecto al profesor y la clase	S	CS	AV	PV	N
18	El ambiente de la clase de matemáticas es amigable y sereno					
19	Las clases de matemáticas son aburridas					
20	El profesor está siempre dispuesto a aclarar dudas e inquietudes					
21	El profesor le pone amor y entusiasmo a lo que hace					
22	El profesor hace que a uno le gusten las matemáticas					
23	El profesor relaciona la matemática con la vida					
24	En la clase se emplean muchos medios para estudiar matemáticas					
25	En la clase leen cuentos o poemas con contenido matemático					
	Respecto a las Concepciones de las Matemáticas	S	CS	AV	PV	N
26	Las matemáticas son útiles y necesarias en todos los ámbitos de la vida					
27	Las matemáticas son difíciles, aburridas y alejadas de la realidad					
28	Las matemáticas son conceptos, fórmulas y reglas					
29	Las matemáticas ayudan a ser mejores ciudadanos					
30	Las matemáticas no sirven para nada					
31	Las matemáticas son muy complejas					

32. Describa algún hecho, relacionado con la matemática, que le haya sorprendido o asombrado y que, por consiguiente, le haya llamado profundamente la atención _____

33. ¿En qué piensa usted cuando evoca o cuando le dicen “Matemáticas”? _____

34. Expresé con sus propias palabras qué es para usted la Matemática: _____

Anexo 4 - Caracterización de los Docentes

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
PRÁCTICA PEDAGÓGICA

Institución Educativa: _____ Fecha: _____

Buenos días. Nuestro objetivo es recopilar información que posibilite caracterizar a los docentes de matemáticas de las instituciones cooperadoras de la práctica pedagógica de la Licenciatura de matemáticas y física de la Universidad de Antioquia. La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto, le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

Sexo m f Años de experiencia como docente: _____

Título obtenido: Normalista Licenciado Tecnólogo Profesional no docente

Especialista Maestría Doctorado

¿Pertenece a algún grupo académico o de investigación? Si No Cuál _____

¿Lidera algún proyecto en la institución? Si No Cuál _____

¿Sus clases están orientadas a partir de:

Un texto guía De sus talleres y guías propias Desde la web

Materiales del aula taller Otro: ¿Cuál? _____

¿Su plan de clases está focalizado en lo establecido en el plan de área y el modelo pedagógico institucional? Si ___ No ___ Justifique: _____

¿Aproximadamente qué porcentaje de estudiantes pierden matemáticas en cada período académico? Entre el 5% y 15% ___ Entre el 16% y 25% ___ Entre el 26% y 35% ___ Entre el 36% y 45% ___ Entre el 46% y 55% ___ 60 % o mas _____

8. ¿En su práctica como docente, como se refleja el desarrollo de las competencias específicas de matemáticas? _____

9. ¿Conoce libros de literatura que puedan ser utilizados en la clase de matemática? Si _____ No _____ ¿Cuáles? _____

10 ¿Ha utilizado mediación algún tipo de literatura en la clase de matemática? Sí: ___ No: ___

11. ¿Cuenta la institución con bibliografía suficiente para la clase de matemáticas? Si: ___ No: ___

12. Cree usted que los recursos de la institución son suficientes para lograr buenos resultados en la clase de matemáticas. Si: ___ No: ___ Justifique: _____

13. ¿Conoce usted algún libro de cuento, novela o poesía que tenga que ver con la matemática? Sí: ___ No: ___ ¿Cuál? _____

14. ¿Qué cree que hace falta para que haya un mejor aprendizaje de la matemática? _____

Anexo 5 - Revisión Planes de Área

ORIENTACIONES PARA LA REVISIÓN DE LOS PLANES DE ÁREA

La presentación del plan de área contempla o hace un desarrollo conceptual o una disertación, de cómo el área da respuesta a la articulación de los siguientes aspectos:

- ✓ Contribución del área al cumplimiento de la misión, visión y filosofía de la institución
- ✓ A la formación de los sujetos que conforman la IE.
- ✓ Referentes legales en los que se “asientan” los procesos pedagógicos del Área
- ✓ La articulación de los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias
- ✓ Ubicación en el contexto sociocultural de la IE
- ✓ Producción científica de la disciplina matemática o de las ciencias naturales
- ✓ Perspectiva didáctica, modelo didáctico o pedagógico
- ✓ Finalidad Formativa del Área (competencias esbozadas a nivel general)

Objetivos:

Examinar los objetivos generales del plan de área, y verificar si el plan de área da respuesta a preguntas como: ¿Cuál es la contribución del área a la formación de los sujetos que la institución educativa ha definido en sus principios misionales? ¿Qué demanda la sociedad al área? Están definidos los objetivos por cada grado escolar, en el que se exprese claramente el para qué del Área en el grado específico. Objetivos que muestren una relación progresiva en complejidad entre grado y grado.

Metodología: Revisar la metodología propuesta para el Plan de Área y determinar si guarda o no coherencia con los objetivos propuestos y el modelo pedagógico Institucional.

Revisar las estrategias didácticas, derivadas de la metodología, de acuerdo con el tipo de competencias que en el área se pretenden desarrollar.

Recursos: Aparte de un listado generalizado de materiales, se evidencian recursos desde lo humano, académico, investigativo y /o científico desde el grupo de docentes, que aporte a la propuesta del área.

Clasificación de recursos:

- a) Materiales impresos.
- b) Materiales didácticos
- c) Registros sonoros
- d) Imágenes fijas
- e) Equipos y Materiales audiovisuales
- f) Programas y servicios informáticos
- g) laboratorios, aula taller
- h) otros

Evaluación:

Contempla una propuesta evaluativa del área, sustentada en las bases teóricas que le dan sentido.

Los criterios y procedimientos de evaluación, teniendo en cuenta la correspondencia con la formulación de los objetivos, la metodología y el S.I.E

Revisar las estrategias e instrumentos evaluativos, de acuerdo con el tipo de competencias que, en el área, se pretenden desarrollar.

Malla Curricular: Objetivo de grado. Pregunta problematizadora. Competencias generales del área.

Periodo

Estándar (Estándares que se pretenden potencializar en el periodo y organizados por los pensamientos)	Contenido Temáticas, hechos o principios que corresponden a los estándares planteados.)	INDICADORES DE DESEMPEÑO El nivel de desarrollo de las competencias, sólo se percibe a través de desempeños, de acciones. Al evaluar en competencias básicas, se mira el “saber puesto en acción” el “saber hacer”; es decir, se miran las operaciones que los estudiantes, con el saber adquirido, pueden efectuar frente a determinadas tareas, mediante indicadores de desempeño			Criterios de evaluación (Normas a las que se hace referencia para decir si un alumno ha sabido hacer un trabajo, ha realizado con éxito una actividad, etc. Es necesario hacerlos explícitos porque así se convierten en operadores de síntesis y no son sólo instrumentos de control)
		Conceptuales (El grado de habilidades y destrezas para la puesta en práctica de unos contenidos adquiridos a través del conocimiento)	Procedimentales (Son los indicadores que permiten verificar el aprendizaje y la aplicación de pasos, técnicas, etc. para saber qué hacer con los conocimientos.)	Actitudinales (Valores, sentidos, intereses, comportamientos, actitudes.)	

Anexo 6 - Observaciones de Clase

OBSERVACIONES DE CLASE

1. Identificación

Institución Educativa: _____ Fecha: _____ Grado: _____

Maestro Cooperador: _____ Número de estudiantes: _____

Integrantes del equipo de trabajo: _____

Temática de la Clase: _____

2. Desarrollo de la clase: Evalúe cada ítem según: E: Excelente B: Bien R: Regular N: No

realizado.

ACTIVIDADES	E	B	R	N	OBSERVACIONES
Actividades diagnósticas					
Actividades de motivación					
Actividades de fortalecimiento					
Actividades de profundización					
Actividades de contextualización					
Recursos y materiales usados					
Pertinencia de los materiales					
Pertinencia del tiempo de las actividades					
Nivel de participación de los estudiantes					
Entusiasmo en el desarrollo de las actividades					
Libertad para expresar las dudas e ideas					
Nivel de preguntas de los estudiantes					
Trabajo individual de los estudiantes					
Trabajo grupal de los estudiantes					

Trabajo en el pizarrón del maestro (tamaño de letra, claridad, ortografía, orden)					
Interacción docente/estudiante (buen trato)					
Interacción estudiante/estudiante (buen trato)					
Nivel de las instrucciones del docente					
Participación de los estudiantes en el uso de los instrumentos de evaluación					

¿Cuáles manifestaciones de fatiga se pudieron observar en los estudiantes?

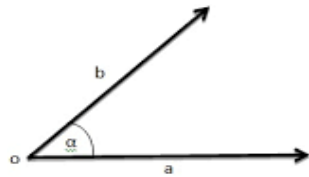
¿Qué hace el maestro durante la clase para retardar la aparición de la fatiga?

Anexo 7 - Prueba Diagnostica

INSTITUCION EDUCATIVA ANTONIO ROLDAN BETANCUR

GRADO DÉCIMO

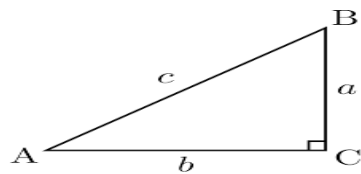
La siguiente es una prueba diagnóstica, la cual tiene como objetivo determinar los saberes previos del estudiante, no tendrá valor en la nota del estudiante, pero es indispensable en el proceso de formación de éste; por favor, realizar la prueba a conciencia, ya que será de mucha utilidad en el proceso de formación en el cual estamos involucrados.



1.

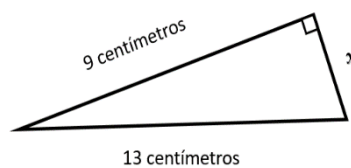
Escribe las partes que componen la figura dada: _____

2.



En la figura anterior, se aplican varios teoremas, escriba los dos más relevantes _____

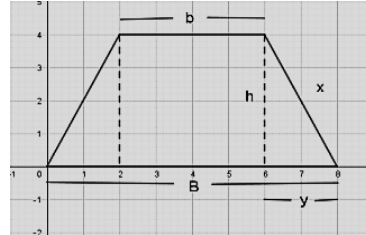
3. Calcule el valor de x de la siguiente figura.



4. De la siguiente lista de matemáticos: Euclides de Tiro, Pitágoras de Samus, René Descartes, Carl Friedrich Gauss, Leonhard Euler; escribe el nombre del que más conocimiento tienes: _____

5. ¿Cuál es el aporte que este matemático que has escogido le ha dado a la humanidad? _____

Dada la siguiente figura, responde los incisos 6 y 7.



6. Frente a cada letra, escriba el concepto de área que representa en la figura.

B: _____

b: _____

x: _____

y: _____

h: _____

7: escriba el procedimiento que utilizarías para hallar el área del trapecio _____

8. Un joven de 1,5 metros de altura, sostiene una cometa con una pita de 100 metros de largo, si el viento ha alejado la cometa 60 metros desde el punto en que está el joven, realice un dibujo que ilustre el problema. _____

9. ¿a qué altura se encuentra la cometa? _____

Anexo 8 - ¿Dónde están los Triángulos?

Responsables: Jorge López Yépez

Oscar Ballesteros Peña

Descripción del plan de clases

El propósito del plan de clases es abordar conceptos como: Propiedades de triángulos, razón y proporciones, ley de senos, ley de cosenos, resolución de triángulos, aplicabilidad en la resolución de problemas, representación; esto enfocado desde la identificación de triángulos (denominaciones según sus lados y ángulos), la razón y proporciones de los lados de un triángulo rectángulo, la correspondencia entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo.

Los procesos adelantados en esta guía le permitirán comprender y apropiarse de los conceptos, a través del desarrollo de las actividades, lo que requiere un compromiso y dedicación por parte del estudiante.

Se Utiliza la literatura científica como mediador del proceso de enseñanza/aprendizaje, ésta sorprende al estudiante al captar su atención y atraerlo de a poco llamando su atención, Promover espacios que permitan el desarrollo del pensamiento crítico, la imaginación, la inferencia, la deducción y la representación del mundo que le rodea y de la matemática.

Indicadores (décimo a undécimo)

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Describo y modelo fenómeno periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.

DBA (undécimo)

- Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.
Evidencias de aprendizaje.
- Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente.
- Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario.

Descripción de los procesos

Actividad de exploración: Lee la siguiente reflexión y responde las preguntas presentadas al final de ésta.

Reflexión: El triángulo de la vida (Salatiel Hurtado Hernández y Oscar Ballesteros Peña)

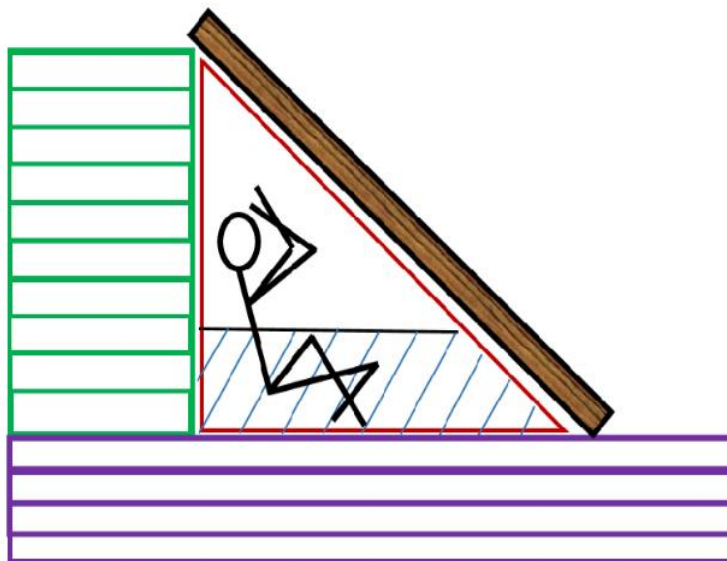
El otro día estaba navegando en la red y encontré una información que llamó mi atención, lo que llaman el triángulo de la vida, se trata de una estrategia para proteger nuestra vida en caso de un desastre natural, más específicamente un sismo. Consiste entonces en buscar una parte que sirva de soporte para resguardarnos por si el lugar donde nos encontramos tiene objetos contundentes que al caernos encima puedan ocasionarnos heridas graves o incluso la muerte, es recomendable ponerse al lado de algo que sirva de soporte en posición fetal (nunca debajo) de un lugar (escritorio, cama, auto, etc.) en caso que la estructura colapse, con el propósito de dejar un espacio que mantenga a la persona con vida hasta que sea rescatada.

Muchas personas Utilizan la analogía para referirse a pilares o bases que puedan ser usados a lo largo de la vida para alcanzar la felicidad, pero lo hacen de forma que cada uno de los lados de un triángulo es algo necesario para avanzar en la vida, otros por su parte establecen una relación entre los momentos de felicidad, tristeza y neutralidad, así como también la relación entre los tres estados de ánimo.

Consideramos que la analogía más precisa para el triángulo de la vida es la siguiente, así como los objetos caen al estar sometidos a cambios muy bruscos, por ejemplo las fuertes sacudidas de un sismo, la vida está llena de cambios a veces muy bruscos que pueden afectar la estabilidad emocional o afectiva de una persona, por tanto, el suelo en el cual se apoya la persona (horizontal) son los fundamentos de su vida, por ejemplo la familia, Dios, etc. aquello que nos mantiene enfocados y son aquellas cosas que nos motivan a seguir adelante y que en muchas ocasiones nos dan energías para seguir luchando.

El objeto que sostiene (pilar-vertical) lo que caiga, son representados por nuestras actitudes, aptitudes, capacidades, anhelos, sueños, valores, creencias, ética, etc. todo eso que nos hace ser quienes somos y que nos permite soportar el peso de los problemas. Es claro que, si la base o la columna ceden, la integridad de la persona estará en riesgo, por tanto, es importante reconocerlos y fortalecerlos; para ello se recomienda la siguiente actividad:

En la base del triángulo escriba aquellas cosas que le dan fundamento a su vida, y en el pilar o soporte escriba sus actitudes, anhelos, capacidades, sueños, etc.



Preguntas:

¿Qué tan importante es para usted reflexionar sobre cómo actuar en caso de desastre natural?

¿Qué sentimientos o recuerdos le trajo la reflexión?

¿Cómo cree usted que esta reflexión se pueda relacionar con la matemática?

¿Conocer los fundamentos matemáticos puede ayudar para salvar tu vida en cualquier tipo de desastre natural?

Actividad de motivación:

Lea el relato de ficción (de Rubén Darío Henao Ciro).

Cuentan que en Geometrilandia, la comunidad triangular vivía inconforme porque a su alrededor había muy pocas cosas que tuvieran su forma, mientras que abundaban los cuadrados, los rectángulos y los círculos.

El triángulo maestro se devanaba los sesos buscando una solución estratégica para quitar la desidia de los suyos.

-Tal vez estén equivocados - le dijo un círculo que rodaba por allí - abre bien los ojos y les mostrarás la verdad.

El triángulo maestro se dedicó a observar toda representación, no como recurso mental del lenguaje científico, sino como objeto real que pudiera dar cuenta de la forma triangular. Gracias a su capacidad de observación y a su aguda imaginación encontró algunos registros en los pinos del bosque, en los tejados, en las montañas, en las pirámides, en cometas y en los picos de las aves. Pero resultó que eran muy poco comparados con el infinito número de congéneres equiláteros, isósceles, rectángulos, escalenos, equiángulos, obtusángulos o acutángulos, que buscaban reconocimiento. Consultó el triángulo de Pascal, el de Sierpinski, incluso el de Penrose¹⁶ que no era mucho triángulo. Pero sus consejos no fueron suficientes, ni siquiera saber

¹⁶ Representación bidimensional de un objeto imposible formado por tres tramos rectos de sección cuadrada, que se unen formando ángulos rectos en los extremos del triángulo, combinación está de propiedades que no puede satisfacer ninguna figura tridimensional.

que Georgy Kurasov, pintor ruso de influencia cubista, decidiera pintar sus magníficos cuadros a base de triángulos.



Autor: Georgy Kurasov¹⁷ (1958)

Una noche, mientras tomaba agua de rosas con su esposa triangula en una esquina del parque, tuvo una idea brillante tras observar dos triángulos abrazados besándose prolongadamente. Hizo lo mismo y observó que aquel truco lógico podía ser la solución que buscaba.

Reunió todos los suyos y les explicó esa propiedad transformativa que los llevaría a estar en todas partes. Los triángulos se miraron maravillados y aplaudieron a su maestro por haber descubierto esa valiosa forma de ser más sin perder su identidad.

Desde entonces, siguen viéndose pocas formas triangulares, pero aumentaron los cuadrados, los rectángulos, los rombos, los cuadriláteros, los trapecios, los pentágonos, los hexágonos. El mundo pudo admirar bellas teselaciones, novedosos mandalas y llamativos mosaicos que adornaban templos, museos y castillos bien sea como vitrales, alfombras, azulejos o cortinas que fueron artísticamente diseñadas con incrustados de vidrio, piedra terracota o tejidos de oro.

Incluso, se cuenta, que hasta los círculos lucieron más radiantes desde aquel día en que los triángulos se comprendieron y aprendieron a vivir felices para siempre.

¹⁷ Pintor ruso de hondas influencias cubistas que, tras la caída de la Unión Soviética, ganó una gran popularidad internacional.

Observe la imagen presentado en el relato y complete el siguiente cuadro

Pregunta	Relato	Cuadro
¿Qué título le pondría?		
¿Qué le transmite el autor?		
¿Qué figuras geométricas reconoce?		
¿Qué le sorprende?		
¿Por qué le sorprendió?		
Escriba algo que le inspire		

Actividad de transferencia

Observa tu entorno dentro del aula de clase y realiza una descripción de donde puede observar triángulos o composición de Triángulos y realiza una composición literaria o artística para compartir en clases.

Rúbrica de Autoevaluación

Reflexione sobre su proceso de aprendizaje, de acuerdo a cada criterio y escriba una equis (x) debajo de cada número siendo el 5 la máxima calificación y 1 la mínima.

A.	Respecto a emociones y percepciones (Ser)	1	2	3	4	5
1	Experimento emociones positivas al resolver las actividades					
2	Tengo confianza en mí mism@ al resolver los problemas					
3	Me siento satisfech@ con mi desempeño en clase					
4	Considero que el ambiente de la clase es amigable y sereno					
5	Me siento motivado para asistir a la clase de matemáticas					
6	Los temas abordados son útiles y necesarios para la vida					
7	Los temas estudiados me ayudan a ser mejor persona					
8	Soy perseverante para realizar de manera óptima las actividades					
9	Manifiesto interés y curiosidad por las actividades matemáticas					
10	Soy responsable con las tareas y actividades propuestas					

B.	Respecto a los aprendizajes matemáticos (Saber y Hacer)					
1	Comprendo las actividades y situaciones del plan de clase					
2	Resuelvo correctamente las actividades planteadas					
3	Propongo formas y procedimientos nuevos					
4	Aplico fuera de clase los conocimientos adquiridos					
5	Tengo interés por consultar y profundizar en los temas de clase					
6	En los trabajos en grupo, participo y apporto					
7	Hago los cálculos respectivos sin cometer errores					
8	Realizo trabajos y tareas en forma ordenada y en el tiempo requerido					
9	Justifico y argumento los procedimientos realizados					
10	Me comunico matemáticamente con los conceptos estudiados					

C. Respecto a la valoración de la metodología de clase

¿Qué fue lo que más le llamó la atención de esta metodología de clases?

¿Cuál fue la mayor dificultad durante la implementación de las actividades?

¿Qué recomienda para el mejoramiento de esta metodología de clases?

Anexo 9 - Las Razones Trigonométricas y Su entorno Cultural

Responsables: Jorge López Yépez

Oscar Ballesteros Peña

Descripción del Plan de Clases: El propósito del plan de clases es abordar conceptos como:

Razones trigonométricas, razón y proporciones, resolución de triángulos, aplicabilidad en la resolución de problemas y representación con el entorno cultural.

Los procesos adelantados en esta guía le permitirán comprender y apropiarse de los conceptos, a través del desarrollo de las actividades fuera del aula de clase, lo que requiere un compromiso y dedicación por parte del estudiante. Se Utiliza la literatura científica como mediador del proceso de enseñanza/aprendizaje, ésta sorprende al estudiante al captar su atención y atraerlo de a poco llamando su atención, Promover espacios que permitan el desarrollo del pensamiento crítico, la imaginación, la inferencia, la deducción y la representación del mundo que le rodea y de la matemática.

Indicadores (décimo a undécimo)

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Describo y modelo fenómeno periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.

DBA (décimo)

- Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.
- Localiza objetos geométricos en el plano cartesiano.

- Identifica las propiedades de lugares geométricos a través de sus representaciones en un sistema de referencia.
- Representa lugares geométricos en el plano cartesiano, a partir de su expresión algebraica.

Descripción de los procesos: Actividad de Verificación

Utilizando los conocimientos Adquiridos sobre las razones trigonométricas, encuentren la altura de 5 objetos de su entorno social. Para ello, después de planear y realizar la actividad, deben entregar un trabajo escrito que contenga:

1. La representación icónica de la situación
2. La representación gráfica de la situación
3. Los procedimientos para calcular la altura de los objetos
4. Un párrafo escrito en el cual cuenten ¿cómo se sintieron realizando esta actividad?
5. Una reflexión crítica de cómo se relaciona la trigonometría con su entorno social y cultural
6. La siguiente tabla respondida después de reflexionar sobre su proceso de aprendizaje en esta actividad. Para ello, escriban una X en el cuadro, respondiendo de 1 a 5, siendo 5 la mayor puntuación y 1 la menor, de acuerdo a los siguientes criterios:

Nro	Criterio	5	4	3	2	1
1	Experimento emociones positivas al resolver actividades Matemáticas					
2	Tengo confianza en mí mism@ al resolver problemas Matemáticos					
3	Me siento motivado para realizar las actividades propuestas					
4	Los temas abordados son útiles y necesarios para la vida					
5	Manifiesto interés y curiosidad por las actividades matemáticas					
6	Comprendo las actividades y situaciones del plan de clase					
7	Propongo formas alternativas para hacer las cosas					
8	Tengo interés por consultar y profundizar en los temas de clase					
9	Justifico y argumento los procedimientos realizados					

"Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar"

Hipátia

Anexo 10 - Entre lados y ángulos hay leyes para los triángulos

Responsables: Jorge López Yépez

Oscar Ballesteros Peña

Descripción del Plan de Clases

El propósito del plan de clases es abordar conceptos como: Propiedades de triángulos, razón y proporciones, ley de senos, ley de cosenos, resolución de triángulos, aplicabilidad en la resolución de problemas, representación; esto enfocado desde la identificación de triángulos, la razón y proporciones de los lados de un triángulo rectángulo, la correspondencia entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo.

Los procesos adelantados en esta guía le permitirán comprender y apropiarse de los conceptos, a través del desarrollo de las actividades, lo que requiere un compromiso y dedicación por parte del estudiante.

Se Utiliza la literatura científica como mediador del proceso de enseñanza/aprendizaje, ésta sorprende al estudiante al captar su atención y atraerlo de a poco llamando su atención, Promover espacios que permitan el desarrollo del pensamiento crítico, la imaginación, la inferencia, la deducción y la representación del mundo que le rodea y de la matemática.

Indicadores (décimo a undécimo)

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Describo y modelo fenómeno periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.

DBA (décimo)

- Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.
- Localiza objetos geométricos en el plano cartesiano.
- Identifica las propiedades de lugares geométricos a través de sus representaciones en un sistema de referencia.
- Representa lugares geométricos en el plano cartesiano, a partir de su expresión algebraica.

Descripción de los procesos

Actividad de reflexión: Observemos el Siguiendo Video (Zombies en la escuela - Juli Garbulsky y Romance entre el 0 y el 1) y responde las siguientes preguntas:

Como sentiste al escuchar el video

Cual crees que es el tema central de la exposición de Juli

Que reflexiones te deja el video

Que ejemplos como lo expuestos en el video aconsejarías para la enseñanza de la matemática

Crees que esa forma de enseñar del pizarrón, carpeta y prueba te deja algún conocimiento.

Qué relación encuentras de tu vida diaria con el video

Actividad de motivación: Lee el siguiente cuento y contesta las preguntas realizadas al final.

El concilio de los triángulos

(Hurtado, s. y Ballesteros, O. (2018))

Hace mucho tiempo, en un universo conocido como planilandia¹⁸ se convocó a un concilio a todas a las figuras planas regulares de tres lados (nominadas triángulos). Uno a uno los representantes de cada tipo de triángulo fueron arribando al evento; entre los presentes destacaba Onecso, un viejo y terco triángulo obtusángulo que siempre valoraba el trabajo duro; Seon,

¹⁸ Abbot, E. y Olcina, E. (2008). *Planilandia: Una novela de muchas dimensiones*. Laertes.

también sobresalía entre los presentes, éste joven y altivo triángulo con sus ángulos agudos que valoraba el ingenio y la practicidad para resolver problemas, solía afirmar que no era necesario amargarse la vida con procesos extenuantes y complicados si se puede encontrar una solución ágil y rápida. De Igual forma el distinguido Tecungalor con su imponente presencia marcó un hiatus, dado que el maduro seguidor de la ley y orden era lo más cercano a un noble, quien siempre tenía la disposición para ayudar a sus semejantes.

Una vez terminados los saludos y los actos protocolarios, Onecso tomó la palabra y dijo en voz grave.

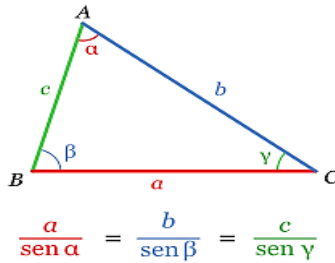
-Queridos hermanos de tres lados y tres ángulos, es para nosotros de vital importancia resolver los problemas que siempre nos han acaecido, debemos encontrar una forma efectiva de conocer nuestros lados y ángulos de manera eficiente.

-Mi pueblo ya tiene las formas de resolver los problemas con sus catetos, hipotenusa y ángulos - dijo en voz fuerte Tecungalor- La solución la halló un sabio ermitaño llamado Gasparoti, él dio la forma de estimar cualquiera de nuestros catetos y nuestra hipotenusa, lo que vosotros llaman lados, Por otra parte, la pareja más prominente de genios, seno y coseno, junto con su hijo tangente, encontraron la manera de calcular nuestros ángulos. Lástima que nuestros métodos no se aplican de manera eficaz a todos los triángulos, pero aun así nos acogemos a las leyes que de esta reunión surjan.

Entonces Seon se apresuró a decir.

-Existe una manera de solucionar tales problemas, la longitud de lado de un triángulo dado y al seno del ángulo opuesto a ese lado es igual para todos nosotros, solo es necesario dos de nuestros lados y el ángulo contenido en esos dos lados.

Luego dibujó en una gran pizarra el contorno de un triángulo de la siguiente manera.

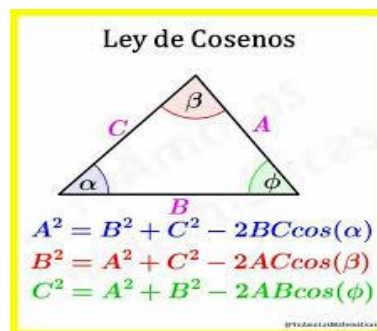


Seguidamente Seon hizo la respectiva demostración, pero Onesco no parecía muy convencido, al fin dijo:

-Muy bien Seon, pero a tu solución le hacen falta un par de detalles ¿qué pasa si alguno de nuestros congéneres solo conoce la medida de sus tres lados, o en su defecto, dos de sus lados y un ángulo, pero el ángulo conocido no es el opuesto a uno de dichos lados?

Seon enmudeció, sin embargo, Tecungalor agradeció su esfuerzo y alabó su propuesta que, aunque limitada, representaba un gran avance y sería de mucha utilidad para facilitarle la vida a muchos triángulos.

-Yo también, traje una propuesta, dijo Onesco con su voz grave pero calmada no es tan elegante como la del joven Seon, pero también puede ser útil, gracias a las investigaciones del Sabio coseno, esta propuesta es útil para situaciones donde se conocen los tres lados de uno de nuestros semejantes o en su defecto se conocen dos lados y el ángulo que los contiene (no el opuesto), acto seguido, Onesco dibuja en la gran pizarra lo siguiente:



Al igual de Seon realizó la demostración y luego de haber terminado se quedó en silencio. Después de eso, más nadie Opinó y las dos nuevas propuestas, fueron acogidas con agrado dentro de los triángulos, que, gracias a ese concilio, pudieron resolver sus problemas con sus lados y sus ángulos. Lo que tal vez para ti no sea gran problema, pero si fueras un triángulo, sabrías lo importante que es.

¿Cuáles eran los problemas de los triángulos?

¿Qué personajes destacan en la historia?

¿Por qué es importante para un triángulo resolver dichos problemas?

¿Cuáles fueron las propuestas o estrategias que se propusieron para resolver dichos problemas?

¿Algo te sorprendió del texto?

“Apliquemos lo Aprendido”

En Necoclí ocurrió lo que se ha catalogado como la mayor tragedia ambiental del departamento de Antioquia, el hecho ocurrido entre el 1 y el 19 de abril de 2015, arrasó con 4000 hectáreas de bosque y humedales, y afectó 328 especies de fauna silvestre en los 19 días que duró la conflagración, el área quemada **equivale a 700 hectáreas de bosques y 3.300 hectáreas de humedales. Además, se perdió el cien por ciento de la flora y la fauna que habitaba allí.** En total, el incendio afectó a 328 especies de fauna silvestre: 16 especies de anfibios, 53 especies de reptiles, 54 especies de mamíferos y 205 especies de aves locales y migratorias. Igualmente, especies como nutrias, tortugas marinas, dantas, micos marimondas y águilas arpías están en peligro.

El costo total de la intervención para apagar por completo la conflagración fue de 1.000 millones de pesos y para lograrlo fue necesario el trabajo de unidades del Ejército Nacional, la Policía, Bomberos de Necoclí, Arboletes, Apartadó, Carepa, Chigorodó, Turbo, Copacabana y Bello,

Defensa Civil, Cruz Roja de Medellín y Necoclí, las comunidades de las veredas Lechugal, San Sebastián y El Caballo, la Fuerza Aérea, el Dapard, Corpourabá y la administración municipal de Necoclí.

Actualmente, desde Corpourabá, están presentando al Fondo Nacional Ambiental, del ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible, un proyecto para iniciar la restauración del área afectada, que quedó hechas cenizas. El proyecto es por un valor de 2.350 millones de pesos que además de la evaluación del área contiene la reforestación de 700 hectáreas de bosque nativo, un programa de educación ambiental, la capacitación en buenas prácticas agrícolas, la seguridad alimentaria y la mejor calidad de vida.

El cuerpo de bomberos de Medellín realizó un sobrevuelo del lugar con el ánimo de medir la distancia que el fuego recorrió durante los días que duró el incendio, pero el piloto no pudo realizarlo con certeza, así que ayudémosle:

Un paramédico que se encuentra en el punto de inicio del incendio observa un helicóptero a una distancia de 850 metros en diagonal y con un ángulo de 32° , el piloto del helicóptero observar el final del incendio a una distancia de 4.500 metros desde su diagonal.

Si usted está montado en el filo de una loma donde está observando todo el panorama del incendio desde el inicio hasta el final, realice un dibujo en el cual pueda mostrar la magnitud de la catástrofe que se está presentando (todo el terreno del incendio, el helicóptero, el observador, los árboles, ríos, animales y demás elementos de la naturaleza.

Realice solo la gráfica (Triángulo) que ilustre la situación con la que se pueda ayudar a resolver el problema.

Con la Ayuda de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos, resuelva la siguiente pregunta. ¿Cuál es la distancia del punto de inicio del incendio hasta el punto Final?

Aplicando los conocimientos matemáticos adquiridos responda lo siguiente: ¿Cuál es el valor del Angulo con el cual el piloto está observando el final del incendio?

¿Cuál sería la altura ideal para que el piloto del helicóptero vacié agua sobre el incendio?

Lee muy detenidamente el siguiente texto y resuelve las preguntas

Supongamos que usted hace parte del cuerpo de bomberos de Medellín y se encontraba en el lugar de los hechos, donde se presentó una emergencia con alguno de los socorristas por lo que se necesitaba volar un helicóptero para llevar a un herido y la única persona en el lugar era usted por lo que tomo la iniciativa y llevo el herido al hospital, se decidió tomar la ruta más corta desde el punto de la emergencia hacia el hospital y solo bastaba tener la altura ideal y los Angulo ideales para realizar esta proeza, un observador que estaba en el lugar quiere saber la altura del piloto, de tal manera que mira que el helicóptero mientras se eleva recorre una distancia de 50 metros del lugar de la emergencia y supone que esta 520 metros de altura y con un Angulo de elevación desde el punto de partida de 57° .

Realiza una gráfica que ilustre la posición del observador

Cuál es la respuesta más acertada para el problema

Actividad de transferencia:

Realiza un escrito en forma de poesía, trova, caricatura, o cualquier otra forma de expresión literaria, donde puedas expresar tu opinión sobre los incendios forestales, el daño a la fauna y la flora y qué relación tienen estos procesos con las matemáticas

AUTOEVALUACIÓN: Reflexione sobre su proceso de aprendizaje a lo largo del plan de clase y escriba con una x en el cuadro respondiendo de 1 a 5, siendo 5 la mayor puntuación y 1 la menor, de acuerdo a los siguientes criterios:

Aspecto	5	4	3	2	1
1. Comprendiste cada una de las actividades y situaciones del plan de clase					
2. Resolviste correctamente las actividades					
3. Repasarías en casa los conceptos teóricos abordados en clase					
4. Te interesaría consultar y profundizar en los temas de clase					
5. Si los trabajos fueran en grupo estas dispuesto a participar y aportar tus conocimientos					
6. Participas en la clase y planteas preguntas que demuestran tu interés por aprender					
7. Realizaste todos tus trabajos a conciencia en forma ordenada y en el tiempo requerido					
8. Da buen uso a los materiales de trabajo y demás que están en el entorno.					
9. Como te sentiste a la hora de resolver los problemas					
10. Crees que es importante estar motivado y atento en las clases para aprender					
11. Los temas abordados son útiles y necesarios para la vida					
12. Justifico y argumento los procedimientos realizados					
SUMATORIA					

Anexo 11 - Situación Evaluativo de Verificación

Responsables: Jorge López Yépez

Oscar Ballesteros Peña

Salatiel Hurtado Hernández

Descripción del Plan de Clases:

El propósito del plan de clases es abordar conceptos como: Propiedades de triángulos, razón y proporciones, ley de senos, ley de cosenos, resolución de triángulos, aplicabilidad en la resolución de problemas, representación; esto enfocado desde la identificación de triángulos, la razón y proporciones.

Los procesos adelantados en esta guía le permitirán comprender y apropiarse de los conceptos, a través del desarrollo de las actividades, lo que requiere un compromiso, dedicación y creatividad por parte del estudiante.

Se Utiliza la literatura científica como mediador del proceso de enseñanza/aprendizaje, ésta sorprende al estudiante al captar su atención y atraerlo de a poco llamando su atención, Promover espacios que permitan el desarrollo del pensamiento crítico, la imaginación, la inferencia, la deducción y la representación del mundo que le rodea y de la matemática.

Indicadores (décimo a undécimo)

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Describo y modelo fenómeno periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.

DBA (décimo)

- Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.
- Localiza objetos geométricos en el plano cartesiano.

- Identifica las propiedades de lugares geométricos a través de sus representaciones en un sistema de referencia.
- Representa lugares geométricos en el plano cartesiano, a partir de su expresión algebraica.

Actividad de Verificación:

Utilizando los conocimientos trigonométricos adquiridos encuentren la distancia entre Triganá y Capurganá. Para ello, después de planear y realizar la actividad, deben entregar un trabajo escrito que contenga:

1. La representación icónica de la situación
2. La representación gráfica de la situación
3. Los procedimientos para calcular la distancia pedida
4. Una descripción, con sus propias palabras, de todo el proceso realizado
5. Un párrafo escrito en el cual cuenten ¿cómo se sintieron realizando esta actividad?
6. La siguiente tabla respondida después de reflexionar sobre su proceso de aprendizaje a lo largo del semestre. Para ello, escriban una X en el cuadro, respondiendo de 1 a 5, siendo 5 la mayor puntuación y 1 la menor, de acuerdo a los siguientes criterios:

Nro	Criterio	5	4	3	2	1
1	Experimento emociones positivas al resolver actividades Matemáticas					
2	Tengo confianza en mí mism@ al resolver problemas Matemáticos					
3	Me siento satisfech@ con mi desempeño en clase					
4	Considero que el ambiente de la clase es amigable y sereno					
5	Me siento motivado para asistir a la clase de matemáticas					
6	Los temas abordados son útiles y necesarios para la vida					
7	Manifiesto interés y curiosidad por las actividades matemáticas					
8	Comprendo las actividades y situaciones del plan de clase					
9	Propongo formas alternativas para hacer las cosas					
10	Aplico fuera de clase los conocimientos adquiridos					
11	Tengo interés por consultar y profundizar en los temas de clase					
12	Justifico y argumento los procedimientos realizados					

El verdadero signo de la inteligencia no es el conocimiento, si no la imaginación

Albert Einstein