

Encontrar la solución de EDOs de tercer orden en diversas áreas de la ingeniería presenta serios desafíos de costo computacional. Para ello, se implemento el método polinomial adaptativo (APM) optimizado con el algoritmo de aprendizaje SLMS en el lenguaje Python. La metodología se validó aplicando el algoritmo a seis ejercicios matemáticos y al problema de flujo de películas delgadas (Thin Film Flow). Los resultados confirmaron la robustez del método, logrando convergencia rápida y estable, de entre 1 y 20 segundos, y errores absolutos de hasta 10^{-6} frente a las soluciones exactas, permitiendo argumentar sobre la eficiencia del método.

1. INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) de tercer orden son fundamentales en la ingeniería moderna para modelar todo tipo de diversos fenómenos complejos, como la dinámica de fluidos en el flujo de películas delgadas $S''' = S^{-k}$, modelado por Momoniat y Mahomed, (2010). Sin embargo, su resolución mediante métodos numéricos clásicos generalmente implica altos costos computacionales y limitaciones en escenarios no lineales.

Esta investigación se fundamenta en la hipótesis de que la implementación del APM, propuesto por Haweel et al. (2021), permite superar estas barreras. Se propone una estrategia que integra la aproximación polinomial con el algoritmo de aprendizaje SLMS, buscando optimizar los tiempos de convergencia sin sacrificar la precisión requerida en aplicaciones de ingeniería tal como se esquematiza en la arquitectura de la Figura 1.

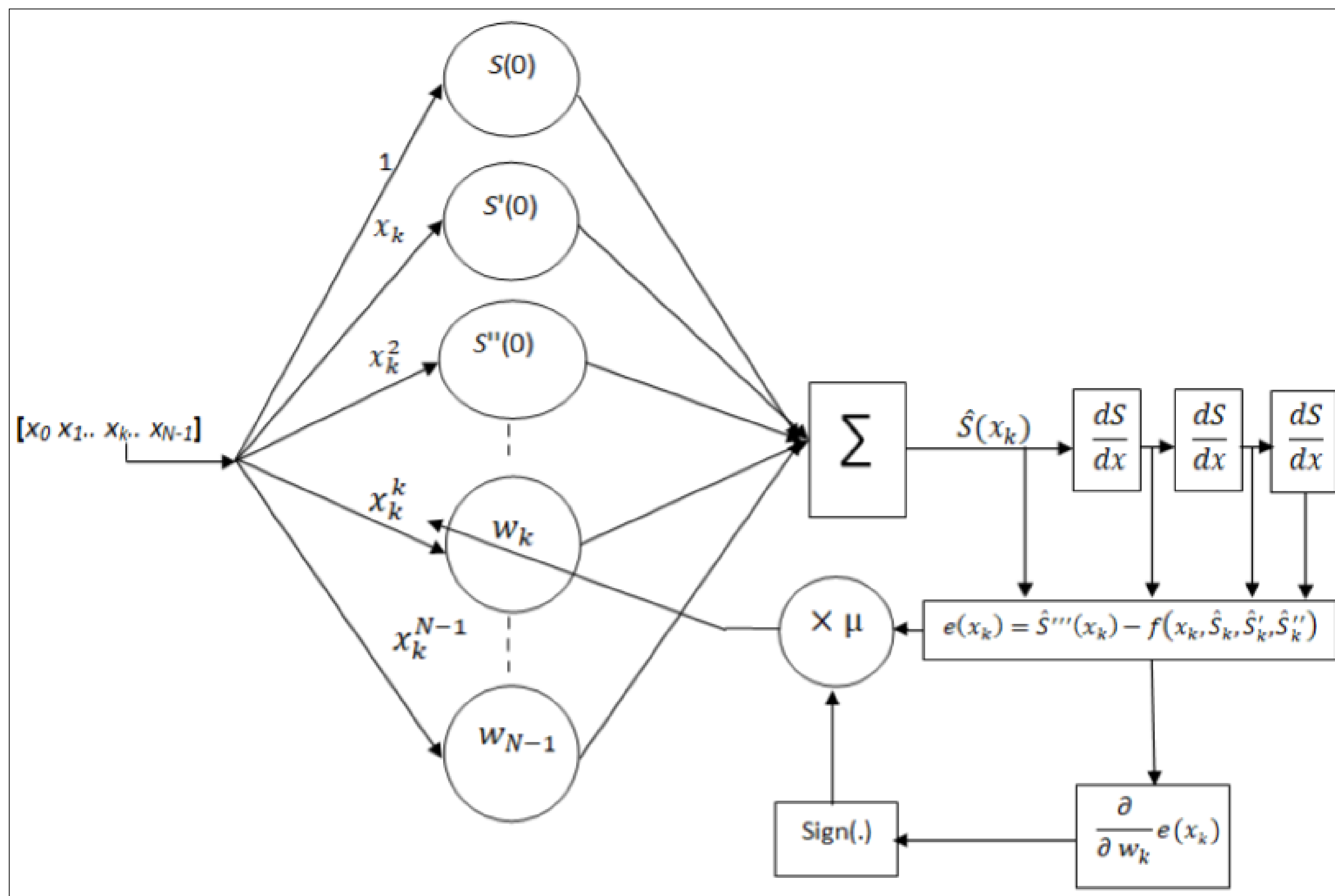


Figura 1. Diagrama del APM implementado según Haweel et al. (2021)

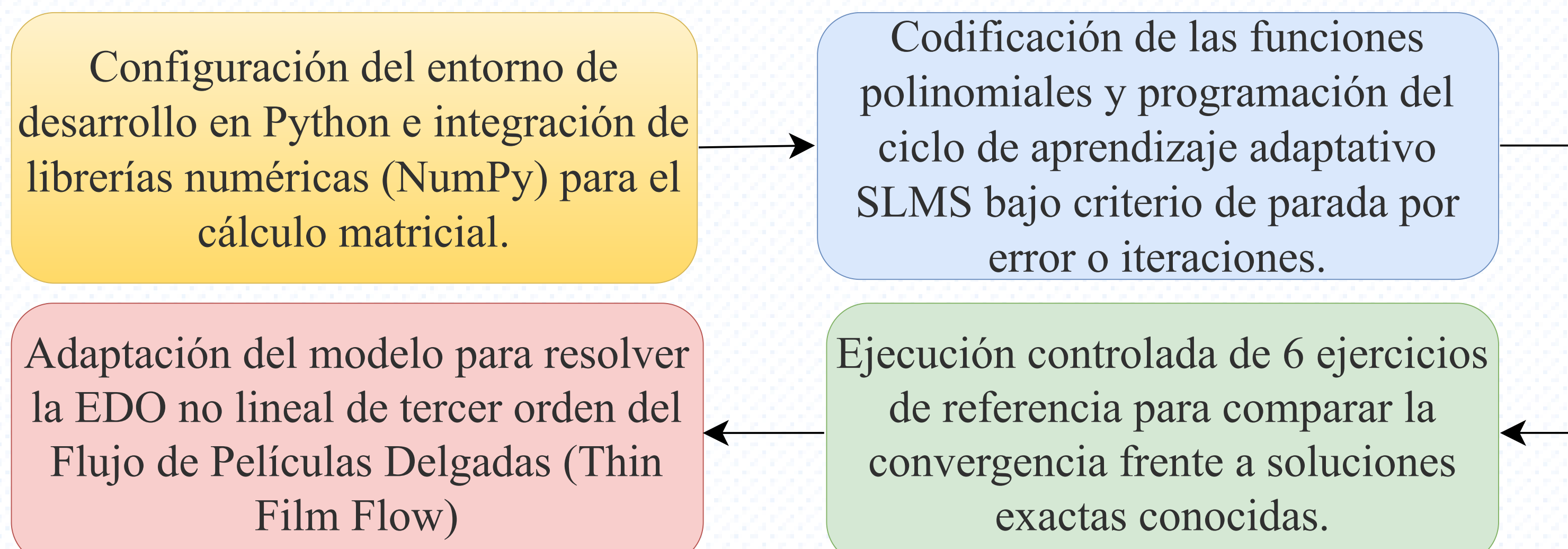
2. OBJETIVOS

General:
Validar la eficiencia del método APM-SLMS en la resolución de EDOs de tercer orden para flujos de películas delgadas (Thin Film Flow).

Específicos:

- Implementación: Codificar el algoritmo adaptativo en python.
- Evaluación: Cuantificar la convergencia y el error (ECM) frente a soluciones exactas conocidas.

3. METODOLOGIA



4. RESULTADOS

En una primera etapa, se validó la implementación replicando seis ejercicios de referencia, alcanzando errores absolutos de hasta 10^{-6} . Posteriormente, se trabajó sobre la aplicación principal en ingeniería: el flujo de películas delgadas (Thin Film Flow).

La Figura 2 presenta el comportamiento de la solución para el caso altamente no lineal ($k = 3$). Se observa una correspondencia gráfica precisa entre la estimación experimental del método APM y la solución numérica exacta.

A pesar de la rigidez matemática de la ecuación $S''' = S^{-3}$, el algoritmo mantuvo la estabilidad numérica a lo largo del dominio, logrando un error absoluto máximo del orden de 10^{-2} y tiempos de ejecución inferiores a un segundo, lo cual valida la capacidad de aproximación del modelo propuesto.

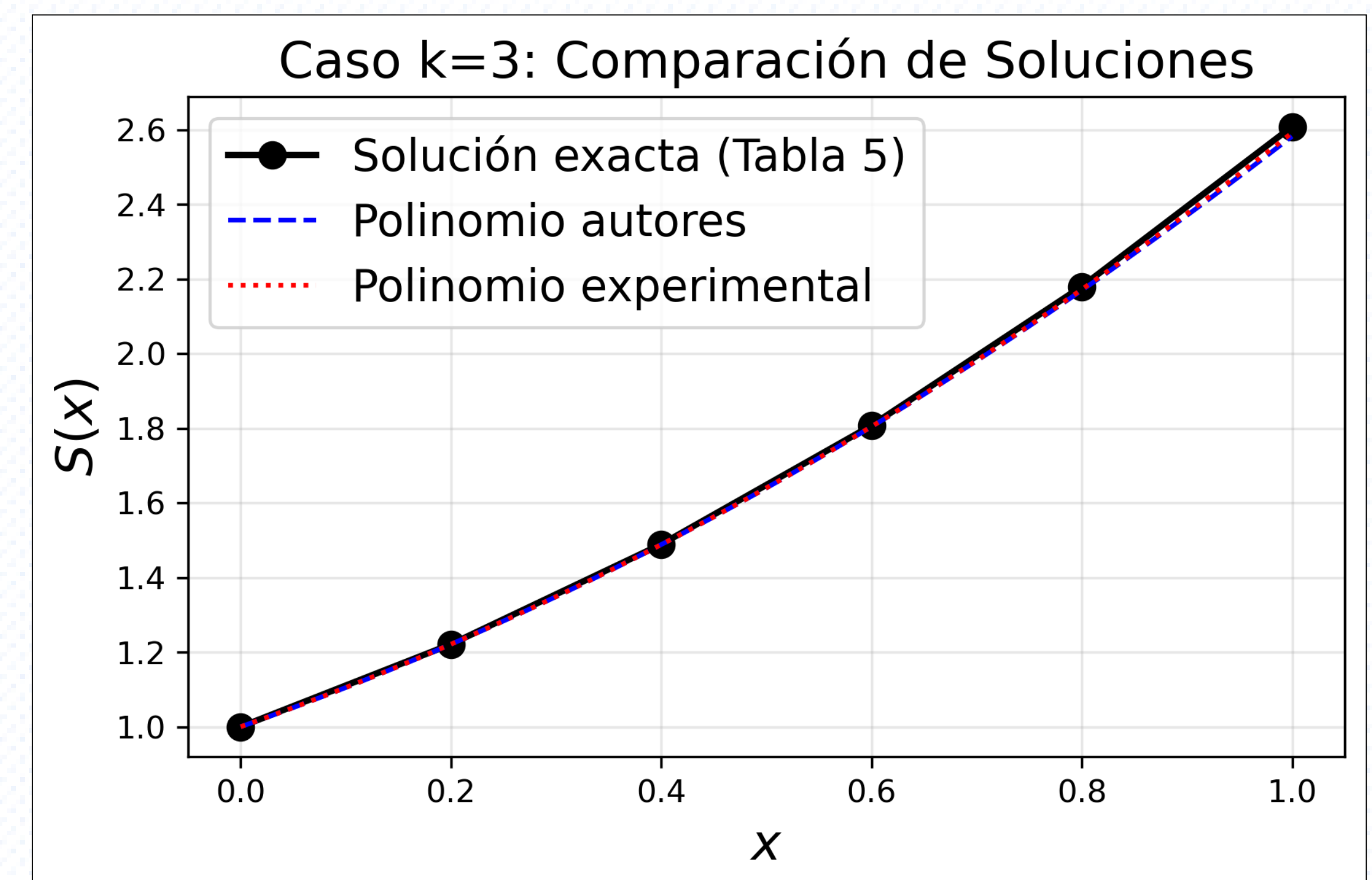


Figura 2. Comparación de soluciones para el Flujo de Películas Delgadas (Caso $k = 3$).

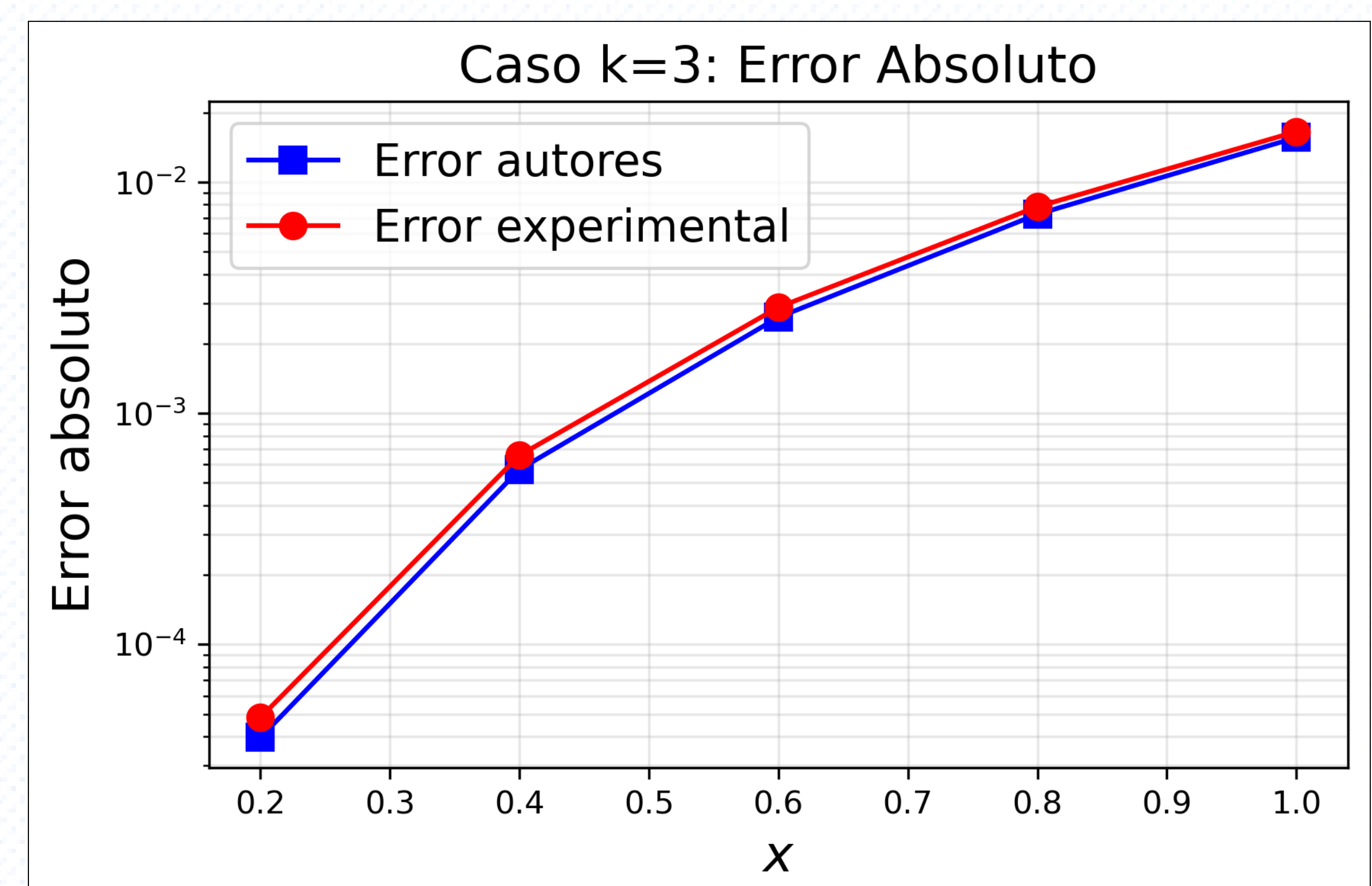


Figura 3. Evolución del error absoluto de la aproximación APM (Caso $k = 3$).

5. CONCLUSIONES

La investigación arroja resultados que validan que el APM, optimizado mediante el algoritmo SLMS, constituye una alternativa eficiente frente a los métodos numéricos tradicionales. Los resultados confirmaron una reducción significativa en los tiempos de cómputo, logrando convergencia estable en rangos de 1 a 20 segundos sin comprometer la precisión numérica.

En el contexto específico de la mecánica de fluidos, el modelo mostró robustez matemática al resolver la ecuación no lineal del flujo de películas delgadas. A pesar del alto nivel de dificultad de la ecuación $S''' = S^{-k}$, el método mantuvo errores absolutos del orden de hasta 10^{-2} , lo cual ratifica la viabilidad de implementar algoritmos de aprendizaje automático ligeros para el modelado de fenómenos físicos complejos.

Referencias:

- Haweel, M. T., Zahran, O., & Abd El-Samie, F. E. (2021). Adaptive Polynomial Method for Solving Third-Order ODE With Application in Thin Film Flow. *IEEE Access*, 9, 12345–12356.
- Momoniat, E., & Mahomed, F. M. (2010). Symmetry reduction and numerical solution of a third-order ODE from thin film flow. *Mathematical and Computer Modelling*, 15(4), 709–719.